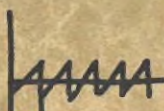




# повторим физик у



**Л.Б. МИЛНОВСКАЯ**

**повторим  
физик у**



**ИЗДАТЕЛЬСТВО «ВЫСШАЯ ШКОЛА»**

**Москва — 1972**

53  
М 60  
УДК 53

Рекомендовано Министерством высшего  
и среднего специального образования СССР  
в качестве учебного пособия

Милковская Л. Б.

М 60 Повторим физику. Учеб. пособие  
М., «Высшая школа», 1972.  
608 с. с илл.

Настоящее пособие предназначено для молодежи, готовящейся к поступлению в вузы самостоятельно или на заочных курсах. Его содержание соответствует в основном программе по физике, публикуемой в «Справочнике для поступающих в вузы». Оно отличается от пособий этого рода тем, что каждая его глава содержит систематическое изложение темы, вопросы для повторения, примеры решения задач и задачи для самостоятельных упражнений.

Изложение ведется в Международной системе единиц (СИ), рассмотрены также системы единиц СГС и МКГСС.

В пособие включены некоторые вопросы, связанные с современными достижениями физики.

УДК 53

## О Г Л А В Л Е Н И Е

	<i>Стр.</i>
Предисловие . . . . .	14
Краткие методические указания . . . . .	15
Введение . . . . .	16

### Часть I Механика

#### Глава 1. Основы статики

§ 1.1. Содержание механики . . . . .	17
§ 1.2. Понятие силы . . . . .	17
§ 1.3. Сила — вектор. . . . .	18
§ 1.4. Измерение сил. Динамометр . . . . .	19
§ 1.5. Сложение сил, направленных под углом друг к другу . . . . .	20
§ 1.6. Разложение сил на две составляющие, направленные под углом друг к другу . . . . .	24
§ 1.7. Условия равновесия тела на наклонной плоскости . . . . .	25
§ 1.8. Момент силы относительно неподвижной оси . . . . .	27
§ 1.9. Условия равновесия тела, имеющего неподвижную ось вращения . . . . .	29
§ 1.10. Рычаги и блоки . . . . .	30
§ 1.11. Сложение параллельных сил, направленных в одну сторону . . . . .	32
§ 1.12. Пара сил . . . . .	33
§ 1.13. Центр тяжести . . . . .	34
§ 1.14. Условия равновесия твердого тела . . . . .	<del>35</del>
Вопросы для повторения . . . . .	38
Примеры решения задач . . . . .	39
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	43

#### Глава 2. Основы кинематики

§ 2.1. Система отсчета . . . . .	47
§ 2.2. Материальная точка . . . . .	47
§ 2.3. Траектория. Движение поступательное и вращательное . . . . .	48
§ 2.4. Виды поступательных движений. Скорость . . . . .	49
§ 2.5. Равномерное движение. Графики пути и скорости этого движения . . . . .	50
§ 2.6. Сложение скоростей. Сложение движений (перемещений) . . . . .	52



	<i>Стр.</i>
§ 2.7. Переменное прямолинейное движение . . . . .	54
§ 2.8. Равномерно переменное прямолинейное движение . . . . .	56
§ 2.9. Графики пути, скорости и ускорения равномерно ускоренного прямолинейного движения . . . . .	58
§ 2.10. Равномерно замедленное прямолинейное движение . . . . .	61
Вопросы для повторения . . . . .	62
Примеры решения задач . . . . .	63
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	67
 <b>Глава 3. Основные законы динамики</b>	
§ 3.1. Первый закон Ньютона . . . . .	69
§ 3.2. Сравнение масс. Единицы измерения массы . . . . .	70
§ 3.3. Второй закон Ньютона . . . . .	70
§ 3.4. Масса — мера инертности . . . . .	72
§ 3.5. Масса и вес . . . . .	73
§ 3.6. Плотность и удельный вес . . . . .	74
§ 3.7. Системы единиц измерения физических величин . . . . .	75
§ 3.8. Импульс силы и количество движения . . . . .	78
§ 3.9. Третий закон Ньютона . . . . .	79
§ 3.10. Закон сохранения количества движения . . . . .	81
§ 3.11. Понятие о реактивном движении . . . . .	83
§ 3.12. Закон всемирного тяготения . . . . .	84
§ 3.13. Масса Земли. Средняя плотность Земли . . . . .	87
§ 3.14. Свободное падение тел . . . . .	88
§ 3.15. Движение тела, брошенного вертикально вверх . . . . .	89
§ 3.16. Влияние сопротивления воздуха на движение тел . . . . .	90
§ 3.17. Силы упругости . . . . .	91
§ 3.18. Силы трения . . . . .	94
Вопросы для повторения . . . . .	96
Примеры решения задач . . . . .	97
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	109
 <b>Глава 4. Работа и энергия</b>	
§ 4.1. Механическая работа . . . . .	112
§ 4.2. Единицы измерения работы . . . . .	113
§ 4.3. «Золотое правило механики» . . . . .	113
§ 4.4. Коэффициент полезного действия машин . . . . .	114
§ 4.5. Мощность и единицы ее измерения . . . . .	114
§ 4.6. Кинетическая энергия . . . . .	116
§ 4.7. Потенциальная энергия . . . . .	117
§ 4.8. Полная энергия свободно падающего тела . . . . .	119
§ 4.9. Работа против сил трения . . . . .	120
§ 4.10. Закон сохранения и превращения энергии . . . . .	121
Вопросы для повторения . . . . .	122
Примеры решения задач . . . . .	123
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	128
 <b>Глава 5. Криволинейное движение</b>	
§ 5.1. Движение тела, брошенного горизонтально . . . . .	130

§ 5.2.	Движение тела, брошенного под углом к горизонту . . . . .	132
§ 5.3.	Равномерное движение по окружности . . . . .	134
§ 5.4.	Линейная скорость и угловая скорость . . . . .	135
§ 5.5.	Центростремительное ускорение . . . . .	137
§ 5.6.	Центростремительная сила и возникающая с ней сила реакции . . . . .	138
§ 5.7.	Влияние вращения Земли на вес тела . . . . .	140
§ 5.8.	Причины невесомости на кораблях-спутниках . . . . .	141
§ 5.9.	Первая и вторая космические скорости . . . . .	142
	Вопросы для повторения . . . . .	144
	Примеры решения задач . . . . .	145
	Задачи для самостоятельного решения . . . . .	153

## Глава 6. Колебания и волны. Звук

§ 6.1.	Колебательное движение. Свободные колебания . . . . .	155
§ 6.2.	Гармонические колебания . . . . .	155
§ 6.3.	Силы, вызывающие гармоническое колебательное движение . . . . .	156
§ 6.4.	Величины, характеризующие гармоническое колебательное движение . . . . .	157
§ 6.5.	Законы колебаний математического маятника . . . . .	158
§ 6.6.	Фаза колебаний. Зависимость смещения от фазы колебаний . . . . .	159
§ 6.7.	Развертка колебаний . . . . .	161
§ 6.8.	Вынужденные колебания. Резонанс . . . . .	161
§ 6.9.	Распространение колебаний . . . . .	163
§ 6.10.	Поперечные и продольные волны . . . . .	163
§ 6.11.	Скорость распространения волн . . . . .	165
§ 6.12.	Источники звука. Условия слышимости звука . . . . .	166
§ 6.13.	Высота тона. Тембр. Сила звука . . . . .	167
§ 6.14.	Скорость звука . . . . .	168
§ 6.15.	Отражение звука . . . . .	169
§ 6.16.	Акустический резонанс . . . . .	169
§ 6.17.	Ультразвук . . . . .	170
	Вопросы для повторения . . . . .	171
	Примеры решения задач . . . . .	172
	Задачи для самостоятельного решения . . . . .	175

## Глава 7. Гидро- и аэростатика

§ 7.1.	Механические свойства жидкостей и газов . . . . .	176
§ 7.2.	Давление жидкости и газа. Единицы измерения давления . . . . .	176
§ 7.3.	Закон Паскаля для жидкостей и газов. Гидравлический пресс . . . . .	178
§ 7.4.	Давление жидкости на дно и стенки сосуда . . . . .	179
§ 7.5.	Сообщающиеся сосуды. Манометр . . . . .	182
§ 7.6.	Давление атмосферы. Опыт Торичелли . . . . .	184
§ 7.7.	Барометры . . . . .	186
§ 7.8.	Закон Архимеда в применении к жидкостям . . . . .	187
§ 7.9.	Плавание тел в жидкостях . . . . .	187
§ 7.10.	Закон Архимеда в применении к газам. Подъемная сила аэростата . . . . .	188

	<i>Стр.</i>
Вопросы для повторения . . . . .	189
Примеры решения задач . . . . .	190
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	195

## Часть II

### Основы молекулярно-кинетической теории. Теплота

#### Глава 8. Основы молекулярно-кинетической теории строения вещества

§ 8.1. Основы молекулярно-кинетической теории . . .	196
§ 8.2. Броуновское движение . . . . .	197
§ 8.3. Диффузия. Осмос . . . . .	197
§ 8.4. Движение молекул в твердых телах, жидкостях и газах . . . . .	199
§ 8.5. Масса и размеры молекул . . . . .	202
§ 8.6. Взаимодействие молекул. Возникновение упругих и поверхностных сил . . . . .	202
Вопросы для повторения . . . . .	207
Примеры решения задач . . . . .	208

#### Глава 9. Расширение твердых и жидких тел при нагревании

§ 9.1. Линейное расширение твердых тел . . . . .	209
§ 9.2. Объемное расширение твердых тел . . . . .	210
§ 9.3. Значение теплового расширения в технике . . .	210
§ 9.4. Расширение жидкостей. Термометры . . . . .	212
Вопросы для повторения . . . . .	213
Примеры решения задач . . . . .	213
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	218

#### Глава 10. Теплота и работа

§ 10.1. Внутренняя энергия тела . . . . .	219
§ 10.2. Изменение внутренней энергии тела. Теплопередача . . . . .	219
§ 10.3. Количество теплоты. Джоуль и калория . . . .	220
§ 10.4. Теплоемкость тела. Удельная теплоемкость вещества . . . . .	221
§ 10.5. Определение удельной теплоемкости твердых тел опытным путем . . . . .	222
§ 10.6. Удельная теплота сгорания различных видов топлива. Коэффициент полезного действия нагревателя } . . . . .	223
§ 10.7. М. В. Ломоносов о природе теплоты . . . . .	224
§ 10.8. Механическая работа и теплота . . . . .	225
§ 10.9. Закон сохранения и превращения энергии . . .	226
Вопросы для повторения . . . . .	226
Примеры решения задач . . . . .	227
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	230

#### Глава 11. Свойства газов

§ 11.1. Понятие идеального газа. Давление газа с точки зрения молекулярно-кинетической теории . . .	231
-----------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

§ 11.2. Тепловые процессы . . . . .	232
§ 11.3. Закон Бойля — Мариотта . . . . .	232
§ 11.4. Давление и температура газа. Абсолютная температурная шкала . . . . .	234
§ 11.5. Закон Гей-Люссака . . . . .	235
§ 11.6. Закон Шарля, или второй закон Гей-Люссака . . . . .	236
§ 11.7. Объединенный закон Бойля — Мариотта — Гей-Люссака . . . . .	238
§ 11.8. Понятие об адиабатическом процессе . . . . .	239
§ 11.9. Реальные газы . . . . .	239
Вопросы для повторения . . . . .	240
Примеры решения задач . . . . .	241
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	248

## Глава 12. Изменение агрегатного состояния тел

§ 12.1. Плавление тел . . . . .	250
§ 12.2. Определение удельной теплоты плавления опытным путем . . . . .	251
§ 12.3. Зависимость температуры плавления от давления . . . . .	252
§ 12.4. Парообразование и конденсация . . . . .	252
§ 12.5. Насыщенные и ненасыщенные пары . . . . .	254
§ 12.6. Зависимость давления паров от их объема и температуры . . . . .	255
§ 12.7. Кипение. Определение теплоты парообразования опытным путем . . . . .	256
§ 12.8. Зависимость температуры кипения от давления . . . . .	257
§ 12.9. Критическое состояние . . . . .	259
§ 12.10. Жидкие газы . . . . .	261
§ 12.11. Влажность воздуха и ее измерение . . . . .	262
Вопросы для повторения . . . . .	264
Примеры решения задач . . . . .	265
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	270

## Глава 13. Тепловые машины

§ 13.1. Принцип работы тепловой машины . . . . .	272
§ 13.2. Коэффициент полезного действия тепловой машины . . . . .	272
§ 13.3. Паровая машина. Дизель . . . . .	274
Вопросы для повторения . . . . .	276
Примеры решения задач . . . . .	276
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	278

## Часть III

### Электричество и электромагнетизм

## Глава 14. Электростатика

§ 14.1. Два рода электричества . . . . .	279
§ 14.2. Электроны . . . . .	280
§ 14.3. Закон сохранения электрических зарядов . . . . .	281
§ 14.4. Закон Кулона. Влияние среды на взаимодействие зарядов . . . . .	281

	<i>Стр.</i>
§ 14.5. Единицы измерения электрических зарядов в системах СИ и СГСЭ . . . . .	283
§ 14.6. Электроскоп . . . . .	285
§ 14.7. Электрическое поле заряда. Напряженность поля . . . . .	286
§ 14.8. Напряженность электрического поля точечного заряда . . . . .	287
§ 14.9. Электрические силовые линии . . . . .	288
§ 14.10. Работа при перемещении заряда в электростатическом поле . . . . .	290
§ 14.11. Разность потенциалов. Единицы измерения разности потенциалов . . . . .	292
§ 14.12. Эквипотенциальные поверхности . . . . .	294
§ 14.13. Электрометр . . . . .	296
§ 14.14. Измерение потенциала заряженного проводника . . . . .	297
§ 14.15. Проводники в электрическом поле . . . . .	298
§ 14.16. Распределение электрического заряда на поверхности проводника . . . . .	300
§ 14.17. Электрическая емкость . . . . .	301
§ 14.18. Единицы электроемкости . . . . .	302
§ 14.19. Конденсаторы . . . . .	304
Вопросы для повторения . . . . .	307
Примеры решения задач . . . . .	308
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	319

## Глава 15. Постоянный электрический ток

§ 15.1. Условия возникновения электрического тока . . . . .	321
§ 15.2. Постоянный ток. Сила тока . . . . .	322
§ 15.3. Электродвижущая сила. Разность потенциалов и напряжение . . . . .	323
§ 15.4. Закон Ома для участка цепи . . . . .	325
§ 15.5. Природа сопротивления. Удельное сопротивление . . . . .	326
§ 15.6. Зависимость сопротивления от температуры . . . . .	329
§ 15.7. Реостаты . . . . .	330
§ 15.8. Последовательное и параллельное соединения сопротивлений . . . . .	332
§ 15.9. Шунт к амперметру . . . . .	334
§ 15.10. Добавочное сопротивление к вольтметру . . . . .	335
§ 15.11. Закон Ома для полной цепи . . . . .	336
§ 15.12. Что показывает вольтметр, присоединенный к полюсам источника э. д. с. . . . .	337
§ 15.13. Последовательное и параллельное соединения источников э. д. с. . . . .	338
§ 15.14. Превращение энергии электрического тока в другие виды энергии. Работа и мощность постоянного электрического тока . . . . .	339
§ 15.15. Закон Джоуля — Ленца . . . . .	341
Вопросы для повторения . . . . .	342
Примеры решения задач . . . . .	343
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	353

## Глава 16. Электролиз

§ 16.1. Явление электролиза . . . . .	356
§ 16.2. Законы электролиза Фарадея . . . . .	358
§ 16.3. Технические применения электролиза . . . . .	361
Вопросы для повторения . . . . .	362
Примеры решения задач . . . . .	362
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	364

## Глава 17. Электрический ток в газах

§ 17.1. Ионизация газов. Газовый разряд . . . . .	365
§ 17.2. Электрическая дуга и электрическая искра . . . . .	366
§ 17.3. Электрический ток в разреженных газах. Катодные лучи . . . . .	368
Вопросы для повторения . . . . .	372
Примеры решения задач . . . . .	373
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	374

## Глава 18. Магнитное поле

§ 18.1. Магнитное поле постоянного электрического тока и постоянного магнита . . . . .	375
§ 18.2. Действие магнитного поля на прямолинейный проводник с током. Магнитная индукция . . . . .	378
§ 18.3. Действие магнитного поля на движущиеся заря- женные частицы . . . . .	381
§ 18.4. Действие магнитного поля на виток с током. Магнитный момент витка с током . . . . .	381
§ 18.5. Взаимодействие параллельных токов. Ампер . . . . .	384
§ 18.6. Влияние вещества на величину магнитной индукции. Относительная магнитная проница- емость . . . . .	385
§ 18.7. Слабмагнитные вещества . . . . .	387
§ 18.8. Сильномагнитные вещества. Магнитный поток . . . . .	388
§ 18.9. Электромагниты. Магнитоэлектрические элек- троизмерительные приборы . . . . .	389
§ 18.10. Железо в магнитном поле . . . . .	391
Вопросы для повторения . . . . .	393
Примеры решения задач . . . . .	394
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	398

## Глава 19. Электромагнитная индукция

§ 19.1. Опыты Фарадея. Закон Ленца . . . . .	400
§ 19.2. Электродвижущая сила электромагнитной ин- дукции . . . . .	402
§ 19.3. Явление электромагнитной индукции в разом- кнутом проводнике . . . . .	403
§ 19.4. Вихревые индукционные токи . . . . .	405
§ 19.5. Явление самоиндукции. Индуктивность и еди- ницы ее измерения . . . . .	406
Вопросы для повторения . . . . .	409
Примеры решения задач . . . . .	410
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	413

**Глава 20. Переменный ток**

§ 20.1.	Получение переменного тока . . . . .	415
§ 20.2.	Величины, характеризующие переменный ток . . . . .	417
§ 20.3.	Эффективные значения тока и напряжения. Тепловые амперметр и вольтметр . . . . .	418
§ 20.4.	Индуктивность и емкость в цепи переменного тока . . . . .	419
§ 20.5.	Генераторы переменного и постоянного тока . . . . .	422
§ 20.6.	Трансформатор . . . . .	424
§ 20.7.	Индукционная катушка . . . . .	427
	Вопросы для повторения . . . . .	428
	Примеры решения задач . . . . .	429
	Задачи для самостоятельного решения . . . . .	431

**Глава 21. Термоэлектронная эмиссия**

§ 21.1.	Работа выхода электрона из металла . . . . .	432
§ 21.2.	Явление термоэлектронной эмиссии. Диод . . . . .	432
§ 21.3.	Выпрямление переменного тока при помощи диода . . . . .	434
§ 21.4.	Триод . . . . .	435
§ 21.5.	Электроннолучевая трубка . . . . .	436
	Вопросы для повторения . . . . .	438
	Задачи для самостоятельного решения . . . . .	438

**Глава 22. Электромагнитные колебания и волны**

§ 22.1.	Электромагнитное поле . . . . .	439
§ 22.2.	Электромагнитные волны. Скорость распростра- нения электромагнитных волн . . . . .	439
§ 22.3.	Колебательный контур . . . . .	441
§ 22.4.	Период свободных электромагнитных колебаний . . . . .	444
§ 22.5.	Вынужденные электромагнитные колебания. Электрический резонанс . . . . .	445
§ 22.6.	Триод, как генератор незатухающих электро- магнитных колебаний . . . . .	446
§ 22.7.	Открытый колебательный контур . . . . .	447
§ 22.8.	Изобретение радио А. С. Поповым . . . . .	448
§ 22.9.	Излучение и прием электромагнитных волн . . . . .	450
§ 22.10.	Принцип радиолокации . . . . .	452
	Вопросы для повторения . . . . .	453
	Примеры решения задач . . . . .	454
	Задачи для самостоятельного решения . . . . .	456

**Часть IV****Оптика и строение атома****Глава 23. Распространение света**

§ 23.1.	Источники света. Световые лучи. Закон прямо- линейного распространения света . . . . .	457
§ 23.2.	Скорость света . . . . .	459
§ 23.3.	Основные фотометрические величины . . . . .	461
§ 23.4.	Законы освещенности . . . . .	463

	<i>Стр.</i>
§ 23.5. Фотометры . . . . .	464
Вопросы для повторения . . . . .	465
Примеры решения задач . . . . .	465
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	471
 <b>Глава 24. Отражение и преломление света</b>	
§ 24.1. Законы отражения света . . . . .	473
§ 24.2. Законы преломления света . . . . .	474
§ 24.3. Полное внутреннее отражение . . . . .	476
§ 24.4. Преломление света в плоскопараллельной пластинке и в призме . . . . .	477
Вопросы для повторения . . . . .	479
Примеры решения задач . . . . .	480
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	485
 <b>Глава 25. Получение изображений при помощи зеркал и линз</b>	
§ 25.1. Плоское зеркало . . . . .	487
§ 25.2. Сферические зеркала . . . . .	487
§ 25.3. Построение изображений в сферических зеркалах . . . . .	490
§ 25.4. Формула зеркала. Увеличение . . . . .	491
§ 25.5. Некоторые применения кривых зеркальных поверхностей. Проектор . . . . .	493
§ 25.6. Линзы . . . . .	493
§ 25.7. Оптическая сила линзы . . . . .	496
§ 25.8. Построение изображений в линзах . . . . .	497
§ 25.9. Формула линзы. Линейное увеличение линзы . . . . .	499
Вопросы для повторения . . . . .	500
Примеры решения задач . . . . .	501
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	509
 <b>Глава 26. Оптические приборы</b>	
§ 26.1. Проекционный аппарат . . . . .	511
§ 26.2. Фотографический аппарат . . . . .	512
§ 26.3. Человеческий глаз . . . . .	513
§ 26.4. Лупа. Микроскоп . . . . .	515
§ 26.5. Телескоп. Призматический бинокль . . . . .	518
§ 26.6. Оптическая сила системы тонких линз . . . . .	520
Вопросы для повторения . . . . .	521
Примеры решения задач . . . . .	522
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	525
 <b>Глава 27. Понятие о волновых свойствах света</b>	
§ 27.1. Интерференция света . . . . .	527
§ 27.2. Некоторые опыты по дифракции волн . . . . .	532
Вопросы для повторения . . . . .	535
 <b>Глава 28. Спектры</b>	
§ 28.1. Дисперсия света. Спектроскоп . . . . .	536
§ 28.2. Спектры испускания и спектры поглощения . . . . .	538
§ 28.3. Понятие о спектральном анализе . . . . .	539



	<i>Стр.</i>
§ 28.4. Ультрафиолетовые и инфракрасные лучи . . .	540
§ 28.5. Рентгеновские лучи . . . . .	543
§ 28.6. Шкала электромагнитных волн . . . . .	545
Вопросы для повторения . . . . .	546
Примеры решения задач . . . . .	546
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	547
 <b>Глава 29. Кванты света. Фотоэлектрический эффект</b>	
§ 29.1. Развитие взглядов на природу света. Волновая и квантовая теории света . . . . .	548
§ 29.2. Фотоэлектрический эффект . . . . .	551
§ 29.3. Фотоэлементы и их применения . . . . .	553
Вопросы для повторения . . . . .	554
Примеры решения задач . . . . .	554
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	556
 <b>Глава 30. Строение атома и атомного ядра</b>	
§ 30.1. Явления, подтверждающие сложное строение атома. Исследования Резерфорда . . . . .	557
§ 30.2. Строение водородного атома по теории Бора. Излучение и поглощение энергии атомом . . .	558
§ 30.3. Строение атомов остальных элементов . . . .	561
§ 30.4. Явление радиоактивности . . . . .	563
§ 30.5. Радиоактивный распад. Изотопы . . . . .	564
§ 30.6. Способы наблюдения частиц . . . . .	566
§ 30.7. Составные части атомного ядра . . . . .	568
§ 30.8. Взаимосвязь массы и энергии . . . . .	570
§ 30.9. Деление ядер урана . . . . .	572
§ 30.10. Выделение энергии при ядерном распаде. Цепная реакция . . . . .	573
Вопросы для повторения . . . . .	574
Примеры решения задач . . . . .	576
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	577
Решения задач к I части . . . . .	578
> к II части . . . . .	592
> к III части . . . . .	595
> к IV части . . . . .	597

### Таблицы

1. Плотности некоторых веществ . . . . .	602
2. Приставки для образования кратных и дольных единиц . . . . .	603
3. Модуль Юнга и предел прочности для некоторых металлов . . . . .	603
4. Коэффициенты линейного расширения твердых тел при 0° С . . . . .	603
5. Коэффициенты объемного расширения жидкостей при 0° С . . . . .	603
6. Удельные теплоемкости некоторых веществ . . . .	604
7. Удельная теплота сгорания некоторых видов топлива . . . . .	604

	<i>Стр.</i>
8. Удельные теплоты плавления и температуры плавления некоторых веществ . . . . .	604
9. Удельные теплоты парообразования некоторых веществ при температурах кипения . . . . .	605
10. Плотность насыщенного водяного пара и его упругость при различных температурах . . . . .	605
11. Относительная влажность в % при нормальном атмосферном давлении . . . . .	605
12. Относительная диэлектрическая проницаемость некоторых веществ . . . . .	606
13. Удельные сопротивления некоторых проводников в $\text{ом} \cdot \text{м}$ и температурные коэффициенты сопротивления в $\text{град}^{-1}$ . . . . .	606
14. Электрохимические эквиваленты, атомные веса, и валентности некоторых веществ . . . . .	606
15. Показатели преломления некоторых веществ относительно воздуха и предельные углы полного внутреннего отражения на границе вещества с воздухом	607

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Данное пособие предназначается в первую очередь тем юношам и девушкам, которые готовятся к поступлению в вуз самостоятельно или на заочных курсах, а также тем, у кого между окончанием средней школы и поступлением в вуз получился перерыв. Оно не является курсом физики для средней школы. Содержание и последовательность изложения материала пособия соответствуют в основном программе по физике для поступающих в вузы. Вместе с тем в него включены некоторые вопросы, связанные с современными достижениями физики. Не вошедшие в программу вопросы излагаются кратко, причем внимание уделено их физической сущности (например, § 8.6, 11.8, гл. 27).

Для облегчения подготовки к конкурсным экзаменам пособие составлено так, что каждая глава содержит систематическое изложение темы с описанием наиболее простых опытов, а в конце каждой главы предлагаются вопросы для повторения, примеры решения задач и задачи для самостоятельных упражнений. Ответы и решения наиболее трудных задач приводятся в конце книги. Задачи подобраны в основном типовые.

Изложение ведется с использованием Международной системы единиц (СИ). Рассмотрены также системы единиц СГС и МКГСС.

Пользуясь случаем, приношу глубокую благодарность рецензентам — зав. кафедрой физики Московского ордена Ленина института железнодорожного транспорта проф. Н. Л. Брюхатову, сотрудникам этой кафедры, принимавшим участие в рецензировании, и старшему преподавателю Московского станкоинструментального института Р. Л. Каплан за полезные советы и замечания.

Отзывы и замечания читателей будут приняты с благодарностью.

*Автор*

## **КРАТКИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

1. Усвоив содержание главы (или параграфа), полезно ответить на вопросы, приведенные в конце главы, точно формулируя физические законы и определения, записывая теоретические выводы и аккуратно выполняя чертежи.

2. При решении задач следует:

а) разобраться в физическом явлении, о котором идет речь в задаче, и вспомнить законы, которым оно подчиняется;

б) сделать схематический чертеж (где это возможно), поясняющий содержание задачи, или построить график;

в) продумать план решения и провести его в общем виде, в буквенных обозначениях;

г) все величины, данные в условии задачи и взятые из справочных таблиц, выразить в единицах одной и той же системы;

д) подставить единицы измерения данных величин в окончательную формулу и проверить правильность единицы измерения результата.

3. Каждую задачу рекомендуем попытаться решить самостоятельно и лишь затем обратиться к приведенному в пособии решению. Любую задачу можно решить разными способами, причем лучшее решение — наиболее краткое.

## ВВЕДЕНИЕ

Человек изучает явления природы для того, чтобы научиться управлять ими. Весь окружающий нас мир материален. Изменения материи, ее движение представляют собой явления природы, например: падение поднятых над Землей тел, таяние льда, испарение воды, молния, радиоактивный распад и т. д.

Вот обычная последовательность методов исследования, применяемых в физике.

1. Наблюдение явления в естественных условиях и выявление физических величин, характеризующих его.

2. Опыт, т. е. воспроизведение явления в лаборатории, причем физические величины, характеризующие его, тщательно измеряются, а условия опыта изменяются так, чтобы выяснилась взаимная связь этих величин.

3. Научное объяснение полученных результатов: гипотеза и проверка гипотезы новыми опытами, в результате которых она либо отбрасывается, либо принимается как физический закон.

4. Как правило, выражение закона, которому подчиняется явление, в виде математической формулы, показывающей взаимную зависимость величин, характеризующих это явление.

Такими методами исследования было установлено большинство законов физики. Вместе с тем в ряде случаев к новым открытиям ученых приводят теоретические исследования, результат которых подтверждается затем опытами. Бурное развитие физики, особенно за последнее столетие, было вызвано не только усовершенствованием экспериментальной техники, возрастающей точностью измерений, но и применением математических методов исследования. Физика способствует развитию других наук, которые все шире пользуются ее методами. Возникли новые отрасли этих наук, как, например, химическая физика, биофизика, астрофизика и др. Наконец, достижения физики открывают огромные возможности техническому прогрессу.

# ЧАСТЬ I

## МЕХАНИКА

### Глава I

#### ОСНОВЫ СТАТИКИ

**§ 1.1. Содержание механики.** Все тела природы находятся в непрерывном движении. *Механическим движением называется перемещение тел или их частей друг относительно друга в пространстве с течением времени.*

Человек, сидящий в вагоне движущегося поезда, перемещается с вагоном относительно окружающих тел, условно принятых за неподвижные. В свою очередь эти тела, находящиеся на Земле, вращаются вместе с Землей вокруг ее оси и движутся с ней вокруг Солнца. Поршень паровой машины движется относительно цилиндра, стрелки часов — относительно циферблата и т. д.

Таким образом, всякое движение относительно. Покой также относителен и его можно рассматривать как частный случай движения.

*Механикой называется раздел физики, изучающий различные виды механических движений, причины их возникновения и условия относительного покоя.* Механика делится на три части: статику, кинематику и динамику.

В статике изучаются условия покоя или равновесия взаимодействующих друг с другом тел.

В кинематике рассматриваются механические движения вне зависимости от вызвавших их причин.

В динамике исследуются механические движения в связи с вызвавшими их взаимодействиями тел.

**§ 1.2. Понятие силы.** Понятие *силы* принадлежит к числу основных физических понятий и широко используется во всех ее разделах, начиная с механики и кончая физикой атома и атомного ядра.

В механике мы встречаемся с силой удара, силой трения, силой упругости, силой тяготения. Рассмотрим примеры этих сил.

1. Биллиардный шар *A* катится по столу, покрытому сукном, и сталкивается с неподвижным шаром *B*. После удара шар *B* приходит в движение, а скорость шара *A* уменьшается. Сила удара изменила состояние движения обоих шаров.

2. Предоставим шару *B* свободно катиться дальше. Его движение будет постепенно замедляться и, наконец, он остановится. Происходит это благодаря трению — взаимодействию между поверхностями шара и сукна. Сила трения изменила состояние движения шара *B*.

3. Резиновый мяч, падая на пол и ударяясь о него, деформируется — несколько сплющивается. Сила удара вызвала деформацию мяча. Но вследствие упругих сил резины мяч восстанавливает свою форму, отталкиваясь при этом от пола, и подпрыгивает. Сила упругости изменила состояние движения мяча.

4. Из ружья выстрелили в горизонтальном направлении. Однако пуля не летит горизонтально — направление и величина ее скорости во время полета непрерывно изменяются вследствие взаимного тяготения пули и Земли, и, наконец, она падает на Землю. Иначе говоря, сила тяготения (сила тяжести) изменила состояние движения пули.

*Силой в механике называют физическую величину, характеризующую взаимодействие тел и изменяющую состояние их движения или их форму.*

**§ 1.3. Сила — вектор.** Физические величины, которые мы будем рассматривать, подразделяются на скалярные и векторные.

Если физическая величина вполне определяется числовым значением, то она называется *скалярной величиной*, или *скаляром*. Например, длина тела, его объем, его масса, время, температура, энергия представляют собой скаляры. Действия над скалярными величинами производятся алгебраически.

Если же для определения величины необходимо указать кроме числового значения также и ее направление, то она называется *векторной величиной*, или *вектором*.

Сила — векторная величина, так как она действует

всегда в определенном направлении. Векторами являются также скорость, ускорение, количество движения и многие другие физические величины. Вектор мы будем обозначать буквой со стрелкой над нею (например, сила  $\vec{F}$ ), а его числовое значение — обычной буквой ( $F$ ).

Силу, как всякий вектор, изображают на чертежах направленным отрезком — стрелкой, проведенной из точки приложения силы, причем длина стрелки показывает в заданном масштабе числовое значение силы (рис. 1.1, а).

Две силы считаются равными, если они направлены в одну сторону и их числовые значения равны (рис. 1.1, б). Две силы с одинаковыми числовыми значениями, направленные в разные стороны, не равны (рис. 1.1, в).

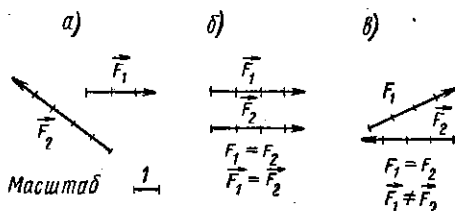


Рис. 1.1

Две силы, численно равные и направленные в противоположные стороны, взаимно уравниваются.

Сложение векторов, их разложение на составляющие, вычитание одного вектора из другого производятся по единым правилам для всех векторных величин, основанным и проверенным на огромном числе опытов. Эти действия часто называют геометрическими в отличие от алгебраических действий над скалярными величинами. С действиями над векторами мы познакомимся на примерах сложения сил и разложения их на составляющие.

**§ 1.4. Измерение сил. Динамометр.** 1. Для определения числового значения силы ее надо измерить, т. е. сравнить ее действие с действием другой силы, принятой за единицу измерения. Удобнее всего воспользоваться для сравнения сил изменением формы упругого тела.

Упругими называются тела, восстанавливающие свою первоначальную форму после прекращения действия внешней силы, вызвавшей деформацию.



Стальная пружина, верхний конец которой закреплен, растягивается, если к ее нижнему концу подвесить гирию (рис. 1.2), и сокращается до первоначальной длины, если эту гирию снять. Установлено, что числовое значение силы (веса гири)  $P$ , действующей вдоль пружины, пропорционально удлинению пружины  $\Delta l$ :

$$P = k\Delta l, \quad (1.1)$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности, имеющий некоторое постоянное значение для данной пружины.

2. Упругие свойства пружины позволили создать *динамометр* — прибор для измерения сил.

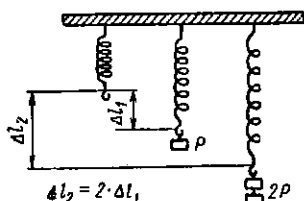


Рис. 1.2



Рис. 1.3

Прикрепим у конца пружины указатель  $C$  и будем отмечать на шкале его положения при нагрузках, равных 1, 2, 3, 4 и т. д. эталонам силы (рис. 1.3). Расстояние между отметками на шкале можно разделить на равные деления и отсчитывать, например, пятые доли эталона силы. Нанесение делений на шкалу прибора с указанием их цены (т. е. значения) называется градуировкой прибора. Проградуированная таким образом пружина носит название динамометра. Динамометр, применяемый для измерения веса тел, называют пружинными весами. Для устройства динамометра или пружинных весов можно использовать не растяжение пружины, а ее сжатие.

## § 1.5. Сложение сил, направленных под углом друг к другу.

1. Абсолютно твердым называется тело, сохраняющее неизменной свою форму, какие бы силы на него ни действовали. Таких тел, конечно, нет. Но введение понятия абсолютно твердого тела упрощает рассмотрение основных законов

механики. В дальнейшем ~~мы~~ вместо «абсолютно твердое» мы сокращенно будем говорить «твердое».

2. Большое значение для характера действия силы имеет точка тела, в которой сила приложена. Перенос точки приложения силы, вообще говоря, изменяет результат действия силы на тело. Так, сила  $F$ , приложенная в середине  $A$  длины корешка книги и параллельная поверхности стола, на котором она лежит, вызывает скольжение книги по столу в направлении действия силы (рис. 1.4, а). Если эту же силу приложить в точке  $B$  на конце корешка, то она вызовет вращение книги (рис. 1.4, б). Если же точку приложения силы  $F$  перенести из точки  $A$

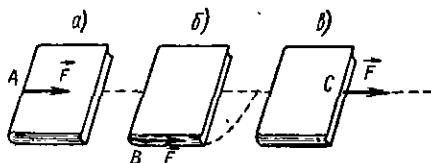


Рис. 1.4

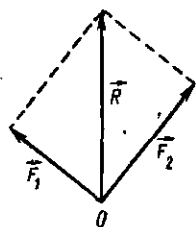


Рис. 1.5

в точку  $C$ , лежащую на продолжении прямой, вдоль которой сила направлена, то действие силы не изменится (рис. 1.4, в).

*Действие силы, приложенной к твердому телу, не изменится, если ее точку приложения перенести вдоль направления силы.*

3. Рассмотрим сложение двух сил, лежащих в одной плоскости, направленных под углом друг к другу и имеющих одну общую точку приложения. Согласно правилу сложения векторов, *равнодействующая  $\vec{R}$  двух сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , приложенных в одной точке  $O$  и направленных под углом друг к другу, приложена в той же точке, а по числовой величине и направлению определяется диагональю параллелограмма, построенного на этих силах (рис. 1.5).*

4. Рассмотрим геометрическое сложение сил при трех разных углах между ними: острым, прямом и тупом (рис. 1.6). При увеличении угла между  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  от  $0$  до  $180^\circ$  числовая величина их равнодействующей  $\vec{R}$  уменьшается.

Если силы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  направлены под прямым углом

(рис. 1.6, б), то числовое значение их равнодействующей можно вычислить по теореме Пифагора

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}. \quad (1.2)$$

Если же угол  $\alpha$  между направлениями  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  острый (рис. 1.6, а) или тупой (рис. 1.6, в), то

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha}. \quad (1.3)$$

Вместо правила параллелограмма при сложении векторов часто пользуются правилом треугольника: проводят

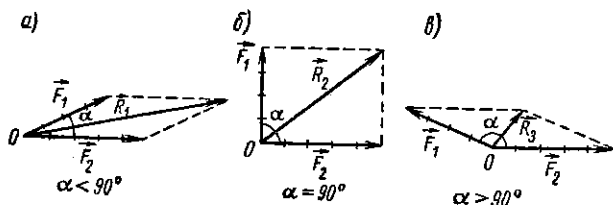


Рис. 1.6

из конца  $A$  первого вектора  $\vec{F}_1$  вектор, равный и параллельный вектору  $\vec{F}_2$ . Замыкающая сторона  $OB$  треугольника определяет по величине и направлению равнодействующий вектор  $\vec{R}$  (рис. 1.7). Угол  $\alpha$  между направлениями сил является здесь внешним углом треугольника.

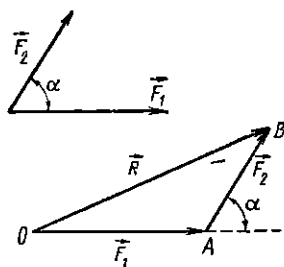


Рис. 1.7

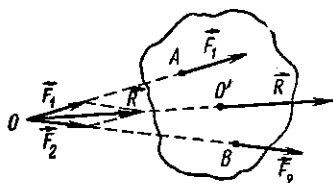


Рис. 1.8

5. Пусть на тело действуют две силы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , лежащие в одной плоскости, но приложенные в разных точках  $A$  и  $B$  тела (рис. 1.8). Найдем точку  $O$  пересечения прямых, вдоль которых действуют эти силы, перенесем в нее точки их приложения и построим параллелограмм (или треугольник) сил. Если точка приложения равнодейству-

ящей оказалась вне тела, проводя из конца вектора  $\vec{F}$  две точку  $O'$  тела, лежащую на  $OB$ , до пересечения с  $OA$  и второе пересечения с  $OB$  (рис. 1.11, б).

6. Сложение двух сил, направленных по одной прямой, представляет собой частный случай сложения двух сил, угол  $\alpha$  между которыми равен нулю. На рис. 1.9, а изображены силы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , действующие в одну сторону и приложенные в одной точке  $O$  (на рисунке они проведены рядом), и равнодействующая этих сил  $\vec{R}$ . Она равна по числовому значению их сумме [что следует и из формулы (1.3)] и направлена в ту же сторону, что и силы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ .

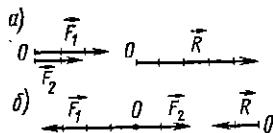


Рис. 1.9

7. Если же слагаемые силы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , приложенные в одной точке  $O$ , направлены по одной прямой в противоположные стороны (т. е. угол между их направлениями равен  $180^\circ$ ), то их равнодействующая  $\vec{R}$  приложена в той же точке, численно равна их разности и направлена в сторону большей силы (рис. 1.9, б).

8. Если нужно сложить более двух сил, приложенных в одной точке, то пользуются правилом многоугольника:

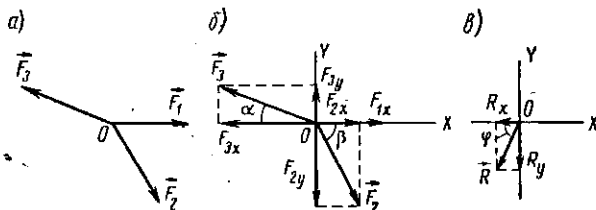


Рис. 1.10

из конца первой силы проводят вектор, равный и параллельный второй силе; из конца второй силы — вектор, равный и параллельный третьей силе, и т. д. Замыкающий вектор, проведенный из точки приложения сил к концу последней силы, по величине и направлению равен равнодействующей этих сил.

9. В ряде случаев удобнее производить сложение векторов методом проекции. На рис. 1.10, а изображены три силы:  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  и  $\vec{F}_3$ , которые нужно сложить.

(рис. 1.6, б), то числовое значение проекции  $F_x$  можно вычислить по теореме Пифагора, так как взаимно перпендикулярные оси  $OX$  и  $OY$  совпадают с направлением сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ .

$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$ . Спроектируем силы  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  и  $\vec{F}_3$  на ось  $OX$  (рис. 1.10, б). Проекции  $F_{1x}$ ,  $F_{2x}$  и  $F_{3x}$  лежащие на отрицательных направлениях осей, будем считать отрицательными. Найдем сумму проекций всех сил на ось  $OX$ :

$$\sum F_x = F_1 + F_2 \cos \beta - F_3 \cos \alpha$$

и сумму проекций всех сил на ось  $OY$ :

$$\sum F_y = F_3 \sin \alpha - F_2 \sin \beta,$$

так как  $F_{1y} = 0$ . Полученные величины являются проекциями равнодействующей  $\vec{R}$  сил  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  и  $\vec{F}_3$  (рис. 1.10, в):

$$R_x = \sum F_x; \quad R_y = \sum F_y.$$

Числовая величина равнодействующей определяется по теореме Пифагора

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}.$$

Угол  $\varphi$  между вектором  $\vec{R}$  и осью  $OX$  можно определить из соотношения

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R_y}{R_x}.$$

## § 1.6. Разложение силы на две составляющие, направленные под углом друг к другу. 1. Разложением силы на две составляющие называется замена одной силы двумя силами, направленными под углом друг к другу и производящими такое же действие, как данная сила.

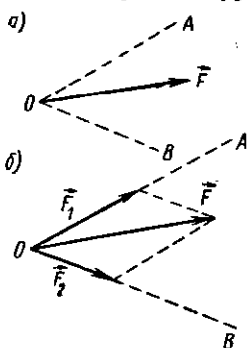


Рис. 1.11

Эту задачу можно решить, пользуясь правилом параллелограмма, причем данная сила рассматривается как его диагональ. Но параллелограммов с одной заданной диагональю можно построить сколь угодно много. Для того чтобы задача была определенной, необходимо указать направления составляющих сил. На рис. 1.11, а изображены сила  $\vec{F}$  и направления  $OA$  и  $OB$  составляющих сил, лежащих в одной плоскости с  $\vec{F}$ . По-

рис. 1.11, а изображены сила  $\vec{F}$  и направления  $OA$  и  $OB$  составляющих сил, лежащих в одной плоскости с  $\vec{F}$ . По-

строим параллелограмм, проведя из конца вектора  $\vec{F}$  две прямые: одну, параллельную  $OB$ , до пересечения с  $OA$  и вторую, параллельную  $OA$ , до пересечения с  $OB$  (рис. 1.11, б). Векторы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  являются искомыми составляющими силы  $\vec{F}$ .

Найдем, например, составляющие, действующие на проволоку  $AB$  и стержень  $CB$  подвеса фонаря (рис. 1.12).

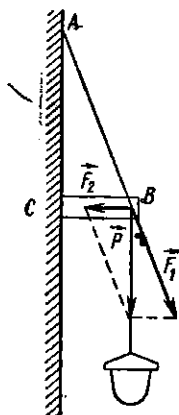


Рис. 1.12

Вес фонаря  $\vec{F}$  приложен в точке  $B$ . Очевидно, что проволока  $AB$  испытывает растягивающую силу  $\vec{F}_1$ , а стержень  $CB$  — сжимающую силу  $\vec{F}_2$ . Построив параллелограмм со сторонами, направленными вдоль  $AB$  и  $BC$ , найдем составляющие  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  силы тяжести фонаря.

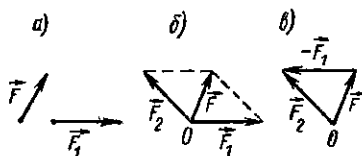


Рис. 1.13

2. *Вычитание одной силы из другой* представляет собой тот случай разложения силы на составляющие, когда, кроме числового значения и направления силы  $\vec{F}$ , заданы числовое значение и направление одной из ее составляющих  $\vec{F}_1$  (рис. 1.13, а), а величину и направление второй составляющей  $\vec{F}_2$  нужно найти.

Задача сводится к построению параллелограмма по диагонали и одной из сторон, известной из геометрии (рис. 1.13, б). Второй способ решения: прибавить к силе  $\vec{F}$  силу, равную  $-\vec{F}_1$  (рис. 1.13, в).

Разность двух векторов, лежащих в одной плоскости, также можно найти методом проекций их на две взаимно перпендикулярные плоскости.

## § 1.7. Условия равновесия тела на наклонной плоскости.

1. Простые механизмы, за исключением неподвижного блока, служат для преодоления больших сил с помощью сил, значительно меньших. Из них наиболее простыми

являются *наклонная плоскость и рычаг*, на основе которых построены остальные простые машины.

Применим правила сложения и разложения сил для установления условий равновесия твердого тела на наклонной плоскости.

2. Пусть на наклонной плоскости, длина которой  $AB = l$ , высота  $CB = h$  и основание  $AC = a$ , лежит тело весом  $P$ . Какую силу  $\vec{F}$  нужно приложить к телу, чтобы оно оставалось в равновесии? Силу трения будем считать пренебрежимо малой. Рассмотрим два случая.

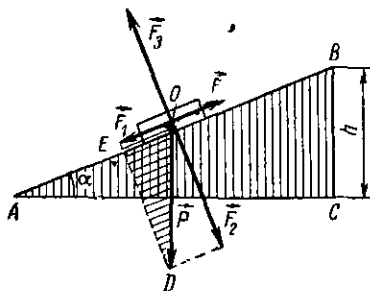


Рис. 1.14

Случай I. Удерживающая сила  $\vec{F}$  направлена параллельно наклонной плоскости  $AB$  (рис. 1.14).

Разложим вес  $\vec{P}$  тела на две составляющие: скатывающую силу  $\vec{F}_1$ , параллельную наклонной плоскости  $AB$ , и силу  $\vec{F}_2$ , перпендикулярную к  $AB$  и

называемую силой нормального давления. Кроме этих сил, на тело действует со стороны плоскости сила реакции  $\vec{F}_3$ , численно равная силе давления  $\vec{F}_2$  и направленная в сторону, противоположную направлению  $\vec{F}_2$  ( $\vec{F}_3 = -\vec{F}_2$ ). Силы  $\vec{F}_3$  и  $\vec{F}_2$  взаимно уравниваются. Для того чтобы удержать тело на наклонной плоскости, надо приложить к нему силу  $\vec{F} = -\vec{F}_1$ . Величину этой силы легко найти из подобия треугольников  $ABC$  и  $DOE$ :

$$\frac{EO}{OD} = \frac{BC}{AB}$$

или

$$\frac{F_1}{P} = \frac{h}{l}, \quad (1.4)$$

т. е. при равновесии тела на наклонной плоскости скатывающая сила во столько раз меньше веса тела, во сколько раз высота наклонной плоскости меньше ее длины.

Так как скатывающая сила  $\vec{F}_1$  и удерживающая сила  $\vec{F}$  численно равны ( $F = F_1$ ), то [см. формулу (1.4)]

$$F = F_1 = P \frac{h}{l}. \quad (1.4')$$

Случай II. Удерживающая сила  $\vec{F}$  направлена параллельно основанию  $AC$  наклонной плоскости. Разложим вес тела  $\vec{P}$  на две составляющие: силу нормального давления  $\vec{F}_3$ , которая уравнивается силой реакции  $\vec{F}_3$  наклонной плоскости, и силу  $\vec{F}_1$ , направленную горизонтально, т. е. параллельно основанию  $AC$  наклонной плоскости (рис. 1.15). Из подобия треугольников  $DEO$  и  $ABC$  получаем

$$\frac{EO}{OD} = \frac{BC}{AC}$$

или

$$\frac{F_1}{P} = \frac{h}{a}, \quad (1.5)$$

т. е. при равновесии тела на наклонной плоскости сила, направленная параллельно ее основанию, во столько раз меньше веса тела, во сколько раз высота наклонной плоскости меньше ее основания.

Удерживающая сила  $\vec{F}$  численно равна

$$F = P \frac{h}{a}. \quad (1.5')$$

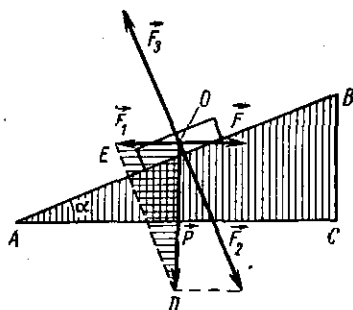


Рис. 1.15

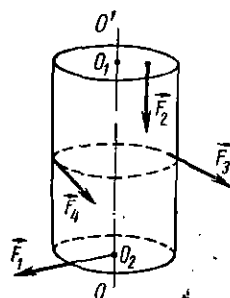


Рис. 1.16

3. Наклонная плоскость является одним из основных простых механизмов. Она применяется на практике при подъеме груза.

**1.8. Момент силы относительно неподвижной оси.** 1. Твердый вал закреплен в двух неподвижных точках  $O_1$  и  $O_2$  так, что он может вращаться вокруг твердой неподвижной оси  $OO'$ , проходящей через эти точки, но не

может двигаться вдоль этой оси (рис. 1.16). Всякая ли сила, приложенная к валу, может повернуть его вокруг оси?

Рассмотрим действие каждой силы, изображенной на рис. 1.16, так, как будто к валу приложена она одна.

Сила  $\vec{F}_1$ , направленная по прямой, пересекающей ось вала, не может вызвать его вращения. Эта сила стре-



мится изогнуть ось вала. Но ось твердая, она не изгибается.

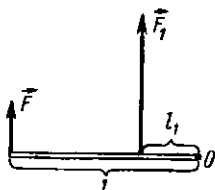
Сила  $\vec{F}_2$  направлена параллельно оси  $OO'$  и сдвинула бы вал вдоль этой оси, если бы он не был закреплен на ней. Эта сила также не вызовет вращения вала.

Сила  $\vec{F}_3$ , не пересекающая ось вала и лежащая в плоскости, перпендикулярной к этой оси, будет поворачивать его по часовой стрелке, если смотреть сверху. В той же плоскости лежит сила  $\vec{F}_4$ , которая будет поворачивать вал против часовой стрелки.

Эти рассуждения легко проверить опытным путем на комнатной двери.

Таким образом, *вращение тела, имеющего неподвижную ось, может вызвать лишь сила, не параллельная этой оси и не пересекающая ее.*

2. Попробуем открыть дверь, действуя силой, перпендикулярной к ее плоскости. Опыт показывает, что величина силы должна быть тем больше, чем ближе к оси  $O$  находится точка приложения силы (рис. 1.17):



или

$$\frac{F}{F_1} = \frac{l_1}{l} \quad (1.6)$$

$$Fl = F_1 l_1, \quad (1.6')$$

Рис. 1.17

где  $l$  — перпендикуляр, опущенный из оси вращения  $O$  на линию действия силы  $\vec{F}$  и называемый плечом силы  $\vec{F}$ .

Физическая величина, численно равная произведению силы  $F$  на ее плечо  $l$ , называется моментом  $M$  силы  $F$  относительно оси  $O$ :

$$M = Fl. \quad (1.7)$$

На основании опыта установлено, что *две силы, приложенные к телу с неподвижной осью вращения, эквивалентны, т. е. действие их одинаково, если их моменты относительно этой оси равны [формула (1.6')].*

3. Если линия действия силы  $\vec{R}$  не лежит в плоскости, перпендикулярной к оси вращения тела, то эту силу можно разложить на две составляющие:  $\vec{F}$ , линия действия которой лежит в плоскости, перпендикулярной к оси вращения  $O_1O_2$ , и  $\vec{Q}$ , направленную параллельно этой оси

(рис. 1.18). Сила  $\vec{Q}$  вращения вызвать не может, поэтому момент силы  $\vec{R}$  равен моменту составляющей  $\vec{F}$ .

4. Моменты сил относительно неподвижной оси, вращающие тело в одну сторону, считают положительным, а в противоположную — отрицательным. Моменты сил относительно неподвижной оси складываются алгебраически.

### § 1.9. Условия равновесия тела, имеющего неподвижную ось вращения.

1. Если моменты двух сил, приложенных к телу с неподвижной осью вращения, численно равны и вызывают вращение в противоположные стороны, то под действием этих сил тело находится в равновесии.

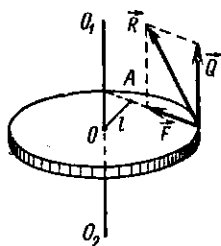


Рис. 1.18

На рис. 1.19 представлено сечение ворота, перпендикулярное к его оси  $O$ . Момент силы  $\vec{F}_1$ , приложенной к рукоятке ворота, равен  $F_1 r_1$ . Он вызывает вращение ворота по часовой стрелке. Момент силы  $\vec{F}_2$ , приложенной

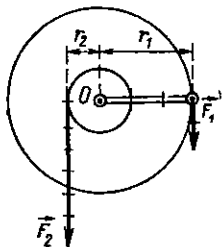


Рис. 1.19

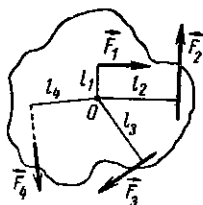


Рис. 1.20

к ободу ворота, вызывает вращение ворота против часовой стрелки. Если моменты обеих сил численно равны, то ворот находится в равновесии.

В равновесии находятся и равноплечные рычажные весы, на чашках которых лежат одинаковые грузы  $P$ .

Если на тело с осью вращения  $O$  действует несколько сил:  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$  с моментами  $M_1, -M_2, M_3, -M_4$  (рис. 1.20), то условие его равновесия

$$M_1 - M_2 + M_3 - M_4 = 0, \quad (1.8)$$

т. е. тело, имеющее неподвижную ось вращения, находится в равновесии, если алгебраическая сумма моментов всех действующих на него сил относительно этой оси равна нулю.

Это правило называется *правилом моментов*.

**§ 1.10. Рычаги и блоки.** 1. К простым механизмам, имеющим ось вращения, относятся рычаги и блоки. *Рычаг* представляет собой твердый стержень, закрепленный на оси. Расстояния от точек приложения сил до оси вращения называются *плечами рычага*. Рычаги бывают двух родов.

Точки приложения сил, действующих на рычаг *первого рода*, лежат по обе стороны от точки опоры  $O$

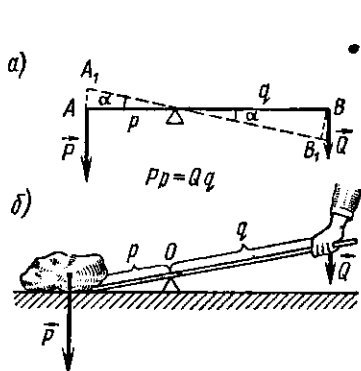


Рис. 1.21

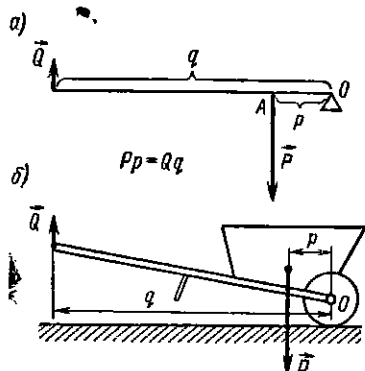


Рис. 1.22

(рис. 1.21, а). На рис. 1.21, б показано применение рычага первого рода для подъема тяжести: тяжелое тело весом  $\vec{P}$ , под которое подложен конец короткого плеча  $p$  рычага, можно поднять, приложив небольшую силу  $\vec{Q}$  к концу длинного плеча  $q$ . Клещи, ножницы, плоскогубцы представляют собой соединение двух рычагов первого рода. Рычажные весы также рычаг первого рода с равными плечами. Разновидностью рычага первого рода является ворот (см. рис. 1.19).

Точки приложения сил, действующих на рычаг *второго рода*, лежат по одну сторону от точки опоры (рис. 1.22, а). Примером рычага второго рода может служить тачка с грузом (рис. 1.22, б). Ось колеса тачки

служит осью рычага. Плечо  $p$  силы  $\vec{P}$  веса тачки с грузом в несколько раз меньше плеча  $q$  силы  $\vec{Q}$  рук человека. Поэтому человек может поднять на тачке тяжелый груз  $\vec{P}$ , приложив сравнительно малую силу  $\vec{Q}$ . К двоярным рычагам второго рода относятся щипцы для колки орехов, пинцет и др.

Из правила моментов следует: для равновесия любого рычага необходимо, чтобы моменты сил, поворачивающих его вокруг оси в противоположные стороны, были равны по числовому значению, т. е.

$$Pr = Qq,$$

или

$$\frac{Q}{P} = \frac{p}{q}. \quad (1.9)$$

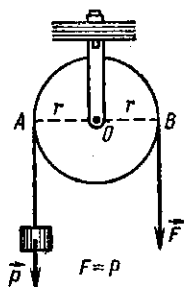


Рис. 1.23

2. **Неподвижный блок** представляет собой диск с желобом по ободу. Ось блока закрепляется, а на его обод навешивается шнур. К одному из концов шнура прикрепляется груз  $\vec{P}$ , который нужно удерживать в равновесии или равномерно поднять, приложив силу  $\vec{F}$  ко второму концу шнура (рис. 1.23).

Силы  $\vec{P}$  и  $\vec{F}$  можно считать приложенными в точках A и B обода блока. Плечи AO и BO сил одинаковы и равны радиусу  $r$  блока. Применим к блоку правило моментов

$$Pr - Fr = 0,$$

откуда

$$P = F, \quad (1.10)$$

т. е. неподвижный блок не дает выигрыша в силе. Он позволяет изменить направление прилагаемой силы, что часто бывает удобно.

3. **Подвижный блок** изображен на рис. 1.24. Вес  $\vec{P}$  груза приложен к оси блока. Составим условие равновесия подвижного блока. Из равенства нулю суммы моментов сил  $F_1$ ,  $F$  и  $P$  относительно оси O блока

$$F_1 r - Fr + P \cdot 0 = 0$$

следует

$$F_1 = F.$$

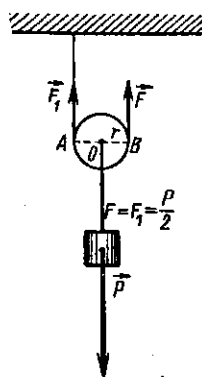


Рис. 1.24

Для определения величины силы  $F$  приравняем нулю векторную сумму всех действующих в системе сил:

$$\vec{P} + \vec{F}_1 + \vec{F} = 0,$$

или

$$\vec{P} + 2\vec{F} = 0,$$

откуда численно

$$F = \frac{P}{2}. \quad (1.11)$$

Таким образом, подвижный блок позволяет удерживать в равновесии или равномерно поднимать груз  $P$ , затрачивая силу  $F$ , вдвое меньшую, чем  $P$ .

**§ 1.11. Сложение параллельных сил, направленных в одну сторону.** Найдем равнодействующую двух параллельных

сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , приложенных к твердому телу и направленных в одну сторону.

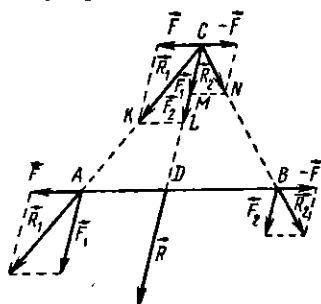


Рис. 1.25

Пусть силы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  приложены в точках A и B и лежат в плоскости чертежа (рис. 1.25). Перенесем точки приложения сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  в одну общую точку C. Для этого приложим в точках A и B две равные и противоположно направленные силы  $\vec{F}$  и  $-\vec{F}$ , от чего равновесие

тела не нарушится. Сложим по правилу параллелограмма силу  $\vec{F}_1$  с силой  $\vec{F}$  и  $\vec{F}_2$  с  $-\vec{F}$ . Перенесем точку приложения равнодействующих  $\vec{R}_1$  и  $\vec{R}_2$  в точку C, в которой пересекаются их направления. Разложим силы  $\vec{R}_1$  и  $\vec{R}_2$  на их составляющие. Силы  $\vec{F}$  и  $-\vec{F}$  взаимно уравновешиваются, а равнодействующая  $\vec{R}$  сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , приложенных в одной точке и направленных в одну сторону, равна их сумме и направлена в ту же сторону. Точку приложения равнодействующей перенесем вдоль направления её действия в точку D, лежащую на прямой, соединяющей точки приложения сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ .

Соотношение между отрезками AD и DB можно найти из подобия треугольников ACD и KCL и треугольников

DCB и MCN:

$$\frac{AD}{KL} = \frac{CD}{CL}; \quad \frac{DB}{MN} = \frac{CD}{CM}.$$

По построению,

$$KL = MN = F; \quad CL = F_1; \quad CM = F_2,$$

поэтому

$$\frac{AD}{F} = \frac{CD}{F_1}; \quad \frac{DB}{F} = \frac{CD}{F_2}.$$

Разделив почленно первую пропорцию на вторую, получим

$$\frac{AD}{DB} = \frac{F_2}{F_1}. \quad (1.12)$$

Равнодействующая двух параллельных сил, направленных в одну сторону, численно равна их сумме и направлена в ту же сторону. Точка приложения равнодействующей делит прямую, соединяющую точки приложения составляющих сил, на отрезки, обратно пропорциональные числовым значениям этих сил.

Равнодействующую нескольких одинаково направленных параллельных сил находят последовательным сложением сначала двух сил, затем их равнодействующей и третьей силы, равнодействующей трех сил и четвертой силы и т. п.

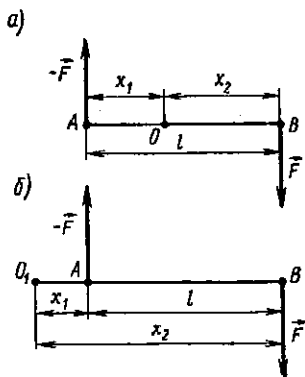


Рис. 1.26

**§ 1.12. Пара сил.** Парой сил называются две равные по величине параллельные силы, направленные в противоположные стороны. Пара сил не имеет равнодействующей и приводит тело, на которое она действует, во вращательное движение. Расстояние  $b$  между направлениями сил называется *плечом пары*. Найдем момент  $M_0$  пары сил  $\vec{F}$  и  $-\vec{F}$  относительно произвольно выбранной оси  $O$ , перпендикулярной к плоскости чертежа (рис. 1.26, а). Для этого нам нужно найти алгебраическую сумму моментов сил  $\vec{F}$  и  $-\vec{F}$  относительно этой оси. В данном случае обе силы вызывают вращение тела

по часовой стрелке, и моменты их  $F_{x_1}$  и  $F_{x_2}$  положительны.

Момент пары равен

$$M_0 = F_{x_1} + F_{x_2} = F(x_1 + x_2),$$

или, так как

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= l, \\ M_0 &= Fl. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Выбрав другую ось  $O_1$  на прямой  $AB$  или на ее продолжении (рис. 1.26, б), мы придем к такому же результату

$$[M'_0 = F(l + x_1) - F_{x_1} = Fl].$$

Следовательно, момент пары сил не зависит от положения оси вращения. Как видно из формулы (1.13), *момент пары сил относительно любой оси вращения равен произведению одной из сил на плечо пары.*

Примерами вращения тела под действием пары сил могут служить вращение гайки, заворачиваемой плоскогубцами; вращение на столе яйца, сваренного «вкрутую»;

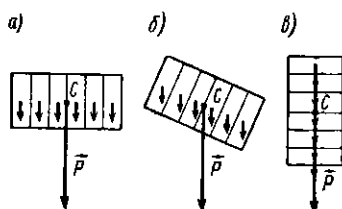


Рис. 1.27

если его толкнуть большим и указательным пальцами в противоположных направлениях; вращение магнитной стрелки в магнитном поле; вращение турбины и т. д.

**§ 1.13. Центр тяжести.** Силы тяжести, действующие на частицы какого-либо тела, па-

раллельны друг другу. *Равнодействующая сил тяжести, приложенных ко всем частицам данного тела, называется его весом.*

Точка приложения веса тела называется *центром тяжести тела*. При перемещениях и поворотах твердого тела положение центра тяжести в нем не изменяется. Это видно из рис. 1.27, а, б и в, на котором изображена твердая прямоугольная пластина в различных положениях. Она разделена на множество тонких полосок, но для ясности на чертеже их только шесть. Вес каждой полоски представлен маленькой стрелочкой. Вес пластины  $P$ , ее центр тяжести  $C$ .

Если тело или его части имеют правильную геометрическую форму, положение его центра тяжести легко

вычислить. Центр тяжести тела любой формы можно найти опытным путем, основанным на следующем факте: всякое тело, если его подвесить на шнуре, всегда занимает такое положение, что его центр тяжести лежит на продолжении вертикально натянутого шнура. На

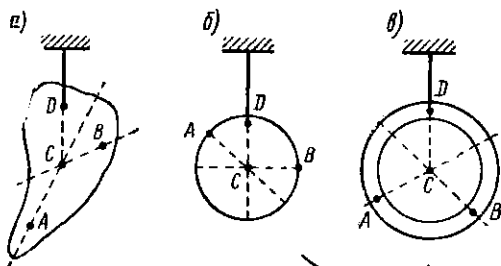


Рис. 1.28

рис. 1.28, а, б и в показаны три плоских фигуры: а) тело неправильной формы, б) диск, в) кольцо. Каждое из тел подвешивалось за точки А, В и D по очереди. Из этих точек проводились вертикальные прямые. Центр тяжести С каждой фигуры лежит на пересечении всех трех прямых.

Центр тяжести однородных тел: шара, диска, кольца находится в геометрическом центре этих фигур, параллелограмма — на пересечении его диагоналей, цилиндра — на середине его оси и т. д. Центр тяжести тела может лежать и вне тела, как, например, центр тяжести кольца.

#### § 1.14. Условия равновесия твердого тела. Различают устойчивое, неустойчивое и безразличное равновесие твердого тела.

Рассмотрим эти виды равновесия на частных примерах.

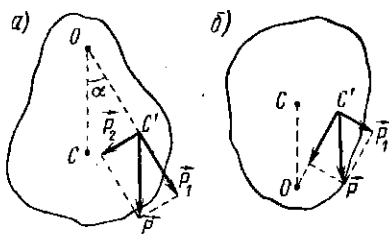


Рис. 1.29

1. Тело имеет неподвижную ось вращения О. Центр тяжести С тела расположен ниже оси вращения О в одной вертикальной плоскости с нею. Отклоним тело на угол  $\alpha$  от положения равновесия (рис. 1.29, а)



и разложим силу тяжести  $\vec{P}$  на две взаимно перпендикулярные составляющие  $\vec{P}_1$  и  $\vec{P}_2$ . Направление силы  $\vec{P}_1$  проходит через ось вращения, и действие этой силы уничтожается сопротивлением оси. Под влиянием силы  $\vec{P}_2$  тело стремится вернуться в первоначальное положение. Из рисунка видно, что

$$P_2 = P \sin \alpha.$$

Очевидно, что тело может находиться в равновесии только при условии

$$P_2 = P \sin \alpha = 0,$$

т. е. когда угол  $\alpha$  равен нулю или  $180^\circ$ .

Если  $\alpha = 0$ , то центр тяжести  $C$  находится ниже оси вращения  $O$ . Тело, выведенное из положения равновесия, возвращается в него. Такое равновесие называется *устойчивым*.

Если  $\alpha = 180^\circ$ , то центр тяжести расположен над осью вращения (рис. 1.29, б). В этом случае положение тела *неустойчивое*; если вывести его из положения равновесия и отпустить, то оно не возвращается в прежнее положение, а под действием составляющей  $\vec{P}_2$  веса переходит в положение устойчивого равновесия (см. рис. 1.29, а).

Если центр тяжести тела совпадает с осью вращения, то тело остается в равновесии, как бы его ни повернули. Такое равновесие называется *безразличным*. Следовательно, *твердое тело, имеющее ось вращения, находится в равновесии, когда его центр тяжести лежит в одной плоскости с осью. Если центр тяжести находится ниже оси, то равновесие тела устойчивое, если выше оси — неустойчивое, если совпадает с осью — безразличное.*

2. Тело имеет одну точку опоры. Шар лежит на вогнутой поверхности в самой нижней ее точке (рис. 1.30, а). На рис. 1.30, б показано, что составляющая  $\vec{P}_2$  веса  $\vec{P}$  шара возвращает его в положение равновесия, из которого он был выведен. Составляющая  $\vec{P}_1$  веса шара уравнивается силой  $\vec{F}$  давления опоры на шар. В положении на рис. 1.30, а равновесие шара *устойчивое*.

Если же шар лежит на вершине выпуклой поверхности (рис. 1.30, в), то его равновесие *неустойчивое*. Стоит немного сдвинуть шар из этого положения, и составляю-

щая  $\vec{P}_2$  его веса  $\vec{P}$  заставит его скатиться и занять наиболее низкое из возможных положений (рис. 1.30, з).

Шар, лежащий на горизонтальной плоскости (рис. 1.30, д), находится в безразличном равновесии, так как его вес  $\vec{P}$  и сила давления  $\vec{F}$  со стороны плоскости направлены вдоль одной прямой и взаимно уравновешиваются при любом положении шара. Итак, для того чтобы равновесие тела, имеющего точку опоры, было устойчивым, необходимо, чтобы его центр тяжести занимал наиболее низкое из всех возможных положений.

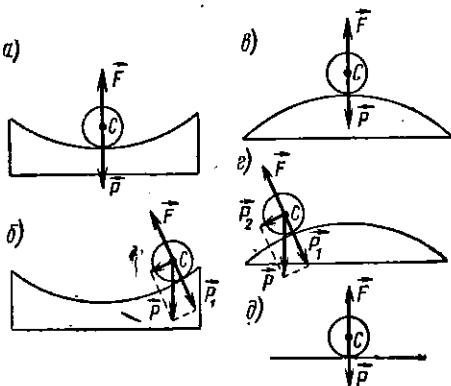


Рис. 1.30

Иллюстрацией к этому выводу может служить детская игрушка «неваляшка» (рис. 1.31). Она имеет сферическое основание и ее центр тяжести  $C$  расположен очень низко. Когда «неваляшку» наклоняют, то ее центр тяжести поднимается, а точка опоры  $A$  перемещается, и обе точки

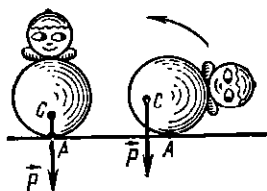


Рис. 1.31

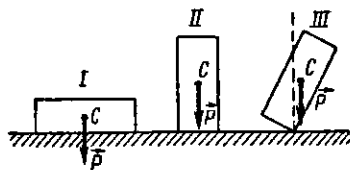


Рис. 1.32

уже не лежат на одной вертикальной прямой. Момент силы тяжести стремится вернуть игрушку в вертикальное положение, при котором ее центр тяжести расположен наиболее низко.

3. Тело опирается на несколько точек или на плоскость. Пусть однородное тело, имеющее форму прямоугольного параллелепипеда, например кирпич, стоит на горизонтальной плоскости (рис. 1.32): на наиболь-

шем основании — положение *I* или наименьшем — положение *II*.

В положении *I* равновесие кирпича более устойчиво, чем в положении *II*, и его труднее опрокинуть. Для того чтобы опрокинуть кирпич из положения *II*, надо поднять его сначала на одно из ребер — положение *III*. Тогда момент силы тяжести относительно этого ребра будет удалять кирпич от положения *II*. Следовательно, в положении *III*, когда центр тяжести *C* занимает наиболее высокое положение, равновесие кирпича неустойчивое.

Вертикальная прямая, проведенная из центра тяжести тела, при его устойчивом равновесии — положения *I* и *II* — проходит внутри периметра опоры, а при неустойчивом равновесии — вне его. Следовательно, для большей устойчивости тела, опирающегося на горизонтальную плоскость, нужно увеличить площадь его опоры и опустить его центр тяжести.

На основании рассмотренных примеров можно сформулировать общие условия равновесия тела: 1) *равнодействующая всех сил, действующих на тело, должна быть равна нулю*; 2) *сумма моментов всех сил, действующих на тело, должна быть равна нулю*.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Что такое сила?
2. Чем отличается векторная величина от скалярной? Приведите примеры векторов и скаляров.
3. Какой прибор служит для измерения силы? Опишите его устройство.
4. Сложите по способу параллелограмма две силы, лежащие в одной плоскости и направленные под углом друг к другу.
5. Как будет изменяться равнодействующая двух сил, лежащих в одной плоскости и приложенных к одной точке, если угол между ними изменять от 0 до 180°?
6. Сложите две силы по способу треугольника.
7. Рассмотрите сложение двух сил, направленных по одной прямой: а) в одну сторону; б) в разные стороны. Придумайте опыты, подтверждающие правила сложения таких сил.
8. Какие вы знаете способы сложения нескольких сил?
9. Как производится вычитание сил?
10. Для чего применяются простые механизмы?
11. Каково условие равновесия на наклонной плоскости тела, которое удерживается силой, направленной параллельно наклонной плоскости?
12. Выведите условие равновесия на наклонной плоскости тела, которое удерживается силой, направленной параллельно основанию наклонной плоскости.

13. Какие силы вызывают вращение твердого тела вокруг неподвижной оси? Какие силы не могут вызвать вращения?
14. Что называется моментом силы относительно оси?
15. Каково условие равновесия тела, имеющего неподвижную ось вращения? Поясните это условие на примерах.
16. Чем отличается рычаг первого рода от рычага второго рода?
17. Для чего применяется неподвижный блок? Дает ли он выигрыш в силе?
18. Какой выигрыш в силе дает подвижный блок?
19. Определите равнодействующую двух параллельных сил, направленных в одну сторону.
20. Что представляет собой пара сил и какое движение тела она вызывает?
21. Чему равен момент пары сил?
22. Что называется центром тяжести тела?
23. Как можно опытным путем найти центр тяжести твердого тела?
24. Каковы условия равновесия твердого тела, имеющего одну точку опоры?
25. Каковы условия равновесия тела, опирающегося на горизонтальную плоскость?
26. Каковы общие условия равновесия любого твердого тела?
27. Почему удобнее нести два ведра воды, чем одно?
28. Почему пустые сани не опрокидываются на косогоре, где один полоз оказывается выше другого, а сани, высоко нагруженные сеном, опрокидываются?

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 1.1.** Шнур с гирькой  $0,2 \text{ кг}$  отклонен на угол  $\alpha = 30^\circ$  от положения равновесия. Определить: а) силу, растягивающую шнур; б) силу, стремящуюся вернуть гирьку в положение равновесия.

#### Решение

Разложим вес  $\vec{P}$  гирьки на две взаимно перпендикулярные составляющие: силу  $\vec{F}_1$ , направленную вдоль шнура и растягивающую его, и силу  $\vec{F}_2$ , направленную перпендикулярно к шнуру и возвращающую гирьку в положение равновесия (рис. 1.33). Из чертежа видно, что

$$F_1 = P \cos 30^\circ = 0,2 \cdot 0,866 \text{ кг} = 0,17 \text{ кг};$$

$$F_2 = P \sin 30^\circ = 0,2 \cdot 0,5 \text{ кг} = 0,1 \text{ кг}.$$

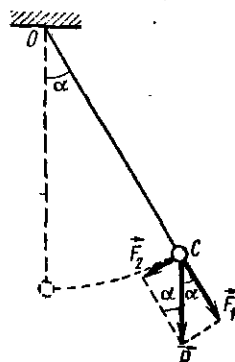


Рис. 1.33

**Задача 1.2.** Определить натяжения в тросах  $AB$  и  $CB$ , на которых висит груз  $100 \text{ кг}$ , если угол  $ABC$  между ними равен  $120^\circ$  (рис. 1.34). Вес тросов не учитывать.

**Дано:**

$$\begin{aligned} \angle ABC &= 120^\circ; \\ P &= 100 \text{ кгГ.} \\ F_2 - ? \quad F_3 - ? \end{aligned}$$

сила натяжения  $\vec{F}_1$ , причем  $F_1 = F = P$ . Поэтому рассмотрим условия равновесия узла  $B$ .

На узел  $B$  действуют силы натяжения  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ , и  $\vec{F}_3$ . Для его равновесия необходимо, чтобы их векторная сумма была равна нулю, т. е.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0.$$

Сложим по правилу параллелограмма силы  $\vec{F}_2$  и  $\vec{F}_3$ . Для выполнения условия, приведенного выше, необходимо, чтобы их равнодействующая  $\vec{F}_2$  уравновешивала силу  $\vec{F}_1$ .

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -\vec{F}_1 = \vec{F}_1.$$

Угол  $ABC = 120^\circ$ , поэтому угол  $\alpha$  между  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  равен  $30^\circ$ . Найдем силы натяжения в тросах:

$$F_2 = \frac{F_1}{\cos 30^\circ} = \frac{P}{\cos 30^\circ} = \frac{100}{0,866} \text{ кгГ} = 115,5 \text{ кгГ},$$

$$F_3 = F_1 \tan 30^\circ = 100 \cdot 0,577 \text{ кгГ} = 57,7 \text{ кгГ}.$$

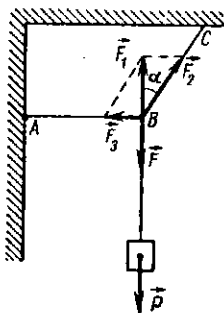


Рис. 1.34

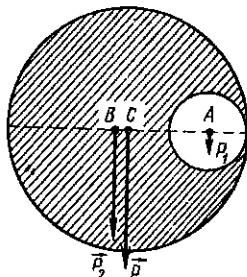


Рис. 1.35

**Задача 1.3.** Определить положение центра тяжести системы, которая состоит из однородного диска радиусом  $R$ , из которого вырезан круг радиусом  $r = \frac{R}{3}$ . Центр круга находится на расстоянии

$a = \frac{2}{3} R$  от центра большого диска (рис. 1.35).

**Дано:**

$$\begin{aligned} r &= \frac{R}{3}; \\ a &= \frac{2}{3} R, \\ C - ? \end{aligned}$$

**Решение**

Вес однородного диска пропорционален его площади, т. е. пропорционален квадрату его радиуса и приложен в его центре  $C$ . Обозначим  $P$  вес сплошного диска,  $P_1$  — вес вырезанного круга,  $P_2$  — вес заданной фигуры. Тогда  $P_2 = P - P_1$ . Вес  $P$  диска можно рассматривать

как равнодействующую параллельных сил  $P_1$  и  $P_2$ . Сила  $P$  приложена в точке  $C$ , сила  $P_1$  — в точке  $A$ , а сила  $P_2$  — в некоторой точке  $B$  на диаметре, проходящем через точки  $C$  и  $A$ , так как все три фигуры симметричны относительно этого диаметра. Плечи сил  $P_1$  и  $P_2$  обратно пропорциональны силам, т. е.

$$\frac{CA}{CB} = \frac{P - P_1}{P_1}.$$

Заменим отношение весов отношением квадратов радиусов (веса дисков пропорциональны их площадям):

$$\frac{CA}{CB} = \frac{R^2 - r^2}{r^2} = \frac{R^2 - \frac{1}{9} R^2}{\frac{1}{9} R^2} = \frac{8}{1}.$$

Так как  $CA = a = \frac{2}{3} R$ , то

$$CB = \frac{CA}{8} = \frac{2}{3 \cdot 8} R = \frac{1}{12} R.$$

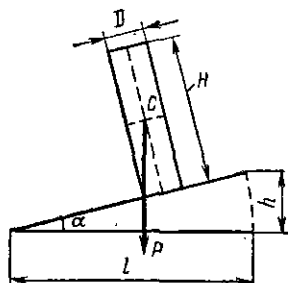


Рис. 1.36

**Задача 1.4.** На горизонтальной доске длиной 1 м стоит цилиндр, высота которого в четыре раза больше диаметра основания. На какую максимальную высоту можно поднять один из концов доски, чтобы цилиндр не упал?

**Дано:**

$$l = 1 \text{ м};$$

$$H = 4 D.$$

$$h = ?$$

**Решение**

Сделаем чертеж (рис. 1.36), на котором изобразим предельное устойчивое положение цилиндра, когда вектор  $\vec{P}$  его веса, приложенный в точке  $C$ , еще проходит внутри периметра основания. Из чертежа видно, что

$$h = l \sin \alpha.$$

Определим  $\sin \alpha$  из размеров цилиндра:

$$\sin \alpha = \frac{D/2}{\sqrt{(H/2)^2 + (D/2)^2}}.$$

Тогда

$$h = l \frac{D/2}{\sqrt{(H/2)^2 + (D/2)^2}} = l \frac{D/2}{\sqrt{\frac{16 D^2}{4} + \frac{D^2}{4}}}.$$

или

$$h = l \frac{1}{\sqrt{17}} = \frac{l}{4,12}.$$

Подставив значение  $l = 1 \text{ м}$ , получим

$$h = \frac{l}{4,12} = \frac{1}{4,12} \text{ м} = 0,24 \text{ м}.$$

**Задача 1.5.** Две одинаковые наклонные плоскости, образующие с горизонтом углы  $45^\circ$ , сдвинуты и образуют двугранный угол. На них лежит шар весом  $20 \text{ кГ}$  (рис. 1.37). С какой силой давит шар на каждую из плоскостей?

**Дано:**

$$\varphi = 45^\circ;$$

$$P = 20 \text{ кГ}.$$

$$N_1 = ? \quad N_2 = ?$$

**Решение**

Очевидно, что силы реакции  $N_1$  и  $N_2$ , с которыми обе плоскости действуют на шар, численно равны.

Шар находится в равновесии, поэтому векторная сумма сил  $P$ ,  $N_1$  и  $N_2$ , действующих на него, равна нулю, или суммы проек-

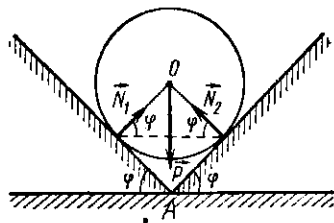


Рис. 1.37

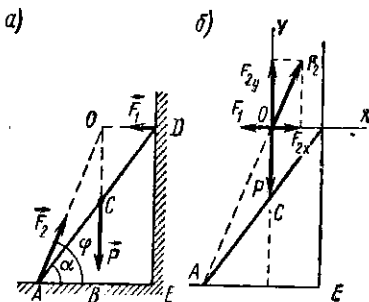


Рис. 1.38

ций этих сил на горизонтальную и вертикальную оси равны нулю каждая. Имеем

$$\sum F_x = N_1 \cos \varphi - N_2 \cos \varphi = 0;$$

$$\sum F_y = P - 2N_1 \sin \varphi = 0.$$

Из последнего уравнения следует

$$N_1 = N_2 = \frac{P}{2 \sin \varphi},$$

или

$$N_1 = N_2 = \frac{P}{2 \sin \varphi} = \frac{20}{2 \cdot 0,707} \text{ кГ} = 14,1 \text{ кГ}.$$

**Задача 1.6.** Лестница длиной  $2 \text{ м}$  и весом  $8 \text{ кГ}$ , центр тяжести которой расположен в ее центре, прислонена к стене и находится в равновесии (рис. 1.38, а). Угол, образованный лестницей с горизонтальной поверхностью земли, равен  $53^\circ$ . Найти величину и направление сил, действующих на лестницу со стороны стены ( $\vec{F}_1$ ) и со стороны земли ( $\vec{F}_2$ ).

**Дано:**

$$l = AD = 2 \text{ м};$$

$$P = 8 \text{ кГ};$$

$$\alpha = 53^\circ.$$

$$\vec{F}_1 = ? \quad \vec{F}_2 = ?$$

**Решение**

Сила  $\vec{F}_1$ , с которой гладкая стена действует на лестницу, направлена перпендикулярно к стене, ее числовая величина неизвестна. Направление и величина силы  $\vec{F}_2$  неизвестны.

Применим условия равновесия твердого тела, воспользовавшись для их записи методом проекций. Проведем через точку  $O$  пересечения направлений силы  $\vec{F}_1$  и веса  $\vec{P}$  лестницы оси  $OX$  и  $OY$ . Направим силу  $\vec{F}_2$  так, чтобы она лежала на прямой, проходящей через точку  $O$ . Тогда сумма моментов относительно точки  $O$  всех сил, действующих на лестницу, будет равна нулю. Суммы проекций всех сил на оси  $OX$  и  $OY$  тоже должны быть равны нулю (рис. 1.38, б):

$$\Sigma F_x = F_2 \cos \varphi - F_1 = 0; \quad (I)$$

$$\Sigma F_y = F_2 \sin \varphi - P = 0; \quad (II)$$

$$\Sigma M_0 = 0. \quad (III)$$

Из (I) находим

$$F_1 = F_2 \cos \varphi,$$

а из (II)

$$F_2 = \frac{P}{\sin \varphi}.$$

Для определения угла  $\varphi$  рассмотрим треугольник  $AOB$  (см. рис. 1.38, а):

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{OB}{AB} = \frac{DE}{AB}.$$

Определим  $DE$  из треугольника  $ADE$ :

$$DE = AD \sin \alpha = l \sin \alpha,$$

а из треугольника  $ABC$  имеем

$$AB = AC \cos \alpha = \frac{l}{2} \cos \alpha.$$

Следовательно,

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{DE}{AB} = \frac{l \sin \alpha}{(l/2) \cos \alpha} = 2 \operatorname{tg} \alpha.$$

Подставим данные:

$$\operatorname{tg} \varphi = 2 \operatorname{tg} \alpha = 2 \cdot 1,327 = 2,654,$$

$$\varphi = 69^\circ 18';$$

$$F_2 = \frac{P}{\sin \varphi} = \frac{8}{0,935} \text{ кг} = 8,5 \text{ кг};$$

$$F_1 = F_2 \cos \varphi = 8,5 \cdot 0,354 \text{ кг} = 3 \text{ кг}.$$

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Даны три силы, приложенные к одной точке:  $F_1 = 8 \text{ кг}$ , направленная вертикально вниз,  $F_2 = 10 \text{ кг}$ , направленная под углом  $140^\circ$  к  $F_1$ , и  $F_3 = 6 \text{ кг}$ , направленная под углом  $270^\circ$  к  $F_1$ . Найти их равнодействующую графическим методом и определить ее величину. Углы откладывать по часовой стрелке.

2. Прямоугольный брусок поднимают по наклонной плоскости с углом наклона  $20^\circ$ , прилагая силу  $F$ , направленную под углом  $30^\circ$  к горизонту. Определить величину силы  $F$ , если ее составляющая  $F_1$ , направленная параллельно наклонной плоскости, должна быть равной  $20 \text{ кг}$ .



3. Найдите графическим способом разность  $\vec{F} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$ , сил  $F_1 = 10 \text{ кГ}$ , направленной горизонтально, и  $F_2 = 5 \text{ кГ}$ , направленной под углом  $100^\circ$  к  $F_1$ .

4. Определите силы, растягивающие тросы  $AB$  и  $CB$ , на которых висит груз  $200 \text{ кГ}$ , если угол между тросом  $CB$  и вертикалью равен  $45^\circ$  (рис. 1.39).

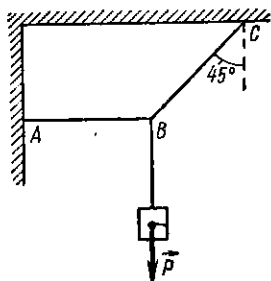


Рис. 1.39

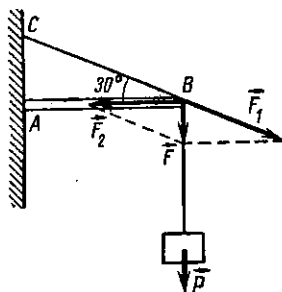


Рис. 1.40

5. На кронштейне висит груз весом  $100 \text{ кГ}$  (рис. 1.40). Определить силы, действующие на стержень  $AB$  и распорку  $CB$ . Угол  $ABC = 30^\circ$ .

6. Определить натяжения канатов  $AO$  и  $BO$ , если вес подвешенного к канату  $CO$  тела равен  $200 \text{ кГ}$  (рис. 1.41). Трос  $AO$  составляет с горизонтальным перекрытием, к которому он прикреплен, угол  $OAB$ , равный  $30^\circ$ , а трос  $OB$  — угол  $OBA$ , равный  $45^\circ$ . Весом канатов пренебречь.

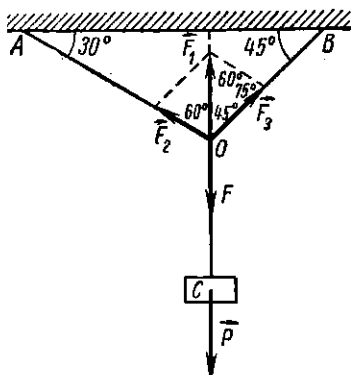


Рис. 1.41

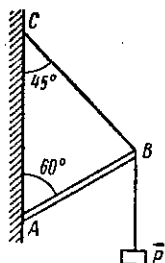


Рис. 1.42

7. Определить силы, действующие на стержень  $AB$  и распорку  $CB$  кронштейна, изображенного на рис. 1.42. Угол  $ACB$  равен  $45^\circ$ , угол  $CAB = 60^\circ$ . Груз весит  $100 \text{ кГ}$ .

8. Определить угол наклона плоскости, если сила давления на нее тела весом  $950 \text{ кг}$  равна  $855 \text{ кг}$ .

9. На наклонной плоскости лежит груз весом  $100 \text{ кг}$ . Определить силу давления груза на наклонную плоскость и силу, которую необходимо приложить к грузу параллельно наклонной плоскости, чтобы удержать его. Длина наклонной плоскости  $5 \text{ м}$ , высота  $3 \text{ м}$ . Трением пренебречь.

10. На тело, имеющее ось вращения, действуют по часовой стрелке силы  $2 \text{ кг}$  и  $10 \text{ кг}$ , а против —  $1$ ,  $5$  и  $7 \text{ кг}$ . Плечи этих сил соответственно равны  $0,3$ ;  $0,1$ ;  $0,4$ ;  $0,2$  и  $0,5 \text{ м}$ . Определить величину и направление результирующего момента. Каков должен быть момент добавочной силы, чтобы тело оставалось в равновесии?

11. На веревочной петле уравновешен в горизонтальном положении нож с металлической рукояткой (рис. 1.43). Которая часть ножа имеет больший вес?

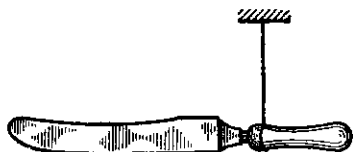


Рис. 1.43

12. Рычаг, весом которого можно пренебречь, имеет точку опоры  $O$ . К концу  $A$  рычага подвешен груз  $4 \text{ кг}$ . Плечи рычага:  $AO = 1,2 \text{ м}$ ,  $OB = 1,6 \text{ м}$ . Определить: а) груз, который следует подвесить к концу  $B$  рычага, чтобы он находился в равновесии; б) силу давления со стороны опоры  $O$  на рычаг.

13. Две наклонные плоскости, образующие с горизонтом углы  $\varphi_1 = 25^\circ$  и  $\varphi_2 = 45^\circ$ , сдвинуты и образуют двугранный угол. На них лежит шар весом  $20 \text{ кг}$ . С какой силой давит шар на каждую из плоскостей?

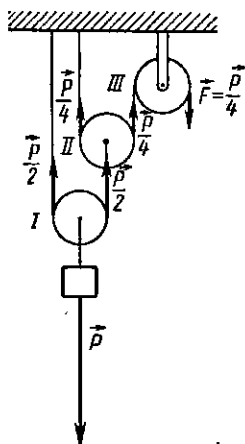


Рис. 1.44

14. Полиспастом называется механизм, состоящий из нескольких по-

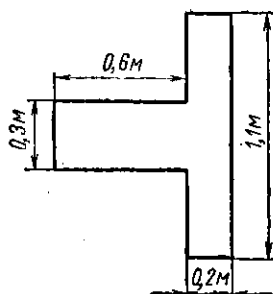


Рис. 1.45

движных блоков и одного неподвижного. При помощи полиспаста, состоящего из двух подвижных блоков и одного неподвижного (рис. 1.44), поднимают груз, прилагая усилие в  $10 \text{ кг}$ . Каков вес груза?

15. Начертите схему системы, состоящей из одного подвижного блока и одного неподвижного, соединенных так, чтобы брусок весом  $300 \text{ кг}$  можно было уравновесить силой  $100 \text{ кг}$ .

16. Две параллельные силы  $4 \text{ кг}$  и  $6 \text{ кг}$  приложены в точках  $A$  и  $B$ , лежащих на расстоянии  $10 \text{ см}$  одна от другой и направленных под углом  $60^\circ$  к этой прямой. Найти равнодействующую этих сил и точку ее приложения графическим методом.

17. Найти положение центра тяжести системы, состоящей из жесткого каркаса, весом которого можно пренебречь, изогнутого в виде равностороннего треугольника со стороной  $l$ , в двух вершинах  $A$  и  $B$  которого закреплены свинцовые шарики весом  $P$  каждый, а в третьей  $C$  — весом  $4P$ .

18. Определить центр тяжести однородной пластинки, размеры которой указаны на рис. 1.45.

## Глава 2

### ОСНОВЫ КИНЕМАТИКИ

**§ 2.1. Система отсчета.** Все механические движения относительны (см. § 1.1). Поэтому изучение любого движения следует начинать с установления тех тел, которые в данной задаче целесообразно принять за неподвижные и относительно которых будет рассматриваться движение. Эти тела составляют так называемую *систему отсчета*. В дальнейшем мы будем связывать систему отсчета с Землей или с какими-либо телами, неподвижными относительно Земли.

Если движение совершается в плоскости, то за систему отсчета удобно принять две взаимно перпендикулярные прямые  $OX$  и  $OY$ , лежащие в той же плоскости, в которой движется тело (рис. 2.1). Тогда точка  $A$ , в которой находится в данный момент тело, будет вполне определена расстояниями  $x$  (от оси  $OY$ ) и  $y$  (от оси  $OX$ ), отложенными в некотором условном масштабе. Отрезки  $x$  и  $y$  называются *координатами точки  $A$* , а прямые  $OX$  и  $OY$  — *осями координат*. Точка  $O$ , из которой проводятся оси  $OX$  и  $OY$ , называется *началом координат*.

На рис. 2.1 координаты точки  $A$ :  $x=5$  м,  $y=4$  м; координаты точки  $B$ :  $x=8$  м,  $y=8$  м.

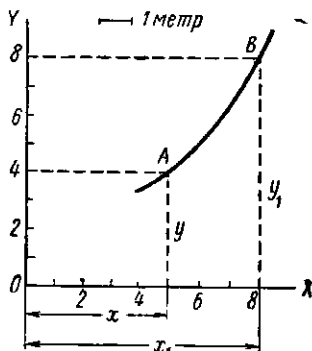


Рис. 2.1

**§ 2.2. Материальная точка.** В тех случаях, когда размеры тел очень малы по сравнению с расстояниями между ними, тела можно заменить материальными точками.

*Материальной точкой называют тело, размерами и формой которого можно пренебречь в данной задаче, причем всю массу тела считают сосредоточенной в этой точке.*

Например, рассматривая движение ракеты в космическом пространстве, ее можно считать материальной точкой; но при расчете управляемости ракеты необходимо учитывать ее массу и взаимодействие всех ее частей. Изучая законы движения планет вокруг Солнца, каждую

планету можно принять за материальную точку; но, исследуя поверхность планеты, ее вращение вокруг оси, планету рассматривают как физическое тело определенного объема и формы.

**§ 2.3. Траектория. Движение поступательное и вращательное.** *Линия, которую описывает в пространстве движущаяся материальная точка, называется траекторией движения этой точки.*

Траекторию трассирующих пуль рисует их светящийся след. След от карандаша на бумаге представляет собой траекторию острия карандаша. *Длина траектории, описанной материальной точкой за некоторый промежуток времени, называется путем, пройденным точкой за это время.* Путь, как всякая

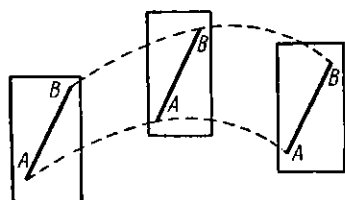


Рис. 2.2

длина, — скалярная величина. Он обозначается буквой  $s$ .

*Перемещением  $\vec{r}$  называют вектор, проведенный из начального положения движущейся точки в ее положение в настоящий момент времени.*

Вектор перемещения, вообще говоря, не совпадает с траекторией движения точки.

Если, например, траектория точки представляет собой полуокружность радиусом  $R$ , то путь  $s = \pi R$ , а перемещение  $\vec{r}$  численно равно  $2R$  и направлено по диаметру. Пути  $s = 2\pi R$  соответствует при движении по окружности перемещение  $\vec{r} = 0$ . Лишь в случае прямолинейного движения точки ее путь и перемещение численно равны.

В зависимости от того, по каким траекториям движутся отдельные точки тела, движение его может быть *поступательным* или *вращательным*.

*Поступательным называется движение тела, при котором все точки тела описывают параллельные траектории равной длины. Любая прямая, проведенная в теле, остается при его поступательном движении параллельной самой себе (рис. 2.2).*

Поступательно движутся, например, свободно падающий камень, поршень в цилиндре паровой машины, гвоздь, забиваемый в стену, кабины, свободно подвешенные на «чертовом колесе», и т. д.

*Вращательным называется движение тела, при котором все его точки описывают окружности в плоскостях, перпендикулярных к оси вращения; центры этих окружностей лежат на оси вращения.*

На рис. 2.3 изображен диск, вращающийся вокруг оси  $O_1O_2$ . Точки  $A$  и  $B$ , лежащие на разных расстояниях от оси, движутся по окружности разной длины. Любая прямая, проведенная в теле под углом к его оси вращения (например, прямая  $AB$  на рис. 2.3), не остается параллельной самой себе во время вращения. Вращательное движение совершают стрелки часов, пропеллер самолета, различные колеса, блок, рычаг, Земля вокруг своей оси и т. д.

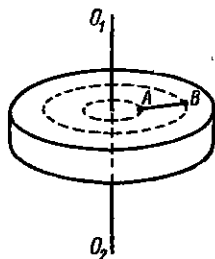


Рис. 2.3

## § 2.4. Виды поступательных движений.

**Скорость. 1.** Напомним, что при поступательном движении тела траектории всех его точек параллельны и длина их одинакова. Поэтому вместо поступательного движения тела можно рассматривать движение любой его точки.

Поступательные движения разделяются по форме своей траектории на *прямолинейные* и *криволинейные*.

Независимо от формы траектории движения разделяются на *равномерные* и *неравномерные*.

*Равномерным называется движение, при котором тело за равные промежутки времени проходит равные пути.*

*Неравномерным называется движение, при котором тело за равные промежутки времени проходит разные пути.*

Равномерно может двигаться поезд на длинном участке пути. Тогда мы слышим удары колес о стыки рельсов через равные промежутки времени. О том, что поезд замедляет ход, например при приближении к станции, мы можем судить по все более редким ударам колес о стыки рельсов — это движение *неравномерное*.

2. Для характеристики движения служит векторная величина, называемая *скоростью*. Скорость обозначают  $\vec{v}$ .

В случае прямолинейного движения направление скорости совпадает с направлением пути (рис. 2.4, а). При криволинейном движении скорость в каждый момент вре-

мени направлена по касательной к траектории (рис. 2.4, б). Это легко проверить на опыте. Например, человек, крайний во фронтовой цепи конькобежцев, оторвавшись на крутом повороте, катится по касательной, проведенной к его траектории в той точке, где он оторвался от цепи. По касательной к окружности полетит грузик, который вращается на нити, если нить оборвется. Таким образом, в любой момент времени направление скорости совпадает с направлением движения тела.

Числовое значение ( $v$ ) скорости равномерного движения равно отношению пути ( $s$ ) к тому промежутку времени ( $t$ ), в течение которого этот путь пройден:

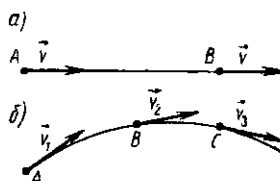


Рис. 2.4

$$v = \frac{s}{t}. \quad (2.1)$$

В векторной форме ( $\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$ ) эту формулу нельзя записывать.

Формула (2.1) позволяет определить единицу скорости.

За единицу скорости принимается скорость такого движения, при котором за единицу времени проходит единица пути.

Если за единицу длины принять метр ( $м$ ), а за единицу времени — секунду ( $сек$ ), то единица скорости =  $\frac{1 \text{ метр}}{1 \text{ секунда}} = 1 \text{ м/сек}$ .

Если за единицу длины принять сантиметр ( $см$ ), за единицу времени — секунду, то единица скорости =  $\frac{1 \text{ сантиметр}}{1 \text{ секунда}} = 1 \text{ см/сек}$ .

**§ 2.5. Равномерное движение. Графики пути и скорости этого движения.** 1. При равномерном движении числовое значение скорости во все время движения остается неизменным. Из формулы (2.1) следует, что путь равен

$$s = vt, \quad (2.2)$$

т. е. при равномерном движении пройденный путь прямо пропорционален времени движения.

Уравнение (2.2) справедливо для любого поступательного равномерного движения: прямолинейного и криволинейного.

2. Графики, которыми часто пользуются в физике, наглядно изображают зависимость одной физической величины от другой. Рассмотрим на следующем примере построение графиков зависимости пути и скорости от времени:

а) пусть скорость материальной точки равна 2 м/сек. Принимая время движения равным 1, 2, 3, 4 секундам, вычислим величины пути в конце 1, 2, 3, 4-й секунды и запишем эти данные в виде таблицы:

$t$ (сек)	0	1	2	3	4
$s$ (м)	0	2	4	6	8

$$s = vt;$$

$$v = 2 \text{ м/сек};$$

б) проведем две взаимно перпендикулярные оси координат. По горизонтальной оси (называемой осью абсцисс) будем откладывать значения времени  $t$ , а по вертикальной оси (оси ординат) — соответствующие этим значениям вычисленные величины пути  $s$ ;

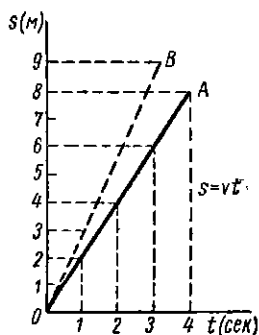


Рис. 2.5

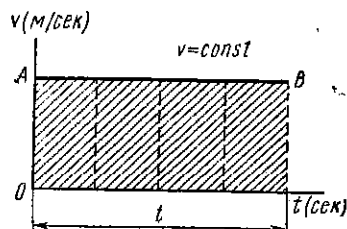


Рис. 2.6

в) в выбранном нами масштабе, указанном на рис. 2.5, нанесем на чертеж точки с координатами, соответствующими каждой паре значений  $t$  и  $s$ . Соединим эти точки линией  $OA$ .

График зависимости пути от времени при равномерном движении представляет собой прямую линию, проведенную через начало координат. Чем больше скорость  $v$ , тем больше угол  $\alpha = \angle AOt$  между этой прямой и осью абсцисс, тем круче поднимается график  $OA$  (конечно, при неизменном мас-



штабе). На этом же графике  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{s}{t} = v$ . При скорости  $v_1 = 3 \text{ м/сек}$  график пути изобразится прямой  $OB$ .

График зависимости скорости от времени строится сходным образом (рис. 2.6). Скорость равномерного движения не изменяется со временем, поэтому ее график выражается прямой  $AB$ , параллельной оси времен.

Графики, подобные изображенным на рис. 2.5 и 2.6, характеризуют любое равномерное движение, в том числе и наиболее простой его случай — прямолинейное равномерное движение.

Точка пересечения графиков пути двух тел позволяет определить время их встречи и расстояния от начальных точек движения этих тел (см. решение задач 2.1, 2.2).

**§ 2.6. Сложение скоростей. Сложение движений (перемещений).** 1. Сложение и разложение скоростей производятся по общим правилам сложения и разложения векторов. Применение этих правил к действиям над силами было рассмотрено в § 1.5 и 1.6. Применим их к сложению и разложению скоростей.

Пример I. Самолет летит с запада на восток со скоростью  $v_1 = 60 \text{ м/сек}$  относительно воздуха. Дует север-

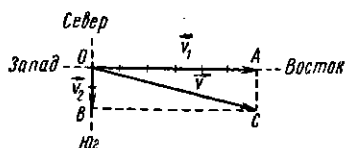


Рис. 2.7

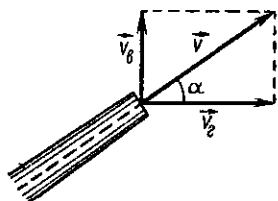


Рис. 2.8

ный ветер со скоростью  $v_2 = 15 \text{ м/сек}$ . Найти графически результирующую скорость самолета  $\vec{v}$ .

Самолет участвует в двух движениях: он летит на восток со скоростью  $\vec{v}_1$  и сносится ветром к югу со скоростью  $\vec{v}_2$ . Обозначим на рис. 2.7 направления север — юг и запад — восток. Выбрав масштаб, построим на векторах  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  параллелограмм. Диагональ параллелограмма равна результирующей скорости  $\vec{v}$ .

Пример II. Ствол орудия установлен под углом  $\alpha$  к горизонту (рис. 2.8). Известна скорость  $\vec{v}$  снаряда в мо-

мент вылета из дула. Найти графически горизонтальную ( $\vec{v}_r$ ) и вертикальную ( $\vec{v}_v$ ) составляющие скорости  $\vec{v}$ .

Задача сводится к построению параллелограмма по заданным диагонали и направлениям двух сторон. Из рисунка видно, что численно скорости равны:

$$v_r = v \cos \alpha \text{ и } v_v = v \sin \alpha.$$

2. Сложение движений по способу векторного сложения сводится к сложению перемещений (см. § 2.3).

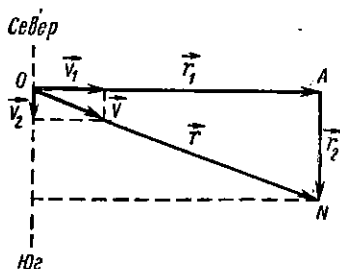


Рис. 2.9

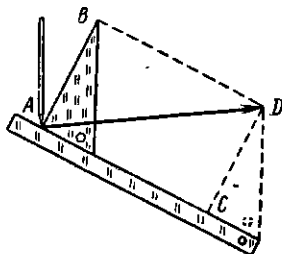


Рис. 2.10

Обратимся к примеру I. За время  $t$  перемещение самолета на восток относительно воздуха равно  $r_1 = v_1 t$ , а его перемещение на юг вместе с воздухом  $r_2 = v_2 t$ . Предположим, что самолет сначала двигался на восток, а затем на юг. Отложим на рис. 2.9 перемещение  $\vec{r}_1$  (OA) и от его конца A отложим перемещение  $\vec{r}_2$  (AN). В результате самолет попадает в точку N.

К такому же выводу мы приходим, если результирующую скорость  $v$  умножим на время  $t$  движения самолета и отложим вектор  $\vec{r}$  (ON), равный по числовому значению  $r = vt$ , из точки O в направлении  $\vec{v}$ .

*Результирующее перемещение тела, участвующего одновременно в двух перемещениях, направленных под углом друг к другу, определяется по величине и направлению замыкающей стороной треугольника (или диагональю параллелограмма), построенного на этих перемещениях.*

Проверим это правило на следующем опыте, изображенном на рис. 2.10. На листе бумаги лежит линейка. Острие карандаша движется равномерно вдоль катета AB прямоугольного треугольника, который

в то же время равномерно скользит вдоль линейки, так что вершина угла  $A$  треугольника перемещается в точку  $C$ . Участвуя в обоих движениях, острый карандаш вычерчивает прямую  $AD$ , т. е. перемещается по диагонали параллелограмма, построенного на перемещениях  $AB$  и  $AC$ .

**§ 2.7. Переменное прямолинейное движение.** 1. Скорость переменного прямолинейного движения сохраняет свое направление, но величина ее меняется. Например, поезд на прямолинейном участке пути от станции  $A$  до станции  $B$  сначала увеличивает свою скорость, затем движется равномерно, а подходя к станции  $B$ , постепенно уменьшает свою скорость до полной остановки. Для общей характеристики движения на участке пути  $AB$  вводят понятие *средней скорости*.

*Средней скоростью движения на данном участке пути называется скорость такого равномерного движения, при котором тело прошло бы этот участок за такой же промежуток времени, как и при данном неравномерном движении, т. е.*

$$v_{\text{ср}} = \frac{s}{t}, \quad (2.3)$$

где  $s$  — длина участка пути.

Средняя скорость неравномерного движения, вообще говоря, скалярная величина, и только в случае прямолинейного движения может рассматриваться, как вектор, при замене пути  $s$  в формуле (2.3) перемещением  $\vec{r}$ .

Формулой (2.3) при определении  $s$  (если известны  $v_{\text{ср}}$  и  $t$ ), или при определении  $t$  (если известны  $v_{\text{ср}}$  и  $s$ ) следует пользоваться только для всего пути, для которого дана средняя скорость, так как на любой его части средняя скорость может отличаться от средней скорости на всем пути. Например, перед промежуточной остановкой поезд замедляет ход, на остановке его скорость равна нулю, после остановки он движется ускоренно.

2. Уменьшая промежутки времени, за которые определяется средняя скорость, мы получаем все более точное описание движения.

Скорость любого переменного движения в данной точке пути называется *мгновенной скоростью* и определяется как предел, к которому стремится отношение малого перемещения  $\Delta \vec{r}^*$ , взятого около этой точки, к промежутку времени

\*  $\Delta$  — греческая буква «дельта» прописная.

$\Delta t$ , за который перемещение  $\Delta \vec{r}$  пройдено, при условии, что  $\Delta t$  стремится к нулю:

$$\vec{v}_{\text{мгн}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right) \quad (2.4)$$

3. Скорость прямолинейного переменного движения может изменяться очень быстро, как, например, скорость пули, попавшей в дерево, или, наоборот, медленно, как скорость вагона, который после толчка катится по горизонтальному рельсовому пути.

Для характеристики изменения скорости вводят понятие ускорения.

Ускорением называется векторная физическая величина, численно равная изменению скорости за единицу времени.

Ускорение, определяемое за некоторый конечный промежуток времени  $t$ , называется *средним ускорением*. Среднее ускорение измеряется отношением изменения скорости к тому промежутку времени, за которое это изменение произошло.

Если за промежуток времени  $t$  скорость движения изменилась от  $v_0$  до  $v_t$ , то среднее ускорение  $a_{\text{ср}}$  за время  $t$  равно

$$\vec{a}_{\text{ср}} = \frac{\vec{v}_t - \vec{v}_0}{t} \quad (2.5)$$

4. За единицу ускорения принимается ускорение такого движения, при котором за единицу времени скорость изменяется на единицу скорости. Если скорость измеряется в м/сек, то единица ускорения  $1 \text{ м/сек} : \text{сек} = 1 \text{ м/сек}^2$ .

5. Уменьшая промежутки времени, за которые определяется среднее ускорение, мы получаем все более точные данные об изменении скорости движения. В продолжение очень малых промежутков времени  $\Delta t$  ускорение  $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$  можно считать постоянным по величине и направлению.

Ускорение переменного движения в данной точке пути называется *мгновенным ускорением* и определяется как предел, к которому стремится отношение изменения скорости  $\Delta \vec{v}$  к промежутку времени  $\Delta t$ , в течение которого это изменение произошло, если  $\Delta t$  стремится к нулю:

$$\vec{a}_{\text{мгн}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \right) \quad (2.6)$$

## § 2.8. Равномерно переменное прямолинейное движение.

1. Наиболее простым переменным движением является *равномерно переменное прямолинейное движение*, происходящее с постоянным ускорением. Как и всякое переменное движение, оно может быть ускоренным и замедленным.

Равномерно ускоренно движется, например, тело, скатывающееся с наклонной плоскости. Скорость такого тела возрастает за равные промежутки времени на одну и ту же величину. Покажем это на опыте.

Поставим на наклонную плоскость с небольшим углом наклона тележку, на которой укреплена капельница, и положим вдоль края наклонной плоскости, где будут па-

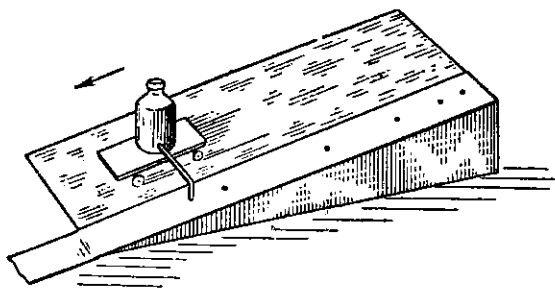


Рис. 2.11

дать капли, полоску бумаги (рис. 2.11). Предварительно проверим, падают ли капли через равные промежутки времени. В тот момент, когда упадет первая капля, отпустим тележку. Тележка покатится вниз. Расстояния между каплями на полоске бумаги проходятся тележкой за равные промежутки времени. Измерив эти расстояния, мы убеждаемся, что каждое последующее расстояние больше предыдущего на постоянную величину. Следовательно, за равные промежутки времени скорость тележки увеличивается на одну и ту же положительную величину, т. е. движение тележки равномерно ускоренное.

Аналогичный опыт показывает, что при подъеме на наклонную плоскость тело движется равномерно замедленно.

2. *Мгновенное ускорение* при равномерно ускоренном прямолинейном движении постоянно, и, следовательно, равно среднему ускорению [см. формулу (2.5)], т. е.

$$a = \frac{v_t - v_0}{t}.$$

Отсюда находим *мгновенную скорость* в момент времени  $t$

$$v_t = v_0 + at. \quad (2.7)$$

Так как мгновенная скорость  $v_t$  с течением времени меняется равномерно, то *средняя скорость* за некоторый промежуток времени  $t$  равна полусумме начальной  $v_0$  и конечной  $v_t$  скоростей:

$$v_{\text{ср}} = \frac{v_0 + v_t}{2}. \quad (2.8)$$

3. Из формулы (2.3) имеем

$$s = v_{\text{ср}} t,$$

или

$$s = \frac{v_0 + v_t}{2} t.$$

Но  $v_t = v_0 + at$ , поэтому  $s = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} t$ , или

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (2.9)$$

Формулы для мгновенной скорости (2.7) и для пути (2.9) называются *уравнениями равномерно ускоренного прямолинейного движения* и справедливы для всех случаев этого движения.

4. Заменяя в формуле (2.9) время  $t = \frac{v_t - v_0}{a}$ , находим выражение, связывающее путь с начальной и конечной скоростями:

$$s = \frac{v_0 (v_t - v_0)}{a} + \frac{a (v_t - v_0)^2}{2a^2},$$

или

$$v_t^2 - v_0^2 = 2as. \quad (2.10)$$

5. В частном случае равномерно ускоренного движения начальная скорость  $v_0$  может быть равной нулю. Примерами такого движения могут служить движение тележки с капельницей, скатывающейся с наклонной плоскости, движение поезда, отходящего от станции, движение пули в стволе ружья, свободное падение тела и т. д.

Мгновенное ускорение при  $v_0 = 0$  равно  $a = \frac{v_t}{t}$  и формулы (2.7) — (2.10) упрощаются:

$$v_t = at; \quad v_{\text{ср}} = \frac{v_t}{2}; \quad s = \frac{at^2}{2}; \quad v_t^2 = 2as, \quad \text{или} \quad v_t = \sqrt{2as}. \quad (2.11)$$

6. Покажем, что:

а) при равномерно ускоренном прямолинейном движении без начальной скорости пути, пройденные за разные промежутки времени, относятся, как квадраты промежутков времени, за которые они пройдены.

За время  $t_1$  тело проходит путь  $s_1$ , а за время  $t_2$  — путь  $s_2$ , причем

$$s_1 = \frac{at_1^2}{2}, \quad s_2 = \frac{at_2^2}{2};$$

откуда

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2}. \quad (2.12)$$

б) путь, пройденный при равномерно ускоренном движении без начальной скорости за первую секунду, численно равен половине ускорения. Действительно, при  $t_1 = 1$  сек

$$s_1 = \frac{at_1^2}{2} = \frac{a}{2}; \quad (2.12')$$

в) пути, проходимые при равномерно ускоренном прямолинейном движении без начальной скорости за последовательные равные промежутки времени, относятся друг к другу, как ряд нечетных целых чисел.

Время движения	$t_1 = 1$ сек	$t_2 = 2$ сек	$t_3 = 3$ сек	$t_4 = 4$ сек
Путь, пройденный за это время	$s_1 = \frac{a}{2}$	$s_2 = \frac{4a}{2}$	$s_3 = \frac{9a}{2}$	$s_4 = \frac{16a}{2}$
Порядковый номер секунды	1-я сек	2-я сек	3-я сек	4-я сек
Путь, пройденный за 1 сек	$s_1 = \frac{a}{2}$	$s_2 - s_1 = \frac{3a}{2}$	$s_3 - s_2 = \frac{5a}{2}$	$s_4 - s_3 = \frac{7a}{2}$

Следовательно,

$$s_1 : (s_2 - s_1) : (s_3 - s_2) : (s_4 - s_3) : (s_5 - s_4) : \dots = 1 : 3 : 5 : 7 : \dots \quad (2.13)$$

**§ 2.9. Графики пути, скорости и ускорения равномерно ускоренного прямолинейного движения.** 1. Равномерно ускоренное движение с начальной скоростью, не равной нулю:

а) зададим произвольные значения ускорения  $a = 2$  м/сек<sup>2</sup> и начальной скорости  $v_0 = 3$  м/сек. Вычислим

мгновенную скорость и пройденный путь по формулам:  
 $v_t = v_0 + at$  и  $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$  для моментов времени, равных 0, 1, 2, 3, 4, 5 сек, и запишем результаты вычислений в виде таблицы:

$t$ (сек)	0	1	2	3	4	5
$v_t$ (м/сек)	3	5	7	9	11	13
$s$ (м)	0	4	12	18	28	40

$$a = 2 \text{ м/сек}^2;$$

$$v_0 = 3 \text{ м/сек};$$

б) подготовим для каждого графика оси координат, причем горизонтальной осью в обоих случаях будет ось времен;

в) нанесем (в выбранных масштабах) на первый чертеж (рис. 2.12) точки с координатами, соответствующими

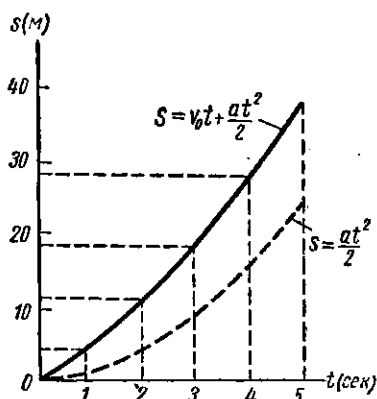


Рис. 2.12

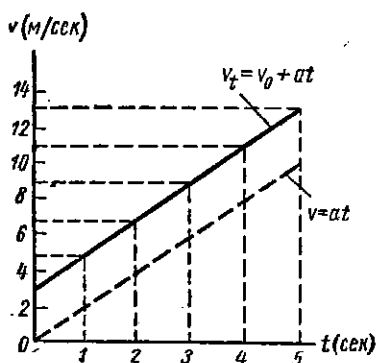


Рис. 2.13

каждой паре значений  $t$  и  $s$ , и соединим эти точки плавной сплошной линией. Затем построим точно так же графики зависимости мгновенной скорости от времени (рис. 2.13) и ускорения от времени (рис. 2.14), начертив их сплошной линией.

2. Равномерно ускоренное прямолинейное движение с начальной скоростью, равной нулю.

Пусть ускорение, как и в первом случае, равно  $2 \text{ м/сек}^2$ . Теперь для построения графиков пути, мгновенной скоро-



сти и ускорения мы будем вычислять значения  $s$  и  $v_t$  по формулам (2.11).

$t$ (сек)	0	1	2	3	4	5
$v_t$ (м/сек)	0	2	4	6	8	10
$s$ (м)	0	1	4	9	16	25

$$a = 2 \text{ м/сек}^2; \\ v_0 = 0.$$

Затем на основании вычисленных данных, записанных в таблице, построим графики пунктирными линиями на тех же рис. 2.12, 2.13, 2.14. Сравним графики движения с начальной скоростью и без нее (см. рис. 2.12). Оба графика представляют собой половины парабол, вершины которых находятся в начале координат. В первом случае кривая поднимается круче, т. е. из двух тел,

движущихся с одинаковыми ускорениями, раньше достигнет цели то, которое имеет начальную скорость, не равную нулю и совпадающую по направлению с ускорением. Графики скорости обоих движений (см. рис. 2.13) идут параллельно и представляют собой прямые линии (прямой графически изображается прямо пропорциональная зависимость одной величины от первой степени другой величины). Скорость во втором случае все время остается меньшей, чем в первом. Наконец (см. рис. 2.14), ускорение  $a$  — величина постоянная и одинаковая для обоих движений, поэтому график ускорения в обоих случаях представляет собой прямую линию, параллельную оси времен.

3. Покажем, как, пользуясь графиком зависимости скорости от времени при равномерно ускоренном движении с начальной скоростью, можно получить формулу для пути (рис. 2.15).

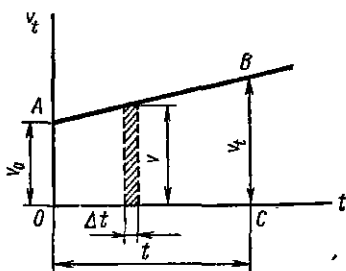


Рис. 2.15

Путь  $\Delta s$ , пройденный телом за очень малый промежуток времени  $\Delta t$ , в течение которого скорость  $v$  можно считать постоянной, численно равен площади узкого столбика с основанием  $\Delta t$  и высотой  $v$ , заштрихованной на рисунке:

$$\Delta s = v \Delta t.$$

Весь путь  $s$ , пройденный за время  $t$ , очевидно, равен сумме площадей всех узких столбиков, основания  $\Delta t$  которых уместятся на длине  $OC$  оси времен, а высоты равны скоростям, возрастающим от значения  $v_0$  до  $v_t$ . Суммарная площадь всех таких столбиков равна площади трапеции  $OABC$ . Следовательно, весь путь, пройденный за время  $t$ , численно равен площади  $OABC$ , т. е. произведению полусуммы ее оснований  $v_0$  и  $v_t$  на высоту  $t$ :

$$s = \frac{v_0 + v_t}{2} t = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} t,$$

или

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

4. График скорости равномерно переменного движения позволяет определить характер движения, мгновенные значения скорости и ускорения в какой-либо момент времени, среднюю скорость и среднее ускорение на участке пути, путь, пройденный за какой-либо промежуток времени (см. решение задач 2.1, 2.2 и 2.5).

## § 2.10. Равномерно замедленное прямолинейное движение.

Равномерно замедленное прямолинейное движение отличается от равномерно ускоренного лишь отрицательным значением ускорения. Примерами такого движения могут служить движение пули, попавшей в вал из однородного материала, движение тела, брошенного вертикально вверх, и т. д. Все формулы для мгновенного ускорения, мгновенной скорости, пройденного пути при равномерно замедленном движении записываются так же и для равномерно ускоренного, только вместо ускорения  $a$  следует ставить  $-a$ , например:

$$v_{\text{ср}} = \frac{v_0 + v_t}{2}; \quad v_t = v_0 - at; \quad s = v_0 t - \frac{at^2}{2}; \quad v_0^2 - v_t^2 = 2as.$$

Если конечная скорость  $v_t$  равномерно замедленного движения равна нулю, то эти формулы упрощаются:

$$v_{cp} = \frac{v_0}{2}; \quad v_0 = at; \quad v_0^2 = 2as \quad \left( \text{но } s = v_0 t - \frac{at^2}{2} \right).$$

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Что называется системой отсчета?
2. В каких случаях твердое тело можно заменять материальной точкой?
3. Какая физическая величина называется путем? перемещением?
4. Дайте определения: а) поступательного движения твердого тела; б) вращательного движения твердого тела. Приведите примеры этих движений.
5. Какие величины определяют поступательное движение тела? Дайте определения этих величин.
6. Как направлена скорость при прямолинейном движении? при криволинейном движении?
7. В каких единицах измеряется скорость?
8. Напишите уравнения равномерного движения и постройте графики зависимости: а) пути от времени; б) скорости от времени.
9. Как производится сложение скоростей?
10. Как складываются прямолинейные движения (перемещения)? Приведите примеры.
11. Дайте определение средней скорости прямолинейного переменного движения.
12. Дайте определение мгновенной скорости этого движения.
13. Что называется ускорением? средним ускорением?
14. Что называется мгновенным ускорением?
15. В каких единицах измеряется ускорение?
16. Опишите опыты, при помощи которых можно показать, как изменяется скорость: а) при прямолинейном равноускоренном движении; б) при прямолинейном равнозамедленном движении.
17. Выведите уравнения прямолинейного равноускоренного движения с начальной скоростью, не равной нулю.
18. Начертите для этого движения графики зависимости: пути от времени, скорости от времени и ускорения от времени, если ускорение равно  $1 \text{ м/сек}^2$ .
19. Какой вид принимают уравнения прямолинейного равноускоренного движения, если начальная скорость равна нулю?
20. Начертите графики зависимости: пути от времени, скорости от времени и ускорения от времени для прямолинейного движения с начальной скоростью, равной нулю. Ускорение равно  $1 \text{ м/сек}^2$ .
21. Выведите для этого движения отношение путей, проходимых за последовательные равные промежутки времени.
22. Напишите уравнения прямолинейного равнозамедленного движения и объясните, как вы их получили.
23. Начертите графики зависимости: пути от времени, скорости от времени и ускорения от времени для прямолинейного равнозамедленного движения, если ускорение  $a = -2 \text{ м/сек}^2$ .

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 2.1.** Расстояние между пунктами  $A$  и  $B$  равно  $80 \text{ км}$ . Из пункта  $A$  в направлении  $AB$  выезжает со скоростью  $50 \text{ км/ч}$  мотоцикл. Одновременно из пункта  $B$  выезжает в том же направлении автомобиль со скоростью  $30 \text{ км/ч}$ . Когда и на каком расстоянии от пункта  $A$  мотоцикл нагонит автомобиль? Решить задачу, построив графики движений мотоцикла и автомобиля.

**Дано:**

$$\begin{aligned} l &= 80 \text{ км;} \\ v_1 &= 50 \text{ км/ч;} \\ v_2 &= 30 \text{ км/ч.} \end{aligned}$$

$s$  — ?  $t$  — ?

Из точки  $A$ , лежащей в начале координат, построим график движения мотоцикла (прямая  $AC$ ), а из точки  $B$ , ордината которой равна  $80 \text{ км}$ , а абсцисса равна нулю, — график движения автомобиля (прямая  $BD$ ). Прямые  $AC$  и  $BD$  пересекутся в точке  $K$ , абсцисса которой равна  $4 \text{ ч}$ , а ордината —  $200 \text{ км}$ , т. е. мотоцикл нагонит автомобиль через  $4 \text{ ч}$  на расстоянии  $200 \text{ км}$  от пункта  $A$ .

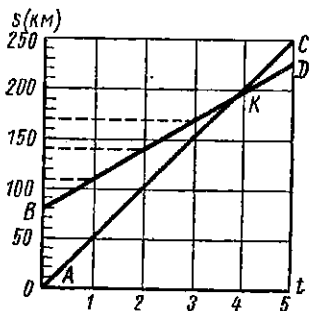


Рис. 2.16

**Задача 2.2.** Велосипедист, едущий со скоростью  $15 \text{ км/ч}$ , встречает пешехода. Через  $5 \text{ мин}$  после встречи с пешеходом велосипедист подъезжает к библиотеке, в которой задерживается на  $1 \text{ ч } 10 \text{ мин}$ , затем с прежней скоростью едет назад и через  $30 \text{ мин}$  догоняет пешехода. Определить скорость пешехода. Начертить графики пути для движения велосипедиста и пешехода.

**Дано:**

$$\begin{aligned} v_1 &= 15 \text{ км/ч;} \\ t_1 &= 5 \text{ мин} = \frac{1}{12} \text{ ч;} \\ t_2 &= 1 \text{ ч } 10 \text{ мин} = 1 \frac{1}{6} \text{ ч;} \\ t_3 &= 30 \text{ мин} = \frac{1}{2} \text{ ч.} \end{aligned}$$

$v_2$  — ?

**Решение**

Рассмотрим сначала движение велосипедиста. Пусть велосипедист и пешеход встретились в точке  $O$ . Определим путь  $s_1$  велосипедиста до библиотеки в направлении, противоположном направлению движения пешехода,

$$s_1 = v_1 t_1 = 5 \cdot \frac{1}{12} \text{ км} = 1 \frac{1}{4} \text{ км}.$$

В библиотеке велосипедист находился  $1 \frac{1}{6} \text{ ч}$ , а затем проехал до второй встречи с пешеходом путь  $s_2$ , равный

$$s_2 = v_1 t_3 = 15 \cdot \frac{1}{2} \text{ км} = 7 \frac{1}{2} \text{ км}.$$

На графике (рис. 2.17) (время  $t$  в ч, путь  $s$  в км) движение велосипедиста изобразится ломаной линией  $AOBC$ : сначала он удалялся от точки  $O$  в направлении, противоположном движению пешехода, со скоростью  $v_1$  в течение времени  $t_1$  и проехал расстояние  $s_1$ . Примем условно направление движения пешехода за положительное. Тогда движению на пути  $s_1$  соответствует участок  $OA$  графика. Затем велосипедист не двигался в течение промежутка времени  $t_2$  (участок  $AB$  графика) и, наконец, двигался от библиотеки в том же направлении, что и пешеход, пройдя за время  $t_3$  путь  $s_2$  (участок  $BC$  графика). На этом графике скорость  $v_1$  велосипедиста равна  $\operatorname{tg} \alpha_1$ .

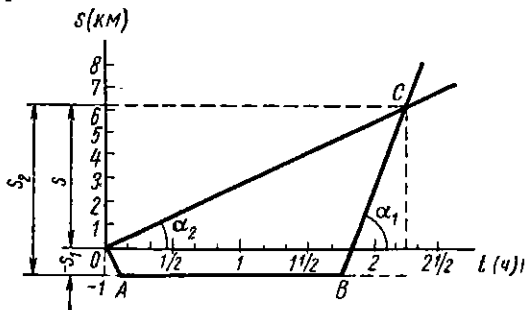


Рис. 2.17

Пешеход прошел от места первой встречи с велосипедистом до места второй встречи с ним (точка  $C$ ) расстояние  $s$ , равное

$$s = s_2 - s_1 = \left(7 \frac{1}{2} - 1 \frac{1}{4}\right) \text{ км} = 6 \frac{1}{4} \text{ км},$$

за время

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = \left(\frac{1}{12} + 1 \frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right) \text{ ч} = 1 \frac{3}{4} \text{ ч}.$$

Следовательно, он двигался со скоростью

$$v_2 = \frac{s}{t} = 3,57 \text{ км/ч}.$$

На графике движение пешехода изобразится прямой  $OC$ , тангенс угла наклона которой к оси абсцисс определяет его скорость:

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = v_2.$$

**Задача 2.3.** Гребец сообщает лодке скорость 2 м/сек. Под каким углом  $\alpha$  к течению должен он поставить лодку, чтобы плыть точно поперек реки (перпендикулярно к течению), если скорость течения равна 1 м/сек?

**Дано:**

$$v_1 = 2 \text{ м/сек};$$

$$v_2 = 1 \text{ м/сек};$$

$$\vec{v}_1 \perp \vec{v}_2.$$

$$\alpha = ?$$

**Решение**

Скорость лодки складывается из ее скорости  $\vec{v}_1$  относительно воды и скорости  $\vec{v}_2$ , с которой течение уносит ее относительно берега. Результирующую скорость  $\vec{v}$  лодки относительно берега найдем, построив на скоростях  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$

параллелограмм так, чтобы вектор  $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$  был направлен перпендикулярно к  $\vec{v}_3$  (рис. 2.18).

Угол  $\alpha$  между векторами  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_3$  равен

$$\alpha = 90^\circ + \arcsin \beta = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ,$$

так как

$$\sin \beta = \frac{v_3}{v_1} = 0,5.$$

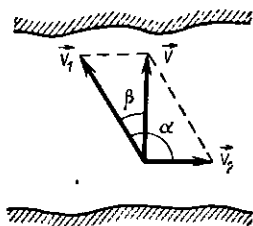


Рис. 2.18

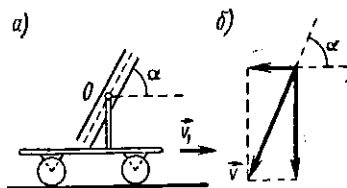


Рис. 2.19

**Задача 2.4.** На тележке, которая равномерно движется по горизонтальному пути со скоростью 3 м/сек, установлена труба, которая может поворачиваться вокруг горизонтальной оси  $O$  (рис. 2.19, а). Под каким углом  $\alpha$  к горизонту нужно установить трубу, чтобы капли дождя, падающие отвесно со скоростью 7 м/сек, двигались в трубе параллельно ее оси?

**Дано:**

$$v_1 = 3 \text{ м/сек};$$

$$v_2 = 7 \text{ м/сек}.$$

$$\alpha = ?$$

**Решение**

Скорость дождевой капли относительно трубы складывается из вертикально направленной скорости  $v_2$  падения капли и горизонтально направленной скорости относительно тележки, равной

$\vec{v}'_1 = -\vec{v}_1$ . Ось трубы нужно установить параллельно результирующей скорости  $\vec{v} = \vec{v}_2 + \vec{v}'_1$ . Построив параллелограмм (рис. 2.19, б), находим

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_2}{v_1} = \frac{7}{3} = 2,333; \quad \alpha = 66^\circ 51'.$$

**Задача 2.5.** На рис. 2.20 изображен график скорости некоторого тела. Определить: а) характер движения, начальную скорость и ускорение на отрезках графика  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$ ; б) мгновенные значения скорости в конце 2, 4 и 8-й сек.

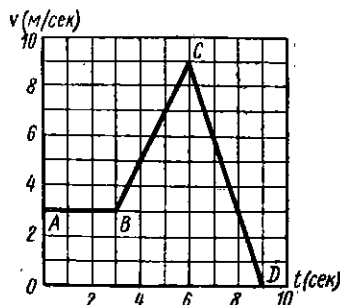


Рис. 2.20

## Решение

а) Отрезок  $AB$  графика соответствует равномерному движению с постоянной скоростью  $v_A = v_B = 3 \text{ м/сек}$ ;  $a = 0$ .

Отрезок  $BC$  графика описывает равномерно ускоренное движение с начальной скоростью  $v_B = 3 \text{ м/сек}$ , конечной скоростью  $v_C = 9 \text{ м/сек}$  и ускорением

$$a_{BC} = \frac{v_C - v_B}{t_{BC}} = 2 \text{ м/сек}^2.$$

Отрезок  $CD$  графика соответствует равномерно замедленному движению с начальной скоростью  $v_C = 9 \text{ м/сек}$ , конечной скоростью  $v_D = 0$  и ускорением

$$a_{CD} = \frac{v_D - v_C}{t_{CD}} = -3 \text{ м/сек}^2.$$

б)  $v_2 = 3 \text{ м/сек}$ ;  $v_4 = 5 \text{ м/сек}$ ;  $v_8 = 3 \text{ м/сек}$ .

**Задача 2.6.** Длина дорожки для взлета самолета 675 м. Каково ускорение самолета, если он движется равномерно ускоренно и взлетел через 15 сек после старта? Какова скорость самолета в км/ч при взлете?

**Дано:**

$$\begin{aligned} s &= 675 \text{ м}; \\ t &= 15 \text{ сек.} \\ a - ? \quad v - ? \end{aligned}$$

**Решение**

Движение самолета до взлета было равномерно ускоренным без начальной скорости. Из формулы

$$s = \frac{at^2}{2}$$

находим

$$a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 675}{15^2} \text{ м/сек}^2.$$

В момент взлета самолета скорость была

$$v = at = 6 \cdot 15 \text{ м/сек} = 90 \cdot \frac{3600}{1000} \text{ км/ч} = 3600 \text{ км/ч}.$$

**Задача 2.7.** Машинист пассажирского поезда, который шел со скоростью 30 м/сек, увидел впереди товарный поезд, шедший на 180 м впереди с постоянной скоростью 12 м/сек. Машинист сразу же затормозил, причем тормоза вызвали ускорение пассажирского поезда, равное  $-1,2 \text{ м/сек}^2$ . Произойдет ли крушение? Реакция машиниста мгновенная.

**Дано:**

$$\begin{aligned} v_1 &= 30 \text{ м/сек}; \\ l &= 180 \text{ м}; \\ v_2 &= 12 \text{ м/сек}; \\ a &= -1,2 \text{ м/сек}^2; \\ v_t &= 0. \end{aligned}$$

$$s_1 - s_2 - ?$$

**Решение**

Оба поезда движутся по одной прямой. С точки зрения наблюдателя, находящегося в системе отсчета, связанной с товарным поездом, начальная относительная скорость  $v_{\text{н}}$  пассажирского поезда

$$v_u = v - u = (30 - 12) \text{ м/сек} = 18 \text{ м/сек.}$$

Относительная скорость  $v_{u1}$  пассажирского поезда в конце пути  $l$  будет

$$v_{u1} = \sqrt{v_u^2 - 2al} = \sqrt{324 - 432} \text{ м/сек} = \sqrt{-108} \text{ м/сек.}$$

Под корнем отрицательное число, т. е. пассажирский поезд остановится до того, как нагонит товарный поезд.

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Пешеход шел из дома в магазин со скоростью 6 км/ч и возвращался тем же путем со скоростью 4 км/ч. Определить среднюю скорость пешехода на всем пройденном пути (туда и обратно).

2. В течение какого времени видит пассажир поезда, идущего со скоростью 72 км/ч, встречный поезд длиной 100 м, идущий со скоростью 104 км/ч?

3. Пароход идет по течению реки со скоростью 7 м/сек, против течения — со скоростью 4 м/сек. Определить скорость течения и скорость парохода.

4. Расстояние между колхозами А и Б 44 км. В 5 ч утра из колхоза А в Б отправился пешеход, а в 5 ч 20 мин из Б в А вышел трактор со скоростью 16 км/ч. Пешеход и трактор встретились в точке В на расстоянии 12 км от колхоза А. Определить: а) время их встречи; б) скорость движения пешехода.

5. Два автобуса вышли одновременно из двух городов А и Б навстречу друг другу. Расстояние между городами 200 км. Автобус, вышедший из А, прошел до момента встречи 120 км. С какой скоростью он двигался, если скорость автобуса, вышедшего из Б, была равна 50 км/ч? Каково время движения автобусов до встречи? Ответ найти путем построения графиков движения автобусов и проверить вычислением.

6. Теплоход движется вдоль реки со скоростью 40 км/ч относительно берега и проходит мимо пристани. По палубе бежит человек со скоростью 10 км/ч: а) в направлении, противоположном направлению движения теплохода; б) в направлении, перпендикулярном к направлению движения теплохода. Какова скорость человека относительно пристани в обоих случаях?

7. Дождевые капли текут под углом 50° к вертикали по окну трамвая, движущегося со скоростью 36 км/ч. Какова скорость падения капель в воздухе, если ветра нет и они падают отвесно?

8. Определить путь, среднюю скорость и среднее ускорение за 6 сек точки, движение которой задано графиком скорости (рис. 2.21).

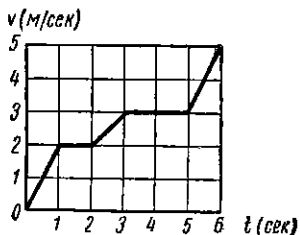


Рис. 2.21



9. Начертить график скорости тела, если, имея начальную скорость  $5 \text{ м/сек}$ , оно в течение  $3 \text{ сек}$  двигалось равномерно ускоренно с ускорением  $1 \text{ м/сек}^2$ , в течение следующих  $4 \text{ сек}$  — равномерно замедленно с ускорением  $-2 \text{ м/сек}^2$  и далее в течение  $3 \text{ сек}$  равномерно ускоренно с ускорением  $\frac{2}{3} \text{ м/сек}^2$ .

10. Поезд тронулся с места и на некотором участке пути двигался равномерно ускоренно с ускорением  $0,2 \text{ м/сек}^2$ . Определить его скорость (в  $\text{км/ч}$ ) в конце 2-й минуты и путь, пройденный им за это время. Начертить графики скорости и пути.

11. Самолет садится на посадочную дорожку длиной  $360 \text{ м}$ . Какова скорость в момент приземления, если, двигаясь с постоянным отрицательным ускорением, самолет останавливается в конце дорожки через  $30 \text{ сек}$  после приземления?

12. Поезд метро отходит от станции  $A$  и в течение  $10 \text{ сек}$  движется с ускорением  $1,2 \text{ м/сек}^2$ . Затем он в течение  $1 \text{ мин}$  идет с постоянной скоростью, а перед станцией  $B$  движется замедленно с ускорением  $-2,4 \text{ м/сек}^2$ . Определить расстояние между станциями  $A$  и  $B$ .

13. Два пункта  $A$  и  $B$  расположены на расстоянии  $240 \text{ м}$  друг от друга на склоне горы. От пункта  $A$  начинает равноускоренно спускаться к  $B$  мотоциклист с начальной скоростью  $8 \text{ м/сек}$ . Одновременно из пункта  $B$  к  $A$  начинает подниматься равнозамедленно велосипедист с начальной скоростью  $16 \text{ м/сек}$ . Они встречаются через  $10 \text{ сек}$ , когда мотоциклист проехал  $130 \text{ м}$ . С каким ускорением ехал каждый из них?

## ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ

**§ 3.1. Первый закон Ньютона.** В основе динамики лежат законы *Исаака Ньютона* (1642—1727), которые он изложил в своем труде «Математические основы натуральной философии» (1687). На законах Ньютона построена вся классическая механика.

На основании наблюдений и опыта установлено, что состояние покоя или движения любого тела изменяется только под влиянием сил, с которыми на него действуют другие тела. Об этом мы уже говорили в § 1.2, вводя понятие силы.

Можно ли установить на опыте, что будет с телом, на которое не действуют силы? Мы знаем, что в природе нет такого тела, которое не взаимодействовало бы с другими телами, — для этого его пришлось бы изолировать от всех других тел, что невозможно. Однако можно создать условия, при которых внешние воздействия на тело взаимно уравниваются. Например, поезд идет равномерно по горизонтальному прямолинейному рельсовому пути, если сила тяги электровоза затрачивается только на преодоление сил трения, возникающих при движении поезда. С другой стороны, из повседневного опыта известно, что любой предмет, находящийся в покое (тетрадь, стол, автомобиль), не придет в движение сам собой.

Все подобные факты обобщены в первом законе динамики, известном еще Галилео Галилею (1564—1642). Ньютон дал следующую формулировку этому закону: *всякое тело сохраняет свое состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, пока и поскольку на него не действуют другие тела*.

Этот закон иначе называется *законом инерции*, а свойство тел сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения — *инертностью тел*.

*Скалярная величина, являющаяся мерой инертности тел в поступательном движении\*, называется массой*. И, Ньютон называл массу также мерой количества материи тела.

---

\* Мерой инертности тел во вращательном движении является *момент инерции*.

С проявлением инертности тел мы встречаемся часто. При резком торможении автобуса пассажиры, находящиеся в нем, наклоняются вперед, а при повороте автобуса вправо — к левой его стенке. При большом ускорении поднимающегося самолета тело пилота, стремящееся сохранить первоначальное состояние покоя, прижимает к сиденью.

Инертность тел легко показать на следующем опыте. Положим гладкий лист картона на узкий стеклянный цилиндр, а на картон над цилиндром — отполированный шарик (рис. 3.1). Возьмем пружину  $P$ , отогнем ее, затем

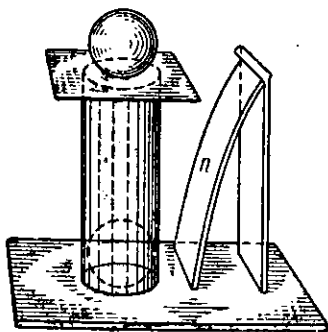


Рис. 3.1

отпустим и резким ударом сождем лист картона с цилиндра. Шарик при этом не слетает вместе с картоном, а падает в цилиндр. Если бы мы могли исключить притяжение шарика к Земле, то он повис бы над цилиндром, сохраняя состояние покоя.

**§ 3.2. Сравнение масс. Единицы измерения массы.** Мы знаем из опыта, что два одинаковых тела из одного и того же вещества в два раза тяжелее, чем одно такое же тело. Например, два

литра воды в два раза тяжелее, чем один литр воды. Иначе говоря, вес тела пропорционален его массе. Поэтому массы тел, состоящих из различных веществ, можно сравнивать путем взвешивания. Если два тела, подвешенные к крючку динамометра, сообщают его пружине одинаковые растяжения, то массы их одинаковы.

В Международной системе единиц (СИ) за единицу массы принят килограмм ( $кг$ ), который представлен массой международного эталона (прототипа) массы.

Одна тысячная килограмма, грамм ( $г$ ), служит единицей массы в физической системе единиц СГС.

**§ 3.3. Второй закон Ньютона.** 1. Второй закон Ньютона устанавливает связь между силой, действующей на тело, массой тела и ускорением.

Рассмотрим опыты, позволяющие найти эту связь. К легкой тележке, которая с малым трением может двигаться по гладкой горизонтальной поверхности, прикреп-

лен динамометр  $D$  (рис. 3.2). К крючку динамометра привязан переброшенный через блок шнур с грузом  $P$ . Массу тележки с динамометром обозначим  $m$ . Сила  $F$ , с которой груз действует на тележку, измеряется динамометром. Измерив путь  $s$  тележки за промежуток времени  $t$  секунд, отмечаемый по секундомеру, найдем по формуле  $s = \frac{at^2}{2}$  ускорение  $a$ .

Сначала произведем опыты при неизменной массе  $m$  тележки, но при различных по величине силах  $F$ , действующих на нее. Сравнив результаты измерений, находим, что

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{F_1}{F_2}, \quad (3.1)$$

т. е. при неизменной массе тележки ее ускорение прямо пропорционально силе, действующей на тележку.

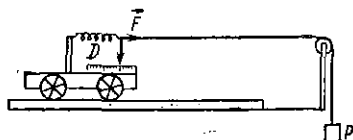


Рис. 3.2

Затем повторим опыты, действуя на тележку с одной и той же силой  $F$ , но изменяя массу тележки поставленными на нее гирями. Результаты опытов приводят к выводу, что

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}, \quad (3.2)$$

т. е. при неизменной силе, действующей на тележку, ускорение тележки обратно пропорционально ее массе.

Второй закон Ньютона включает оба вывода (3.1) и (3.2): **ускорение, с которым движется тело, направлено в сторону действующей на него силы, прямо пропорционально силе и обратно пропорционально массе тела, т. е.**

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (3.3)$$

Часто формулу, выражающую второй закон Ньютона, записывают в виде

$$\vec{F} = m\vec{a}. \quad (3.4)$$

Первый закон Ньютона вытекает из второго закона, как частный случай, когда на тело не действуют никакие силы. Тогда

$$F = 0 \text{ и } a = 0.$$

2. Второй закон Ньютона справедлив и в тех случаях, когда сила действует на тело, уже находящееся в движении — равномерном или любом другом. Если при этом вектор силы направлен под углом к вектору скорости тела, то направление движения изменяется. Иначе говоря *если на тело действует не одна сила, а две или несколько сил, то второй закон Ньютона остается справедливым для каждой из них в отдельности.*

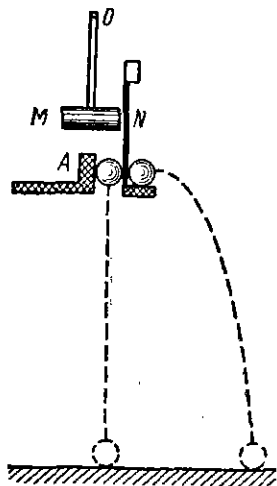


Рис. 3.3

Это положение называется *принципом независимости действия сил*. Проверим его на следующем опыте.

На стол поставлена подставка (рис. 3.3). На подставке находятся два одинаковых шарика. Один из них лежит на краю подставки, другой прижат пружиной  $N$  над отверстием в подставке к выступу  $A$ . Ударом молотка  $M$ , вращающегося вокруг оси  $O$ , первый шарик сбрасывается с подставки и получает некоторую начальную скорость, направленную горизонтально, а второй шарик освобождается и свободно падает. Оба шарика падают на стол одновременно, хотя первый шарик двигался по кривой траектории, а второй — по прямой. Следовательно, действие силы тяжести на оба шарика одинаково: каждый из них падал с ускорением  $g$ .

**§ 3.4. Масса — мера инертности.** Из второго закона Ньютона следует, что масса тела характеризует его неподатливость действию силы, его инертность. Иначе говоря, *масса тела является мерой его инертности.*

Рассмотрим еще один опыт, подтверждающий это. Подвесим к раме на двух нитях одинаковой длины два шарика одинакового объема — стальной и деревянный (рис. 3.4). Отведем назад линейку  $L$ , прикрепленную к пружине  $N$ , и отпустим ее. Линейка одновременно ударит с одинаковой силой по обоим шарикам. Деревянный шарик с меньшей массой  $m_1$  отскочит от нее с большим

ускорением и откатнется дальше, чем стальной с большей массой  $m_2$ .

В § 3.2 мы говорили о массе тел, определяемой по их весу. Инертную массу тела можно измерить, не взвешивая его. Для этого на два тела, масса  $m_1$  одного из которых известна, надо подействовать с одинаковыми силами и измерить те ускорения  $a_1$  и  $a_2$ , с которыми они будут двигаться. Затем по формуле (3.2) определить массу второго тела:

$$m_2 = \frac{m_1 a_1}{a_2}.$$

Оба способа определения массы — взвешиванием и по второму закону Ньютона — дают одинаковые результаты.

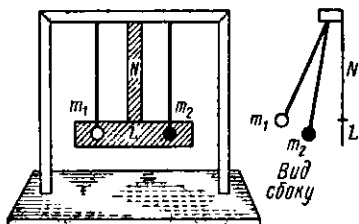


Рис. 3.4

**§ 3.5. Масса и вес.** Еще Галилей показал, что все тела в данной точке Земли падают с одинаковым ускорением  $g$  ( $g$  — начальная буква латинского слова «гравитас», что означает тяжесть). По второму закону Ньютона, на тело, движущееся с ускорением  $g$ , действует сила, равная  $mg$ . Так как тела падают на землю под действием силы тяжести, т. е. своего веса  $P$ , то

$$P = mg.$$

Если вес и масса одного тела равны  $P_1$  и  $m_1$ , а вес и масса второго  $P_2$  и  $m_2$ , то

$$P_1 = m_1 g \quad \text{и} \quad P_2 = m_2 g.$$

Разделив эти выражения почленно, находим соотношение между весами и массами тел

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{m_1}{m_2}. \quad (3.5)$$

Это соотношение подтверждается опытом (см. § 3.2).

Измерение веса тел производится на пружинных весах, причем вес тел уравнивается силой упругости пружины (см. § 1.4). Известно, что ускорение  $g$  несколько изменяется с географической широтой места: оно имеет наибольшее значение на полюсах  $g_{\text{пол}} \approx 9,83 \text{ м/сек}^2$  и

наименьшее на экваторе  $g_{\text{экв}} = 9,78 \text{ м/сек}^2$ . Следовательно, вес тела, измеренный на пружинных весах, будет на полюсах больше, чем на экваторе.

Если взвешивание производится на рычажных весах с гириями, то изменения веса тела с широтой заметить нельзя, так как вес тела и вес гири изменяются одинаково. Следовательно, взвешивая тело на рычажных весах, мы измеряем его массу, сравнивая ее с массой гири.

**§ 3.6. Плотность и удельный вес.** Плотностью  $\rho$  (греческая буква «ро») называется физическая величина, численно равная отношению массы тела  $m$  к его объему  $V$ :

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Плотность измеряется в  $\text{кг/м}^3$  — СИ и  $\text{г/см}^3$  — система СГС:

$$1 \text{ кг/м}^3 = \frac{10^3}{10^6} \text{ г/см}^3 = 10^3 \text{ г/см}^3; 1 \text{ г/см}^3 = 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Удельным весом  $\gamma$  (греческая буква «гамма») называется физическая величина, численно равная отношению веса  $P$  тела к его объему  $V$ :

$$\gamma = \frac{P}{V}.$$

Удельный вес измеряется в  $\text{н/м}^3$  — СИ и  $\text{дин/см}^3$  — система СГС:

$$1 \text{ н/м}^3 = \frac{10^5}{10^6} \text{ дин/см}^3 = 0,1 \text{ дин/см}^3; 1 \text{ дин/см}^3 = 10 \text{ н/м}^3.$$

Найдем соотношение между удельным весом и плотностью:

$$\gamma = \frac{P}{V} = \frac{mg}{V}.$$

Заменив  $\frac{m}{V}$  плотностью  $\rho$ , получаем

$$\gamma = \rho g. \quad (3.6)$$

т. е. *удельный вес равен плотности, умноженной на ускорение силы тяжести.*

В табл. 1 в конце книги приводятся плотности некоторых веществ в единицах СИ (в  $\text{кг/м}^3$ ). Плотность газов часто выражают в  $\text{г/л}$ . Численно 1  $\text{г/л}$  равен 1  $\text{кг/м}^3$ .

**§ 3.7. Системы единиц измерения физических величин.** 1. Для того чтобы единицы измерения различных физических величин были согласованы друг с другом, строится *система единиц*. Всякая система механических единиц построена на основных единицах измерения различных физических величин, определяемых произвольно и независимо друг от друга.

Единицы измерения остальных механических величин — так называемые *производные единицы* — выводятся из основных единиц с помощью формул, связывающих физические величины. Рассмотрим три системы единиц.

1) Для удобства сотрудничества в различных областях науки, техники, торговли и т. п. XI Генеральной конференцией по мерам и весам в октябре 1960 г. была принята Международная система единиц, которая сокращенно называется СИ (Система Интернациональная). Она введена и у нас в Советском Союзе в качестве основной.

В основе СИ лежат шесть единиц: единица длины — метр ( $\text{м}$ ), единица массы — килограмм ( $\text{кг}$ ), единица времени — секунда ( $\text{сек}$ ), единица термодинамической температуры — градус Кельвина ( $^\circ\text{K}$ ), единица силы тока — ампер ( $\text{а}$ ), единица силы света — свеча ( $\text{св}$ ).

Основными механическими единицами служат метр, килограмм и секунда.

Метр равен расстоянию между двумя черточками на эталоне (образце) метра, сделанного из сплава платины и иридия и хранящегося в Международном бюро мер и весов. Учитывая, что какая-либо катастрофа может привести к порче или уничтожению эталона, для возможности воспроизведения метра его измерили в длинах волн оранжевой линии спектра криптона 86 с длиной волны 0,6057  $\text{мкм}$ . Длина метра равна 1650 763,73 длинам этих волн. В 1960 г. XI Генеральная конференция по мерам и весам утвердила это определение метра.

Килограмм равен массе эталона килограмма, представляющего собой платиновый цилиндр. Масса одного кубического дециметра дистиллированной воды при  $4^\circ\text{C}$  довольно точно равна килограмму.



Эталон времени определяется, как часть периода обращения Земли вокруг своей оси, а именно: секунда равна  $1/31556925,9747$  части тропического года, т. е. интервала между двумя последовательными весенними равнодействиями, для 12 ч 1 января 1900 г. До 1927 г. секунду определяли, как  $1/86400$  часть средних солнечных суток. Новый эталон продолжительности времени равен среднему значению старой секунды за последние 300 лет. Он не вводит новую единицу времени, но более строго ее определяет.

Определения остальных основных единиц СИ будут даны в соответствующих разделах курса.

2) В научных исследованиях часто пользуются физической системой единиц, которая иначе называется СГС по начальным буквам основных единиц. Ими служат единица длины — *сантиметр (см)*, единица массы — *грамм (г)* и единица времени — *секунда (сек)*.

3) В некоторых случаях пользуются технической системой единиц, называемой МКГСС по начальным буквам основных единиц. Ими являются *метр (м)*, *килограмм-сила (кгс или кГ)* и *секунда (сек)*. Килограмм — это сила, которая телу массой в 1 кг сообщает ускорение, равное нормальному ускорению свободного падения, т. е. ускорение  $9,80665 \text{ м/сек}^2$ ; метр и секунда определяются так же, как в СИ. Единица массы называется *т. е. м.* (техническая единица массы). Эта система единиц менее удобна, чем СИ.

2. Найдем соотношения между единицами силы в разных системах единиц. Обратимся ко второму закону Ньютона  $F = ma$ :

$$\left. \begin{aligned} \text{а) } 1 \text{ н} &= 1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м/сек}^2; \\ 1 \text{ кГ} &= 1 \text{ кг} \cdot 9,81 \text{ м/сек}^2; \end{aligned} \right\} \frac{1 \text{ н}}{1 \text{ кГ}} = \frac{1}{9,81}, \text{ или } 1 \text{ кГ} = 9,81 \text{ н};$$

$$\text{б) } 1 \text{ н} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м/сек}^2 = \frac{10^3 \text{ г} \cdot 10^3 \text{ см}}{\text{сек}^2} = 10^6 \text{ г} \cdot \text{см/сек}^2 = 10^5 \text{ дин};$$

$$\text{в) } 1 \text{ кГ} = 9,81 \text{ н} = 9,81 \cdot 10^5 \text{ дин}.$$

В таблице приведены для всех трех систем основные механические единицы и показано, как получаются некоторые производные единицы.

Наименование	Буквенные обозначения	Формула	СИ	СГС	МКГСС	Примечание
1. Основные единицы						
Длина, путь	$l, s$	—	$m$	$cm$	$m$	
Масса	$m$	—	$kg$	$g$	$1 \text{ т.г. м} = 1 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2 / \text{м}$	Производная в МКГСС
Время	$t$	—	$сек$	$сек$	$сек$	
Сила					$кг$	
2. Производные единицы						
Площадь	$S$	$S = l^2$	$m^2$	$cm^2$	$m^2$	
Объем	$V$	$V = l^3$	$m^3$	$cm^3$	$m^3$	
Скорость	$v, u$	$v = \frac{s}{t}$	$m/сек$	$cm/сек$	$m/сек$	
Ускорение	$a, g$	$a = \frac{v}{t}$	$m/сек^2$	$cm/сек^2$	$m/сек^2$	
Сила	$F, P$	$F = ma$	$1 \text{ н} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}/\text{сек}^2$	$1 \text{ дин} = 1 \text{ г} \cdot \text{см}/\text{сек}^2$	$кгс, кг$	Основная в МКГСС
Плотность	$\rho$	$\rho = \frac{m}{V}$	$кг/м^3$	$г/см^3$	$кг \cdot \text{сек}^2 / \text{м}^3$	
Удельный вес	$\gamma$	$\gamma = \frac{P}{V}$	$1 \text{ н}/\text{м}^3 = 1 \text{ кг}/(\text{м}^3 \cdot \text{сек}^2)$	$1 \text{ дин}/\text{см}^3 = 1 \text{ г}/(\text{см}^3 \cdot \text{сек}^2)$	$кг/м^3$	
Момент силы	$M$	$M = Fl$	$1 \text{ н} \cdot \text{м} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{сек}^2$	$1 \text{ дин} \cdot \text{см} = 1 \text{ г} \cdot \text{см}^2 / \text{сек}^2$	$кг \cdot \text{м}$	

Приложение. Советуем учащимся по мере повторения курса продлить таблицу самостоятельно.

3. Найдем соотношения между единицами массы в разных системах единиц. Обратимся ко второму закону Ньютона в форме  $m = \frac{F}{a}$ :

$$\begin{aligned} \text{а) } 1 \text{ т.е.м.} &= 1 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{м} = 9,81 \text{ н} \cdot \text{сек}^2/\text{м} = \\ &= 9,81 \text{ кг} \cdot \text{м}/\text{сек}^2 \cdot \text{сек}^2/\text{м} = 9,81 \text{ кг}; \end{aligned}$$

$$\text{б) } 1 \text{ т.е.м.} = 9,81 \text{ кг} = 9,81 \cdot 10^3 \text{ г}.$$

Эти результаты удобно занести в следующую таблицу:

Единицы силы				Единицы массы			
	1 н	1 дин	1 кг		кг	г	т.е.м.
1 н =	1 =	$10^5 =$	$\frac{1}{9,81}$	1 кг =	1 =	$10^3 =$	$\frac{1}{9,81}$
1 дин =	$10^{-5} =$	1 =	$\frac{1}{98,1 \cdot 10^5}$	1 г =	$10^{-3} =$	1 =	$\frac{1}{9,81 \cdot 10^3}$
1 кг =	98,1 =	$9,81 \cdot 10^5 =$	1	1 т.е.м. =	9,81 =	$9,81 \cdot 10^3 =$	1

Знаки равенства показывают, что таблицу нужно читать по строчкам. Например,  $1 \text{ кг} = 9,81 \text{ н} = 9,81 \cdot 10^5 \text{ дин}$  или  $1 \text{ т.е.м.} = 9,81 \text{ кг} = 9,81 \cdot 10^3 \text{ г}$ .

4. Часто используются более крупные (кратные) и более мелкие (дольные) единицы по сравнению с единицами СИ. Для их образования единицы СИ умножают или делят на ту или иную степень числа 10. Для наименования полученных единиц прибавляют приставки к единицам СИ (см. табл. 2 в конце книги).

**§ 3.8. Импульс силы и количество движения.** Введем две новые физические величины, имеющие большое значение в механике.

Мы знаем, что действие силы на тело зависит не только от ее величины, но и от времени ее действия. Например, чем дольше действует на тело сила, вызывающая его ускорение, тем больше изменение скорости этого тела.

Пусть постоянная по величине и направлению сила  $\vec{F}$  действовала на тело с массой  $m$  в течение промежутка времени  $\Delta t$ . За это время скорость тела изменилась от  $\vec{v}_0$  до  $\vec{v}_t$ . По второму закону Ньютона,

$$\vec{F} = m\vec{a}.$$

Заменим ускорение  $\vec{a}$  его выражением  $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_t - \vec{v}_0}{\Delta t}$ .  
Тогда

$$\vec{F} = m \frac{\vec{v}_t - \vec{v}_0}{\Delta t},$$

откуда

$$\vec{F} \Delta t = m \vec{v}_t - m \vec{v}_0 = \Delta (m \vec{v}). \quad (3.7)$$

Если масса тела неизменна, то

$$\vec{F} \Delta t = m \Delta \vec{v}. \quad (3.7')$$

Векторная величина  $\vec{F} \Delta t$ , численно равная произведению силы на время ее действия, называется *импульсом силы*. Направление импульса силы совпадает с направлением силы. Векторная величина  $m \vec{v}$ , численно равная произведению массы тела на его скорость, называется *количеством движения*. Направление количества движения тела совпадает с направлением его скорости.

*Изменение количества движения  $m \Delta \vec{v}$  — вектор, направление которого совпадает с направлением силы, действующей на тело и вызывающей изменение его скорости. Сформулируем второй закон Ньютона, записанный в виде (3.7) или (3.7'): изменение количества движения прямо пропорционально импульсу силы и происходит по направлению силы.*

Длительное действие малой силы может дать такой же импульс, как кратковременное действие большой силы.

Импульс силы измеряется:

$$\begin{aligned} \text{в системе единиц СИ} & \text{— в } \text{н} \cdot \text{сек} = \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{сек} / \text{сек}^2 = \\ & = \text{кг} \cdot \text{м} / \text{сек}; \end{aligned}$$

$$\text{«} \quad \text{«} \quad \text{СГС} \text{— в } \text{дин} \cdot \text{сек} = \text{г} \cdot \text{см} / \text{сек};$$

$$\text{«} \quad \text{«} \quad \text{МКГСС} \text{— в } \text{кГ} \cdot \text{сек}.$$

**§ 3.9. Третий закон Ньютона.** Рассмотрим несколько случаев взаимодействия тел.

1. Если на стол поставлена гиря, то под действием ее веса  $\vec{P}$  доска стола прогибается. Упругие силы, возникающие в деформированной доске, стремятся уничтожить прогиб и при этом давят на гирю с силой  $\vec{F}$ . Так как стол и гиря остаются в равновесии, сила  $\vec{F} = -\vec{P}$ .

2. Взаимодействующие тела не всегда остаются неподвижными. В ванне с водой плавают две пробковые дощечки, связанные с противоположными стенками ванны двумя динамометрами. Закрепим на одной дощечке магнит, а на другой — кусок железа (рис. 3.5). Магнит и железо притягиваются друг к другу, поэтому обе дощечки будут

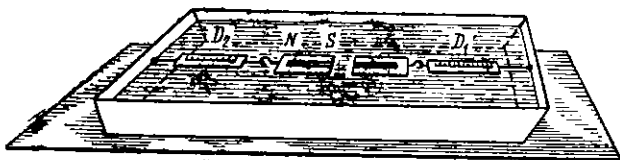


Рис. 3.5

сближаться до расстояния, на котором сила притяжения железа к магниту уравнивается упругой силой растянутого динамометра  $D_1$ , а сила притяжения магнита к железу — упругой силой растянутого динамометра  $D_2$ . Оказывается, что показания обоих динамометров одинаковы. Следовательно, магнит действует на железо с такой же по величине силой, с какой железо действует на магнит, но силы эти направлены в противоположные стороны.

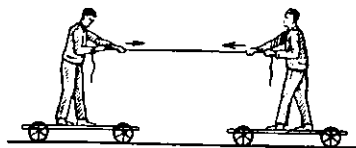


Рис. 3.6

3. Два человека (назовем их I и II), стоя на низких тележках и взявшись обеими руками за концы веревки, натягивают ее, «выбирая» (рис. 3.6). Оба одновременно начинают двигаться навстречу

друг другу. Измерим перемещения  $s_1$  и  $s_2$  тележек до их встречи. Определив заранее массу первого человека вместе с тележкой ( $m_1$ ) и массу второго с тележкой ( $m_2$ ), можно убедиться в том, что

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{m_2}{m_1}.$$

Но  $s_1 = \frac{a_1 t^2}{2}$  и  $s_2 = \frac{a_2 t^2}{2}$ , поэтому  $\frac{s_1}{s_2} = \frac{a_1}{a_2}$ .

Если учитывать направления перемещений и ускорений, то

$$\frac{\vec{a}_1}{-a_2} = \frac{m_2}{m_1},$$

или

$$\vec{a}_1 m_1 = -\vec{a}_2 m_2.$$

Заменяя по второму закону Ньютона произведение массы на ускорение силой, получаем

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2. \quad (3.8)$$

Формула (3.8) выражает *третий закон Ньютона: силы, с которыми два тела действуют друг на друга, всегда равны по величине и направлены в противоположные стороны*. Этот закон называют законом равенства действия и противодействия. Очевидно, безразлично, которое из тел называть действующим и которое — противодействующим.

Силы действия и противодействия равны по величине, направлены в противоположные стороны, но *не уравнивают друг друга*, так как приложены к разным телам.

**§ 3.10. Закон сохранения количества движения.** 1. Из второго и третьего законов Ньютона вытекает один из очень важных законов механики — *закон сохранения количества движения*. Представим себе систему, состоящую из двух тел. Силы взаимодействия между телами системы называются внутренними силами. Силы, действующие на систему со стороны других тел, не входящих в данную систему, называются внешними силами. Система тел, ни на одно из которых не действуют внешние силы, носит название *изолированной, или замкнутой, системы*.

Изолированная система может состоять из нескольких тел. Примером изолированной системы могут служить орудие и вылетающий из него снаряд, Земля и тяжелое тело, наша Солнечная система, два сталкивающихся шара.

Остановимся на последнем примере. Два шара одинакового объема, массы которых равны  $m_1$  и  $m_2$ , а скорости — соответственно  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$ , причем  $v_1 > v_2$ , движутся по одной прямой (рис. 3.7, а) и сталкиваются. После взаимодействия (рис. 3.7, б) скорость первого шара умень-

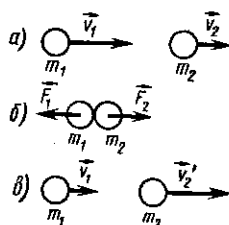


Рис. 3.7

шается до  $\vec{v}_1'$ , а скорость второго увеличивается до  $\vec{v}_2'$  (рис. 3.7, в).

По третьему закону Ньютона, сила  $\vec{F}_2$ , с которой первый шар толкнул второй, численно равна силе  $\vec{F}_1$ , с которой второй шар подействовал на первый. Если начальное направление движения шаров принять за положительное, то

$$-\vec{F}_1 = \vec{F}_2.$$

За время взаимодействия  $t$  шары получили равные и противоположно направленные импульсы

$$-\vec{F}_1 t = \vec{F}_2 t. \quad (3.9)$$

По второму закону Ньютона, импульс силы, действующей на тело, равен изменению количества движения тела:

$$-\vec{F}_1 t = -(m_1 \vec{v}_1' - m_1 \vec{v}_1); \quad \vec{F}_2 t = m_2 \vec{v}_2' - m_2 \vec{v}_2.$$

Заменим в формуле (3.9) импульсы соответствующими изменениями количества движения:

$$-(m_1 \vec{v}_1' - m_1 \vec{v}_1) = m_2 \vec{v}_2' - m_2 \vec{v}_2. \quad (3.10)$$

На сколько уменьшилось количество движения первого шара, на столько же увеличилось количество движения второго. Можно сказать, что при взаимодействии первый шар передал второму часть своего количества движения.

Преобразуя формулу (3.10), получаем

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2'. \quad (3.11)$$

Последняя формула выражает закон сохранения количества движения: *сумма ко-*

*личеств движения тел, составляющих замкнутую систему, остается постоянной.*

2. Рассмотрим простой опыт, иллюстрирующий этот закон. На тележке закреплена пробирка с водой, заткнутая пробкой (рис. 3.8). Нагреем пробирку пламенем спиртовки и доведем воду в ней до кипения. Вскоре

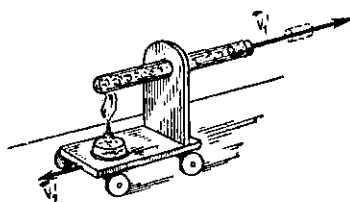


Рис. 3.8

пробка с шумом вылетает в одну сторону, а тележка с пробиркой откатывается в противоположную.

По закону сохранения, сумма количеств движения тел, составляющих систему, должна оставаться постоянной.

Обозначим начальные скорости: пробки  $\vec{v}_1$ , тележки  $\vec{v}_2$ . По закону сохранения количества движения,

$$m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2' = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2,$$

или

$$m_1 (\vec{v}_1' - \vec{v}_1) = -m_2 (\vec{v}_2' - \vec{v}_2),$$

откуда получаем отношение числовых значений

$$\frac{v_1' - v_1}{v_2' - v_2} = \frac{m_2}{m_1}. \quad (3.12)$$

*При взаимодействии двух тел, составляющих замкнутую систему, числовые значения изменений скоростей этих тел обратно пропорциональны их массам.*

В рассматриваемом опыте начальные скорости  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  равны нулю, поэтому формула (3.12) принимает вид

$$\frac{v_1'}{v_2'} = \frac{m_2}{m_1}. \quad (3.12')$$

Масса пробки во много раз меньше массы тележки, поэтому и скорость ее во много раз больше скорости отката тележки. Такое же явление наблюдается при стрельбе из ружья (отдача). Если конькобежец, стоящий на льду, бросит вперед тяжелую палку, то сам он откатится назад, хотя и не отталкивается от льда.

**§ 3.11. Понятие о реактивном движении.** Мы видели, что отдача дает возможность осуществлять движение без отталкивания от какой-либо опоры, так называемое реактивное движение. Рассмотрим примеры реактивных движений.

1. На реактивном действии струи воды основано устройство водяных турбин. Простейшей моделью водяной турбины служит известное с давних пор колесо Сегнера (рис. 3.9). Стекло́нная воронка подвешена к кольцу  $K$ , надетому на стерженек, и может вращаться вокруг вертикальной оси. Внизу к воронке припаяна горизонтальная трубка, концы которой загнуты в противоположные стороны. Когда вода вытекает из воронки, она толкает



трубки в направлении, обратном направлению струи, и пара сил, действующих на горизонтальную трубку, вращает весь прибор в сторону, противоположную движению струй воды.

2. Впервые принцип ракеты для устройства летательного аппарата, который мог бы перемещаться и в воздухе, и в безвоздушном пространстве, был предложен студентом-революционером

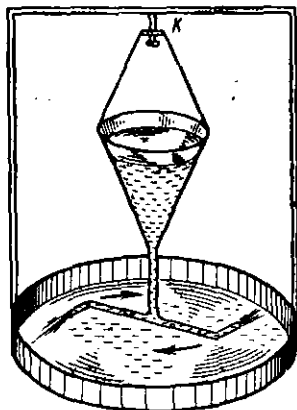


Рис. 3.9

*Н. И. Кибальчицем* в 1881 г. за несколько дней до его казни. Записку Кибальчица жандармы сдали в архив, и его идея оставалась неизвестной до 1917 г. Независимо от него замечательный русский ученый *К. Э. Циолковский* разработал в 1903 г. проект ракеты с жидким топливом для межпланетных путешествий. К замкнутой системе ракета — газ применим закон сохранения количества движения. Газы, образующиеся при сгорании топлива, выбрасыва-

ются из двигателя ракеты в окружающее ее пространство со столь большой скоростью, что и двигатель большой массы приобретает огромную скорость. Масса ракеты уменьшается по мере сгорания топлива, поэтому ракета представляет собой тело переменной массы.

**§ 3.12. Закон всемирного тяготения.** 1. Многочисленные наблюдения астрономов над движением планет, проведенные до начала XVII столетия и изученные *Иоганном Кеплером* (1571—1630), позволили ему установить следующие законы движения планет:

I. *Каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.*

II. *Площади, описываемые радиусами-векторами за одинаковые промежутки времени, равны* (рис. 3.10). Радиусом-вектором называют прямую, проведенную из центра Солнца до центра планеты. Из рисунка видно, что чем дальше от Солнца находится планета, тем медленнее она движется.

**III. Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца прямо пропорциональны кубам больших полуосей их орбит, т. е.**

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}, \quad (3.13)$$

где  $T_1$  и  $T_2$  — периоды обращения первой и второй планет,  $a_1$  и  $a_2$  — соответственно большие полуоси их орбит. Эллипсы, по которым движутся планеты, мало отличаются от окружностей и при решении ряда задач их можно считать окружностями. Тогда формула (3.13) принимает вид

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}, \quad (3.13')$$

где  $r_1$  и  $r_2$  — радиусы орбит первой и второй планет.

2. На основании третьего закона Кеплера и второго закона динамики *Ньютон* вывел закон всемирного тяготения: *две материальные точки притягиваются друг к другу с силой, которая направлена по прямой, их соединяющей, пропорциональна их массам и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:*

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (3.14)$$

где  $m_1$  и  $m_2$  — массы материальных точек,  $r$  — расстояние между ними,  $\gamma$  — гравитационная постоянная.

Если принять  $m_1 = m_2 = 1$  массы, а  $r = 1$  длины, то по числовому значению  $F = \gamma$ , т. е. гравитационная постоянная — физическая величина, численно равная силе, с которой притягиваются друг к другу две материальные точки с одинаковыми массами, равными единице массы каждая, находящиеся на расстоянии, равном единице длины.

Единицы, в которых измеряется  $\gamma$ , можно найти, воспользовавшись формулой (3.14). Так как

$$\gamma = \frac{Fr^2}{m_1 m_2},$$

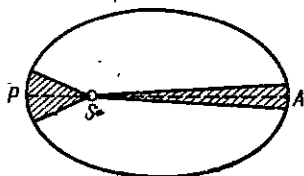


Рис. 3.10

то в СИ  $\gamma$  измеряется в  $\text{н} \cdot \text{м}^3/\text{кг}^2 = \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^3/(\text{сек}^2 \cdot \text{кг}^2) =$   
 $= \text{м}^3/(\text{кг} \cdot \text{сек}^2)$ , а в системе СГС — в  $\text{дин} \cdot \text{см}^3/\text{г}^2 = \text{г} \cdot \text{см} \times$   
 $\times \text{см}^3/(\text{сек}^2 \cdot \text{г}^2) = \text{см}^3/(\text{г} \cdot \text{сек}^2)$ .

3. Величина гравитационной постоянной определялась опытным путем много раз со все возрастающей точностью.

Опишем первый способ определения гравитационной постоянной с помощью так называемых крутильных весов, осуществленный Г. Кэвендишем в конце XVIII в. На схематическом рис. 3.11 изображено легкое деревянное коромысло крутильных весов, на котором симметрично укреплены два маленьких шарика с одинаковыми массами  $m = 730 \text{ г}$ . Коромысло подвешено в точке  $O$  на тонкой металлической проволочке или полоске.

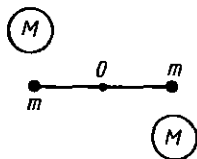


Рис. 3.10

Специальное устройство позволяет придвигать к маленьким шарикам массивные свинцовые шары с одинаковыми массами  $M = 158 \text{ кг}$ . Если придвинуть большие шары достаточно близко к маленьким, то маленькие шары притягиваются к большим, и пара сил, приложенных к шарикам  $m$ , поворачивает легкое коромысло вокруг вертикальной оси, закручивая проволочку, на которой оно подвешено. По закручиванию проволоки измеряют момент закручивающей силы и находят силу взаимодействия между большими шарами и маленькими, равную закручивающей силе. Зная массы шаров и расстояние между ними, можно определить значение  $\gamma$ .

Приводим значение гравитационной постоянной, найденное из опытов:

$$\gamma = 6,65 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/(\text{г} \cdot \text{сек}^2) = 6,65 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{сек}^2).$$

Приближенно при решении задач можно принимать

$$\gamma = \frac{1}{15\,000\,000} \text{ см}^3/(\text{г} \cdot \text{сек}^2) = \frac{1}{15 \cdot 10^6} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{сек}^2).$$

4. Закон всемирного тяготения объясняет тот факт, что вес тела, измеренный с помощью пружинных весов, имеет наибольшее значение на высоте уровня моря. Когда тело поднято на высоту  $h$  над уровнем моря, то его вес становится меньше, так как расстояние от центра Земли до центра тяжести тела  $(r + h)$  стало больше радиуса  $r$  Земли.

5. Видимой связи между тяготеющими друг к другу телами нет, силы тяготения действуют на огромных расстояниях в безвоздушном пространстве. Осуществляется тяготение через *поле тяготения*, или *гравитационное поле*. Его основное свойство состоит в том, что на всякую материальную точку, помещенную в поле тяготения, действует сила тяготения, пропорциональная массе этой точки. В дальнейшем мы встретимся с другими полями (электрическим, магнитным).

**§ 3.13. Масса Земли. Средняя плотность Земли.** Вес  $P$  тела массой  $m$  можно выразить по второму закону Ньютона

$$P = mg$$

и по закону всемирного тяготения

$$P = \gamma \frac{mm_3}{r_3^2},$$

где  $m_3$  — масса Земли и  $r_3$  — ее радиус. Приравняем правые части этих формул

$$mg = \gamma \frac{mm_3}{r_3^2},$$

откуда

$$m_3 = \frac{gr_3^2}{\gamma}. \quad (3.15)$$

Подставив числовые значения  $g = 9,8 \text{ м/сек}^2$ ,

$$r_3 = 6,38 \cdot 10^6 \text{ м}, \quad \gamma = \frac{1}{15 \cdot 10^9} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{сек}^2),$$

найдем массу Земли

$$m_3 \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}.$$

Объем Земли равен

$$V_3 = \frac{3}{4} \pi r_3^3 \approx 1,1 \cdot 10^{21} \text{ м}^3.$$

Следовательно, средняя плотность Земли

$$\rho_3 = \frac{m_3}{V_3} \approx 5,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Плотность земной коры меньше, а плотность ядра Земли, состоящего, по предположениям геологов, главным

образом из расплавленного железа, больше средней плотности Земли.

**§ 3.14. Свободное падение тел.** 1. *Свободным падением называется падение тел в безвоздушном пространстве без начальной скорости.*

Пусть тело массой  $m$  поднято на высоту  $h$  над уровнем Земли. Сила тяготения, действующая на тело, равна

$$F = \gamma \frac{mm_3}{(r+h)^2},$$

где  $r$  — радиус Земли. С другой стороны, по второму закону Ньютона, эта сила равна

$$F = mg,$$

где  $g$  — ускорение свободно падающего тела.

Из равенства правых частей обоих уравнений получаем

$$g = \gamma \frac{m_3}{(r+h)^2}.$$

Величины  $\gamma$  и  $m_3$  постоянные, масса тела в эту формулу не входит. Следовательно, *ускорение  $g$  свободного падения в данной точке околоземного пространства для всех тел одинаково.*

2. Галилей (1583) установил, что на движение падающего тела влияет сопротивление воздуха. Сила этого сопротивления тем больше, чем больше фронтальная поверхность падающего тела (сравните падение с закрытым парашютом и с раскрытым).

Рис. 3.12



Покажем это на опыте. Поместим в длинную стеклянную трубку с одним запаянным концом, поставленную вертикально, дробинку, перышко и пробку. Закроем трубку специальной пробкой с краном для откачивания воздуха. Быстро перевернем трубку на  $180^\circ$ . Первой достигнет ее дна падающая дробинка, затем пробка и, наконец, перышко. Повторим опыт, откачав из трубки воздух. Теперь дробинка, пробка и перышко падают на дно трубки одновременно (рис. 3.12).

Ускорение свободного падения называют также ускорением силы тяжести. На различных географических

широтах ускорение  $g$  неодинаково. Нормальным называется значение ускорения свободного падения на широте  $45^\circ$ :  $g_{\text{норм}} = 9,80665 \text{ м/сек}^2$ . В Москве  $g = 9,81523 \text{ м/сек}^2$ .

3. Движение свободно падающего тела происходит с постоянным ускорением и поэтому определяется теми же формулами, что и равномерно ускоренное движение без начальной скорости (см. § 2.8, пункт 5), только вместо ускорения  $a$  надо поставить  $g$ , а вместо пути  $s$  — высоту  $h$ , например:

мгновенная скорость  $v_t = gt$ ;

время падения  $t = \frac{v}{g}$ , где  $v$  — конечная скорость;

высота падения  $h = \frac{gt^2}{2}$ ;

конечная скорость  $v = \sqrt{2gh}$ ;

пути, проходимые за последовательные равные промежутки времени,

$$h_1 : (h_2 - h_1) : (h_3 - h_2) : \dots = 1 : 3 : 5 : \dots \text{ и т. д.}$$

### § 3.15. Движение тела, брошенного вертикально вверх.

Бросим какое-либо тело вертикально вверх с начальной скоростью  $\vec{v}_0$ . Во время подъема тела эта скорость уменьшается под действием силы тяжести, которая сообщает ему постоянное ускорение  $g$ , направленное вниз. Поэтому движение тела, брошенного вертикально вверх, равномерно замедленное (см. § 2.10).

Его мгновенная скорость через  $t$  сек после начала подъема равна

$$v_t = v_0 - gt;$$

время подъема

$$t = \frac{v_0}{g};$$

наибольшая высота подъема

$$h = \frac{v_0^2}{2g};$$

начальная скорость

$$v_0 = \sqrt{2gh} \text{ и т. д.}$$

Из формул, определяющих движение свободно падающего тела и тела, брошенного вертикально вверх, следует:

1) начальная скорость тела, брошенного из некоторой точки вертикально вверх, равна его конечной скорости

в той же точке при падении, причем направления обеих скоростей прямо противоположны;

2) время подъема тела, брошенного из какой-либо точки вертикально вверх, равно времени падения его с высоты наибольшего подъема в ту же точку.

**§ 3.16. Влияние сопротивления воздуха на движение тел.** Формулы, приведенные в § 3.14 и 3.15, справедливы, строго говоря, только при свободном падении тел в безвоздушном пространстве. Во всех других случаях необходимо учитывать сопротивление среды, в которой движется свободно падающее тело.

В начале вертикального падения тела, когда его скорость невелика, сила сопротивления воздуха незначительна, но она быстро растет с увеличением скорости. Поэтому ускорение падающего в воздухе тела обусловлено равнодействующей веса  $\vec{P}$  тела и силы  $\vec{F}$  сопротивления воздуха, направленной вверх (рис. 3.13, а). Когда сила  $\vec{F}$  достигнет величины —  $\vec{P}$ , то равнодействующая обеих сил будет равна нулю и, согласно первому закону Ньютона, падающее тело будет двигаться равномерно и прямолинейно. Постоянная скорость  $v_n$  равномерного падения зависит от веса тела, его формы и величины. Легкие тела быстрее достигают  $v_n$ . Например, капли дождя движутся у поверхности Земли с постоянной скоростью не более 8 м/сек. При свободном падении в безвоздушном пространстве с высоты 2 км их скорость была бы равна

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 2000} \text{ м/сек} \approx 200 \text{ м/сек.}$$

Чем больше поперечное сечение тела, тем больше сила сопротивления воздуха. Скорость равномерного падения  $v_n$  картонного диска, падающего плашмя, значительно меньше, чем скорость падения того же диска, падающего ребром (рис. 3.13, б). Форма раскрытого парашюта такова, что наибольшая скорость падения человека с раскрытым парашютом не превышает 7 м/сек. Наоборот, бомбам

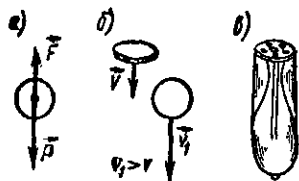


Рис. 3.13

(рис. 3.13, в) придают обтекаемую форму, при которой сила сопротивления воздуха минимальна.

**§ 3.17. Силы упругости.** 1. Деформации представляют собой особый вид движения, а именно перемещение частей тела друг относительно друга под действием внешней силы. При деформации тела изменяются его форма и его объем.

Деформацию называют *упругой* в том случае, если она полностью исчезает после прекращения действия деформирующих сил. Обычно упругие деформации возникают в теле, если деформирующая сила не очень велика и действует не слишком долго.

Рассмотрим, что происходит с пружиной, изображенной на рис. 1.3, когда к ней подвешивают гирию весом  $P$ . В тот момент, когда гирия подвешивается, сила  $P$  сообщает нижнему концу пружины ускорение, и он начинает двигаться. Так как верхний конец пружины закреплен, то пружина начинает растягиваться, причем движение передается постепенно более верхним ее частям. Вследствие деформации пружины в ней возникают внутренние силы, действующие между отдельными ее частями, — силы упругости, направленные в сторону, противоположную направлению силы  $P$ . В тот момент, когда силы упругости достигнут по числовому значению величины  $P$ , они уравновесят силу  $P$  и растяжение пружины прекратится. Увеличение нагрузки вызовет дополнительное растяжение пружины. Если снять весь груз, то пружина постепенно укорачивается до первоначальной длины.

Упругие деформации тел разнообразны. Под действием внешней силы тела могут растягиваться и сжиматься, изгибаться, скручиваться и т. д. Рассмотрим на примере деформации растяжения закон, которому подчиняются все виды деформаций.

2. На рис. 3.14 изображен стержень длиной  $l$ , верхний конец которого закреплен. Под действием силы  $F$ , направленной вертикально вниз, стержень растянется на величину  $\Delta l$ , называемую абсолютным удлинением. При

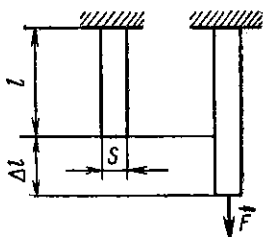


Рис. 3.14



неизменной растягивающей силе абсолютное удлинение стержня прямо пропорционально его первоначальной длине. Поэтому мерой деформации растяжения служит *относительное удлинение*  $\frac{\Delta l}{l}$ , равное отношению абсолютного удлинения  $\Delta l$  к первоначальной длине  $l$  стержня. Относительное удлинение измеряется в процентах. Металлы, камни, стекло можно растянуть лишь на несколько процентов. Очень сильно растягивается резина, для которой  $\frac{\Delta l}{l}$  достигает 200 и даже 300%.

Экспериментально был установлен следующий закон: *растягивающая сила  $F$ , а значит, и сила упругости при растяжении пропорциональна относительному удлинению  $\frac{\Delta l}{l}$ , площади поперечного сечения  $S$  стержня и зависит от материала, из которого стержень сделан:*

$$F_{\text{упр}} = -F = -E \frac{\Delta l}{l} S, \quad (3.16)$$

где  $E$  — коэффициент пропорциональности, называемый *модулем упругости*, или *модулем Юнга*.

Величина  $\sigma$ , численно равная силе упругости, приходящейся на единицу площади сечения тела, называется *напряжением*

$$\sigma = \frac{F_{\text{упр}}}{S}. \quad (3.17)$$

Заменив в формуле (3.17)  $\frac{F_{\text{упр}}}{S}$  напряжением, получим

$$\sigma = E \frac{\Delta l}{l}, \quad (3.18)$$

т. е. при деформации растяжения напряжение пропорционально относительному удлинению.

Английский физик Р. Гук установил следующий закон: *при любой упругой деформации тела напряжение, возникающее в нем, пропорционально относительной деформации.*

На рис. 3.15 приведен график зависимости напряжения от удлинения. На участке  $OA$  справедлив закон Гука. Напряжение  $\sigma_A$ , соответствующее точке  $A$ , называется *пределом пропорциональности*. Если деформация стержня вызывает в нем напряжение большее, чем предел пропорциональности, то после снятия нагрузки стержень

не полностью восстанавливает прежнюю длину, а сохраняет так называемую *остаточную деформацию*  $\Delta l_{\text{ост}}$ . Напряжение  $\sigma_B$ , соответствующее точке *B*, называется *пределом упругости*. Далее с увеличением  $\frac{\Delta l}{l}$  напряжение растет все медленнее — при ничтожно малом увеличении растягивающей силы стержень значительно удлиняется. За *пределом текучести* (точка *C*) удлинение возрастает без увеличения действующей силы. Наконец, стержень разрывается (точка *D*). Напряжение, при котором происходит разрыв, называется *пределом прочности*  $\sigma_D$ .

Запишем закон Гука в общем виде для любой деформации:

деформирующая сила

$$F = k\Delta x,$$

сила упругости

$$F_{\text{упр}} = -k\Delta x, \quad (3.19)$$

где  $\Delta x$  — абсолютная деформация, а  $k$  — коэффициент, характеризующий материал, из которого сделано деформируемое тело, и первоначальные размеры тела.

Модуль Юнга  $E$ , входящий в формулы (3.16) и (3.18), характеризует материал, из которого сделано растягиваемое тело, и имеет поэтому большое значение при технических расчетах. Из формулы (3.18) следует, что при  $\frac{\Delta l}{l} = 1$  напряжение  $\sigma = E$ , т. е. модуль Юнга равен напряжению, которое возникло бы в стержне при упругом удлинении, равном его первоначальной длине. На самом деле модуль Юнга в сотни раз больше предела прочности. Это видно, например, из приведенной таблицы.

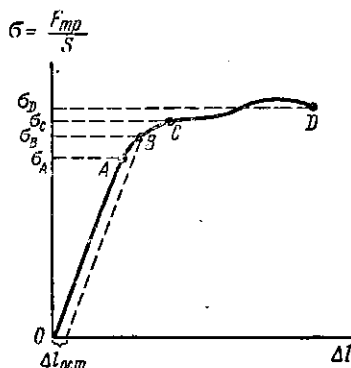


Рис. 3.15

	Модуль Юнга	Предел прочности
Сталь . . . . .	$196 \cdot 10^9 \text{ н/м}^2$	$127 \cdot 10^7 \text{ н/м}^2$
Медь . . . . .	$120 \cdot 10^9 \text{ н/м}^2$	$24 \cdot 10^7 \text{ н/м}^2$
Латунь . . . . .	$102 \cdot 10^9 \text{ н/м}^2$	$3 \cdot 10^7 - 40 \cdot 10^7 \text{ н/м}^2$
Свинец . . . . .	$16 \cdot 10^9 \text{ н/м}^2$	$1,5 \cdot 10^7 \text{ н/м}^2$

Все сказанное о деформации продольного растяжения справедливо и для *продольного сжатия*. При продольном сжатии упругое напряжение равно нормальному давлению  $p$ . Нормальное давление измеряется внешней силой, приходящейся на единицу площади тела, и направленной перпендикулярно к поверхности тела:

$$p = \frac{F}{S}.$$

Тела, деформация которых сохраняется после того как действие силы, вызвавшей деформацию, прекратилось, называются *пластичными*. Пластичны глина, воск, свинец и др. Строго говоря, в природе нет ни вполне упругих, ни вполне пластичных тел. Каждое тело обладает упругими свойствами в большей или меньшей степени.

**§ 3.18. Силы трения.** 1. Любое движение тел, кроме движения в безвоздушном пространстве, сопровождается *трением*. Замедление движения автомобиля по горизонтальной дороге при выключении мотора, движение бревен по течению реки при сплаве, сопротивление воздуха свободному падению тел и т. д. вызываются трением. Здесь

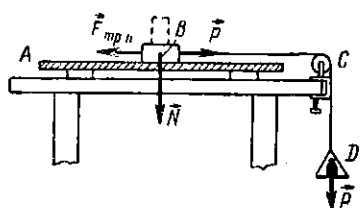


Рис. 3.16

мы рассмотрим только так называемое *внешнее трение*, возникающее между соприкасающимися твердыми телами вследствие шероховатости их поверхностей.

Различают три вида внешнего трения: покоя, скольжения и качения.

2. *Сила трения покоя возникает, когда мы сдвигаем предмет с места.* Для измерения сил трения между двумя телами пользуются прибором, называемым *трибометром* (рис. 3.16). На столике укреплены полозья  $A$ , на которые кладется брусок  $B$  с крючком. К крючку привязана нить, перекинутая через блок  $C$ . К другому концу нити прикреплена чашечка  $D$  для гирь. Ставя на чашечку разные гири начиная с малых, подбирают такой их вес  $P$ , при котором брусок сдвигается с места. Сила  $\vec{P}$  уравнивает силу трения покоя  $\vec{F}_{\text{тр.п.}}$ , следовательно,

$$\vec{P} = -\vec{F}_{\text{тр.п.}}$$

Увеличивая силу давления  $N$  бруса на полость (для этого можно положить на него тяжелую гирю), мы убеждаемся, что сила трения покоя пропорциональна силе нормального давления  $N$ :

$$F_{\text{тр.п.}} = f_0 N. \quad (3.20)$$

Безразмерный коэффициент пропорциональности  $f_0$ , зависящий от материала тел и состояния их поверхностей, называется *коэффициентом трения покоя*. Из формулы (3.20) следует, что

$$f_0 = \frac{F_{\text{тр.п.}}}{N}. \quad (3.20')$$

3. Коэффициент трения скольжения определяется с помощью того же прибора, причем вес  $P$  гирек подбирается так, чтобы брусок  $B$  скользил по полостям равномерно. Коэффициент трения скольжения

$$f' = \frac{F_{\text{тр.ск.}}}{N}. \quad (3.21)$$

При скольжении стали по стали  $f' = 0,12 - 0,17$ ;  
 » » металла по дереву  $f' = 0,4 - 0,6$ ;  
 » » стали по льду  $f' = 0,027$ .

Коэффициент трения покоя  $f_0$  на 20—30% больше, чем коэффициент трения скольжения. Сила трения не зависит от площади соприкасающихся поверхностей.

4. Опыты показывают, что сила трения качения пропорциональна силе нормального давления  $N$  и обратно пропорциональна внешнему радиусу  $R$  катящегося тела. Чем больше радиус колеса, тем меньше

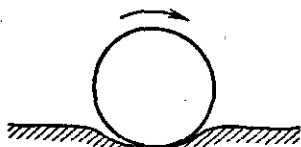


Рис. 3.17

значение имеют для него неровности поверхности, по которой оно катится. Кроме того, поверхность, по которой катится колесо, деформируется под действием силы давления, в ней образуется углубление, которое затрудняет движение колеса (рис. 3.17). Трение качения значительно меньше трения скольжения. Поэтому трение скольжения часто заменяют трением качения, применяя шариковые и роликовые подшипники.

5. Силы внешнего трения играют очень большую роль в жизни и в технике. Силы трения скольжения всегда

направлены навстречу движению, на их преодоление требуется сила, дополнительная к силе, вызывающей ускорение. Но силы трения не всегда вредны. Мы не могли бы ходить, прыгать, если бы не было трения, помогающего нам отталкиваться от поверхности Земли. Силы трения покоя удерживают вбитые гвозди, ввинченные винты, нитки в материи и т. д.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. В чем состоит первый закон Ньютона?
2. Можно ли его проверить на опыте?
3. Каким образом можно сравнить массы двух тел?
4. Сформулируйте второй закон Ньютона и приведите его опытные обоснования.
5. Как сравнить массы двух тел на основании второго закона Ньютона?
6. На каких весах измеряется вес тела и на каких — масса? Дайте пояснения к ответу.
7. Дайте определение плотности. В каких единицах она измеряется?
8. Что называется удельным весом и в каких единицах он измеряется?
9. Каково соотношение между массой и весом?
10. Как построена СИ? СГС? МКГСС?
11. Выведите соотношения между единицами массы в разных системах единиц.
12. Сделайте то же для единиц силы.
13. Дайте определения импульса силы, количества движения и укажите, в каких единицах измеряются эти величины в разных системах единиц.
14. Каково соотношение между импульсом силы и количеством движения?
15. Сформулируйте третий закон Ньютона и проиллюстрируйте его опытами.
16. Уравновешивают ли друг друга силы действия и противодействия? Обоснуйте ваш ответ.
17. В чем состоит закон сохранения количества движения? Приведите примеры и опыты, подтверждающие его.
18. Каковы технические применения закона сохранения количества движения?
19. Приведите примеры реактивных движений.
20. Каким законам подчиняется движение планет вокруг Солнца?
21. Сформулируйте закон всемирного тяготения.
22. Что называется гравитационной постоянной и как она была впервые определена?
23. Какое падение называется свободным и каковы его законы?
24. Напишите выражения для мгновенной скорости, времени, падения, высоты падения, конечной скорости в случае свободного падения?

25. Как происходит движение тела, брошенного вертикально вверх?

26. Напишите выражения для высоты подъема, скорости в данный момент, времени подъема (см. вопрос 25).

27. Как влияет сопротивление воздуха на движение тел?

28. Какие тела называются упругими? пластичными?

29. В чем состоит закон Гука?

30. Дайте определение модуля Юнга. В каких единицах он измеряется в СИ?

31. Каково значение сил трения в жизни и в технике?

32. Опишите способ изучения сил трения.

33. Дайте определение коэффициента трения скольжения.

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 3.1.** Из орудия вылетает снаряд со скоростью 700 м/сек. Определить массу снаряда, если средняя сила давления пороховых газов равна  $28 \cdot 10^5$  н и снаряд движется внутри ствола 0,003 сек.

**Дано (СИ):**

$$v = 700 \text{ м/сек};$$

$$F = 28 \cdot 10^5 \text{ н};$$

$$t = 0,003 \text{ сек.}$$

$$m = ?$$

**Решение**

По второму закону Ньютона,

$$m = \frac{F}{a},$$

где  $a = \frac{v}{t}$ . Поэтому

$$m = \frac{Ft}{v},$$

или

$$m = \frac{28 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{7 \cdot 10^2} \text{ кг} = 12 \text{ кг.}$$

Правильность формулы, полученной при решении задачи, полезно проверить, сравнивая единицы измерения физических величин, стоящих в правой и левой частях формулы. При проверке единицы измерения физических величин выражают через основные единицы той системы, которой пользуются при решении данной задачи, показывая квадратными скобками, что речь идет именно о единицах измерения величин, а не об их числовых значениях. Такая формула называется «формулой размерности». Покажем, как записывается формула размерности на примере задачи 3.1 (СИ):

$$[m] = \frac{[F][t]}{[v]} = \frac{\text{н} \cdot \text{сек}}{\text{м/сек}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{сек}^2} \cdot \frac{\text{сек}}{\text{м}} \cdot \text{сек} = \text{кг.}$$

Масса в СИ измеряется в кг, и единицы измерения левой и правой частей формулы одинаковы.

**Задача 3.2.** Брусек весом 16 н, движущийся по горизонтальной плоскости без трения, соединен легким шнуром, перекинутым через

блок, с грузом в 8 н (рис. 3.18). Определить ускорение системы и натяжение шнура.

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} P_1 &= 16 \text{ н;} \\ P_2 &= 8 \text{ н.} \\ a &= ? \quad t = ? \end{aligned}$$

**Решение**

На брусок действуют три силы: сила тяжести  $P_1$ , реакция опоры  $N$ , взаимно уравновешивающиеся, и сила  $T$  натяжения шнура, сообщая брусу ускорение  $a$ , направленное в сторону действия этой силы:

$$T = m_1 a = \frac{P_1}{g} a. \quad (\text{а})$$

На груз действуют сила тяжести  $P_2$  и сила  $T$  натяжения шнура, равнодействующая которых сообщает грузу ускорение  $a$ , направленное в сторону действия этой равнодействующей, т. е. вертикально вниз:

$$P_2 - T = m_2 a = \frac{P_2}{g} a. \quad (\text{б})$$

Решая совместно эти уравнения, получаем

$$P_2 = (P_1 + P_2) \frac{a}{g},$$

откуда

$$a = \frac{P_2 g}{P_1 + P_2}.$$

Подставив данные, получаем

$$a = \frac{8 \cdot 9,81}{16 + 8} \text{ м/сек}^2 = 3,27 \text{ м/сек}^2.$$

Из уравнения (а) определяем числовое значение силы  $T$ :

$$T = \frac{P_1}{g} a = \frac{16 \cdot 3,27}{9,81} \text{ н} \approx 5,33 \text{ н.}$$

Проверим размерность:

$$[a] = \frac{[P]}{[P]} [g] = [g] = \text{м/сек}^2;$$

$$[T] = \frac{[P]}{[g]} [a] = [P] = \text{н.}$$

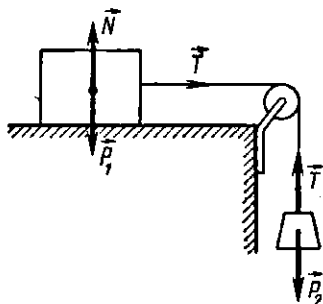


Рис. 3.18

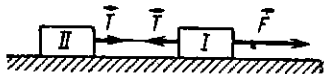


Рис. 3.19

**Задача 3.3.** Два прямоугольных бруска, массы которых 0,3 кг и 0,4 кг, связаны невесомой нитью и лежат на горизонтальной поверхности (рис. 3.19). На первый груз действует горизонтально направленная сила, равная 1,4 н. Определить ускорение, с которым движутся бруски, и натяжение нити. Трением пренебречь.

**Дано (СИ):**

$$m_1 = 0,3 \text{ кг};$$

$$m_2 = 0,4 \text{ кг};$$

$$F = 1,4 \text{ н.}$$

$$a = ? \quad T = ?$$

**Решение**

Ускорения, с которыми движутся оба бруска, одинаковы. На первый брусок действуют сила  $F$  и сила  $T$  натяжения нити, на второй брусок — сила  $T$  натяжения нити, поэтому уравнения движения для обоих брусков имеют вид

$$F - T = m_1 a; \quad (I)$$

$$T = m_2 a. \quad (II)$$

Из этих уравнений следует, что

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} \quad \text{и} \quad T = m_2 a = \frac{m_2 F}{m_1 + m_2}.$$

Ускорение, с которым движутся бруски, равно

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{1,4}{0,3 + 0,4} \text{ м/сек}^2 = 2 \text{ м/сек}^2.$$

Сила натяжения нити равна

$$T = \frac{m_2 F}{m_1 + m_2} = \frac{0,4 \cdot 1,4}{0,3 + 0,4} \text{ н} = 0,8 \text{ н.}$$

Проверим размерность:

$$[T] = \frac{[m][F]}{[m]} = [F] = \text{н.}$$

**Задача 3.4.** Два груза  $A$  и  $B$  связаны шнуром, перекинутым через блок (рис. 3.20). Вес груза  $A$  100 н, вес груза  $B$  50 н. В какую

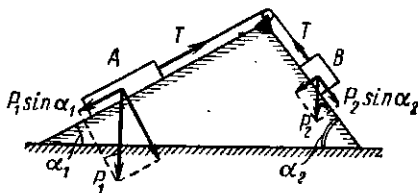


Рис. 3.20

сторону будет двигаться система грузов? Определить ускорение системы и натяжение шнура. Трением пренебречь. Принять  $g = 10 \text{ м/сек}^2$ .

**Дано (СИ):**

$$P_1 = 100 \text{ н};$$

$$P_2 = 50 \text{ н};$$

$$g = 10 \text{ м/сек}^2;$$

$$\alpha_1 = 30^\circ;$$

$$\alpha_2 = 53^\circ.$$

$$a = ? \quad T = ?$$

**Решение**

1. Сила  $F$ , движущая систему грузов  $A$  и  $B$ , равна численно разности скатывающих сил  $P_1 \sin 30^\circ$  и  $P_2 \sin 53^\circ$ :

$$F = P_1 \sin 30^\circ - P_2 \sin 53^\circ = (100 \cdot 0,5 - 50 \cdot 0,7986) \text{ н} = 10,07 \text{ н.}$$

Так как  $P_1 \sin 30^\circ > P_2 \sin 53^\circ$ , то грузы будут двигаться влево.



2. Уравнение движения (второй закон Ньютона) для грузов А и В

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_1}{g} a &= P_1 \sin 30^\circ - T; \\ \frac{P_2}{g} a &= T - P_2 \sin 53^\circ, \end{aligned} \right\}$$

где  $T$  — натяжение шнура.

Определяем из этой системы уравнений ускорение, с которым движутся грузы

$$a = \frac{(P_1 \sin 30^\circ - P_2 \sin 53^\circ) g}{P_1 + P_2},$$

и затем натяжение шнура

$$T = P_1 \sin 30^\circ - \frac{P_1}{g} a,$$

или

$$T = P_2 \sin 53^\circ + \frac{P_2}{g} a.$$

Подставляем данные

$$a = \frac{(100 \cdot 0,5 - 50 \cdot 0,7986) \cdot 10}{100 + 50} \text{ м/сек}^2 = 0,67 \text{ м/сек}^2,$$

$$T = \left( 100 \cdot 0,5 - \frac{100}{10} \cdot 0,67 \right) \text{ н} = 43,3 \text{ н}.$$

Проверка результата

$$T = \left( 50 \cdot 0,7986 + \frac{50}{10} \cdot 0,67 \right) \text{ н} = 43,3 \text{ н}.$$

**Задача 3.5.** К концам нити, перекинутой через блок, подвешены два груза (рис. 3.21). Масса одного из грузов равна 2 кг. Под второй груз подведена подставка, удерживающая его на высоте 2,4 м от пола. Когда подставку убрали, второй груз стал опускаться с ускорением 1,2 м/сек<sup>2</sup>. Определить: а) массу второго груза; б) натяжение нити во время движения грузов; в) скорость второго груза в момент его падения на пол.

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} m_1 &= 2 \text{ кг}; \\ h &= 2,4 \text{ м}; \\ a &= 1,2 \text{ м/сек}^2. \\ \frac{w - ? \quad T - ?}{v - ?} \end{aligned}$$

**Решение**

Когда убрали подставку, оба груза начали двигаться с общим ускорением  $a$ . Уравнения их движения:

$$T - m_1 g = m_1 a \quad (I)$$

$$m_2 g - T = m_2 a. \quad (II)$$

Решая первое уравнение, получаем

$$T = m_1 (g + a).$$

Подставив значение  $T$  во второе уравнение, находим

$$m_2 = \frac{T}{g - a} = m_1 \frac{g + a}{g - a}.$$

Скорость второго груза в момент его падения на пол равна.

$$v = \sqrt{2ah}.$$

Подставляем числовые данные в полученные выражения:

$$T = m_1(g + a) = 2 \cdot (9,8 + 1,2) \text{ н} = 22 \text{ н};$$

$$m_2 = m_1 \frac{g + a}{g - a} = 2 \cdot \frac{9,8 + 1,2}{9,8 - 1,2} \text{ кг} \approx 2,6 \text{ кг};$$

$$v = \sqrt{2ah} = \sqrt{2 \cdot 1,2 \cdot 2,4} \text{ м/сек} = 2,4 \text{ м/сек}.$$

Проверим размерность:

$$[v] = [a]^{1/2} [h]^{1/2} = \text{м}^{1/2} \cdot \text{сек}^{-1} \cdot \text{м}^{1/2} = \text{м} \cdot \text{сек}^{-1}.$$

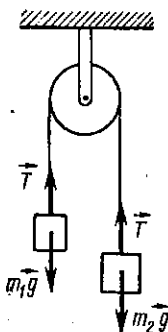


Рис. 3.21

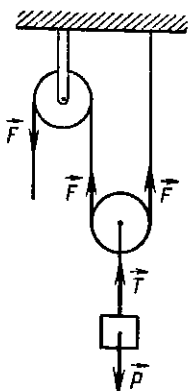


Рис. 3.22

**Задача 3.6.** Система состоит из одного подвижного и одного неподвижного блока. К оси подвижного блока подвешен груз весом 10 кг. С каким ускорением будет он подниматься, если на конец нити, перекинутой через неподвижный блок, действовать с силой 7 кг (рис. 3.22)? Массы блоков и нити считать пренебрежимо малыми.

**Дано (МКГСС):**

$$P = 10 \text{ кг};$$

$$F = 7 \text{ кг}.$$

$$a = ?$$

**Решение**

Сила  $T$  натяжения нити, к которой прикреплен груз весом  $P$ , уравнивается двумя равными силами  $F$  и  $F$ , действующими на обе стороны нити, на которой висит подвижный блок. Каждая из этих сил равна силе  $F$ , приложенной к свободному концу шнура, перекинутого через неподвижный блок. Таким образом,

$$2F - T = 0.$$

Груз  $P$  приводится в движение с ускорением  $a$  равнодействующей сил  $T$  и  $P$ , т. е.

$$T - P = ma.$$

Отсюда

$$a = \frac{T - P}{m}.$$

Заменив в последней формуле  $m = \frac{P}{g}$  и  $T = 2F$ , получим

$$a = \frac{T - P}{m} = \frac{(2F - P)g}{P}.$$

Проведем вычисления:

$$a = \frac{(2F - P)g}{P} = \frac{(2 \cdot 7 - 10) \cdot 9,8}{10} \text{ м/сек}^2 = 3,9 \text{ м/сек}^2.$$

Проверим размерность:

$$[a] = \frac{[F][g]}{[P]} = [g] = \text{м/сек}^2.$$

**Задача 3.7.** Выразить плотность и удельный вес железа в единицах систем: а) СИ; б) СГС; в) технической. Принять за исходную величину  $\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

**Дано:**

$$\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$
$$\rho - ? \quad \gamma - ?$$

**Решение**

а) Система единиц СИ. Плотность  $\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Удельный вес

$$\gamma = \rho g = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 9,81 \text{ м/сек}^2 =$$
$$= 76,7 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}/(\text{сек}^2 \cdot \text{м}^3) \approx 7,7 \cdot 10^4 \text{ н/м}^3.$$

б) Система единиц СГС.

Так как  $1 \text{ кг} = 10^3 \text{ г}$  и  $1 \text{ м}^3 = 10^6 \text{ см}^3$ , то

$$\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 = 7,8 \cdot 10^3 \cdot \frac{10^3}{10^6} \text{ г/см}^3 = 7,8 \text{ г/см}^3;$$

$$\gamma = \rho g = 7,8 \text{ г/см}^3 \cdot 981 \text{ см/сек}^2 \approx 7650 \text{ г} \cdot \text{см}/(\text{сек}^2 \cdot \text{см}^3) \approx$$
$$\approx 7,7 \cdot 10^3 \text{ дин/см}^3.$$

в) Система единиц МКГСС.

Так как  $1 \text{ кг} = \frac{1}{9,81} \text{ т. е. м.}$ , то

$$\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 = 7,8 \cdot 10^3 \cdot \frac{1}{9,81} \text{ т. е. м./м}^3 = 795 \frac{\text{т. е. м.}}{\text{м}^3} \approx$$
$$\approx 795 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{м}^4;$$

$$\gamma = \rho g = 795 \text{ т. е. м./м}^3 \cdot 9,81 \text{ м/сек}^2 \approx 7,8 \cdot 10^3 \text{ т. е. м.} \cdot \text{м}/(\text{сек}^2 \cdot \text{м}^3) =$$
$$= 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

**Задача 3.8.** Из орудия, укрепленного на железнодорожной платформе, которая стоит на горизонтальном прямолинейном железнодорожном пути, выстрелили в направлении пути. Вес снаряда 50 кг, его начальная скорость 600 м/сек. Вес платформы с орудием 20 000 кг. Определить расстояние, на которое откатится платформа, если коэффициент трения равен 0,002. Принять  $g = 10 \text{ м/сек}^2$ .

**Дано (МКГСС):**

$$\begin{aligned}
 P_1 &= 50 \text{ кг}; \\
 v_1 &= 600 \text{ м/сек}; \\
 P_2 &= 2 \cdot 10^4 \text{ кг}; \\
 f &= 0,002. \\
 \hline
 s &= ?
 \end{aligned}$$

откуда

**Решение**

До выстрела общее количество движения платформы с орудием и снаряда было равно нулю, поэтому и после выстрела  $m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$  или

$$\frac{P_1}{g} v_1 + \frac{P_2}{g} v_2 = 0,$$

$$v_2 = -\frac{P_1 v_1}{P_2}. \quad (a)$$

С другой стороны, скорость  $v_2$  отката платформы связана с расстоянием  $s$ , на которое платформа откатилась:

$$v_2^2 = 2as. \quad (б)$$

Но, по второму закону Ньютона,  $a = \frac{F_{\text{тр}}}{m_2} = \frac{f P_2 g}{P_2} = fg$ . Подставим это значение  $a$  в формулу (б) и определим из нее  $s$ :

$$s = \frac{v_2^2}{2fg},$$

а затем заменим  $v_2^2$  по формуле (а):

$$s = \frac{P_1^2 v_1^2}{2fg P_2^2}.$$

Подставив данные, получаем  $s = \frac{25 \cdot 10^2 \cdot 36 \cdot 10^4}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 4 \cdot 10^8} \text{ м} \approx 56 \text{ м}.$

Проверим размерность:

$$[s] = \frac{[P]^2 [v]^2}{[g] [P]^2} = \frac{[v]^2}{[g]} = \frac{\text{м}^2 \cdot \text{сек}^{-2}}{\text{м} \cdot \text{сек}^{-2}} = \text{м}.$$

*Замечание.* Мы не учли, что масса платформы с орудием уменьшилась после выстрела на величину массы снаряда, так как масса снаряда составляет всего 0,2% от общей массы.

**Задача 3.8.** На горизонтальной платформе шахтной клетки стоит человек весом 60 кг. Определить силу давления человека на платформу: а) при ее подъеме с ускорением 3 м/сек<sup>2</sup>; б) при спуске с ускорением 3 м/сек<sup>2</sup>; в) при равномерном подъеме и спуске; г) при спуске с ускорением 9,8 м/сек<sup>2</sup>.

**Дано (МКГСС):**

$$\begin{aligned}
 P &= 60 \text{ кг}; \\
 a_1 &= 3 \text{ м/сек}^2; \\
 a_2 &= -3 \text{ м/сек}^2; \\
 a_3 &= 0; \\
 a_4 &= 9,8 \text{ м/сек}^2. \\
 \hline
 Q_1 - ? \quad Q_2 - ? \quad Q_3 - ? \\
 Q_4 - ?
 \end{aligned}$$

**Решение**

Определим сначала, из чего складывается сила давления платформы на человека, а затем, воспользовавшись третьим законом Ньютона, найдем силу давления человека на платформу.

Условимся положительным считать направление снизу вверх.

а) Сила  $\vec{Q}'$  давления платформы на человека складывается из силы реакции  $\vec{N}$ , численно равной весу  $P$  человека и направленной вертикально вверх, и силы  $\vec{F}_1$ , вызывающей ускорение человека при подъеме:

$$\vec{Q}' = \vec{N} + \vec{F}_1 = m\vec{g} + m\vec{a}_1.$$

По третьему закону Ньютона, человек давит на платформу с силой

$$\vec{Q}_1 = -\vec{Q}',$$

численно равной

$$Q_1 = \frac{P}{g} (g + a_1) = \frac{60}{9,8} (9,8 + 3) \text{ кГ} \approx 78,3 \text{ кГ}.$$

б) При движении вниз сила  $\vec{Q}''$  давления платформы на человека складывается из силы реакции  $\vec{N}$ , численно равной весу человека, и силы  $\vec{F} = m\vec{a}_2$ , вызывающей ускорение  $a_2 = -3 \text{ м/сек}^2$ , направленное вниз.

Следовательно, сила  $\vec{Q}_2 = -\vec{Q}''$  давления человека на платформу численно равна

$$Q_2 = \frac{P}{g} (g + a_2) = \frac{60}{9,8} \cdot (9,8 - 3) \text{ кГ} \approx 41,6 \text{ кГ}.$$

в) При равномерном движении шахтной клетки ( $a_3 = 0$ ) сила давления человека на платформу, как и сила ее реакции, численно равна весу человека:

$$Q_3 = P.$$

г) При спуске платформы с ускорением  $a_4 = -9,8 \text{ м/сек}^2$  сила реакции платформы уравнивается силой  $F_4 = ma_4$ , вызывающей отрицательное ускорение, и

$$Q_4 = \frac{P}{g} (g + a_4) = \frac{60}{9,8} \cdot (9,8 - 9,8) \text{ кГ} = 0.$$

Человек не испытывает давления со стороны платформы и сам не давит на нее.

**Задача 3.10.** Найти ускорение свободного падения на поверхности малой планеты радиусом  $200 \text{ км}$  со средней плотностью  $8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Гравитационную постоянную принять равной  $7 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{сек})$ .

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} r &= 200 \text{ км} = 2 \cdot 10^5 \text{ м}; \\ \rho &= 8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \\ \gamma &= 7 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{сек}). \end{aligned}$$

$a = ?$

**Решение**

Обозначим  $m$  массу планеты,  $m_1$  — массу тела на планете.

По закону всемирного тяготения,

$$f = \gamma \frac{mm_1}{r^2},$$

с другой стороны,  $f = m_1 a$ .

Из равенства правых частей этих формул

$$\gamma \frac{mm_1}{r^2} = m_1 a$$

определяем

$$a = \gamma \frac{m}{r^2}.$$

Масса  $m$  планеты равна  $m = V\rho$ , где  $V$  — объем, а  $\rho$  — средняя плотность планеты:

$$m = V\rho = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho,$$

$$a = \frac{4\pi r\rho\gamma}{3}.$$

Подставим данные:

$$a = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot 7 \cdot 10^{-11}}{3} \text{ м/сек}^2 \approx 0,47 \text{ м/сек}^2.$$

**Задача 3.11.** Камень падает в колодец. Через 5 сек слышен удар камня о дно колодца. Определить глубину колодца, если скорость звука равна 340 м/сек.

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} t &= 5 \text{ сек;} \\ v &= 340 \text{ м/сек.} \\ h &= ? \end{aligned}$$

**Решение**

Путь  $h$ , пройденный камнем за время  $t_1$ , равен тому же пути, пройденному звуком за время  $t - t_1$ . Камень падает равноускоренно с ускорением  $g$ , звук распространяется равномерно со скоростью  $v$ . Поэтому

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{gt_1^2}{2}, \\ h &= v(t - t_1). \end{aligned} \right\}$$

Приравниваем правые части этих уравнений:

$$\frac{gt_1^2}{2} = vt - vt_1,$$

или

$$\frac{gt_1^2}{2} + vt_1 - vt = 0.$$

Решая это квадратное уравнение, получаем

$$t_1 = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 2gvt}}{g},$$

или

$$t_1 = \frac{-340 \pm \sqrt{(340)^2 + 2 \cdot 10 \cdot 340 \cdot 5}}{10} \text{ сек.}$$

Время падения камня в колодец равно  $t = (-34 + 38,68) \text{ сек} = 4,68 \text{ сек}$ . Глубина колодца

$$h = \frac{gt_1^2}{2} = \frac{10 \cdot 21,9}{2} \text{ м} = 109 \text{ м}$$

или

$$h = v(t - t_1) = 340 \cdot (5 - 4,68) \text{ м} = 109 \text{ м}.$$

**Задача 3.12.** Тело, падающее с высоты  $h$  на поверхность Земли, проходит за последнюю секунду падения  $1/4$  часть своего пути. Определить высоту и время падения.

**Дано (СИ):**

$$\Delta t = 1 \text{ сек},$$

$$\Delta h = \frac{1}{4} h.$$


---


$$h - ?$$

**Решение**

Весь путь  $h$  тело проходит за время  $t$  сек, поэтому

$$h = \frac{gt^2}{2}. \quad (a)$$

Причем  $\frac{3}{4}$  своего пути оно проходит за время, на 1 сек меньшее, чем  $t$ , т. е. за  $(t-1)$  сек. Поэтому

$$\frac{3}{4} h = \frac{g(t-1)^2}{2}. \quad (b)$$

Так как

$$\frac{3}{4} h = \frac{3}{4} \frac{gt^2}{2},$$

то

$$\frac{3gt^2}{8} = \frac{g(t-1)^2}{2}.$$

Преобразуя, получим

$$t^2 - 8t + 4 = 0.$$

Отсюда находим

$$t = \left( \frac{8}{2} \pm \sqrt{\frac{64}{4} - 4} \right) \text{ сек} = (4 \pm 3,46) \text{ сек}.$$

Выбираем  $t = (4 + 3,46) \text{ сек} = 7,46 \text{ сек}$ , так как второй результат не имеет смысла.

Находим высоту падения тела:

$$h = \frac{gt^2}{2} = 272,7 \text{ м}.$$

Проверим размерность:

$$[h] = [g] [t]^2 = \frac{\text{м}}{\text{сек}^2} \cdot \text{сек}^2 = \text{м}.$$

**Задача 3.13.** За какое время свободно падающее тело проходит шестой метр своего пути?

**Дано (СИ):**

$$h_6 - h_5 = 1 \text{ м};$$


---


$$n = 6.$$

за время  $(t-\tau)$  сек; обозначим его  $h_{n-1}$ . Тогда

$$h_n = \frac{gt^2}{2}, \quad h_{n-1} = \frac{g(t-\tau)^2}{2}.$$

Определим промежутки времени  $t$  и  $(t-\tau)$ :

$$t = \sqrt{\frac{2h_n}{g}}; \quad t - \tau = \sqrt{\frac{2h_{n-1}}{g}}.$$

Найдем промежуток времени  $\tau$ , за который тело проходит последний метр своего пути:

$$\tau = t - (t - \tau) = \sqrt{\frac{2h_n}{g}} - \sqrt{\frac{2h_{n-1}}{g}}.$$

Подставим в эту форму числовые данные:

$$\tau = \left( \sqrt{\frac{2 \cdot 6}{9,8}} - \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{9,8}} \right) \text{ сек} \approx 0,1 \text{ сек}.$$

**Задача 3.14.** Два тела, свободно падающие с разных высот, достигают Земли одновременно. Время падения первого тела 3 сек, второго — 1 сек. На какой высоте было первое тело, когда второе начало падать?

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} t_1 &= 3 \text{ сек}; \\ t_2 &= 1 \text{ сек}. \\ \hline h_1'' &= ? \end{aligned}$$

**Решение**

Второе тело начало падать с высоты  $h_2$ , когда первое тело падало уже в течение 2 сек и прошло путь  $h_1' = \frac{g(t_1 - t_2)^2}{2}$ . Следовательно, пер-

вое тело было на высоте  $h_1''$ , равной

$$h_1'' = h_1 - h_1' = \frac{g}{2} [t_1^2 - (t_1 - t_2)^2],$$

или

$$h_1'' = \frac{g}{2} (2t_1 t_2 - t_2^2) = \frac{9,8}{2} \cdot 5 \text{ м} = 24,5 \text{ м}.$$

**Задача 3.15.** Тело массой 100 г, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью 19,8 м/сек, поднималось в течение 1,8 сек. Определить среднее значение силы сопротивления воздуха.

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} m &= 100 \text{ г} = 0,1 \text{ кг}; \\ v_0 &= 19,8 \text{ м/сек}; \\ t &= 1,8 \text{ сек}. \\ \hline F &= ? \end{aligned}$$

**Решение**

Во время подъема на тело действовали его вес  $mg$  и сила  $F$  сопротивления воздуха, направленные в сторону, противоположную направлению движе-

ния тела, и вызывающие замедление  $a = \frac{v_0}{t}$ . Поэтому уравнение движения тела

$$mg + F = m \frac{v_0}{t},$$

откуда

$$F = m \left( \frac{v_0}{t} - g \right),$$

или

$$F = 0,1 \cdot \left( \frac{19,8}{1,8} - 9,8 \right) \text{ н} = 0,12 \text{ н}.$$

**Задача 3.16.** Найти соотношение между следующими единицами, в которых измеряется модуль Юнга: а)  $\text{кг/мм}^2$  и  $\text{н/м}^2$ ; б)  $\text{кг/см}^2$  и  $\text{н/м}^2$ .



### Решение

а) Так как  $1 \text{ кг} = 9,8 \text{ н}$ , то  $1 \text{ кг/мм}^2 = 9,8 \text{ н/мм}^2$ ;  $1 \text{ м}^2 = 10^6 \text{ мм}^2$ . Поэтому на площадь в  $1 \text{ м}^2$  будет действовать сила в  $10^6$  раз большая, чем на площадь в  $1 \text{ мм}^2$ . Таким образом,

$$1 \text{ кг/мм}^2 = 9,8 \cdot 10^6 \text{ н/м}^2$$

и

$$1 \text{ н/м}^2 = \frac{1}{9,8 \cdot 10^6} \text{ кг/мм}^2.$$

б)  $1 \text{ см}^2 = 100 \text{ мм}^2$ , поэтому

$$1 \text{ кг/см}^2 = 0,01 \text{ кг/мм}^2 = 9,8 \cdot 10^4 \text{ н/м}^2;$$

$$1 \text{ н/м}^2 = \frac{1}{9,8 \cdot 10^4} \text{ кг/см}^2.$$

**Задача 3.17.** Стальная проволока площадью сечения  $2 \text{ мм}^2$  под действием растягивающей силы, равной  $4 \cdot 10^4 \text{ н}$ , имеет длину  $2 \text{ м}$ . Определить абсолютное удлинение проволоки при увеличении растягивающей силы на  $10^4 \text{ н}$ . Принять модуль Юнга для стали равным  $2 \cdot 10^{11} \text{ н/м}^2$ .

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} E &= 2 \cdot 10^{11} \text{ н/м}^2; \\ S &= 2 \text{ мм}^2 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2; \\ l_1 &= 2 \text{ м}; \\ F &= 4 \cdot 10^4 \text{ н}; \\ \Delta F &= 10^4 \text{ н}. \end{aligned}$$

$$\Delta l_2 = ?$$

где  $l_1 - l = \Delta l_2$ , находим

$$l = \frac{E l_1 S}{F + ES}.$$

При увеличении растягивающей силы на величину  $\Delta F$

$$F + \Delta F = E \frac{\Delta l_2}{l} S,$$

откуда

$$\Delta l_2 = \frac{(F + \Delta F) l}{ES}.$$

Заменяв  $l$  выражением, записанным выше, получаем

$$\Delta l_2 = \frac{(F + \Delta F) l_1}{F + ES}.$$

Подставим данные:

$$\Delta l_2 = \frac{(4 \cdot 10^4 + 10^4) \cdot 2}{4 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-6}} \text{ м} \approx 0,16 \text{ м}.$$

Проверим размерность. Так как  $[E][S] = \text{н} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{м}^2 = \text{н} = [F]$ ,

$$\text{то } [\Delta l] = \frac{[F][l]}{[F]} = [l] = \text{м}.$$

## ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Трамвай весом  $10\,000\text{ кг}$ , идущий со скоростью  $14,4\text{ км/ч}$ , затормаживает и останавливается через  $4\text{ сек}$ . Определить задерживающую силу тормоза (решение провести в системе единиц МКГСС).

2. Пуля массой  $12\text{ г}$  вылетает из ружья со скоростью  $500\text{ м/сек}$ . Определить силу давления пороховых газов, если движение пули внутри ствола длится  $0,005\text{ сек}$  (решение провести в СИ).

3. Тело массой  $60\text{ г}$ , движущееся под действием постоянной силы, прошло за первую секунду путь  $120\text{ см}$ . Найти величину силы.

4. С какой горизонтально направленной силой нужно действовать на брусок массой  $10\text{ кг}$ , лежащий на горизонтальной плоскости, чтобы сообщить ему через  $2\text{ сек}$  скорость  $4\text{ м/сек}$ , если сила трения между бруском и плоскостью равна  $5\text{ н}$ ?

5. Три бруска, массы которых  $0,5$ ;  $0,3$  и  $0,1\text{ кг}$ , связаны невесомыми нитями и лежат на горизонтальной поверхности. К первому бруску приложена горизонтально направленная сила в  $9\text{ н}$ . Определить силы натяжения нитей. Трением между брусками и поверхностью, на которой они лежат, пренебречь.

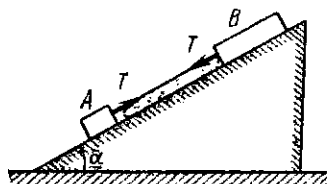


Рис. 3.23

6. Два груза  $A$  и  $B$  связаны шнуром и скользят по наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha = 30^\circ$  (рис. 3.23). Вес груза  $A$  равен  $8\text{ н}$ , груза  $B$   $16\text{ н}$ . Коэффициент трения скольжения груза  $A$  по плоскости  $k_1 = 0,25$ , груза  $B$   $k_2 = 0,5$ . Определить: а) ускорение грузов; б) натяжение шнура. Принять  $g = 10\text{ м/сек}^2$ .

7. Трогая с места тяжелый товарный поезд, машинист дает сначала задний ход, сдвигая вагоны назад, а затем — передний ход. Почему он так делает?

8. Два груза, массы которых  $120\text{ г}$  и  $240\text{ г}$ , подвешены к концам невесомой нити, перекинутой через неподвижный блок, и удерживаются так, что большой груз находится на высоте  $120\text{ см}$  от пола. Затем грузы отпускают. Определить натяжение нити во время их движения, ускорение, с которым они движутся, и время падения большого груза.

9. Определить в единицах СГС и СИ плотность и удельный вес камня массой  $600\text{ г}$  и объемом  $400\text{ см}^3$ .

10. Какой объем алюминия имеет такой же вес, как  $4\text{ м}^3$  меди?

11. Какую массу керосина может вместить бак размерами  $1,8 \times 1,2 \times 2\text{ м}$ ?

12. Мяч массой  $100\text{ г}$ , летящий со скоростью  $1,5\text{ м/сек}$ , пойман на лету. Какова сила удара мяча об руку, если он остановлен за  $0,03\text{ сек}$ ?

13. Сила в  $40\text{ н}$  действовала на тело в течение  $5\text{ сек}$ . Определить массу тела, если его скорость за время действия силы изменилась на  $8\text{ м/сек}$ .

14. Снаряд массой  $20\text{ кг}$  вылетает из орудия массой  $1000\text{ кг}$  со скоростью  $800\text{ м/сек}$ . Определить скорость отдачи орудия.

15. Определить отдачу ружья весом  $8 \text{ кг}$ , из которого выстрелили пулей весом  $10 \text{ г}$ , мгновенно сообщив ей скорость  $560 \text{ м/сек}$ . Сила отдачи постоянна, смещение плеча стрелка  $1,8 \text{ см}$ .

16. В ракетном снаряде сгорает  $2 \text{ кг}$  топлива за секунду. Определить силу, толкающую снаряд вперед, если газы выбрасываются из него со скоростью  $2205 \text{ м/сек}$ .

17. Конькобежец катил нагруженные финские санки по льду со скоростью  $5 \text{ м/сек}$ , а затем толкнул их вперед и отпустил. С какой скоростью и куда покатится конькобежец непосредственно после толчка, если скорость санок возросла до  $8 \text{ м/сек}$ ? Вес санок  $90 \text{ кг}$ , вес конькобежца  $60 \text{ кг}$ . Трением пренебречь.

18. На санки, стоящие на льду, падает под углом  $30^\circ$  к горизонту груз весом  $16 \text{ кг}$ , скорость которого в момент падения равна  $9 \text{ м/сек}$ . Вес санок  $4 \text{ кг}$ . Определить начальную скорость санок с грузом. Трением пренебречь.

19. По плоту, находящемуся в покое на поверхности пруда, бежит мальчик со скоростью  $2 \text{ м/сек}$ . С какой скоростью и в каком направлении будет перемещаться плот? Масса плота  $90 \text{ кг}$ , масса мальчика  $30 \text{ кг}$ .

20. С какой силой притягиваются два соприкасающихся свинцовых шара, если радиус каждого из них равен  $1 \text{ м}$ ? Постоянную тяготения принять равной  $7 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2/\text{кг} \cdot \text{сек}^2$ .

21. Камень падает с высоты  $20 \text{ м}$ . Во сколько раз дольше, чем на Земле, он будет падать на Луне? Ускорение силы тяжести на Луне  $\approx 1,6 \text{ м/сек}^2$ .

22. Расстояние от Земли до Луны приблизительно равно  $4 \cdot 10^5 \text{ км}$ , расстояние от Земли до Солнца  $15 \cdot 10^7 \text{ км}$ . Масса Земли  $6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$ , масса Солнца  $2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$ . Определить, во сколько раз сила тяготения Луны к Солнцу больше, чем сила тяготения Луны к Земле.

23. Камень брошен вертикально вверх со скоростью  $29,4 \text{ м/сек}$ . На какую высоту он поднимется и сколько времени будет подниматься?

24. Водяные капли вытекают из трубки через  $0,2 \text{ сек}$  одна за другой и падают вниз. Определить расстояние между двумя соседними каплями через  $1 \text{ сек}$  после отрыва от трубки первой капли.

25. Вагон отцепился от состава, находящегося в покое, и покатился под уклон. За первые  $10 \text{ сек}$  он прошел расстояние  $5 \text{ м}$ . Определить уклон пути (тангенс угла наклона пути к горизонту).

26. Тело свободно падает с высоты  $160 \text{ м}$ . Разделить эту высоту на такие четыре части, чтобы на прохождение каждой из них потребовался один и тот же промежуток времени.

27. Мяч, упавший свободно с балкона, пролетел  $122,5 \text{ м}$  и ударился о Землю, отскочив от нее со скоростью, равной  $\frac{2}{3}$  скорости в момент падения. Определить: а) высоту, на которую подпрыгнет мяч; б) время от начала движения мяча до второго удара о Землю.

28. Вертолет поднимается вертикально вверх с ускорением  $1 \text{ м/сек}^2$ . Через  $10 \text{ сек}$  от начала подъема из него выпадет предмет. Через сколько времени предмет упадет на Землю? Считать  $g = 10 \text{ м/сек}^2$ .

29. Поезд весом  $5 \cdot 10^5 \text{ кг}$  через  $4 \text{ мин}$  после начала движения приобрел скорость  $108 \text{ км/ч}$ . Определить силу тяги элект-

ровеза на пройденном участке, если коэффициент трения равен 0,003.

30. Какова сила сопротивления воздуха, если парашютист, масса которого 78 кг, спускается с постоянной скоростью?

31. Конькобежец проезжает по инерции по горизонтальному катку 100 м. Определить его начальную скорость, если коэффициент трения стали по льду 0,027. Найти силу трения, если вес конькобежца 800 н.

32. Определить удлинение стальной проволоки длиной 3 м и диаметром 1 мм под действием груза 100 н.

33. Определить силу, необходимую для того, чтобы удлинить стальной стержень на 0,001 его первоначальной длины. Площадь сечения стержня 10 мм<sup>2</sup>.

34. Какую наименьшую длину должна иметь вертикально подвешенная свинцовая проволока, чтобы она разорвалась под действием собственного веса?

## Глава 4

### РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

**§ 4.1. Механическая работа.** 1. Понятие механической работы связано с перемещением тела под действием силы. Пусть сила  $\vec{F}$  совершает работу на пути  $s$ .

Если сила  $\vec{F}$  направлена под углом  $\alpha$  к направлению движения (рис. 4.1, а), то, как установлено опытным путем, ее работа равна

$$A = F s \cos \alpha, \quad (4.1)$$

где  $A$  — работа;  $F \cos \alpha$  — составляющая силы, направленная вдоль движения тела;  $s$  — путь, пройденный телом.

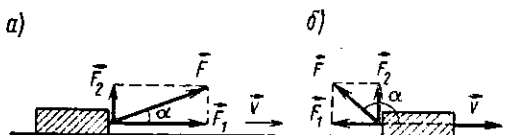


Рис. 4.1

*Механическая работа — скалярная физическая величина, измеряемая произведением силы на путь и на косинус угла между направлениями силы и пути.*

При угле  $\alpha = 0^\circ$   $\cos \alpha = 1$ , и работа положительна. Положительной будет работа и при всех значениях  $\alpha < 90^\circ$ , т. е. когда направление составляющей  $F_1 = F \cos \alpha$  совпадает с направлением движения. Сила, совершающая положительную работу, называется *движущей силой*.

При угле  $\alpha = 90^\circ$   $\cos \alpha = 0$ , и работа равна нулю.

При угле  $\alpha = 180^\circ$   $\cos \alpha = -1$ , и работа силы отрицательна. Работа будет отрицательной и при всех значениях угла  $\alpha$  между  $90^\circ$  и  $180^\circ$ , т. е. когда направление составляющей  $F_1 = F \cos \alpha$  противоположно направлению движения (рис. 4.1, б). Сила, совершающая отрицательную работу, называется *силой сопротивления*.

2. Силами сопротивления обычно являются силы трения. Сила тяжести может быть движущей силой, она совершает положительную работу при падении тел. При подъеме тел сила тяжести представляет собой силу сопротивления и совершает отрицательную работу.

**§ 4.2. Единицы измерения работы.** В СИ единицей работы служит *джоуль*, равный работе силы в 1 н на пути в 1 м:

$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ н} \cdot 1 \text{ м},$$

или

$$1 \text{ Дж} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{сек}^2} \cdot 1 \text{ м} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{сек}^2}.$$

В физической системе единиц СГС за единицу работы принят 1 *эрг*, равный работе силы в 1 *дин* на пути в 1 *см*:

$$1 \text{ эрг} = 1 \text{ дин} \cdot 1 \text{ см},$$

или

$$1 \text{ эрг} = 1 \frac{\text{г} \cdot \text{см}}{\text{сек}^2} \cdot 1 \text{ см} = 1 \text{ г} \cdot \text{см}^2 / \text{сек}^2.$$

В технической системе единиц МКГСС единицей работы служит *килограммометр*, равный работе силы в 1 килограмм-силу на пути в 1 м:

$$1 \text{ кг} \cdot \text{м} = 1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м}.$$

Найдем соотношения между единицами работы в разных системах единиц:

$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ н} \cdot 1 \text{ м} = \frac{1}{9,81} \text{ кг} \cdot 1 \text{ м} = \frac{1}{9,81} \text{ кг} \cdot \text{м};$$

$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ н} \cdot 1 \text{ м} = 10^3 \text{ дин} \cdot 10^3 \text{ см} = 10^7 \text{ эрг}.$$

Следовательно,

$$1 \text{ кг} \cdot \text{м} = 9,81 \text{ Дж} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ эрг}.$$

**§ 4.3. «Золотое правило механики».** Еще в древности было замечено, что, совершая работу с помощью простых механизмов, мы выигрываем в силе во столько же раз, во сколько раз проигрываем в пути.

Этот закон называется «золотым правилом механики», или «законом равенства работ». Проверим его на примере наклонной плоскости.

Поднимая тело весом  $P$  на высоту  $BC = h$  по наклонной плоскости длиной  $AB$  (равномерно и при отсутствии трения) прилагают силу  $\vec{F}$ , численно равную скатывающей силе  $F_1 = P \sin \alpha$ , но направленную противоположно  $\vec{F}_1$  (см. рис. 1.14). Поэтому работа  $A_1$ , совершаемая при перемещении груза по наклонной плоскости длиной  $l$ , равна

$$A_1 = Fl = Pl \sin \alpha = Ph.$$

Работа  $A_h$ , которую совершают, поднимая груз по вертикали на ту же высоту  $h$ ,

$$A_h = Ph.$$

Из этих выражений видно, что  $A_l = A_h$ , т. е. работа против силы тяжести при перемещении тела на одинаковую высоту по наклонной плоскости или вертикально вверх одинакова. Из этих же выражений следует, что  $\frac{F}{P} = \frac{h}{l}$  [см. формулу (1.4)], т. е. чем меньше сила, тем больше путь.

Можно показать, что все простые машины не создают работу, а лишь передают ее. Ни одна машина не может дать выигрыша в работе.

«Золотое правило механики» справедливо лишь в тех случаях, когда движение простых машин совершается равномерно и трением можно пренебречь.

**§ 4.4. Коэффициент полезного действия машин.** Работу двигателя по преодолению полезных сопротивлений, например преодолению сопротивления металла при сверлении или силы тяжести при подъеме груза, называют *полезной работой*. На преодоление трения между частями машины также затрачивается работа. Эта работа называется *вредной*. Очевидно, что полезная работа любой машины всегда меньше ее полной работы. Поэтому для характеристики машины вводится *коэффициент полезного действия* (к. п. д.).

*Коэффициентом полезного действия машины называют отношение полезной работы  $A_{\text{п}}$  ко всей затраченной работе  $A$ :*

$$\eta = \frac{A_{\text{п}}}{A}. \quad (4.2)$$

Коэффициент полезного действия — отвлеченное число. Его обычно выражают в процентах.

**§ 4.5. Мощность и единицы ее измерения.** Для характеристики всякого двигателя большое значение имеет его *мощность*.

*Мощностью ( $N$ ) называется физическая величина, измеряемая отношением работы ( $A$ ) к промежутку времени ( $t$ ),*

в течение которого эта работа совершена

$$N = \frac{A}{t}. \quad (4.3)$$

Формула (4.2) определяет среднюю мощность за промежуток времени  $t$ .

В случае постоянной силы  $\vec{F}$  (движущей или тормозящей), направление которой совпадает с направлением равномерного движения, эту формулу можно преобразовать следующим образом:

$$N = \frac{F s}{t} = Fv, \quad (4.4)$$

т. е. если направление постоянной силы, действующей на тело, совпадает с направлением его равномерного движения, то мощность равна произведению силы на скорость перемещения тела, на которое сила действует.

Мощность, развиваемая двигателем электровоза, растет с увеличением скорости поезда и убывает с ее уменьшением. При переменном движении мгновенная мощность  $N_t$  двигателя равна произведению силы  $F$  на мгновенную скорость  $v_t$ :

$$N_t = Fv_t. \quad (4.5)$$

За единицу мощности принимают такую мощность, при которой за единицу времени совершается единица работы.

В СИ за единицу мощности принят **ватт (вт)**, равный работе в 1 дж за 1 сек:

$$1 \text{ вт} = \frac{1 \text{ дж}}{1 \text{ сек}} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{сек}^3.$$

Часто используются следующие внесистемные единицы мощности: **гектоватт (гвт)** и **киловатт (квт)**:

$$1 \text{ гвт} = 100 \text{ вт},$$

$$1 \text{ квт} = 1000 \text{ вт}.$$

В системе СГС единицей мощности служит 1 эрг/сек. В системе МКГСС единица мощности равна 1 кгГ·м/сек. В этой системе используется еще одна единица мощности, называемая **лошадиной силой (л. с.)** и равная работе в 75 кгГ·м за одну секунду:

$$1 \text{ л. с.} = 75 \text{ кгГ} \cdot \text{м}/\text{сек}.$$



Найдем соотношения между единицами мощности в разных системах:

$$1 \text{ вт} = 1 \frac{\text{дж}}{\text{сек}} = \frac{1}{9,81} \text{ кг} \cdot \text{м/сек}.$$

$$1 \text{ вт} = 1 \frac{\text{дж}}{\text{сек}} = 10^7 \text{ эрг/сек}.$$

**§ 4.6. Кинетическая энергия.** Пусть на тело, движущееся равномерно и прямолинейно со скоростью  $\vec{v}_1$  относительно некоторой системы отсчета, начала действовать постоянная сила  $\vec{F}$ , направление которой совпадает с направлением скорости  $\vec{v}_1$ . Сила  $\vec{F}$  действовала на тело на пути  $s$  и совершила работу, равную

$$A = Fs,$$

сообщив телу ускорение  $a$ . Заменяя по второму закону Ньютона  $F = ma$ , получим

$$A = mas.$$

Подставив значения  $a = \frac{v_2 - v_1}{t}$  и  $s = v_{\text{ср}} t = \frac{v_1 + v_2}{2} t$ , получим

$$A = m \frac{v_2 - v_1}{t} \cdot \frac{v_1 + v_2}{2} t,$$

или

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \quad (4.6)$$

Следовательно, работа силы над телом численно равна приращению величины  $\frac{mv^2}{2}$ , которая принимается за меру кинетической энергии. Иначе: работа равна изменению кинетической энергии тела.

Кинетическая энергия  $T$  движущегося тела в каждый момент времени измеряется половиной произведения его массы на квадрат мгновенной скорости:

$$T = \frac{mv^2}{2}. \quad (4.7)$$

Обратимся к уравнению (4.6). Положительная работа движущей силы равна увеличению кинетической энергии тела

$$\left( \frac{mv_2^2}{2} > \frac{mv_1^2}{2} \right),$$

а отрицательная работа тормозящей силы равна уменьшению кинетической энергии тела

$$\left(\frac{mv_2^2}{2} < \frac{mv_1^2}{2}\right).$$

Кинетическая энергия измеряется в тех же единицах, что и работа. Например, тело массой  $m=2$  кг, движущееся со скоростью 5 м/сек, обладает кинетической энергией, равной

$$T = \frac{mv^2}{2} = 25 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{сек}^2 = 25 \text{ н} \cdot \text{м} = 25 \text{ дж}.$$

**§ 4.7. Потенциальная энергия.** 1. Второй вид механической энергии, называемой *потенциальной энергией*, зависит от относительного расположения взаимодействующих тел в пространстве и от особенностей сил взаимодействия между ними — эти силы зависят от расстояния между телами. Поэтому потенциальной энергией всегда обладает не одно тело, а система тел. В ряде случаев за систему принимается одно тело, относительное расположение частей которого изменяется. В механическую потенциальную энергию может переходить *работа против упругих сил и работа против сил тяготения*.

2. Пусть внешняя сила  $F$  очень медленно и без ускорения растягивает упругое тело, сообщая ему абсолютную деформацию  $\Delta x$ . Работа, которую совершает сила  $F$ , равна

$$A = F\Delta x. \quad (4.8)$$

В каждый момент времени внешняя сила уравновешивается силой упругости  $F_{\text{упр}}$ , равной, по закону Гука [см. формулу (рис. 3.19)],

$$F_{\text{упр}} = k\Delta x.$$

С увеличением деформации от нуля до  $\Delta x$  упругая сила увеличивается от нуля до  $F_{\text{упр}}$ , поэтому при вычислении работы следует пользоваться средним значением  $F_{\text{упр. ср.}}$ :

$$F = F_{\text{упр. ср.}} = \frac{0 + F_{\text{упр}}}{2} = \frac{0 + k\Delta x}{2} = \frac{k\Delta x}{2}. \quad (4.9)$$

Подставим это значение  $F$  в формулу (4.8):

$$A = F\Delta x = \frac{k(\Delta x)^2}{2}. \quad (4.10)$$

Величина  $\frac{k(\Delta x)^2}{2}$  представляет собой изменение потенциальной энергии упругого тела, обусловленное работой деформирующей силы. Если условно считать потенциальную энергию недеформированного тела равной нулю, то величина  $\frac{k(\Delta x)^2}{2}$  равна потенциальной энергии  $\Pi$  упругого деформированного тела:

$$\Pi = \frac{k(\Delta x)^2}{2}. \quad (4.11)$$

Потенциальная энергия упругого деформированного тела пропорциональна квадрату упругой деформации и зависит от упругих свойств вещества. Она равна работе, совершаемой внешними силами при изменении относительного расположения частей деформированного тела, например витков растянутой или сжатой пружины.

3. Работа, совершаемая силой  $F$  против силы тяжести при равномерном подъеме тела по наклонной плоскости длиной  $s$  и высотой  $h$  при отсутствии трения равна (см. § 4.3)

$$A = Fs = Ph = mgh,$$

где  $P = mg$  — вес тела.

Пусть тело перемещается из точки  $B$ , находящейся на высоте  $h_1$  над уровнем Земли, в точку  $C$ , расположенную на высоте  $h_2 > h_1$  над тем же уровнем, по произволь-

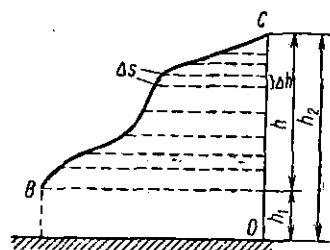


Рис. 4.2

ному пути (рис. 4.2). Разобьем траекторию  $BC = s$  на такие малые участки  $\Delta s$ , чтобы каждый из них был прямолинейным. Работу  $\Delta A$ , совершаемую против силы тяжести на участке  $\Delta s$ , можно вычислить, как работу при подъеме тела по наклонной плоскости:

$$\Delta A = P\Delta h = mg\Delta h,$$

где  $\Delta h$  — высота наклонной плоскости  $\Delta s$ . Полная работа  $A$  на всем участке  $BC$  равна сумме работ на всех участках  $\Delta s$ . При сложении произведений  $mg\Delta h$  мы получим произведение одного общего для них множителя  $mg$  на сумму высот  $\Delta h$ , которую обозначим через  $h$ . Тогда

$$A = mgh.$$

Но  $h$  представляет собой разность уровней  $h_2 - h_1$ , поэтому

$$A = mgh = mg(h_2 - h_1), \quad (4.12)$$

т. е. работа против силы тяжести равна приращению величины  $mgh$ , которая принята за меру потенциальной энергии тяготения тел к Земле:

$$\Pi = mgh. \quad (4.13)$$

Из формулы (4.13) видно, что работа против силы тяжести не зависит от формы пути, а зависит лишь от веса тела и от разности высот между начальным и конечным положениями тела. За начало отсчета высоты  $h$  обычно принимают уровень Земли ( $h_0 = 0$ ), поэтому потенциальная энергия тела, находящегося ниже уровня Земли (например, в шахте), отрицательна.

Мы говорим обычно о потенциальной энергии тела, но при этом нужно помнить, что этой потенциальной энергией обладает система Земля — поднятое над ней тело.

Потенциальная энергия измеряется в тех же единицах, что и работа.

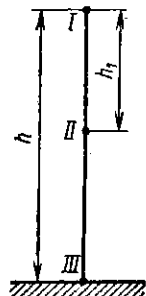


Рис. 4.3

**§ 4.8. Полная энергия свободно падающего тела.** Полной механической энергией тела называют сумму его кинетической и потенциальной энергий. Покажем, что при свободном падении тела, поднятого над Землей, его потенциальная энергия постепенно переходит в кинетическую, а полная механическая энергия во все время движения остается постоянной.

Когда тело массой  $m$  находится в покое на высоте  $h$  от уровня Земли в точке I на рис. 4.3, то его потенциальная энергия  $\Pi = mgh$ , а кинетическая энергия  $T = 0$ . Полная энергия тела равна

$$\Pi + T = mgh + 0 = mgh. \quad (4.14)$$

Тело начало падать. Через  $t_1$  секунд оно опустилось на  $h_1 = \frac{gt_1^2}{2}$  в точку II. Его потенциальная энергия уменьшилась на величину

$$\Pi_1 = mgh_1 = \frac{1}{2} mg^2 t_1^2, \quad (a)$$

а его кинетическая энергия увеличилась на

$$T = \frac{mv_1^2}{2} = \frac{1}{2} mg^2 t_1^2, \quad (6)$$

так как  $v_1^2 = g^2 t_1^2$ . Промежуток времени  $t_1$  мы выбрали произвольно.

Из сравнения выражений (а) и (б) видно, что за любой промежуток времени убыль потенциальной энергии свободно падающего тела равна приросту его кинетической энергии.

В точке II потенциальная энергия тела равна  $\Pi_2 = mgh - \frac{mg^2 t^2}{2}$ , а его кинетическая энергия  $T_2 = \frac{mg^2 t^2}{2}$ . Полная механическая энергия тела в точке II равна

$$\Pi_2 + T_2 = mgh - \frac{mg^2 t^2}{2} + \frac{mg^2 t^2}{2} = mgh. \quad (4.15)$$

Когда тело, падая, касается Земли в точке III, то его потенциальная энергия равна нулю ( $\Pi_3 = 0$ ), а кинетическая энергия

$$T_3 = \frac{mv^2}{2} = \frac{m \cdot 2gh}{2} = mgh,$$

т. е. вся потенциальная энергия превратилась в кинетическую. Полная энергия тела в точке III равна

$$\Pi_3 + T_3 = 0 + mgh = mgh. \quad (4.16)$$

Таким образом [см. формулы (4.14), (4.15) и (4.16)], мы доказали, что полная механическая энергия свободно падающего тела остается неизменной во все время его движения.

**§ 4.9. Работа против сил трения.** При любом движении тела, кроме движения в безвоздушном пространстве, совершается работа против сил трения. Например, поезд, прошедший без тяги тепловоза под уклон, некоторое время движется по горизонтальному пути и затем останавливается. Во время движения по горизонтальному пути потенциальная энергия поезда остается неизменной, а кинетическая расходуется на работу против сил трения между осями и втулками колес, рельсами и ободами колес и против сопротивления воздуха.

Тело, падающее с большой высоты в воздухе, достигнув определенной скорости, движется равномерно. В этом

случае на работу против силы сопротивления воздуха в каждый момент времени расходуется та часть потенциальной энергии тела, которая при свободном падении превращалась бы в кинетическую энергию.

Если сила трения  $F_{\text{тр}}$ , действующая во время движения тела, постоянна, то работа  $A$ , совершаемая телом на пути  $s$ , равна

$$A = -F_{\text{тр}}s,$$

или [см. формулу (3.21)]

$$A = -fNs. \quad (4.17)$$

В какой вид энергии превращается механическая энергия, когда работа совершается против сил трения? На этот вопрос ответить нетрудно, если вспомнить, что рельсы после прохождения по ним поезда нагреваются, что поверхность космической ракеты, влетающей с большой скоростью в земную атмосферу, раскаляется до тысяч градусов, а метеориты при этих условиях сгорают, что, потирая замерзшие руки, мы их согреваем и т. д.

Очевидно, что во всех этих случаях механическая энергия превращается в теплоту, т. е. расходуется на увеличение так называемой *внутренней энергии* тела. Внутренняя энергия тела зависит от скорости беспорядочного движения частиц (атомов и молекул), из которых состоит тело, и от сил взаимодействия этих частиц. Внутренняя энергия тела тем больше, чем выше его температура.

Когда совершается работа против сил трения, то механическая энергия превращается во внутреннюю энергию тел, а механическое движение тел — в беспорядочное движение атомов и молекул. Таким образом, *работой измеряется количество энергии одного вида, превращенной в энергию другого вида.*

**§ 4.10. Закон сохранения и превращения энергии.** М. В. Ломоносов впервые (1748) указал на переход движения из одной формы в другую и сформулировал закон сохранения массы при химических процессах и закон сохранения движения в природе. Через сто лет Г. Гельмгольц установил закон сохранения энергии, который состоит в следующем: *энергия не возникает вновь и не исчезает; она только изменяет свою форму и переходит от одних тел к другим.*

Существует много различных видов энергии: внутренняя энергия тел, электромагнитная, лучистая и др. В любом процессе происходят превращения энергии из одного вида в другой. Один случай превращения энергии из потенциальной в кинетическую мы рассмотрели на примере падающего тела (см. § 4.9).

Сумму потенциальной и кинетической энергий изолированной системы тел называют *полной механической энергией*  $W$  этой системы. *Если движения тел происходят без трения, то полная механическая энергия изолированной системы есть величина постоянная*

$$W = T + \Pi = \text{const.} \quad (4.18)$$

Закон сохранения и превращения энергии является одним из важнейших законов не только в физике, но и во всех науках о природе. На его основе строятся новые научные теории. Любой теоретический вывод проверяется «испытанием» на справедливость этого закона: если вывод не согласуется с законом сохранения и превращения энергии, значит, он неправилен.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Совершает ли механическую работу человек с грузом на плечах, когда стоит на месте? когда идет по горизонтальному пути? когда поднимается в гору?
2. Как выражается работа силы, направленной под углом к направлению движения?
3. При каком значении угла между направлениями силы и пути работа равна нулю? имеет наибольшую величину?
4. Какая сила называется силой сопротивления? движущей силой?
5. Дайте определение единиц работы в системах СИ, СГС и МКГСС.
6. Каковы соотношения между единицами работы в этих системах?
7. В чем состоит «золотое правило механики»?
8. Проиллюстрируйте это правило, рассмотрев работу, совершаемую с помощью наклонной плоскости и других простых машин.
9. Что называется мощностью? В каких единицах она измеряется?
10. Найдите соотношения между единицами мощности в системах СИ, СГС, МКГСС.
11. Какая работа машины называется полезной? вредной?
12. Что называется коэффициентом полезного действия машины?
13. Когда тело обладает кинетической энергией? Как ее измерить?

14. Как связана кинетическая энергия тела с работой, которую оно совершило?

15. В каких единицах измеряется энергия?

16. Каким свойством обладает работа силы тяготения? Докажите ваше утверждение.

17. Назовите силы, работа которых обладает таким же свойством, как работа сил тяготения.

18. Какая энергия называется потенциальной? Приведите примеры тел, обладающих потенциальной энергией.

19. Каково свойство полной энергии свободно падающего тела? Ответ подтвердите доказательством.

20. В какую форму энергии превращается механическая энергия тела при преодолении им силы трения?

21. Какая физическая величина служит для измерения величины энергии, перешедшей из одного вида в другой?

22. В чем состоит общий закон сохранения и превращения энергии?

23. В чем состоит закон сохранения и превращения энергии в механике?

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 4.1.** Мотоцикл весом  $4 \text{ кН}$  (килоньютон) трогается с места и идет вверх по уклону  $0,02$ . На расстоянии  $120 \text{ м}$  от места отправления скорость мотоцикла достигает  $10 \text{ м/сек}$ . Определить среднюю мощность, развиваемую мотором мотоцикла, если коэффициент трения равен  $0,04$ .

**Дано (СИ)**

$$P = 4 \text{ кН} = 4 \cdot 10^3 \text{ Н};$$

$$\alpha = 0,02;$$

$$s = 120 \text{ м};$$

$$v = 10 \text{ м/сек};$$

$$f = 0,04.$$

$$N_{\text{ср}} = ?$$

**Решение**

Работа, совершаемая мотором мотоцикла, затрачивается: 1) на преодоление составляющей силы тяжести, направленной параллельно уклону пути в сторону, противоположную направлению движения (сила  $F_1$  на рис. 1.14) (эта сила равна  $P \sin \alpha$  или ввиду малости угла  $\alpha$ ,  $P\alpha$ ); 2) на преодоление силы трения движения, равной коэффициенту трения движения  $f$ , умноженному на составляющую веса  $P \cos \alpha$ , направленную перпендикулярно к плоскости (ввиду малости угла  $\alpha$   $\cos \alpha$  можно принять равным единице и силу трения — равной  $fP$ ); 3) на сообщение мотоциклу ускорения  $a$  (сила  $ma = \frac{P}{g} a$ ). Итак,

$$A = \left( P\alpha + fP + P \frac{a}{g} \right) s.$$

Средняя мощность мотора мотоцикла на пути  $s$  равна

$$N_{\text{ср}} = \frac{A}{t} = \frac{P \left( \alpha + f + \frac{a}{g} \right) s}{t}.$$

Ускорение  $a$  выразим через конечную скорость и путь: из формулы  $v^2 = 2as$

$$a = \frac{v^2}{2s}.$$



Время движения

$$t = \frac{v}{a} = \frac{v \cdot 2s}{v^2} = \frac{2s}{v}.$$

Подставим выражения для  $a$  и  $t$  в формулу  $N_{\text{ср}}$ :

$$N_{\text{ср}} = \frac{P \left( \alpha + f + \frac{v^2}{2sg} \right) v}{2}.$$

Подсчитаем  $N_{\text{ср}}$ :

$$\begin{aligned} N_{\text{ср}} &= \frac{P \left( \alpha + f + \frac{v^2}{2sg} \right) v}{2} = \\ &= \frac{4 \cdot 10^3 \cdot \left( 0,02 + 0,04 + \frac{100}{240 \cdot 98} \right) \cdot 10}{2} \text{ вт} = 2000 \text{ вт} = 2 \text{ квт}. \end{aligned}$$

Проверим размерность результата. Убедимся, что  $\frac{v^2}{2sg}$  — безразмерная величина, как коэффициенты  $\alpha$  и  $f$ :

$$\frac{[v]^2}{[s][g]} = \frac{\text{м}^2/\text{сек}^2}{\text{м} \cdot \text{м}/\text{сек}^2} = 1.$$

$$[P][v] = \text{н} \cdot \text{м}/\text{сек} = \text{вт}.$$

**Задача 4.2.** Молотом вбивают гвоздь. Масса молота 1 кг, его скорость в момент удара 5 м/сек, глубина продвижения гвоздя 2,5 см. Определить среднюю силу удара.

**Дано (СИ):**

$$m = 1 \text{ кг};$$

$$v = 5 \text{ м/сек};$$

$$s = 2,5 \text{ см} = 0,025 \text{ м};$$

$$F_{\text{ср}} = ?$$

**Решение**

Кинетическая энергия молота  $\frac{mv^2}{2}$

во время удара о шляпку гвоздя уменьшается до нуля. Изменение кинетической энергии молота идет на совершение работы против силы сопротивления стены, равной средней силе удара:

$$\frac{mv^2}{2} = F_{\text{ср}} s,$$

откуда

$$F_{\text{ср}} = \frac{mv^2}{2s}.$$

Произведем вычисления:

$$F_{\text{ср}} = \frac{mv^2}{2s} = \frac{1 \cdot 5^2}{2 \cdot 0,025} \text{ н} = 500 \text{ н}.$$

Проверим размерность:

$$[F] = \frac{[m][v]^2}{[s]} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{сек}^2}{\text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{сек}^2} = \text{н}.$$

**Задача 4.3.** Грузик весом 9 н удерживался в точке А дорожки, имеющей форму 1/4 окружности радиусом 1,2 м и переходящей в горизонтальную плоскость (рис. 4.4). Когда грузик отпустили, он стал скользить вниз, достиг точки В на конце вертикального диаметра со скоростью 4 м/сек, продолжал скользить по горизонтальной поверхности и остановился в точке С. Определить: а) коэффициент трения скольжения грузика по горизонтальной поверхности; б) работу, совершенную против силы трения на пути АВ. Принять  $g = 10 \text{ м/сек}^2$ .



Рис. 4.4

**Дано:**

$$P = 9 \text{ н};$$

$$R = 1,2 \text{ м};$$

$$v_B = 4 \text{ м/сек};$$

$$s = 4 \text{ м}.$$

$$f = ? \quad A_{AB} = ?$$

**Решение**

а) Грузик совершил работу против силы трения на горизонтальном пути, расходуя кинетическую энергию, которой он обладал в точке В:

$$\frac{Pv_B^2}{2g} = fPs,$$

откуда

$$f = \frac{v_B^2}{2gs}.$$

б) Если бы грузик двигался по пути АВ без трения, то его кинетическая энергия в точке В должна была быть равной его потенциальной энергии в точке А. Но кинетическая энергия грузика в точке В равна  $\frac{mv_B^2}{2}$ . Разность этих энергий была затрачена на совершение работы против сил трения на пути АВ, т. е.

$$A_{AB} = PR - \frac{Pv_B^2}{2g} = P \left( R - \frac{v_B^2}{2g} \right).$$

Подставляем данные:

$$f = \frac{4^2}{2 \cdot 10 \cdot 4} = 0,2;$$

$$A_{AB} = 9 \cdot \left( 1,2 - \frac{16}{20} \right) \text{ дж} = 3,6 \text{ дж}.$$

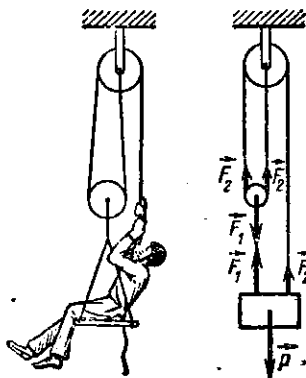


Рис. 4.5

**Задача 4.4.** Рабочий сидит на доске, подвешенной к оси подвижного блока, и равномерно поднимает себя, выбирая свободный конец каната, перекинутого через неподвижный блок (рис. 4.5, а). Вес рабочего с доской 720 н. Определить, пренебрегая трением:

а) силу, с которой рабочий натягивает свободный конец каната; б) высоту, на которую он поднимается, выбрав 51 м каната.

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} P &= 720 \text{ н}; \\ l &= 51 \text{ м}. \\ F_2 &= ? \quad h = ? \end{aligned}$$

**Решение**

а) Вес  $\vec{P}$  рабочего и доски уравнивается двумя параллельными силами  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  (рис. 4.5, б).  
Численно

$$F_1 + F_2 + P = 0.$$

На подвижный блок действуют три параллельных силы натяжения канатов:  $\vec{F}_1$ , направленная вниз, и две силы  $\vec{F}_2$ , направленные вверх. Так как подвижный блок опускается без ускорения, то

$$F_1 - 2F_2 = 0.$$

Из этих двух уравнений получаем

$$F_2 = \frac{F_1}{2}; \quad F_1 + \frac{F_1}{2} = P \text{ или } F_1 = \frac{2}{3} P.$$

Следовательно, по числовому значению,

$$F_2 = \frac{1}{3} P. \quad (a)$$

б) Для ответа на второй вопрос применим «золотое правило механики»: работа  $\frac{P}{3} l$ , которую совершает рабочий, пользуясь простой машиной, равна работе  $Ph$ , которую нужно совершить, поднимая непосредственно груз  $P$  на высоту  $h$ :

$$\frac{P}{3} l = Ph,$$

откуда

$$h = \frac{l}{3}. \quad (б)$$

Подставив данные, находим

$$F_2 = \frac{1}{3} P = 240 \text{ н}; \quad h = \frac{l}{3} = 17 \text{ м}.$$

**Задача 4.5.** Шаг винта домкрата 0,8 см, плечо рычага 50 см. Прилагая усилие в 8 кг, можно поднять груз 2500 кг. Определить совершенную работу и к. п. д. домкрата.

**Дано (МКГСС):**

$$\begin{aligned} h &= 0,8 \text{ см} = 0,008 \text{ м}; \\ R &= 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}; \\ F &= 8 \text{ кг}; \\ P &= 2500 \text{ кг}. \end{aligned}$$

$$A = ? \quad \eta = ?$$

**Решение**

Полезная работа  $A_{\text{п.}}$  при одном повороте винта домкрата равна произведению веса  $P$  груза на шаг винта  $h$  домкрата

$$A_{\text{п.}} = Ph.$$

Совершенная при этом работа  $A$  измеряется произведением силы  $F$ , приложенной к концу рычага домкрата, на длину окружности, описываемой концом рычага при одном повороте винта,

$$A = F \cdot 2\pi R.$$

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{A_{\text{п.}}}{A} = \frac{Ph}{2\pi RF}.$$

Вычисляем:

$$A = F \cdot 2\pi R = 8 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м} = 25,12 \text{ кг} \cdot \text{м};$$

$$\eta = \frac{Ph}{2\pi RF} = \frac{2500 \cdot 0,008}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,5 \cdot 8} = 0,8 = 80\%.$$

**Задача 4.6.** Вычислить потенциальную энергию пружины, растянутой на  $x$  см. Упругая сила пружины  $F_{\text{упр}} = kx$ . Воспользоваться графиком зависимости упругой силы от величины деформации.

### Решение

В пределах, для которых справедлив закон Гука, упругая сила пружины пропорциональна величине деформации, что изображено на рис. 4.6 прямой  $OB$ . Абсцисса точки  $B$  соответствует растяжению пружины на длину  $x$ , ордината — возникающей в пружине упругой силе  $F = kx$ , численно равной растягивающей силе. Разделим основание треугольника  $OBC$  на очень малые участки  $\Delta x$ .

Работа против сил упругости численно равна площади заштрихованного прямоугольника с основанием  $\Delta x$  и высотой, соответствующей упругой силе  $F$ , возникающей при растяжении пружины от  $x_1$  до  $x_1 + \Delta x$ . Вся работа, совершенная при растяжении пружины на величину  $x$ , равна сумме площадей таких прямоугольников, составляющих площадь треугольника  $OBC$ , т. е.

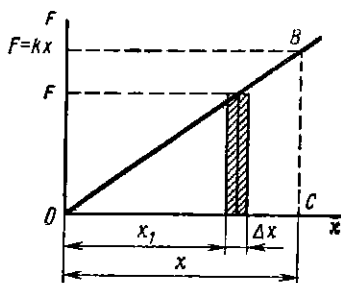


Рис. 4.6

$$A = \frac{1}{2} Fx = \frac{kx \cdot x}{2} = \frac{kx^2}{2}.$$

Эта работа превращается в потенциальную энергию пружины

$$П = A = \frac{kx^2}{2}.$$

[Сравните полученную формулу с формулой (4.11), в которой деформация вместо  $x$  обозначена  $\Delta x$ .]

**Задача 4.7.** На наклонной плоскости лежит груз массой 350 кг, к верхней стороне которого привязан шнур. Шнур натягивают параллельно наклонной плоскости. При силе натяжения шнура, равной  $26 \cdot 10^4$  дин, груз равномерно скользит вверх по наклонной плоскости, при силе натяжения, равной  $15 \cdot 10^4$  дин, он равномерно скользит вниз. Определить: а) силу трения между грузом и плоскостью; б) угол наклона плоскости; в) коэффициент полезного действия наклонной плоскости. Принять  $g = 1000 \text{ см/сек}^2$ .

**Дано:**

$$m = 350 \text{ кг}; 350 \cdot 10^3 \text{ г}$$

$$T_1 = 26 \cdot 10^3 \text{ дин};$$

$$T_2 = 13 \cdot 10^3 \text{ дин};$$

$$g = 10^3 \text{ см/сек}^2.$$

$$F = ? \quad \alpha = ? \quad \eta = ?$$

**Решение**

а и б) В случае равномерного скольжения груза вверх по наклонной плоскости составляющая его веса  $P \sin \alpha$ , где  $\alpha$  — угол наклона плоскости (рис. 4.7), и сила трения  $F$  направлены в сторону, противополо-

жную направлению силы  $T_1$  натяжения шнура.

В случае равномерного скольжения груза вниз сила трения направлена в ту же сторону, что и сила  $T_2$  натяжения шнура. В обоих случаях грузы движутся равномерно, т. е. все три силы взаимно уравниваются. Составляем уравнения:

$$\begin{cases} 1) T_1 - P \sin \alpha - F = 0; \\ 2) T_2 - P \sin \alpha + F = 0. \end{cases}$$

Решая эту систему уравнений, получаем

$$F = \frac{T_1 - T_2}{2}; \quad (a)$$

$$\sin \alpha = \frac{T_1 - F}{P} = \frac{T_1 - F}{mg}. \quad (б)$$

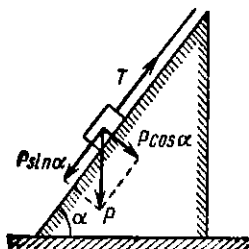


Рис. 4.7

в) Коэффициент полезного действия  $\eta$  наклонной плоскости равен отношению полезной работы на некотором пути  $s$  вдоль наклонной плоскости ( $A' = P \sin \alpha s$ ) ко всей работе, затраченной на этом пути [ $A = (P \sin \alpha + F) s$ ]:

$$\eta = \frac{A'}{A} = \frac{P s \sin \alpha}{(P \sin \alpha + F) s} = \frac{mg \sin \alpha}{mg \sin \alpha + F}. \quad (в)$$

Подставляем данные:

$$a) \quad F = \frac{260 \cdot 10^3 - 130 \cdot 10^3}{2} \text{ дин} = 65 \cdot 10^3 \text{ дин};$$

$$б) \quad \sin \alpha = \frac{260 \cdot 10^3 - 65 \cdot 10^3}{350 \cdot 10^3} \approx 0,58; \quad \alpha \approx 54^\circ;$$

$$в) \quad \eta = \frac{350 \cdot 10^3 \cdot 0,58}{350 \cdot 10^3 \cdot 0,58 + 65 \cdot 10^3} = 0,78 = 78\%.$$

**ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ**

1. Мальчик везет сани, натягивая веревку с силой 5 кГ под углом  $50^\circ$  к вертикали. Какую работу совершит мальчик на расстоянии 200 м?

2. Лошадь поднимает воз на гору высотой 120 м по уклону длиной 2,4 км. Вес воза 8000 н, сила трения 80 н. Найти работу, совершенную лошадью.

3. Трамвай массой 10000 кг через 5 сек после того как тронулся с остановки развил скорость 18 км/ч. Определить мощность мотора трамвая.

4. Пуля массой 12 г попадает в земляной вал и входит в него на глубину 30 см. Какова средняя сила сопротивления вала, если скорость пули в момент попадания в вал была 300 м/сек?

5. Пуля весом 12 Г, летевшая со скоростью 500 м/сек, пробилла стену толщиной 0,1 м и вылетела из нее со скоростью 100 м/сек. Определить среднюю силу сопротивления стены.

6. Мальчик съехал на санках с ледяной горы высотой 2 м по уклону длиной 6 м. Определить: а) путь, который он проехал по горизонтальной дорожке, если коэффициент трения полозьев о лед равен 0,03; б) ускорение во время движения по горизонтальному пути.

7. Из орудия, масса ствола которого 600 кг, вылетает снаряд массой 6 кг в горизонтальном направлении, причем ствол орудия откатывается на 0,5 м. Определить скорость снаряда в момент выстрела, если средняя сила торможения в противооткатном устройстве орудия равна 15 000 н.

8. Грузовой автомобиль весом 3000 кг поднимается по уклону в 0,006 со скоростью 12 м/сек. При той же мощности мотора автомобиль поднимется по уклону в 0,003 со скоростью 16 м/сек. Определить силу трения, если она одинакова на обоих уклонах.

9. Грузовой лифт весом 2400 кг трогается с места и поднимается с постоянным ускорением 3 м/сек<sup>2</sup>. Определить, приняв  $g = 10$  м/сек<sup>2</sup>: а) натяжение несущего каната; б) скорость на высоте 13,5 м; в) кинетическую энергию через 3 сек после начала подъема; г) увеличение потенциальной энергии за первые 3 сек движения; д) мощность мотора при равномерном движении лифта со скоростью 5 м/сек.

10. Свободно падающий камень массой 200 г имеет на высоте 350 м от Земли скорость 16 м/сек. Определить его кинетическую, потенциальную и полную энергию на этой высоте и через 3 сек.

11. Груз поднимают по наклонной плоскости, длина которой 6 м, а высота 1,5 м. Коэффициент трения 0,4. Определить к. п. д. наклонной плоскости.

12. Шаг винта в тисках 5 мм. Определить: а) какая работа совершается, когда винт заворачивают в гайку на два оборота, если при этом встречается сопротивление в 80 н; б) какое усилие прилагается при этом, если радиус окружности, описываемой концом рукоятки, 12 см.

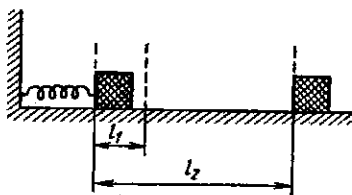


Рис. 4.8

13. Груз весом 9 н прижат к горизонтальной пружине пренебрежимо малого веса и сжимает пружину на  $l_1 = 0,16$  м (рис. 4.8). Груз отпускают, он движется по горизонтальной плоскости и, пройдя расстояние  $l_2 = 0,8$  м, останавливается. Коэффициент упругости пружины равен 117 н/м. Чему равен коэффициент трения между грузом и пружиной?

## КРИВОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

§ 5.1. Движение тела, брошенного горизонтально. 1. Рассмотрим два часто встречающиеся вида криволинейного движения: движение тела, брошенного горизонтально и равномерное движение по окружности. В этих случаях траектория тела является плоской кривой.

2. Если шарик столкнуть со стола горизонтальным ударом, то, падая, он опишет кривую траекторию. Такую же кривую образует струя воды, вытекающая из водопроводного крана с горизонтальной насадкой (рис. 5.1). Частицы воды, которым сообщена скорость в гори-

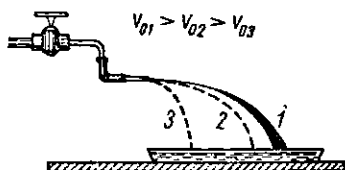


Рис. 5.1

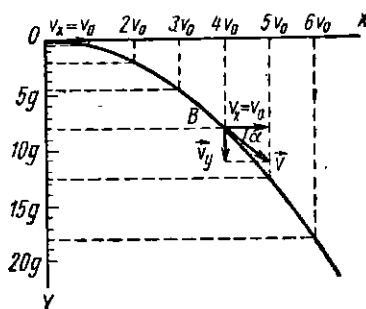


Рис. 5.2

зонтальном направлении, падают, как шарик, который столкнули со стола.

На тело, брошенное горизонтально с начальной скоростью  $\vec{v}_0$ , действует во время его движения сила тяжести  $m\vec{g}$ , сообщающая ему постоянное ускорение  $\vec{g}$ , направленное вертикально вниз. Поэтому движение тела, брошенного горизонтально, — сложное движение, состоящее из равномерного прямолинейного движения со скоростью  $v_0$  в горизонтальном направлении и равноускоренного прямолинейного движения с ускорением  $\vec{g}$  в вертикальном направлении. Сопротивление воздуха учитывать не будем.

Пусть в момент времени  $t_0 = 0$  тело брошено в горизонтальном направлении из точки O (рис. 5.2). Проведем из этой точки оси координат: горизонтальную OX и

вертикальную  $OY$ . Через  $t$  сек координаты тела будут

$$\left. \begin{aligned} x &= v_0 t, \\ y &= \frac{gt^2}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

Запишем координаты тела в конце 1, 2, 3, 4-й и т. д. секунд.

$t$ сек	0	1	2	3	4	5	6
$x$	$x_0 = 0$	$x_1 = v_0$	$x_2 = 2v_0$	$x_3 = 3v_0$	$x_4 = 4v_0$	$x_5 = 5v_0$	$x_6 = 6v_0$
$y$	$y_0 = 0$	$y_1 = 0,5g$	$y_2 = 2g$	$y_3 = 4,5g$	$y_4 = 8g$	$y_5 = 12,5g$	$y_6 = 18g$

Проведем через вычисленные точки плавную кривую. Это траектория движения тела. Она лежит в вертикальной плоскости  $XOY$  и имеет форму половины параболы с вершиной в точке  $O$ .

3. *Дальностью полета* называется расстояние  $x_{\text{макс}}$ , которое тело проходит в горизонтальном направлении до точки падения.

Тело падает с высоты  $y$  за время  $t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$ . За это время оно проходит горизонтальный путь  $x_{\text{макс}}$ , равный

$$x_{\text{макс}} = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2y}{g}}. \quad (5.2)$$

Как видно из этой формулы, чем меньше начальная скорость  $v_0$ , тем меньше и дальность полета  $x_{\text{макс}}$  (см. рис. 5.1). В меньшей степени дальность полета зависит от высоты  $y$  точки вылета тела над уровнем точки падения.

4. *Вектор скорости*  $\vec{v}$  тела в любой точке  $B$  траектории определяется диагональю параллелограмма, построенного на горизонтальной скорости  $\vec{v}_x = \vec{v}_0$  и скорости свободного падения  $\vec{v}_y = \vec{gt}$ , направленной вниз. Числовое значение скорости равно

$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}. \quad (5.3)$$

Скорость  $\vec{v}$  направлена по касательной к траектории, причем составляет с горизонтальным направлением угол  $\alpha$ .



Из рис. 5.2 видно, что

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_0} = \frac{gt}{v_0}. \quad (5.4)$$

С увеличением времени  $t$  полета  $\operatorname{tg} \alpha$  растет, стремясь к бесконечности, а угол  $\alpha$  увеличивается, стремясь к значению  $90^\circ$ .

5. Сопротивление воздуха уменьшает как горизонтальную составляющую  $v_0$  скорости тела (а следовательно, и дальность полета), так и ее вертикальную составляющую, поэтому в воздухе тело падает с той же высоты дольше, чем в безвоздушном пространстве. На рис. 5.3 пунктиром показана траектория тела, брошенного горизонтально в воздухе. Дальность его полета значительно меньше, чем дальность полета в безвоздушном пространстве при тех же условиях (сплошная кривая).

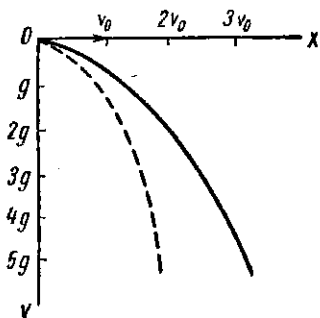


Рис. 5.3

## § 5.2. Движение тела, брошенного под углом к горизонту.

1. Тело, брошенное из точки  $O$  со скоростью  $v_0$  под углом  $\varphi$  к горизонту (рис. 5.4, а), совершает сложное движение,

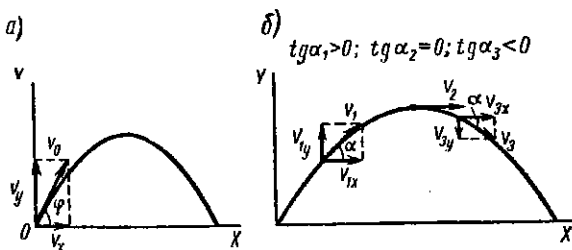


Рис. 5.4

которое состоит из: 1) равномерного прямолинейного движения в горизонтальном направлении со скоростью, равной

$$v_x = v_0 \cos \varphi; \quad (5.5)$$

2) сложного движения с начальной скоростью  $v_y = v_0 \sin \varphi$ , направленной вертикально вверх, и падения

со скоростью  $gt$ , т. е. движения по вертикали со скоростью

$$v_y = v_0 \sin \varphi - gt. \quad (5.6)$$

Как видно из последней формулы, скорость тела в вертикальном направлении сначала направлена вверх и с течением времени убывает до нуля, а затем меняет свое направление на вертикальное вниз.

Результирующая скорость  $v_t$  в любой момент времени  $t$  полета тела равна векторной сумме скоростей  $\vec{v}_x$  и  $\vec{v}_y$ :

$$\vec{v}_t = \vec{v}_x + \vec{v}_y, \quad (5.7)$$

а ее числовое значение равно

$$\begin{aligned} v_t &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \varphi + (v_0 \sin \varphi - gt)^2} = \\ &= \sqrt{v_0^2 \cos^2 \varphi + v_0^2 \sin^2 \varphi - 2v_0 gt \sin \varphi + g^2 t^2}, \end{aligned}$$

или

$$v_t = \sqrt{1 + gt^2 - 2v_0 gt \sin \varphi}. \quad (5.8)$$

Направление результирующей скорости определяется углом  $\alpha$ , под которым вектор  $\vec{v}_t$  направлен к горизонту (рис. 5.4, б), причем

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_0 \sin \varphi - gt}{v_0 \cos \varphi}. \quad (5.9)$$

Из последней формулы видно, что угол  $\alpha$  изменяется с течением времени.

2. Для определения высоты  $H$  подъема тела в любой момент времени  $t$  воспользуемся выражением

$$H = v_{0y} t - \frac{gt^2}{2}.$$

Подставив вместо  $v_{0y}$  соответствующее выражение (5.6), получим

$$H = v_0 t \sin \varphi - \frac{gt^2}{2}. \quad (5.10)$$

3. Время  $t_l$  подъема тела на наибольшую высоту можно найти из формулы (5.6). Так как в точке наивысшего подъема вертикальная составляющая скорости  $v_y = 0$ , то

$$v_0 \sin \varphi - gt_l = 0,$$

откуда

$$t_l = \frac{v_0 \sin \varphi}{g}. \quad (5.11)$$

За это время тело поднимется на высоту  $H_{\text{макс}}$ , равную

$$H_{\text{макс}} = v_0 t_I \sin \varphi - \frac{1}{2} g t_I^2.$$

После подстановки выражения (5.11) вместо  $t_I$  получаем

$$H_{\text{макс}} = \frac{v_0^2 \sin^2 \varphi}{g} - \frac{v_0^2 \sin^2 \varphi_0}{2g},$$

или

$$H_{\text{макс}} = \frac{v_0^2 \sin^2 \varphi}{2g}. \quad (5.12)$$

4. Время падения тела с высоты  $H_{\text{макс}}$  равно времени его подъема на эту высоту, поэтому полное время  $t_n$  движения тела

$$t_n = 2t_I = \frac{2v_0 \sin \varphi}{g}. \quad (5.13)$$

Дальность полета тела равна горизонтальному пути  $s_{\text{макс}}$ , который он проходит за время  $t_n$  с постоянной скоростью  $v_x$ :

$$s_{\text{макс}} = v_x t_n = \frac{v_0 \cos \varphi \cdot 2v_0 \sin \varphi}{g},$$

или

$$s_{\text{макс}} = \frac{v_0^2 \sin 2\varphi}{g}. \quad (5.14)$$

**§ 5.3. Равномерное движение по окружности.** Представим себе шарик, привязанный упругой нитью  $C$  к концу  $A$

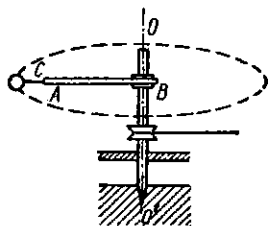


Рис. 5.5

твердого горизонтально расположенного стержня, через другой конец которого проходит вертикальная ось  $OO'$  (рис. 5.5). Пусть стержень  $AB$  вращается вокруг оси  $OO'$ , а шарик равномерно движется в горизонтальной плоскости по окружности. В каждой точке окружности скорость шарика направлена по касательной к ней, т. е. направление скорости меня-

ется. Следовательно, равномерное движение по окружности происходит с ускорением. Это ускорение вызвано упругой силой нити  $C$ . Если нить оборвется, сила ее упругости перестанет действовать на шарик и он полетит по касательной к окружности.

Таким образом, равномерное движение тела по окружности — сложное движение. Оно состоит из равномерного прямолинейного движения с некоторой скоростью  $v$  и равноускоренного прямолинейного движения под действием постоянной по числовому значению силы, направленной к центру окружности и называемой поэтому *центростремительной силой*. Когда эта сила перестает действовать, тело движется прямолинейно (по инерции) со скоростью  $v_0$ .

Проверим это на опыте. Частицы вращающегося точильного камня движутся по окружности вокруг его оси  $O$ . Прижмем к камню нож. От камня полетят искры — оторванные от него частицы, раскаленные вследствие трения ножа о камень. Они сохраняют скорость, с которой двигались перед самым отрывом от точила. Прижимая нож к различным точкам камня, мы убеждаемся, что скорость в любой точке окружности направлена по касательной к ней.

Рассмотрим подробнее величины, характеризующие равномерное движение по окружности.

**§ 5.4. Линейная скорость и угловая скорость.** 1. *Скорость движения материальной точки по окружности называется ее линейной скоростью.*

Числовое значение  $v$  вектора линейной скорости при равномерном движении по окружности остается неизменным и измеряется длиной дуги, пройденной за единицу времени:

$$v = \frac{l}{t}, \quad (5.15)$$

где  $l$  — длина дуги, пройденная за промежуток времени  $t$ .

*Периодом  $T$  равномерного движения материальной точки по окружности называется промежуток времени, в течение которого точка проходит путь, равный длине окружности.*

*Частотой обращения, или числом оборотов  $n$ , совершаемых материальной точкой за 1 сек, называется величина, обратная периоду*

$$n = \frac{1}{T} \quad \text{или} \quad T = \frac{1}{n}. \quad (5.16)$$

Если, например, тело совершает восемь оборотов за секунду, то период обращения равен  $\frac{1}{8}$  сек. Частота измеряется в 1/сек.

Заменив в формуле (5.15) длину дуги  $l$  длиной окружности  $2\pi r$ , где  $r$  — радиус окружности, а промежуток времени  $t$  — периодом  $T$  или  $\frac{1}{n}$ , получим следующие выражения для линейной скорости:

$$\left. \begin{aligned} v &= \frac{2\pi r}{T}, \\ v &= 2\pi r n. \end{aligned} \right\} \quad (5.17)$$

2. Пусть материальная точка связана с концом радиуса  $r$  окружности, по которой она движется. Если за промежуток времени  $t$  материальная точка пройдет дугу  $AB$ , то радиус  $r$  повернется вокруг центра окружности на угол  $\varphi$ , опирающийся на эту дугу (рис. 5.6). Угол поворота радиуса-вектора пропорционален времени движения  $t$  материальной точки.

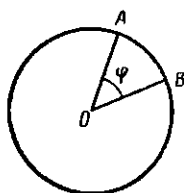


Рис. 5.6

Поэтому для характеристики движения материальной точки по окружности или вращения тела, т. е. движения, при котором все его точки описывают окружности вводят понятие угловой скорости.

*Угловой скоростью  $\omega$  называется физическая величина, измеряемая отношением угла поворота радиуса, соединяющего центр окружности с движущейся точкой, к промежутку времени, за который происходит этот поворот:*

$$\omega = \frac{\varphi}{t}. \quad (5.18)$$

За промежуток времени  $t = T$  материальная точка обойдет всю окружность, а радиус повернется на угол  $\varphi = 2\pi$  радианов. Поэтому

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n. \quad (5.19)$$

За единицу угловой скорости принимают такую угловую скорость, при которой радиус, соединяющий центр окружности с движущейся по ней точкой, поворачивается на угол, равный 1 рад, за 1 сек.

РадIAN равен  $57,3^\circ$ . Он представляет собой отвлеченную меру угла, поэтому единица угловой скорости имеет наименование 1/сек.

Из сравнения формул (5.17) и (5.19) заключаем, что

$$v = \omega r, \quad (5.20)$$

т. е. линейная скорость точки, движущейся по окружности, численно равна ее угловой скорости, умноженной на радиус окружности.

**§ 5.5. Центробежное ускорение.** Пусть материальная точка равномерно движется по окружности радиусом  $r$  со скоростью, численно равной  $v$ , по часовой стрелке и за малый промежуток времени  $\Delta t$  проходит малую дугу  $A_1A_2$ , которая на рис. 5.7 для ясности изображена большой. Векторы скорости  $\vec{v}_1$  (в точке  $A_1$ ) и  $\vec{v}_2$  (в точке  $A_2$ ) численно равны ( $v_1 = v_2 = v$ ), но направления их различны. Мгновенное ускорение  $\vec{a}$  равно

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}.$$

Для того чтобы вычесть из вектора  $\vec{v}_2$  вектор  $\vec{v}_1$ , достаточно к вектору  $\vec{v}_2$  прибавить вектор  $-\vec{v}_1$ . Замыкающий вектор  $\vec{A_2B_3}$  по величине и направлению представляет разность векторов  $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$ .

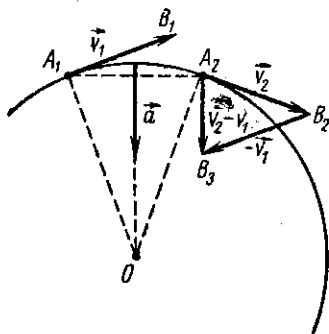


Рис. 5.7

Мы выбрали очень малый промежуток времени  $\Delta t$ , поэтому точки  $A_1$  и  $A_2$  лежат очень близко друг к другу около середины  $A$  дуги  $A_1A_2$  и радиусы  $OA_1$  и  $OA_2$  можно считать совпадающими с радиусом  $OA$ . Следовательно, вектор  $\vec{A_2B_3}$ , а значит и ускорение  $\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$  направлены по радиусу  $AO$  окружности к ее центру. Ускорение при равномерном движении по окружности называется *центробежным*.

Треугольники  $A_1A_2O$  и  $A_2B_3B_2$  подобны, так как они оба равнобедренные, и  $\angle A_1OA_2 = \angle A_2B_2B_3$  как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. Следовательно

$$\frac{A_2B_3}{A_1A_2} = \frac{A_2B_2}{A_1O}.$$

Отрезок  $A_2B_3 = |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| = \Delta v$ ; хорду  $A_1A_2$  ввиду малости промежутка времени  $\Delta t$  можно заменить дугой  $A_1A_2$ , равной  $v\Delta t$ ;  $A_2B_2 = v$ ,  $A_1O = r$ .

Поэтому последнее выражение можно переписать в виде

$$\frac{\Delta v}{v \Delta t} = \frac{v}{r} \quad \text{или} \quad \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}.$$

Но  $\frac{\Delta v}{\Delta t}$  есть не что иное, как мгновенное центростремительное ускорение  $a$  в точке  $A$  окружности, т. е.

$$a = \frac{v^2}{r}. \quad (5.21)$$

Таким образом, *центростремительное ускорение численно равно квадрату линейной скорости, деленному на радиус окружности, по которой движется материальная точка, и направлено к центру окружности.*

Точки  $A_1$  и  $A_2$  мы выбрали на окружности произвольно. Очевидно, что в любой точке окружности вектор центростремительного ускорения численно одинаков, но направлен всегда по радиусу к центру окружности.

Подставив в формулу (5.21) вместо линейной скорости  $v$  ее выражение через угловую скорость ( $v = \omega r$ ), получим

$$a = \omega^2 r.$$

Но

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{2\pi}{T} = 2\pi n, \quad \text{поэтому} \\ a &= \omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r = 4\pi^2 n^2 r. \end{aligned} \quad (5.22)$$

**§ 5.6. Центростремительная сила и возникающая с ней сила реакции.** 1. Согласно второму закону Ньютона, *центростремительная сила направлена к центру окружности и численно равна массе тела, умноженной на центростремительное ускорение.*

Воспользовавшись выражениями для центростремительного ускорения, получаем следующие формулы для центростремительной силы  $F_{ц.с.}$ :

$$F_{ц.с.} = m \frac{v^2}{r} = m \omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r m = 4\pi^2 n^2 r m. \quad (5.23)$$

Вектор центростремительной силы, как и вектор центростремительного ускорения, имеет в разных точках окружности одно и то же числовое значение, но различное направление, так как он всегда направлен к *центру окружности.*

Центростремительной силой может быть любая сила, удерживающая какое-либо тело на окружности, например сила упругости нити, сила сцепления между частицами точильного камня (см. § 5.3) и др.

2. По третьему закону Ньютона, всякому действию всегда есть равное и противоположно направленное противодействие. Поэтому одновременно с центростремительной силой всегда возникает сила реакции, приложенная через связи к телу  $B$ , удерживающему тело  $A$ , которое движется по окружности, и направленная по радиусу *от центра окружности*.

Центростремительная сила и сила реакции равны по величине, противоположны по направлению и действуют на разные тела, а поэтому не уравновешиваются.

3. Рассмотрим несколько примеров.

а) На шарик, привязанный к нити и движущийся по окружности, действует рука экспериментатора с центростремительной силой. На руку действует сила реакции со стороны шарика. Нить служит связью между рукой и шариком.

б) Луна удерживается на своей орбите силой тяготения к Земле, которая и является центростремительной силой.

На Землю со стороны Луны действует равная и противоположно направленная сила тяготения — сила реакции. Масса Земли во много раз больше массы Луны, поэтому ускорение Земли во много раз меньше ускорения Луны, и оба тела — Луна и Земля — вращаются вокруг общего центра, лежащего вблизи от центра Земли. Связью между Землей и Луной является после тяготения.

в) Центростремительной силой может служить равнодействующая двух или нескольких сил.

Велосипедист наклоняется на повороте на угол  $\varphi$  к вертикали в сторону центра той дуги, по которой движется со скоростью  $v$  (см. схематический рис. 5.8). При этом он создает центростремительную силу  $\vec{F}_{ц.с}$  как равнодействующую трех сил, действующих на него: общего веса — своего и велосипеда —  $mg$ , силы реакции грунта  $\vec{N}$  и силы трения  $\vec{F}_{тр}$ , возникающей между колесами вело-

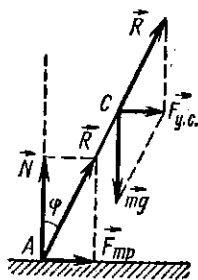


Рис. 5.8



сипеда и дорогой. Сила трения направлена по радиусу закругления и не дает колесам соскользнуть в противоположном направлении. Сложим сначала силы  $\vec{F}_{\text{тр}}$  и  $\vec{N}$ . Угол  $\varphi$  наклона велосипедиста к вертикали должен быть таким, чтобы равнодействующая  $\vec{R}$  этих сил проходила через центр тяжести  $C$  велосипедиста. Перенесем точку приложения силы  $\vec{R}$  в центр тяжести  $C$  и сложим силы  $\vec{R}$  и  $m\vec{g}$ . Их равнодействующая и представляет собой центробежную силу  $\vec{F}_{\text{ц.с.}}$ . Как видно из рисунка,  $\vec{F}_{\text{ц.с.}} = \vec{F}_{\text{тр}}$ .

Сила реакции  $\vec{F}$  приложена к дороге в точке  $A$ , причем  $\vec{F} = -\vec{F}_{\text{тр}}$ , а следовательно,  $\vec{F} = -\vec{F}_{\text{ц.с.}}$ .

**§ 5.7. Влияние вращения Земли на вес тела.** Представим себе, что мы смотрим на Землю в направлении ее оси, находясь над ее северным полюсом  $N$  (рис. 5.9, а). На

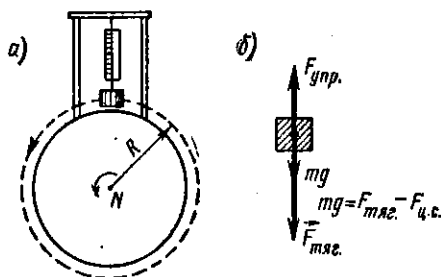


Рис. 5.9

экваторе к пружинным весам подвешено тело массой  $m$ . На это тело действуют только две силы: сила тяготения к Земле  $F_{\text{тяг}}$ , равная  $\gamma \frac{mm_3}{R^2}$ , где  $m_3$  — масса Земли, а  $R$  — ее радиус, и упругая сила пружины  $F_{\text{упр}}$ , равная численно весу тела на экваторе  $mg_{\text{экв}}$ , но направленная вверх:

$$F_{\text{упр}} = -mg_{\text{экв}}.$$

Земля вращается, и поэтому тело движется по окружности (пунктир), длину которой можно считать равной длине экватора.

Центробежная сила, действующая на тело, равна очевидно равнодействующей силы тяготения и упругой

силы пружины. Эти силы направлены по радиусу Земли в противоположные стороны (рис. 5.9, б), поэтому центростремительная сила численно равна их разности:

$$F_{ц.с} = F_{тяг} - F_{упр},$$

или, так как числовые значения сил  $F_{упр} = mg_{экр}$ ,

$$F_{ц.с} = F_{тяг} - mg_{экр}.$$

Определим из этого выражения вес тела на экваторе

$$mg_{экр} = F_{тяг} - F_{ц.с},$$

или

$$mg_{экр} = \gamma \frac{mm_3}{R^2} - ma_R, \quad (5.24)$$

где  $a_R$  — центростремительное ускорение.

Следовательно, *вес тела на экваторе меньше силы тяготения на величину центростремительной силы.*

На полюсах вес тела имеет наибольшую величину, так как здесь на тело не действует центростремительная сила.

Вычислим величину центростремительного ускорения на экваторе по формуле (5.22):

$$a_R = \frac{4\pi^2}{T^2} R.$$

Подставим в эту формулу  $R = 6,4 \cdot 10^6$  м и  $T = 24$  ч =  $8,64 \cdot 10^4$  сек:

$$a_R = \frac{4\pi^2}{T^2} R = \frac{4 \cdot (3,14)^2 \cdot 6,4 \cdot 10^6}{(8,64 \cdot 10^4)^2} \frac{м}{сек^2} = 0,034 \text{ м/сек}^2.$$

На самом деле ускорения силы тяжести на экваторе ( $g_{экр}$ ) и на полюсах ( $g_{пол}$ ) отличаются одно от другого на несколько бо́льшую величину благодаря форме Земли, немного сплюсненной в направлении ее оси вращения. Такую форму, называемую геоидом, Земля приобрела в результате вращения вокруг своей оси. Полярный радиус Земли  $R_{пол}$  меньше экваториального  $R_{экр}$  и поэтому сила тяготения  $\gamma \frac{mm_3}{R_{пол}^2}$  на полюсе больше силы тяготения  $\gamma \frac{mm_3}{R_{экр}^2}$  на экваторе.

**§ 5.8. Причины невесомости на кораблях-спутниках.** На всякое тело массой  $m$ , находящееся значительно ближе к

Земле, чем к какому-либо другому небесному телу, действует сила  $F$  тяготения к Земле, равная

$$F = \gamma \frac{mm_3}{r^2},$$

где  $m$  — масса тела,  $m_3$  — масса Земли, а  $r$  — расстояние от центра Земли до этого тела. Если тело вращается вокруг Земли, то часть силы тяготения действует как центростремительная сила  $F_{ц.с.}$ , а часть обуславливает вес  $P$  тела:

$$F = F_{ц.с.} + P.$$

Когда вся сила тяготения играет роль центростремительной силы, то вес тела равен нулю, т. е.  $P = 0$  при

$$F = F_{ц.с.}$$

или

$$\gamma \frac{mm_3}{R_{орб}^2} = \frac{mv^2}{R_{орб}},$$

где  $R_{орб}$  — средний радиус орбиты тела. После сокращения получаем условие невесомости

$$\gamma \frac{m_3}{R_{орб}} = v^2. \quad (5.25)$$

Отсюда можно определить скорость, с которой должен двигаться корабль-спутник по орбите данного радиуса для того, чтобы он и все тела, находящиеся в нем, были невесомыми.

Если принять средний радиус орбиты космического корабля «Восток-1» равным  $\frac{h_{апогея} + h_{перигея}}{2} + R_3 =$   
 $= \frac{(175 + 302 + 6400)}{2} \text{ км} = 6,64 \cdot 10^6 \text{ м}$ , а массу Земли  $m_3 =$   
 $= 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$ , то

$$v = \sqrt{\gamma \frac{m_3}{R_{орб}}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-10} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{6,64 \cdot 10^6}} \frac{\text{м}}{\text{сек}} \approx 8 \cdot 10^3 \text{ м/сек.}$$

С этой примерно скоростью и летел «Восток-1».

**§ 5.9. Первая и вторая космические скорости.** 1. Какова должна быть наименьшая начальная скорость  $v_1$  тела, чтобы оно двигалось вокруг Земли над ее поверхностью, не падая?

На спутник Земли, который движется вокруг нее по орбите радиусом, почти равным  $R_3$ , действует только его вес  $mg$ , который и является центростремительной силой  $\frac{mv_1^2}{R_3}$ , т. е.

$$\frac{mv_1^2}{R_3} = mg,$$

где  $m$  — масса спутника. Отсюда определяем

$$v_1 = \sqrt{gR_3}. \quad (5.26)$$

Подставив числовые значения  $g = 9,81 \text{ м/сек}^2$ ,

$$R_3 = 6370 \cdot 10^3 \text{ м},$$

получим

$$\begin{aligned} v_1 &= \sqrt{gR_3} = \sqrt{9,81 \cdot 6370 \cdot 10^3} \text{ м/сек} = \\ &= 7,9 \cdot 10^3 \text{ м/сек} = 7,9 \text{ км/сек}. \end{aligned}$$

Эта скорость называется *первой космической скоростью*. При ее подсчете мы не учитывали сопротивления воздуха, и движение спутника с начальной скоростью  $v_1$  в атмосфере быстро замедлится.

2. Для того чтобы вывести искусственный спутник из сферы влияния земного тяготения, ему надо сообщить такую начальную скорость  $v_2$ , при которой он мог бы за счет своей кинетической энергии  $\frac{mv_2^2}{2}$  совершить работу против силы тяготения к Земле.

На небольшом участке пути  $\Delta r$ , где силу тяготения можно считать неизменной, эта работа равна

$$F_{\text{тяг}} \Delta r = \gamma \frac{mm_3}{r^2} \Delta r,$$

где  $r$  — расстояние от центра Земли до спутника в направлении радиуса Земли.

Сила тяготения к Земле имеет наибольшее значение на ее поверхности и равна нулю на бесконечно большом расстоянии от нее. Поэтому нужно просуммировать работы  $F_{\text{тяг}} \Delta r$  на всем пути от поверхности Земли до бесконечности. Приводим без вывода выражения для результирующей работы

$$A = \gamma \frac{mm_3}{R_3}.$$

На поверхности Земли силу тяготения, действующую на спутник, и вес спутника можно считать равными:

$$\gamma \frac{mm_3}{R_3^2} = mg,$$

откуда

$$A = \gamma \frac{mm_3}{R_3} = mgR_3.$$

Эта работа должна быть равна кинетической энергии  $\frac{mv_3^2}{2}$  спутника в первый момент после старта:

$$mgR_3 = \frac{mv_3^2}{2},$$

откуда

$$v_3 = \sqrt{2gR_3}. \quad (5.27)$$

Подставив в последнюю формулу числовые значения  $g$  и  $R_3$ , получим величину *второй космической скорости*:

$$\begin{aligned} v_3 &= \sqrt{2gR_3} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 6370 \cdot 10^3} \text{ м/сек} = \\ &= 11,2 \cdot 10^3 \text{ м/сек} = 11,2 \text{ км/сек}. \end{aligned}$$

Вычисляя  $v_3$ , мы не учитывали сопротивления воздуха.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Можно ли попасть в цель, стреляя из горизонтально расположенной винтовки, которая находится на той же высоте, что и цель?

2. Попадет ли пуля в цель (см. вопрос 1), если в момент ее вылета цель начнет свободно падать?

3. Одинаковы ли времена свободного падения тела из окна вагона, когда он стоит и когда он движется?

4. Какой вид имеет траектория тела, падающего из окна движущегося вагона, для наблюдателя, стоящего на Земле?

5. Изменяется ли горизонтальная составляющая скорости тела, брошенного горизонтально, во время его падения?

6. Как направлена скорость тела в любой точке криволинейной траектории?

7. Как определить величину и направление скорости снаряда, выпущенного в горизонтальном направлении, через  $t$  сек после вылета, если известна его начальная скорость?

8. Как определить дальность полета этого снаряда?

9. Как изменится дальность полета снаряда, выпущенного в горизонтальном направлении, при увеличении его начальной скорости? при уменьшении высоты точки вылета над уровнем Земли?

10. Какую траекторию описывает тело, брошенное горизонтально?

11. Как определить скорость тела, брошенного под углом к горизонту, в любой момент времени?
12. Как определить высоту подъема этого тела над уровнем точки бросания в любой момент времени?
13. Как найти максимальную высоту подъема тела, брошенного под углом к горизонту?
14. От чего зависит дальность полета тела, брошенного под углом к горизонту?
15. Из каких двух движений складывается равномерное движение по окружности?
16. Как направлена линейная скорость в различных точках окружности?
17. Что называется периодом равномерного движения по окружности? частотой оборотов?
18. Выразите линейную скорость равномерного движения по окружности через: частоту оборотов, период, угловую скорость.
19. Что называется угловой скоростью и в каких единицах она измеряется?
20. Каково соотношение между линейной и угловой скоростями?
21. Почему мы говорим об ускорении при равномерном движении по окружности?
22. Как направлено ускорение при равномерном движении по окружности? Как оно называется? Чему оно равно?
23. Выразите центростремительное ускорение через угловую скорость, период, частоту оборотов.
24. Какие силы могут играть роль центростремительной силы?
25. Чему равна величина центростремительной силы?
26. Уравновешиваются ли взаимно центростремительная сила и сила реакции? Обоснуйте ваш ответ.
27. Приведите примеры равномерного движения тел по окружности и поясните, какие силы в этих примерах играют роль центростремительных и какие — сил реакции.
28. Где вес тела больше: на экваторе или на полюсе? Почему?
29. При каких условиях наступает явление невесомости?
30. Как рассчитать скорость, с которой нужно бросить тело, чтобы оно двигалось вокруг Земли, не падая на нее?
31. Какая скорость называется второй космической скоростью?

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 5.1.** Мальчик толкнул ногой мяч, который полетел под углом  $37^\circ$  к горизонтальной поверхности Земли со скоростью  $14,4 \text{ м/сек}$ . Одновременно второй мальчик, стоявший на линии броска на расстоянии  $30 \text{ м}$  от первого, побежал навстречу мячу. С какой скоростью должен он бежать, чтобы отбить мяч до того, как последний коснется Земли? Ускорение  $g = 10 \text{ м/сек}^2$ .

**Дано:**

$$\begin{aligned} v_0 &= 14,4 \text{ м/сек}; \\ \varphi &= 37^\circ; \\ s &= 30 \text{ м}. \end{aligned}$$

$v_1 = ?$

**Решение**

Наибольшая дальность полета мяча

$$s_{\text{макс}} = \frac{v_0^2 \sin 2\varphi}{g}.$$

Второй мальчик должен пробежать за время  $t$  полета мяча

$$t = \frac{2v_0 \sin \varphi}{g}$$

путь  $s_1 = s - s_{\text{макс}}$ . Этот путь равен

$$s_1 = s - s_{\text{макс}} = s - \frac{v_0^2 \sin 2\varphi}{g}$$

Следовательно, мальчик должен бежать со скоростью  $v_1$ , равной

$$v_1 = \frac{s - s_{\text{макс}}}{t} = \left( s - \frac{v_0^2 \sin 2\varphi}{g} \right) \left( \frac{g}{2v_0 \sin \varphi} \right),$$

или

$$v_1 = \frac{sg - v_0^2 \sin 2\varphi}{2v_0 \sin \varphi}.$$

Подставим числовые данные:

$$v_1 = \frac{30 \cdot 10 - (14,4)^2 \cdot 0,96}{2 \cdot 14,4 \cdot 0,6} = 6 \text{ м/сек}.$$

**Задача 5.2.** Построить траекторию движения тела, брошенного под углом  $63^\circ 30'$  к горизонту. Начальная скорость  $v_0$  имеет составляющие:  $v_{OX} = 20 \text{ м/сек}$ ;  $v_{OY} = 4 \text{ м/сек}$ . Ускорение силы тяжести принять  $g = 10 \text{ м/сек}^2$ . Сопротивление воздуха не учитывать.

**Дано:**

$$v_{OX} = 20 \text{ м/сек};$$

$$v_{OY} = 4 \text{ м/сек};$$

$$\varphi_0 = 63^\circ 30';$$

$$g = 10 \text{ м/сек}^2.$$

**Решение**

Для того чтобы начертить траекторию движения тела, найдем координаты точек пути через каждую секунду. Удобно занести результаты этих вычислений в таблицу.

$s = ?$   $h = ?$

$t \text{ (сек)}$	$s = x$		$h = y$	
	$x = v_{OX} t$	м	$y = v_{OY} t - \frac{gt^2}{2}$	м
0	0	0	0	0
1	$v_{OX}$	20	$v_{OY} - 0,5$	3,5
2	$2v_{OX}$	40	$2v_{OY} - 2$	6,0
3	$3v_{OX}$	60	$3v_{OY} - 4,5$	7,5
4	$4v_{OX}$	80	$4v_{OY} - 8$	8,0
5	$5v_{OX}$	100	$5v_{OY} - 12,5$	7,5
6	$6v_{OX}$	120	$6v_{OY} - 18$	6,0
7	$7v_{OX}$	140	$7v_{OY} - 24,5$	3,5
8	$8v_{OX}$	160	$8v_{OY} - 32$	0

График построен на рис. 5.10.

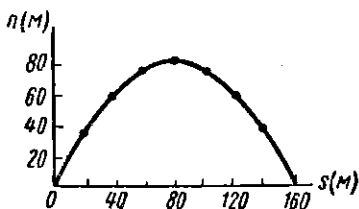


Рис. 5.10

**Задача 5.3.** При каком угле бросания дальность полета тела будет наибольшей?

**Решение**

Дальность полета тела, брошенного под углом  $\varphi_0$  к горизонту, определяется формулой

$$s = \frac{v_0^2 \sin 2\varphi_0}{g}.$$

Здесь  $v_0$  и  $g$  — постоянные величины. Очевидно, что  $s$  будет наибольшей при наибольшем значении  $\sin 2\varphi_0$ , т. е. при

$$2\varphi_0 = 90^\circ,$$

или

$$\varphi_0 = 45^\circ.$$

**Задача 5.4.** Если на вращающийся с частотой 78 об/мин горизонтальный диск положить небольшой предмет на расстоянии, меньшем, чем 7,5 см, от оси вращения, то предмет удерживается на диске. На расстоянии, большем, чем 7,5 см, предмет начинает скользить по диску, удаляясь от его центра. Определить коэффициент трения между предметом и диском.

**Дано (СГС):**

$$n = 78 \text{ об/мин} = 1,3 \text{ об/сек};$$

$$r = 7,5 \text{ см.}$$

$f = ?$

**Решение**

На предмет, лежащий на вращающемся диске, действуют сила тяжести  $\vec{P}$ , сила реакции диска  $\vec{N}$ , направленная вертикально вверх, и сила трения покоя. В вертикальном направлении предмет не перемещается, следовательно, силы  $\vec{P}$  и  $\vec{N}$  взаимно уравновешиваются. Сила трения покоя  $F = fmg$  обуславливает центростремительное ускорение, т. е. играет роль центростремительной силы:

$$fmg = \frac{mv^2}{r} = 4\pi^2 n^2 r m.$$

Когда сила трения покоя оказывается меньшей, чем должна быть центростремительная сила на расстоянии  $r$  от оси, она не может удержать предмет на вращающемся диске, и он начинает скользить.



Из записанного уравнения следует:

$$f g = 4 \pi^2 n^2 r$$

и

$$f = \frac{4 \pi^2 n^2 r}{g}$$

Подставив данные, получаем

$$f = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 1,3^2 \cdot 7,5}{980} \approx 0,5.$$

Проверим размерность:

$$[f] = \frac{[n]^2 [r]}{[g]} = \frac{\text{сек}^{-2} \cdot \text{м}}{\text{м} \cdot \text{сек}^{-2}} = 1.$$

**Задача 5.5.** Поезд идет по закруглению со скоростью 72 км/ч. Радиус закругления 450 м. Определить угол наклона к горизонту железнодорожного полотна на закруглении, если эта скорость предельная.

**Дано (СИ):**

$$r = 450 \text{ м};$$

$$v = 72 \text{ км/ч} = 20 \text{ м/сек.}$$

$$\varphi = ?$$

веса  $\vec{P}$  вагона и силы  $\vec{N}$  сопротивления его опоры (рис. 5.11). Численно  $\vec{F}_{ц.с}$  равна

$$F_{ц.с} = \frac{mv^2}{r},$$

где  $r$  — радиус закругления пути.

Из рисунка видно, что

$$F_{ц.с} = mg \operatorname{tg} \varphi,$$

где  $\varphi$  — угол наклона вагона к вертикали (равный углу наклона полотна дороги), обуславливающий возникновение центробежной силы. Из равенства правых частей этих формул

$$\frac{mv^2}{r} = mg \operatorname{tg} \varphi$$

определим

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{v^2}{gr}.$$

Подставив данные, находим

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{20^2}{9,8 \cdot 450} = 0,0907; \varphi = 5^\circ 11'.$$

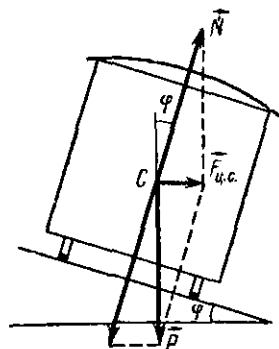


Рис. 5.11

**Задача 5.6.** Вагон трамвая идет по закруглению радиусом 300 м горизонтального пути. Ширина колеи 1,5 м, высота центра тяжести вагона над рельсами 1,4 м. а) Определить наибольшую скорость, с которой вагон может двигаться по закруглению, не опрокидыв-

ваясь. б) Что произойдет, если скорость вагона будет больше предельной?

**Дано (СИ):**

$$r = 300 \text{ м};$$

$$l = 1,5 \text{ м};$$

$$h = 1,4 \text{ м}.$$

$$v = ?$$

**Решение**

а) На рис. 5.12, а показаны силы, действующие на вагон: сила тяжести  $\vec{P}$ , приложенная в центре тяжести  $C$  вагона, сила реакции опоры  $\vec{N}$ , приложенная к колесам со стороны внешнего рельса (так как при движении по закруглению с предельно большой скоростью вагон оказывает давление только на внешний рельс), и сила  $\vec{F}$  бокового давления внешнего рельса. Равнодействующая этих трех сил и является центростремительной

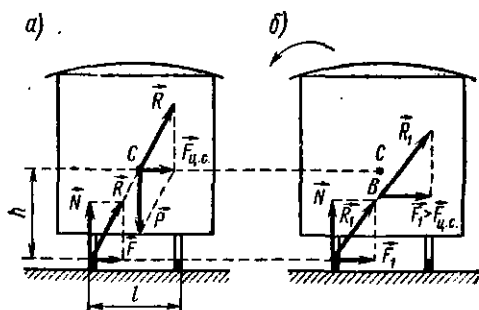


Рис. 5.12

силой  $\vec{F}_{ц.с.}$ . На рис. 5.12, а сначала произведено сложение векторов  $\vec{N}$  и  $\vec{P}$ , а затем найдена сумма их равнодействующей  $\vec{R}$ , проходящей через центр тяжести  $C$  вагона, и силы тяжести  $\vec{P}$ . Эта сумма равна  $\vec{F}_{ц.с.}$ .

Из чертежа следует, что

$$\frac{F_{ц.с.}}{P} = \frac{l/2}{h},$$

или

$$\frac{Mv^2}{rmg} = \frac{l}{2h},$$

откуда

$$v = \sqrt{\frac{lgr}{2h}}.$$

Подставив данные, получаем  $v = \sqrt{\frac{1,5 \cdot 9,8 \cdot 300}{2 \cdot 1,4}} \text{ м/сек} = 39,8 \text{ м/сек}.$

б) Сила  $\vec{F}_1$  бокового давления рельса равна центростремительной силе  $\vec{F}_{ц.с.}$ , так как силы  $\vec{P}$  и  $\vec{N}$  численно равны и направлены в противоположные стороны. Чем больше скорость вагона, тем больше  $\vec{F}_{ц.с.}$  и  $\vec{F}_1$ .

Если скорость вагона больше предельной, то сила  $\vec{F}_1$  давления внешнего рельса больше  $\vec{F}_{н.с}$  (рис. 5.12, б). Тогда сила  $\vec{F}_1$ , во-первых, создает центростремительное ускорение, а во-вторых, ее момент относительно горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести тела С, стремится опрокинуть вагон в сторону, противоположную центру кривизны закругления. Нетрудно показать, что при скорости вагона, меньшей, чем предельная скорость, момент центростремительной силы относительно горизонтальной оси, проходящей через С, стремится прижать вагон к внутреннему рельсу.

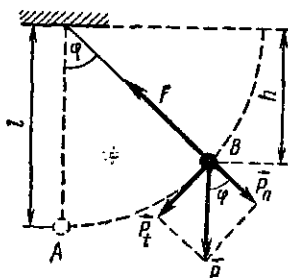


Рис. 5.13

**Задача 5.7.** Шарик массой  $m$  подвешен на нити длиной  $l$ . Его отклонили от положения равновесия до высоты точки подвеса ипустили. При каком значении угла  $\varphi$  между

нитью и вертикалью нить оборвется, если известно, что нить выдерживает натяжение, равное 2,5 веса шарика.

**Дано:**

$m$ ;  
 $l$ ;  
 $F = 2,5P$ .  
— ?

**Решение**

Предположим, что нить оборвется, когда шарик находится в некоторой точке В (рис. 5.13). В этот момент на шарик действуют его вес  $\vec{P}$  и натяжение нити  $\vec{F}$ . Шарик движется по дуге окружности радиусом  $l$  под действием центростремительной силы, которая является равнодействующей сил  $\vec{F}$  и составляющей веса  $\vec{P}_n$  ( $P_n = P \cos \varphi$ ). Поэтому уравнение движения шарика

$$F - P \cos \varphi = \frac{mv^2}{r}.$$

Скорость  $v$  шарик приобрел, падая с высоты  $h = l \cos \varphi$ , поэтому заменив  $P = mg$  и  $v^2 = 2gl \cos \varphi$ , получаем

$$2,5mg - mg \cos \varphi = \frac{m \cdot 2gl \cos \varphi}{l},$$

или

$$2,5 - \cos \varphi = 2 \cos \varphi,$$

откуда

$$3 \cos \varphi = 2,5,$$

$$\cos \varphi = \frac{2,5}{3} = 0,833,$$

$$\varphi = 33^\circ 33'.$$

**Задача 5.8.** С какой силой грузовой автомобиль, масса которого вместе с грузом равна 8000 кг, давит: а) на середину недеформирующегося плоского моста; б) на середину плоского моста, который прогибается под его тяжестью, образуя дугу радиусом 100 м;

в) на середину выпуклого моста, радиус кривизны которого 100 м? Скорость автомобиля постоянна и равна 25,2 км/ч.

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} m &= 8000 \text{ кг}; \\ r &= 100 \text{ м}; \\ v &= 25,2 \text{ км/ч} = 7 \text{ м/сек.} \\ Q_1 - ? \quad Q_2 - ? \quad Q_3 - ? \end{aligned}$$

**Решение**

а) При равномерном движении автомобиля по плоскому мосту сила трения, действующая на автомобиль, уравнивается силой тяги мотора, а сила тяжести  $\vec{mg}$  автомобиля — реакцией моста  $\vec{N}$ . Уравнение движе-

ния автомобиля

$$mg - N = 0 \text{ или } N = mg. \quad (a)$$

Сила  $Q_1$  давления автомобиля на мост численно равна  $N$ , т. е.  $Q_1 = mg$ .

б) Если плоский мост прогнулся под тяжестью автомобиля, то траектория движения автомобиля — кривая с центром кривизны над мостом. Движение автомобиля по дуге окружности происходит под действием центростремительной силы, которая является равнодействующей всех сил, действующих на автомобиль. Уравнение движения автомобиля

$$mg - N = -\frac{mv^2}{r}.$$

По третьему закону Ньютона, сила  $\vec{Q}_2$  давления автомобиля на мост численно равна реакции  $\vec{N}$  моста, но направлена в сторону, противоположную направлению  $\vec{N}$ , т. е. вниз:

$$Q_2 = m \left( g + \frac{v^2}{r} \right). \quad (б)$$

в) При равномерном движении автомобиля по середине выпуклого моста центростремительное ускорение направлено вниз и обусловлено равнодействующей веса автомобиля  $mg$  и реакции моста  $\vec{N}$ . Уравнение движения автомобиля

$$mg - N = \frac{mv^2}{r}.$$

Реакция моста

$$N = m \left( g - \frac{v^2}{r} \right),$$

и сила  $\vec{Q}_3$  давления автомобиля на мост, направленная в сторону, противоположную направлению  $\vec{N}$ , численно равна

$$Q_3 = m \left( g - \frac{v^2}{r} \right). \quad (в)$$

Сравнивая формулы (а), (б) и (в), убеждаемся, что наименьшую силу давления испытывает выпуклый мост. Подставим в получен-

ные формулы числовые данные:

$$Q_1 = mg = 8000 \cdot 9,8 \text{ н} = 78\,400 \text{ н};$$

$$Q_2 = m \left( g + \frac{v^2}{r} \right) = 8000 \cdot \left( 9,8 + \frac{7^2}{100} \right) \text{ н} = 82\,320 \text{ н};$$

$$Q_3 = m \left( g - \frac{v^2}{r} \right) = 8000 \cdot \left( 9,8 - \frac{7^2}{100} \right) \text{ н} = 74\,480 \text{ н}.$$

**Задача 5.9.** Шарик массой  $m$ , привязанный к шнуру, вращается в вертикальной плоскости вокруг неподвижной точки  $O$  по окружности радиусом  $r$ . Доказать, что сила, растягивающая шнур при прохождении шариком нижней точки окружности, больше, чем при прохождении им верхней точки, на шестикратный вес шарика.

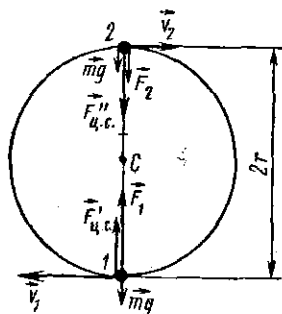


Рис. 5.14

### Решение

Когда шарик проходит через нижнюю точку (1) окружности (рис. 5.14), на него действуют сила тяжести  $mg$ , направленная вниз, и сила  $F_1$  натяжения шнура, направленная вверх. Векторная сумма этих сил играет роль центростремительной силы. Численно

$$\frac{mv_1^2}{r} = F_1 - mg,$$

откуда

$$F_1 = \frac{mv_1^2}{r} + mg.$$

Когда шарик проходит через верхнюю точку (2) окружности, на него действуют сила тяжести  $mg$  и натяжение нити  $F_2$ , направленные вниз. Поэтому центростремительная сила равна

$$\frac{mv_2^2}{r} = F_2 + mg,$$

откуда

$$F_2 = \frac{mv_2^2}{r} - mg.$$

Найдем зависимость между числовыми величинами скоростей  $v_1$  и  $v_2$ . Воспользуемся законом сохранения и превращения энергии. Если точка 1 находится на высоте  $h$  от уровня Земли, то точка 2 находится на высоте  $h + 2r$ . Полная механическая энергия шарика в точке 1 равна его полной механической энергии в точке 2:

$$W_1 = W_2.$$

Но

$$W_1 = \frac{mv_1^2}{2} + mgh;$$

$$W_2 = \frac{mv_2^2}{2} + mg(h + 2r) = \frac{mv_2^2}{2} + mgh + 2mgr.$$

Отсюда находим

$$v_1^2 = v_2^2 + 4gr.$$

Подставим это значение  $v_1^2$  в выражение для  $F_1$  и найдем разность  $F_1 - F_2$ :

$$F_1 - F_2 = \frac{mv_2^2}{r} + 4mg + mg - \frac{mv_2^2}{r} + mg = 6mg.$$

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. В цель, находящуюся на расстоянии 400 м от стрелка, сделан выстрел в горизонтальном направлении. Средняя скорость пули во время полета 600 м/сек. На сколько снизится пуля во время полета?

2. С вышки высотой 19,6 м брошен камень в горизонтальном направлении со скоростью 20 м/сек. На каком расстоянии от вышки он упадет? Построить траекторию движения камня.

3. С башни бросили шар в горизонтальном направлении со скоростью 15 м/сек. Определить величину скорости и угол, который она образует с вертикалью через 2 сек. Принять  $g = 10$  м/сек<sup>2</sup>.

4. Шар брошен под углом 53° к горизонту с начальной скоростью 50 м/сек. Определить, пренебрегая сопротивлением воздуха и считая  $g = 10$  м/сек<sup>2</sup>: а) скорость шара через 3 сек и через 6 сек с момента бросания (сделать соответствующие чертежи); б) время подъема шара и наибольшую высоту подъема; в) полное время движения шара и дальность его полета (т. е. расстояние по горизонтали от точки вылета шара до точки его падения).

5. Построить траекторию движения тела, брошенного под углом 30° к горизонту со скоростью 100 м/сек. Определить: а) горизонтальную и вертикальную составляющие скорости в момент начала движения; б) наибольшую высоту подъема; в) время полета и г) дальность полета. Считать  $g = 10$  м/сек<sup>2</sup>.

6. На какую наибольшую высоту поднимается тело, брошенное под углом к горизонту, если время всего полета равно 4 сек?

7. Камень брошен под углом 45° к горизонту со скоростью 20 м/сек с края отвесной скалы высотой 10 м в плоскую горизонтальную долину. а) На каком расстоянии от скалы упадет камень? б) Какова его конечная скорость? в) Какова наибольшая высота траектории камня над долиной? г) Какова скорость камня через 2 сек после начала движения? д) На какой высоте над долиной камень будет в этот момент?

8. Луна вращается вокруг Земли по окружности радиусом равным 60 радиусам Земли, с периодом 27 сут 7 ч 45 мин. Радиус Земли равен 6370 км. Каково центростремительное ускорение Луны к Земле?

9. По горизонтальной плоскости движется без трения шар массой 0,2 кг, привязанный к шнуру длиной 0,3 м, второй конец которого закреплен в центре окружности, описываемой шаром. Определить силу натяжения шнура, если шар делает 2 об/сек.

10. Велосипедист едет по закруглению радиусом 40 м со скоростью 15 м/сек. В какую сторону и под каким углом к вертикали он должен при этом наклониться?

11. Мотоциклист едет по закруглению. Определить коэффициент трения шин о землю, если угол наклона мотоциклиста к вертикали  $16^\circ 40'$ .

12. Небольшой грузик привязан к нити длиной 50 см и вращается в горизонтальной плоскости с постоянной линейной скоростью. Нить образует угол в  $38^\circ 40'$  с вертикалью. Определить период вращения грузика.

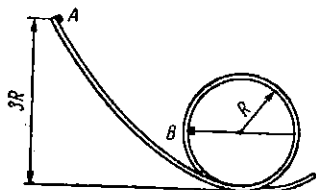


Рис. 5.15

13. Тело массой  $m$  движется без трения с высшей точки обруча радиусом  $R$  по его наружной поверхности. В какой точке оно оторвется от поверхности обруча и упадет?

14. Небольшое тело массой  $m$  соскальзывает без трения по желобу, переходящему в мертвую петлю из точки A (рис. 5.15). Высота точки A

над горизонтальной плоскостью равна трем радиусам петли. Каковы радиальное ускорение, тангенциальное ускорение (направленное по касательной к окружности) и полное ускорение тела в момент времени, когда оно проходит через точку B?

15. Нить маятника, к которой подвешен груз весом 1 н, отклонена на  $90^\circ$  от вертикального положения и отпущена. Каково будет натяжение нити в момент прохождения маятником положения равновесия?

16. Вес человека на экваторе, определенный с помощью пружинных весов, равен 80 кгГ. На сколько этот вес отличается от силы тяготения, действующей на человека в той же точке? Радиус Земли принять равным  $6,4 \cdot 10^6$  м, период вращения Земли  $8,64 \times 10^4$  сек.

## КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ЗВУК

§ 6.1. Колебательные движения. Свободные колебания. 1. Колебанием, или колебательным движением, называется всякое периодически повторяющееся движение, например колебание маятника, движение поршня паровой машины, качение парохода на волнах и т. п. С колебаниями мы встречаемся не только в механике, но и при изучении самых различных явлений: переменных токов, радиоволн, света и др. Основные законы колебательных движений являются общими для всех видов колебаний.

2. Колебания тела или системы тел, возникающие вследствие какого-либо начального отклонения из состояния устойчивого равновесия, называются свободными колебаниями. На рис. 6.1 приведены примеры тел, совершающих свободные колебания: груз, подвешенный на пружине, которому сообщен толчок в вертикальном направлении; маятник, отклоненный от вертикали; натянутая струна, задетая пальцем; зажата в тиски стальная пластина, свободный конец которой был отклонен и опущен, вода в U-образной трубке, которую качнули.

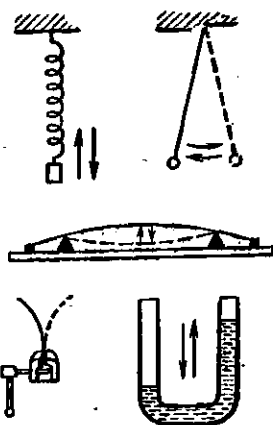


Рис. 6.1

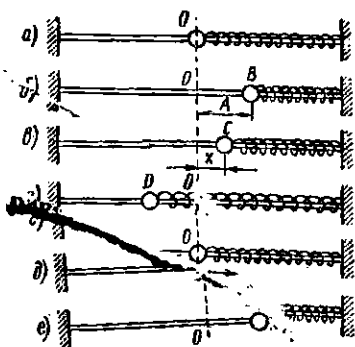


Рис. 6.2

тая струна, задетая пальцем; зажата в тиски стальная пластина, свободный конец которой был отклонен и опущен, вода в U-образной трубке, которую качнули.

§ 6.2. Гармонические колебания. Простейшим видом колебательного движения являются гармонические колебания, например колебания пружинного маятника (рис. 6.2). Он состоит из металлического шара, насаженного на горизонтальный стержень, вдоль которого шар может двигаться с пренебрежимо малым трением. На стержень



надета стальная пружина, закрепленная на его конце и на шаре. Массой пружины можно пренебречь по сравнению с массой шара. В состоянии равновесия шар неподвижен в положении  $O$  (рис. 6.2, а). Передвинем его в положение  $B$ , сжав пружину (рис. 6.2, б), и затем отпустим. Под воздействием упругой силы распрямляющейся пружины шар начнет двигаться влево (рис. 6.2, в). Величина упругой силы пропорциональна деформации, поэтому с приближением шара к положению  $O$  упругая сила уменьшается и в точке  $O$  станет равной нулю. Однако шар не остановится в точке  $O$ . Он будет продолжать свое движение влево за счет приобретенной им кинетической энергии и расходовать ее на работу растяжения пружины. В точке  $D$ , когда вся кинетическая энергия шара превратится в потенциальную энергию растянутой пружины (рис. 6.2, г), шар на мгновение остановится, после чего упругая сила растянутой пружины заставит его возвращаться к положению равновесия (рис. 6.2, д). Затем он снова сместится в положение  $B$  и т. д.

Сила, под действием которой маятник движется к положению равновесия, называется возвращающей силой. В рассмотренном случае это упругая сила пружины.

Движение колеблющейся точки или тела между двумя последовательными прохождениями через положение равновесия в одну сторону называется полным колебанием (см. рис. 6.2, а — д). Полное колебание представляет собой цикл колебательного движения. Колебания любой системы состоят из повторяющихся циклов.

**§ 6.3. Силы, вызывающие гармоническое колебательное движение.** 1. В большинстве механических колебаний возвращающей силой является сила упругости. Как известно, упругая сила пропорциональна деформации и направлена в сторону, противоположную ей (см. § 3.17).

По формуле (3.19),

$$F = -kx, \quad (6.1)$$

где  $F$  — возвращающая упругая сила,  $k$  — постоянная для данного тела величина, численно равная возвращающей силе, возникающей при смещении  $x$ , равном единице длины. Таким образом, свободные гармонические колебания совершаются телом под действием силы, пропорциональной смещению и направленной к положению равновесия.

2. Колебания под действием силы тяжести также являются гармоническими. Когда маятник висит неподвижно, то действующая на него сила тяжести  $\vec{P} = m\vec{g}$  и натяжение нити взаимно уравниваются. Отклоним маятник на небольшой угол  $\varphi$  от вертикали (рис. 6.3). Теперь натяжение  $\vec{Q}$  нити уравнивается составляющей  $\vec{F}_1$  веса  $m\vec{g}$  маятника, а составляющая  $\vec{F}$  веса, направленная перпендикулярно к направлению силы  $\vec{F}_1$ , действует, как возвращающая сила и вызовет колебания маятника.

При малом угле  $\varphi$  дугу  $BC$  можно считать совпадающей с хордой  $BC$ , равной смещению  $x$ . Из подобия заштрихованных прямоугольных треугольников следует, что

$$\frac{l}{x} = \frac{mg}{F},$$

где  $l$  — длина маятника  $OB$ , т. е. расстояние от точки подвеса до центра тяжести грузика. Из последней формулы получаем

$$F = \frac{mg}{l} x. \quad (6.2)$$

Величину  $\frac{mg}{l}$ , неизменную для данного маятника и численно равную силе  $F$ , при которой смещение  $x$  равно единице длины, можно заменить постоянным коэффициентом  $k$  ( $\frac{mg}{l} = k$ ). Учитывая, что возвращающая сила  $F$  всегда направлена в сторону, противоположную смещению  $x$ , отсчитываемому от положения равновесия, формулу (6.2) можно переписать в виде

$$F = -kx.$$

Это формула (6.1). Следовательно, колебания маятника под действием силы тяжести при малых углах отклонения его от вертикали являются гармоническими. Поэтому силу тяжести называют *квазиупругой* (якобы упругой) силой.

**§ 6.4. Величины, характеризующие гармоническое колебательное движение.** Периодом колебаний  $T$  называется промежуток времени, в течение которого совершается одно полное колебание (один цикл).

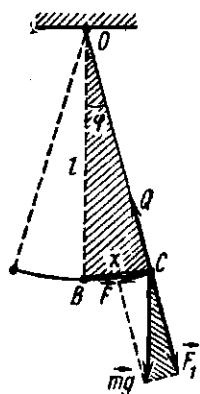


Рис. 6.3

Период свободных колебаний называется *собственным периодом* тела или системы.

*Частотой колебаний*  $\nu$  называется число полных колебаний, совершаемых за одну секунду.

Очевидно, что  $\nu = \frac{1}{T}$  (сравните с соотношением между периодом и частотой равномерного движения по окружности, § 5.3). Единицей измерения частоты колебаний служит герц (гц). Один герц равен частоте, при которой за 1 сек совершается одно колебание:

$$1/\text{сек} = 1 \text{ сек}^{-1} = 1 \text{ гц}.$$

*Смещением* называют отклонение колеблющейся точки от положения равновесия в данный момент времени.

*Амплитудой*  $A$  называют наибольшее отклонение колеблющейся точки от положения равновесия (на рис. 6.2  $A = OB$ , —  $A = OD$ ; на рис. 6.3  $A = BC$ ).

Амплитуда колебаний и смещение измеряются в единицах длины.

Определение фазы колебаний будет дано в § 6.6.

**§ 6.5. Законы колебаний математического маятника.** *Математическим маятником называется материальная точка, подвешенная на невесомой и нерастяжимой нити.* На практике математическим маятником называют маленький грузик (например, металлический шарик), подвешенный на легкой нити, длина которой во много раз больше размеров шарика.

На основании опытов установлены следующие законы колебаний математического маятника при небольшой амплитуде колебаний:

*период колебаний маятника не зависит от его массы;*

*период колебаний маятника не зависит от амплитуды колебаний;*

*период колебаний математического маятника прямо пропорционален корню квадратному из длины маятника и обратно пропорционален корню квадратному из ускорения силы тяжести:*

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (6.3)$$

Эти законы легко проверить опытным путем. 1. Два маятника разной массы — стальной и деревянный, подве-

шенные на нитях одинаковой длины и одновременно отклоненные от положения равновесия, колеблются синхронно. Это означает, что они одновременно проходят через положение равновесия, одновременно отклоняются на величину амплитуды: их периоды колебаний одинаковы. 2. Один и тот же маятник сохраняет неизменным период колебаний, если амплитуду колебаний немного увеличить или уменьшить. 3. Уменьшение длины маятника в четыре раза влечет за собой уменьшение периода его колебаний в два раза.

С помощью маятника можно определить ускорение силы тяжести, пользуясь формулой (6.3). Поэтому маятник используют в геологической разведке: если ускорение силы тяжести больше или меньше нормального для данного места, то это указывает на наличие залежей полезных ископаемых, соответственно большей плотности (металлическая руда) или меньшей (нефть, соль), чем средняя плотность земной коры.

## § 6.6. Фаза колебаний. Зависимость смещения от фазы колебаний.

1. Представим себе маятник, шарик которого равномерно движется по окружности (рис. 6.4). Осветив его слева параллельным пучком лучей света, мы увидим,

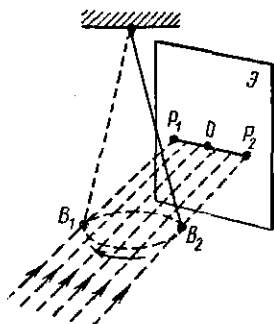


Рис. 6.4

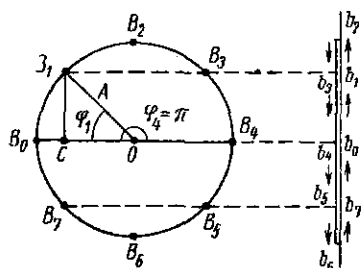


Рис. 6.5

то тень шарика на экране Э, поставленном справа от маятника, совершает колебательное движение по прямой  $P_1P_2$  около некоторого положения равновесия  $O$ . Таким образом: *если материальная точка совершает равномерное движение по окружности, то ее проекция на прямую, лежащую в одной плоскости с окружностью, совершает гармоническое колебательное движение.*

Разделим окружность, по которой равномерно движется точка  $B$ , на равные части. Будем проектировать точку  $B$  на прямую  $P_1P_2$  (рис. 6.5). Начальному положению  $B_0$  точки на окружности соответствует ее проекция  $b_0$ . Точка движется по окружности по часовой стрелке, переходя через положения  $B_1, B_2$  и т. д. Ее проекция соответственно проходит через точки  $b_1, b_2$  и т. д. За период  $T$  точка обойдет всю окружность, а ее проекция совершит одно полное колебание, двигаясь неравномерно по прямой  $P_1P_2$ . Амплитуда  $A = b_0b_2$  проекции равна радиусу окружности, по которой движется точка.

Радиус-вектор, соединяющий центр окружности с точкой  $B$ , при переходе точки из положения  $B_0$  в  $B_1$ , поворачивается на угол  $\varphi$ , равный произведению угловой скорости  $\omega$  на время движения  $t$ :

$$\varphi = \omega t.$$

Но  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ , поэтому

$$\varphi = \frac{2\pi}{T} t = 2\pi\nu t. \quad (6.4)$$

Угол  $\varphi$  называется *фазой колебания* в момент времени  $t$ .

2. В этот момент смещение  $x$  колеблющейся точки  $b$ , как видно из чертежа, равно  $b_0b_1 = B_1C$ . Из прямоугольного треугольника  $OB_1C$  следует, что

$$B_1C = OB_1 \sin \varphi,$$

или

$$x = A \sin \frac{2\pi}{T} t = A \sin 2\pi\nu t. \quad (6.5)$$

*Фаза колебания* ( $\varphi = \frac{2\pi}{T} t = 2\pi\nu t$ ) определяет величину смещения и направление движения колеблющейся точки в данный момент времени ( $t$ ).

Например, в момент времени  $t_1 = \frac{1}{8} T$  фаза колебаний равна  $\varphi_1 = \frac{2\pi}{T} \frac{T}{8} = \frac{\pi}{4}$ ; смещение  $x_1 = A \sin \frac{\pi}{4} = 0,7A$ ; колеблющаяся точка находится выше положения равновесия и движется вверх.

В момент времени  $t_2 = \frac{5}{8} t$  фаза колебаний равна  $\varphi_2 = \frac{2\pi}{T} \frac{5T}{8} = \frac{5\pi}{4}$ ; смещение  $x_2 = A \sin \frac{5\pi}{4} = -0,7A$ ; колеб-

лющаяся точка находится ниже положения равновесия и движется вниз.

**§ 6.7. Развертка колебаний.** Разверткой колебаний называют график зависимости смещения от времени.

Подвесим на длинной нити над широкой бумажной лентой маятник, состоящий из воронки с песком (рис. 6.6). Пусть в состоянии покоя маятник висит над точкой  $O$  прямой линии  $OB$ , которая делит ленту пополам. Заставим маятник колебаться. Вытекающая из него струйка песка начертит на бумаге за одно полное колебание прямую линию, перпендикулярную к  $OB$ . Начнем равномерно перемещать бумагу в направлении, указанном стрелкой. Тогда вместо прямой линии струйка песка начертит на бумаге синусоиду. Одно полное колебание маятника соответствует одному полному витку синусоиды. Расстояние  $OO'$  на оси времен  $OB$  представляет графически промежуток времени, равный периоду колебаний ( $T$ ) маятника. Длина перпендикуляра, восстановленного из какой-либо точки на оси времен  $OB$  до пересечения с синусоидой, равна смещению в данный момент времени.

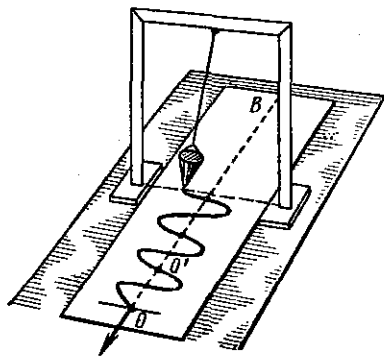


Рис. 6.6

**§ 6.8. Вынужденные колебания. Резонанс. 1.** Для того чтобы колебания не затухали, энергия колеблющейся системы должна пополняться. Например, чтобы не дать качелям остановиться, их надо толкать через равные промежутки времени.

Колебания, происходящие под действием периодической внешней силы, называются вынужденными. Сила, вызывающая их, называется вынуждающей силой. Вынужденные колебания совершают, например, здание, мимо которого проходит трамвай, фундамент, на котором стоит работающая машина, части летящего самолета и др.

2. Подвесим к рейке маятники различной длины (рис. 6.7) и заставим какой-либо из них, например маятник  $d$ , со-

гершать свободные колебания в плоскости, перпендикулярной к рейке. Эти колебания будут передаваться через периодически изгибающуюся рейку и действовать на остальные маятники. Маятник *a*, имеющий такую же длину, а следовательно, и тот же период колебаний, что и маятник *d*, раскачивается сильно. Маятник *c*, период которого близок к периоду маятника *d*, раскачивается слабее, а маятники *b* и *e* останутся почти неподвижными. Следовательно, если период вынуждающей силы равен собственному периоду колебательной системы, то амплитуда вынужденных колебаний наибольшая.

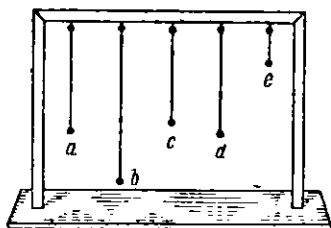


Рис. 6.7

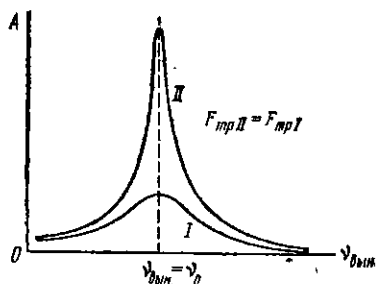


Рис. 6.8

*Явление, состоящее в увеличении амплитуды вынужденных колебаний системы, когда их период совпадает с ее собственным периодом колебаний, называется резонансом.* На рис. 6.8 изображена кривая *I*, показывающая зависимость амплитуды *A* вынужденных колебаний от частоты  $\nu_{\text{вын}}$  вынуждающей силы. Амплитуда вынужденных колебаний возрастает с увеличением частоты вынуждающей силы и достигает наибольшего значения при  $\nu_{\text{вын}}$ , равной частоте  $\nu_0$  собственных колебаний системы. Подобная колоколообразная кривая называется *резонансной кривой*. Резонансная кривая *II* получена при меньшем значении силы трения  $F_{\text{тр}}$ , преодолеваемой колеблющейся системой: максимум кривой в этом случае выше и острее.

В случае резонанса небольшая вынуждающая сила может очень сильно раскачать систему. Например, ребенок, который не в силах сдвинуть с места взрослого человека, может сильно раскачать качели, на которых сидит этот взрослый, если будет толкать качели в сторону движения через промежутки времени, равные их собствен-

пок работает. Следовательно, в безвоздушном пространстве звуковые волны распространяться не могут. Звуковые волны в упругой среде, например в воздухе, представляют собой продольные волны, состоящие из сгущений и разрежений. На рис. 6.14 изображено сечение шаровых звуковых волн, распространяющихся от звенящего колокольчика.

Ухо человека воспринимает звуковые колебания от 16 до 20000 гц. Таким образом, для того чтобы мы слышали звук, необходимо: 1) наличие источника звука; 2) существование упругой среды между источником звука и нашим ухом; 3) соответствие частот звуковых волн диапазону от 16 до 20000 гц.

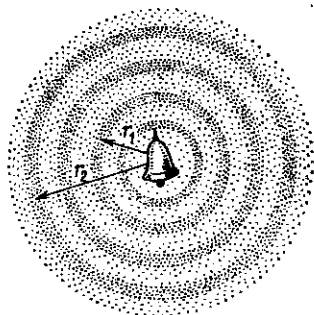


Рис. 6.14

### § 6.13. Высота тона. Тембр. Сила

**звук.** 1. *Музыкальным тоном называется звук какой-либо определенной частоты.* Высота тона определяется частотой колебаний. Чем больше частота колебаний, тем выше тон.

2. Обычно звучащее тело совершает сложные колебания. Любое сложное колебание можно разложить на несколько простых гармонических колебаний, частоты которых относятся, как ряд натуральных чисел (1 : 2 : 3 : 4 : ...).

Колебание с наименьшей частотой соответствует *основному тону* звука, колебания больших частот — *обертонам*, которые сообщают звуку тот или иной *тембр* (окраску). Звуки различных музыкальных инструментов различаются по тембру. Чем больше обертонов содержит музыкальный звук, тем богаче его тембр.

Шум представляет собой сложный звук, состоящий из длительных неперiodических действий источников звука (шум моря, леса, толпы и т. п.).

3. *Энергия звуковых колебаний* зависит от их амплитуды: она *прямо пропорциональна квадрату амплитуды*.

*Сила или интенсивность звука (или его громкость) I определяется энергией W, которую переносит звуковая волна за 1 сек сквозь площадку в единицу площади, распо-*



ложенную перпендикулярно к направлению распространения волн  $(J = \frac{W}{tS})$ .

В СИ единица интенсивности звука  $1 \text{ Вт/м}^2 = 1 \text{ Дж/(м}^2 \cdot \text{сек)}$ . В системе единиц СГС единица силы звука равна  $1/\text{эрг}/(\text{см}^2 \cdot \text{сек})$ . Сила обычных звуков невелика. Мы можем воспринимать звуки силой от  $10^{-9} \text{ эрг}/(\text{см}^2 \cdot \text{сек})$  до  $10^4 \text{ эрг}/(\text{см}^2 \cdot \text{сек})$ . Звуки большей силы вызывают у человека болевое ощущение.

Если звуковые волны распространяются во все стороны от источника звука, то их энергия распределяется по шаровой поверхности, в центре которой находится источник звука (см. рис. 6.14). Найдем отношение сил звука  $J_1$  и  $J_2$ , воспринимаемых на расстоянии  $r_1$  и  $r_2$  от источника звука:

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{W}{tS_1} : \frac{W}{tS_2} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{4\pi r_2^2}{4\pi r_1^2},$$

или

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}, \quad (6.8)$$

т. е. сила звука обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника звука.

**§ 6.14. Скорость звука.** Звуковые волны могут распространяться в любой упругой среде: газообразной, жидкой и твердой. Скорость звука в воздухе можно определить, наблюдая издали выстрел из ружья. Одновременно с появлением дыма от выстрела происходит первое звуковое колебание. Свет распространяется со скоростью  $300\,000 \text{ км/сек}$ , так что практически мы видим дым в момент выстрела. Измерив промежуток времени  $t$  от момента выстрела до момента, когда мы его услышим, и зная расстояние  $s$  от нас до источника звука, легко найти скорость звука  $v_{зв}$ :

$$v_{зв} = \frac{s}{t}.$$

При температуре  $0^\circ\text{C}$  и нормальном давлении скорость звука в воздухе равна  $332 \text{ м/сек}$ . При повышении температуры скорость звука в газах увеличивается, так как с повышением температуры возрастает упругость газа. В воде при нормальных условиях скорость звука равна  $1450 \text{ м/сек}$ , в железе и стали —  $4900\text{—}5000 \text{ м/сек}$ .

Способность различных тел передавать звуковые колебания называется *звукопроводностью*. Звукопроводность среды тем больше, чем больше ее упругость и плотность. Мягкие и пористые вещества, например пробка, войлок, свинец, асбест со шлаком и другие строительные материалы, плохо проводят звук.

**§ 6.15. Отражение звука.** 1. Гладкие поверхности твердых веществ сильно отражают звуковые волны. Звук может отражаться от скал, от стен зданий, от опушки леса и т. п. Если звуковая волна распространялась перпендикулярно к отражающей поверхности, то она после отражения возвращается к источнику звука. Это явление носит название *эхо*.

2. В закрытых помещениях отражающие поверхности (стены, пол, потолок) находятся так близко от источника звука, что отраженный звук сливается с основным. *Увеличение продолжительности звука благодаря его отражению от окружающих предметов называется реверберацией (послезвучанием)*. Очень важно строить помещения так, чтобы время реверберации было не слишком большим, т. е. чтобы различные звуки не накладывались друг на друга и не мешали восприятию речи или музыки.

Поверхности пористых материалов (шерстяных и бархатных тканей, войлока и т. п.) не отражают звуков, а поглощают их и уменьшают громкость звучания.

**§ 6.16. Акустический резонанс.** 1. Одним из видов резонанса механических колебаний является *акустический (звуковой) резонанс*. Приведем два опыта, иллюстрирующих это явление.

Нижний конец длинной стеклянной трубки, открытой с обеих сторон, соединим с резиновой трубкой, заканчивающейся воронкой (рис. 6.15). Нальем в трубку воды. Поднесем к верхнему концу трубки звучащий камертон и будем изменять уровень воды в трубке, опуская воронку. При определенной длине  $l$  воздушного столба в трубке звук камертона становится сильнее. Если увеличивать столб воздуха в трубке,

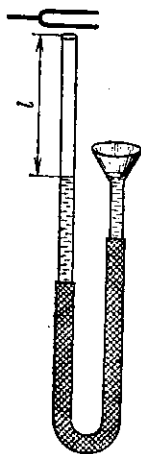


Рис. 6.15

то звук ослабевает. Наименьшая длина столба воздуха, при которой наблюдается резонанс, равна  $\frac{\lambda}{4}$  звуковой волны, идущей от камертона.

Поставим на некотором расстоянии один от другого два одинаковых камертона, укрепленных на деревянных ящиках, повернув ящики отверстиями друг к другу (рис. 6.16). Ящик под камертоном служит для усиления звука: столб воздуха в ящике подобран такой длины, что имеет такую же собственную частоту колебаний, как камертон, и звучит одновременно с камертоном. Ударим по одному из камертонов молоточком и через несколько секунд заставим его замолчать, охватив рукой. Мы услы-

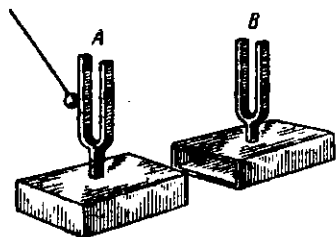


Рис. 6.16

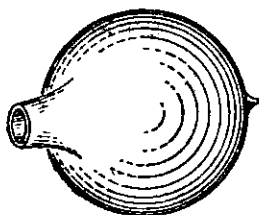


Рис. 6.17

шим, как звучит второй камертон. Если на одну из ножек второго камертона надеть насадку, то частота его колебаний изменится и при повторении опыта резонанс не наблюдается.

2. Резонаторы определенного размера и формы служат для анализа звука (рис. 6.17). Когда в анализируемом звуке содержится тон с частотой резонатора, последний начинает громко звучать. Резонаторами, отвечающими на многие звуковые частоты, являются, например, деревянные корпуса струнных инструментов.

**§ 6.17. Ультразвук.** Человек воспринимает звуки с частотами не выше  $2 \cdot 10^4$  гц. Для некоторых животных (летучих мышей, дельфинов, китов и пчел) этот предел достигает  $10^5$  гц.

*Механические колебания с частотами от  $2 \cdot 10^4$  до  $10^{14}$  гц, передаваемые упругой средой, называют ультразвуками.* Ультразвуки получают с помощью небольших кварцевых пластинок, которые совершают вынужденные механиче-

ские колебания, сжимаясь и растягиваясь в быстропеременном электрическом поле. Интенсивность ультразвуковых потоков, создаваемых для технических целей, достигает нескольких тысяч  $\text{дж}/(\text{см}^2 \cdot \text{сек})$  (тогда как сила звука артиллерийского выстрела вблизи орудия равна примерно  $5 \cdot 10^{-3} \text{дж}/(\text{см}^2 \cdot \text{сек})$ ).

Применение ультразвуков многообразно: в гидролокации — для определения расстояния до тела, находящегося в толще воды, по промежутку времени между посылкой ультразвукового сигнала и приемом его эхо-сигнала; в дефектоскопии — для обнаружения трещин и раковин в твердых телах по отражению от них ультразвука; для разрушения бактерий, стерилизации молока и т. п. Малые частицы вещества коагулируют (слипаются) под действием ультразвука, укрупняясь, становятся тяжелее и оседают; поэтому ультразвук используется, например, для очистки воздуха от частиц дыма.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Какое движение называется колебательным?
2. Приведите примеры тел, совершающих свободные колебания.
3. Дайте определение полного колебания.
4. Под действием каких сил совершаются свободные гармонические колебания?
5. Вспомните свойства, общие для сил упругости и сил тяготения.
6. Что называется периодом колебаний? В каких единицах измеряется период колебаний?
7. Что называется частотой колебаний? В каких единицах измеряется частота колебаний?
8. Дайте определения смещения и амплитуды колебаний.
9. Какой маятник называется математическим?
10. Сформулируйте законы колебаний математического маятника.
11. Можно ли пользоваться маятниковыми часами в условиях невесомости?
12. Что называется фазой колебания?
13. Как можно получить развертку колебаний?
14. Какие колебания называются вынужденными? Приведите примеры вынужденных колебаний.
15. Как объяснить, что при взрыве одного снаряда на складе начинают взрываться остальные снаряды?
16. Какое явление называется резонансом? Приведите примеры резонанса.
17. Начертите кривую резонанса и поясните ее.
18. Что называется волной? Как она возникает?
19. Какая волна называется поперечной? Опишите ее возникновение.

20. Дайте определение длины волны.  
 21. Какая волна называется продольной? Приведите пример продольной волны.  
 22. Что называется сгущением? разрежением?  
 23. В каких телах могут распространяться поперечные волны?  
 24. В каких телах могут распространяться продольные волны?  
 25. Как связана скорость распространения волн с длиной волны?  
 26. Какие тела могут служить источником звука?  
 27. В каких средах могут распространяться звуковые волны?  
 28. Какие звуковые колебания воспринимает ухо человека?  
 29. Какой звук называется музыкальным тоном?  
 30. От чего зависит высота тона?  
 31. От чего зависит тембр звука?  
 32. Чем отличается шум от музыкального тона?  
 33. Дайте определение силы (интенсивности) звука.  
 34. В каких единицах измеряется интенсивность звука в СИ и СГС?  
 35. Как зависит сила звука от расстояния до источника звука?  
 36. Как можно определить опытным путем скорость звука в воздухе?  
 37. От чего зависит звукопроводность среды?  
 38. Что такое эхо?  
 39. В каком помещении — пустом или заполненном — голос звучит громче? Почему?  
 40. Приведите примеры акустического резонанса.  
 41. Для чего служат резонаторы?  
 42. Какие звуки называются ультразвуками и где они применяются?

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 6.1.** Найти соотношение длин маятников, если за один и тот же промежуток времени первый маятник совершил 10 колебаний, а второй — 8.

**Дано:**

$$N_1 = 10;$$

$$N_2 = 8.$$

$$l_2/l_1 = ?$$

**Решение**

Числа колебаний маятников за один и тот же промежуток времени пропорциональны их частотам:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\nu_1}{\nu_2}.$$

Так как частота колебаний — величина, обратная периоду, то

$$\frac{1}{\nu} = T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Отношение чисел колебаний  $\frac{N_1}{N_2}$  равно

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}}.$$

откуда

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1^2}{N_2^2}.$$

Вычислим это отношение

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1^2}{N_2^2} = \frac{10^2}{8} = 1,56.$$

**Задача 6.2.** Гирия, подвешенная к пружине, колеблется с амплитудой 3 см. Коэффициент упругости пружины равен 980 н/м. Определить наибольшую кинетическую энергию гири.

**Дано (СИ):**

$$A = 3 \text{ см} = 0,03 \text{ м};$$

$$k = 980 \text{ н/м}.$$

$$T_{\text{макс}} = ?$$

**Решение**

Когда гирия, подвешенная к пружине, находится в покое, то вес гири уравнивает упругую силу пружины. Если гирию опустили на  $A$  см ниже, растянув пружину, и затем отпустили, то упругая сила пружины стала больше веса гири на величину  $kA$  и стремится возвратить гирию в положение равновесия. Под действием этой силы гирия начинает совершать колебания в вертикальном направлении. Поднимаясь ускоренно к положению равновесия, она достигает наибольшей скорости в момент прохождения через него и дальше поднимается замедленно до высоты  $A$  над положением равновесия, а затем после мгновенной остановки снова опускается и т. д. Наибольшей кинетической энергией гирия обладает при прохождении через положение равновесия, причем эта энергия равна работе, которую совершила, сжимаясь до первоначальной длины, растянутая пружина:

$$T_{\text{макс}} = \frac{kA^2}{2},$$

или

$$T_{\text{макс}} = \frac{kA^2}{2} = \frac{980 \cdot 0,03^2}{2} \text{ Дж} = 0,44 \text{ Дж}.$$

Проверим размерность:

$$[T] = [k] [A]^2 = \frac{[F]}{[l]} [A]^2 = \frac{\text{н} \cdot \text{м}^2}{\text{м}} = \text{н} \cdot \text{м} = \text{Дж}.$$

**Задача 6.3.** Шкала пружинных весов на 15 н имеет длину 15 см. Тело, подвешенное к весам, совершает вертикальные колебания с частотой  $1,5 \text{ сек}^{-1}$ . Определить вес тела (весом пружины пренебречь).

**Дано (СИ):**

$$F = 15 \text{ н};$$

$$x = 15 \text{ см} = 0,15 \text{ м};$$

$$\nu = 1,5 \text{ сек}^{-1}.$$

$$P = ?$$

**Решение**

Если колебания совершаются под действием силы тяжести  $mg$  (например, колебания математического маятника), то период колебаний равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (a)$$

причем квазиупругая сила  $F$ , вызывающая отклонение  $x$  маятника от положения равновесия, определяется формулой (6.2)

$$F = -\frac{mg}{l} x,$$

где  $l$  — длина маятника.

Если же колебания вызываются упругой силой  $F_{\text{упр}}$ , то

$$F_{\text{упр}} = -kx.$$

При  $F_{\text{упр}} = F$  и одинаковых смещениях  $x$  численно

$$\frac{mg}{l} = k,$$

или

$$l = \frac{mg}{k}.$$

Заменив  $l$  в формуле (а) полученным выражением, находим

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Заменим период  $T$  величиной  $\frac{1}{\nu}$ , тогда

$$\frac{1}{\nu} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Решим полученное уравнение относительно  $m$ , учтя, что  $k = \frac{F}{x}$ ,

$$m = \frac{F}{4\pi^2 \nu^2 x}.$$

Вес тела

$$P = mg = \frac{Fg}{4\pi^2 \nu^2 x}. \quad (6)$$

Подставим данные:

$$P = \frac{Fg}{4\pi^2 \nu^2 x} = \frac{15 \cdot 9,8}{4\pi^2 \cdot (1,5)^2 \cdot 0,15} \text{ н} \approx 11 \text{ н}.$$

Проверим размерность:

$$[P] = \frac{[F][g]}{[\nu]^2[x]} = \frac{\text{н} \cdot \text{м} \cdot \text{сек}^{-2}}{\text{сек}^{-2} \cdot \text{м}} = \text{н}.$$

**Задача 6.4.** Определить длину звуковой волны в воздухе при  $0^\circ \text{С}$  и нормальном давлении для наиболее высокого (частота  $20\,000 \text{ гц}$ ) и наиболее низкого (частота  $16 \text{ гц}$ ) звуков, воспринимаемых ухом человека. Скорость звука равна  $332 \text{ м/сек}$ .

**Дано (СИ):**

$$\nu_1 = 20\,000 \text{ гц};$$

$$\nu_2 = 16 \text{ гц};$$

$$v = 332 \text{ м/сек.}$$

$$\lambda_1 - ? \quad \lambda_2 - ?$$

**Решение**

Скорость звука связана с частотой формулой

$$v = \lambda \nu,$$

откуда длина волны

$$\lambda = \frac{v}{\nu}.$$

Следовательно,

$$\lambda_1 = \frac{v}{\nu_1} = \frac{332}{2 \cdot 10^4} \text{ м} = 0,017 \text{ м},$$

$$\lambda_2 = \frac{v}{\nu_2} = \frac{332}{16} \text{ м} = 20,75 \text{ м}.$$

**ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ**

1. При опытном определении ускорения силы тяжести учащийся насчитал 150 полных колебаний маятника за 5 мин. Каково определенное им значение  $g$ , если длина маятника 1 м?

2. Маятник колеблется с периодом  $T$ . Во сколько раз изменится период маятника в лифте, который движется: а) вниз с ускорением  $4,8 \text{ м/сек}^2$ ; б) вверх с таким же ускорением?

3. На каком расстоянии от человека находится преграда, от которой происходит отражение звука, если эхо своего выстрела он услышал через 3 сек после выстрела? Скорость звука  $340 \text{ м/сек}$ .

4. Определить длину звуковой волны для наиболее высокого и наиболее низкого звуков, воспринимаемых ухом человека: а) в воде ( $v_1 = 1450 \text{ м/сек}$ ); б) в стали ( $v_2 = 5000 \text{ м/сек}$ ).

5. Два экскурсанта находятся в поле на расстояниях 1 км и 2 км от места сбора. Дан сигнал сбора. а) На сколько секунд звук сигнала достигнет второго экскурсанта позже, чем первого? б) Во сколько раз звук, достигший второго экскурсанта, будет слабее, чем звук, достигший первого? Скорость звука  $340 \text{ м/сек}$ .

6. Наблюдатель услышал раскат грома через 10 сек после того как увидел молнию. Определить расстояние от наблюдателя до места возникновения молнии.

7. Если грозовой разряд происходит близко, то слышен резкий, очень громкий удар грома. Если же молния возникает далеко, то слышны длительные раскаты грома. Объясните это явление.



## Глава 7

### ГИДРО- И АЭРОСТАТИКА

**§ 7.1. Механические свойства жидкостей и газов.** Твердые тела оказывают сопротивление изменению объема и формы. Иначе говоря, твердые тела обладают упругостью объема и упругостью формы.

Жидкости и газы отличаются от твердых тел тем, что они лишены упругости формы: жидкости и газы принимают форму сосуда, в который они заключены. Исключением является невесомое состояние жидкости, когда она под действием поверхностного натяжения принимает форму шара, а также шаровая форма объема данной жидкости, помещенной в другую жидкость равной с ней плотности.

Частицы жидкости и газов очень подвижны, вследствие чего жидкости и газы обладают *свойством текучести*. Упругость объема жидкостей и газов очень велика. Они полностью восстанавливают свой первоначальный объем после того как действие сжимающих их сил прекратится.

Особый интерес представляет ничтожно малая сжимаемость жидкостей. Если, например, на каждый квадратный метр поверхности воды действует нормальная (перпендикулярная) к этой поверхности сила в  $10^6$  кг, то вода сжимается лишь на 0,005%  $\left(\frac{5}{100\,000}\right)$  от своего первоначального объема. Опыты показали, что и остальные жидкости почти не изменяют своего объема под действием сжимающих их сил. Поэтому жидкости можно считать практически несжимаемыми.

**§ 7.2. Давление жидкости и газа. Единицы измерения давления.** 1. Давлением  $p$  называется физическая величина, численно равная силе  $F$ , действующей на единицу площади поверхности  $S$  нормально к ней:

$$p = \frac{F}{S}. \quad (7.1)$$

Следует различать давление  $p = \frac{F}{S}$  и силу давления  $F = pS$ . Например, сила  $F$  давления человека на горизонтальную поверхность всегда равна его весу, какова бы ни была площадь его опоры. Давление же  $p$ , производимое человеком на горизонтальную поверхность, зави-

сит не только от его веса, но и от площади его опоры. Так, давление, производимое на горизонтальную поверхность человеком, стоящим на коньках, больше, чем человеком в ботинках, и во много раз больше давления, которое он производит, стоя на лыжах.

2. Рассмотрим, как возникает давление в жидкости (или газе), заключенной в замкнутый со всех сторон сосуд и сжимаемой внешней силой.

Пусть в сосуде (рис. 7.1) находится невесомая жидкость. На поршень  $B$ , закрывающий сосуд и тоже невесомый, действует вес  $\vec{P} = \vec{F}$  гири. Жидкость обладает упругостью объема, а частицы ее весьма подвижны. Поэтому под действием силы  $\vec{P}$  в жидкости возникают упругие силы, которые давят на соприкасающиеся с нею стенки и дно сосуда, а также и на поршень  $B$ .

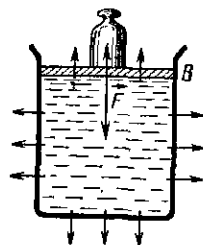


Рис. 7.1

Упругое напряжение, возникающее в сжимаемой жидкости (газе), называется давлением жидкости (газа). Давление  $p$  измеряется отношением силы  $F$ , с которой жидкость (газ) действует нормально к поверхности тела, к величине площади  $S$  этой поверхности [см. формулу (7.1)].

3. Для определения единиц измерения давления используется формула (7.1).

В СИ за единицу давления принимается давление, при котором жидкость (газ) действует на  $1 \text{ м}^2$  поверхности с силой в  $1 \text{ н}$ , т. е.  $1 \text{ н/м}^2$ ;  $10^5 \text{ н/м}^2$  составляет  $1 \text{ бар}$ .

В системе СГС единицей давления служит  $1 \text{ дин/см}^2$ .

В системе МКГСС единица давления равна  $1 \text{ кг/м}^2$ . Часто пользуются внесистемной единицей давления  $1 \text{ кг/см}^2$ , называемой технической атмосферой ( $at$ ).

Найдем соотношения между этими единицами давления:

$$1 \text{ н/м}^2 = \frac{10^5 \text{ дин}}{10^4 \text{ см}^2} = 10 \text{ дин/см}^2;$$

$$1 \text{ кг/м}^2 = 9,81 \text{ н/м}^2 = 98,1 \text{ дин/см}^2;$$

$$1 \text{ ат} = 1 \text{ кг/см}^2 = 10^4 \text{ кг/м}^2 = 9,81 \cdot 10^4 \text{ н/м}^2;$$

$$1 \text{ ат} = 9,81 \cdot 10^4 \text{ н/м}^2 = \frac{9,81 \cdot 10^4 \cdot 10^5 \text{ дин}}{10^4 \text{ см}^2} = 9,81 \cdot 10^5 \text{ дин/см}^2.$$

В § 7.6 будет приведена еще одна единица давления — физическая атмосфера (*атм.*).

**§ 7.3. Закон Паскаля для жидкостей и газов. Гидравлический пресс.** 1. Невесомая жидкость (газ), заключенная в сосуд под поршнем, на который действует внешняя сила  $\vec{F}$  (см. рис. 7.1), сжата одинаково во всем объеме. Поэтому и давление во всех точках ее объема одинаково. Этот вывод был сформулирован в законе Б. Паскаля (1628 — 1662): *в покоящихся жидкостях и газах внешнее давление передается во все стороны.*

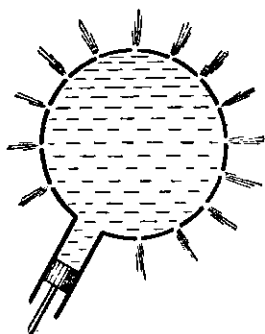


Рис. 7.2

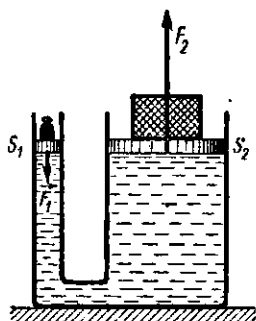


Рис. 7.3

Силы давления жидкости (газа) всегда направлены нормально к поверхности соприкасающихся с нею тел, иначе жидкость в сосуде не находилась бы в покое, а двигалась у стенок. Но никакого движения жидкости, налитой в сосуд, при одинаковой температуре всего ее объема не наблюдается.

Приведем опыт, иллюстрирующий этот закон. Круглая колба, в стенках которой имеется много отверстий, наполнена водой. Если нажать на поршень, вставленный в горло колбы, то из всех отверстий бьют в радиальных направлениях одинаковые струи воды. На рис. 7.2 изображен разрез колбы вертикальной плоскостью.

2. На законе Паскаля основано устройство *гидравлического пресса*, схема которого приведена на рис. 7.3. Два сообщающихся сосуда наполнены жидкостью и закрыты двумя поршнями, площади которых  $S_1 < S_2$ . Если на малый поршень действует сила  $F_1$  (например, вес

гири), то в жидкости возникает давление, равное

$$p = \frac{\bar{F}_1}{S_1}.$$

Это давление создает силу давления

$$F_2 = pS_2,$$

действующую на второй поршень. Очевидно, что

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}, \quad (7.2)$$

т. е. при работе гидравлического пресса создается выигрыш в силе, равный отношению площади большего поршня к площади меньшего. Но объем жидкости  $h_1S_1$ , вытесняемой малым поршнем, опустившимся на глубину  $h_1$  поднимет большой поршень лишь на небольшую высоту  $h_2$ , причем

$$h_1S_1 = h_2S_2,$$

или

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{S_1}{S_2}. \quad (7.3)$$

Из формул (7.2) и (7.3) видно, что для гидравлического пресса, как для всех простых машин, справедливо «золотое правило механики»:

$$F_1h_1 = F_2h_2,$$

т. е. работа, совершаемая при опускании малого поршня, равна работе, получаемой от действия гидравлического пресса.

При помощи гидравлического пресса можно поднимать тяжести, давить виноград, штамповать металлы и т. п.

**§ 7.4. Давление жидкости на дно и стенки сосуда.** 1. Если применять закон Паскаля к реальной жидкости, имеющей вес, то к внешнему давлению необходимо прибавлять гидростатическое давление.

Гидростатическим называется давление воды, обусловленное ее тяжестью. Это название часто распространяют на все жидкости.

Выделим мысленно в жидкости на глубине  $h$  горизонтальную площадку  $S$  (рис. 7.4). На эту площадку будет давить сверху вес  $P$  столбика жидкости высотой  $h$ , причем

$$P = \gamma V,$$

где  $\gamma$  — удельный вес жидкости, а  $V$  — ее объем. Ни  $\gamma$ , ни  $V$  не зависят от давления, так как жидкость несжимаема. Согласно формуле (3.6)  $\gamma = \rho g$ , где  $\rho$  — плотность жидкости, а  $g$  — ускорение силы тяжести. Объем  $V = Sh$ . Поэтому

$$P = \gamma Sh = \rho g Sh.$$

Гидростатическое давление  $p$ , производимое силой  $P$  на площадку  $S$ , равно  $\frac{P}{S}$ , или

$$p = \gamma h = \rho gh, \quad (7.4)$$

т. е. гидростатическое давление в любой точке внутри жидкости зависит только от глубины этой точки под поверхностью жидкости и от удельного веса жидкости.

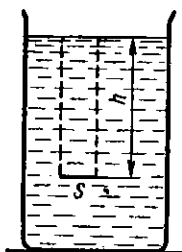


Рис. 7.4

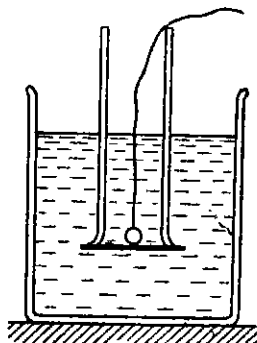


Рис. 7.5

Горизонтальная площадка  $S$ , выделенная в жидкости, находится в покое. Следовательно, она испытывает снизу такую же силу давления  $F_x = pS$ , как сверху. Это можно показать на следующем опыте. Опустим в сосуд с водой стеклянный цилиндр с очень легким приставным дном (рис. 7.5). Дно оказывается прижатым к цилиндру силой гидростатического давления, и цилиндр пуст. Наливая постепенно воду в цилиндр, можно убедиться, что дно оторвется от цилиндра, когда вода в нем достигнет того же уровня, что и в сосуде.

2. Гидростатическое давление на дно сосуда, в который налита жидкость с удельным весом  $\gamma$  до уровня  $H$ ,

равно, согласно формуле (7.4),

$$p = \gamma H = \rho g H.$$

Из этой формулы следует, что гидростатическое давление зависит от высоты столба жидкости, но не зависит

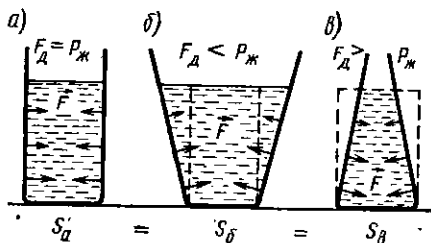


Рис. 7.6

ни от формы сосуда, ни от площади его дна. Следовательно, оно не зависит и от веса жидкости, налитой в сосуд. Этим объясняется так называемый *гидростатический парадокс*: сила давления  $F_d$  на дно может быть и больше веса жидкости в сосуде (рис. 7.6, в), и меньше его (рис. 7.6, б). Дело в том, что на жидкость действуют силы  $F$  со стороны стенок сосуда, перпендикулярные к стенкам и численно равные силам давления жидкости на стенки. В сосуде (рис. 7.6, а) эти силы сжимают жидкость. В сосуде (см. рис. 7.6, б) жидкость сжимается горизонтальными составляющими сил  $F$ , а их вертикальные составляющие направлены вверх и уравнивают часть веса жидкости. В сосуде (см. рис. 7.6, в) вертикальные составляющие сил  $F$  направлены вниз и увеличивают силу, действующую на дно сосуда.

Интересный опыт был произведен Паскалем. Он вставил в верхнее дно бочки, наполненной водой, длинную тонкую трубку и стал наливать в трубку воду. Когда высота воды в трубке достигла нескольких метров, силы давления воды на стенки бочки разорвали ее (рис. 7.7).

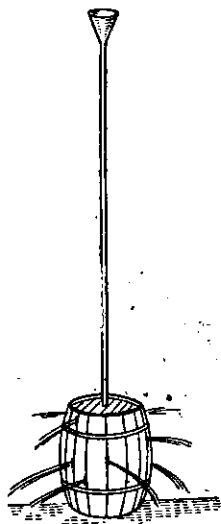


Рис. 7.7

Для этого понадобилась лишь пара литров воды в трубке.

3. Гидростатическое давление на стенки сосуда изменяется с глубиной, о чем можно судить по силе струи, вытекающей из боковых отверстий в сосуде с водой (рис. 7.8). Так как у самой поверхности жидкости ( $h=0$ ) оно равно нулю, а у дна сосуда ( $h=H$ ) —  $\gamma H$ , то силу

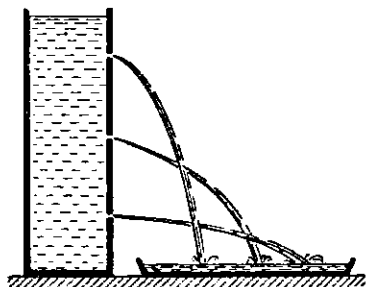


Рис. 7.8

давления на боковую стенку сосуда находят, как произведение среднего бокового давления  $p_{б.ср.}$  на площадь  $S$  стенки:

$$p_{б.ср.} = \frac{0 + \gamma H}{2} = \frac{\gamma H}{2} \quad (7.5)$$

и

$$F_б = p_{б.ср.} S = \frac{1}{2} \gamma H S. \quad (7.6)$$

4. Если на жидкость действует внешнее давление  $p_0$ , то полное давление  $p$  в жидкости равно сумме внешнего давления и гидростатического давления:

$$p = p_0 + \rho g h. \quad (7.7)$$

### § 7.5. Сообщающиеся сосуды. Манометр. 1. Зависимостью гидростатического давления от глубины под уровнем

жидкости объясняется опыт с сообщающимися сосудами (рис. 7.9).

Однородная жидкость, например вода, устанавливается в обоих сосудах на одинаковом уровне (рис. 7.9, а).

Если же в сообщающиеся сосуды налить жидкости различ-

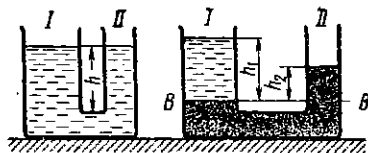


Рис. 7.9

ного удельного веса, то уровни их будут разными (рис. 7.9, б). Поясним это. Ниже уровня  $BB$  находится однородная жидкость, поэтому гидростатические давления на этом уровне в обоих сосудах одинаковы ( $p_1 = p_2$ ) и выражаются формулами

$$p_1 = \gamma_1 h_1;$$

$$p_2 = \gamma_2 h_2.$$

Но  $p_1 = p_2$  и  $\gamma_1 h_1 = \gamma_2 h_2$ . Следовательно,

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}, \quad (7.8)$$

т. е. в сообщающихся сосудах высоты столбов жидкостей над уровнем раздела обратно пропорциональны удельным весам жидкостей.

Так как  $\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$ , то формулу (7.9) можно переписать, заменив отношение удельных весов отношением соответственных плотностей жидкости:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}. \quad (7.9)$$

2. Для измерения давления жидкостей или газов применяются *манометры* в виде сообщающихся сосудов. На рис. 7.10 изображен открытый манометр. Колено А манометра соединяют с сосудом, в котором нужно измерить давление, колено В оставляют открытым. Разность  $h$  уровней жидкости в обоих коленах вызвана разностью давлений  $p_1$  в сосуде и  $p_2$  вне его. Очевидно, что

$$p_1 - p_2 = \gamma h,$$

откуда

$$p_1 = p_2 + \gamma h, \quad (7.10)$$

т. е. давление  $p_1$  в сосуде больше атмосферного давления на величину давления столбика жидкости высотой  $h$  в открытом колене манометра.

Пользуясь манометром этого типа, измеряют разность давлений в сантиметрах или миллиметрах столба той жидкости, которая налита в манометр. Обычно это ртуть, вода или спирт. Зная удельный вес жидкости, можно выразить давление в  $\text{н/м}^2$ ,  $\text{дин/см}^2$  и др.

Выразим, например, давление, равное 1 мм вод. ст., в  $\text{дин/см}^2$ . Плотность воды  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ :

$$\begin{aligned} p = \gamma_a h = \rho_a g h &= 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 981 \frac{\text{см}}{\text{сек}^2} \cdot 0,1 \text{ см} = 98,1 \frac{\text{г} \cdot \text{см}}{\text{сек}^2 \cdot \text{см}^3} = \\ &= 98,1 \text{ дин/см}^2. \end{aligned}$$

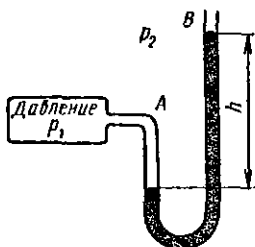


Рис. 7.10



Плотность ртути равна  $13,6 \text{ г/см}^3$ . Поэтому давление, равное  $1 \text{ мм рт. ст.}$ , в  $13,6$  раза больше, чем давление  $1 \text{ мм вод. ст.}$ :

$$\begin{aligned} p &= \gamma_{\text{рт}} h = \rho_{\text{рт}} g h = 13,6 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 981 \frac{\text{см}}{\text{сек}^2} \cdot 0,1 \text{ см} = \\ &= 1334 \text{ дин/см}^2. \end{aligned}$$

**§ 7.6. Давление атмосферы. Опыт Торичелли.** Землю окружает слой воздуха, называемый *атмосферой*. Атмосфера удерживается около Земли силами тяготения и оказывает давление на все тела, с которыми соприкасается. Верхняя граница атмосферы находится на высоте около  $10\,000 \text{ км}$  над уровнем Земли.

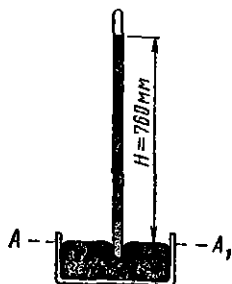


Рис. 7.11

Давление атмосферы было определено опытным путем Е. Торичелли в 1643 г. Он заполнил ртутью запаянную с одного конца трубку и, закрыв отверстие трубки пальцем, опустил ее отверстием вниз в сосуд с ртутью. Затем он открыл отверстие трубки; часть ртути вылилась; а оставшийся в трубке столбик ртути оказался высотой в  $76 \text{ см}$  (рис. 7.11).

Чашка с ртутью и трубка представляют собой сообщающиеся сосуды. Ниже уровня  $AA_1$  в обоих сосудах находится в равновесии ртуть. Поэтому давление на этом уровне одинаково в трубке и в чашке. В трубке давление создается весом столбика ртути в  $760 \text{ мм}$  высотой. Это давление уравнивает атмосферное давление на свободную поверхность ртути в чашке.

*Атмосферное давление, поддерживающее столб ртути высотой в  $760 \text{ мм}$ , условно принято за нормальное и называется нормальной физической атмосферой (атм).*

Пространство над ртутью в трубке называется «торичеллиевой пустотой», так как давление находящихся в нем паров ртути пренебрежимо мало. Атмосферное давление  $p_0$  можно вычислить по формуле (7.4), подставив вместо  $\rho$  значение плотности ртути.

Выразим  $1 \text{ атм}$  в миллиметрах ртутного столба, в единицах систем СИ, СГС и МКГСС, а также в тех-

нических атмосферах (*ат*):

$$1 \text{ атм} = 760 \text{ мм рт. ст.};$$

$$1 \text{ атм} = \rho g H = 13,6 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2} \cdot 0,76 \text{ м} = \\ = 101,3 \cdot 10^3 \text{ н/м}^2 = 101,3 \text{ кн/м}^2;$$

$$1 \text{ атм} = \rho g H = 13,6 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 981 \frac{\text{см}}{\text{сек}^2} \cdot 76 \text{ см} = \\ = 1,013 \cdot 10^6 \text{ дин/см}^2;$$

$$1 \text{ атм} = \gamma H = 13,6 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,76 \text{ м} = 1,033 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^2;$$

$$1 \text{ атм} = 1,033 \cdot 10^4 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2} = 1,033 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2} = 1,033 \text{ ат.}$$

Таким образом, нормальная физическая атмосфера немного больше технической атмосферы.

Найдем высоту столба воды, производящего давление в 1 атм. Из формулы (7.4) следует, что

$$h = \frac{p}{\rho g}.$$

Произведем вычисления в СИ, помня, что плотность воды  $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$ :

$$h = \frac{1,013 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2}{10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 9,81 \text{ м/сек}^2} \approx \\ \approx 10,33 \text{ м.}$$

Следовательно, нормальное атмосферное давление может поддерживать в торичеллиевой трубке столб воды высотой в 10,33 м.

Каждый горизонтальный слой атмосферы сжат весом вышележащих слоев. Поэтому давление и плотность воздуха в нижних слоях атмосферы больше, чем в высоких. На рис. 7.12 показано, как меняется давление воздуха над уровнем моря. Если на уровне моря оно равно 760 мм рт. ст., то на высоте 10 км давление 200 мм рт. ст., а на высоте 50 км — всего 0,7 мм рт. ст. Очень быстро убывает с высотой и плотность воздуха: в нижних 5 км находится половина всей массы атмосферы, а выше

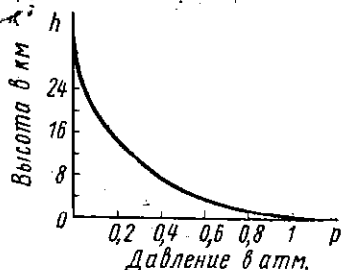


Рис. 7.12

30—35 км и до 6000 км содержится всего около 1% ее общей массы. Выше 6000 км плотность и давление воздуха почти равны нулю.

**§ 7.7. Барометры.** 1. Для измерения атмосферного давления служат *барометры* («бар» означает давление): ртутный и металлический.

Простейшим *ртутным барометром* является прибор, использованный Торичелли в его опыте (см. рис. 7.11). Более точный ртутный барометр (рис. 7.13) снабжен шкалой, разделенной на миллиметры, которая при измерении давления передвигается так, чтобы ее нулевая точка совпала с уровнем нижнего мениска ртути.



Рис. 7.13

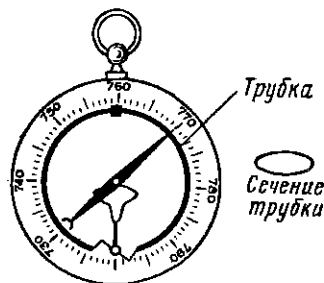


Рис. 7.13

2. *Металлические барометры-анероиды* различных систем удобнее ртутного барометра, но их показания менее точны. На рис. 7.14 изображен барометр-анероид, основной частью которого является тонкостенная согнутая по окружности трубка с разреженным воздухом и наглухо закрытыми концами. Сечение трубки показано на рисунке. Поверхность внешней стороны трубки больше, чем внутренней, поэтому при увеличении атмосферного давления трубка сгибается сильнее, а при уменьшении давления — разгибается. Движения концов трубки посредством рычажков передаются стрелке. Шкала анероида градуируется и периодически проверяется по ртутному барометру.

3. Для определения высоты над уровнем моря служат специальные анероиды, называемые *альтиметрами*. Их используют в самолетах, при подъеме на горы и т. п.

**§ 7.8. Закон Архимеда в применении к жидкостям.** Рассмотрим силы гидростатического давления, действующие на твердое тело в виде прямоугольного параллелепипеда, опущенное в жидкость (рис. 7.15). Силы давления, действующие на боковые стенки тела, взаимно уравновешиваются. На верхнее основание действует сила гидростатического давления  $F_1$ , направленная вниз и численно равная

$$F_1 = \rho g h_1 S,$$

где  $h_1$  — глубина погружения верхнего основания площадью  $S$ .

На нижнее основание, находящееся на глубине  $h_2$  под поверхностью жидкости, действует сила гидростатического давления

$$F_2 = \rho g h_2 S,$$

направленная вверх.

Сила  $F_2$  больше  $F_1$ , поэтому тело испытывает выталкивающую силу  $F$ , направленную вверх и численно равную

$$F = F_2 - F_1 = \rho g h_2 S - \rho g h_1 S = \rho g (h_2 - h_1) S,$$

или

$$F = \rho g V, \quad (7.11)$$

где  $V = (h_2 - h_1) S$  — объем жидкости, вытесненной телом, а  $\rho g V$  — числовое значение веса жидкости, вытесненной телом. Поэтому можно считать, что сила  $F$  приложена в центре тяжести объема  $V$ . Формула (7.11) выражает закон Архимеда: *любое тело, погруженное в жидкость, испытывает выталкивающую силу, которая численно равна весу жидкости, вытесненной телом, и приложена в центре тяжести вытесненного телом объема жидкости.*

**§ 7.9. Плавание тел в жидкостях.** Рассмотрим условия плавания твердого тела.

На твердое тело, погруженное в жидкость, действуют выталкивающая сила  $F = \rho_{\text{ж}} g V$  и его вес  $P = \rho g V$ , где  $\rho$  — плотность тела (или средняя плотность неоднородного тела).

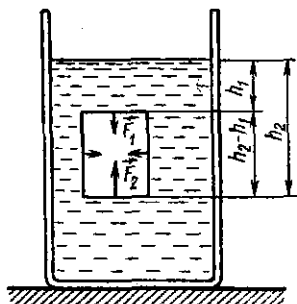


Рис. 7.15

1. Если вес тела численно больше выталкивающей силы ( $P > F$ ) или плотность тела больше плотности жидкости ( $\rho > \rho_{\text{ж}}$ ), то

$$F - P = gV(\rho_{\text{ж}} - \rho) = -R,$$

и равнодействующая  $\vec{R}$  сил  $\vec{F}$  и  $\vec{P}$  направлена вниз — тело тонет.

2. Если вес тела численно равен выталкивающей силе ( $P = F$ , или  $\rho = \rho_{\text{ж}}$ ), то их равнодействующая равна нулю:

$$F - P = gV(\rho_{\text{ж}} - \rho) = 0,$$

и тело находится в состоянии безразличного равновесия в любом положении внутри жидкости.

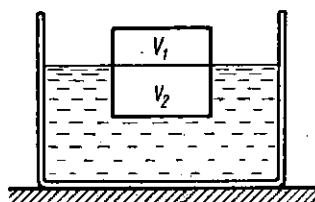


Рис. 7.16

3. Если вес тела численно меньше выталкивающей силы ( $P < F$ , или  $\rho < \rho_{\text{ж}}$ ), то их равнодействующая

$$F - P = gV(\rho_{\text{ж}} - \rho) = R \quad (7.12)$$

направлена вверх, и тело всплывает на поверхность жидкости. При этом тело погружается в жидкость настолько, чтобы его

вес был равен весу жидкости в объеме его погруженной части (рис. 7.16). Тогда равнодействующая выталкивающей силы и веса тела равна нулю:

$$F - P = 0. \quad (7.13)$$

Пусть объем тела  $V = V_1 + V_2$ , где  $V_1$  — объем непогруженной части тела, а  $V_2$  — объем его погруженной части, или объем вытесненной телом жидкости. Тогда

$$F = \rho_{\text{ж}} g V_2; \quad P = \rho g (V_1 + V_2);$$

и условие (7.13) принимает вид

$$\rho_{\text{ж}} g V_2 - \rho g (V_1 + V_2) = 0. \quad (7.13')$$

**§ 7.10. Закон Архимеда в применении к газам. Подъемная сила аэростата.** 1. Закон Архимеда полностью применим к газам (см. формулировку закона в § 7.8). Покажем это на опыте.

Поставим под колокол воздушного насоса маленькие рычажные весы, предварительно уравновесив на них гру-

зиком  $B$  полый стеклянный шар  $A$  (рис. 7.17). Объем шара во много раз больше объема грузика, поэтому в воздухе на шар действует большая выталкивающая, или подъемная, сила, чем на грузик. Следовательно, на шар действует и несколько большая сила тяжести, чем на грузик. Действительно, после откачки воздуха из-под колоды насосом стеклянный шар опускается, а грузик  $B$  поднимается.

2. Воздухоплавание основано на законе Архимеда. Вес  $P_1$  какого-либо легкого газа (например, водорода или гелия), заполняющего оболочку аэростата, равен

$$P_1 = \rho_1 g V,$$

где  $\rho_1$  — плотность водорода, а  $V$  — его объем в оболочке. Вес  $P$  воздуха в объеме газа равен

$$P = \rho g V,$$

где  $\rho$  — плотность воздуха. Разность  $P - P_1$  называют *подъемной силой*  $F$  аэростата:

$$F = P - P_1 = gV(\rho - \rho_1). \quad (7.14)$$

Эта формула аналогична выражению (7.12) для выталкивающей силы, которая действует на тело, плавающее в жидкости. Подъемная сила аэростата должна быть больше общего веса оболочки, gondoly и аэронавтов.

Подсчитаем подъемную силу шара объемом в  $100 \text{ м}^3$ , наполненного водородом. Плотность водорода  $\rho_1 = 0,09 \text{ кг/м}^3$ , плотность воздуха  $\rho = 1,29 \text{ кг/м}^3$ :

$$\begin{aligned} F &= gV(\rho - \rho_1) = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2} \cdot 100 \text{ м}^3 (1,29 - 0,09) \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = \\ &= 1177,2 \text{ н} = 120 \text{ кг}. \end{aligned}$$

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Чем отличаются упругие свойства жидкостей и газов от упругих свойств твердых тел?
2. Укажите случаи, когда жидкость сохраняет форму шара.
3. Чем объясняется текучесть жидкостей и газов?

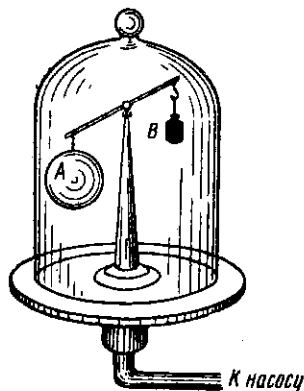


Рис. 7.17

4. Что называется давлением?
5. Имеет ли значение упругость объема жидкости для передачи ею давления?
6. В каких единицах измеряется давление в системах СИ, СГС и МКГСС?
7. В чем состоит закон Паскаля?
8. Устройство какого простого механизма основано на законе Паскаля?
9. Какое давление называется гидростатическим? Чему оно равно?
10. Приведите опыт, доказывающий правильность формулы, написанной вами для гидростатического давления.
11. От чего зависит гидростатическое давление на дно сосуда? Докажите ваше утверждение.
12. Как вычислить силу гидростатического давления на боковую стенку сосуда?
13. От чего зависят высоты столбов двух разных жидкостей (например, ртути и воды) в сообщающихся сосудах?
14. Для чего служит открытый манометр и как он устроен?
15. Какой опыт позволил определить давление земной атмосферы? Опишите этот опыт.
16. Выразите 1 атм в единицах систем СИ, СГС и МКГСС, а также в технических атмосферах.
17. Как распределяются частицы воздуха с высотой?
18. Какие вы знаете барометры? Опишите их и укажите, для чего они служат.
19. В чем состоит закон Архимеда? Докажите его справедливость.
20. Каковы условия плавания тел?
21. Справедлив ли закон Архимеда для газов?
22. Каким газом нужно заполнить оболочку аэростата, чтобы его подъемная сила была больше?

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 7.1.** В сосуд с квадратным дном и вертикальными стенками налита жидкость. Какова высота уровня жидкости в сосуде, если сила ее давления на дно равна силе давления на боковую поверхность сосуда?

### Решение

Давление  $p_1$  жидкости на дно сосуда равно

$$p_1 = \gamma h,$$

где  $\gamma$  — удельный вес жидкости,  $h$  — высота уровня жидкости над дном сосуда. Площадь дна  $S = a^2$ , где  $a$  — сторона квадрата. Сила давления жидкости на дно сосуда

$$F_1 = p_1 S_1 = \gamma a^2 h.$$

Давление  $p_2$  жидкости на боковую стенку сосуда убывает равномерно с высотой от  $\gamma h$  у дна до нуля у поверхности жидкости,

поэтому в среднем

$$p_2 = \frac{0 + \gamma h}{2} = \frac{\gamma h}{2}.$$

Площадь боковой поверхности сосуда, испытывающей давление,

$$S_2 = 4ah,$$

и сила давления на боковую поверхность

$$F_2 = p_2 S_2 = \frac{\gamma h}{2} \cdot 4ah = 2\gamma ah^2.$$

По условию,  $F_1 = F_2$ , следовательно,

$$\gamma a^2 h = 2\gamma ah^2,$$

откуда

$$h = \frac{a}{2},$$

т. е. высота уровня жидкости в сосуде равна половине его нижнего ребра.

**Задача 7.2.** В сосуд, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, налиты в равных весовых количествах ртуть и вода. Высота слоя ртути 6 см. Определить: а) высоту слоя воды; б) давление на дно сосуда; в) давление на стенку сосуда на высоте 3 см от дна.

**Дано (СИ):**

$$P_1 = P_2;$$

$$\rho_1 = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$$

$$\rho_2 = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$$

$$h_1 = 6 \text{ см} = 0,06 \text{ м};$$

$$h_2 = 3 \text{ см} = 0,03 \text{ м}.$$

$$h_2 - ? \quad p - ? \quad p' - ?$$

**Решение**

а) Сила давления на дно, обусловленная весом слоя ртути, равна весу ртути:

$$F_1 = P_1 = \rho_1 g V_1 = \rho_1 g S h_1.$$

Сила давления на дно, обусловленная весом слоя воды, равна весу воды:

$$F_2 = P_2 = \rho_2 g V_2 = \rho_2 g S h_2.$$

По условию, вес ртути равен весу воды, поэтому

$$\rho_1 g S h_1 = \rho_2 g S h_2,$$

или

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2,$$

откуда

$$h_2 = \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2}. \quad (a)$$

б) Давление на дно сосуда равно сумме давлений, оказываемых ртутью и водой, а так как эти давления равны, то давление на дно равно удвоенному давлению, оказываемому одной из жидкостей, например водой:

$$p = 2p_2 = 2\rho_2 g h_2. \quad (б)$$



в) Давление на стенку сосуда на высоте  $h$  от дна равно сумме давлений: всего слоя воды высотой  $h_2$  и давления слоя ртути высотой  $h_1 - h$ , т. е.

$$p' = \rho_2 g h_2 + \rho_1 g (h_1 - h) = [\rho_2 h_2 + \rho_1 (h_1 - h)] g. \quad (в)$$

Подставим числовые данные:

$$h_2 = \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2} = \frac{13,6 \cdot 10^3 \cdot 0,06}{1 \cdot 10^3} \text{ м} = 0,816 \text{ м};$$

$$p = 2 \rho_2 g h_2 = 2 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,816 \text{ н/м}^2 \approx 16 \cdot 10^3 \text{ н/м}^2;$$

$$p' = [\rho_2 h_2 + \rho_1 (h_1 - h)] g =$$

$$= [10^3 \cdot 0,816 + 13,6 \cdot 10^3 (0,06 - 0,03)] \cdot 9,8 \text{ н/м}^2 \approx 12 \cdot 10^3 \text{ н/м}^2.$$

Проверим единицу измерения  $[p]$ :

$$[p] = [\rho] [g] [h] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \frac{\text{м}}{\text{сек}^2} \cdot \text{м} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{сек}^2} \cdot \frac{1}{\text{м}^2} = \text{н/м}^2.$$

**Задача 7.3.** Диаметр одного из сообщающихся сосудов в два раза больше диаметра второго. В эти сосуды налили ртуть, а затем в узкий сосуд налили столб воды в 50 см высотой. Определить, насколько изменятся уровни ртути в обоих сосудах.

**Дано (СГС):**

$$D_1 = 2D_2;$$

$$h_2 = 50 \text{ см};$$

$$\rho_1 = 13,6 \text{ г/см}^3;$$

$$\rho_2 = 1 \text{ г/см}^3.$$

$$a = ? \quad b = ?$$

**Решение**

Пусть ртуть поднялась в широком колене на  $a$  см, а в узком опустилась на  $b$  см (рис. 7.18). Разность  $h_1$  уровней ртути в обоих коленах равна  $h_1 = a + b$ .

Давление столба ртути высотой  $h_1 = a + b$  уравновешивается давлением столба воды высотой  $h_2$ , следовательно,

$$\rho_1 g (a + b) = \rho_2 g h_2,$$

откуда

$$a + b = \frac{\rho_2 h_2}{\rho_1}. \quad (а)$$

Объем ртути в узком колене уменьшился на  $V_1 = S_1 a$ , а в широком увеличился на  $V_2 = S_2 b$ . Так как жидкости практически несжимаемы, то  $V_1 = V_2$  и

$$S_1 a = S_2 b. \quad (б)$$

Из уравнений (а) и (б) найдем неизвестные  $a$  и  $b$ . Так как

$$\frac{b}{a} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{D_1^2}{D_2^2},$$

то

$$b = a \frac{D_1^2}{D_2^2}. \quad (в)$$

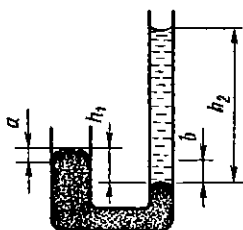


Рис. 7.18

Подставим это выражение в формулу (а):

$$\rho_1 \left( 1 + \frac{D_1^3}{D_2^3} \right) = \rho_2 h_2,$$

откуда

$$a = \frac{\rho_2 h_2}{\rho_1 \left( 1 + \frac{D_1^3}{D_2^3} \right)}. \quad (г)$$

Подставим данные в формулы (г) и (в):

$$a = \frac{\rho_2 h_2}{\rho_1 \left( 1 + \frac{D_1^3}{D_2^3} \right)} = \frac{1 \cdot 50}{13,6 \cdot (1 + 4)} \text{ см} \approx 0,74 \text{ см};$$

$$b = a \frac{D_1^3}{D_2^3} = 0,74 \cdot 4 \text{ см} = 2,96 \text{ см}.$$

**Задача 7.4.** Железный предмет, погруженный в воду, весит меньше, чем в воздухе, на 10 кг. Определить его вес в воздухе.

**Дано (МКГСС):**

$$\frac{P - P_1 = 10 \text{ кг.}}{P = ?}$$

**Решение**

Потеря веса тела в воде дает возможность определить объем тела, так как она равна весу воды, вытесненной телом, а

плотность и, следовательно, удельный вес воды известны:

$$P_1 - P_2 = V \gamma_{\text{в}},$$

где  $\gamma_{\text{в}}$  — удельный вес воды. Следовательно,

$$V = \frac{P - P_1}{\gamma_{\text{в}}}.$$

Вес  $P$  тела в воздухе равен

$$P = V \gamma = \frac{(P - P_1) \gamma}{\gamma_{\text{в}}}.$$

Прежде чем подставлять данные, определим удельный вес железа в единицах системы МКГСС. Известно, что в СИ плотность железа  $\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Тогда в единицах СИ

$$\begin{aligned} \gamma &= \rho g = 7,8 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2} = \\ &= 7,8 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{сек}^2 \cdot \text{м}^3} = 7,65 \cdot 10^4 \text{ н/м}^3. \end{aligned}$$

Так как  $1 \text{ н} = \frac{1}{9,81} \text{ кг}$ , то в системе единиц МКГСС

$$\gamma = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Аналогично для воды

$$\gamma_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} g = 1 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \text{ н/м}^3 = 9,81 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Подставим числовые данные в результирующую формулу

$$P = \frac{(P - P_1) \gamma}{\gamma_b} = \frac{10 \cdot 7,8 \cdot 10^3}{9,8 \cdot 10^3} \text{ кг} = 79 \text{ кг}.$$

**Задача 7.5.** Спасательный круг объемом  $21,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$  поддерживает в морской воде человека весом  $712 \text{ н}$  так, что над водой находится  $0,1$  объема его тела. Спасательный круг весь погружен в воду. Плотность морской воды  $1,1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , средняя плотность тела человека  $1,2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Определить среднюю плотность материала, из которого сделан спасательный круг.

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} V_1 &= 21,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3; \\ \rho &= 1,1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \\ \rho_2 &= 1,2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \\ P_2 &= 712 \text{ н}. \end{aligned}$$

$\rho_1 = ?$

**Решение**

Человек со спасательным кругом находится в воде в равновесии, следовательно, сумма всех сил, действующих на него, равна нулю:

$$P_1 + P_2 - F_1 - F_2 = 0,$$

где  $P_1$  — вес круга,  $P_2$  — вес человека,  $F_1$  — сила, выталкивающая круг из воды,  $F_2$  — сила, выталкивающая человека из воды.

Заменим эти силы соответствующими выражениями:

$$P_1 = \rho_1 g V_1; \quad F_1 = \rho g V_1;$$

$$F_2 = \rho g \cdot 0,9 V_2 = \rho g \cdot 0,9 \frac{P_2}{\rho_2 g} = \frac{0,9 P_2 \rho}{\rho_2},$$

так как  $V_2 = 0,9 \frac{P_2}{\rho_2 g}$ .

Тогда

$$\rho_1 g V_1 + P_2 - \rho g V_1 - 0,9 P_2 \frac{\rho}{\rho_2} = 0,$$

откуда

$$\rho_1 = \frac{\rho \left( g V_1 + 0,9 \frac{P_2}{\rho_2} \right) - P_2}{g V_1}.$$

Подставим числовые данные и вычислим результат:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \frac{1,1 \cdot 10^3 \cdot \left( 9,8 \cdot 21,2 \cdot 10^{-3} + 0,9 \cdot \frac{712}{1,2 \cdot 10^3} \right) - 712}{9,8 \cdot 21,2 \cdot 10^{-3}} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = \\ &= 0,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3. \end{aligned}$$

При проверке единицы измерения результата убедимся сначала, что размерность уменьшаемого в числителе равна размерности силы ( $P_2$ ):

$$[gV] = \frac{\text{м}}{\text{сек}^2} \cdot \text{м}^3 = \frac{\text{м}^4}{\text{сек}^2}; \quad \frac{[P]}{[\rho]} = \frac{\text{н}}{\text{кг/м}^3} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{сек}^2} \cdot \frac{\text{м}^3}{\text{кг}} = \frac{\text{м}^4}{\text{сек}^2};$$

$$[\rho] [gV] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \frac{\text{м}^4}{\text{сек}^2} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{сек}^2} = \text{н}.$$

Наконец,

$$[\rho] = \frac{[\rho] [gV]}{[gV]} = [\rho] = \text{кг/м}^3.$$

## ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Сосуд кубической формы наполнен жидкостью весом  $P$ . Определить полную силу давления на дно сосуда и его четыре боковые стенки.

2. Ртутный барометр показывает давление 750 мм. Какова была бы высота столба жидкости в барометре, содержащем вместо ртути воду?

3. Из отверстия в крышке цилиндрического бака для воды выходит вертикальная труба длиной 5 м. Высота бака 0,6 м. Бак и труба заполнены водой. Во сколько раз давление на дно бака больше нормального атмосферного давления?

4. На малый поршень гидравлического пресса сила давления передается с помощью рычага, плечи которого равны 1,35 и 0,15 м. К концу длинного плеча рычага приложена сила 20 кг. Площади поршней пресса равны 4 и 400 см<sup>2</sup>. К. п. д. пресса 85%. Определить силу давления второго поршня.

5. Широкая трубка в форме усеченного конуса опущена в воду, и ее приставное дно поддерживается давлением воды (рис. 7.19). Если в трубку влить 1 кг воды, то дно отрывается. Отрвется ли дно, если его вместо воды нагрузить гирей массой в 1 кг?

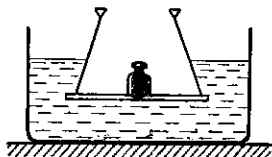


Рис. 7.19

6. U-образная трубка, одно колено которой длиннее другого, наполнена до некоторой высоты ртутью. В более длинную часть трубки наливают масло, плотность которого равна 0,9 г/см<sup>3</sup>. Вследствие этого ртуть в короткой трубке поднимается на 1,5 см относительно первоначального уровня (рис. 7.20). Определить высоту столба масла.

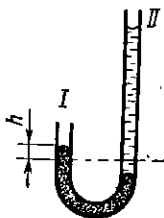


Рис. 7.20

7. Вес тела в воде в четыре раза меньше, чем в воздухе. Чему равна средняя плотность тела?

8. Кусок металла весит в воздухе 624 н, а при погружении в воду 544 н. Определить удельный вес и плотность металла. Что это за металл? Решение провести, пользуясь системами единиц СИ, СГС, МКГСС.

9. Сплошной однородный куб плавает на границе раздела ртути и масла так, что он наполовину погружен в ртуть, наполовину в масло. Определить плотность материала куба, если плотность масла равна 0,9 г/см<sup>3</sup>.

10. Определить подъемную силу аэростата, вмещающего 5000 м<sup>3</sup> водорода, если масса оболочки и gondola со всеми приспособлениями равна 1000 кг. Плотность водорода 0,09 кг/м<sup>3</sup>, плотность воздуха 1,29 кг/м<sup>3</sup>.

## ЧАСТЬ II

# ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ. ТЕПЛОТА

### Глава 8

## ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ СТРОЕНИЯ ВЕЩЕСТВА

**§ 8.1. Основы молекулярно-кинетической теории.** Более 2000 лет тому назад греческий философ Демокрит учил, что любое вещество состоит из маленьких невидимых частичек — атомов (атом по-гречески означает «неделимый»). Однако под влиянием Аристотеля, возражавшего против атомистической теории, она была отвергнута и надолго забыта. Большое значение для обоснования современной молекулярно-кинетической теории имеют работы М. В. Ломоносова (1711—1765). Ломоносов высказал основные положения этой теории и объяснил с их помощью целый ряд явлений: теплопроводность тел, растворение твердых веществ в жидкостях, особенности агрегатных состояний и переход веществ из одного агрегатного состояния в другое, химические превращения и др.

Приводим основные положения молекулярно-кинетической теории.

1. Любое вещество состоит из молекул — наименьших частиц, обладающих его основными химическими свойствами.

2. Молекулы находятся в непрерывном движении.

3. Между молекулами существуют силы взаимодействия.

Молекулы так малы, что различить их простым глазом нельзя. С помощью электронного микроскопа можно увидеть крупные молекулы. Поэтому молекулярно-кинетическое строение вещества обычно подтверждается косвен-

ными опытными доказательствами. К ним относятся в первую очередь броуновское движение, диффузия и осмос.

Молекулы состоят из еще более мелких частиц — атомов. Атомы в свою очередь состоят из электронов, нейтронов, протонов.

**§ 8.2. Броуновское движение.** Рассматривая под микроскопом каплю воды, которая слегка подкрашена тушью или кармином или в которую добавлено немного молока, мы увидим, что мелкие частички краски непрерывно движутся, меняя направление и величину скорости. Это движение называется *броуновским* по имени Р. Броуна, впервые его наблюдавшего. На рис. 8.1 показаны положения

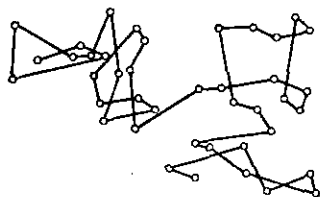


Рис. 8.1

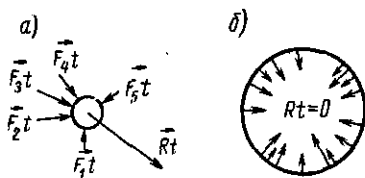


Рис. 8.2

одной частицы через равные последовательные промежутки времени. Мелкие частички краски движутся под действием толчков молекул воды, суммарный импульс  $\vec{R}t$  которых, испытываемый частичкой, оказывается направленным то в одну, то в другую сторону (рис. 8.2, а)\*. Равнодействующая этих импульсов, испытываемых крупной частицей с большой поверхностью, почти равна нулю (рис. 8.2, б). Поэтому крупная частица неподвижна. Частицы дыма и пыли в воздухе также беспорядочно движутся. Танец пылинок можно наблюдать в солнечных лучах, падающих сквозь окно в комнату.

Броуновское движение — одно из лучших подтверждений молекулярно-кинетической теории вещества.

**§ 8.3. Диффузия. Осмос.** 1. Диффузией называется процесс взаимного проникновения друг в друга разных веществ, приведенных в соприкосновение.

\* Для ясности чертежа на поверхности частицы лежат концы векторов импульсов  $\vec{F}t$ , а не точки их приложения.

Наполним водой стеклянный цилиндр и затем осторожно нальем на его дно через длинную трубку концентрированный раствор медного купороса. Вначале раствор, плотность которого больше, чем плотность воды, отделен от нее резкой границей (рис. 8.3, а). Но через несколько дней эта граница размывается, голубая окраска поднимается вверх, и, наконец, обе жидкости полностью перемешиваются (рис. 8.3, б). Это происходит благодаря движению как тяжелых молекул медного купороса, так и более легких молекул воды.

Диффузия газов протекает значительно быстрее, чем

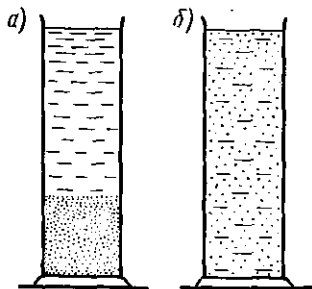


Рис. 8.3

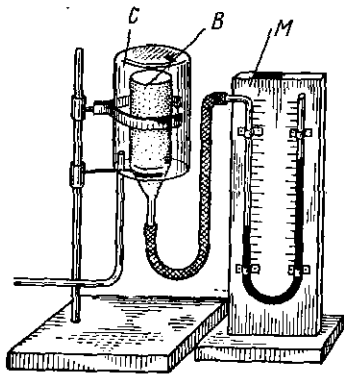


Рис. 8.4

диффузия жидкостей. Если разлить немного духов, то запах, переносимый частицами их паров, очень скоро распространится во всей комнате.

Диффундируют и твердые тела. Интересен следующий опыт, произведенный при комнатной температуре. Прижатые друг к другу гладко отшлифованные пластинки свинца и золота через пять лет оказались сросшимися: молекулы обоих металлов диффундировали друг в друга на глубину в 1 см.

С повышением температуры процесс диффузии ускоряется, что указывает на возрастание скорости движения молекул.

2. *Взаимная диффузия различных веществ, происходящая сквозь пористую перегородку, называется осмосом.* Рассмотрим следующий опыт. Пористый сосуд *B* с примазанной к нему воронкой соединен с манометром *M* (рис. 8.4). Поместим этот сосуд под стеклянный стакан *C* и наполним стакан водородом. Манометр покажет увели-

чение давления в сосуде *В*. Это объясняется тем, что молекулы водорода, имеющие меньшую массу и движущиеся быстрее, чем молекулы воздуха, проходят сквозь поры в сосуд *В* быстрее, чем молекулы воздуха из сосуда *В* в стакан. Если убрать стакан с водородом, то давление в сосуде уменьшается — теперь водород выходит сквозь поры из сосуда быстрее, чем в него проникает воздух.

Осмоз жидкостей имеет большое значение в жизни животных и растений, обеспечивая всасывание воды корнями растений, усвоение пищи и удаление отходов из клеток растений и животных и т. д.

**§. 8.4. Движение молекул в твердых телах, жидкостях и газах.** Агрегатное состояние вещества зависит от характера движения его молекул.

1. Твердые тела разделяют на *кристаллические* и *аморфные*. Частицы, из которых состоит кристалл, расположены в определенном порядке, образуя *кристаллическую решетку*. Все частицы кристалла находятся в непрерывном тепловом движении: они совершают беспорядочные колебания около своих положений равновесия, называемых *узлами кристаллической решетки*. В узлах частицы удерживаются силами взаимодействия со своими соседями.

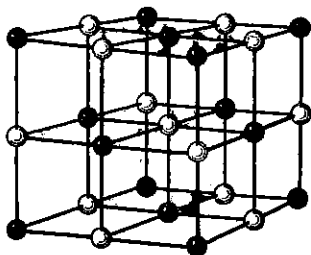


Рис. 8.5

На рис. 8.5 изображена кристаллическая решетка поваренной соли ( $\text{NaCl}$ ). В узлах решетки — в данном случае в углах кубов — находятся положительные ионы натрия (атомы натрия, потерявшие по одному электрону) и отрицательные ионы хлора (атомы хлора, присоединившие к себе по одному лишнему электрону). Каждый ион натрия окружен шестью ионами хлора, а каждый ион хлора — шестью ионами натрия. Одинаковое расположение частиц около узла решетки называется *ближним порядком*. Если ближний порядок существует во всем кристалле, то говорят, что кристаллическая решетка обладает *дальним порядком*. У кристаллов, встречающихся в природе, обычно имеются дефекты: отсутствие частиц в каких-либо узлах или лишние частицы в промежутках между узлами.



Одиночные кристаллы, имеющие по всему объему единую кристаллическую решетку, как, например, кристаллы горного хрусталя, каменной соли, называются *монокристаллами*. Чаще твердые тела состоят из большого числа сросшихся мелких кристалликов, беспорядочно расположенных в твердом теле. Такие твердые тела называются *поликристаллами*. К ним относятся, например, металлы.

2. Молекулы жидкостей также непрерывно и беспорядочно колеблются около своих положений равновесия. Но эти положения равновесия не остаются в одних и тех же местах подобно узлам кристаллической решетки. В течение какого-то промежутка времени частицы жидкости совершают колебания около некоторого положения равновесия, а затем перескакивают на расстояния порядка их собственных размеров в новое положение равновесия, где снова совершают колебания, и т. д. В результате частицы жидкости движутся с остановками по таким же ломаным линиям, как броуновские частицы, и каждая из них может путешествовать по всему объему жидкости.

Расположение частиц в жидкостях не совершенно беспорядочно. Во взаимном расположении молекул жидкости, находящихся в очень малом ее объеме  $\Delta V$ , вокруг какой-либо произвольно выбранной центральной молекулы наблюдается некоторая закономерность, напоминающая расположение узлов в кристаллической решетке. Но уже при незначительном удалении от центральной молекулы, за пределами объема  $\Delta V_1$ , эта закономерность нарушается. Кроме того, она очень быстро изменяется с течением времени вследствие интенсивного беспорядочного движения молекул жидкости.

3. Аморфные твердые тела похожи на застывшие жидкости. У них имеется ближний порядок в расположении частиц, но дальний порядок отсутствует. В аморфных телах силы взаимодействия между частицами больше, а скорость перемещения частиц во много раз меньше, чем в жидкостях. К аморфным телам относятся стекло, пластмассы, воск, вар и т. п.

4. Газы характеризуются очень большими расстояниями между их частицами по сравнению с расстояниями между молекулами жидкости. Поэтому силы взаимодействия между частицами газа чрезвычайно малы, а в разреженных газах практически отсутствуют. Скорость беспорядочного дви-

жения газовых молекул измеряется сотнями метров в секунду. Траектории газовых молекул, по-видимому, столь же сложны, как траектории движения броуновских частиц. Молекулы одного и того же газа одинаковы, следить за движением каждой из них невозможно. Поэтому вместо того, чтобы изучать поведение отдельной молекулы газа, рассматривают поведение всей совокупности составляющих его молекул. Такой метод изучения называется статистическим. Несмотря на то, что в любой момент времени векторы скоростей молекул могут быть весьма различны как по величине, так и по направлению, в движении всего множества молекул газа можно заметить ряд закономерностей. Например, при данной температуре всегда имеются такие значения скорости и кинетической энергии, которыми обладает большинство молекул. Эти значения скорости и кинетической энергии называются наиболее вероятными. Так, при 0°C половина всех молекул кислорода имеет скорости в пределах от 300 до 500 м/сек; наиболее вероятная скорость в этом случае равна 376,6 м/сек.

5. Кроме давно известных трех агрегатных состояний вещества, существует четвертое — *плазменное*. Подобно тому, как твердое тело плавится при нагревании, превращаясь в жидкость, а нагреваемая жидкость превращается в газ (пар), в свою очередь нагретый до очень высокой температуры газ переходит в плазму. По своей структуре плазма отличается от газа. При невысоких температурах газ состоит из молекул, при более высоких — молекулы диссоциируют (распадаются) на атомы. Дальнейшее нагревание атомарного газа вызывает такое увеличение кинетической энергии его частиц, что при столкновениях от атомов отрываются электроны, а сами атомы превращаются в ионы. Таким образом, *плазма состоит из ионов и электронов с чрезвычайно большой кинетической энергией и с общим электрическим зарядом, равным нулю*. В плазме могут происходить термоядерные реакции, состоящие в образовании тяжелых элементов из более легких, причем выделяется огромное количество энергии.

К явлениям, связанным с плазмой, относятся молния, электрическая дуга и др. Солнце и другие звезды состоят из вещества, находящегося в плазменном состоянии. Любое вещество может существовать во всех агрегатных состояниях.

**§ 8.5. Масса и размеры молекул.** 1. Молекулы вещества состоят из атомов, причем атомы располагаются в них определенным образом. Например, в молекуле воды ( $H_2O$ ) атомы водорода расположены на сторонах угла, в вершине которого лежит атом кислорода (рис. 8.6, а), молекула углекислого газа представляет собой цепочку из трех атомов, причем посередине лежит атом углерода (рис. 8.6, б).

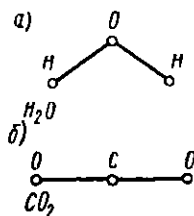


Рис. 8.6

Однако удобнее в первом приближении считать молекулы шариками.

Массу  $m_0$  одной молекулы вещества можно определить, зная его молекулярный вес и число молекул в одной грамм-молекуле.

Грамм-молекулой, или *молем*, называется такое количество химически однородного вещества, масса которого, выраженная в граммах, численно равна его молекулярному весу  $\mu$ . Число молекул в грамм-молекуле любого вещества — так называемое

число Авогадро  $N_A$  — постоянная величина, равная  $6,023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ . Разделив массу  $\mu$  одной грамм-молекулы данного вещества на число Авогадро  $N_A$ , мы получим массу  $m_0$  одной молекулы:

$$m_0 = \frac{\mu}{N_A}.$$

Например, молекулярный вес водорода  $\mu = 2 \text{ г/моль}$ , поэтому масса одной его молекулы

$$m_0 = \frac{\mu}{N_A} = \frac{2 \text{ г} \cdot \text{моль}^{-1}}{6,023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} \approx 3,3 \cdot 10^{-24} \text{ г} = 3,3 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

2. Опытным путем было установлено, что диаметр молекулы, если ее принять за шарик, имеет величину порядка  $10^{-8} \text{ см}$ . Легко подсчитать, что молекулы, содержащиеся в объеме, равном  $1 \text{ см}^3$ , занимают ничтожную долю этого объема, а все остальное пространство в нем свободно. Однако в твердых телах и жидкостях расстояния между молекулами во много раз меньше, чем в газах. Поэтому и плотности этих тел значительно больше, чем плотность газа.

**§ 8.6. Взаимодействие молекул. Возникновение упругих и поверхностных сил.** 1. Несмотря на то, что молекулы лю-

бого вещества находятся в непрерывном движении, в твердых телах и жидкостях они связаны друг с другом. Значит, между молекулами существуют силы взаимного притяжения. С другой стороны, твердые тела и особенно жидкости сжимаются с трудом, что указывает на наличие сил отталкивания между их молекулами. Установлено, что при сравнительно больших расстояниях между молекулами они притягиваются друг к другу, а при сближении отталкиваются друг от друга. Сила взаимодействия между молекулами равна нулю, если они находятся на так называемом равновесном расстоянии  $r_0$  одна от другой.

На рис. 8.7 показана зависимость силы взаимодействия между молекулами от расстояния между ними. По оси абсцисс отложены расстояния  $r$  между двумя молекулами, по оси ординат — величины силы взаимодействия  $F$ . Отрицательные значения силы (участок кривой ниже оси абсцисс) соответствуют силам притяжения, положительные — силам отталкивания. На равновесном расстоянии  $r_0$  сила взаимодействия между молекулами равна нулю.

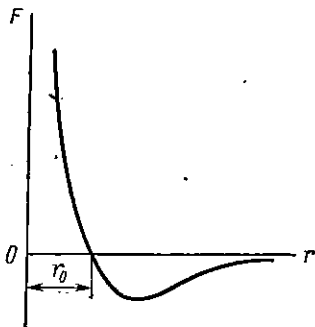


Рис. 8.7

Взаимодействие молекул вещества объясняет некоторые явления, как, например, возникновение упругих сил в твердом теле, поверхностные явления в жидкостях и др.

2. Твердые тела сопротивляются растяжению и сжатию. Когда на тело не действуют внешние силы, его частицы расположены так, что силы притяжения и отталкивания между ними уравниваются. При растяжении тела под действием внешних сил частицы смещаются из первоначальных положений равновесия в новые. При небольших смещениях частиц силы притяжения между ними уменьшаются медленнее, чем силы отталкивания, и избыток сил притяжения представляет собой силу упругости, противодействующую растяжению тела.

При сжатии тела силы притяжения между частицами растут медленнее, чем силы отталкивания. Теперь уже силы отталкивания играют роль сил упругости, противодействующих сжатию тела.

3. Силы взаимного притяжения молекул в жидкостях значительно слабее, чем в твердых телах. Этими силами объясняются такие явления, как внутреннее давление, поверхностное натяжение, смачивание и капиллярность.

а) Любая молекула *A* внутри жидкости окружена другими молекулами и испытывает со всех сторон одинаковые силы притяжения (рис. 8.8). Молекула *B*, находящаяся в поверхностном слое жидкости, притягивается другими молекулами жидкости сильнее, чем молекулами пара, находящимися над ее поверхностью. Поэтому равнодействующая всех молекулярных сил, действующих на

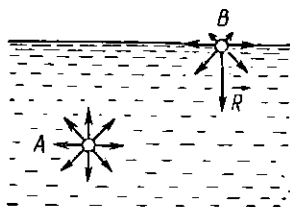


Рис. 8.8

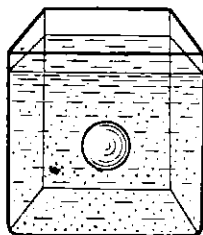


Рис. 8.9

молекулу *B*, направлена внутрь жидкости. Такие же силы действуют и на остальные молекулы поверхностного слоя, вследствие чего этот слой оказывает на всю жидкость давление, направленное внутрь жидкости нормально к ее поверхности. Это давление называется *внутренним давлением* жидкости. Оно не действует ни на стенки сосуда, в который налита жидкость, ни на погруженные в нее тела, поэтому его нельзя измерить непосредственно. Внутреннее давление определяют косвенным путем. Оно очень велико, порядка  $10^{-4}$  ат. Становится понятной чрезвычайно малая сжимаемость жидкостей (см. § 7.1), которые уже сжаты внутренним давлением.

б) С другой стороны, под действием молекулярных сил молекула *B* (рис. 8.8) стремится уйти с поверхности жидкости в глубину. Такие же силы действуют и на все остальные молекулы поверхностного слоя жидкости, благодаря чему ее свободная поверхность имеет наименьшую возможную величину. Из всех геометрических фигур одинакового объема шар имеет наименьшую поверхность.

Поэтому маленькие капли падающей жидкости имеют сферическую форму. Приведем следующий опыт.

Поместим большую каплю растительного масла в сосуд, в который налита смесь воды и спирта такой же плотности, как плотность масла. Масло примет форму шара и будет плавать в смеси в состоянии безразличного равновесия (рис. 8.9).

Можно предположить, что поверхность жидкости представляет собой растянутую упругую пленку, стремящуюся сжаться. Представим себе на поверхности жидкости линию, разграничивающую ее. Молекулы жидкости, лежащие друг против друга с обеих сторон этой линии, притягиваются друг к другу. Силы молекулярного взаимодействия, проявляющиеся вдоль всей линии границы, называются *силами поверхностного натяжения*. Сила поверхностного натяжения направлена перпендикулярно к любому элементу длины линии, разграничивающей поверхностную пленку, и по касательной к поверхности жидкости. Величина этой силы пропорциональна длине той линии, на которой она действует, и зависит от химического состава жидкости.

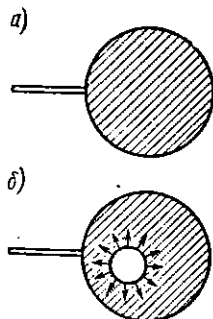


Рис. 8.10

Существование сил поверхностного натяжения подтверждает следующий опыт. Если окунуть в мыльную воду проволоочное кольцо, то оно затягивается мыльной пленкой (рис. 8.10, а). Положим на пленку небольшую петельку из шелковой нити и затем проткнем пленку в области, охваченной петелькой. Сразу же окружающая петельку мыльная пленка, действующая на все элементы петельки с одинаковой силой, растяннет ее и придаст ей форму окружности (рис. 8.10, б). Стрелки означают силы поверхностного натяжения, действующие на границе пленки.

в) Силы сцепления (взаимного притяжения) между молекулами жидкости могут быть больше или меньше, чем силы сцепления между молекулами жидкости и молекулами соприкасающегося с ней твердого тела. В первом случае жидкость *не смачивает* твердое тело, например ртуть не смачивает стекло. Во втором случае жидкость

смачивает твердое тело, например вода смачивает стекло. На рис. 8.11 изображены капля ртути и капля воды на стеклянной пластинке.

Смачивание или несмачивание жидкостью стенок сосуда, в который она налита, влияет на форму свободной поверхности жидкости. На рис. 8.12, а изображена сво-

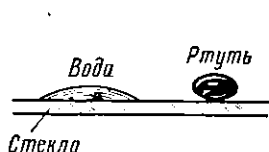


Рис. 8.11

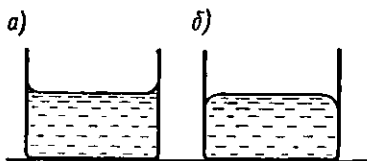


Рис. 8.12

бодная поверхность жидкости, смачивающей стенки сосуда, на рис. 8.12, б — несмачивающей. Искривленная поверхность жидкости называется *мениском*.

г) От формы поверхности жидкости зависит величина внутреннего (молекулярного) давления жидкости. Пусть три одинаковые молекулы  $m$  находятся на одной и той же глубине  $h$  под вогнутой (рис. 8.13, а), горизонтальной (8.13, б) и выпуклой (рис. 8.13, в) поверхностями

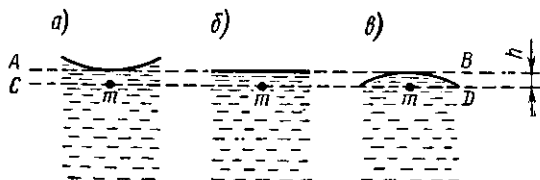


Рис. 8.13

жидкости, причем  $h$  намного меньше расстояния, на котором еще действуют силы взаимного притяжения молекул. Молекулы, находящиеся ниже уровня  $CD$ , взаимодействуя с молекулой  $m$ , стремятся втянуть ее в глубину жидкости, а молекулы, находящиеся выше уровня  $AB$ , тянут ее вверх. Из рисунка видно, что под вогнутой поверхностью находится больше молекул, а под выпуклой меньше, чем под плоской. Отсюда можно заключить, что давление под вогнутой поверхностью меньше, а под выпуклой больше, чем под плоской. Это можно представить себе так, что под вогнутым мениском жидкости создается

добавочное давление, направленное вверх, а под выпуклым мениском — добавочное давление, направленное вниз.

Мениск жидкости в узкой капиллярной трубке имеет форму полусферы, вследствие чего в трубке создается добавочное давление, называемое *капиллярным*. Если жидкость несмачивающая, то ее мениск выпуклый и капиллярное давление направлено вниз; жидкость в капилляре находится под бóльшим давлением, чем атмосферное, и ее уровень в капилляре ниже, чем в сообщающемся с ним широком сосуде (рис. 8.14, б). Если жидкость смачивает стенки капилляра, то ее мениск вогнутый, и капиллярное давление направлено вверх; жидкость в капилляре находится под меньшим давлением, чем атмосферное, и ее уровень в капилляре выше, чем в сообщающемся с ним широком сосуде (рис. 8.14, а). Чем уже капилляр, тем больше капиллярное давление. Например, в стеклянной трубке диаметром 1 мм вода поднимается на высоту 1,5 мм, а в капилляре диаметром 0,01 мм — на 15 см.

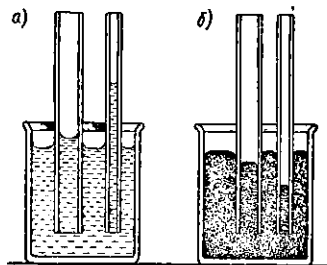


Рис. 8.14

Капиллярностью объясняется много явлений: пропитывание почвой водой; поднятие почвенной влаги в тканях растений, керосина по фитилю; гигроскопичность ваты, промокательной бумаги и т. п.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. В чем состоят основные положения молекулярно-кинетической теории?
2. Какие явления доказывают справедливость этой теории?
3. Чем отличается взаимное расположение и движение молекул жидкостей от взаимного расположения и движения молекул твердых тел? От движения молекул газов?
4. В каком агрегатном состоянии находится вещество Солнца?
5. Что представляет собой плазма?
6. В каком агрегатном состоянии находится, по-видимому, наибольшая часть вещества во Вселенной?
7. Что называется грамм-молекулой?
8. Пояснить возникновение упругих сил в твердых телах при их растяжении и сжатии.
9. Как объяснить малую сжимаемость жидкостей?



10. Что представляет собой сила поверхностного натяжения?  
 11. Почему в стеклянном капилляре вода поднимается, а ртуть опускается?

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 8.1.** Подсчитайте, сколько раз можно было бы обмотать Землю по экватору цепочкой из молекул кислорода, содержащихся в 1 см<sup>3</sup> этого газа. Диаметр молекулы кислорода равен  $3 \cdot 10^{-8}$  см. Радиус Земли равен 6400 км.

**Дано (СГС):**

$$\begin{aligned} d &= 3 \cdot 10^{-8} \text{ см}; \\ N_A &= 6,023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}; \\ R &= 6400 \text{ км} = 6,4 \cdot 10^8 \text{ см}. \end{aligned}$$


---

$n = ?$

**Решение**

Один моль газа занимает при нормальных условиях объем  $V_\mu = 22,4$  л. Длина  $L$  цепочки из молекул кислорода, содержащихся в 1 см<sup>3</sup> газа при нормальных

условиях, равна  $L = \frac{N_A}{V_\mu} d$ , где  $N_A$  — число Авогадро. Длина  $l$  экватора равна

$$l = 2\pi R.$$

Число витков  $n = \frac{L}{l}$ , или  $n = \frac{N_A d}{2\pi R \cdot 22,4 \cdot 10^3}$ .

Производим вычисления:

$$n = \frac{N_A d}{2\pi R V_\mu} = \frac{6,023 \cdot 10^{23} \cdot 3 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 3,14 \cdot 6,4 \cdot 10^8 \cdot 22,4 \cdot 10^3} \approx 200 \text{ раз}.$$

**Задача 8.2.** Зная молекулярный вес воды  $\mu = 18$  г/моль, определить число молекул воды в стакане емкостью 200 см<sup>3</sup>.

**Дано (СГС):**

$$\begin{aligned} \mu &= 18 \text{ г/моль}; \\ V &= 200 \text{ см}^3; \\ N_A &= 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}; \\ \rho &= 1 \text{ г/см}^3. \end{aligned}$$


---

$n = ?$

**Решение**

Масса  $m$  воды, занимающей объем  $V$ , равна

$$m = \rho V,$$

где  $\rho$  — плотность воды.

Масса  $m_0$  одной молекулы воды равна

$$m_0 = \frac{\mu}{N_A},$$

где  $N_A$  — число Авогадро.

Находим число  $n$  молекул воды в стакане:

$$n = \frac{m}{m_0} = \frac{\rho V N_A}{\mu}.$$

Производим вычисления:

$$\begin{aligned} n &= \frac{\rho V N_A}{\mu} = \frac{1 \cdot 200 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{18} \frac{\text{г} \cdot \text{см}^{-3} \cdot \text{см}^3 \cdot \text{моль}^{-1}}{\text{г} \cdot \text{моль}^{-1}} \approx \\ &\approx 6,7 \cdot 10^{24} \text{ молекул}. \end{aligned}$$

## РАСШИРЕНИЕ ТВЕРДЫХ И ЖИДКИХ ТЕЛ ПРИ НАГРЕВАНИИ

**§ 9.1. Линейное расширение твердых тел.** При нагревании твердого тела кинетическая энергия его молекул возрастает и они начинают колебаться около своих положений равновесия с большей амплитудой. Вследствие беспорядочности тепловых колебаний молекул расстояния между ними становятся больше и поэтому линейные размеры тела и его объем увеличиваются.

Пусть длина тела при температуре  $t_0 = 0^\circ\text{C}$  равна  $l_0$ , а при нагревании до температуры  $t$  увеличивается до  $l_t$ . Опыт показывает, что линейное расширение  $l_t - l_0$  твердого тела пропорционально его начальной длине и повышению температуры  $t - t_0$ :

$$l_t - l_0 = \alpha l_0 (t - t_0), \quad (9.1)$$

где  $\alpha$  — коэффициент линейного расширения в интервале температур от  $t_0$  до  $t$ . Из формулы (9.1) следует, что

$$\alpha = \frac{l_t - l_0}{l_0} \frac{1}{t - t_0}, \quad (9.1')$$

т. е. коэффициент линейного расширения в интервале температур от  $t_0$  до  $t$  равен отношению удлинения тела при его нагревании на  $1^\circ\text{C}$  к его первоначальной длине при  $t_0$  (при  $t - t_0 = 1^\circ$  величина  $\alpha = \frac{l_t - l_0}{l_0}$ ). Величина коэффициента линейного расширения зависит от вещества, из которого состоит тело. Для большинства тел  $\alpha$  имеет значение порядка  $10^{-5} - 10^{-6} \text{ град}^{-1}$ .

Из формулы (9.1') следует, что длина  $l_t$  тела при температуре  $t$  равна

$$l_t = l_0 (1 + \alpha \Delta t), \quad (9.1'')$$

где  $\Delta t = t - t_0$ .

При повышении температуры коэффициент линейного расширения увеличивается. Например,  $\alpha$  железа при  $-200^\circ\text{C}$  равен  $3 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1}$ , при  $0^\circ\text{C}$  —  $12 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1}$ , при  $600^\circ\text{C}$  —  $16 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1}$ . Поэтому правильное говорить о среднем коэффициенте линейного расширения в данном интервале температур. Приведенные в конце книги (табл. 4) коэффициенты линейного расширения можно использовать при решении задач, если изменение температуры происходит в пределах от  $-100^\circ\text{C}$  до  $+100^\circ\text{C}$ .

**§ 9.2. Объемное расширение твердых тел.** 1. При нагревании твердого тела вместе с его линейными размерами увеличивается и его объем. Приращение объема  $V - V_0$  пропорционально первоначальному объему  $V_0$  тела и повышению его температуры  $t - t_0$ :

$$V - V_0 = \beta V_0 (t - t_0), \quad (9.2)$$

где  $\beta$  — коэффициент объемного расширения в интервале температуры от  $t_0$  до  $t$ . Из формулы (9.2) следует, что

$$\beta = \frac{V - V_0}{V_0} \frac{1}{t - t_0}, \quad (9.2')$$

т. е. коэффициент объемного расширения в интервале температур от  $t_0$  до  $t$  равен отношению прироста объема тела при его нагревании на  $1^\circ\text{C}$  к его объему при  $t_0$ .

Из формулы (9.2) следует, что объем тела  $V_t$  при температуре  $t$  равен

$$V_t = V_0 (1 + \beta \Delta t), \quad (9.3)$$

где  $\Delta t = t - t_0$ .

2. Найдем соотношение между линейным и объемным коэффициентами расширения. Представим себе куб, длина ребра которого равна единице длины. Когда куб нагреется на  $1^\circ\text{C}$ , длина его ребра станет равной  $1 + \alpha$ , а его объем —  $(1 + \alpha)^3$  или  $1 + \beta$ . Таким образом,

$$1 + \beta = (1 + \alpha)^3 = 1 + 3\alpha + 3\alpha^2 + \alpha^3.$$

Величины  $\alpha^2$  и  $\alpha^3$  по сравнению с  $\alpha$  столь малы, что ими можно пренебречь. Поэтому

$$1 + \beta = 1 + 3\alpha$$

и

$$\beta = 3\alpha, \quad (9.4)$$

т. е. коэффициент объемного расширения твердого тела практически равен утроенному коэффициенту его линейного расширения.

Коэффициент объемного расширения увеличивается с повышением температуры.

**§ 9.3. Значение теплового расширения в технике.** Даже незначительные изменения длины и объема твердых тел при их нагревании или охлаждении вызывают появление очень больших сил. Эти силы равны тем внешним силам,

которые нужно приложить к расширившемуся телу, чтобы сжать его до первоначальных размеров. Например, неподвижно закрепленная стальная мостовая балка сечением  $100 \text{ см}^2$  при нагревании от  $-40^\circ\text{C}$  зимой до  $+40^\circ\text{C}$  летом создает силу давления на опоры до  $160\,000 \text{ кг}$ .

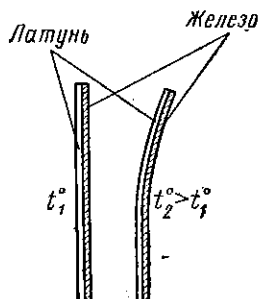


Рис. 9.1

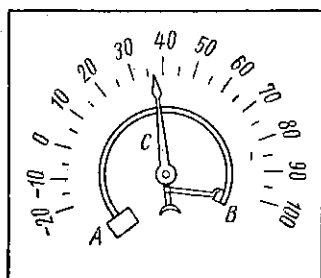


Рис. 9.2

Поэтому в технике приходится учитывать последствия теплового расширения тел: рельсы укладывают с небольшими зазорами, концы мостовых ферм устанавливают на катках, металлы для впайки в стекло подбирают с таким же коэффициентом линейного расширения, как у стекла, и т. д. С другой стороны, тепловое расширение используется в ряде приборов. Например, *биметаллическая пластинка*, состоящая из железа и латуни, склепанных так, что они не могут скользить одна по другой, при нагревании изгибается в сторону железа, коэффициент линейного расширения которого меньше, чем коэффициент линейного расширения латуни (рис. 9.1). Это позволяет применить биметаллические пластинки при устройстве различных приборов. *Металлический термометр* (рис. 9.2) состоит из биметаллической дуги, один конец которой *A* закреплен, а второй *B* свободен и соединен со стрелкой *C*. При изменении температуры дуга изгибается больше или меньше и заставляет

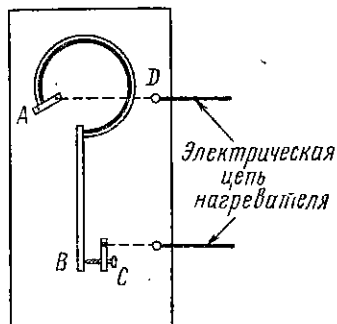


Рис. 9.3

поворачиваться стрелку *С*. Шкалу металлического термометра градуируют по ртутному или иному термометру. Биметаллические пластинки используются в качестве *терморегуляторов* (рис. 9.3) в термостатах — приборах, в которых поддерживается постоянная температура.

**§ 9.4. Расширение жидкостей. Термометры.** 1. Коэффициент объемного расширения жидкостей больше, чем твердых тел. Зависимость объема жидкости от температуры выражается такой же формулой, как для твердых тел [формула (9.3)]:

$$V_t = V_0(1 + \beta \Delta t),$$

где  $\Delta t = t - t_0$ .

Коэффициент  $\beta$  объемного расширения жидкостей имеет величину порядка  $10^{-4} - 10^{-5} \text{град}^{-1}$  (см. табл. 5 в конце книги).

Расширение воды при нагревании отличается от расширения других жидкостей, объем которых плавно увеличивается с повышением температуры.

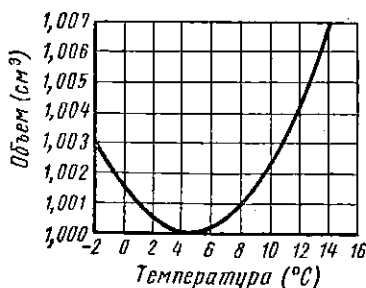


Рис. 9.4

Если атмосферное давление нормально, то вода занимает наименьший объем при 4°C. С понижением температуры до 0°C (точка заморзания) объем воды увеличивается. Увеличивается он и при повышении температуры от 4°C до 100°C (точка кипения). При 4°C объем одного грамма воды равен почти точно 1 см³. На

рис. 9.4 представлен график зависимости объема воды от температуры только до 14°C, но уже видно, что кривая поднимается все круче к точке кипения. Плотность воды имеет наибольшее значение (1 г/см³, или 10³ кг/м³) при 4°C, а с повышением или понижением температуры уменьшается. В открытых водоемах с наступлением осенних холодов верхние остывающие слои воды, плотность которых больше, опускаются, а нижние, более теплые, поднимаются. Такое перемешивание продолжается, пока температура воды не станет равной 4°C. При дальнейшем охлаждении менее плотная вода «всплывает» и при 0°C

начинает замерзать. Поэтому лед всегда покрывает поверхность открытого водоема, а нижние слои воды сохраняют температуру  $4^{\circ}\text{C}$ .

2. На расширении жидкостей при нагревании основано устройство *термометров*. Обычно в термометрах употребляют ртуть или спирт. Постоянные точки термометрической шкалы Цельсия: точка замерзания воды  $0^{\circ}\text{C}$  и точка ее кипения  $100^{\circ}\text{C}$  при нормальном атмосферном давлении. Спирт замерзает при  $-112^{\circ}\text{C}$  и кипит при  $78^{\circ}\text{C}$ , поэтому спиртовой термометр применяется главным образом для измерения низких температур. Ртуть замерзает при  $-39^{\circ}\text{C}$  и кипит при  $357^{\circ}\text{C}$ .

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Дайте определения коэффициента линейного расширения твердого тела, коэффициента объемного расширения.

2. Как найти коэффициент линейного расширения твердого тела, если известен его коэффициент объемного расширения?

3. Почему следует говорить о среднем коэффициенте линейного или объемного расширения в данном интервале температур?

4. Почему детали стальных конструкций соединяются разогретыми заклепками?

5. Как изменяется плотность тел при их нагревании? при их охлаждении?

6. Объясните, как действует терморегулятор (см. рис. 9.3), включенный в цепь электрического нагревателя, если латунная пластинка находится с наружной стороны биметаллической дуги  $C$ , а железная — с внутренней? Воспользуйтесь таблицей в конце книги.

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 9.1.** В некотором приборе разность длин латунного и стального стерженьков должна быть равной 2 см при любой температуре в интервале от  $-100^{\circ}\text{C}$  до  $+100^{\circ}\text{C}$ . Определить длины стерженьков при  $0^{\circ}\text{C}$ .

**Дано:**

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 18 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1}; \\ \alpha_2 &= 11 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1}; \\ l_2 - l_1 &= 2 \text{ см.} \end{aligned}$$

**Решение**

1. Обозначим коэффициент линейного расширения латуни  $\alpha_1$ , стали  $\alpha_2$ , длины стержней соответственно  $l_1$  и  $l_2$ .

$$l_{02} - ? \quad l_{01} - ?$$

По условию задачи, при любой температуре

$$l_2 - l_1 = l. \quad (1)$$

Следовательно, и при  $0^{\circ}\text{C}$

$$l_{02} - l_{01} = l. \quad (2)$$

Выразим  $l_2$  и  $l_1$  через их значения при  $0^\circ\text{C}$ :

$$l_2 = l_{02} (1 + \alpha_2 \Delta t); \quad l_1 = l_{01} (1 + \alpha_1 \Delta t)$$

и подставим в формулу (1):

$$l_{02} (1 + \alpha_2 \Delta t) - l_{01} (1 + \alpha_1 \Delta t) = l.$$

Раскрыв скобки и учтя, что  $l_{02} - l_{01} = l$ , получим

$$l_{02} \alpha_2 \Delta t = l_{01} \alpha_1 \Delta t,$$

или

$$l_{02} \alpha_2 = l_{01} \alpha_1. \quad (3)$$

2. Чтобы найти  $l_0$  латуни, заменим в формуле (3) согласно формуле (2)  $l_{02}$  суммой  $l + l_{01}$ . Тогда

$$(l + l_{01}) \alpha_2 = l_{01} \alpha_1,$$

$$l_{01} = l \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2}. \quad (4)$$

3. Чтобы найти  $l_0$  стали, заменим в формуле (3)  $l_{01}$  разностью  $l_{02} - l$ . Тогда

$$l_{02} \alpha_2 = (l_{02} - l) \alpha_1,$$

или

$$l_{02} (\alpha_2 - \alpha_1) = -l \alpha_1,$$

откуда

$$l_{02} = \frac{l \alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2}. \quad (5)$$

Подставляем данные в формулы (4) и (5):

$$l_{01} = \frac{2 \cdot 11 \cdot 10^{-6}}{18 \cdot 10^{-6} - 11 \cdot 10^{-6}} \text{ см} = 3 \frac{1}{2} \text{ см},$$

$$l_{02} = \frac{2 \cdot 18 \cdot 10^{-6}}{18 \cdot 10^{-6} - 11 \cdot 10^{-6}} \text{ см} = 5 \frac{1}{7} \text{ см}.$$

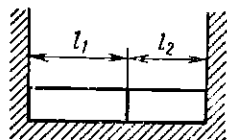


Рис. 9.5

стенками (рис. 9.5) при  $0^\circ\text{C}$ . Каким будет напряжение в стержнях, если их нагреть до  $50^\circ\text{C}$ ? Модуль Юнга для меди равен  $120 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$ .

**Дано:**

$$\begin{aligned} l_1 &= 0,4 \text{ м}; \\ l_2 &= 0,36 \text{ м}; \\ E_1 &= 196 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2; \\ E_2 &= 120 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2; \\ \alpha_1 &= 11 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1}; \\ \alpha_2 &= 17 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1}; \\ t_1 &= 0^\circ\text{C}; \\ t_2 &= 50^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

$p = ?$

**Решение**

Предположим, что стенки не препятствуют удлинению стержней при их нагревании. Тогда их общее удлинение  $\Delta l$  будет равно

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = (\alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2) (t_2 - t_1). \quad (1)$$

Но стенки жесткие, поэтому нагретые стержни окажутся сжатыми силой  $F$ . По закону Гука,

$$F = \frac{E_1 S}{l_1} \Delta l_1 = \frac{E_2 S}{l_2} \Delta l_2,$$

а напряжение  $p$  в стержнях равно

$$p = \frac{F}{S} = \frac{E_1 \Delta l_1}{l_1} = \frac{E_2 \Delta l_2}{l_2}. \quad (2)$$

Из этого уравнения находим

$$\Delta l_1 = \frac{p l_1}{E_1}; \quad \Delta l_2 = \frac{p l_2}{E_2}$$

и

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 = p \left( \frac{l_1}{E_1} + \frac{l_2}{E_2} \right),$$

откуда

$$p = \frac{\Delta l_1 + \Delta l_2}{\frac{l_1}{E_1} + \frac{l_2}{E_2}}.$$

Заменим  $\Delta l_1 + \Delta l_2$  согласно формуле (1):

$$p = \frac{(\alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2) (t_2 - t_1)}{\frac{l_1}{E_1} + \frac{l_2}{E_2}}.$$

Подставим данные:

$$p = \frac{(11 \cdot 10^{-6} \cdot 0,4 + 17 \cdot 10^{-6} \cdot 0,36) \cdot 50}{\frac{0,4}{196 \cdot 10^9} + \frac{0,36}{120 \cdot 10^9}} \text{ н/м}^2 = 8,52 \cdot 10^7 \text{ н/м}^2.$$

Проверим размерность:

$$[p] = \frac{[\alpha] [l] [t]}{[l] [E]^{-1}} = \frac{\text{град}^{-1} \cdot \text{м} \cdot \text{град}}{\text{м} \cdot \text{н}^{-1} \cdot \text{м}^2} = \text{н} \cdot \text{м}^{-2}.$$

**Задача 9.3.** Стержень длиной  $l_0$  с поперечным сечением  $S$  положен при  $0^\circ\text{C}$  на горизонтальную поверхность так, что его основания касаются двух жестких параллельных стен (как на рис. 9.5). Найти потенциальную энергию упругости стержня, когда он будет нагрет до температуры  $t$ . Коэффициент линейного расширения  $\alpha$  и модуль Юнга  $E$  для материала стержня известны.

### Решение

Предположим, что при нагревании стержня один его конец свободен. Тогда удлинение стержня было бы равно

$$\Delta l = \alpha l_0 t.$$

Стена, в которую упирается конец стержня, противодействует его удлинению с силой  $F$ , численно равной в каждый момент времени упругой силе, возникающей в нагреваемом стержне. Эта сила растет от нуля до максимального значения  $F_{\text{макс}}$ , соответствующего наибольшему удлинению стержня:

$$F_{\text{макс}} = \frac{E S \Delta l}{l_0} = E \alpha t S.$$

Потенциальная энергия упругости, возникающая в стержне, которому не дают удлиниться, равна работе, совершаемой против силы упругости на пути, численно равном свободному удлинению  $\Delta l$  стержня:

$$\Pi = A = \frac{F_{\text{макс}}}{2} \Delta l = \frac{1}{2} E \alpha^2 t^2 l_0 S,$$



где  $\frac{F_{\max}}{2}$  — среднее значение возникающей в стержне упругой силы.

Проверим размерность:

$$[П] = [E] [\alpha]^2 [t]^3 [l] [S] = \text{н} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{град}^{-2} \cdot \text{град}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{м}^2 = \text{н} \cdot \text{м} = \text{дж}$$

**Задача 9.4.** Каково было бы показание барометра при  $0^\circ\text{C}$ , если при  $40^\circ\text{C}$  он показал 762 мм? Для приведения показания к  $0^\circ\text{C}$  сделайте поправки к показанию барометра при  $40^\circ\text{C}$  на изменение длины латунной шкалы прибора и на изменение плотности ртути.

**Дано:**

$$\begin{aligned} t &= 40^\circ\text{C}; \\ H &= 762 \text{ мм рт. ст.}; \\ \beta &= 18 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1}; \\ \alpha &= 19 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1}. \end{aligned}$$

$H_0 = ?$

**Решение**

1. Вследствие уменьшения цены деления шкалы при понижении температуры от  $40^\circ$  до  $0^\circ\text{C}$ , т. е. на  $t$ , высота столбика ртути будет измеряться большим числом делений шкалы  $H_1$ , причем

$$H_1 = H(1 + \alpha t). \quad (\text{а})$$

2. Вследствие сжатия ртути при охлаждении ее плотность увеличится по закону  $\rho_0 = \frac{\rho}{1 + \beta t}$ . Но так как

$$\rho = \rho_1 g H_1 = \rho_0 g H_0,$$

то высота столбика ртути при том же давлении понижается по закону

$$H_1 = H_0(1 + \beta t). \quad (\text{б})$$

Из равенства правых частей уравнений (а) и (б) имеем

$$H_0 = H \frac{1 + \alpha t}{1 + \beta t}.$$

Разделив числитель дроби на ее знаменатель, получаем с достаточной точностью

$$H_0 = H(1 + \alpha t - \beta t) = H[1 + (\alpha - \beta)t].$$

Подставляем данные:

$$H_0 = 762 \cdot [1 - (18 \cdot 10^{-6} - 19 \cdot 10^{-6}) \cdot 40] \text{ мм рт. ст.} = 757 \text{ мм рт. ст.}$$

**Задача 9.5.** Внутренний диаметр стального кольца при  $20^\circ\text{C}$  равен 7 см. Это кольцо нужно надеть на латунный вал, диаметр которого при  $20^\circ\text{C}$  равен 7,005 см. До какой температуры нужно нагреть кольцо?

**Дано:**

$$\begin{aligned} D_1 &= 7 \text{ см}; \\ D_2 &= 7,005 \text{ см}; \\ \alpha &= 11 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1}; \\ t &= 20^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

$t_1 = ?$

**Решение**

Диаметр  $D'_1$  нагретого стального кольца должен быть не меньше  $D_2$ , причем

$$D'_1 = D_0(1 + \alpha t_1),$$

где  $D_0$  — диаметр кольца при  $0^\circ\text{C}$ ,  $t_1$  — температура, при которой  $D'_1 = 7,005 \text{ см} = D_2$ .

Для того чтобы найти  $D_0$ , напомним для диаметра  $D_1$  кольца выражение, аналогичное приведенному выше, при температуре  $t$ :

$$D_1 = D_0 (1 + \alpha t),$$

откуда

$$D_0 = \frac{D_1}{1 + \alpha t}.$$

Подставим это выражение в формулу для  $D'_1$

$$D'_1 = \frac{D_1 (1 + \alpha t_1)}{1 + \alpha t},$$

откуда

$$t_1 = \frac{D'_1 (1 + \alpha t) - D_1}{\alpha D_1}.$$

Подставим числовые данные:

$$t_1 = \frac{7,005 \cdot (1 + 11 \cdot 10^{-6} \cdot 20) - 7}{11 \cdot 10^{-6} \cdot 7} \text{ } ^\circ\text{C} \approx 85^\circ\text{C}.$$

Проверим размерность:

$$[t] = \frac{[D] [\alpha] [t]}{[\alpha] [D]} = [t] \text{ } ^\circ\text{C}.$$

**Задача 9.6.** Изготовили несколько маятников, привязав к кускам тонкой проволоки, сделанной из одного и того же материала, тяжелые шарiki. Длины маятников различны. Докажите, что при повышении температуры от  $t_1$  до  $t_2$  относительное изменение периодов колебаний всех маятников одинаково и не зависит от их длины.

### Решение

При температуре  $t_1$  период колебаний одного из маятников равен

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}},$$

где  $l_1 = l_0 (1 + \alpha t_1)$ .

При температуре  $t_2$  период колебаний того же маятника равен

$$T'_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l'_1}{g}},$$

где  $l'_1 = l_0 (1 + \alpha t_2) = \frac{l_1 (1 + \alpha t_2)}{1 + \alpha t_1}$ , т. е.

$$T'_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1 (1 + \alpha t_2)}{(1 + \alpha t_1) g}}.$$

Относительное изменение периода колебаний маятника

$$\frac{T'_1 - T_1}{T_1} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{l_1 (1 + \alpha t_2)}{(1 + \alpha t_1) g}} - 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}}}{2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}}} = \sqrt{\frac{\alpha (t_2 - t_1)}{1 + \alpha t_1}}.$$

В этот результат входят только начальная и конечная температуры и коэффициент линейного расширения материала, из которого сделаны подвесы маятников. Следовательно, относительное изменение периода колебаний всех маятников одинаково и не зависит от их длин.

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Плотность ртути при  $100^{\circ}\text{C}$  равна  $13,36 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ . Какова ее плотность при  $50^{\circ}\text{C}$ ?

2. При  $0^{\circ}\text{C}$  отрезали по 10-метровому куску алюминиевой и железной проволоки. Какова разность длин этих отрезков при  $40^{\circ}\text{C}$ ?

3. Латунный стержень поперечным сечением  $1 \text{ дм}^2$  помещен при  $0^{\circ}\text{C}$  между двумя жесткими стенами, расстояние между которыми равно его длине. До какой температуры нужно нагреть стержень, чтобы он действовал на стенки с силой, равной  $2000 \text{ Н}$ ?

4. Маятник часов сделан из латуни. Найти в процентах относительное уменьшение длины маятника при понижении температуры от  $26^{\circ}\text{C}$  до  $6^{\circ}\text{C}$ .

5. Поперечное сечение стального стержня  $20 \text{ см}^2$ . Какова наименьшая сила, которую нужно приложить к стержню, чтобы помещать его сжатию при понижении температуры от  $520^{\circ}\text{C}$  до  $20^{\circ}\text{C}$ ?

6. В стеклянный цилиндрический сосуд высотой  $60 \text{ см}$  налит до краев керосин при температуре  $40^{\circ}\text{C}$ . На сколько опустится уровень керосина, если температура понизится до  $-10^{\circ}\text{C}$ ? Изменением емкости сосуда пренебречь.

7. Площадь квадратной алюминиевой пластинки при  $0^{\circ}\text{C}$  равна  $10^4 \text{ см}^2$ . До какой температуры была нагрета пластинка, если ее площадь стала равной  $10\,046,05 \text{ см}^2$ ?

8. Стеклянная колба емкостью  $100 \text{ см}^3$  заполняется до краев жидкостью с коэффициентом объемного расширения  $12 \cdot 10^{-4} \text{ град}^{-1}$  при температуре  $20^{\circ}\text{C}$ . Какой объем жидкости вытечет, если температура сосуда и жидкости поднимется до  $40^{\circ}\text{C}$ ?

## Глава 10

### ТЕПЛОТА И РАБОТА

**§ 10.1. Внутренняя энергия тела.** Силы взаимодействия между молекулами зависят от расстояния между ними (см. § 8.6). При изменении взаимного расположения молекул совершается работа против сил их взаимодействия и, следовательно, изменяется общая потенциальная энергия всей системы молекул, составляющих тело. Кроме потенциальной энергии, система молекул обладает кинетической энергией, равной арифметической сумме кинетических энергий всех молекул, входящих в эту систему.

*Кинетическая и потенциальная энергии молекул, из которых состоит тело, составляют его внутреннюю энергию.*

Внутренняя энергия тела определяет его тепловое состояние. Изменение внутренней энергии тела означает его переход в новое состояние. *Переход из одного состояния в другое называется процессом.*

**§ 10.2. Изменение внутренней энергии тела. Теплопередача.** Об изменении внутренней энергии тела обычно судят по изменению его температуры: чем выше температура тела, тем больше кинетическая энергия его молекул. Изменение внутренней энергии тела может происходить в следующих процессах:

1) при совершении над телом (или самим телом) механической работы (трение, удары, тепловое расширение);

2) без совершения работы — при соприкосновении данного тела с другим, температура которого выше или ниже его температуры.

Переход внутренней энергии от одного тела к другому при их соприкосновении называется *теплообменом*, или *теплопередачей*. Нагревание тела при совершении над ним работы будет рассмотрено в § 10.8. Здесь мы рассмотрим процессы теплопередачи: теплопроводность, конвекцию и лучеиспускание.

1. *Теплопроводность* имеет место при непосредственном соприкосновении тел. Если, например, поставить нагретый утюг на металлическую подставку, то через некоторое время она тоже нагреется. При нагревании твердого тела амплитуда колебаний его молекул увеличивается. Частицы соседнего слоя этого тела или другого, сопри-

касающегося с нагретым, испытывают толчки и также начинают усиленно колебаться, передавая энергию колебаний дальше. Теплопроводность газов обусловлена обменом кинетической энергией при столкновениях газовых молекул. В газах и жидкостях, вследствие особенности движения их молекул (см. § 8.4), происходят два процесса: теплопроводность и конвекция. В твердом состоянии любое вещество обладает наибольшей теплопроводностью, а в газообразном — наименьшей.

2. *Конвекция* представляет собой передачу теплоты нагретыми потоками жидкости или газа из одних участков занимаемого ими объема в другие. Конвекция жидкости происходит, например, когда нагревается дно сосуда, в котором она находится. Соприкасающийся с дном слой жидкости от нагревания расширяется, его плотность уменьшается и он поднимается вверх, а на его место опускаются более холодные и плотные слои жидкости. Конвекцию комнатного воздуха легко наблюдать при открытой форточке или двери по отклонению пламени свечи, поставленной на пол или поднятой к потолку. Ветры представляют собой конвекционные потоки большого масштаба.

3. *Тепловым излучением* называется электромагнитное излучение нагретого тела, обусловленное так называемым возбужденным состоянием его атомов и молекул наступающим вследствие их столкновений при тепловом движении. При невысоких температурах тепловое излучение состоит из невидимых инфракрасных лучей. Мы чувствуем тепло нагретой печки или радиаторов отопления на некотором расстоянии от них потому, что наше тело поглощает излучаемые печкой или радиаторами инфракрасные лучи.

**§ 10.3. Количество теплоты. Джоуль и калория.** *Мерой изменения внутренней энергии тела при теплопередаче служит физическая величина, называемая количеством теплоты.*

Количество теплоты определяет лишь количество передаваемой или получаемой телом внутренней энергии, но не всю его внутреннюю энергию. Точно так же работа определяет затрачиваемую телом или сообщаемую ему механическую энергию, а не весь запас механической энергии тела. Таким образом, понятия количества тепло-

ты и работы аналогичны — оба служат мерой энергии, передаваемой от одного тела другому.

Количество теплоты измеряется в тех же единицах, что и работа, т.е. в *джоулях*, *эргах*, и *киллограммометрах*. Кроме этих единиц, пользуются еще одной единицей количества теплоты — *калорией*. Калория была введена около двух веков тому назад, на столетие раньше того времени, когда в физике стали пользоваться понятиями работы и энергии. В те времена теплоту считали невесомой жидкостью.

*Калория (кал)* — количество теплоты, необходимое для нагревания одного грамма чистой воды от 19,5 до 20,5° С. Килокалория (*ккал*) равна 1000 кал. Калория и килокалория являются внесистемными единицами.

Первый опыт, позволивший найти отношение между калорией и джоулем, описан в § 10.8.

**§ 10.4. Теплоемкость тела. Удельная теплоемкость вещества.** Для повышения температуры различных тел на одну и ту же величину необходимо сообщить им разные количества теплоты.

*Количество теплоты, необходимое для повышения температуры данного тела на 1° С, называется теплоемкостью С этого тела.*

Опыты показали, что количество теплоты  $Q$ , необходимое для нагревания какого-либо тела от температуры  $t_1$  до  $t_2$ , пропорционально его массе  $m$ , разности температур  $t_2 - t_1$  и зависит от свойств вещества, из которого состоит тело:

$$Q = cm(t_2 - t_1), \quad (10.1)$$

где  $c$  — величина, зависящая от свойств вещества, из которого состоит тело, и называемая удельной теплоемкостью вещества. Если  $m = 1$  кг и  $t_2 - t_1 = 1^\circ \text{С}$ , то  $Q$  численно равно  $c$ . Следовательно, *удельная теплоемкость вещества — физическая величина, численно равная количеству теплоты, необходимому для нагревания единицы массы вещества на 1° С.*

За единицу удельной теплоемкости принимается удельная теплоемкость воды, нагреваемой от 19,5 до 20,5° С.

Из формулы (10.1) получаем

$$c = \frac{Q}{m(t_2 - t_1)},$$

откуда следует, что удельная теплоемкость вещества измеряется в  $\text{дж}/(\text{кг} \cdot \text{град})$  и  $\text{кдж}/(\text{кг} \cdot \text{град})$ , или в  $\text{ккал}/(\text{г} \cdot \text{град})$  и  $\text{ккал}/(\text{кг} \cdot \text{град})$ .

Таблица удельных теплоемкостей некоторых веществ приведена в конце книги (табл. 6).

**§ 10.5. Определение удельной теплоемкости твердого тела опытным путем.** Рассмотрим наиболее простой способ определения удельной теплоемкости твердого вещества. В калориметр, состоящий из латунного стакана с такой же мешалкой  $M$ , помещенный на теплоизолирующей подставке

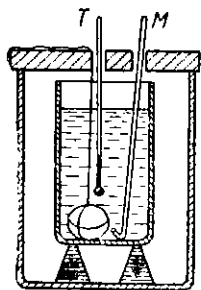


Рис. 10.1

во внешний стакан, наливают воду. Температура воды измеряется термометром  $T$  (рис. 10.1). Пусть масса воды равна  $m_1$ , масса калориметра с мешалкой  $m_2$ , удельная теплоемкость воды  $c_1$  латуни  $c_2$ , температура воды и калориметра  $t_1$ . Твердое тело массой  $m$  из вещества, удельную теплоемкость  $c$  которого нужно определить, опускают на нитке в пары кипящей воды и нагревают до температуры  $t_2$  паров, а затем быстро переносят в калориметр. Калориметр закрывают теплоизолирующей крышкой

и с помощью мешалки выравнивают температуру воды. Наивысшую температуру  $\Theta$ , которую покажет термометр, записывают.

Затем на основании закона сохранения и превращения энергии составляют *уравнение теплового баланса*: отданное телом количество теплоты  $[cm(t_2 - \Theta)]$  равно сумме количеств теплоты, полученных водой  $[c_1m_1(\Theta - t_1)]$  и калориметром с мешалкой  $[c_2m_2(\Theta - t_1)]$ :

$$cm(t_2 - \Theta) = c_1m_1(\Theta - t_1) + c_2m_2(\Theta - t_1),$$

или

$$cm(t_2 - \Theta) = (c_1m_1 + c_2m_2)(\Theta - t_1). \quad (10.2)$$

Решив это уравнение относительно  $c$  и подставив числовые значения входящих в него величин, находят удельную теплоемкость твердого вещества.

## § 10.6. Удельная теплота сгорания различных видов топлива. Коэффициент полезного действия нагревателя.

1. Источником теплоты, потребляемой в промышленности, транспорте и быту, является топливо. Существуют следующие виды топлива:

- 1) твердое топливо (уголь, торф, дрова);
- 2) жидкое топливо (в основном нефть и продукты ее переработки — бензин, керосин и др.);
- 3) газообразное топливо (природный газ, светильный газ и др.).

*Удельной теплотой сгорания (калорийностью)  $q$  топлива называется физическая величина, численно равная количеству теплоты, выделяющемуся при полном сгорании единицы массы топлива.*

Очевидно, что при сгорании массы  $m$  топлива выделяется количество теплоты  $Q$ , равное

$$Q = mq. \quad (10.3)$$

Отсюда

$$q = \frac{Q}{m}.$$

Как видно из последней формулы, удельная теплота сгорания топлива измеряется в  $\text{кдж/кг}$  или  $\text{ккал/кг}$ . В конце книги в табл. 7 приведены удельные теплоты сгорания некоторых видов топлива.

2. При расчете расхода топлива следует учитывать коэффициент полезного действия (к. п. д. или  $\eta$ ) нагревательной установки, т. е. отношение количества теплоты  $Q_n$ , затраченного на нагревание, ко всему количеству теплоты  $Q$ , полученному при сгорании топлива:

$$\eta = \frac{Q_n}{Q}.$$

К. п. д. нагревательной установки (примуса, газовой горелки, печи и т. д.) измеряется обычно в процентах.

В настоящее время все большее значение приобретает «ядерное топливо». Его не надо сжигать. В специальных ядерных реакторах, атомных и водородных бомбах происходят ядерные процессы (деление ядер урана и плутония, синтез гелия из атомов водорода и др.), в результате которых выделяются огромные количества теплоты. Например, термоядерная реакция при синтезе 1 кг гелия из атомов водорода дает  $10^{10}$  ккал, а при делении 1 кг



актино-урана (или 1,235 кг плутония) освобождается энергия, равная  $2 \cdot 10^{10}$  ккал или  $8,38 \cdot 10^{10}$  кдж.

**§ 10.7. М. В. Ломоносов о природе теплоты.** Под количеством теплоты не всегда понимали меру передаваемой от одного тела другому внутренней энергии. До половины XIX в. теплоту считали невесомой жидкостью — теплородом («флогистомом»). Если два тела, нагретые до разной температуры, соприкасались, то, согласно этим воззрениям, теплород вел себя, как жидкость в сообщающихся сосудах, и перетекал из более нагретого тела в менее нагретое до установления в них одинакового «уровня», т.е. одинаковой температуры.

Лишь некоторые ученые — английский философ Бэкон (XVI в.), Р. Бойль, Р. Гук, И. Ньютон (XVII в.) и др. — высказывали мысли о том, что теплота связана с движением частиц вещества. Основоположителем молекулярно-кинетической теории теплоты является М. В. Ломоносов, опубликовавший в 1745 г. работу «О причине теплоты и холода». Ломоносов приводил факты, подтверждавшие, что теплота возбуждается трением: например, трением согревают руки, от трения загорается дерево, искры вылетают при ударе кремней о сталь, железо накаливается при ковании частыми и сильными ударами». И дальше: «Из всего этого совершенно очевидно, что имеется достаточное основание теплоты в движении... А так как никакое движение без материи происходить не может, то необходимо, чтобы достаточное основание теплоты состояло в движении материи». Ломоносов объясняет, почему мы не видим этого движения: «Как мы не видим издали движения листьев деревьев при ветре, так в горячих телах вследствие малости частичек движущегося вещества движение скрывается от взора». Ломоносов дает представление об абсолютном нуле температуры, как об *абсолютном холоде*, при котором «дальнейшее уменьшение движения частиц уже невозможно».

Эта работа Ломоносова была признана лишь немногими видными учеными его времени — Л. Эйлером, А. Вольтой. Теория теплорода очень медленно уступала место молекулярно-кинетической теории. Однако ряд новых опытов показал, что внутренняя энергия тела может увеличиваться при совершении над ним механической работы. В 1798 г. Б. Румфорд производил сверление металличе-

кого цилиндра, опущенного в воду и через некоторое время вода закипала. В следующем году Г. Дева показал, что при трении друг о друга двух кусков льда они превращаются в воду.

**§ 10.8. Механическая работа и теплота.** В начале XIX в., когда появились первые паровые машины, возник вопрос о количественном соотношении между теплотой и работой. Это соотношение было найдено опытным путем 25-летним

Д. П. Джоулем (1843). На рис. 10.2 изображена схема установки Джоуля. Теплоизолированный калориметр содержал устройство для перемешивания жидкости: неподвижные  $A$  и подвижные  $B$  лопатки. Последние приводились во вращение двумя равномерно падающими с высоты  $h$  грузами  $P$ . Трение между слоями жидкости и лопатками вызывало нагревание жидкости, лопаток и калориметра. Температура жидкости измерялась термометром  $T$ . Таким образом, механическая работа равномерно падающих грузов ( $A = 2 Ph$ ) превращалась во внутреннюю энергию жидкости ( $\Delta U_1$ ) и калориметра с лопатками ( $\Delta U_2$ ):

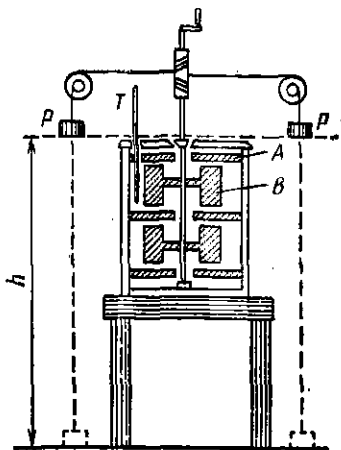


Рис. 10.2

$$2 Ph = \Delta U_1 + \Delta U_2. \quad (10.4)$$

Джоуль измерил  $2 Ph$  в единицах работы, а  $\Delta U_1 + \Delta U_2$  — в калориях. Из уравнения

$$2 Ph = (\Delta U_1 + \Delta U_2) = (cm + c_1 m_1)(t_2 - t_1), \quad (10.4')$$

где  $m$  — масса жидкости,  $c$  — ее удельная теплоемкость,  $m_1$  и  $c_1$  — соответственно масса и удельная теплоемкость калориметра с мешалками,  $t_2 - t_1$  — повышение температуры жидкости и калориметра с мешалками, Джоуль нашел, что 1 кал эквивалентна 4,19 дж (точнее 4,187 дж).

Напоминаем, что калория — внесистемная единица. При решении задач работа и количество теплоты должны выражаться в одних и тех же единицах.

Проследим за превращениями энергии в опыте Джоуля. Потенциальная энергия поднятых на высоту  $h$  грузов превратилась в кинетическую энергию вращающихся лопаток. Вращающиеся лопатки совершили работу против сил трения при перемешивании жидкости, и их кинетическая энергия превратилась в теплоту, т. е. во внутреннюю энергию жидкости, калориметра и лопаток.

Определение количественного равенства между внутренней энергией тел и превратившейся в нее механической энергией имело огромное значение для установления общего закона сохранения и превращения энергии.

**§ 10.9. Закон сохранения и превращения энергии.** Сообщение телу некоторого количества теплоты  $Q$  ведет к увеличению его внутренней энергии  $U$  на величину  $\Delta U$  и к расширению тела. Расширяясь, тело совершает работу  $A$  против внешнего давления. Так как  $Q$ ,  $\Delta U$  и  $A$  измеряются в одних и тех же единицах в любой системе единиц, то можно написать

$$Q = \Delta U + A, \quad (10.5)$$

т.е. количество теплоты, получаемое телом, идет на увеличение его внутренней энергии и работу против внешнего давления при расширении тела.

Формула (10.5) выражает закон сохранения и превращения энергии в тепловых явлениях и называется *первым законом термодинамики*. Обобщение этого закона на все явления природы называется всеобщим законом сохранения и превращения энергии: *при всех процессах, происходящих в природе, энергия не возникает и не исчезает, а лишь превращается в равных количествах из одного вида в другой*.

Открытие этого закона в середине XIX столетия связано с работами Р. Майера, Д. Джоуля и Г. Гельмгольца.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Что называют внутренней энергией тела?
2. Перечислите и опишите процессы теплопередачи.
3. Изменяется ли температура тела при увеличении потенциальной энергии системы молекул, составляющих его?
4. Какая физическая величина служит мерой механической энергии, переданной от одного тела другому?

5. Что общего между количеством теплоты и механической работой? Каково различие между ними?
6. Какие Вы знаете единицы измерения количества теплоты?
7. Дайте определение удельной теплоты сгорания топлива.
8. Что называется удельной теплоемкостью вещества и как ее определяют опытным путем?
9. Приведите доказательства, опровергающие теплородную теорию.
10. Расскажите о законе сохранения и превращения энергии применительно к тепловым явлениям.

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 10.1.** Отливка массой 45 кг была перенесена из нагревательной печи, температура которой равна 474° С, в чан, содержащий 360 кг масла при температуре 26° С. Конечная температура отливки и масла 38° С. Удельная теплоемкость масла 2,1 кдж/(кг · град). Определить удельную теплоемкость отливки, пренебрегая теплоемкостью чана и другими потерями. Из какого металла сделана отливка?

**Дано:**

$$\begin{aligned} t_1 &= 474^\circ \text{C}; \\ t_2 &= 26^\circ \text{C}; \\ \theta &= 38^\circ \text{C}; \\ m_1 &= 45 \text{ кг}; \\ m_2 &= 360 \text{ кг}; \\ c &= 2,1 \text{ кдж}/(\text{кг} \cdot \text{град}). \end{aligned}$$

**Решение**

Составим уравнение теплового баланса: количество теплоты  $m_1 c_1 \times (t_1 - \theta)$ , отданное отливкой, равно количеству теплоты  $m_2 c_2 (\theta - t_2)$ , полученному маслом:

$$m_1 c_1 (t_1 - \theta) = m_2 c_2 (\theta - t_2),$$

откуда

$$c_1 = \frac{m_2 c_2 (\theta - t_2)}{m_1 (t_1 - \theta)}.$$

Подставляем числовые данные:

$$c_1 = \frac{360 \cdot 2,1 (38 - 26)}{45 \cdot (474 - 38)} \text{ кдж}/(\text{кг} \cdot \text{град}) = 0,46 \text{ кдж}/(\text{кг} \cdot \text{град})$$

(отливка железная).

Проверим размерность

$$[c] = \frac{\text{кг} \cdot (\text{кдж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{град}^{-1}) \cdot \text{град}}{\text{кг} \cdot \text{град}} = \text{кдж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{град}^{-1}.$$

**Задача 10.2.** Алюминиевый сосуд массой 0,5 кг содержит 0,118 кг воды при температуре 20° С. Кусок железа массой 0,2 кг, нагретый до 75° С, опускают в сосуд. Определить конечную температуру.

**Дано:**

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 0,5 \text{ кг}; \\
 m_2 &= 0,118 \text{ кг}; \\
 t_1 &= 20^\circ \text{ C}; \\
 m &= 0,2 \text{ кг}; \\
 t_2 &= 75^\circ \text{ C}; \\
 c_1 &= 0,92 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{град}); \\
 c_2 &= 4,19 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{град}); \\
 c &= 0,46 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{град}).
 \end{aligned}$$

$$\theta = ?$$

**Решение**

Количество теплоты  $m_1 c_1 (\theta - t_1)$ , полученное алюминиевым сосудом, и количество теплоты  $m_2 c_2 (\theta - t_1)$ , полученное водой, в сумме равны количеству теплоты  $mc (t_2 - \theta)$ , потерянного железом:

$$(m_1 c_1 + m_2 c_2)(\theta - t_1) = mc (t_2 - \theta).$$

Решая это уравнение относительно  $\theta$ , получаем

$$\theta = \frac{mct_2 + (m_1 c_1 + m_2 c_2) t_1}{m_1 c_1 + m_2 c_2 + mc}.$$

Произведем подстановку числовых данных:

$$\theta = \frac{0,2 \cdot 0,46 \cdot 75 + (0,5 \cdot 0,92 + 0,118 \cdot 4,19) \cdot 20}{0,5 \cdot 0,92 + 0,118 \cdot 4,19 + 0,2 \cdot 0,46} \text{ C} = 25^\circ \text{ C}.$$

Проверим размерность:

$$[\theta] = \frac{[m][c][t]}{[m][c]} = [t] = \text{град}.$$

**Задача 10.3.** Сколько кубических метров светильного газа нужно сжечь, чтобы поднять температуру 150 л воды от  $10^\circ$  до  $95^\circ$  C? Теплота сгорания светильного газа  $178,1 \text{ кДж}/\text{м}^3$  и к. п. д. нагревателя  $25\%$ .

**Дано:**

$$\begin{aligned}
 V &= 150 \text{ л} = 15 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3; \\
 t_1 &= 10^\circ \text{ C}; \\
 t_2 &= 95^\circ \text{ C}; \\
 c &= 4,19 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{град}); \\
 q &= 178,1 \text{ кДж}/\text{м}^3.
 \end{aligned}$$

$$V = ?$$

**Решение**

Плотность воды  $\rho = 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$ . Масса воды  $m = \rho V$ , нагреваясь на  $(t_2 - t_1)^\circ \text{C}$ , поглощает количество теплоты  $mc (t_2 - t_1) = V\rho c (t_2 - t_1)$ . Это количество теплоты, сообщаемое воде  $25\%$  объема  $V_1$  сгоревшего газа, равно  $0,25 V_1 q$ :

$$0,25 V_1 q = V\rho c (t_2 - t_1),$$

откуда

$$V_1 = \frac{V\rho c (t_2 - t_1)}{0,25 q}.$$

Подставив числовые данные, имеем

$$V_1 = \frac{15 \cdot 10^{-2} \cdot 10^3 \cdot 4,19 \cdot (95 - 10)}{0,25 \cdot 178,1} \text{ м}^3 = 1200 \text{ м}^3.$$

Проверим размерность:

$$[V_1] = \frac{\text{м}^3 \cdot (\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}) \cdot (\text{кДж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{град}^{-1}) \cdot \text{град}}{\text{кДж} \cdot \text{м}^{-3}} = \text{м}^3.$$

**Задача 10.4.** С какой высоты упал свободно свинцовый шар, если он нагрелся при падении на  $2^\circ$  C? Удар неупругий, и на нагревание пошло  $40\%$  работы, в которую перешла кинетическая энергия шара.

**Дано:**

$$\begin{aligned}\Delta t &= 2^\circ \text{C}; \\ A &= 0,4 \text{ T}; \\ c &= 0,126 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{град}); \\ g &= 9,8 \text{ м/сек}^2.\end{aligned}$$

$$h = ?$$

**Решение**

Кинетическая энергия шара в момент падения равна его потенциальной энергии в наивысшей точке, т. е.  $mgh$ . Количество теплоты  $mc \Delta t$ , затраченное на нагревание шара, равно  $0,4 mgh$ :

$$mc \Delta t = 0,4 mgh,$$

откуда

$$h = \frac{mc \Delta t}{0,4 mg} = \frac{c \Delta t}{0,4 g}.$$

Подставляем в последнюю формулу числовые данные:

$$h = \frac{0,126 \cdot 10^3 \cdot 2}{0,4 \cdot 9,8} \text{ м} \approx 64 \text{ м}.$$

Проверим размерность:

$$[h] = \frac{\text{дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{град}^{-1} \cdot \text{град}}{\text{м} \cdot \text{сек}^{-2}} = \frac{\text{н} \cdot \text{м} \cdot \text{кг}^{-1}}{\text{м} \cdot \text{сек}^{-2}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{сек}^{-2} \cdot \text{м} \cdot \text{кг}^{-1}}{\text{м} \cdot \text{сек}^{-2}} = \text{м}.$$

**Задача 10.5.** На железную болванку массой 100 кг падает с высоты 4 м паровой молот массой 6000 кг. После 30 ударов молота болванка нагрелась на  $25^\circ \text{C}$ . Какая часть кинетической энергии молота идет на нагревание болванки?

**Дано:**

$$\begin{aligned}m_1 &= 300 \text{ кг}; \\ m_2 &= 6000 \text{ кг}; \\ h &= 4 \text{ м}; \\ n &= 30; \\ \Delta t &= 25^\circ \text{C}; \\ c_1 &= 0,46 \text{ кдж}/(\text{кг} \cdot \text{град}).\end{aligned}$$

$$x = \frac{Q}{I} = ?$$

**Решение**

Обозначим буквой  $x$  дробь, которая показывает, какая часть кинетической энергии молота в момент падения идет на нагревание болванки. Кинетическая энергия молота в момент удара о болванку равна его потенциальной энергии  $m_2gh$  на высоте  $h$ . За  $n$  ударов болванка получила количество тепла  $xm_2ghn$ , которое пошло на ее нагревание, т. е.

$$xm_2ghn = m_1c_1\Delta t,$$

откуда

$$x = \frac{m_1c_1\Delta t}{m_2ghn}.$$

Подставляем в эту формулу числовые данные:

$$x = \frac{300 \cdot 0,46 \cdot 10^3 \cdot 25}{6000 \cdot 9,8 \cdot 4 \cdot 30} \approx 0,49 = 49\%.$$

Проверим размерность:

$$\begin{aligned}[x] &= \left[ \frac{m_1c_1\Delta t}{m_2ghn} \right] = \frac{\text{кг} \cdot (\text{дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{град}^{-1}) \cdot \text{град}}{\text{кг} \cdot (\text{м} \cdot \text{сек}^{-2}) \cdot \text{м} \cdot 1} = \\ &= \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{сек}^{-2} \cdot \text{м}}{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{сек}^{-2} \cdot \text{м}} = 1.\end{aligned}$$

## ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Какое количество теплоты выделится при остывании от  $50^{\circ}$  до  $0^{\circ}\text{C}$   $0,1\text{ кг}$  керосина, в котором находится  $0,1\text{ кг}$  железа?
2. Медный калориметр массой  $300\text{ г}$  содержит  $500\text{ г}$  воды при температуре  $15^{\circ}\text{C}$ . Кусок меди массой  $560\text{ г}$ , нагретый до  $100^{\circ}\text{C}$ , опущен в калориметр, вследствие чего температура воды и калориметра поднялась до  $22,5^{\circ}\text{C}$ . Найдите: а) удельную теплоемкость меди; б) теплоемкость калориметра.
3. Сколько керосина сгорает за  $1\text{ мин}$  в примусе с к. п. д.  $40\%$ , если  $2\text{ л}$  воды нагреваются на нем от  $15^{\circ}$  до  $100^{\circ}\text{C}$  за  $10\text{ мин}$ ?
4. На сколько градусов можно нагреть  $100\text{ г}$  воды, затратив на это  $50\%$  работы, которую может совершить за счет своей кинетической энергии  $5\text{-килограммовая}$  гиря, свободно упавшая с высоты  $1000\text{ м}$ ?
5. Свинцовая пуля, летящая со скоростью  $300\text{ м/сек}$ , пробивает кусок фанеры и летит дальше со скоростью  $200\text{ м/сек}$ . На сколько градусов нагрелась пуля, если  $30\%$  затраченной ею энергии пошло на ее нагревание?
6. Автомобиль весом  $9810\text{ н}$  развил скорость  $30\text{ м/сек}$ . Какое количество теплоты выделится в тормозах при его торможении до полной остановки?

## СВОЙСТВА ГАЗОВ

**§ 11.1. Понятие идеального газа. Давление газа с точки зрения молекулярно-кинетической теории.** 1. Законы, которым подчиняются газы, сложны. Поэтому, рассматривая эти законы в первом приближении, вводят понятие *идеального газа* с достаточно простыми свойствами, а именно:

а) молекулы идеального газа исчезающе малы и их объемом можно пренебречь по сравнению с объемом сосуда, в котором находится газ;

б) между молекулами идеального газа нет сил взаимодействия;

в) молекулы идеального газа ведут себя при столкновениях, как абсолютно упругие шарики.

В дальнейшем, говоря о газах, мы будем иметь в виду идеальный газ.

2. Беспорядочно движущиеся молекулы газов сталкиваются и разлетаются в разные стороны, ударяются о стенки сосуда, в который заключен газ, и отскакивают от них, как упругие шарики. Вследствие упругости молекулы ее скорость и количество движения при отражении от стенки сосуда сохраняют свою числовую величину, изменяя лишь направление (рис. 11.1). Совокупность импульсов, получаемых стенкой от ударов молекул, и создает давление газа.

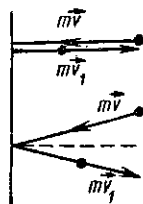


Рис. 11.1

Если объем газа уменьшить в два раза, то его плотность увеличится вдвое. Вдвое увеличится и давление газа, так как каждая молекула будет ударяться о стенки сосуда в два раза чаще.

Если газ нагреть, то его молекулы начинают двигаться быстрее, их удары о стенки станут чаще и сильнее, и давление увеличится. При охлаждении газа скорость его молекул, а вместе с нею и давление уменьшаются.

Таким образом давление, производимое газом на стенки сосуда, обусловлено совокупностью ударов хаотически движущихся молекул.

Законы, которым подчиняются газы, изложены в следующих параграфах этой главы с так называемой макроскопической точки зрения. Это означает, что газ рассмат-



ривается как одно целое: поведение его молекул не учитывается.

**§ 11.2. Тепловые процессы.** Состояние любого тела определяется совокупностью величин, характеризующих это состояние и называемых *параметрами*. Параметрами являются температура, объем, давление, плотность, внутренняя энергия, электропроводность и др. Два состояния тела исчисляются различными, если значения хотя бы одного параметра для них неодинаковы. Переход тела из одного состояния в другое называется *процессом*. Обычно название теплового процесса связывают с тем параметром, который в течение процесса остается неизменным, отмечая это приставкой «изо» (одинаковый).

Процесс, происходящий при постоянной температуре, называется *изотермическим*; процесс, происходящий при постоянном объеме, — *изохорическим*; процесс, происходящий при постоянном давлении, — *изобарическим*.

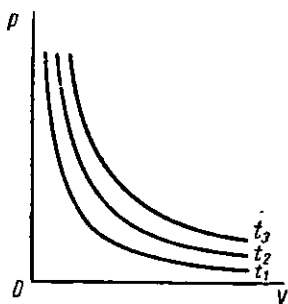


Рис. 11.2

### § 11.3. Закон Бойля — Мариотта.

1. При изотермическом процессе основными переменными и взаимозависимыми параметрами являются объем газа  $V$  и его давление  $p$ . Пусть при некоторой температуре  $t = \text{const}$  объем газа  $V = 1 \text{ м}^3$ , а его давление  $p = 1 \text{ атм}$  ( $1 \text{ атм} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ ).

Тогда произведение  $pV = 1 \text{ атм} \cdot \text{м}^3$ . Составим таблицу, сообщая объему газа определенные значения и находя из опыта соответствующие значения давления.

$V$ в $\text{м}^3$	0,25	0,5	1	2	4
$p$ в $\text{атм}$	4	2	1	0,5	0,25

Построив по этим данным точки в системе координат  $V, p$ , проведем через них кривую — *изотерму* (рис. 11.2). Чем выше температура газа ( $t_1 < t_2 < t_3$ ), тем выше рас-

полагается изотерма. Изотермы идеального газа представляют собой гиперболы.

Опытным путем (при не очень больших давлениях) был найден следующий закон: *при неизменных температуре и массе газа произведение числовых значений давления и объема газа есть величина постоянная:*

$$pV = \text{const} \left\{ \begin{array}{l} \text{при } t = \text{const}, \\ m = \text{const} \end{array} \right\}. \quad (11.1)$$

Это — закон Бойля — Мариотта, или уравнение состояния идеального газа при изотермическом процессе. Пусть начальные давление и объем соответственно равны  $p_1$  и  $V_1$ , а конечные  $p_2$  и  $V_2$ . Согласно закону Бойля — Мариотта

$$\left. \begin{array}{l} p_1 V_1 = p_2 V_2 \\ \frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1} \end{array} \right\} \quad (11.2)$$

2. При изотермическом расширении газ должен совершать работу против внешнего давления. Так как температура  $t$  газа, а следовательно, и его внутренняя энергия  $U$  остаются неизменными, то работа совершается за счет теплоты, подводимой к газу извне. При изотермическом сжатии работа совершается над газом и превращается в теплоту; для того чтобы температура и внутренняя энергия газа не изменялись, лишняя теплота отводится от газа.

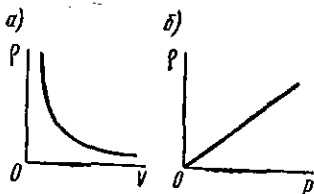


Рис. 11.3

3. При изотермическом процессе с изменением объема газа меняется его плотность  $\rho$ . Пусть плотность газа  $\rho_0 = \frac{m}{V_0}$  соответствует давлению  $p_0$ , а плотность  $\rho = \frac{m}{V}$  — давлению  $p$ . Очевидно, что

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{V_0}{V}$$

(см. рис. 11.3, а), а так как  $\frac{V_0}{V} = \frac{p}{p_0}$ , то

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{p_0} \quad (11.3)$$

(см. рис. 11.3, б), т. е. при постоянной температуре и неизменной массе газа плотность газа пропорциональна его давлению.

**§ 11.4. Давление и температура газа. Абсолютная температурная шкала.** При изохорическом процессе объем данной массы газа остается постоянным, а с изменением температуры изменяется его давление.

В первых двух строчках таблицы приведены данные изменения давления газа с изменением температуры, измеренной по шкале Цельсия, причем давление при  $0^{\circ}\text{C}$  принято равным 1 атм.

$p$ в атм	2	$3/2$	1	$1/2$	0
$t$ $^{\circ}\text{C}$	273	136,5	0	-136,5	-273
$T$ $^{\circ}\text{K}$	546	409,5	273	136,5	0

Для того чтобы найти давление идеального газа при трудно достижимой опытным путем температуре  $-273^{\circ}\text{C}$ , начертим график зависимости  $p$  от  $t$ . Как видно из

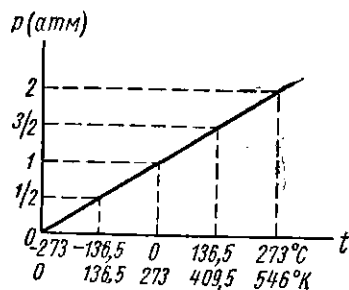


Рис. 11.4

рис. 11.4, полученная прямая пересекает ось температур в точке  $-273^{\circ}\text{C}$ . Это означает, что при температуре  $-273^{\circ}\text{C}$  давление идеального газа равно нулю. Но давление газа обусловлено ударами его молекул о стенки сосуда, в который он заключен. Если давление равно нулю при температуре  $-273^{\circ}\text{C}$ , то это означает, что при температуре  $-273^{\circ}\text{C}$  поступательное

движение молекул прекращается. Поэтому температура  $-273^{\circ}\text{C}$  названа абсолютным нулем температуры.

До 1954 г. размер градуса устанавливали на основании условия, что разность температур между точкой кипения воды и точкой таяния льда принималась равной  $100^{\circ}\text{C}$  (шкала Цельсия). В настоящее время за основу при температурных измерениях принята термодинамиче-

ская\* температурная шкала, или шкала Кельвина, в которой постоянными точками являются абсолютный нуль температуры (точка  $-273,16^{\circ}\text{C}$ ) и тройная точка воды ( $0,01^{\circ}\text{C}$ ). Тройной точкой вещества называется единственное состояние, при котором возможно равновесное существование вещества в твердой, жидкой и газообразной фазах (для воды: лед, вода, пар). Преимущество температурной шкалы Кельвина с одной воспроизводимой постоянной точкой (второй является абсолютный нуль температуры) состоит в возможности более точного воспроизведения градуса. Температура, отсчитываемая по этой шкале, называется *абсолютной температурой*  $T$  и обозначается  $T^{\circ}\text{K}$ . Для перехода от температурной шкалы Цельсия к шкале Кельвина нужно к отсчету по шкале Цельсия прибавить  $273^{\circ}$ :

$$T = t + 273^{\circ}$$

(см. третью строку табл. на стр. 234).

**§ 11.5. Закон Гей-Люссака.** Зависимость между температурой газа и его давлением при *изохорическом процессе* была изучена Ж. Гей-Люссаком, который установил следующий закон: *при неизменной массе газа и постоянном объеме с повышением температуры на  $1^{\circ}\text{C}$  давление газа увеличивается на  $\frac{1}{273}$  своего значения при  $0^{\circ}\text{C}$ .*

Дробь  $\frac{1}{273}$  называется термическим коэффициентом давления и обозначается буквой  $\beta$  ( $\beta = \frac{1}{273}$ ).

Обозначив  $p_t$  давление газа при температуре  $t$ ,  $p_0$  — давление при  $0^{\circ}$  и  $\beta p_0 t$  — увеличение давления при повышении температуры газа от  $0^{\circ}$  до  $t$ , можно выразить закон Гей-Люссака следующей формулой:

$$p_t = p_0 + \beta p_0 t,$$

или

$$p_t = p_0 (1 + \beta t) \quad (\text{при } m = \text{const}, V = \text{const}). \quad (11.4)$$

---

\* Термодинамика изучает условия превращения энергии из одного вида в другой и характеризует эти превращения энергии с количественной стороны.

Так как

$$1 + \beta t = 1 + \frac{t}{273} = \frac{273 + t}{273} = \frac{T}{273}, \text{ то}$$

$$p_t = p_0 \frac{T}{273}.$$

Отсюда, обозначив  $T_0 = 273^\circ \text{ K} = 0^\circ \text{ C}$ , получаем второе выражение для закона Гей-Люссака:

$$\frac{p_t}{p_0} = \frac{T}{T_0} \text{ (при } m = \text{const, } V = \text{const}), \quad (11.4')$$

т. е. *при неизменной массе газа и постоянном объеме давление газа пропорционально его абсолютной температуре.*

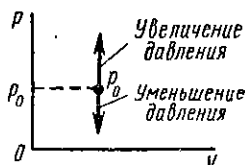


Рис. 11.5

При изохорическом процессе объем газа остается неизменным. Поэтому график зависимости давления от объема изображается прямой, параллельной оси давлений (рис. 11.5).

Количество теплоты, сообщаемое газу при изохорическом процессе, затрачивается на увеличение внутренней энергии газа.

**§ 11.6. Закон Шарля, или второй закон Гей-Люссака.** При *изобарическом процессе* давление газа постоянно. Поэтому график зависимости объема от давления представляет собой прямую, параллельную оси абсцисс (OV) (рис. 11.6).

Зависимость объема газа от его температуры была изучена Ж. Гей-Люссаком, а также Ж. Шарлем. На основании опытов был установлен следующий закон: *при неизменной массе газа и постоянном давлении объем газа с повышением температуры на  $1^\circ \text{ C}$  увеличивается на  $\frac{1}{273}$  того объема, который газ занимает при  $0^\circ \text{ C}$ .*



Рис. 11.6

Закон Шарля выражается формулой, аналогичной (11.4),

$$V_t = V_0 (1 + \beta t) \text{ (при } m = \text{const, } p = \text{const}), \quad (11.5)$$

где  $\beta$  — коэффициент объемного расширения идеального

газа. численно равный его термическому коэффициенту давления.

Формулу (11.5) можно переписать в виде

$$V_t = V_0 \frac{T}{273},$$

или

$$\frac{V_t}{V_0} = \frac{T}{T_0} \text{ (при } m = \text{const, } p = \text{const}), \quad (11.5')$$

*т.е. при неизменной массе газа и постоянном давлении объем газа прямо пропорционален абсолютной температуре.*

График зависимости объема от температуры при изобарическом процессе приведен на рис. 11.7. Объем газа

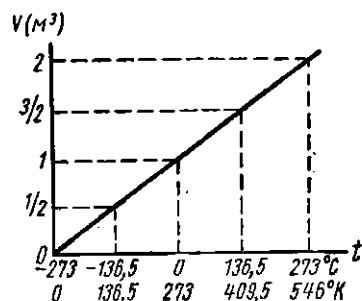


Рис. 11.7

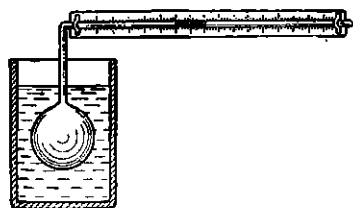


Рис. 11.8

при  $0^{\circ}\text{C}$  принят равным  $1\text{м}^3$ . Результаты опыта приведены в таблице.

$V$ в $\text{м}^3$	2	$3/2$	1	$1/2$	0
$t^{\circ}\text{C}$	273	136,5	0	-136,5	-273
$T^{\circ}\text{K}$	546	409,5	273	136,5	0

На рис. 11.8 приведена схема прибора, с помощью которого можно наблюдать расширение газа с повышением температуры при атмосферном давлении. Колба, содержащая воздух, соединена с узкой трубкой. Капля ртути в трубке запирает воздух в колбе. Слегка подогревая воду, в которую опущена колба, можно судить о расширении воздуха в колбе по перемещению ртутной капли вправо.

Количество теплоты, сообщаемое газу при изобарическом процессе, затрачивается: а) на увеличение его внутренней энергии (температура газа повышается); б) на работу против внешнего давления при расширении газа.

**§ 11.7. Объединенный закон Бойля — Мариотта — Гей-Люссака.** Если при переходе газа из одного состояния в дру-

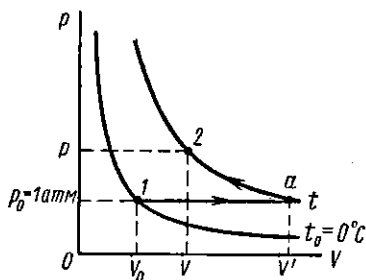


Рис. 11.9

где изменяются три параметра: температура, давление и объем, то тепловой процесс подчиняется объединенному закону Бойля — Мариотта — Гей-Люссака.

$$V' = V_0(1 + \beta t).$$

Затем при постоянной температуре  $t$  изменилось давление от  $p_0$  до  $p$ , а вместе с ним объем от  $V'$  до  $V$  (рис. 11.9, процесс  $a-2$ ). Согласно закону Бойля — Мариотта

$$\frac{V'}{V} = \frac{p}{p_0}.$$

Заменим в этой формуле  $V'$  его выражением по закону Шарля. Тогда

$$\frac{V_0 (1 + \beta t)}{V} = \frac{p}{p_0},$$

откуда

$$pV = p_0 V_0 (1 + \beta t).$$

Но  $1 + \beta t = \frac{T}{273}$ , поэтому

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0} \quad (\text{при } m = \text{const}), \quad (11.6)$$

где  $T_0 = 273^\circ \text{K} = 0^\circ \text{C}$ .

Мы выбрали состояние  $p, V, t$  произвольно. Следовательно, формула (11.6) справедлива для любого состояния

газа, т. е.

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_3 V_3}{T_3} = \dots = \frac{p_0 V_0}{T_0} = \text{const},$$

или

$$\frac{pV}{T} = \text{const} \quad (\text{при } m = \text{const}). \quad (11.6')$$

Формула (11.6) [или (11.6')], связывающая объем, давление, температуру и массу газа, называется уравнением состояния газа и выражает объединенный закон Бойля — Мариотта — Гей-Люссака: *для данной массы газа отношение произведения давления на объем к абсолютной температуре есть величина постоянная в любом состоянии.*

**§ 11.8. Понятие об адиабатическом процессе.** Во всех рассмотренных нами процессах в газах происходит обмен теплотой с окружающей средой: теплота либо подводится к газу (изотермическое и изобарическое расширение газа, изохорическое увеличение давления), либо отводится от него (изотермическое и изобарическое сжатие газа, изохорическое понижение давления).

*Адиабатический (или адиабатный) процесс происходит без обмена теплом между газом и окружающей средой, т.е. газ расширяется или сжимается, не получая теплоты извне и не отдавая ее окружающим его телам. Механическая работа расширения или сжатия газа совершается за счет изменения его внутренней энергии. При адиабатическом расширении газ совершает работу за счет внутренней энергии, вследствие чего его температура понижается. Например, в восходящем от Земли потоке воздух расширяется, вследствие чего его температура понижается. Поэтому на некоторой высоте водяные пары конденсируются и образуют облака. Работа, совершаемая внешними силами при адиабатическом сжатии газа, идет на увеличение его внутренней энергии, и газ нагревается. Например, кусочек пироксилиновой ваты, помещенный в толстостенную стеклянную трубку, воспламеняется, если быстро вдвинуть в эту трубку поршень.*

**§ 11.9. Реальные газы.** Опытное изучение изотермического процесса в различных газах показало, что при больших давлениях и плотностях и при очень высоких и доста-



точно низких температурах их поведение отклоняется от уравниения состояния идеального газа. Чем это объясняется?

Во-первых, при малых плотностях расстояния между молекулами газа велики, поэтому объемом самих молекул по сравнению с объемом, занимаемым газом, можно пренебречь. С увеличением плотности межмолекулярное пространство уменьшается, а объем молекул остается тем же. Если объем плотного газа уменьшить, например, в два раза, то межмолекулярный объем уменьшится более чем в два раза, и давление увеличится тоже более чем в два раза.

Во-вторых, увеличение плотности газа связано с уменьшением расстояния между его молекулами. При больших расстояниях между молекулами межмолекулярные силы взаимодействия исчезающе малы, но когда молекулы сближаются, между ними появляются силы взаимодействия, которые изменяют величину давления газа.

Наиболее близкими к идеальным газам являются гелий и водород. Реальные газы при малых плотностях и при не очень высоких и не слишком низких температурах подчиняются законам идеальных газов. В случае больших плотностей газов в эти законы вносятся поправки.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Какой газ называют идеальным?
2. Как объясняется давление газа с точки зрения молекулярно-кинетической теории?
3. Какой процесс называется изотермическим? Какому закону он подчиняется?
4. Начертите для изотермического процесса графики зависимости: а) давления от объема; б) объема от температуры.
5. Начертите для изотермического процесса графики зависимости: а) плотности газа от объема; б) плотности газа от давления.
6. Какому закону подчиняется изохорический процесс? Начертите для этого процесса графики зависимости: а) давления от температуры; б) давления от объема.
7. В чем состоит закон Шарля? Начертите для изобарического процесса графики зависимости: а) объема от температуры; б) объема от давления.
8. Выведите объединенный закон Бойля — Мариотта — Гей-Люссака.
9. Когда на нагревание газа затрачивается большее количество теплоты — при изобарическом или изохорическом процессе?
10. На что расходуется сообщаемая газу теплота при изотермическом процессе?

11. Чем отличается адиабатический процесс от остальных процессов, рассмотренных в этой главе?

12. Почему для реальных газов нужно вводить поправки в законы, которым подчиняется идеальный газ?

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 11.1.** Газ находится под поршнем в горизонтальном цилиндрическом сосуде. Поршень может передвигаться в цилиндре без трения. Атмосферное давление равно  $76 \text{ см рт. ст.}$ . Объем газа  $50 \text{ л.}$  С какой силой надо подействовать на поршень, чтобы объем газа уменьшился до  $10 \text{ л.}$  Площадь поршня  $10 \text{ см}^2$ . Сжатие газа изотермическое.

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} V_1 &= 50 \text{ л} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3; \\ V_2 &= 10 \text{ л} = 10^{-2} \text{ м}^3; \\ p_1 &= 76 \text{ см рт. ст.} = \\ &= 1 \text{ атм} = 1,013 \times \\ &\quad \times 10^5 \text{ н/м}^2; \\ S &= 10 \text{ см}^2 = 10^{-2} \text{ м}^2. \end{aligned}$$

$F = ?$

**Решение**

По закону Бойля — Марнотта,

$$V_1 p_1 = V_2 p_2.$$

Но  $p_2 = p_1 + \frac{F}{S}$ , поэтому

$$V_1 p_1 = V_2 \left( p_1 + \frac{F}{S} \right).$$

Решая это уравнение относительно  $F$ , получаем

$$F = p_1 \left( \frac{V_1}{V_2} - 1 \right) S.$$

Производим вычисления:

$$F = 1,013 \cdot 10^5 \left( \frac{5 \cdot 10^{-2}}{10^{-2}} - 1 \right) \cdot 10^{-2} \text{ н} = 4052 \text{ н}.$$

Проверим размерность:

$$[F] = [p][S] = \frac{\text{н}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^2 = \text{н}.$$

**Задача 11.2.** В узкой трубке, один конец которой запаян, находится столбик ртути длиной  $15 \text{ см}$ , запирающий небольшой объем воздуха. Когда трубка стоит вертикально отверстием вверх, то объем воздуха под столбиком ртути равен  $1 \text{ см}^3$ . Каким будет объем этого воздуха при горизонтальном положении трубки? Атмосферное давление равно  $750 \text{ мм рт. ст.}$

**Дано (СГС):**

$$\begin{aligned} V_1 &= 1 \text{ см}^3; \\ h &= 15 \text{ см}; \\ H &= 75 \text{ см}; \\ V_2 &= ? \end{aligned}$$

**Решение**

При вертикальном положении трубки воздух в ней испытывает давление  $p_1$ , равное сумме атмосферного давления  $pgH$  и давления столбика ртути  $pg h$ , т. е.

$$p_1 = pgH + pg h = pg(H + h).$$

При горизонтальном положении трубки столбик ртути не давит на воздух, находящийся в ней. Поэтому  $p_2 = pgH$ .

По закону Бойля — Мариотта,

$$p_1 V_1 = p_2 V_2,$$

откуда

$$V_2 = V_1 \frac{p_1}{p_2}.$$

Заменив  $p_1$  и  $p_2$  найденными для них выражениями, получим

$$V_2 = V_1 \frac{\rho g (H + h)}{\rho g H},$$

или

$$V_2 = V_1 \frac{H + h}{H}.$$

Подставив числовые данные, вычислим результат:

$$V_2 = 1 \cdot \frac{75 + 15}{75} \text{ см}^3 = 1,2 \text{ см}^3.$$

Давление можно выразить в любых одинаковых внесистемных единицах, так как в конечную формулу входит отношение давлений.

**Задача 11.3.** Баллон, содержащий газ под давлением 28 атм, находится на складе при температуре 7°C. Израсходовав половину газа, баллон внесли в помещение. Какова была температура в помещении, если давление газа в баллоне через некоторое время стало равным 15 атм?

**Дано:**

$$p_1 = 28 \text{ атм};$$

$$T_1 = 280^\circ\text{K};$$

$$m_2 = m_1/2;$$

$$p_2 = 15 \text{ атм}.$$

$$t_2 = ?$$

**Решение**

Когда при неизменной температуре израсходовали половину массы газа, его плотность уменьшилась вдвое. Следовательно, и его давление уменьшилось в два раза:

$$\frac{p'_1}{p_1} = \frac{1}{2}; \quad p'_1 = \frac{p_1}{2}.$$

Затем газ нагревался при неизменных массе и объеме, т. е. изохорически, от температуры  $T_1$  до  $T_2$ . Согласно закону Гей-Люссака:

$$\left. \begin{aligned} p'_1 &= p_0 \frac{T_1}{T_0}, \\ p_2 &= p_0 \frac{T_2}{T_0}, \end{aligned} \right\} \quad \text{откуда} \quad \frac{p'_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Так как  $p'_1 = \frac{p_1}{2}$ , то

$$T_2 = \frac{2p_2}{p_1} T_1.$$

Подставив в эту формулу числовые данные и произведя вычисления, получим

$$T_2 = \frac{2 \cdot 15}{28} \cdot 280^\circ\text{K} = 300^\circ\text{K}; \quad t_2 = 300 - 273 = 27^\circ\text{C}.$$

**Задача 11.4.** Начертите график зависимости плотности газа от температуры при изобарическом процессе для неизменной массы газа.

### Решение

При изобарическом процессе газ подчиняется закону Гей-Люссака

$$V = V_0 \frac{T}{T_0}, \text{ или } \frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0},$$

где  $T_0 = 0^\circ\text{K} = 273^\circ\text{C}$ , т. е. во сколько раз повысится абсолютная температура газа, во столько же раз увеличится его объем.

Умножим числитель и знаменатель первой дроби на  $m$  (массу газа):

$$\frac{mV}{mV_0} = \frac{m/V_0}{m/V} = \frac{T}{T_0}, \text{ или } \frac{\rho_0}{\rho} = \frac{T}{T_0},$$

т. е. при изобарическом процессе плотность газа изменяется обратно пропорционально абсолютной температуре. График зависимости плотности газа от абсолютной температуры изобразится в виде гиперболы (рис. 11.10), как и всякая обратно пропорциональная зависимость.

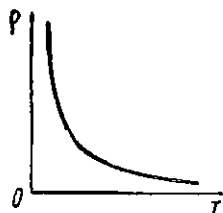


Рис. 11.10

**Задача 11.5.** Газ находится в цилиндрическом сосуде под невесомым поршнем, занимая объем  $V$  при температуре  $T$  и давлении  $p$ . Его нагревают изобарически до температуры  $T_1$ . а) Какую работу совершит газ расширяясь? б) Изобразите этот процесс графически и покажите, как определить работу расширения газа, пользуясь графиком. Поршень движется без трения.

### Решение

а) Давление газа под невесомым поршнем равно  $p$ , следовательно, цилиндр с газом окружен воздухом, давление которого тоже равно  $p$ . Пусть поршень вначале находился на высоте  $h$  от дна цилиндра. Расширяясь при нагревании, газ поднимает поршень на высоту  $\Delta h$ , совершая против внешнего давления работу, равную

$$A = pS \Delta h,$$

где  $S$  — площадь сечения поршня, а  $pS$  — сила давления газа на поршень. Но  $S \Delta h = \Delta V$ , поэтому, обозначив объем расширившегося газа  $V_1$ , получаем

$$A = p \Delta V = p(V_1 - V).$$

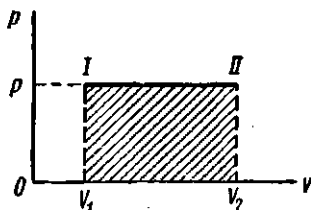


Рис. 11.11

б) Проведем изобару, отметим на ней точки, соответствующие состояниям  $I(V, p, T)$  и  $II(V_1, p, T_1)$ , и начертим ординаты этих точек (рис. 11.11). Очевидно, заштрихованная площадь, заключенная между изобарой, осью абсцисс и ординатами точек  $I$  и  $II$ , численно равна работе, совершенной при расширении газа.

**Задача 11.6.** На рис. 11.12 даны две изотермы для одной и той же массы газа при температурах  $T_1$  и  $T_2$ . Какая из этих температур выше? Какой процесс позволит газу перейти из состояния 1 в состояние 2? Из состояния 2 в состояние 3?

### Решение

а)  $T_2 > T_1$ ; б) процесс 1-2 — изобарическое сжатие газа с понижением его температуры; излишняя теплота отводится от газа; в) процесс 2-3 — изохорическое увеличение давления с повышением температуры газа; газу сообщается некоторое количество теплоты.

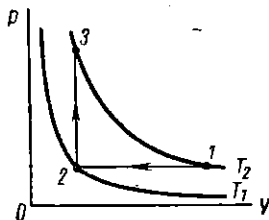


Рис. 11.12

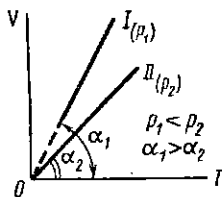


Рис. 11.13

**Задача 11.7.** При каком постоянном давлении, большем или меньшем, объем одной и той же массы газа будет возрастать быстрее с повышением температуры? Покажите это на графике зависимости  $V$  от  $T$ .

### Решение

Согласно объединенному закону Бойля—Мариотта — Гей-Люссака  $\frac{pV}{T} = \text{const}$ . Отсюда

$$\frac{V}{T} = \frac{\text{const}}{p}.$$

Но, как видно из рис. 11.13,

$$\frac{V}{T} = \text{tg } \alpha,$$

где  $\alpha$  — угол наклона прямой к оси абсцисс. Следовательно,

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{const}}{p}.$$

Чем меньше давление  $p$ , тем больше угол  $\alpha$ , тем быстрее возрастает объем газа с повышением температуры. На рис. 11.13  $\alpha_1 > \alpha_2$ .

**Задача 11.8.** Теплонепроницаемый поршень делит горизонтально расположенный цилиндрический сосуд на две равные части, в которых находятся одинаковые массы газа при температуре  $17^\circ\text{C}$  и давлении  $2 \text{ атм}$ . Длина каждой части цилиндра до поршня  $30 \text{ см}$ . а) На сколько градусов нагрели одну из половин цилиндра, если поршень переместился на  $2 \text{ см}$ ? б) Чему равно конечное давление газа?

**Дано:**

$$T_1 = 290^\circ \text{ K};$$

$$p_1 = 2 \text{ атм};$$

$$l = 30 \text{ см};$$

$$\Delta l = 2 \text{ см}.$$

$$\frac{T_2 - T_1 = ?}{p_2 = ?}$$

**Решение**

а) После нагревания одной из половин цилиндра поршень установился в положении равновесия. Следовательно, давление  $p_2$  в обеих частях цилиндра одинаково. Увеличившийся объем нагретой части цилиндра равен

$$V_1 = lS + \Delta l S = (l + \Delta l) S,$$

где  $S$  — площадь поперечного сечения цилиндра; температура газа в этом объеме равна  $T_2$ . Уменьшившийся объем второй части цилиндра равен

$$V_2 = (l - \Delta l) S,$$

а температура газа в ней осталась равной  $T_1$ . Так как массы газа в обеих частях цилиндра одинаковы, можно применить к ним объединенный закон Бойля—Мариотта—Гей-Люссака

$$\frac{p_2 V_1}{T_2} = \frac{p_2 V_2}{T_1}.$$

Заменив  $V_1$  и  $V_2$  соответствующими выражениями и сократив обе части уравнения на  $p_2$ , получим

$$\frac{(l + \Delta l) S}{T_2} = \frac{(l - \Delta l) S}{T_1},$$

или

$$\frac{l + \Delta l}{T_2} = \frac{l - \Delta l}{T_1},$$

откуда

$$T_2 = \frac{l + \Delta l}{l - \Delta l} T_1.$$

Находим повышение температуры в нагретой части цилиндра

$$T_2 - T_1 = \frac{l + \Delta l}{l - \Delta l} T_1 - T_1 = \left( \frac{l + \Delta l}{l - \Delta l} - 1 \right) T_1,$$

или

$$T_2 - T_1 = \frac{2\Delta l}{l - \Delta l} T_1.$$

Подставим числовые данные

$$T_2 - T_1 = \frac{2 \cdot 2}{30 - 2} \cdot 290^\circ \text{ K} \approx 41^\circ \text{ K}.$$

б) Применим объединенный закон Бойля—Мариотта—Гей-Люссака к начальному состоянию ( $p_1$ ,  $V_1$ ,  $T_1$ ) газа в той части трубки, которая нагревалась, и к его конечному состоянию ( $p_2$ ,  $V_1$ ,  $T_2$ ):

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_1}{T_2}.$$

Так как  $V_1 = lS$  и  $V_2 = (l + \Delta l) S$ , то

$$p_2 = \frac{p_1 V_1}{T_1} \frac{T_2}{V_1} = \frac{p_1 l}{T_1} \frac{T_2}{l + \Delta l}.$$

Подставив числовые данные, находим

$$p_a = \frac{2 \cdot 30 \cdot (290 + 41)}{290 \cdot 32} \text{ атм} = 2,14 \text{ атм}.$$

**Задача 11.9.** Рассчитайте величину постоянной в объединенном законе Бойля—Мариотта—Гей-Люссака: а) в единицах СИ для 1 кмоль газа; б) в л·атм/(моль·град) для моля газа.

### Решение

Постоянная, которую нужно рассчитать, равна

$$\frac{p_0 V_0}{T_0}.$$

а) При вычислениях в СИ обычно рассчитывают постоянную  $\frac{p_0 V_0}{T_0}$  для 1 кмоль (киломоля) газа:

$p_0 = 1 \text{ атм} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2$ ;  $T_0 = 273^\circ \text{ К}$ ; объем  $V_0$  1 г·моля любого газа при нормальных условиях равен 22,4 л  $= 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ , а объем 1 кмоль равен 22,4 м<sup>3</sup>. Поэтому

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{1,013 \cdot 10^5 \cdot 22,4}{273} \frac{\text{н} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{м}^3}{\text{кмоль} \cdot \text{град}} = 8,31 \text{ кДж/(кмоль} \cdot \text{град)}.$$

б) Приняв массу газа равной одному молю, давление 1 атм, объем 22,4 л,  $T_0 = 273^\circ \text{ К}$ , получаем следующее значение постоянной:

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{1 \cdot 22,4}{273} \frac{\text{л} \cdot \text{атм}}{\text{моль} \cdot \text{град}} = 0,082 \text{ л} \cdot \text{атм/(моль} \cdot \text{град)}.$$

**Задача 11.10.** Бомба объемом 2 м<sup>3</sup> содержит 4 кг кислорода под давлением 2,4 атм. Определить температуру кислорода.

### Дано:

$$V = 2 \text{ м}^3 = 2 \cdot 10^3 \text{ л};$$

$$m = 4 \text{ кг} = 4 \cdot 10^3 \text{ г};$$

$$\mu = 32 \text{ г/моль};$$

$$p = 2,4 \text{ атм};$$

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = 0,082 \text{ л} \cdot \text{атм/(моль} \cdot \text{град)}.$$

$$T = ?$$

### Решение

Воспользуемся уравнением состояния газа, но сначала найдем объем  $V_0$  4 кг кислорода при нормальных условиях. В массе  $m$  газа содержится  $\frac{m}{\mu}$  молей, поэтому масса  $m$  газа будет

занимать при нормальных условиях объем

$$V_0 = V_0' \frac{m}{\mu},$$

где  $V_0'$  — объем одного моля газа при нормальных условиях. Учтем это, записывая уравнение состояния газа:

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0'}{T_0} \frac{m}{\mu},$$

откуда

$$T = \frac{pV\mu}{m} \frac{T_0}{p_0 V_0'}.$$

Подставим числовые данные, выразив объем в л, давление — в атм:

$$T = \frac{2,4 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 32}{4 \cdot 10^3} \cdot \frac{1}{0,082} \cdot K \approx 468^\circ K.$$

Проверим размерность:

$$T = \frac{[p][V][\mu][T_0]}{[m][p_0][V_0]} = \frac{[V][\mu][T]}{[m][V_0]} = \frac{\text{л} \cdot \text{г} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{град}}{\text{г} \cdot \text{л} \cdot \text{моль}^{-1}} = \text{град}.$$

**Задача 11.11.** Баллон емкостью 5000 л наполняют кислородом при температуре  $17^\circ \text{C}$  и давлении 76 см рт. ст. в течение 0,5 ч. Предполагая, что наполнение происходит равномерно, определить, какая масса кислорода переходит ежесекундно в баллон.

**Дано (СГС):**

$$\begin{aligned} V &= 5000 \text{ л} = 5 \cdot 10^3 \text{ см}^3; \\ t &= 24^\circ \text{C}, T = 297^\circ \text{K}; \\ t_0 &= 0^\circ \text{C}, T_0 = 273^\circ \text{K}; \\ p &= 765 \text{ мм рт. ст.}; \\ p_0 &= 760 \text{ мм рт. ст.}; \\ \tau &= 0,5 \text{ ч} = 1800 \text{ сек}; \\ \rho_0 &= 1,43 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^3. \end{aligned}$$

$$\Delta m = \frac{m}{\tau} = ?$$

**Решение**

Вся масса  $m$  кислорода, наполнившего баллон за время  $\tau$ , равна

$$m = \Delta m = \Delta V \rho,$$

где  $\Delta V$  — объем кислорода, переходящий в баллон за 1 сек, а  $\rho$  — плотность кислорода. Весь объем кислорода  $V = \tau \Delta V$ . Поэтому

$$m = \rho \tau \Delta V = V \rho.$$

Найдем плотность  $\rho$  кислорода, занимающего при давлении  $p$  и температуре  $T$  объем  $V$ . Для этого воспользуемся уравнением состояния

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0}.$$

Выразим объем через массу газа и его плотность:  $V = \frac{m}{\rho}$ ,  $V_0 =$

$$= \frac{m}{\rho_0}. \text{ Тогда}$$

$$\frac{\rho m}{T} = \frac{\rho_0 m}{T_0 \rho_0},$$

откуда

$$\rho = \frac{p T_0}{p_0 T} \rho_0.$$

За 1 сек в баллон переходит масса газа

$$\Delta m = \frac{m}{\tau} = \frac{V \rho}{\tau},$$

или

$$\Delta m = \frac{V p T_0 \rho_0}{\rho_0 T \tau}.$$



Давление стоит в числителе и знаменателе дроби, поэтому его можно выразить в любых одинаковых единицах измерения. Остальные данные подставляем в системе единиц СГС:

$$\Delta m = \frac{5 \cdot 10^6 \cdot 765 \cdot 273 \cdot 143 \cdot 10^{-5}}{760 \cdot 297 \cdot 1800} \text{ г/сек} = 3,7 \text{ г/сек.}$$

Проверим размерность:

$$[\Delta m] = \frac{[m]}{[\tau]} = \frac{\text{см}^3 \cdot [p] \cdot \text{град} \cdot \text{г} \cdot \text{см}^{-3}}{[p] \cdot \text{град} \cdot \text{сек}} = \text{г/сек.}$$

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Начертите для изотермического процесса графики зависимости: а) объема от температуры; б) давления от температуры.

2. Два баллона, соединенные трубкой с краном, наполнены воздухом. Емкость первого баллона 4 л, давление воздуха в нем 760 мм рт. ст.; емкость второго 2 л. После того как открыли кран, в баллонах установилось одинаковое давление, равное 600 мм рт. ст. Каким было давление во втором баллоне? Температура постоянная.

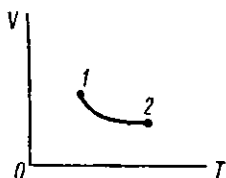


Рис. 11.14

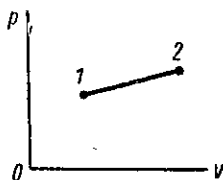


Рис. 11.15

3. Воздух, объем которого при давлении 1 атм составлял 10 л, изотермически сжат до объема 2 л. а) Изобразите этот процесс графически, вычислив координаты нескольких точек кривой. б) Подсчитайте приблизительно, пользуясь графиком, работу, совершенную над газом при его сжатии.

4. Сосуд, снабженный краном, содержит кислород при 300° К и атмосферном давлении. Система нагрета до 400° К при открытом кране. Затем кран закрыли, и сосуд охладили до первоначальной температуры. а) Каково конечное давление в сосуде? б) Какое количество кислорода находится в сосуде?

5. Воздушный пузырь поднимается со дна озера, где давление равно 3,3 атм, на его поверхность, где давление равно 1 атм. Температура на дне озера 7° С, на поверхности воды 27° С. Найдите соотношение объемов пузыря на поверхности воды и на дне озера.

6. В приборе, изображенном на рис. 11.8, капля ртути стоит у 16-го деления, когда температура в колбе равна 17° С. У какого деления установится капля, если температура воздуха в колбе поднялась до 37° С? Емкость колбы 155 см³, а объем канала между двумя соседними делениями 0,25 см³.

7. Плотность воздуха при нормальных условиях ( $p = 76 \text{ см рт. ст.}$ ,  $T = 273^\circ \text{ К}$ ) равна  $1,293 \text{ кг/м}^3$ . Определить плотность воздуха при температуре  $87^\circ \text{ С}$  и давлении  $60 \text{ см рт. ст.}$

8. На рис. 11.14 дана кривая зависимости объема газа от температуры. Определить характер изменения давления, под которым находился газ во время нагревания.

9. В каком сосуде, большом или малом, давление одной и той же массы газа будет возрастать быстрее с повышением температуры? Покажите это на графике зависимости  $p$  от  $T$ .

10. При нагревании газ расширялся. Результат опыта был графически изображен на рис. 11.15. Соответствует ли график расширению газа при нагревании? Приведите доказательство.

11. Баллон содержит  $50 \text{ л}$  газа при температуре  $23^\circ \text{ С}$  и давлении  $30 \text{ атм.}$  Привести объем газа к нормальным условиям (определить объем при  $0^\circ \text{ С}$  и давлении  $1 \text{ атм.}$ ).

12. Определить давление кислорода, находящегося в сосуде емкостью  $30 \text{ л}$  при температуре  $27^\circ \text{ С}$ . Масса кислорода  $5 \text{ кг}$ .

## Изменение агрегатного состояния тел

**§ 12.1 Плавление тел.** При нагревании твердого тела его температура повышается. Когда она достигает так называемой *точки плавления* (температуры плавления), твердое тело начинает превращаться в жидкость. В течение всего времени плавления, несмотря на приток теплоты к телу, его температура остается неизменной и равной температуре плавления (рис. 12.1). Лишь когда все тело расплавится, температура жидкости, в которую оно превратилось, будет снова повышаться.

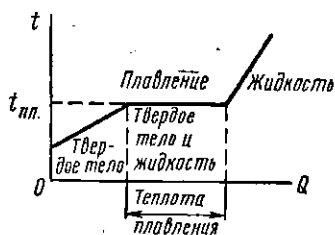


Рис. 12.1

Теплота, сообщаемая твердому телу во время плавления, идет на увеличение его внутренней энергии. Внутренняя энергия тела состоит из кинетической и потенциальной энергий всех составляющих его молекул. Так как температура тела во время плавления

остается постоянной, то средняя кинетическая энергия его молекул не изменяется. Но при превращении твердого тела в жидкость разрушается кристаллическая решетка, т. е. увеличивается потенциальная энергия системы молекул, составляющих тело.

Количество теплоты, затрачиваемое на разрушение кристаллической решетки твердого тела, называется его *теплотой плавления*. Для характеристики вещества вводят *удельную теплоту плавления*.

*Удельной теплотой плавления  $\lambda$  вещества называется количество теплоты, необходимое для превращения единицы массы этого вещества из твердого состояния в жидкое при неизменных температуре и давлении:*

$$\lambda = \frac{Q}{m}, \quad (12.1)$$

где  $Q$  — количество теплоты,  $m$  — масса вещества.

Удельная теплота плавления измеряется в  $\text{дж/кг}$  (СИ),  $\text{эрг/г}$  (СГС), а также в  $\text{ккал/кг}$  и  $\text{ккал/г}$  (внесистемные единицы). В табл. 8 в конце книги приводятся удельные теплоты плавления и температуры плавления некоторых веществ при нормальном атмосферном давлении.

Во время кристаллизации излишек внутренней энергии (т. е. потенциальной энергии системы частиц тела при упорядочении их взаимного расположения) выделяется в виде *теплоты кристаллизации*. Удельная теплота кристаллизации вещества равна его удельной теплоте плавления.

Чистые (без примесей) жидкости можно охладить до температуры, более низкой, чем температура кристаллизации. Состояние *переохлажденной жидкости* неустойчивое. Если ее встряхнуть или ввести в нее небольшой кристаллик того же вещества или просто твердую частицу, то в переохлажденной жидкости начинается кристаллизация.

Аморфные твердые тела (например, смола, стекло) не имеют определенной температуры плавления. При нагревании они постепенно размягчаются и постепенно затвердевают при охлаждении. Поэтому аморфные твердые тела можно считать сгустившимися жидкостями.

**§ 12.2 Определение удельной теплоты плавления опытным путем.** Экспериментальное определение удельной теплоты плавления тугоплавких веществ затруднительно, легкоплавких — проще. Рассмотрим способ определения теплоты плавления льда.

В калориметр с мешалкой, общая масса которых  $m_1$ , а удельная теплоемкость  $c_1$ , наливают некоторое количество воды массой  $m_2$ . Температура воды и калориметра  $t_1$ . В воду опускают тающий лед, масса которого  $m$ , а температура  $0^\circ\text{C}$ . Помешивая воду, ждут, чтобы весь лед растаял, и измеряют наиболее низкую температуру воды. На основании закона сохранения и превращения энергии составляют уравнение теплового баланса: количество теплоты, затраченное на плавление льда ( $m\lambda$ ), и количество теплоты, затраченное на нагревание воды, получившейся из льда, от  $0^\circ$  до  $\Theta$  [ $cm(\Theta - 0)$ ], равны в сумме тому количеству теплоты, которое было отнято у калориметра с мешалкой и налитой в калориметр воды при их остывании от  $t_1$  до  $\Theta$  [ $(c_1m_1 + c_2m_2)(t_1 - \Theta)$ ], т. е.

$$m\lambda + cm(\Theta - 0) = (c_1m_1 + c_2m_2)(t_1 - \Theta). \quad (12.2)$$

Удельная теплоемкость воды  $c = 4,19 \text{ кдж}/(\text{кг} \cdot \text{град}) = 1 \text{ ккал}/(\text{кг} \cdot \text{град})$ . Решая это уравнение относительно

$\lambda$ , получают

$$\lambda = \frac{(c_1 m_1 + c_2 m_2)(t - \theta) - c m \theta}{m}.$$

Удельная теплота плавления льда равна 335 кДж/кг или 80 ккал/кг, или 80 кал/г.

### § 12.3. Зависимость температуры плавления от давления.

Объем большинства тел увеличивается при переходе из твердого состояния в жидкое, а плотность их при этом уменьшается. Сжатие таких тел мешает их плавлению и помогает их затвердеванию. Следовательно, *если плавление вещества сопровождается увеличением его объема, то при возрастании внешнего давления его температура плавления повышается.*

Некоторые вещества (вода, чугун, висмут) в твердом состоянии имеют больший объем, т. е. меньшую плотность, чем в жидком. Сжатие мешает их затвердеванию и помогает плавлению. Следовательно, *если плавление вещества сопровождается уменьшением его объема, то при возрастании внешнего давления его температура плавления понижается.* Например, увеличение давления примерно на  $10^7$  н/м<sup>2</sup> ( $\approx 100$  кг/см<sup>2</sup>) понижает температуру плавления льда на  $1^\circ\text{C}$ .

✓ § 12.4. Парообразование и конденсация. 1. Средняя кинетическая энергия молекул жидкости зависит от температуры жидкости: она тем больше, чем выше температура. Пусть какая-либо молекула верхнего слоя жидкости вследствие столкновений с другими молекулами приобретает кинетическую энергию, большую, чем средняя кинетическая энергия всех молекул жидкости. Эта молекула может преодолеть силы молекулярного сцепления и вылететь из жидкости. Молекулы, вылетевшие из жидкости, составляют пар этой жидкости.

*Парообразование, происходящее при любых температурах с открытой поверхности жидкости, называется испарением.*

Молекула пара после столкновений с другими молекулами может снова вернуться в жидкость. Если число молекул, вылетающих из жидкости за 1 сек, больше числа молекул, возвращающихся в нее за это же время, то жидкость *испаряется*. Если же за 1 сек в жидкость

возвращается больше молекул, чем вылетает из нее, то происходит *конденсация пара*.

Опытным путем было установлено, что скорость испарения тем больше, чем выше температура вещества, чем больше поверхность, с которой происходит испарение, чем быстрее удаляются образовавшиеся над этой поверхностью пары и чем меньше внешнее давление на нее.

Количество теплоты, необходимое для превращения данной массы жидкости в пар, называется *теплотой парообразования* этой массы жидкости.

*Удельной теплотой парообразования  $r$  вещества называется количество теплоты, необходимое для превращения единицы массы этого вещества из жидкого состояния в парообразное при неизменных температуре и давлении:*

$$r = \frac{Q}{m}. \quad (12.3)$$

Удельная теплота парообразования тем меньше, чем выше температура вещества. На рис. 12.2 показана зависимость удельных теплот парообразования эфира и воды от температуры.

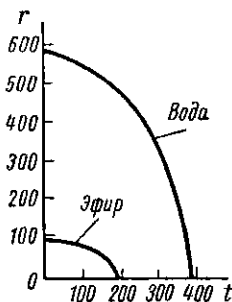


Рис. 12.2

Во время испарения из жидкости вылетают молекулы с наибольшей кинетической энергией, что влечет за собой уменьшение средней кинетической энергии остальных молекул жидкости. Поэтому *при испарении температура жидкости понижается*. Этим часто пользуются в технике и в быту, например ящик электрического холодильника охлаждается вследствие того, что жидкость, испаряющаяся в испарителе холодильника, поглощает теплоту из окружающей ее среды; в жарких странах сохраняют воду прохладной в пористых сосудах и т. д.

Во время конденсации пара выделяется такое же количество теплоты, какое было поглощено при его образовании из жидкости.

2. Твердые тела также испаряются, но с различной быстротой. Испарение твердого тела называется *сублимацией*. Снег и лед сублимируют зимой, постепенно превращаясь в пар. Поэтому замерзшее белье сохнет на морозе. О сублимации многих твердых тел можно судить по за-

паху, который ощущается, когда частицы испарившегося вещества вместе с воздухом вдыхаются через нос. Общеизвестны запахи твердого нафталина, кофе, чая, а также железа, меди и т. д. Конденсируясь при достаточно низких температурах, пары могут превращаться в твердое вещество. Например, пары воды зимой превращаются в снежинки, в иней, в морозные узоры на окнах; пары вольфрама, из которого сделана нить электрической лампы, оседают на стенках стеклянной колбы и вызывают их потемнение.

**§ 12.5. Насыщенные и ненасыщенные пары.** Нальем в две одинаковые стеклянные банки равные количества воды

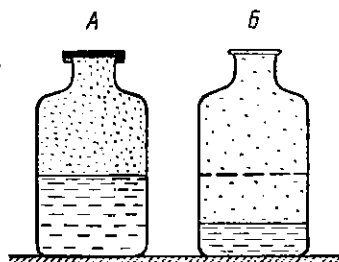


Рис. 12.3

или какой-либо другой жидкости. Банку *А* плотно закроем крышкой, а банку *Б* оставим открытой. С течением времени уровень жидкости в банке *Б* будет постепенно понижаться, а в банке *А* останется неизменным (рис. 12.3). Чем это объясняется?

В банке *А* молекулы пара, достигая крышки, отталкиваются от нее и, претерпев ряд столкновений с другими молекулами, возвращаются в жидкость. Сколько молекул вылетает за 1 сек из жидкости, столько же и возвращается в нее за это время. Наступает так называемое *динамическое равновесие* между жидкостью и паром.

*Пар, находящийся в динамическом равновесии со своей жидкостью, называется насыщенным паром.* При неизменной температуре плотность насыщенных паров над жидкостью остается постоянной.

Банка *Б* открыта, и молекулы пара вылетают из нее, рассеиваясь в воздухе. На их место из жидкости вырываются новые молекулы. Число молекул пара, возвращающихся в жидкость за 1 сек, меньше, чем число вылетающих из нее за то же время. Поэтому плотность пара в банке *Б* меньше, чем в банке *А*.

*Пар, плотность которого меньше плотности насыщенного пара при той же температуре, называется ненасыщенным.*

**§. 12.6. Зависимость давления паров от их объема и температуры.** 1. Рассмотрим, как влияет на давление насыщенного пара изотермическое изменение его объема. Опустим в цилиндрический сосуд с ртутью длинную трубку, один конец которой закрыт и которая также наполнена ртутью. Часть ртути выльется из трубки, а в свободном конце трубки образуется вакуум\*. Введем с помощью изогнутой пипетки столько эфира в трубку, чтобы после его испарения над ртутью осталось немного жидкого эфира (рис. 12.4, а). Над жидким эфиром находится его насыщенный пар. Отметим давление  $p$  этого пара, равное разности между атмосферным давлением  $H$ , действующим на открытую поверхность ртути в сосуде, и давлением ртутного столбика высотой  $h$  в трубке:

$$p = \rho g H - \rho g h,$$

где  $\rho$  — плотность ртути,  $g$  — ускорение силы тяжести.

Для того чтобы увеличить объем, занимаемый паром эфира, поднимем немного стеклянную трубку (рис. 12.4, б). Сначала плотность пара уменьшится. Но вскоре новая часть эфира испарится, между паром и жидкостью установится динамическое равновесие. Давление насыщенного пара станет прежним, что покажет высота ртутного столба в трубке. Уменьшим объем насыщенного пара, опустив трубку (рис. 12.4, в). Часть насыщенного пара превратится в жидкий эфир, а его давление останется неизменным. Таким образом, *давление насыщенного пара над его жидкостью не зависит от объема пара и при неизменной температуре постоянно.*

Если мы станем нагревать насыщенный пар эфира при постоянном объеме, то средняя кинетическая энергия его молекул будет увеличиваться, а вместе с ней будет

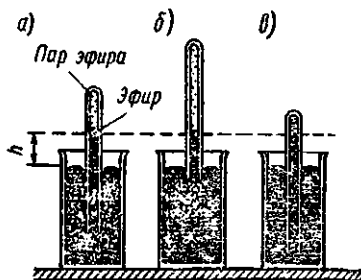


Рис. 12.4

\* Вакуум — такое состояние разреженного газа, когда путь, проходимый каждой его молекулой без соударения с другими молекулами («длина свободного пробега» молекулы) соизмерим с линейными размерами сосуда, в котором газ находится.



расти давление пара. Кроме того, повышение температуры вызывает более интенсивное испарение жидкости и увеличение числа молекул насыщенного пара, что также способствует возрастанию его давления. Следовательно,

*при повышении температуры давление насыщенных паров увеличивается.*

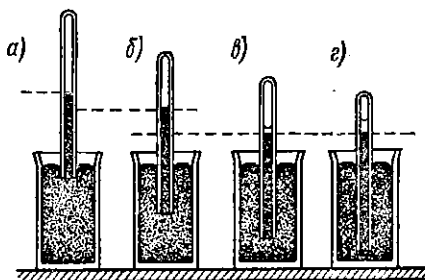


Рис. 12.5

его объема не вызовет изменения давления, но часть пара превратится в жидкость (рис. 12.5, в и г). Таким образом, наибольшим давлением при данной температуре обладает насыщенный пар.

Ненасыщенный пар подчиняется газовым законам тем точнее, чем меньше его плотность, т. е. чем он дальше от состояния насыщения.

**§ 12. 7. Кипение. Определение удельной теплоты парообразования воды опытным путем.** Будем нагревать воду в колбе и следить за ее температурой. Температура воды



Рис. 12.6

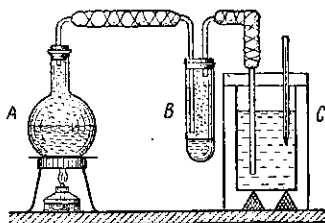


Рис. 12.7

постепенно поднимается до  $100^{\circ}\text{C}$ , вода закипает — и повышение температуры прекращается. Несмотря на то, что к воде все время подводится теплота, ее температура не изменится, пока вся вода не превратится в пар (рис. 12.6).

Теплота, подводимая к жидкости во время кипения, затрачивается на парообразование, т. е. на отрыв молекул от общей массы жидкости, на работу против сил взаимодействия между молекулами. Это теплота парообразования данной массы жидкости (см. § 12.4).

Теплота парообразования выделяется при конденсации пара.

Найдем удельную теплоту парообразования воды, воспользовавшись калориметрическим методом (рис. 12.7). Пар поступает из колбы *A* через сухопарник *B* в калориметр *C*, где конденсируется и нагревает воду. Сухопарник служит для задерживания мелких капель воды, несущихся вместе с паром.

Введем обозначения:  $m_1$  — масса воды в калориметре,  $m_2$  — масса калориметра,  $c_2$  — удельная теплоемкость вещества, из которого он сделан,  $t_1$  — начальная температура воды и калориметра,  $m$  — масса конденсированного пара,  $r$  — удельная теплота парообразования,  $t_2$  — температура пара,  $c$  — его удельная теплоемкость,  $\Theta$  — окончательная температура воды. Составим уравнение теплового баланса: количество теплоты, отданное паром при его конденсации и охлаждении от температуры  $t_2$  до  $\Theta$ :

$$mr + cm(t_2 - \Theta),$$

равно количеству теплоты, полученному калориметром и водой в нем при нагревании от  $t_1$  до  $\Theta$ :

$$(c_1m_1 + c_2m_2)(\Theta - t_1);$$

т. е.

$$mr + cm(t_2 - \Theta) = (c_1m_1 + c_2m_2)(\Theta - t_1). \quad (12.4)$$

Отсюда находим

$$r = \frac{1}{m} (c_1m_1 + c_2m_2)(\Theta - t_1) - c(t_2 - \Theta).$$

В табл. 9 в конце книги приведены температуры кипения и удельные теплоты парообразования некоторых веществ при нормальном атмосферном давлении.

Удельная теплота испарения при нормальных условиях ( $0^\circ\text{C}$ , 1 атм) воды равна 2490 кДж/кг (596 ккал/кг), льда — 2810 кДж/кг (670 ккал/кг).

**§ 12.8. Зависимость температуры кипения от давления.** Наблюдая за какой-либо нагреваемой жидкостью, на-

пример, водой), мы замечаем, что сначала дно и стенки сосуда покрываются пузырьками воздуха, который выделяется из жидкости. В каждом пузырьке происходит испарение окружающей его жидкости и, следовательно, находится насыщенный пар. Когда пузырьки, увеличившись в объеме, отрываются от дна сосуда и поднимаются в более холодные верхние слои жидкости, пар конденсируется и пузырьки сжимаются. Быстрые изменения объема пузырьков вызывают шум жидкости перед ее кипением. Это явление называется *кавитацией*. Когда вся жидкость нагреется, пузырьки достигают ее поверхности, лопаются и выбрасывают пар в воздух — жидкость закипела.

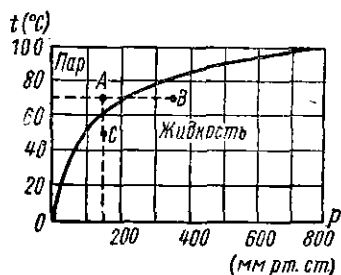


Рис. 12.8

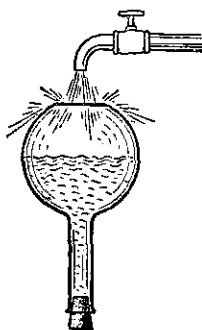


Рис. 12.9

Давление насыщенных паров в пузырьках кипящей жидкости должно быть достаточным для преодоления внешнего давления. Но давление насыщенных паров, как известно из § 12.6, зависит от температуры. Следовательно, *жидкость кипит при такой температуре, при которой давление ее насыщенных паров равно внешнему давлению*. С увеличением атмосферного давления температура кипения жидкости повышается, а с его уменьшением — понижается. На рис. 12.8 приведен график зависимости температуры кипения воды от внешнего давления. Вода кипит при  $100^{\circ}\text{C}$  только при нормальном атмосферном давлении. При давлении в 10 атм температура кипения воды поднимается до  $180^{\circ}\text{C}$ . А на высоких горах, где атмосферное давление равно, например, 350 мм рт.ст., вода закипает уже при  $80^{\circ}\text{C}$ . Если же внешнее давление снизить до 4,5 мм рт.ст., то вода будет кипеть при  $0^{\circ}\text{C}$ .

Понижение температуры кипения воды с уменьшением давления легко показать на следующем опыте. Закроем пробкой колбу, в которой кипятится вода, и снимем ее с огня — кипение прекратится. Перевернем колбу вверх дном и будем лить на нее холодную воду — кипение возобновится (рис. 12.9). Охлаждение пара вызывает его конденсацию, давление над поверхностью воды внутри колбы падает, и вода кипит при более низкой температуре.

Вернемся к рис. 12.8. Состояния, определяемые точками кривой, соответствуют одновременному существованию жидкости (воды) и ее насыщенного пара. Область, лежащая над кривой, соответствует только парообразному состоянию, а область, лежащая под кривой, — только жидкому состоянию.

### § 12.9. Критическое состояние.

В XIX в. возникла мысль о превращении в жидкости веществ, обычно встречающихся в газообразном состоянии. Из графика зависимости температуры кипения (или конденсации) воды от давления (см. рис. 12.8) видно, что превратить газ или пар в жидкость можно либо путем сжатия, переводя его, например, из состояния *A* в состояние *B* изотермически, либо путем охлаждения, переводя его из состояния *A* в состояние *C* изобарически.

М. Фарадей применял большие давления, и ему удалось путем сжатия превратить в жидкости хлор, аммиак, углекислый газ и др. Но некоторые газы, например воздух, водород, азот, кислород, не поддавались сжижению даже при давлениях в 5000 атм. После исследований Д. И. Менделеева выяснилось, что для каждого вещества существует некоторая критическая температура, при которой и выше которой его невозможно перевести из парообразного состояния в жидкое.

Рассмотрим следующий опыт. Запаянную ампулку с жидким эфиром, над которым находится его насыщенный пар, помещают в воздушную ванну (рис. 12.10) и начинают нагревать. Сначала граница между жидкостью

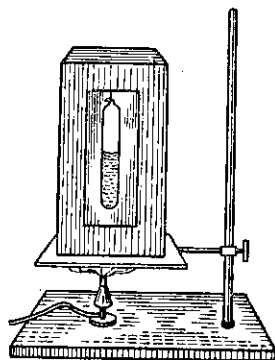


Рис. 12.10

и паром резкая, мениск жидкости вогнутый (рис. 12.11, а). Затем (рис. 12.11, б) жидкость расширяется, следовательно, ее плотность уменьшается; мениск становится плоским. На рис. 12.11, в жидкость кипит, бурно испаряясь, ее плотность продолжает уменьшаться, а плотность насыщенного пара увеличивается. При температуре  $194^{\circ}\text{C}$  мениск исчезает, насыщенный пар и жидкость невозможно отличить друг от друга, их свойства становятся одинаковыми (рис. 12.11, г).

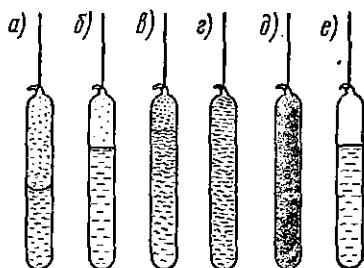


Рис. 12.11

Если теперь охлаждать жидкость, то при  $194^{\circ}\text{C}$  в ней мгновенно образуется густой туман (рис. 12.11, д), затем появляется плоская граница между жидким эфиром и его паром (рис. 12.11, е), и далее весь процесс идет в обратном направлении.

Температура  $194^{\circ}\text{C}$  является для эфира критической температурой.

Если изобразить графически изменение плотности жидкости и плотности пара при повышении температуры, то, как видно из рис. 12.12 (данные для воды), при критической температуре  $t_k$  обе плотности становятся одинаковыми. Каждое вещество имеет свою критическую температуру  $t_k$  и свое критическое давление  $p_k$ . Для воды  $t_k = 374^{\circ}\text{C}$ ,  $p_k = 218,5 \text{ атм}$ . Критические температуры и давления некоторых веществ приведены в следующей таблице.

Вещество	Вода	Спирт	Эфир	Хлор	Аммиак	Углекислый газ	Кислород	Азот	Водород	Гелий
Критическая температура, $^{\circ}\text{C}$	374	243	194	141	130	31	—119	—147	—240	—268
Критическое давление (атм)	218	63	35	84	115	73	50	33,5	12,8	2,25

Из таблицы видно, что критические температуры хлора, аммиака, углекислого газа выше комнатной температуры. Поэтому Фарадею удалось превратить их в жидкости одним увеличением давления. Для сжижения кислорода, азота, водорода, гелия нужно сначала понизить их температуру ниже критической.

**§ 12.10. Жидкие газы.** Принцип устройства современной машины для сжижения газов, так называемого турбодетандера, был предложен П. Л. Капицей. В такой машине сжатый газ расширяется адиабатически либо в цилиндре с поршнем, либо в турбине. На адиабатическое расширение газа затрачивается его внутренняя энергия (см. § 11.8), вследствие чего газ охлаждается и сжижается.

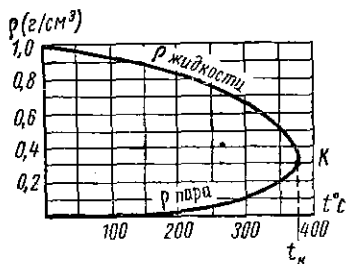


Рис. 12.12.

Жидкие газы с низкой температурой хранятся в так называемых *сосудах Дюара*. Для исключения теплопроводности сосуды Дюара делают с двойными стенками, из пространства между которыми выкачан воздух. Стенки делаются зеркальными, чтобы не было теплопередачи путем излучения. Разновидностью сосуда Дюара является термос.

При очень низких температурах ( $-190^{\circ}\text{C}$  и ниже) свойства веществ меняются. Резина становится хрупкой, как стекло, а свинец — упругим. Ртуть и цинк можно ковать.

При температурах порядка нескольких градусов абсолютной шкалы наблюдается *сверхпроводимость* у некоторых металлов и сплавов — их электрическое сопротивление становится исчезающе малым. В 1938 г. П. Л. Капица открыл явление *сверхтекучести* одной из разновидностей жидкого гелия (гелия II) при температуре, более низкой, чем  $2,19^{\circ}\text{K}$ . Эта жидкость протекает через тончайшие щели и капилляры без трения.

Опыт показывает, что все газы можно превратить в жидкости, а все жидкости — в твердые тела. Особое место занимает гелий. Для кристаллизации гелия нужно охладить его ниже критической температуры и повысить давление примерно до  $25 \text{ атм}$ . Если же охладить гелий даже до абсолютного нуля (в настоящее время получены темпера-

туры, превышающие  $T = 0^\circ \text{ К}$  лишь на несколько тысячных градуса), но не увеличить давление до 25 атм, он останется жидким. Это противоречит законам классической физики, согласно которым при абсолютном нуле всякое движение атомов и молекул прекращается. Однако согласно квантовой теории, даже при  $T = 0^\circ \text{ К}$  существуют «нулевые» колебания атомов и молекул, и соответствующую «нулевую» энергию отнять извне у вещества невозможно. Силы взаимодействия между атомами во всех элементах, кроме гелия, преодолевают «нулевые» колебания атома, поэтому при температурах, близких к абсолютному нулю, все вещества кристаллизуются. В гелии при  $0^\circ \text{ К}$  и нормальном давлении межатомные силы взаимодействия очень малы, они не могут «остановить» атомы, и гелий остается жидкостью.

**§ 12.11. Влажность воздуха и ее измерение.** 1. В состав земной атмосферы входят водяные пары. Количество водяного пара в воздухе зависит от разных факторов (географического расположения данного места, времени года, времени дня и т. п.). Слишком сухой, как и слишком влажный воздух, неблагоприятен для жизни людей и животных. Прогноз погоды невозможен без знания влажности. Для количественной характеристики влажности воздуха введены специальные величины.

*Абсолютной влажностью называется масса (в граммах) водяного пара, содержащегося в  $1 \text{ м}^3$  воздуха.*

*Относительной влажностью называется отношение абсолютной влажности к той массе водяного пара, которая необходима для насыщения  $1 \text{ м}^3$  воздуха при данной температуре.* Относительная влажность измеряется в процентах. Обозначим  $\rho_n$  массу пара, нужную для насыщения  $1 \text{ м}^3$  воздуха и  $\rho$  — фактическую массу пара в этом объеме воздуха. Тогда относительная влажность выразится формулой

$$f = \frac{\rho}{\rho_n} \cdot 100\%. \quad (12.5)$$

Опытным путем установлена нормальная для хорошего самочувствия человека относительная влажность, равная примерно 60%.

2. *Температура, при которой пары, находящиеся в воздухе, становятся насыщенными, называется точкой росы.*

Точку росы  $t_0$  определяют с помощью прибора, называемого *гигрометром* (рис. 12.13). В металлический сосуд  $A$  гигрометра наливают эфир, заставляют его испаряться и замечают его температуру  $t_0$  в тот момент, когда полированная поверхность сосуда  $A$  запотевает. Чтобы сделать появление росы более заметным, сосуд  $A$  окружен неохлаждаемым полированным кольцом  $B$ . По температуре  $t_0$  находят, пользуясь таблицей (см. ниже), массу насыщенного пара в  $1 \text{ м}^3$  воздуха при этой температуре. Но оно равно массе паров, имеющихся в  $1 \text{ м}^3$  воздуха в момент измерения точки росы, т. е. оно равно абсолютной влажности  $p$ . Измерив затем температуру воздуха  $t$ , определяют по той же таблице количество паров  $p_n$ , насыщающих  $1 \text{ м}^3$  воздуха, и по формуле (12.5) находят относительную влажность.

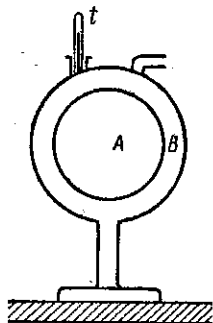


Рис. 12.13

°C	-4	0	4	8	12	16	20	24	28	32
$p_n$ (г/м³)	3,51	4,84	6,40	8,30	10,7	13,6	17,3	21,8	27,2	33,9
$p$ (мм рт. ст.)	3,28	4,58	6,10	8,05	10,52	13,63	17,54	22,38	28,35	33,14

Из таблицы видно, что масса водяных паров, содержащихся в  $1 \text{ м}^3$  воздуха, с довольно большой точностью пропорциональна давлению этих паров, т. е.

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{p_1}{p_2},$$

где  $p_1$  и  $p_2$  — плотности насыщенного водяного пара при температурах  $t_1$  и  $t_2$ , а  $p_1$  и  $p_2$  — его давления при тех же температурах. Поэтому относительную влажность можно также определять как отношение наблюдаемого давления водяного пара к давлению насыщенного пара при температуре наблюдения.

3. Для определения относительной влажности чаще



используют психрометр (рис. 12.14). Психрометр состоит из двух одинаковых термометров  $t$  и  $t_{см}$ . Шарик одного из них ( $t_{см}$ ) обернут кусочком

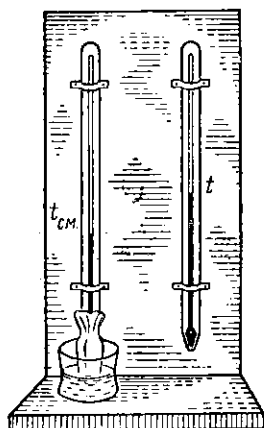


Рис. 12.14

чистого батиста, край которого опущен в стаканчик с водой. Вода смачивает батист. Если воздух не насыщен водяными парами, то вода из батиста испаряется и охлаждает шарик термометра. Разница между показаниями обоих термометров тем больше, чем меньше относительная влажность. Зная разность показаний обоих термометров и показания сухого термометра, находят относительную влажность по специальным психрометрическим таблицам. Часть такой таблицы, в которой указана относительная влажность в процентах, в интервале температур

от  $-8^{\circ}$  до  $10^{\circ}\text{C}$  при нормальном атмосферном давлении приведена ниже.

$(t - t_{см})$	0,5	1	2	3	4	5	6	7
$t$								
-8	87	73	46					
-6	88	76	52	29				
-4	89	78	57	36				
-2	90	80	61	42	25			
0	91	82	65	48	31			
2	92	84	68	52	37	22		
4	92	85	70	56	42	29		
6	93	86	73	60	47	35	23	
8	94	87	75	63	51	40	29	18
10	94	88	76	65	54	44	34	24

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Почему температура твердого тела во время плавления остается неизменной, несмотря на то что к нему подводится теплота?
2. Что называют удельной теплотой плавления? В каких единицах она измеряется?
3. Как опытным путем определяется удельная теплота плавления льда?

4. Как влияет увеличение внешнего давления на плавление меди? льда?

5. Опишите процесс испарения.

6. Почему выпадение снега или дождя ведет к потеплению воздуха?

7. Почему морской климат мягче континентального?

8. Какой пар называется насыщенным? ненасыщенным?

9. Какова зависимость давления насыщенного пара от его объема при неизменной температуре?

10. Что нужно сделать для увеличения давления насыщенного пара?

11. Как изменяется давление ненасыщенного пара при увеличении его объема?

12. Дайте определение температуры кипения жидкости.

13. Начертите график зависимости температуры тела от сообщаемого ему количества теплоты при переходе тела из твердого состояния через жидкое в парообразное.

14. Чем отличается кипение жидкости от ее испарения?

15. Что называется удельной теплотой парообразования вещества?

16. Какие переходы из одного агрегатного состояния в другое происходят: а) с возрастанием внутренней энергии тела? б) с ее уменьшением?

17. Перечислите три процесса, при которых телу сообщается теплота, а его температура не изменяется.

18. Как изменяется температура кипения с изменением внешнего давления на жидкость?

19. Почему М. Фарадею не удалось превратить в жидкости кислород, азот, водород, гелий?

20. Какая температура вещества называется критической?

21. Какой процесс используется для охлаждения газа при его сжижении?

22. Дайте определение абсолютной влажности, относительной влажности.

23. Опишите способы определения относительной влажности.

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 12.1.** Колба, теплоемкостью которой можно пренебречь, содержит 600 г воды при 80° С. Какое количество льда при температуре —15° С нужно добавить в воду, чтобы окончательная температура смеси была равна 50° С?

**Дано:**

$$m = 0,6 \text{ кг};$$

$$t_1 = 80^\circ \text{ С};$$

$$t_2 = -15^\circ \text{ С};$$

$$\theta = 50^\circ \text{ С};$$

$$c = 4,19 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)};$$

$$c_1 = 2,1 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{град)};$$

$$\lambda = 335 \text{ кДж/кг}.$$

$$m_1 = ?$$

**Решение**

Количество теплоты, отданное при охлаждении водой, затрачивается на: 1) нагревание льда от —15° С до 0° С, 2) таяние льда, 3) нагревание воды, получившейся из льда, до температуры  $\theta$ . Запишем уравнение теплового баланса

$$cm(t_1 - \theta) = c_1 m_1 (0 - t_2) + m_1 \lambda + cm_1 (\theta - 0),$$

откуда

$$m_1 = \frac{mc(t_1 - \theta)}{c_1(0 - t_2) + \lambda + c(\theta - 0)}.$$

Подставим в формулу числовые данные:

$$m_1 = \frac{0,6 \cdot 4,19 \cdot (80 - 50)}{2,1 \cdot 15 + 335 + 4,19 \cdot 50} \text{ кг} = 0,13 \text{ кг}.$$

Проверим размерность:

$$[m] = \frac{[m][c][t]}{[\lambda]};$$

$$m = \frac{\text{кг} \cdot (\text{кДж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{град}^{-1}) \cdot \text{град}}{\text{кДж} \cdot \text{кг}^{-1}} = \text{кг}.$$

**Задача 12.2.** Свинцовая пуля, летящая при температуре  $17^\circ \text{C}$ , ударившись о препятствие, расплавилась. С какой скоростью летела пуля, если 50% выделившейся при ударе теплоты пошло на ее нагревание?

**Дано:**

$$\begin{aligned} t_1 &= 17^\circ \text{C}; \\ \eta &= 50\% = 0,5; \\ c &= 0,126 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{град}) = \\ &= 0,126 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{град}); \\ t_{\text{пл.}} &= 327^\circ \text{C}; \\ \lambda &= 25,1 \text{ кДж}/\text{кг} = 25,1 \cdot 10^3 \text{ Дж}/\text{кг}. \end{aligned}$$


---

$v = ?$

**Решение**

Часть кинетической энергии пули, равная  $\frac{mv^2}{2} \eta$ , была израсходована на нагревание пули от  $17^\circ \text{C}$  до температуры плавления и на ее плавление, т. е.

$$\frac{mv^2}{2} \eta = cm(t_{\text{пл.}} - t_1) + m\lambda,$$

откуда

$$v = \sqrt{\frac{2}{\eta} [c(t_{\text{пл.}} - t_1) + \lambda]}.$$

Найдем из таблиц значения  $c$ ,  $t_{\text{пл.}}$  и  $\lambda$  для свинца. Подставив в формулу числовые данные, получим

$$v = \sqrt{\frac{2}{0,5} \cdot [0,126 \cdot 10^3 \cdot (327 - 17) + 25,1 \cdot 10^3]} \frac{\text{м}}{\text{сек}} \approx 507 \text{ м/сек}.$$

Проверим размерность:

$$[v] = \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}} \cdot \text{град} + \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{сек}^2} \cdot \frac{\text{м}}{\text{кг}}} = \text{м/сек}.$$

**Задача 12.3.** Калориметр содержал 500 г воды и 300 г льда при  $0^\circ \text{C}$ . Кусок металла массой 1 кг был вынут из горна при температуре  $240^\circ \text{C}$  и быстро перенесен в калориметр. В результате весь лед растаял, но температура в калориметре не изменилась. Какова была бы температура системы, если бы масса металла была в два раза больше? Теплоемкостью калориметра пренебречь.

**Дано:**

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 0,5 \text{ кг}; \\
 c_1 &= 1 \text{ ккал}/(\text{кг} \cdot \text{град}); \\
 m_2 &= 0,3 \text{ кг}; \\
 m_3 &= 1 \text{ кг}; \\
 t_0 &= 0^\circ \text{ С}; \\
 t_1 &= 240^\circ \text{ С}; \\
 m_3' &= 2 m_3; \\
 \lambda_2 &= 80 \text{ ккал}/\text{кг}.
 \end{aligned}$$

 $\Theta - ?$ **Решение**

Когда кусок металла был внесен в калориметр, то все количество теплоты, потерянной им при остывании до  $0^\circ \text{ С}$ , пошло на таяние льда, т. е.

$$c_3 m_3 (t_1 - t_0) = m_2 \lambda_2,$$

откуда удельная теплоемкость металла

$$c_3 = \frac{m_2 \lambda_2}{m_3 (t_1 - t_0)}.$$

Если бы кусок металла был в два раза больше, то за счет отданного им при остывании до  $\Theta$  количества теплоты: 1) лед растаял, 2) вода, в которую превратился лед, и вода, бывшая в калориметре, нагрелись до температуры  $\Theta$ :

$$c_3 \cdot 2m_3 (t_1 - \Theta) = m_2 \lambda_2 + c_1 (m_1 + m_2) (\Theta - t_0).$$

Подставим в это уравнение полученное выше выражение для  $c_3$ :

$$2 \cdot \frac{m_2 \lambda_2}{m_3 (t_1 - t_0)} m_3 (t_1 - \Theta) = m_2 \lambda_2 + c_1 (m_1 + m_2) (\Theta - t_0).$$

Заменим для упрощения  $t_0$  нулем:

$$2 \cdot \frac{m_2 \lambda_2}{t_1} (t_1 - \Theta) = m_2 \lambda_2 + c_1 (m_1 + m_2) \Theta,$$

или

$$m_2 \lambda_2 = \frac{c_1 (m_1 + m_2) t_1 + 2m_2 \lambda_2}{t_1} \Theta,$$

откуда

$$\Theta = \frac{m_2 \lambda_2 t_1}{c_1 (m_1 + m_2) t_1 + 2m_2 \lambda_2}.$$

Подставляем числовые данные:

$$\Theta = \frac{0,3 \cdot 80 \cdot 240}{1 \cdot (0,5 + 0,3) \cdot 240 + 2 \cdot 0,3 \cdot 80} ^\circ \text{ С} = 24^\circ \text{ С}.$$

**Задача 12.4.** На мороз  $-45^\circ \text{ С}$  вынесли из помещения с температурой  $15^\circ \text{ С}$  5 кг ртути. Как изменилась внутренняя энергия ртути?

**Дано:**

$$\begin{aligned}
 m &= 5 \text{ кг}; \\
 t_1 &= 15^\circ \text{ С}, T_1 = 288^\circ \text{ К}; \\
 t_2 &= -45^\circ, T_2 = 228^\circ \text{ К}; \\
 c &= 0,126 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{град}) = \\
 &= 126 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{град}); \\
 \lambda &= 12,6 \text{ кДж}/\text{кг} = \\
 &= 12,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}/\text{кг}; \\
 t_{\text{плавл}} &= t_{\text{замерз}} = -39^\circ \text{ С}.
 \end{aligned}$$

 $\Delta U - ?$ **Решение**

На морозе ртуть охлаждалась, следовательно, часть ее внутренней энергии — кинетическая энергия молекул — уменьшилась на величину  $cm (T_1 - T_2)$ . Кроме того, ртуть затвердела. Следовательно, уменьшилась и вторая часть ее внутренней энергии — потенциальная энергия системы ее

молекул — на величину, равную выделившейся при затвердевании теплоты плавления  $m\lambda$ . Общее изменение  $\Delta U$  внутренней энергии равно

$$\Delta U = -cm(T_1 - T_2) - m\lambda = -m[c(T_1 - T_2) + \lambda].$$

Подставив числовые данные, получим

$$\Delta U = -5 \cdot [126 \cdot (288 - 228) + 12,6 \cdot 10^3] \text{ Дж} = -100,8 \text{ кДж}.$$

**Задача 12.5.** Какое количество теплоты нужно затратить на превращение 2 кг льда, взятого при  $-10^\circ\text{C}$ , в пар при температуре  $100^\circ\text{C}$ ?

**Дано:**

$$\begin{aligned} m &= 2 \text{ кг}; \\ t_1 &= -10^\circ\text{C}; \\ t_0 &= 0^\circ\text{C}; \\ t_2 &= 100^\circ\text{C}; \\ \lambda &= 80 \text{ ккал/кг}; \\ r &= 539 \text{ ккал/кг}; \\ c_1 &= 0,5 \text{ ккал/(кг} \cdot \text{град)}; \\ c &= 1 \text{ ккал/(кг} \cdot \text{град)}. \end{aligned}$$

$Q = ?$

**Решение**

На нагревание льда до  $0^\circ\text{C}$  затрачивается количество теплоты  $c_1 m(t_0 - t_1)$ , на плавление  $m\lambda$ , на нагревание получившейся воды  $mc(t_2 - t_1)$  и на ее испарение  $mr$ :

$$Q = c_1 m(t_0 - t_1) + m\lambda + mc(t_2 - t_0) + mr = m[c_1(t_0 - t_1) + \lambda + c(t_2 - t_0) + r].$$

Подставляем числовые данные:

$$Q = 2 \cdot [0,5 \cdot 10 + 80 + 100 + 539] \text{ ккал} = 1448 \text{ ккал}.$$

**Задача 12.6.** В калориметре, теплоемкость которого равна  $30 \text{ ккал/град}$ , находится 200 г воды и 200 г льда при  $0^\circ\text{C}$ . Какое количество водяного пара при  $100^\circ\text{C}$  нужно ввести в калориметр, чтобы температура системы стала равной  $25^\circ\text{C}$ ?

**Дано:**

$$\begin{aligned} C &= 30 \text{ ккал/град} = 0,3 \text{ ккал/град}; \\ m &= 200 \text{ г} = 0,2 \text{ кг}; \\ m_1 &= 200 \text{ г} = 0,2 \text{ кг}; \\ t_0 &= 0^\circ\text{C}; \\ t_1 &= 100^\circ\text{C}; \\ \Theta &= 25^\circ\text{C}; \\ c &= 1 \text{ ккал/(кг} \cdot \text{град)}; \\ c_1 &= 0,5 \text{ ккал/(кг} \cdot \text{град)}; \\ \lambda &= 80 \text{ ккал/кг}; \\ r &= 539 \text{ ккал/кг}. \end{aligned}$$

$m_2 = ?$

**Решение**

Количество теплоты, выделяющееся при конденсации пара и его охлаждении до  $\Theta$ , равно количеству теплоты, необходимому для таяния льда и нагревания калориметра и всей воды в нем до этой же температуры:

$$m_2 r + cm_2(t_1 - \Theta) = m_1 \lambda + C(\Theta - t_0) + c(m_1 + m)(\Theta - t_0),$$

или

$$m_2 [r + c(t_1 - \Theta)] = m_1 \lambda + [C + c(m_1 + m)](\Theta - t_0),$$

откуда

$$m_2 = \frac{m_1 \lambda + [C + (m_1 + m)c](\Theta - t_0)}{r + c(t_1 - \Theta)}.$$

Подставляем числовые данные:

$$m_2 = \frac{0,2 \cdot 80 + [0,03 + (0,2 + 0,2) \cdot 1] \cdot 25}{539 + 1 \cdot 75} \text{ кг} = 0,67 \text{ кг}.$$

**Задача 12.7.** Вода нагревалась в электрическом нагревателе от 20° С до температуры кипения в течение 12 мин. В течение какого времени вся вода превратится в пар, если нагреватель забыли выключить?

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} T_1 &= 20^\circ \text{С} = 293^\circ \text{К}; \\ \tau &= 12 \text{ мин} = 12 \cdot 60 \text{ сек}; \\ T_2 &= 100^\circ \text{С} = 373^\circ \text{К}; \\ c &= 4,19 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{град}) = \\ &= 4,19 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{град}); \\ r &= 2258 \text{ кДж}/\text{кг} = \\ &= 2258 \cdot 10^3 \text{ Дж}/\text{кг}. \end{aligned}$$


---

$\tau_1 = ?$

**Решение**

Найдем количество теплоты  $\Delta Q$ , поглощаемое водой за 1 сек. Так как

$$Q = \tau \Delta Q = mc(T_2 - T_1),$$

то

$$\Delta Q = \frac{mc(T_2 - T_1)}{\tau}.$$

Количество теплоты, необходимое для превращения воды в пар, равно  $m r$ . Поэтому

$$\tau_2 \Delta Q = m r,$$

откуда

$$\tau_1 = \frac{m r}{\Delta Q} = \frac{m r \tau}{m c (T_2 - T_1)} = \frac{r \tau}{c (T_2 - T_1)},$$

или

$$\tau_1 = \frac{2258 \cdot 10^3 \cdot 12 \cdot 60}{4,19 \cdot 10^3 \cdot 80} \text{ сек} = 4850 \text{ сек} = 1 \text{ ч } 20 \text{ мин } 50 \text{ сек}.$$

**Задача 12.8.** Температура воздуха 24° С, точка росы 16° С. Определить: а) абсолютную влажность, б) относительную влажность воздуха.

**Дано:**

$$\begin{aligned} t &= 24^\circ \text{С}; \\ t_{\text{росы}} &= 16^\circ \text{С}. \\ \rho &= ? \quad f = ? \end{aligned}$$

**Решение**

а) Абсолютная влажность при 24° С равна количеству насыщенных паров при температуре точки росы. Из таблицы находим

$$\rho = 13,6 \text{ г}/\text{м}^3.$$

$$\text{б) } f = \frac{\rho}{\rho_n} \cdot 100\% = \frac{13,6}{21,8} \cdot 100\% = 62,4\%.$$

**Задача 12.9.** Относительная влажность воздуха при 32° С равна 30%. а) Какова будет относительная влажность при 20° С? б) При какой температуре этот воздух будет насыщен водяным паром?

**Дано:**

$$\begin{aligned} t_1 &= 32^\circ \text{С}; \\ t_2 &= 20^\circ \text{С}; \\ f_1 &= 30\%. \\ f_2 = ? \quad t_n = ? \end{aligned}$$

**Решение**

а) Так как количество пара в 1 м<sup>3</sup> остается неизменным, то

$$f_1 = \frac{\rho}{\rho_{n1}} \cdot 100\%;$$

$$f_2 = \frac{\rho}{\rho_{n2}} \cdot 100\%.$$

откуда

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\rho_{n2}}{\rho_{n1}},$$

или

$$f_2 = \frac{p_{н1}}{p_{н2}} f_1.$$

Определив по таблице  $p_{н1} = 33,9 \text{ г/м}^3$  и  $p_{н2} = 17,3 \text{ г/м}^3$ , находим

$$f_2 = \frac{p_{н1}}{p_{н2}} f_1 = \frac{33,9}{17,3} \cdot 30\% = 58,8\%.$$

б) Из формулы (см. выше) видно, что относительные влажности  $f_1$  и  $f_2$  при температурах  $t_1$  и  $t_2$  обратно пропорциональны плотностям насыщенных паров при этих температурах. Поэтому

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{p_{н2}}{p_{н1}},$$

откуда

$$p_{н2} = \frac{p_{н1} f_1}{f_2} = \frac{33,9 \cdot 30}{100} \text{ г/м}^3 = 10,2 \text{ г/м}^3.$$

По таблице находим, что воздух будет насыщен водяным паром приблизительно при  $11^\circ \text{C}$ .

**Задача 12.10.** Сухой термометр психометра показывает  $8^\circ \text{C}$ , а влажный  $6^\circ \text{C}$ . Найти относительную и абсолютную влажность воздуха

**Дано:**

$$t_1 = 8^\circ \text{C};$$

$$t_2 = 6^\circ \text{C}.$$

$$f = ? \quad p = ?$$

**Решение**

а) Относительную влажность находим по таблице. Она равна  $75\%$ .

б) При  $8^\circ \text{C}$   $p_{н1} = 8,3 \text{ г/м}^3$  (из таблицы). Из формулы  $f = \frac{p}{p_{н1}} \cdot 100\%$  находим

$$p = \frac{f p_{н1}}{100},$$

или

$$p = \frac{75 \cdot 8,3}{100} \frac{\text{г}}{\text{м}^3} = 6,2 \text{ г/м}^3.$$

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Открытый сосуд содержит  $0,5 \text{ кг}$  льда при  $-20^\circ \text{C}$ . Теплоемкостью сосуда можно пренебречь. Каждую минуту к сосуду подводится  $1 \text{ ккал}$  теплоты. Построить кривую зависимости повышения температуры от времени в интервале температур от  $-20^\circ \text{C}$  до  $+20^\circ \text{C}$ .

2. Кусок железа массой  $2 \text{ кг}$  вынут из печи, температура в которой равна  $650^\circ \text{C}$ , и помещен на большой кусок льда при  $0^\circ \text{C}$ . Считая, что при остывании железа все выделяющееся количество теплоты пошло на таяние льда, найти, сколько льда растает.

3. В  $2 \text{ л}$  воды, взятой при  $20^\circ \text{C}$ , опустили кусок льда массой  $400 \text{ г}$ . Температура льда  $0^\circ \text{C}$ . До какой температуры охладилась вода?

4. Латунный калориметр массой  $150 \text{ г}$  содержит  $150 \text{ г}$  воды и  $10 \text{ г}$  льда при  $0^\circ \text{C}$  и нормальном атмосферном давлении. В калори-

метр опускают 100 г свинца, температура которого  $300^{\circ}\text{C}$ . Найти конечную температуру системы.

5. Кусочки льда, температура которых  $0^{\circ}\text{C}$ , опустили в сосуд с соленой водой, температура которой тоже  $0^{\circ}\text{C}$ , после чего температура смеси опустилась ниже  $0^{\circ}\text{C}$ . На что была израсходована теплота?

6. Какое количество теплоты нужно затратить на нагревание 10 кг воды до температуры кипения и превращения ее в пар при нормальном атмосферном давлении? Начальная температура воды  $20^{\circ}\text{C}$ .

7. Все количество теплоты, выделяющееся при конденсации 1 кг пара при  $100^{\circ}\text{C}$  и охлаждении получившейся воды, затрачивается на таяние льда, температура которого  $0^{\circ}\text{C}$ . Атмосферное давление нормальное. Сколько льда растает?

8. В сосуд с переохлажденной до  $-4^{\circ}\text{C}$  водой опустили кристаллик льда, причем образовалось 50 г льда. Сколько воды было в сосуде?

9. Относительная влажность воздуха 70%, температура  $16^{\circ}\text{C}$ . Найти абсолютную влажность.

10. Температура воздуха  $24^{\circ}\text{C}$ , относительная влажность 95%. Сколько росы выпадет на 1 м<sup>3</sup> воздуха при понижении температуры до  $16^{\circ}\text{C}$ ?

11. Относительная влажность воздуха при  $8^{\circ}\text{C}$  составляет 80%. Какой она будет при  $20^{\circ}\text{C}$ , если количество пара в воздухе останется неизменным?

12. Температура воздуха  $24^{\circ}\text{C}$ , точка росы  $12^{\circ}\text{C}$ . Найти абсолютную и относительную влажность воздуха.



## Глава 13

### ТЕПЛОВЫЕ МАШИНЫ

**§ 13.1. Принцип работы тепловой машины.** *Тепловой машиной, или тепловым двигателем, называется машина, в которой происходит преобразование части теплоты, полученной при сгорании топлива, в механическую работу.*

Рабочему телу (газу или пару) передается от нагревателя, в топке которого сгорает топливо, некоторое количество теплоты  $Q_1$ . Вследствие этого внутренняя энергия рабочего тела увеличивается. Часть полученной от нагревателя теплоты рабочее тело, расширяясь, затрачивает на

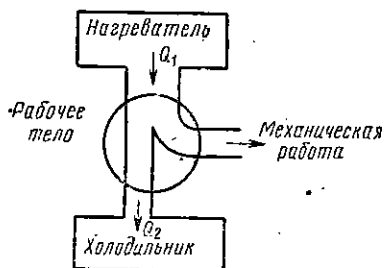


Рис. 13.1

работу и приводит в движение движущиеся части машины, например поршень цилиндра. Почему рабочее тело затрачивает на работу не все полученное им количество теплоты, а только его часть?

Процесс расширения продолжается ограниченное время, и для того чтобы машина работала долго, этот процесс нужно сделать периодическим. Иначе говоря, каждый раз после того, как рабочее тело совершит работу, его необходимо возвращать в первоначальное состояние, т. е. сжимать его. Чем меньше работа, затрачиваемая на сжатие рабочего тела, тем выгоднее машина. Поэтому рабочее тело перед сжатием охлаждают, отбирая у него с помощью холодильника оставшуюся часть полученного им при нагревании количества теплоты, равную  $Q_2$ . На полезную работу затрачивается количество теплоты  $Q_1 - Q_2$ . Сжатое после охлаждения рабочее тело снова нагревается, получая от нагревателя количество теплоты  $Q_1$ , и весь процесс повторяется, причем при каждом цикле теряется количество теплоты  $Q_2$ .

Схема действия тепловой машины дана на рис. 13.1.

**§ 13.2. Коэффициент полезного действия тепловой машины.** *Коэффициентом полезного действия  $\eta$  тепловой машины называется отношение работы  $A$ , совершенной рабочим телом,*

к количеству теплоты  $Q_1$ , полученной рабочим телом от нагревателя:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \quad (13.1)$$

В этой формуле работа и количество теплоты должны быть выражены в одних и тех же единицах измерения.

Обозначим абсолютную температуру нагревателя  $T_1$ , абсолютную температуру холодильника  $T_2$ . Можно доказать, что

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (13.2)$$

т. е. к. п. д. тепловой машины равен отношению разности температур нагревателя и холодильника к температуре нагревателя. Формулу (13.2) можно переписать в виде

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (13.2')$$

Следовательно, к. п. д. тепловой машины зависит только от температур нагревателя и холодильника. Все тепловые машины с одинаковыми температурами  $T_1$  нагревателей и  $T_2$  холодильников имеют один и тот же к. п. д.

К. п. д. тепловой машины, определяемый формулой (13.2) или (13.2'), называется *термодинамическим коэффициентом полезного действия*. Он получен путем теоретических расчетов для некоторой идеальной тепловой машины, работающей без трения и потерь тепла во внешнюю среду. Реальная тепловая машина никогда не может быть полностью освобождена от работы на преодоление трения между ее частями, а также от потерь тепла в окружающую ее среду, которые уменьшают ее полезную работу  $Q_1 - Q_2$ . Поэтому к. п. д. реальной тепловой машины всегда меньше к. п. д. идеальной машины:

$$\eta_{\text{реальн. машины}} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} < \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Практическое значение термодинамического к. п. д. тепловой машины [формулы (13.2) и (13.2')] состоит в том, что он определяет верхний предел к. п. д. реальных машин.

К. п. д. реальных тепловых машин равны: паровой машины  $\approx 12\%$ , паровой турбины  $\approx 20\%$ , двигателя внутреннего сгорания  $\approx 40\%$ .

Для повышения к. п. д. тепловых машин необходимо улучшать отдачу тепла топочными газами рабочему телу, уменьшать потери тепла рабочим веществом (улучшать тепловую изоляцию) и бороться с трением (например, заменяя трение скольжения трением качения).

**§ 13.3. Паровая машина. Дизель.** 1. Внутренняя энергия газа или пара, используемая в тепловых машинах, получается при сжигании различного вида топлива: каменного угля, газа, нефтепродуктов и т. п. В зависимости от того, происходит сжигание топлива вне цилиндра, в котором расширяется рабочее вещество, или внутри него, тепловые

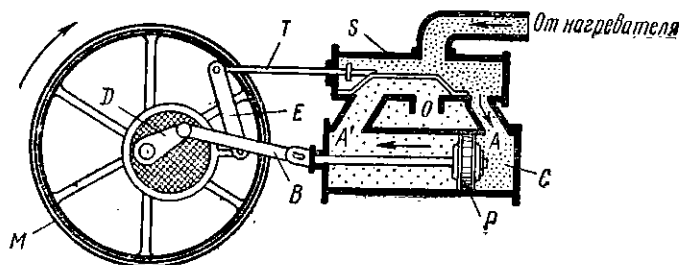


Рис. 13.2

машины делятся на двигатели внешнего сгорания (паровая машина, паровая турбина) и двигатели внутреннего сгорания (дизели, реактивные двигатели). Рассмотрим по одному представителю каждого вида двигателей.

2. Паровая машина была впервые изобретена И. И. Ползуновым в 1765 г. В 1784 г. англичанин Дж. Уатт построил паровую машину современного типа.

Нагреватель паровой машины состоит из топки, в которой сгорает топливо, и парового котла, в котором вода превращается в пар. Горячий пар поступает через канал А в рабочий цилиндр С (рис. 13.2) и гонит поршень влево, вытесняя оставшийся в левой части цилиндра пар. Этот пар выходит из цилиндра через канал А' и выпускное отверстие О в холодильник (в простейшем случае — в атмосферный воздух). Для того чтобы поршень сдвинулся из крайнего левого положения вправо, он соединен шатуном В и кривошипом D с маховым колесом М. Маховое колесо, двигаясь по инерции, выводит поршень из его крайних положений — «мертвых точек». Кроме того, махо-

вое колесо соединено эксцентриком  $E$  и эксцентрической тягой  $T$  с золотником  $S$ , который открывает поочередно каналы  $A$  и  $A'$ . Вследствие этого горячий пар входит в рабочий цилиндр то справа, то слева и заставляет поршень совершать возвратно-поступательное движение. Вращение вала маховика передается колесам паровоза или другой движущейся детали механизма, в котором используется паровой двигатель.

Недостатками паровой машины являются: 1) массивность конструкции, необходимая для преодоления возможных вибраций; 2) малый к. п. д. вследствие потери излишка энергии, которым еще обладает отработанный пар; 3) затрата работы на преодоление встречного давления отработанного пара при перемещении поршня.

3. Двигатель внутреннего сгорания немецкого инженера Р. Дизеля, так называемый дизель, работает по схеме, изображенной на рис. 13.3. Цилиндр, ось которого в двигателе расположена вертикально, нарисован для более удобного пояснения схемы в горизонтальном положении. Вверху цилиндра находятся три клапана: топливный (форсунка)  $F$ , всасывающий  $A$  и выпускной  $A'$ . Римские цифры указывают положение левого основания поршня.

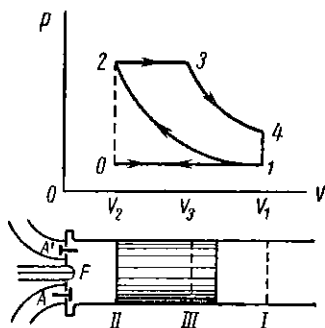


Рис. 13.3

Рассмотрим цикл дизеля.

а) *Впуск*. Перемещение поршня  $II—I$  вызывает всасывание воздуха через клапан  $A$ . На диаграмме ( $pV$ ) изображена  $0—I$ .

б) *Сжатие*. Перемещение поршня  $I—II$  вызывает адиабатическое сжатие воздуха до достаточно высокой температуры. Оба клапана  $A$  и  $A'$  закрыты. На диаграмме адиабата  $1—2$ .

в) *Рабочий ход*. Перемещению поршня  $II—I$  соответствуют три процесса на диаграмме: 1) из форсунки  $F$  подается топливо, которое постепенно сгорает в горячем воздухе. Поэтому давление в цилиндре остается постоянным (на диаграмме изобара  $2—3$ ); 2) поршень продолжает дви-

гаться вправо, газ расширяется до объема  $V_1$  (адиабата 3—4), и 3) газ охлаждается изохорически (изохора 4—1).

г) *Выхлоп*. Перемещение поршня I—I' вызывает выброс отработанных газов из цилиндра через клапан А'. На диаграмме изобара 1—0.

Затем начинается новый цикл: всасывание воздуха через клапан А и т. д. За один цикл поршень два раза движется вправо и два раза влево, поэтому двигатель внутреннего сгорания этого типа называют *четырёхтактным*. Из четырех тактов только один является рабочим. Для того чтобы вращение вала, с которым связаны поршень и клапаны, было равномерным, двигатель обычно делают многоцилиндровым. Например, у четырехцилиндрового двигателя при каждом полуобороте вала происходит рабочий ход в одном из цилиндров, в восьмицилиндровом — при каждой четверти оборота и т. д. Чем больше цилиндров в двигателе, тем равномернее его работа.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Какую машину называют тепловой?
2. Почему на полезную работу затрачивается лишь часть теплоты, получаемой рабочим телом от нагревателя?
3. Начертите схему действия тепловой машины.
4. Как определяется термодинамический к. п. д. тепловой машины и каково его практическое значение?
5. Как можно увеличить к. п. д. реальной тепловой машины?
6. На какие виды и по какому признаку делятся тепловые машины?
7. Опишите действие паровой машины; дизеля.

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 13.1.** Температура нагревателя идеальной тепловой машины  $227^\circ\text{C}$ . На полезную работу затрачивается 40% получаемой от нагревателя теплоты. Какова температура холодильника?

**Дано:**

$$t_1 = 227^\circ\text{C}, T_1 = 500^\circ\text{K};$$

$$\eta = 40\% = 0,4.$$


---


$$t_2 = ?$$

получаем

**Решение**

Из формулы (13.2)

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$\eta T_1 = T_1 - T_2,$$

или

$$T_2 = T_1 (1 - \eta).$$

$$t_2 = T_2 - 273^\circ = T_1 (1 - \eta) - 273^\circ.$$

Подставив данные, получим

$$t_2 = [500 \cdot (1 - 0,4) - 273]^\circ \text{C} = 27^\circ \text{C}.$$

**Задача 13.2.** Газ в тепловой машине совершил за один цикл работу, равную 1440 дж, и отдал холодильнику 2 ккал теплоты. Чему равен к. п. д. цикла?

**Дано:**

$$\begin{aligned} A &= 1440 \text{ дж}; \\ Q_2 &= 2 \text{ ккал} = 2 \cdot 4,19 \cdot 10^3 \text{ дж}. \end{aligned}$$

---

$$\eta = ?$$

где

$$Q_1 - Q_2 = A,$$

или

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{A}{A + Q_2}.$$

Следовательно,

$$\eta = \frac{A}{A + Q_2} = \frac{1440}{1440 + 8380} = \frac{1440}{9820} \approx 0,15 = 15\%.$$

**Решение**

По формуле (13.1),

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

**Задача 13.3.** Каков к. п. д. двигателя автомобиля мощностью 60 кВт, расходующего 20 кг бензина в час?

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} N &= 60 \text{ кВт} = 6 \cdot 10^4 \text{ вт}; \\ m &= 20 \text{ кг}; \\ t &= 1 \text{ ч} = 3600 \text{ сек}; \\ q &= 46,9 \cdot 10^3 \text{ кдж/кг} = \\ &= 46,9 \cdot 10^6 \text{ дж/кг}. \end{aligned}$$

---

$$\eta = ?$$

поэтому

$$\eta = \frac{N}{Q/t} = \frac{Nt}{mq}.$$

**Решение**

К. п. д. равен отношению полезной работы к затраченной, или полезной мощности  $N$  к затраченной мощности  $\frac{Q}{t}$ . Количество теплоты  $Q$  связано с теплотворной способностью топлива формулой (10.3):  $Q = mq$ ,

Подставим числовые данные:

$$\eta = \frac{Nt}{mq} = \frac{6 \cdot 10^4 \cdot 3600}{20 \cdot 46,9 \cdot 10^6} = 0,23 = 23\%.$$

**Задача 13.4.** Среднее давление пара на поршень тепловой машины равно  $588 \cdot 10^3 \text{ н/м}^2$ . Диаметр поршня 0,4 м, длина хода 0,6 м, число оборотов 180 в минуту. Найти: а) работу за один ход поршня; б) мощность машины.

**Дано:**

$$\begin{aligned}
 p &= 588 \cdot 10^3 \text{ н/м}^2; \\
 d &= 0,4 \text{ м}; \\
 l &= 0,6 \text{ м}; \\
 n &= 180 \text{ об/мин} = 3 \text{ об/сек}; \\
 \tau &= \frac{1}{3} \text{ сек (время одного} \\
 &\quad \text{оборота).} \\
 \hline
 A &= ? \quad N = ?
 \end{aligned}$$

**Решение**

а) Работа расширяющегося пара или газа  $A = Fl$ , где  $F = pS$  ( $p$  — давление пара,  $S$  — площадь поршня). Так как работа  $A = Fl$ , то

$$A = Fl = pSl = p \frac{\pi d^2}{4} l. \quad (a)$$

б) Мощность  $N = \frac{A}{t}$ , где  $t = \frac{\tau}{2}$ ,

так как за один оборот поршень делает два хода. Следовательно,

$$N = \frac{A}{t} = \frac{2A}{\tau}. \quad (б)$$

Подставляем числовые данные в формулы (а) и (б):

$$A = \frac{588 \cdot 10^3 \cdot 3,14 \cdot 0,16 \cdot 0,6}{4} \text{ Дж} \approx 44\,300 \text{ Дж} = 44,3 \text{ кДж};$$

$$N = \frac{2A}{\tau} = 2 \cdot 44,3 \cdot 3 \text{ кВт} \approx 266 \text{ кВт}.$$

**ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ**

1. Температуры нагревателя и холодильника тепловой машины соответственно равны  $220^\circ\text{С}$  и  $10^\circ\text{С}$ . Чему равен термодинамический к. п. д. машины?

2. К. п. д. цикла тепловой машины равен  $25\%$ . Газ получил от нагревателя  $100 \text{ ккал}$  теплоты. Какую работу совершил газ и какое количество теплоты он отдал холодильнику?

3. К. п. д. теплового двигателя, работающего на керосине, равен  $25\%$ , его мощность  $100 \text{ кВт}$ . Сколько керосина расходует двигатель в час?

4. Найти среднее давление пара в цилиндре паровой машины, если площадь поршня  $200 \text{ см}^2$ , ход поршня  $40 \text{ см}$ , мощность машины  $32 \text{ кВт}$ , число оборотов в минуту  $120$ .

## ЧАСТЬ III

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

### Глава 14

## ЭЛЕКТРОСТАТИКА

**§ 14.1. Два рода электричества.** Существует два рода электрических зарядов, которые условно были названы *положительными* и *отрицательными*. Например, при трении стекла о кожу на стекле возникают положительные электрические заряды, а на коже — отрицательные.

В зависимости от способности проводить электрический ток все вещества делятся на проводники, диэлектрики (или изоляторы) и полупроводники. К проводникам относятся металлы, уголь, растворы солей, оснований и кислот. Диэлектрики — не идеальные изоляторы; они проводят электрический ток примерно в  $10^{20}$  раз хуже, чем проводники. Диэлектриками являются стекло, янтарь, эбонит, сера, шелк, чистая вода, газы при нормальных условиях и др. Для того чтобы электрический заряд сохранился на проводнике, его нужно окружить со всех сторон изоляторами. Например, при электризации трением куска металла или кожи его насаживают на непроводящий стеклянный стержень, который держат в руке. Полупроводники по величине электропроводности занимают промежуточное положение между проводниками и диэлектриками. В зависимости от ряда условий, например от температуры, электропроводность полупроводников может изменяться в широких пределах (см. конец § 15.6).

Электрические заряды взаимодействуют, причем одноименные заряды отталкиваются друг от друга, а разноименные притягиваются один к другому. На рис. 14.1, а показано взаимное отталкивание двух положительно заряженных шариков, а на рис. 14.1, б — притяжение разноименно заряженных шариков.



Наэлектризовать диэлектрик или изолированный проводник можно, прикоснувшись к нему предметом; несущим электрический заряд. Если поднести положительно заряженную стеклянную палочку к подвешенному на шелковой нити легкому шарiku,

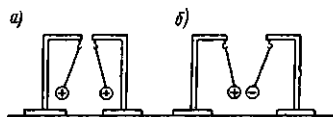


Рис. 14.1

не касаясь его, то он притянется к палочке и, прикоснувшись к ней, оттолкнется от нее. Отсюда можно заключить, что в момент соприкосновения с палочкой на шарик перешла часть ее положительного заряда. Если теперь приближать положительно заряженную палочку к шарiku, то он будет отклоняться от нее.

**§ 14.2. Электроны.** Атомы, из которых состоит вещество, построены из еще более мелких частиц: *электронов*, заряженных отрицательно, *протонов*, заряженных положительно, и *нейтронов*, не имеющих электрического заряда. Протоны и нейтроны входят в состав ядер атомов всех элементов, кроме водорода, в ядре атома которого имеется лишь один протон. Заряд электрона по числовой величине в точности равен заряду протона. Это наименьший из всех встречающихся в природе электрических зарядов, называемый поэтому элементарным зарядом. Опыты показывают, что любой электрический заряд численно всегда является кратным заряду электрона. Масса электрона равна  $9,1 \cdot 10^{-31}$  кг. Она в 1840 раз меньше массы протона, которая примерно равна массе атома водорода. В нормальном состоянии атом нейтрален, т. е. в нем число положительных зарядов равно числу отрицательных. Тело, состоящее из нейтральных атомов, тоже нейтрально.

Причиной электризации тел является перемещение электронов. Если при электризации на данное тело переходят электроны, то на нем возникает их избыток, и оно заряжается отрицательно. Если же тело теряет часть своих электронов, то на нем оказывается избыток положительных зарядов, и оно заряжается положительно. Электрический ток можно представить себе как направленное движение электрических зарядов в проводнике. Особенно движения электронов в атомах объясняются раз-

личия в магнитных свойствах вещества. Таким образом, электрические и электромагнитные явления имеют общую основу — они обусловлены существованием электронов и их движением. Теория, объясняющая электрические и электромагнитные явления наличием в телах элементарных электрических зарядов и их взаимодействием, называется *электронной теорией* твердого тела.

**§ 14.3. Закон сохранения электрических зарядов.** Опытным путем было установлено, что *при появлении или исчезновении электрического заряда одного знака всегда одновременно появляется или исчезает равный ему заряд противоположного знака.*

Это положение известно под названием *закона сохранения электрических зарядов*. Его легко объяснить с точки зрения электронной теории: например, при электризации трением двух тел одно из них теряет столько электронов, сколько приобретает другое.

Если два тела с равными разноименными зарядами привести в соприкосновение, то их электрические заряды нейтрализуются. Это означает, что избыток электронов переходит с отрицательно заряженного тела на положительно заряженное, и оба тела становятся электрически нейтральными.

В этой главе мы рассмотрим основные положения *электростатики* — учения о взаимодействии и свойствах неподвижных электрических зарядов.

**§ 14.4. Закон Кулона. Влияние среды на взаимодействие зарядов.** 1. Измерение величины электрического заряда стало возможным после установления Ш. А. Кулоном в 1785 г. основного закона взаимодействия точечных электрических зарядов.

*Точечными электрическими зарядами называются заряженные тела, линейными размерами которых можно пренебречь по сравнению с расстоянием между ними.*

При экспериментальном выводе своего закона Ш. А. Кулон получал равные по величине электрические заряды, приводя в соприкосновение два одинаковых по величине металлических шарика, один из которых имел заряд  $q$ , а второй был не заряжен, после чего заряд  $q$  поровну распределялся между обоими шариками. Этим путем Кулон мог затем получить заряды, равные  $q/4$ ,  $q/8$  и т. д.

В своих опытах, проделанных с помощью крутильных весов (см. § 3.12), Кулон изменял поочередно величину зарядов обоих шариков при неизменном расстоянии между ними, а затем расстояние между шариками при постоянной величине их зарядов, и каждый раз определял силу взаимодействия между зарядами. На основании многочисленных опытов Кулон сформулировал следующий закон: *сила электрического взаимодействия между двумя точечными электрическими зарядами прямо пропорциональна произведению величин зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена по соединяющей их прямой.*

Обозначим электрические заряды на шариках буквами  $q_1$  и  $q_2$ , расстояние между центрами шариков  $r$ , силу взаимодействия  $F$ , тогда закон Кулона выразится формулой

$$F = k_1 \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (14.1)$$

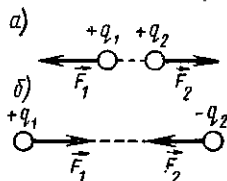


Рис. 14.2

где  $k_1$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц, в которых выражаются  $F$ ,  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $r$ , и от свойств среды, в которой расположены заряды. В случае одно-

именных электрических зарядов  $q_1$  и  $q_2$  сила  $F$  имеет положительное значение (сила отталкивания, рис. 14.2, а); в случае разноименных — отрицательное (сила притяжения, рис. 14.2, б). Лучшим доказательством справедливости закона Кулона является точное согласование с опытом всех основанных на этом законе выводов.

2. Коэффициент  $k_1$  в формуле (14.1) удобно заменить отношением  $\frac{k}{\epsilon}$  ( $\epsilon$  — греческая буква «эпсилон»):

$$k_1 = \frac{k}{\epsilon},$$

где  $k$  — коэффициент, зависящий только от выбора системы единиц измерения,  $\epsilon$  — величина, характеризующая электрические свойства среды и называемая *относительной диэлектрической проницаемостью среды*. Тогда

$$F = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}. \quad (14.1')$$

Величина  $\epsilon$  для вакуума (или воздуха) условно принята равной единице. Таким образом, в вакууме (или в воздухе) заряды  $q_1$  и  $q_2$ , находящиеся на расстоянии  $r$  друг от друга, взаимодействуют с силой

$$F_0 = k \frac{q_1 q_2}{r^2}. \quad (14.1'')$$

Как видно из формул (14.1') и (14.1''),

$$\epsilon = \frac{F_0}{F}, \quad (14.2)$$

т. е. *относительная диэлектрическая проницаемость среды показывает, во сколько раз сила взаимодействия между двумя точечными зарядами в данной среде меньше, чем в вакууме.*

В табл. 12 в конце книги приводятся значения  $\epsilon$  некоторых веществ.

**§ 14.5. Единицы измерения электрических зарядов в системах СИ и СГСЭ.** 1. Для измерения электрических зарядов пользуются единицами СИ и электростатической системы СГСЭ. Определим сначала единицу электрического заряда в электростатической системе СГСЭ, в основу которой положены единицы системы СГС для механических величин: сантиметр (см), грамм (г) и секунда (сек).

Пусть два одинаковых электрических заряда  $q_1 = q_2 = q$ , находящиеся на расстоянии  $r = 1$  см в вакууме или в воздухе, взаимодействуют друг с другом с силой  $F = 1$  дина, причем  $k = 1$ . При этом условии, как видно из формулы (14.1''), каждый из зарядов  $q_1$  и  $q_2$  должен быть равен единице заряда СГСЭ (1 СГСЭ):

$$1 \text{ дина} = \frac{1 \text{ СГСЭ} \cdot 1 \text{ СГСЭ}}{1 \text{ см}^2}.$$

*За единицу электрического заряда в системе СГСЭ принят точечный заряд, который действует на равный ему заряд на расстоянии 1 см в вакууме с силой в 1 дина.*

Если  $q_1 = q_2 = q$ ;  $\epsilon = 1$  и  $k = 1$ , то формулу (14.1') можно переписать в виде

$$F = \frac{q^2}{r^2},$$

откуда

$$q = r\sqrt{F}. \quad (14.3)$$

Подставим в эту формулу  $r=1$  см и  $F=1$  дин. Тогда  $q=1$  СГСЭ  $q=1$  см  $\cdot \sqrt{1 \text{ дин}}=1$  см.  $(1 \text{ г} \cdot \text{см} \cdot \text{сек}^{-2})^{1/2}=1 \text{ г}^{1/2} \cdot \text{см}^{3/2} \cdot \text{сек}^{-1}$ .

Особого названия эта единица не имеет.

Установив единицу СГСЭ<sub>q</sub>, можно записать в системе СГСЭ закон Кулона так:

$$F = \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}. \quad (14.4)$$

2. В СИ единицей электрического заряда служит *кулон* (к). Определение кулона будет дано в § 18,5. Кулон равен  $3 \cdot 10^9$  единиц СГСЭ<sub>q</sub>. Подставляя в уравнение (14.1') вместо  $F$ ,  $q_1$ ,  $q_2$  и  $r$  единицы СИ и  $\epsilon=1$ , мы не можем считать коэффициент пропорциональности  $k$  равным единице. Для определения величины  $k$  найдем в системе СГСЭ силу взаимодействия между двумя электрическими зарядами  $q_1=q_2=1$  к, находящимися в вакууме ( $\epsilon=1$ ) на расстоянии 1 м друг от друга:

$$\begin{aligned} F &= \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2} = \frac{3 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^9}{1 \cdot 10^4} \frac{(2^{17/2} \cdot \text{см}^{3/2} \cdot \text{сек}^{-1})^2}{\text{см}^2} = \\ &= 9 \cdot 10^{14} \text{ г} \cdot \text{см} \cdot \text{сек}^{-2} = 9 \cdot 10^{14} \text{ дин} = 9 \cdot 10^9 \text{ н}. \end{aligned}$$

Следовательно, в СИ коэффициент  $k$  численно равен  $9 \cdot 10^9$  и закон Кулона в этой системе единиц выражается формулой

$$F = 9 \cdot 10^9 \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}, \quad (14.5)$$

откуда размерность

$$[k] = \frac{[F][\epsilon][r]^2}{[q]^2} = \text{н} \cdot \text{м}^2/\text{к}^2,$$

т. е.

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ н} \cdot \text{м}^2/\text{к}^2.$$

Численно коэффициент  $k$  равен силе, с которой взаимодействуют в вакууме на расстоянии 1 м друг от друга два заряда по 1 к каждый.

Если коэффициент  $k = 9 \cdot 10^9 \text{ н} \cdot \text{м}^2/\text{к}^2$  заменить величиной  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ , то закон Кулона, записанный для единиц системы СИ, имеет вид

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (14.5')$$

где  $\epsilon_0$  — так называемая *электрическая постоянная вакуума*. Из соотношения

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ н} \cdot \text{м}^2/\text{к}^2$$

следует, что

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ к}^2/(\text{н} \cdot \text{м}^2) = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ к}^2/(\text{н} \cdot \text{м}^2).$$

3. Заряд электрона  $e$ , выраженный в единицах СИ, равен

$$e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ к},$$

а в единицах СГСЭ

$$e = -4,8 \cdot 10^{-10} \text{ СГСЭ}_q.$$

**§ 14.6. Электроскоп.** Для обнаружения электрического заряда пользуются *электроскопом* (рис. 14.3), действие которого основано на взаимном отталкивании одноименных электрических зарядов. Электроскоп состоит из металлического стерженька  $B$ , к которому прикреплены два легких алюминиевых листочка  $A$  и  $A'$ . Стержень помещен в металлический корпус  $K$  со стеклянным окошком, который защищает листочки от потоков воздуха и влияния окружающих зарядов. Наружный конец стерженька выведен через изолирующую пробку  $P$  из корпуса и заканчивается металлическим шариком  $C$ . Если прикоснуться к шарiku заряженным телом, то часть электрического заряда переходит на электроскоп, листочки которого, отталкиваясь друг от друга, расходятся на некоторый угол. Этот угол тем больше, чем больший заряд сообщен электроскопу.

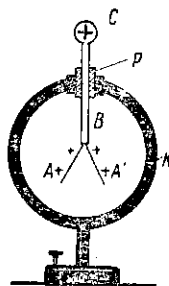


Рис. 14.3

Для того чтобы определить знак электрического заряда какого-либо тела, следует перенести часть этого заряда на заряженный электроскоп, знак заряда которого известен. Если при этом листочки электроскопа разойдутся на больший угол, то данное тело заряжено одноименно с электроскопом; если же угол между листочками уменьшится, то тело и электроскоп заряжены разноименно. Для того чтобы разрядить электроскоп, достаточно при-

коснуться рукой к шарiku C, и электрический заряд через тело человека уходит в землю.

### § 14.7. Электрическое поле заряда. Напряженность поля.

1. Электрический заряд изменяет свойства окружающего его пространства, создавая в нем *электрическое поле*. На всякий другой заряд, внесенный в электрическое поле, действует кулоновская сила. Таким образом, взаимодействие между зарядами осуществляется через электрическое поле. Электрическое поле, создаваемое неподвижными электрическими зарядами, не изменяется с течением времени и называется *электростатическим*.

2. Для исследования электрического поля в него нужно внести некоторый «пробный заряд»  $q_0$  и измерить силу, которая на него действует в заданной точке поля. Заряд  $q_0$  должен быть точечным и его величина должна быть достаточно малой, чтобы он не искажал исследуемого поля. Но сила, действующая на заряд, помещенный в ту или иную точку поля, пропорциональна величине этого заряда. Поэтому для характеристики электрического поля вводят *напряженность поля*, показывающую отношение силы, действующей на заряд, внесенный в данную точку поля, к величине этого заряда.

*Напряженностью электрического поля в данной его точке называется векторная физическая величина, численно равная силе, которую испытывает единичный положительный заряд, помещенный в данную точку, и направленная в сторону этой силы.*

Напряженность электрического поля обозначается буквой  $E$ . Согласно определению,

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}. \quad (14.6)$$

3. В СИ сила измеряется в ньютонах, электрический заряд — в кулонах. Следовательно, за единицу напряженности электрического поля в СИ ( $1 \text{ СИ}_E$ ) принимается напряженность в такой точке поля, где электрический заряд в 1 к испытывает силу в 1 н:

$$1 \text{ СИ}_E = 1 \text{ н/к}.$$

В системе единиц СГСЭ за единицу напряженности электрического поля принимается напряженность в такой

точке поля, где электрический заряд в 1 СГСЭ<sub>q</sub> испытывает силу в одну дину:

$$1 \text{ СГСЭ}_E = \frac{1 \text{ дин}}{1 \text{ СГСЭ}_q},$$

или, так как  $1 \text{ дин} = 1 \text{ г} \cdot \text{см} \cdot \text{сек}^{-2}$ , а  $1 \text{ СГСЭ}_q = \text{см}^{3/2} \cdot \text{г}^{1/2} \cdot \text{сек}^{-1}$ , то

$$1 \text{ СГСЭ}_E = 1 \frac{\text{см} \cdot \text{г} \cdot \text{сек}^{-2}}{\text{см}^{3/2} \cdot \text{г}^{1/2} \cdot \text{сек}^{-1}} = 1 \text{ см}^{-1/2} \cdot \text{г}^{1/2} \cdot \text{сек}^{-1}.$$

Соотношение между единицами напряженности электрического поля в системах СИ и СГСЭ следующее:

$$1 \frac{\text{Н}}{\text{К}} = \frac{10^6}{3 \cdot 10^9} \frac{\text{дин}}{\text{СГСЭ}_q} = \frac{1}{3 \cdot 10^3} \text{ СГСЭ}_E.$$

**§ 14.8. Напряженность электростатического поля точечного заряда.** 1. Найдем выражение для напряженности в некоторой точке *A* электростатического поля точечного электрического заряда *q*. Пусть точка *A* находится на расстоянии *r* от заряда *q* в среде с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . Поместим в точку *A* единичный положительный заряд  $q_0$ . Заменим в формуле (14.6) силу *F* ее выражением по закону Кулона.

а) В СИ:  $F = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{qq_0}{\epsilon r^2}$ , поэтому напряженность *E* электростатического поля точечного заряда *q* на расстоянии *r* от него равна

$$E = \frac{F}{q_0} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q}{\epsilon \cdot r^2}. \quad (14.7)$$

б) В системе СГСЭ:  $F = \frac{qq_0}{\epsilon r^2}$ , поэтому

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{q}{\epsilon r^2}. \quad (14.8)$$

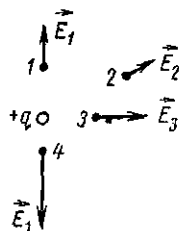


Рис. 14.4

Формулы (14.7) и (14.8) определяют числовое значение вектора напряженности  $\vec{E}$ . Его направление совпадает с направлением кулоновской силы  $\vec{F}$ . На рис. 14.4 изображены векторы напряженности поля точечного заряда  $+q$  в точках 1, 2, 3, 4.

Электростатическое поле вне заряженной шаровой поверхности эквивалентно полю точечного заряда, равного всему заряду шара и расположенному в его центре. Напря-



женность этого поля определяется также по формулам (14.7) или (14.8).

2. Напряженность в какой-либо точке поля двух или нескольких зарядов определяется путем векторного сложения напряженностей, которые создаются в этой точке каждым зарядом в отдельности. Например, в точке  $A$  электростатического поля зарядов  $+q_1$  и  $-q_2$  (рис. 14.5) результирующая напряженность  $\vec{E}$  равна векторной сумме напряженностей  $\vec{E}_1$  (поля заряда  $+q_1$ ) и  $\vec{E}_2$  (поля заряда  $-q_2$ ).

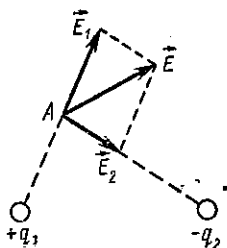


Рис. 14.5

## § 14.9. Электрические силовые линии.

1. Удобнее изображать графически электростатическое поле не в виде векторов напряженности поля, а с помощью *силовых линий*, или *линий напряженности*, как предложил М. Фарадей. При построении силовых линий пользуются следующими правилами:

а) касательная к силовой линии в каждой точке совпадает с вектором напряженности поля (рис. 14.6);

б) силовые линии всегда начинаются на поверхности положительно заряженного тела и оканчиваются на поверхности отрицательно заряженного; они представляют собой незамкнутые линии;

в) силовые линии не пересекаются, так как в каждой точке поля вектор напряженности имеет лишь одно направление;

г) в любой точке поля плотность силовых линий равна числовому значению напряженности поля в этой точке. Плотностью силовых линий называется число линий, проходящих сквозь единичную площадку, расположенную перпендикулярно к ним.

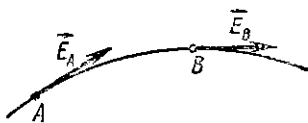


Рис. 14.6

2. В случае точечного или шарового заряда, находящегося на очень большом расстоянии от других тел, электростатическое поле симметрично относительно центра заряда. На рис. 14.7 изображено плоское сечение поля положительно заряженного шара.

Плоский разрез поля двух равных разноименных зарядов дан на рис. 14.8, а, двух равных одноименных заря-

дов — на рис. 14.8, б. Электростатическое поле внутри плоского конденсатора, т. е. двух разноименно заряженных плоских пластин, представлено на рис. 14.9. Это так называемое *однородное поле*. *Однородным называется поле, напряженность которого во всех точках одинакова*. Однородное поле изображается параллельными силовыми линиями с одинаковой плотностью, т. е. равноотстоящими друг от друга. На краях пластин плоского конденсатора силовые линии искривляются.

3. Распределение силовых линий электростатического поля можно показать на опыте. Вырезанный из металлической фольги силуэт

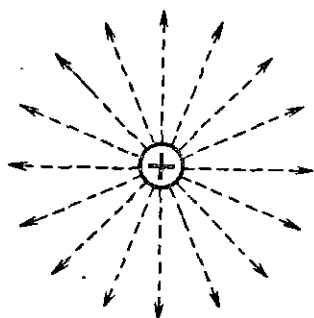


Рис. 14.7

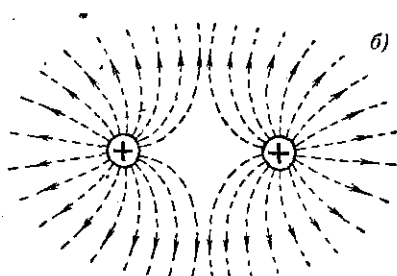
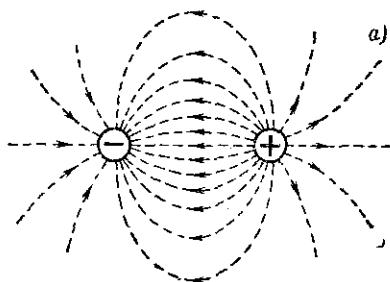


Рис. 14.8

тела, электростатическое поле которого изучают, наклеивают на дно стеклянного сосуда, наливают в сосуд жидкий диэлектрик (например, касторовое масло) и насыпают в жидкость немного манной крупы. Затем медленно заряжают металлический силуэт. В электрическом поле крупинки манной крупы поворачиваются и образуют цепочки вдоль силовых линий (рис. 14.10).

4. Не следует считать, что точечные заряды, внесенные в электрическое поле, всегда движутся в нем вдоль силовых линий. По касательной к траектории движущегося тела в любой ее точке направлена скорость тела, тогда как по касательным к силовым линиям направлена сила,

действующая на тело, а следовательно, и ускорение, с которым оно движется. Электрические заряды движутся вдоль прямолинейных силовых линий только в том случае, если начальные скорости зарядов равны нулю или

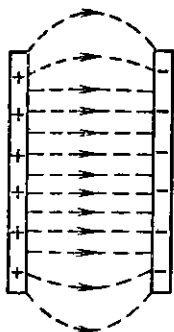


Рис. 14.9

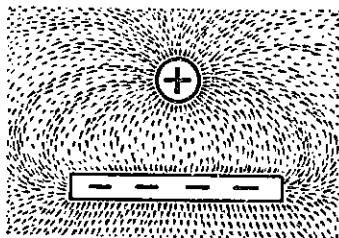


Рис. 14.10

совпадают по направлению с силовыми линиями, причем направление перемещения положительных электрических зарядов совпадает с направлением силовых линий, а отрицательных — противоположно направлению силовых линий.

**§ 14.10. Работа при перемещении заряда в электростатическом поле.** Работа сил тяготения и сил упругости (или работа против этих сил) не зависит от формы пути, а зависит только от начального

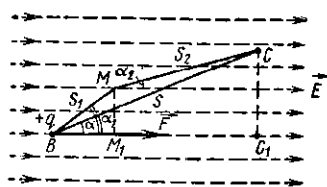


Рис. 14.11

и конечного положения перемещаемого тела и превращается в его потенциальную энергию (см. § 4.7). Покажем, что к этой же категории сил относятся силы электростатического поля.

На точечный электрический заряд  $+q$ , внесенный в точку  $B$  однородного электростатического поля ( $\vec{E} = \text{const}$ ), действует сила поля  $\vec{F} = q\vec{E}$  (рис. 14.11). При равномерном перемещении заряда из точки  $B$  в точку  $C$  по прямолинейному пути  $s$  поле совершает работу  $A$ , равную

$$A = F s \cos \alpha,$$

где  $F$  — сила, численно равная силе электростатического поля  $qE$ ,  $\alpha$  — угол между направлениями силы  $\vec{F}$  и перемещения  $\vec{BC}$ . Опустим из точки  $C$  перпендикуляр  $CC_1$  на направление силовой линии, проходящей через точку  $B$ , и обозначим  $s \cos \alpha = BC_1 = d$ . Тогда

$$A = Fd.$$

Если заряд  $+q$  перемещается по ломаной линии  $BMC$ , то поле совершает работу

$$A_1 = Fs_1 \cos \alpha_1 + Fs_2 \cos \alpha_2.$$

Но  $s_1 \cos \alpha_1 = BM_1$ ;  $s_2 \cos \alpha_2 = M_1C_1$  и, как видно из рис. 14.11,

$$A_1 = F(BM_1) + F(M_1C_1) = F(BC_1) = Fd,$$

т. е.  $A_1 = A$ .

Если, наконец, путь заряда  $+q$  представляет собой кривую линию, то эту кривую можно разделить на очень малые прямолинейные участки, сумма проекций которых на направление силовой линии, проходящей через точку  $B$ , будет равна  $d$ . Следовательно, и в этом случае работа  $A_2$ , которую поле совершит при перемещении заряда  $+q$  из точки  $B$  в точку  $C$ , будет равна  $A_2 = A = Fd$ .

Таким образом, работа при перемещении заряда в однородном электростатическом поле не зависит от формы пути, по которому движется заряд, а зависит только от положения начальной и конечной точек пути. Можно доказать, что это положение справедливо и для неоднородного электростатического поля.

Следовательно, работа сил электростатического поля (т. е. кулоновских сил) при перемещении в нем заряда превращается в потенциальную энергию.

Подобно тому, как при свободном падении тела работа силы тяжести равна уменьшению потенциальной энергии тела, при перемещении заряда  $+q$  в направлении силовых линий электрического поля работа  $A$  электрических сил равна уменьшению потенциальной энергии заряда  $+q$ . Если в точке 1 поля заряд  $+q$  обладал потенциальной энергией  $\Pi_1$ , а в точке 2 его потенциальная энергия стала равной  $\Pi_2$ , то работа сил поля, переместивших этот заряд, равна

$$A = \Pi_1 - \Pi_2. \quad (14.9)$$

**§ 14.11. Разность потенциалов. Единицы измерения разности потенциалов.** 1. В каждой точке поля, а значит, и на всем пути заряда  $q$  на него действует кулоновская сила, пропорциональная величине заряда. Поэтому и работа, совершаемая силами поля при перемещении заряда между любыми точками 1 и 2, пропорциональна величине заряда.

Перемещая в электростатическом поле единичный положительный заряд, силы поля совершают работу, равную, как следует из формулы (14.9),

$$\frac{A}{q} = \frac{\Pi_1}{q} - \frac{\Pi_2}{q}.$$

Изменение потенциальной энергии единичного положительного заряда  $\frac{\Pi_1}{q} - \frac{\Pi_2}{q}$  заменяют величиной  $\varphi_1 - \varphi_2$ , называемой *разностью потенциалов* между точками 1 и 2 электростатического поля. Тогда

$$\frac{A}{q} = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (14.10)$$

Разностью потенциалов между точками 1 и 2 электростатического поля называется скалярная физическая величина, численно равная работе, которую совершают электрические силы при перемещении единичного положительного электрического заряда из точки 1 в точку 2.

Из формулы (14.10) следует

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (14.11)$$

т. е. работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда  $q$  из точки 1 поля в точку 2, равна произведению величины заряда на разность потенциалов между этими точками.

Работа, совершаемая при переносе заряда в электростатическом поле, может быть определена только тогда, когда указаны начальная и конечная точки его пути. Поэтому физический смысл имеет только разность потенциалов между двумя точками поля.

Из формулы (14.11) следует, что работа при перемещении электрического заряда в электростатическом поле по замкнутому пути ( $\varphi_1 = \varphi_2$ ) равна нулю. Этим свойством электростатическое поле отличается от электрического поля, создаваемого движущимися зарядами.

2. Когда говорят о «потенциале в данной точке электростатического поля», то под этим подразумевают разность

потенциалов между данной точкой поля и некоторой точкой, потенциал которой условно принят равным нулю. За нулевой потенциал условились принимать потенциал бесконечно удаленной точки. На основании формулы (14.11) можно написать для точки  $l$  поля

$$A_{1,\infty} = q(\varphi_1 - \varphi_\infty),$$

где  $\varphi_\infty = 0$ . Тогда

$$A_{1,\infty} = q\varphi_1 \text{ и } \varphi_1 = \frac{A_{1,\infty}}{q},$$

откуда: потенциал в данной точке электростатического поля численно равен работе, совершаемой электрическими силами при перемещении единичного положительного заряда из этой точки поля в бесконечность.

Следовательно, потенциал любой точки поля положительного заряда — величина положительная. Потенциал любой точки поля отрицательного заряда — величина отрицательная.

При практических расчетах обычно принимают равным нулю потенциал Земли.

3. Потенциал в точке поля, находящейся на расстоянии  $r$  от точечного заряда  $q$  (или от центра заряженного шара), определяется в СИ по формуле

$$\varphi = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q}{\epsilon r}, \quad (14.12)$$

а в системе СГСЭ

$$\varphi = \frac{q}{\epsilon r}. \quad (14.12')$$

4. За единицу разности потенциалов в СИ принимается вольт (в).

Согласно формуле (14.10),  $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A}{q}$ , или

$$1 \text{ в} = \frac{1 \text{ дж}}{1 \text{ к}},$$

т. е. вольт равен разности потенциалов между двумя точками электростатического поля, если для перемещения между ними электрического заряда, равного одному кулону, нужно совершить работу, равную одному джоулю.

За единицу разности потенциалов в системе СГСЭ (1 СГСЭ<sub>φ</sub>) принимается разность потенциалов между такими двумя точками электростатического поля, для пере-

мещения между которыми единицы СГСЭ заряда нужно совершить работу, равную одному эрг:

$$1 \text{ СГСЭ}_\varphi = \frac{1 \text{ эрг}}{1 \text{ СГСЭ}_q} = 1 \frac{2 \cdot \text{см}^2 \cdot \text{сек}^{-2}}{2^{1/2} \cdot \text{см}^{3/2} \cdot \text{сек}^{-1}} = 1 \text{ э}^{1/2} \cdot \text{см}^{1/2} \cdot \text{сек}^{-1}.$$

Найдем соотношение между вольтom и единицей разности потенциалов в системе СГСЭ:

$$1 \text{ в} = \frac{1 \text{ дж}}{1 \text{ к}} = \frac{10^7 \text{ эрг}}{3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ}_q} = \frac{1}{300} \text{ СГСЭ}_\varphi,$$

или

$$1 \text{ СГСЭ}_\varphi = 300 \text{ в}.$$

5. В атомной физике часто пользуются единицей работы и энергии называемой *электрон-вольтom (эв)*. *Электрон-вольт равен работе, которую совершают силы поля перемещая заряд, равный заряду электрона ( $1,6 \cdot 10^{-19}$  к), между двумя точками поля с разностью потенциалов, равной одному вольту:*

$$1 \text{ эв} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ к} \cdot 1 \text{ в} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ дж} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг}.$$

**§ 14.12. Эквипотенциальные поверхности.** 1. *Поверхность, для любых двух точек которой разность потенциалов равна нулю, называется поверхностью равного потенциала, или эквипотенциальной поверхностью.*

Из этого определения следует, что на перемещение электрического заряда по эквипотенциальной поверхности не нужно затрачивать никакой работы [см. формулу (14.11)].

Но работа сил электрического поля равна нулю лишь в том случае, если направление перемещения электрического заряда все время перпендикулярно к направлению силы, действующей на заряд, т. е. к силовым линиям поля.

Следовательно, *силовые линии перпендикулярны к эквипотенциальной поверхности.*

Электрическое поле можно изображать графически не только с помощью силовых линий, но и с помощью эквипотенциальных поверхностей. Первая эквипотенциальная поверхность — это поверхность заряженного тела, что легко проверить на опыте с помощью электрометра (см. § 14.14). Остальные эквипотенциальные поверхности проводятся так, чтобы разность потенциалов между любыми двумя соседними поверхностями была одна и та же.

На следующих рисунках изображены сечения эквипотенциальных поверхностей плоскостью чертежа (сплош-

ные линии) и силовые линии (пунктир) электростатических полей: уединенного положительно заряженного шара (рис. 14.12), двух разноименных шаровых зарядов (рис. 14.13), двух одноименных шаровых зарядов (рис. 14.14), заряженного металлического цилиндра с коническим выступом вместо одного основания и конической впадиной вместо другого (рис. 14.15).

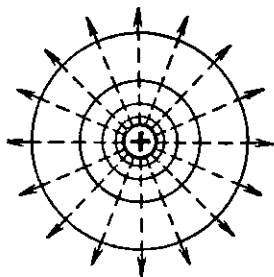


Рис. 14.12

2. Пользуясь картиной эквипотенциальных поверхностей, можно определить напряженность поля в любой его точке. Представим себе две соседние близко расположенные эквипотенциальные поверхности с разностью потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2 > 0$ . Из некоторой точки 1, лежащей на первой поверхности, перемещается вдоль силовой линии положительный заряд  $q$  до второй поверхности 2 и проходит расстояние  $l$  (рис. 14.16). Работа

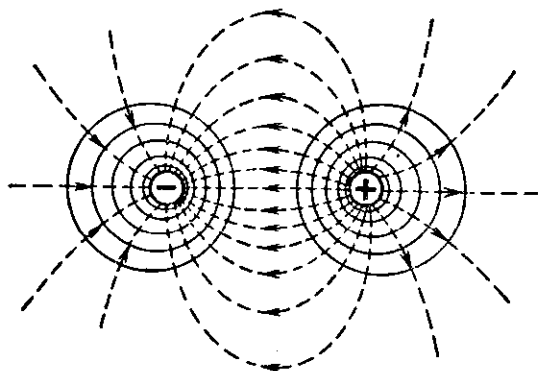


Рис. 14.13

сил поля равна  $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$ . Эту работу можно выразить и через напряженность поля:  $A = \mathbf{E}l = qEl$ . Таким образом,

$$q(\varphi_1 - \varphi_2) = qEl,$$

откуда

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l}, \quad (14.13)$$



т. е. напряженность в любой точке поля численно равна разности потенциалов, приходящейся на единицу длины силовой линии.

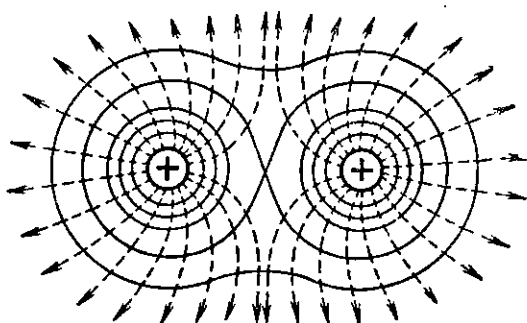


Рис. 14.14

Чем меньше  $l$ , чем теснее расположены эквипотенциальные поверхности, тем больше напряженность в этом месте электрического поля (см. рис. 14.12—14.15).

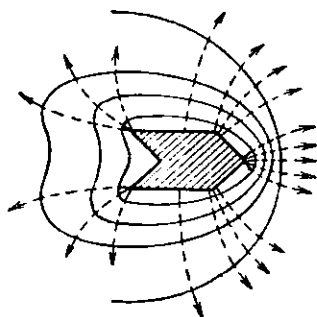


Рис. 14.15

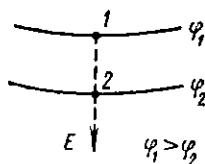


Рис. 14.16

**§ 14.13. Электромметр.** 1. *Электромметр* представляет собой усовершенствованный и проградуированный электроскоп и служит для измерения электрических зарядов. Главная часть электромметра — алюминиевый стержень  $A$  к которому на оси  $O$  прикреплен указатель в виде легкого алюминиевого стерженька  $C$  (рис. 14.17). Стержень  $A$  изолирован от металлического корпуса электромметра янтарной пробкой  $P$ , и его наружный конец заканчивается шариком  $B$ . Внутри корпуса электромметра закреплена шкала. Передняя стенка электромметра стеклянная. Электрометром из-

меряют не только электрические заряды, им можно пользоваться при соответствующей градуировке и для измерения потенциала, так как потенциал заряженного тела пропорционален величине его заряда [см. формулы (14.12) и (14.12')].

Отклонение стрелки электрометра зависит от разности потенциалов между стрелкой и корпусом. Чтобы градуировка электрометра сохраняла свое значение, необходимо, чтобы корпус электрометра и его подставка всегда имели один и тот же потенциал. Поэтому корпус электрометра заземляют (на рис. 14.17 это сделано при помощи проволоочки *D*). Тогда потенциал корпуса и подставки электрометра равен потенциалу Земли, т. е. нулю. Электрометр с заземленным корпусом измеряет свой потенциал относительно Земли.

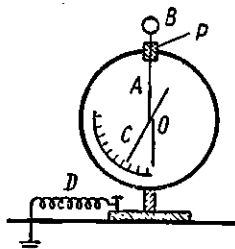


Рис. 14.17

**§ 14.14. Измерение потенциала заряженного проводника.** Соединим шарик *B* электрометра длинной тонкой проволокой с какой-либо точкой внешней поверхности полого проводящего шара *M*, потенциал которого нужно измерить и который установлен на изолирующей подставке *D* (рис. 14.18). Для удобства проволока заканчивается металлическим шариком *F*, насаженным на изолирующую ручку. Шар *M*, проволока и электрометр представляют собой как бы один проводник с общим потенциалом, и

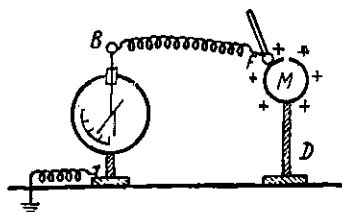


Рис. 14.18

электрометр измеряет этот потенциал относительно потенциала Земли.

Перемещая конец проволоки, соединенной с электрометром, по поверхности проводника любой формы и вводя его внутрь проводника, мы убеждаемся, что потенциал во всех точках заряженного проводника одинаков. Следовательно, внутри проводника напряженность поля  $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l}$  равна нулю, т. е. *внутри заряженного проводника электрического поля нет.*

**§ 14.15. Проводники в электрическом поле.** 1. Поместим незаряженный проводник в однородное электрическое поле, направленное слева направо (рис. 14.19). Под действием сил поля свободные электроны в проводнике будут перемещаться в направлении, противоположном направлению напряженности поля. Поэтому левая сторона проводника зарядится отрицательно, а правая — положительно. Перемещение электронов будет происходить, пока внешнее электрическое поле не уравновесится полем, возникшим внутри проводника. В результате напряженность поля внутри проводника будет равна нулю.

*Электризация проводника во внешнем электрическом поле путем разделения уже имеющихся в нем в равных*

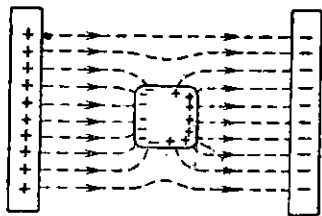


Рис. 14.19

*количествах положительных и отрицательных зарядов называется явлением электростатической индукции, или заряджением через влияние.*

2. Приведем опыты, иллюстрирующие это явление.

а) Наденем на два одинаковых электрометра вместо шариков два одинаковых металлических цилиндра *A* и *B*

и приведем их основания в соприкосновение. Заземлим корпуса обоих электрометров (рис. 14.20, а).

Поднесем к цилиндру *B*, не касаясь его, положительно заряженный шар *C*. Указатели обоих электрометров отклонятся на одинаковые углы (рис. 14.20, б), так как переход свободных электронов под действием сил поля с цилиндра *A* на *B* вызывает появление положительного заряда на цилиндре *A*, на котором теперь не хватает электронов.

Уберем шар *C*. Отклонения указателей электрометров становятся равными нулю, так как в отсутствие электрического поля электроны распределяются равномерно по всему объему *AB* (см. рис. 14.20, а).

б) Снова поднесем к цилиндру *B* положительно заряженный шар *C*. Раздвинем цилиндры *A* и *B* и затем уберем шар *C*. Указатели обоих электрометров остаются отклоненными на одинаковые углы (рис. 14.20, в). Приближая к каждому из цилиндров поочередно положительно заряженную стеклянную палочку, можно пока-

зать, что заряд цилиндра  $A$  положителен, заряд  $B$  отрицателен.

При соприкосновении цилиндров  $A$  и  $B$  в отсутствие заряженного шара  $C$  оба электрометра отметят исчезно-

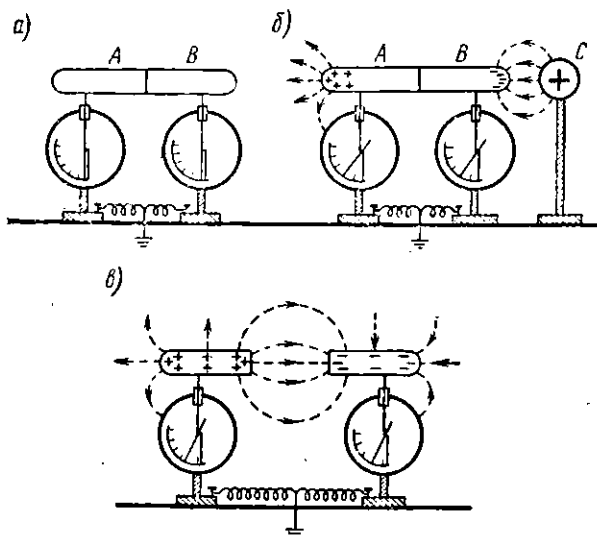


Рис. 14.20

вание заряда (см. рис. 14.20, а): равные разноименные заряды нейтрализовались.

3. В рассмотренных выше опытах индуцированный (наведенный) заряд был меньше, чем тот заряд, в поле которого происходила электростатическая индукция. Для того чтобы передать проводнику  $B$  весь заряд проводника  $A$ , нужно заряженный проводник  $A$  внести внутрь  $B$  (см. рис. 14.21, а) и затем коснуться им внутренней стенки  $B$  (см. рис. 14.21, б).

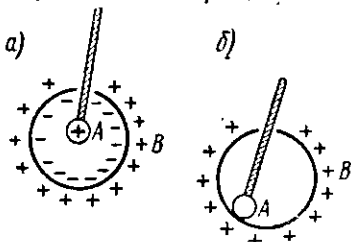


Рис. 14.21

4. Каким бы способом ни был заряжен проводник, внутри него, как мы убедились, электрическое поле отсутствует. Это позволяет использовать заземленные полые

проводники со сплошными или сетчатыми стенками как электростатическую защиту от внешних электрических полей. Электрометр помещают в металлический футляр, для того чтобы индуцированные на нем внешними электрическими полями заряды не искажали его показаний. Для защиты пороховых складов от удара молнии их окружают заземленной провололочной сетью.

**§ 14.16. Распределение электрического заряда на поверхности проводника.** Физическая величина, численно равная заряду, приходящемуся на единицу площади поверхности

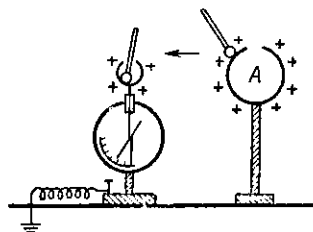


Рис. 14.22

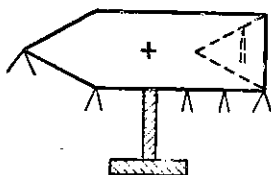


Рис. 14.23

проводника, называется *поверхностной плотностью  $\sigma$  заряда*:

$$\sigma = \frac{q}{S}, \quad (14.14)$$

где  $q$  — заряд участка поверхности проводника площадью  $S$ .

Можно показать, что на внешней поверхности заряженного металлического шара электрические заряды распределяются равномерно. Прикасаясь маленьким шариком  $C$  на изолирующей ручке к различным точкам поверхности шара  $M$  и перенося весь заряд, перешедший с него на шарик  $C$ , на незаряженный электрометр, мы всякий раз наблюдаем одно и то же отклонение указателя электрометра (рис. 14.22). Таким же способом можно убедиться, что внутри заряженного шара электрических зарядов нет.

В различных точках поверхности цилиндрического проводника с коническим выступом на одном основании и такой же впадиной на другом напряженность поля, а следовательно, и плотность заряда неодинаковы. С помощью одинаковых бумажных электроскопов, прикрепленных к разным точкам этого проводника (рис. 14.23), можно пока-

зять, что поверхностная плотность заряда максимальна на острие, несколько меньше на ребрах, одинакова на всей боковой поверхности цилиндра и равна нулю во впадине, т. е. внутри проводника: расхождение листочков каждого электроскопа пропорционально заряду, находящемуся в той точке проводника, с которой электроскоп соприкасается. Значительная часть общего заряда проводника оказывается на выступах его поверхности, так как одноименные заряды взаимно отталкиваются и стремятся занять наиболее удаленные друг от друга положения.

**§ 14.17. Электрическая емкость.** 1. Расположим металлический шар  $M$  вдали от других проводников так, чтобы он не мог заряжаться через влияние, соединим его длинной изолированной проволокой с электрометром и будем увеличивать заряд шара равными порциями. При увеличении заряда шара в несколько раз его потенциал увеличится во столько же раз, т. е. потенциал  $\varphi$  уединенного проводника пропорционален электрическому заряду  $q$ , сообщенному этому проводнику:

$$q = C\varphi, \quad (14.15)$$

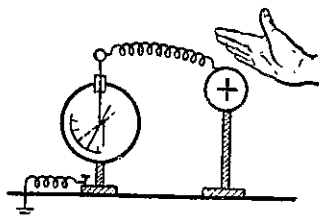


Рис. 14.24

где  $C$  — постоянная для данного проводника величина, называемая его *электрической емкостью*, или *электроемкостью*. Очевидно, что

$$C = \frac{q}{\varphi}, \quad (14.16)$$

т. е. *электроемкость уединенного проводника численно равна электрическому заряду, который нужно сообщить проводнику для того, чтобы изменить его потенциал на единицу*. Электроемкость данного проводника не зависит от его вещества и величины заряда, но зависит от его формы и размеров.

2. Приблизим к заряженному шару  $M$ , соединенному с электрометром, другой проводник, например руку, — электрометр покажет уменьшение потенциала шара (рис. 14.24). Заряд  $q$  шара не изменился, следовательно, увеличилась его электроемкость [см. формулу (14.16)].

Объясняется это тем, что все проводники, расположенные вблизи от заряженного проводника, заряжаются через влияние в поле его заряда, и более близкие к нему индуцированные заряды противоположного знака ослабляют поле заряда  $q$ .

3. На практике обычно имеют дело с двумя или несколькими проводниками. Пусть имеется система из двух разноименно заряженных проводников с разностью потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$  между ними. Абсолютные величины зарядов проводников равны.

Чтобы увеличить разность потенциалов между проводниками, необходимо совершить работу против сил электростатического поля и перенести добавочный отрицательный заряд  $-q$  с положительно заряженного проводника на отрицательно заряженный (или заряд  $+q$  с отрицательно заряженного проводника на положительно заряженный). При этом увеличится абсолютное значение обоих зарядов — как положительного, так и отрицательного. Поэтому *взаимной электроемкостью двух проводников называется физическая величина, численно равная заряду, который нужно перенести с одного проводника на другой для того, чтобы изменить разность потенциалов между ними на единицу.*

Взаимная электроемкость выражается формулой

$$C = \frac{q}{\varphi},$$

где  $q$  — заряд, перенос которого с одного проводника на другой изменяет разность потенциалов между этими проводниками на  $\varphi$ . Взаимная электроемкость зависит от формы и размеров проводников, от их взаимного расположения и относительной диэлектрической проницаемости среды, заполняющей промежутки между ними.

**§ 14.18. Единицы электроемкости.** 1. В СИ за единицу электроемкости принимается *фарада (ф)*. Из определения электроемкости [формула (14.16)] следует, что *фарада равна электроемкости такого проводника, потенциал которого изменяется на один вольт при сообщении ему электрического заряда в один кулон:*

$$1 \text{ ф} = \frac{1 \text{ К}}{1 \text{ В}}.$$

Емкость, равная фараде, очень велика, поэтому на практике пользуются долями фарады: микрофарадой (мкф) и пикофарадой (пф):

$$1 \text{ мкф} = 10^{-6} \text{ ф}; \quad 1 \text{ пф} = 10^{-6} \text{ мкф} = 10^{-12} \text{ ф}.$$

2. В системе СГСЭ за единицу емкости (1 СГСЭ<sub>с</sub>) принимается емкость такого проводника, потенциал которого изменяется на единицу СГСЭ разности потенциалов (1 СГСЭ<sub>φ</sub>) при сообщении ему электрического заряда, равного единице СГСЭ заряда (1 СГСЭ<sub>q</sub>).

Размерность емкости в системе СГСЭ, как следует из формулы (14.16), равна

$$[C] = \frac{[q]}{[\varphi]} = \frac{\text{см}^{3/2} \cdot \text{г}^{1/2} \cdot \text{сек}^{-1}}{\text{см}^{1/2} \cdot \text{г}^{1/2} \cdot \text{сек}^{-1}} = \text{см},$$

т. е. совпадает с размерностью длины.

В системе СГСЭ потенциал, создаваемый у поверхности заряженного шара, выражается формулой

$$\varphi = \frac{q}{\epsilon r},$$

где  $q$  — заряд шара,  $r$  — его радиус,  $\epsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость среды, в которой находится шар. Разность потенциалов между шаром и Землей равна

$$\varphi - 0 = \frac{q}{\epsilon r},$$

а емкость системы шар — Земля или емкость шара

$$C = \frac{q}{\varphi} = \epsilon r. \quad (14.17)$$

Если шар находится в вакууме или в воздухе, то  $\epsilon = 1$ , и тогда в системе единиц СГСЭ емкость шара равна его радиусу, выраженному в см.

В СИ емкость шара равна  $C = \frac{q}{\varphi} = \frac{\epsilon r}{9 \cdot 10^9}$ .

3. Найдем соотношение между единицами емкости в системах СИ и СГСЭ:

$$1 \text{ ф} = \frac{1 \text{ К}}{1 \text{ В}} = \frac{3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ}_q}{1/300 \text{ СГСЭ}_\varphi} = 9 \cdot 10^{11} \text{ см},$$

$$1 \text{ мкф} = 10^{-6} \text{ ф} = 9 \cdot 10^5 \text{ см},$$

$$1 \text{ пф} = 10^{-12} \text{ ф} = 0,9 \text{ см}.$$



4. Подсчитаем приблизительно емкость Земли, приняв ее за шар радиусом 6400 км:

$$C_a \approx 6400 \cdot 10^3 \text{ см} = \frac{64 \cdot 10^7}{9 \cdot 10^{11}} \phi = 7,11 \cdot 10^{-4} \phi = 711 \text{ мкф.}$$

Емкость Земли во много миллионов раз больше емкостей электростатических приборов и проводников. Соединяя с Землей какой-либо проводник с зарядом  $q$ , мы получаем проводник огромной емкости, потенциал которого практически не изменяется от того, что ему сообщили заряд  $q$ . Поэтому и было решено потенциал Земли принять за нулевой и сравнивать с ним потенциалы заряженных проводников.

**§ 14.19. Конденсаторы.** 1. *Конденсатором* называют систему из двух или нескольких проводников, которая при небольших размерах может обладать значительной емкостью.

Плоский конденсатор состоит из двух параллельных плоских металлических пластин, или обкладок, расположенных на близком расстоянии одна от другой. Между обкладками находится слой диэлектрика (рис. 14.25, а). Зарядим пластину А положительно. Тогда вследствие электростатической индукции на внутренней стороне пластины В появится отрицательный заряд, а на внешней ее стороне — положительный.

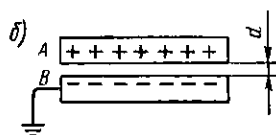


Рис. 14.25

Соединим пластину В с Землей (рис. 14.25, б). Тотчас же ее положительный заряд распределится по огромному проводнику Земля — пластина В, и обкладка В примет потенциал Земли. Отрицательный заряд не может уйти в Землю, так как удерживается положительным зарядом пластины А. Притягивающиеся друг к другу разноименные заряды обеих пластин расположатся на их внутренних сторонах. Между пластинами возникнет однородное электростатическое поле, слегка искаженное у краев пластин (см. рис. 14.9).

*Емкостью конденсатора называют физическую величину, численно равную отношению абсолютной вели-*

чины заряда  $q$  одной из обкладок конденсатора к разности потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$  между его обкладками:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}.$$

Емкость плоского конденсатора определяется в СИ формулой

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}, \quad (14.18)$$

где  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная вакуума,  $\epsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей зазор между пластинами,  $S$  — площадь каждой пластины,  $d$  — расстояние между ними.

В системе СГСЭ емкость плоского конденсатора равна

$$C = \frac{\epsilon S}{4\pi d}, \quad (14.19)$$

где  $\epsilon$ ,  $S$  и  $d$  обозначают те же величины, что и в формуле (14.18).

Проверим формулы (14.18) и (14.19) на опыте. Соединим пластину  $A$  раздвижного конденсатора с электрометром, корпус которого заземлен, и заземлим пластину  $B$

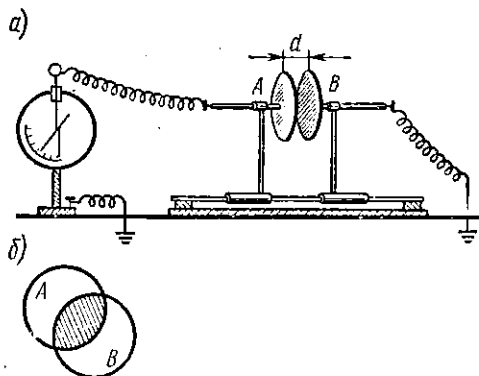


Рис. 14.26

(рис. 14.26, а). Тогда электрометр будет измерять разность потенциалов между пластинами  $A$  и  $B$ . Зарядим обкладку  $A$  и заметим показание электрометра. Если мы увеличим расстояние  $d$  между обкладками, то разность потенциалов между ними увеличится, что при постоянстве заряда  $q$

означает уменьшение емкости конденсатора. Сдвинем пластину *A* вверх, уменьшив действующую площадь обкладок (рис. 14.26, б), — показание электрометра увеличится, т. е. емкость конденсатора уменьшится. Поместим в воздушный промежуток между обкладками диэлектрик (стеклянную или эбонитовую пластину) — разность потенциалов между обкладками уменьшится, т. е. емкость конденсатора увеличится.

2. В середине XVIII в. в городе Лейдене (в Голландии) был создан один из первых конденсаторов — *лейденская банка* (рис. 14.27). Она состоит из стеклянного ци-

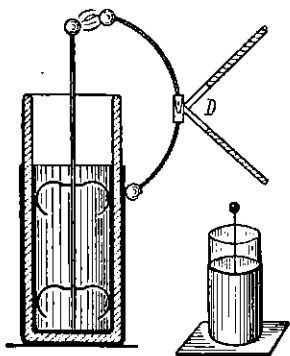


Рис. 14.27

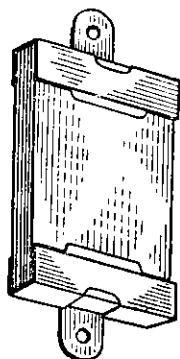


Рис. 14.28

линдрического сосуда, оклеенного внутри и снаружи примерно до  $\frac{2}{3}$  высоты станиолем. Внутренняя обкладка соединена пружинящими металлическими полосками с металлическим стержнем, заканчивающимся шариком. Внешняя обкладка заземляется, а внутренняя заряжается от полюса электростатической машины. Лейденские банки выдерживают разность потенциалов до 100 000 в, а их емкость достигает 0,001 мкф. Разряд лейденской банки производят при помощи специального разрядника *D* с изолирующей ручкой, так как разряжать ее, прикасаясь руками, опасно для жизни.

3. В настоящее время используют конденсаторы небольших размеров и удобной формы.

Слюдяные конденсаторы, применяемые в радиотехнике, изготавливаются из металлической фольги с прокладкой из слюды (рис. 14.28). Радиотехнические конденсаторы пере-

менной емкости с воздушной прокладкой состоит из двух систем параллельных пластин: одна система (*В*) неподвижна, другая (*А*) может поворачиваться вокруг оси, перпендикулярной к плоскости пластин, причем изменяется их действующая площадь (рис. 14.29).

Телефонный конденсатор состоит из двух плотно свернутых в спираль станиолевых лент, изолированных друг от друга бумажными парафинированными лентами.

Приводим условное изображение в электрических схемах конденсатора постоянной емкости (рис. 14.30, *а*) и конденсатора переменной емкости (рис. 14.30, *б*).

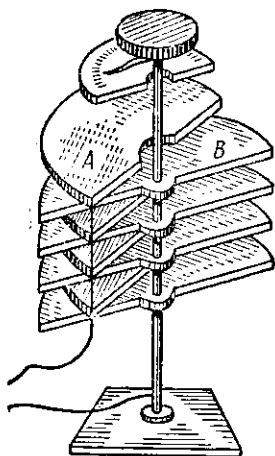


Рис. 14.29

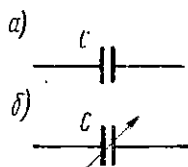


Рис. 14.30

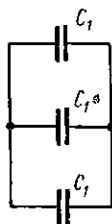


Рис. 14.31

Для того чтобы получить большую емкость, конденсаторы соединяют *параллельно* (рис. 14.31). Все положительно заряженные обкладки соединены между собой, и потенциал их одинаков, а общий заряд равен сумме их зарядов. То же можно сказать и об отрицательно заряженных обкладках. Поэтому систему из параллельно соединенных конденсаторов можно рассматривать как один конденсатор, емкость  $C$  которого равна сумме емкостей всех входящих в систему конденсаторов:

$$C = C_1 + C_2 + C_3. \quad (14.20)$$

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Как взаимодействуют одноименные электрические заряды? разноименные заряды?
2. С помощью какого прибора и как можно определить, заряжено ли тело и каков знак его заряда?

3. Объясните с точки зрения электронной теории, как возникают на телах электрические заряды.

4. Напишите формулу, выражающую закон Кулона для СИ и для системы единиц СГСЭ.

5. В каких единицах измеряется электрический заряд в системах СИ и СГСЭ?

6. Что называется относительной диэлектрической проницаемостью среды?

7. Дайте определение напряженности электрического поля.

8. Как графически изображают электрическое поле?

9. Начертите силовые линии поля: отрицательно заряженного шара, двух разноименных зарядов, двух одноименных зарядов.

10. Каковы свойства электрических силовых линий?

11. Какое электрическое поле называется однородным?

12. Какова особенность работы, совершаемой при перемещении электрического заряда в электростатическом поле?

13. Что называется разностью потенциалов между двумя точками электростатического поля? потенциалом точки электростатического поля?

14. В каких единицах измеряется разность потенциалов?

15. Дайте определение эквипотенциальной поверхности.

16. Как направлены силовые линии по отношению к эквипотенциальным поверхностям?

17. Чем отличается электромметр от электроскопа?

18. Одинаков ли потенциал внутри заряженного тела и на его поверхности?

19. Почему при измерении потенциала заряженного тела электромметр соединяют проволокой с металлическим шариком, насаженным на изолирующую ручку, которым прикасаются к заряженному телу?

20. Какова напряженность поля внутри заряженного тела?

21. В чем состоит явление электростатической индукции?

22. Как получить на полой металлической сфере индуцированный заряд, равный всему заряду проводника, наводящего заряд?

23. Можно ли сохранить разноименные индуцированные заряды после удаления заряженного тела, наводящего заряд?

24. Что представляет собой электростатическая защита?

25. Как распределяется электрический заряд на проводнике, поверхность которого имеет выступы и впадины?

26. Что называется электроемкостью проводника?

27. Как влияет на электроемкость проводника присутствие вблизи него других проводников?

28. В каких единицах измеряется электроемкость в системах единиц СИ и СГСЭ?

29. Каков потенциал всех заземленных проводников?

30. Опишите устройство плоского конденсатора и напишите формулу для его электроемкости.

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 14.1.** В модели атома водорода, согласно теории Бора, один электрон вращается по окружности вокруг ядра атома, состоящего из одного протона. Масса электрона равна  $9 \cdot 10^{-31}$  г. Найти: а) силу

взаимодействия между электроном и ядром, если электрон находится на орбите радиусом  $5 \cdot 10^{-9}$  см; б) скорость обращения электрона.

**Дано (СГСЭ):**

$$\begin{aligned} q &= 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ СГСЭ } q; \\ e &= -4,8 \cdot 10^{-10} \text{ СГСЭ } q; \\ m_e &= 9 \cdot 10^{-28} \text{ г}; \\ r &= 5 \cdot 10^{-9} \text{ см}; \\ \varepsilon &= 1. \end{aligned}$$


---

$F = ?$

**Решение**

а) Сила электрического взаимодействия между электроном и протоном равна

$$F = \frac{qe}{\varepsilon r^2}, \quad (a)$$

или, так как  $q$  и  $e$  численно равны,

$$F = \frac{e^2}{\varepsilon r^2} = - \frac{(4,8 \cdot 10^{-10})^2}{1 \cdot 25 \cdot 10^{-18}} \text{ дин} = -9,2 \cdot 10^{-8} \text{ дин}.$$

б) Сила электрического взаимодействия представляет собой центростремительную силу, удерживающую электрон на его орбите и равную

$$F = F_{ц.с} = \frac{mv^2}{r}. \quad (б)$$

Из равенства правых частей формул (а) и (б) получаем

$$\frac{e^2}{\varepsilon r^2} = \frac{mv^2}{r},$$

откуда

$$v = e \sqrt{\frac{1}{\varepsilon m}}.$$

Подставляем данные в последнюю формулу:

$$v = 4,8 \cdot 10^{-10} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 \cdot 5 \cdot 10^{-9} \cdot 9 \cdot 10^{-28}}} \frac{\text{см}}{\text{сек}} = 2,26 \cdot 10^8 \text{ см/сек}.$$

Проверим размерность:

$$\begin{aligned} [v] &= [e] [\varepsilon]^{-1/2} [r]^{-1/2} [m]^{-1/2} = [r] [F]^{1/2} \cdot 1 \cdot [r]^{-1/2} [m]^{-1/2} = \\ &= 2^{1/2} \cdot \text{см}^{3/2} \cdot \text{сек}^{-1} \cdot \text{см}^{-1/2} \cdot 2^{-1/2} = \text{см} \cdot \text{сек}^{-1}. \end{aligned}$$

**Задача 14.2.** Два заряженных шарика весом по 0,005 н, подвешенные на шелковых нитях длиной 1 м в воздухе, отталкиваясь друг от друга, разошлись на 0,09 м. Заряды шариков равны. Найти величину заряда каждого шарика.

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} P_1 &= P_2 = 0,005 \text{ н}; \\ l &= 1 \text{ м}; \\ r &= 0,09 \text{ м}; \\ \varepsilon &= 1. \end{aligned}$$


---

$q = ?$

**Решение**

На каждый шарик действуют его вес  $P$ , сила электрического отталкивания  $F$  и натяжные нити  $T$  (рис. 14.32). Для равновесия шарика необходимо, чтобы равнодействующая  $R$  сил  $F$  и  $P$  была равна силе  $T$  натяжения нити и направлена в сторону,

противоположную направлению  $T$ . Из чертежа видно, что в таком случае треугольники  $OCB$  и  $BDG$  подобны. Следовательно,

$$\frac{P}{F} = \frac{h}{r/2}.$$

Но  $h = \sqrt{l^2 - \frac{r^2}{4}}$ , поэтому

$$\frac{P}{F} = \frac{\sqrt{l^2 - \frac{r^2}{4}}}{r/2} = \frac{\sqrt{4l^2 - r^2}}{r}.$$

Отсюда

$$F = \frac{Pr}{\sqrt{4l^2 - r^2}}.$$

С другой стороны, сила электрического взаимодействия  $F$  равна

$$F = 9 \cdot 10^9 \frac{q^2}{\epsilon r^2}.$$

Из равенства правых частей двух последних формул

$$\frac{Pr}{\sqrt{4l^2 - r^2}} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q^2}{\epsilon r^2}$$

находим

$$q = \frac{r}{3 \cdot 10^4} \sqrt{\frac{\epsilon}{10} \frac{Pr}{4l^2 - r^2}}.$$

Подставим данные:

$$q = \frac{0,09}{3 \cdot 10^4} \cdot \sqrt{\frac{1}{10} \cdot \frac{0,005 \cdot 0,09}{4 \cdot 1 - (0,09)^2}} \kappa = 1,42 \cdot 10^{-6} \kappa.$$

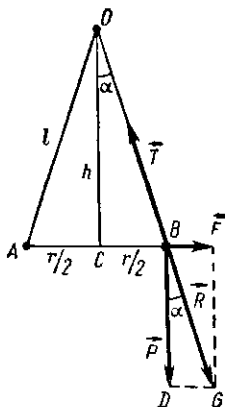


Рис. 14.32

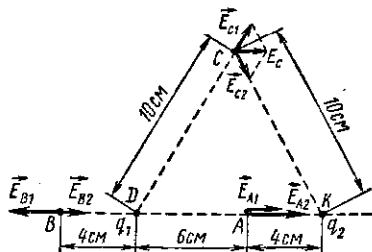


Рис. 14.33

**Задача 14.3.** Два точечных заряда  $q_1 = +12 \cdot 10^{-9} \kappa$  и  $q_2 = -12 \cdot 10^{-9} \kappa$  расположены на расстоянии 10 см друг от друга в воздухе. Определить напряженность электростатического поля, создаваемого этими зарядами, в точках A, B и C (рис. 14.33).

### Дано (СИ):

$$\begin{aligned} q_1 &= +12 \cdot 10^{-9} \text{ К}; \\ q_2 &= -12 \cdot 10^{-9} \text{ К}; \\ r &= 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}; \\ r_{A1} &= 6 \text{ см} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \\ r_{A2} &= 4 \text{ см} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \\ r_{B1} &= 4 \text{ см} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \\ r_{C1} &= r_{C2} = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}; \\ \epsilon &= 1. \end{aligned}$$


---


$$E_A - ? \quad E_B - ? \quad E_C - ?$$

### Решение

а) В точке  $A$  векторы  $\vec{E}_{A1}$  напряженности поля, создаваемого зарядом  $q_1$ , и  $\vec{E}_{A2}$ , создаваемого зарядом  $q_2$ , направлены одинаково — слева направо (примем это направление за положительное). Поэтому вектор  $\vec{E}_A$  результирующей напряженности направлен в ту же сторону и численно равен их сумме. По формуле (14.5),

$$E = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q}{\epsilon r^2}.$$

Поэтому

$$E_A = E_{A1} + E_{A2} = 9 \cdot 10^9 \left( \frac{q_1}{\epsilon r_{A1}^2} + \frac{q_2}{\epsilon r_{A2}^2} \right).$$

Подставим данные:

$$\begin{aligned} E_A &= 9 \cdot 10^9 \frac{\text{н} \cdot \text{м}^2}{\text{К}^2} \left[ \frac{12 \cdot 10^{-9}}{1 \cdot (6 \cdot 10^{-2})^2} + \frac{12 \cdot 10^{-9}}{1 \cdot (4 \cdot 10^{-2})^2} \right] \frac{\text{К}}{\text{м}^2} = \\ &= 9 \cdot (0,33 \cdot 10^4 + 0,75 \cdot 10^4) \text{ н/К} = 9,72 \cdot 10^4 \text{ н/К (или } 9,72 \cdot 10^4 \text{ в/м)}. \end{aligned}$$

б) В точке  $B$  вектор  $\vec{E}_{B1}$  направлен справа налево, а вектор  $\vec{E}_{B2}$  — слева направо. Поэтому результирующий вектор  $\vec{E}_B$  численно равен

$$E_B = -E_{B1} + E_{B2} = 9 \cdot 10^9 \left( -\frac{q_1}{\epsilon r_{B1}^2} + \frac{q_2}{\epsilon r_{B2}^2} \right),$$

или

$$\begin{aligned} E_B &= 9 \cdot 10^9 \left[ -\frac{12 \cdot 10^{-9}}{1 \cdot (4 \cdot 10^{-2})^2} + \frac{12 \cdot 10^{-9}}{1 \cdot (4 \cdot 10^{-2})^2} \right] \text{ н/К} = \\ &= -6,2 \cdot 10^4 \text{ н/К (или } -6,2 \cdot 10^4 \text{ в/м)}. \end{aligned}$$

Вектор напряженности  $\vec{E}_B$  направлен справа налево.

в) В точке  $C$  векторы  $\vec{E}_{C1}$  и  $\vec{E}_{C2}$  численно равны. Построив их равнодействующую  $\vec{E}_C$ , мы убеждаемся, что  $\triangle CDK$  равносторонний. Таким образом, вектор  $\vec{E}_C$  численно равен каждому из составляющих векторов в отдельности и направлен слева направо:

$$\begin{aligned} E_C &= 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q_1}{\epsilon r_{C1}^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{12 \cdot 10^{-9}}{1 \cdot 10^{-2}} \frac{\text{н}}{\text{К}} = \\ &= 1,08 \cdot 10^4 \text{ н/К (или } 1,08 \cdot 10^4 \text{ в/м)}. \end{aligned}$$

**Задача 14.4.** Поверхностная плотность электрических зарядов на поверхности проводящего шара равна  $8,85 \cdot 10^{-7} \text{ К/м}^2$ , напряженность электростатического поля на расстоянии  $2 \text{ м}$  от поверхности шара  $3,6 \cdot 10^4 \text{ н/К}$ .

Определить радиус шара.



**Дано (СИ):**

$$\sigma = 8,85 \cdot 10^{-7} \text{ К/м}^2;$$

$$E = 3,6 \cdot 10^4 \text{ н/К};$$

$$a = 2 \text{ м.}$$

$$R = ?$$

**Решение**

Расстояние от центра шара до точки с данной напряженностью поля  $E$  равно  $R + a$  (геометрическое место всех таких точек представляет собой сферическую поверхность);

$$E = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q}{(R + a)^2}.$$

Заряд  $q = 4\pi R^2 \sigma$ , поэтому

$$E = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4\pi \sigma R^2}{(R + a)^2},$$

или

$$ER^2 + 2aER + a^2E - 9 \cdot 10^9 \cdot 4\pi \sigma R^2 = 0.$$

Здесь удобнее сразу произвести подстановку числовых данных и сокращение:

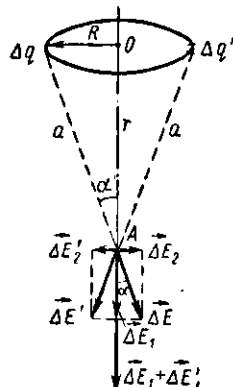


Рис. 14.34

$$3,6 \cdot 10^4 R^2 + 2 \cdot 2 \cdot 3,6 \cdot 10^4 R + 4 \cdot 3,6 \cdot 10^4 - 9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-7} R^2 = 0,$$

или

$$-0,9R^2 + 2R + 2 = 0,$$

откуда

$$R = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 1,8}}{0,9} \text{ м.}$$

Очевидно, что

$$R = \frac{1 + 1,7}{0,9} \text{ м} = 3 \text{ м.}$$

**Задача 14.5.** Тонкое проволочное кольцо радиусом 10 см равномерно заряжено, причем его общий заряд равен  $5 \cdot 10^{-9}$  К. Определить напряженность электрического поля на оси кольца: а) в его центре; б) на расстояниях от его центра, равных 5, 7 и 10 см. На каком расстоянии напряженность поля оказалась наибольшей?

**Дано (СИ):**

$$R = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м};$$

$$q = 5 \cdot 10^{-9} \text{ К};$$

$$\varepsilon = 1;$$

$$r_1 = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м};$$

$$r_2 = 7 \text{ см} = 0,07 \text{ м};$$

$$r_3 = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м.}$$

$$E_0 = ? \quad E_1 = ? \quad E_2 = ?$$

$$E_3 = ?$$

**Решение**

а) Разделим кольцо на столь малые элементы, чтобы заряд  $\Delta q$  каждого элемента можно было считать точечным. Каждый заряд  $\Delta q$  создает в точке А (рис. 14.34) напряженность поля

$$\Delta E = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\Delta q}{\varepsilon a^2},$$

где  $a$  — расстояние от элементарного заряда  $\Delta q$  до точки А,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость воздуха, равная единице. Разложим вектор  $\Delta \vec{E}$  на две составляющие:  $\Delta \vec{E}_1$ ,

направленную вдоль оси, и  $\Delta E_2$ , перпендикулярную к оси. Любому заряду  $\Delta q$  можно найти на кольце симметрично расположенный относительно оси заряд  $\Delta q'$ . Составляющие  $\Delta \vec{E}_2$  и  $\Delta \vec{E}_2'$ , численно равные  $\Delta E \sin \alpha$ , но направленные в противоположные стороны, дают равнодействующую, равную нулю. Это справедливо для напряженностей, создаваемых в точке  $A$  любой парой симметрично расположенных зарядов. Поэтому результирующая напряженность  $E$  электрического поля заряда кольца в точке  $A$  равна сумме всех составляющих  $\Delta E_1$ , направленных вдоль оси кольца. Так как

$$\Delta E_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\Delta q}{\varepsilon a^2} \cos \alpha,$$

где  $\alpha$  — угол между направлениями  $a$  и  $r$ , то

$$E = \Sigma \Delta E_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q}{\varepsilon a^2} \cos \alpha. \quad (1)$$

Для центра кольца  $a \perp r$ ;  $\alpha = 90^\circ$ ;  $\cos \alpha = 0$  и  $E = 0$ .

б) Расстояние

$$a = \sqrt{R^2 + r^2},$$

где  $r$  — расстояние точки  $A$  от центра кольца. Тогда

$$\cos \alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2 + r^2}}$$

и формула (1) принимает вид

$$E = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q}{\varepsilon (R^2 + r^2)} \frac{R}{\sqrt{R^2 + r^2}} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{qR}{\varepsilon (R^2 + r^2)^{3/2}}. \quad (2)$$

Подставляем числовые данные:

$$E_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9} \cdot 0,1}{1 \cdot (0,01 + 0,0025)^{3/2}} \text{ н/м} = 2045 \text{ н/м};$$

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9} \cdot 0,1}{1 \cdot (0,01 + 0,0049)^{3/2}} \text{ н/м} = 2500 \text{ н/м};$$

$$E_3 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9} \cdot 0,1}{1 \cdot (0,01 + 0,01)^{3/2}} \text{ н/м} = 1607 \text{ н/м}.$$

**Задача 14.6.** В электростатическом поле, образованном в воздухе зарядом  $-2 \cdot 10^{-7}$  К, переносят заряд  $+10^{-9}$  К из точки, находящейся на расстоянии 0,3 м от первого заряда, в точку, находящуюся на расстоянии 1,5 м от него. Какая работа совершается при этом?

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} q_1 &= -2 \cdot 10^{-7} \text{ К}; \\ q_2 &= 10^{-9} \text{ К}; \\ r_1 &= 0,3 \text{ м}; \\ r_2 &= 1,5 \text{ м}; \\ \varepsilon &= 1. \end{aligned}$$

**Решение**

Работа, совершаемая при переносе заряда  $q_2$  из одной точки поля в другую при разности потенциалов между ними  $\varphi_1 - \varphi_2$ , равна

$$A = q_2 (\varphi_1 - \varphi_2).$$

$A = ?$

Потенциалы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  в точках поля заряда  $q_1$ , находящихся на расстоянии  $r_1$  и  $r_2$  от него, равны соответственно [см. формулу (14.12) для СИ]:

$$\varphi_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q_1}{\epsilon r_1}; \quad \varphi_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q_1}{\epsilon r_2}.$$

Поэтому работа

$$A = \frac{9 \cdot 10^9}{\epsilon} q_1 q_2 \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Подставляем данные:

$$A = \frac{9 \cdot 10^9}{1} \cdot (-2 \cdot 10^{-7}) \cdot 10^{-8} \cdot \left( \frac{1}{0,3} - \frac{1}{1,5} \right) \text{дж} \approx \\ \approx 48 \cdot 10^{-7} \text{ дж} = 48 \text{ эрг}.$$

Работа положительна, и потенциальная энергия системы зарядов  $q_1$  и  $q_2$  увеличилась.

**Задача 14.7.** Какова скорость электрона, прошедшего в электрическом поле разность потенциалов  $1 \text{ в? } 100 \text{ в?}$  Решите эту задачу для  $\alpha$ -частицы, заряд которой в два раза больше заряда электрона, а масса равна  $6,64 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ .

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} (\varphi_1 - \varphi_2)' &= 1 \text{ в;} \\ (\varphi_1 - \varphi_2)'' &= 100 \text{ в;} \\ e &= -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ К;} \\ q &= 2e; \\ m_e &= 9 \cdot 10^{-31} \text{ кг;} \\ m_\alpha &= 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ кг.} \end{aligned}$$


---


$$\begin{aligned} v_e' - ? \quad v_e'' - ? \\ v_\alpha - ? \quad v_\alpha'' - ? \end{aligned}$$

**Решение**

При перемещении электрона в электрическом поле силы поля совершили работу  $A = e(\varphi_1 - \varphi_2)$ . Эта работа была затрачена на сообщение электрону кинетической энергии  $\frac{mv_e^2}{2}$ . Таким образом,

$$\frac{mv_e^2}{2} = -e(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Знак минус в правой части означает, что электрон перемещался в направлении, противоположном направлению электрического поля. Из этого уравнения определяем скорость электрона:

$$v_e = \sqrt{\frac{-2e}{m_e} (\varphi_1 - \varphi_2)},$$

$\alpha$ -частица движется в направлении электрического поля, и

$$v_\alpha = \sqrt{\frac{2q_\alpha}{m_\alpha} (\varphi_1 - \varphi_2)}.$$

Подставляем данные:

$$v_e' = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9 \cdot 10^{-31}} \cdot 1} \text{ м/сек} = 6 \cdot 10^5 \text{ м/сек};$$

$$v_e'' = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9 \cdot 10^{-31}} \cdot 100} \text{ м/сек} = 6 \cdot 10^6 \text{ м/сек};$$

$$v_a' = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,64 \cdot 10^{-27}} \cdot 1} \text{ м/сек} = 9,8 \cdot 10^3 \text{ м/сек}$$

$$v_a'' = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,64 \cdot 10^{-27}} \cdot 100} \text{ м/сек} = 9,8 \cdot 10^4 \text{ м/сек.}$$

**Задача 14.8.** Между пластинами плоского конденсатора, расположенными горизонтально, удерживается в равновесии пылинка массой  $10^{-9}$  г с зарядом  $-14,4 \cdot 10^{-7}$  СГСЭ<sub>q</sub>. Определить разность потенциалов между пластинами, если расстояние между ними равно 1 см.

**Дано (СГСЭ):**

$$\begin{aligned} m &= 10^{-9} \text{ г;} \\ q &= -14,4 \cdot 10^{-7} \text{ СГСЭ}_q; \\ d &= 1 \text{ см.} \end{aligned}$$


---


$$\varphi_1 - \varphi_2 = ?$$

**Решение**

Разность потенциалов между пластинами можно определить из соотношения между разностью потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$  и напряженностью  $E$  поля:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}, \quad (1)$$

откуда

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed.$$

Чтобы определить напряженность поля, учтем, что на пылинку действуют две силы: ее вес  $mg$ , направленный вниз, и сила электрического поля конденсатора  $qE$ , направленная вверх (так как заряд пылинки отрицательный, то верхняя пластина должна быть заряжена положительно). Пылинка находится в равновесии, следовательно, эти силы численно равны:

$$mg = -qE,$$

откуда

$$E = -\frac{mg}{q}.$$

Подставив это выражение вместо  $E$  в формулу (1), получим

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{mgd}{q}, \quad (2)$$

или

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{10^{-9} \cdot 981 \cdot 1}{-14,4 \cdot 10^{-7}} \text{ СГСЭ}_\varphi = 68 \cdot 10^{-3} \text{ СГСЭ}_\varphi,$$

или

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 68 \cdot 10^{-3} \cdot 300 \text{ в} = 204 \text{ в.}$$

**Задача 14.9.** Шару емкостью 1 мкф сообщили заряд  $3 \cdot 10^{-5}$  к, а шару емкостью 2 мкф — заряд  $9 \cdot 10^{-5}$  к. а) Как распределятся заряды между шарами, если их соединить проводочкой? б) На сколько изменится заряд каждого шара? в) Каков будет потенциал шаров?

**Дано СИ:**

$$C_1 = 1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф};$$

$$C_2 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф};$$

$$q_1 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ К};$$

$$q_2 = 9 \cdot 10^{-5} \text{ К}.$$

$$\text{а) } q'_1 = ? \quad q'_2 = ?$$

$$\text{б) } q'_1 - q_1? \quad q'_2 - q_2?$$

$$\text{в) } \varphi = ?$$

**Решение**

а) Когда заряженные шары соединили проводочкой, они образовали один проводник с общим потенциалом  $\varphi = \varphi_1 = \varphi_2$  и общим зарядом  $q = q_1 + q_2$ . Потенциал каждого шара можно представить как

$$\varphi_1 = \frac{q'_1}{C_1}; \quad \varphi_2 = \frac{q'_2}{C_2} = \frac{q - q'_1}{C_2}.$$

Так как  $\varphi_1 = \varphi_2$ , то

$$\frac{q'_1}{C_1} = \frac{q - q'_1}{C_2}.$$

Решив это уравнение относительно  $q'_1$ , получим

$$q'_1 = \frac{qC_1}{C_1 + C_2} \text{ и } q'_2 = q - q'_1.$$

Подставим данные:

$$q'_1 = \frac{12 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-6}} \text{ К} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ К};$$

$$q'_2 = 12 \cdot 10^{-5} \text{ К} - 4 \cdot 10^{-5} \text{ К} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ К}.$$

б) Заряд первого шара увеличился на  $q'_1 - q_1 = 10^{-5} \text{ К}$ .

Изменение заряда второго шара равно  $q'_2 - q_2 = -10^{-5} \text{ К}$ , т. е. второй шар отдал часть своего заряда первому шару.

в) Потенциал первого шара равен

$$\varphi_1 = \frac{q'_1}{C_1} = \frac{4 \cdot 10^{-5}}{10^{-6}} \text{ В} = 40 \text{ В}.$$

Так как потенциал обоих шаров одинаков, то и  $\varphi_2 = 40 \text{ В}$ . Проверим это:

$$\varphi_2 = \frac{q'_2}{C_2} = \frac{8 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-6}} \text{ В} = 40 \text{ В}.$$

**Задача 14.10.** 64 маленьких дождевых капли одинакового размера с одинаковыми по величине и знаку зарядами сливаются в одну каплю. Каким будет потенциал  $\varphi$  большой капли по сравнению с потенциалом  $\varphi_0$  одной маленькой капли?

**Дано:**

$$n = 64.$$

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = ?$$

**Решение**

Потенциал заряженной капли

$$\varphi_0 = \frac{q_0}{C_0},$$

где  $q_0$  — заряд капли, а  $C_0$  — ее емкость. Каплю можно представить себе в виде шарика, а емкость шара в системе СГСЭ численно равна его радиусу, т. е.

$$\varphi_0 = \frac{q_0}{r_0}.$$

Поэтому

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{q/r}{q_0/r_0} = \frac{64q_0}{q_0} \frac{r_0}{r} = 64 \frac{r_0}{r}. \quad (1)$$

Найдем отношение радиусов капель. Объем большой капли равен объему 64 маленьких капель, т. е.

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = 64 \cdot \frac{4}{3} \pi r_0^3.$$

Следовательно,

$$r = \sqrt[3]{64r_0^3} = 4r_0,$$

или

$$\frac{r_0}{r} = \frac{1}{4}. \quad (2)$$

Подставив это значение  $\frac{r_0}{r}$  в формулу (1), получим

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = 64 \cdot \frac{1}{4} = 16,$$

т. е. потенциал большой капли в 16 раз больше потенциала одной маленькой капли.

**Задача 14.11.** Доказать, что при последовательном соединении конденсаторов величина, обратная их общей емкости, равна сумме величин, обратных емкостям отдельных конденсаторов.

### Решение

При последовательном соединении конденсаторов (рис. 14.35) разность потенциалов ( $\varphi_A - \varphi_B$ ) на зажимах батареи распределяется между отдельными конденсаторами. Потенциал соединенных между собою пластин соседних конденсаторов одинаков. Если сообщить одной из обкладок *I* конденсатора заряд  $q$ , то на второй находится заряд  $-q$ , а на соединенной с ней первой обкладке *II* конденсатора — заряд  $+q$  и т. д. Обозначим  $\Delta\varphi_1$  разность потенциалов между обкладками *I* конденсатора,  $\Delta\varphi_2$  — второго,  $\Delta\varphi_3$  — третьего. Очевидно, что

$$\varphi_A - \varphi_B = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 + \Delta\varphi_3.$$

Но

$$\Delta\varphi_1 = \frac{q}{C_1}; \quad \Delta\varphi_2 = \frac{q}{C_2}; \quad \Delta\varphi_3 = \frac{q}{C_3}.$$

Поэтому

$$\varphi_A - \varphi_B = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3} = q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right).$$

С другой стороны,

$$\varphi_A - \varphi_B = \frac{q}{C},$$

где  $C$  — общая емкость. Из двух последних формул получаем

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

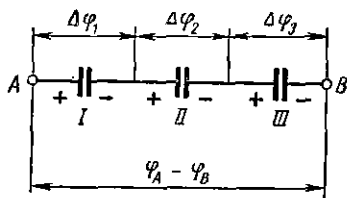


Рис. 14.35

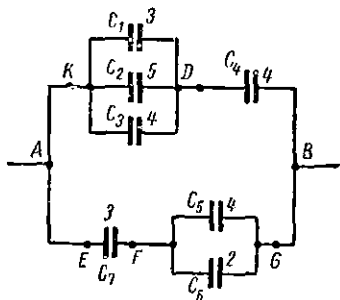


Рис. 14.36

**Задача 14.12.** На рис. 14.36 изображена батарея конденсаторов. Их емкости в микрофарадах указаны на схеме. а) Определить полную емкость батареи  $C_{AB}$ . б) Найти разность потенциалов между точками A и F, если известно, что заряд конденсатора емкостью 5 мкф равен 120 мкк.

**Дано:**

$$\begin{aligned} C_1 = C_7 &= 3 \text{ мкф}; \\ C_2 &= 5 \text{ мкф}; \\ C_3 = C_4 = C_5 &= 4 \text{ мкф}; \\ C_6 &= 2 \text{ мкф}; \\ q_2 &= 120 \text{ мкк}. \end{aligned}$$

**Решение**

а) Воспользуемся правилами для нахождения общей емкости при параллельном и последовательном (см. задачу 14.12) соединениях конденсаторов:

$$C_{KD} = (3 + 5 + 4) \text{ мкф} = 12 \text{ мкф};$$

$$C_{AB} = ? \quad \Delta\varphi_{AF} = ?$$

$$\frac{1}{C_{KB}} = \left( \frac{1}{12} + \frac{1}{4} \right) \text{ мкф}^{-1} = \frac{1}{3} \text{ мкф}^{-1}; \quad C_{KB} = 3 \text{ мкф};$$

$$C_{FG} = (4 + 2) \text{ мкф} = 6 \text{ мкф};$$

$$\frac{1}{C_{AG}} = \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) \text{ мкф}^{-1} = \frac{1}{2} \text{ мкф}^{-1}; \quad C_{AG} = 2 \text{ мкф};$$

$$C_{AB} = (3 + 2) \text{ мкф} = 5 \text{ мкф}.$$

$$\text{б) } \Delta\varphi_{KD} = \frac{q_2}{C_{KD}} = \frac{120}{5} \text{ в} = 24 \text{ в},$$

поэтому  $q_1 = 24 \cdot 3 \text{ мкк} = 72 \text{ мкк}$ ;  $q_3 = 24 \cdot 4 \text{ мкк} = 96 \text{ мкк}$  и  $q_{KD} = q_1 + q_2 + q_3 = (120 + 72 + 96) \text{ мкк} = 288 \text{ мкк}$ .

Следовательно, и заряд  $q_4$  конденсатора  $C_4$  тоже равен 288 мкк, а разность потенциалов

$$\Delta\varphi_{DB} = \frac{q_4}{C_4} = \frac{288}{4} \text{ в} = 72 \text{ в}.$$

Разность потенциалов  $\varphi_A - \varphi_B$  равна

$$\varphi_A - \varphi_B = \Delta\varphi_{KD} + \Delta\varphi_{DB} = (24 + 72) \text{ в} = 96 \text{ в}.$$

Эта разность потенциалов распределяется между электроемкостями  $C$  и  $C_{FG}$  обратно пропорционально их величинам:

$$\Delta\varphi_{AF} + \Delta\varphi_{FG} = 96 \text{ в}; \quad \frac{\Delta\varphi_{AF}}{\Delta\varphi_{FG}} = \frac{C_{FG}}{C_{AF}} = \frac{6}{3} = \frac{2}{1}; \quad \varphi_{AF} = \frac{96 \cdot 2}{3} \text{ в} = 64 \text{ в}.$$

## ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Сколько электронов помещается на каждом из двух маленьких шариков, находящихся на расстоянии 3 см друг от друга в воздухе, если они отталкиваются один от другого с силой в  $10^{-10}$  н?

2. Два одинаковых точечных заряда взаимодействуют в вакууме на расстоянии 10 см с такой же силой, как в скипидаре на расстоянии 7,1 см. Определить  $\epsilon$  скипидара.

3. На расстоянии 2 м друг от друга расположены шары, несущие по заряду  $11 \cdot 10^{-7}$  к каждый. С какой силой они будут действовать на заряд, равный  $10^{-9}$  к, находящийся на расстоянии 2 м от каждого из них?

4. Маленький шарик весом  $3 \cdot 10^{-3}$  н, подвешенный на тонкой шелковой нити, несет на себе заряд  $10^{-8}$  к. Под ним устанавливают на расстоянии 0,03 м второй заряженный шарик, причем натяжение нити уменьшается в два раза. Каков заряд второго шарика? Решение провести в СИ и в системе СГСЭ.

5. В воздухе на расстоянии 0,5 м друг от друга находятся точечные заряды  $q_1 = +5 \cdot 10^{-7}$  к и  $q_2 = -4 \cdot 10^{-7}$  к. Определить напряженность и потенциал поля в точке А, удаленной на 0,4 м от  $q_1$  и на 0,3 м от  $q_2$ .

6. Каков должен быть заряд частицы с массой  $2 \cdot 10^{-3}$  г, чтобы она удерживалась в равновесии в электрическом поле с напряженностью 500 в/м, направленном вертикально вниз?

7. Две полые концентрические шаровые поверхности радиусом 2 см и 4 см (рис. 14.37) заряжены соответственно  $12 \cdot 10^{-9}$  к и  $20 \cdot 10^{-9}$  к. Определить напряженность и потенциал электростатического поля на следующих расстояниях от их центра: 5, 4, 3, 2 и 1 см.

8. Разность потенциалов между двумя параллельными пластинами равна 2000 в. На каком наименьшем расстоянии друг от друга их можно поместить, чтобы не было пробоя слоя воздуха между ними. Пробой в воздухе происходит при напряженности  $3 \cdot 10^6$  н/к.

9. Определить заряд Земли, если напряженность поля у ее поверхности равна 130 в/м и направлена к Земле. Радиус Земли принять равным 6400 км. Решение провести в СИ.

10. Какова скорость  $\alpha$ -частицы, кинетическая энергия которой равна 1000 эв? Масса  $\alpha$ -частицы равна  $6,64 \cdot 10^{-24}$  г.

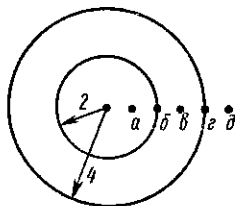


Рис. 14.37



11. Электрон, летевший со скоростью  $3 \cdot 10^8$  м/сек, попал в электрическое поле и, затормозившись, остановился. Какую разность потенциалов он прошел в электрическом поле до остановки?

12. Конденсатор емкостью  $20$  мкф заряжен до  $1000$  в, а затем к его клеммам были присоединены клеммы незаряженного конденсатора емкостью  $5$  мкф. Определить: а) заряд всей системы; б) окончательную разность потенциалов.

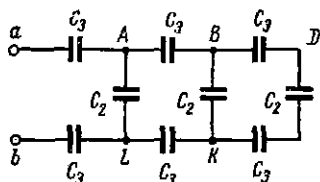


Рис. 14.38

13. Конденсатор сделан из листов станиоли, проложенных слюдяными пластинками толщиной  $0,1$  мм и площадью  $9$  см<sup>2</sup>. Сколько листов станиоли нужно взять, чтобы получить электроемкость в  $9 \cdot 10^4$  см? Решать в системе СГСЭ.

14. На рис. 14.38 каждая электроемкость  $C_3 = 3$  мкф и каждая электроемкость  $C_2 = 2$  мкф. Подсчитать общую электроемкость  $C_{ab}$  батареи.

**ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК**

**§ 15.1. Условия возникновения электрического тока.** 1. *Электрическим током называют упорядоченное движение электрических зарядов.* Электрический ток может возникнуть и существовать в данной среде при следующих условиях: 1) если в ней имеются свободные электрические заряды, т. е. среда является проводником; 2) если в ней создано *электрическое поле.*

2. Характер электропроводности вещества зависит от природы свободных зарядов.

В *металлах*, или так называемых *проводниках первого рода*, свободными зарядами являются электроны, которые сорвались с внешних оболочек части атомов металла, превратив их в положительные ионы. Металлы имеют мелкокристаллическую структуру. Атомы и ионы расположены в узлах кристаллической решетки и совершают колебательные движения около своих положений равновесия. Электроны же, подобно частицам газа, беспорядочно движутся между атомами и ионами во всем объеме металла. Под влиянием внешнего электрического поля на это движение накладывается движение под действием сил поля. В результате свободные электроны, составляющие «электронный газ», участвуют в сложном движении: не прекращая своего беспорядочного «теплого» движения, они перемещаются в направлении, противоположном направлению поля в проводнике. Таким образом, металлы представляют собой электронные проводники. Свободные электроны в металле называются *электронами проводимости.*

В *жидких растворах*, или *электролитах*, называемых *проводниками второго рода*, свободными зарядами являются положительные и отрицательные ионы. К электролитам относятся, например, водные растворы солей, кислот и щелочей. Молекулы этих веществ в воде расщепляются на ионы. *Ионами называются заряженные частицы, которые представляют собой атомы или группы атомов, потерявшие часть своих электронов или присоединившие к себе лишние электроны.* Расщепление молекул растворенного вещества на положительные и отрицательные ионы под действием растворителя называется *электролитической диссоциацией.* Электролиты являются проводниками с ионной проводимостью.

Газы при нормальных условиях представляют собой изоляторы. С изолирующими свойствами воздуха мы встречались, производя опыты при изучении электростатики. Газ становится проводником, когда он *ионизирован*, т. е. когда часть его молекул под влиянием внешних воздействий теряет электроны и в газе возникают положительные ионы и электроны. Такими внешними воздействиями — *ионизаторами* — могут быть радиоактивное излучение, рентгеновские лучи, быстро движущиеся электроны, пламя и др. Часть электронов может присоединиться к нейтральным молекулам и образовать отрицательные ионы. Таким образом, в проводящих газах имеются ионы обоих знаков и электроны, т. е. газы — *проводники третьего рода* — обладают ионно-электронной проводимостью.

3. Упорядоченное движение свободных зарядов происходит в проводнике только под действием сил электрического поля. Если, например, соединить обкладки заряженного конденсатора разрядником, то электроны с отрицательной обкладки устремятся по разряднику к положительной. Это движение будет продолжаться до тех пор, пока потенциалы на обеих обкладках не уравниваются и напряженность поля в разряднике не станет равной нулю. Разрядка конденсатора происходит практически мгновенно. Для того чтобы ток был длительным, конденсатор нужно заменить так называемым *источником электродвижущей силы* или *источником тока*, в котором какой-либо вид энергии непрерывно преобразуется в энергию электрического поля.

**§ 15.2. Постоянный ток. Сила тока.** 1. *Силой тока, или током, называется скалярная физическая величина, равная электрическому заряду, проходящему через поперечное сечение проводника за одну секунду:*

$$I = \frac{q}{t}, \quad (15.1)$$

где  $q$  — электрический заряд, проходящий за промежуток времени  $t$  через поперечное сечение проводника.

За *направление* электрического тока условно принимают направление движения *положительных* электрических зарядов. Положительные электрические заряды перемещаются в проводнике, соединяющем полюса источника тока, от положительного полюса к отрицательному. Поэтому гово-

рят, что ток течет «от плюса к минусу». Свободные электроны, обуславливающие ток в металлических проводниках, движутся в обратном направлении.

Если сила тока и его направление не изменяются с течением времени, ток называется постоянным. Ни на одном участке цепи электрические заряды не должны накапливаться или убывать. Поэтому сила постоянного тока одинакова в любом сечении проводников, составляющих электрическую цепь.

2. Понятие «электрический ток» было впервые введено А. Ампером. Поэтому единице силы тока в СИ дали название *ампер* (а).

*Ампер равен силе постоянного электрического тока, при котором через любое поперечное сечение проводника за одну секунду протекает один кулон электричества.*

На практике часто пользуются меньшими (внесистемными) единицами силы тока: миллиампером (ма) и микроампером (мка).

$$1 \text{ ма} = 10^{-3} \text{ а}; \quad 1 \text{ мка} = 10^{-6} \text{ а}.$$

В § 18.5 будет дано другое определение ампера — как одной из основных единиц СИ.

Прибор для измерения силы тока называется *гальванометром*, или, если он проградуирован на амперы, — *амперметром*. Амперметр включается в цепь последовательно. На электрической схеме (рис. 15.1) он изображается кружком и обозначается буквой *A* (на этом рисунке  $\mathcal{E}$  — источник электродвижущей силы, *K* — выключатель, *V* — вольтметр, измеряющий разность потенциалов между концами участка цепи *AB*).

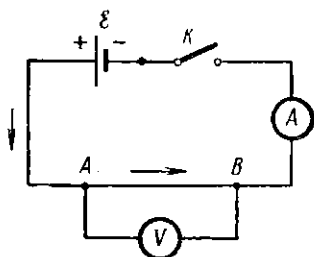


Рис. 15.1

**§ 15.3. Электродвижущая сила. Разность потенциалов и напряжение.** 1. В источнике тока происходит перемещение положительных электрических зарядов к положительному полюсу, а отрицательных — к отрицательному (т. е. в направлении, противоположном направлению кулоновских сил), и между полюсами источника создается разность потенциалов. Очевидно, что такое перемещение зарядов не может быть вызвано электростатическими

силами. Оно может происходить под действием любых других сил, которые вызывают разделение разноименных зарядов. Эти силы называются *сторонними силами*. Таким образом, для поддержания тока в цепи необходимо наличие сторонних сил, которые могут быть обусловлены химическими процессами (гальванические элементы), действиями света (фотоэлементы), изменяющимися магнитными полями (генераторы) и т. д., но только не электростатическими полями.

Сторонние силы можно охарактеризовать той работой, которая совершается при перемещении в цепи электрических зарядов.

Физическая величина, численно равная работе, которую совершают сторонние силы при перемещении единичного положительного заряда в замкнутой цепи, называется *электродвижущей силой* (э. д. с.)  $\mathcal{E}$ :

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q}, \quad (15.2)$$

где  $A$  — работа, совершаемая сторонними силами при переносе заряда  $q$ .

В СИ электродвижущая сила измеряется в вольтах (в). Используются также более мелкие (внесистемные) единицы:

милливольт ( $1 \text{ мв} = 10^{-3} \text{ в}$ ) и  
микровольт ( $1 \text{ мкв} = 10^{-6} \text{ в}$ ).

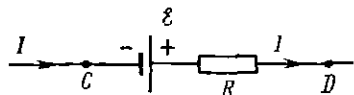


Рис. 15.2

2. Ток на участке  $AB$  электрической цепи (см. рис. 15.1) обусловлен существующим в нем электрическим полем. Разность потенциалов

$\varphi_A - \varphi_B$  (причем  $\varphi_A > \varphi_B$ ) между концами  $A$  и  $B$  участка равна работе сил электрического поля, перемещающих единичный положительный заряд из точки  $A$  в точку  $B$ .

3. Если в участок  $CD$  цепи включен источник э. д. с. (рис. 15.2), то к работе сил электрического поля на этом участке добавляется работа сторонних сил. В этом случае говорят о напряжении  $U_{CD}$  на участке цепи.

Напряжением  $U_{CD}$  на участке  $CD$  цепи называют физическую величину, численно равную суммарной работе  $A$ , которую совершают силы электрического поля и сторонние силы, перемещающие единичный положительный заряд из точки  $C$  в точку  $D$ :

$$U_{CD} = \frac{A_{\text{поля}}}{q} + \frac{A_{\text{стор.}}}{q}. \quad (15.3)$$

Так как  $A_{\text{поля}} = q(\varphi_C - \varphi_D)$  и  $A_{\text{стор}} = q\mathcal{E}$ , то

$$U_{CD} = (\varphi_C - \varphi_D) + \mathcal{E}. \quad (15.3')$$

При  $\mathcal{E} = 0$

$$U_{CD} = \varphi_C - \varphi_D, \quad (15.4)$$

т. е. напряжение на участке цепи равно разности потенциалов на концах этого участка лишь тогда, когда в нем нет источника э. д. с., нет сторонних сил. Поэтому в общем случае не следует отождествлять напряжение на участке цепи с разностью потенциалов на его концах.

Единицей напряжения в СИ является вольт (в).

4. Электродвижущую силу источника тока можно измерить, присоединив при разомкнутой внешней цепи к одному из полюсов источника чувствительный электрометр  $\mathcal{E}$ , а к другому — его корпус (рис. 15.3). Длинным прямоугольником  $R$  условно изображается потребитель электрической энергии. Разность потенциалов на полюсах источника тока при разомкнутой внешней цепи равна э. д. с. источника.

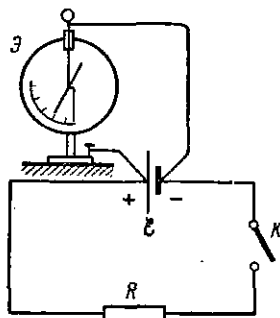


Рис. 15.3

Электрометром можно измерить также напряжение и разность потенциалов на участке цепи с током. На практике разность потенциалов на полюсах источника тока или на каком-либо участке цепи обычно измеряют вольтметром. Вольтметр включается параллельно тому участку цепи, на котором хотят измерить разность потенциалов. На электрической схеме вольтметр изображается кружком со стрелкой и обозначается латинской буквой  $V$ . На рис. 15.1 вольтметр измеряет разность потенциалов между концами участка  $AB$  цепи.

**§ 15.4. Закон Ома для участка цепи.** Соберем электрическую цепь, как показано на рис. 15.1. Будем включать в цепь источники с различной э. д. с. и каждый раз измерять разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$  на концах участка  $AB$  цепи и силу тока  $I$  в цепи. При этом  $\varphi_1 - \varphi_2$  и  $I$  увеличиваются или уменьшаются одновременно в одинаковое

число раз, т. е. сила тока пропорциональна разности потенциалов на концах участка  $AB$ :

$$I = G(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (15.5)$$

где  $G$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств проводника  $AB$  и называемый его *проводимостью*, или *электропроводностью*. Формула (15.5) выражает закон Ома, установленный им в 1827 г. На практике вместо проводимости  $G$  обычно пользуются величиной  $R$ , обратной  $G$ :

$$R = \frac{1}{G}, \quad (15.6)$$

называемой *электрическим сопротивлением*, или просто *сопротивлением*. Заменим в формуле (15.5)  $G = \frac{1}{R}$ , тогда

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}, \quad (15.7)$$

т. е. *сила тока в участке цепи прямо пропорциональна разности потенциалов на концах участка и обратно пропорциональна его сопротивлению (закон Ома)*.

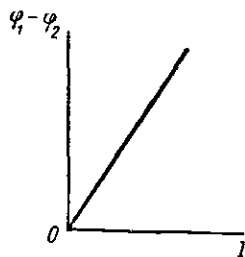


Рис. 15.4

Единицей сопротивления в СИ служит *ом*. Эту единицу можно определить из формулы (15.7), положив  $\varphi_1 - \varphi_2 = 1$  в и  $I = 1$  а; тогда  $R$  будет равно одному ому.

*Сопротивление участка цепи равно одному ому, если при токе в один ампер разность потенциалов между концами участка равна одному вольту.*

Закон Ома, выражающий прямо пропорциональную зависимость между током и разностью потенциалов (рис. 15.4), справедлив до значительных разностей потенциалов только для металлических проводников. На электрических схемах сопротивление условно обозначается, как [показано на рис. 15.3.

## § 15.5. Природа сопротивления. Удельное сопротивление.

1. Согласно классической электронной теории движение в проводниках свободных электрических зарядов, участвующих в электрическом токе, не происходит беспрепят-

ственно. В металлических проводниках электроны проводимости сталкиваются с атомами и ионами, совершающими тепловые колебания около своих положений равновесия, теряют скорость упорядоченного движения и отдают этим частицам часть своей кинетической энергии. Затем электроны снова разгоняются электрическим полем, снова сталкиваются с атомами, тормозятся и т. д. То же происходит в жидких и газообразных проводниках, где заряженные частицы, участвующие в электрическом токе, сталкиваются с остальными частицами вещества, движущимися беспорядочно. В результате таких столкновений часть энергии, создаваемой в источнике э. д. с., передается упорядоченно движущимися свободными зарядами частицам проводника и превращается в его внутреннюю энергию, т. е. идет на его нагревание.

**Сопротивлением проводника** называют физическую величину, характеризующую свойство проводника затруднять прохождение электрического тока. Сопротивление

зависит не только от материала проводника, но и от его длины, поперечного сечения и температуры. В длинном проводнике свободные заряды испытывают на своем пути больше столкновений и, следовательно, встретят большее сопротивление, чем в коротком. В проводнике с большой площадью поперечного сечения суммарный «свободный путь» зарядов в промежутках между частицами вещества шире, вероятность столкновений с частицами меньше, чем в проводнике с малой площадью поперечного сечения. Поэтому сопротивление проводника тем меньше, чем больше площадь его поперечного сечения.

Проверим эти выводы на опытах. Составим электрическую цепь по схеме, приведенной на рис. 15.5. Медный провод, включенный между точками  $A$  и  $B$  цепи, имеет длину  $l_1$  и площадь поперечного сечения  $S_1$ . Заметим по-

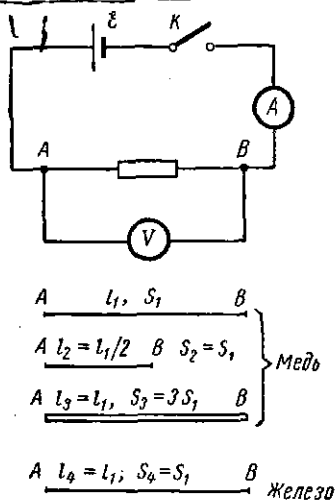


Рис. 15.5



казания амперметра и вольтметра и вычислим сопротивление  $R_1$  проводника. Укоротим проводник вдвое ( $l_2 = l_1/2$ ), его сопротивление уменьшится в два раза ( $R_2 = R_1/2$ ). Заменим этот провод медным проводом длиной  $l_1$ , но с поперечным сечением, в три раза большим ( $S_3 = 3S_1$ ); его сопротивление  $R_3 = R_1/3$ . Наконец, включим между точками  $A$  и  $B$  железный провод таких же размеров, как первый медный провод; его сопротивление будет в шесть раз больше сопротивления медного провода ( $R_4 = 6R_1$ ). Эти опыты подтверждают, что *сопротивление проводника прямо пропорционально его длине, обратно пропорционально площади поперечного сечения и зависит от материала, из которого сделан проводник:*

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (15.8)$$

где  $\rho$  — удельное сопротивление проводника, зависящее от свойств материала, из которого он сделан. Из формулы (15.8) следует, что

$$\rho = R \frac{S}{l}. \quad (15.8')$$

При  $S$ , равном единице площади, и  $l$ , равном единице длины,  $\rho = R$ . В СИ за единицу удельного сопротивления материала принимается сопротивление проводника, сделанного из этого материала и имеющего длину, равную 1 м, и площадь поперечного сечения, равную 1 м<sup>2</sup>.

В СИ удельное сопротивление измеряется в  $\frac{\text{ом} \cdot \text{м}^2}{\text{м}} = \text{ом} \cdot \text{м}$ . Но на практике его часто измеряют в  $\frac{\text{ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$ . Последняя единица определяется, как сопротивление проводника из данного материала длиной 1 м и площадью поперечного сечения 1 мм<sup>2</sup>:

$$1 \frac{\text{ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}} = \frac{1 \text{ ом} \cdot 10^{-6} \text{ м}^2}{1 \text{ м}} = 10^{-6} \text{ ом} \cdot \text{м}.$$

В табл. 13 в конце книги приводятся удельные сопротивления некоторых проводников при температуре 18° С.

Величина, обратная удельному сопротивлению  $\rho$ ,

$$\gamma = \frac{1}{\rho}$$

называется удельной проводимостью и измеряется в  $\text{ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ . Эта единица получила название *сименс (сим)*.

**§ 15.6. Зависимость сопротивления от температуры.** 1. Будем нагревать пламенем горелки железную проволоку, включенную между точками  $A$  и  $B$  электрической цепи, изображенной на рис. 15.5, и следить за показаниями амперметра и вольтметра. Зная разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$  между концами участка цепи  $AB$  и силу тока  $I$  в ней, легко найти сопротивление проволоки  $R = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{I}$ . Опыт показывает, что при нагревании проволоки ее сопротивление увеличивается.

Как объяснить это явление? Вспомним, что с повышением температуры увеличивается амплитуда тепловых колебаний атомов и ионов металла, находящихся в узлах кристаллической решетки. Поэтому, чем выше температура, тем меньше места остается для свободного движения электронов в металле, тем чаще они сталкиваются с атомами и ионами и, следовательно, тем больше сопротивление проводника.

2. Опыты, проведенные при средних температурах, позволили установить, что при нагревании металлического проводника его удельное сопротивление изменяется по закону

$$\rho_t = \rho_0 (1 + \alpha t), \quad (15.9)$$

где  $\rho_t$  — удельное сопротивление металла при температуре  $t^\circ\text{C}$ ,  $\rho_0$  — его удельное сопротивление при  $0^\circ\text{C}$ ,  $\alpha$  — температурный коэффициент сопротивления. Из формулы (15.9) следует, что

$$\alpha = \frac{\rho_t - \rho_0}{\rho_0 t}, \quad (15.10)$$

т. е. температурный коэффициент сопротивления равен отношению изменения удельного сопротивления проводника при его нагревании на  $1^\circ\text{C}$  к его удельному сопротивлению при  $0^\circ\text{C}$ .

Единица измерения температурного коэффициента сопротивления выводится из формулы (15.10)

$$1_\alpha = \frac{1 \text{ ом} \cdot \text{м}}{1 \text{ ом} \cdot \text{м} \cdot 1 \text{ град}} = 1 \text{ град}^{-1}.$$

В табл. 15.1 в конце книги приведены температурные коэффициенты сопротивления некоторых проводников в интервале температур от  $0^\circ\text{C}$  до  $100^\circ\text{C}$ . Сопротивление металлов при их нагревании увеличивается, поэтому  $\alpha$  ме-

таллов выражается положительным числом. Сопротивление угля, а также электролитов уменьшается с повышением температуры, и их температурный коэффициент сопротивления отрицателен.

3. Изменение сопротивления металлов пропорционально изменению температуры лишь в определенном для каждого из них интервале температур. При очень низких температурах сопротивление ряда чистых металлов резким скачком падает до нуля. Если, например, охладить проволоку из твердой ртути до температуры, более низкой, чем  $4,2^{\circ}\text{K}$ , и поддерживать эту температуру, то возникший однажды ток может существовать в замкнутой цепи из ртутной проволоки без источника э.д.с. в течение многих часов, не ослабевая. Это явление называют сверхпроводимостью. Оно обнаружено еще у двадцати двух металлов (свинца, олова, алюминия, цинка и др.) и у ряда сплавов.

4. Существует большое число веществ, называемых полупроводниками, удельное сопротивление которых в очень сильной степени зависит от состояния вещества. Удельные сопротивления полупроводников резко уменьшаются с повышением их температуры, при их освещении, под действием сильного электрического поля, под влиянием примесей некоторых элементов. К полупроводникам относятся германий, кремний, селен и др. Полупроводниковые приборы используются в качестве измерителей температуры, усилителей и выпрямителей электрического тока, фотоэлементов.

**§ 15.7. Реостаты.** Для изменения сопротивления электрической цепи к ней присоединяют последовательно или параллельно добавочные сопротивления. Прибор, сопротивление которого можно изменять в определенных пределах, называется *реостатом*. Обычно используются три типа реостатов: 1) магазин сопротивлений, 2) рычажный реостат и 3) реостат со скользящим контактом.

1) *Магазин сопротивлений*, или *штепсельный реостат*, применяется в тех случаях, когда величина включенного в цепь сопротивления должна быть точно известна. Он состоит из ряда проволочных катушек с определенными сопротивлениями, концы которых припаяны к металлическим (обычно медным) пластинам (рис. 15.6). Сопротивления катушек указаны на приборе. На крайних пласти-

нах имеются клеммы для включения прибора в цепь. В зазоры между пластинами вставляются металлические штепсели. Пластины закреплены на крышке деревянного ящика, внутри которого находятся катушки.

Когда магазин сопротивлений включен в электрическую цепь и между пластинами вставлены штепсели, ток почти полностью течет по толстым медным пластинам

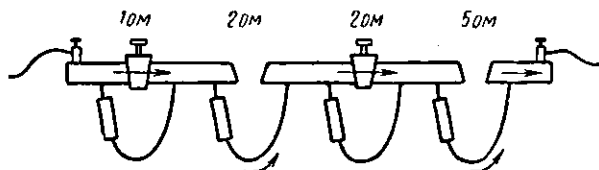


Рис. 15.6

с ничтожно малым сопротивлением. Если же один из штепселей вынуть, то включается сопротивление соответствующей катушки. В магазине сопротивлений на рис. 15.6 включено сопротивление  $R = 7 \text{ ом}$ .

2) Рычажный реостат (рис. 15.7) представляет собой ряд соединенных между собой проволочных спиралей из

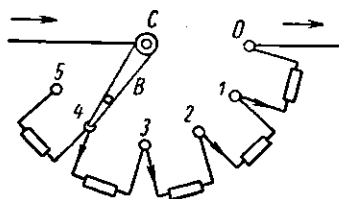


Рис. 15.7

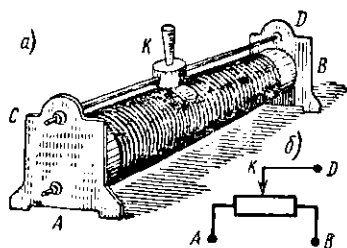


Рис. 15.8

материала с большим сопротивлением. В местах соединения спиралей прикреплены металлические кнопочные контакты. Изменение сопротивления рычажного реостата производится перемещением конца металлической ручки  $B$  по кнопочным контактам.

3) Реостат со скользящим контактом, или ползунковый (рис. 15.8, а), служит для плавного изменения сопротивления электрической цепи. На укрепленный на стойках фарфоровый цилиндр намота проволока. Концы проволоки

соединены с клеммами  $A$  и  $B$ . Над цилиндром закреплен металлический стержень  $CD$ , по которому может скользить движок-контакт  $K$ , прижатый к проволоке. При включении реостата в цепь один из проводников соединяется с клеммой  $B$ , второй — с клеммой  $D$ , расположенной над  $B$ . Ток течет в реостате по пути  $BKD$  (или  $DKB$ ) (рис. 15.8, б). Перемещая контакт  $K$ , можно увеличивать

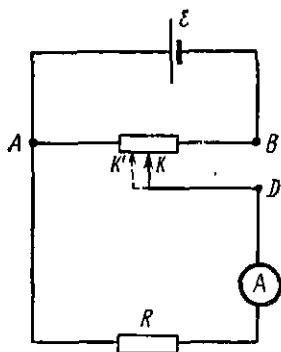


Рис. 15.9

или уменьшать включенное сопротивление. Около ручки контакта записаны сопротивление полностью включенного реостата и максимальная сила тока, при которой реостатом можно пользоваться, не перегревая его. Проволока реостата изготавливается из сплава с большим удельным сопротивлением  $\rho$  и малой зависимостью от температуры, например из константана.

Реостат со скользящим контактом может служить как *делитель напряжения* или *потенциометр* (рис. 15.9). Если, например, в цепь

хотят включить э. д. с., вдвое меньшую, чем имеющаяся в распоряжении, то источник э. д. с. присоединяют к клеммам  $A$  и  $B$  реостата. Движок  $K$  устанавливают посередине реостата, а к электрической цепи вместо источника э. д. с. подключают клеммы  $A$  и  $D$ . Таким образом, с потенциометра «снимают» половину поданного на него напряжения. Если передвинуть контакт в точку  $K'$ , то в цепь будет включена  $1/4$  часть напряжения, поданного на потенциометр.

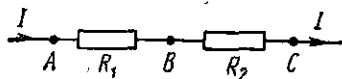


Рис. 15.10

## § 15.8. Последовательное и параллельное соединения сопротивлений.

1. Найдем сопротивление участка  $AC$  электрической цепи (рис. 15.10), состоящего из двух последовательно включенных проводников с сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$ . В цепи течет ток  $I$ . Разности потенциалов на концах всего участка  $AC$  и его частей  $AB$  и  $BC$  обозначим соответственно:  $\varphi_A - \varphi_C$ ;  $\varphi_A - \varphi_B$  и  $\varphi_B - \varphi_C$ . Применим закон Ома для участка цепи к проводникам  $AB$

и BC:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_A - \varphi_B &= IR_1, \\ \varphi_B - \varphi_C &= IR_2. \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

Сложив почленно оба равенства, получим

$$\varphi_A - \varphi_C = I(R_1 + R_2).$$

С другой стороны,

$$\varphi_A - \varphi_C = IR,$$

где  $R$  — сопротивление всего участка AC.

Из двух последних формул следует, что

$$R = R_1 + R_2, \quad (15.11)$$

т. е. общее сопротивление цепи при последовательном соединении равно сумме сопротивлений отдельных участков.

Распределение потенциала между проводниками при их последовательном соединении найдем, разделив почленно формулы (a):

$$\frac{\varphi_A - \varphi_B}{\varphi_B - \varphi_C} = \frac{R_1}{R_2}, \quad (15.12)$$

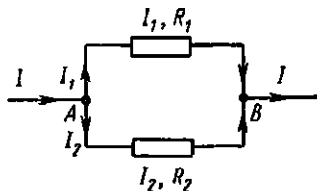


Рис. 15.11

т. е. разности потенциалов между концами последовательно соединенных проводников, составляющих электрическую цепь, прямо пропорциональны сопротивлениям этих проводников.

2. Если электрическая цепь разветвляется на параллельные участки (рис. 15.11), то точки разветвления  $A$  и  $B$  называются *узлами*, а параллельные участки — *ветвями*. Ток  $I$  во всех сечениях замкнутой цепи одинаков. Следовательно, токи  $I_1$  и  $I_2$  в ветвях с сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  в сумме должны быть равны току  $I$ . Применим закон Ома для участка цепи к этим ветвям:

$$I_1 = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{R_1}; \quad I_2 = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{R_2}. \quad (6)$$

Сумма токов  $I_1$  и  $I_2$  равна

$$I_1 + I_2 = (\varphi_A - \varphi_B) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Закон Ома для всего участка

$$I = (\varphi_A - \varphi_B) \frac{1}{R},$$

где  $R$  — полное сопротивление участка  $AB$ . Но  $I_1 + I_2 = I$ , поэтому, как видно из двух последних формул,

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad (15.13)$$

т. е. при параллельном соединении общая проводимость соединения равна сумме проводимостей отдельных ветвей.

Найдем общее сопротивление разветвленного участка  $AB$ . Так как

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2},$$

то

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (15.14)$$

Распределение тока в ветвях параллельного соединения найдем, разделив почленно формулы (б):

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}, \quad (15.15)$$

т. е. токи в параллельных ветвях обратно пропорциональны сопротивлениям этих ветвей.

### § 15.9. Шунт к амперметру.

1. Амперметр включается в электрическую цепь последовательно с другими проводниками. Для того чтобы на амперметр приходилась возможно меньшая часть напряжения в цепи, его сопротивление должно быть очень малым по сравнению с сопротивлениями других проводников, через которые протекает измеряемый ток

2. В том случае, когда имеющийся амперметр рассчитан на малую силу тока  $I_A$ , а измерить нужно силу тока  $I$ , во много раз большую, пользуются шунтом. Шунт представляет собой дополнительное сопротивление, включаемое параллельно амперметру (рис. 15.12) с тем, чтобы через это сопротивление шла большая часть измеряемого тока  $I$ .

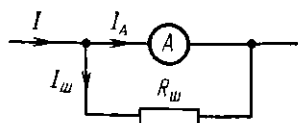


Рис. 15.12

Таким образом, через шунт должен протекать ток

$$I_{\text{ш}} = I - I_A.$$

Токи в параллельных ветвях обратно пропорциональны сопротивлениям этих ветвей [формула (15.15)], поэтому

$$\frac{I_A}{I_{\text{ш}}} = \frac{R_{\text{ш}}}{R_A},$$

где  $R_A$  — сопротивление амперметра,  $R_{\text{ш}}$  — сопротивление шунта. Из последней формулы следует, что

$$R_{\text{ш}} = \frac{I_A R_A}{I_{\text{ш}}},$$

или

$$R_{\text{ш}} = \frac{I_A R_A}{I - I_A}. \quad (15.16)$$

**Пример.** Миллиамперметр с сопротивлением  $R_A = 9,9 \text{ ом}$  рассчитан на максимальную силу тока  $I_A = 0,01 \text{ а}$ . Каково должно быть сопротивление шунта, чтобы этот прибор можно было применять для измерения силы тока до  $I = 10 \text{ а}$ ?

$$R_{\text{ш}} = \frac{I_A R_A}{I - I_A} = \frac{0,01 \cdot 9,9}{10 - 0,01} \text{ ом} = 0,1 \text{ ом}.$$

**§ 15.10. Добавочное сопротивление к вольтметру.** 1. Сила тока в участке цепи пропорциональна разности потенциалов на концах участка, поэтому и силу тока и разность потенциалов можно измерять при помощи одного и того же прибора, проградуировав его шкалу в первом случае на амперы (амперметр), а во втором — на вольты (вольтметр). Вольтметр включается параллельно тому участку цепи, на котором измеряется разность потенциалов. Для того чтобы через вольтметр шел возможно меньший ток, его сопротивление должно быть очень большим по сравнению с сопротивлением этого участка.

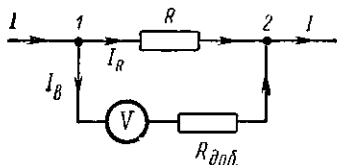


Рис. 15.13

2. В том случае, когда вольтметром, рассчитанным на небольшую разность потенциалов ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ), нужно измерить между точками 1 и 2 цепи разность потенциалов



$(\varphi_1 - \varphi_2)$ , во много раз большую, последовательно с вольтметром включают добавочное сопротивление  $R_{доб.}$  (рис. 15.13). По закону Ома, измеряемая разность потенциалов должна быть равна

$$(\varphi_1 - \varphi_2) = I_v (R_v + R_{доб.}),$$

где  $R_v$  — сопротивление прибора. Отсюда следует, что

$$R_{доб.} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{I_v} - R_v.$$

Заменим, по закону Ома,  $I_v = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)'}{R_v}$ , тогда

$$R_{доб.} = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) R_v}{(\varphi_1 - \varphi_2)'} - R_v,$$

или после преобразований

$$R_{доб.} = R_v \left[ \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{(\varphi_1 - \varphi_2)'} - 1 \right]. \quad (15.17)$$

**Пример.** Вольтметр с сопротивлением  $R_v = 300$  ом рассчитан на измерение разности потенциалов до 3 в. Каково должно быть добавочное сопротивление, включенное последовательно с вольтметром, чтобы им можно было измерять разности потенциалов и напряжения до 120 в?

$$R_{доб.} = R_v \left[ \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{(\varphi_1 - \varphi_2)'} - 1 \right] = 300 \cdot \left( \frac{120}{3} - 1 \right) \text{ ом} = 11700 \text{ ом}.$$

**§ 15.11. Закон Ома для полной цепи.** 1. Электрическая цепь состоит из двух существенно различных частей: так называемой внутренней, или источника э. д. с., и внешней, которая соединяет полюса источника вне его. Источник э. д. с., как и всякий проводник, обладает сопротивлением, которое называется внутренним сопротивлением и обозначается  $r$  в отличие от внешнего сопротивления  $R$  цепи.

Преодолевая внешнее сопротивление, единичный электрический заряд затрачивает энергию  $U$ , называемую напряжением во внешней цепи и равную  $U = IR$ . Преодолевая внутреннее сопротивление источника, единичный заряд затрачивает энергию  $U_{вн.} = Ir$ . Согласно закону сохранения и превращения энергии, энергия  $IR + Ir$ , затраченная единичным зарядом, прошедшим замкнутый путь по всей цепи, равна энергии, приобретенной им в источнике э. д. с. за счет работы сторонних сил, т. е.

равна электродвижущей силе  $\mathcal{E}$ . Так как сила тока во всех частях замкнутой цепи одинакова, то

$$I(R + r) = \mathcal{E},$$

откуда

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \quad (15.18)$$

Эта формула выражает закон Ома для полной цепи: *сила тока в замкнутой цепи прямо пропорциональна э. д. с. источника и обратно пропорциональна сумме внешнего и внутреннего сопротивлений.*

**§ 15.12.** Что показывает вольтметр, присоединенный к полюсам источника э. д. с. Составим электрическую цепь, как показано на рис. 15.14, и замкнем ее. Вольтметр, присоединенный к полюсам источника э. д. с., при замкнутой цепи покажет напряжение во внешней цепи.

Если при помощи реостата увеличивать сопротивление внешней цепи, то, как показывает вольтметр, напряжение во внешней цепи возрастает. Так как сумма напряжений во внешней и во внутренней цепях постоянна ( $U + U_{\text{вн.}} = \mathcal{E}$ ), то с увеличением  $U$  уменьшается  $U_{\text{вн.}}$ .

Но начиная с некоторого значения сопротивления  $R$ , показания вольтметра перестают увеличиваться. Это наступает в тот момент, когда напряжение  $U$  во внешней цепи не может больше расти за счет уменьшения напряжения  $U_{\text{вн.}}$  во внутренней цепи.

Разомкнем цепь. Показание вольтметра не изменится. Разберемся в этом явлении. Ток теперь протекает только через вольтметр, который сам стал внешней цепью. Поэтому вольтметр показывает напряжение в самом себе. Но так как сопротивление вольтметра очень велико и ток в нем очень мал, то без большой ошибки можно считать, что напряжение в нем равно э. д. с. источника. Следовательно, *вольтметр, присоединенный к полюсам источника э. д. с. при разомкнутой внешней цепи, показывает э. д. с. источника.*

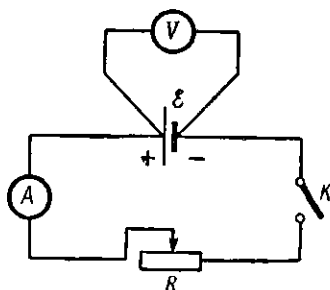


Рис. 15.14

На этом основано измерение э. д. с. с помощью вольтметра. Однако, если нужно измерить э. д. с. источника с большой точностью, это делают другим способом.

**§ 15.13. Последовательные и параллельные соединения источников э. д. с.** 1. Несколько источников с одинаковой э. д. с., соединенных в группу, называют *батареей источников э. д. с.*

При последовательном соединении источников э. д. с. отрицательный полюс предыдущего источника соединяется с положительным полюсом последующего (рис. 15.15). Пусть батарея состоит из  $n$  последовательно соединенных источников, каждый из которых имеет э. д. с.  $\mathcal{E}$  и внутреннее сопротивление  $r$ . Единичный электрический заряд, пройдя через все источники, приобретает энергию  $n\mathcal{E}$ . Следовательно, э. д. с. батареи при последовательном соединении  $n$  одинаковых источников в  $n$  раз больше э. д. с. одного источника:

$$\mathcal{E}_{\text{посл}} = n\mathcal{E}.$$

Внутреннее сопротивление батареи  $r_{\text{посл}}$  состоит из  $n$  последовательно соединенных сопротивлений  $r$  и поэтому равно

$$r_{\text{посл}} = nr.$$

Подставив значения  $\mathcal{E}_{\text{посл}}$  и  $r_{\text{посл}}$  в выражение закона Ома для полной цепи (15.18), получим

$$I = \frac{n\mathcal{E}}{R + nr}. \quad (15.19)$$

*Последовательное соединение источников э. д. с. применяют, когда нужно получить большую э. д. с. и при этом можно пренебречь внутренним сопротивлением источников э. д. с.*

2. При параллельном соединении  $n$  одинаковых источников э. д. с. все положительные полюсы их соединены в общий положительный полюс батареи, а все отрицательные полюсы соединены в один отрицательный полюс (рис. 15.16). Единичный положительный заряд,

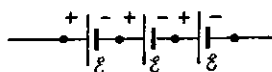


Рис. 15.10

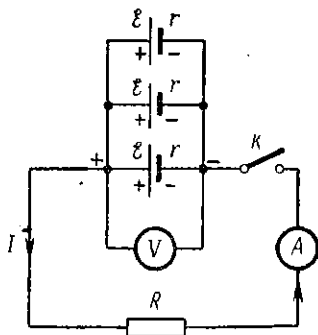


Рис. 15.16

прошедший через один источник э. д. с., уже не пройдет через другие источники и приобретет энергию, равную  $\mathcal{E}$ . Следовательно, э. д. с. батареи при параллельном соединении одинаковых источников тока равна э. д. с. одного источника:

$$\mathcal{E}_{\text{пар}} = \mathcal{E}.$$

Общая внутренняя проводимость  $\frac{1}{r_{\text{пар}}}$  всех  $n$  параллельно соединенных источников э. д. с. в  $n$  раз больше, чем проводимость  $\frac{1}{r}$  одного источника:

$$\frac{1}{r_{\text{пар}}} = n \frac{1}{r},$$

откуда общее внутреннее сопротивление батарей

$$r_{\text{пар}} = \frac{r}{n}.$$

Подставим значения  $\mathcal{E}_{\text{пар}}$  и  $r_{\text{пар}}$  в формулу (15.18), получим

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{n}}. \quad (15.20)$$

*Параллельное соединение источников э. д. с. применяют, когда нужно получить источник э. д. с. с малым внутренним сопротивлением.*

**§ 15.14. Превращение энергии электрического тока в другие виды энергии. Работа и мощность постоянного электрического тока.** 1. В источнике э. д. с. различные виды энергии превращаются в электрическую энергию. С другой стороны, электрическая энергия легко переходит в другие виды энергии (механическую, химическую, световую, внутреннюю энергию вещества), что широко используется в промышленности и быту.

*Мерой энергии электрического тока служит работа тока.* Обычно работой тока называют работу источника э. д. с., создающего и поддерживающего электрическое поле в цепи. Работа  $A$ , совершаемая при переносе электрического заряда  $q$  вдоль участка цепи, разность потенциалов на концах которого равна  $\varphi_1 - \varphi_2$ , определяется формулой (15.3)

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Величина заряда  $q$ , перенесенного через данный участок цепи постоянным током  $I$  за промежуток времени  $t$ , равна

$$q = It.$$

Поэтому работа тока на участке цепи за этот промежуток времени равна

$$A = (\varphi_1 - \varphi_2) It, \quad (15.21)$$

или, если в участке есть источник э. д. с.,

$$A = UI t. \quad (15.21')$$

Формулы (15.21) и (15.21') выражают полную работу тока на данном участке цепи. Если, например, в этот участок включен электродвигатель, то в этих формулах учитывается: 1) работа тока, превращающаяся в механическую энергию, так называемая *полезная нагрузка*, и 2) работа тока, затрачиваемая на нагревание электродвигателя и проводов, так называемая *работа потерь*.

В СИ энергия и работа электрического тока измеряются в джоулях.

2. Мощность электрического тока (обозначаемая буквой  $P$  в отличие от механической мощности  $N$ ) измеряется работой, совершенной за единицу времени:

$$P = \frac{A}{t},$$

или, соответственно формулам (15.21) и (15.21'),

$$P = (\varphi_1 - \varphi_2) I \text{ и } P = UI. \quad (15.22)$$

Единица мощности в СИ — *ватт (вт)* — определяется, как *мощность, выделяемая на участке цепи постоянным током в один ампер при разности потенциалов между концами участка, равной одному вольту*.

Соответственно этому  $1 \text{ Дж} = 1 \text{ вт} \cdot 1 \text{ сек}$ . Кроме ватта, используются следующие внесистемные единицы мощности:

1 гектоватт ( $\text{гвт}$ ) = 100 вт; 1 киловатт ( $\text{квт}$ ) = 1000 вт.

Единицами работы и энергии служат:

$$1 \text{ ватт-час (вт} \cdot \text{ч)} = 3600 \text{ Дж} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

и внесистемные единицы:

$$1 \text{ гектоватт-час (гвт} \cdot \text{ч)} = 3,6 \cdot 10^5 \text{ Дж};$$

$$1 \text{ киловатт-час (квт} \cdot \text{ч)} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

3. Мощность в цепи постоянного тока можно измерить при помощи амперметра и вольтметра. Амперметр включается последовательно с участком, а вольтметр параллельно участку, на котором измеряется мощность. Для измерения мощности служит также *ваттметр*, представляющий собой сочетание амперметра и вольтметра.

**§ 15.15. Закон Джоуля — Ленца.** 1. Если в данном участке цепи электрический ток не совершает никакой работы, то вся его энергия выделяется в виде теплоты. Русский ученый Э. Х. Ленц и англичанин Джоуль независимо друг от друга установили опытным путем следующий закон о тепловых действиях тока:

$$Q = I^2 R t, \quad (15.23)$$

т. е. количество теплоты  $Q$ , выделяющееся на участке цепи, равно произведению квадрата силы тока на сопротивление участка и время прохождения тока.

Если сила тока измеряется в амперах, сопротивление — в омах, а время — в секундах, то количество теплоты выражается в джоулях.

Формула (15.23) получается из выражения для работы тока (15.21), при замене  $\varphi_1 - \varphi_2 = IR$  по закону Ома для участка цепи. Нагревание проводника происходит за счет работы, совершаемой силами поля при перемещении электрических зарядов в проводнике.

Мощность тока, затрачиваемая на нагревание участка цепи с сопротивлением  $R$ , равна

$$P = \frac{Q}{t} = I^2 R = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{R}, \quad (15.24)$$

или, если в участке есть источник э. д. с., то

$$P = \frac{U^2}{R}. \quad (15.24')$$

2. Тепловые действия электрического тока были впервые применены для устройства электрического освещения А. Н. Лодыгиным в 1872 г. В первой лампе Лодыгина телом накала служил угольный стержень, но вскоре Лодыгин изобрел лампу с металлической нитью. Нагревание проводников электрическим током широко используется в современной технике: в разных измерительных прибо-

рах (например, в тепловом амперметре, см. § 20.3), в электронных лампах, в тепловых нагревательных приборах, при устройстве электропечей, термостатов, при контактной электросварке и т. д.

3. Сила тока в замкнутой цепи определяется по закону Ома

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

Ток в цепи будет наибольшим, когда внешнее сопротивление равно нулю или имеет значение, близкое к нулю. В этом случае

$$I_{\text{макс}} = \frac{\mathcal{E}}{r}.$$

*Всякое замыкание источника на очень малое внешнее сопротивление называется коротким замыканием.*

Большие токи короткого замыкания опасны, так как очень сильно нагревают провода и могут вызвать пожар. Эти токи вредны и для источника тока. Для того чтобы избежать короткого замыкания, последовательно с проводами включают предохранители. Главная часть предохранителя представляет собой тонкую свинцовую проволочку, рассчитанную так, чтобы она плавилась при силе тока, превышающей определенное для данной цепи значение. При коротком замыкании проволочка предохранителя расплавляется, и цепь размыкается.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Что называется электрическим током?
2. При каких условиях в данной среде может возникнуть и существовать электрический ток?
3. Чем обусловлена электропроводность твердых тел? жидкостей? газов?
4. Что представляет собой источник электродвижущей силы (источник тока)?
5. Дайте определение электродвижущей силы. В каких единицах она измеряется?
6. Что называется силой тока (током)? В каких единицах она измеряется?
7. Какой ток называется постоянным?
8. Что называется напряжением на участке цепи?
9. При каком условии напряжение на участке цепи равно разности потенциалов между концами этого участка?
10. Как нужно включить в цепь вольтметр, чтобы измерить разность потенциалов между концами ее участка?

11. Сформулируйте закон Ома для участка цепи.
12. Чем обусловлено сопротивление проводников?
13. От чего зависит сопротивление данного проводника?
14. Что называется удельным сопротивлением вещества?
15. Как зависит от температуры удельное сопротивление металлов, удельное сопротивление угля?
16. От чего зависит электропроводность полупроводников?
17. Чем отличается магазин сопротивлений от реостата?
18. Чему равно полное сопротивление нескольких проводников, соединенных последовательно?
19. Как найти полное сопротивление участка цепи, состоящего из нескольких параллельно соединенных проводников?
20. В каких случаях применяется шунт к амперметру и как рассчитать сопротивление шунта?
21. Как измерить напряжение в 100 в с помощью вольтметра на 1 в?
22. Сформулируйте закон Ома для полной цепи и поясните его с точки зрения закона сохранения и превращения энергии.
23. Что показывает вольтметр, присоединенный к полюсам источника тока при замкнутой внешней цепи? при разомкнутой внешней цепи?
24. Чему равна э. д. с. нескольких последовательно соединенных источников тока? В каком случае применяют последовательное соединение источников э. д. с.?
25. Чему равна э. д. с. нескольких параллельно соединенных источников тока? В каком случае применяют такое соединение?
26. Выведите формулу, которой определяется полная работа тока на данном участке цепи.
27. Чему равна мощность тока на данном участке цепи?
28. В какой вид энергии превращается работа тока на данном участке, если в нем не совершается полезная работа?
29. Запишите формулу, выражающую закон Джоуля—Ленца.
30. За счет какой энергии происходит нагревание проводника при протекании по нему электрического тока?
31. Какое явление называется коротким замыканием?
32. В каких единицах измеряется работа тока? мощность тока?

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 15.1.** При температуре  $20^{\circ}\text{C}$  сопротивление лампочки с вольфрамовой нитью равно  $2\text{ ом}$ , в накаливаемом состоянии —  $16,6\text{ ом}$ . Определить температуру накала нити лампочки.

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} t_1 &= 20^{\circ}\text{C}; \\ R_1 &= 2\text{ ом}; \\ R_2 &= 16,6\text{ ом}; \\ \alpha &= 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}. \\ t_2 &= ? \end{aligned}$$

**Решение**

Зависимость сопротивления  $R_t$  от температуры выражается формулой

$$R_t = R_0 (1 + \alpha t_1),$$

откуда

$$R_0 = \frac{R_1}{1 + \alpha t_1}.$$



Поэтому при температуре  $t_2$  сопротивление лампочки равно

$$R_2 = R_0 (1 + \alpha t_2) = R_1 \frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1},$$

откуда

$$t_2 = \frac{R_2 (1 + \alpha t_1) - R_1}{\alpha R_1},$$

т. е.

$$t_2 = \frac{16,6 \cdot (1 + 0,0042 \cdot 20) - 2}{0,0042 \cdot 2} \approx 1900^\circ \text{C}.$$

**Задача 15.2.** Из никелиновой проволоки диаметром 1 мм изготовили обмотку реостата сопротивлением 30 ом. Определить длину затраченной проволоки.

**Дано (СИ):**

$$D = 1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м};$$

$$R = 30 \text{ ом};$$

$$\rho = 42 \cdot 10^{-8} \text{ ом} \cdot \text{м}.$$

$l = ?$

**Решение**

Сопротивление проволоки равно

$$R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{4l}{\pi D^2},$$

откуда

$$l = \frac{\pi D^2 R}{4\rho},$$

или

$$l = \frac{3,14 \cdot 10^{-6} \cdot 30}{4 \cdot 42 \cdot 10^{-8}} \text{ м} \approx 56,1 \text{ м}.$$

**Задача 15.3.** Из однородного провода сделан каркас в форме куба, сопротивление каждой стороны которого равно  $R$ . Как велико сопротивление каркаса, если ток идет от  $A$  к  $B$  (рис. 15.17)?

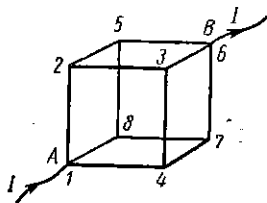


Рис. 15.17

**Решение**

Перенумеруем вершины куба. Из соображений симметрии заключаем, что разности потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$ ,  $\varphi_1 - \varphi_8$  и  $\varphi_1 - \varphi_4$  между концами трех параллельно включенных сопротивлений  $R_{1,2}$ ,  $R_{1,8}$  и  $R_{1,4}$  одинаковы. То же можно сказать и о разностях потенциалов между концами следующих шести параллельно включенных сопротивлений:  $R_{2,5}$ ,  $R_{2,3}$ ,  $R_{8,5}$ ,  $R_{8,7}$ ,  $R_{4,3}$  и  $R_{4,7}$ , а затем последних трех:  $R_{5,6}$ ,  $R_{3,6}$  и  $R_{7,6}$ . Сопротивление первой группы проводников равно

$$R_I = \frac{R}{3},$$

сопротивление второй группы

$$R_{II} = \frac{R}{6},$$

и сопротивление третьей группы

$$R_{III} = \frac{R}{3}.$$

Таким образом, сопротивление  $R_K$  каркаса равно

$$R_K = R_I + R_{II} + R_{III} = \frac{R}{3} + \frac{R}{6} + \frac{R}{3} = \frac{5}{6} R.$$

**Задача 15.4.** Определить: а) сопротивление  $R$  разветвленной цепи между точками  $A$  и  $B$  (рис. 15.18), разность потенциалов между которыми равна 13,4 в; б) силу тока на участке  $AC$ .

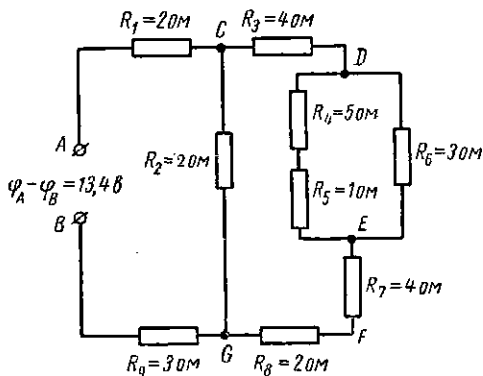


Рис. 15.18

### Решение

а) Сопротивление цепи  $R$  равно сумме сопротивлений трех последовательно соединенных участков:

$$R = R_1 + R_{CG} + R_8.$$

Сопротивление  $R_{CG}$  разветвленного участка  $CG$  состоит из двух параллельно соединенных сопротивлений, поэтому

$$\frac{1}{R_{CG}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{CDFG}} \quad \text{и} \quad R_{CG} = \frac{R_2 R_{CDFG}}{R_2 + R_{CDFG}}.$$

Но

$$R_{CDFG} = R_3 + R_{DE} + R_7 + R_8.$$

Участок  $DE$  представляет собой разветвление, поэтому

$$\frac{1}{R_{DE}} = \frac{1}{R_4 + R_5} + \frac{1}{R_6} = \frac{R_6 + R_4 + R_5}{(R_4 + R_5) R_6}.$$

Найдем

$$R_{DE} = \frac{(R_4 + R_5) R_6}{R_6 + R_4 + R_5} = \frac{(5 + 1) \cdot 3}{5 + 1 + 3} \text{ ом} = 2 \text{ ом}.$$

Определим теперь

$$R_{CDFG} = R_3 + R_{DE} + R_7 + R_8 = (4 + 2 + 4 + 2) \text{ ом} = 12 \text{ ом}$$

и

$$R_{CG} = \frac{R_3 R_{CDFG}}{R_3 + R_{CDFG}} = \frac{2 \cdot 12}{2 + 12} \text{ ом} = 1,7 \text{ ом}.$$

Наконец,

$$R = R_1 + R_{CG} + R_9 = (2 + 1,7 + 3) \text{ ом} = 6,7 \text{ ом}.$$

б) Сила тока на участке  $AC$  равна полной силе тока в цепи  $ADFB$ :

$$I = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{R} = \frac{13,4}{6,7} \text{ а} = 2 \text{ а}.$$

**Задача 15.5.** На рис. 15.19 изображена схема мостика Уитстона для измерения сопротивлений. Между зажимами  $A$  и  $B$  натянута однородная проволока постоянного сечения, к которой присоединен источник э. д. с.  $\mathcal{E}$ ;  $R_x$  — неизвестное сопротивление,  $R_0$  — известное сопротивление,  $CD$  — «мост», в который включен чувствительный гальванометр  $G$ . Доказать, что при отсутствии тока в ветви  $CD$  справедливо соотношение

$$\frac{R_x}{R_0} = \frac{l_1}{l_2}.$$

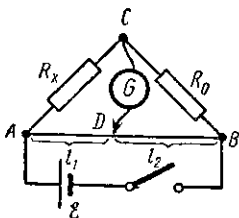


Рис. 15.19

**Решение**

Если ток в ветви  $CD$  равен нулю, то  $\varphi_C - \varphi_D = 0$ , а следовательно,

$$\varphi_A - \varphi_C = \varphi_A - \varphi_D,$$

$$\varphi_C - \varphi_B = \varphi_D - \varphi_B.$$

Обозначим токи, текущие при этом условии по ветвям  $ACB$  и  $ADB$ , соответственно  $I_1$  и  $I_2$ . Согласно закону Ома,  $\varphi_A - \varphi_C = I_1 R_x$ ,  $\varphi_A - \varphi_D = I_2 \rho \frac{l_1}{S}$ , поэтому

$$I_1 R_x = I_2 \rho \frac{l_1}{S}.$$

Аналогично

$$I_1 R_0 = I_2 \rho \frac{l_2}{S}.$$

Разделим почленно эти уравнения. Так как  $\rho$  и  $S$  одинаковы для всей проволоки  $AB$ , то

$$\frac{R_x}{R_0} = \frac{l_1}{l_2}.$$

**Задача 15.6.** Чувствительность гальванометра с внутренним сопротивлением  $800 \text{ ом}$  нужно уменьшить в 25 раз. Определить сопротивление шунта к гальванометру.

**Дано (СИ):**

$$R_r = 800 \text{ ом};$$

$$I_r = \frac{1}{n} I;$$

$$\frac{n = 25,}{R_{ш} = ?}$$

**Решение**

Шунт присоединяется параллельно к гальванометру. Отношение сопротивлений шунта и гальванометра обратно пропорциональны токам в шунте и в гальванометре:

$$\frac{R_{ш}}{R_r} = \frac{I_r}{I_{ш}}.$$

Но  $I_{ш} = I - I_r$ , поэтому

$$\frac{R_{ш}}{R_r} = \frac{I_r}{I - I_r} = \frac{\frac{1}{n} I}{I - \frac{1}{n} I} = \frac{1}{n - 1},$$

и

$$R_{ш} = \frac{R_r}{n - 1}.$$

В данном случае

$$R_{ш} = \frac{800}{25 - 1} \text{ ом} = 33,3 \text{ ом}.$$

**Задача 15.7.** Параллельно амперметру, сопротивление которого равно  $0,04 \text{ ом}$ , включен медный проводник длиной  $15 \text{ см}$  и площадью поперечного сечения  $3 \text{ мм}^2$ . Амперметр показывает  $0,1 \text{ а}$ . Какова сила тока в цепи?

**Дано (СИ):**

$$R_A = 0,04 \text{ ом};$$

$$\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ ом} \cdot \text{м};$$

$$l = 15 \text{ см} = 0,15 \text{ м};$$

$$S = 3 \text{ мм}^2 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2;$$

$$I_A = 0,1 \text{ а}.$$

$$\frac{I = ?}{I = ?}$$

**Решение**

Определим сопротивление шунта:

$$R_{ш} = \rho \frac{l}{S} = \frac{1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 0,15 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-6}} \text{ ом} = 8,5 \cdot 10^{-4} \text{ ом}.$$

Воспользовавшись соотношением

$$\frac{R_{ш}}{R_A} = \frac{I_A}{I - I_A},$$

найдем

$$I = \frac{I_A (R_A - R_{ш})}{R_{ш}}.$$

Подставим числовые данные:

$$I = \frac{I_A (R_A - R_{ш})}{R_{ш}} = \frac{0,1 \cdot (0,04 - 0,00085)}{0,00085} \text{ а} = 4,6 \text{ а}.$$

**Задача 15.8.** Вольтметр с внутренним сопротивлением  $400 \text{ ом}$  служит для измерения напряжений до  $5 \text{ в}$ . а) Как велико должно быть добавочное сопротивление, включенное последовательно с вольтметром, если им нужно измерять напряжения до  $150 \text{ в}$ ? б) Какая разность потенциалов приходится на добавочное сопротивление?

**Дано (СИ):**

$$R_B = 400 \text{ ом};$$

$$U_B = 5 \text{ в};$$

$$U = 150 \text{ в}.$$

$$R_1 = ? \quad U_1 = ?$$

**Решение**

а) Напряжение  $U$  на вольтметре и добавочном сопротивлении равно

$$U = I_B (R_B + R_1) = I_B R_B + I_B R_1,$$

откуда

$$R_1 = \frac{U - I_B R_B}{I_B} = \frac{U}{I_B} - R_B.$$

или, так как  $I_B = \frac{U_B}{R_B}$ , то

$$R_1 = R_B \left( \frac{U}{U_B} - 1 \right) = 400 \cdot \left( \frac{150}{5} - 1 \right) \text{ ом} = 11\,600 \text{ ом}.$$

б) На добавочное сопротивление приходится разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = R_1 I_B = R_1 \frac{U_B}{R_B} = 11\,600 \cdot \frac{5}{400} \text{ в} = 145 \text{ в}.$$

**Задача 15.9.** Определить разности потенциалов на зажимах ламп с сопротивлениями  $R_5$  и  $R_6$  на рис. 15.20.

**Решение**

Составим план решения: 1) найдем сопротивление всей цепи; 2) определим полную силу тока в цепи; 3) определим силу тока

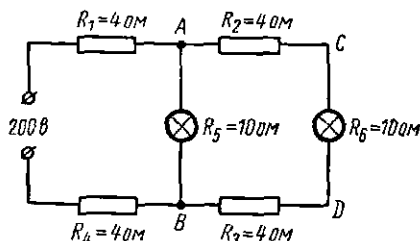


Рис. 15.20

в участках  $AB$  и  $ACDB$ ; 4) найдем разности потенциалов  $\varphi_A - \varphi_B$  и  $\varphi_C - \varphi_D$ .

1) Участок цепи между точками  $A$  и  $B$  состоит из двух параллельных ветвей. Поэтому ее полное сопротивление  $R$  равно

$$R = R_1 + R_4 + R_{AB},$$

где

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_2 + R_6 + R_3},$$

или

$$\frac{1}{R_{AB}} = \left( \frac{1}{10} + \frac{1}{4 + 4 + 10} \right) \frac{1}{\text{ом}} = \frac{7}{45} \frac{1}{\text{ом}},$$

и

$$R_{AB} = \frac{45}{7} \text{ ом} = 6 \frac{3}{7} \text{ ом}.$$

Поэтому

$$R = R_1 + R_4 + R_{AB} = \left(4 + 4 + 6 \frac{3}{7}\right) \text{ ом} = 14 \frac{3}{7} \text{ ом}.$$

2) Полная сила тока  $I$  в цепи равна

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{200 \cdot 7}{101} \text{ а} = \frac{1400}{101} \text{ а}.$$

3) В параллельных участках сила тока обратно пропорциональна сопротивлениям участков, поэтому

$$\frac{I_{AB}}{I_{ACB}} = \frac{R_{ACB}}{R_{AB}} = \frac{18}{10} = \frac{9}{5};$$

$$I_{AB} = I \cdot \frac{9}{14} = \frac{1400 \cdot 9}{101 \cdot 14} \text{ а} = 8,91 \text{ а};$$

$$I_{ACB} = I \cdot \frac{5}{14} = \frac{1400 \cdot 5}{101 \cdot 14} \text{ а} = 4,95 \text{ а}.$$

4) Разность потенциалов на зажимах лампы с сопротивлением  $R_5$ 

$$\varphi_A - \varphi_B = I_{AB} R_5 = 8,91 \cdot 10 \text{ в} = 89,1 \text{ в}.$$

Разность потенциалов на зажимах лампы с сопротивлением  $R_6$ 

$$\varphi_C - \varphi_D = I_{ACB} R_6 = 4,95 \cdot 10 \text{ в} = 49,5 \text{ в}.$$

**Задача 15.10.** Определить силы токов  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$  (рис. 15.21). Дано:  $\mathcal{E}_1 = 5 \text{ в}$ ;  $\mathcal{E}_2 = 3 \text{ в}$ ;  $r_1 = r_2 = 2 \text{ ом}$ ;  $R = 1 \text{ ом}$ . Решение провести в общем виде и проверить, подставив данные в результирующие формулы.

### Решение

Выберем направления токов  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$ . Так как заряды не могут скапливаться в узле  $A$ , то

$$I_1 + I_2 = I_3. \quad (\text{а})$$

Напряжение  $U_{AB}$  можно определить из закона Ома:

$$\left. \begin{array}{l} \text{или} \\ \text{или} \end{array} \right\} \begin{array}{l} U_{AB} = \mathcal{E}_1 - I_1 r_1, \\ U_{AB} = \mathcal{E}_2 - I_2 r_2, \\ U_{AB} = I_3 R. \end{array} \quad (6)$$

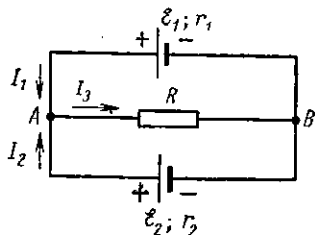


Рис. 15.21

Для того чтобы найти три неизвестных ( $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$ ), достаточно трех уравнений: уравнения (а) и двух, полученных из уравнений (б):

$$\begin{array}{ll} \text{I} & I_1 + I_2 = I_3, \\ \text{II} & \mathcal{E}_1 - I_1 r_1 = I_3 R, \\ \text{III} & \mathcal{E}_2 - I_2 r_2 = I_3 R. \end{array}$$

Определим  $I_2$  из (I):

$$I_2 = I_3 - I_1$$

и подставим это значение  $I_2$  в (III):

$$\mathcal{E}_2 - (I_3 - I_1) r_2 = I_3 R,$$

откуда получаем

$$I_3 = \frac{\mathcal{E}_2 + I_1 r_2}{R + r_2}.$$

Подставим это значение  $I_3$  во (II)

$$\mathcal{E}_1 - I_1 r_1 = \frac{\mathcal{E}_2 + I_1 r_2}{R + r_2} R,$$

откуда находим

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 (R + r_2) - \mathcal{E}_2 R}{r_1 r_2 + r_2 R + R r_1}. \quad (\text{в})$$

Теперь заменим в формуле для  $I_3$  силу тока  $I_1$  выражением (в)

$$I_3 = \frac{\mathcal{E}_2 + I_1 r_2}{R + r_2} = \frac{\mathcal{E}_2 + \frac{\mathcal{E}_1 (R + r_2) - \mathcal{E}_2 R}{r_1 r_2 + r_2 R + R r_1} r_2}{R + r_2}.$$

После преобразований получим

$$I_3 = \frac{\mathcal{E}_2 r_1 + \mathcal{E}_1 r_2}{r_1 r_2 + r_2 R + R r_1}. \quad (\text{г})$$

Остается найти  $I_2$ :

$$I_2 = I_3 - I_1 = \frac{\mathcal{E}_2 r_1 + \mathcal{E}_1 r_2}{r_1 r_2 + r_2 R + R r_1} - \frac{\mathcal{E}_1 (R + r_1) - \mathcal{E}_2 R}{r_1 r_2 + r_2 R + R r_1},$$

или

$$I_2 = \frac{-\mathcal{E}_1 R + \mathcal{E}_2 (R + r_1)}{r_1 r_2 + r_2 R + R r_1}. \quad (\text{д})$$

Подставим данные в формулы (в), (д) и (г):

$$I_1 = \frac{5 \cdot (1 + 2) - 3 \cdot 1}{2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2} a = 1,5a;$$

$$I_2 = \frac{-5 \cdot 1 + 3 \cdot (1 + 2)}{2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2} a = 0,5a;$$

$$I_3 = \frac{3 \cdot 2 + 5 \cdot 2}{2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2} a = 2a.$$

$$I_1 + I_2 = I_3; 1,5a + 0,5a = 2a.$$

**Задача 15.11.** Электродвижущая сила каждого из двух источников, соединенных параллельно, равна 1,8 в. Внутреннее сопротивление первого источника 0,9 ом, второго 0,45 ом. Батарея замкнута внешним сопротивлением  $R$ , причем ток, проходящий в первом источнике, равен 1 а. Чему равно  $R$ ?

Дано (СИ):

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_1 &= \mathcal{E}_2 = 1,8 \text{ в;} \\ r_1 &= 0,9 \text{ ом;} \\ r_2 &= 0,45 \text{ ом;} \\ I_1 &= 1 \text{ а.} \\ \hline R &= ?\end{aligned}$$

Решение

Электродвижущая сила батарей равна 1,8 в. Разность потенциалов между электродами в первом элементе равна

$$(\varphi_1 - \varphi_2) = I_1 r_1.$$

Напряжение  $U$  в цепи равно

$$U = \mathcal{E} - (\varphi_1 - \varphi_2) = \mathcal{E} - I_1 r_1.$$

Разность потенциалов между электродами во втором элементе также должна быть равной  $\varphi_1 - \varphi_2$ . Поэтому ток  $I_2$  во втором элементе равен

$$I_2 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r_2} = \frac{I_1 r_1}{r_2}.$$

Ток  $I$  во внешней цепи

$$I = I_1 + I_2 = I_1 + \frac{I_1 r_1}{r_2} = I_1 \left( 1 + \frac{r_1}{r_2} \right),$$

а внешнее сопротивление

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\mathcal{E} - I_1 r_1}{I_1 \left( 1 + \frac{r_1}{r_2} \right)} = \frac{1,8 - 1 \cdot 0,9}{1 \cdot \left( 1 + \frac{0,9}{0,45} \right)} \text{ ом} = 0,3 \text{ ом}.$$

**Задача 15.12.** Сопротивление никелиновой проволоки в два раза больше сопротивления медной. Обе проволоки включают в цепь между зажимами с постоянной разностью потенциалов: а) параллельно, б) последовательно. В которой из проволок будет выделяться большее количество теплоты: в случае а)? в случае б)?

Решение

Обозначим  $R_1$  сопротивление медной проволоки и  $R_2 = 2R_1$  — сопротивление никелиновой.

а) Обозначим  $\varphi_1 - \varphi_2$  разность потенциалов между концами проволок при параллельном соединении. Количество теплоты, выделившейся в медной проволоке, по закону Джоуля—Ленца, равно

$$Q_1 = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{R_1} t,$$

где  $t$  — время прохождения тока. В никелиновой проволоке выделось

$$Q_2 = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{R_2} t.$$

Отсюда следует, что

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{2R_1}{R_1} = 2, \text{ или } Q_1 = 2Q_2,$$

т. е. при параллельном соединении в медной проволоке выделяется количество теплоты, в два раза большее, чем в никелиновой.

б) При последовательном соединении сила тока  $I$  в обеих проволоках одинакова. Обозначим разность потенциалов между концами



медной проволоки  $\varphi_1 - \varphi$ , между концами никелиновой  $\varphi - \varphi_2$ . Тогда

$$\frac{\varphi_1 - \varphi}{R_1} = \frac{\varphi - \varphi_2}{R_2},$$

откуда

$$\frac{\varphi_1 - \varphi}{\varphi - \varphi_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_1}{2R_1} = \frac{1}{2},$$

или

$$\varphi - \varphi_2 = 2(\varphi_1 - \varphi).$$

Применим закон Джоуля—Ленца в соответствующей форме

$$Q_1 = \frac{(\varphi_1 - \varphi)^2}{R_1} t,$$

$$Q_2 = \frac{(\varphi - \varphi_2)^2}{R_2} t = \frac{4(\varphi_1 - \varphi)^2}{2R_1} = \frac{2(\varphi_1 - \varphi)^2}{2R_1} t.$$

Отсюда следует, что

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{1}{2}, \text{ или } Q_1 = \frac{1}{2} Q_2,$$

т. е. при последовательном соединении в медной проволоке выделяется количество теплоты, в два раза меньшее, чем в никелиновой.

**Задача 15.13.** Два одинаковых источника постоянной э. д. с. включаются: один — во внешнюю цепь с сопротивлением  $R_1$ , второй — во внешнюю цепь с сопротивлением  $R_2$ . В обеих внешних цепях за одно и то же время выделяется одинаковое количество теплоты. Определить внутреннее сопротивление  $r$  источника э. д. с.

### Решение

Определим силу тока в каждой цепи, для чего воспользуемся законом Ома для полной цепи:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r}; \quad I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + r}.$$

Найдем количество теплоты, выделяющееся в каждой цепи за одно и то же время  $t$ :

$$Q = I_1^2 R_1 t = \frac{\mathcal{E}^2}{(R_1 + r)^2} R_1 t;$$

$$Q = I_2^2 R_2 t = \frac{\mathcal{E}^2}{(R_2 + r)^2} R_2 t.$$

По условию, эти количества теплоты равны, следовательно,

$$\frac{\mathcal{E}^2}{(R_1 + r)^2} R_1 t = \frac{\mathcal{E}^2}{(R_2 + r)^2} R_2 t.$$

Решим это уравнение относительно  $r$ :

$$\frac{R_1}{R_1^2 + 2R_1 r + r^2} = \frac{R_2}{R_2^2 + 2R_2 r + r^2}.$$

Освободимся от знаменателя и приведем подобные члены, тогда

$$r^2 (R_1 - R_2) = R_2 R_1^2 - R_1 R_2^2 = R_1 R_2 (R_1 - R_2),$$

откуда

$$r^2 = R_1 R_2,$$

и

$$r = \sqrt{R_1 R_2}.$$

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Сопротивление медной спирали при  $20^\circ \text{C}$  равно  $200 \text{ ом}$ . Чему равно сопротивление спирали при  $50^\circ \text{C}$ ?

2. Определить сечение железной проволоки реостата, обладающего сопротивлением  $5 \text{ ом}$ , если длина проволоки  $20 \text{ м}$ .

3. Из никелиновой проволоки диаметром  $0,8 \text{ мм}$  нужно изготовить нагреватель, сопротивление которого должно быть равно  $30 \text{ ом}$  при температуре накала около  $600^\circ \text{C}$ . Определить длину проволоки, если ее отрезают при  $0^\circ \text{C}$ .

4. Через железный проводник длиной  $50 \text{ см}$  пропускают ток силой  $5 \text{ а}$ . Разность потенциалов на концах проводника  $1,2 \text{ в}$ . Определить диаметр проводника. Начертить схему, которой пользовались при этих измерениях.

5. В осветительную сеть с напряжением  $120 \text{ в}$  включены параллельно  $20$  ламп:  $10$  ламп с сопротивлением  $100 \text{ ом}$ ,  $5$  ламп с сопротивлением  $300 \text{ ом}$  и  $10$  ламп с сопротивлением  $600 \text{ ом}$ . Определить силу тока в цепи.

6. Из однородной проволоки сделан квадрат  $ABCD$ , сопротивление каждой стороны которого равно  $R$ . Чему равно сопротивление квадрата, если ток идет: а) от  $A$  к  $C$ ? б) от  $A$  к  $B$  (рис. 15.22)?

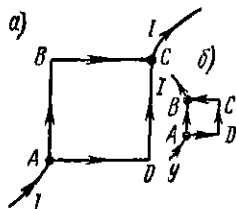


Рис. 15.22

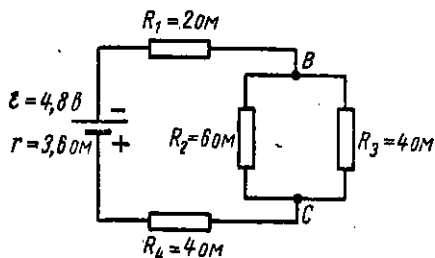


Рис. 15.23

7. Определить силу тока в отдельных ветвях и во всей цепи, изображенной на схеме (рис. 15.23).

8. Цепь в точке  $A$  разветвляется на две ветви равного сопротивления, каждая из этих ветвей разветвляется таким же образом. Затем ветви соединяются сначала попарно и, наконец, в одну точку  $B$ .

(рис. 15.24). Сопротивление каждой ветви 8 ом. Определить полное сопротивление на участке  $AB$ , а также силу тока в каждой ветви, если разность потенциалов между точками  $A$  и  $B$  равна 20 в.

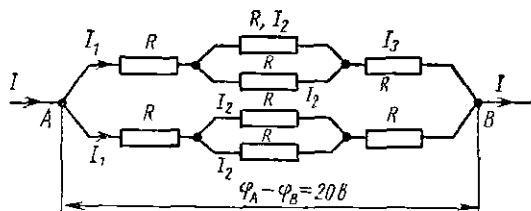


Рис. 15.24

9. Определить сопротивление шунта к амперметру на 5 а так, чтобы его можно было использовать для измерения токов до 100 а. Сопротивление амперметра 0,4 ом.

10. Сопротивление вольтметра 200 ом. Какое добавочное сопротивление следует присоединить к вольтметру, чтобы цена деления его шкалы увеличилась в 20 раз?

11. Если аккумулятор, внутреннее сопротивление которого 0,05 ом, замкнут проводником с сопротивлением 4 ом, то в цепи течет ток 0,5 а. Определить э. д. с. аккумулятора и напряжение во внешней цепи.

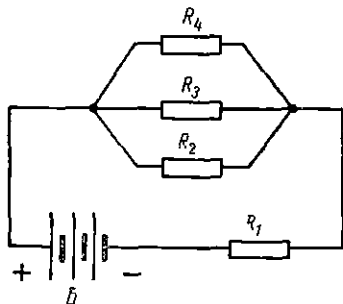


Рис. 15.25

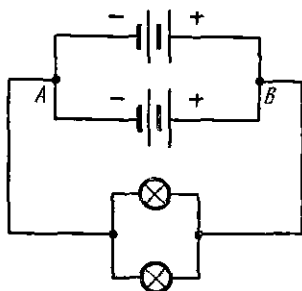


Рис. 15.26

12. Каждый элемент (рис. 15.25) дает э. д. с. 2,03 в и имеет внутреннее сопротивление 0,12 ом. Батарея  $B$  состоит из трех элементов. Сопротивления:  $R_1 = 6$  ом;  $R_2 = 4$  ом;  $R_3 = 6$  ом;  $R_4 = 8$  ом. Определить силу тока в цепи.

13. Определить силу тока при коротком замыкании батареи с э. д. с. 9 в, если при ее замыкании на внешнее сопротивление 3 ом ток в цепи равен 2 а.

14. При помощи батарей аккумуляторов нужно получить во внешней цепи ток 3 а при напряжении на полюсах батареи 70 в. Сколько аккумуляторов нужно соединить последовательно? Э. д. с. каждого аккумулятора 2 в, а его внутреннее сопротивление 0,2 ом.

15. Пять одинаковых источников тока с э. д. с. 2 в и внутренним сопротивлением 0,2 ом каждый соединены параллельно. Какой ток пойдет во внешней цепи, если ее сопротивление 4,4 ом?

16. Определить сопротивление нити 60-ваттной лампочки, рассчитанной на 127 в и включенной в цепь при этом напряжении.

17. Расстояние от генератора до дуговой лампы 100 м, проводка выполнена медным проводом сечением 2,5 мм<sup>2</sup>. За 1 ч работы лампы в проводах выделяется 489,6 кдж теплоты. Какую мощность потребляет лампа, если она горит под напряжением 60 в?

18. В кипятильнике емкостью 5 л с к. п. д. 70% вода нагревается от 10°С до 100°С за 20 мин. Какой силы ток проходит по обмотке нагревателя, если разность потенциалов между ее концами равна 220 в?

19. Четыре аккумулятора с э. д. с. 2 в и внутренним сопротивлением 0,03 ом каждый соединены по два последовательно в две параллельные группы. Батарея питает две электрические лампочки сопротивлением 10 ом каждая, соединенных параллельно (рис. 15.26). Проводка выполнена железным проводом длиной 5 м и площадью поперечного сечения 1 мм<sup>2</sup>. Какое количество теплоты в калориях выделится за 1 мин: а) в лампочках; б) в проводах; в) в батарее?

## Глава 16

### ЭЛЕКТРОЛИЗ

**§ 16.1. Явление электролиза.** 1. Мы уже знаем, что в электролитах свободными зарядами являются положительные и отрицательные ионы (см. § 15.1). Опустим в сосуд, содержащий электролит, две металлические или угольные пластинки, соединенные с источником э. д. с. (рис. 16.1, а) и называемые электродами. Электрод, соединенный с положительным полюсом источника, называется анодом, соединенный с отрицательным полюсом источника — катодом. Сосуд, содержащий электролит и электроды, называется *электролитической ванной* (или *вольтаметром*).

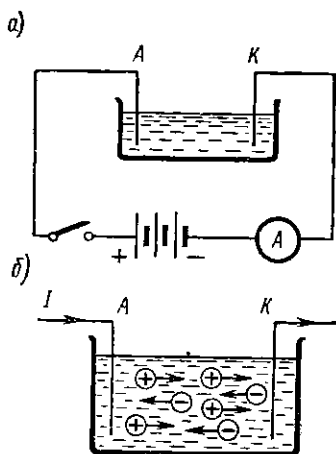
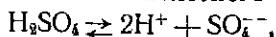


Рис. 16.1

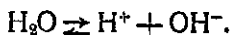
При замыкании цепи анод заряжается положительно, катод — отрицательно, и между ними образуется электрическое поле. Под действием сил поля отрицательные ионы движутся к аноду, а положительные — к катоду (рис. 16.1, б). Поэтому отрицательные ионы получили название *анионов*, а положительные — *катионов*. Достигнув катода, катионы присоединяют к себе

избыточные электроны катода и превращаются в нейтральные атомы. Анионы отдают аноду свои лишние электроны и тоже превращаются в нейтральные атомы. Эти атомы или образовавшиеся из них молекулы откладываются на электродах, покрывая их слоем вещества. Выделение вещества на электродах при прохождении электрического тока через электролит называется *электролизом*.

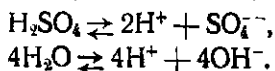
2. Нередко прохождение электрического тока через электролиты сопровождается химическими превращениями вещества. Рассмотрим, например, электролиз водного раствора серной кислоты. При диссоциации молекула серной кислоты распадается на положительный ион водорода и отрицательный ион кислотного остатка:



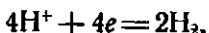
причем каждый из ионов несет заряд, численно равный элементарному заряду. Оказывается, что небольшая часть молекул воды также диссоциирована на ионы, а именно: на положительный ион водорода и отрицательный ион гидроксила:



При замыкании электрической цепи все ионы водорода движутся к катоду, а отрицательно заряженные ионы  $\text{OH}^-$  и  $\text{SO}_4^{--}$  — к аноду. Ионы водорода отнимают у катода электроны и превращаются в нейтральные атомы, которые соединяются в молекулы  $\text{H}_2$  и выделяются из раствора. Анод отбирает лишние электроны у подошедших к нему ионов  $\text{OH}^-$ , так как силы, удерживающие электроны в ионах гидроксила, значительно меньше, чем силы, удерживающие электроны в ионах  $\text{SO}_4^{--}$ . При разрядке ионов  $\text{OH}^-$  образуются молекулы воды и молекулы кислорода, который и выделяется из раствора. Таким образом, в растворе образуются следующие ионы:



На катоде выделяется газообразный водород:



где  $e$  — заряд электрона.

На аноде выделяется газообразный кислород:



Ионы  $\text{SO}_4^{--}$  остаются в растворе и, соединившись с ионами водорода, могут образовать молекулы  $\text{H}_2\text{SO}_4$ . В результате электролиза общее количество серной кислоты в растворе остается неизменным, а количество воды уменьшается.

Процесс, при котором вещество выделяется на обоих электродах, возможен лишь в том случае, когда электроды не растворяются в электролите.

3. Для электролитов справедлив закон Ома

$$I = \frac{\varphi_A - \varphi_K}{R},$$

где  $R$  — сопротивление электролита, равное

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{1}{\gamma} \frac{l}{S}.$$

Удельная электропроводность  $\gamma$  данного электролита тем больше, чем большее число его молекул диссоциировано на ионы и с чем большей скоростью эти ионы движутся под действием электрического поля с данной напряженностью. При нагревании сопротивление электролитов уменьшается. Это объясняется двумя причинами: во-первых, с увеличением температуры возрастает кинетическая энергия молекул электролита, и при соударениях большее их число распадается на ионы; во-вторых, при нагревании жидкости уменьшается ее внутреннее трение, а следовательно, скорость движения ионов увеличивается.

**§ 16.2. Законы электролиза Фарадея.** 1. М. Фарадей исследовал явления прохождения электрического тока через электролиты и на основании опытов установил два основных закона электролиза.

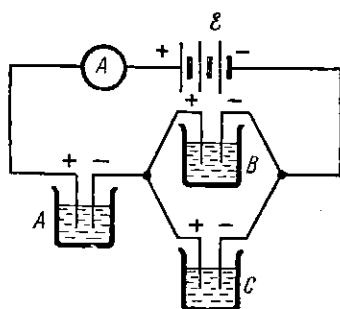


Рис. 16.2

Первый закон: *масса  $m$  вещества, выделившаяся при электролизе на каждом из электродов, пропорциональна величине заряда  $q$ , прошедшего через электролит:*

$$m = kq, \quad (16.1)$$

где  $k$  — электрохимический эквивалент данного вещества.

При  $q = 1\text{к}$   $k = m$ , т. е. *электрохимический эквивалент равен количеству вещества, выделившемуся на электроде при прохождении через электролит единицы заряда.*

Так как  $q = It$ , то

$$m = kIt. \quad (16.2)$$

Значения электрохимических эквивалентов для некоторых веществ приведены в табл. 14 в конце книги.

Первый закон Фарадея легко проверить на опыте. Включим три одинаковые электролитические ванны  $A$ ,  $B$  и  $C$ , содержащие один и тот же электролит и имеющие одинаковые сопротивления, так, как показано на рис. 16.2. Ток  $I$ , протекающий через ванну  $A$ , разделится поровну между ваннами  $B$  и  $C$ . Измерив после опыта количества вещества, выделившиеся на анодах ванн  $B$  и  $C$ , мы убе-

димся, что каждая из масс  $m_B$  и  $m_C$  равна половине массы  $m_A$ , выделившейся на аноде ванны  $A$ . То же соотношение мы обнаружим и для масс вещества, выделившихся на катодах.

**2. Второй закон: электрохимические эквиваленты элементов прямо пропорциональны их химическим эквивалентам:**

$$k = C \frac{A}{Z}. \quad (16.3)$$

Здесь  $A$  — атомный вес элемента,  $Z$  — его валентность. Отношение  $\frac{A}{Z}$  называется *химическим эквивалентом вещества*;  $C$  — величина постоянная, имеющая одно и то же значение для всех веществ.

Проверим второй закон Фарадея экспериментально. Соединим последовательно несколько электролитических ванн, содержащих различные электролиты (рис. 16.3). Обозначим массу вещества, выделившегося на одном из электродов (например, на катоде) первой ванны,  $m_1$ , атомный вес этого вещества  $A_1$  и его валентность  $Z_1$ , а соответствующие значения этих величин для вещества во второй ванне  $m_2$ ,  $A_2$  и  $Z_2$ . По второму закону Фарадея,

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{A_1 Z_2}{A_2 Z_1}. \quad (16.4)$$

Но согласно первому закону Фарадея,

$$k_1 = \frac{m_1}{It},$$

$$k_2 = \frac{m_2}{It}.$$

Подставим эти значения  $k_1$  и  $k_2$  в формулу (16.4). Так как сила тока  $I$  и время  $t$  его прохождения через электролит одинаковы для обоих электролитов, то

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{A_1 Z_2}{A_2 Z_1}. \quad (16.5)$$

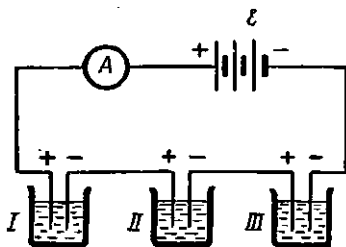


Рис. 16.3



Определим из опыта  $m_1$  и  $m_2$  и найдем из табл. 16.1 значения  $A_1$ ,  $Z_1$ ,  $A_2$  и  $Z_2$ . Повторив опыт со II и III вольтаметрами, убедимся, что равенство (16.5) справедливо для любых двух веществ, выделившихся на электродах при электролизе в двух последовательно соединенных электролитических ваннах.

3. Оба закона Фарадея можно объединить. Заменяя в формуле (16.1) электрохимический эквивалент  $k$  согласно (16.3):

$$m = C \frac{A}{Z} q,$$

а  $\frac{1}{C}$  — величиной  $F \left( \frac{1}{C} = F \right)$ , называемой *числом Фарадея*; получим окончательно

$$m = \frac{A}{Z} \frac{q}{F}. \quad (16.6)$$

Если в выражении (16.6) *объединенного закона Фарадея* положить  $q = F$ , то  $m = \frac{A}{Z}$ . Следовательно, *число Фарадея равно электрическому заряду, который должен пройти через электролит для выделения на электроде количества вещества, равного его химическому эквиваленту (одному грамм-эквиваленту)*.

Опытным путем установлено, что

$$F = 96\,500 \text{ к.}$$

4. Из законов Фарадея следует, что подобно тому, как вещество построено из отдельных атомов, электричество состоит из элементарных зарядов. Мы знаем, что для выделения на электроде одного грамм-эквивалента вещества через электролит должен пройти электрический заряд, равный числу Фарадея. В одном грамм-атоме одновалентного вещества содержится  $N_A$  атомов ( $N_A$  — число Авогадро). Поэтому на каждый ион одновалентного вещества приходится заряд

$$q = \frac{F}{N_A}. \quad (16.7)$$

Оказалось, что численно заряд  $q_0$  одновалентного иона в точности равен заряду  $e$  электрона:

$$q_0 = e = \frac{F}{N_A} = \frac{96\,500}{6,02 \cdot 10^{23}} \text{ к} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ к} = 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ СГСЭ}_q.$$

**§ 16.3. Технические применения электролиза.** 1. Очистка, или рафинирование металлов. Процесс происходит в электролитической ванне. Анодом служит металл, подлежащий очистке, катодом — тонкая пластинка из чистого металла, а электролитом — раствор соли данного металла, например при рафинировании меди — раствор медного купороса. В загрязненных металлах могут содержаться ценные примеси. Например, в меди часто содержатся никель и серебро. Для того чтобы на катоде выделялся только чистый металл, необходимо учитывать, что выделение каждого вещества начинается лишь при некоторой определенной разности потенциалов между электродами, называемой «*потенциалом разложения*». При надлежащем ее выборе из раствора медного купороса на катоде выделяется чистая медь, а примеси выпадают в виде осадка или переходят в раствор.

2. Э л е к т р о м е т а л л у р г и я. Некоторые металлы, например алюминий, получают путем электролиза из расплавленной руды. Электролитической ванной и одновременно катодом служит железный ящик с угольным подом, а анодом — угольные стержни. Температура руды (около  $900^{\circ}\text{C}$ ) поддерживается протекающим в ней током. Расплавленный алюминий опускается на дно ящика, откуда его через особое отверстие выпускают в формы для отливки.

3. Г а л ь в а н о с т е г и я — электролитический способ покрытия металлических изделий слоем благородного металла (золота, платины) или другими металлами, не поддающимися окислению. Например, при никелировании предмета он сам служит катодом, кусок никеля — анодом. Пропуская через электролитическую ванну в течение некоторого времени электрический ток, покрывают предмет слоем никеля нужной толщины.

4. Г а л ь в а н о п л а с т и к а, или электролитическое осаждение металла на поверхности предмета для воспроизведения его формы, была изобретена в 1837 г. русским ученым Б. С. Якоби, который предложил использовать электролиз для получения металлических отпечатков рельефных предметов (медалей, монет и др.). С предмета снимают слепок из воска или вырезают выпуклое изображение на деревянной доске и делают его проводящим, покрывая слоем графита. Затем опускают слепок или доску в качестве катода в электролит. Ано-

дом служит кусок металла, используемого для осаждения. Этим способом изготавливают, например, типографские клише.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Какие заряженные частицы обуславливают существование электрического тока в жидкостях и как они возникают (см. § 15.1)
2. Опишите явление электролиза.
3. Справедлив ли закон Ома для электролитов?
4. От чего зависит электропроводность электролита?
5. Как изменяется сопротивление электролита при повышении его температуры?
6. Сформулируйте первый закон Фарадея и опишите, как его проверить на опыте.
7. Дайте определение электрохимического эквивалента вещества.
8. В чем состоит второй закон Фарадея?
9. Что называется химическим эквивалентом вещества?
10. Как проверить опытным путем второй закон Фарадея?
11. Напишите формулу, выражающую объединенный закон Фарадея.
12. Что называется числом Фарадея и чему оно равно?
13. Расскажите о технических применениях электролиза.

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 16. 1.** Вычислите электрохимические эквиваленты свинца и натрия и определите, какие массы этих веществ могут быть выделены током в 5 а за 5 ч. Атомный вес свинца  $A_1 = 207,22$  г, его валентность  $Z_1 = 2$ ; атомный вес натрия  $A_2 = 22,997$  г, его валентность  $Z_2 = 1$ .

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} A_1 &= 207,22 \text{ г} = 207,22 \cdot 10^{-3} \text{ кг}; \\ Z_1 &= 2; \\ A_2 &= 22,997 \text{ г} = 22,997 \cdot 10^{-3} \text{ кг}; \\ Z_2 &= 1; \\ I &= 5 \text{ а}; \\ t &= 5 \text{ ч} = 5 \cdot 3600 \text{ сек}; \\ F &= 96\,500 \text{ К}. \end{aligned}$$

$$k_1 = ? \quad k_2 = ? \quad m_1 = ? \quad m_2 = ?$$

**Решение**

Электрохимический эквивалент  $k$  равен

$$k = C \frac{A}{Z} = \frac{A}{ZF},$$

поэтому

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{A_1}{Z_1 F} = \frac{207,22 \cdot 10^{-3} \text{ кг}}{2 \cdot 96\,500 \text{ К}} = \\ &= 1,074 \cdot 10^{-6} \text{ кг/К} = 1,074 \text{ мг/К}; \end{aligned}$$

$$k_2 = \frac{A_2}{Z_2 F} = \frac{22,997 \cdot 10^{-3} \text{ кг}}{1 \cdot 96\,500 \text{ К}} = 0,238 \cdot 10^{-6} \text{ кг/К} = 0,238 \text{ мг/К}.$$

По первому закону Фарадея для электролиза,

$$m = kIt.$$

Свинца выделилось:  $m_1 = k_1 It = 1,074 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3600 \text{ г} = 96,66 \text{ г}.$

Натрия выделилось:  $m_2 = k_2 It = 0,238 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3600 \text{ г} = 21,42 \text{ г}.$

**Задача 16.2.** Сколько цинка было получено при электролизе раствора  $ZnSO_4$ , если была затрачена энергия  $2 \text{ кВт} \cdot \text{ч}$  и разность потенциалов между зажимами ванны была  $2 \text{ в}$ ? Атомный вес цинка  $65,38 \text{ г}$ , валентность два.

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} W &= 2 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = \\ &= 2 \cdot 10^{-3} \cdot 3600 \text{ вт} \cdot \text{сек} = \\ &= 72 \cdot 10^5 \text{ Дж}; \\ \varphi_1 - \varphi_2 &= 2 \text{ в}; \\ A &= 65,38 \text{ г} = 65,38 \cdot 10^{-3} \text{ кг}; \\ Z &= 2; \\ F &= 96\,500 \text{ К}. \end{aligned}$$


---

$m = ?$

**Решение**

По объединенному закону Фарадея для электролиза масса  $m$  выделившегося цинка равна

$$m = \frac{A}{Z} \frac{q}{F} = \frac{A}{Z} \frac{It}{F}, \quad (1)$$

где  $A$  — атомный вес цинка,  $Z$  — его валентность,  $q = It$  — величина электрического заряда, прошедшего через электролит,  $F$  — число Фарадея. Для определения силы тока используем формулу для энергии, или работы, тока

$$W = (\varphi_1 - \varphi_2) It,$$

откуда

$$I = \frac{W}{(\varphi_1 - \varphi_2) t}. \quad (2)$$

Заменив в формуле (1) силу тока ее выражением через энергию, получим

$$m = \frac{A}{Z} \frac{It}{F} = \frac{A}{Z} \frac{W}{(\varphi_1 - \varphi_2) F} = \frac{A}{ZF} \frac{W}{(\varphi_1 - \varphi_2)},$$

или

$$m = \frac{65,38 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 96\,500} \cdot \frac{72 \cdot 10^5}{2} \text{ кг} = 1,22 \text{ кг}.$$

**Задача 16.3.** Тонкая прямоугольная пластинка размерами  $3 \text{ см} \cdot 4 \text{ см}$  была покрыта слоем золота толщиной  $0,001 \text{ см}$  с двух сторон. Сколько времени пропускался через электролит ток силой  $1,5 \text{ а}$ ? Атомный вес золота  $197,2 \text{ г}$ , его валентность единица, плотность  $19,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} S &= 2 \cdot 3 \cdot 4 \text{ см}^2 = 24 \text{ см}^2 = \\ &= 24 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; \\ d &= 0,001 \text{ см} = 10^{-5} \text{ м}; \\ I &= 1,5 \text{ а}; \\ A &= 197,2 \text{ г} = 197,2 \cdot 10^{-3} \text{ кг}; \\ Z &= 1; \\ \rho &= 19,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3. \end{aligned}$$


---

$t = ?$

**Решение**

По объединенному закону Фарадея для электролиза

$$m = \frac{A}{Z} \frac{It}{F},$$

с другой стороны,

$$m = \rho V = \rho S d.$$

Приравниваем правые части этих уравнений:

$$\frac{AIt}{ZF} = \rho S d,$$

откуда

$$t = \frac{\rho S d Z F}{I A},$$

или

$$t = \frac{19,3 \cdot 10^3 \cdot 24 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-5} \cdot 1 \cdot 96500}{1,5 \cdot 197,2 \cdot 10^{-8}} \text{ сек} = 151 \text{ сек.}$$

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. В какой поправке нуждается амперметр, если при последовательном включении с электролитической ванной, в которой налит раствор медного купороса (т. е. с медным вольтметром), он показывал 2 а, а на катоде отложилось за 10 мин 0,414 г меди?

2. Две электролитические ванны соединены последовательно. В одной из них находится раствор  $\text{CuSO}_4$ , в другой  $\text{AgNO}_3$ . Через электролиты пропускают электрический ток. Сколько серебра отложится на электроде, если меди отложилось 4,8 г?

3. Для серебрения 20 ложек пропускался в течение 8 ч через раствор серебряной соли ток силой 1,6 а. Определить толщину слоя серебра, если поверхность каждой ложки 50  $\text{см}^2$ . Плотность серебра 10,5  $\text{кг/м}^3$ , электрохимический эквивалент дан в табл. 14.

4. Вычислите объемы газов, выделившихся при электролизе водного раствора серной кислоты за 1 ч при силе тока 5 а. Температура 0° С, давление 1 атм.

5. Сколько грамм-эквивалентов вещества выделится на электроде вольтметра, если при электролизе израсходовано 80,4 а · ч электричества?

## Глава 17

### ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ГАЗАХ

**§ 17. 1. Ионизация газов. Газовый разряд.** 1. В § 15.1 указывалось, что газы в нормальном состоянии являются изоляторами. Газ становится проводником, когда он ионизирован. Ионизаторами газа могут служить ультрафиолетовые лучи, радиоактивные излучения, лучи Рентгена, нагревание до высокой температуры. Например, если поместить вблизи заряженного электрометра пламя горелки, то воздух вокруг него теряет свойства изолятора, и заряд электрометра уменьшается (рис. 17.1). *Проводимость газа,*

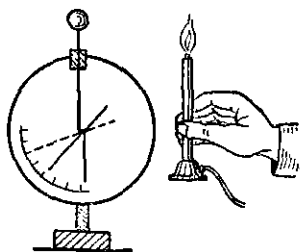


Рис. 17.1

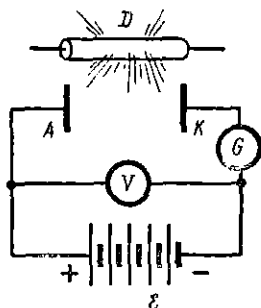


Рис. 17.2

*созданная внешними ионизаторами, но не связанная с электрическим полем, называется самостоятельной проводимостью.*

2. Электроны и положительные ионы, возникшие во время действия ионизатора, не могут долго существовать раздельно и воссоединяются, образуя нейтральные ионы. Присоединим два плоских электрода  $A$  и  $K$  к полюсам источника э. д. с.  $\mathcal{E}$  (батарей аккумуляторов). Включим в цепь гальванометр  $G$  для измерения силы тока и параллельно воздушному промежутку  $AK$  вольтметр  $V$  (рис. 17.2). Если поместить вблизи этого воздушного промежутка какой-либо ионизатор  $D$ , то в цепи возникнет электрический ток. Когда действие ионизатора прекращается, ток исчезает. *Рекомбинация (воссоединение)* ионов происходит и во время действия ионизатора, причем устанавливается такое равновесие между возникающими и рекомбинирующими ионами, что число пар ионов в единице объема газа остается постоянным.

3. Электрический ток в газе с несамостоятельной проводимостью называется *несамостоятельным газовым разрядом*. График зависимости разрядного тока от разности потенциалов между электродами  $A$  и  $K$  (см. рис. 17.2) при неизменной интенсивности ионизации изображен на рис. 17.3. При постепенном увеличении разности потенциалов  $\varphi_A - \varphi_K$  сила тока сначала растет пропорционально  $\varphi_A - \varphi_K$ , т. е. соблюдается закон Ома (участок  $0a$  кривой на рис. 17.3), затем пропорциональность нарушается (участок  $ab$  кривой) и, начиная с некоторого значения  $\varphi_A - \varphi_K$ , сила тока остается постоянной несмотря на увеличение разности потенциалов (участок  $bc$ ). Наибольшая

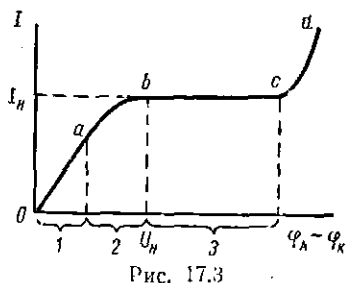


Рис. 17.3

сила тока, возможная при данной интенсивности ионизации, называется *током насыщения*  $I_n$ . При токе насыщения все возникающие ионы достигают электродов, не успев рекомбинировать.

4. Обратимся к последней части  $cd$  графика (см. рис. 17.3). При достаточно больших разностях потенциалов

между электродами кинетическая энергия электронов возрастает настолько, что при соударениях со встречными молекулами газа электроны ионизируют их. Это явление называется *ударной ионизацией* молекул газа. Освобожденные при ударной ионизации электроны ускоряются в электрическом поле и в свою очередь ионизируют сталкивающиеся с ними молекулы газа. Число электронов и ионов в газе растет, как лавина, а вместе с ним растет и разрядный ток. При еще больших разностях потенциалов ударную ионизацию начинают производить и ионы. Теперь к обоим электродам движутся лавины: к катоду — положительная ионная, а к аноду — электронная. Эти встречные лавины, возникновение которых зависит лишь от величины электрического поля, приложенного к газовому промежутку  $AK$ , обуславливают так называемую *самостоятельную проводимость газа*. Участок  $cd$  графика характеризует *самостоятельный газовый разряд*, который может существовать при отсутствии внешнего ионизатора.

**§ 17.2. Электрическая дуга и электрическая искра.** 1. Самостоятельные (лавинообразные) разряды могут происхо-

дять в газах при нормальном и больших давлениях. Особое значение для техники имеют дуговой и искровой разряды.

Электрическая дуга была открыта в 1802 г. русским физиком В. В. Петровым, который назвал ее вольтовой дугой. Два угольных стержня, соединенные с источником э. д. с., приводятся в соприкосновение: таким образом замыкается электрическая цепь (рис. 17.4). В месте контакта углей электрическое сопротивление очень велико. Поэтому здесь выделяется большое количество теплоты, и концы углей раскаляются. Угли постепенно раздвигают, в нагретом воздухе между ними происходит ударная ионизация и начинается лавинообразный газовый разряд. Он имеет дугообразную форму и излучает яркий свет. Температура катода достигает  $3000^{\circ}\text{C}$ . Летящие к аноду электроны ударяются о него и создают в нем углубление — кратер, температура которого  $4000^{\circ}\text{C}$ . Сопротивление электрической дуги невелико, поэтому дуговой раз-

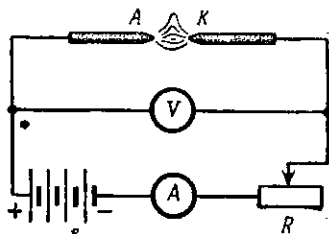


Рис. 17.4

ряд возможен при разности потенциалов между угольными электродами около 40—50 в. Яркий свет угольной дуги был впервые применен П. Н. Яблочковым в 1876 г. для электрического освещения. Электрическая дуга и в настоящее время используется как мощный источник света в прожекторах и кинопроекторных аппаратах, а ее высокая температура — для сварки и в дуговых печах для плавки металлов.

2. Электрической искрой называют прерывистый лавинообразный разряд в газе, сопровождающийся треском и ярким свечением. Возникшая искра быстро гаснет, вместо нее через несколько тысячных долей секунды образуется новая и т. д., так что глаз видит одну сплошную искру. Температура в искре поднимается до  $100\,000^{\circ}\text{C}$ . Если промежуток между электродами невелик, то искровой разряд вызывает разрушение металла, называемое *эрозией*. Это явление используют, применяя электрическую искру для резки и сверления металлов.

Во время грозы наблюдается искровой разряд в виде *молнии*, возникающей между тучей и Землей или между



двумя тучами. Чаще всего нижняя часть тучи заряжена отрицательно, верхняя — положительно. На поверхности холмов, высоких зданий, деревьев, которые находятся под тучей, индуцируется положительный заряд. Если напряженность электрического поля (разность потенциалов, приходящаяся на единицу расстояния) между отрицательным зарядом тучи и положительным зарядом Земли достигает достаточно большой величины, то происходит искровой разряд. Молния, как вообще электрическая искра, выбирает путь с наименьшим электрическим сопротивлением и проходит по областям, содержащим наибольшее количество ионов. Поэтому молния имеет зигзагообразную форму. Сила тока в молнии достигает сотен тысяч ампер, ее длительность порядка  $10^{-5}$  сек, разность потенциалов между тучей и Землей иногда превышает  $150 \cdot 10^6$  в, а длина молнии может измеряться десятками километров. Защитой от молнии является хорошо заземленное здание с металлическим каркасом или молниевод — металлический стержень, один конец которого поднят над зданием, а другой конец заземлен.

**§ 17.3. Электрический ток в разреженных газах. Катодные лучи.** 1. Разреженные газы обладают во много раз большей проводимостью, чем газы при нормальном давлении. Это объясняется тем, что при низких давлениях длина свободного пробега частиц велика. Поэтому даже в слабых электрических полях электроны и ионы успевают накопить кинетическую энергию, достаточную для ионизации молекул при столкновении с ними.

Рассмотрим так называемый *тлеющий разряд* в воздухе. Возьмем длинную стеклянную трубку с впаянными в ее концы электродами и соединим ее полость через отверстие и резиновую трубку с насосом (рис. 17.5, а). Если электроды соединить с источником высокого напряжения, например с индукционной катушкой (см. § 20.7), при атмосферном давлении в трубке, то тока в трубке не будет. Если же начать выкачивать из нее воздух насосом, то вскоре между электродами протянутся светящиеся лиловые нити, что указывает на возникновение электрического тока. По мере откачки воздуха свечение заполняет постепенно почти всю трубку. Различают следующие части разряда: прилегающее к катоду так называемое *катодное темное пространство 1*, за которым распо-

ложено бледно-синее *тлеющее свечение 2*; далее идет *темное пространство Фарадея 3* и бледно-красное свечение, называемое *положительным столбом 4*. Положительный столб при некоторых условиях становится слоистым: в нем чередуются светлые и темные полосы, называемые *стратами*. Цвет положительного свечения зависит от природы газа, например свечение неона красное, аргона — синее и т. д. Главными частями разряда являются катодное темное пространство и тлеющее свечение, в которых происходят основные процессы, поддерживающие разряд и

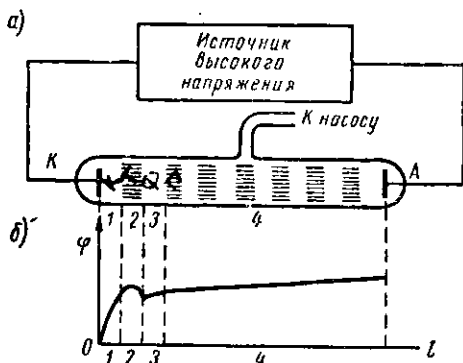


Рис. 17.5

без которых он не может существовать. Распределение потенциала по длине трубки показано на рис. 17.5, б.

Положительные ионы, скорость которых сильно увеличилась под действием электрического поля в катодном темном пространстве, ударяются о катод и выбивают из него электроны. Электроны, ускоренные электрическим полем, а также возникшие при ионизации молекул газа в катодном темном пространстве, поступают в область тлеющего свечения, в которой находится очень большое число положительных ионов и электронов. Здесь большая часть ионов и электронов воссоединяется в нейтральные молекулы, причем энергия, затраченная ранее на ионизацию, выделяется в виде световой энергии. Положительный столб представляет собой так называемую *плазму*, в которой общий заряд всех электронов и всех ионов равен нулю.

Тлеющий разряд используется в газосветных трубках, применяемых в световых рекламах, а также в так назы-

ваемых лампах дневного света. Лампы дневного света представляют собой газосветные трубки, стенки которых покрыты люминофором, т. е. особым составом, светящимся под действием газового разряда.

2. Катодные лучи. При очень больших разрежениях газа его давление так мало, что молекулы газа движутся от одной стенки сосуда до другой без соударений. Такое состояние газа называется *вакуумом*. Если в разрядной трубке создан вакуум, то и электроны могут двигаться в нем практически без столкновений с молекулами. Поэтому частицы газа перестают испускать свет, разряд становится темновым. Зато стекло трубки против катода светится зеленоватым светом. Что же происходит в трубке?

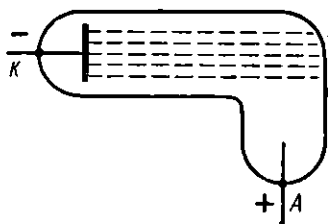


Рис. 17.6

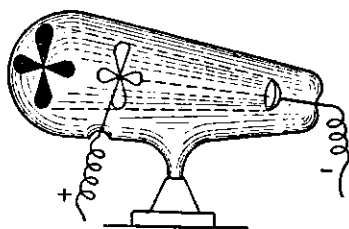


Рис. 17.7

Под действием сил электрического поля положительные ионы мчатся к катоду с очень большой скоростью, ударяются о него и выбивают из него электроны. Поток электронов, масса которых в тысячи раз меньше массы ионов, с огромной скоростью летит от катода. Скорость, которую приобретают электроны на своем пути от катода, так велика, что они движутся прямолинейно, перпендикулярно к поверхности катода независимо от того, где расположен анод (рис. 17.6). Часть электронов попадает на анод, а остальные ударяются о стекло трубки против катода и вызывают люминесценцию стекла. Если на пути электронов расположить экран, то на светящемся стекле будет видна тень экрана (рис. 17.7).

Этот поток электронов был назван *катодными лучами*, потому что он на первый взгляд похож на световые лучи. Однако ряд свойств катодных лучей доказывает их электронную природу. Катодные лучи отклоняются в электрическом поле. Например, узкий пучок катодных лучей,

прошедших сквозь щель в диафрагме  $D$ , проходя между пластинами плоского конденсатора, отклоняется в сторону положительно заряженной пластины (рис. 17.8). Катодные лучи отклоняются и в магнитном поле (рис. 17.9), тогда как на направление световых лучей ни электрическое, ни магнитное поле не действуют.

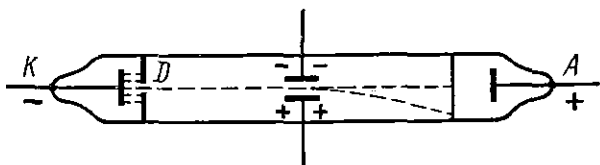


Рис. 17.8

Большой интерес представляет собой четвертое — плазменное — состояние вещества. Усиленное хаотическое тепловое движение электронов и ионов в плазме приводит к ее нагреванию до очень высоких температур. Для того чтобы частицы шнура плазмы не касались стенок сосуда и не отдавали им свою энергию, плазму сжимают. Для

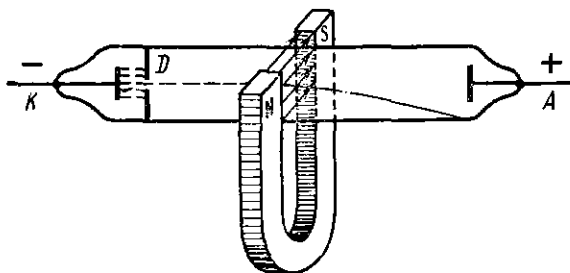


Рис. 17.9

этого используется внешнее магнитное поле, в котором заряженные частицы шнура плазмы движутся по спиралям.

Физика плазмы занимается широким кругом вопросов — от космических масштабов до атомной физики. Солнце и все звезды состоят из плазмы. Внутри них в горячей плазме происходят термоядерные реакции (см. гл. 30). Межзвездное пространство заполнено плазмой газовых туманностей. Плазма может быть применена для осуществления управляемой реакции синтеза легких ядер — дей-

терия и трития. Реакция синтеза является источником энергии звезд и водородной бомбы. Для ее возникновения нужна температура порядка 100 млн. градусов, которую можно получить при помощи плазмы. Использовать очень горячую плазму возможно в ракетной технике. Полезный вес ракеты составляет тем большую часть от ее общего веса, чем больше скорость истечения газа, а эта скорость тем больше, чем выше температура газа. При высоких температурах газ ионизируется и превращается в плазму. В устройстве, называемом плазмотроном, газ, нагретый до десятков тысяч градусов, отделяется от стенок для их защиты струей втекающего холодного газа.

Одним из применений катодных лучей является катодное распыление, т. е. разрушение поверхности катода под действием ударяющихся о него положительных ионов. Катодное распыление используется для покрытия тонким слоем металла стеклянных зеркал для различных физических приборов, селеновых фотоэлементов и др.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Какие заряженные частицы обуславливают существование электрического тока в газах?
2. Как можно определить, ионизирован ли газ?
3. Какой процесс называется рекомбинацией ионов?
4. Как изменяется сила тока между электродами, помещенными в газ, при увеличении разности потенциалов между ними, если интенсивность ионизации остается постоянной? Начертите график зависимости  $I$  от  $\varphi_1 - \varphi_2$ .
5. Какой ток в газе называется током насыщения?
6. При каких условиях в газе происходит ударная ионизация?
7. Какой лавинный разряд называется самостоятельным?
8. Опишите возникновение электрической дуги.
9. Чем объясняется возникновение кратера на конце положительного угля при дуговом разряде?
10. Что произойдет с горячей электрической дугой при охлаждении отрицательного угля?
11. Где применяют электрическую дугу?
12. Какой разряд называется искровым?
13. Где применяют искровой разряд?
14. Что представляет собой молния?
15. Почему электропроводность разреженных газов больше, чем электропроводность газов при нормальном давлении?
16. Опишите тлеющий разряд.
17. Как будет изменяться картина тлеющего разряда, если приближать анод к катоду?
18. До какого предела можно сближать анод с катодом, чтобы тлеющий разряд еще мог существовать?

19. Какими свойствами обладают катодные лучи?  
 20. Какими опытами доказывается электронная природа катодных лучей?

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 17.1.** Максимальная скорость движения электронов в катодной трубке равна 0,04 скорости света. Найти разность потенциалов между электродами.

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} m_e &= 9 \cdot 10^{-31} \text{ кг}; \\ e &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ К}; \\ v &= 0,04c = 0,04 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/сек} = \\ &= 12 \cdot 10^6 \text{ м/сек}. \end{aligned}$$

---


$$\varphi_1 - \varphi_2 = ?$$

**Решение**

Работа электрического поля, равная  $e(\varphi_1 - \varphi_2)$ , превращается в кинетическую энергию заряда:

$$e(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{mv^2}{2},$$

откуда

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{mv^2}{2e}.$$

Подставляем данные:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{mv^2}{2e} = - \frac{9 \cdot 10^{-31} \cdot (12 \cdot 10^6)^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ в} = -405 \text{ в}.$$

Знак минус показывает, что электрон летит в сторону более высокого потенциала — к аноду.

**Задача 17.2.** Для того чтобы электрон мог ионизировать молекулу газа при нормальном давлении, его кинетическая энергия не должна быть менее 15 эв. Какова напряженность поля, сообщаемого электрону эту энергию на пути 0,006 мм?

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} T &= 15 \text{ эв} = 15 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}; \\ d &= 0,006 \text{ мм} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ м}; \\ e &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ К}. \end{aligned}$$

---


$$E = ?$$

**Решение**

Энергия  $T$ , приобретенная электроном, равна

$$T = e(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — потенциалы начальной и конечной точек пути электрона. Отсюда

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{T}{e}.$$

Напряженность поля  $E$  равна [формула (14.13)]

$$E = - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} = - \frac{T}{ed},$$

или

$$E = - \frac{T}{ed} = - \frac{15 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{-1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6 \cdot 10^{-6}} \text{ в/м} = 2,5 \cdot 10^6 \text{ в/м}.$$

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Сопротивление электрической дуги  $0,2 \text{ ом}$ , разность потенциалов между углями  $50 \text{ в}$ . Определить: а) силу тока в дуге; б) выделяющееся в ней за  $1 \text{ мин}$  количество теплоты.

2. Специальные регуляторы сближают в дуговых лампах оба угля, перемещая их с одинаковой скоростью. Объясните, почему при питании электрической дуги постоянным током положительный уголь берется толще отрицательного? Нужно ли это делать при питании дуги переменным током?

3. Разность потенциалов между грозовой тучей и Землей  $10^7 \text{ в}$ . Сила тока молнии  $400\,000 \text{ а}$ , а ее длительность  $9 \cdot 10^{-5} \text{ сек}$ . Определить энергию разряда.

4. Определить скорость движения электронов в катодной трубке при разности потенциалов между электродами  $9000 \text{ в}$ .

## Глава 18

### МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

**§ 18.1. Магнитное поле постоянного электрического тока и постоянного магнита.** 1. Вокруг неподвижных электрических зарядов существует только электрическое поле. В пространстве вокруг упорядоченно движущихся электрических зарядов, т. е. вокруг электрического тока, существует, кроме электрического поля, *магнитное поле. Через магнитное поле осуществляются взаимодействия электрических токов, постоянных магнитов и токов с магнитами.* Электрические взаимодействия токов пренебрежимо малы по сравнению с их магнитными взаимодействиями.

В атомах любого вещества вокруг положительно заряженных ядер вращаются электроны. Движение электрона по его орбите представляет собой замкнутый электрический ток. Следовательно, каждый электрон атома создает свое магнитное поле. *От характера движения электронов в атомах вещества, от взаимного расположения их орбит зависят магнитные свойства вещества.* Некоторые вещества, например железо, обладают ярко выраженными магнитными свойствами, которые проявляются при действии на эти вещества внешнего магнитного поля. Железные предметы притягиваются к магнитному железяку ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) и сами при этом намагничиваются, а свойство магнитной стрелки, подвешенной на вертикальной оси, устанавливаться вдоль меридиана и направлять свой северный конец к северному полюсу Земли было использовано для создания компаса.

Магнитное поле, как и электрическое, не действует непосредственно на наши органы чувств. Поэтому воспользуемся для изучения магнитных полей магнитными стрелками или мелкими железными опилками.

2. Магнитное поле прямолинейного проводника с током удобно наблюдать, если продеть сквозь лист картона прямолинейный провод, представляющий собой часть электрической цепи. На картон насыпают мелкие игольчатые железные опилки и замыкают цепь тока. Опилки намагничиваются и при легком постукивании по картонному листу образуют цепочки в виде окружностей с общим центром на оси тока (рис. 18.1, а). Поэтому магнитное поле, возникающее вокруг всякого электрического тока, графически изображается при помощи линий магнитной индукции,



аналогичных силовым линиям электрического поля. *Линии магнитной индукции представляют собой окружности с центрами на оси тока, расположенные в плоскостях, перпендикулярных к направлению тока.* За направление линий магнитной индукции условно принято то направление, которое указывает северный полюс  $N$  магнитной стрелки\*, помещенной в данную точку линии индукции. Направление магнитного поля связано с направлением создающего его тока следующим «правилом буравчика»: *если по направлению тока мысленно ввинчивать буравчик, то направление вращения ручки буравчика укажет направление линий магнитной индукции* (рис. 18.1, б).

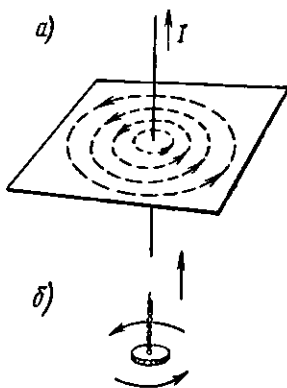


Рис. 18.1

3. Магнитное поле витка с током, или контура тока, показано на рис. 18.2, а и в профиль — на рис. 18.2, б. На последнем рисунке кружок с точкой означает, что

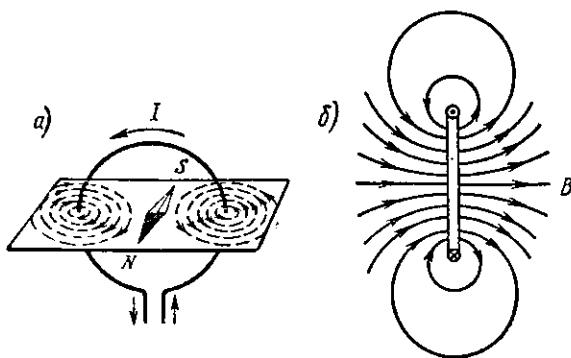


Рис. 18.2

\* Магнитная стрелка, свободно вращающаяся вокруг вертикальной оси, в отсутствие вблизи нее магнитных полей и железных предметов устанавливается вдоль линий индукции магнитного поля, окружающего Землю. Земля представляет собой магнит шаровой формы, положение южного полюса которого определяется примерно  $71^\circ$  северной широты и  $96^\circ$  западной долготы, а северного —  $70^\circ$  южной широты и  $151^\circ$  восточной долготы. Магнитные полюсы Земли с течением времени несколько изменяют свое положение.

в этом сечении ток направлен перпендикулярно к плоскости рисунка к нам, а кружок с крестом — что ток направлен от нас. Направление линий магнитной индукции вдоль оси витка укажет магнитная стрелка, помещенная в его центре. Две противоположные стороны обтекаемой током поверхности можно сопоставить с двумя полюсами магнитной стрелки: сторону, из которой линии магнитной индукции выходят — с северным полюсом магнитной стрелки, а в которую они входят — с южным магнитным полюсом.

Направление магнитного поля витка с током можно определить также по правилу буравчика: *если поместить острие буравчика в центре витка и поворачивать ручку буравчика в направлении тока, то поступательное движение острия укажет направление линий магнитной индукции.*

Таким образом, существует взаимная связь направлений тока в замкнутом проводнике и его магнитного поля, их «сцепленность».

4. Для наблюдения магнитного поля катушки, или соленоида, с током пропускают ее витки сквозь лист картона, на который насыпают железные опилки (рис. 18.3, а). Линии магнитной индукции входят в катушку со стороны ее южного магнитного полюса и выходят из северного (рис. 18.3, б). Внутри катушки, длина которой во много раз больше ее диаметра, магнитное поле однородно, т. е. линии магнитной индукции параллельны и плотность их одинакова.

5. Магнитное поле постоянного магнита можно наблюдать, насыпав железные опилки на лист картона, положенный на магнит. Магнитное поле вне прямого магнита (рис. 18.4, а) похоже на магнитное поле катушки с током. Оба поля обладают рядом одинаковых свойств. Например, если подвесить катушку с током так, чтобы ее ось была горизонтальной и чтобы она могла свободно вра-

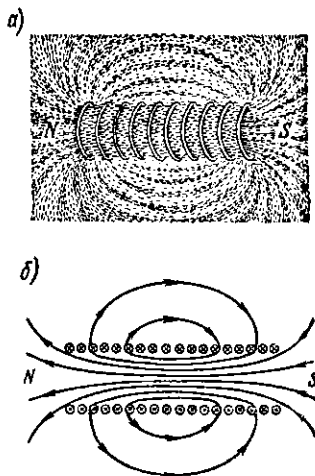


Рис. 18.3

щаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее середину, то во внешнем магнитном поле она будет поворачиваться и установится вдоль линий магнитной индукции, как магнитная стрелка. Одноименные полюса катушки с током и магнита отталкиваются друг от друга, а разноименные притягиваются друг к другу и т. д.

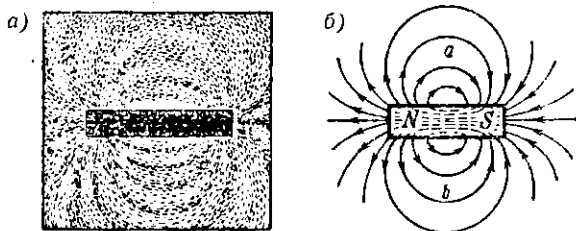


Рис. 18.4

С помощью железных опилок мы можем наблюдать магнитное поле только вне постоянного магнита. Однако линии магнитной индукции продолжают внутри постоянного магнита и замыкаются, как показано на рис. 18.4, б. Если провести среднюю линию  $ab$  через так называемую

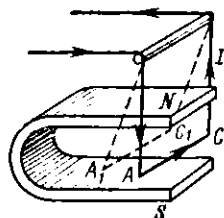


Рис. 18.5

нейтральную область магнита, то можно видеть, что из нее не выходят и в нее не входят линии индукции. К нейтральной области магнита железные и стальные предметы не притягиваются.

## § 18.2. Действие магнитного поля на прямолинейный проводник с током. Магнитная индукция. I.

Подвесим горизонтальный прямолинейный проводник  $AC$ , являющийся частью электрической цепи, между полюсами широкого постоянного подковообразного магнита (рис. 18.5). Магнитное поле между полюсами магнита направлено сверху вниз. При замыкании цепи магнитные поля тока и магнита начинают взаимодействовать. Если ток в проводнике течет от  $A$  к  $C$ , как показано на рисунке, то проводник  $AC$  втягивается в промежуток между полюсами магнита, занимая положение  $A_1C_1$ . Если же на-

правление тока изменить на обратное, то проводник  $AC$  выталкивается из промежутка между полюсами магнита.

Следовательно, сила, с которой внешнее магнитное поле действует на прямолинейный проводник с током, расположенный перпендикулярно к линиям магнитной индукции этого поля, направлена перпендикулярно как к линиям индукции, так и к проводнику. Направление этой силы определяется правилом левой руки (рис. 18.6): если положить левую руку на проводник так, чтобы четыре пальца указывали направление тока, а линии магнитной индукции входили в ладонь, то отогнутый большой палец укажет направление силы, действующей на проводник.

2. На основании опыта установлено, что сила  $F$ , действующая в магнитном поле на прямолинейный проводник с током, прямо пропорциональна силе тока  $I$ , длине  $l$  проводника и числовому значению векторной физической величины  $\vec{B}$ , характеризующей поле и называемой магнитной индукцией, или индукцией магнитного поля:

$$F = kIlB.$$

Если все величины, входящие в эту формулу, измеряются в единицах одной и той же системы единиц, то коэффициент пропорциональности  $k=1$ . Тогда численное значение силы  $F$  равно

$$F = IlB \quad (18.1)$$

при условии, что ток направлен перпендикулярно к линиям индукции. Если же угол  $\alpha$  между направлениями тока и линий индукции не равен  $90^\circ$ , то

$$F = IlB \sin \alpha. \quad (18.2)$$

Формула (18.2) выражает закон Ампера для силы  $F$ , действующей на проводник с током, помещенный в магнитное поле. Сила  $F$  называется силой Ампера. Если проводник с током расположен параллельно направлению индукции магнитного поля, то, как видно из формулы (18.2),  $F=0$ .

3. Из формулы (18.1) следует, что

$$B = \frac{F}{Il}. \quad (18.3)$$

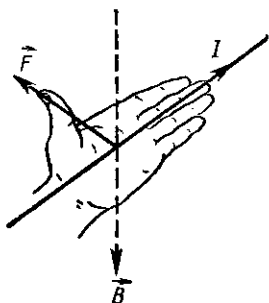


Рис. 18.6

Положим  $I=1$  а и  $l=1$  м. тогда  $B$  численно равно  $F$ , т. е. магнитная индукция  $\vec{B}$  численно равна той силе, с которой магнитное поле действует на единицу длины прямолинейного проводника, по которому течет ток единичной силы и который расположен перпендикулярно к направлению магнитного поля.

За единицу магнитной индукции в СИ, называемой тесла (тл), принимается магнитная индукция такого однородного магнитного поля, которое действует с силой в 1 н на каждый метр длины прямолинейного проводника с током в 1 а, если проводник расположен перпендикулярно к направлению поля.

Из формулы (18.3) следует, что

$$1 \text{ тл} = 1 \frac{\text{н}}{\text{а} \cdot \text{м}} = 1 \frac{\text{дж}}{\text{а} \cdot \text{м}^2}; \text{ т. е. } 1 \text{ тл} = 1 \frac{\text{в} \cdot \text{сек}}{\text{м}^2},$$

так как  $1 \text{ н} = 1 \frac{\text{дж}}{\text{м}}$ , а  $1 \text{ дж} = 1 \text{ в} \cdot \text{а} \cdot \text{сек}$ .

Вектор магнитной индукции направлен в каждой точке линии магнитной индукции по касательной к ней.

Магнитная индукция является силовой характеристикой магнитного поля. Напоминаем, что силовой характеристикой электрического поля является напряженность  $\vec{E}$ . Таким образом, по своему физическому характеру магнитная индукция  $\vec{B}$  подобна напряженности электрического поля.

4. Магнитная индукция поля в катушке длиной  $l$ , имеющей  $N$  витков, по которым пропускается электрический ток, пропорциональна силе тока  $I$  и числу  $n = \frac{N}{l}$  витков, приходящихся на единицу длины катушки (т. е. числу  $nI$  ампервитков, приходящихся на единицу длины катушки),

$$B = k \frac{IN}{l} = kIn,$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности. В СИ для магнитного поля в вакууме этот коэффициент называется *магнитной постоянной* и обозначается  $\mu_0$ , т. е.

$$B_0 = \mu_0 \frac{IN}{l} = \mu_0 In, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ тл} \cdot \text{м} / \text{а} \quad (18.4)$$

где  $B_0$  — магнитная индукция в вакууме.

## Магнитная постоянная

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{в} \cdot \text{сек}}{\text{а} \cdot \text{м}}; \quad (18.5)$$

$$\left( \text{так как } \mu_0 = \frac{B}{I n}, \text{ то } [\mu_0] = \frac{[B]}{[I][n]} = \frac{\text{в} \cdot \text{сек}}{\text{м}^2 \cdot \text{а} \cdot \text{м}^{-1}} = \frac{\text{в} \cdot \text{сек}}{\text{а} \cdot \text{м}} \right).$$

**§ 18.3. Действие магнитного поля на движущиеся заряженные частицы.** Поток электронов представляет собой электрический ток, направленный в сторону, противоположную направлению движения электронов. Если создать в катодной трубке магнитное поле (см. рис. 17.9.), то катодные лучи отклоняются в нем, причем направление отклонения определяется правилом левой руки. Этот опыт является одним из доказательств электронной природы катодных лучей (см. § 17.3).

Положительно и отрицательно заряженные движущиеся частицы отклоняются в магнитном поле в противоположные стороны. Если частица движется в плоскости чертежа сверху вниз (рис. 18.7), а магнитное поле, созданное в области, очерченной окружностью, направлено перпендикулярно к плоскости чертежа от нас, то положительно заряженная частица отклонится вправо, отрицательная — влево, нейтральная же (незаряженная) вообще не отклонится, а будет двигаться прямолинейно. Следовательно, по отклонению частицы в магнитном поле можно судить о знаке ее заряда. При изучении таким методом космических лучей были открыты (в 1932 г.) позитроны — частицы с массой, равной массе электрона, но с положительным зарядом.

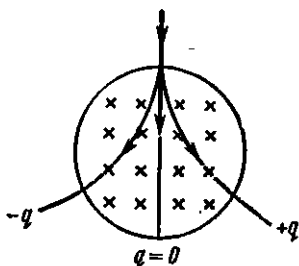
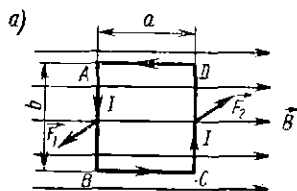


Рис. 18.7

Отклонение заряженных частиц в магнитном поле используется в ускорителях циклотронного типа, в которых ускоряются протоны и другие положительно заряженные частицы.

**§ 18.4. Действие магнитного поля на виток с током. Магнитный момент витка с током.** 1. Поместим в однородное магнитное поле виток с током  $I$ , имеющий форму рамки  $ABCD$ , плоскость которой параллельна направлению линий

магнитной индукции (рис. 18.8, а). На стороны  $AD$  и  $BC$  рамки, расположенные параллельно линиям магнитной индукции, магнитное поле действовать не будет [при  $\alpha = 0$  согласно формуле (18.2),  $F = 0$ ]. Силы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , с которыми магнитное поле действует на стороны  $AB$  и  $CD$  рамки (расположенные перпендикулярно к направлению поля), направлены, согласно правилу левой руки, в противоположные стороны. Числовые значения этих сил,  $F = IBb$ , равны, так как стороны  $AB$  и  $CD$  имеют одинаковую длину  $b$ , ток  $I$  в них одинаков и магнитное поле однородно. Поэтому  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  представляют собой пару сил с плечом  $a = AD = BC$  и моментом, численно равным



$$M = Fa. \quad (18.6)$$

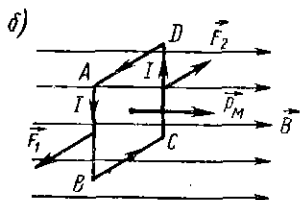


Рис. 18.8

Пара сил вызывает вращение рамки. Рамка будет поворачиваться в магнитном поле до тех пор, пока ее плоскость не станет перпендикулярной к направлению магнитного поля, так как тогда силы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  будут взаимно уравновешиваться (рис. 18.8, б).

Таким образом, виток с током, помещенный в однородное магнитное поле, стремится повернуться в нем так, чтобы направление его магнитного поля совпадало с направлением внешнего магнитного поля.

Механический момент  $M$  пары сил, поворачивающей рамку с током, равен

$$M = Fa = IBba. \quad (18.7)$$

Произведение  $ba$  представляет собой площадь  $S$  рамки, поэтому

$$M = IS.$$

Заменим произведение  $IS$  величиной  $p_m$ . Тогда вращающий момент

$$M = Bp_m. \quad (18.8)$$

Произведение  $IS = p_m$  представляет собой числовое значение так называемого *магнитного момента витка с током*.

*Магнитным моментом витка с током* называется векторная физическая величина  $\vec{p}_m$ , направленная вдоль оси витка в ту же сторону, что и индукция его магнитного поля, и численно равная произведению силы тока  $I$ , текущего в витке, на площадь  $S$  витка.

Следовательно, виток с током, помещенный в однородное магнитное поле, стремится повернуться в нем так, чтобы направление его магнитного момента совпало с направлением внешнего магнитного поля.

Опытным путем установлено, что магнитный момент витка с током прямо пропорционален силе тока  $I$  в витке и площади  $S$  витка, но не зависит от формы витка. Магнитные моменты двух витков с токами изображены на рис. 18.9, а и б.

В СИ единицей измерения магнитного момента служит ампер · метр<sup>2</sup> ( $a \cdot m^2$ ):

$$[p_m] = [I][S] = a \cdot m^2. \quad (18.9)$$

Пусть, например, кольцевой ток силы  $I = 5a$  охватывает площадь  $S = 0,4 m^2$ . Магнитный момент этого тока численно равен  $p_m = IS = 5 \cdot 0,4 a \cdot m^2 = 2a \cdot m^2$ , а направление вектора  $\vec{p}_m$  можно определить по тому же правилу буравчика, что и направление линий магнитной индукции витка с током.

Магнитные моменты всех витков соленоида направлены в одну сторону, поэтому *магнитный момент соленоида равен сумме магнитных моментов всех его витков и направлен вдоль оси соленоида в ту же сторону, что и линии магнитной индукции*.

2. Магнитный момент — величина, очень часто встречающаяся в учении об электромагнитных явлениях и в физике атома. Приведем пример: каждый электрон атома, движущийся по своей орбите вокруг ядра, можно уподобить кольцевому току. Магнитный момент этого кольцевого тока называется *орбитальным магнитным моментом электрона*.

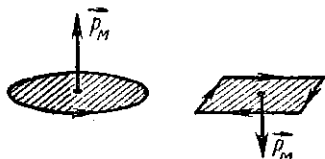


Рис. 18.9



**§ 18.5. Взаимодействие параллельных токов. Ампер. 1.** Расположим два параллельных проводника с токами  $I_1$  и  $I_2$  вертикально. Если токи в них направлены в одну сторону,

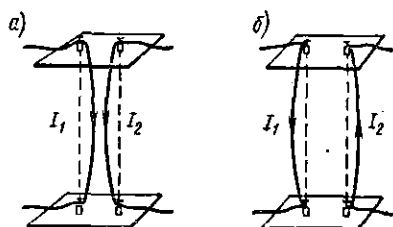


Рис. 18.10

то проводники притянутся друг к другу (рис. 18.10, а). Если же токи направлены в противоположные стороны, то проводники оттолкнутся друг от друга (рис. 18.10, б).

Чтобы выяснить причину этого взаимодействия, представим себе поперечное сечение па-

раллельных токов  $I_1$  и  $I_2$ , направленных перпендикулярно к плоскости чертежа от нас, и их магнитных полей (рис. 18.11, а). Применив правило левой руки сначала к току  $I_1$ , на который действует магнитное поле тока  $I_2$ , а затем к току  $I_2$ , на который действует магнитное поле тока  $I_1$ , мы убедимся в том, что под действием сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  они должны притянуться друг к другу. На рис. 18.11, б показано поперечное сечение параллельных токов  $I_1$  и  $I_2$ , направленных в противоположные стороны. Очевидно, что

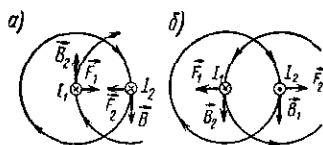


Рис. 18.11

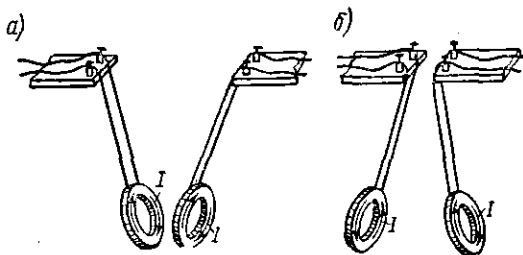


Рис. 18.12

под действием сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  эти токи отталкиваются друг от друга.

Так же взаимодействуют две рамки или две катушки. На рис. 18.12 показано взаимодействие двух катушек

с параллельными токами, направленными в одну сторону (рис. 18.12, а) и в противоположные стороны (рис. 18.12, б). Итак, параллельные проводники с токами, направленными в одну сторону, притягиваются друг к другу, а с токами, направленными в противоположные стороны, отталкиваются друг от друга.

Из рис. 18.12 видно, что одноименные магнитные полюса катушек отталкиваются, а разноименные притягиваются. Как известно, так же взаимодействуют и постоянные магниты.

2. Определение единицы силы тока — ампера — основано на взаимодействии параллельных прямолинейных токов\*: ампер (а) равен силе постоянного тока, который, протекая по двум длинным параллельным прямолинейным проводникам, расположенным на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызывает между этими проводниками силу, равную  $2 \cdot 10^{-7}$  н на 1 м длины.

Единица электрического заряда в СИ — кулон. Кулон (к) равен электрическому заряду, проходящему за 1 сек через поперечное сечение проводника, по которому течет постоянный электрический ток в 1 а:

$$1 \text{ к} = 1 \text{ а} \cdot 1 \text{ сек.}$$

§ 18.6. Влияние вещества на величину магнитной индукции. Относительная магнитная проницаемость. 1. Расположим две одинаковые катушки А и С так, чтобы их оси лежали на одной горизонтальной прямой, а между катушками оставался зазор. Поместим посередине зазора магнитную стрелку, которая может вращаться вокруг закрепленной вертикальной оси. Установим прибор так, чтобы стрелка расположилась перпендикулярно к оси катушек, и будем пропускать по обеим катушкам токн одной и той же величины, но противоположных направлений (рис. 18.13, а). Так как магнитные поля, создаваемые токами обеих катушек, равны по величине и направлены навстречу друг другу, то посередине зазора магнитная индукция будет равна нулю. Поэтому магнитная стрелка останется неподвижной.

\* В СИ сила взаимодействия двух параллельных прямолинейных токов  $I_1$  и  $I_2$  определяется формулой  $F = 10^{-7} \cdot \frac{2I_1 I_2}{a} l$ , где  $l$  — длина проводников,  $a$  — расстояние между ними.

Если, не изменяя силы тока в катушках, поместить в одну из них, например С, железный стержень, то магнитная стрелка отклонится от своего первоначального положения (рис. 18.13, б). Магнитное поле катушки С усилилось, и суммарное магнитное поле в зазоре уже не равно нулю. Объясняется это тем, что железный стержень намагнитился в магнитном поле катушки С и создал собственное магнитное поле, которое мы будем называть *внутренним*. Результирующее магнитное поле в веществе стержня характеризуется магнитной индукцией  $\vec{B}$ ,

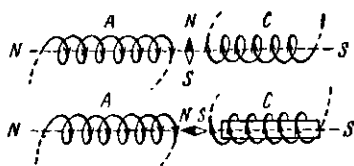


Рис. 18.13

равной векторной сумме индукций:  $\vec{B}_0$  внешнего и  $\vec{B}_{\text{вн}}$  внутреннего магнитных полей:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_{\text{вн}}. \quad (18.10)$$

2. Для того чтобы определить степень участия вещества (в данном случае железа) в создании магнитного поля  $B$ , находят отношение числовых значений:

$$\frac{B}{B_0} = 1 + \frac{B_{\text{вн}}}{B_0}.$$

Заменим  $\frac{B}{B_0} = \mu$ , тогда

$$\mu = 1 + \frac{B_{\text{вн}}}{B_0}. \quad (18.11)$$

Величина  $\mu = \frac{B}{B_0}$  называется *относительной магнитной проницаемостью* вещества и является величиной безразмерной.

*Относительная магнитная проницаемость показывает, во сколько раз магнитная индукция  $B$  поля в веществе больше, чем магнитная индукция  $B_0$  поля в воздухе или вакууме.*

Для вакуума и воздуха принято значение  $\mu = 1$ , так как для этих сред  $B_{\text{вн}} = 0$ .

Из формулы (18.11) видно, что относительная магнитная проницаемость вещества тем больше, чем больше индукция внутреннего магнитного поля  $B_{\text{вн}}$ , возникающая в веществе, когда оно вносится во внешнее магнитное поле с индукцией  $B_0$ .

3. Индукция  $B$  магнитного поля, создаваемого в сердечнике с относительной магнитной проницаемостью  $\mu$ , вставленном в катушку длиной  $l$  с  $N$  витками, по которой идет ток  $I$ , равна [см. формулу (18.4)]

$$B = \mu B_0 = \mu \mu_0 \frac{NI}{l} = \mu \mu_0 In, \quad (18.12)$$

где  $\mu_0$  — магнитная постоянная, а  $In$  — число ампервитков, приходящихся на единицу длины катушки.

**§ 18.7. Слабомагнитные вещества.** Опыты показали, что все без исключения вещества обладают в той или иной степени магнитными свойствами или, иначе говоря, являются магнетиками. По магнитным свойствам все вещества можно разделить на *слабомагнитные* и *сильномагнитные*. Различают две группы слабомагнитных веществ: *диамагнитные вещества* (диамагнетики) и *парамагнитные вещества* (парамагнетики).

Стержень из диамагнитного вещества устанавливается в сильном однородном магнитном поле перпендикулярно к линиям магнитной индукции (рис. 18.14, а), а в неоднородном магнитном поле выталкивается из области более сильного поля. Объясняется это тем, что при намагничивании диамагнетика в нем возникает собственное магнитное поле, направленное противоположно направлению внешнего поля. Таким образом, магнитная индукция  $B$  результирующего поля в диамагнетике равна

$$B = B_0 - B_{\text{вн}}, \quad (18.13)$$

и относительная магнитная проницаемость диамагнетика  $\left(\frac{B}{B_0}\right)$

$$\mu = 1 - \frac{B_{\text{вн}}}{B_0} < 1. \quad (18.14)$$

Так как  $B_{\text{вн}}$  в диамагнетике очень мало, то его относительная магнитная проницаемость лишь немного меньше

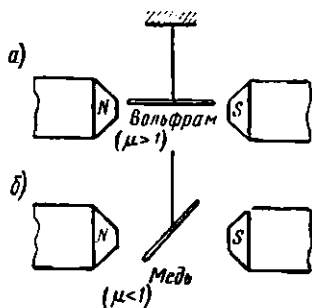


Рис. 18.14

единицы. Диамагнетиками являются медь ( $\mu = 0,999990$ ), вода ( $\mu = 0,999991$ ), кремний ( $\mu = 0,999986$ ) и др.

Стержень из парамагнитного вещества устанавливается в сильном однородном поле параллельно линиям магнитной индукции (рис. 18.14, а), а в неоднородном магнитном поле втягивается в область более сильного поля. При намагничивании парамагнетика в нем возникает собственное магнитное поле, направление которого совпадает с направлением внешнего поля. Для магнитной индукции в парамагнетике справедлива формула (18.11), и его относительная магнитная проницаемость  $\mu > 1$ ;  $B_{\text{вн}}$  в парамагнетике очень мало, и его относительная магнитная проницаемость лишь немного больше единицы, например для вольфрама  $\mu = 1,000079$ , для платины 1,000300 и т. п.

## § 18.8. Сильномагнитные вещества. Магнитный поток.

К сильномагнитным веществам относятся железо, сталь, никель, кобальт, гадолиний и некоторые их сплавы. Относительная магнитная проницаемость этих веществ выражается большими числами. При намагничивании сильномагнитного вещества (например, железа, относительная магнитная проницаемость которого достигает значе-

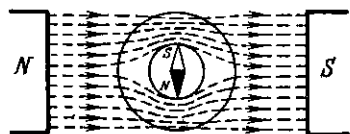


Рис. 18.15

ния  $\mu = 5000$ ) величина магнитной индукции  $B_{\text{вн}}$  его внутреннего магнитного поля значительно превышает величину магнитной индукции  $B_0$  внешнего магнитного поля.

Этим объясняется свойство сильномагнитных веществ изменять первоначальное распределение линий магнитной индукции внешнего поля. Железный шарик, подвешенный на нити и внесенный в неоднородное магнитное поле, перемещается в область более сильного поля, как бы стремясь втянуть в себя наибольшее число линий магнитной индукции. Если поместить магнитную стрелку в толстостенную железную коробку, то внешнее магнитное поле на нее не действует. Следовательно, в пространстве внутри коробки магнитное поле во много раз слабее внешнего поля, так как почти все линии магнитной индукции втянулись в толстые железные стенки (рис. 18.15). Таким образом, железные предметы служат как бы про-

водниками для линий магнитной индукции, поэтому их называют *магнитопроводами*. На этом свойстве железа основано экранирование магнитного поля, т. е. магнитная защита приборов, показания которых внешние магнитные поля могут исказить.

2. Магнитное поле *тороида* — кольцевой катушки, витки которой плотно навиты на каркас, имеющий форму тора (рис. 18.16), полностью заключено внутри него, что видно из распределения железных опилок в этом поле. Если эта кольцевая катушка навит на железный магнитопровод (*сердечник*), то ее магнитное поле усиливается. Через любое поперечное сечение сердечника тороида проходит одно и то же число линий магнитной индукции, или один и тот же *магнитный поток*.

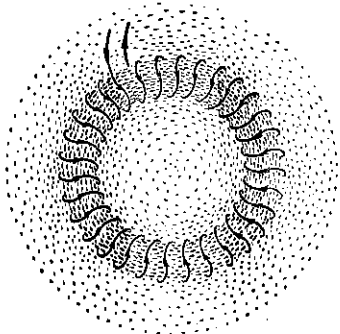


Рис. 18.16

*Магнитным потоком  $\Phi$  называется физическая величина, численно равная произведению магнитной индукции  $B$  на площадь поперечного сечения  $S$  магнитопровода, если поле в нем однородно:*

$$\Phi = BS. \quad (18.15)$$

Единица магнитного потока в СИ называется *вебером* (вб). Так как  $1 \text{ тл} = 1 \frac{\text{в} \cdot \text{сек}}{\text{м}^2}$ , то

$$1 \text{ вб} = 1 \frac{\text{в} \cdot \text{сек}}{\text{м}^2} \cdot 1 \text{ м}^2 = 1 \text{ в} \cdot \text{сек}.$$

Магнитный поток, охватываемый плоским замкнутым контуром, в случае однородного поля численно равен

$$\Phi = BS \cos \alpha, \quad (18.15')$$

где  $\alpha$  — угол между направлением  $\vec{B}$  и нормалью к плоскости контура.

**§ 18.9. Электромагниты. Магнитоэлектрические измерительные приборы.** 1. *Электромагнитом* называется катушка с сердечником из мягкого железа. Сердечник быстро и сильно намагничивается в магнитном поле катушки с током и создает большой дополнительный магнит-

ный поток. Витки катушки называются обмоткой электромагнита. На рис 18.17 изображен подковообразный магнит, удобный для подъема и удержания железных предметов.

Электромагнит удобнее постоянного магнита тем, что его магнитное поле можно возбуждать и уничтожать по мере надобности, тогда как магнитное поле постоянного магнита постоянно. Кроме того, поле электромагнита может быть во много раз сильнее, чем поле постоянного магнита. Электромагниты используются в подъемных кранах, электродвигателях и генераторах электрического тока, в телеграфии, медицине и различных электромагнитных приборах.

2. Устройство магнитоэлектрических приборов основано на действии магнитного поля постоянного магнита на проводник с током.

В *магнитоэлектрическом гальванометре* (рис. 18.18, а) рамка, на которую навита катушка тонкой изолированной проволоки, подвешивается в цилиндрическом зазоре

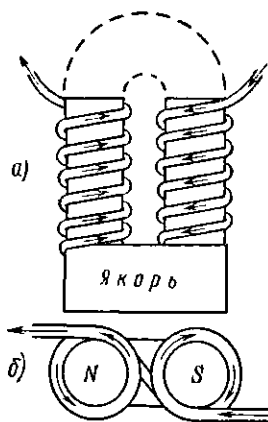


Рис. 18.17

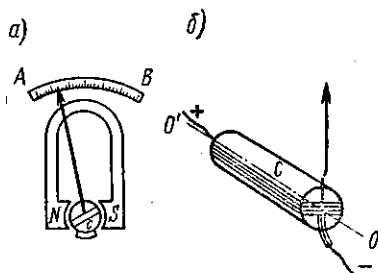


Рис. 18.18

между полюсными наконечниками  $N$  и  $S$  постоянного подковообразного магнита и железным цилиндром  $C$ , ось которого горизонтальна. Когда по катушке течет ток, то под действием момента пары сил она вместе с рамкой поворачивается вокруг оси  $OO'$ , и конец прикрепленной к рамке стрелки перемещается по шкале  $AB$ . Катушка со стрелкой и цилиндром  $C$  изображены отдельно на рис. 18.18, б. Железный цилиндр служит для усиления магнитного поля. С помощью гальванометра измеряют малые токи порядка миллиампера и менее.

Более значительные токи измеряют *амперметром*,

для получения которого параллельно катушке гальванометра включают шунт.

Для того чтобы гальванометром можно было пользоваться как *вольтметром*, последовательно с ним включают сопротивление.

**§ 18.10. Железо в магнитном поле.** 1. Впервые магнитные свойства были обнаружены у железа, поэтому сильномагнитные вещества называют *ферромагнетиками*. Собственное магнитное поле ферромагнетиков может в тысячи раз превосходить внешнее намагничивающее поле.

Экспериментальное изучение влияния внешнего магнитного поля на железо впервые было начато А. Т. Столетовым в 1871 г.

*Намагниченность*, или степень намагничивания, железа тем больше, чем сильнее индукция внутреннего магнитного поля  $B_{\text{вн}}$ , возникающего в железе под действием внешнего магнитного поля ( $B_0$ ). Для того чтобы найти зависимость  $B_{\text{вн}}$  от  $B_0$ , помещают железный стержень в катушку и постепенно увеличивают в ней силу тока (а значит, и магнитную индукцию  $B_0$  намагничивающего поля). При этом стержень будет намагничиваться все сильнее. Но затем намагничивание его замедлится, несмотря на увеличение силы тока в катушке — железо будет приближаться к состоянию так называемого насыщения (рис.

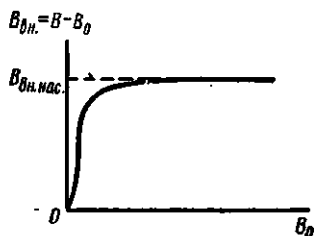


Рис. 18.19

18.19). Когда это состояние наступит, то дальнейшее увеличение магнитной индукции  $B_0$  намагничивающего поля уже не будет изменять намагниченность железа, и магнитная индукция  $B_{\text{вн}} = B_{\text{вн.нас}}$  будет оставаться неизменной. Такое состояние железа называется *магнитным насыщением*.

3. *Относительная магнитная проницаемость*  $\mu$  ферромагнитного вещества не является постоянной величиной, как у слабомагнитных веществ, а очень сильно зависит от магнитной индукции  $B_0$  внешнего поля. С увеличением  $B_0$  магнитная проницаемость быстро растет, достигает максимума, когда намагниченность вещества приближается к насыщению, а с дальнейшим ростом  $B_0$  постепенно уменьшается, стремясь к значению  $\mu = 1$ . На



рис. 18.20 приведена зависимость  $\mu$  от  $B_0$  для железа. Обратимся к формуле (18.11): так как  $B_{\text{вн}}$  не может превысить своего значения при магнитном насыщении, то отношение  $\frac{B_{\text{вн}}}{B_0}$  с ростом  $B_0$  стремится к нулю, поэтому  $\mu$  стремится к единице.

4. Если постепенно намагнитить железо до насыщения, а затем уменьшать магнитную индукцию  $B_0$  намагничивающего поля, то намагниченность железа (и любого другого ферромагнетика) будет убывать медленнее, чем шло ее возрастание (рис. 18.21). При магнитной индукции внешнего поля, равной нулю, в железе будет наблюдаться так называемая *остаточная намагниченность*, определяемая отрезком  $OC$ . Для того чтобы полностью размагнитить железо, нужно создать внешнее поле обратного направления и постепенно увеличивать его магнитную индукцию  $B_0$ . Величина  $B_{0K}$  (на рис. 18.21 отрезок  $OK$ ), при которой железо полностью размагнитится, называется *коэрцитивной* (задерживающей) *силой*. Чем больше

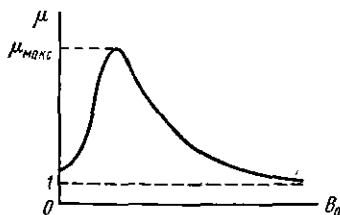


Рис. 18.20

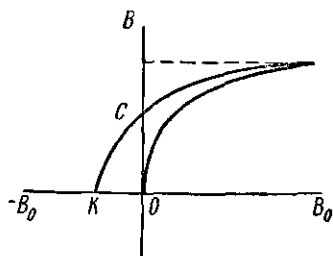


Рис. 18.21

коэрцитивная сила, тем устойчивее сохраняет железо намагниченность. Ферромагнитные материалы с большой коэрцитивной силой называются «*магнитотвердыми*» материалами. Их применяют для изготовления постоянных магнитов в электроизмерительных приборах, репродукторах и т. п. «*Магнитомягкие*» ферромагнитные материалы с малой коэрцитивной силой используют для сердечников электромагнитов и реле, магнитопроводов, трансформаторов, для магнитной защиты и др.

5. При нагревании до температуры, называемой *точкой Кюри*, ферромагнетики становятся парамагнитными. Точка Кюри для железа равна  $768^{\circ}\text{C}$ , для никеля  $365^{\circ}\text{C}$ , для кобальта около  $1130^{\circ}\text{C}$ .

## ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Чем обусловлено существование магнитного поля?
2. Чем отличаются линии магнитной индукции от электрических силовых линий?
3. Как определяют направление линий магнитной индукции?
4. Нарисуйте линии магнитного поля прямолинейного тока, кольцевого тока, катушки с током.
5. Как определяются величина и направление силы, действующей на прямолинейный проводник с током во внешнем магнитном поле?
6. Какая величина служит силовой характеристикой магнитного поля и в каких единицах она измеряется?
7. Дайте определение магнитного момента плоского витка с током.
8. Как действует однородное магнитное поле на виток с током, помещенный в этом поле, если: а) плоскость витка параллельна направлению поля? б) плоскость витка перпендикулярна к направлению поля?
9. Как действует магнитное поле на положительно заряженную движущуюся частицу? на движущийся электрон?
10. Как взаимодействуют параллельные проводники с токами, направленными в одну сторону? направленными в противоположные стороны?
11. Дайте определение ампера.
12. Как влияет железный стержень, вставленный в катушку с током, на магнитное поле, создаваемое катушкой?
13. Что называется относительной магнитной проницаемостью среды?
14. Чему равна индукция магнитного поля в катушке с током?
15. Что называется магнитным потоком? В каких единицах он измеряется?
16. В чем преимущество электромагнита перед постоянным магнитом?
17. Как устроены магнитоэлектрические амперметр и вольтметр?
18. Какие вещества называются слабомагнитными?
19. В чем состоит различие между пара- и диамагнетиками?
20. Как зависит намагниченность ферромагнетика от магнитной индукции внешнего поля?
21. Как изменяется относительная магнитная проницаемость ферромагнетика с увеличением магнитной индукции намагничивающего поля?
22. Будет ли железный сердечник, вставленный в катушку, увеличивать поток магнитной индукции, если электрический ток, пропускаемый по виткам, создает в катушке очень сильное магнитное поле?
23. Когда получается остаточная намагниченность?
24. Чем отличаются магнитотвердые вещества от магнитомягких?
25. Где применяются магнитотвердые вещества? магнитомягкие?

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 18.1.** В точке  $A$  складываются два магнитных поля: одно с магнитной индукцией  $3 \text{ тл}$  направлено с юга на север, другое с магнитной индукцией  $4 \text{ тл}$  направлено вертикально сверху вниз. Определить направление и величину вектора магнитной индукции результирующего поля.

**Дано (СИ):**

$$B_1 = 3 \text{ тл}$$

$$B_2 = 4 \text{ тл}$$

$$B = ?$$

**Решение**

Сделаем чертеж (рис. 18.22), сложим векторы магнитной индукции по правилу параллелограмма:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} \text{ тл} = 5 \text{ тл};$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{5} = 0,6; \quad \alpha = 36^\circ 50',$$

т. е. вектор  $\vec{B}$  направлен под углом  $36^\circ 50'$  к вертикали и отклоняется от вертикали к северу.

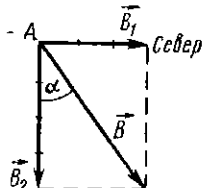


Рис. 18.22

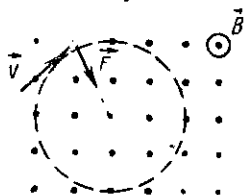


Рис. 18.23

**Задача 18.2.** В однородное магнитное поле, созданное в вакууме и направленное перпендикулярно к плоскости чертежа, влетает протон, скорость  $\vec{v}$  которого направлена перпендикулярно к направлению поля. По какой траектории он будет двигаться в магнитном поле?

**Решение**

Пусть магнитное поле направлено из-за чертежа к нам (рис. 18.23). Летящий протон можно уподобить электрическому току. Направление силы  $\vec{F}$ , с которой магнитное поле действует на электрический ток, определяется по правилу левой руки, а ее величина — по формуле Ампера

$$F = Il \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  — угол между направлениями тока и магнитного поля. В данном случае  $\alpha = 90^\circ$ ;  $\sin \alpha = 1$  и

$$F = Il.$$

Обозначим  $q$  заряд протона и заменим

$$Il = \frac{ql}{t},$$

где  $l$  — путь протона за время  $t$ .

Но  $\frac{l}{t} = v$  — линейная скорость движения частицы, поэтому

$$Il = qv, \text{ и}$$

$$F = qvB^*.$$

\* Сила  $F$ , действующая на движущуюся в магнитном поле заряженную частицу, называется силой Лоренца.

Так как заряд протона и его скорость не изменяются, а магнитная индукция  $B$  однородного поля во всех его точках одинакова, то числовая величина силы  $F$  остается постоянной. Сила, направленная всегда перпендикулярно к направлению линейной скорости тела и постоянная по числовой величине, является центростремительной силой. Таким образом, траектория протона представляет собой окружность. Определим радиус этой окружности:  $qvB = F_{ц.с.}$ , т. е.

$$qvB = \frac{mv^2}{r},$$

откуда

$$r = \frac{mv}{qB}.$$

Из этой формулы видно, что радиус окружности, описываемой заряженной частицей, тем больше, чем больше линейная скорость  $v$  частицы и чем меньше индукция магнитного поля.

**Задача 18.3.** В однородное магнитное поле влетают заряженные частицы одинаковой массы, но имеющие разные по величине заряды. Скорости всех частиц одинаковы и направлены перпендикулярно к направлению магнитного поля. Какие частицы будут двигаться по окружности большего радиуса?

### Решение

Из выражения для радиуса кривизны траектории заряженной частицы, скорость которой перпендикулярна к направлению магнитного поля (см. задачу 18.2), видно, что чем больше заряд частицы, тем меньше радиус кривизны ее траектории.

**Задача 18.4.** Квадратная рамка со стороной, равной 0,04 м, представляющая собой виток провода, по которому течет ток силой 1,5 а, свободно подвешена. Рамка вносится в однородное магнитное поле, линии индукции которого горизонтальны, и располагается в плоскости, параллельной направлению поля (как виток на рис. 18.8, а). Определить вращательный момент, действующий на рамку, если магнитная индукция равна 10 тл. Как установится рамка под действием магнитного поля?

**Дано (СИ):**

$$b = 0,04 \text{ м};$$

$$I = 1,5 \text{ а};$$

$$B = 10 \text{ тл.}$$

$$M = ?$$

**Решение**

1) Вращательный момент  $M$ , действующий на рамку, равен

$$M = Br_m,$$

где  $r_m$  — магнитный момент рамки с током, равный

$$r_m = IS = Ib^2.$$

Поэтому

$$M = Br_m = IBb^2.$$

Подставляем данные:

$$M = 10 \cdot 1,5 \cdot (0,04)^2 \text{ н} \cdot \text{м} = 24 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}.$$

Рамка установится так, чтобы направления ее магнитного момента  $\vec{p}_m$  и внешнего поля совпадали (см. положение витка на рис. 18.8, б).

**Задача 18.5.** На рис. 18.24 схематически изображена цепь, состоящая из пружины, подвешенной вертикально так, что ее конец  $A$  неподвижен, а конец  $B$  опущен в чашечку со ртутью, батареей элементов  $B$  и ключа  $K$ . Если замкнуть ключ  $K$ , то пружина начинает попеременно сжиматься и растягиваться, причем ее конец  $B$  выскакивает из ртути и вновь погружается в нее. Объяснить этот опыт с «танцующей пружиной».

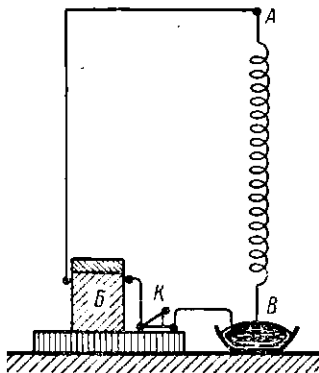


Рис. 18.24

Токи в соседних витках пружины параллельны и текут в одну сторону, поэтому они притягиваются друг к другу, и пружина сжимается. При этом конец  $B$  пружины выходит из ртути, и цепь размыкается. Тотчас же силы взаимного притяжения между витками исчезают, спираль распрямляется под действием сил упругости и тяжести, и ее конец  $B$  опускается в ртуть. Цепь снова замыкается и т. д.

**Задача 18.6.** В катушке длиной  $0,5$  м с  $250$  ампервитками находится железный стержень. Найти магнитную индукцию внешнего поля и магнитную индукцию внутреннего поля в железе, если его относительная магнитная проницаемость равна  $5000$ .

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} l &= 0,5 \text{ м;} \\ NI &= 250 \text{ а;} \\ \mu &= 500. \\ B_0 = ? \quad B_{\text{вн}} = ? \end{aligned}$$

**Решение**

Магнитная индукция поля, создаваемого внутри катушки током в отсутствие стержня,

$$\begin{aligned} B_0 &= 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{NI}{l} = 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \times \\ &\times \frac{250}{0,5} \text{ тл} = 1,57 \cdot 10^{-4} \text{ тл.} \end{aligned}$$

Так как  $\mu = 1 - \frac{B_{\text{вн}}}{B_0}$ , то  $B_{\text{вн}} = (\mu - 1) B_0 \approx \mu B_0$ , или

$$B_{\text{вн}} = 5000 \cdot 1,57 \cdot 10^{-4} \text{ тл} = 0,78 \text{ тл.}$$

**Задача 18.7.** Вычислить магнитную индукцию и магнитный поток внутри соленоида, в котором течет постоянный ток силой  $4$  а. Длина соленоида  $0,4$  м, его средний диаметр  $0,06$  м, полное число витков  $100$  и относительная магнитная проницаемость железного сердечника  $500$ .

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned}
 l &= 4 \text{ м}; \\
 I &= 0,4 \text{ А}; \\
 D &= 0,06 \text{ м}; \\
 N &= 100; \\
 \mu &= 500 \\
 B &\rightarrow \Phi_m - ?
 \end{aligned}$$

**Решение**

1) Магнитная индукция  $B$  внутри соленоида равна

$$B = \mu \mu_0 n I = \mu \mu_0 \frac{NI}{l},$$

где  $\mu$  — относительная магнитная проницаемость, а  $\mu_0$  — магнитная постоянная, равная  $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$ ,

$$B = 500 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{100 \cdot 4}{0,4} \text{ тл} = 0,628 \text{ тл}.$$

2) Магнитный поток  $\Phi$  в соленоиде равен

$$\Phi = BS = B \frac{\pi D^2}{4} = \frac{0,628 \cdot 3,14 \cdot (0,06)^2}{4} \text{ вб} = 1,77 \cdot 10^{-3} \text{ вб}.$$

**Задача 18.8.** Два длинных параллельных изолированных провода подвешены на шнурах длиной 4 см на общую параллельную им ось. Токи в проводах равны и текут в противоположные стороны. Масса проводов равна 50 г на каждый метр длины. Какова величина тока, если шнуры, на которых висят провода, образуют углы в  $30^\circ$  с вертикалью? Сила взаимодействия двух длинных прямолинейных параллельных проводов с токами определяется по формуле  $F = 10^{-7} \cdot \frac{2I_1 I_2}{a} l$ , где  $a$  — расстояние между проводами,  $l$  — их длина.

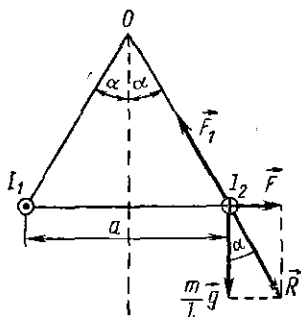


Рис.18.25

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned}
 L &= 4 \text{ см} = 0,04 \text{ м}; \\
 \frac{m_1}{l} &= \frac{m_2}{l} = 50 \text{ г/м} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}; \\
 I_1 &= I_2 = I; \\
 \alpha &= 30^\circ. \\
 l &= ?
 \end{aligned}$$

**Решение**

Сделаем чертеж (рис. 18.25). Пусть ток  $I_1$  идет перпендикулярно к плоскости чертежа к нам, ток  $I_2$  — от нас. На единицу длины каждого провода действуют: вес  $\frac{mg}{l}$  единицы длины каж-

дого провода, сила  $\vec{F}$  взаимодействия магнитных полей токов, численно равная  $10^{-7} \cdot \frac{2I_1 I_2}{a} l$ , направленные взаимно перпендикулярно, и сила  $\vec{F}_1$  натяжения шнура, уравнивающая две первые силы. Поэтому равнодействующая  $\vec{R}$  сил  $\frac{mg}{l}$  и  $\vec{F}$  направлена по одной прямой с силой  $\vec{F}_1$ . Следовательно,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F}{\frac{m}{l} g} = 10^{-7} \cdot \frac{2I^2}{amg}.$$

Но  $a = 2L \sin \alpha$ , и

$$\operatorname{tg} \alpha = 10^{-7} \cdot \frac{I^2}{L mg \sin \alpha},$$

откуда

$$I = \sqrt{\frac{L mg \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha}{10^{-7}}}.$$

Подставляем данные:

$$I = \sqrt{\frac{0,04 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot 0,5 \cdot 0,58}{10^{-7}}} a = 238 a.$$

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Трамвайный провод расположен так, что ток по нему идет с юга на север. Куда отклонятся северные концы магнитных стрелок, расположенных над проводом и под проводом?

2. На двухпроводной линии постоянного тока взято произвольно по одной точке на каждом проводе. Какими инструментами и наблюдениями можно установить, с какой стороны находится станция, подающая энергию и с какой стороны потребитель?

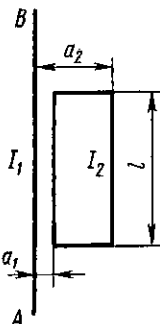


Рис. 18.26

3. Как направлен вектор магнитной индукции в центре квадратной проволочной рамки, лежащей в плоскости чертежа и обтекаемой током по часовой стрелке? Чему равен магнитный момент рамки, если сила тока 3 а, а сторона квадрата 0,5?

4. Определить магнитную индукцию поля, в котором на виток с магнитным моментом, равным  $10 \text{ а} \cdot \text{м}^2$ , действует вращательный момент, равный 0,5 дж. Плоскость витка параллельна направлению линий магнитной индукции.

5. Кольцо, состоящее из нескольких витков изолированного провода, свободно подвешено. Плоскость кольца вертикальна. По виткам течет ток. С той стороны кольца, откуда ток кажется текущим по часовой стрелке, к нему подносят северный полюс горизонтально расположенного магнита. 1) Что произойдет с кольцом? 2) Что далее произойдет с этим кольцом, если направление тока в нем изменить на обратное?

6. Почему витки соленоида, через который пропускается очень сильный ток, притягиваются друг к другу, и соленоид стремится укоротиться?

7. Ток в длинном прямом проводе  $AB$  (рис. 18.26) равен 20 а. Ток в прямоугольном витке, длинные стороны которого параллельны  $AB$ , равен 10 а. Проводник  $AB$  и виток лежат в одной плоскости. Направления токов указаны на рисунке. Определить величину и направление результирующей силы, действующей на виток с током, если  $I = 6,25 \text{ м}$ ,  $a_1 = 0,2 \text{ м}$ ,  $a_2 = 0,5 \text{ м}$ .

8. Вещество, внесенное в магнитное поле с индукцией, равной  $8 \cdot 10^{-4} \text{ тл}$ , намагнитилось, причем суммарная магнитная индукция

поля в веществе равна  $1,6 \text{ тл}$ . Определить относительную магнитную проницаемость вещества и магнитную индукцию его внутреннего поля.

9. Определить индукцию магнитного поля внутри соленоида без сердечника длиной  $50 \text{ см}$ , состоящего из  $600$  витков, если ток в нем равен  $0,2 \text{ а}$ . Как изменится магнитная индукция, если соленоид растянуть до  $120 \text{ см}$ , а силу тока в нем уменьшить в четыре раза.

10. На железный тор, средний диаметр которого  $50 \text{ см}$ , а площадь поперечного сечения  $20 \text{ см}^2$ , намотаны равномерно  $600$  витков проволоки, по которой пропускают ток силой  $1,5 \text{ а}$ . Относительная магнитная проницаемость железа равна  $400$ . Чему равен поток индукции в торе? Магнитная индукция в тороиде определяется по той же формуле, что в соленоиде.



## Глава 19

### ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

**§ 19.1. опыты Фарадея. Закон Ленца.** 1. Возникновение магнитного поля вокруг проводника с током, указывающее на взаимную связь электрических и магнитных явлений, заставило выдающегося английского ученого М. Фарадея задуматься над вопросом: не может ли магнитное поле вызвать появление электрического тока в проводнике? Многочисленные опыты привели Фарадея в 1831 г. к открытию явления *электромагнитной индукции*.

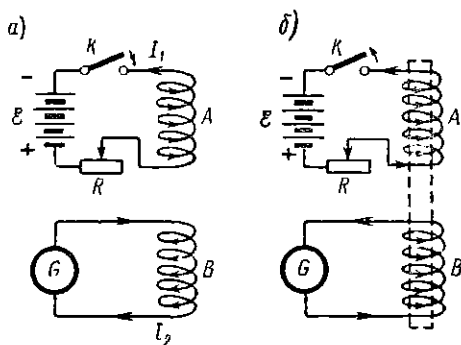


Рис. 19.1

Следующие опыты выясняют условия, при которых происходит явление электромагнитной индукции.

**Опыт 1.** Две катушки располагаются одна над другой так, что их оси лежат на одной прямой (рис. 19.1). Катушка *A* соединена через реостат *R* и ключ *K* с источником постоянной э. д. с.  $\mathcal{E}$ , а катушка *B* — с гальванометром *G*. В момент включения (или усиления) тока в катушке *A* в *B* появляется кратковременный ток, направленный противоположно направлению тока в *A* (рис. 19.1, *a*). В момент выключения (или ослабления) тока в *A* в *B* появляется ток того же направления, что и в *A* (рис. 19.1, *б*). При неизменной силе тока в катушке *A* ток в катушке *B* не наблюдается. Вместе с изменением силы тока в катушке *A* происходит изменение ее магнитного поля. Что же вызывает появление индуцированного, т. е. наведенного, тока в катушке *B*? Ответим на этот вопрос опытами 2 и 3.

**Опыт 2.** Вставим в катушки  $A$  и  $B$  общий железный сердечник (пунктир на рис. 19.1, б), что значительно усилит магнитное поле, и повторим первый опыт. Отклонения стрелки гальванометра оказываются намного большими, а направления индуцированных токов теми же, что и в первом опыте.

**Опыт 3.** Установим постоянный ток в катушке  $A$  и будем приближать ее к катушке  $B$  (рис. 19.2, а). Во время движения катушки  $A$  в  $B$  будет протекать ток, направленный противоположно направлению тока в  $A$ . Этот ток исчезнет при остановке катушки  $A$ . Если удалять ка-

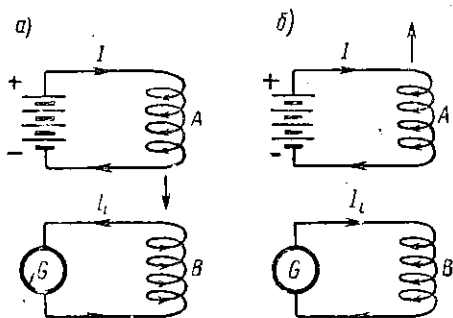


Рис. 19.2

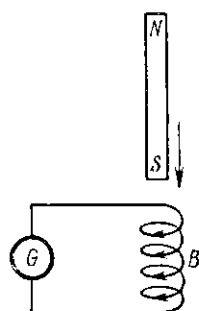


Рис. 19.3

тушку  $A$  от  $B$ , то индуцируемый в это время ток потечет в  $B$  в том же направлении, что и ток в  $A$  (рис. 19.2, б). Повторим этот опыт, увеличив скорость движения катушки  $A$ , — сила индуцированного в катушке  $B$  тока заметно увеличится.

Опыты 2 и 3 доказывают, что появление индуцированного тока в катушке  $B$  вызывается изменением пронизывающего ее магнитного потока.

Отметим, что при увеличении магнитного потока, пронизывающего катушку  $B$ , в ней индуцируется ток, магнитное поле которого направлено противоположно направлению этого потока, и наоборот, при уменьшении магнитного потока, пронизывающего катушку  $B$ , в ней индуцируется магнитное поле, направленное в ту же сторону, что и магнитный поток.

**Опыт 4,** в котором катушка  $A$  заменена прямым магнитом (рис. 19.3), подтверждает это наблюдение.

2. Общее правило, по которому можно определить направление индукционного тока, сформулировано Э. Х. Ленцем (закон Ленца): *индукционный ток в замкнутом проводнике всегда имеет такое направление, что создаваемое им магнитное поле уменьшает те изменения внешнего магнитного поля, которыми вызвано появление индукционного тока*, или короче: *индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать вызвавшей его причине*.

Применим, например, закон Ленца для определения индукционного тока в катушке *B* в момент размыкания тока в катушке *A* (опыт 1). Индукционный ток вызывается в катушке *B* убыванием или исчезновением магнитного поля катушки *A*. Для того чтобы воспрепятствовать этому изменению магнитного поля, в катушке *B* должно появиться собственное магнитное поле, совпадающее по направлению с магнитным полем катушки *A*, т. е. магнитные поля катушек *A* и *B* должны быть обращены друг к другу разноименными полюсами.

**§ 19.2. Электродвижущая сила электромагнитной индукции.** Индукционный ток, как и всякий электрический ток, может течь в цепи только при наличии в ней электродвижущей силы. Фарадей установил, что э. д. с. электромагнитной индукции  $\mathcal{E}_i$  в замкнутом проводнике прямо пропорциональна скорости изменения магнитного потока  $\Phi$ , охватываемого проводником. Пусть за промежуток времени  $\Delta t$  магнитный поток, охватываемый проводником, изменится на величину  $\Delta\Phi$ . Тогда скорость изменения магнитного потока равна  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$  и электродвижущая сила индукции

$$\mathcal{E}_i = k \frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности. Если измерять  $\mathcal{E}_i$ ,  $\Delta\Phi$  и  $\Delta t$  в единицах СИ (вольт, вебер, секунда) и учесть, что магнитное поле индукционного тока противодействует изменению  $\Delta\Phi$  наводящего магнитного потока, то коэффициент  $k$  следует положить равным минус единице. Поэтому

$$\mathcal{E}_i = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \quad (19.1)$$

Формула (19.1) выражает закон Фарадея для э. д. с. индукции. Из этой формулы следует, что при изменении магнитного потока, охватываемого замкнутым проводником, на 1 вб/сек в проводнике возникает э. д. с. индукции, равная 1 в.

Э. д. с. индукции не локализована, т. е. не сосредоточена на каком-либо небольшом участке проводника. Электрическое поле индуцируется во всем проводнике, охватывающем изменяющееся магнитное поле (рис. 19.4). Таким образом, в рассмотренных случаях электромагнитной индукции электрические силовые линии внутри проводника (пунктир на рис. 19.4) представляют собой замкнутые линии в отличие от силовых линий электрического поля покоящегося электрического заряда (см. § 14.9).

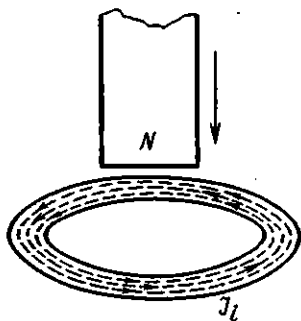


Рис. 19.4

**§ 19.3. Явление электромагнитной индукции в разомкнутом проводнике.** 1. Поместим на двух параллельных металлических рельсах, расположенных в плоскости рисунка, прямолинейный проводник  $AC$  (рис. 19.5). Между рельсами создано магнитное поле, линии индукции которого

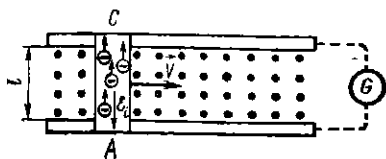


Рис. 19.5

направлены перпендикулярно к плоскости рисунка — к нам. Будем перемещать проводник  $AC$  по рельсам слева направо с постоянной скоростью  $\vec{v}$ . Магнитное поле будет действовать

на свободные электроны, находящиеся в проводнике  $AC$ , с силой, направление которой для положительных зарядов можно определить по правилу левой руки. Следовательно, электроны должны отклоняться от  $A$  к  $C$ . Иначе говоря, в проводнике  $AC$  возникает э. д. с. электромагнитной индукции  $\mathcal{E}_i$ . Если замкнуть концы рельсов через гальванометр  $G$  (пунктир на рис. 19.5), то во время движения проводника  $AC$  в магнитном поле через гальванометр будет протекать электрический ток.

Величина э. д. с. индукции определяется по общему закону Фарадея [формула (19.1)]

$$\mathcal{E}_i = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

Обозначим буквой  $l$  длину прямолинейного проводника  $AC$ , движущегося в магнитном поле со скоростью  $v$  (см. рис. 19.5). За время  $\Delta t$  проводник переместится на расстояние  $v\Delta t$  и пересечет магнитный поток, проходящий сквозь площадь  $\Delta S = lv\Delta t$ , т. е.

$$\Delta \Phi = B \Delta S = Blv\Delta t. \quad (19.2)$$

Подставив это выражение вместо  $\Delta \Phi$  в формулу (19.1), получим

$$\mathcal{E}_i = - Blv. \quad (19.3)$$

При перемещении проводника  $AB$  в направлении, параллельном линиям индукции магнитного поля, в нем э. д. с. индукции не появляется. Следовательно, *э. д. с. индукции возникает в разомкнутом проводнике только при пересечении им линий индукции магнитного поля.*

Направление э. д. с. индукции, возникающей в прямолинейном проводнике при его движении в магнитном поле, если направление движения перпендикулярно к направлению поля, удобно определить с помощью *правила правой руки*: если расположить правую руку так, чтобы линии магнитной индукции входили в ладонь, а отогнутый большой палец показывал направление движения проводника, то вытянутые четыре пальца покажут направление э. д. с. индукции.

2. Мы объяснили возникновение э. д. с. индукции с помощью силы, действующей на свободные электроны, которые движутся вместе с проводником во внешнем магнитном поле. Но появление э. д. с. индукции и индукционного тока в неподвижных замкнутых проводниках, находящихся в переменном магнитном поле (§ 19.1), таким образом объяснить нельзя. В этом случае мы встречаемся с электромагнитным явлением, подчиняющимся следующему общему закону о взаимной связи электрических и магнитных полей: *изменение магнитного поля вызывает появление охватывающего его замкнутого электрического поля.* Если замкнутое электрическое поле возникает в проводнике, то в нем появляется электрический ток (рис. 19.4).

**§ 19.4. Вихревые индукционные токи.** Индукционные токи возникают не только в замкнутых проводниках, длина которых во много раз больше их поперечного сечения, но и в массивных проводниках. В толще металлического тела, помещенного в переменное магнитное поле, образуются замкнутые токи, называемые *вихревыми индукционными токами*, или *токами Фуко*. Эти токи могут достигать большой силы, так как сопротивление массивного проводника мало. Рассмотрим следующие опыты.

1) Между полюсами электромагнита, в обмотке которого нет тока, колеблется массивный медный маятник (рис. 19.6). Когда в обмотку электромагнита включают ток, движение маятника резко тормозится. Согласно правилу Ленца, вихревые токи, возникающие в маятнике, имеют такое направление, что взаимодействие их магнитных полей с магнитным полем электромагнита противодействует движению маятника.

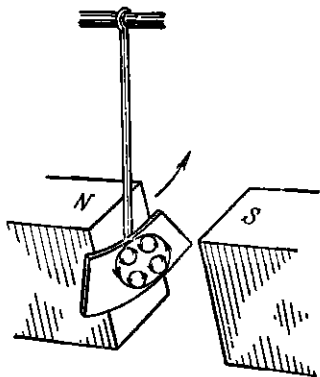


Рис. 19.6

2) Если вихревые токи не оказывают механического действия, то вся их энергия затрачивается на нагревание проводника. Закрепим над вертикальным железным сердечником катушки с большим числом витков обмотки медную чашку с водой и включим в цепь обмотки переменный ток. Связанное с этим током переменное магнитное поле, направление и величина которого изменяются с большой быстротой, вызовет вихревые токи в дне чашки. Дно чашки нагреется, и через несколько минут вода в чашке закипит. Количество теплоты, выделяемое вихревыми токами, тем больше, чем быстрее происходит обуславливающее эти токи изменение магнитного поля.

Быстропеременные магнитные поля применяются в *индукционных печах* для плавки металлов. Металл нагревается до температуры плавления возникающими в нем вихревыми индукционными токами.

Вихревые токи, появляющиеся в сердечнике трансформатора или в якоре электродвигателя, вредны, так как

они вызывают большие потери энергии и могут привести к перегреву и вывести из строя трансформатор или электродвигатель. Вихревые токи образуются в плоскостях, перпендикулярных к линиям магнитной индукции, и поэтому сердечники состоят либо из тонких изолированных пластин, плоскости которых располагают параллельно линиям магнитной индукции (рис. 19.7), либо из изолированных железных прутьев, оси которых параллельны этим линиям.

Возникновение вихревых индукционных токов подтверждает общий закон о взаимной связи электрических и магнитных явлений, о котором упоминалось в конце § 19.3: изменение магнитного поля вызывает появление вихревого электрического поля.

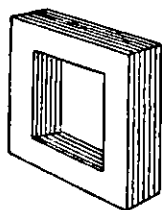


Рис. 19.7

**§ 19.5. Явление самоиндукции. Индуктивность и единицы ее измерения.** 1. При изменении силы тока в витке изменяется и создаваемое током магнитное поле, т. е. сцепленный с током магнитный поток. При этом в витке возникает так называемая

электродвижущая сила самоиндукции  $\mathcal{E}_c$ , равная, согласно формуле (19.1),

$$\mathcal{E}_c = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}. \quad (19.1')$$

Э. д. с. самоиндукции, возникающая не в единичном витке, а, например, в длинной катушке, состоящей из  $N$  витков, складывается из  $\mathcal{E}_c'$ , возникающих в каждом витке. Поэтому нужно учитывать сцепление всех витков катушки с магнитным потоком  $\Phi$ , охватываемым ею, т. е. так называемый *магнитный поток самоиндукции* (или *потокосцепление*)

$$\Phi_c = N\Phi.$$

Следовательно,  $\mathcal{E}_c$ , возникающая в катушке, равна

$$\mathcal{E}_c = - \frac{\Delta (N\Phi)}{\Delta t} = - \frac{\Delta \Phi_c}{\Delta t}.$$

В одиночном витке с током магнитный поток самоиндукции  $\Phi_c$  равен магнитному потоку  $\Phi$ , сцепленному с витком.

Так как магнитный поток  $\Phi$ , создаваемый током, пропорционален силе тока  $I$ , то и магнитный поток самоин-

дукции  $\Phi_c$  пропорционален  $I$ :

$$\Phi_c = LI, \quad (19.4)$$

где  $L$  — коэффициент пропорциональности, называемый *индуктивностью* замкнутого проводника.

Индуктивность проводника зависит от его геометрической формы и размеров, а также от магнитной проницаемости окружающей его среды, но не зависит от материала, из которого он сделан (если только этот материал не ферромагнитен). Поэтому индуктивность данного проводника — постоянная величина. Проиллюстрируем это на катушке большой длины  $l$  с площадью поперечного сечения  $S$ , состоящей из  $N$  витков и находящейся в среде с магнитной проницаемостью  $\mu$ . Сила тока в катушке равна  $I$ . Магнитная индукция внутри катушки [см. формулу (18.12)]

$$B = \mu\mu_0 \frac{NI}{l}.$$

Магнитный поток, охватываемый каждым витком катушки,

$$\Phi = BS = \mu\mu_0 \frac{NS}{l} I.$$

Магнитный поток самоиндукции (потокосцепление)

$$\Phi_c = N\Phi = \mu\mu_0 \frac{N^2S}{l} I.$$

С другой стороны,

$$\Phi_c = LI.$$

Из сравнения двух последних формул следует

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2S}{l}.$$

2. Определим из выражения (19.4) единицу индуктивности в СИ, называемую *генри* (гн). Очевидно, что по числовому значению

$$L = \frac{\Phi_c}{I},$$

и при  $\Phi_c = 1$  вб,  $I = 1$  а индуктивность  $L = 1$  гн  $= 1$  вб/а  $= 1$  в·сек/а.

Генри есть индуктивность такого замкнутого проводника, магнитный поток самоиндукции которого при силе тока в 1 а равен 1 вб.



Если учесть, что  $\frac{\vartheta \cdot \text{сек}}{a} = 2\pi$ , то магнитная постоянная

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\vartheta \cdot \text{сек}}{a \cdot \text{м}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ эН/м.}$$

3. Подставим в формулу (19.1') вместо магнитного потока самоиндукции  $\Phi_c$  его выражение по формуле (19.4)

$$\mathcal{E}_c = - \frac{\Delta(LI)}{\Delta t},$$

или, учитывая, что индуктивность  $L$  — величина постоянная для данного замкнутого проводника,

$$\mathcal{E}_c = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}, \quad (19.5)$$

т. е. э. д. с. самоиндукции, возникающая в замкнутом проводнике, пропорциональна скорости изменения силы тока в нем.

4. По закону Ленца, э. д. с. самоиндукции должна противодействовать вызвавшей ее причине. Поэтому при усилении основного тока  $I$  или при замыкании цепи направление  $\mathcal{E}_c$  противоположно направлению  $I$ , а при ослаблении основного тока или при размыкании цепи направление  $\mathcal{E}_c$  совпадает с направлением тока  $I$ . Вследствие этого при замыкании цепи ток достигает своего нормального значения не сразу, а через некоторый промежуток времени. При размыкании цепи ток исчезает не сразу, а поддерживается некоторое время электродвижущей силой  $\mathcal{E}_c$ .

Подтвердим это опытами. Присоединим к батарее аккумуляторов  $\mathcal{E}$  через ключ  $K$  разветвленную цепь, в одну ветвь которой включены лампочка накаливания 1 и реостат  $R$ , а в другую — такая же лампочка накаливания 2 и катушка с железным сердечником, обладающая большой индуктивностью  $L$  (рис. 19.8). Сопротивление  $R$  реостата должно быть равно сопротивлению катушки, когда через нее идет постоянный электрический ток. Второй реостат  $R_1$  включен последовательно с разветвлением цепи. При включении тока заметно, что лампочка 2 загорается несколько позже лампочки 1 — при замыкании цепи в катушке появляется э. д. с. самоиндукции, противодейст-

вующая возникновению тока. Когда ток установится, обе лампочки светятся одинаково.

Покажем теперь действие э. д. с. самоиндукции при размыкании цепи. Убавим сначала с помощью реостата  $R_1$  накал ламп так, чтобы они едва светились темно-красным светом, а затем резко разомкнем ключ  $K$ . В этот момент обе лампы ярко вспыхивают под влиянием тока самоиндукции, который возникает при исчезновении магнитного поля в катушке  $L$  и протекает только в разветвлении, так как основная цепь замкнута.

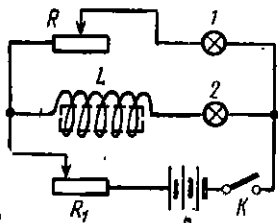


Рис. 19.8

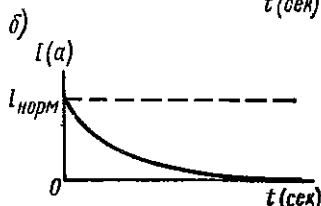
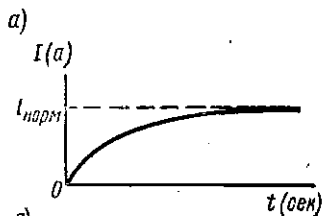


Рис. 19.9

На рис. 19.9, а показана зависимость силы тока от времени при замыкании цепи, в которую включен источник с постоянной э. д. с., а на рис. 19.9, б — зависимость силы тока от времени при размыкании этой же цепи.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. В чем состоит явление электромагнитной индукции?
2. Опишите опыты Фарадея.
3. Ток в катушке А (рис. 19.1, а) регулируется реостатом так, что скорость его изменения постоянна. Как изменяется со временем ток, индуцированный в катушке В?
4. Сформулируйте закон Ленца.
5. Где в замкнутом проводнике сосредоточена возникающая в нем э. д. с. индукции, если изменяется охватываемый им магнитный поток?
6. Чем отличаются электрические силовые линии внутри замкнутого проводника, в котором индуцируется э. д. с., от силовых линий электростатического поля?

7. Объясните возникновение э. д. с. индукции в прямолинейном проводнике при его движении в магнитном поле.

8. В чем состоит правило правой руки?

9. Что представляют собой вихревые токи?

10. Приведите опыты, показывающие действие вихревых токов.

11. Где используются вихревые токи?

12. Как уменьшают вредное тепловое действие вихревых токов?

13. В чем состоит явление самоиндукции?

14. Чему равна э. д. с. самоиндукции?

15. Что называется индуктивностью проводника и в каких единицах она измеряется в СИ?

16. Как и почему изменяется сила постоянного тока в момент замыкания цепи? в момент размыкания цепи?

17. Начертите графики зависимости силы тока от времени: а) при замыкании цепи и б) при ее размыкании.

18. Сравните формулы (19.5) и (3.4). Какую величину в формуле (19.5) можно считать мерой инертности контура по отношению к изменению тока?

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 19.1.** Соленоид диаметром 10 см, состоящий из 100 витков, расположен в магнитном поле с индукцией 5 тл так, что его ось параллельна полю, и поворачивается на  $180^\circ$  в течение 0,005 сек. Определить среднее значение э. д. с. индукции, возникающей в соленоиде.

**Дано (СИ):**

$$N = 100;$$

$$D = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м};$$

$$B = 5 \text{ тл};$$

$$\Delta t = 0,05 \text{ сек.}$$

$$\mathcal{E}_{\text{ср}} = ?$$

**Решение**

При повороте соленоида на  $90^\circ$  магнитный поток, пронизывающий каждый его виток, сначала уменьшается на  $\Delta\Phi$ , а затем увеличивается на  $\Delta\Phi$ . Изменение за время  $\Delta t$  магнитного потока, охватываемого  $N$  витками, равно  $2 \cdot \Delta\Phi N$ . Среднее значение э. д. с. индукции, возникающей в соленоиде,

$$\mathcal{E}_{\text{ср}} = - \frac{2 \cdot \Delta\Phi N}{\Delta t}.$$

Но  $\Delta\Phi = BS = B \frac{\pi D^2}{4}$ , поэтому численно

$$\mathcal{E}_{\text{ср}} = \frac{2 \cdot \Delta\Phi N}{\Delta t} = \frac{2 \cdot B \pi D^2 N}{4 \Delta t} = \frac{B \pi D^2 N}{2 \Delta t}.$$

Подставим данные:

$$\mathcal{E}_{\text{ср}} = \frac{5 \cdot 3,14 \cdot 0,01 \cdot 100}{2 \cdot 0,05} \text{ в} = 157 \text{ в}.$$

**Задача 19.2.** Металлический прут  $AB$  лежит на металлических рельсах  $DA$  и  $CB$ , расположенных на расстоянии  $50\text{ см}$  друг от друга в однородном магнитном поле с индукцией  $0,4\text{ тл}$ . Магнитное поле направлено перпендикулярно к плоскости, в которой лежат рельсы (рис. 19.10). а) Определить направление и величину э. д. с., индуцируемой в пруте, если он движется вправо со скоростью  $5\text{ м/сек}$ . б) Предположив, что сопротивление участка  $AB$  цепи постоянно и равно  $0,1\text{ ом}$ , найдите силу, необходимую для приведения прута  $AB$  в движение. Трением пренебречь. в) Сравните мощность, затрачиваемую при движении прута со скоростью  $5\text{ м/сек}$  под действием силы  $F$ , с величиной тепловой мощности, выделяемой током в цепи.

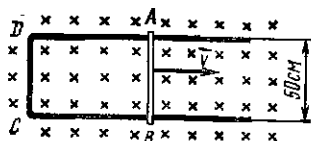


Рис. 19.10

### Дано (СИ):

$l = 50\text{ см} = 0,5\text{ м};$   
 $B = 0,4\text{ тл};$   
 $v = 5\text{ м/сек};$   
 $R = 0,1\text{ ом}.$

$\mathcal{E}_i = ?$   $F = ?$   
 $N$  и  $P = ?$

### Решение

а) Применяя правило правой руки, находим, что э. д. с. индукции в пруте направлена от  $B$  к  $A$ . Ее величина равна

$$\mathcal{E}_i = Bvl = 0,4 \cdot 5 \cdot 0,5\text{ в} = 1\text{ в}.$$

б) Сила  $F$ , необходимая для перемещения в магнитном поле с индукцией  $B$  прута, в котором течет индукционный ток  $I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}$ , равна (по формуле Ампера)

$$F = I_i Bl = \frac{\mathcal{E}}{R} Bl = \frac{1}{0,1} \cdot 0,4 \cdot 0,5\text{ н} = 2\text{ н}.$$

в) Механическая мощность  $N$ , затрачиваемая на перемещение прута со скоростью  $v$ , равна

$$N = Fv = 2 \cdot 5\text{ вт} = 10\text{ вт}.$$

Мощность  $P$ , которая выделяется в контуре  $ABCD$  током индукции  $I_i$ , равна

$$P = I_i^2 R = 10^2 \cdot 0,1\text{ вт} = 10\text{ вт}.$$

Мощности  $N$  и  $P$  равны. Таким образом, механическая работа, совершаемая при перемещении проводника в магнитном поле, превращается в энергию электрического тока и в данном случае идет на нагревание проводников, составляющих электрическую цепь.

**Задача 19.3.** Самолет, размах крыльев которого  $60\text{ м}$ , летит горизонтально со скоростью  $504\text{ км/ч}$ . Вертикальная составляющая магнитной индукции поля Земли равна  $5 \cdot 10^{-5}\text{ тл}$ . а) Определить э. д. с. индукции, возникающей между концами крыльев самолета. б) Что покажет вольтметр, соединенный с концами крыльев?

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned}
 l &= 60 \text{ м;} \\
 v &= 504 \text{ км/ч} = 140 \text{ м/сек;} \\
 B_B &= 5 \cdot 10^{-5} \text{ тл.} \\
 \mathcal{E}_i &= ?
 \end{aligned}$$

ставляющей  $B_B$ . Поэтому

$$\mathcal{E}_i = -B_B v l.$$

Численно

$$\mathcal{E}_i = 5 \cdot 10^{-5} \cdot 140 \cdot 60 \text{ в} = 0,42 \text{ в.}$$

б) Вольтметр покажет нуль, так как в проводах, соединяющих вольтметр с концами крыльев самолета, возникает  $\mathcal{E}'_i = -\mathcal{E}_i$ . Обе э. д. с. направлены в цепи навстречу друг другу и взаимно компенсируются.

**Задача 19.4.** В длинном цилиндрическом железном стержне, расположенном между полюсами электромагнита, как показано на рис. 19.11, с постоянной скоростью нарастает магнитный поток. Какой вид имеет электрическое поле в пространстве, окружающем магнит?

**Решение**

Согласно общему закону о взаимной связи электрических и магнитных полей, изменение магнитного поля вызывает появление охватывающего его замкнутого электрического поля. Электрические силовые линии имеют вид концентрических окружностей с центрами на оси цилиндра, расположенные в плоскостях, перпендикулярных к оси цилиндра.

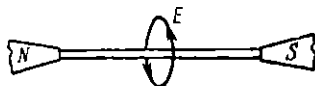


Рис. 19.11

Для определения направления электрических силовых линий представим себе, что железный стержень охвачен кольцевым проводом.

В этом проводе, по закону Ленца, возникает индукционный ток такого направления, что его магнитное поле будет противодействовать нарастанию магнитного потока в стержне. Направление электрических силовых линий совпадает с направлением индукционного тока.

**Задача 19.5.** В области пространства, где расположен сверхпроводник в форме кольца радиусом  $r$ , создается магнитное поле с индукцией  $B$ , направленное перпендикулярно к плоскости кольца. Определить: а) э. д. с. индукции и б) ток, возникающий в кольце.

**Решение**

б) Электрическое сопротивление сверхпроводника равно нулю, поэтому работа, совершаемая при обводе единичного заряда по коьдцу на пути  $2\pi r$ , равна нулю, т. е.  $\mathcal{E}_i = 0$ .

б) Но если  $\mathcal{E}_i = 0$ , то изменение магнитного поля, охватываемого кольцом, равно нулю ( $\frac{\Delta\Phi_0}{\Delta t} = 0$ ), что возможно лишь при постоянной величине  $\Phi_0$ . До создания внешнего магнитного поля  $\Phi_0 = 0$ . Для того чтобы это значение  $\Phi_0$  оставалось неизменным, в кольцо должен возникнуть такой индукционный ток, чтобы создаваемый им магнитный поток  $\Phi_i$  компенсировал изменение внешнего магнитного потока, охватываемого проводником. Если это изменение потока равно  $\Phi$ , то

$$\Phi_i = -\Phi.$$

Но  $\Phi_i = LI_i$ , а  $\Phi = BS = B\pi r^2$ . Поэтому численно

$$LI_i = \pi r^2 B; \quad I_i = \frac{\pi r^2 B}{L}.$$

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. В каком направлении потечет электрический ток в витке проволоки, ось которого лежит на одной прямой с осью полосового магнита (рис. 19.12), если виток приближать к южному полюсу магнита?

2. Каким концом повернется магнитная стрелка (рис. 19.13) к наблюдателю, если северный магнитный полюс магнита приближать к соленоиду?

3. Обмотки катушек в магазинах сопротивлений имеют форму двойных спиралей (рис. 19.14). Для чего это делается?

4. Вычислить среднюю величину э. д. с. индукции, развивающейся при размыкании тока в электромагните, если число витков в обмотке 1500, поперечное сечение сердечника  $30 \text{ см}^2$ , магнитная индукция  $2 \text{ тл}$  и время размыкания  $0,001 \text{ сек}$ .

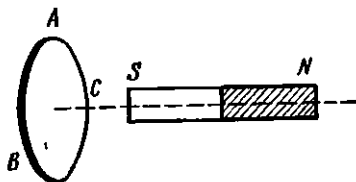


Рис. 19.12

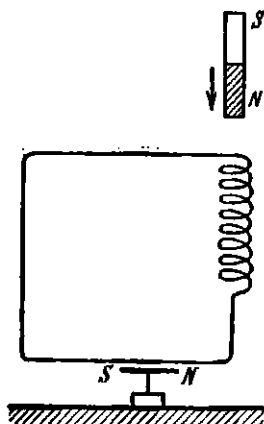


Рис. 19.13

5. Между полюсами электромагнита, создающего магнитное поле с индукцией, равной  $0,5 \text{ тл}$ , находится виток радиусом  $4 \text{ см}$ , плоскость которого перпендикулярна к линиям индукции. Опреде-

лить среднюю величину  $\mathcal{E}$ , возникающей в витке при переключении полюсов электромагнита, если время переключения  $0,1 \text{ сек}$ .

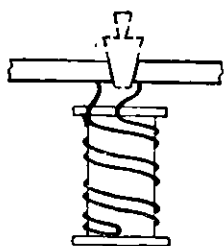


Рис. 19.14

6. Соленоид из 1000 витков площадью поперечного сечения  $20 \text{ см}^2$  поворачивается в магнитном поле Земли из положения, при котором плоскость его сечения перпендикулярна к направлению магнитного поля, в положение, при котором плоскость его сечения параллельна направлению магнитного поля. Определить среднее значение э. д. с. индукции, возникающей в соленоиде, если индукция магнитного поля Земли  $6 \cdot 10^{-5} \text{ тл}$ , а поворот соленоида на  $90^\circ$  совершается за  $0,02 \text{ сек}$ .

7. С какой скоростью нужно перемещать проводник длиной  $20 \text{ см}$  перпендикулярно к линиям индукции однородного магнитного поля, чтобы на концах проводника возникла э. д. с. индукции  $0,05 \text{ в}$ ? Магнитная индукция равна  $0,5 \text{ тл}$ .

8. Среднее значение э. д. с. самоиндукции, возникающей в соленоиде при изменении в нем силы тока на  $6 \text{ а}$  за  $0,2 \text{ сек}$ , равно  $3 \text{ в}$ . Определить индуктивность соленоида.

## Глава 26

### ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

**§ 20.1. Получение переменного тока.** Возникновение электрического тока в проводнике, движущемся в магнитном поле, было использовано при устройстве *генератора переменного тока*. Переменным называется ток, сила и направление которого периодически изменяются.

На рис. 20.1 изображена прямоугольная рамка  $abcd$ , вращающаяся вокруг оси  $OO'$  в магнитном поле с индукцией  $B$ . Вращение происходит по часовой стрелке, если смотреть от  $O$  к  $O'$ . Когда плоскость рамки оказывается параллельной линиям магнитной индукции, ее сторона  $ab$  движется вверх, сторона  $cd$  — вниз. Применяв правило правой руки, мы находим, что индукционный ток и э. д. с. индукции в стороне  $ab$  рамки направлены от нас, а в стороне  $cd$  — к нам. Концы рамки соединены с кольцами, которые вращаются вместе с рамкой вокруг оси  $OO'$ . К кольцам прижаты так называемые щетки  $A$  и  $D$ , от которых идут

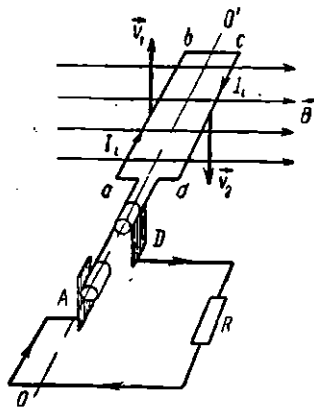


Рис. 20.1

провода во внешнюю цепь к потребителю  $R$  тока. Когда рамка проходит через положение, изображенное на рис. 20.1, ток во внешней цепи течет от  $D$  к  $A$ . Через полпериода стороны  $ab$  и  $cd$  меняются местами и соответственно этому ток в рамке и во внешней цепи течет в обратном направлении. Рамка является здесь внутренней цепью, так как в ее сторонах  $ab$  и  $cd$  возникает э. д. с. *переменного тока*, обозначаемая буквой  $E$ . Стороны  $bc$  и  $ad$  рамки не пересекают линий магнитной индукции, и в них э. д. с. индукции не возникает.

На рис. 20.2 изображено поперечное сечение рамки, если смотреть на нее в направлении  $OO'$  (см. рис. 20.1). Мы видим сечения  $a$  и  $d$  длинных сторон рамки, когда она отклонилась на угол  $\alpha$  от своего начального положения  $a_0d_0$ , а нормаль к плоскости рамки составляет угол  $\alpha$



с направлением линий индукции  $B$  магнитного поля. Точка  $d$  движется по окружности с линейной скоростью  $\vec{v}$ . Сторона  $dc$  в этот момент пересекает линии магнитной индукции со скоростью  $\vec{v}_n$  — нормальной составляющей скорости  $\vec{v}$ . Из рис. 20.2 видно, что

$$v_n = v \sin \alpha, \quad (20.1)$$

где  $\alpha$  — угол, на который повернулась рамка от своего начального положения за промежуток времени  $t$  при угловой скорости  $\omega$ , т. е.  $\alpha = \omega t$ .

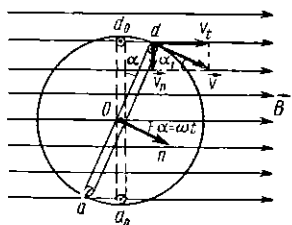


Рис. 20.2

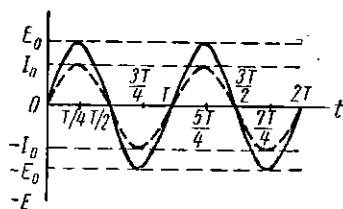


Рис. 20.3

Мгновенное значение э. д. с. переменного тока, т. е. величину э. д. с., в любой момент времени можно определить по формуле (19.3)

$$E = \mathcal{E}_i = Blv_n = Blv \sin \alpha. \quad (20.2)$$

Произведение  $Blv \sin \alpha$  имеет наибольшее значение при  $\sin \alpha = 1$ , или при  $\alpha = 90^\circ$ , т. е. в тот момент времени, когда рамка, вращаясь, проходит через положение, показанное на рис. 20.1. Максимальное числовое значение э. д. с. переменного тока, называемое иначе ее *амплитудным* значением, равно  $Blv$ . Обозначим

$$Blv = E_0. \quad (20.3)$$

Тогда

$$E = E_0 \sin \alpha,$$

или

$$E = E_0 \sin \omega t, \quad (20.4)$$

т. е. э. д. с. переменного тока изменяется со временем по закону синуса (рис. 20.3 — сплошная кривая).

Таким образом, при вращении рамки в магнитном поле в ней возникает э. д. с. индукции, изменяющаяся как по направлению, так и по величине.

Присоединим к рамке  $abcd$  внешнюю цепь, состоящую из сопротивления  $R$  (рис. 20.1). В этом случае закон Ома для переменного тока выражается такой же формулой, как и для постоянного тока, и мгновенное значение силы тока равно (при пренебрежимо малом сопротивлении рамки)

$$I = \frac{E}{R} = \frac{E_0}{R} \sin \omega t. \quad (20.5)$$

Заменяем  $\frac{E_0}{R}$  максимальным, или амплитудным, значением силы переменного тока. Тогда

$$I = I_0 \sin \omega t, \quad (20.6)$$

где  $I$  — значение силы тока в момент времени  $t$ .

Величина  $R = \frac{E_0}{I_0}$  называется активным, или омическим, сопротивлением. Активное сопротивление равно сопротивлению  $R$  в цепи постоянного тока.

На рис. 20.3 приведен график зависимости мгновенного значения силы переменного тока от времени (пунктирная кривая). При изучении переменного тока с помощью электронного осциллографа (см. § 22.11) кривые зависимости силы переменного тока и его напряжения от времени можно наблюдать на экране прибора.

**§ 20.2. Величины, характеризующие переменный ток.** *Круговой частотой*  $\omega$  переменного тока называется величина, равная угловой скорости вращения рамки в магнитном поле:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu. \quad (20.7)$$

*Периодом*  $T$  переменного тока называется промежуток времени, в течение которого э. д. с. и сила переменного тока совершают одно полное колебание.

*Частотой*  $\nu$  переменного тока называется число полных колебаний э. д. с. и силы тока за 1 сек. Частота

измеряется в герцах (гц). Стандартная частота переменного тока в СССР равна 50 гц; это значит, что направление тока меняется 100 раз за секунду.

Фазой переменного тока называется величина, стоящая под знаком синуса в формулах (20.2) — (20.6) и измеряемая в угловых мерах. Фаза определяет величину и направление э. д. с (20.4) и силы (20.6) переменного тока в данный момент времени.

**§ 20.3. Эффективные значения тока и напряжения. Тепловые амперметр и вольтметр.** 1. Мгновенное значение силы переменного тока непрерывно изменяется, а ее среднее значение за любое целое число периодов равно нулю. Поэтому для измерения переменных токов решили использовать их тепловые действия и ввели понятия *эффективной силы тока* и *эффективного напряжения*.

*Действующей, или эффективной, силой переменного тока  $I_{\text{эфф}}$  называется сила такого постоянного тока, который в том же проводнике и за то же время выделит такое же количество теплоты, как и данный переменный ток.*

Эффективная сила переменного тока связана с максимальной силой  $I_0$  этого тока соотношением

$$I_{\text{эфф}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0,707 I_0. \quad (20.8)$$

Аналогично этому эффективная э. д. с. переменного тока равна

$$E_{\text{эфф}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = 0,707 E_0 \quad (20.9)$$

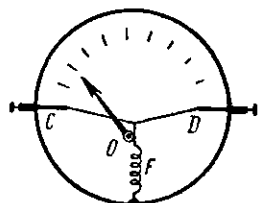


Рис. 20.4

и эффективное напряжение

$$U_{\text{эфф}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = 0,707 U_0.$$

2. Эффективное значение силы переменного тока измеряют *тепловым амперметром* (рис. 20.4). Его главной частью является тонкая проволока  $CD$ , к середине которой припаяна другая проволока, обвитая вокруг блока на конце  $O$  стрелки и натягиваемая пружиной  $F$ . Ток,

подведенный к зажимам  $C$  и  $D$ , нагревает проволочку  $CD$ , вследствие чего она удлиняется, а пружина оттягивает проволочку  $CD$  вниз, причем стрелка поворачивается на некоторый угол. Прибор градуируют, сравнивая его показания с показаниями другого амперметра, включенного последовательно с тепловым и уже проградуированного. Этот же прибор можно использовать как вольтметр, включив последовательно с ним добавочное сопротивление.

## § 20.4. Индуктивность и емкость в цепи переменного тока.

1. Если в цепь переменного тока не включена индуктивность или емкость, то вся его энергия затрачивается на так называемое *активное*, или *омическое*, сопротивление  $R$ . В этом случае мощность  $P$  тока  $I_{\text{эфф}}$  на участке с напряжением  $U_{\text{эфф}}$  равна

$$P = I_{\text{эфф}} U_{\text{эфф}},$$

или, если применить закон Ома,

$$P = I_{\text{эфф}}^2 R = \frac{U_{\text{эфф}}^2}{R}. \quad (20.10)$$

Если же цепь переменного тока содержит индуктивность или емкость, то последняя формула, как и закон Ома, усложняется.

2. Рассмотрим, как влияют индуктивность и емкость на силу переменного тока. Составим цепь из катушки с большим числом витков медной проволоки и электрической лампочки, включенных последовательно (рис. 20.5, а). Сопротивление  $R$  катушки очень мало, но индуктивность  $L$  (коэффициент самоиндукции) велика, причем ее можно еще увеличить, вставив в катушку сердечник. Присоединим цепь к источнику постоянного тока в 120 в. Лампочка горит нормально. Вставим в катушку железный сердечник — свечение лампочки не изменится. Следовательно, индуктивность катушки не влияет на сопротивление цепи постоянного тока.

Повторим опыт, присоединив катушку и лампочку к источнику переменного тока с эффективной э. д. с. в 120 в

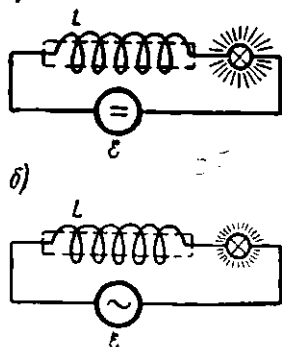


Рис. 20.5

(рис. 20.5, б). Лампочка светится слабее, чем в первый раз, т. е. сопротивление цепи как бы увеличилось. Если в катушку вставить железный сердечник, свечение лампочки станет совсем слабым. Следовательно, *индуктивность, включенная в цепь переменного тока, уменьшает эффективную силу тока*. Такое действие индуктивности нетрудно объяснить: переменный ток вызывает в катушке индукционный ток, противодействующий изменениям этого переменного тока. Поэтому индуктивность в цепи переменного тока можно рассматривать как *индуктивное сопротивление*  $R_L$ . Это сопротивление тем больше, чем больше включенная в цепь индуктивность  $L$  и чем чаще возникает  $E_i$ , т. е. чем больше круговая частота  $\omega$  переменного тока:  $R_L = L \omega$ .

Индуктивность, включенная в цепь переменного тока, действует не только как сопротивление — она изменяет фазу э. д. с. переменного тока.

Пусть в цепь переменного тока включена катушка индуктивностью  $L$ . Активное сопротивление катушки и всей цепи пренебрежимо мало. Через катушку протекает синусоидальный ток

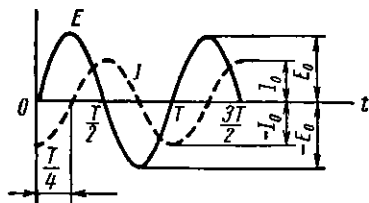


Рис. 20.6

$$I = I_0 \sin \omega t = I_0 \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

В катушке возникает э. д. с. самоиндукции  $\mathcal{E}_i$ . Э. д. с. переменного тока  $E$  должна в любой момент времени уравновешивать  $\mathcal{E}_i$ , т. е. быть численно равной  $\mathcal{E}_i$  и противоположной ей по знаку. Но  $\mathcal{E}_i$  пропорциональна скорости изменения силы тока и поэтому достигает максимума в те моменты времени, когда сила тока, быстро изменяясь, проходит через нулевое значение, и минимума, когда сила тока почти не изменяется, проходя через амплитудное значение  $I_0$ . Следовательно, э. д. с. переменного тока проходит через все фазы на  $\frac{1}{4}$  периода раньше, чем сила тока (рис. 20.6). На этом рисунке пунктирная кривая изображает зависимость  $I = f(t)$ , сплошная  $E = f(t)$ , а зависимость  $\mathcal{E}_i = f(t)$  изобразилась бы кривой, симметричной  $E = f(t)$  относительно оси времени.

Итак,

$$E = E_0 \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{T}{4} \right) = E_0 \sin \left( \frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{2} \right) = E_0 \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right). \quad (20.11)$$

Иначе говоря, э. д. с. переменного тока, в цепи которого имеется только индуктивное сопротивление, опережает силу тока по фазе на  $\frac{\pi}{2}$ .

3. Если в цепь постоянного тока последовательно с электрической лампочкой включить конденсатор, то лампочка гореть не будет, так как цепь будет разомкнута диэлектриком, разделяющим пластины конденсатора (рис. 20.7, а). Если же конденсатор и лампочку включить в цепь перемен-

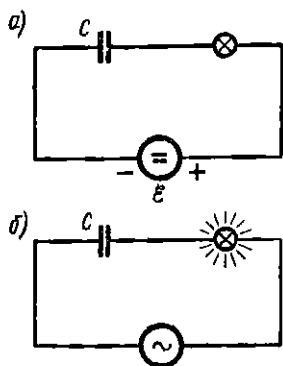


Рис. 20.7

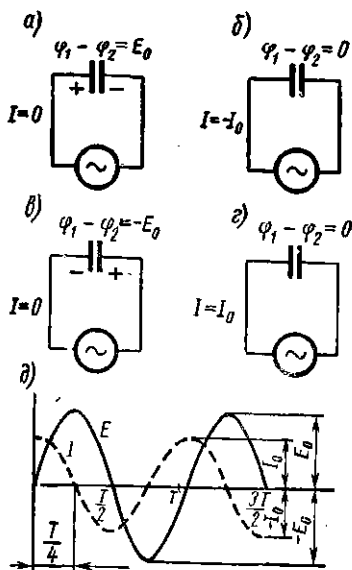


Рис. 20.8

ного тока последовательно, то лампочка будет гореть, т. е. в цепи пойдет ток (рис. 20.7, б). Это объясняется тем, что при каждой перемене направления тока конденсатор перезаряжается, и хотя через конденсатор ток не проходит, в цепи он идет. Чем больше электроемкость конденсатора, тем больший электрический заряд запасается в нем при каждом его заряджении, а при изменении

направления тока проходит в цепи. Следовательно, емкостное сопротивление  $R_C$  обратно пропорционально величине емкости  $C$  и круговой частоте  $\omega$  переменного тока:  $R_C = \frac{1}{C\omega}$ .

Электрическая емкость, включенная в цепь переменного тока, изменяет фазу силы тока. Пусть в цепь переменного тока включен конденсатор емкостью  $C$ , а омическое и индуктивное сопротивления цепи пренебрежимо малы. Когда конденсатор зарядится до наивысшей разности потенциалов, равной амплитудному значению э. д. с.  $E_0$ , ток в цепи прекратится (рис. 20.8, а). Затем конденсатор начнет разряжаться, и когда разность потенциалов между его обкладками станет равной нулю, сила тока достигнет амплитудного значения  $I = I_0$  (рис. 20.8, б). Теперь конденсатор перезаряжается, и разность потенциалов между его обкладками достигает амплитудного значения э. д. с., равного  $-E_0$ , когда ток, идущий уже в обратном направлении, проходит через нулевое значение (рис. 20.8, в) и т. д. (рис. 20.8, г). Таким образом, сила тока на  $\frac{1}{4}$  периода раньше, чем э. д. с., проходит через все фазы (рис. 20.8, д). Так как э. д. с. изменяется по закону

$$E = E_0 \sin \omega t,$$

то для силы тока мы имеем

$$I = I_0 \sin \omega \left( t - \frac{T}{4} \right) = I_0 \sin \left( \frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{2} \right),$$

или

$$I = I_0 \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right), \quad (20.12)$$

т. е. сила переменного тока, в цепи которого имеется только емкостное сопротивление, опережает э. д. с. по фазе на  $\frac{\pi}{2}$ .

## § 20.5. Генераторы переменного и постоянного тока.

1. Главными частями генератора переменного тока являются якорь, т. е. проводник, в котором индуцируется э. д. с., электромагнит, создающий магнитное поле, кольца и щетки, через которые ток передается от якоря во внешнюю цепь (см. рис. 20.1). Для того чтобы получить большую э. д. с., якорь изготавливают из большого числа

витков. В подвижных контактах  $A$  и  $D$  происходит искрение, поэтому обычно якорь делают неподвижным, заставляя вращаться магнитную систему.

2. Для того чтобы индукционный генератор давал во внешнюю цепь ток одного направления, нужно кольца на рис. 20.1 заменить двумя полукольцами, как это показано на рис. 20.9. Полукольца, к которым прикреплены концы витка, вращаются вместе с ним. Полукольца меняют прижатые к ним щетки  $A$  и  $B$  в те моменты времени, когда ток в витке меняет направление. На рис. 20.9 щетка  $A$  служит отрицательным полюсом генератора, щетка  $B$  — положительным. Направление э.д.с. индукции во внешней цепи остается постоянным, но ее величина периодически изменяется от нуля до  $\mathcal{E}_0$ . График зависимости э.д.с. от времени приведен на рис. 20.10. Ток, создаваемый подобной э.д.с. во внешней цепи, называется *пульсирующим*.

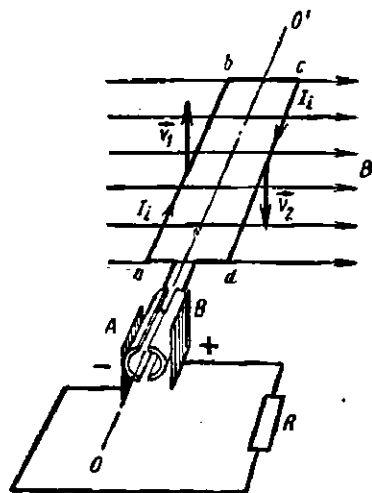


Рис. 20.9

Обмотка якоря генератора постоянного тока состоит обычно из большого числа витков, соединенных в секции, а вместо полуколец применяют коллектор, состоящий из

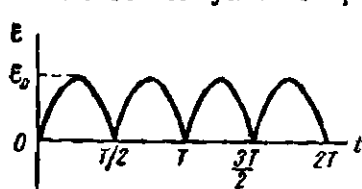


Рис. 20.10

многих изолированных друг от друга пластин. Зависимость от времени э.д.с., получаемой от такого генератора, изображается на графике линией, приближающейся к прямой, параллельной оси абсцисс.

3. Индукционный генератор постоянного тока можно превратить в электродвигатель. Для этого обмотку якоря нужно присоединить к источнику постоянной э.д.с. Тогда якорь будет вращаться в магнитном поле, и машина будет служить для превращения электрической энергии в механи-



ческую. Обратимость генератора постоянного тока была открыта в 1883 г. Э. Х. Ленцем, который вместе с Б. С. Якоби построил первый электродвигатель.

**§ 20.6. Трансформатор.** 1. При передаче электрической энергии на большие расстояния происходят потери энергии вследствие нагревания проводов. Для уменьшения этих потерь можно было бы уменьшить сопротивление проводов путем увеличения их поперечного сечения. Однако это невыгодно, так как потребовало бы большого расхода металла и чрезвычайно утяжелило бы провода. Поэтому пошли по пути уменьшения силы передаваемого тока.

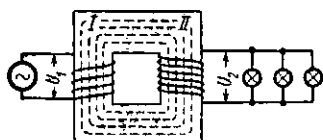


Рис. 20.11

Чтобы мощность тока  $P = I_{\text{эфф.}} U_{\text{эфф.}}$  при меньшей силе тока  $I_{\text{эфф.1}}$  оставалась неизменной, т. е.

$$P = I_{\text{эфф.}} U_{\text{эфф.}} = I_{\text{эфф.1}} U_{\text{эфф.1}},$$

необходимо во столько раз повысить напряжение, во сколько раз уменьшается сила тока:

$$\frac{U_{\text{эфф.1}}}{U_{\text{эфф.}}} = \frac{I_{\text{эфф.}}}{I_{\text{эфф.1}}}. \quad (20.13)$$

Изменять напряжение необходимо и в тех случаях, когда приходится пользоваться электрическими приборами, рассчитанными на другое напряжение, чем имеющееся в распоряжении.

Напряжение постоянного тока изменить сложно. Напряжение переменного тока можно изменить, используя явление электромагнитной индукции. Поэтому в технике удобнее пользоваться переменным током. *Преобразователь напряжения переменного тока, основанный на явлении электромагнитной индукции, называется трансформатором.*

2. Трансформатор состоит из железного сердечника в виде рамки, на которую навиты две катушки из изолированной проволоки (рис. 20.11). Сердечник составляется из листов специального трансформаторного железа, изолированных друг от друга бумагой во избежание вихревых токов (см. § 19.4). Катушка, которая присоединяется к источнику э.д.с., называется первичной (катушка  $I$  на

рис. 20.9). Другая катушка II, дающая рабочее напряжение, называется вторичной. Создаваемый первичным током магнитный поток почти весь проходит внутри сердечника (пунктирные линии), и так называемой «магнитной утечкой» можно пренебречь.

Если цепь вторичной обмотки (катушки) разомкнута, то вследствие большого коэффициента самоиндукции трансформатора э.д.с. самоиндукции  $\mathcal{E}_s$ , возникающая в первичной обмотке, почти точно равна напряжению  $U_1$  на ее концах. Пусть первичная обмотка состоит из  $n_1$  витков и первичный ток создает магнитный поток  $\Phi$ . При его изменении в каждом витке первичной обмотки индуцируется э.д.с., равная  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ . Поэтому напряжение  $U_1$  на концах этой обмотки определяется формулой

$$U_1 = n_1 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \quad (20.14)$$

Вторичная обмотка, состоящая из  $n_2$  витков, охватывает тот же магнитный поток  $\Phi$ . При его изменении в каждом витке вторичной обмотки индуцируется э.д.с., также равная  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ , а на концах всей вторичной обмотки возникает напряжение

$$U_2 = n_2 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \quad (20.15)$$

Отношение напряжений  $U_2$  и  $U_1$  на концах вторичной и первичной обмоток при разомкнутой вторичной цепи, т. е. при холостом ходе трансформатора, равно, как видно из формул (20.14) и (20.15):

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (20.16)$$

Отношение  $\frac{n_2}{n_1}$  называется *коэффициентом трансформации*. Таким образом, при холостом ходе трансформатора коэффициент трансформации равен отношению числа витков вторичной катушки к числу витков первичной.

Трансформатор называют *повышающим*, если число витков вторичной катушки больше числа витков первичной

( $n_2 > n_1$ ). Коэффициент трансформации повышающего трансформатора  $\frac{n_2}{n_1} > 1$ . Если же  $n_2 < n_1$ , т. е.  $\frac{n_2}{n_1} < 1$ , то трансформатор называют *понижающим*.

3. Потери энергии на нагревание проводов обмоток и на магнитную утечку в трансформаторе очень малы, и коэффициент полезного действия хороших трансформаторов достигает 99%. Поэтому можно считать, что при работе трансформатора с нагрузкой мощность  $P_1 = U_{\text{эфф1}} I_{\text{эфф1}}$ , подводимая от генератора переменного тока к первичной обмотке (входная мощность), почти равна мощности  $P_2 = U_{\text{эфф2}} I_{\text{эфф2}}$ , потребляемой в цепи вторичной обмотки (выходной мощности):



Рис. 20.12

$$P_1 = P_2,$$

или

$$U_{\text{эфф1}} I_{\text{эфф1}} = U_{\text{эфф2}} I_{\text{эфф2}}. \quad (20.17)$$

Отсюда следует, что

$$\frac{I_{\text{эфф1}}}{I_{\text{эфф2}}} = \frac{U_{\text{эфф2}}}{U_{\text{эфф1}}}, \text{ или } \frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1}, \quad (20.18)$$

т. е. токи в обмотках трансформатора, работающего с нагрузкой, обратно пропорциональны напряжениям на обмотках.

На рис. 20.12 приведена схема линии передачи электроэнергии на большое расстояние. Трансформатор  $T_1$  — повышающий, а  $T_2$  — понижающий.

Трансформатор был изобретен П. Н. Яблочковым в 1876 г. (см. § 20.7), а через несколько лет технический трансформатор был построен И. Ф. Усагиным.

**§ 20.7. Индукционная катушка.** *Индукционная катушка, или индуктор, служит для преобразования прерывистого тока небольшой мощности и постоянного направления в переменный ток. Она состоит из двух катушек, навитых на железный сердечник, собранный из пучка параллельных железных изолированных проволок (рис. 20.13). Внутренняя, первичная, катушка из небольшого числа витков толстой проволоки соединяется через прерыватель  $P$  и ключ  $K$  с батареей аккумуляторов  $\mathcal{E}$ . Вторичная катушка содержит очень большое число витков хорошо изолированной тонкой проволоки, концы которых соединены с шариками  $a$  и  $b$ . Расстояние между шариками называется искровым промежутком. На вторичную катушку большого индуктора расходуется несколько километров проволоки.*

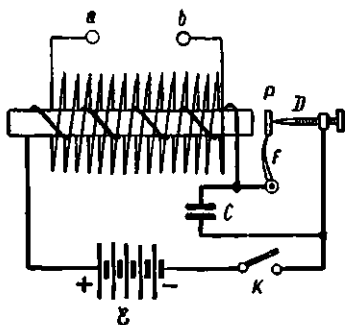


Рис. 20.13

Если замкнуть цепь первичной катушки, то ток пойдет по ее виткам, а затем через стальной молоточек  $P$  и винт  $D$  вернется к источнику э.д.с. Железный сердечник катушки намагнитится, притянет к себе молоточек  $P$  и ток разомкнется. С исчезновением тока исчезнет и магнитное поле первичной катушки, сердечник размагнитится. Пружинка  $F$  прижмет молоточек  $P$  к винту  $D$ , и ток опять замкнется, после чего весь процесс начнется снова. Таким образом, молоточек ритмично прерывает цепь первичной катушки очень много раз в секунду.

При каждом размыкании цепи первичного тока во вторичной катушке возникает э.д.с. индукции того же направления, что и в первичной, а при каждом замыкании — э.д.с. обратного направления. Но при размыкании исчезновение тока в первичной катушке происходит быстрее, чем его нарастание при замыкании, следовательно, э.д.с. индукции во вторичной катушке больше в первом случае, чем во втором. Ток искрового разряда при небольшом искровом промежутке  $ab$  переменный; но если это расстояние сделать достаточно большим, то можно получить

ток только одного направления, а именно такого, как при размыкании первичной цепи.

Из-за явления самоиндукции в первичной катушке между молоточком  $P$  и винтом  $D$  в момент размыкания тока проскакивает искра. Вследствие этого магнитное поле исчезает медленнее, и индуцированная э.д.с. во вторичной катушке уменьшается. Чтобы ослабить вредное действие искры, параллельно молоточковому прерывателю включают конденсатор  $C$ . При размыкании первичной цепи ток самоиндукции заряжает конденсатор, искра в прерывателе уменьшается, а при замыкании цепи конденсатор разряжается и его заряд участвует в токе.

В мощных индукторах молоточковые прерыватели заменяют более совершенными и увеличивают число перерывов тока до 500 в секунду, а э.д.с. во вторичной обмотке достигает очень большой величины (до 10 000 в).

П. Н. Яблочков использовал индукционную катушку в качестве трансформатора, когда устраивал впервые электрическое освещение на всемирной выставке в Париже в 1876 г. Он включил в первичную обмотку индукционной катушки переменный ток и выбросил прерыватель, а высокое переменное напряжение получал от концов  $a$  и  $b$  вторичной обмотки. Так был изобретен трансформатор.

## ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Какой ток называется переменным?
2. Какое явление было использовано при устройстве генератора переменного тока?
3. Опишите, как получается переменный ток.
4. Напишите выражение для э.д.с. переменного тока.
5. Дайте определение всем величинам, входящим в это выражение.
6. При каких условиях закон Ома справедлив для переменного тока в той же форме, что и для постоянного тока?
7. Что называется эффективной силой переменного тока?
8. Как зависит эффективная сила переменного тока от максимальной силы тока?
9. Почему для определения силы переменного тока не воспользовались химическими действиями тока?
10. Опишите устройство амперметра, с помощью которого измеряют эффективную силу переменного тока.
11. Почему катушка, включенная в цепь переменного тока, влияет на силу тока?
12. От чего зависит индуктивное сопротивление?

13. Почему фазы тока и э.д.с. в цепи с индуктивностью неодинаковы?

14. Что произойдет, если включить конденсатор в цепь постоянного тока? в цепь переменного тока?

15. Как влияет емкость в цепи переменного тока на разность фаз тока и э.д.с.?

16. Чем отличается генератор постоянного тока от генератора переменного тока?

17. Как превратить генератор постоянного тока в электродвигатель?

18. Что представляет собой трансформатор переменного тока?

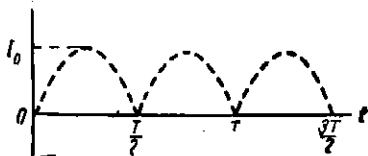
19. Опишите устройство трансформатора.

20. От чего зависит коэффициент трансформации?

21. Какой трансформатор называется повышающим? понижающим?

22. Опишите устройство и действие индукционной катушки.

23. Как получить во вторичной обмотке индукционной катушки ток одного направления?



## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Рис. 20.14

**Задача 20.1.** Для зарядки аккумулятора необходимо затратить 18 ампер-часов. Его заряжают двухполупериодным выпрямленным пульсирующим током (рис. 20.14), причем на зарядку затрачивают 15 ч. Какую силу тока показывает тепловой амперметр, включенный в цепь? Средняя сила такого выпрямленного тока определяется по формуле  $I_{\text{ср}} = \frac{2I_0}{\pi}$ .

**Дано:**

**Решение**

$$q = 18 \text{ а} \cdot \text{ч};$$

$$t = 15 \text{ ч.}$$

$$I_{\text{эфф}} = ?$$

Выразим  $I_{\text{ср}}$  через  $I_{\text{эфф}}$ :

$$I_{\text{ср}} = \frac{2I_0}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I_{\text{эфф}}$$

С другой стороны,

$$I_{\text{ср}} = \frac{q}{t},$$

поэтому

$$\frac{2\sqrt{2}}{\pi} I_{\text{эфф}} = \frac{q}{t}$$

и

$$I_{\text{эфф}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \frac{q}{t}.$$

Подставим числовые данные:

$$I_{\text{эфф}} = \frac{3,14 \cdot 18}{2 \cdot 1,41 \cdot 15} \text{ а} = 1,33 \text{ а.}$$

**Задача 20.2.** Часто для регулирования силы переменного тока используют не реостаты, а дроссели, представляющие собой проволочные катушки большой индуктивности, но ничтожно малого сопротивления. Почему это делается?

### Решение

Преимущество дросселя состоит в том, что при его включении увеличение сопротивления в цепи переменного тока не сопровождается выделением теплоты, т. е. не приводит к бесполезной затрате энергии. Кроме того, так как индуктивное сопротивление существует только для переменных токов, дроссели позволяют разделить постоянный и переменный токи.

**Задача 20.3.** В пункте *А* установлен повышающий трансформатор, в пункте *Б* — понижающий. Сопротивление соединяющей их линии равно 15 ом. Коэффициент трансформации понижающего трансформатора равен 10. В цепи его вторичной обмотки потребляется мощность 9,6 кВт при силе тока 80 а. Определить напряжение на вторичной обмотке повышающего трансформатора.

**Дано:**

$$\begin{aligned} R &= 15 \text{ ом}; \\ k &= \frac{n_1}{n_2} = 10; \\ P &= 9,6 \text{ кВт} = \\ &= 9,6 \cdot 10^3 \text{ вт}; \\ I &= 80 \text{ а}, \\ \hline U_A' &= ? \end{aligned}$$

**Решение**

Напряжение  $U_A'$  на вторичной обмотке повышающего трансформатора равно сумме напряжения  $U_B'$  на первичной обмотке понижающего трансформатора и напряжению  $U$  на линии, т. е.

$$U_A' = U_B' + U.$$

Так как

$$U_B' = \frac{P}{I} k, \text{ а } U = \frac{I}{k} R, \text{ то}$$

$$U_B' = \frac{P}{I} k + \frac{I}{k} R.$$

Подставляем данные:

$$U_A' = \left( \frac{9,6 \cdot 10^3}{80} \cdot 10 + \frac{80}{10} \cdot 15 \right) \text{ в} = 9720 \text{ в} = 9,72 \text{ кв.}$$

## ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Сколько серебра выделится на электроде за 20 мин, если через вольтметр пропускается выпрямленный пульсирующий ток с амплитудным значением 1,6 а, причем выпрямитель пропускает только одну половину периода (рис. 20.15). Среднее значение выпрямленного однополупериодного тока  $I_{\text{ср}} = \frac{I_0}{\pi}$ .

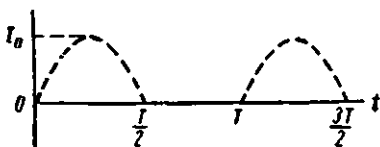


Рис. 20.15

2. Повышающий трансформатор состоит из двух обмоток, навитых на железное кольцо (рис. 20.16). Напряжение на первичной обмотке 120 в, коэффициент трансформации равен 20. Определить напряжение на вторичной обмотке и число витков в каждой обмотке, если вольтметр, присоединенный к проводу, продетому через кольцо, показывает 0,6 в.

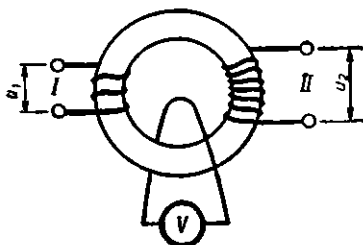


Рис. 20.16

3. Первичная обмотка повышающего трансформатора включена в сеть с напряжением 120 в. Напряжение на зажимах вторичной обмотки 2400 в, сила тока во вторичной цепи 2 а. Найти силу тока в первичной цепи, а также

входную и выходную мощности трансформатора, считая, что потери энергии в трансформаторе нет.

4. Напряжение на зажимах вторичной обмотки понижающего трансформатора  $U_2 = 60$  в, сила тока во вторичной цепи  $I_2 = 40$  а. Первичная обмотка включена в цепь с напряжением  $U_1 = 240$  в. Найти силу тока в первичной обмотке трансформатора, а также входную и выходную мощности, если к. п. д. трансформатора равен 90%. Значения  $U_2$ ,  $U_1$  и  $I_2$  эффективные.



## ТЕРМОЭЛЕКТРОННАЯ ЭМИССИЯ

**§ 21.1. Работа выхода электрона из металла.** Электроны проводимости при обычных условиях движутся в металле беспорядочно, с различными по направлению и величине скоростями. Если какой-либо быстро движущийся электрон случайно вылетает из металла, то в металле возникает добавочный электрический заряд. Этот заряд притягивает к себе вылетевший электрон. Отдельные электроны все время вырываются из металла, но не могут удалиться от него и снова втягиваются в металл, а вместо них из него вылетают другие электроны.

Для того чтобы электрон мог вылететь из металла и удалиться от него, должна быть совершена работа, которая называется *работой выхода электрона из металла*. Электрон — заряженная частица, и работа выхода совершается против сил электрического поля, существующего в поверхностном слое металла. Эта работа выражается произведением величины заряда  $e$  электрона на разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$ , которую он должен преодолеть [см. формулу (14.11)], т. е.

$$A_{\text{вых.}} = e(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (21.1)$$

Работа выхода электрона из металла измеряется в электронвольтах. Напоминаем, что

$$1 \text{ эв} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ к} \cdot 1 \text{ в} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ дж} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг.}$$

Работа выхода электрона из разных металлов различна и равна нескольким электронвольтам, например  $A_{\text{вых}}$  из меди равна 4,39 эв, из никеля — 5,03 эв, из платины — 6,27 эв и т. д.

**§ 21.2. Явление термоэлектронной эмиссии. Дiod.** 1. Для того чтобы совершить работу выхода — вырваться из металла и удалиться от него, электроны должны получить дополнительную энергию. В зависимости от того, каким способом сообщена электронам энергия, различают следующие виды электронной эмиссии (испускания электронов): катодные лучи (см. § 17.3), фотоэлектронная эмиссия (см. § 29.2), холодная эмиссия, состоящая в вырывании электронов из металла сильным электрическим полем, и термоэлектронная эмиссия.

**Термоэлектронной эмиссией** называется испускание электронов нагретыми металлами. При нагревании металла возрастает кинетическая энергия электронов проводимости, и многие из них могут совершить работу выхода из металла.

2. Для исследования термоэлектронной эмиссии воспользуемся так называемым *диодом*. Он состоит из катода  $K$  в виде тонкой прямой нити и анода  $A$ , представляющего собой коаксиальный с нитью цилиндр (рис. 21.1). Катод и анод впаяны в стеклянный баллон, внутри которого создан высокий вакуум. Схема диода изображена на рис. 21.2. Катод  $K$  нагревается электрическим током от батареи накала  $B_n$ . Ток накала  $I_n$  регулируется реостатом накала  $R_n$ . Анод  $A$  соединен с положительным полюсом анодной батареи  $B_a$ , которая создает так называемое анодное напряжение между анодом и катодом, измеряемое вольтметром  $V$ . Анодный ток, обусловленный движением термоэлектронов в цепи  $B_a K A B_a$ , измеряется гальванометром  $G$ .

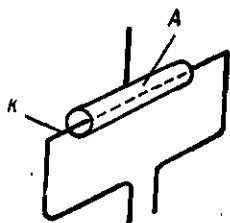


Рис. 21.1

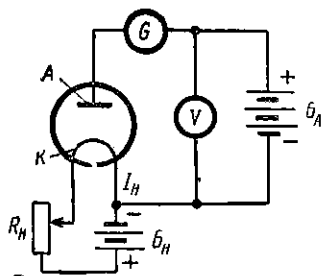


Рис. 21.2

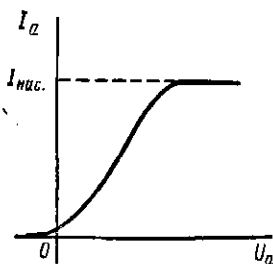


Рис. 21.3

При неизменном токе накала, т. е. при неизменной температуре катода, сила анодного тока зависит от анодного напряжения. При постепенном повышении анодного напряжения анодный ток  $I_a$  растет (рис. 21.3). Так происходит до определенного значения силы тока  $I_{нас}$ , после чего она остается неизменной, несмотря на дальнейшее увеличение анодного напряжения.

Наибольший анодный ток  $I_{\text{нас}}$ , возможный при данной температуре катода, называется током насыщения.

График (рис. 21.3) называется *вольт-амперной характеристикой диода*. Поясним его. При анодном напряжении, равном нулю, вылетевшие из катода электроны образуют вокруг него отрицательный пространственный заряд — электронное облако. Это облако отталкивает вылетающие из катода электроны, большая их часть возвращается на катод, и лишь незначительному числу электронов удается долететь до анода; поэтому при  $U_a = 0$  анодный ток  $I_a$  немногим больше нуля. Для того чтобы  $I_a = 0$ , нужно приложить к аноду  $A$  небольшое отрицательное напряжение. Поэтому вольт-амперная характеристика диода начинается немного левее начала координат.

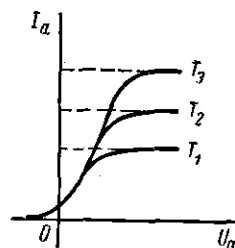


Рис. 21.4

С увеличением положительного анодного напряжения увеличивается число электронов, переносимых на анод, и электронное облако около катода постепенно уменьшается. Когда электронное облако полностью исчезает, т. е. когда все термоэлектроны, вылетающие из катода, достигают

анода, анодный ток перестает расти и становится током насыщения.

Очевидно, что для увеличения тока насыщения необходимо увеличить число электронов, вылетающих за 1 сек из катода, т. е. нужно повысить температуру катода, усилив ток накала. На рис. 21.4 приведены вольт-амперные характеристики диода при различных температурах катода, причем  $T_1 < T_2 < T_3$ .

### § 21.3. Выпрямление переменного тока при помощи диода.

Двухэлектродная электронная лампа пропускает ток только в одном направлении. Поэтому ее используют в качестве *выпрямителя переменного тока*. Диод, действующий как выпрямитель, называется *кенотроном*. На рис. 21.5, а показана схема включения кенотрона. С источником переменной э. д. с. соединена первичная обмотка  $I$  трансформатора. Вторичных обмоток две: меньшая  $III$  служит для нагревания катода, а большая  $II$  — для создания анодного напряжения. Через кенотрон и потребитель  $R$  ток протекает лишь в течение одной половины периода перемен-

ного тока, когда в диоде он направлен от  $A$  к  $K$ . На рис. 21.5, б приведен график выпрямленного тока: по оси абсцисс отложено время, по оси ординат — сила тока. Такой ток называется однополупериодным пульсирующим.

Если в цепь включить два кенотрона или кенотрон с двумя анодами (рис. 21.6, а), то можно использовать оба полупериода переменного тока. В первую половину периода ток проходит от конца  $a$  вторичной обмотки трансформатора через анод  $A_1$  к катоду и к средней точке  $c$  вторичной обмотки; во вторую половину периода — от конца  $b$  вторичной обмотки через анод  $A_2$  к катоду и к точке  $c$ . Между катодом

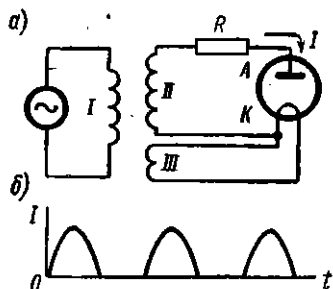


Рис. 21.5

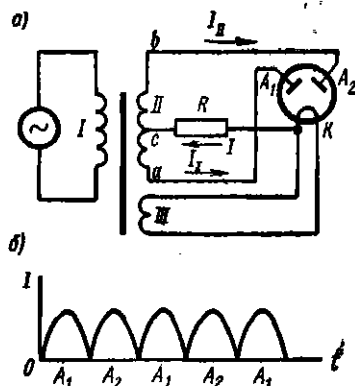


Рис. 21.6

и точкой  $c$  включается потребитель тока  $R$ , через который течет выпрямленный ток. Изменение силы двухполупериодного выпрямленного тока со временем показано на рис. 21.6, б.

**§ 21.4. Триод.** Трехэлектродная лампа, или триод, содержит, кроме катода и анода, еще третий электрод, так называемую сетку. Обычно сетка представляет собой спиральную проволочку  $C$ , окружающую прямолинейный катод. Ось цилиндрического анода совпадает с осью катода (рис. 21.7). Условное изображение триода и принцип его включения для усиления анодного тока показаны на рис. 21.8. Здесь  $A$  — анод лампы,  $K$  — ее катод,  $C$  — сетка,  $B_A$  — анодная батарея,  $B_H$  — батарея накала,  $B$  — сеточная батарея, создающая напряжение между сеткой и катодом,  $R$  — потребитель тока.

Если потенциал сетки положителен по отношению к катоду, то движение электронов от катода к аноду убыстряется, и анодный ток растет. Если же потенциал сетки отрицателен по отношению к катоду, то движение электронов к аноду замедляется, и анодный ток уменьшается. При достаточно большом отрицательном потенциале сетки анодный ток полностью прекращается — в этом случае говорят, что «лампа заперта». Таким образом, сетка позволяет усиливать (или ослаблять) анодный ток.

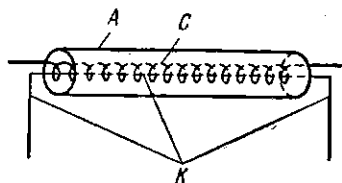


Рис. 21.7

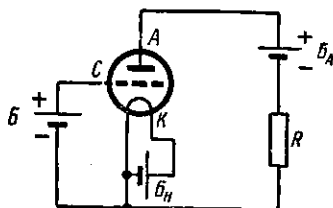


Рис. 21.8

Для улучшения действия электронной лампы в нее вводятся дополнительные сетки. Лампа с двумя сетками называется тетродом: (т. е. четырехэлектродной), с тремя — пентодом (пятиэлектродной). В § 22.6 будет рассмотрено применение трехэлектродной лампы как генератора электрических колебаний.

Появление электронных ламп и разнообразных устройств, основанных на их применении, сыграло огромную роль в развитии радио.

## § 21.5. Электроннолучевая трубка

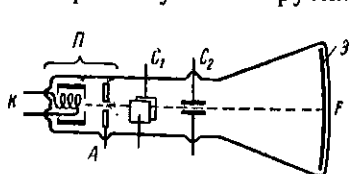


Рис. 21.9

1. Схема устройства представлена на рис. 21.9. В ее узкий конец вмонтирована так называемая электронная пушка П, состоящая из термокатода, анода и нескольких металлических колец. Электроны вылетают из катода, нагреваемого электрическим током, а электри-

ческое поле металлических колец (фокусирующего устройства) сводит их в узкий пучок, так называемый электронный луч. Широкое дно Э электроннолучевой трубки покрыто слоем флуоресцирующего вещества и служит экра-

ном. Экран под действием ударов попадающих на него электронов светится, и в том месте, куда попадает электронный луч, появляется обычно зеленое светлое пятнышко  $F$ .

Между электронной пушкой и экраном помещены управляющие электроды, образующие два конденсатора:  $C_1$  и  $C_2$ . Электрические поля заряженных конденсаторов взаимно перпендикулярны. Поле конденсатора  $C_1$  отклоняет луч в горизонтальном направлении, поле конденсатора  $C_2$  — в вертикальном. Изменяя напряжение на пластинах каждого из конденсаторов, можно отклонить электронный луч в любом направлении так, что пятнышко возникает на экране на различном расстоянии от его центра. В центр экрана электроны попадают, когда конденсаторы не заряжены.

2. *Электронным осциллографом* называется электроннолучевая трубка, применяемая для исследования быстропротекающих электрических процессов.

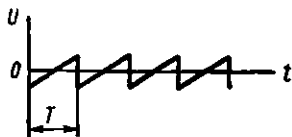


Рис. 21.10

Слово осциллограф означает «записывающий колебания». На первый конденсатор  $C_1$  осциллографа накладывается напряжение, изменяющееся во времени, как показано на рис. 21.10, так называемое пилообразное напряжение. На протяжении каждого периода оно сначала плавно растет, а затем мгновенно падает. Поэтому пятнышко на экране движется сначала слева направо, а потом мгновенно возвращается в исходное положение, а так как частота колебаний напряжения очень велика, то глаз все время видит горизонтальную светлую прямую. Если, например, на пластины второго конденсатора с вертикально направленным полем подать напряжение синусоидального переменного городского тока ( $\nu = 50 \text{ сек}^{-1}$ ), то при одновременном действии обоих конденсаторов электронный луч опишет развертку синусоидальных колебаний, представляющую собой осциллограмму исследуемого напряжения.

В некоторых типах электроннолучевых трубок отклонение электронного пучка производится магнитным полем. При этом вместо отклоняющих пластин действуют две взаимно перпендикулярные пары катушек, расположенные снаружи трубки. Каждая пара катушек создает перпендикулярное к лучу магнитное поле.

3. Электроннолучевые трубки имеют огромное практическое значение. Они применяются в радиолокационных установках, в телевизорах, в различных приборах. Без электронного осциллографа не обходится ни одна физическая лаборатория, им широко пользуются в медицине, биологии и т. д.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. На преодоление каких сил затрачивается работа выхода электрона из металла?
2. В каких единицах измеряется работа выхода?
3. Пользуясь схемой (см. рис. 21.1), придумайте опыт, который доказывал бы, что кинетическая энергия электронов в раскаленном металле больше, чем в холодном.
4. В чем состоит явление термоэлектронной эмиссии?
5. Опишите устройство диода.
6. Начертите для диода кривую зависимости анодного тока от анодного напряжения.
7. Что называется термоэлектрическим током насыщения?
8. Каким образом можно увеличить ток насыщения?
9. Как производится выпрямление переменного тока с помощью диода? Начертите схему и дайте объяснение.
10. Какой ток называется пульсирующим?
11. Что нужно сделать, чтобы использовать оба полупериода переменного тока при его выпрямлении?
12. Какая электронная лампа называется триодом?
13. Начертите схему включения триода как усилителя анодного тока.
14. Опишите устройство электроннолучевой трубки.
15. Что представляет собой электронный осциллограф?

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Сетка триода была соединена с катодом. Затем ее отключили от катода и соединили с анодом. Изменилась ли вследствие этого конечная скорость термоэлектронов у анода?
2. Электрон, движущийся со скоростью  $v$ , попадает в однородные взаимно перпендикулярные электрическое и магнитное поля. Электрическое поле направлено вниз, его напряженность  $E$ . Индукция магнитного поля  $B$ . При каких условиях направление скорости электрона останется неизменным?

**ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ**

**§ 22.1. Электромагнитное поле.** В шестидесятых годах прошлого столетия Д. К. Максвелл создал единую теорию электрических и магнитных явлений. Эта теория исходила из известных в то время экспериментальных фактов, на основании которых Максвелл сделал вывод о существовании электромагнитных волн и их распространении со скоростью света, а также об электромагнитной природе света.

Основная идея Максвелла состояла в том, что между электрическими и магнитными полями существует взаимная зависимость, а именно: изменяющееся со временем магнитное поле вызывает появление электрического поля, а изменение со временем электрического поля приводит к появлению магнитного поля. Первое положение подтверждается явлением электромагнитной индукции. Второе положение основано на том, что электрический ток всегда связан с изменением электрического поля и появлением магнитного поля. Опытным путем было доказано, что изменяющееся электрическое поле (например, поле в конденсаторе при его перезарядке) вызывает появление охватывающего его вихревого магнитного поля. Таким образом, изменяющееся электрическое поле по своему магнитному действию подобно электрическому току.

Изменение во времени электрического поля вызывает появление в пространстве сцепленного с ним магнитного поля. Но это магнитное поле также изменяется, а поэтому вокруг него возникает вихревое электрическое поле и т. д. *Электромагнитным называется поле, содержащее взаимосвязанные электрическое и магнитное поля, которые могут превращаться одно в другое.*

**§ 22.2. Электромагнитные волны. Скорость распространения электромагнитных волн.** Максвелл показал, что изменения электрического и магнитного полей не могут быть локализованы в пространстве, т. е. сосредоточены в определенной его части, а распространяются со скоростью света.

*Распространяющееся в пространстве переменное электромагнитное поле называется электромагнитными волнами.*



Периодически изменяющиеся электрическое и магнитное поля электромагнитной волны характеризуются векторами: напряженности  $\vec{E}$  электрического поля и напряженности  $\vec{H}$  магнитного поля. Вектор  $\vec{H}$  определяет лишь внешнее магнитное поле, создаваемое движущимися электрическими зарядами или изменяющимся магнитным полем.

Напряженность  $\vec{H}$  в данной точке магнитного поля представляет собой вектор, имеющий в изотропных\* средах то же направление, что и вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  в этой точке, но в  $\mu_0\mu$  раз меньший по числовой величине, чем  $\vec{B}$ :

$$H = \frac{B}{\mu_0\mu}, \text{ или } H = \frac{B_0}{\mu_0}.$$

Из этой формулы видно, что величина  $H$  не зависит от того, создано магнитное поле в вакууме или в любой

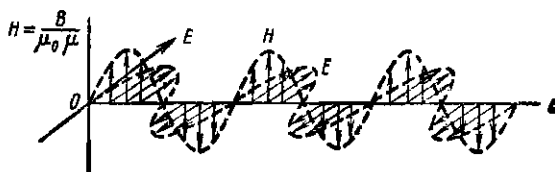


Рис. 22.1

другой среде. Магнитное поле изображают графически с помощью как линий индукции, так и линий напряженности.

В электромагнитной волне векторы напряженности  $\vec{E}$  электрического поля и напряженности  $\vec{H}$  магнитного поля взаимно перпендикулярны и всегда расположены в плоскостях, перпендикулярных к направлению распространения электромагнитной волны (рис. 22.1). Таким образом, электромагнитные волны являются поперечными волнами.

Скорость распространения электромагнитных волн в вакууме равна скорости света  $c = 3 \cdot 10^8$  м/сек.

\* Изотропностью называется независимость физических свойств от направления. Если взять кубик из изотропного тела, например стекла, и определять величину деформации под действием данной силы, тепловое расширение, электропроводность, показатель преломления и другие свойства стекла в направлениях, перпендикулярных к граням куба, или в направлении их диагоналей или диагоналей куба, то значения всех этих величин будут независимы от выбранных направлений.

Период  $T$  волны равен периоду переменного электромагнитного поля.

Длиной волны  $\lambda$  называется расстояние, на которое волна распространяется за один период. Следовательно,

$$\lambda = cT, \quad (22.1)$$

или, так как период и частота связаны между соотношением  $T = \frac{1}{\nu}$ ,

$$\lambda = \frac{c}{\nu}.$$

Линия, указывающая направление распространения потока энергии электромагнитной волны, называется лучом.

Исследования в различных областях физики позволили установить, что диапазон частот электромагнитных волн, а следовательно, и длин волн очень широк. При взаимодействии волн различной длины с веществом возникают разнообразные явления.

Рассматриваемые в этой главе электромагнитные колебания служат источником электромагнитных волн с частотами от  $10^4$  гц до  $10^{12}$  гц (или длинами волн, примерно, от 100 км до 0,1 мм). Эти волны называют радиоволнами.

**§ 22.3. Колебательный контур.** 1. При разряде конденсатора между его обкладками проскакивает искра. Если изготовить разрядник в виде спирали и вставить в эту спираль стальную спицу  $D$  (рис. 22.2), то спица намагничивается в магнитном поле разрядного тока. При этом ее намагничивание происходит иногда в одном направлении, иногда в противоположном, несмотря на то что знак заряда каждой пластины всегда один и тот же. Это можно объяснить только колебательным характером разряда: спица сохраняет магнетизм, соответствующий последнему направлению разрядного тока в спирали.

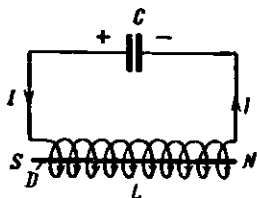


Рис. 22.2

Цепь, изображенная на рис. 22.2, называется *колебательным контуром*, а возникающие в ней переменные токи — *электромагнитными*, или *электрическими*, *колебаниями*. Колебательный контур всегда содержит емкость и индуктивность, а его омическое сопротивление не

должно быть большим. Рассмотрим подробнее процесс, происходящий при разряде конденсатора в колебательном контуре, и сравним его с колебаниями маятника.

2. На рис. 22.3 изображены колебательный контур и пружинный маятник (см. § 6.1). Контур состоит из конденсатора и катушки, а его активное сопротивление  $R \approx 0$ .

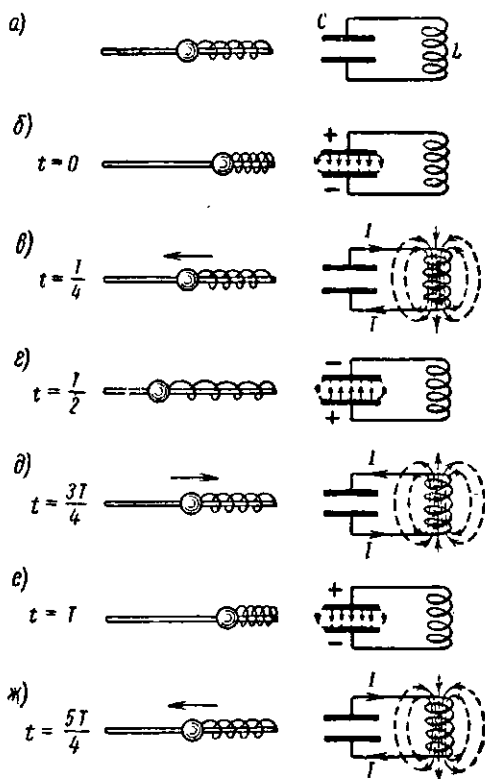


Рис. 22.3

а) Конденсатор не заряжен, тока в контуре нет. Как электрическая, так и магнитная энергии контура равны нулю. Механическая энергия (потенциальная и кинетическая) покоящегося в положении равновесия маятника также равна нулю (рис. 22.3, а).

б) Сообщим конденсатору в момент начала отсчета времени  $t=0$  электрический заряд. Между обкладками

конденсатора появилось электрическое поле. В контуре имеется запас энергии, равный энергии электрического поля конденсатора и измеряемый работой зарядки конденсатора. Маятник смещен вправо от положения равновесия и обладает потенциальной энергией, измеряемой работой сжатия пружины (рис. 22.3, б).

в) Начинается разряд конденсатора. Электрический ток вызывает появление магнитного поля, сосредоточенного в основном в катушке с большой индуктивностью. Энергия магнитного поля катушки растет за счет энергии убывающего электрического поля конденсатора. Когда конденсатор полностью разряжается, электрический ток в катушке не исчезает, а достигает максимального значения, так как к убывающему разрядному току, по закону Ленца, прибавляется ток самоиндукции одинакового с разрядным током направления. Поэтому в момент полной разрядки конденсатора вся энергия колебательного контура сосредоточена в магнитном поле катушки, и энергия магнитного поля достигает наибольшей величины. Аналогично, потенциальная энергия маятника, скрытая в сжатой пружине, при восстановлении ее формы переходит в кинетическую энергию маятника и полностью превращается в нее, когда маятник с наибольшей скоростью проходит по инерции через свое положение равновесия справа налево. Этот момент времени равен  $t = \frac{T}{4}$  (рис. 22.3, в).

г) Индуцированный ток, который течет в контуре до полного исчезновения магнитного поля катушки, перезаряжает конденсатор.

В результате энергия магнитного поля катушки полностью превращается в энергию электрического поля конденсатора, но направление последнего в момент  $t = \frac{T}{2}$  противоположно направлению поля конденсатора в момент  $t = 0$ . Аналогично этому кинетическая энергия маятника, движущегося по инерции влево от положения равновесия, затрачивается на работу растяжения пружины и полностью превращается в его потенциальную энергию в момент времени  $t = \frac{T}{2}$  (рис. 22.3, г).

д) Начинается разряд конденсатора. Разрядный ток вызывает появление магнитного поля в катушке и т. д. —

повторяется то, что происходило в первую четверть периода (см. пункт *в*), но ток в контуре течет теперь в обратном направлении. Наконец, при  $t = \frac{3T}{4}$  вся энергия контура превращается в энергию магнитного поля катушки. Аналогично, потенциальная энергия маятника, накопленная в растянутой пружине, при восстановлении ее формы переходит в кинетическую энергию маятника. Маятник движется теперь слева направо. В момент времени  $t = \frac{3T}{4}$  его кинетическая энергия максимальна (рис. 22.3, *д*).

е) Далее происходит то, что было описано в пункте *г*, с той разницей, что к концу четвертой четверти периода ( $t = T$ ) конденсатор заряжается так, как он был заряжен в момент времени  $t = 0$ , а маятник занимает крайнее правое положение (рис. 22.3, *е*).

Затем весь процесс происходит снова (рис. 22.3, *ж*, совпадает с рис. 22.3, *в*).

Электромагнитные колебания, которые мы рассмотрели, называются *свободными электромагнитными колебаниями*. Во время электромагнитных колебаний происходит периодическое превращение энергии электрического поля конденсатора в энергию магнитного поля тока в контуре.

## § 22.4. Период свободных электромагнитных колебаний.

1. Если активное сопротивление  $R$  колебательного контура равно нулю, то общая величина энергии контура остается неизменной, и свободные электромагнитные колебания называются *незатухающими*.

*Периодом свободных, или собственных, электромагнитных колебаний называется промежуток времени, в течение которого заряд конденсатора и разность потенциалов на его обкладках или тока в контуре проходят полный цикл изменений.*

Период  $T$  собственных незатухающих колебаний в контуре определяется по формуле Томсона

$$T = 2\pi \sqrt{LC}, \quad (22.2)$$

где  $L$  — индуктивность контура в генри,  $C$  — емкость конденсатора в фарадах;  $T$  измеряется в секундах. Величина  $T$  зависит только от индуктивности и емкости контура.

Частота  $\nu$  собственных колебаний контура равна

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}, \quad (22.3)$$

а их циклическая частота

$$\omega = 2\pi\nu = \sqrt{\frac{1}{LC}}. \quad (22.4)$$

Разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$  на обкладках конденсатора в любой момент времени равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{C}.$$

Емкость  $C$  конденсатора — величина постоянная, поэтому изменения со временем разности потенциалов на его обкладках происходят по тому же закону, что и изменения заряда  $q$ .

В тот момент времени, когда конденсатор полностью разряжен ( $q=0$ ,  $\varphi_1 - \varphi_2=0$ ), сила тока в контуре достигает наибольшего значения  $I_{\max}$ , а когда конденсатор перезарядится, сила тока равна нулю. Максимум силы тока наступает на  $\frac{1}{4}$  пе-

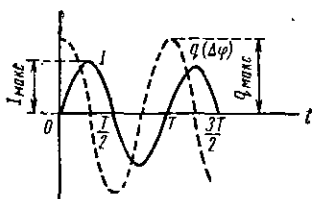


Рис. 22.4

риода позже, чем максимум заряда и разности потенциалов. Иначе говоря, колебания силы тока отстают по фазе на  $\frac{\pi}{2}$  от колебаний заряда и разности потенциалов. На рис. 22.4 приведены графики зависимости от времени заряда  $q$  конденсатора и силы тока  $I$  в контуре.

2. Активное сопротивление  $R$  проводов контура на практике всегда больше нуля. Часть энергии контура за каждый период затрачивается на преодоление сопротивления и выделяется в нем в виде джоулева тепла, которое рассеивается. Первоначальный запас энергии свободных колебаний постепенно убывает, и колебания затухают.

**§ 22.5. Вынужденные электромагнитные колебания. Электрический резонанс.** Для того чтобы электромагнитные колебания в контуре не затухали, нужно восстанавливать происходящие в нем потери энергии. Это можно сделать,

включив параллельно колебательному контуру или последовательно с емкостью и индуктивностью источник с синусоидально изменяющейся э. д. с. (рис. 22.5, а и б). Тогда в контуре возбуждаются так называемые *вынужденные электромагнитные колебания*, частота которых равна

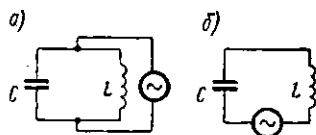


Рис. 22.5

частоте возбуждающей их переменной э. д. с. Амплитуда вынужденных колебаний поддерживается неизменной, пока источник э. д. с. не выключен.

Если амплитудное значение возбуждающей э. д. с. оставлять неизменным, а ее частоту изменять, то амплитуда вынужденных колебаний меняется. Эта зависимость приведена на рис. 22.6. Верхняя кривая показывает, что при приближении частоты  $\nu_{\text{возб}}$  внешней э. д. с. к частоте  $\nu_0$  свободных колебаний контура амплитуда сила тока в контуре резко возрастает.

Явление резкого увеличения амплитуды вынужденных колебаний силы тока в колебательном контуре при приближении частоты возбуждающей э. д. с. к частоте собственных колебаний контура называется *явлением резонанса*, а полученная кривая — *резонансной кривой контура*.

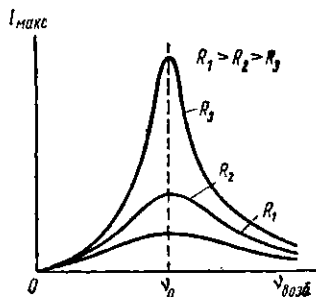


Рис. 22.6

Если активное сопротивление  $R$  контура увеличивать, то увеличиваются потери на джоулево тепло, и максимум при резонансе получается более низким и пологим. На рис. 22.6  $R_1 > R_2 > R_3$ .

**§ 22.6. Триод, как генератор незатухающих электромагнитных колебаний.** На рис. 22.7 показана схема включения трехэлектродной лампы как генератора незатухающих электромагнитных колебаний. В анодную цепь лампы включены последовательно колебательный контур, состоящий из емкости  $C$  и индуктивности  $L$ , и анодная батарея  $B_A$ . Катод нагревается батареей  $B_n$ . В цепь сетки включена катушка  $L_1$ , которая связана индуктивно с ка-

тушкой  $L$  — обе катушки образуют как бы обмотки трансформатора без железного сердечника.

Замкнем цепь накала, а затем анодную цепь. В анодной цепи потечет постоянный анодный ток, который, проходя через колебательный контур, заряжает конденсатор  $C$  до разности потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$  между его обкладками, равной напряжению на катушке  $L$ . Вследствие случайных небольших изменений тока в лампе анодный ток становится переменным по величине, а это вызывает электрические колебания в контуре. Изменение силы тока в катушке  $L$  наводит в катушке  $L_1$  переменную э. д. с. индукции  $\mathcal{E}_i$ . Сетка  $G$  заряжается то положительно, то отрицательно по отношению к катоду, причем период колебаний сеточного напряжения  $U_G$  равен периоду колебаний в контуре. Если  $\mathcal{E}_i$  совпадает по фазе с током в контуре, то переменный ток в анодной цепи усиливается. Таким образом, колебательный контур влияет через индуктивность  $L_1$  на ток в анодной цепи, а этот ток в свою очередь воздействует на колебательный контур — получается так называемая обратная связь, осуществляемая через катушку  $L$  (катушку обратной связи).

Потери энергии в контуре за каждый период колебаний восполняются энергией, получаемой за то же время от анодной батареи  $B_A$ , и колебания в контуре поддерживаются незатухающими. Генератор электромагнитных колебаний является важной частью радиопередатчика.

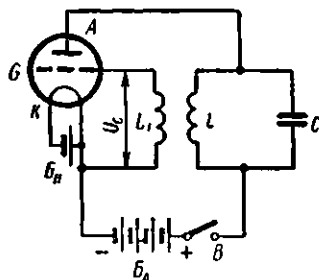


Рис. 22.7

**§ 22.7. Открытый колебательный контур.** Рассмотренный нами колебательный контур излучает лишь ничтожную часть своей энергии в виде электромагнитных волн и поэтому непригоден как их источник. Этот контур представляет собой почти замкнутую электрическую цепь, прерванную лишь тонким слоем изолятора на конденсаторе. Возникающее в контуре переменное магнитное поле сосредоточено преимущественно в катушке, а переменное электрическое поле — между пластинами конденсатора. На рис. 22.8 показан переход от почти замкнутого колеба-



тельного контура (22.8, а) к открытой системе (22.8, в). Пунктиром изображены электрические силовые линии. Такая открытая цепь излучает электромагнитные волны значительно лучше, чем колебательный контур.

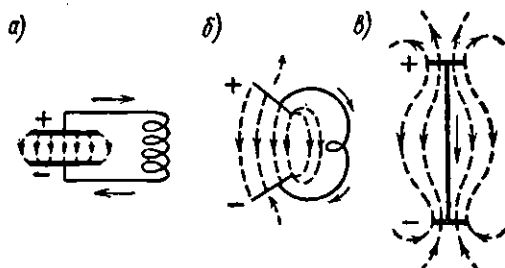


Рис. 22.8

Поэтому радиопередатчики содержат, кроме генератора электромагнитных колебаний, еще незамкнутую проводочную цепь, называемую *антенной*. На рис. 22.9 приведена схема радиопередатчика. Антенна *A* связана индуктивно через катушку  $L_A$  с колебательным контуром генератора электромагнитных колебаний.

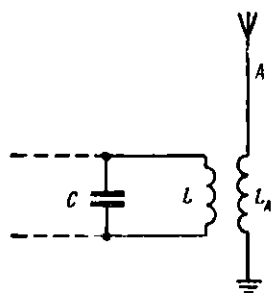


Рис. 22.9

**§ 22.8. Изобретение радио А. С. Поповым.** Впервые радиопередача была осуществлена в 1895 г. А. С. Поповым, который сконструировал первый в мире радиоприемник и изобрел высоко поднятую антенну. Схема передатчика Попова изображена на рис. 22.10.

Колебательный контур состоит из индуктивности — вторичной обмотки inductionной катушки  $L$ , питаемой батареей  $B$ , и емкости — искрового промежутка  $ab$ . Если нажать на ключ  $K$ , то в искровом промежутке  $ab$  катушки проскакивает искра, которая, как мы знаем, представляет собой колебательный процесс. Она вызывает электромагнитные колебания в антенне  $A$ . Антенна является открытым вибратором и излучает электромагнитные волны. Электромагнитные волны, достигнув антенны приемной станции (рис. 22.11), возбуждают в ней электромагнитные колебания.

Для регистрации принятых волн А. С. Попов применил специальный прибор — когерер  $K$ , состоящий из стеклянной трубки, в которой находятся металлические опилки. В левый конец трубки введена металлическая пластинка  $B$ , в правый — провод  $C$ , соприкасающийся с опилками. В обычных условиях сопротивление опилок, неплотно прилегающих друг к другу, велико, но под действием электрических колебаний между опилками проскакивают маленькие искорки, опилки слипаются, и сопротивление когерера резко уменьшается. Если встряхнуть трубочку или слегка ударить по ней, то опилки распадаются, и их сопротивление снова возрастает. Попов придумал устройство, автоматически, с помощью электромагнитного реле, восстанавливающее высокое сопротивление опилок. Он включил когерер в цепь, содержащую источник э. д. с.  $B_1$  и звонок, молоточек которого при действии звонка мог ударять по резиновой трубке  $T$ . Когда сопротивление

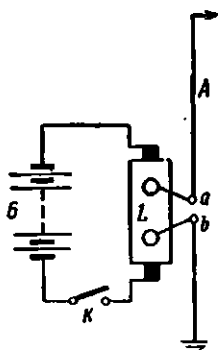


Рис. 22.10

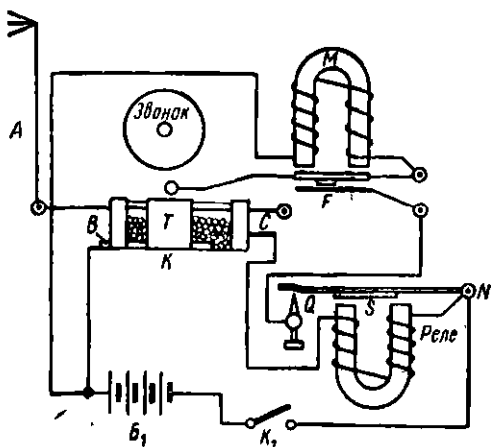


Рис. 22.11

когерера велико, сила тока, постоянно идущего в цепи  $B_1BCN B_1$ , недостаточна для притягивания якоря в реле. С появлением электромагнитной волны сопротивление

когерера падает, ток в цепи  $B_1BCNB_1$  усиливается, якорь реле замыкает в точке  $Q$  цепь электромагнита  $M$ , включенного параллельно цепи когерера, и молоточек звонка, сигнализирует о приходе волны. При этом цепь электромагнита  $M$  размыкается в точке  $F$ , и молоточек ударяет по когереру. Сопротивление когерера увеличивается и реле размыкает цепь звонка. На одиночную волну прибор отвечает коротким звонком, а на непрерывно принимаемые волны — частыми звонками через равные промежутки времени.

Реле позволило Попову не регистрировать непосредственно принимаемые антенной волны, а использовать их малую энергию для управления источником энергии,

который питает аппарат, регистрирующий появление этих волн. В современных радиоприемниках также применен принцип реле: слабые сигналы, подводимые к сетке триода, управляют питающим лампу источником энергии.

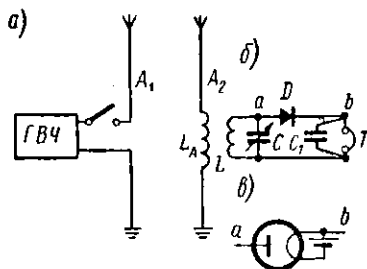


Рис. 22.12

## § 22.9. Излучение и прием электромагнитных волн.

1. В первые годы после изобретения радио с его помощью передавались только телеграфные сигналы на сравнительно небольшие расстояния. Теперь по радио можно передавать музыку, речь, фотоснимки, оно используется для телевидения и т. д.

Рассмотрим, как осуществляется простейшая звуковая радиосвязь. В передатчике (рис. 22.12, а) генератор высокой частоты (ГВЧ) создает незатухающие колебания определенной частоты, а соединенная с ним антенна  $A_1$  излучает электромагнитные волны. Если передаются звуковые колебания, то в передатчике происходит *модулирование высокочастотных электромагнитных колебаний*. Это значит, что в цепи микрофона возбуждаются колебания электрического тока, соответствующие действующим на него звуковым колебаниям. Колебания электрического тока (показанные на рис. 22.13, а) изменяют амплитуду высокочастотных колебаний контура, вид которых приведен на рис. 22.13, б.

В результате высокочастотные колебания становятся модулированными (см. рис. 22.13, в).

На большом расстоянии от передатчика находится приемник электромагнитных волн (рис. 22.12, б). В его антенне  $A_2$  под действием достигших ее модулированных электромагнитных волн индуцируется переменная модулированная э. д. с. Вследствие индуктивной связи катушек  $L_A$  и  $L_B$  в контуре, если он настроен в резонанс с радиопередатчиком, возникают такие же колебания. Настройка радиоприемника осуществляется конденсатором  $C$  переменной емкости. Чтобы электромагнитные волны других станций не мешали приему, настройка должна быть очень точной, или, как говорят, острой.

К колебательному контуру приключена цепь детектора  $D$ , который состоит из полупроводникового кристалла. В детекторе модулированный переменный ток выпрямляется (выпрямленный ток показан на рис. 22.13, г). Далее лишние колебания отделяются от звуковых частот

конденсатором  $C_1$ , включенным в цепь детектора параллельно с телефоном  $T$ . Емкость  $C_1$  должна быть такой величины, чтобы конденсатор был легко проходим для токов высокой частоты, но чтобы его емкостное сопротивление  $R_C = \frac{1}{\omega C_1}$  было непреодолимо для звуковых частот.

Тогда токи звуковых частот (рис. 22.13, д) будут проходить через телефон.

2. Простейший ламповый радиоприемник отличается от только что рассмотренного тем, что вместо кристаллического детектора между точками  $a$  и  $b$  включают диод, как показано на рис. 22.12, в. Процесс детектирования такой же, как в детекторном приемнике: сначала модулированный переменный ток высокой частоты выпрямляется в диоде, затем конденсатор  $C_1$  отделяет ток высокой

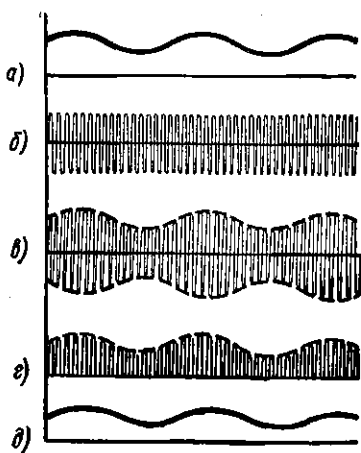


Рис. 22.13

частоты от тока звуковой частоты, который и проходит через телефон.

**§ 22.10. Принцип радиолокации.** 1. Радиолокацией называется определение положения предметов в пространстве при помощи радиосигналов. Электромагнитные волны свободно распространяются в вакууме и в диэлектриках, но от металлов отражаются. На свойстве радиоволн отражаться от металлического корпуса самолета, корабля и т. п. основана радиолокация.

Радиолокационная установка состоит из двух частей: *передающей* и *приемной*. Передатчик посылает в пространство направленное электромагнитное излучение, которое отражается от цели или рассеивается ею. Приемник воспринимает отраженную или рассеянную целью электромагнитную волну. Зная скорость  $c$  распространения электромагнитных волн и промежуток времени  $t$ , прошедший от момента посылки сигнала до его возвращения в приемную часть установки, легко определить расстояние  $s$  до цели. Так как

$$2s = ct,$$

то

$$s = \frac{ct}{2}. \quad (22.5)$$

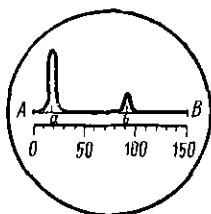


Рис. 22.14

Для определения расстояния от радиолокатора до цели применяется *электронный осциллограф*. Линия  $AB$  на его экране (рис. 22.14) получается вследствие наложения на конденсатор пилообразного напряжения, которое включается в момент посылки сигнала передающей частью локатора. Этот сигнал дает на экране большой импульс  $a$ . Через некоторое время в приемную часть локатора, также соединенную с осциллографом, приходит эхо-сигнал от обнаруженной цели и дает на экране импульс  $b$ . Импульс  $b$  сдвинут относительно импульса  $a$  на промежуток времени  $t$ , в течение которого радиосигнал успевает два раза пройти расстояние  $s$  от установки до цели. Зная, что светлосе пятнышко пробегает расстояние  $AB$  на экране за время, равное периоду  $T$  пилообразных колебаний напряжения, легко определить промежуток времени  $t$  из соотношения  $\frac{t}{T} = \frac{ab}{AB}$ . Но этого даже не нужно делать, так как на

экране радиолокатора помещается шкала, непосредственно показывающая расстояние  $s = \frac{ct}{2}$ .

Частота электромагнитных волн, посылаемых радиолокатором,  $10^8$ — $10^{11}$  гц. Радиус действия радиолокационных установок измеряется несколькими сотнями километров. Туман и облака совершенно прозрачны для радиоволн, поэтому радиолокаторы могут работать в любую погоду и, конечно, в любое время суток.

В заключение этой главы отметим, что в настоящее время радиотехнические приборы и методы проникли во все области техники, ими пользуются в самых различных научных исследованиях. Приводим некоторые из них: радио- и телевизионные передачи на огромные расстояния на Земле и в космосе, радиолокация, исследование не только поверхности, но и более глубоких слоев Луны и других небесных тел, исследование излучений небесных тел, радионавигация и т. д. Радиофизическая аппаратура усовершенствовала технику физического эксперимента, а также опытов и наблюдений в химии, биологии, медицине, металлургии и др.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Какие положения лежат в основе электромагнитной теории Максвелла?
2. Что представляет собой электромагнитное поле?
3. Чем отличается напряженность магнитного поля от магнитной индукции?
4. Что называется электромагнитными волнами?
5. Дайте определения периода электромагнитной волны, длины волны.
6. Каково соотношение между длиной волны, ее частотой и скоростью распространения?
7. Опишите процесс электромагнитных колебаний в колебательном контуре.
8. Напишите формулу Томсона для периода собственных электромагнитных колебаний контура; для циклической частоты этих колебаний.
9. Почему свободные электромагнитные колебания в контуре затухают и как получить незатухающие колебания?
10. В чем состоит явление электрического резонанса?
11. Опишите, начертив схему, устройство триода и его действие как генератора электромагнитных колебаний.
12. Для чего колебательный контур делается открытым? Что такое антенна?
13. Каков диапазон частот радиоволн?
14. Расскажите об изобретении А. С. Попова.

15. Какие электромагнитные колебания называются модулированными?

16. Как в детекторном радиоприемнике модулированные высокочастотные электромагнитные колебания превращаются в выпрямленные электромагнитные колебания звуковой частоты?

17. Чем отличается простейший ламповый радиоприемник от детекторного?

18. В чем состоит принцип радиолокации?

19. Какова роль электронного осциллографа в радиолокаторе?

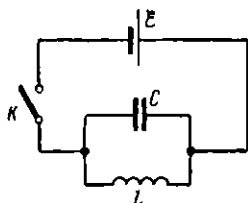


Рис. 22.15

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 22.1.** Замкнутая электрическая цепь состоит из включенных последовательно источника постоянной э. д. с.  $\mathcal{E}$ , колебательного контура, состоящего из катушки с индуктивностью  $L=2$  мГн и конденсатора емкостью  $C=8$  мкФ, и ключа  $K$  (рис. 22.15). Когда ключ размыкают, в колебательном контуре возникают электромагнитные колебания. Определите характер этих колебаний и их частоту.

**Дано (СИ):**

$$L=2 \text{ мГн}; \\ C=8 \text{ мкФ} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ ф.}$$

$\nu = ?$

провода контура, и частично на излучение электромагнитных волн.

б) Частота собственных колебаний контура определяется по формуле

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Подставив данные, получаем

$$\nu = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{2 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}} \text{ сек}^{-1} = 39,8 \text{ сек}^{-1}.$$

**Задача 22.2.** Емкость контура равна  $300$  пФ. Какова должна быть индуктивность контура, чтобы он резонировал на частоту электромагнитных колебаний, равную  $10^6 \text{ сек}^{-1}$ ?

**Дано (СИ):**

$$C=300 \text{ пФ} = 300 \cdot 10^{-12} \text{ ф} = \\ = 3 \cdot 10^{-10} \text{ ф}; \\ \nu = 10^6 \text{ сек}^{-1}.$$

$L = ?$

**Решение**

Из формулы для частоты колебаний контура

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\text{находим } L = \frac{1}{4\pi^2 C \nu^2}.$$

Подставляем данные:

$$L = \frac{1}{4 \cdot 9,86 \cdot 3 \cdot 10^{-10} \cdot 10^{11}} \text{ гн} \approx 85 \cdot 10^{-6} \text{ гн}.$$

**Задача 22.3.** Чему равен период колебаний в контуре, излучающем электромагнитную волну длиной 600 м? 60 м?

**Дано (СИ):**

$$\lambda_1 = 600 \text{ м};$$

$$\lambda_2 = 60 \text{ м}.$$

$$T_1 = ? \quad T_2 = ?$$

**Решение**

Период колебаний контура равен периоду излучаемой им волны, т. е. промежутку времени, в течение которого электромагнитные колебания распространяются со скоростью  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/сек}$  на расстояние длины волны  $\lambda$ . Поэтому

$$T_1 = \frac{\lambda_1}{c}; \quad T_2 = \frac{\lambda_2}{c}.$$

Подставляем данные:

$$T_1 = \frac{600}{3 \cdot 10^8} \text{ сек} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ сек};$$

$$T_2 = \frac{60}{3 \cdot 10^8} \text{ сек} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ сек}.$$

**Задача 22.4.** Частота повторения импульсов, посылаемых радиолокатором,  $\nu = 1500 \text{ гц}$ , длительность одного импульса  $\tau = 1 \text{ мксек}$ . Каковы наибольшее и наименьшее расстояния, на которых локатор может обнаружить цель?

**Дано (СИ):**

$$\nu = 1500 \text{ гц};$$

$$\tau = 1 \text{ мксек} = 10^{-6} \text{ сек}.$$

$$s_{\text{макс}} = ? \quad s_{\text{мин}} = ?$$

**Решение**

Промежуток времени  $t$ , в течение которого электромагнитные волны, движущиеся со скоростью

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/сек},$$

проходят расстояние  $s$  от локатора до цели и обратно, не должен быть больше периода  $T$  этих волн, так как иначе эхо-сигнал не успеет вернуться, пока электронный луч вычерчивает на экране отрезок  $AB$ . Вместе с тем  $t$  не должно быть больше длительности  $\tau$  одного импульса, так как иначе эхо-сигнал будет накладываться на посылаемый сигнал. Поэтому

$$s_{\text{макс}} = \frac{ct}{2} = \frac{cT}{2} \quad \text{и} \quad s_{\text{мин}} = \frac{c\tau}{2} = \frac{c\tau}{2}.$$

Подставляем данные:

$$s_{\text{макс}} = \frac{cT}{2} = \frac{c}{2\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 1500} \text{ м} = 10^5 \text{ м} = 100 \text{ км};$$

$$s_{\text{мин}} = \frac{c\tau}{2} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-6}}{2} \text{ м} = 150 \text{ м}.$$



## ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Пластины плоского конденсатора, включенного в колебательный контур, сближают. Как будет изменяться частота электромагнитных колебаний в контуре?

2. Как изменится сопротивление прямолинейного проводника току высокой частоты, если проводник свернуть в спираль?

3. Разветвление электрической цепи состоит из двух параллельно включенных прямолинейных проводников. В цепи проходят одновременно постоянный ток и ток высокой частоты. Что нужно сделать для того, чтобы в одной ветви протекал только постоянный ток, а в другой — только высокочастотный?

4. Каков период колебаний в контуре емкостью  $4 \text{ нФ}$  ( $4 \cdot 10^{-9} \text{ ф}$ ) и индуктивностью  $1 \text{ мГн}$  ( $10^{-3} \text{ Гн}$ )?

5. На какую длину волны будет резонировать контур, обладающий индуктивностью  $0,15 \text{ мГн}$  и емкостью  $0,6 \text{ нФ}$ ?

6. Частота электромагнитных волн, посылаемых радиолокатором, равна  $10^{11} \text{ Гц}$ . Какова длина волн?

## ЧАСТЬ IV

# ОПТИКА И СТРОЕНИЕ АТОМА

### Глава 23

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТА

**§ 23.1. Источники света. Световые лучи. Закон прямолинейного распространения света.** 1. Согласно гипотезе о единстве законов распространения света в прозрачных средах и электромагнитных волн в диэлектриках, которая лежит в основе электромагнитной теории Д. К. Максвелла (1873), свет представляет собой электромагнитные волны очень малой длины волны. Эта теория была подтверждена экспериментами Г. Герца (1883). Герц получил короткие электромагнитные волны при помощи изобретенного им вибратора — открытого колебательного контура в виде прямого стержня с искровым промежутком посередине — и исследовал их в лабораторных условиях. Оказалось, что электромагнитные волны распространяются со скоростью, равной скорости света, что они отражаются, преломляются и интерферируют \* по тем же законам, что и свет. Электромагнитная энергия излучается в виде световых волн атомами *источника света*.

*Источниками света называются тела, испускающие свет самостоятельно*, например Солнце, звезды, электрические лампы, пламя и т. д.

2. Линия, указывающая *направление распространения потока энергии световых волн, называется лучом*. Когда световой луч попадает в наш глаз, мы видим источник света. Мы видим также те тела, которые отражают лучи, попавшие на них от источника света: днем — окружающие нас предметы, а в темноте — предметы, освещенные каким-либо источником света.

---

\* См. § 27.1.

Понятие световых лучей как прямых линий, вдоль которых распространяется свет, существует с древних времен. Это понятие, как и заключенный в нем закон прямолинейного распространения света, основано на следующих опытах.

а) Пусть в точке  $L$  (рис. 23.1, а) находится источник света, линейными размерами которого можно пренебречь

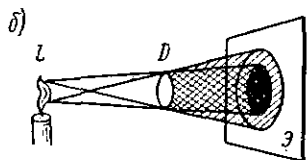
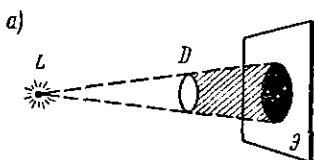


Рис. 23.1

по сравнению с расстояниями, рассматриваемыми в данной задаче. Поместим между этим источником света и экраном  $\mathcal{E}$  препятствие в виде непрозрачного диска  $D$ . На экране появится тень диска, очерченная лучами, исходящими из точечного источника  $L$  и касательными к краям диска.

б) Если размеры источника света таковы, что ими нельзя пренебречь по сравнению с рассматриваемыми расстояниями, то на экране получается, кроме тени, еще полутень (рис. 23.1, б).

Наблюдатель, который находится в области тени, не может увидеть источник света, но, переместившись в область полутени, он увидит часть источника. Например, полное солнечное затмение наблюдается в тех точках земной поверхности, через которые

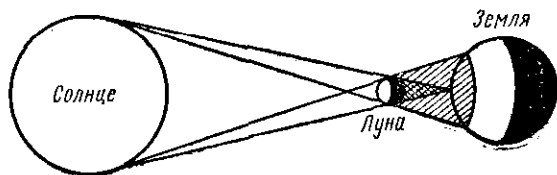


Рис. 23.2

(при вращении Земли) проходит тень, отбрасываемая Луной, когда Луна находится между Солнцем и Землей (рис. 23.2). В тех же участках земной поверхности, через которые проходит область лунной полутени, наблюдается частное солнечное затмение.

в) Наконец, доказательством справедливости закона прямолинейного распространения света может служить

получение изображения на стене темной камеры при помощи малого отверстия в ее передней стенке. Освещенный предмет помещается перед отверстием. Форма и размер изображения свидетельствуют о том, что его создали прямолинейные лучи, прошедшие сквозь отверстие (рис. 23.3).

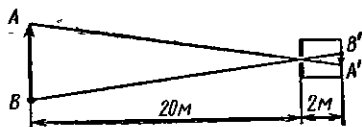


Рис. 23.3

Закон прямолинейного распространения света нарушается: в случае получения тени — при очень больших по сравнению с размерами источника света расстояниях от препятствия до экрана, а в случае получения изображения — при очень малых размерах отверстия. Эти явления будут объяснены в гл. 27.

**§ 23.2. Скорость света.** Скорость света в вакууме является одной из наиболее важных физических констант. Ее определение имело огромное значение для обоснования электромагнитной теории света. Тот факт, что скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника света и одинакова во всех системах, движущихся равномерно и прямолинейно, привел к установлению А. Эйнштейном принципа относительности. Величина скорости света ( $c = 3 \cdot 10^8$  м/сек) огромна, поэтому измерить ее было очень трудно, и долгое время считали, что свет распространяется мгновенно. Впервые измерить скорость света удалось датчанину Олафу Ремеру во второй половине XVII в. Ремер произвел вычисления скорости света на основании астрономических наблюдений и получил величину, почти на одну треть меньшую истинного ее значения, а именно  $2,15 \cdot 10^8$  м/сек. После этого скорость света многократно измерялась различными и все более точными способами. Остановимся на интересном методе, примененном американским ученым А. Майкельсоном (1926).

Майкельсон расположил свою установку на двух горных вершинах (Вильсон и Антонио), находящихся на расстоянии 35,4 км друг от друга в Калифорнии. На рис. 23.4 показана схема установки, главная часть которой была смонтирована на горе Вильсон. Свет от мощного источника — электрической дуги — проходит через щель S и падает на грань  $a$  восьмигранного призматического

зеркала  $A$ , которое может вращаться с очень большой угловой скоростью. Отраженный от этой грани луч, отразившись от плоских зеркал  $b$  и  $c$ , попадает на параболическое зеркало  $B$ . Отражившись от него, луч пересекает расстояние от  $B$  до горы Антонио и там отражается от параболического зеркала  $D$ . Затем луч возвращается к горе Вильсон, снова отражается от параболического зеркала  $B$  от плоских зеркал  $i$  и  $k$  и попадает на грань  $l$  восьмигранного зеркала  $A$ . Затем, отразившись от него и претерпев полное внутреннее отражение в призме  $nm$ , он дает изображение  $S'$  щели  $S$  в зрительной трубе  $T$ . При неподвижной призме грань  $l$  была противоположна

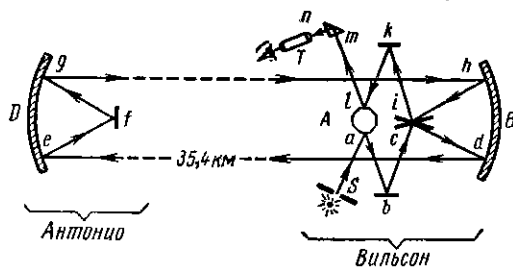


Рис. 23.4

грани  $a$ . Когда же призма вращалась, ее угловую скорость подбирали так, чтобы за время поворота призмы на  $1/8$  полного оборота луч света пробежал путь от призмы к зеркалу  $B$  на горе Вильсон, затем к  $D$  на горе Антонио и обратно к призме  $A$ . За это время вместо грани  $l$  становилась следующая грань  $l'$ , а изображение  $S'$  в зрительной трубе оставалось почти на том же месте.

Зная время, в течение которого зеркало  $A$  повернулось на  $1/8$  полного оборота, и путь, пройденный лучом за это время, можно (с поправкой на смещение изображения  $S'$  в трубе) очень точно определить скорость распространения света. Майкельсон получил значение

$$c = (299796 \pm 4) \text{ км/сек}^*.$$

Позднейшие еще более точные измерения дали результат

$$c = (2,997925 \pm 0,000005) \cdot 10^8 \text{ м/сек}.$$

\* Советуем вернуться к опыту Майкельсона после усвоения законов отражения (24.1).

При решении простых задач скорость света можно считать равной  $3 \cdot 10^8$  м/сек.

Скорость света в разных средах различна — это следует из теории Максвелла и подтверждено опытами. Так, скорость света в воздухе равна 0,99971 скорости света в вакууме, а скорость света в воде в 1,33 раза меньше, чем в воздухе. В среде с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и относительной магнитной проницаемостью  $\mu$  скорость  $v$  света равна

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}. \quad (23.1)$$

В непрозрачных средах, например металлах, свет не распространяется. Относительная магнитная проницаемость почти всех прозрачных веществ равна единице, поэтому в однородной прозрачной среде скорость света определяется формулой

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}}. \quad (23.2)$$

**§ 23.3. Основные фотометрические величины.** 1. *Фотометрией* называется та область учения о свете, в которой рассматриваются измерения энергии, переносимой световыми волнами, и других величин, связанных с этой энергией.

Источники световой энергии разнообразны: тело, нагретое до высокой температуры; газ, через который пропускается электрический ток (вольтова дуга, искра, тлеющее свечение); некоторые вещества при химических реакциях и т. д. Ярчайшее свечение возникает при термоядерных реакциях.

Форма и размеры обычных источников света разнообразны, вследствие чего световые потоки, посылаемые этими источниками в разных направлениях, могут быть неодинаковыми. Введем для упрощения понятие *точечного источника света*.

*Точечным называется источник света, размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстояниями, рассматриваемыми в данной задаче, и излучающий световую энергию равномерно во все стороны.*

Таким образом, звезда, которая может быть в тысячи раз больше Земли, служит для нас образцом точечного

а, а пламя свечи на расстоянии нескольких метров не является точечным источником. И самым важным свойством света является способность переносить энергию. Под действием нагреваются, возникают электрические токи (фотоэлектрический эффект), происходят фотохимические реакции (например, при загаре), излучение вызывает зрительное ощущение и т. д. *Потоком  $\Phi$  называется энергия, переносимая светом за единицу времени, т. е. мощность лучистой энергии, падающая на световую поверхность.*

Светового потока — люмен (лм). Световому люмену соответствует энергетическая мощность в ваттах. Эта мощность зависит от состава света.

Поток может неравномерно распределяться по поверхности. Для характеристики излучения в определенном направлении вводится понятие силы света.

Если источник излучается точечным источником, то можно определить величину светового потока, падающего на телесный угол с вершиной в точке  $L$ .

*$I$  есть отношение светового потока  $\Phi$ , излучаемого в телесный угол  $\omega$ , к величине этого угла*

$$I = \frac{\Phi}{\omega}, \quad (23.3)$$

приходящий в данном направлении на телесный угол в один стерадиан.

Если источник света излучает свет равномерно во все стороны, то сила света в любом направлении будет равна

$$I = \frac{\Phi_0}{4\pi}, \quad (23.4)$$

где  $\Phi_0$  — излучаемый поток.

Сила света измеряется в лм/стер, или свечах (св)\*. Измеряется при помощи особых ламп, работающих при определенном режиме.

Для количественной оценки освещения той или иной поверхности вводится величина, называемая освещенностью  $E$ , являющаяся отношением падающего на нее светового потока  $\Phi$  к площади  $S$  этой поверхности. Если световой поток  $\Phi$  падает на поверхность  $S$ , то

$$E = \frac{\Phi}{S}. \quad (23.5)$$

Освещенность является шестой основной единицей СИ (см. § 3.7).

Единица освещенности — люкс (лк) — определяется из формулы (23.5): люкс равен освещенности поверхности площадью в один квадратный метр, на которую падает равномерно распределенный световой поток в один люмен:

$$1 \text{ лк} = \frac{1 \text{ лм}}{1 \text{ м}^2}.$$

**§ 23.4. Законы освещенности.** 1. Пусть источник излучает световой поток  $\Phi$  внутри телесного угла  $\omega$ . Если лучи падают на перпендикулярную к ним площадку  $S$ , то освещенность  $E$  поверхности  $S'$  равна

$$E = \frac{\Phi}{S}.$$

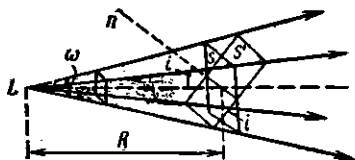


Рис. 23.5

Расположим на пути лучей площадку  $S'$  на расстоянии  $R$  от источника света  $L$ . Пусть на нее под углом  $i^*$  падают лучи, заключенные внутри телесного угла  $\omega$  (рис. 23.5). Этот угол

$$\omega = \frac{S}{R^2},$$

где  $S$  — площадка, перпендикулярная к лучам света, причем  $S = S' \cos i$ . Тогда

$$\omega = \frac{S' \cos i}{R^2},$$

откуда

$$S' = \frac{\omega R^2}{\cos i},$$

а освещенность площадки  $S'$ , если учесть, что  $\Phi = I\omega$  [формула (23.3)]

$$E = \frac{\Phi}{S'} = \frac{I\omega \cos i}{\omega R^2} = \frac{I}{R^2} \cos i. \quad (23.6)$$

Следовательно,

1) освещенность, создаваемая точечным источником света, убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от источника;

2) освещенность пропорциональна косинусу угла падения.

\* Т. е. падающий луч образует угол  $i$  с перпендикуляром, восстановленным из точки его падения.



Приводим значения освещенности, необходимые для работы и создаваемые в естественных условиях.

Значения освещенности (в люксах) в некоторых типичных случаях:

Освещенность в ясный день на солнце . . . . .	100 000
» в пасмурный день . . . . .	1000
» в ясный день в светлой комнате . . . . .	100
» необходимая для тонких работ . . . . .	100—200
» необходимая для чтения . . . . .	50
» ночью при полной луне . . . . .	0,2
» от ночного неба в безлунную ночь . . . . .	0,0003

**§ 23.5. Фотометры.** *Фотометром* называется прибор, служащий для определения силы света источника. Его действие основано на законах освещенности и на свойстве

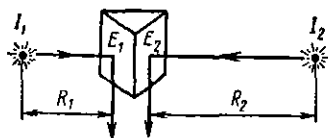


Рис. 23.6

глаза устанавливать равенство освещенности двух соприкасающихся поверхностей. Рассмотрим простой фотометр, в котором соприкасающимися поверхностями служат две грани трехгранной призмы, окрашенные в белый цвет.

Пусть эти две грани призмы освещаются двумя источниками света:  $I_1$  и  $I_2$  (рис. 23.6). Освещенности обеих граней равны соответственно:

$$E_1 = \frac{I_1}{R_1^2} \cos i \quad \text{и} \quad E_2 = \frac{I_2}{R_2^2} \cos i,$$

где  $R_1$  — расстояние первой грани от источника  $I_1$ ,  $R_2$  — расстояние второй грани от источника  $I_2$ . Лучи падают на обе грани под одинаковыми углами  $i$ .

Установим призму на таком расстоянии от источников света, чтобы освещенности  $E_1$  и  $E_2$  были равны, т. е.

$$\frac{I_1}{R_1^2} = \frac{I_2}{R_2^2}. \quad (23.7)$$

Зная силу света одного из источников и расстояния  $R_1$  и  $R_2$ , можно по формуле (23.7) найти силу света второго источника. При этом необходимо, чтобы оба источника испускали свет одинакового цвета, иначе результат измерения может быть неточным.

Еще более простой фотометр легко изготовить самому. Роль светового поля выполняет в нем экран из белой бумаги, посреди которого промаслено круглое пятнышко. Края масляного пятна должны быть резкими. По обе стороны от экрана помещаются два источника света (рис. 23.7).

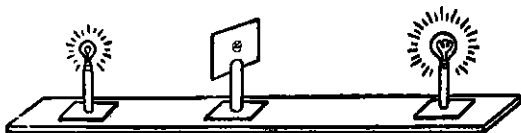


Рис. 23.7

Масляное пятнышко просвечивает, если оно освещается источником света, стоящим за ним, и кажется темным, если освещается спереди. Передвигая экран, нужно добиться, чтобы масляное пятно и остальная часть экрана стали одинаково яркими, тогда их освещенность одинакова.

Фотометр, приспособленный для непосредственного определения освещенности, называют *люксметром*.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Что называется источником света?
2. Какая гипотеза лежит в основе электромагнитной теории света?
3. Какие общие свойства электромагнитных волн и света были подтверждены опытами Герца?
4. На каких наблюдениях основан закон прямолинейного распространения света?
5. Объясните возникновение полного и частного лунного затмения.
6. Как была определена скорость света Майкельсоном? Чему равна скорость света?
7. Какой источник света называется точечным? Приведите пример точечного источника света.
8. Дайте определения полного светового потока; силы света источника; освещенности.
9. В каких единицах измеряются сила света, световой поток, освещенность?
10. Выведите и сформулируйте законы освещенности.
11. Для чего служит фотометр? Опишите принцип его устройства.

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 23.1.** Скопление галактик в Волосах Вероники находится на расстоянии порядка  $90 \text{ пс}$  от Земли. Как долго идет свет от этого скопления до Земли? Парсек ( $\text{пс}$ ) равен примерно  $30,84 \cdot 10^{16} \text{ м}$ .

**Дано (СИ):**

$$s = 90 \text{ нс} = 90 \cdot 30,84 \cdot 10^{15} \text{ м};$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/сек.}$$


---


$$t = ?$$

**Решение**

Свет распространяется в космическом пространстве равномерно со скоростью  $3 \cdot 10^8 \text{ м/сек.}$  Следовательно,

$$t = \frac{s}{c} = \frac{90 \cdot 30,84 \cdot 10^{15}}{3 \cdot 10^8} \text{ сек} = 9,25 \cdot 10^9 \text{ сек} \approx$$

$$\approx 300 \text{ лет, так как } 1 \text{ год} \approx 31,6 \cdot 10^8 \text{ сек.}$$

**Задача 23.2.** На рис. 23.8, а изображен источник света в виде светящегося квадрата  $C$  со стороной, равной  $2 \text{ см}$ . Непрозрачный квадрат  $K$  со стороной, равной  $3 \text{ см}$ , расположен параллельно  $C$  так, что центры квадратов  $K$  и  $C$  находятся на одной прямой, перпендикулярной к экрану  $\mathcal{E}$ . Расстояния  $l$  между  $C$  и  $K$  и между  $K$  и  $\mathcal{E}$  одинаковы, причем  $l = 1 \text{ м}$ . Определить: а) площадь тени и б) площадь полутени, отбрасываемых квадратом  $K$  на экран.

**Дано:**

$$a_C = 2 \text{ см};$$

$$a_K = 3 \text{ см},$$

$$l = 1 \text{ м}.$$

$$S_{\text{тени}} = ? \quad S_{\text{полутени}} = ?$$

**Решение**

а) Проведем на рис. 23.8, б два луча из середины  $a$  верхней стороны источника света  $C$  и два луча из середины  $b$  его нижней стороны так, чтобы один из лучей проходил через середину  $A$  верхней стороны квадрата  $K$ , а второй — через середину  $B$  его нижней стороны. Область  $A'B'$ , в которой лучи лучей  $A'A''$  и  $B'B''$ , встретившие на своем пути непрозрачный квадрат  $K$ , перекрываются, является областью тени. Точки пересечения лучей  $AA'$  и  $BB'$  с экраном позволяют определить

верхнюю и нижнюю границы тени ( $A'B'$ ), лучей  $AB''$  и  $BA''$  — полутени  $A''B''$ . Пользуясь соображениями симметрии, начертим на экране контуры тени и полутени. Для определения площади тени находим из соотношения

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{AB}{ab}$$

величину

$$A'B' = \frac{(AB)^2}{ab} = \frac{9}{2} \text{ см} = 4,5 \text{ см}$$

и

$$S_{\text{тени}} = (A'B')^2 = 20,25 \text{ см}^2.$$

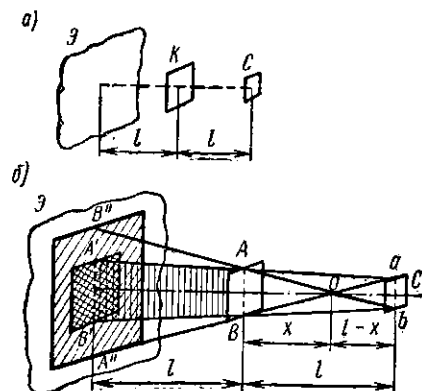


Рис. 23.8

б) Обозначим  $O$  точку пересечения лучей  $aB$  и  $bA$  с осью,  $x$  — расстояние от середины квадрата  $K$  до точки  $O$ . Из подобия

треугольников  $ABO$  и  $abO$  следует

$$\frac{AB}{x} = \frac{ab}{l-x},$$

откуда

$$x = l \frac{AB}{AB + ab} = 1 \cdot \frac{3}{3+2} \text{ м} = \frac{3}{5} \text{ м}.$$

Из подобия треугольников  $A''B''O$  и  $abO$  следует

$$\frac{A''B''}{ab} = \frac{l+x}{l-x},$$

откуда

$$\begin{aligned} A''B'' &= ab \frac{l+x}{l-x} = \\ &= 2 \cdot \frac{1 + \frac{3}{5}}{1 - \frac{3}{5}} \text{ см} = 8 \text{ см}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{\text{полутени}} &= (A''B'')^2 - S_{\text{тени}} = \\ &= (64 - 20,25) \text{ см}^2 = 43,75 \text{ см}^2. \end{aligned}$$

**Задача 23.3.** На высоте 5 м над Землей повешены две лампы по 500 св каждая. Расстояние между лампами 10 м. Определить освещенность на поверхности Земли: а) под каждой лампой, б) посередине между лампами.

**Дано (СИ):**

$$\begin{aligned} h &= 5 \text{ м}; \\ d &= 10 \text{ м}; \\ a_1 &= \frac{d}{2}; \\ I_1 &= I_2 = I = 500 \text{ св}, \\ E_A - ? \quad E_B - ? \quad E_C - ? \end{aligned}$$

и освещенности  $E_2$  световым потоком, посылаемым лампой  $I_2$  и падающим под углом  $i$  к поверхности Земли,

$$E_2 = \frac{I}{r^2} \cos i.$$

Полная освещенность  $E_A$  под первой лампой равна сумме освещенностей  $E_1$  и  $E_2$ :

$$E_A = E_1 + E_2 = \frac{I}{h^2} + \frac{I}{l^2} \cos i.$$

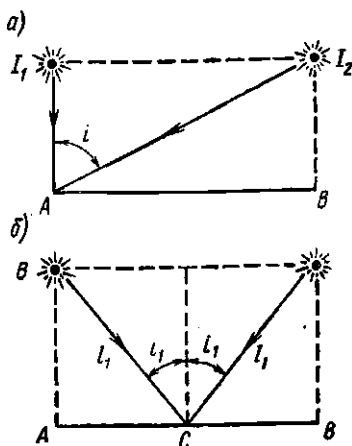


Рис. 23.9

**Решение**

Из рис. 23.9, а видно, что освещенность в точке А под лампой  $I_1$  складывается из освещенности  $E_1$  световым потоком, посылаемым этой лампой перпендикулярно к поверхности Земли, т. е.

$$E_1 = \frac{I}{h^2},$$

Так же определяется и освещенность в точке  $B$  под второй лампой.

Так как  $l^2 = h^2 + d^2$  и  $\cos i = \frac{h}{l} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + d^2}}$ , то

$$E_A = \frac{I}{h^2} + \frac{I}{h^2 + d^2} \frac{h}{\sqrt{h^2 + d^2}},$$

или

$$E_A = E_B = I \left[ \frac{1}{h^2} + \frac{h}{(h^2 + d^2)^{3/2}} \right].$$

б) Освещенность в точке  $C$  посередине между лампами равна

$$E_C = 2 \cdot \frac{I}{l_1^2} \cos i_1,$$

где  $l_1^2 = h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$ ;  $\cos i = \frac{h}{l_1} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}}$ . Поэтому

$$E_C = 2 \cdot \frac{I}{h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} \frac{h}{\sqrt{h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}} = \frac{2Ih}{\left[h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{3/2}}.$$

Подставляем данные:

$$E_A = E_B = 500 \cdot \left[ \frac{1}{5^2} + \frac{5}{(5^2 + 10^2)^{3/2}} \right] \text{ лк} \approx 22 \text{ лк};$$

$$E_C = \frac{2 \cdot 500 \cdot 5}{(5^2 + 5^2)^{3/2}} \approx 14,2 \text{ лк}.$$

**Задача 23.4.** Над серединой круглого стола диаметром 2 м на высоте 2 м висит лампа в 300 св. Когда эту лампу заменили другой лампой, которую повесили на высоте 1 м над столом, освещенность середины стола увеличилась в три раза. Определить: а) силу света новой лампы; б) во сколько раз изменилась освещенность края стола.

**Дано (СИ):**

$$D = 2 \text{ м};$$

$$h_1 = 2 \text{ м};$$

$$I_1 = 200 \text{ св};$$

$$h_2 = 1 \text{ м};$$

$$E_2 = 3E_1$$

$$I_2 = ? \quad \frac{E_2'}{E_1'} = ?$$

**Решение**

а) Освещенность центра стола второй лампой

$$E_2 = 3E_1 = \frac{3I}{h_1^2},$$

с другой стороны,

$$E_2 = \frac{I_2}{h_2^2}.$$

Из этих выражений получаем

$$I_2 = \frac{3I_1 h_1^2}{h_1^2} \quad (a)$$

б) Освещенность края стола первой лампой

$$E'_1 = \frac{I_1}{h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} \cos i_1,$$

где  $\cos i_1 = \frac{h_1}{\sqrt{h_1^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}}$ , поэтому

$$E'_1 = \frac{I_1 h_1}{\left[h_1^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{3/2}}.$$

Освещенность края стола второй лампой

$$E'_2 = \frac{I_2 h_2}{\left[h_2^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{3/2}}.$$

Отношение освещенностей края стола

$$\frac{E'_2}{E'_1} = \frac{I_2 h_2}{I_1 h_1} \frac{\left[h_1^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{3/2}}{\left[h_2^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{3/2}}. \quad (б)$$

Подставляем данные в выражения (а) и (б):

$$I_2 = \frac{3 \cdot 200 \cdot 1}{4} \text{ св} = 150 \text{ св};$$

$$\frac{E'_2}{E'_1} = \frac{150 \cdot 1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{5\sqrt{5}}{200 \cdot 2} \approx 1,5,$$

т. е. освещенность края стола увеличилась приблизительно в 1,5 раза.

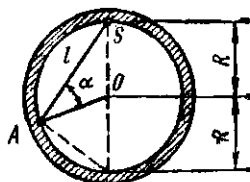


Рис. 23.10

**Задача 23.5.** На рис. 23.10 изображено круглое сечение туннеля. В верхней точке S вертикального диаметра помещена лампа в 200 св. Освещенность в точке A поверхности туннеля, куда лучи падают под углом  $35^\circ$ , равна 15,24 лк. Определить радиус туннеля.

**Дано (СИ):**

$$\begin{array}{l}
 I = 200 \text{ св}; \\
 i = 35^\circ; \\
 E_A = 15.24 \text{ лк.} \\
 \hline
 R = ?
 \end{array}$$

**Решение**

Освещенность в точке А равна

$$E = \frac{I}{l^2} \cos \alpha,$$

где  $l = 2R \sin (90^\circ - \alpha) = 2R \cos \alpha$ . Поэтому

$$E = \frac{I}{l^2} \cos \alpha = \frac{I}{4R^2 \cos \alpha},$$

откуда

$$R = \sqrt{\frac{I}{4E \cos \alpha}}.$$

Подставляем данные:

$$R = \sqrt{\frac{200}{4 \cdot 15.24 \cdot 0.82}} \text{ м} \approx 2 \text{ м}.$$

**Задача 23.6.** а) Какой световой поток испускает лампа накаливания в 200 св, потребляющая 0,5 вт на 1 св? б) Зная, что световому потоку  $\Phi_0 = 1 \text{ лм}$  соответствует энергетическая мощность  $N_0 = 0,00161 \text{ вт}$ , определить к. п. д. этой лампы.

**Дано (СИ):**

$$\begin{array}{l}
 I = 200 \text{ св}; \\
 a = 0,00161 \text{ вт/лм}; \\
 b = 0,5 \text{ вт/св.} \\
 \hline
 \Phi = ? \quad \eta = ?
 \end{array}$$

**Решение**

Световой поток, испускаемый лампой, равен

$$\Phi = 4\pi I. \quad (a)$$

Энергетическая мощность, испускаемая лампой со световым потоком  $\Phi$ ,

$$N_1 = \Phi a.$$

Энергетическая мощность, потребляемая лампой,

$$N_2 = Ib.$$

К. п. д. лампы

$$\eta = \frac{N_1}{N_2} = \frac{\Phi a}{Ib}. \quad (б)$$

Подставляем данные:

$$\Phi = 4 \cdot 3,14 \cdot 200 \text{ лм} = 2512 \text{ лм};$$

$$\eta = \frac{2512 \cdot 0,00161}{200 \cdot 0,5} = 0,04 = 4\%.$$

**Задача 23.7.** Время, необходимое для печатания фотоснимка при помощи лампы силой света  $I_1$ , помещенной на расстоянии  $l_1$  от него, равно  $t_1$ . Какой должна быть продолжительность печатания при лампе силой света  $I_2$ , помещенной на расстоянии  $l_2$  от снимка?

**Дано:**

$$\frac{l_1; l_2; t_1; I_2; I_1}{t_2 = ?}$$

**Решение**

Световая энергия  $W$ , затраченная на печатание фотоснимка, в обоих случаях должна быть одинаковой. В первом случае она равна

$$W = \Phi_1 t_1,$$

где  $\Phi_1$  — световой поток, излучаемый первой лампой и равный  $\Phi_1 = E_1 S$  ( $E_1$  — освещенность,  $S$  — площадь фотоснимка), и, так как  $E_1 = \frac{I_1}{R_1^2}$  при нормальном падении света на фотоснимок, то

$$\Phi_1 = \frac{I_1}{R_1^2} S$$

и

$$W = \frac{I_1}{R_1^2} S t_1.$$

Аналогичное выражение получим и для световой энергии, излученной на фотоснимок второй лампой. По условию,

$$\frac{I_1}{R_1^2} S t_1 = \frac{I_2}{R_2^2} S t_2.$$

Площадь фотоснимка в обоих случаях одинакова. Поэтому

$$t_2 = \frac{I_1 t_1 R_2^2}{R_1^2 I_2}.$$

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Определить относительную диэлектрическую проницаемость стекла, в котором свет распространяется со скоростью  $1,13 \cdot 10^8$  м/сек.

2. Между точечным источником света и экраном помещен диск: а) при каком положении диска его тень будет иметь форму круга; б) какую форму примет тень при других положениях диска?

3. Определить площадь тени и полутени от непрозрачного квадрата  $K$  на экране (см. рис. 23.8 и задачу 23.2), если светящийся квадрат  $C$  заменен точечным источником света, расположенным в его центре.

4. Достаточно ли для чтения освещенность в средних точках каждой стороны квадратного стола  $1 \times 1$  м<sup>2</sup>, над серединой которого на высоте 1,5 м висит лампа в 100 св?



5. На потолке квадратной комнаты закреплена лампа силой света 200 св. Площадь комнаты  $4 \times 4$  м<sup>2</sup>, высота 3 м. Определить освещенность: а) на столе высотой 0,75 м под лампой; б) на середине стены.

6. Какую силу света должна иметь лампа, помещенная на расстоянии 2 м от данной поверхности, чтобы она давала такую же освещенность, какую дает Солнце в ясный день на поверхности Земли (см. данные в табл. § 23.4)?

7. В узкоплечном кинопроекторе установлена лампа, дающая световой поток 6000 лм и создающая на экране среднюю освещенность 5 лк. Какая доля светового потока попадает на экран?

8. Призма фотометра освещается слева лампой, сила света которой  $I_1 = 10$  св, а справа — исследуемой лампой. Равенство освещенности двух граней призмы наступает, когда расстояние от левой грани до лампы  $I_1$  равно 2 м, а от правой грани до  $I_2$  — 4 м. Чему равна сила света  $I_2$ ? Чему равна освещенность каждой грани призмы? Призма прямоугольная.

## Глава 24

### ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ СВЕТА

**§ 24.1. Законы отражения света.** 1. Всякое тело частично отражает и частично пропускает или поглощает падающий на него свет. Различают *зеркальное* и *диффузное* (рассеянное) *отражения света*. Если тело видно со всех сторон, значит оно отражает падающие на него параллельные



Рис. 24.1



Рис. 24.2

лучи во все стороны, т. е. диффузно (рис. 24.1), и поверхность его не гладкая. Для того чтобы отражение света от поверхности тела было зеркальным (направленным) (рис. 24.2), его поверхность должна быть гладкой. *Гладкой в оптическом отношении называется поверхность, неровности которой во много раз меньше длины световой волны* (видимый свет имеет длину волны от 0,4 до 0,8 микрона)\*. Примером зеркального отражения может служить отражение параллельных солнечных лучей от оконного стекла. Если отраженные лучи попадают в наш глаз, окно кажется нестерпимо ярким. Если же зеркально отраженные лучи не попадают в глаз, окно кажется темным или прозрачным. Направленное преломление света происходит в прозрачной однородной среде, например в воде, в стекле и др.

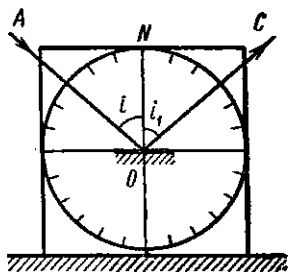


Рис. 24.3

2. Возьмем стеклянный сосуд с белой задней стенкой, на которой нарисован круг с делениями, и поместим в центре круга  $O$  маленькое плоское зеркальце, повернутое горизонтальной отражающей поверхностью вверх (рис. 24.3).

\* Микрон ( $\mu\text{м}$ ) =  $10^{-6}$  м.

Направим на зеркальце узкий пучок света  $AO$ . Он отразится в направлении  $OC$ . Угол  $i$  между падающим лучом  $AO$  и перпендикуляром  $ON$ , восстановленным в точке падения  $O$ , называется *углом падения*. Угол  $i_1$  между отраженным лучом  $OC$  и перпендикуляром  $ON$  называется *углом отражения*. Изменяя угол падения и определяя соответствующий ему угол отражения, устанавливаем *законы отражения*:

*Луч, падающий, луч отраженный и перпендикуляр, восстановленный в точке падения, лежат в одной плоскости.*

*Угол падения равен углу отражения.*

**§ 24.2. Законы преломления света.** 1. Видоизменим опыт, описанный в предыдущем параграфе. Уберем зеркальце и нальем в сосуд воды до уровня горизонтального диаметра круга с делениями. Теперь

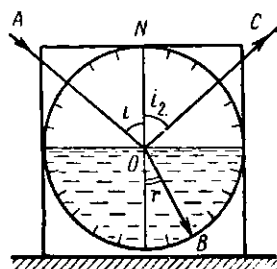


Рис. 24.4

падающий луч делится в точке  $O$  на два луча: отраженный от воды  $OC$  и преломленный на границе воздух — вода  $OB$  (рис. 24.4). Угол  $r$  между преломленным лучом и перпендикуляром  $ON$ , восстановленным из точки  $O$  падения луча  $AO$ , называется *углом преломления*. Будем изменять угол падения и определять соответствующий ему угол преломления  $r$ . Опыт приводит к следующим *законам преломления*:

*Луч, падающий, луч преломленный и перпендикуляр, восстановленный в точке падения, лежат в одной плоскости.*

*Отношение синуса угла падения  $i$  к синусу угла преломления  $r$  есть постоянная величина, зависящая только от оптических свойств граничащих сред и называемая показателем преломления  $n$  второй среды относительно первой:*

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n. \quad (24.1)$$

2. Если лучи света падают из вакуума в какую-нибудь среду (например, стекло), то отношение  $\frac{\sin i}{\sin r}$  называется

абсолютным показателем преломления данной среды. Если же луч переходит из среды с абсолютным показателем преломления  $n_1$  в среду с абсолютным показателем преломления  $n_2$ , то отношение  $\frac{\sin i}{\sin r}$  равно отношению показателей преломления  $\frac{n_1}{n_2}$  и называется *относительным показателем преломления второй среды относительно первой*:

$$n_{1,2} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (24.2)$$

При переходе из второй среды в первую лучи падающий и преломленный меняются местами — свет идет по тому же пути в обратном направлении, т. е. *световые лучи обратимы* (рис. 24.5, а и б). Относительный показатель преломления при обратном ходе лучей равен

$$n_{1,2} = \frac{\sin r}{\sin i} = \frac{n_1}{n_2}. \quad (24.3)$$

Показатель преломления вещества для световых волн разной длины различен, причем он имеет тем большее значение, чем меньше длина волны. В таблицах обычно приводится величина показателя преломления для световых волн длиной  $0,59 \text{ мк}$  (желтые лучи).

Абсолютный показатель преломления воздуха равен  $1,003 \approx 1$ . Показатели преломления некоторых веществ относительно воздуха приведены в табл. 15 в конце книги.

3. Между скоростью света в веществе и абсолютным показателем преломления этого вещества существует следующая связь: *абсолютный показатель преломления вещества равен отношению скорости света  $c$  в вакууме к скорости света  $v$  в данном веществе*, т. е.

$$n = \frac{c}{v}. \quad (24.4)$$

Подобно этому, относительный показатель преломления второй среды относительно первой равен

$$n_{1,2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2},$$

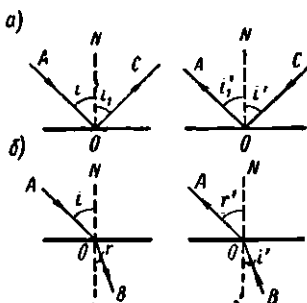


Рис. 24.5

т. е. относительный показатель преломления равен отношению скорости света в среде, в которой свет идет до преломления, к скорости света в среде, в которую он переходит после преломления.

Преломлением света объясняются следующие факты: если смотреть сбоку на карандаш, опущенный в стакан с водой, то он кажется сломанным у поверхности воды; дно сосуда, в который налита вода, кажется приподнятым и т. д.

**§ 24.3. Полное внутреннее отражение.** Наблюдения над интенсивностью отраженного и преломленного лучей показывают, что при небольших углах падения большая часть

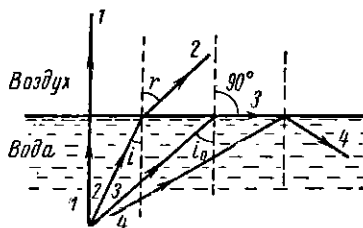


Рис. 24.6

энергии падающего света проходит через поверхность раздела в преломляющую среду. При увеличении угла падения увеличивается доля энергии, приходящейся на отраженный свет. Но общее количество энергии отраженного и преломленного света равно энергии падающего света.

Интересно явление, наблюдаемое при переходе света из оптически более плотной среды в оптически менее плотную: начиная с некоторого угла падения вся световая энергия отражается от границы раздела этих сред в оптически более плотное вещество. Это явление называется *полным внутренним отражением*. На рис. 24.6 показан путь лучей, идущих из воды к поверхности раздела вода — воздух.

Наименьший угол, при котором происходит полное внутреннее отражение, называется *предельным углом*. Предельному углу падения  $i_0$  соответствует угол преломления, равный  $90^\circ$ , т. е. преломленный луч скользит по поверхности раздела сред. Пусть  $n$  — показатель преломления данной среды относительно воздуха. Тогда

$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin i_0} = n, \quad (24.5)$$

откуда

$$\sin i_0 = \frac{1}{n}.$$

В табл. 15 в конце книги приведены значения предельных углов полного внутреннего отражения на границе некоторых веществ с воздухом для световых волн желтого цвета длиной 0,59 мк.

Полное внутреннее отражение применяется в устройстве *трехгранной поворотной призмы* (рис. 24.7, а), изменяющей направление луча на  $90^\circ$ , и *оборачивающей*, или *оборотной*, призмы (рис. 24.7, б), поворачивающей пучок входящих в нее лучей вокруг его оси на  $180^\circ$ . У этих призм один двугранный угол равен  $90^\circ$ , а каждый из двух других —  $45^\circ$ . Последняя призма применяется для получения прямого изображения в оптических приборах, дающих обратное изображение.

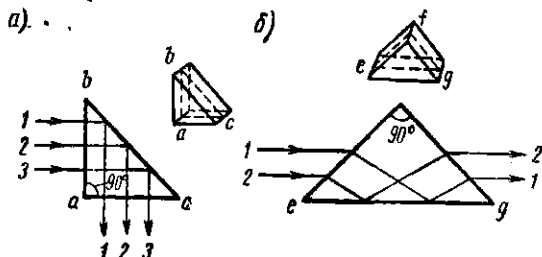


Рис. 24.7

Полное внутреннее отражение объясняет явление, называемое *миражем*. Миражи наблюдаются не только в пустыне или в океане. Если в теплый ясный день ехать на автомобиле по асфальтированной дороге и смотреть вперед, то некоторые участки асфальта кажутся покрытыми лужами. Свет от неба на горизонте преломляется горячим воздухом, прилегающим к асфальту. Показатель преломления этого слоя воздуха меньше, чем показатель преломления вышележащих слоев. Происходит полное внутреннее отражение, вследствие чего кажется, что асфальт отражает свет зеркально, как вода.

**§ 24.4. Преломление света в плоскопараллельной пластинке и в призме.** 1. На рис. 24.8 представлен поперечный разрез *прозрачной плоскопараллельной пластинки*. Луч  $LA$  падает из воздуха на пластинку под углом  $i$ . Он преломляется в точке  $A$  под углом  $r$ , причем

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n,$$

где  $n$  — показатель преломления вещества пластинки относительно воздуха. На вторую плоскость, ограничивающую пластинку, луч падает под углом  $r$  и, преломившись в точке  $B$ , выходит в воздух под углом  $i_1$ . Поэтому

$$\frac{\sin r}{\sin i_1} = \frac{1}{n}.$$

Умножив почленно первую формулу на вторую, получим

$$\frac{\sin i}{\sin i_1} = 1,$$

или

$$i = i_1.$$

Следовательно, пройдя через плоскопараллельную пластинку, луч не меняет своего направления, а только смещается. Смещение  $BC$  луча тем больше, чем больше толщина  $d$  пластинки и угол падения  $i$ .

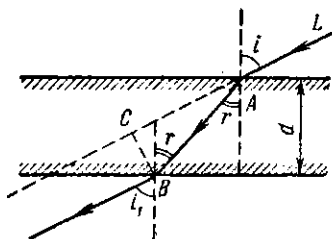


Рис. 24.8

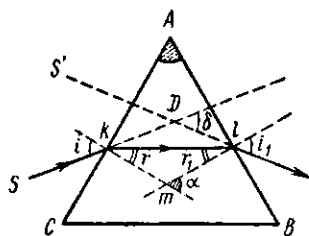


Рис. 24.9

2. На рис. 24.9 показан поперечный разрез трехгранной призмы. Ее грани  $CA$  и  $AB$  называются *преломляющими*. Между ними находится *преломляющий угол*  $A$ . Против преломляющего угла лежит основание призмы  $CB$ . Луч света падает на одну из преломляющих граней  $AC$  и, пройдя через призму, дважды преломляется (в точках  $k$  и  $l$ ). Выходя из призмы, он отклоняется от своего первоначального направления на угол  $\delta$  к основанию призмы. Угол  $\delta$  между направлениями луча, падающего на призму, и луча, вышедшего из нее, называется *углом отклонения*. Можно показать, что угол отклонения зависит от преломляющего угла  $A$  призмы и от угла падения  $i$  луча на преломляющую грань призмы. Предмет, на который мы смотрим через трехгранную призму, кажется смещенным к вершине преломляющего угла, так как призма, пока-

затель преломления  $n$  которой больше показателя преломления окружающей среды, отклоняет лучи к своему основанию.

3. Показатель преломления для световых волн разной длины различен. Поэтому лучи света разной длины волны отклоняются призмой на разные углы. Это можно проверить, направив в темной комнате узкий пучок белых лучей на одну из граней призмы. Войдя в призму, белый луч разветвляется веером, распадаясь на множество цветных лучей. Когда цветные лучи выходят из призмы, они снова

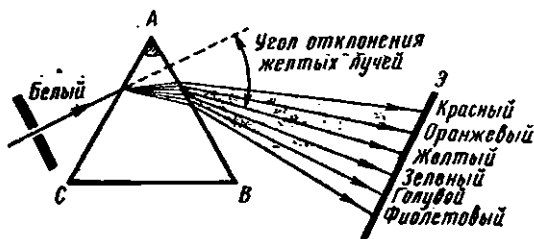


Рис. 24.10

преломляются и расходятся еще шире (рис. 24.10). Если на пути лучей поставить экран Э, то на нем можно увидеть полосы различных цветов. Чем короче длина световой волны, тем больше показатель преломления для соответствующих лучей, тем сильнее они отклоняются. Верхний край цветной полосы образуют красные лучи, под ними располагаются оранжевые, желтые, зеленые, голубые и, наконец, отклоненные больше всех фиолетовые лучи. Вся цветная полоса называется *призматическим спектром*.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Какое отражение называется диффузным? зеркальным? Приведите примеры диффузного и зеркального отражения.
2. В чем состоят законы отражения? Какой опыт иллюстрирует их?
3. Чему равен угол падения, если угол между лучом падающим и лучом отраженным равен  $60^\circ$ ?  $90^\circ$ ?
4. В чем состоит явление преломления света?
5. Сформулируйте законы преломления.
6. Что называется относительным показателем преломления?
7. Что называется абсолютным показателем преломления среды?
8. В чем состоит свойство обратимости световых лучей?
9. Какая связь существует между абсолютным показателем пре-



ломления вещества и скоростью распространения света в этом веществе?

10. Какое явление называется полным внутренним отражением?

11. Что такое предельный угол?

12. Можно ли наблюдать явление полного внутреннего отражения при падении светового луча из воздуха на стекло?

13. Начертите ход луча в трехгранной призме с преломляющим углом в  $90^\circ$ , поворачивающей луч на  $90^\circ$ .

14. Как получить с помощью такой призмы (см. вопрос 13) перевернутое изображение?

15. Можно ли с помощью трехгранной призмы повернуть луч на  $180^\circ$ ?

16. Что происходит с лучом, проходящим через плоскопараллельную пластинку?

17. Как нужно направить луч на плоскопараллельную пластинку, чтобы он не сместился, пройдя сквозь нее?

18. Начертите ход луча, упавшего из воздуха на преломляющую грань стеклянной трехгранной призмы.

19. Что происходит с белым лучом, падающим на преломляющую грань трехгранной призмы, когда он входит в призму?

20. Чем объясняется разложение стеклянной призмой луча белого света на цветные лучи?

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 24.1.** Луч света падает перпендикулярно к отражающей поверхности плоского зеркала. Зеркало повернули на угол  $\varphi$  вокруг оси, лежащей в его плоскости и проходящей через точку падения луча. На какой угол повернулся при этом отраженный луч?

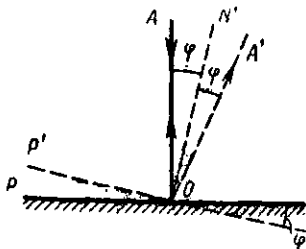


Рис. 24.11

### Решение

Луч  $AO$ , падающий в точку  $O$  зеркала, отражается в направлении  $OA$ , так как угол падения и угол отражения равны нулю. При повороте зеркала на угол  $\varphi$  (рис. 24.11) угол падения  $AON'$  стал равным  $\varphi$ . Следовательно, и угол отражения  $N'OA'$  равен  $\varphi$ . Как видно из чертежа, при повороте зеркала на угол  $\varphi$  отраженный луч повернулся на  $2\varphi$ .

повороте зеркала на угол  $\varphi$  отраженный луч повернулся на  $2\varphi$ .

**Задача 24.2.** На какой угол повернулся отраженный луч задачи 24.1, если угол падения до поворота зеркала не был равен нулю?

### Решение

При повороте зеркала на угол  $\varphi$  и нормаль  $ON$  в точке  $O$ , лежащей на оси поворота, повернулась на тот же угол (рис. 24.12). Угол падения стал равным  $AON' = i'$ , причем

$$i' = i + \varphi.$$

По закону отражения, угол отражения  $i'_1 = i'$ , поэтому

$$i'_1 = i + \varphi.$$

Из чертежа видно, что угол  $NOA'_1$ , который составляет отраженный луч  $OA'_1$  с нормалью  $ON$ , равен

$$\varphi + i'_1 = \varphi + i + \varphi = i + 2\varphi.$$

До поворота зеркала отраженный луч составлял с нормалью угол  $i$ . Следовательно, при повороте зеркала на угол  $\varphi$  отраженный луч всегда поворачивается на угол

$$i + 2\varphi - i = 2\varphi.$$

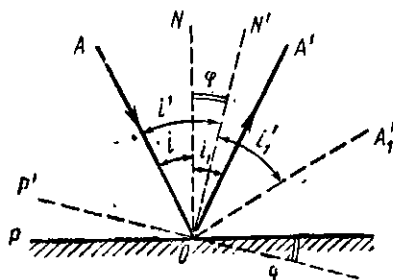


Рис. 24.12

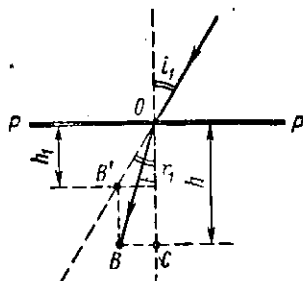


Рис. 24.13

**Задача 24.3.** а) Луч света падает из воздуха на плоскопараллельную пластинку льда под углом  $45^\circ$  и преломляется в ней под углом  $30^\circ$ .

Определить показатель преломления и предельный угол для льда. б) Какова кажущаяся глубина, на которой находится под поверхностью льда крупинка угля, вмерзшая в него на глубине  $1,41$  см, если луч зрения направлен нормально к этой поверхности?

**Дано:**

$$i = 45^\circ;$$

$$r = 30^\circ;$$

$$h = 1,41 \text{ см.}$$

$$n = ? \quad i_0 = ? \quad h_1 = ?$$

**Решение**

а) Показатель преломления льда

$$n = \frac{\sin i}{\sin r}.$$

Предельный угол  $i_0$  для льда находим из соотношения

$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin i_0} = n,$$

откуда

$$i_0 = \arcsin \frac{1}{n} = \arcsin \frac{\sin r}{\sin i}.$$

Подставляем данные:

$$n = \frac{0,707}{0,5} = 1,41; \quad i_0 = \arcsin \frac{0,5}{0,7} = \arcsin 0,707 = 45^\circ.$$

т. е. при переходе луча из льда в воздух предельный угол равен  $45^\circ$ .

б) На рис. 24.13 изображен ход луча, падающего под некоторым углом  $i_1$  от глаза наблюдателя на поверхность льда и после

преломления идущего к крупинке  $B$ . Глаз видит не крупинку, а ее изображение в точке  $B'$ . Как видно из рисунка,

$$h_1 = \frac{BC}{\operatorname{tg} i_1}; \quad h = \frac{BC}{\operatorname{tg} r_1};$$

откуда

$$\frac{h_1}{h} = \frac{\operatorname{tg} r_1}{\operatorname{tg} i_1} = \frac{\sin r_1 \cos i_1}{\cos r_1 \sin i_1}.$$

Заменяем  $\sin r_1 = \frac{\sin i_1}{n}$ , тогда

$$\frac{h_1}{h} = \frac{\cos i_1}{n \cos r_1} = \frac{1}{n} \frac{\sqrt{1 - \sin^2 i_1}}{\sqrt{1 - \sin^2 r_1}}.$$

По условию,  $i_1 = 0$ , следовательно, и  $r_1 = 0$ . Поэтому

$$h_1 = \frac{h}{n}.$$

Подставляем данные:

$$h_1 = \frac{1,41}{1,41} \text{ см} = 1 \text{ см}.$$

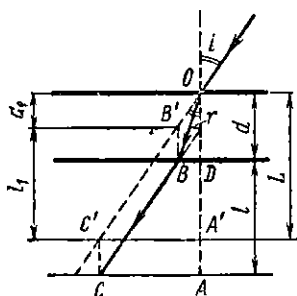


Рис. 24.14

**Задача 24.4.** На каком расстоянии от ближней к нему грани плоскопараллельного стекла витрины посетитель музея видит изображение экспоната, находящегося на расстоянии 15 см за стеклом? Толщина стекла 3 см, его показатель преломления 1,5. Луч зрения перпендикулярен к плоскости стекла.

**Дано:**

$$l = 15 \text{ см};$$

$$d = 3 \text{ см};$$

$$n = 1,5.$$

$$L = ?$$

**Решение**

Пусть угол падения луча, идущего от глаза посетителя к экспонату, находящемуся в точке  $C$ , равен  $i$ . На рис. 24.14 показан ход этого луча. Вследствие преломления луча в плоскопараллельном стекле вместо точки  $B$  человек увидел бы ее изображение  $B'$  (см. задачу 24.4). Поэтому и вместо экспоната  $C$  он увидит его изображение в точке  $C'$ . Стороны  $CC'$  и  $BB'$  параллелограмма  $CC'B'B$  равны, следовательно,  $l_1 = l$ . Расстояние  $OC'$  от ближней к посетителю грани стекла до изображения предмета можно представить как сумму

$$OC' = OB' + B'C' = \frac{d_1}{\cos i} + \frac{l}{\cos i}.$$

По условию, угол падения  $i = 0$ ; следовательно,

$$L = d_1 + l.$$

$$\text{Но } d_1 = \frac{d}{n} \text{ и}$$

$$L = \frac{d}{n} + l.$$

Подставляем данные:

$$L = \left( \frac{3}{1,5} + 15 \right) \text{ см} = 17 \text{ см}.$$

**Задача 24.5.** Луч света переходит из стекла «легкий крон» в воду. Угол падения постепенно увеличивают. Каков предельный угол полного внутреннего отражения?

**Дано:**

$$\begin{aligned} n_2 &= n_{\text{воды}} = 1,33; \\ n_1 &= n_{\text{ст}} = 1,57 \\ i_0 &= ? \end{aligned}$$

**Решение**

Согласно закону преломления отношение  $\frac{\sin i}{\sin r}$  равно относительному показателю преломления воды относительно стекла

$\frac{n_2}{n_1}$ . При предельном угле падения  $i_0$  угол преломления равен  $90^\circ$ , поэтому

$$\frac{\sin i_0}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1},$$

или

$$\sin i_0 = \frac{n_2}{n_1},$$

откуда

$$i_0 = \arcsin \frac{n_2}{n_1}.$$

Подставляем данные:

$$i_0 = \arcsin \frac{n_2}{n_1} = \arcsin \frac{1,33}{1,57} = \arcsin 0,847$$

или

$$i_0 \approx 58^\circ.$$

**Задача 24.6.** На плоскопараллельную пластинку из стекла «тяжелый флинт» падает из воздуха луч света под углом  $60^\circ$ . Толщина пластинки 2 см. Вычислить боковое смещение луча.

**Дано:**

$$\begin{aligned} n &= 1,8; \\ i &= 60^\circ; \\ d &= 2 \text{ см}. \\ x &= ? \end{aligned}$$

**Решение**

Выполним чертеж по примеру рис. 24.8. Из рисунка видно, что

$$x = CB = AB \sin (i - r)$$

Но

$$AB = \frac{d}{\cos r},$$

где  $d$  — толщина пластинки. Поэтому

$$x = \frac{d \sin (i - r)}{\cos r}.$$

Найдем угол преломления  $r$ . Так как  $\frac{\sin i}{\sin r} = n$ , то

$$\sin r = \frac{\sin i}{n} = \frac{0,866}{1,8} = 0,481,$$

откуда

$$r = \arcsin 0,481 = 28^\circ 41'.$$

Подставляем данные:

$$\begin{aligned} x &= \frac{d \sin (i - r)}{\cos r} = \frac{2 \cdot \sin (60^\circ - 28^\circ 41')}{\cos 28^\circ 41'} \text{ см} = \\ &= \frac{2 \cdot 0,5197}{0,877} \text{ см} = 1,19 \text{ см}. \end{aligned}$$

**Задача 24.7.** На преломляющую грань трехгранной призмы с показателем преломления 1,6 падает луч света под углом  $50^\circ$ . Преломляющий угол призмы равен  $60^\circ$ . Под каким углом преломления луч выйдет из призмы?

**Дано:**

$$\begin{aligned} n &= 1,6; \\ i &= 50^\circ; \\ A &= 60^\circ; \\ i_1 &= ? \end{aligned}$$

**Решение**

Начертим ход лучей в призме (рис. 24.15). По закону преломления,

$$\frac{\sin i'}{\sin r'} = n,$$

откуда

$$\sin i' = n \sin r'. \quad (a)$$

Внешний угол  $\alpha$  при вершине  $F$  треугольника  $DEF$  равен преломляющему углу  $A$  призмы, так как стороны этих углов взаимно перпендикулярны. Поэтому

$$\alpha = A = r + r'$$

и

$$r' = A - r.$$

Подставим это значение  $r'$  в формулу (a):

$$\sin i' = n \sin (A - r). \quad (б)$$

Угол  $r$  определим из закона преломления  $\frac{\sin i}{\sin r} = n$ , откуда

$$\sin r = \frac{\sin i}{n} \text{ и } r = \arcsin \left( \frac{\sin i}{n} \right).$$

Подставим значение  $r$  в формулу (б):

$$\sin i' = n \sin \left[ A - \arcsin \left( \frac{\sin i}{n} \right) \right].$$

Подставим данные в окончательную формулу:

$$\sin i' = 1,6 \cdot \sin \left( 60^\circ - \arcsin \frac{0,766}{1,6} \right) = 1,6 \cdot \sin 31^\circ 24' = 0,8336;$$

$$i' = \arcsin 0,8336 = 56^\circ 28'.$$

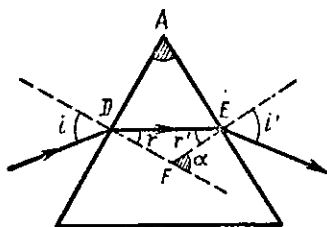


Рис. 24.15

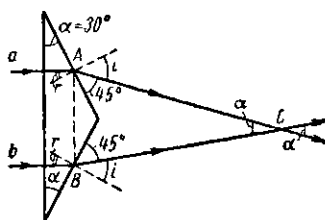


Рис. 24.16

**Задача 24.8:** Показатель преломления призмы (рис. 24.16) равен 1,414, каждый угол  $\alpha$  при основании  $30^\circ$ . Два луча,  $a$  и  $b$ , входят в призму нормально к ее основанию. Каков угол между лучами, когда они выходят из призмы?

**Дано:**

$$\alpha = 30^\circ;$$

$$n = 1,414.$$

$$C = ?$$

**Решение**

Начертим ход лучей  $a$  и  $b$ . Угол  $r = \alpha = 30^\circ$ . Так

$$\text{как } \frac{\sin i}{\sin r} = 1,414, \text{ то}$$

$$\sin i = \sin 30^\circ n = 0,5 \cdot 1,414 = 0,707.$$

В треугольнике  $ACB$   $\angle CAB = \angle CBA = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$ . Следовательно, угол  $C$  между направлениями лучей, вышедших из призмы, равен

$$C = 180^\circ - 2 \cdot 75^\circ = 30^\circ.$$

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Докажите, что путь  $ABC$ , который проходит луч света, отразившись от плоского зеркала в точке  $B$  (рис. 24.17), наикратчайший из всех возможных.

2. На дне кружки лежит гривенник. Глаз наблюдателя расположен так, что он видит часть внутренней стенки кружки до самого дна, но гривенника не видит. Когда кружку наполняют водой, глаз, оставаясь в том же положении, видит монету. Сделайте рисунок, объясняющий это явление.

3. Найдите показатель преломления алмаза относительно воды. Данные возьмите из табл. 15 в конце книги.

4. На какой угол отклоняется световой луч от своего первоначального направления при переходе из стекла «тяжелый флюит» в воздух, если угол падения равен: а)  $20^\circ$ ; б)  $30^\circ$ ?

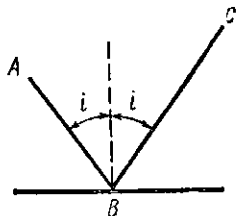


Рис. 24.17

5. Для определения показателя преломления прозрачной плоско-параллельной пластинки применяют следующий способ. На обеих поверхностях пластинки делают метки (черточки или пятнышки). Сначала устанавливают тубус микроскопа так, чтобы было хорошо видно верхнее пятнышко, а затем передвигают тубус так, чтобы отчетливо было видно пятнышко на нижней поверхности пластинки, и отмечают смещение тубуса. Определить показатель преломления материала пластинки толщиной 4,5 мм, если смещение тубуса равно 3 мм.

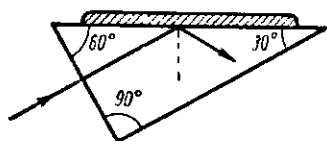


Рис. 24.18

6. Найдите предельный угол полного внутреннего отражения на границе: а) алмаза с водой; б) стекла «тяжелый флинт» с водой.

7. Луч падает нормально на короткую грань призмы из стекла «легкий крон» с углами 30°, 60°, 90° (рис. 24.18). На длинной грани призмы помещена капля жидкости. Определить наименьший показатель преломления жидкости, при котором будет происходить полное внутреннее отражение.

8. Определите боковое смещение луча, падающего из воздуха на плоскопараллельный слой глицерина, ограниченный пренебрежимо тонкими стеклянными пластинками. Угол падения луча 45°, толщина слоя глицерина 10 мм.

9. На грань равноугольной трехгранной призмы из стекла «тяжелый флинт» падает перпендикулярно к ней луч света. Определить угол между направлениями луча падающего и луча, вышедшего из призмы.

10. Пользуясь рис. 24.9, докажете, что падающий на преломляющую грань луч при выходе из призмы отклоняется на угол  $\delta = i + i_1 - A$ .

# ПОЛУЧЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРИ ПОМОЩИ ЗЕРКАЛ И ЛИНЗ

**§ 25.1. Плоское зеркало.** Вследствие конечных размеров зрачка в глаз человека от каждой светящейся точки, которую он видит, попадает расходящийся пучок лучей. Если пользоваться зеркалом или линзой, то глаз видит мнимое изображение точки в месте пересечения прямых, которые служат продолжением попадающих в глаз расходящихся лучей. На рис. 25.1 представлено плоское зеркало  $AB$ . Луч 1, идущий от светящейся точки  $S$ , отражается в направлении  $1'$ , луч 2 — в направлении  $2'$ . Обозначим  $S'$

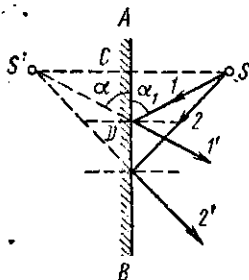


Рис. 25.1

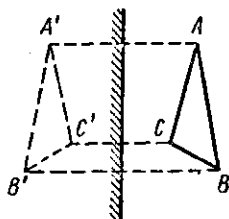


Рис. 25.2

точку пересечения продолжений расходящихся лучей  $1'$  и  $2'$ . Мнимое изображение  $S'$  симметрично точке  $S$  относительно плоскости зеркала, так как  $S$  и  $S'$  находятся на одной прямой, перпендикулярной к плоскости зеркала  $AB$ . Действительно, у треугольника  $S'DC$  и  $SDC$  сторона  $CD$  общая,  $\alpha_1 = \alpha_2$  и  $\angle S'CD = \angle SCD$ , т. е. эти треугольники равны, а следовательно,  $SC = CS'$ .

Чтобы построить изображение предмета в плоском зеркале, нужно разделить предмет на отдельные точки и построить изображение каждой из них. Как видно из рис. 25.2, изображение в плоском зеркале получается мнимое, прямое, симметричное относительно плоскости зеркала, т. е. правая сторона изображения соответствует левой стороне предмета.

**§ 25.2. Сферические зеркала.** 1. Сферическое зеркало представляет собой хорошо отполированную поверхность



шарового сегмента. Если отполирована внутренняя поверхность шарового сегмента, зеркало называется *вогнутым* (рис. 25.3, а), если внешняя — *выпуклым* (рис. 25.3, б).

Центр шара  $C$  называется *оптическим центром зеркала*, вершина  $O$  шарового сегмента — *полюсом зеркала*. Прямая  $OC$ , проходящая через полюс зеркала и его центр, называется *главной оптической осью*, а любая прямая  $BC$ , проходящая через какую-либо точку сферического зеркала и его оптический центр, — *побочной оптической осью*.

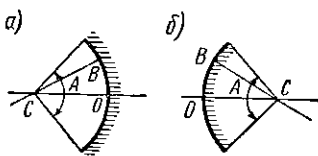


Рис. 25.3

Узкий конус световых лучей с осью, нормальной к поверхности зеркала, называется *параксиальным (приосевым) пучком*. Лучи параксиального пучка, ось которого совпадает с главной оптической осью зеркала, можно считать параллельными, так как они образуют с этой осью очень малые углы.

2. Пусть на вогнутое зеркало падает луч  $SA$  параксиального пучка, ось которого совпадает с главной оптической осью зеркала. Построим отраженный луч  $AB$ ,

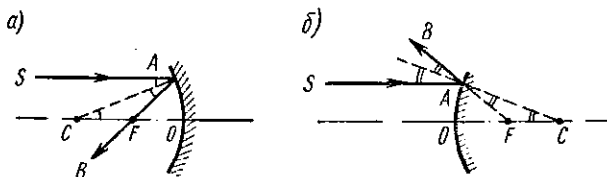


Рис. 25.4

проведя нормаль к зеркалу из точки  $A$  (рис. 25.4, а). Рассмотрим  $\triangle ACF$ :  $\angle ACF = \angle SAC$  как внутренние накрест лежащие при параллельных прямых  $SA$  и  $CO$ ,  $\angle CAF = \angle SAC$  по построению. Следовательно,  $\angle ACF = \angle CAF$ , и стороны треугольника  $CF = AF$ . Но  $SA$  — параксиальный луч, поэтому можно считать  $AF = FO$  и  $CF = FO = \frac{r}{2}$ . Точка  $F$ , лежащая на середине радиуса

зеркала, называется *фокусом зеркала*. Луч  $SA$  мы выбрали из параксиального пучка произвольно. Следовательно,

параксиальный пучок лучей, ось которого совпадает с главной оптической осью зеркала, сходится в фокусе зеркала. Расстояние  $FO$  (обычно обозначаемое одной буквой  $f$ ) называется фокусным расстоянием зеркала. Плоскость, проведенная через фокус  $F$  перпендикулярно к главной оптической оси, называется *фокальной плоскостью*. На рис. 25.4, б приведен ход луча, параллельного главной оптической оси, при отражении от выпуклого зеркала. Фокус вогнутого зеркала — действительный, фокус выпуклого зеркала — мнимый, так как образован пересечением не самих отраженных лучей, а их продолжений.

Так как световые лучи обратимы, то лучи от светящейся точки, помещенной в фокус вогнутого сферического зеркала, отразившись от него, пойдут параллельно главной оптической оси.

3. Пусть светящаяся точка  $S$  расположена перед вогнутым сферическим зеркалом, как показано на рис. 25.5. Проведем от нее к зеркалу параксиальные лучи 1, 2, 3. Построив отраженные лучи, мы уви-

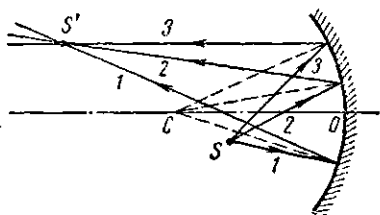


Рис. 25.5

дим, что все они пересекаются в одной точке  $S'$ . Поместив в точке  $S$  маленькую светящуюся электрическую лампочку или пламя свечи, а в точке  $S'$  — экран, плоскость которого перпендикулярна к оптической оси  $CO$ , мы увидим в  $S'$  изображение лампочки или пламени свечи. Лучи 1, 2 и 3 выбраны произвольно. Следовательно, любые параксиальные лучи, падающие на зеркало из точки  $S$ , пересекаются в точке  $S'$ . Поэтому для построения изображения точки в сферическом зеркале достаточно взять два каких-либо луча, падающих на зеркало из этой точки, и найти пересечение этих лучей. Наиболее удобными являются следующие лучи, ход которых после отражения известен: 1) луч, параллельный главной оптической оси; после отражения он проходит через фокус; 2) луч, проходящий через оптический центр зеркала; отразившись, он идет также через центр; 3) луч, проходящий через фокус; отразившись, он идет параллельно главной оптической оси; 4) луч, падающий на зеркало в его полюсе и после отражения идущий симметрично первоначальному направлению относительно оси.

Перенеся лампочку в точку  $S'$ , а экран — в точку  $S$  и установив его перпендикулярно к оптической оси, мы убедимся, что светящаяся точка и ее изображение *сопряжены*, т. е. могут меняться местами.

### § 25.3. Построение изображений в сферических зеркалах.

На рис. 25.6 приведено построение изображения в вогнутом сферическом зеркале при различных расстояниях от

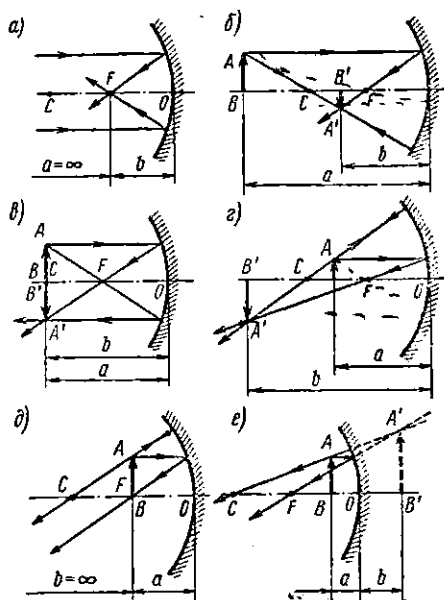


Рис. 25.6

предмета до зеркала. Для построения выбраны два луча: 1) направленный параллельно главной оптической оси и после отражения проходящий через фокус, 2) идущий через оптический центр зеркала и после отражения возвращающийся по тому же пути. Предмет обозначен буквами  $AB$ , изображение — соответственно  $A'B'$ . Расстояние от предмета до зеркала обозначается буквой  $a$ , а расстояние от зеркала до изображения — буквой  $b$ . Изображение, полученное на пересечении отраженных от зеркала лучей, называется действительным. Изображение, полученное на пересечении продолжения отраженных от

зеркала расходящихся лучей, называется *мнимым*. Рассмотрим рис. 25.6.

а) Предмет находится бесконечно далеко от зеркала ( $a = \infty$ ) (рис. 25.6, а). Изображение действительное, в виде точки, получается в главном фокусе зеркала ( $b = f$ ).

б) Предмет находится на конечном расстоянии от зеркала за его центром кривизны ( $\infty > a > r$ ) (рис. 25.6, б). Действительное, обратное, уменьшенное изображение находится между центром кривизны и фокусом зеркала ( $r > b > f$ ).

в) Предмет находится в геометрическом центре зеркала ( $a = r$ ) (рис. 25.6, в). Изображение действительное, обратное, равное по величине предмету, получается тоже в центре ( $b = r$ ).

г) Предмет находится между геометрическим центром и фокусом зеркала ( $r > a > f$ ) (рис. 25.6, г). Изображение действительное, обратное, увеличенное — за геометрическим центром зеркала на конечном от него расстоянии ( $\infty > b > r$ ).

д) Предмет находится в фокусе ( $a = f$ ) (рис. 25.6, д). Изображение находится в бесконечности, так как лучи от всех точек предмета после отражения от зеркала идут параллельным пучком ( $b = \infty$ ).

е) Предмет находится между фокусом и зеркалом ( $f > a > 0$ ) (рис. 25.6, е). После отражения от зеркала лучи от каждой точки предмета идут расходящимся пучком. Изображение на пересечении продолжения отраженных лучей за зеркалом мнимое, прямое, увеличенное.

Помещая в фокусе вогнутого зеркала источник света, получают параллельный пучок лучей (рис. 25.6, д).

На рис. 25.7 приведено построение изображения предмета в выпуклом сферическом зеркале. На каком расстоянии от зеркала ни находился бы предмет, его изображение всегда получается за зеркалом — оно мнимое, уменьшенное и прямое.

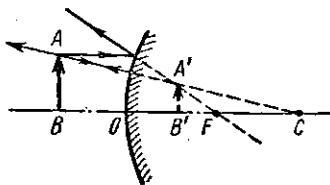


Рис. 25.7

**§ 25.4. Формула зеркала. Увеличение.** 1. Расстояние  $b$  от зеркала до изображения связано с расстоянием  $a$  от предмета до зеркала и с фокусным расстоянием  $f$  зеркала

формулой

или

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} &= \frac{1}{f}, \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} &= \frac{2}{r}. \end{aligned} \right\} \quad (25.1)$$

Мнимому изображению и мнимому фокусу соответствуют отрицательные значения величин  $b$  и  $f$ . Поэтому для вогнутого зеркала в случае мнимого изображения формула (25.1) имеет вид

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{2}{r}. \quad (25.1')$$

Для выпуклого зеркала формула (25.1) имеет вид

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}, \quad (25.2)$$

или

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{2}{r}.$$

2. Отношение линейных размеров  $A'B'$  изображения к линейным размерам  $AB$  предмета называется линейным увеличением  $\beta$ :

$$\beta = \frac{A'B'}{AB}. \quad (25.3)$$

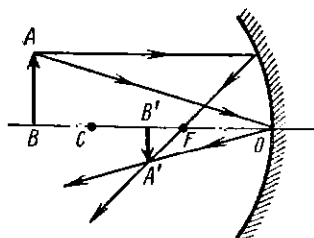


Рис. 25.8

Построим изображение предмета, находящегося на конечном расстоянии от сферического зеркала за его оптическим центром, причем воспользуемся лучом, параллельным главной оптической оси, и лучом, падающим в полюс  $O$  зеркала (рис. 25.8).

Прямоугольные треугольники  $ABO$  и  $A'B'O$ , имеющие по одному одинаковому острому углу, подобны. Поэтому

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{OB'}{BO} = \frac{b}{a}, \quad (25.4)$$

или

$$\beta = \frac{b}{a}. \quad (25.5)$$

На основании рис. 25.7 можно найти соотношение между величиной предмета и величиной его изображения в выпуклом зеркале:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C}{BC} = \frac{r-b}{r+a}.$$

**§ 25.5. Некоторые применения кривых зеркальных поверхностей. Проектор.** 1. Вогнутая зеркальная поверхность может наклонять все лучи к своей оси, собирая их в пучок и способствуя возможно большей освещенности определенной площади. Так действуют различные рефлекторы: фары автомобиля, осветители в карманных фонарях, рефлекторы, отражающие инфракрасные лучи, испускаемые электрической спиралью, абажуры и т. п. В каждом рефлекторе за источником света помещается вогнутое зеркало.

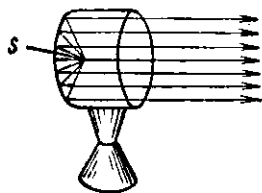


Рис. 25.9

2. Зеркало, служащее для освещения удаленных предметов, называется *прожектором*. В этом случае наиболее удобной формой зеркала является параболическая. Параболоид вращения (поверхность, получающаяся при вращении параболы вокруг ее оси) собирает все лучи, падающие параллельно оси, в одну точку — *фокус параболоида*. Поэтому лучи, исходящие из источника света, помещенного в фокусе, после отражения от параболоида идут параллельно его оси (рис. 25.9). В фокусе зеркала прожектора помещается мощный источник света, например электрическая дуга. Проекторы применяются в военном деле (для освещения и сигнализации), на маяках, при киносъемках и т. д.

**§ 25.6. Линзы.** 1. *Линзой*, или *оптическим стеклом*, называется прозрачное тело, ограниченное с двух сторон кривыми поверхностями. Эти поверхности могут быть сферическими, цилиндрическими, параболическими и др.

Рассмотрим сферические линзы. Они делятся на *выпуклые* и *вогнутые*. Каждую из линз можно представить себе как совокупность призм. Параллельный пучок лучей после преломления в выпуклой линзе преобразуется в сходящийся пучок (рис. 25.10, а); после преломления в вогнутой линзе он преобразуется в расходящийся пучок

(рис. 25.10, б). Поэтому выпуклые линзы называются *собирающими*, а вогнутые — *рассеивающими*. В зависимости от формы ограничивающих поверхностей собирающие линзы делятся на *двояковыпуклые*, *плосковыпуклые* и *вогнуто-выпуклые*, а рассеивающие — на *двояковогнутые*, *плосковоогнутые* и *выпукловогнутые*. Поперечные сечения этих линз показаны на рис. 25.11. Собирающие линзы толще по середине, а рассеивающие — по краям.

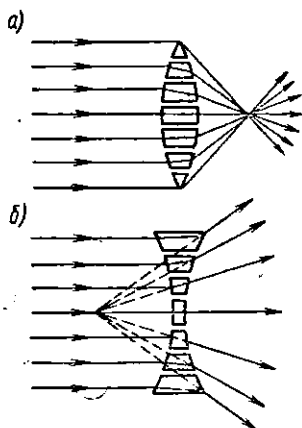


Рис. 25.10

2. На рис. 25.12 изображены двояковыпуклая (а) и двояковогнутая (б) линзы. Центры сферических поверхностей, ограничивающих линзу, называются *центрами кривизны линзы*  $C_1$  и  $C_2$ . Прямая  $C_1C_2$ , проведенная через центры кривизны, называется *главной оптической осью линзы*. Лучи, идущие вдоль главной оптической оси линзы, проходят через нее, не преломляясь

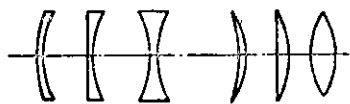


Рис. 25.11

ничивающих линзу, называются *центрами кривизны линзы*  $C_1$  и  $C_2$ . Прямая  $C_1C_2$ , проведенная через центры кривизны, называется *главной оптической осью линзы*. Лучи, идущие вдоль главной оптической оси линзы, проходят через нее, не преломляясь

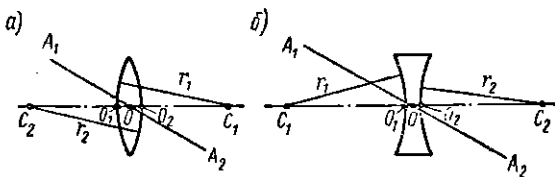


Рис. 25.12

Обычно применяются тонкие линзы. На рис. 25.10 — 25.14 линзы изображены толстыми для ясности чертежа. На самом деле полюсы  $O_1$  и  $O_2$  поверхностей очень тонкой линзы лежат так близко друг к другу, что их можно заменить одной точкой  $O$ , называемой *оптическим центром линзы*.

Всякая прямая  $A_1A_2$ , проведенная через оптический центр линзы под углом к главной оптической оси, называется *побочной оптической осью*.

3. Если на собирающую линзу падает пучок лучей, параллельных главной оптической оси, то после преломления в линзе эти лучи собираются в одной точке  $F$ , лежащей на главной оптической оси линзы и называемой *фокусом линзы* (рис. 25.13, а). В фокусе рассеивающей линзы пересекаются *продолжения лучей*, составивших до

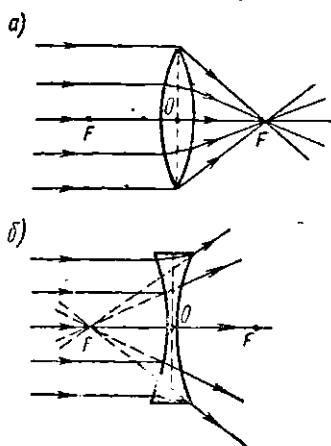


Рис. 25.13

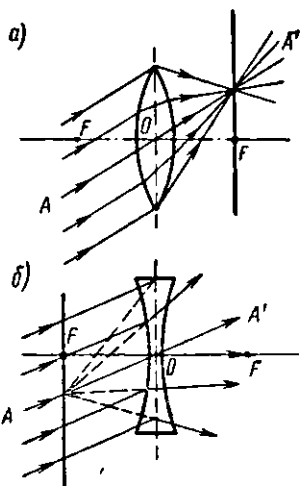


Рис. 25.14

падения на линзу пучок, параллельный ее главной оптической оси, и рассеянных после преломления в линзе (рис. 25.13, б). Фокус рассеивающей линзы *мнимый*.

Плоскость, проходящая через главный фокус линзы перпендикулярно к главной оптической оси, называется *фокальной плоскостью*. Пучок лучей, падающих на линзу параллельно какой-либо побочной оптической оси, собирается в точке пересечения этой оси с фокальной плоскостью (рис. 25.14).

Расстояние  $FO$  от фокуса до оптического центра линзы называется *фокусным расстоянием*  $f$ . Если фокус действительный, фокусное расстояние считают положительным, если же фокус мнимый, то фокусное расстояние считают отрицательным.



Вследствие обратимости световых лучей лучи от источника света, помещенного в фокусе линзы, пойдут после преломления в ней параллельно главной оптической оси.

**§ 25.7. Оптическая сила линзы.** 1. Линзы с различным фокусным расстоянием преломляют свет тем сильнее, чем короче их фокусное расстояние. Для характеристики преломляющей способности линзы вводится *физическая величина, обратная фокусному расстоянию и называемая оптической силой  $D$  линзы:*

$$D = \frac{1}{f}. \quad (25.6)$$

Единица оптической силы линзы называется *диоптрией (дп)*. Диоптрия есть оптическая сила линзы с фокусным расстоянием, равным одному метру:

$$1 \text{ дп} = \frac{1}{\text{м}} = \text{м}^{-1}.$$

Если, например, фокусное расстояние линзы равно 0,4 м, то ее оптическая сила  $D = \frac{1}{0,4} \text{ дп} = 2,5 \text{ дп}$ .

Оптическая сила собирающей линзы положительна, а рассеивающей — отрицательна.

2. Оптическая сила связана с радиусами кривизны  $r_1$  и  $r_2$  поверхностей, ограничивающих линзу, и зависит от показателя преломления  $n$  вещества линзы:

$$D = \frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right). \quad (25.7)$$

Эта формула справедлива для случая, когда линза находится в воздухе, показатель преломления которого равен единице. Если линза помещена в какую-либо другую среду, то вместо показателя преломления  $n$  нужно ставить относительный показатель преломления  $\frac{n_1}{n_2}$ , где  $n_1$  — показатель преломления вещества линзы, а  $n_2$  — показатель преломления среды, в которую линза помещена.

Из формулы (25.7) следует, что фокусное расстояние  $f$  линзы, находящейся в воздухе, равно

$$f = \frac{1}{(n - 1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)}. \quad (25.8)$$

Формулы (25.7) и (25.8) справедливы лишь для параксиальных лучей.

**§ 25.8. Построение изображений в линзах.** 1. При построении изображения в линзе достаточно взять по два луча от каждой точки предмета и найти их точку пересечения после преломления в линзе. Удобны следующие лучи, ход которых после преломления известен: 1) *луч, падающий на линзу параллельно главной оптической оси и проходящий после преломления через главный фокус линзы*; 2) *луч, падающий на линзу параллельно побочной оптической оси и проходящий после преломления через точку пересечения этой оси с фокальной плоскостью*; 3) *луч, проходящий через оптический центр линзы без преломления*; 4) *луч, проходящий через главный фокус линзы и идущий после преломления параллельно главной оптической оси*.

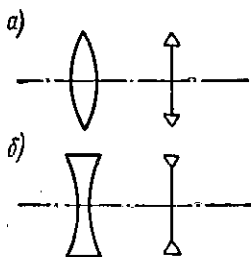


Рис. 25.15

Для упрощения чертежей будем условно изображать выпуклую и вогнутую линзы, как показано на рис. 25.15, а и б.

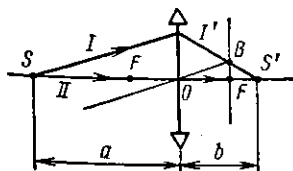


Рис. 25.16

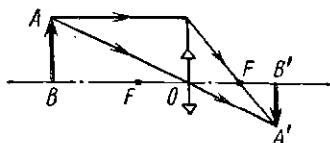


Рис. 25.17

Для того чтобы построить в линзе изображение точки  $S$ , лежащей на главной оптической оси, выбирают какой-либо луч, падающий из точки  $S$  на линзу, и проводят параллельно этому лучу побочную оптическую ось (рис. 25.16). Точка  $B$  пересечения побочной оптической оси с фокальной плоскостью указывает направление  $I'$  луча  $I$  после преломления в линзе. Изображение точки получается в точке  $S'$  пересечения луча  $I'$  и луча  $II$ , идущего вдоль главной оптической оси без преломления.

Если предмет значительно больше линзы, то лучи, служащие для построения изображения, могут и не проходить через линзу (рис. 25.17). Мысленно увеличивают линзу и строят изображение по общим правилам.

Расстояние от предмета до линзы обозначается буквой  $a$ , расстояние от линзы до изображения — буквой  $b$ .

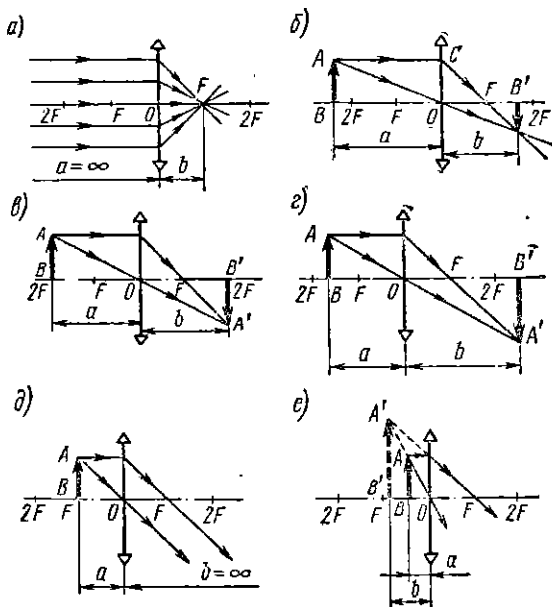


Рис. 25.18

2. На рис. 25.18 приведено построение изображений в выпуклой линзе при различных расстояниях  $a$  от предмета до линзы. При построении были выбраны лучи, идущие от данной точки предмета: 1) параллельно главной оптической оси и 2) через оптический центр линзы.

а) Предмет находится бесконечно далеко от линзы ( $a = \infty$ ) (рис. 25.18, а). Изображение действительное, в виде точки, получается в фокальной плоскости линзы ( $b = f$ ).

б) Предмет находится на конечном расстоянии от линзы за двойным фокусом ( $\infty > a > 2f$ ) (рис. 25.18, б). Изображение действительное, обратное и уменьшенное находится между главным и двойным фокусом ( $2f > b > f$ ).

в) Предмет находится на двойном фокусном расстоянии от линзы ( $a = 2f$ ) (рис. 25.18, в). Изображение действительное, обратное и равное по величине предмету также находится в двойном фокусе ( $b = 2f$ ).

г) Предмет находится между двойным фокусом и фокусом ( $2f > a > f$ ) (рис. 25.18, г). Изображение действительное, обратное, увеличенное лежит за двойным фокусом ( $\infty > b > 2f$ ).

д) Предмет находится в фокусе линзы ( $a = f$ ) (рис. 25.18, д). Изображение находится в бесконечности ( $b = \infty$ ), так как лучи от каждой точки предмета после преломления в линзе идут параллельным пучком.

е) Предмет находится между линзой и фокусом ( $f > a > 0$ ) (рис. 25.18, е). После преломления в линзе лучи расходятся, поэтому изображение получается на продолжении лучей ( $b < 0$ ). Оно мнимое, прямое, увеличенное и находится по ту же сторону линзы, что и предмет, но дальше от линзы.

3. При любом расстоянии от предмета до рассеивающей линзы она дает мнимое, прямое, уменьшенное изображение, лежащее между фокусом и линзой (рис. 25.19, а и б).

### § 25.9. Формула линзы. Линейное увеличение линзы.

1. Найдем соотношение между расстоянием  $b$  от изображения до линзы, расстоянием  $a$  от предмета до линзы и фокусным расстоянием  $f$  линзы. Воспользуемся, например, рис. 25.18, б.

Из подобия треугольников  $ABO$  и  $OB'A'$  следует, что

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{OB'}{OB} = \frac{b}{a}. \quad (a)$$

Из подобия треугольников  $OCF$  и  $FB'A'$  имеем

$$\frac{A'B'}{OC} = \frac{FB'}{OF},$$

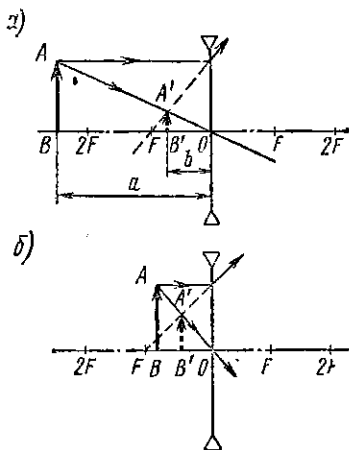


Рис. 25.19

или

$$\frac{A'B'}{OC} = \frac{b-f}{f}. \quad (6)$$

Приравниваем правые части выражений (а) и (б):

$$\frac{b}{a} = \frac{b-f}{f},$$

откуда

$$bf = ab - af,$$

или

$$bf + af = ab.$$

Разделим почленно последнее выражение на  $baf$ :

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}. \quad (25.9)$$

Мы получили *общую формулу линзы*. Для собирающей линзы  $a$ ,  $b$  и  $f$  всегда *положительны*, кроме случая, когда изображение прямое и мнимое (рис. 25.18, е) — в последнем случае  $b$  отрицательно, и формула (25.9) принимает вид

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}. \quad (25.9')$$

Для рассеивающей линзы величины  $b$  и  $f$  всегда отрицательны. Формула рассеивающей линзы

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}. \quad (25.10)$$

2. Из соотношения (а) следует, что *линейное увеличение линзы* (отношение величины изображения к величине предмета) равно отношению расстояния от линзы до изображения к расстоянию от линзы до предмета, т. е.

$$\beta = \frac{A'B'}{AB} = \frac{b}{a}. \quad (25.11)$$

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

(ответы сопровождайте чертежами)

1. Постройте изображение предмета в плоском зеркале. Какое это изображение? На каком расстоянии от отражающей поверхности оно находится?

2. Дайте определения: полюса сферического зеркала; его оптического центра; главной оптической оси; побочной оси; фокуса.
3. Сколько и каких лучей нужно взять для построения изображения точки в сферическом зеркале?
4. Сделайте построение изображений в вогнутом сферическом зеркале для различных расстояний от предмета до зеркала и проанализируйте, как изменяются положение и величина изображения при приближении к зеркалу удаленного от него предмета.
5. Сделайте то же для выпуклого сферического зеркала.
6. Напишите формулы для вогнутого и выпуклого сферических зеркал. Какие величины, входящие в одну из формул, имеют отрицательное значение? Почему?
7. Что называется линейным увеличением? Чему оно равно в случае вогнутого сферического зеркала? выпуклого сферического зеркала?
8. Как устроен прожектор и где он применяется?
9. Что представляет собой линза? Приведите пример линзы.
10. Нарисуйте поперечные сечения различных собирающих и рассеивающих линз и назовите их.
11. Дайте определения центра кривизны поверхности сферической линзы; главной оптической оси линзы; ее оптического центра; побочной оптической оси; фокуса; фокальной плоскости.
12. Где собираются лучи, падающие на собирающую линзу параллельно ее побочной оптической оси?
13. Придумайте опыт, с помощью которого можно определить фокусное расстояние линзы (имея линзу, экран и удаленный источник света).
14. Какая линза имеет мнимый фокус? Каков знак оптической силы такой линзы?
15. Что называется оптической силой линзы и в каких единицах она измеряется?
16. Напишите формулу собирающей линзы; рассеивающей линзы.
17. Чему равно линейное увеличение линзы?
18. Сделайте построение в собирающей линзе при различных расстояниях от предмета до линзы и проанализируйте, как изменяются положение и величина изображения при приближении к линзе удаленного от нее предмета.
19. Сделайте то же для рассеивающей линзы.
20. Где располагаются действительные изображения, полученные при помощи линз?
21. Где располагаются мнимые изображения, полученные при помощи линз?
22. Какие изображения, полученные при помощи линз, прямые? обратные?

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 25.1.** Изображение дерева  $AB$  занимает всю длину плоского зеркальца длиной 5 см, когда его держат вертикально на расстоянии 30 см от глаза. Дерево удалено на 90 м от зеркальца. Какова высота дерева?

**Дано:**

$$h = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м};$$

$$l = 0,3 \text{ м};$$

$$L = 90 \text{ м};$$

$$H = ?$$

откуда

**Решение**

Построив изображение  $A'B'$  дерева в зеркальце (рис. 25.20), находим из чертежа

$$\frac{h}{H} = \frac{l}{L+l},$$

$$H = \frac{h(L+l)}{l}.$$

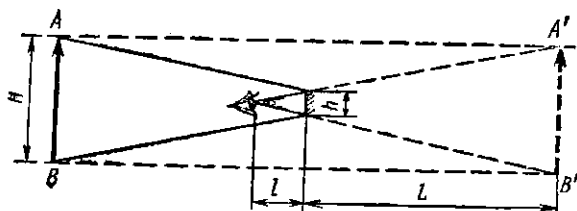


Рис. 25.20

Подставляем данные

$$H = \frac{0,05 \cdot (90 + 0,3)}{0,3} \text{ м} = 15,05 \text{ м}.$$

**Задача 25.2.** Два плоских зеркала образуют двугранный угол  $\gamma$  (рис. 25.21). Произвольно выбранный луч, лежащий в плоскости, перпендикулярной к плоскостям зеркал, отражается по очереди от обоих зеркал. Выразить угол  $\delta$  между направлениями луча, падающего на первое зеркало, и луча, отраженного от второго, через плоский угол  $\gamma$ .

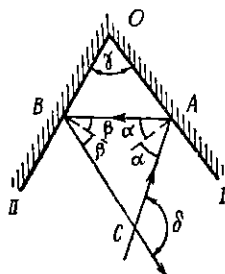


Рис. 25.21

**Решение**

Построим ход луча  $CA$ , падающего на  $I$  зеркало. Выходящий из двугранного угла луч  $BC$  образует с лучом  $CA$  угол  $\delta$ . Из треугольника  $AOB$  находим

$$\gamma = 180^\circ - (90^\circ - \alpha) - (90^\circ - \beta) = \alpha + \beta.$$

Угол  $\delta$ , внешний по отношению к треугольнику  $CAB$ , равен

$$\delta = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta),$$

т. е.

$$\delta = 2\gamma.$$

**Задача 25.3.** Малый предмет (точка  $A$ ) расположен на равных расстояниях от двух плоских зеркал, образующих двугранный угол. Начертить все изображения точки  $A$ , если этот угол равен: а)  $\frac{2\pi}{3}$ ,

б)  $\frac{\pi}{2}$ . Доказать, что в обоих случаях точка  $A$  и ее изображения лежат на окружности с центром в точке  $O$  на ребре двугранного угла.

### Решение

а) Угол между зеркалами  $\frac{2\pi}{3} = 120^\circ$  (рис. 25.22, а). Изображение  $A_1$  точки  $A$  в зеркале  $I$  находится на расстоянии  $mA_1$  от него, причем  $Am = mA_1$ . Изображение  $A_2$  точки  $A$  в зеркале  $II$  — на расстоянии от него  $nA_2 = nA$ , причем  $A_1m = nA_2$ , так как  $Am = An$ . Оба изображения лежат на продолжении зеркал.

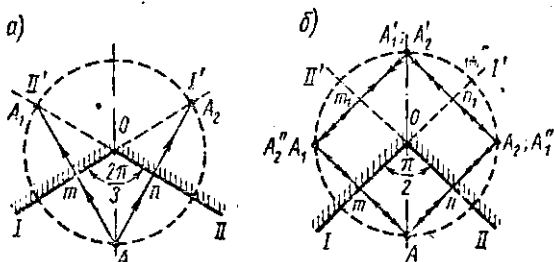


Рис. 25.22

Треугольники  $A_1Om$ ,  $mOA$ ,  $A_2On$ ,  $nOA$  равны, как прямоугольные, имеющие по два равных катета. Следовательно, гипотенузы этих треугольников равны:

$$AO = A_1O = A_2O$$

и через точки  $A_1A_1$  и  $A_2$  можно провести окружность с центром в вершине угла  $mOn$ .

б) Если зеркала образуют угол  $\frac{\pi}{2} = 90^\circ$  (рис. 25.22, б), то, кроме изображений  $A_1$  и  $A_2$  точки  $A$ , получаются еще вторичные изображения  $A_1'$  и  $A_2'$ , положения которых совпадают. Применяя те же рассуждения, что и в случае выше, к треугольникам  $AOm$ ,  $OmA_1$ ,  $AOm$ ,  $mOA_1$ , и т. д., убеждаемся, что точка  $A$  и все три ее изображения лежат на одной окружности [следующие — четвертые — изображения точки  $A$  ( $A_1'$  и  $A_2'$ ) совпадают соответственно с  $A_2$  и  $A_1$ , а пятое — с самой точкой  $A$ ].

**Задача 25.4.** а) Построить изображения небольшой стрелки  $ab$ , расположенной перпендикулярно к биссектрисам плоских углов, соответствующих двугранным углам  $\frac{2\pi}{3}$  и  $\frac{\pi}{2}$  между зеркалами. б) Что можно сказать о третьем изображении стрелки, которое получается в зеркалах, образующих двугранный угол  $\frac{\pi}{2}$ ?



## Решение

а) Изображения стрелки  $ab$  в плоских зеркалах, образующих угол  $\frac{2\pi}{3}$ , построены на рис. 25.23, а, угол  $\frac{\pi}{2}$  — на рис. 25.23, б. б) Третье изображение  $a'b'$  стрелки на рис. 25.23, б не является

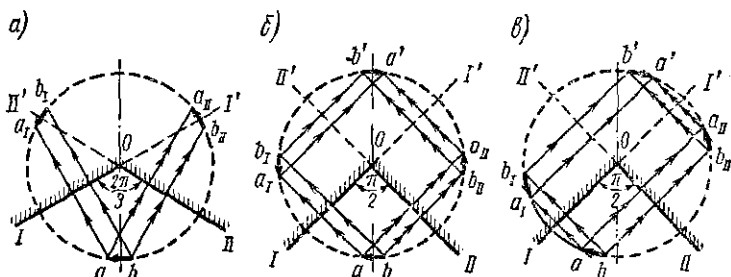


Рис. 25.23

«зеркальным», т. е. симметричным предмету относительно горизонтального диаметра вспомогательной окружности. Пусть на месте стрелки  $ab$  стоит человек. Если он поднимет правую руку, то и его изображение  $a'b'$  тоже поднимет правую руку, а не левую, как остальные изображения. Поэтому изображение  $a'b'$  является истинным, неперевернутым, как бы «портретным». Можно показать, что таким свойством обладает и изображение  $a'b'$  предмета, находящегося на разных расстояниях от обоих зеркал, образующих двугранный угол  $\frac{\pi}{2}$  (рис. 25.23, в).

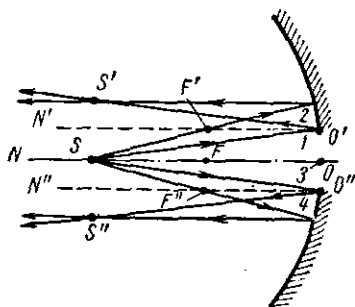


Рис. 25.24

изображения точечного источника света  $S$ , даваемые половинками зеркала, если источник помещен на оптической оси на расстоянии  $0,4$  м от зеркала?

**Дано:**

$$\begin{aligned} f &= 0,2 \text{ м;} \\ OO' &= OO'' = 0,02 \text{ м;} \\ a &= 0,4 \text{ м} \\ \hline b &=? \quad SS'=? \end{aligned}$$

**Решение**

Построим чертеж (рис. 25.24). Проведем параллельно главной оптической оси  $NO$  новые оптические оси  $N'O'$  и  $N''O''$  каждой половинки зеркала. Для построения изображения в верхней половинке зеркала проведем из точки  $S$  луч  $I$  в точку  $O'$  и построим отраженный луч под углом к нормали  $N'O'$ , равным углу падения

$SO'N'$ . Луч 2 проведем из точки  $\dot{S}$  через новое положение фокуса  $F'$ . Отразившись от зеркала, этот луч пойдет параллельно главной оптической оси. На пересечении отраженных лучей 1 и 2 получится изображение  $S'$  точечного источника света  $S$ . Точно так же построим изображение  $S''$  точки  $S$  при посредстве лучей 3 и 4 в нижней половине зеркала.

1) Оба изображения получились на расстоянии  $2f$  от зеркала, так как  $a = 0,4 \text{ м} = 2f$ . Из формулы зеркала  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$  следует:

$$b = \frac{fa}{a-f} = \frac{0,2 \cdot 0,4}{0,4 - 0,2} \text{ м} = 0,4 \text{ м}.$$

2) Биссектриса  $O'N'$  угла  $SO'S'$  параллельна главной оптической оси и делит расстояние  $S'S$  пополам. Поэтому  $S'S = 2 \cdot O'O = 2 \cdot 0,02 \text{ м} = 0,04 \text{ м}$ . Оба изображения находятся на расстоянии  $0,04 \text{ м}$  от главной оптической оси.

**Задача 25.6.** Тонкостенная полая двояковогнутая стеклянная линза заполнена воздухом и находится в воде. На нее падает пучок лучей, параллельный ее главной оптической оси. Как будут направлены лучи после преломления в линзе?

### Решение

Начертим двояковогнутую линзу, ее главную оптическую ось и укажем центры кривизны  $C$  и  $C'$  поверхностей линзы (рис. 25.25). Для наглядности разделим линзу на усеченные призмы, основания которых параллельны главной оптической оси. Луч  $AB$ , упав на одну из таких призм, преломится в точке  $B$ , причем угол преломления  $r$  больше угла падения  $i$ , так как показатель преломления воздуха меньше показателя преломления воды. По той же причине при выходе луча из призмы его угол преломления  $i_1$  меньше угла падения  $r_1$ . В результате луч, пройдя через двояковогнутую линзу, отклонится к ее оптической оси. То же произойдет и с другими лучами параллельного пучка. Таким образом, двояковогнутая линза, показатель преломления вещества которой меньше, чем показатель преломления окружающей среды, играет роль собирающей линзы.

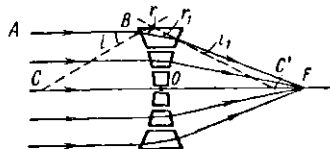


Рис. 25.25

**Задача 25.7.** Каковы радиусы кривизны линзы с оптической силой  $+6 \text{ дп}$ , изготовленной из стекла с показателем преломления  $n = 1,51$ ? Кривизна обеих поверхностей линзы одинакова.

**Дано:**

$$D = +6 \text{ дп};$$

$$n = 1,51;$$

$$\frac{r_1 = r_2 = r.}{r = ?}$$

**Решение**

Согласно формуле (25.7),  $D = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$ .

Но  $r_1 = r_2$ , поэтому

$$D = (n-1) \frac{2}{r},$$

откуда

$$r = \frac{2(n-1)}{D} = \frac{2 \cdot (1,51 - 1)}{6} \text{ м} = 0,17 \text{ м}.$$

**Задача 25.8.** Радиусы кривизны двояковогнутой линзы  $r_1 = 0,2 \text{ м}$  и  $r_2 = 0,3 \text{ м}$ , показатель преломления стекла  $n = 1,5$ . Полученное с помощью линзы изображение в 10 раз меньше предмета. Найти фокусное расстояние линзы, расстояние от изображения до линзы и от предмета до линзы.

**Дано:**

$$r_1 = 0,2 \text{ м};$$

$$r_2 = 0,3 \text{ м};$$

$$n = 1,5;$$

$$\beta = \frac{h'}{h} = 0,1.$$

$$f = ? \quad b = ? \quad a = ?$$

**Решение**

1) По формуле (25.8),

$$f = - \frac{1}{(n-1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)}.$$

Подставив данные, получаем

$$f = - \frac{1}{(1,5-1) \cdot \left( \frac{1}{0,2} + \frac{1}{0,3} \right)} \text{ м} = -0,24 \text{ м}.$$

2) Формула двояковогнутой линзы

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}.$$

Найдем из соотношения для увеличения линзы  $\frac{h'}{h} = \frac{b}{a}$  величину

$$a = \frac{bh}{h'}.$$

подставим ее в формулу линзы:

$$\frac{h'}{bh} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}.$$

Решим последнее уравнение относительно  $b$ :

$$b = - \left( \frac{h'}{h} - 1 \right) f = -(\beta - 1) f,$$

или

$$b = -(0,1 - 1) \cdot (-0,24) \text{ м} = -0,216 \text{ м}; \quad a = -10b = 2,16 \text{ м}.$$

**Задача 25.9.** Расстояние от электрической лампочки до экрана 2 м. Определить фокусное расстояние линзы, помещенной между лампочкой и экраном, если резкое изображение лампы получается при двух положениях линзы, расстояние между которыми равно 1,2 м.

**Дано:**

$$l = 2 \text{ м}; \\ c = 1,2 \text{ м}. \\ f = ?$$

**Решение**

Сделаем чертеж (рис. 25.26), обозначив лампочку  $AB$ . Из чертежа видно, что оба положения линзы симметричны, т. е.

$$a_1 = b_2 \text{ и } b_1 = a_2.$$

Для положения II имеем

$$l = a_2 + b_2;$$

$$c = a_2 - b_2,$$

откуда

$$b_2 = \frac{l - c}{2},$$

$$a_2 = \frac{l + c}{2}.$$

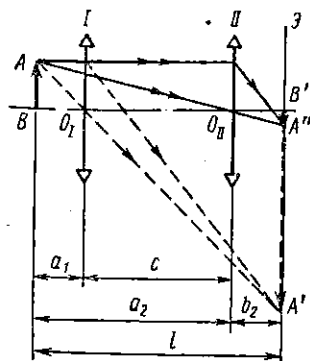


Рис. 25.26

Подставим эти значения в формулу линзы:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{2}{l + c} + \frac{2}{l - c} = \frac{2l - 2c + 2l + 2c}{(l + c)(l - c)} = \frac{4l}{(l + c)(l - c)}.$$

Фокусное расстояние линзы

$$f = \frac{(l + c)(l - c)}{4l}.$$

Подставим в последнюю формулу данные:

$$f = \frac{(2 + 1,2)(2 - 1,2)}{4 \cdot 2} \text{ м} = 0,32 \text{ м}.$$

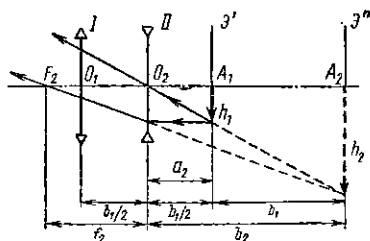


Рис. 25.27

**Задача 25.10.** Изображение предмета, находящегося на соответствующем расстоянии от собирающей линзы  $I$ , получено на экране  $\mathcal{E}$ , расположенном на расстоянии 20 см от линзы. На середине расстояния между собирающей линзой и экраном поместили рассеивающую линзу  $II$  так, что главные оптические оси обеих линз совпадают. Для того чтобы получить резкое изображение предмета на экране, его пришлось отодвинуть еще на 20 см дальше от собирающей линзы. Определить фокусное расстояние рассеивающей линзы.

**Дано:**

$$\begin{array}{l} b_1 = O_1 A_1 = 20 \text{ см;} \\ A_1 A_2 = 20 \text{ см.} \\ \hline f_2 = ? \end{array}$$

**Решение**

Пусть высота действительного обратного и увеличенного изображения, полученного при помощи собирающей линзы, равна  $h_1$  (рис. 25.27). Поставим на середине расстояния между собирающей линзой и экраном  $\mathcal{E}$  рассеивающую линзу, а экран передвинем в положение  $\mathcal{E}'$ . Вторичное изображение должно быть мнимым. Нижний его край найдем как точку пересечения с экраном  $\mathcal{E}'$  продолжения луча, идущего от края первичного изображения  $h_1$  через оптический центр рассеивающей линзы. Продолжение луча, падающего от этого же края  $h_1$  на рассеивающую линзу параллельно главной оптической оси, должно попасть на экран  $\mathcal{E}$  в ту же точку, что и первый луч, а его пересечение с главной оптической осью линзы определяет положение главного фокуса  $F_2$  рассеивающей линзы.

Для рассеивающей линзы

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{b_2} = -\frac{1}{f_2},$$

откуда

$$f_2 = \frac{a_2 b_2}{a_2 - b_2}.$$

Согласно условию,  $a_2 = \frac{b_1}{2}$ , поэтому

$$f_2 = \frac{b_1 b_2}{b_1 - 2b_2}.$$

Но

$$b_2 = b_1 + a_2,$$

или

$$b_2 = b_1 + \frac{b_1}{2} = \frac{3}{2} b_1,$$

и

$$f_2 = \frac{b_1 \cdot \frac{3}{2} b_1}{b_1 - 3b_1} = -\frac{3}{4} b_1.$$

Подставляем данные:

$$f_2 = -\frac{3}{4} \cdot 20 \text{ см} = -15 \text{ см.}$$

## ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Какова наименьшая высота вертикального плоского зеркала, в котором человек видит себя во весь рост? Как должно быть расположено это зеркало?

2. Начертите в коротком плоском зеркале  $MN$  изображение треугольника  $ABC$  (рис. 25.28). Где нужно расположить глаз, чтобы видеть весь треугольник?

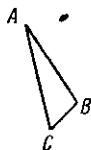


Рис. 25.28

3. На выпуклое зеркало вдоль его оси падает пучок параллельных лучей диаметром 1 см. Радиус зеркала 10 см. Определить диаметр пучка после его отражения на расстоянии 10 см от вершины зеркала.

4. Полусферическое (плосковыпуклое) стекло радиусом 10 см и с показателем преломления 1,5 положено плоской стороной на стол. Пучок параллельных лучей диаметром 1 см падает на полусферу и проходит через нее вдоль ее вертикального радиуса. Определить диаметр светлого круга на столе.

5. Вогнутое сферическое зеркало дает на стене изображение пламени свечи, увеличенное в три раза. Расстояние от свечи до зеркала 0,2 м. Найти радиус кривизны зеркала.

6. Радиус кривизны выпуклого зеркала равен 10 см. Предмет высотой 20 см стоит на расстоянии 30 см от зеркала. Где находится изображение и какова его высота?

7. Найти фокусное расстояние линзы с оптической силой: а)  $+0,5$  дп; б)  $+2$  дп; в)  $+5$  дп; г)  $-10$  дп.

8. Светящаяся точка лежит на главной оптической оси вогнутого сферического зеркала. Ее расстояние от зеркала равно  $5/4$  его радиуса кривизны. Найти положение изображения.

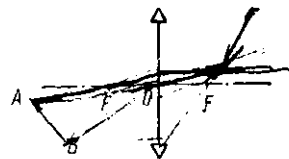


Рис. 25.29

9. На расстоянии 15 см от двояковыпуклой линзы и 5 см от ее оптической оси расположена светящаяся точка. Фокусное расстояние линзы 6 см. Где находится изображение светящейся точки?

10. Даны: собирающая линза, расположение ее фокусов и предмета  $AB$  (рис. 25.29). Начертите изображение предмета.

11. Тонкостенная полая двояковыпуклая стеклянная линза заполнена воздухом и находится в воде. Как будут направлены после преломления в линзе лучи, упавшие на нее пучком, параллельным ее главной оптической оси?

12. Определить оптическую силу линзы, если расстояние между предметом и его изображением, увеличенным в два раза, равно 60 см. Рассмотреть случаи действительного и мнимого изображений.

13. Расстояние от предмета высотой 20 см до рассеивающей линзы равно 15 см. Фокусное расстояние линзы 10 см. Определить расстояние от линзы до изображения и высоту изображения.

14. Две линзы с фокусными расстояниями  $f_1 = +8$  см и  $f_2 = +4$  см расположены на расстоянии 10 см одна от другой так, что их главные оптические оси совпадают. На первую линзу падают лучи, параллельные главной оптической оси. Где получится изображение?

15. Две линзы одинаковой оптической силы расположены вдоль общей оптической оси на расстоянии 6 см одна от другой. На расстоянии 8 см перед первой линзой помещен точечный источник света. Где находится его изображение? Фокусное расстояние каждой линзы +6 см.

16. Найдите в задаче 25.10 расстояние от предмета до / линзы и фокусное расстояние / линзы.

## ОПТИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ

§ 26.1 Проекционный аппарат. 1. Оптические приборы, которые мы рассмотрим в этой главе, состоят из одной или нескольких линз, имеющих общую главную оптическую ось. Одни из них служат для получения действительного изображения на экране или фотопластинке — это проекционные приборы и фотоаппараты. Другие используются в помощь глазу — это лупа, микроскоп, телескоп, которые дают мнимое изображение, рассматриваемое глазом.

2. В проекционных оптических аппаратах (рис. 26.1) предмет помещается между фокусом и двойным фокусом объектива  $O$ , но ближе к фокусу. На удаленном экране  $\mathcal{E}$  получается *действительное, увеличенное, обратное изображение*. Если предмет прозрачен (диапозитив, от слова диа — прозрачный), то позади него в проекционном аппарате помещается источник света  $L$ .

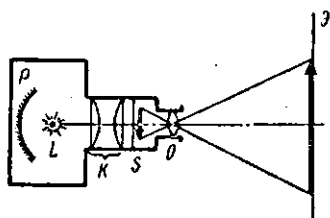


Рис. 26.1

Пусть при проектировании предмета, например кинокадра, на экран линейное увеличение равно 200. Тогда площадь изображения больше площади предмета в  $200^2$ , т.е. в 40 000 раз. Чтобы получить необходимую освещенность изображения, нужно весь световой поток от источника света направить на предмет и осветить его равномерно. Для этого служат *рефлектор  $P$  и конденсор  $K$* . Рефлектор представляет собой сферическое вогнутое зеркало, в центре кривизны которого установлен источник света. Он позволяет использовать лучи, падающие на заднюю стенку камеры аппарата. Конденсор  $K$  состоит из системы линз. Он помещается между источником света и предметом так, чтобы изображение источника света получилось на объективе — при этом условии достигается наилучшее использование светового потока и равномерное освещение предмета. Проекционный аппарат, служащий для демонстрации прозрачных предметов, называется *диакопом*.

Если предмет  $S$  непрозрачен, то его освещают сбоку и направляют отраженные от него лучи в объектив  $O$  при



помощи плоского зеркала  $P'$  (рис. 26.2). Такой прибор называется *эпископом*. Соединение диаскопа и эпископа в одном приборе называется *эпидиаскопом*.

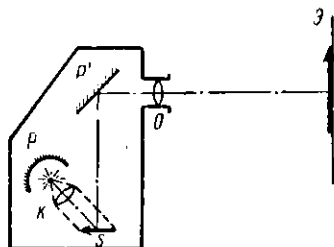


Рис. 26.2

## § 26.2. Фотографический аппарат.

Схема устройства фотографического аппарата приведена на рис. 26.3. В передней стенке камеры  $K$ , которая иногда делается раздвижной, помещается сложный объектив  $O$ , состоящий из нескольких линз. У задней стенки

камеры расположена в кассете светочувствительная пластинка или пленка  $\Phi$ . Предмет обычно находится далее двойного фокусного расстояния объектива, поэтому изображение получается действительным, уменьшенным и обратным.

Объектив фотоаппарата характеризуется его *относительным отверстием*, равным отношению диаметра  $D$  входного отверстия объектива к его фокусному расстоянию  $f$ , т. е.  $\frac{D}{f}$ . Квадрат этого отношения  $\left(\frac{D}{f}\right)^2$  на-

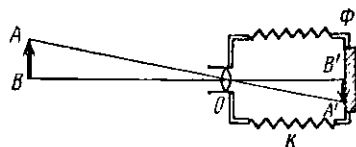


Рис. 26.3

зывается *светосилой объектива*. Чем больше светосила объектива, тем больше

освещенность фотопластинки, так как: 1) при неизменном расстоянии от объектива до предмета световой поток, поступающий в фотокамеру, пропорционален площади отверстия объектива, т. е. пропорционален квадрату его диаметра; 2) при неизменном отверстии объектива освещенность пластинки обратно пропорциональна квадрату ее расстояния от объектива, близкого к фокусному расстоянию. На оправках объективов обычно бывает выгравировано значение относительного отверстия в виде дроби  $\frac{1}{a}$ , при-

чем  $\frac{1}{a} = \frac{D}{f}$ . Если на оправе стоит 1:3,5, то это означает, что  $\frac{D}{f} = \frac{1}{3,5}$ .

Специальный *механический затвор* открывает крышечку объектива на нужный промежуток времени, называемый *временем экспозиции*. Время экспозиции зависит от условий освещенности предмета, чувствительности фотопластины и светосилы объектива.

**§ 26.3. Человеческий глаз.** 1. Важнейшим оптическим прибором является *глаз*. По своему строению он напоминает фотоаппарат, так как представляет собой темную камеру с узким входным отверстием — *зрачком*. На рис. 26.4. показан схематический разрез глаза. Роль объектива выполняют три преломляющие среды: *водянистая влага (в)*, находящаяся в передней камере, *хрусталик (х)*, и *стекловидное тело (с. т.)*. Средний показатель преломления всех этих сред равен 1,336, т. е. почти не отличается от показателя преломления воды.

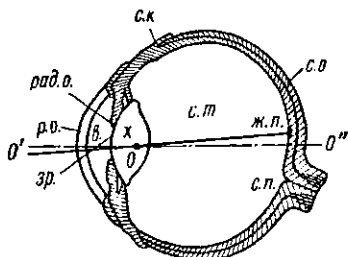


Рис. 26.4

Лучи света, вступающие в глаз через зрачок (зр), попадают сначала на *роговую оболочку (р. о.)*, которая представляет собой переднюю часть *склеры (ск.)*, окружающей все глазное яблоко. Роговая оболочка служит передней стенкой камеры, заполненной водянистой влагой (*в*); сзади глазная камера замыкается *радужной оболочкой (рад. о.)*, к которой прилегает прозрачное упругое тело — *хрусталик (х)*. У молодых людей кривизна хрусталика может изменяться при рассматривании различно удаленных предметов — эта способность хрусталика называется *аккомодацией*. В пожилом возрасте способность к аккомодации постепенно теряется. За хрусталиком находится *стекловидное тело*, заполняющее главную полость глаза *до сетчатой оболочки (с. о.)*. Сетчатая оболочка выстилает все дно глаза, за исключением его передней части. Она состоит из разветвлений зрительных нервов: *палочек* и *колбочек*. Палочки дают бело-черные изображения. Они воспринимают свет и при сумеречном освещении. Колбочки воспринимают цвета и работают при более ярком освещении. Общее число палочек и колбочек в глазу достигает 140 миллионов. Способность восприни-

мать детали наибольшая в *желтом пятне* (*ж. п.*), которое находится в углублении посередине сетчатой оболочки и уменьшается с увеличением расстояния от желтого пятна. То место, где зрительный нерв входит в сетчатую оболочку, совсем не воспринимает света и называется *слепым пятном* (*с. п.*)

2. Точка на оптической оси глаза, изображение которой получается на сетчатке без аккомодации, называется *дальней точкой глаза*, а та точка, изображение которой получается на сетчатке при максимальном напряжении аккомодации, называется *ближней точкой*. Нормальный глаз, не аккомодируя, дает на сетчатой оболочке отчет-

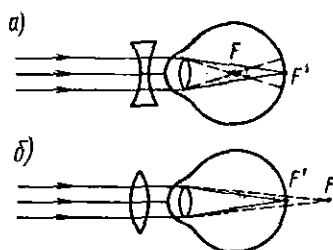


Рис. 26.5

ливое изображение бесконечно удаленных предметов, например звезд. Ближняя точка лежит перед вершиной роговой оболочки на расстоянии, растущем с возрастом: от 10 см у двадцатилетних до 22 см у сорокалетних. Наименьшее расстояние, на котором (вследствие привычки к чтению и письму) глаз может без особого

напряжения рассматривать предметы, называется *расстоянием наилучшего видения*  $l_0$ . Для нормального глаза  $l_0 = 25$  см.

Если в спокойном состоянии глаза его фокус  $F$  находится не на сетчатке, а внутри глаза перед ней, то глаз называется *близоруким*. Близорукие люди видят удаленные предметы нечетливо. Для компенсации близорукости они должны носить очки с рассеивающими линзами (рис. 26.5, а).

Если же в спокойном состоянии глаза его фокус находится за сетчаткой, то глаз называется *дальнозорким*. Дальнозоркие люди нечетливо видят близкие предметы. Для того чтобы фокус глаза попадал на сетчатую оболочку, дальнозоркие люди во время работы, чтения носят очки с собирающими линзами (рис. 26.5, б).

3. Зрение двумя глазами дает возможность воспринимать глубину. Оба глаза дают два различных перспективных изображения, которые воспринимаются вместе как единое пространственное изображение. На подобном прин-

ципе основано устройство стереоскопического кино и стереоскопа.

Зрительные раздражения сетчатки сохраняются в течение примерно 0,1 сек. Это свойство глаза использовано в кино: если сменять изображения достаточно быстро, чтобы перерыв между ними не превышал 0,1 сек, то изображение каждого кадра налагается на изображение предыдущего, и у зрителя создается впечатление непрерывного движения.

4. Оптическая ось  $OO'$  глаза проходит через середину зрачка и оптический центр  $O$  глаза (рис. 26.6). Построим на сетчатке изображение  $A'B'$  предмета  $AB$ . Угол  $\alpha$ , образованный лучами, проведенными от краев предмета через оптический центр глаза, называется *углом зрения*. Два предмета  $AB$  и  $CD$ , видимые под одинаковыми углами зрения, обладают одинаковой *кажущейся величиной*, которая измеряется тангенсом угла зрения, т. е. кажущаяся величина равна

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{AB}{BO}.$$

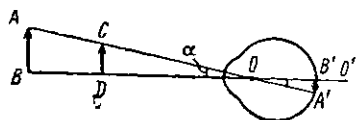


Рис. 26.6

Чем больше угол зрения, тем больше подробностей видит глаз в рассматриваемом предмете. При увеличении расстояния  $BO$  или уменьшении размеров предмета угол зрения уменьшается и, наконец, точки  $A$  и  $B$  предмета кажутся слившимися в одну точку.

Величина, обратная наименьшему угловому расстоянию между двумя точками, при котором глаз видит промежуток между точками, т. е. когда они представляются глазу раздельными, является *мерой остроты зрения*  $v$ . Условно считается, что острота зрения равна 1,00, если минимальный угол  $\omega$  между двумя точками, при котором они видны раздельными, равен  $1'$ . При  $\omega = 2'$  острота зрения  $v = 0,5$ ; при  $\omega = 10'$   $v = 0,1$ ; при  $\omega = 0,5'$   $v = 2$ .

Для увеличения угла зрения пользуются оптическими приборами. Их можно разделить на две группы:

- 1) приборы, служащие для рассматривания мелких предметов, — лупа, микроскоп;
- 2) приборы, служащие для рассматривания далеких предметов, — зрительная труба, телескоп.

**§ 26.4. Лупа. Микроскоп.** 1. *Лупа* представляет собой собирающую линзу (или систему линз) с фокусным расстоянием

от 1 до 10 см. Она помещается как можно ближе к глазу, а расстояние от лупы до предмета должно быть немного меньшим ее фокусного расстояния или равно ему. Прямое мнимое увеличенное изображение получается на расстоянии наилучшего видения или в бесконечности. Как при первом, так и при втором способе применения увеличение практически одинаково, но вооруженный глаз работает лучше всего, если ему не надо аккомодировать.

На рис. 26.7, б изображена лупа, через которую глаз рассматривает небольшой предмет высотой  $h$ , помещенный в ее главном фокусе. Если предмет рассматривать невооруженным глазом на расстоянии наилучшего видения  $l_0$

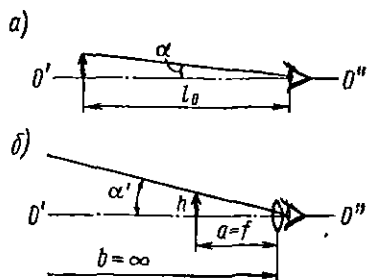


Рис. 26.7

(рис. 26.7, а), то он виден под углом зрения, равным  $\alpha$ . Если рассматривать через лупу мнимое изображение предмета, находящееся в бесконечности, то угол зрения, под которым оно видно, равен  $\alpha'$ .

Введем понятие углового увеличения. Угловым увеличением  $\Gamma$  (греческая «гамма» прописная) называется отношение угла зре-

ния  $\alpha'$ , под которым предмет виден в прибор, к углу зрения  $\alpha$ , под которым он виден невооруженным глазом:

$$\Gamma = \frac{\alpha'}{\alpha}. \quad (26.1)$$

Отношение малых углов  $\alpha'$  и  $\alpha$  можно заменить отношением их тангенсов:

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha}. \quad (26.1')$$

Но  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{l_0}$ ;  $\operatorname{tg} \alpha' = \frac{h}{f}$ . Поэтому

$$\Gamma = \frac{l_0}{f}. \quad (26.2)$$

Для нормального глаза угловое увеличение лупы

$$\Gamma = \frac{25}{f},$$

где  $f$  выражено в сантиметрах.

2. *Микроскопом* пользуются при рассматривании очень мелких предметов. Он представляет собой соединение двух сложных оптических систем: очень короткофокусного объектива и окуляра со значительно большим фокусным расстоянием. На рис. 26.8 объектив (Об.) и окуляр (Ок.) представлены в виде простых двояковыпуклых линз. Объектив дает действительное, увеличенное, обратное изображение  $A_1B_1$  предмета  $AB$ , помещенное между его фокусом  $F_1$  и двойным фокусом, но ближе к фокусу. Это первичное изображение рассматривается через окуляр, как через лупу с большим увеличением. Так как первичное изображение  $A_1B_1$  находится ближе к окуляру, чем его фокус  $F_2$ , то вторичное изображение  $A_2B_2$  мнимое, увеличенное и прямое по отношению к первичному. Обозначим линейную величину  $AB$  буквой  $h$ ,  $A_1B_1$  —  $h_1$ ,  $A_2B_2$  —  $h_2$ .

Линейное увеличение микроскопа равно отношению величины вторичного изображения  $h_2$  к величине предмета  $h$ . Его можно представить как

$$\beta = \frac{h_2}{h} = \frac{h_1}{h} \frac{h_2}{h_1}, \quad (26.3)$$

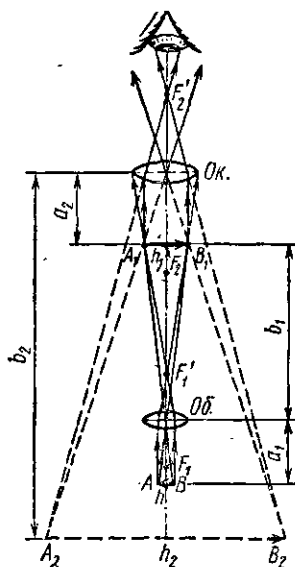


Рис. 26.8

т. е. линейное увеличение микроскопа равно произведению увеличения объектива на увеличение окуляра. Но

$$\frac{h_1}{h} = \frac{b_1}{a_1} \quad \text{и} \quad \frac{h_2}{h_1} = \frac{b_2}{a_2}.$$

Расстояние  $b_1$  от объектива до первичного изображения приблизительно равно длине  $\delta$  тубуса (трубы) микроскопа, а расстояние от предмета до объектива почти равно фокусному расстоянию объектива. Поэтому

$$\frac{h_1}{h} = \frac{b_1}{a_1} = \frac{\delta}{f_1}.$$

Увеличение окуляра находим как увеличение лупы:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{l_0}{f_2},$$

где  $l_0$  — расстояние наилучшего видения. Таким образом, увеличение всего микроскопа [формула (26.3)] равно

$$\beta = \frac{\delta l_0}{f_1 f_2}. \quad (26.4)$$

Например, при длине тубуса  $\delta = 150$  мм, фокусном расстоянии объектива  $f_1 = 2,5$  мм и фокусном расстоянии окуляра  $f_2 = 30$  мм увеличение микроскопа равно

$$\beta = \frac{\delta l_0}{f_1 f_2} = \frac{150 \cdot 250}{2,5 \cdot 30} = 500.$$

*Разрешающей способностью микроскопа называют его способность давать раздельно изображения двух близких точек предмета. Чем больше разрешающая способность прибора, тем детальнее позволяет он рассмотреть предмет. Предельная разрешающая способность микроскопа связана с явлением дифракции (см. § 27.2) и достигается при увеличении, равном 1000. Большие увеличения не добавляют новых деталей при рассматривании предмета.*

**§ 26.5. Телескопы. Призматический бинокль.** Слово *телескоп* греческого происхождения («теле» — далеко, «скопейн» — смотреть). Телескопы называют также зрительными трубами. Различают *телескопы-рефракторы*, в которых угол зрения увеличивается вследствие преломления лучей в системах линз, и *телескопы-рефлекторы*, в которых объективом служит не линза, а параболическое зеркало большого диаметра. Мы рассмотрим два типа телескопов-рефракторов.

1. *Труба Кеплера* состоит из длиннофокусного объектива и короткофокусного окуляра (который действует, как лупа), имеющих общую главную оптическую ось (рис. 26.9). Задний фокус объектива совпадает с передним фокусом окуляра. Предмет (например, звезда) бесконечно удален, поэтому лучи от его верхнего края  $A$  идут параллельным пучком, падая на объектив под некоторым углом  $\alpha/2$  к главной оптической оси. Эти лучи собираются

в точке  $A_1$ , где побочная оптическая ось, параллельная им, пересекает заднюю фокальную плоскость объектива. Параллельные лучи, идущие от нижнего края  $B$  предмета под углом  $\alpha/2$  к главной оптической оси, собираются в точке  $B_1$ . Объектив дает действительное обратное уменьшенное изображение в своей фокальной плоскости. Вместе с тем это изображение находится в передней фокальной

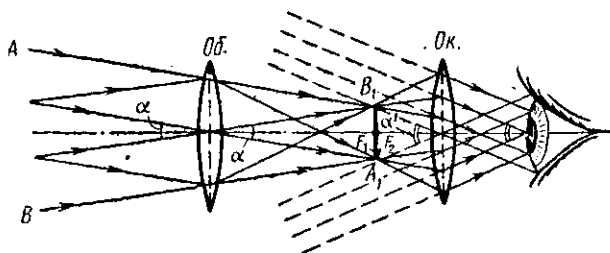


Рис. 26.9

плоскости окуляра, который дает мнимое увеличенное вторичное изображение в бесконечности.

Найдем угловое увеличение, даваемое трубой Кеплера:

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha'/2}{\operatorname{tg} \alpha/2}.$$

Пусть высота первичного изображения  $A_1B_1$  будет  $2h$ . Тогда  $\operatorname{tg} \alpha/2 = h/f_{об}$  и  $\operatorname{tg} \alpha'/2 = h/f_{ок}$ . Поэтому

$$\Gamma = \frac{h}{f_{ок}} \frac{f_{об}}{h},$$

или

$$\Gamma = \frac{f_{об}}{f_{ок}}, \quad (26.5)$$

т. е. *увеличение зрительной трубы равно отношению фокусных расстояний объектива и окуляра.*

2. В зрительной трубе Галилея окуляром служит рассеивающая линза, причем задние

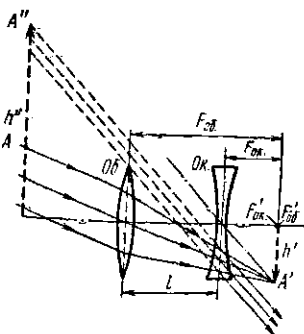


Рис. 26.10



главные фокусы объектива  $F'_1$  и окуляра  $F'_2$  совпадают (рис. 26.10). Таким образом, длина  $l$  трубы Галилея равна разности фокусных расстояний объектива и окуляра ( $l = F_{об} - F_{ок}$ ).

Параллельные пучки лучей, идущих от верхнего края  $A$  и от середины очень удаленного предмета, дали бы верхнюю половину его изображения  $A'F'_{об} = h'$  в задней фокальной плоскости объектива, если бы до этого на их пути не оказалась рассеивающая линза. Преломившись в ней, лучи становятся параллельными и дают мнимое изображение  $h''$  предмета в бесконечности.

Угловое увеличение трубы Галилея

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{h'/f_{ок}}{h'/f_{об}},$$

или

$$\Gamma = \frac{f_{об}}{f_{ок}}. \quad (26.6)$$

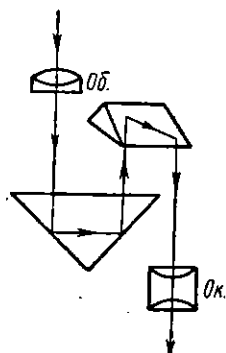


Рис. 26.11

3. В *призматический бинокль*, представляющий собой соединение двух труб Кеплера, введены вдоль хода луча в каждой трубе две призмы полного внутреннего отражения (на рис. 26.11 показан ход лучей в одной из труб). Эти призмы производят полный оборот изображения, т. е. приводят к соответствию изображения предмету как в вертикальном, так и в горизонтальном направлениях. Объективы обеих труб расставлены шире расстояния между центрами глаз, поэтому бинокль дает большой стереоскопический эффект и позволяет хорошо различать глубину расположения предметов.

**§ 26.6. Оптическая сила системы тонких линз.** Для улучшения качества изображения в оптических приборах вместо одиночных линз объективов и окуляров используются системы линз, имеющие общую главную оптическую ось (центрированные системы). Оптическая сила системы, состоящей из двух тонких линз с фокусными расстояниями  $f_1$  и  $f_2$  и находящихся на расстоянии  $r$  друг от друга, равна

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{r}{f_1 f_2}.$$

Если линзы соприкасаются, т. е.  $r=0$ , то

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}.$$

*Оптическая сила двух соприкасающихся тонких линз равна алгебраической сумме оптических сил отдельных линз.*

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. На каком расстоянии от объектива проекционного аппарата следует располагать предмет, чтобы на экране получалось действительное изображение?

2. Начертите ход лучей в проекционном аппарате.

3. Чем отличается эпископ от диаскопа?

4. Начертите схему устройства фотоаппарата.

5. Как связана освещенность пластинки со светосилой объектива?

6. Нарисуйте схематический разрез человеческого глаза и расскажите об устройстве его.

7. Что служит преломляющей средой в глазу?

8. Где расположен фокус нормального глаза в спокойном состоянии? Где он находится у близорукого глаза? у дальнозоркого глаза?

9. Какие линзы выписывают для очков близоруким людям? дальнозорким?

10. Что называется углом зрения?

11. Что служит мерой остроты зрения?

12. Начертите ход лучей в лупе.

13. Чему равно увеличение лупы?

14. Можно ли получить на экране изображение, даваемое лупой?

15. Если для устройства микроскопа даны две линзы: длиннофокусная и короткофокусная, то которую из них следует сделать объективом?

16. Начертите ход лучей в микроскопе.

17. Чему равно увеличение объектива микроскопа? окуляра? всего микроскопа?

18. Что называется разрешающей способностью микроскопа?

19. Какой прибор получится, если микроскоп повернуть так, чтобы его объектив стал окуляром, а окуляр — объективом?

20. Начертите ход лучей в трубе Кеплера.

21. Если наблюдения с трубой Кеплера производит близорукий человек, то которую из линз, объектив или окуляр, он будет перемещать вдоль оси телескопа, устанавливая его по глазам, и где получит изображение?

22. Чему равно увеличение телескопа?

23. Чем отличается труба Галилея от трубы Кеплера?

24. Начертите ход лучей в трубе Галилея.

25. Чему равна оптическая сила системы из двух тонких линз, находящихся на расстоянии  $r$  друг от друга? Сложенных вплотную?

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 26.1.** На экран проектируют диапозитив, причем площадь изображения в 100 раз больше площади диапозитива. Расстояние от диапозитива до объектива проекционного аппарата 25 см. Определить: а) расстояние от объектива до экрана; б) фокусное расстояние объектива.

**Дано:**

$$S'/S = 100;$$

$$a = 25 \text{ см.}$$

$$\frac{b}{b-f} = \frac{f}{f-a}$$

**Решение**

а) Линейное увеличение

$$\beta = \frac{h'}{h} = \sqrt{\frac{S'}{S}} = \frac{b}{a},$$

откуда

$$b = a \sqrt{\frac{S'}{S}}, \quad (a)$$

или

$$b = 25 \cdot \sqrt{100} \text{ см} = 250 \text{ см} = 2,5 \text{ м.}$$

б) Из формулы собирающей линзы находим

$$f = \frac{ab}{b+a}. \quad (б)$$

Подставим данные:

$$f = \frac{250 \cdot 25}{250 + 25} \text{ см} = 22,7 \text{ см.}$$

**Задача 26.2.** Какова оптическая сила очковой линзы, которая нужна: а) для чтения дальноручному глазу с ближней точкой, лежащей на расстоянии 125 см от вершины роговой оболочки глаза; б) для смотрения вдаль близоручному глазу с дальней точкой на расстоянии 50 см? Считать, что линзы очков расположены вплотную к глазу.

**Дано:**

$$a_1 = 125 \text{ см} = 1,25 \text{ м};$$

$$l_0 = 25 \text{ см} = 0,25 \text{ м};$$

$$a_2 = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м};$$

$$\frac{a_{\text{макс}}}{a} = \frac{f}{f-a}$$

а)  $D_1 - ?$  б)  $D_2 - ?$

**Решение**

а) Для дальноручного глаза без очков

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

где  $f$  — фокусное расстояние глаза,  
 $b$  — расстояние от оптического центра глаза до сетчатой оболочки.

Для глаза в очках

$$\frac{1}{l_0} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f_1},$$

где  $f_1$  — фокусное расстояние очковой линзы.

Подставим во вторую формулу выражение для  $\frac{1}{f}$  из первой:

$$\frac{1}{l_0} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{b} + \frac{1}{f_1},$$

откуда

$$D_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{1}{l_0} - \frac{1}{a_1}.$$

б) Аналогично для близорукого глаза

$$D_2 = \frac{1}{f_2} = \frac{1}{a_{\text{макс}}} - \frac{1}{a_2}.$$

Подставляем данные:

$$D_1 = \left( \frac{1}{0,25} - \frac{1}{1,25} \right) \partial n = 3,2 \partial n;$$

$$D_2 = \left( \frac{1}{\infty} - \frac{1}{0,5} \right) \partial n = -2 \partial n.$$

**Задача 26.3.** Предмет находится на расстоянии 18 см от объектива фотоаппарата с фокусным расстоянием 15 см. Определить фокусное расстояние линзы, которую нужно сложить с объективом, чтобы получить четкое изображение предмета при растяжении фотоаппарата, равном 30 см.

**Дано:**

$$a = 18 \text{ см};$$

$$f = 15 \text{ см};$$

$$b = 30 \text{ см.}$$

$$\frac{f_1 - ?}{f_1 - ?}$$

**Решение**

Оптическая сила сложного объектива, состоящего из соприкасающихся линз, равна алгебраической сумме оптических сил составляющих его линз, т. е.  $\frac{1}{f} + \frac{1}{f_1}$ .

Поэтому

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f_1},$$

откуда

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{f} = \frac{bf + af - ab}{abf}$$

$$f_1 = \frac{abf}{bf + af - ab}.$$

Подставляем данные:

$$f_1 = \frac{18 \cdot 30 \cdot 15}{30 \cdot 15 + 18 \cdot 15 - 18 \cdot 30} \text{ см} = 45 \text{ см}.$$

**Задача 26.4.** Изображение, даваемое объективом микроскопа, находится на расстоянии 180 мм от его заднего фокуса. Фокусное расстояние объектива 4 мм. Фокусное расстояние окуляра 31,25 мм. Чему равно увеличение микроскопа для нормального глаза?

**Дано:**

$$\begin{aligned} f_{об} &= 4 \text{ мм}; \\ b &= 180 \text{ мм} + 4 \text{ мм} = 184 \text{ мм}; \\ f_{ок} &= 31,25 \text{ мм}. \end{aligned}$$


---


$$\beta = ?$$

**Решение**

Увеличение микроскопа равно произведению увеличения объектива на увеличение окуляра:

$$\beta = \beta_{об} \beta_{ок}.$$

Увеличение объектива найдем по формуле для линейного увеличения линзы, определив сначала по данным расстояние  $a$  от объектива до предмета. Из формулы для собирающей линзы

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

получаем

$$a = \frac{f_{об} b}{b - f_{об}}.$$

Увеличение объектива равно

$$\beta_{об} = \frac{b}{a} = \frac{b - f_{об}}{f_{об}}.$$

Увеличение окуляра рассчитаем как увеличение лупы:

$$\beta_{ок} = \frac{l_0}{f_{ок}},$$

где  $l_0$  — расстояние наилучшего видения.

Полное увеличение микроскопа равно

$$\beta = \beta_{об} \beta_{ок} = \frac{(b - f_{об}) l_0}{f_{об} f_{ок}}.$$

Подставляем данные:

$$\beta = \frac{(184 - 4) \cdot 250}{4 \cdot 31,25} = 360.$$

**Задача 28.5.** Определить увеличение телескопа-рефрактора с 8-кратным окуляром и объективом с фокусным расстоянием 2000 мм.

**Дано:**

$$\begin{aligned} \beta_{\text{ок}} &= 8; \\ f_{\text{об}} &= 2000 \text{ мм.} \\ \Gamma_{\text{тел}} &= ? \end{aligned}$$

**Решение**

Увеличение телескопа равно отношению фокусного расстояния объектива к фокусному расстоянию окуляра:

$$\Gamma_{\text{тел}} = \frac{f_{\text{об}}}{f_{\text{ок}}}.$$

Так как окуляр действует подобно лупе, то его фокусное расстояние можно найти из формулы для увеличения лупы

$$\beta_{\text{ок}} = \frac{l_0}{f_{\text{ок}}},$$

откуда

$$f_{\text{ок}} = \frac{l_0}{\beta_{\text{ок}}}.$$

Увеличение телескопа

$$\Gamma = \frac{f_{\text{об}}}{f_{\text{ок}}} = f_{\text{об}} \frac{\beta_{\text{ок}}}{l_0},$$

или

$$\Gamma_{\text{тел}} = 2000 \cdot \frac{8}{250} = 64.$$

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. На квадратный экран площадью 1,44 м<sup>2</sup> нужно спроектировать квадратный диапозитив площадью 144 см<sup>2</sup>. Каким должно быть расстояние от диапозитива до объектива проекционного фонаря, чтобы изображение занимало весь экран? Фокусное расстояние объектива 25 см.

2. Может ли человек с нормальным зрением увидеть невооруженным глазом при дневном освещении раздельно две точки, отстоящие друг от друга на 50 см, если они удалены от него на 1,5 км? Наименьший угол зрения 1'.

3. Близорукому человеку прописали очки с оптической силой линз, равной — 1,50 дп. а) Определить расстояние от его глаза до дальней точки. б) Если этот человек будет пользоваться очками с оптической силой — 1,00 дп, то каким будет наибольшее расстояние ясного зрения (т. е. до дальней точки)?

4. Определить угловое увеличение лупы с фокусным расстоянием 5 мм, если нормальный глаз рассматривает с ее помощью предмет на расстоянии наилучшего зрения.

5. Определить увеличение объектива микроскопа, если увеличение всего микроскопа равно 120, а фокусное расстояние окуляра равно 2,5 см.

6. Определить увеличение микроскопа для глаза с расстоянием наилучшего видения, равным 275 мм, если  $f_{об} = 5$  мм,  $f_{ок} = 25$  мм, а предмет находится на расстоянии 5,2 мм от объектива.

7. Фокусное расстояние окуляра телескопа равно 10 см. Расстояние между объективом и окуляром 2,1 м. Определить угловое увеличение телескопа.

## ПОНЯТИЕ О ВОЛНОВЫХ СВОЙСТВАХ СВЕТА

**§ 27.1. Интерференция света.** 1. Примером световых явлений, которые нельзя объяснить с точки зрения геометрической (лучевой) оптики, могут служить явления *интерференции* и *дифракции* света.

Интерференцией называют усиление или ослабление волн одинаковой частоты, встречающихся в одной точке. Проще всего интерференцию волн наблюдать на поверхности воды, налитой в плоскостонную ванну. От двух штифтиков, укрепленных на одной колеблющейся пластинке *A*, расходятся круговые волны (рис. 27.1). Частота колебаний штифтиков одинакова, а значит, одинакова и длина возникающих на воде волн. В некоторых точках поверхности воды в определенные моменты времени встречаются гребни обеих волн, а через полпериода — впадины обеих волн. Поэтому здесь наблюдается усиление колебаний, наибольшее вдоль пунктирных линий, проведенных посреди областей волнения.

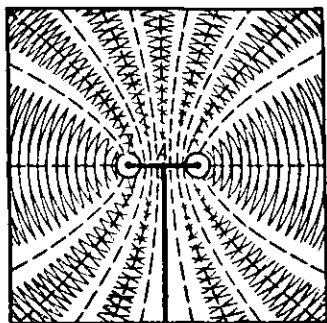


Рис. 27.1

В других точках при встрече волн, идущих от обоих источников, гребень одной волны накладывается на впадину другой, и колебания взаимно ослабляются. Картина интерференции сохраняется в течение всего времени колебания штифтиков.

Если же оба штифтика будут прикреплены к разным пластинкам, частоты колебаний которых будут неодинаковыми, то при наложении волн, возбуждаемых ими на воде, интерференция наблюдаться не будет.

Интерференция рассмотренных нами волн на воде возможна лишь в том случае, если штифтики колеблются согласованно, т. е. если они являются *когерентными*



источниками волн. Когерентными называются источники волн, частоты колебаний которых одинаковы, а разность фаз постоянна.

2. Для того чтобы выяснить, как взаимодействуют волны, идущие от когерентных источников и встречающиеся в данной точке, нужно определить разность путей, пройденных до встречи обеими волнами. Эта разность путей называется разностью хода волн. На рис. 27.2 изображены точечные источники колебаний  $S_1$  и  $S_2$ . Расстояние  $D$  между источниками во много раз меньше, чем расстояние от них до точки  $A$ . Пусть расстояние  $S_1A = r_1$

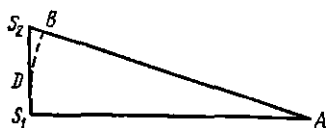


Рис. 27.2

меньше, чем  $S_2A = r_2$ . Отрезок  $S_2B = r_2 - r_1$  представляет собой разность хода этих волн. Если разность хода равна целому числу  $m$  длин волн или четному числу  $2m$  полуволн, то, встречаясь в точке  $A$ , эти волны усили-

вают друг друга, и здесь наблюдаются колебания с максимальной амплитудой. Запишем это условие:

$$r_2 - r_1 = 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (27.1)$$

где  $m$  — любое целое число или нуль.

Если же разность хода волн равна нечетному числу полуволн, т. е.

$$r_2 - r_1 = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (27.2)$$

то при встрече волн в точке  $A$  колебания здесь будут взаимно ослабляться и происходить с минимальной амплитудой.

В точке  $A$  колебаний совсем не будет, если амплитуды обеих волн равны.

Формулы (27.1) и (27.2) справедливы при условии, что расстояния  $r_1$  и  $r_2$  во много раз больше, чем  $D$ .

Интерферировать могут также звуковые, электромагнитные и другие волны, если их источники когерентны.

3. Могут ли быть когерентными два независимых источника света, испускающие волны одинаковой частоты?

Любой источник света состоит из огромного числа атомов, каждый атом излучает световые волны в течение очень короткого промежутка времени ( $10^{-8}$  сек и меньше) и лишь после некоторого перерыва снова начинает излучать их. В независимых источниках излучение атомами света меняется беспорядочно, и интерференционные картины так быстро сменяют друг друга, что мы не успеваем их заметить. Поэтому два независимых источника света всегда некогерентны и не могут дать картины интерференции.

Когерентные источники света можно получить, разделив луч света, испускаемый одним источником, на две

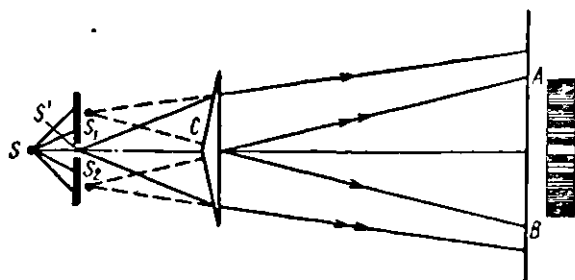


Рис. 27.3

части и заставив обе части налагаться друг на друга после того как они пройдут пути разной длины. Это достигается различными способами: отражением луча от двух зеркал, расположенных под тупым углом, немного меньшим  $180^\circ$  (зеркала Френеля), преломлением луча в двух призмах, сложенных основаниями (бипризма Френеля), или в двух половинках линзы (билинза Билье) и др. Остановимся на опыте с бипризмой.

Поперечное сечение *бипризмы Френеля* имеет вид плоского равнобедренного треугольника, тупой угол которого обращен к источнику света. Испускаемые источником  $S$  световые волны проходят через щель, которая в этом случае служит первичным источником света  $S'$  (рис. 27.3). Щель расположена параллельно ребру  $C$  бипризмы с очень малыми преломляющими углами. После преломления

в бипризме лучи света дают два когерентных источника  $S_1$  и  $S_2$  — мнимые изображения щели  $S'$ . Поставив на пути лучей экран, можно наблюдать в нем интерференционную картину в области  $AB$ , где перекрываются волны, идущие от обоих когерентных источников света  $S_1$  и  $S_2$ .

Если источник посылает монохроматический свет (т. е. свет одной какой-либо длины волны  $\lambda$ ), то на экране получаются одноцветные светлые полосы, расположенные на одинаковом расстоянии друг от друга и разделенные темными полосами. Самая светлая полоса — центральная, она называется нулевым максимумом. По обе стороны от нулевого максимума идут максимумы 1-го порядка, 2-го порядка и т. д. Зная расстояние между полосами и расположение установки, можно вычислить длину волны монохроматического света.

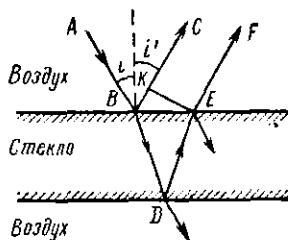


Рис. 27.4

Измерения показали, что длина волны уменьшается при переходе от красного света к фиолетовому в порядке расположения этих цветов в спектре. Лишь нулевой максимум будет белым, так как здесь происходит наложение светлых полос всех цветов, которые и дают белый цвет.

Если же источник посылает белый свет, то вместо одноцветных полос на экране получают спектры, разделенные темными промежутками, так как разность хода, при которой интерферирующие волны усиливаются, различна для волн разной длины.

4. Явление интерференции света объясняет окраску тонких слоев прозрачных веществ. Такую окраску мы часто замечаем на мыльных пузырях, на масляных пленках на воде, в виде цветов побежалости при нагревании куска чистого металла и т. п. В этих случаях интерферируют лучи, отраженные от верхней и нижней поверхностей слоя.

На рис. 27.4 условно изображено поперечное сечение очень тонкой пластинки, на которую падает под углом  $i \approx 0$  монохроматическая световая волна. Выберем соответствующий этой волне луч  $AB$ . В точке  $B$  он частично отражается в направлении  $BC$ , частично преломляется, проходя в пластинку. В точке  $D$  нижней поверхности пластинки луч

опять частично отражается в направлении  $DE$ , частично преломляется, выходя из пластинки. В точке  $E$  луч  $DE$ , преломляясь, выходит в воздух. Прямая  $KE$  представляет собой сечение отраженной волны плоскостью чертежа. Нетрудно доказать, что лучи  $BC$  и  $EF$  параллельны и идут тем ближе друг к другу, чем тоньше пластинка и чем меньше угол падения луча  $AB$ . При угле падения  $i \approx 0$  оба луча практически совпадают, и возникает наложение волн. Картина интерференции зависит от разности хода волн  $BDE - BK$ . Кроме того, отражение волн на границе воздух—стекло и стекло—воздух происходит при различных условиях\*. Если разность хода  $BDE - BK$  равна целому числу волн, то волны отраженного от пластинки под углом  $i'$  света усиливают друг друга, и глаз, в который они попадают, увидит свет. Если разность хода  $BDE - BK$  равна нечетному числу полуволн, то налагающиеся одна на другую волны ослабляют друг друга, и глаз увидит темноту.

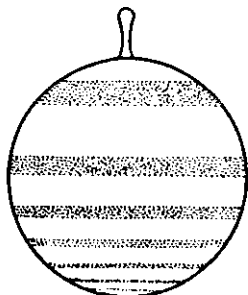


Рис. 27.5

Наблюдать интерференционную картину можно в следующем простом опыте. Если опустить в мыльную воду круглую проволочную рамку, держа ее за проволочный подвес, и затем расположить ее вертикально, то рамка окажется затянутой мыльной пленкой. Мыльная вода будет стекать вниз, и пленка примет форму клина, утолщающегося книзу. Осветив эту пленку лучами солнца или лампы, мы увидим в отраженном свете ряд радужных полос, параллельных ребру клина, причем расстояния между полосами уменьшаются с увеличением толщины клина (рис. 27.5).

Цвета тонких пластинок в отраженном свете дают очень чувствительный способ для определения толщины пластинок.

---

\* При отражении световой волны от среды с большим показателем преломления теряется половина длины волны.

**§ 27.2. Некоторые опыты по дифракции волн.** 1. Прежде чем давать определение явлению дифракции, рассмотрим несколько опытов.

Обратимся к плоскодонной ванне с водой, в которой мы наблюдали интерференцию волн. Источником волн служат колебания штифтика, укрепленного на колеблющейся пластинке. Если на пути волн поставить экран, размеры которого во много раз превышают длину волны,

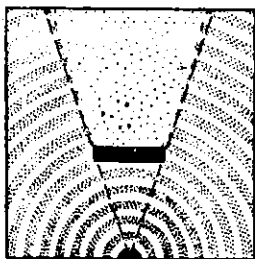


Рис. 27.6

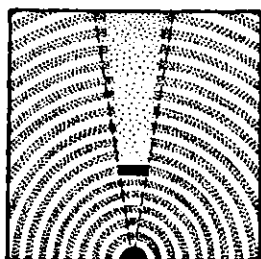


Рис. 27.7

то волны почти не заходят в область геометрической тени (рис. 27.6). При уменьшении величины экрана волны на-

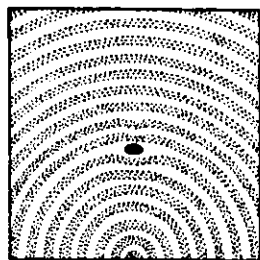


Рис. 27.8

чинают огибать его, проникая в область геометрической тени все глубже по мере удаления от экрана (рис. 27.7). Если экран по своим размерам равен длине волны или меньше ее, то за ним вообще нет тени (рис. 27.8). Итак, волны всегда в большей или меньшей степени огибают

препятствия, причем степень огибания зависит от величины препятствий по сравнению с длиной волны: чем меньше препятствие, тем отчетливее явление дифракции.

*Дифракцией называется огибание волнами препятствий, соизмеримых с длиной волны.*

Длина звуковых волн велика, поэтому они легко огибают такое препятствие, как, например, дерево: от действия звуковых волн, источником которых является летящий самолет, нельзя укрыться под деревом. Длина световых волн так мала, что для них дерево — препятствие огромных размеров. Поэтому в тени дерева можно укрыться от солнечных лучей

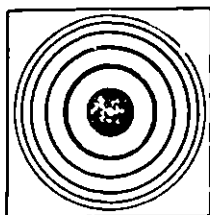


Рис. 27.9

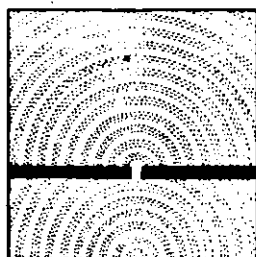


Рис. 27.10

Цветные круги вокруг фонаря, на который вы смотрите сквозь запотевшее окно, — результат дифракции света от мельчайших капелек воды, осевших на стекло. Светлые круги вокруг Солнца в морозный день объясняются дифракцией света от мелких кристалликов льда в воздухе. Если смотреть на волосок электрической лампы сквозь ресницы, то с обеих сторон от него видны полосы с радужной окраской — это явление дифракции от ресниц. На рис. 27.9 изображена картина дифракции света от маленького круглого экрана. Светлое пятнышко посередине экрана показывает, что свет, огибая экран, может попасть в его центр.

2. При прохождении волн на поверхности воды сквозь щели также наблюдается явление дифракции. Чем уже щель, тем глубже заходят волны в область геометрической тени. На рис. 27.10 показана щель в экране, к которому движутся волны на поверхности воды. Ширина щели меньше

половины длины волны. Мы видим за щелью волны, расходящиеся от нее в виде полукругов, — щель сама стала источником колебаний. Дифракцию звуковых волн от щели мы наблюдаем, слыша музыку или речь из соседней комнаты сквозь немного приоткрытую дверь.

Дифракцию световых волн можно наблюдать только в том случае, если щель очень мала.

3. Дифракция кладет предел разрешающей способности оптических приборов (см. § 26.4). Опыт показывает, что свет от точечного источника, проходя через круглое отверстие, дает дифракционную картину в виде светлого пятнышка, окруженного чередующимися темными и светлыми кольцами. Объектив оптического прибора, например зрительной трубы, также является отверстием, ограниченным

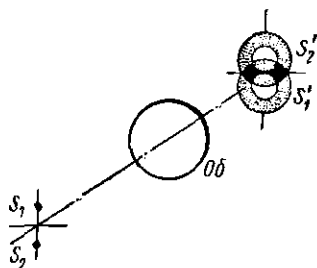


Рис. 27.11

оправой. Если в телескоп рассматривать две звезды, расположенные близко одна от другой, то в фокальной плоскости объектива получаются две дифракционные картины от отверстия телескопа в виде двух систем светлых и темных колец. Эти картины накладываются одна на другую и могут помешать увидеть звезды раздельно. Принято считать, что два точечных источника света различимы раздельно, если первое темное кольцо одной системы дифракционных колец проходит через центр среднего светлого пятна второй системы (рис. 27.11).

Объяснить влияние дифракции на разрешающую способность объектива микроскопа сложнее.

Разрешающая способность объектива прямо пропорциональна диаметру объектива и обратно пропорциональна длине световой волны. Увеличение с помощью окуляра изображения, получаемого в объективе, не изменяет разрешающей способности прибора.

## ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Какое явление называется интерференцией волн?
2. Опишите опыты по интерференции волн на поверхности воды.
3. Какие волны называются когерентными?
4. При каком условии интерферирующие волны усиливают друг друга? взаимно ослабляются?
5. Как можно получить когерентные световые волны?
6. Чем объясняются цвета тонких прозрачных пластинок?
7. Опишите опыт, позволяющий наблюдать интерференцию света.
8. Какое явление называется дифракцией волн?
9. Приведите опыты по дифракции волн на воде.
10. Почему звуковые волны могут огибать такое препятствие, как, например, раскрытый зонт, а световые волны не могут?
11. Приведите примеры дифракционных явлений, наблюдаемых в природе.
12. Почему явление дифракции ограничивает разрешающую способность оптических приборов, например телескопа?



**§ 28.1. Дисперсия света. Спектроскоп.** 1. В § 24.3 было показано, что показатель преломления стекла различен для световых волн разной длины — луч белого света, проходя через стеклянную призму, распадается на цветные лучи (см. рис. 24.10). Таким свойством обладают показатели преломления всех прозрачных веществ. Зависимость показателя преломления от длины световой волны называется *дисперсией показателя преломления вещества* (от латинского слова *dispergere* — разбрасывать, рассеивать).

Часто эту зависимость называют *дисперсией света*.

Первые опыты по разложению белого света на составные цветные лучи были произведены И. Ньютоном в 1666 г. После опыта, показанного на рис. 24.10, Ньютон провел целую серию экспериментов. Он вы-

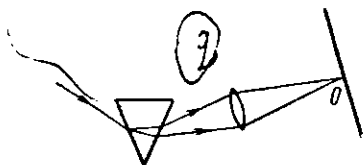


Рис. 28.1

делял через вторую щель какой-либо один из цветов спектра, помещал на его пути вторую призму и таким образом доказал, что одноцветный луч разложить нельзя. Ньютон показал также, что, соединяя отдельные цветные лучи, можно получить белый свет. Соединение цветных лучей, вышедших из призмы, можно произвести с помощью линзы, поставленной на их пути (рис. 28.1). На экране за линзой вместо спектра появляется белое изображение щели в точке *O*. Если убрать линзу, на экране снова будет виден спектр.

*Показатель преломления света данной длины волны для разных веществ может быть различным.* Например, показатель преломления желтого света (длина волны  $5893 \times 10^{-8}$  см) для стекла «тяжелый флинт» равен 1,65, для стекла «легкий крон» 1,52, а для воды 1,33. Поэтому спектры, получаемые при помощи призм с одинаковым преломляющим углом, но сделанных из разных материалов, имеют различную длину.

Для изучения спектров применяется *спектроскоп*. Ход лучей в спектроскопе показан на рис. 28.2. Щель *S*, перед которой ставят источник света, и собирающая линза *L*, находящаяся в трубе *K*, называемой *коллиматором*. Щель

помещается в фокусе линзы  $L_1$ . Лучи, выходящие из коллиматора параллельным пучком, падают на призму. Полученный спектр рассматривают через зрительную трубу  $T$ . Объектив  $L_2$  трубы дает действительное изображение спектра  $\kappa-\phi$ , которое рассматривается через окуляр  $L_3$ , как через лупу. Чтобы иметь возможность сравнивать спектры, над изображением спектра располагают изображение масштаба. Если в плоскости, где получается действительное изображение спектра, помещается фотопластика, то прибор называется *спектрографом*. При изучении спектров их обычно фотографируют.

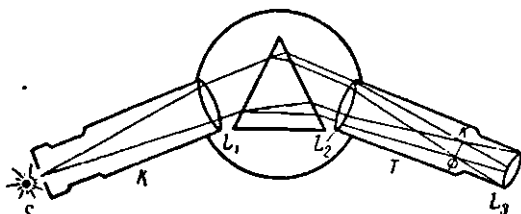


Рис. 28.2

Длины световых волн столь малы, что для их измерения пользуются особой единицей длины — *ангстремом* ( $\text{\AA}$ ):

$$1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м.}$$

Часто длины световых волн измеряются также в *микронах* ( $\text{мк}$ ) и *миллимикронах* ( $\text{ммк}$ ). Соотношения между этими единицами длины и метром следующие:

$$1 \text{ мк} = 10^{-6} \text{ м};$$

$$1 \text{ ммк} = 10^{-3} \text{ мк} = 10^{-9} \text{ м};$$

$$1 \text{ \AA} = 0,1 \text{ ммк} = 10^{-4} \text{ мк} = 10^{-10} \text{ м.}$$

Упомянутая выше длина волны желтого света  $5893 \times 10^{-8} \text{ см} = 5893 \text{ \AA} = 589,3 \text{ ммк}$ .

Приводим в качестве примера длины световых волн, испускаемых парами кадмия: красная —  $6439,5 \text{ \AA}$ , зеленая —  $5085,8 \text{ \AA}$ , голубая —  $4799,9 \text{ \AA}$ . Лучи разного цвета занимают следующие спектральные области:

красные . . . . .	760 ммк — 640 ммк;
оранжевые и желтые . . . . .	640 ммк — 580 ммк;
зеленые . . . . .	580 ммк — 495 ммк;

голубые и синие . . . . . 495 мкм — 440 мкм;  
фиолетовые . . . . . 440 мкм — 400 мкм.

Скорость света в любом веществе меньше, чем в воздухе: она обратно пропорциональна показателю преломления вещества. Частота колебаний в световой волне всегда остается неизменной. Следовательно, при переходе света из воздуха в любое вещество длина световой волны уменьшается.

Может возникнуть вопрос: не изменяется ли цвет лучей при переходе их из воздуха в оптически более плотную среду, т. е. в среду с большим показателем преломления? Оказывается, нет, не изменяется. Цвет тех или иных лучей, воспринимаемых глазом, зависит только от частоты колебаний в световой волне. Поэтому красные лучи во всех бесцветных прозрачных средах остаются красными, зеленые — зелеными и т. д.

**§ 28.2. Спектры испускания и спектры поглощения.** 1. Спектром испускания называется спектр, получаемый при разложении света, излученного раскаленными телами. Спектры испускания могут быть сплошными, линейчатыми и полосатыми.

Сплошным называется спектр, в состав которого входят все длины волн. Он представляет собой непрерывную

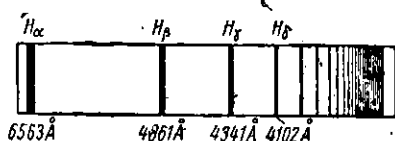


Рис. 28.3

разноцветную полоску. Все раскаленные твердые тела, расплавленные металлы, а также светящиеся газы и пары, находящиеся при очень высоком давлении, дают сплошной спектр. Спектр

Солнца сплошной, так как его оболочка состоит из паров высокой плотности.

Линейчатым называется спектр, состоящий из отдельных резких линий. Каждая линия представляет собой изображение щели спектрографа в определенном узком интервале длин световых волн. Линейчатые спектры испускают газы и пары малой плотности, состоящие из атомов. Каждый атом испускает свет определенных длин волн, поэтому каждый газ имеет свой характерный спектр. На рис. 28.3 приведена видимая часть линейчатого спектра водорода.

**Полосатый спектр** состоит из отдельных полос, разделенных темными промежутками. Такие спектры испускают молекулы газов и паров. В некоторых случаях полосы оказываются состоящими из отдельных близко расположенных линий, в других — сплошными.

Атомы и молекулы могут давать спектры испускания только в том случае, если высокая температура или электрический разряд привели их в возбужденное состояние, т. е. сообщили им некоторую добавочную энергию, которую они и испускают в виде света.

2. **Спектры поглощения** получаются, когда свет от источника, дающего сплошной спектр, пропускается через вещество, атомы и молекулы которого находятся в невозбужденном состоянии. Спектры поглощения твердых и жидких тел обычно имеют вид широких полос, закрывающих часть сплошного спектра источника. Спектры поглощения атомарных газов и паров состоят из отдельных черных линий, видимых на фоне сплошного спектра. Пропустив, например, свет от электрической лампы через сосуд с парами натрия, мы получим на сплошном спектре лампы две узкие черные линии, закрывающие как раз те желтые линии спектра, которые испускают пары натрия в раскаленном состоянии. На рис. 28.4, а изображен спектр испускания натрия, на рис. 28.4, б — его спектр поглощения. Подобные наблюдения над рядом спектров привели Кирхгофа к установлению следующего закона: *вещество поглощает те линии спектра, которые оно испускает, когда является источником света.* На этом факте основан спектральный анализ.



Рис. 28.4

**§ 28.3. Понятие о спектральном анализе.** Спектральным анализом называется метод исследования химического состава различных веществ по их спектрам испускания и поглощения. Для спектрального анализа требуются ничтожные количества вещества. Быстрота и чувствительность сделали этот метод незаменимым как в лабораториях, так и в астрофизике.

Чтобы определить спектр твердых и жидких тел, их надо превратить в газ или пар. Газы обычно исследуют,

наполнив ими тонкие стеклянные трубочки (рис. 28.5), в которых возбуждают электрический разряд. Средняя капиллярная часть трубочки помещается перед щелью коллиматора и ярко освещает ее. При помощи спектрального анализа были открыты следующие элементы: рубидий и цезий (1860), а вскоре затем таллий, индий и галлий.

В спектре Солнца И. Фраунгофер впервые в 1817 г. наблюдал темные линии, которые были названы *фраунгоферовыми линиями*. Некоторые из этих линий показаны на рис. 28.6. Атмосфера Солнца, состоящая из паров и газов, имеет более низкую температуру, чем внутренние части Солнца, и фраунгоферовы линии представляют собой спектр поглощения этих газов и паров. Сравнивая положение этих линий с линиями спектров испускания разных элементов, удалось установить, какие элементы входят в состав солнечной атмосферы.



Рис. 28.5

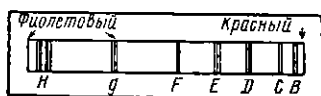


Рис. 28.6

Мало того, изучая солнечный спектр, в нем обнаружили резкие линии, которые нельзя было приписать ни одному из известных в то время элементов. Открытый на Солнце новый элемент назвали гелием (солнечным), а через несколько лет гелий был открыт в газах, выделяющихся в некоторых источниках.

Ниже приводятся длины волн главных фраунгоферовых линий. Всего таких линий насчитываются тысячи.

**§ 28.4. Ультрафиолетовые и инфракрасные лучи.** 1. Рассматривая сплошной спектр, полученный на экране, наш глаз может различать по цвету свет различной длины волны от красного до фиолетового. Чувствительность глаз у разных людей неодинакова, поэтому длинноволновую границу восприятия света — от 7000 до 8000 Å (красные лучи), как и коротковолновую — от 3700 до 4000 Å (фиолетовые лучи), можно указать лишь приблизительно.

Фраунгоф- резы линии	A	B	C	D	E	F	G	H
Длина волн в мик	760	687	656	589	527	486	431	397
Частота в гц . . .	$390 \cdot 10^{12}$	$437 \cdot 10^{12}$	$457 \cdot 10^{12}$	$510 \cdot 10^{12}$	$570 \cdot 10^{12}$	$618 \cdot 10^{12}$	$696 \cdot 10^{12}$	$758 \cdot 10^{12}$
Цвет	Красный	Оранже- вый		Желтый	Зеленый	Голубой	Фиолетовый	

Существуют объективные способы исследования спектра, в которых используются явления, возникающие при взаимодействии света с веществом. Так, коротковолновый свет вызывает *люминесценцию* (свечение) некоторых веществ. Заменим в установке для получения спектра стеклянные линзы и призмы кварцевыми. Если теперь в фиолетовую часть спектра внести экран, покрытый флуоресцирующим веществом, то светиться начинает не только та часть экрана, на которую падают фиолетовые лучи, но и та, которая находится в темноте, за пределами спектра. Отсюда сделали вывод, что за фиолетовыми лучами в спектре расположены невидимые газом *ультрафиолетовые* лучи («ультра» значит «по ту сторону»). Эти лучи можно обнаружить и по почернению фотографической пластинки, на которую они падают. Ультрафиолетовые лучи оказывают биологическое действие, например вызывают загар, вредно действуют на сетчатую оболочку глаза. Длина волны ультрафиолетового света лежит в пределах от  $4000 \text{ \AA}$  до  $50 \text{ \AA}$ .

2. Все лучи света при поглощении их веществом вызывают его нагревание. Это действие света сильнее при поглощении телом длинноволнового, например красного, света. Помещая в различные участки спектра не слишком горячего источника света зачерненный шарик термометра, можно наблюдать тем большее повышение температуры, чем больше длина волны падающего на шарик термометра видимого света. Оказалось, что особенно сильно шарик термометра нагревается в темном участке спектра за красными лучами. Следовательно, туда попадают невидимые глазом лучи света, длина волны которых больше длины волны красных лучей. Эти лучи называли *инфракрасными* («инфра» — внизу). Инфракрасные лучи можно исследовать также фотографированием, если при составлении эмульсии, наносимой на пластинку, ввести в нее вещества, делающие ее чувствительной к этим лучам. Фотопластинки с такой эмульсией позволяют фотографировать в инфракрасных лучах ночью. Туман и облака прозрачны для инфракрасных лучей. В спектре инфракрасные лучи занимают участок от  $800$  до  $10^5 \text{ мкм}$  ( $10^{-2} \text{ см}$ ). В настоящее время получены одинаковой длины волны как инфракрасные лучи, так и электромагнитные волны по способу электромагнитных колебаний. Следовательно, существует непрерывный переход от видимого света к электромагнитным волнам любой длины.

§ 28.5. Рентгеновские лучи. 1. Инфракрасные лучи граничат с радиоволнами, а за коротковолновой частью оптического спектра—ультрафиолетовыми лучами—находятся лучи еще меньшей длины волны—*рентгеновские лучи*.

Эти лучи были открыты В. Рентгеном в 1895 г., когда он изучал ультрафиолетовые лучи от газового разряда в трубке при низком давлении. Рентген заметил, что Х-лучи (так он назвал новое излучение) выходят из того места трубки, куда попадают электроны, и распространяются прямолинейно. Они не отклоняются ни в электрическом, ни в магнитном поле, следовательно, не являются заряженными частицами. Однако Рентгену не уда-

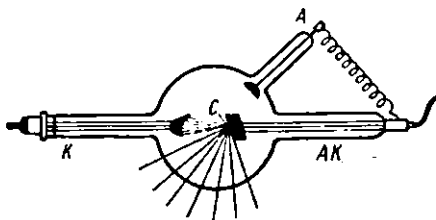


Рис. 28.7

лось наблюдать отражение, преломление, интерференцию и дифракцию Х-лучей. Эти явления были изучены позже.

2. В дальнейшем стало ясно, что рентгеновские лучи испускаются любым веществом, которое бомбардируется быстрыми электронами. Для получения интенсивного пучка этих лучей Рентген построил специальную трубку, на которую похожи в основном современные рентгеновские трубки. В последних электроны вырываются из катода вследствие его нагревания.

В хорошо откачанный стеклянный шар (рис. 28.7) впаяны три металлических электрода: *катод К* в виде сферической чашечки, *анод А* и *антикатод АК*. Электроны, вылетевшие из вогнутой поверхности катода, попадают в его центр *С*, лежащий на поверхности антикатада. Антикато́д в виде цилиндра из тугоплавкого металла установлен под углом в  $45^\circ$  к оси трубки для того, чтобы все рентгеновские лучи, испускаемые им, выходили из трубки. Антикато́д соединен с анодом для того, чтобы попадая на антикато́д электроны не заряжали его отрицательно, так как накопление на нем отрицательного



заряда приведет к прекращению работы рентгеновской трубки. Между антикатодом и катодом создается высокое напряжение. Поэтому электроны достигают антикатада, обладая очень большими скоростями. Движущийся электрон можно рассматривать как электрический ток, вокруг которого существует магнитное поле. Резкое уменьшение скорости электрона при ударе об антикатод вызывает почти полное исчезновение этого магнитного поля. А изменение магнитного поля сопровождается появлением переменного электрического поля. В результате возникают и распространяются очень короткие электромагнитные волны (см. § 22.2). Однако лишь небольшая часть кинетической энергии затормозившихся электронов превращается в энергию рентгеновских лучей — большая ее часть затрачивается на нагревание антикатада. Поэтому антикатод снабжен водяным охлаждением или каким-нибудь иным приспособлением для охлаждения.

3. Спектр рентгеновских лучей имеет сложный характер. Он состоит из *сплошного спектра*, на котором при достаточно больших напряжениях между катодом и антикатодом ясно заметны несколько резких линий. Оказалось, что линейчатый рентгеновский спектр типичен для химического элемента, из которого сделан антикатод. Поэтому соответствующие линейчатому спектру рентгеновские лучи называются *характеристическими*. Сплошной рентгеновский спектр зависит от кинетической энергии тормозящихся электронов и, следовательно, от напряжения между катодом и антикатодом и почти не зависит от материала антикатада. Чем выше напряжение между катодом и антикатодом, тем короче длины волн рентгеновских лучей, тем большей проникающей способностью (жесткостью) они обладают.

4. Рентгеновские лучи широко применяются в медицине, технике и научных исследованиях. Приведем несколько примеров. При помощи рентгеновских лучей можно получить на флуоресцирующем экране или на фотографической пленке изображение не только костей, но и внутренних органов человека (например, желудка). Облучение этими лучами применяется при лечении злокачественных опухолей. В технике рентгеновские лучи используют, например, для обнаружения изъянов в литых металлических изделиях — раковины или трещины становятся видимыми на флуоресцирующем экране в виде светлых

пятен на тени от изделия. Большую роль играют рентгеновские лучи при изучении строения кристаллов. Длина волны рентгеновских лучей измеряется в *икс-единицах* ( $X$ );  $1X = 10^{-13}$  м.

**§ 28.6. Шкала электромагнитных волн.** Мы рассмотрели электромагнитные волны, длина которых изменяется в огромных пределах: начиная от радиоволн длиной в десятки тысяч километров, т. е.  $10^6$  м, до волн рентгеновского излучения в  $10^{-3}$  ммк или  $10^{-13}$  м. В природе существуют еще более короткие электромагнитные волны — гамма-излучение радиоактивных лучей, длина которых достигает  $10^{-5}$  ммк, т. е.  $10^{-14}$  м, и кратчайшие волны, входящие в состав космического излучения. Все они обладают общей природой, т. е. представляют собой переменные распространяющиеся электромагнитные поля. На рис. 28.8 изображена шкала электромагнитных волн.

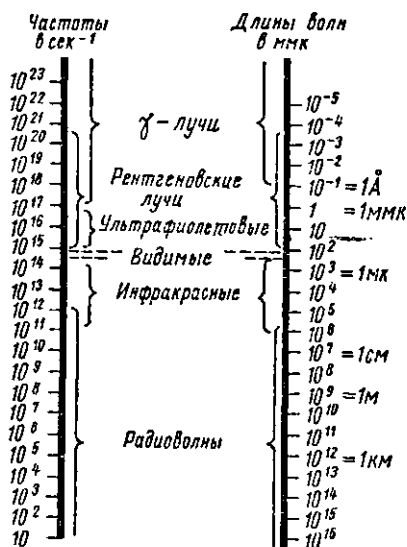


Рис. 28.8

Справа даны длины волн в миллимикронах, слева — соответствующие им частоты. Диапазон нанесенных на шкалу волн очень велик, и поэтому она дана в логарифмическом масштабе. С изменением длины электромагнитных волн меняется их качество, т. е. форма их взаимодействия с веществом. Поэтому различны методы регистрации и изучения волн, занимающих разные участки шкалы.

Причины возникновения длинных электромагнитных волн — радиоволн — были нами рассмотрены в гл. 22. О том, где и как возникают более короткие электромагнитные волны — световые, рентгеновские, гамма-излучение, будет рассказано в гл. 30.

## ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Что называется дисперсией показателя преломления или дисперсией света?
2. Расскажите об опытах И. Ньютона по дисперсии света.
3. Чем объясняется, что спектры, полученные при помощи призм с одинаковым преломляющим углом, но изготовленных из разных материалов, различны?
4. Начертите ход лучей в спектроскопе и объясните его устройство.
5. В каких единицах измеряют длины световых волн? Какую часть метра составляет каждая из этих единиц длины?
6. Какой спектр называется спектром испускания?
7. Какой вид может иметь спектр испускания? От чего зависит тот или иной вид спектра испускания?
8. Как получить спектр поглощения вещества?
9. Что называется спектральным анализом? На каком законе он основан?
10. Как был установлен химический состав внешней солнечной оболочки?
11. Как была обнаружена невидимая область спектра, лежащая за фиолетовыми лучами?
12. Каковы свойства ультрафиолетовых лучей?
13. Как была обнаружена невидимая область спектра, лежащая за красными лучами? Как называются лучи, соответствующие этой области, и каковы их свойства?
14. Расскажите об открытии рентгеновских лучей.
15. Каковы свойства рентгеновских лучей?
16. Нарисуйте рентгеновскую трубку и расскажите, как она устроена.
17. Для чего в рентгеновской трубке антикатод соединен с анодом?
18. Как возникают рентгеновские лучи, составляющие сплошной спектр?
19. Зависят ли лучи сплошного рентгеновского спектра от материала антикатада?
20. Зависят ли лучи характеристического рентгеновского спектра от материала антикатада?
21. Какова примерно длина волны рентгеновских лучей?
22. Где применяются рентгеновские лучи?
23. Что вы можете рассказать о шкале электромагнитных волн?

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 28.1.** Коротковолновая граница восприятия света у некоторых людей равна  $3700 \text{ \AA}$ . Определить частоту колебаний в этих волнах.

**Дано:**

$$\begin{aligned}\lambda &= 3700 \text{ \AA} = 37 \cdot 10^{-8} \text{ см}; \\ c &= 3 \cdot 10^{10} \text{ см/сек.} \\ \nu &= ?\end{aligned}$$

**Решение**

Частота и длина волны связаны соотношением

$$\nu = \frac{c}{\lambda}.$$

Подставим данные в системе единиц СГС:

$$\nu = \frac{3 \cdot 10^{10}}{37 \cdot 10^{-8}} \text{ гц} = 8,11 \cdot 10^{14} \text{ гц}.$$

**Задача 28.2.** Какова длина волны желтого света паров натрия в стекле с показателем преломления  $n = 1,56$ ? Длина волны этого света в воздухе равна 589 мкм.

**Дано:**

$$\lambda_1 = 589 \text{ мкм};$$

$$n = 1,56.$$

$$\lambda_2 = ?$$

**Решение**

Показатель преломления вещества измеряется отношением скорости света в воздухе к скорости света в этом веществе:

$$n = \frac{c}{v}.$$

Частота света, излучаемого электроном атома, не изменяется при прохождении света в разных средах. Показатель преломления вещества равен отношению длины волны света  $\lambda_1$  в воздухе к длине волны  $\lambda_2$  в веществе, т. е.

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_1 \nu}{\lambda_2 \nu} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2},$$

откуда

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{n}.$$

Подставим данные:

$$\lambda_2 = \frac{589}{1,56} \text{ мкм} \approx 378 \text{ мкм}.$$

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Глаза некоторых людей воспринимают свет минимальной частоты  $3,75 \cdot 10^{14}$  гц. Найти длину волны этих лучей в ангстремах.

2. Над бухтой взлетела красная ракета  $\lambda = 760$  мкм. а) Какова длина волны этого света в воде? б) Какой свет увидит аквалангист, плывущий под водой? Показатель преломления красных лучей для воды равен 1,33.

## КВАНТЫ СВЕТА. ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ

**§ 29.1. Развитие взглядов на природу света. Волновая и квантовая теории света.** 1. Мы рассматривали свет как очень короткие электромагнитные волны, а световые лучи — как направления потока энергии этих волн. Однако такой взгляд на природу света утвердился не сразу.

Еще в глубокой древности были установлены: прямолинейность распространения света, законы отражения и преломления, независимость действия световых пучков. Эти законы лежат в основе геометрической оптики.

В более позднее время возник вопрос о том, как переносится свет от испускающего его тела. Во второй половине XVII в. одновременно были предложены две теории распространения света: корпускулярная и волновая.

Корпускулярную теорию распространения света предложил И. Ньютон, который уже был известен своими замечательными работами по механике, а также опытами по разложению белого света на составные цвета. Ньютон считал, что свет представляет собой поток упругих материальных частиц — корпускул, испускаемых источником и вызывающих ощущение света, когда они попадают в глаз. Ньютон объяснял законы отражения и преломления света с точки зрения *корпускулярной теории*, но при этом предполагал, что корпускулы движутся в любом веществе быстрее, чем в воздухе или безвоздушном пространстве. Ошибочность этого предположения была доказана лишь через много лет, когда измерили скорость света в прозрачных веществах и нашли, что наибольшей скоростью свет обладает в вакууме и в воздухе.

Волновая теория распространения света была предложена Х. Гюйгенсом, который заметил много общего между звуковыми и световыми явлениями. Однако, утверждая, что свет распространяется волнами, Гюйгенс не считал, что он может заходить в область геометрической тени. Явления интерференции и дифракции, изученные Т. Юнгом и О. Френелем в начале XIX в., позволили развить волновую теорию Гюйгенса—Френеля.

Наконец, замечательные теоретические работы Д. К. Максвелла (1865) показали, что *свет представляет собой очень короткие электромагнитные волны*. Теория Максвелла была

подтверждена опытами Г. Герца (см. § 23.1). Из теории Максвелла следует, что свет, падая на любое тело, оказывает на него давление. Давление это очень мало, и все же русскому ученому П. Н. Лебедеву в 1901 г. удалось путем очень тонкого опыта обнаружить и измерить давление света. Опыты Лебедева были блестящим доказательством справедливости электромагнитной теории света.

Согласно теории Максвелла,  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$  [см. формулу (23.1)], т. е. теория Максвелла связывает оптические, электрические и магнитные свойства вещества. Однако объяснить зависимость показателя преломления  $n$  от длины волны света, т. е. явление дисперсии света, эта теория не могла.

Явление дисперсии надо было рассмотреть с точки зрения взаимодействия света с веществом. Мысль об электрическом строении атома, впервые высказанную В. Э. Вебером в 1863 г., развил Г. А. Лорентц, создавший в 1896 г. электронную теорию. В то время еще не было опытных данных, на которых можно было строить суждения о строении атома. Но Лорентц предположил, что электроны, входящие в состав атомов, могут совершать в них колебания определенного периода. Это предположение позволило ему объяснить явления испускания и поглощения света веществом и явление дисперсии, так как с электронной точки зрения относительная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  вещества зависит от частоты электромагнитного поля, т. е. от длины волны  $\lambda$  электромагнитных волн. Следовательно, от  $\lambda$  зависит и показатель преломления  $n$ .

Большие успехи физики привели к возникновению ее новых отделов, например радиотехники. Казалось, что природа света выяснена вполне. Но новые опыты и открытия разрушили это убеждение. Перед учеными снова встал вопрос: что же такое свет?

2. Изучая спектр испускания раскаленного черного тела, физики заинтересовались тем, как распределяется энергия света между лучами разной длины волны — на волны какой длины при той или иной температуре тела приходится наибольшая часть энергии. Оказалось, что на основе электромагнитной теории нельзя вывести для распределения световой энергии по длинам волн формулу, которая подтверждалась бы опытом. Электромагнитная теория не

могла также объяснить возникновение линейчатых спектров газов, законов фотоэлектрического эффекта, который состоит в испускании электронов телами под действием света, и ряда других явлений.

Новая теория света, позволившая решить эти задачи, была выдвинута М. Планком. Можно сказать, что Планк произвел революцию в физике, утверждая, что *электроны атома излучают свет не непрерывным потоком, а отдельными порциями, получившими название квантов света* (от латинского «квантум» — количество) или *фотонов*. Фотон рассматривают как *частицу, обладающую массой покоя, равной нулю, и движущуюся со скоростью, равной скорости света*. Квантовая теория света была развита А. Эйнштейном. Согласно этой теории каждый фотон имеет энергию  $\epsilon$ , равную

$$\epsilon = h\nu, \quad (29.1)$$

где  $\nu$  — частота колебаний в световой волне, а  $h$  — *постоянная Планка*

$$h = 6,6 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек} = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ дж} \cdot \text{сек}.$$

Например, энергия, которую несет с собой один фотон инфракрасного света длиной волны  $\lambda = 10 \cdot \text{мкм} = 10^{-3} \text{ см}$ , равна  $\epsilon = h\nu = h \frac{c}{\lambda} = 6,6 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек} \cdot \frac{3 \cdot 10^{10} \text{ см/сек}}{10^{-3} \text{ см}} = 19,8 \times 10^{-14} \text{ эрг} \approx 2 \cdot 10^{-13} \text{ эрг}$ , или  $2 \cdot 10^{-20} \text{ дж}$ .

Энергия фотона фиолетового света длиной волны  $\lambda = 400 \text{ мкм} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ см}$  равна

$$\epsilon = 6,6 \cdot 10^{-27} \cdot \frac{3 \cdot 10^{10}}{4 \cdot 10^{-5}} \text{ эрг} \approx 5 \cdot 10^{-12} \text{ эрг}, \text{ или } 5 \cdot 10^{-19} \text{ дж}.$$

Фотон жестких рентгеновских лучей длиной волны  $\lambda = 10^{-3} \text{ мкм} = 10^{-10} \text{ см}$  несет уже значительно большую энергию:

$$\epsilon = 6,6 \cdot 10^{-27} \cdot \frac{3 \cdot 10^{10}}{10^{-10}} \text{ эрг} \approx 2 \cdot 10^{-8} \text{ эрг}, \text{ или } 2 \cdot 10^{-15} \text{ дж}.$$

Квантовая теория света подтверждается многочисленными фактами. Она позволила объяснить ряд взаимодействий между светом и веществом. Но некоторые явления, как, например, интерференцию и дифракцию света, долгое

время не удавалось объяснить с точки зрения квантовой теории, хотя они вполне понятны, если исходить из волновой теории света.

В настоящее время физика сумела объединить волны и кванты. *Свет обладает как волновыми, так и корпускулярными свойствами;* в разных опытах проявляются либо одни, либо другие его свойства.

Из многочисленных явлений, подтверждающих правильность квантовой теории света, рассмотрим фотоэлектрический эффект, а в следующей главе остановимся на вопросе о возникновении света.

**§ 29.2. Фотоэлектрический эффект.** 1. В 1888 г. Г. Герц заметил, что проскакивание искры между цинковыми шариками разрядника происходит при меньшей разности потенциалов, если один из шариков осветить ультрафиолетовыми лучами. В том же году это явление начал исследовать А. Г. Столетов и впервые установил его законы. Столетов использовал плоский конденсатор  $C$ , одна из пластин которого (цинковая) была сплошной, а вторая сделана из металлической сетки (рис. 29.1). Сплошную пластину он соединил через гальванометр  $G$  с отрицательным полюсом батареи  $B$ , сетчатую — с положительным полюсом. Внутренняя поверхность отрицательно заряженной пластины конденсатора освещалась электрической дугой, свет которой содержит много ультрафиолетовых лучей. Пока конденсатор не освещался, тока в цепи не было. При освещении цинковой пластины ультрафиолетовыми лучами гальванометр отмечал наличие тока в цепи. Если же катодом становилась сетка, то даже при довольно большой разности потенциалов между пластинами ток в цепи не наблюдался. Отсюда следовало, что цинковая пластина испускала под действием света отрицательно заряженные частицы — электроны. Это явление было названо *фотоэлектрическим эффектом*, или *фотоэффектом*, а освобожденные светом электроны — *фотоэлектронами*.

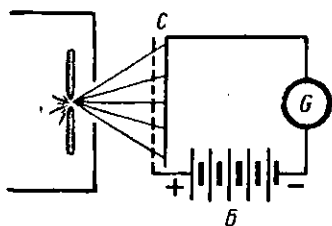


Рис. 29.1



Столетов исследовал катоды из различных металлов. Производя опыты, он помещал электроды в стеклянный сосуд, в котором создавался вакуум, и освещал катод монохроматическим светом различных длин волн. Вакуум был нужен для того, чтобы столкновения с частицами воздуха не мешали движению фотоэлектронов.

2. Результаты своих опытов Столетов обобщил в следующем законе:

**I. Число электронов, освобожденных светом за одну секунду, прямо пропорционально силе света.**

Дальнейшие исследования позволили установить второй закон, известный как закон А. Эйнштейна:

**II. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов прямо пропорциональна частоте поглощаемого света и не зависит от его интенсивности.**

С точки зрения волновой теории эти законы, особенно второй, были непонятны. Лишь после появления квантовой теории А. Эйнштейн дал объяснение этих законов. Исходя из закона сохранения и превращения энергии Эйнштейн написал уравнение для энергетического баланса при фотоэффекте:

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{mv^2}{2}, \quad (29.2)$$

т. е. энергия ( $h\nu$ ) фотона идет на работу выхода электрона из металла ( $A_{\text{вых}}$ ) и сообщение электрону кинетической энергии ( $\frac{mv^2}{2}$ ).

3. Если энергия фотона меньше работы выхода электрона из данного металла, то электрону, поглотившему эту энергию, не удастся выйти за пределы металла. Для того чтобы происходил фотоэффект, необходимо направить на металл свет некоторой минимальной частоты  $\nu_0$ , которая определяется из условия

$$h\nu_0 = A_{\text{вых}}, \quad (29.3)$$

т. е.  $\nu_0 = \frac{A_{\text{вых}}}{h}$ .

Наименьшая частота  $\nu_0$ , или наибольшая длина волны света  $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{hc}{A_{\text{вых}}}$ , при которой энергия фотона равна работе выхода электрона из металла, называется «красной границей фотоэффекта». Если освещать металл светом

большей длины волны, чем  $\lambda_0$ , то при какой угодно большой силе света фотоэффект не возникает.

4. Законы фотоэлектрического эффекта, сформулированные с точки зрения квантовой физики, стали понятными:

I. Число фотоэлектронов, освобожденных светом за одну секунду, прямо пропорционально числу поглощенных за это же время фотонов.

II. Кинетическая энергия фотоэлектронов прямо пропорциональна энергии фотонов, поглощенных катодом.

§ 29.3. Фотоэлементы и их применения. 1. Прибор, основанный на фотоэффекте, называется *фотоэлементом*. Он представляет собой стеклянный баллон небольших размеров (рис. 29.2). Анодом служит никелевое кольцо или спираль, а в баллонах цилиндрической формы — нить. Катодом служит светочувствительный слой, покрывающий большую часть внутренней поверхности баллона. Сквозь прозрачное окошко в фотоэлемент проходит свет. В баллоне создается вакуум, а в некоторых случаях баллон заполняется каким-нибудь инертным газом, например аргоном. Катоды таких фотоэлементов изготавливаются из щелочных металлов, для которых красная граница фотоэффекта лежит в видимой части спектра.

В рассмотренных фотоэлементах использован так называемый *внешний фотоэлектрический эффект*, о котором шла речь в этой главе.

Существуют фотоэлементы другого типа, в которых используется так называемый *внутренний фотоэффект*, состоящий в освобождении светом электронов, которые находятся внутри диэлектрического кристалла или полупроводника. Фотоэлементы, основанные на внутреннем фотоэффекте, удобнее, чем описанные выше, так как не нуждаются во вспомогательной батарее, имеют очень небольшие размеры и могут быть изготовлены различной формы.

2. При фотоэлектрическом эффекте происходит превращение световой энергии в электрическую. *Безынерцион-*

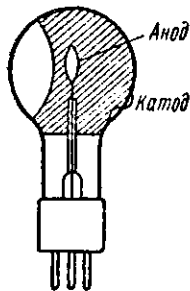


Рис. 29.2

ность, т. е. мгновенное действие фотоэффекта, а также пропорциональность между силой света и числом вылетающих из металла электронов позволяют использовать его в технике и научных исследованиях. Трудно перечислить все применения фотоэффекта, поэтому укажем лишь на наиболее важные. Это реле для автоматического замыкания и размыкания цепи постоянного электрического тока, звуковое кино, фототелеграфия, телевидение, телемеханика (управление работой машин на расстоянии), имеющая огромное промышленное и военное значение, объективная фотометрия (без участия человеческого глаза) и т. д.

В авионавигации, в военном деле большое значение имеют фотоэлементы, чувствительные к инфракрасным лучам. Инфракрасные лучи невидимы, облака и туман для них прозрачны.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Изложите вкратце историю развития взглядов на природу света.
2. Какая теория развивалась успешно в конце прошлого века?
3. Какие явления потребовали создания новой теории света?
4. Кем была предложена и развита квантовая теория света?
5. Что представляет собой фотон?
6. Чему равна постоянная Планка и в каких единицах она измеряется?
7. В чем состоит явление фотоэлектрического эффекта?
8. Расскажите об опытах А. Г. Столетова и найденных им и А. Эйнштейном законах фотоэффекта.
9. Как объясняются законы фотоэффекта с точки зрения квантовой теории?
10. Напишите уравнение Эйнштейна для фотоэлектрического эффекта.
11. Что называют «красной границей фотоэффекта»?
12. Сформулируйте законы фотоэлектрического эффекта с точки зрения квантовой теории.
13. Что представляет собой фотоэлемент?
14. Расскажите о применениях фотоэлектрического эффекта.

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 29.1.** Определите красную границу фотоэффекта для никеля, если для него работа выхода электрона равна 5 эв.

**Дано (СГС):**

$$A_{\text{вых}} = 5 \text{ эв} = 5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг};$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/сек} = 3 \cdot 10^{10} \text{ см/сек}.$$


---


$$\lambda_0 = ?$$

полученную от фотона, затрачивает на работу выхода из металла. Поэтому

$$h\nu_0 = A_{\text{вых}},$$

или, если заменить  $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$ , где  $c$  — скорость света, то

$$h \frac{c}{\lambda_0} = A_{\text{вых}}.$$

Отсюда

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A_{\text{вых}}}.$$

Выразим работу выхода в эргах. Заряд электрона  $e = 4,8 \times 10^{-10}$  СГСЭ<sub>q</sub>, вольт равен  $\frac{1}{300}$  единиц потенциала СГСЭ<sub>φ</sub>. Поэтому

$$1 \text{ эв} = \frac{4,8 \cdot 10^{-10} \cdot 1}{300} \text{ эрг} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг}.$$

Подставим в результирующую формулу данные, зная, что скорость света  $c = 3 \cdot 10^{10}$  см/сек и постоянная Планка  $h = 6,6 \cdot 10^{-27}$  эрг·сек:

$$\lambda_0 = \frac{6,6 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^{10}}{5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-12}} \text{ см} = 2,475 \cdot 10^{-5} \text{ см} =$$

$$= 2475 \text{ Å (ультрафиолетовые лучи)}.$$

**Задача 29.2.** Найти скорость фотоэлектронов, вылетевших из цинка при освещении его ультрафиолетовыми лучами длиной волны 300 мкм, если работа выхода электрона из цинка равна 4 эв.

**Дано (СГС):**

$$\lambda = 300 \text{ мкм} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ см};$$

$$A_{\text{вых}} = 4 \text{ эв} = 4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг};$$

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-28} \text{ г};$$

$$c = 3 \cdot 10^{10} \text{ см/сек}.$$


---


$$v = ?$$

или

**Решение**

По формуле Эйнштейна, для фотоэффекта

$$h\nu = \frac{mv^2}{2} + A_{\text{вых}},$$

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{mv^2}{2} + A_{\text{вых}},$$

откуда

$$v = \sqrt{\frac{2}{m} \left( \frac{hc}{\lambda} - A_{\text{вых}} \right)}.$$

Подставим данные:

$$v = \sqrt{\frac{2}{9,1 \cdot 10^{-31}} \left( \frac{6,6 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^{10}}{3 \cdot 10^{-5}} - 4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \right)} \text{ см/сек} = \\ = 21 \cdot 10^8 \text{ см/сек} = 210 \text{ км/сек}.$$

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Определить энергию одного фотона: а) для красного света длиной волны 700 мкм; б) для зеленого света длиной волны 500 мкм.

2. Определить красную границу фотоэффекта для платины, если для нее работа выхода электрона равна 6,3 эв.

3. Какова кинетическая энергия и скорость фотоэлектрона, вылетевшего из натрия при облучении его ультрафиолетовыми лучами ( $\lambda = 200 \text{ мкм}$ )? Работа выхода электрона из натрия равна 2,5 эв.

## СТРОЕНИЕ АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА

§ 30.1. Явления, подтверждающие сложное строение атома. Исследования Резерфорда. 1. О строении атома — мельчайшей частицы химического элемента — можно судить, с одной стороны, по тем сигналам, которые он сам посылает в виде лучей и даже частиц, с другой — по результатам бомбардировки атомов вещества быстрыми заряженными частицами.

Атомы вещества способны излучать свет. Электромагнитные волны испускаются колебательным контуром при ускоренном движении в нем электрических зарядов. Отсюда можно заключить, что в атоме имеются электрические заряды, движущиеся неравномерно. Ионизация газов подтверждает, что в состав атома входят электроны. Так как в обычном состоянии атом нейтрален, то в нем должны содержаться и положительные заряды.

Этот вывод был проверен опытами Э. Резерфорда с  $\alpha$ -частицами. Альфа-частицы, испускаемые радиоактивными элементами (см. § 30.4), представляют собой ионизированные атомы гелия, потерявшие два электрона и имеющие поэтому положительный заряд, равный двум элементарным единицам заряда ( $2e = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ К} = 2 \cdot 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ СГСЭ}_q$ ). Резерфорд исследовал прохождения узкого пучка быстрых  $\alpha$ -частиц через тонкие золотые листочки. Для большинства  $\alpha$ -частиц эти листочки оказались прозрачными, но некоторые из частиц резко изменяли в них направление своего полета, иначе говоря, *рассеивались*, как будто встречали на своем пути препятствие (рис. 30.1). Измерив углы, на которые отклонялись  $\alpha$ -частицы, Резерфорд сделал теоретический расчет. Этот расчет показал, что  $\alpha$ -частицы столкнулись с сильными полями *положительных* зарядов. Но большинство  $\alpha$ -частиц пролетало сквозь золотую пластинку беспрепятственно; следовательно, атомы золота — не сплошные, в них есть свободные промежутки.

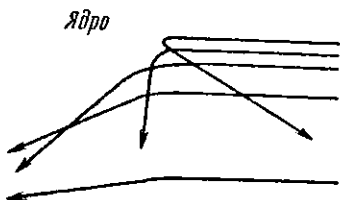


Рис. 30.1

На основании этого результата Резерфорд предложил (1911) ядерную модель строения атома. Согласно гипотезе Резерфорда в центре атома находится положительно заряженное ядро, в котором сосредоточена почти вся масса атома. Ядро окружено электронами. Число электронов соответствует порядковому номеру элемента в периодической таблице элементов, например у золота их 79. Из химии известно, что масса атома золота равна 197 атомным единицам массы.

*Атомная единица массы* (а. е. м.), принятая в атомной физике, равна  $\frac{1}{12}$  массы нейтрального атома углерода ( ${}^{12}_6\text{C}$ ), т. е.

$$1 \text{ а. е. м.} = \frac{12 \text{ г}}{N_A} : 12,$$

где  $N_A$  — число Авогадро. Таким образом,

$$1 \text{ а. е. м.} = \frac{12}{6,02 \cdot 10^{23} \cdot 12} \text{ г} = 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ г}.$$

Следовательно, масса атома золота равна  $1,66 \cdot 10^{-24} \times 197 = 327 \cdot 10^{-24} \text{ г}$ . Масса электрона, как известно, равна  $9,1 \cdot 10^{-28} \text{ г}$ , а масса 79 электронов составляет  $0,07 \cdot 10^{-24} \text{ г}$ . Отсюда видно, как мала масса электронов по сравнению с массой ядра. Из расчетов Резерфорд установил, что диаметры ядер атомов примерно в 10 000 раз меньше диаметра самих атомов.

**§ 30.2. Строение водородного атома по теории Бора. Излучение и поглощение энергии атомом.** 1. Идеи Резерфорда были развиты и дополнены Н. Бором. Бор предложил свою теорию строения атома водорода в 1913 г. Он использовал данные, полученные при изучении линейчатых спектров водорода, и рассмотрел их с точки зрения квантовой теории света. При этом Бор, как и Резерфорд, считал, что атом водорода состоит из положительно заряженного ядра и одного электрона, который движется вокруг ядра.

Энергия атома тем больше, чем больше радиус орбиты, по которой движется электрон, так как тем больше работа, которую должны были совершить внешние силы при удалении отрицательно заряженного электрона от поло-

жительно заряженного ядра. Орбит могло бы быть бесчисленное множество. Но согласно основным положениям теории Бора, электрон движется только по определенным устойчивым орбитам, движение по которым не сопровождается излучением энергии. Далее, при испускании или поглощении света атом испускает или поглощает электромагнитную энергию целыми квантами величины  $h\nu$ , причем энергия атома изменяется на величину

$$\epsilon_1 - \epsilon_2 = h\nu, \quad (30.1)$$

где  $\epsilon_1$  — энергия атома в начальном состоянии,  $\epsilon_2$  — в конечном,  $\nu$  — частота света, излученного или поглощенного атомом, а  $h$  — постоянная Планка. По теории Бора, атом излучает энергию при переходе электрона с устойчивой орбиты с большей энергией на устойчивую орбиту с меньшей энергией. Радиус наименьшей орбиты, согласно расчетам Бора, равен  $0,53 \text{ \AA}$ . Радиусы последовательных устойчивых орбит возрастают пропорционально квадратам номеров орбит, т. е.

$$r_1 : r_2 : r_3 : r_4 : \dots = 1 : 2^2 : 3^2 : 4^2 : \dots$$

Линейчатый спектр видимого света, испускаемого водородом (см. рис. 28.3), образует так называемую *серия Бальмера*. Кроме этой серии, были открыты еще другие серии. *Серия Лаймэна* расположена в ультрафиолетовой области, а в инфракрасной области наблюдаются *серия Пашена* и *серия Брэкетта*. Каждая из этих серий состоит из ряда линий, расстояния между которыми уменьшаются с уменьшением длины волны. На рис. 30.2 показаны квантовые переходы, обуславливающие появление различных спектральных серий водорода.

Ультрафиолетовые лучи (серия Лаймэна) имеют наи-

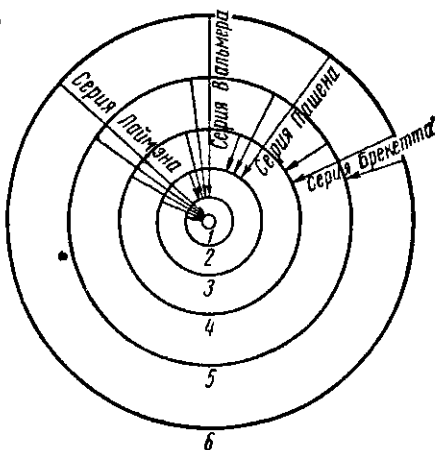


Рис. 30.2



меньшую длину волны, и им соответствуют фотоны (кванты) самой большой энергии, которые испускаются атомом при перескоке электрона с любой орбиты на первую, на которой его энергия минимальна.

*Видимые лучи* (серия Бальмера) имеют бóльшую длину волны, чем ультрафиолетовые. Им соответствуют фотоны, которые испускаются атомом при переходе электрона с третьей и более удаленных орбит на вторую орбиту.

*Инфракрасный спектр водорода* состоит из серии Пашена, которая возникает при переходе электрона с четвертой и более удаленных орбит на третью, и серии Брэкетта, возникающей при переходе электрона с пятой и следующих за ней орбит на четвертую.

Расчетные формулы Бора для длин волны каждой линии спектра водорода полностью совпали с сериальными формулами, составленными на основе опыта \*.

2. Остается ответить на вопрос: как попадает электрон на удаленную от ядра орбиту и почему он на ней не задерживается?

В нормальном состоянии атома электрон находится на самой ближней к ядру орбите. Возбуждение атома, при котором электрон переходит на одну из следующих орбит, может происходить при нагревании вещества, при его освещении и при соударениях с атомом быстрых элементарных частиц. *При освещении вещества его атом поглощает фотоны только таких частот, какие он сам может испускать в возбужденном состоянии.* Эти частоты называются резонансными.



















На вторую часть вопроса отвечает закономерность, наблюдающаяся при всех процессах в природе: *тела стремятся прийти в такое состояние, занять такое положение, в котором их потенциальная энергия минимальна.* Потенциальная энергия системы ядро—электрон, состоящая из противоположно заряженных частиц, тем меньше, чем меньше расстояние между ними. Почему электрон не падает на ядро, объяснила только квантовая механика Бора—Гейзенберга—Шредингера.

---

\* Электронные орбиты — условный геометрический образ. Те определенные значения, которые может принимать энергия атома, называют его *энергетическими*, или *квантовыми*, уровнями.

**§ 30.3. Строение атомов остальных элементов.** 1. Получив картину строения водородного атома, хорошо объяснявшую водородные спектры, естественно было применить теорию Бора к остальным атомам. Согласно представлениям Резерфорда, порядковый номер элемента указывает на число электронов, вращающихся вокруг ядра атома. Поэтому у атома гелия должно быть два электрона, у атома лития—три и т. д. Можно было ожидать, что увеличение числа электронов в атоме связано с усложнением его линейчатого спектра. Но спектр паров лития оказался похожим по своей структуре на спектр водорода и, по-видимому, вызывается лишь одним электроном. Поэтому при-

*Группы элементов*

	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>VI</i>	<i>VII</i>	<i>VIII</i>	<i>0</i>
<i>1</i>									
<i>2</i>									
<i>3</i>									

*Периоды*

Рис. 30.3

шлось предположить, что два электрона лития вращаются по орбите, более близкой к ядру, и крепче связаны с ним. Третий электрон, находящийся на внешней орбите, слабее связан с ядром; его легче перевести на более далекие орбиты и, перескакивая назад, он испускает энергию в виде фотонов. Изучение спектров паров более тяжелых элементов привело к распределению орбит электронов по группам, которые были названы оболочками. В самой близкой к ядру *K*-оболочке имеется два места для электронов, в следующей *L*-оболочке — 8 мест, дальше идет *M*-оболочка, содержащая 18 мест, и т. д. С увеличением числа электронов в атоме увеличивается соответственно заряд ядра, и растет связь между внутренними электронами и ядром. На рис. 30.3 показано размещение электронов по оболочкам в атомах элементов, составляющих

первые три периода таблицы Менделеева. Элементы, входящие в одну и ту же группу, обладают сходными химическими свойствами. Самые внешние электроны атомов называются *валентными электронами*. Те атомы, внешние оболочки которых заполнены (гелий, неон, аргон, криптон и др.), не имеют валентных электронов и образуют инертные газы.

2. К явлениям, подтверждающим сложное строение атома, относится возникновение линейчатых спектров рентгеновских лучей. Соответствующие им характеристические рентгеновские лучи возникают при выбивании быстрыми частицами электронов из оболочек  $K$ ,  $L$  и  $M$  тяжелых элементов. Освободившийся электрон переходит на одну из более удаленных от ядра орбит. Для вырывания  $K$ -,  $L$ -, или  $M$ -электрона требуется очень большая порция энергии, так как эти электроны крепко связаны с ядром, имеющим большой положительный заряд, и защищены от внешних воздействий электронами наружных оболочек. Например, чтобы удалить электрон из  $K$ -оболочки на  $N$ -оболочку атома молибдена, нужно затратить энергию, приблизительно равную 20 тыс. эв. На освободившееся место «сваливается» другой электрон из  $N$ -оболочки (или из какой-нибудь другой удаленной от ядра оболочки). При этом испускается квант энергии, равный разности энергий электрона в оболочках  $N$  и  $K$  [см. формулу (30.1)],

$$h\nu = \varepsilon_N - \varepsilon_K.$$

Найдем длину волны рентгеновского кванта, испускаемого в этом случае атомом молибдена. Из формулы  $h\nu = \varepsilon_N - \varepsilon_K$ , или

$$h \frac{c}{\lambda} = \varepsilon_N - \varepsilon_K$$

находим

$$\lambda = \frac{hc}{\varepsilon_N - \varepsilon_K}.$$

Постоянная Планка  $h = 6,6 \cdot 10^{-27}$  эрг·сек, скорость света  $c = 3 \cdot 10^{10}$  см/сек, а разность энергий электрона на  $N$ - и на  $K$ -орбитах  $\varepsilon_N - \varepsilon_K = 20\,000$  эв  $= 20\,000 \cdot 1,6 \cdot 10^{-12}$  эрг. По-

этому

$$\lambda = \frac{hc}{\epsilon_N - \epsilon_K} = \frac{6,6 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^{10}}{2 \cdot 10^4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-12}} \text{ см} = \\ = 0,619 \cdot 10^{-8} \text{ см} = 0,619 \text{ \AA}.$$

**§ 30.4. Явление радиоактивности.** 1. Первыми сигналами, принятыми из атомного ядра, были излучения радиоактивных веществ. Явление радиоактивности было открыто в 1896 г. французским ученым А. Беккерелем, который обнаружил, что уран и содержащие его минералы самопроизвольно испускают лучи, которые, подобно рентгеновским лучам, вызывают почернение фотографической пластинки, завернутой в черную бумагу, непрозрачную для световых лучей. Это свойство урана и ряда других элементов, испускающих такие же лучи, назвали *радиоактивностью*.

Исследуя на радиоактивность целый ряд веществ, Мария и Пьер Кюри обнаружили ее у тория, затем у полония и радия. В своих работах супруги Кюри применяли более чувствительный метод, чем почернение фотопластинки, — ионизацию газа радиоактивным излучением. Радиоактивность радия оказалась в миллион раз сильнее радиоактивности урана. На основании его химических свойств радий занял пустовавшую до тех пор 88-ю клетку периодической таблицы элементов. Его атомный вес оказался равным 226.

2. Радиоактивные излучения были изучены способом отклонения в магнитном поле. В камеру, из которой был выкачан воздух, помещался в свинцовом футляре радиоактивный препарат  $R$  (рис. 30.4). Выйдя из футляра, радиоактивное излучение попадало на фотографическую пластинку  $\Phi$  и вызывало ее почернение в точке  $C$ . Если создавалось магнитное поле, перпендикулярное к направлению излучения (на рис. 30.4 вектор магнитной индукции направлен от нас), то лучи делились на три части: две части отклонялись магнитным полем в противоположные стороны, третья не изменяла своего направления. Отсюда был сделан следующий вывод: *лучи состоят из поло-*

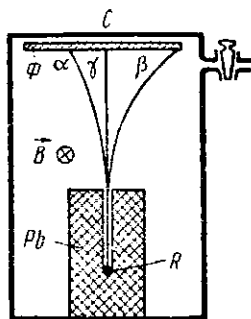


Рис. 30.4

жительно заряженных частиц, отрицательно заряженных частиц и электромагнитного излучения, подобного рентгеновским лучам. Более подробные исследования показали, что положительно заряженными частицами являются  $\alpha$ -частицы, т. е. дважды ионизированные атомы гелия. Отрицательно заряженные частицы представляют собой электроны, их называли  $\beta$ -частицами, или  $\beta$ -лучами. Электромагнитное излучение, длина волны которого оказалась меньше, чем длина волны рентгеновских лучей, было названо  $\gamma$ -лучами.

Для определения проникающей способности  $\alpha$ -,  $\beta$ - и  $\gamma$ -лучей на их пути к фотографической пластинке помещали экраны из алюминия или свинца разной толщины. Наименьшей проникающей способностью обладают  $\alpha$ -частицы, которые задерживаются тонкой алюминиевой фольгой. Проникающая способность  $\beta$ -частиц больше, они проходят сквозь алюминиевые листочки толщиной в несколько миллиметров. Гамма-лучи, подобно рентгеновским лучам, обладают огромной проникающей способностью и могут проходить через слой свинца толщиной в несколько сантиметров. Гамма-лучи в большинстве случаев сопутствуют  $\beta$ -излучению, а в некоторых случаях и испусканию  $\alpha$ -частиц.

**§ 30.5. Радиоактивный распад. Изотопы.** 1. Опыты показали, что, во-первых, интенсивность радиоактивного излучения с течением времени ослабевает по определенному закону, причем никакими воздействиями нельзя ускорить или замедлить это ослабление; во-вторых, каждый радиоактивный элемент, который испускает  $\alpha$ - или  $\beta$ -частицы, постепенно превращается в новый элемент с другими физическими и химическими свойствами, чем исходный. Например, атомы радия — твердого вещества, испускающие  $\alpha$ -частицы, превращаются в атомы газа радона. Радон тоже испускает  $\alpha$ -частицы и превращается в твердый радий А и т. д. Распад продолжается до образования устойчивого элемента изотопа свинца. Отсюда можно заключить, что радиоактивные излучения испускаются атомными ядрами радиоактивных элементов.

*Промежуток времени, в течение которого распадается половина радиоактивного вещества, называется периодом полураспада.*

2. Проследим за превращениями так называемого ряда урана — радия, приведенными в таблице.

Элемент	Атомный вес	Атомный номер	Период полураспада	Тип распада
Уран I . . . . .	238	92	$4,5 \cdot 10^9$ лет	$\alpha$
Уран $X_1$ . . . . .	234	90	24 дня	$\beta$
Уран $X_2$ . . . . .	234	91	1,14 мин	$\beta$
Уран II . . . . .	234	92	$3 \cdot 10^5$ лет	$\alpha$
Ионий . . . . .	230	90	$8,3 \cdot 10^4$ лет	$\alpha$
Радий . . . . .	226	88	1590 лет	$\alpha$
Радон . . . . .	222	86	3,82 дня	$\alpha$
Радий А . . . . .	218	84	3,05 мин	$\alpha$
Радий В . . . . .	214	82	26,8 мин	$\beta$
Радий С . . . . .	214	83	19,7 мин	$\alpha, \beta$
Радий С' . . . . .	214	84	$1,5 \cdot 10^{-3}$ сек	$\alpha$ (RaC')
Радий С'' . . . . .	210	81	1,32 мин	$\beta$ (RaC'')
Радий D . . . . .	210	82	22 года	$\beta$
Радий Е . . . . .	210	83	5 дней	$\beta$
Радий F . . . . .	210	84	140 дней	$\alpha$
Радий G (свинец) . . .	206	82	—	—

Альфа-частица уносит массу в 4 а. е. м. и заряд, равный двум единицам заряда. Поэтому  $\alpha$ -распад приводит к образованию нового элемента с атомным весом, меньшим на 4 а. е. м., и атомным номером, меньшим на две единицы.

Масса  $\beta$ -частицы так мала ( $\frac{1}{1840}$  а. е. м.), что при ее испускании масса ядра атома практически не изменяется. Но  $\beta$ -частица уносит отрицательный заряд, равный единице. Следовательно, при  $\beta$ -распаде заряд ядра атома нового элемента и его атомный номер становятся на единицу больше, а атомный вес остается тем же.

2. В результате нескольких радиоактивных превращений нередко наблюдается новый элемент с таким же атомным номером, как начальный, но с другим атомным весом. Сравните, например, в таблице уран I и уран II, или радий В, радий D и свинец. Элементы с одинаковым зарядом ядра называются изотопами, так как они стоят в одной клетке периодической системы элементов. Изотопы очень схожи по своим химическим, оптическим и другим свойствам

Исследования показали, что изотопы есть почти у всех элементов; у некоторых элементов их число достигает десяти и более.

**§ 30.6. Способы наблюдения частиц.** При изучении радиоактивных превращений, а также новых частиц важную роль играют приборы, позволяющие регистрировать действие отдельных частиц. Рассмотрим три из этих приборов.

1. Самым простым из них является *спинтарископ* (рис. 30.5). Он представляет собой небольшой цилиндрик, на дне которого помещен экран  $\mathcal{E}$  из сернистого цинка, способный люминесцировать под действием ударов быстрых частиц. Недалеко от экрана располагается игла, на кончике  $R$  которой находится ничтожно малое количество какой-нибудь соли радия (около  $10^{-8}$  мг).

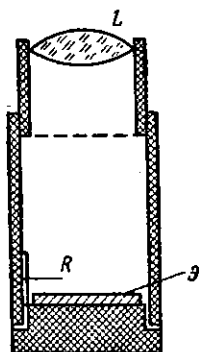


Рис. 30.5

Каждая  $\alpha$ -частица, попадающая в какую-либо точку экрана, вызывает в ней вспышку свечения. При рассматривании экрана через лупу  $L$  наблюдатель видит отдельные кратковременные вспышки-звездочки на темном фоне.

2. *Счетчик Гейгера—Мюллера* (рис. 30.6) служит для регистрации отдельных частиц. Он состоит из металлического цилиндра  $\mathcal{C}$ , закрытого с обеих сторон изолирующими пробками  $\Pi$ . Вдоль оси цилиндра натянута тонкая проволока  $H$ , соединенная с землей через очень большое сопротивление  $R$  (около 1000 Мом).

Параллельно сопротивлению включается электрометр  $\mathcal{E}$ . В цилиндре создается низкое давление порядка 5—6 см рт. ст. Он соединяется с отрицательным полюсом высоковольтной батареи  $B$  (примерно 1200 в), так что между нитью  $H$  и цилиндром создается сильное электрическое поле. Каждая частица, способная ионизировать воздух, пролетая сквозь счетчик, вызывает кратковременный электрический разряд. Во время этого разряда в цепи счетчика проходит кратковременный ток, который можно обнаружить по отбросу чувствительного электрометра  $\mathcal{E}$ . Через примерно 0,001 сек заряд электрометра стекает в Землю, и счетчик снова готов к работе. Можно заменить электрометр усилителем тока, тогда раз-

ряды в счетчике будут слышны. Если к усилителю присоединить специальное регистрирующее устройство, то прибор сам будет считать пролетевшие сквозь цилиндр частицы.

3. При помощи *камеры Вильсона* (рис. 30.7) можно наблюдать пути быстрых заряженных частиц. В стеклян-

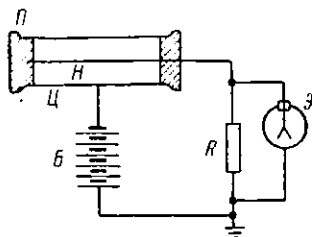


Рис. 30.6

ный цилиндр, закрытый стеклянной крышкой, вдвинут поршень *П*, на котором находится слой желатины *Ж*, смоченной водой. При быстром опускании поршня газ в камере адиабатически расширяется и поэтому охлаждается (см. § 11.8), отчего пар в ней становится насыщенным. Если в этот момент сквозь камеру пролетит заряженная частица, ионизирующая газ, то на ионах оседают капельки тумана, и траектория частицы становится видимой. Эту траекторию можно сфотографировать. На рис. 30.8 приведено изображение путей  $\alpha$ -частиц (толстые линии) и электронов (тонкие изогнутые линии). Если в направлении оси камеры создать магнитное поле, то заряженные

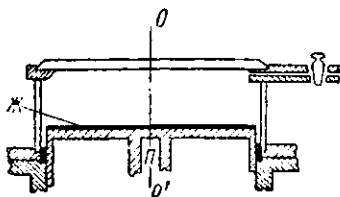


Рис. 30.7

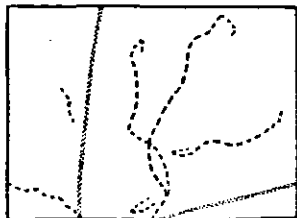


Рис. 30.8

частицы будут отклоняться в нем согласно правилу левой руки. При помощи камеры Вильсона с горизонтальной осью, помещенной в магнитное поле, направленное парал-



тельно оси камеры, были впервые обнаружены в космическом излучении положительно заряженные электроны, названные *позитронами*.

**§ 30.7. Составные части атомного ядра. 1.** При радиоактивных превращениях наблюдаются вылетающие из недр атома  $\alpha$ -частицы, электроны и  $\gamma$ -лучи.

Когда была открыта искусственная радиоактивность, которую можно вызвать у некоторых элементов, бомбардируя их быстрыми частицами, при ядерных превращениях стали наблюдать и другие частицы:

*протоны* ( $p$ ) — атомы водорода, лишенные электрона;

*нейтроны* ( $n$ ) — незаряженные частицы с массой, почти равной массе протона;

*позитроны* ( $+e$ ) — положительно заряженные частицы с массой, равной массе электрона, и зарядом, численно равным заряду электрона;

*нейтрино* ( $\nu$ ) — незаряженные частицы, имеющие в состоянии покоя массу, равную нулю, уносящие при распаде ядра избыточную энергию и др.

Означает ли это, что в состав атомного ядра входят все перечисленные частицы?

Оказывается, нет, не означает. Дальнейшие исследования привели Д. Д. Иваненко и независимо от него В. Гейзенберга (1932) к выводу, что *ядра атомов состоят из протонов и нейтронов*, получивших общее название *нуклонов*. Обе эти частицы имеют практически одинаковую массу, но вторая не имеет заряда — она нейтральна.

Представим себе для наглядности, что протоны и нейтроны — шарики равной массы, и посмотрим, как устроены ядра атомов простых элементов. На рис. 30.9 показано, как выглядели бы в этом случае ядра

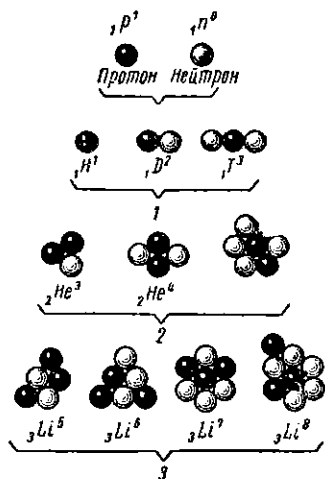


Рис. 30.9

водорода ( ${}_1\text{H}^1$ ) и его изотопов: дейтерия ( ${}_1\text{D}^2$ ), трития ( ${}_1\text{T}^3$ ). Ядро атома дейтерия состоит из одного протона и одного нейтрона, поэтому его заряд (атомный номер) равен единице, а массовое число равно двум. Принято записывать символ элемента с двумя значками: атомный номер ставится слева внизу, массовое число — справа вверху.

Ядра гелия ( ${}_2\text{He}^3$ ) состоят из двух протонов и одного нейтрона. Изотопы гелия:  ${}_2\text{He}^4$  и  ${}_2\text{He}^6$ .

Таким же образом можно представить и ядра других элементов, например:

- литий —  ${}_3\text{Li}^6$ ,  ${}_3\text{Li}^7$ ,  ${}_3\text{Li}^8$  — в ядре 3 протона и от 2 до 5 нейтронов;  
алюминий —  ${}_{13}\text{Al}$  от 25 до 29 — в ядре 13 протонов и от 12 до 16 нейтронов;  
золото —  ${}_{79}\text{Au}$  от 191 до 200 — в ядре 79 протонов и от 112 до 121 нейтрона;  
кюрий —  ${}_{96}\text{Cm}$  от 240 до 242 — в ядре 96 протонов и от 144 до 146 нейтронов

и т. д.

2. Что же удерживает нуклоны в ядре, делая ядра атомов более устойчивыми образованиями, чем сами атомы? Ведь под действием сил электрического взаимодействия одинаково заряженные протоны должны были бы разлетаться в разные стороны, а силы тяготения, действующие между нуклонами, как легко рассчитать, пренебрежимо малы. Необходимо было учитывать и малый радиус действия ядерных сил, которые очень велики на расстояниях порядка  $10^{-13}$  см между нуклонами и быстро убывают до нуля на расстояниях в  $2 \cdot 10^{-13}$  —  $3 \cdot 10^{-13}$  см.

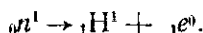
Идея об особом — обменном — характере ядерных сил впервые была высказана советскими учеными И. Е. Таммом и Д. Д. Иваненко в 1934 г. Они предположили, что ядерные силы обусловлены переносом пар электрон — нейтрино от одного нуклона к другому. В современной обменной теории ядерных сил, предложенной японцем Х. Юкавой в 1935 г., взаимодействие между нуклонами осуществляется путем обмена  $\pi$ -мезонами (или  $\mu$ -мезонами). Мезоном называется частица, масса которой больше массы электрона, но меньше массы протона («мезо» — средний, промежуточный);  $\pi$ -мезоны имеют массу, равную примерно 270 массам электрона. Экспериментально  $\pi$ -мезоны были открыты в 1947 г.

3. Если ядра атомов состоят только из протонов и ней-

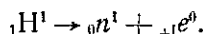
тронов, то откуда берутся  $\beta$ -частицы при радиоактивном распаде?

*Электроны, как позитроны, испускаемые при распаде радиоактивных элементов, полученных искусственным путем (см. § 30.10), не содержатся в ядрах, а возникают в результате ядерных превращений.* Испускание этих частиц похоже на испускание фотонов атомами. Мы знаем, что внутри атомов фотонов нет, что в фотоны превращается избыток энергии возбужденного атома. Аналогично происходит превращение избытка энергии атомного ядра в энергию, которая заключена в массе электрона и в его кинетической энергии или в массе позитрона и его кинетической энергии.

Появление электрона означает вместе с тем, что один из нейтронов ( ${}_0n^1$ ) ядра превратился в протон, т. е.



Если же атом испускает позитрон, то это означает, что один протон превратился в нейтрон



**§ 30.8. Взаимосвязь массы и энергии.** 1. Природа внутриядерных сил не разгадана полностью, но мы можем подсчитать энергию взаимодействия нуклонов. Этот подсчет позволяет установить закон *взаимосвязи массы и энергии*, открытый А. Эйнштейном в 1905 г. Он состоит в следующем: *масса  $m$  эквивалентна некоторому количеству энергии  $\epsilon$* ; соотношение, связывающее эти величины, имеет вид

$$\epsilon = mc^2, \quad (30.2)$$

где  $c$  — скорость света.

2. Найдем, пользуясь этим законом, энергию связи между нуклонами в ядре гелия. Если взять точные значения масс протона  $M_p = 1,00759$  а. е. м. и нейтрона  $M_n = 1,00898$  а. е. м., то масса ядра  ${}_2He^4$ , т. е. масса  $\alpha$ -частицы,  $M_\alpha$  должна быть равна

$$\begin{aligned} M_\alpha &= M_p + M_n = (2 \cdot 1,00759 + 2 \cdot 1,00898) \text{ а. е. м.} \\ &= 4,03314 \text{ а. е. м.} \end{aligned}$$

Если измерить массу ядра гелия непосредственно специальными точными физическими методами, то полу-

чается:  $M_\alpha = 4,00390$  а. е. м. Разность между обоими значениями массы ядра равна

$$(4,03314 - 4,00390) \text{ а. е. м. } = 0,02924 \text{ а. е. м.}$$

Энергия, равноценная этой разности масс, была, по-видимому, затрачена на соединение нуклонов. Такое же количество энергии нужно затратить, чтобы расщепить ядро  ${}^4\text{He}$ . Подсчитаем эту энергию.

1 а. е. м., как было показано в § 30.1, равна  $1,66 \cdot 10^{-24}$  г. Поэтому  $0,02924 \text{ а. е. м. } = 0,02924 \cdot 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ г.}$

По закону Эйнштейна [формула (30.2)],

$$\epsilon = mc^2,$$

где  $c = 3 \cdot 10^{10}$  см/сек. Следовательно,

$$\epsilon = 0,02924 \cdot 1,66 \cdot 10^{-24} \cdot 9 \cdot 10^{20} \text{ эрг} = 0,44 \cdot 10^{-4} \text{ эрг.}$$

В электрон-вольтах ( $1 \text{ эв} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ эрг}$ ) эта энергия выразится так:

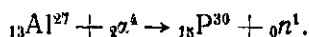
$$\epsilon = \frac{0,44 \cdot 10^{-4}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ эв} = 27,3 \cdot 10^6 \text{ эв} = 27,3 \text{ Мэв.}$$

Для того чтобы разбить ядро гелия, понадобится энергия, по крайней мере равная энергии связи его нуклонов. Может показаться, что это не столь уже большая энергия. Но если рассчитать, сколько понадобится энергии, чтобы разбить ядра гелия, содержащиеся в 1 см<sup>3</sup> этого газа при нормальных условиях (их число равно числу Лошмидта  $2,7 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ ), то получится внушительная цифра около  $1,2 \cdot 10^8 \text{ дж}$ , т. е. более 33 квт·ч.

3. Закону взаимосвязи массы и энергии подчиняются такие явления, как образование пары электрон — позитрон при взаимодействиях  $\gamma$ -кванта с электрическим полем одного из ядер того вещества, в которое он проникает. При этом  $\gamma$ -квант превращается в частицы — электрон и позитрон, а ядро остается без изменения. При обратном процессе, состоящем в превращении столкнувшихся электрона и позитрона в два кванта, разлетающихся в противоположные стороны, также соблюдается этот закон. Последнее явление объясняет, почему позитроны наблю-

даются сравнительно редко: появившись, позитрон быстро соединяется с каким-либо электроном окружающей среды, и они разлетаются в виде  $\gamma$ -квантов.

**§ 30.9. Деление ядер урана.** 1. Искусственная радиоактивность была открыта Ирэн и Фредериком Жолио-Кюри в 1933 г. Они облучали алюминий  $\alpha$ -частицами и обнаружили, что при этом возникает новый элемент — изотоп фосфора  ${}_{15}\text{P}^{30}$ , и ядро атома теряет нейтрон. Этот процесс можно записать в виде формулы



Изотоп фосфора  ${}_{15}\text{P}^{30}$  оказался радиоактивным и, распадаясь, превращается в изотоп кремния  ${}_{14}\text{Si}^{30}$  с испусканием позитрона:



Затем были получены радиоактивные изотопы других элементов.

Ядерные реакции подчиняются *закону сохранения суммарной массы и энергии частиц и закону сохранения их суммарного электрического заряда*. Это означает, что сумма атомных масс частиц, участвующих в ядерной реакции (верхние значки), а также сумма зарядов этих частиц (нижние значки) до реакции и после нее одинаковы. Нередко избыточная энергия выделяется во время ядерной реакции в виде  $\gamma$ -кванта.

Что же происходит в ядре, когда в него попадает быстрая  $\alpha$ -частица? Ядро возбуждается, его общая энергия увеличивается. Излишек ее, сосредоточившись у одной из частиц, выделяется вместе с ней. Или же число частиц остается неизменным, а излишек энергии выделяется, превратившись в позитрон. Могут выделяться несколько частиц, а не одна.

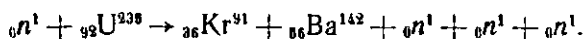
2. Частицей, которая обладает наибольшей проникающей способностью, является нейтрон. Он не имеет заряда, атомные и ядерные поля на него не действуют. В 1939 г. О. Ган, Ф. Штрассман и Л. Мейтнер, которые занялись исследованием трансурановых элементов, стоящих в периодической таблице за ураном, пришли к выводу, что при делении одного ядра изотопа урана  ${}_{92}\text{U}^{235}$  освобождается энергия порядка 200 Мэв. Этот вывод был подтвержден

опытами Ф. Жолио-Кюри. Оказалось, что при делении изотопа урана  ${}_{92}\text{U}^{235}$  под действием медленного нейтрона образуются осколки в виде изотопов криптона и бария и выделяются два-три нейтрона.

**§ 30.10. Выделение энергии при ядерном распаде. Цепная реакция.** 1. Освобождение при делении урана 235 нескольких нейтронов сразу же обратило на себя внимание физиков — эти нейтроны могут в свою очередь вызвать деление урана 235, причем освободятся новые нейтроны и т. д. Иначе говоря, может возникнуть цепная реакция, в результате которой освободится большое количество энергии. В каждом процессе деления освобождается энергия, равная 200 Мэв или  $200 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг} = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ эрг}$ . При делении грамм-атома урана 235 освободится энергия, в  $6 \cdot 10^{23}$  раз большая, т. е.

$$3,2 \cdot 10^{-4} \cdot 6 \cdot 10^{23} \text{ эрг} = 19,2 \cdot 10^{19} \text{ эрг} = 19,2 \cdot 10^{19} \text{ Дж} \approx \\ \approx 5,3 \cdot 10^9 \text{ квт} \cdot \text{ч}.$$

На рис. 30.10 показано развитие цепной реакции. Ее можно записать, например, такой формулой:



Часто вместо криптона и бария получают осколки в виде других элементов.

Цепная реакция с ураном 235 происходит под действием только медленных нейтронов, и для ее осуществления нужно вводить в «урановый котел» вещества, которые замедляют нейтроны, — так называемые «замедлители», содержащие водород, дейтерий или углерод. Для получения саморазвивающейся реакции необходимо, чтобы масса системы, содержащей уран 235, превышала некоторую «критическую массу», зависящую для каждого активно делящегося вещества от формы, которая ему придана. Некоторые из нейтронов могут быть захвачены примесями и потеряны для цепной реакции.

2. На так называемом ядерном горючем работают электростанции, ядерные двигатели, применяемые в морском и воздушном флотах, реактивные ядерные двигатели ракет для дальних полетов и т. п.

Радиоактивные изотопы применяются очень широко в технике (для определения качества сварки, обнаруже-

ния дефектов металлических предметов, измерения толщин, при изучении износа трущихся деталей, взаимной диффузии металлов и т. д.); в медицине (для обнаружения и лечения опухолей, прослеживания движения в организме лекарственных средств и т. д.) и при различных научных исследованиях.

При помощи физических и химических методов были открыты следующие радиоактивные трансурановые эле-

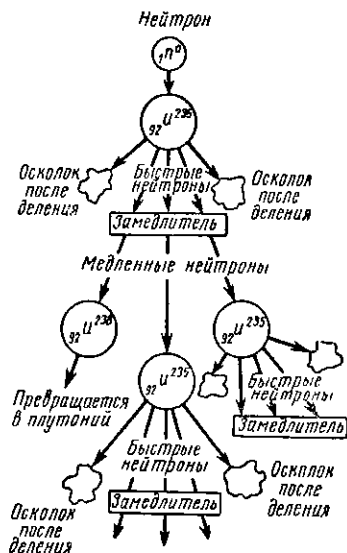


Рис. 30.10

менты: нептуний ( $_{93}\text{Np}^{238}$ ), плутоний ( $_{94}\text{Pu}^{239}$ ), америций ( $_{95}\text{Am}^{241}$ ), кюрий ( $_{96}\text{Cm}^{241}$ ), берклий ( $_{97}\text{Bk}^{243}$ ), калифорний ( $_{98}\text{Cf}^{244}$ ), эйнштейний ( $_{99}\text{Es}^{253}$ ), фермий ( $_{100}\text{Fm}^{255}$ ), менделевий ( $_{101}\text{Md}^{256}$ ), нобелий ( $_{102}\text{No}^{256}$ ), лоуренсий ( $_{103}\text{Lr}^{257}$ ) и элемент 104 с атомным весом 260, открытый группой советских ученых и названный в честь нашего выдающегося физика И. В. Курчатова *курчатовием*. Большинство трансурановых элементов имеют изотопы.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

1. Какие явления позволяют считать, что в атомах имеются электроны, движущиеся неравномерно?
2. В чем состояли опыты Э. Резерфорда с  $\alpha$ -частицами и какой вывод можно было сделать из этих опытов?

3. Как представляя себе атом Резерфорд?
4. В чем состоят основные положения теории Н. Бора о строении атома водорода?
5. От чего зависит энергия фотона, испускаемого атомом водорода?
6. Когда атом водорода испускает ультрафиолетовые лучи? видимые глазом лучи? инфракрасные лучи?
7. В каком случае энергия атома больше: когда электрон находится на удаленной от ядра орбите или на самой близкой к ядру?
8. В каком случае сила электрического взаимодействия между ядром и электроном больше: когда электрон находится на удаленной от ядра орбите или на близкой к ядру?
9. Почему линейчатый спектр паров лития не сложнее, чем спектр гелия, а похож по структуре на спектр водорода?
10. При каких условиях атом испускает рентгеновские лучи?
11. Расскажите об открытии радиоактивности и первых работах по ее изучению.
12. Что представляет собой радиоактивное излучение? Каким методом оно было разделено на составные части?
13. Охарактеризуйте  $\alpha$ -,  $\beta$ - и  $\gamma$ -излучение радиоактивных веществ.
14. Какой вид радиоактивного излучения имеет наибольшую проникающую способность?
15. В чем состоит явление радиоактивного распада?
16. Из какой части атома испускаются радиоактивные излучения?
17. Как изменяются атомный вес и атомный номер элемента, если его атомы испускают  $\alpha$ -частицы?
18. Как изменяются атомный вес и атомный номер элемента, если его атомы испускают  $\beta$ -частицы?
19. Что представляют собой изотопы?
20. Расскажите о приборе, позволяющем наблюдать  $\alpha$ -излучение радиоактивных веществ по вспышкам на люминесцирующем экране.
21. Как устроен счетчик Гейгера—Мюллера?
22. При помощи какого прибора можно наблюдать траектории заряженных частиц? Расскажите о действии этого прибора.
23. Из каких частиц состоит ядро атома?
24. Какие частицы наблюдались в излучении искусственных радиоактивных веществ?
25. Откуда берутся электроны и позитроны в радиоактивных излучениях, если их нет в ядрах атомов?
26. Как была открыта искусственная радиоактивность?
27. Какая из частиц обладает наибольшей проникающей способностью? Почему?
28. Что происходит при бомбардировке  ${}_{92}\text{U}^{235}$  медленными нейтронами?
29. Какие условия необходимы для развития цепной реакции при делении  ${}_{92}\text{U}^{235}$ ?
30. Где применяется искусственная радиоактивность?



## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 30.1.** Ядро тория  ${}_{90}\text{Th}^{230}$  превратилось в ядро  ${}_{88}\text{Ra}^{226}$ . Какую частицу выбросило ядро тория?

### Решение

Напишем формулу ядерной реакции, обозначив неизвестную частицу буквой  $x$ :



Атомная масса частицы равна (230—226) а. е. м. = 4 а. е. м.

Заряд частицы равен разности зарядов исходного и нового элементов, т. е. (90—88) элементарных зарядов = 2 элементарным зарядам. Следовательно, вылетела из ядра  $\alpha$ -частица, и  $x = {}_2\alpha^4$ .  
Формула ядерной реакции



**Задача 30.2.** Сколько граммов урана потребляет урановый котел в час, если он выделяет мощность, равную 10 000 *квт*? При делении каждого ядра урана 235 выделяется энергия, равная примерно 200 *Мэв*.

### Дано

$$\begin{aligned} N &= 10^4 \text{ квт} = 10^7 \text{ вт} = 10^{14} \text{ эрг/сек}; \\ t &= 1 \text{ ч} = 3600 \text{ сек}; \\ \epsilon &= 200 \text{ Мэв} = 200 \cdot 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ эрг}. \end{aligned}$$


---


$$M = ?$$

### Решение

Масса  $M$  распавшегося  ${}_{92}\text{U}^{235}$  равна произведению массы  $m$  одного атома на число  $n$  распавшихся атомов:

$$M = mn. \quad (a)$$

Масса  $m$  одного атома равна массовому числу (атомному весу)  $A$  элемента, деленному на число Авогадро  $N_A$  (число атомов в грамме атома  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ ),

$$m = \frac{A}{N_A}.$$

Число  $n$  распавшихся атомов равно всей выделившейся энергии  $E$ , деленной на энергию  $\epsilon$ , выделяющуюся при делении одного атома:

$$n = \frac{E}{\epsilon}.$$

Подставив значения  $m$  и  $n$  в формулу (а), получим

$$M = \frac{A}{N_A} \frac{E}{\epsilon}.$$

Энергия  $E$ , выделяемая урановым котлом за время  $t$ , равна мощности  $N$ , умноженной на время  $t$ ,

$$E = Nt,$$

поэтому

$$M = \frac{A}{N_A} \frac{Nt}{\varepsilon}. \quad (6)$$

Подставим данные в результирующую формулу (6):

$$M = \frac{235 \cdot 10^{14} \cdot 3600}{6,02 \cdot 10^{23} \cdot 200 \cdot 1,6 \cdot 10^{-6}} \text{ г} = 0,44 \text{ г} = 440 \text{ мг}.$$

Проверим размерность:

$$[M] = \frac{[A]}{[N_A]} \frac{[N][t]}{[\varepsilon]} = \frac{\text{г/г-атом}}{1/\text{г-атом}} \frac{\text{эрг/сек} \cdot \text{сек}}{\text{эрг}} = \text{г}.$$

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. При бомбардировке нейтронами азота  ${}^7\text{N}^{14}$  испускается протон. В ядро какого изотопа превращается ядро  ${}^7\text{N}^{14}$ ? Напишите реакцию.

2. Ядро атома какого элемента получается при захвате нейтрона протоном (сопровождающимся выделением  $\gamma$ -кванта)?

3. При соударении дейтерия с ядром бериллия  ${}^4\text{Be}^9$  испускается нейтрон. Запишите эту ядерную реакцию.

4. Сколько киловатт-часов энергии можно получить при расщеплении 1 г урана  ${}^{235}\text{U}$ , если при делении одного ядра урана выделяется энергия, равная  $200 \text{ Мэв}$ ?

# ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

## ЧАСТЬ I

К главе 1. 2.  $F = \frac{F_1}{\cos 10^\circ} = 20,3 \text{ кГ}$ . 3. 12 кГ.

4. Обозначим  $\vec{F}_1$  силу, растягивающую трос  $AB$ , и  $\vec{F}_2$  — силу, растягивающую трос  $BC$ . Тогда  $F_1 = P \operatorname{tg} 45^\circ = 200 \cdot 1 \text{ кГ} = 200 \text{ кГ}$ ;  $F_2 = \frac{P}{\cos 45^\circ} \approx 283 \text{ кГ}$ .

5. Сжимающая сила  $F_2 = \frac{F}{\operatorname{tg} 30^\circ} \approx 173 \text{ кГ}$ ; растягивающая сила  $F_1 = \frac{F}{\sin 30^\circ} = 200 \text{ кГ}$ . Правильность решения можно проверить, так как  $F_1 = \sqrt{F_2^2 + F^2}$ .

6. Вес  $\vec{P}$  груза равен натяжению  $\vec{F}_1$ , приложенному к узлу  $O$ . Но сила  $\vec{F}_1$  равна векторной сумме натяжений  $\vec{F}_2$  и  $\vec{F}_3$ , действующих соответственно на канаты  $AO$  и  $BO$ . Таким образом, направления составляющих сил заданы. Углы между направлениями сил находим из геометрических соображений. Для определения числовых величин сил  $\vec{F}_2$  и  $\vec{F}_3$  воспользуемся теоремой синусов

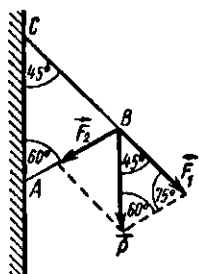


Рис. 1.1

$$\frac{F_2}{\sin 45^\circ} = \frac{F_3}{\sin 60^\circ} = \frac{F_1}{\sin 75^\circ},$$

или

$$\frac{F_2}{\sin 45^\circ} = \frac{F_3}{\sin 60^\circ} = \frac{P}{\sin 75^\circ}.$$

Отсюда находим

$$F_2 = P \frac{\sin 45^\circ}{\sin 75^\circ} = 200 \cdot \frac{0,707}{0,966} \text{ кГ} = 146,4 \text{ кГ};$$

$$F_3 = P \frac{\sin 60^\circ}{\sin 75^\circ} = 200 \cdot \frac{0,866}{0,966} \text{ кГ} = 179,3 \text{ кГ}.$$

7. Распорка  $CB$  растягивается силой  $\vec{F}_1$ , стержень сжимается с силой  $\vec{F}_2$ . Определяем из геометрических соображений углы (рис. 1.1) и применяем теорему синусов:  $\frac{F_1}{\sin 60^\circ} = \frac{F_2}{\sin 45^\circ} = \frac{P}{\sin 75^\circ}$ .

Находим  $F_1 = P \frac{\sin 60^\circ}{\sin 75^\circ} \approx 89,6 \text{ кГ}$ ;  $F_2 = P \frac{\sin 45^\circ}{\sin 75^\circ} \approx 73,2 \text{ кГ}$ .

8.  $\alpha = 25^\circ$ . 9.  $F_1 = 80 \text{ кГ}$ ;  $F_2 = 60 \text{ кГ}$ . 10. — 3,3 кГ·м (против часовой стрелки). 12. 3 кГ; — 7 кГ.

13. Сделаем чертеж (рис. 1.2). Составляем уравнения равновесия для шара, пользуясь методом проекций:

$$\sum F_x = N_1 \cos \varphi_2 - N_2 \cos \varphi_1 = 0; \quad (I)$$

$$\sum F_y = P - N_1 \sin \varphi_2 - N_2 \sin \varphi_1 = 0. \quad (II)$$

Находим из (I)

$$N_2 = \frac{N_1 \cos \varphi_2}{\cos \varphi_1}.$$

Подставив это выражение в (II) вместо  $N_2$ , получаем

$$N_1 \sin \varphi_2 + N_1 \frac{\cos \varphi_2 \sin \varphi_1}{\cos \varphi_1} = P,$$

или

$$N_1 (\sin \varphi_2 + \cos \varphi_2 \operatorname{tg} \varphi_1) = P,$$

откуда

$$N_1 = \frac{P}{\sin \varphi_2 + \cos \varphi_2 \operatorname{tg} \varphi_1}.$$

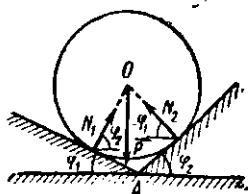


Рис. 1.2

Действуя аналогичным образом, находим

$$N_2 = \frac{P}{\sin \varphi_1 + \cos \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_2}.$$

Подставляем числовые данные:

$$N_1 = \frac{20}{0,707 + 0,707 \cdot 0,466} \text{ кг} \approx 19 \text{ кг};$$

$$N_2 = \frac{20}{0,423 + 0,906 \cdot 1} \text{ кг} = 12 \text{ кг}.$$

14. Свободный конец шнура, на котором висит подвижный блок I с грузом  $P$ , прикреплен к оси II подвижного блока. Поэтому свободный конец шнура, на котором висит II блок, натягивается с силой  $\frac{P}{4}$ . Неподвижный III блок лишь изме-

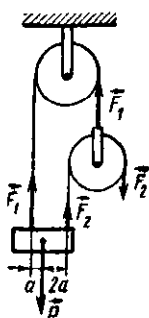


Рис. 1.3

няет направление силы, которую нужно приложить, чтобы удержать в равновесии груз  $P$ . Так как сила  $F = \frac{P}{4}$ , то  $P = 4F = 40 \text{ кг}$ .

15. См. рис. 1.3. Из условий равновесия  $F_1 - 2F_2 = 0$  и  $F_1 + F_2 = P$  находим:  $F_2 = \frac{F_1}{2}$ ;  $\frac{3}{2} F_1 = P$ ;  $F_1 = \frac{2}{3} P = 200 \text{ кг}$  и  $F_2 = 100 \text{ кг}$ .

Так как  $F_1 a = F_2 b$ , то  $b = a \frac{F_1}{F_2} = 2a$ .

17. Указание. Найти центр тяжести двух шариков равного веса, а затем всех трех. На биссектрисе угла  $C$  на расстоянии  $\frac{\sqrt{3}}{6} l$  от  $A$ .

18. Вес каждого прямоугольника, из которых состоит пластинка, пропорционален площади этого прямоугольника, поэтому  $\frac{P_1}{P_2} = \frac{0,18}{0,22}$

(рис. 1.4). Центр тяжести каждого прямоугольника лежит на пересечении его диагоналей. Расстояние  $C_1C_2 = (0,3 + 0,1) \text{ м} = 0,4 \text{ м}$ . Центр тяжести  $C$  всей пластинки делит расстояние  $C_1C_2$  на части, обратно пропорциональные их весам, т. е.

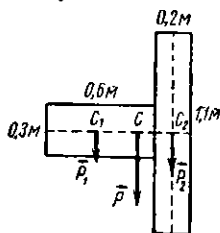


Рис. 1.4

$\frac{C_1C}{0,4 - C_1C} = \frac{22}{18}$ , откуда  $C_1C = 0,22 \text{ м}$ , а  $CC_2 = 0,18 \text{ м}$ .

К главе 2. 1. 
$$v_{\text{ср}} = \frac{2s}{t_1 + t_2} = \frac{2s}{s/v_1 + s/v_2} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = 4,8 \text{ км/ч.}$$

2. Скорость  $v$  пассажира относительно встречного поезда равна  $v = v_1 + v_2$ . Поэтому пассажир проедет расстояние  $l$ , равное длине

встречного поезда, за промежуток времени  $t = \frac{l}{v_1 + v_2} \approx 2 \text{ сек.}$

3. При движении по течению реки  $v_{\text{п.}} + v_{\text{т.}} = 7 \text{ м/сек}$ , при движении против течения  $v_{\text{п.}} - v_{\text{т.}} = 4 \text{ м/сек}$ . Решив совместно эти уравнения, находим  $v_{\text{т.}} = 1,5 \text{ м/сек}$ ;  $v_{\text{п.}} = 5,5 \text{ м/сек}$ .

4. Обозначим:  $s = 44 \text{ км}$ ;  $\tau_1 = 5 \text{ ч}$ ;  $\tau_2 = 5 \text{ ч } 20 \text{ мин}$ ;  $v_2 = 16 \text{ км/ч}$ ;  $s_1 = 12 \text{ км}$ . а) Время  $t_2$ , в течение которого трактор прошел путь  $BB' = s - s_1$ , равно  $t_2 = \frac{s - s_1}{v_2}$ , поэтому встреча произошла в момент

времени  $\tau = \tau_2 + t_2 = \tau_2 + \frac{s - s_1}{v_2} = 7 \frac{1}{3} \text{ ч}$ . б) Пешеход шел в течение времени  $t_1 = \tau - \tau_1$  со скоростью

$$v_1 = \frac{s_1}{t_1} = 5,14 \text{ км/ч.}$$

5. Построим график движения автобусов (рис. 1.5). Отложим по оси абсцисс время, а по оси ординат — в удобном масштабе — расстояние между городами:  $A$  — в начале координат,  $B$  — на расстоянии  $200 \text{ км}$  от  $A$ . Построим угол  $\alpha_2$ , причем численно  $v_2 = \text{tg } \alpha_2$ , и проведем график движения автобусов  $B$  до точки  $C$ , ордината которой определяет расстояние от места встречи автобусов до города  $A$ . Абсцисса этой точки соответствует времени движения автобусов до встречи. График движения автобуса, вышедшего из точки  $A$ , — прямая  $AC$ , а скорость этого автобуса численно равна

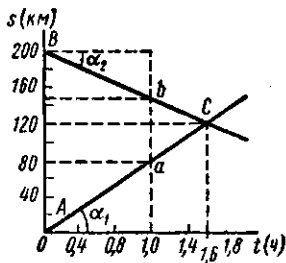


Рис. 1.5

$\text{tg } \alpha_2$ , т. е.  $v_2 = \text{tg } \alpha_2 = \frac{s_2}{t}$ ;  $t = \frac{s_2}{v_2} = \frac{80}{50} \text{ ч} = 1,6 \text{ ч}$ ;  $v_1 = \text{tg } \alpha_1 = \frac{s_1}{t} = \frac{120}{1,6} \text{ км/ч} = 75 \text{ км/ч}$ .

6. В первом случае скорость человека относительно пристани равна  $\bar{v} = \bar{v}_1 + \bar{v}_2$ , где  $\bar{v}_1$  — скорость теплохода,  $\bar{v}_2$  — скорость чело-

вска относительно теплохода (рис. 1.6, а). Во втором случае (рис. 1.6, б) скорость  $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$  и вектор  $\vec{v}$  направлен под углом  $\alpha$  к вектору  $\vec{v}_1$ , причем  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_2}{v_1}$ .

7. Скорость  $\vec{v}$  капль равна векторной сумме скорости  $\vec{v}_2$  их отвесного падения и скорости  $\vec{v}_1'$  относительно трамвая ( $\vec{v}_1' = -\vec{v}_1$ ). Из рис. 1.7 видно, что  $v_2 = \frac{v_1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{10}{1,192} \text{ м/сек} = 8,8 \text{ м/сек}$ .

8. 15,5 м; 2,6 м/сек; 0,83 м/сек<sup>2</sup>.  
9. См. рис. 1.8. 10. 86,4 км/ч; 1440 м.  
11. 24 м/сек. 12. 810 м. 13. 1 м/сек<sup>2</sup>; -1 м/сек<sup>2</sup>.

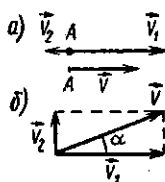


Рис. 1.6

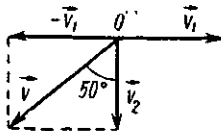


Рис. 1.7

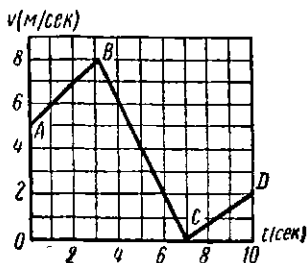


Рис. 1.8

К главе 3. 1. 1020 кг. 2. 1200 н.

3.  $F = ma$ ;  $s = \frac{at^2}{2}$ ;  $a = \frac{2s}{t^2}$ . Поэтому  $F = \frac{2ms}{t^2} = 14\,400 \text{ дин}$ .

4. На брусок действуют следующие силы: вес  $\vec{P}$ , направленный вертикально вниз, уравновешивающая его сила  $\vec{N}$  реакции плоскости, сила трения  $\vec{F}_{\text{тр}}$ , направленная в сторону, противоположную

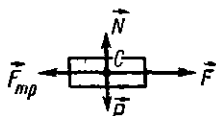


Рис. 1.9

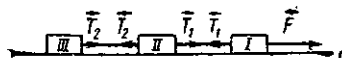


Рис. 1.10

движению и движущая сила  $\vec{F}$  (рис. 1.9). Уравнение движения бруска

$$F = F_{\text{тр}} + m \frac{v}{t} = \left( 5 + 10 \cdot \frac{4}{2} \right) \text{ н} = 25 \text{ н}.$$

5. Вес каждого бруска уравновешивается силой реакции плоскости. Все три бруска движутся с одинаковыми ускорениями  $a$ . Уравнения их движения (см. рис. 1.10) следующие:

$$F - T_1 = m_1 a; \quad T_1 - T_2 = m_2 a; \quad T_2 = m_3 a.$$

Решая эти уравнения совместно, находим ускорение

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3},$$

после чего определяем натяжения нитей  $T_1 = 4 \text{ н}$ ,  $T_2 = 1 \text{ н}$ .

6. а) Разложим силу тяжести каждого груза на две составляющие (рис. 1.11): перпендикулярную к наклонной плоскости и параллельную ей. На каждый груз действует движущая сила  $P \sin \alpha$  и сила трения  $fP \cos \alpha$ . Уравнения движения грузов:

$$\left. \begin{aligned} (A) \quad P_1 \sin \alpha - f_1 P_1 \cos \alpha - T &= \frac{P_1}{g} a; \\ (B) \quad P_2 \sin \alpha - f_2 P_2 \cos \alpha + T &= \frac{P_2}{g} a. \end{aligned} \right\}$$

Решив эту систему уравнений, находим

$$a = \frac{[(P_1 + P_2) \sin \alpha - (0,2P_1 + 0,5P_2) \cos \alpha] g}{P_1 + P_2} = 1,4 \text{ м/сек}^2.$$

б) На груз А действуют скатывающая сила  $P_1 \sin \alpha$  и сила трения  $-k_1 P_1 \cos \alpha$ . На груз В действуют силы  $P_2 \sin \alpha$  и  $-k_2 P_2 \cos \alpha$ . Натяжение  $T$  шнура равно разности сил, действующих на каждый груз:

$$T = P_1 (\sin \alpha - k_1 \cos \alpha) - P_2 (\sin \alpha - k_2 \cos \alpha) = 1,2 \text{ н.}$$

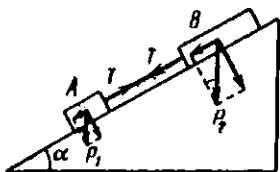


Рис. 1.11

7. Когда поезд тормозится и останавливается, то сцепления между вагонами остаются растянутыми. Если машинист затем дает передний ход, то сила тяги тепловоза должна сдвинуть с места все вагоны сразу. Если же машинист дает сначала задний ход, сдвинув

вагоны и ослабив сцепления между ними, то сила тяги тепловоза сдвигает с места вагоны по очереди, начиная с ближайших к тепловозу, и сообщает им поэтому значительно большее ускорение, чем в первом случае.

$$8. 327 \text{ м/сек}^2; \approx 157\,000 \text{ дин}; 0,85 \text{ сек.}$$

$$9. \text{ В единицах СГС: } \rho = \frac{m}{V} = \frac{600}{400} \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 1,5 \text{ г/см}^3; \gamma = \rho g = 1,5 \cdot 981 \frac{\text{дин}}{\text{см}^3} = 1,47 \cdot 10^3 \text{ дин/см}^3.$$

$$\text{В единицах СИ: } \rho = \frac{m}{V} = \frac{0,6}{4 \cdot 10^{-4}} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 1,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \gamma = \rho g = 1,5 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \frac{\text{Н}}{\text{м}^3} = 1,47 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^3.$$

10. Из таблицы находим: плотность меди  $\rho_1 = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , плотность алюминия  $\rho_2 = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Так как  $P_1 = P_2$ , то

$$V_1 \rho_1 g = V_2 \rho_2 g,$$

откуда

$$V_2 = \frac{V_1 \rho_1}{\rho_2} = 13,2 \text{ м}^3.$$

11. 3456 кг. 12. 5 н. 13. 25 кг. 14. — 16 м/сек. 15. — 0,7 м/сек<sup>2</sup>.

16. Обозначим массу топлива  $m_1$ , скорость истечения газов  $v_1$ , массу снаряда  $m_2$  и его скорость  $v_2$ . По закону сохранения количе-

ства движения,  $m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$ . Снаряд получает количество движения  $m_2 v_2 = -m_1 v_1$ . Но это количество движения равно импульсу силы, действующей на снаряд, поэтому

$$F = -\frac{m_1 v_1}{t} = -4410 \text{ н.}$$

Знак минус указывает, что сила действует на снаряд в направлении, противоположном направлению скорости истечения газов.

17. Пусть  $\frac{P_1}{g} = m_1$  — масса санок,  $\frac{P_2}{g} = m_2$  — масса конькобежца,  $v$  — их общая скорость,  $v_1$  — скорость санок и  $v_2$  — скорость конькобежца после толчка.  $\frac{P_1}{g} v_1 + \frac{P_2}{g} v_2 = \left(\frac{P_1}{g} + \frac{P_2}{g}\right) v$ . Отсюда определяем  $v_2 = 0,5 \text{ м/сек.}$

Конькобежец будет двигаться с этой скоростью в первоначальном направлении.

18. Горизонтальная составляющая скорости груза  $v'_1 = v_1 \cos 30^\circ$ . До падения груза на санки общее количество движения груза и санок было равно количеству движения  $m_1 v_1$  груза. Поэтому

$$\frac{P_1}{g} v_1 \cos 30^\circ = \left(\frac{P_1}{g} + \frac{P_2}{g}\right) v_2$$

$$v_2 = 6,3 \text{ м/сек.}$$

19.  $-0,5 \text{ м/сек.}$

$$20. F = \frac{\gamma \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \rho\right)^2}{4R^2} \approx 0,04 \text{ н.}$$

21.  $\approx 2,5$ .

22.  $F_{\text{л.-с.}} = \gamma \frac{M_{\text{с.}} m_{\text{л.}}}{R_{\text{с.-з.}}^2}$  (расстояние от Луны до Солнца можно принять равным расстоянию от Земли до Солнца):

$$\frac{F_{\text{л.-с.}}}{F_{\text{л.-з.}}} = \frac{M_{\text{с.}} R_{\text{л.-з.}}^3}{M_{\text{з.}} R_{\text{с.-з.}}^3} \approx 2,4.$$

23.  $\approx 44 \text{ м; } 3 \text{ сек.}$

24. Первая капля пройдет за 1 сек путь  $h_1 = \frac{gt^2}{2} = 0,5g$ , вторая, которая вытекла из трубки на  $\Delta t = 0,2 \text{ сек}$  позже — путь  $h_2 = \frac{g(t - \Delta t)^2}{2} = 0,5g \cdot 0,64$ . Расстояние между каплями:

$$h_1 - h_2 = 0,5g - 0,32g = 0,18g = 1,76 \text{ м.}$$

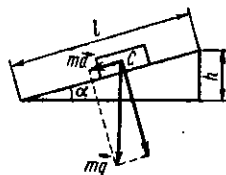


Рис. 1.12

25. Ввиду малости уклона пути можно  $\operatorname{tg} \alpha$  заменить  $\sin \alpha$  (рис. 1.12). Из рисунка видно, что

$$\sin \alpha = \frac{h}{l} = \frac{a}{g} = \frac{2s}{t^2} \frac{1}{g} \approx 0,01.$$



26. 10 м; 30 м; 50 м; 70 м.

27. В момент первого падения мяча на Землю

$$v_1 = \sqrt{2gh_1}.$$

Время падения

$$t_1 = \frac{v_1}{g}.$$

Мяч отскочил со скоростью

$$v_2 = \frac{2}{3} v_1 = \frac{2}{3} \sqrt{2gh_1}$$

и поднялся на высоту

$$h_2 = \frac{v_2^2}{2g}$$

за время

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}}.$$

Время второго падения равно времени подъема  $t_2$ . Поэтому время от начала движения мяча до его второго падения равно

$$t = t_1 + 2t_2.$$

Проделав преобразования и вычисления, получаем  $h_2 = 54,4$  м,  $t = 11,7$  сек.

28. Предмет, выпавший из вертолета, имеет начальную скорость  $v = at$ , направленную вертикально вверх, и свободно падает с высоты  $H$  с ускорением  $g$ . Если считать направление вниз положительным, то начальная скорость  $v$  отрицательна. Поэтому путь  $H$ , пройденный предметом за время  $t_1$  его падения, равен

$$H = -vt_1 + \frac{gt_1^2}{2}.$$

Подставив в это уравнение выражения для  $v$  и  $H$  и решив его, находим  $t_1 = 4,3$  сек.

29. В течение промежутка времени  $t$  на поезд действовали сила тяги  $F$  электровоза и сила трения  $fP$ , вследствие чего поезд получил импульс, равный  $Ft = fPt$ , который изменил его количество движения на  $mv = \frac{P}{g} v$ , т. е.

$$Ft - fPt = \frac{P}{g} v,$$

откуда находим  $F = 7750$  кГ.

30. Если скорость парашютиста постоянна, то сила тяжести, действующая на него, уравновешивается силой сопротивления воздуха, равной численно весу парашютиста: 764 н.

31. 7,3 м/сек; 21,6 н.

32. Под действием растягивающей силы  $F = mg$  в проволоке возникает упругая сила  $F_1$ , равная  $F$ . Поэтому

$$F_1 = E \frac{\Delta l}{l} S,$$

откуда, заменив  $S = \frac{\pi D^2}{4}$ , получаем

$$\Delta l = \frac{4F_1 l}{\pi D^2 E} = 19 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 1,9 \text{ мм.}$$

33.  $F = 196 \text{ н.}$

34. Вес проволоки  $P = V\rho g = Sl\rho g$ . Разрыв наступает при  $p_{\text{пр}} = \frac{P}{S} = l\rho g$ ,

$$l = \frac{p_{\text{пр}}}{\rho g} = 134 \text{ м.}$$

К главе 4. 1. Сделайте чертеж.  $A = Fs \cos 40^\circ \approx 766 \text{ кГ} \cdot \text{м} = 7,5 \text{ кДж.}$

2.  $A = Ph + F_{\text{тр}} l = 912 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 912 \text{ кДж.}$

3. 25 квт. 4. 18 н. 5. 1468 кГ.

6. Сделайте чертеж. Обозначьте  $l$  длину горы,  $h$  — высоту горы,  $s$  — длину горизонтального пути. Во время спуска санок с горы на них действовали: составляющая веса, параллельная уклону горы, направленная в сторону движения и равная  $mg \sin \alpha$ , где  $\alpha$  — угол уклона, и сила трения, направленная в сторону, противоположную направлению движения, равная  $f' mg \cos \alpha$ , где  $f'$  — коэффициент трения, а  $mg \cos \alpha$  — составляющая веса, направленная перпендикулярно к  $mg \sin \alpha$ . Работа обеих сил сообщает мальчику и санкам кинетическую энергию, равную в конце спуска  $\frac{mv^2}{2}$ . Таким образом,

$$(mg \sin \alpha - f' mg \cos \alpha) l = \frac{mv^2}{2},$$

или

$$g (\sin \alpha - f' \cos \alpha) l = \frac{v^2}{2},$$

откуда

$$v^2 = 2g (\sin \alpha - f' \cos \alpha) l.$$

Но  $\sin \alpha = \frac{h}{l}$ ,  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}$ , поэтому

$$v^2 = 2g (h - f' \sqrt{l^2 - h^2}).$$

Кинетическая энергия, приобретенная санками в конце спуска, затрачивается на совершение работы по преодолению силы трения  $f' mg$  при движении по горизонтальному пути:

$$f' mgs = \frac{mv^2}{2},$$

откуда

$$s = \frac{v^2}{2f'g} = \frac{h - f' \sqrt{l^2 - h^2}}{f'}. \quad (\text{а})$$

б) Ускорение во время движения по горизонтальному пути найдем из формулы  $v^2 = 2as$ , где  $v$  — скорость в конце спуска,

или начальная скорость замедленного движения по горизонтальному пути:

$$a = \frac{v^2}{2s},$$

или, если подставить вместо  $v^2$  и  $s$  соответствующие выражения, то

$$a = \frac{v^2}{2s} = \frac{2g(h - f\sqrt{l^2 - h^2})f}{h - f\sqrt{l^2 - h^2}} = 2gf. \quad (6)$$

Подставим числовые данные:

$$s = \frac{h - f\sqrt{l^2 - h^2}}{f} = \frac{2 - 0,03\sqrt{6^2 - 2^2}}{0,03} \text{ м} = 61 \text{ м};$$

$$a = 2gf = -2 \cdot 9,8 \cdot 0,03 \text{ м/сек}^2 = -0,59 \text{ м/сек}^2.$$

7. 500 м/сек.

8. 18 кГ.

9. 3120 кГ; 9 м/сек; 9720 кГ·м; 32400 кГ·м; 12 000 кГ·м/сек<sup>2</sup>.

10. а)  $\frac{mv_1^2}{2} = 25,6 \text{ Дж}$ ;  $mgh = 686 \text{ Дж}$ ;  $T + \Pi = 711,6 \text{ Дж}$ ;

б) через 3 сек:  $v_1 = v_0 + gt$ ;  $h_1 = h - \left(v_0 t + \frac{gt^2}{2}\right)$ . Поэтому

$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{m(v_0 + gt)^2}{2} = 206,1 \text{ Дж}.$$

$$mgh_1 = mg \left[ h_0 - v_0 t - \frac{gt^2}{2} \right] = 505,5 \text{ Дж}. \quad T + \Pi = 711,6 \text{ Дж}.$$

11. 40°/с.

12. а) Обозначим  $Q$  — силу сопротивления,  $n$  — число оборотов  $h$  — шаг винта. Сила сопротивления направлена вдоль оси винта. При каждом обороте винт продвигается вдоль оси на расстояние  $h$ . Поэтому  $A = Qnh = 80 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 0,8 \text{ Дж}$ .

б) Применим «золотое правило механики». Работа против силы сопротивления  $Q$  за один шаг винта равна работе силы  $F$ , приложенной к концу рукоятки, за один оборот винта:  $Qh = 2\pi r F$ , откуда

$$F = \frac{Qh}{2\pi r} = \frac{80 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,12} \text{ н} = 0,53 \text{ н}.$$

13. 0,2.

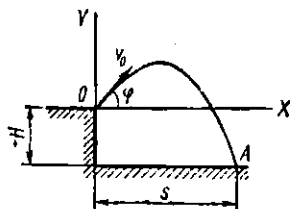


Рис. 1.13

**К главе 5.** 1. 2,2 м. 2. 40 м. 3. 25 м/сек; 36°50'. 4. а)  $v_1 = 31,6 \text{ м/сек}$ ;  $\alpha_1 = 16^\circ 50'$ ;  $v_2 = 36 \text{ м/сек}$ ;  $\alpha_2 = -30^\circ 40'$ . б)  $t_1 = 4 \text{ сек}$ ;  $H_{\text{макс}} = 80 \text{ м}$ . в)  $t_2 = 8 \text{ сек}$ ;  $S_{\text{макс}} = 240 \text{ м}$ . 5.  $v_x = 86,6 \text{ м/сек}$ ;  $v_y = 50 \text{ м/сек}$ ;  $H_{\text{макс}} = 125 \text{ м}$ ;  $t = 10 \text{ сек}$ . 6. 19,6 м.

7. а) Пусть начало координат находится на краю скалы (рис. 1.13). Ордината у точки падения камня равна  $-H$ , причем

$$-H = v_0 \sin \varphi t - \frac{gt^2}{2},$$

где  $t$  — время всего полета камня. Отсюда

$$t = \frac{v_0 \sin \varphi \pm \sqrt{v_0^2 \sin^2 \varphi + 2gH}}{g} = 3,4 \text{ сек.}$$

(Время не может иметь отрицательного значения, поэтому перед корнем в числителе должен стоять плюс.)

б) Для определения конечной скорости  $v$  воспользуемся законом сохранения энергии

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgH = \frac{mv^2}{2},$$

откуда

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gH} = 27 \text{ м/сек.}$$

в) Наибольшая высота  $H_1$  камня над долиной равна сумме максимального подъема  $H_{\text{макс}}$  камня над скалой и высоты  $H$  скалы:

$$H_1 = \frac{v_0^2 \sin^2 \varphi}{2g} + H = 20 \text{ м.}$$

г) Скорость камня  $v_1$  через 2 сек после начала движения равна:

$$\begin{aligned} v_1 &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \varphi + v_0^2 \sin^2 \varphi - 2v_0 g t_1 \sin \varphi + g^2 t_1^2} = \\ &= \sqrt{v_0^2 + g^2 t_1^2 - 2v_0 g t_1 \sin \varphi} = 15,3 \text{ м/сек.} \end{aligned}$$

д) Высота  $H_1$  камня над долиной в этот момент времени равна разности наибольшей высоты  $H_1$  камня над долиной и высотой камня над уровнем скалы:

$$H_1 = H_1 - \left( v_0 \sin \varphi t - \frac{g t^2}{2} \right) = 11,7 \text{ м.}$$

8.  $0,27 \text{ см/сек}^2$ .

9. На шар действуют три силы: его вес  $\vec{P}$ , направленный вертикально вниз, сила  $\vec{N}$  реакции плоскости, направленная вертикально вверх, и сила натяжения нити. Равнодействующая этих сил создает центростремительное ускорение. Шар не получает ускорения в вертикальном направлении, следовательно, силы  $\vec{P}$  и  $\vec{N}$  взаимно уравновешиваются. Сила натяжения нити является центростремительной силой

$$F = \frac{mv^2}{R} = 4\pi R n^2 m = 9,47 \text{ н.}$$

10.  $29^\circ 50'$ .

11. Мотоциклист находится во время движения в равновесии. Следовательно, сила трения (см. рис. 5.8) равна центростремительной силе, так как в этом случае равнодействующая силы трения  $F_{\text{тр.}}$  и силы  $N$  реакции земли проходят через центр тяжести мотоциклиста. Из рисунка видно, что  $F_{\text{д.с.}} = mg \operatorname{tg} \varphi$ . С другой стороны,  $F_{\text{д.с.}} = fmg$ . Поэтому

$$fmg = mg \operatorname{tg} \varphi,$$

откуда

$$f = \frac{F_{\text{д.с.}}}{mg} = 0,3.$$

12. На грузик действуют его вес  $P$  и натяжение нити  $F$  (рис. 1.14). Разложим силу  $F$  на две взаимно перпендикулярные составляющие: вертикальную  $F \cos \varphi$  и горизонтальную  $F \sin \varphi$ . Так как грузик не получает ускорения в вертикальном направлении, силы  $P$  и  $F \cos \varphi$  взаимно уравновешиваются. Сила  $F \sin \varphi$  сообщает грузику центростремительное ускорение:

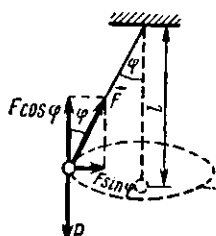


Рис. 1.14

$$F \sin \varphi = m \frac{4\pi^2 r}{T^2},$$

$$F \cos \varphi = mg,$$

откуда

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{4\pi^2 r}{T^2 g} = \frac{4\pi^2}{T^2} \frac{l}{g} \sin \varphi;$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 l \sin \varphi}{2 \operatorname{tg} \varphi}} = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \varphi}{g}} = 1,25 \text{ сек.}$$

13. Предположим, что тело отрывается от поверхности обруча в некоторой точке  $B$  (рис. 1.15). В точке  $B$  на тело действуют его вес  $\vec{P}$  и реакция обруча  $\vec{N}$ . Разложим силу  $\vec{P}$  на две составляющие: нормальную  $\vec{P}_n$  (направленную по радиусу к центру обруча) и тангенциальную  $\vec{P}_t$  (направленную по касательной к обручу в точке  $B$ ). Составляющая  $\vec{P}_t$  не влияет на центростремительное ускорение тела. Уравнение движения тела

$$P_n - N = \frac{mv^2}{R}.$$

Если тело отрывается от обруча в точке  $B$ , то реакция обруча  $N$  равна нулю, и

$$P_n = \frac{mv^2}{R}.$$

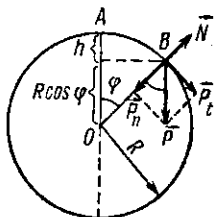


Рис. 1.15

Из рис. 1.15:  $P_n = P \cos \varphi = mg \cos \varphi$ . Для определения скорости тела можно воспользоваться законом сохранения энергии: спустившись с высшей точки обруча, тело приобрело кинетическую энергию  $\frac{mv^2}{2}$ , равную уменьшению  $mgh$  его потенциальной энергии. Следовательно,

$$\frac{mv^2}{2} = mgh; \quad v^2 = 2gh.$$

Но

$$h = R - R \cos \varphi,$$

поэтому

$$v^2 = 2gh = 2gR(1 - \cos \varphi).$$

Подставим значения  $P_n$  и  $v^2$  в формулу  $P_n = \frac{mv^2}{R}$ :

$$mg \cos \varphi = \frac{2mgR(1 - \cos \varphi)}{R},$$

откуда

$$\cos \varphi = \frac{3}{2} \text{ и } \varphi = 48^\circ 10'.$$

14. По закону сохранения и превращения энергии

$$mg \cdot 3R = \frac{mv_B^2}{2} + mgR,$$

откуда

$$v_B = \sqrt{2(3R - R)g} = 2\sqrt{Rg}$$

и

$$a_R = \frac{v_B^2}{R} = 4g.$$

$$a_t = g; \quad a = \sqrt{16g^2 + g^2} = 4,1g.$$

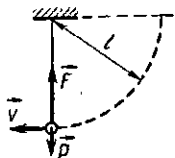


Рис. 1.16

15. В момент прохождения маятником положения равновесия на груз будет действовать сила тяжести  $P = mg$ , направленная вниз, и натяжение нити  $F$ , направленное вверх (рис. 1.16). Равнодействующая этих сил вызывает центростремительное ускорение:

$$F - mg = \frac{mv^2}{l},$$

где  $l$  — длина нити;

$$F = m \left( \frac{v^2}{l} + g \right).$$

Согласно закону сохранения энергии

$$mgl = \frac{mv^2}{2},$$

откуда

$$v^2 = 2gl$$

и

$$F = m \left( \frac{2gl}{l} + g \right) = 3mg = 3 \text{ н.}$$

16. Сила тяготения больше веса человека на величину центростремительной силы, т. е. на

$$F_{\text{ц.с.}} = \frac{mv^2}{R} = \frac{4\pi^2 RP}{T^2 g} = 0,27 \text{ кг.}$$

К главе 6. 1.  $9,86 \text{ м/сек}^2$ .

2. Сила, действующая на тело, находящееся в ускоренно движущемся вниз лифте, меньше веса тела на величину  $ma$  (см. задачу 3.13). Следовательно, ускорение тела равно  $g - a$ , и период колебаний маятника:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g - a}}.$$

Поэтому

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g}{g - a}} = 1,4.$$

Если же лифт движется вверх, то

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{g}{g+a}}$$

и

$$\frac{T_2}{T} = \sqrt{\frac{g}{g+a}} = 0,82.$$

3. 510 м. 4. 0,075 м; 90,6 м; 0,25 м; 312,5 м. 5. На 3 сек; в 4 раза. 6. 3,4 км.

7. При далеком грозовом разряде первичная звуковая волна приходит вместе со своими отражениями (эхо) от облаков, леса и т. п., поэтому мы слышим многочисленные повторения удара — раскаты грома. Эти звуки слабее, чем удар грома от близкого грозового разряда, так как они проходят больший путь.

К главе 7. 1. 3 Р. 2. 10,2 м.

3. Обозначим  $p_0$  нормальное атмосферное давление

$$p_0 = \rho g h_0, \text{ где } h_0 = 10,33 \text{ м:}$$

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\rho g (h_1 + h_2) + \rho g h_0}{\rho g h_0} = \frac{h_1 + h_2}{h_0} + 1 = 1,54.$$

4. На основании «золотого правила механики» для рычага имеем:  $F_a a = F_b b$ , откуда  $F_b = \frac{F_a a}{b}$ . Используем отношение между силами давления поршней и их площадями, учтя к. п. д. прессы:

$$\frac{0,85 F_b}{F} = \frac{S_b}{S}, \text{ откуда } F = \frac{0,85 F_b S}{S_b} \text{ или после замены } F_b$$

$$F = \frac{0,85 F_a a S}{b S_b} = \frac{0,85 \cdot 20 \cdot 1,35 \cdot 400}{0,15 \cdot 4} \text{ кГ} = 15\,300 \text{ кГ}.$$

5. Сила давления воды на дно больше веса воды, т. е. больше 1 кГ, поэтому под действием веса гири в 1 кГ дно не оторвется.

6. Обозначим через  $h$  высоту подъема ртути от первоначального уровня. Как видно (см. рис. 7.20), столб масла уравновешивается столбом ртути высотой  $h_1 = 2h$ . Оба колена трубки представляют собой сообщающиеся сосуды, поэтому

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$$

или

$$2\rho_1 g h = \rho_2 g h_2,$$

откуда

$$h_2 = \frac{2\rho_1 h}{\rho_2} = 45,3 \text{ см}.$$

7.  $1,33 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

8. а) Согласно закону Архимеда, потеря веса  $P_1 - P_2$  тела при погружении его в воду равна весу вытесненной телом воды. Объем вытесненной воды равен, очевидно, объему куска металла. Для того чтобы найти этот объем  $V_3$ , нужно вес воды  $P_1 - P_2$

разделить на ее удельный вес  $\gamma_2$ , т. е.

$$V_2 = \frac{P_1 - P_2}{\gamma_2},$$

или

$$V_2 = \frac{P_1 - P_2}{\rho_2 g}.$$

Объем  $V_1$  куска металла можно определить как

$$V_1 = \frac{P_1}{\gamma_1}.$$

Так как  $V_1 = V_2$ , то

$$\frac{P_1}{\gamma_1} = \frac{P_1 - P_2}{\rho_2 g},$$

откуда удельный вес металла

$$\gamma_1 = \frac{P_1 \rho_2 g}{P_1 - P_2}. \quad (a)$$

Плотность металла

$$\rho_1 = \frac{\gamma_1}{g} = \frac{P_1 \rho_2}{P_1 - P_2}. \quad (6)$$

Подставим числовые данные в формулы (a) и (6):

$$\gamma_1 = \frac{624 \cdot 9,8 \cdot 10^3}{624 - 544} \frac{\text{н}}{\text{м}^3} = 76,4 \cdot 10^3 \text{ н/м}^3;$$

$$\rho_1 = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \text{ (железо)}.$$

б) В единицах системы СГС:  $7,64 \cdot 10^3 \text{ дин/см}^3$ ;  $7,8 \text{ г/см}^3$ .

в) В единицах системы МКГСС:

$$P_1 = \frac{624}{9,8} \text{ кг}; \quad P_2 = \frac{544}{9,8} \text{ кг};$$

$$V_2 = \frac{P_1 - P_2}{\gamma_2}, \quad V_1 = \frac{P_1}{\gamma_1} \quad \text{и} \quad V_2 = V_1,$$

получаем

$$\gamma_1 = \frac{P_1 \gamma_2}{P_1 - P_2}, \quad \rho_1 = \frac{P_1 \rho_2}{P_1 - P_2}.$$

Удельный вес воды:

$$\gamma_2 = \frac{P}{V} = \frac{1}{10^{-3}} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Плотность воды  $\rho_2 = \frac{\gamma_2}{g} = \frac{10^3 \text{ кг}}{9,8 \text{ м}^3} \cdot \frac{\text{сек}^2}{\text{м}} = 102 \text{ т. е. м/м}^3$ .

Удельный вес и плотность металла в единицах МКГСС:

$$\gamma_1 = \frac{P_1 \gamma_2}{P_1 - P_2} = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \quad \rho_1 = \frac{P_1 \rho_2}{P_1 - P_2} = 795,6 \text{ т. е. м/м}^3.$$

9. Обозначим через  $V$  объем куба. Так как куб находится в равновесии, то его вес  $V\rho g$  уравновешивается выталкивающими силами, действующими на его половины со стороны масла  $\left(\frac{V}{2} \rho_1 g\right)$  и ртути  $\left(\frac{V}{2} \rho_2 g\right)$ , т. е.

$$V\rho g = \frac{V}{2} \rho_1 g + \frac{V}{2} \rho_2 g.$$



Плотность  $\rho$  материала куба равна

$$\rho = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} = \frac{0,9 + 13,6}{2} \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 7,3 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

10. 49 кН.

## ЧАСТЬ II

К главе 9. 1.  $\rho_2 = \rho_1 \frac{1 + \beta t_1}{1 + \beta t_2} = 13,48 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$

2.  $l_1 - l_2 = l_0 \Delta t (\alpha_1 - \alpha_2) = 0,44 \text{ см}.$

3.  $t = \frac{F}{E \alpha S} = 10^\circ \text{C}.$

4.  $\frac{l_1 - l_2}{l_1} = \frac{\alpha (\Delta t_1 - \Delta t_2)}{1 + \alpha \Delta t_1} = 0,036 \text{ \%}.$

5.  $F = E \alpha S (t_1 - t_2) = 215,6 \cdot 10^3 \text{ Н}.$

6.  $h_1 = h_0 (1 + \beta t_1); \quad h_2 = \frac{h_1 (1 + \beta t_2)}{1 + \beta t_1}; \quad h_2 - h_1 = -2,6 \text{ см}.$

7.  $100^\circ \text{C}.$

8.  $V_{\text{ж}} = \frac{V_{\text{ж}} (1 + \beta_{\text{ж}} t_2)}{1 + \beta_{\text{ж}} t_1}; \quad V_{\text{ст}} = \frac{V_{\text{ст}} (1 + \beta_{\text{ст}} t_2)}{1 + \beta_{\text{ст}} t_1}.$

Но  $V_{\text{ж}} = V_{\text{ст}} = V_1$  и

$$\Delta V = V_{\text{ж}} - V_{\text{ст}} = \frac{V_1 (\beta_{\text{ж}} - \beta_{\text{ст}}) (t_2 - t_1)}{(1 + \beta_{\text{ж}} t_1) (1 + \beta_{\text{ст}} t_1)} = 2,3 \text{ см}^3.$$

К главе 10. 1. 13 кДж. 2.  $c = 0,38 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{град}); C = 0,114 \text{ кДж}/\text{град}.$

3.  $4 \cdot 10^{-3} \text{ кг}.$  4.  $58^\circ \text{C}.$  5.  $63^\circ \text{C}.$  6. 450 кДж.

К главе 11. 1. См. рис. II.1.

2. 280 мм. рт. ст.

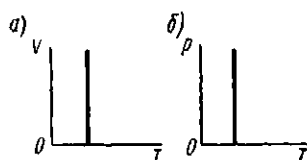


Рис. II.1

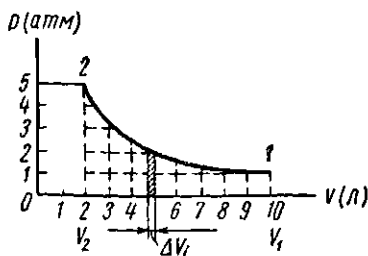


Рис. II.2

3. а) Найдем несколько точек изотермы  $pV = 10 \text{ л} \cdot \text{атм}.$

$V$	10	8	5	4	3	2
$p$	1	1,25	2	2,5	3,3	5

Построим изотерму (рис. II.2)

б) Над газом при его сжатии совершена работа, равная сумме элементарных работ  $p_i \Delta V_i$ , где  $p_i$  — давление, которое можно считать

постоянным при очень малом изменении  $\Delta V_1$  объема. Просуммировав площади узких столбиков (один из них заштрихован на чертеже), мы найдем величину площади, заключенной между изотермой, осью абсцисс и ординатами крайних точек, численно равную работе, совершенной над воздухом при его сжатии:

$$A \approx 16 \text{ л} \cdot \text{атм} = \frac{16}{10^3} \text{ м}^3 \cdot 101,3 \cdot 10^3 \text{ н/м}^2 = 1621 \text{ Дж.}$$

4. а)  $p_2 = 0,75 \text{ атм.}$  б) Для конечного состояния  $\frac{pV}{T} = \frac{m}{\mu} \frac{p_0 V_0}{T}$ , где  $V_0$  — объем одного моля кислорода при нормальных условиях, а  $\frac{m}{\mu} V'$  — объем кислорода в сосуде. Отсюда

$$m = \frac{pV\mu}{T} \frac{T_0}{p_0 V_0} \approx 2 \text{ г.}$$

$$5. \frac{V_1}{V} = \frac{pT_1}{p_1 T} = 3,5.$$

6. Начальный объем воздуха в колбе  $V_1 = V_0 \frac{T_1}{T_0}$ , конечный —  $V_2 = V_0 \frac{T_2}{T_0}$ , поэтому  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$ . Но  $V_1 = V + \Delta V n_1$ ;  $V_2 = V + \Delta V n_2$ . После преобразований имеем  $n_2 = \frac{V(T_2 - T_1) + \Delta V n_1 T_2}{\Delta V T_1} = 60$ .

$$7. \frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0}.$$

Так как  $\rho = \frac{m}{V}$ , то  $\frac{p}{\rho T} = \frac{p_0}{\rho_0 T_0}$ , откуда  $\rho = 0,774 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ .

8. Проведем изобары через точки 1 и 2 (рис. II.3). Изобара 1А образует больший угол  $\alpha_1$  с осью абсцисс, чем изобара 2В (угол  $\alpha_2$ ).

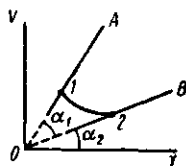


Рис. II.3

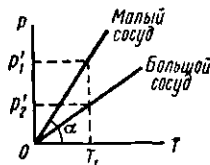


Рис. II.4

Так как масса газа постоянна, то для состояний 1 и 2 можно написать уравнение Бойля — Мариотта — Гей-Люссака:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = \text{const. Тогда } \frac{V_1}{T_1} = \frac{\text{const}}{p_1} = \text{tg } \alpha_1;$$

$\frac{V_2}{T_2} = \frac{\text{const}}{p_2} = \text{tg } \alpha_2$ . Угол  $\alpha_1 > \alpha_2$ , поэтому  $\text{tg } \alpha_1 > \text{tg } \alpha_2$  и  $p_1 < p_2$ , т. е. давление газа увеличивается.

9. Для постоянной массы газа напишем уравнение состояния:  $\frac{pV}{T} = \text{const.}$  Тогда  $\frac{p}{T} = \frac{\text{const}}{V} = \text{tg } \alpha$  (рис. II.4). Чем меньше объем  $V$  газа, тем больше угол  $\alpha$  наклона прямой графика к оси температур,

тем быстрее будет возрастать давление газа. В малом сосуде давление газа растет быстрее: при температуре  $T_1$  давление газа  $p_1 > p_2$ .

10. Для состояний 1 и 2 газа уравнения состояния имеют соответственно вид  $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \text{const}$  и  $\frac{p_2 V_2}{T_2} = \text{const}$ .

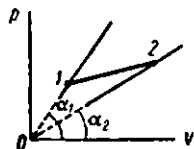


Рис. II.5

Отсюда следует:  $\frac{p_1}{T_1} = \frac{\text{const}}{V_1} = \text{tg } \alpha_1$ ;  $\frac{p_2}{T_2} = \frac{\text{const}}{V_2} = \text{tg } \alpha_2$  (рис. II-5). Так как  $\alpha_1 > \alpha_2$ , то  $V_1 < V_2$ . График соответствует расширению газа при нагревании.

11. 1365 л.

12. 128,2 атм.

К главе 12. 1. а) Температура повышается от  $-20^\circ\text{C}$  до  $0^\circ\text{C}$ :

$$Q_1 = mc_1(0 - t) = 5 \text{ ккал}; \text{ при } \frac{Q'}{\tau} = 1 \text{ ккал/мин}, \tau_1 = \frac{Q_1}{Q'/\tau} = 5 \text{ мин.}$$

б) Происходит плавление льда:

$$Q_2 = m\lambda = 40 \text{ ккал}; \tau_2 = \frac{Q_2}{Q'/\tau} = 40 \text{ мин.}$$

в) Получившаяся вода нагревается до  $+20^\circ\text{C}$ :

$$Q_3 = mc_2(t_1 - 0) = 10 \text{ ккал}; \tau_3 = \frac{Q_3}{Q'/\tau} = 10 \text{ мин.}$$

График зависимости температуры от времени изображен на рис. II.6.

2. 1,8 кг. 3.  $3,3^\circ\text{C}$ . 4.  $0,6^\circ\text{C}$ . 5. На плавление льда. 6. 25 830 кДж. 7. 8 кг.

8. Масса  $m$ , воды, превращаясь в лед, выделяет количество теплоты  $m_1\lambda$ , которое идет на нагревание всей массы  $m$  воды до температуры плавления льда, т. е.  $0^\circ\text{C}$ ;  $m =$

$$= \frac{m_1\lambda}{c(0 - t)} = 1 \text{ кг.}$$

9. 9,52 г/м<sup>3</sup>. 10. 7,1 г/м<sup>3</sup>. 11.  $\approx 38\%$ . 12. 10,7 г/м<sup>3</sup>; 49%.

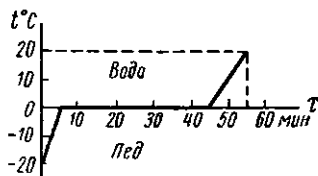


Рис. II.6

К главе 13. 1. 42,6%.

2.  $A = 104,8 \text{ кДж}$ ;  $Q_2 = 75 \text{ ккал}$ .

3.  $\eta = \frac{Nt}{qm}$ ;  $m = 31,3 \text{ кг}$ .

4. За 1 сек происходит два оборота, т. е. четыре хода поршня

$$N = \frac{pSl}{t}; p = 10^6 \text{ н/м}^2.$$

### ЧАСТЬ III

К главе 14. 1.  $F = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{e^2 n^2}{\epsilon r^2}$ , откуда  $n = \frac{r}{3 \cdot 10^4 \cdot e} \sqrt{\frac{\epsilon F}{10}} = 625$ .

2.  $\epsilon = 2$ .

3. Рис. III.1.  $F = 4,29 \cdot 10^{-8}$  н.

4. Рис. III.2.  $\vec{T} + \vec{P} + \vec{F} = 0$ ; численно  $P - \frac{P}{2} - F = 0$  и  $F = \frac{P}{2}$ .

$$q_2 = \frac{P \epsilon r^2}{2 \cdot 9 \cdot 10^9 q_1} = 1,5 \cdot 10^{-8} \text{ К.}$$

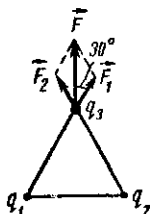


Рис. III.1



Рис. III.2

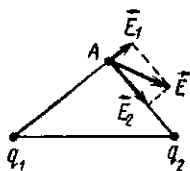


Рис. III.3

5. Рис. III.3.  $4,9 \cdot 10^4$  в/м;  $-0,75 \cdot 10^4$  в.

6.  $-3,9 \cdot 10^{-8}$  К.

7.  $E_1 = 0$ ;  $E_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{q_1}{\epsilon R_1^2}$ ;  $E_3 = 9 \cdot 10^9 \frac{q_1}{\epsilon r_3^2}$ ;  $E_4 = 9 \cdot 10^9 \frac{q_1 + q_2}{\epsilon R_2^2}$ ;

$$E_5 = 9 \cdot 10^9 \frac{q_1 + q_2}{\epsilon r_5^2}; \quad \varphi_1 = \varphi_2 = 9 \cdot 10^9 \left( \frac{q_1}{\epsilon R_1} + \frac{q_2}{\epsilon R_2} \right);$$

$$\varphi_3 = 9 \cdot 10^9 \left( \frac{q_1}{\epsilon r_3} + \frac{q_2}{\epsilon R_2} \right); \quad \varphi_4 = 9 \cdot 10^9 \frac{q_1 + q_2}{\epsilon R_2}; \quad \varphi_5 = 9 \cdot 10^9 \frac{q_1 + q_2}{\epsilon r_5},$$

где  $R_1$  и  $R_2$  — радиусы шаров.

8.  $6,7 \cdot 10^{-4}$  м. 9.  $-5,9 \cdot 10^5$  К.

10.  $2,2 \cdot 10^5$  м/сек. 11. 25,6 в.

12. 0,02 К; 800 в.

13. Слоистый конденсатор состоит из  $n$  параллельно соединенных конденсаторов одинаковой емкости  $C_1 = \frac{\epsilon S}{4\pi d}$  (СГСЭ), поэтому его емкость  $C = nC_1 = \frac{n\epsilon S}{4\pi d}$ , откуда  $n = \frac{4\pi d C}{\epsilon S}$ . Но число пластин должно быть на одну больше числа конденсаторов, т. е.  $n + 1$ , или  $n = \frac{4\pi d C}{\epsilon S} + 1 = 158$ .

14. (См. метод решения задачи 14.13.) 1 мкф.

К главе 15. 1. 222,6 Ом. 2. 0,4 мм<sup>2</sup>. 3.  $l = \frac{R\pi D^2}{4\rho_0(1 + \alpha t)} = 30,4$  м.

4.  $5 \cdot 10^{-4}$  м. 5. 16 а. 6.  $R; \frac{3}{4} R$ .

$$7. R = 8,4 \text{ ом}; I = 0,4 \text{ а}; I_2 = \frac{IR_1}{R_2 + R_3} = 0,16 \text{ а}; I_3 = 0,24 \text{ а}.$$

$$8. R_{AB} = 2 \cdot \frac{R}{2} + \frac{R}{4} = \frac{5}{4} R = 10 \text{ ом}; I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = 2 \text{ а};$$

$$I_1 = I_3 = 1 \text{ а}; I_2 = 0,5 \text{ а}.$$

$$9. 0,021 \text{ ом}.$$

10. Если увеличится в 20 раз цена деления шкалы вольтметра, то с его помощью можно будет измерять напряжения, во столько же раз большие.  $R = R_0 \left( \frac{U}{U_0} - 1 \right) = 3800 \text{ ом}.$

$$11. 2,025 \text{ в}; 2 \text{ в}. 12. I = \frac{3\mathcal{E}}{3r + R_{AB} + R_1} = 0,74 \text{ а}.$$

$$13. 6 \text{ а}. 14. n\mathcal{E}_1 = U + nlr; n = 50.$$

$$15. 0,45 \text{ а}. 16. R = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{P} = 269 \text{ ом}.$$

$$17. I = \frac{P}{\varphi_1 - \varphi_2}; R = \frac{\rho l}{S}, \text{ поэтому } Q = I^2 R t = \frac{P^2}{(\varphi_1 - \varphi_2)^2} \frac{\rho l}{S} t \text{ и}$$

$$P = (\varphi_1 - \varphi_2) \sqrt{\frac{QS}{\rho l t}} = 600 \text{ вт}.$$

18. Из уравнения теплового баланса, принимая удельную теплоемкость воды равной  $4190 \text{ Дж/(кг·град)}$ , находим  $I = \frac{cm(t_2 - t_1)}{\eta U \tau} = 7 \text{ а}.$

$$19. \text{Сила тока в цепи } I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_1 + R_2} = \frac{2\mathcal{E}_1}{r + \frac{R}{2} + \frac{\rho l}{S}} =$$

$$= 0,72 \text{ а}; Q_1 = I^2 R_1 t (\text{дж}) = 37,3 \text{ кал}; Q_2 = 3,7 \text{ кал}; Q_3 = 0,22 \text{ кал}.$$

$$\text{К главе 16. 1. } \Delta I = \frac{m}{kt} - I_0 = +0,1 \text{ а}.$$

2. По второму закону Фарадея,  $\frac{k_1}{k_2} = \frac{A_1 Z_2}{A_2 Z_1}$ . По первому закону Фарадея,  $k_1 = \frac{m_1}{It}$ ;  $k_2 = \frac{m_2}{It}$ . Следовательно,  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{A_1 Z_2}{A_2 Z_1}$  и  $m_2 =$

$$= 16,2 \text{ г}.$$

$$3. \approx 0,05 \text{ мм}.$$

$$4. 2,08 \text{ л водорода}; 1,04 \text{ л кислорода}.$$

$$5. 3 \text{ г-экв}.$$

$$\text{К главе 17. 1. } 250 \text{ а}; 180 \text{ ккал}.$$

2. Температура положительного угля выше, чем отрицательного, поэтому при питании дуги постоянным током он сгорает быстрее. При питании дуги переменным током оба угля сгорают одинаково быстро.

$$3. 100 \text{ кВт} \cdot \text{ч}.$$

$$4. \frac{mv^2}{2} = e(\varphi_1 - \varphi_2); v = 5,67 \cdot 10^7 \text{ м/сек}.$$

$$\text{К главе 18. 1. Над проводом — на восток}.$$

2. Нужно при помощи вольтметра, присоединенного к точкам, взятым на разных проводах, определить, в котором из них потен-

циал выше. В проводе с более высоким потенциалом ток течет от станции, подающей энергию. Направление тока в каждом проводе можно определить при помощи магнитной стрелки.

3. За чертеж. 0,75 а · м<sup>2</sup>. 4. 0,05 тл.

• 5. 1) Кольцо наденется на магнит и остановится на его середине. 2) Оно соскочит с магнита, повернется на 180° и опять наденется на магнит.

6. Токи в соседних витках параллельны и текут в одну сторону, поэтому витки притягиваются друг к другу, и соленоид стремится укоротиться. Кроме того, в каждом двух участках витка, лежащих на концах одного и того же диаметра, токи текут в противоположные стороны. Эти участки отталкиваются друг от друга, и в каждом витке возникают силы, стремящиеся его растянуть.

$$7. F = F_1 - F_2 = 10^{-7} \cdot \frac{2I_1 I_2}{a_1} l - 10^{-7} \cdot \frac{2I_1 I_2}{a_2} l = 2 \cdot 10^{-7} \times$$

$$\times I_1 I_2 l \left( \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} \right) = 75 \cdot 10^{-5} \text{ н.}$$

$$8. B_{\text{вн.}} = 1,5992 \text{ тл; } \mu = 2000.$$

$$9. B_0 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ тл; } \frac{B_0}{B'_0} = \frac{H'}{H} = 10. 10. 5,8 \cdot 10^{-4} \text{ вб.}$$

К главе 19. 2. Южным.

3. Для взаимной компенсации электродвижущих сил индукции, возникающих в витках катушки при ее включении, выключении и при изменении силы тока.

$$4. 9000 \text{ в. } 5. \mathcal{E}_I = - \frac{2\Phi}{t} = -0,05 \text{ в.}$$

$$6. 0,006 \text{ в. } 7. v = \frac{\mathcal{E}_I}{Bl} = 0,5 \text{ м/сек. } 8. 0,1 \text{ гн.}$$

К главе 20. 1. 670, 8 мг. 2.  $n_1 = 200$ ;  $n_2 = 477$ .

$$3. 40 \text{ а; } 4,8 \text{ квт. } 4. P_2 = 2,4 \text{ квт; } P_1 = 2,67 \text{ квт; } I = 11,1 \text{ а}$$

К главе 21. 1. В обоих случаях электроны пройдут одну и ту же разность потенциалов, поэтому их конечная скорость у анода будет одинаковой.

$$2. \text{ При условии, что } eBv = eE, \text{ или } v = \frac{E}{B}.$$

## ЧАСТЬ IV

$$\text{К главе 23. } 1. v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}}; \epsilon = \frac{c^2}{v^2} = \frac{9 \cdot 10^{16}}{1,28 \cdot 10^{10}} \approx 7.$$

2. а) Если диск расположен параллельно экрану, а его центр и источник лежат на одном перпендикуляре к экрану.

б) Форму эллипса, вытянутого в ту или иную сторону при наклонном к стене положении и форму прямой, если плоскость диска перпендикулярна к стене.

$$3. 36 \text{ см}^2; 0.$$

4.  $\approx 38 \text{ лк}$ ; недостаточна, так как для чтения считается нормальной освещенность в 50 лк (см. табл. в § 23.4).

$$5. E_1 = 39,5 \text{ лк}; E_2 = \frac{4al}{(h^2 + a^2)^{3/2}} = 25,6 \text{ лк}. \quad 6. 4 \cdot 10^6 \text{ св.}$$

$$7. n = \frac{ES}{\Phi} = 25\%. \quad 8. 40 \text{ св}; 1,77 \text{ лк}.$$

К главе 24. 1. См. рис. IV.1. Построив изображение  $A'$  точки  $A$ , убеждаемся, что прямая  $A'BC$  короче любой ломаной  $A'B'C$ .

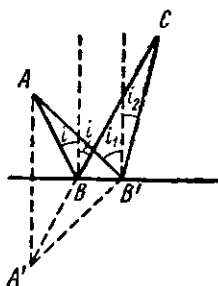


Рис. IV.1

2. См. рис. IV.2. 3. 1,82.  
4. а)  $17^\circ 40'$ , б) луч не выйдет в воздух. 5. 1,5. 6. а)  $33^\circ 20'$ ; б)  $47^\circ 39'$ .

$$7. \sin i = \frac{n_{ж}}{n_{ст}}; n_{ж} = \sin 60^\circ \cdot 1,57 = 1,36.$$

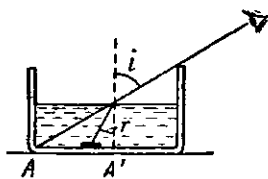


Рис. IV.2

8. 3,2 мм.

9. См. рис. IV.3;  $60^\circ$ .

10. Угол  $\delta$  — внешний по отношению к треугольнику  $Dkl$  и поэтому равен двум несмежным с ним углам этого треугольника:  $(i - r)$  и  $(i_1 - r_1)$ , т. е.  $\delta = i - r + i_1 - r_1$ . Угол  $\alpha$  внешний по отношению к треугольнику  $klm$ , поэтому  $\alpha = r + r_1$ . Вместе с тем  $\alpha = A$  (углы со взаимно перпендикулярными сторонами). Поэтому  $\alpha = r + r_1 = A$ ;  $\delta = i + i_1 - A$ .

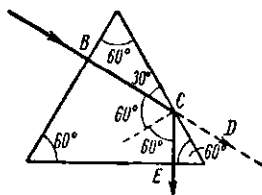


Рис. IV.3

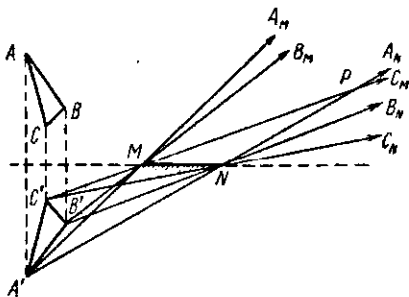


Рис. IV.4

К главе 25. 1. Высота зеркала должна быть равна половине роста  $h$  человека, причем нижний край зеркала должен быть поднят на высоту  $\frac{h}{2}$  от пола.

2. Глаз нужно расположить в треугольнике  $MNP$  (рис. IV.4), так как только здесь перекрещиваются пучки лучей  $A_M A' A_N$ ,  $B_M B' B_N$  и  $C_M C' C_N$ .

3. На рис. IV.5 изображен ход лучей.  $f = \frac{R}{2}$ , поэтому  $\frac{D_2}{l+f} = \frac{D_1}{f}$ ;  $D_2 = 3$  см.

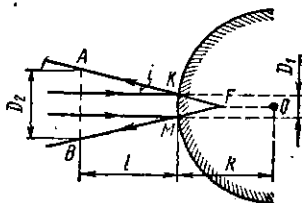


Рис. IV.5

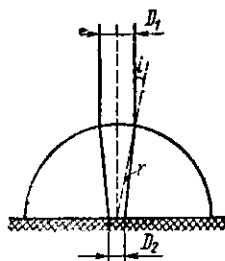


Рис. IV.6

4. См. рис. IV.6.  $D_2 = 2R_2 = 2R \sin r = 2R \frac{\sin l}{n} = \frac{2R}{n} \frac{D_1}{2R} = \frac{D_1}{n} = 0,667$  см.

5.  $r = 0,3$  м. 6.  $b = 4,3$  см;  $h_1 = 2,8$  см.

7. 2 м; 0,5 м; 0,2 м; — 0,1 м. 8.  $5/6$  r.

9. При построении взять лучи: 1) идущий через фокус и 2) идущий через оптический центр линзы. Ответ: 10 см от линзы и 3,33 см от главной оптической оси.

10. Указание: построить изображения точек A и B, как указано в предыдущей задаче.

11. Линза будет рассеивать лучи.

12. а) Построим чертеж по примеру рис. 25.18, г. Обозначим  $b + a = l$ . Тогда  $2a + a = l$ ;  $a = \frac{l}{3}$ , а  $b = l - a = \frac{2}{3}l$ . Подставив эти значения  $a$  и  $b$  в формулу собирающей линзы и заменив их числовыми данными, получаем  $D = \frac{1}{f} = 7,5$  дп.

б) Построим чертеж по примеру рис. 25.18, е. Обозначив  $b - a = l$  и учтя, что  $\frac{h_1}{h} = \frac{b}{a} = 2$ , находим  $b = 2a$ . Тогда  $l = 2a - a = a$ .

Подставим в формулу линзы значения  $a = l$  и  $b = 2l$ ;  $\frac{1}{f} = \frac{1}{l} + \frac{1}{2l} = \frac{3}{2l} = \frac{3}{2 \cdot 0,8} = 2,5$  дп.

13.  $b = 6$  см;  $b_1 = 8$  см.

14. Лучи, падающие параллельно главной оптической оси на I линзу, собираются в ее фокусе  $F_1$  и направляются из этой точки, где находится первичное изображение  $S'$ , на вторую линзу расходящимся пучком. Для ясности чертежа мы взяли только крайние лучи 1 и 2 пучка (рис. IV.7).

Предомившись во II линзе, луч 1 проходит через точку A, где побочная оптическая ось, проведенная параллельно его ходу до II линзы, пересекается с фокальной плоскостью  $F_2$ . Путь луча 2 строится до точки B подобно пути луча 1. Пройдя II линзу, лучи идут расходящимся пучком. Поэтому они дают мнимое изображение в точке  $S''$ .



Вычисления: первичное изображение получается в заднем фокусе  $F_1$  I линзы, поэтому  $a_2 = l - f_1 = 2$  см. Из формулы линзы получаем для расстояния  $l_2$  изображения от II линзы:  $l_2 = 4$  см.

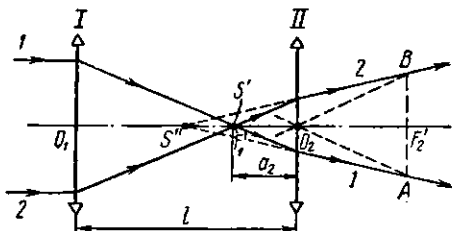


Рис. IV.7

15. Отметим на чертеже (рис. IV.8) положения линз I и II, их фокусов  $F_1$  и  $F_1'$ ,  $F_2$  и  $F_2'$  и светящейся точки  $S$ . Фокус  $F_1'$  I линзы совпадает с оптическим центром  $O_2$  II линзы, а фокус  $F_2$  II линзы совпадает с оптическим центром  $O_1$  I линзы. Проведем какой-либо луч  $SA$ , падающий из точки  $S$  на I линзу. Преломившись, он пойдет через точку  $B$  пересечения побочной оптической оси  $O_1B$  с фокальной плоскостью, проведенной через фокус  $F_1'$  I линзы.

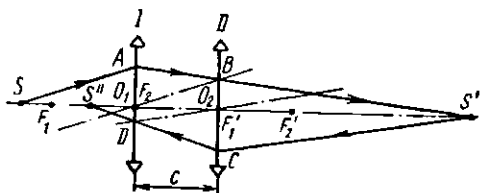


Рис. IV.

Первичное изображение светящейся точки  $S$  получается в точке  $S'$ , где луч  $BS'$  пересекается с главной оптической осью системы.

Выберем произвольно луч  $S'C$ , падающий из точки  $S'$  на II линзу. Преломившись, он пойдет через точку  $D$  пересечения параллельной ему побочной оси с фокальной плоскостью, проведенной через фокус  $F_2$  II линзы. Вторичное изображение светящейся точки, даваемое всей системой, находится в точке  $S''$ .

Вычисления: из формулы линзы  $b_1 = \frac{f_1 a_1}{a_1 - f_1} = 24$  см. Для II линзы  $a_2 = b_1 - c = 18$  см. Поэтому  $b_2 = \frac{f_2 a_2}{a_2 - f_2} = 9$  см. Изображение находится на расстоянии 9 см от второй линзы и 3 см от первой.

16. Находим графически, что предмет  $h$  расположен в  $F_2$ . Поэтому численно  $a_1 = F_2 O = F_2 - \frac{b_1}{2} = (15 - 10)$  см = 5 см, а  $f_1 = \frac{b_1 a_1}{b_1 + a_1} = 4$  см.

К главе 26. 1.  $a = \frac{(V\sqrt{s} + V\sqrt{s})}{V\sqrt{s}} f = 27,5 \text{ см.}$

2. Увидит. 3. а) 66,7 см; б) 2 см.

4. Пусть предмет высотой  $h$  расположен в точке  $A$  на оптической оси глаза (рис. IV.9), причем  $OA$  значительно меньше, чем расстояние наилучшего видения  $l_0 = OB$ . Поместим между предметом и глазом лупу так, чтобы глаз видел изображение  $h_1$  предмета в точке  $B$ .

Угловое увеличение

$$\Gamma = \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha} = \frac{h}{a} \frac{l_0}{h} = \frac{l_0}{a}.$$

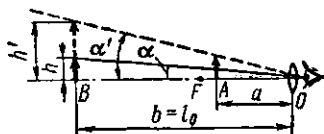


Рис. IV.9

Для случая мнимого изображения формула собирающей линзы

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

или

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{l_0} = \frac{1}{f}.$$

Поэтому

$$\Gamma = \frac{l_0}{a} = \frac{l_0}{f} + 1 = 6.$$

5. 12.

$$6. \beta_{об} = \frac{b}{a} = \frac{af_{об}}{(a - f_{об})a} = \frac{f_{об}}{a - f_{об}}; \beta_{ок} = \frac{l_0}{f_{ок}};$$

$$\beta_{мнкp} = \frac{f_{об}l_0}{(a - f_{об})f_{ок}} = 275.$$

7. 20.

К главе 28. 1. 8000 Å.

2. 571 мкм; красный, так как частота света в воде такая же как в воздухе.

К главе 29. 1. а)  $2,8 \cdot 10^{-12} \text{ эрг};$  б)  $\approx 4 \cdot 10^{-12} \text{ эрг.}$

$$2. \lambda = \frac{hc}{A} \approx 196 \text{ мкм.}$$

$$3. \text{ а) } W_k = \frac{hc}{\lambda} - A = 5,9 \cdot 10^{-12} \text{ эрг; } \text{ б) } v = \sqrt{\frac{2W_k}{m}} = 1,14 \cdot 10^8 \text{ см/сек} = 1140 \text{ км/сек.}$$

К главе 30. 1.  ${}_7N^{14} + {}_0n^1 \rightarrow {}_6C^{14} + {}_1p^1.$

$$2. {}_0n^1 + {}_1p^1 \rightarrow {}_1D^2 + \epsilon.$$

$$3. {}_1D^2 + {}_4Be^9 \rightarrow {}_6n^1 + {}_6B^{10}.$$

$$4. W = \epsilon N = \epsilon \frac{N_0}{A} = 200 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{235} \text{ эрг} = 2,28 \cdot 10^4 \text{ кват. ч.}$$

1. Плотности некоторых веществ (в  $\text{кг/м}^3$ )

Твердые тела			Жидкости		Газы при нормальных условиях		
вещество	$\rho$	вещество	$\rho$	вещество	$\rho$	вещество	
Платина . . . . .	$21,5 \cdot 10^3$	Латунь . . . . .	$8,7 \cdot 10^3$	Ртуть . . . . .	$13,6 \cdot 10^3$	Хлор . . . . .	3,21
Золото . . . . .	$19,3 \cdot 10^3$	Никель . . . . .	$8,6 \cdot 10^3$	Вода . . . . .	$10^3$	Кислород . . . . .	1,43
Вольфрам . . . . .	$18,8 \cdot 10^3$	Железо . . . . .	$7,8 \cdot 10^3$	Масло растительное . . . . .	$0,92 \cdot 10^3$	Воздух . . . . .	1,29
Свинец . . . . .	$11,4 \cdot 10^3$	Алюминий . . . . .	$2,7 \cdot 10^3$	Керосин . . . . .	$0,8 \cdot 10^3$	Азот . . . . .	1,25
Серебро . . . . .	$10,5 \cdot 10^3$	Лед . . . . .	$0,9 \cdot 10^3$	Эфир этиловый . . . . .	$0,71 \cdot 10^3$	Гелий . . . . .	0,18
Медь . . . . .	$8,9 \cdot 10^3$	Дерево сухое . . . . .	$0,7 \cdot 10^3$	Водород . . . . .			0,09

## 2. Приставки для образования кратных и дольных единиц

Кратность	Наименование приставки	Сокращенное обозначение	Дольность	Наименование приставки	Сокращенное обозначение
$10^{12}$	тера	<i>T</i>	$10^{-1}$	деци	<i>д</i>
$10^9$	гига	<i>Г</i>	$10^{-2}$	санти	<i>с</i>
$10^6$	мега	<i>М</i>	$10^{-3}$	милли	<i>м</i>
$10^3$	кило	<i>к</i>	$10^{-6}$	микро	<i>мк</i>
$10^2$	гекто	<i>г</i>	$10^{-9}$	нано	<i>н</i>
$10$	дека	<i>да</i>	$10^{-12}$	пико	<i>п</i>

Например,  $1 \text{ Мгц (мегагерц)} = 10^6 \text{ гц}$ ;  $1 \text{ кН (килоньютон)} = 10^3 \text{ н}$ ;  
 $1 \text{ мм (миллиметр)} = 10^{-3} \text{ м}$ .

## 3. Модуль Юнга и предел прочности для некоторых металлов

	Сталь	Железо	Медь	Латунь	Алюминий	Свинец
Модуль Юнга в $\text{н/м}^2$ . . .	$196 \cdot 10^9$	$186 \cdot 10^9$	$120 \cdot 10^9$	$102 \cdot 10^9$	$68 \cdot 10^9$	$1,7 \cdot 10^9$
Предел прочности в $\text{н/м}^2$	$127 \cdot 10^7$	$33 \cdot 10^7$	$24 \cdot 10^7$	$35 \cdot 10^7$	$7,8 \cdot 10^7$	$1,5 \cdot 10^7$

## 4. Коэффициенты линейного расширения твердых тел при 0° С (в град<sup>-1</sup>)

Лед . . . . .	$51 \cdot 10^{-6}$	Медь . . . . .	$17 \cdot 10^{-6}$	Чугун . . . . .	$11 \cdot 10^{-6}$
Алюминий . . . . .	$23 \cdot 10^{-6}$	Бетон . . . . .	$14 \cdot 10^{-6}$	Платина . . . . .	$9 \cdot 10^{-6}$
Олово . . . . .	$20 \cdot 10^{-6}$	Железо . . . . .	$12 \cdot 10^{-6}$	Стекло . . . . .	$9 \cdot 10^{-6}$
Латунь . . . . .	$18 \cdot 10^{-6}$	Сталь . . . . .	$11 \cdot 10^{-6}$	Инвар . . . . .	$1 \cdot 10^{-6}$

## 5. Коэффициенты объемного расширения жидкостей при 0° С (в град<sup>-1</sup>)

Ртуть . . . . .	$18 \cdot 10^{-5}$	Спирт . . . . .	$8 \cdot 10^{-4}$
Вода . . . . .	$18 \cdot 10^{-5}$	Глицерин . . . . .	$5 \cdot 10^{-4}$
Керосин, нефть . . . . .	$9 \cdot 10^{-4}$		

### 6. Удельные теплосемкости некоторых веществ

Вещество	с		Вещество	с	
	кдж/(кг·град)	ккал/(кг·град)		кдж/(кг·град)	ккал/(кг·град)
Лед . . . . .	2,1	0,5	Глицерин . . . . .	2,43	0,58
Алюминий . . . . .	0,92	0,22	Керосин . . . . .	2,14	0,51
Железо . . . . .	0,46	0,11	Ртуть . . . . .	0,12	0,03
Медь . . . . .	0,38	0,09	Водяной пар } при постоянном давлении	1,94	0,47
Латунь . . . . .	0,38	0,09	Водород } 127,3		3,41
Свинец . . . . .	0,126	0,03	Воздух } 0,10		0,24
Вода . . . . .	4,19	1,00			
Спирт . . . . .	2,43	0,58			

### 7. Удельная теплота сгорания некоторых видов топлива

Топливо	Удельная теплота сгорания		Топливо	Удельная теплота сгорания	
	кдж/кг	ккал/кг		кдж/кг	ккал/кг
Дрова . . . . .	$13 \cdot 10^3$	$3,1 \cdot 10^3$	Бензин . . . . .	$46,9 \cdot 10^3$	$11,2 \cdot 10^3$
Торф . . . . .	$14,7 \cdot 10^3$	$3,5 \cdot 10^3$	Спирт . . . . .	$30 \cdot 10^3$	$7,1 \cdot 10^3$
Каменный уголь . . . . .	$29 \cdot 10^3$	$7 \cdot 10^3$	Горючие газы . . . . .	$46 \cdot 10^3$	$11 \cdot 10^3$
Керосин . . . . .	$46 \cdot 10^3$	$11 \cdot 10^3$	Водород . . . . .	$14,2 \cdot 10^3$	$34 \cdot 10^3$

### 8. Удельные теплоты плавления и температуры плавления некоторых веществ (при давлении, равном 1 атм)

Вещество	Водо-род	Кисло-род	Ртуть	Лед	Сера	Сви-нец	Желе-зо	Пла-тина
Температура плавления (°C) . . . . .	-259	-219	-89	0	114	327	1520	1674
Удельная теплота плавления	кдж/кг	58,6	13,8	12,6	335	39	25,1	205
	ккал/кг	14	3,3	3,0	80	9,4	6	49
								27

**9. Удельные теплоты парообразования некоторых веществ при температурах кипения (при давлении, равном 1 атм)**

Вещество	Гелий	Водород	Эфир	Спирт	Вода	Сера	Ртуть	Свинец	
Температура кипения (°C) . . . . .	-271,2	-253	35	78	100	316	358	1170	
Удельная теплота парообразования	кдж/кг	23	452	356	905	2258	1517	284	733
	ккал/кг	5,52	108	85	216	539	362	67,8	175

**10. Плотность насыщенного водяного пара и его упругость при различных температурах**

°C	-4	0	4	8	12	16	20	24	28	32
$\rho_n$ (г/м³)	3,51	4,84	6,40	8,30	10,7	13,6	17,3	21,8	27,2	33,9
$p$ (мм. рт. ст.)	3,28	4,58	6,10	8,05	10,52	13,63	17,54	22,38	28,35	33,14

**11. Относительная влажность в % при нормальном атмосферном давлении**

$(t - t_{см})^\circ$ $t^\circ$	0,5	1	2	3	4	5	6	7
-8	87	73	46					
-6	88	76	52	29				
-4	89	78	57	36				
-2	90	80	61	42	25			
0	91	82	65	48	31			
2	92	84	68	52	37	22		
4	92	85	70	56	42	29		
6	93	86	73	60	47	35	23	
8	94	87	75	63	51	40	29	18
10	94	88	76	65	54	44	34	24

**12. Относительная диэлектрическая проницаемость  
некоторых веществ**

Вещество	$\epsilon$	Вещество	$\epsilon$	Вещество	$\epsilon$
Вакуум . . . . .	1	Эбонит . . . . .	2,7	Стекло . . . . .	7
Воздух . . . . .	1	Янтарь . . . . .	2,8	Слюда . . . . .	8
Керосин . . . . .	2	Фарфор . . . . .	6	Вода . . . . .	81
Парафин . . . . .	2				

**13. Удельные сопротивления некоторых проводников в ом·м  
(при температуре 18° С) и температурные коэффициенты  
сопротивления (в град<sup>-1</sup>)**

Материал	Удельное сопротивление $\rho$ в ом·м	Температурный коэффициент сопротивления $\alpha$
Серебро . . . . .	$1,6 \cdot 10^{-8}$	$4,0 \cdot 10^{-3}$
Медь . . . . .	$1,7 \cdot 10^{-8}$	$4,1 \cdot 10^{-3}$
Вольфрам . . . . .	$5,3 \cdot 10^{-8}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$
Железо . . . . .	$10 \cdot 10^{-8}$	$6 \cdot 10^{-3}$
Свинец . . . . .	$21 \cdot 10^{-8}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$
Никелин . . . . .	$42 \cdot 10^{-8}$	$0,3 \cdot 10^{-3}$
Константан . . . . .	$49 \cdot 10^{-8}$	$0,02 \cdot 10^{-3}$
Нихром . . . . .	$110 \cdot 10^{-8}$	$0,15 \cdot 10^{-3}$
Уголь . . . . .	$4 \cdot 10^{-5}$	$-0,8 \cdot 10^{-3}$

**14. Электрохимические эквиваленты, атомные веса и валентности  
некоторых веществ**

Вещество	Атомный вес $A$	Валентность $Z$	Электрохимический эквивалент $k$ (мг/к)
Серебро . . . . .	107,9	1	1,118
Медь . . . . .	63,6	2	0,328
Никель . . . . .	58,7	2	0,304
Алюминий . . . . .	27,1	3	0,094
Хлор . . . . .	35,5	1	0,367
Кислород . . . . .	16,0	2	0,0829
Водород . . . . .	1,008	1	0,0104

**15. Показатели преломления некоторых веществ относительно воздуха и предельные углы полного внутреннего отражения на границе вещества с воздухом (для световых волн длиной 0,59 мк)**

Вещество	Вода	Кварц плавленный	Глице- рин	Алмаз	Стекло «крон- легкий»	Стекло «флинт тя- желый»
Показатель пре- ломления $n$ . .	1,33	1,46	1,47	2,42	1,57	1,80
Предельный угол $i_0$ . . . . .	49°	43°	43°	24°	40°	34°



**Лидия Брониславовна Милковская**  
**ПОВТОРИМ ФИЗИКУ**

Редактор *И. А. Иванов*  
Художественный редактор *В. И. Пономаренко*  
Переплет художника *В. Д. Грызлова*  
Технический редактор *Н. А. Битюкова*  
Корректор *Г. И. Кострикова*

---

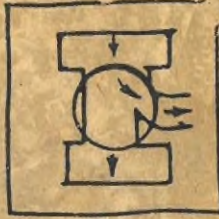
Сдано в набор 3/IX 1969 г. Подп. к печати 4/XI 1971 г.  
Формат 84×108<sup>1</sup>/<sub>32</sub>. Объем 19 печ. л. 31,92 усл. п. л. Уч.-изд.  
л. 27,52. Изд. № ФМ-285. Тираж 200 000 экз. Зак. 1245  
Цена 88 коп.

Тематический план издательства «Высшая школа» (вузы  
и техникумы) на 1969 г. Позиция № 300  
Москва, К-51. Неглинная ул., д. 29/14.

Издательство «Высшая школа»

---

Отпечатано с матриц Ордена Трудового Красного Знамени  
Ленинградской типографии № 1 «Печатный Двор» имени  
А. М. Горького Главполиграфпрома Комитета по печати при  
Совете Министров СССР, г. Ленинград, Гатчинская ул., 26.  
Владимирской типографией Главполиграфпрома  
Комитета по печати при Совете Министров СССР.  
Гор. Владимир, ул. Победы, д. 18-б



88 и

• ВЪСШАЯ ШКОЛА •  
1972

