

ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ
И ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПРИБОРОВ

Ю. К. ПОЖЕЛА

ПЛАЗМА И ТОКОВЫЕ
НЕУСТОЙЧИВОСТИ
В ПОЛУПРОВОДНИКАХ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1977

Плазма и токовые неустойчивости в полупроводниках.
Ю. К. Пожел, Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», М., 1977 г.

В книге рассматривается коллективная реакция плазмы носителей заряда в полупроводниках на различные электрические и магнитные возмущения. Основной акцент делается на тех видах коллективного отклика плазмы, которые приводят к токовым неустойчивостям в плазме — физическим факторам, лежащим в основе новых методов усиления и генерации электромагнитных сигналов с помощью полупроводников. Излагаются основные понятия физики плазмы носителей заряда в полупроводниках и рассматриваются основные типы волн в такой плазме. Определяются критерии неустойчивости волн в полупроводниках. Рассматриваются основные физические аспекты, приводящие к токовым неустойчивостям в полупроводниках: раскачка волн дрейфовыми потоками частиц плазмы, различные механизмы образования отрицательной дифференциальной проводимости при разогреве частиц плазмы электрическим полем, пинч-эффект и винтовая неустойчивость. Излагаются физические основы работы приборов, использующих токовые неустойчивости в полупроводниковой плазме: диодов Ганна, лавинно-пролетных диодов и др.

Табл. 8, иллюстр. 141, библиогр. 334.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Список основных обозначений	11
Г л а в а I. Плазма в полупроводниках	13
§ 1. Основные определения	13
§ 2. Дисперсионное уравнение	21
§ 3. Дрейфовые токи заряженных частиц и электропроводность полупроводника в электрических и магнитных полях	28
§ 4. Кинетическое уравнение Больцмана	36
§ 5. Эффективная масса и зонная структура	45
§ 6. Механизмы рассеяния и времена релаксации	57
Г л а в а II. Волны в плазме	69
§ 1. Волны в холодной плазме в отсутствие магнитного поля	72
§ 2. Волны в однокомпонентной плазме, помещенной в магнитном поле	78
§ 3. Многокомпонентная плазма. Магнитогидродинамические и магнитозвуковые волны	93
§ 4. Волны при учете теплового движения частиц. Электровзвукковые волны. Затухание Ландау	102
§ 5. Геликонные волны в металлах	108
§ 6. Волны в полупроводнике с анизотропными долинами	110
§ 7. Экспериментальные методы наблюдения магнитоплазменных волн в полупроводниках	117
§ 8. Геликонная спектроскопия	127
Г л а в а III. Неустойчивости волн в плазме	138
§ 1. Критерии неустойчивости	138
§ 2. Практические приемы нахождения критериев неустойчивости	147
§ 3. Отрицательная дифференциальная проводимость	152
§ 4. Передача энергии волнам в плазме	158
Г л а в а IV. Дрейфовые неустойчивости	163
§ 1. Взаимодействие потока носителей заряда и волн в плазме с акустическими волнами в решетке	164

§ 2. Взаимодействие дрейфового потока носителей заряда с волнами в неограниченной плазме	178
§ 3. Взаимодействие потоков носителей заряда и волн в ограниченной плазме	186
Г л а в а V. Горячие электроны	196
§ 1. Средняя энергия и дрейфовая скорость горячих электронов. Перегревная неустойчивость	198
§ 2. Функция распределения горячих электронов по энергиям	206
§ 3. Разогрев электронов в многодолинных полупроводниках типа AIII BV и AII BV I	209
§ 4. Разогрев электронов в германии и кремнии	217
§ 5. Метод Монте-Карло	227
Г л а в а VI. Неустойчивости, вызванные междолинным перебором электронов	240
§ 1. Электрические домены. Эффект Ганна	241
§ 2. Режимы работы диодов с отрицательной объемной проводимостью	250
§ 3. Абсолютно отрицательное сопротивление	256
Г л а в а VII. Лавинно-пролетные неустойчивости	258
§ 1. Лавинно-пролетная неустойчивость	259
§ 2. Механизмы генерации носителей заряда электрическим полем	263
§ 3. Лавинно-пролетные структуры	268
Г л а в а VIII. Рекомбинационные неустойчивости	282
§ 1. Рекомбинация горячих электронов	284
§ 2. Рекомбинационные волны	294
§ 3. Инжекционные неустойчивости	305
Г л а в а IX. Потоки плазмы	310
§ 1. Поток плазмы через полупроводник с переменным сечением	311
§ 2. Пинч-эффект	319
§ 3. Винтовые и градиентные неустойчивости	327
Приложения	337
Литература	347
Предметный указатель	365

ПРЕДИСЛОВИЕ

Плазмой называют ионизованный газ. Это самое распространенное состояние вещества в природе. Почти все звезды состоят из плазмы. В земных условиях плазма образуется в ионосфере, в разрядах молнии. Искусственным путем плазма создается, например, в газовом разряде, в пламени, в соплах реактивных двигателей. Плазма является актуальнейшей проблемой современной физики. Ее интересные свойства находят все большее применение в разработках по решению многих технических задач, в том числе такой, как осуществление управляемой термоядерной реакции.

Основной характерной особенностью плазмы, которой она отличается от других состояний вещества, является наличие коллективной реакции ее частиц на электрические и магнитные возмущения. «Аномальные» колебания облака электронов в целом относительно облака ионов, которые наблюдали в газовом разряде американские физики Тонкс и Ленгмюр, ассоциировались у них с колебаниями желе, которое физиологи называют плазмой [1, 2]. Состояние вещества с таким «аномальным» коллективным поведением заряженных частиц они предложили называть плазмой. Так термин плазма перекочевал из физиологии в физику. Исследования, проведенные многочисленными коллективами физиков во всем мире за последующие пять десятков лет, выявили определяющую роль коллективных взаимодействий и связанных с ними волн в поведении плазмоподобных сред. Физика плазмы — это наука о коллективной реакции заряженных частиц на возмущение. Она помогла понять многие процессы во Вселенной. Плазменные волны, по-видимому, существуют в солнечных пятнах и вспышках. Волны в замагниченной плазме определяют неустойчивости плазмы в установках термоядерного синтеза.

В физике твердого тела понятие «плазма» стало употребляться также в связи с изучением коллективной реакции совокупности свободных и связанных носителей заряда на различные возмущения. Оно употребляется применительно к обычному состоянию полупроводников и металлов — системе, состоящей из свободных носителей заряда (электронов и дырок) и ионизованных атомов, связанных с решеткой кристалла.

У большинства людей слово «плазма» ассоциируется с газовой средой и понятие «твердотельная плазма» вызывает недоумение. Это недоумение, однако, рассеивается, как только речь заходит о коллективной реакции свободных носителей заряда в твердых телах на электрические и магнитные возмущения — объекте исследований, относящемся к физике плазмы. По-видимому, к физике плазмы в твердых телах следует относить все электродинамические, магнитогидродинамические и магнитооптические явления, связанные со «сплошной» средой носителей заряда в металлах и полупроводниках.

В последние десять—пятнадцать лет исследования плазменных явлений в твердых телах велись особенно интенсивно, и сейчас они занимают одно из центральных мест в физике твердого тела. К сегодняшнему дню выявились четыре в некоторой степени самостоятельных направления исследований: плазма в металлах, магнитооптика, акустоэлектрические явления, плазма в полупроводниках.

Предлагаемая читателю книга посвящена плазме в полупроводниках. Первыми исследованиями плазменных явлений в полупроводниках, давшими существенный вклад в физику твердого тела, были эксперименты с использованием циклотронного резонанса для анализа закона дисперсии электронов. Второе свое рождение физика плазмы в полупроводниках испытала после открытия так называемых токовых неустойчивостей. Оказалось, что при приложении к полупроводнику постоянного напряжения в определенных условиях он генерирует переменный сигнал. Поскольку токовые неустойчивости наблюдались и в сверхвысокочастотном диапазоне, где транзисторная электроника не работает, то они привлекли к себе внимание не только физиков, но и инженеров — разработчиков полупроводниковых приборов. В резуль-

тате этот раздел физики, находящийся на стыке физики плазмы и физики полупроводников, бурно развивался, и достигнутые за последнее десятилетие результаты указывают на образование нового направления в физике полупроводников и открытие новых перспектив для прогресса в полупроводниковой электронике.

Токовые неустойчивости в полупроводниках обусловлены раскачкой одних видов колебаний в плазме за счет других (в большинстве случаев за счет дрейфа частиц плазмы в постоянном электрическом поле). Подобные неустойчивости развиваются и в газообразной плазме, которая образуется в установках по исследованию проблемы управляемого термоядерного синтеза. Однако там они являются основными препятствиями на пути решения проблемы. По образному выражению академика Л. А. Арцимовича: «. . . многие из волновых мелодий плазмы звучат траурным маршем для наших попыток создать идеальную термоизоляция» [3]. В полупроводниках же, наоборот, как раз те из волновых мелодий плазмы, которые ведут к ее неустойчивости, звучат победным маршем на пути создания новых более эффективных твердотельных генераторов, усилителей и других устройств.

Токовыми неустойчивостями нельзя ограничить круг вопросов, которые следует относить к физике плазмы в полупроводниках. Ее фундаментальную основу составляют исследования распространения волн (возбуждений) в полупроводниках. Эти исследования получили существенное развитие после открытия проникающих в проводящую среду магнитоплазменных волн [4, 5]. Проникающие волны все шире используются для исследования дисперсии свободных электронов и дырок в сложных зонных структурах, а также для определения основных параметров, характеризующих электропроводность полупроводников с такими структурами зон. Нельзя сбрасывать со счетов также исследования по моделированию с помощью полупроводников процессов, происходящих в газовой плазме. Плазма в полупроводниках осуществляется при более низких температурах в сравнении с газовой плазмой, она более устойчива. Параметры плазмы в полупроводниках могут меняться и, главное, точно задаваться и измеряться. В экспериментах с газовой плазмой подобная точность пока недостижима. Поэтому, несмотря на боль-

шое различие условий в газовой и полупроводниковой плазмах, некоторые аспекты теории плазмы могут быть лучше проверены в полупроводниках, нежели в газах. Заметим, что в полупроводниках экспериментально наблюдаются такие аналоги явлений в газовой плазме, как пинч-эффект и спиральная неустойчивость.

Настоящая книга преследует цель дать изложение основных идей в физике плазмы и токовых неустойчивостей в полупроводниках и не претендует на полный охват вопросов, относящихся к этой области физики и техники полупроводников. В частности, в книге не рассматриваются эффекты, связанные с квантованием электронных состояний магнитным полем, нелокальные явления. Эти вопросы удобнее рассматривать при изложении физики плазмы в металлах. Опущено также рассмотрение нелинейной теории распространения электромагнитных волн в плазме твердого тела, которое потребовало бы дополнительного введения в изложение сложного математического аппарата. По этому вопросу имеется монография [6]. Акустоэлектрические явления рассмотрены очень кратко в плане иллюстрации акустических волн в решетке как партнеров волн в плазме свободных носителей. Определенный акцент в книге сделан на тех явлениях в полупроводниковой плазме, которые связаны с токовыми неустойчивостями в полупроводниках.

Нужно сказать, что бурное развитие физики плазмы в полупроводниках привело к неоднородному развитию ее отдельных разделов и довольно большому числу ошибочных (к счастью, недолговечных) выводов в теоретических и экспериментальных работах. Многие наблюдаемые явления не нашли еще теоретического объяснения, в то же время немалый теоретический багаж не подтвержден экспериментально. В свое время даже предлагалось классифицировать токовые неустойчивости в плазме полупроводников следующим образом: 1) наблюдаемые, но непонятные; 2) понятные, но не наблюдаемые; 3) понятные и наблюдаемые. Все это заставляло при выборе материала проявлять осторожность, останавливаясь главным образом на достоверно экспериментально наблюдаемых фактах. На сегодняшний день в литературе отсутствует более или менее полная монография по физике плазмы в полупроводниках, однако имеется несколько монографий, а также

целый ряд обзорных статей, рассматривающих различные аспекты плазменных явлений и токовых неустойчивостей в полупроводниках. С целью избежать перегрузки списка литературы автор позволил себе во многих случаях не цитировать непосредственно работы, в которых изучалось то или иное явление, а давать ссылки на обзорную статью или монографию.

Книга рассчитана на широкий круг лиц — физиков, инженеров и студентов, специализирующихся в области физики полупроводников и разработки новых электронных приборов, в частности, для СВЧ-техники. Плазменные явления в полупроводниках представляют определенный интерес и для лиц, занимающихся газовой плазмой. Для вышеупомянутого круга лиц плохо известными могут оказаться разные аспекты физики плазмы в полупроводниках. Для физиков и инженеров, специализирующихся в области полупроводников, менее известными являются эффекты в газовой плазме. Наоборот, специалисты в области газовой плазмы и вакуумной электроники хуже знают физику полупроводников. Это заставило привести в книге изложение основных понятий, которые могут быть элементарными для специалистов, занимающихся полупроводниками (зонная структура и механизмы рассеяния), или для физиков, занимающихся газовой плазмой (магнитоплазменные волны).

Построение книги таково. Сначала даются элементарные понятия о плазме в полупроводниках (глава I). Затем рассматриваются в линейном приближении основные типы волн в полупроводниковой плазме (глава II), а также формальные и физические критерии неустойчивости этих волн (глава III). В последующих главах рассматриваются физические аспекты, приводящие к токовым неустойчивостям в полупроводниках. Рассмотрены различные виды раскочки волн в плазме дрейфовым потоком частиц плазмы (глава IV). В главах V, VI, VII, VIII излагается физика различных видов токовых неустойчивостей, возникающих вследствие разогрева электронного газа электрическим полем. Наконец, в главе IX рассмотрены явления, связанные с перемещением плазмы как целого, в том числе некоторые аналоги явлений в газовой плазме.

В научной литературе по физике плазмы в твердых телах имеется определенный хаос в терминологии. В конце

книги приведен указатель основных терминов, употребляемых в литературе, со ссылкой на страницу, где дается определение понятия, к которому относится данный термин.

При написании формул в книге автор придерживается системы СИ. На графиках и при написании численных значений коэффициентов использовались дробные единицы системы СИ: миллиметры и сантиметры, а также гауссы.

Книга в определенной мере отражает курсы лекций, прочитанных для студентов, физиков и радиофизиков, Вильнюсского госуниверситета им. В. Капсукаса. В связи с этим автор приносит свои извинения читателю за несколько назидательный тон (обычный для учебника), с которым ему придется встретиться при чтении отдельных мест в книге.

Автор благодарен В. Л. Бонч-Бруевичу, прочитавшему рукопись, а также Ю. В. Гуляеву, В. В. Владимирову, В. И. Стафееву, Р. Бразису, В. Денису, С. Кальвенсу, А. Матулёнису, А. Реклайтису и Р. Толутису за ценные замечания и дискуссии, содействовавшие улучшению книги. Автор также благодарит Л. Гребликене и В. Юцене за помощь в оформлении книги.

СПИСОК ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

- | | |
|---|--|
| <p>V — индукция магнитного поля.</p> <p>V₀ — индукция постоянного магнитного поля.</p> <p>$b = \mu_n / \mu_p$ — отношение подвижности электронов к подвижности дырок.</p> <p>c — скорость света.</p> <p>C_{n(p)} — коэффициент захвата электронов (дырок).</p> <p>D — индукция электрического поля.</p> <p>D₀ — индукция постоянного электрического поля.</p> <p>D — коэффициент диффузии.</p> <p>E — напряженность электрического поля.</p> <p>E₀ — напряженность постоянного электрического поля.</p> <p>ε — энергия.</p> <p>ε_F — уровень Ферми.</p> <p>F — сила.</p> <p>$\hbar = h/2\pi$ — постоянная Планка.</p> <p>$i = \sqrt{-1}$ — мнимая единица.</p> <p>J — сила тока.</p> <p>j₀ — плотность постоянного тока, связанного с переносом частиц.</p> <p>j — плотность тока, связанного с переносом частиц.</p> <p>k — волновой вектор.</p> <p>k' — действительная часть волнового вектора.</p> | <p>k'' — мнимая часть волнового вектора.</p> <p>k_α — волновой вектор — константа дисперсионного уравнения.</p> <p>k_B — постоянная Больцмана.</p> <p>L — геометрический размер плазмы; длина обрыва.</p> <p>$l_D = \left(\frac{\epsilon_1 k_B T}{q^2 n_0} \right)^{1/2}$ — длина Дебая.</p> <p>l_p — длина свободного пробега между упругими соударениями.</p> <p>m₀ — масса электрона в вакууме.</p> <p>m_{n(p)} — эффективная масса электрона (дырки).</p> <p>N — коэффициент преломления.</p> <p>n — концентрация электронов.</p> <p>n₀ — равновесная концентрация электронов.</p> <p>P — давление.</p> <p>℘ — мощность.</p> <p>q — заряд носителей.</p> <p>q — импульс фонона.</p> <p>p — импульс.</p> <p>p — концентрация дырок.</p> <p>P₀ — равновесная концентрация дырок.</p> <p>R — коэффициент отражения.</p> <p>r — радиус-вектор.</p> <p>S — площадь поперечного сечения тока.</p> |
|---|--|

- T — температура; период колебаний.
 T_0 — температура решетки.
 $T_{n(p)}$ — температура электронов (дырок).
 t — время.
 $U(x, t)$ — возмущение какого-либо физического параметра в плазме (волновой пакет).
 u — амплитуда гармонической составляющей возмущения $U(x, t)$ в плазме.
 $\mathbf{u} = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{|\mathbf{B}|^2}$ — дрейфовая скорость в скрещенных полях.
 V — напряжение, приложенное к образцу.
 v_T — тепловая скорость частиц.
 v — дрейфовая скорость носителей заряда.
 v_0 — постоянная составляющая дрейфовой скорости носителей заряда.
 v_A — скорость волны Альфвена.
 v_s — скорость звука; дрейфовая скорость насыщения.
 v_f — фазовая скорость волны.
 v_F — скорость электрона на поверхности Ферми.
 x, y, z — единичные векторы направлений декартовых координат.
 ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума.
 ϵ_1 — диэлектрическая проницаемость решетки.
 θ — угол между \mathbf{B} и \mathbf{k} ; угол Холла.
 λ — длина волны.
 μ_0 — магнитная проницаемость вакуума.
 $\mu_{n(p)} = \frac{q}{m_{n(p)}} \tau_{n(p)}$ — подвижность электронов (дырок).
 ν_p — средняя частота столкновений с потерей импульса.
 ρ — плотность заряда частиц плазмы; удельное сопротивление.
 σ — удельная электропроводность.
 σ_d — дифференциальная проводимость.
 σ_{ij} — компоненты тензора электропроводности.
 $\tau = \frac{\tau_p}{1 + i\omega\tau_p}$ — высокочастотное время свободного пробега.
 τ_p — среднее время свободного пробега по импульсу.
 $\tau_{n(p)}$ — время жизни электронов (дырок).
 τ_M — максвелловское время релаксации (время диэлектрической релаксации).
 $\chi_1 = \epsilon_1/\epsilon_0$ — относительная диэлектрическая постоянная решетки.
 ω — циклическая частота.
 ω_α — циклическая частота — корень дисперсионного уравнения.
 ω' — действительная часть циклической частоты.
 ω'' — мнимая часть циклической частоты.
 $\omega_{c(n, p)}$ — циклотронная частота (электронная, дырочная).
 $\omega_{p(n, p)}$ — плазменная частота (электронная, дырочная).
 ω_k — частота отсечки.

Г Л А В А I

ПЛАЗМА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

В настоящей главе излагаются основные понятия физики плазмы в полупроводниках. Она является введением для последующих глав.

В § 1 дается определение плазмы и перечисляются специфические особенности плазмы в полупроводниках, которые позволяют говорить о ней как о самостоятельном понятии. В этом же параграфе рассматриваются основные приближения и системы уравнений, используемых при решении задачи нахождения коллективного отклика плазмы на какое-либо возмущение. В § 2 выводится дисперсионное уравнение, описывающее связь частоты волн малых возмущений с их волновым вектором. Написание дисперсионного уравнения требует нахождения зависимости дрейфовых токов в плазме от электрических и магнитных полей. Эти зависимости для отдельных частиц плазмы рассматриваются в § 3, а с учетом функции распределения частиц по скоростям — в § 4.

Последние два параграфа носят справочный характер. В них описаны основные специфические особенности плазмы в полупроводниках, отличающие ее от газовой плазмы, а именно: сложная зависимость массы частиц от их энергии и импульса (§ 5) и рассеяние частиц плазмы при их движении через кристаллическую решетку (§ 6).

§ 1. Основные определения

Определение плазмы. Плазмой называют квазинейтральный ионизованный газ. Квазинейтральность означает равенство числа положительных и отрицательных зарядов в среднем, в достаточно больших объемах и за достаточно большие промежутки времени.

Основным специфическим свойством плазмы, позволяющим говорить о ней как об особом состоянии вещества, является коллективный отклик частиц плазмы на электромагнитные возмущения. Под коллективным откликом системы подразумевается возмущение какой-либо физической величины (плотности заряда, напряженности электрического или магнитного поля, плотности числа частиц). Эти возмущения полагаются макроскопическими в том смысле, что их геометрические размеры, которые мы будем характеризовать длинами волн — λ , во всяком случае, много больше, чем среднее расстояние между частицами в плазме

$$\lambda \gg n_0^{-1/3}. \quad (1.1)$$

Если в газе нейтральных частиц, где взаимодействие между частицами обусловлено парными столкновениями, коллективный отклик на возмущение имеет вид волн сжатия-разрежения плотности газа, т. е. звуковых волн, то в газе заряженных частиц — плазме — помимо звуковых возникают многие другие типы волн, которые возбуждаются и сопровождаются электрическими и магнитными полями. Действие полей и частиц в плазме самосогласовано: движение и перегруппировка заряженных частиц в плазме создает поля, а образование полей в плазме приводит к движению и перегруппировке ее частиц.

Плазма в полупроводниках. Понятие плазма в твердом теле (полупроводнике) используется применительно к описанию коллективного отклика на электромагнитные возмущения квазинейтральной системы, состоящей из свободных носителей заряда двух знаков и ионизованных атомов примесей, также двух знаков.

В твердых телах носители заряда находятся в среде с высокой диэлектрической постоянной, что позволяет легко ионизовать атомы и осуществить плазменное состояние даже при очень низких температурах. Ионы такой плазмы неподвижно связаны с решеткой. Подвижные заряды, электроны и дырки, свободно перемещаются под действием электрического поля по кристаллу, не нарушая условий нейтральности. Каждому свободному электрону соответствует положительно заряженный ион-

донор или дырка. Каждой дырке соответствует отрицательный ион-акцептор или электрон. По аналогии с принятой в полупроводниках терминологией плазму в них называют либо электронной, либо дырочной, либо собственной. Плазму с одним сортом подвижных носителей часто называют еще однокомпонентной, неподвижной, а также «заряженной». Последний термин нельзя признать удачным, так как во всех случаях подразумевается наличие компенсирующего заряда противоположного знака. Когда в плазме имеется более чем один сорт подвижных частиц, ее называют многокомпонентной. Собственную плазму называют еще скомпенсированной, нейтральной, а также подвижной.

Принципиальное отличие плазмы в твердых телах от газовой плазмы состоит в том, что подвижные заряды (носители заряда) плазмы в твердых телах перемещаются под действием внешних сил не как свободные частицы, а, во-первых, в условиях сильного взаимодействия с полями атомов, образующих решетку, и, во-вторых, в условиях сильного трения — многочисленных столкновений с дефектами и колебаниями кристаллической решетки. Движение электронов вследствие действия атомных полей носит весьма сложный характер. Для того чтобы можно было рассматривать движение электрона в кристалле под действием внешних сил как движение классической частицы, ему приписывается так называемая эффективная масса, отличная от той, которую он имеет в вакууме (см. § 5). Эффективная масса обычно много меньше массы электрона в вакууме и, что очень важно, зависит от энергии и направления движения электрона, являясь в большинстве полупроводников анизотропной величиной. Более того, в одной и той же точке кристалла могут иметься электроны с различными массами. Эффективная масса может быть даже отрицательной. В этом случае поведение носителя заряда весьма необычно: он ускоряется в сторону, противоположную действию силы поля qE .

Многочисленные столкновения электронов с дефектами и колебаниями кристаллической решетки также придают особую специфику плазме в полупроводниках, так как характер таких столкновений зависит от энергии и импульса электронов, и в неравновесном состоянии

распределение электронов по энергии может существенно отличаться от больцмановского.

Важной особенностью плазмы в полупроводниках является также возможность менять ее параметры в очень широких пределах различными внешними воздействиями и технологией получения кристалла. Такой параметр, как концентрация подвижных зарядов, может превышать на многие порядки максимально достижимые значения в газовой плазме. Заметим, что в полупроводниках число положительно заряженных подвижных частиц можно менять независимо от числа отрицательных подвижных зарядов.

Резюмируя вышесказанное, можно основные специфические особенности плазмы в полупроводниках сформулировать так:

- 1) большое значение ϵ_1 ;
- 2) большая плотность подвижных частиц в плазме;
- 3) наличие высокоподвижных носителей обоих знаков (электронов и дырок) и в то же время наличие неподвижных зарядов обоих знаков (доноров и акцепторов), обеспечивающих нейтральность плазмы;

- 4) эффективные массы подвижных носителей зарядов отличны от массы электрона в вакууме. Они зависят от энергии и импульсов носителей зарядов. Могут существовать одновременно несколько групп электронов или дырок с различными массами;

- 5) распределения частиц плазмы по скоростям в большой мере определяются их интенсивными столкновениями с «внешним» резервуаром — различными нарушениями периодичности кристаллической решетки (фононы, дефекты, примеси), а также другими возбуждениями в кристалле.

Основные уравнения. Нас интересует коллективный отклик плазмы на электрические, магнитные и другие виды возмущений. Этот отклик определяется суммарным действием микропроцессов в плазме. Величины полей и токов в плазме в каждом микрообъеме, вследствие статистического характера движения заряженных частиц, возмущающих поле, в общем, тоже статистически разбросаны. Однако, если условие (1.1) выполняется, то для описания волн в объеме плазмы можно использовать уравнения Максвелла для среднестатистических величин

электрического и магнитного поля в среде [1]

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}, & \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D}, \\ \operatorname{div} \mathbf{D} &= \rho, & \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где \mathbf{j} — плотность тока проводимости, а $\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D}$ — плотность тока смещения, обусловленного поляризацией кристаллической решетки.

Полная система уравнений, позволяющая найти отклик плазмы на заданное возмущение, образуется из уравнений для полей (1.2), дополненных уравнениями для токов \mathbf{j} или зарядов ρ , которые должны включать в себя параметры плазмы и все виды сил, действующих на частицы в плазме. Нахождение токов в плазме из уравнений движения для каждой отдельной частицы плазмы — задача практически неразрешимая. Поэтому для определения макроскопического тока в плазме используются различные приближения. Рассмотрим основные из них, а именно: приближение отдельных частиц, гидродинамическое приближение, приближение кинетического уравнения.

Приближение отдельных частиц. По этому приближению заряженные частицы плазмы заданного сорта под действием внешних сил дрейфуют независимо друг от друга с одинаковыми скоростями \mathbf{v} , которые находятся из уравнения движения для отдельной частицы

$$\frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = \mathbf{F}_{E,B} + \mathbf{F}_g. \quad (1.3)$$

Здесь $\mathbf{F}_{E,B}$ — силы электромагнитного, а \mathbf{F}_g — неэлектромагнитного происхождения. Электромагнитная сила есть не что иное, как сила Лоренца

$$\mathbf{F}_{E,B} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (1.4)$$

Приближение отдельных частиц не учитывает теплового хаотического движения частиц. Наличие сил неэлектромагнитного происхождения обусловлено главным образом столкновениями частиц плазмы с кристаллической решеткой, частота которых весьма велика, $\sim 10^{12} \div 10^{13} \text{ сек}^{-1}$. В приближении времени релаксации по импульсу, на котором мы остановимся ниже в § 4, сила

трения частиц при их движении сквозь решетку может быть записана в виде

$$\mathbf{F}_g = -\nu_p m \mathbf{v}, \quad (1.5)$$

где ν_p — средняя частота столкновений частиц плазмы с решеткой, при которых теряется средний по ансамблю частиц дрейфовый импульс $m\mathbf{v}$.

Подставляя (1.4) и (1.5) в (1.3), получим

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q}{m} \mathbf{E} + \frac{q}{m} \mathbf{v} \times \mathbf{B} - \nu_p \mathbf{v}. \quad (1.6)$$

Найденная из (1.6) дрейфовая скорость частиц определяет дрейфовый ток в плазме

$$\mathbf{j} = qn_0 \mathbf{v}. \quad (1.7)$$

Уравнения (1.6), (1.7) совместно с уравнениями для полей (1.2) образуют полную систему уравнений, позволяющих найти отклик плазмы в приближении отдельных частиц. Если в плазме имеется несколько сортов подвижных частиц, то уравнения движения (1.6) записываются для каждого сорта отдельно, а дрейфовый ток частиц определяется как сумма парциальных токов частиц каждого сорта.

Гидродинамическое приближение. По этому приближению подвижные носители заряда в плазме рассматриваются как некоторая сплошная среда — проводящая жидкость, помещенная в кристаллическую решетку. В противоположность приближению отдельных частиц гидродинамическая модель предполагает, что скорости частиц плазмы могут принимать самые различные значения, но в пределах некоторого макроскопического элемента жидкости (называемого жидкой частицей) устанавливается определенное распределение частиц по скоростям, которому соответствует определенная средняя скорость. Для нахождения электрических токов и потоков вещества в плазме записывается уравнение движения для жидких частиц. Если плазма содержит подвижные частицы лишь одного сорта, то уравнение движения в гидродинамическом приближении имеет вид

$$\frac{d(\rho_M \mathbf{v})}{dt} = qn_0 (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \text{grad } P - \rho_M \nu_p \mathbf{v}, \quad (1.8)$$

где $\rho_M = mn_0$ — плотность жидкой частицы, а v — средняя скорость ее движения, P — давление. Силы давления в плазме обусловлены тепловым хаотическим движением частиц. Система уравнений движения (1.8) с уравнениями для поля (1.2) не является полной, так как в уравнении (1.8) появились новые переменные: давление, а значит, и температура. Полная система уравнений плазмы в гидродинамическом приближении образуется, если дополнить уравнения (1.2) и (1.8) уравнением состояния

$$P = P(\rho_M, T) \quad (1.9)$$

и уравнением переноса тепла. В случае идеального газа уравнение состояния есть

$$P = n_0 k_B T_n, \quad (1.10)$$

где T_n — температура подвижных частиц. Система гидродинамических уравнений значительно упрощается, если можно пренебречь силой, связанной с тепловым давлением. В этом приближении, которое называется приближением холодной плазмы, уравнение (1.8) преобразуется к виду

$$\frac{d(\rho_M v)}{dt} = qn_0(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \rho_M \mathbf{v} \nabla v, \quad (1.11)$$

схожему с уравнением движения в приближении отдельных частиц (1.6). Уравнения (1.11) и (1.2) образуют полную систему уравнений холодной плазмы.

Если силы, обусловленные градиентом теплового давления в плазме, сравнимы или больше сил электромагнитного происхождения, то плазму называют горячей. Термины горячая и холодная плазма употребляются лишь в упомянутом выше смысле и отнюдь не означают, что температура плазмы высока или низка.

В приближении горячей плазмы система гидродинамических уравнений из-за наличия дополнительных уравнений состояния и переноса тепла оказывается слишком громоздкой и неудобной для описания плазмы. Кроме того, гидродинамическое приближение не описывает очень важного явления в горячей плазме — бесстолкновительного затухания (§ 4 гл. II). Поэтому в случае горячей плазмы более удобным бывает метод кинетического урав-

нения. Ниже гидродинамическое приближение будем использовать в основном применительно к холодной плазме.

При рассмотрении волн в плазме в гидродинамическом приближении недостаточно, чтобы выполнялось неравенство (1.1). Условием применимости гидродинамического приближения является равенство

$$\lambda \gg l_M, \quad (1.12)$$

где l_M — минимальный размер жидкой частицы, который определяется характерными длинами свободных пробегов частиц между разного рода столкновениями с потерей импульса, а также энергии. Далее мы будем полагать размер l_M таковым, что функция распределения подвижных частиц плазмы в среднем по объему жидкой частицы (а значит, и их средняя скорость) оказывается локально связанной со средним полем в этом объеме. На понятии локальной связи мы остановимся в § 4. Там же мы увидим, что наличие локальной связи между полями в плазме и средней скоростью жидкой частицы, при выполнении неравенства (1.12), означает возможность пренебречь пространственными производными в уравнении движения (1.11), а именно положить

$$\frac{d(\rho_M \mathbf{v})}{dt} \equiv \frac{\partial(\rho_M \mathbf{v})}{\partial t} + (\rho_M \mathbf{v} \operatorname{grad}) \mathbf{v} \approx \frac{\partial(\rho_M \mathbf{v})}{\partial t}. \quad (1.13)$$

Далее везде, кроме главы VIII, будет полагаться число подвижных частиц в холодной плазме постоянным, не зависящим от времени. Нетрудно увидеть, что в этом случае гидродинамическое уравнение движения (1.11) с учетом (1.13) совпадает с уравнением движения (1.6).

Выше мы выписали уравнения движения в гидродинамическом приближении для случая одного сорта подвижных частиц. Если имеется несколько сортов подвижных частиц, то эти уравнения усложняются, и гидродинамическая модель теряет свою наглядность (см., например, [1, 2]). Часто для описания плазмы используется так называемое квазигидродинамическое приближение, по которому полагается, что жидкость, состоящая из частиц одного сорта, перемещается независимо от жидкости из частиц другого сорта и эти жидкости могут проте-

кать друг через друга. В квазигидродинамическом приближении уравнения движения записываются раздельно для каждого сорта частиц.

В заключение этого раздела отметим, что в гидродинамическом приближении обычно в уравнениях для поля (1.2) отбрасываются токи смещения, т. е. полагается $\partial \mathbf{D} / \partial t = 0$.

Несмотря на многие ограничения, накладываемые на гидродинамическое приближение, с его помощью удастся описать все виды волновых движений в плазме [3, 4].

Приближение кинетического уравнения. По этому приближению для нахождения токов и зарядов в плазме используется статистический метод, рассматривающий ансамбль частиц в целом. С помощью кинетического уравнения Больцмана, которое будет рассмотрено в § 4, находится функция распределения частиц плазмы по импульсам. Знание функции распределения позволяет найти средние по ансамблю частиц плотности тока и заряда с помощью формул

$$\mathbf{j} = \sum_{\alpha} \frac{2q_{\alpha}}{(2\pi)^3 \hbar^3} \int \mathbf{v} f_{\alpha} d\mathbf{p}, \quad (1.14)$$

$$\rho = \sum_{\alpha} \frac{2q_{\alpha}}{(2\pi)^3 \hbar^3} \int f_{\alpha} d\mathbf{p}, \quad (1.15)$$

где суммирование проводится по всем α сортам частиц. С помощью приближения кинетического уравнения удастся получить наиболее общее описание плазмы.

§ 2. Дисперсионное уравнение

В дальнейшем при рассмотрении различных возмущений в плазме мы будем иметь дело в основном с линейным приближением. Будем полагать, что возмущения можно представить в виде волновых пакетов — суперпозиций плоских гармонических волн малой амплитуды вида

$$u_{\mathbf{n}} = u_m \exp [i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})], \quad (2.1)$$

где $u_{\mathbf{n}}$ может быть электрическим или магнитным полем, плотностью заряда и т. д. Малость амплитуды волн, в частности, означает, что дифференциальные значения кине-

тических коэффициентов, т. е. значения электропроводности, подвижности, коэффициента диффузии для приращений полей и токов, можно считать постоянными. В зависимости от решаемой задачи в (2.1) либо частота ω , либо волновой вектор \mathbf{k} являются комплексными величинами

$$\omega = \omega' + i\omega'', \quad (2.2)$$

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}' + i\mathbf{k}''. \quad (2.3)$$

Действительные и мнимые части частоты и волнового вектора имеют ясный физический смысл. Подставив (2.2) в (2.1), получим при $\mathbf{k}'' = 0$

$$u_n = u_m \exp(-\omega''t) \exp[i(\omega't - \mathbf{k}'\mathbf{r})]. \quad (2.4)$$

Второй экспоненциальный множитель соответствует периодическим колебаниям с частотой ω' и фазой $\mathbf{k}'\mathbf{r}$, где $k' = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны. Первый экспоненциальный множитель определяет изменение амплитуды волны во времени. Подстановка (2.3) в (2.1) при $\omega'' = 0$ дает

$$u_n = u_m \exp(\mathbf{k}''\mathbf{r}) \exp[i(\omega't - \mathbf{k}'\mathbf{r})], \quad (2.5)$$

где первый экспоненциальный множитель определяет изменение амплитуды в пространстве координат, а второй, как и в случае (2.4), соответствует периодическим колебаниям. Выбор знаков в экспоненте выражения (2.1) таков, что направление распространения волны в пространстве при $\omega' > 0$ совпадает с направлением волнового вектора \mathbf{k} .

Из периодических множителей в (2.4) или (2.5) видно, что отношение действительных значений частот и волновых векторов есть не что иное, как фазовая скорость волны $v_f = \omega'/k'$.

Таким образом, распространение волны в плазме полностью определяется комплексными ω и \mathbf{k} . Эти величины не являются независимыми и связаны дисперсионным соотношением

$$D(\omega, \mathbf{k}) = 0, \quad (2.6)$$

где $D(\omega, \mathbf{k})$, как будет видно ниже, есть детерминант системы уравнений, описывающих распространение волн в плазме, которая в линейном приближении является однородной. Выражение (2.6) есть условие существования нетривиального решения этой системы.

Обычно при решении задач о распространении возмущений в плазме используются два подхода: рассматривается либо развитие возмущения во времени в заданной точке пространства, либо развитие возмущения в пространстве в заданный момент времени. При первом подходе из дисперсионного уравнения (2.6) определяются значения комплексных частот ω_α (α — номер корня) для действительных \mathbf{k}' и возмущение описывается волновым пакетом, в который координата \mathbf{r} входит параметрически,

$$U(\mathbf{r}, t) = \sum_{\alpha} \int_{-\infty}^{+\infty} u_0(\mathbf{k}') e^{i(\omega_\alpha t - \mathbf{k}'\mathbf{r})} d\mathbf{k}', \quad (2.7)$$

где $u_0(\mathbf{k}')$ — начальное возмущение

$$u_0(\mathbf{k}') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} u_m(\mathbf{r}, 0) \exp(i\mathbf{k}'\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (2.8)$$

При втором подходе из дисперсионного уравнения находятся комплексные волновые векторы \mathbf{k}_α для действительных частот ω' . Волновой пакет, описывающий возмущение в пространстве (время t является параметром), представляет собою суперпозицию волн с действительными частотами

$$U(\mathbf{r}, t) = \sum_{\alpha} \int_{-\infty}^{+\infty} u_0(\omega') \exp[i(\omega't - \mathbf{k}_\alpha\mathbf{r})] d\omega', \quad (2.9)$$

где $u_0(\omega')$ — компонента Фурье возмущения в нулевой начальной точке $u(0, t)$

$$u_0(\omega') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} u_m(0, t) \exp(i\omega't) dt. \quad (2.10)$$

Задача о развитии возмущений в плазме во времени и пространстве сводится, таким образом, к составлению дисперсионного уравнения и нахождению его корней. Найдем дисперсионное уравнение для неограниченной однородной Σ -плазмы.

В случае малых возмущений в плазме в виде плоских волн (2.1) уравнения Максвелла (1.2) принимают вид (см. приложение I)

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega \mathbf{B}, \quad (2.11)$$

$$-i\mathbf{k} \times \mathbf{H} = i\omega \hat{\epsilon}_1 \mathbf{E} + \mathbf{j}, \quad (2.12)$$

$$-i\hat{\epsilon}_1 \mathbf{kE} = \rho, \quad (2.13)$$

$$\mathbf{kB} = 0, \quad (2.14)$$

где $\hat{\epsilon}_1$ — диэлектрическая постоянная решетки, в общем случае, тензорная величина. Величины \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{H} , \mathbf{j} , ρ в уравнениях (2.11)—(2.14) представляют собою малые приращения вида (2.1). Будем полагать среду немагнитной,

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}. \quad (2.15)$$

Продифференцировав (2.12) по времени и подставив в (2.11), получим волновое уравнение

$$\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) + \frac{\hat{\chi}_1}{c^2} \omega^2 \mathbf{E} - i\omega \mu_0 \mathbf{j} = 0, \quad (2.16)$$

где $\hat{\chi}_1 = \hat{\epsilon}_1 / \epsilon_0$.

В линейном приближении можно положить возмущение тока проводимости прямо пропорциональным возмущению электрического поля,

$$\mathbf{j} = \hat{\sigma}_d \mathbf{E}, \quad (2.17)$$

где $\hat{\sigma}_d$ — тензор дифференциальной проводимости. Линейная запись (2.17) не означает, что проводимость среды не зависит от поля. Она означает, что дифференциальная проводимость, определяющая связь между малыми приращениями полных значений тока $\delta \mathbf{j}$ и поля $\delta \mathbf{E}$:

$$\delta \mathbf{j} = \hat{\sigma}_d \delta \mathbf{E}, \quad (2.18)$$

является константой, не зависящей от величины амплитуды приращения. В записи (2.17) приращениям тока и поля соответствуют амплитуды малых возмущений: $\delta \mathbf{j} \equiv \mathbf{j}$, $\delta \mathbf{E} \equiv \mathbf{E}$. Перепишем уравнение (2.17) в матричном виде (приложение II)

$$\begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

Недиагональные компоненты матрицы электропроводности не равны нулю, если направление тока не совпадает с направлением электрического поля, что может иметь место в изотропной плазме вследствие отклонения тока частиц магнитным полем. Диагональные компоненты определяют электропроводность среды в различных направлениях и в анизотропной среде они не равны друг другу. В изотропной среде диагональные компоненты также могут различаться, если электропроводность среды зависит от напряженности электрического поля. Об этом речь будет идти в § 3 гл. III.

Подставляя (2.19) в (2.16), получим систему уравнений, которая в матричном виде записывается так:

$$\begin{vmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} & \alpha_{xz} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} & \alpha_{yz} \\ \alpha_{zx} & \alpha_{zy} & \alpha_{zz} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{vmatrix} = 0, \quad (2.20)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_{xx} &= -k_y^2 - k_z^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \chi_{1xx} - i\omega\mu_0\sigma_{xx}, \\ \alpha_{xy} &= k_x k_y + \frac{\omega^2}{c^2} \chi_{1xy} - i\omega\mu_0\sigma_{xy}, \\ \alpha_{xz} &= k_x k_z + \frac{\omega^2}{c^2} \chi_{1xz} - i\omega\mu_0\sigma_{xz}, \\ \alpha_{yx} &= k_y k_x + \frac{\omega^2}{c^2} \chi_{1yx} - i\omega\mu_0\sigma_{yx}, \\ \alpha_{yy} &= -k_x^2 - k_z^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \chi_{1yy} - i\omega\mu_0\sigma_{yy}, \\ \alpha_{yz} &= k_y k_z + \frac{\omega^2}{c^2} \chi_{1yz} - i\omega\mu_0\sigma_{yz}, \\ \alpha_{zx} &= k_z k_x + \frac{\omega^2}{c^2} \chi_{1zx} - i\omega\mu_0\sigma_{zx}, \\ \alpha_{zy} &= k_z k_y + \frac{\omega^2}{c^2} \chi_{1zy} - i\omega\mu_0\sigma_{zy}, \\ \alpha_{zz} &= -k_x^2 - k_y^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \chi_{1zz} - i\omega\mu_0\sigma_{zz}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Уравнение (2.20) есть однородное полевое уравнение. Приравнивание нулю детерминанта этого уравнения дает

дисперсионное соотношение, определяющее связь между ω и \mathbf{k} :

$$D(\omega, \mathbf{k}) \equiv \alpha_{xx}\alpha_{yy}\alpha_{zz} + \alpha_{xy}\alpha_{yz}\alpha_{zx} + \alpha_{xz}\alpha_{yx}\alpha_{zy} - \alpha_{xx}\alpha_{yz}\alpha_{zy} - \alpha_{xy}\alpha_{yx}\alpha_{zz} - \alpha_{xz}\alpha_{zy}\alpha_{zx} = 0. \quad (2.22)$$

Входящие в дисперсионное уравнение (2.22) компоненты σ_{ij} следует найти из уравнения для тока (2.19), которое в гидродинамическом приближении сводится к уравнению движения. В литературе встречаются другие формы записи волнового уравнения (2.16). В тех случаях, когда можно пренебречь токами смещения и удобнее оперировать с тензором удельного сопротивления $\hat{\rho}$, волновое уравнение записывается относительно напряженности магнитного поля волны \mathbf{H} :

$$\mathbf{k} \times (\hat{\rho} \mathbf{k} \times \mathbf{H}) - i\omega\mu_0 \mathbf{H} = 0. \quad (2.23)$$

Часто волновое уравнение записывается в виде

$$\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \hat{\chi} \mathbf{E} = 0, \quad (2.24)$$

где

$$\hat{\chi} = \hat{\chi}_1 - i \frac{\hat{\sigma}_d}{\omega\epsilon_0} \quad (2.25)$$

— обобщенная комплексная диэлектрическая проницаемость. Если $\hat{\chi}$ зависит от частоты волны, то говорят о частотной дисперсии. Если же $\hat{\chi}$ зависит от волнового вектора, то говорят о пространственной дисперсии.

Ниже мы везде будем полагать диэлектрическую проницаемость решетки изотропной и будем пренебрегать ее частотной и пространственной дисперсией. Это вполне допустимо делать для области частот и длин волн радио- и СВЧ-диапазона.

Что касается дифференциальной проводимости $\hat{\sigma}_d$, то она может обуславливать как пространственную, так и частотную дисперсию.

В горячей плазме ток складывается из дрейфовой и диффузионной составляющих. В однокомпонентной плазме диффузионная составляющая тока нелокально связана с напряженностью поля. Действительно,

$$j_{df} = D \frac{dp}{dx} = D \frac{d}{dx} \left(\epsilon_1 \frac{dE_x}{dx} \right) = D \epsilon_1 k_x (k_x E_x), \quad (2.26)$$

т. е. диффузионный ток в заданной точке пространства определяется не значением поля в этой точке, а зависит от производных поля по координате. Как видим из (2.26), коэффициент $\hat{\sigma}_d$, определяющий связь тока с полем, при наличии диффузионной составляющей, зависит от волнового вектора. Это означает согласно (2.25) пространственную дисперсию.

В холодной плазме, благодаря отсутствию диффузионных токов, плотность тока в заданной точке пространства полностью определяется значением напряженности электрического поля в этой точке. Связь тока с полем локальна в пространстве координат. Величина $\hat{\sigma}_d$ в (2.25) не зависит от k , т. е. в холодной плазме нет пространственной дисперсии.

Инерционность процессов, обуславливающих токи проводимости в плазме, приводит к частотной зависимости $\hat{\sigma}_d$ как в холодной, так и горячей плазме. Другими словами, значения тока в данный момент времени могут зависеть от значений напряженности в предшествующие моменты времени, т. е. ток и напряженность поля могут быть неколокально связаны во времени. Зависимость $\hat{\sigma}_d$ от ω определяет зависимость $\hat{\chi}$ от частоты, т. е. частотную дисперсию волн в плазме. В этой книге мы в основном будем иметь дело с частотной дисперсией.

Дисперсионное уравнение (2.22) весьма громоздко. Однако, как увидим ниже при решении конкретных задач, подбор системы координат позволяет значительно его упростить.

Ниже, где это возможно, мы будем рассматривать раздельно продольные ($k \parallel E$) и поперечные ($k \perp E$) волны. В случае поперечных волн электрические поля всегда сопровождаются согласно (2.11) магнитными. Поэтому поперечные волны называют еще электромагнитными или вихревыми ($\text{rot } E \neq 0$). Продольные волны не несут магнитного поля ($k \times E = 0$), но их возникновение связано с образованием объемных зарядов, поскольку $kE \neq 0$. Поэтому продольные волны называют еще потенциальными или безвихревыми. Для продольной волны волновое уравнение (2.16) принимает вид

$$i\omega \epsilon_1 E + j = 0. \quad (2.27)$$

Умножив k скалярно на (2.27) и учтя (2.13), получим

так называемое уравнение непрерывности тока

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad (2.28)$$

которое часто используется при анализе продольных волн в плазме.

§ 3. Дрейфовые токи заряженных частиц и электропроводность полупроводника в электрических и магнитных полях

Рассмотрим движение отдельных заряженных частиц в холодной плазме в электрических и магнитных полях.

Решим уравнение движения (1.6) для нескольких конкретных случаев и получим выражения для скоростей электронов, которые неоднократно потребуются нам в дальнейшем.

Незамагниченная плазма ($\mathbf{B}_0 = 0$). В постоянном электрическом поле \mathbf{E}_0 уравнение движения (1.6) имеет вид

$$m \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = q \mathbf{E}_0 - \frac{m \mathbf{v}}{\tau_p}, \quad (3.1)$$

из которого для стационарного случая ($\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = 0$) сразу получаем

$$\mathbf{v} = \frac{q}{m} \tau_p \mathbf{E}_0. \quad (3.2)$$

Ток частиц равен

$$\mathbf{j} = q n_0 \mathbf{v} \equiv \sigma_0 \mathbf{E}_0, \quad (3.3)$$

где

$$\sigma_0 = q \mu_p n_0 \quad (3.4)$$

— электропроводность, а

$$\mu_p = \frac{q}{m} \tau_p \quad (3.5)$$

— подвижность зарядов в постоянном поле \mathbf{E}_0 .

Если электрическое поле переменное,

$$\mathbf{E} \sim \exp(i \omega t),$$

то (3.1) для переменной составляющей скорости \mathbf{v}

принимает вид

$$(1 + i\omega\tau_p) \mathbf{v} = \mu_p \mathbf{E},$$

откуда

$$\mathbf{v} = \frac{q}{m} \tau \mathbf{E} = \mu \mathbf{E}, \quad (3.6)$$

где

$$\tau = \frac{\tau_p}{1 + i\omega\tau_p}. \quad (3.7)$$

Электропроводность равна

$$\sigma = q\mu n_0 = \frac{\sigma_0}{1 + i\omega\tau_p}, \quad (3.8)$$

а ее реальная часть (которую называют высокочастотной проводимостью) равна

$$\sigma' = \frac{\sigma_0}{1 + \omega^2\tau_p^2}. \quad (3.9)$$

При высоких частотах или малом трении можно положить

$$\omega\tau_p \gg 1. \quad (3.10)$$

Неравенство (3.10) соответствует так называемой бесстолкновительной плазме. Для такой плазмы из (3.6) с учетом (3.7) получим

$$\mathbf{v} = -i \frac{q}{\omega m} \mathbf{E}. \quad (3.11)$$

Множитель i означает, что скорость заряженной частицы \mathbf{v} сдвинута по фазе относительно амплитуды поля \mathbf{E} на $\pi/2$.

Этот результат следовало ожидать и из энергетических соображений: переменное поле в отсутствие трения в среднем не передает энергию частицам.

Обратим внимание на то, что траектория движения частицы оказывается сдвинутой по фазе относительно поля на π (рис. 1.4). Это существенное обстоятельство приводит к тому, что знак поляризации электрического вектора в плазме, обусловленной свободными заряженными частицами, оказывается противоположным знаку поляризации, обусловленной связанными зарядами (например, диполями атомной решетки). Последняя определяет диэлектрическую постоянную решетки. Таким образом, сво-

бодные заряды в бесстолкновительной немагнитной плазме дают отрицательный вклад в диэлектрическую постоянную.

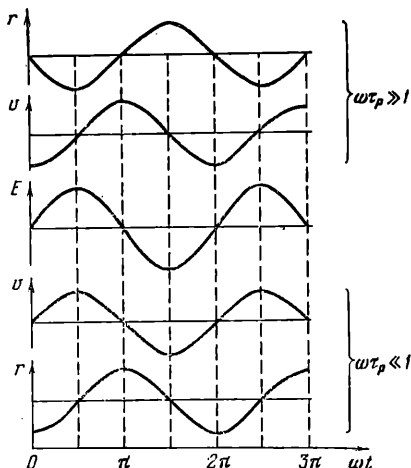


Рис. 1.1. Фазовые сдвиги относительно электрического поля E дрейфовой скорости v и смещения по координате r для положительной частицы.

Замагнитненная плазма ($B_0 \neq 0$). Во внешнем магнитном поле B_0 движение заряженных частиц усложняется. Рассмотрим важнейшие простейшие составляющие такого движения.

Движение заряда в вакууме в постоянном магнитном поле описывается уравнением

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0). \quad (3.12)$$

Единственная сила, которая действует на частицу, есть сила $\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{H}_0)$, направленная всегда перпендикулярно направлению скорости частицы. Это означает, что увеличения начальной скорости в постоянном магнитном поле не происходит, а изменяется лишь направление движения. Заряженная частица совершает движение по траектории, проекция которой на плоскость, перпендикулярную вектору магнитного поля B_0 , представляет собою окружность. Решая уравнение движения в этой плоскости, получим для частоты вращательных движений

частицы

$$\omega_0 = \left| \frac{qB_0}{m} \right|. \quad (3.13)$$

Частоту ω_0 называют циклотронной или ларморовой частотой. Радиус окружности вращательного движения частицы равен

$$r_0 = \frac{v_0}{\omega_0}, \quad (3.14)$$

где v_0 — проекция начальной скорости частицы на плоскость магнитного поля. Циклотронная частота — важнейший параметр плазмы.

Для заряда в плазме с безразмерной массой $m^* = m/m_0$, где m_0 — масса электрона в вакууме, а m — эффективная масса заряда в полупроводнике, имеем

$$|\omega_0| = 1,76 \cdot 10^7 \left| \frac{B_0}{m^*} \right| \text{сек}^{-1},$$

B_0 выражена в гауссах.

При $B_0 \approx 10^4 \text{ гс}$, $m^* \approx 0,1$,

$\omega_0 = 1,76 \cdot 10^{12} \text{ сек}^{-1}$. Ра-

диус циклотронной орбиты электрона с $m \approx 0,1$ при $v_0 \approx 10^7 \text{ см/сек}$ (это тепловая скорость электрона при 300° К) равен $r_0 = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ см}$.

Если начальная скорость v_0 имеет компоненту v_{0B} , направленную вдоль вектора B_0 , то, помимо кругового движения в плоскости, перпендикулярной вектору B_0 , частица будет совершать равномерное поступательное движение вдоль направления постоянного магнитного поля со скоростью v_{0B} . Траектория движения будет представлять собою винтовую линию.

Направление циклотронного вращения зависит от заряда частиц и направления магнитного поля. Если магнитное поле направлено от наблюдателя, то отрицательные заряженные частицы вращаются по часовой стрелке, а положительные — против, независимо от направления начальной скорости v_0 (рис. 1.2, а, б).

Теперь рассмотрим движение электрона (также в условиях вакуума $v_p = 0$) при одновременном воздействии на него постоянными электрическим E_0 и магнитным B_0

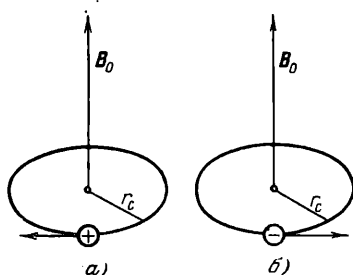


Рис. 1.2. Циклотронное вращение дырки (а) и электрона (б).

полями, причем положим еще $E_0 \perp B_0$. Траектория движения электрона в этом случае оказывается на первый взгляд весьма неожиданной: при включении магнитного поля электрон перестает двигаться с постоянным ускорением вдоль электрического поля. Действительно, уравнение движения для этого случая

$$\frac{d(mv)}{dt} = qE_0 + q(v \times B_0) \quad (3.15)$$

подстановкой $v = v' + u$, где

$$u = \frac{(E_0 \times B_0)}{B_0^2}, \quad (3.16)$$

преобразуется в уравнение

$$m \frac{dv'}{dt} = q(v' \times B_0), \quad (3.17)$$

так как $q(u \times B_0) = -qE_0$.

Уравнение (3.17) совпадает с уравнением (3.12). Его решение в отсутствие составляющей скорости вдоль

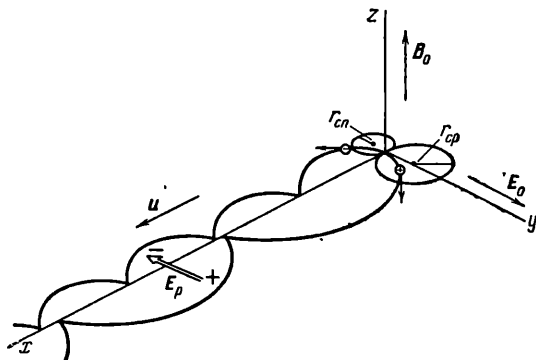


Рис. 1.3. Траектории движений заряженных частиц в скрещенных постоянных электрическом и магнитном полях при $u = v_0$; E_p — поле, обусловленное поляризацией свободных зарядов.

магнитного поля v_{0B} есть круговое движение с постоянной скоростью и с частотой ω_c в плоскости, перпендикулярной вектору B_0 . Таким образом, полное движение частицы в скрещенных электрическом и магнитном полях состоит из циклотронного вращения и поступательного движения с постоянной скоростью u (3.16) перпендикулярно элек-

трическому и магнитному полям. При этом существенно то, что направление и величина u не зависят от массы частицы и знака заряда. На рис. 1.3 показаны траектории движения заряженных частиц при $v_{0B}=0$. Если начальная скорость частицы имела составляющую v_{0B} вдоль магнитного поля B_0 , то будет иметь место еще и поступательное движение вдоль B_0 со скоростью v_{0B} .

Вследствие того, что положительные и отрицательные заряды в начале своего движения перемещаются в противоположные стороны, возникает поляризация зарядов, соответствующая положительной диэлектрической постоянной (рис. 1.3). Такая поляризация имеет место и в однокомпонентной плазме, когда заряды одного из знаков неподвижны. Как видим, если в бесстолкновительной плазме в отсутствие магнитного поля вклад свободных носителей зарядов в диэлектрическую постоянную был отрицательным, то при наличии магнитного поля он стал положительным.

Отметим еще, что в случае электромагнитной волны, когда переменное электрическое поле сопровождается перпендикулярным ему переменным магнитным полем, дрейф электронов будет происходить и в отсутствие внешнего магнитного поля B_0 . Этот дрейф обусловлен силой Лоренца, которая пропорциональна произведению $E \times H$ и в случае поперечной волны всегда имеет один знак и направлена вдоль волнового вектора волны k . Эта сила является причиной так называемого светового давления.

При учете столкновений уравнение движения в постоянных электрических и магнитных полях принимает вид

$$\frac{\partial (mv)}{\partial t} = qE_0 + q(v \times B_0) - \frac{mv}{\tau_p}. \quad (3.18)$$

Не нарушая общности, направим магнитное поле вдоль оси z , а электрическое — вдоль оси y (рис. 1.4). Тогда для стационарного случая $\left(\frac{\partial (mv)}{\partial t} = 0\right)$ получим

$$v_x = \frac{q}{m} \tau_p B_{0z} v_y \equiv \omega_c \tau_p v_y. \quad (3.19)$$

Как видим, учет столкновений привел к появлению наряду с поперечным также и продольного дрейфа. Направление дрейфа заряженной частицы составляет угол $(\pi/2 - \theta)$ по отношению к направлению электрического

поля. Величина этого угла согласно (3.19) определяется уравнением

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{v_y}{v_x} = (\omega_c \tau_p)^{-1}. \quad (3.20)$$

При

$$\omega_c \tau_p \gg 1 \quad (3.21)$$

угол $\theta=0$ и траектория движения частицы совпадает с траекторией в бесстолкновительном случае. Неравенство (3.21) определяет, таким образом, условие

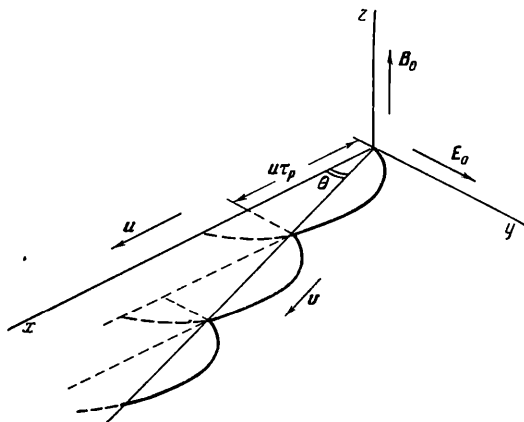


Рис. 1.4. Траектория движения положительно заряженной частицы в скрещенных полях при $u=v_0$, $\operatorname{tg} \theta = (\omega_c \tau_p)^{-1}$.

пренебрежения столкновениями с решеткой в замагниченной плазме. При его выполнении в уравнениях движения можно отбрасывать столкновительный член и в области низких частот, чего нельзя было делать в случае немагниченной плазмы (см. (3.10)).

На рис. 1.4 схематически показана причина возникновения параллельной электрическому полю компоненты дрейфа: обрыв циклотронной орбиты вследствие столкновения частицы с решеткой. После столкновения частица теряет свою направленную скорость v_0 и снова начинает свое движение в направлении постоянного поля E_0 . При увеличении магнитного поля B_0 радиус циклотронной орбиты уменьшается и частица отклоняется на меньший угол θ .

Если наряду с постоянным электрическим полем имеется гармоническое переменное поле $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 \exp(i\omega t)$, то, подставив в (3.18) вместо \mathbf{E}_0 полное поле $\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}$ и вместо \mathbf{v} полную скорость $\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1$, где \mathbf{v}_0 — постоянная, а \mathbf{v}_1 — переменная составляющая дрейфовой скорости, получим

$$\mathbf{v}_0 = \mu_p (\mathbf{E}_0 + \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}_0), \quad (3.22)$$

$$\mathbf{v}_1 = \mu (\mathbf{E}_0 + \mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0), \quad (3.23)$$

где μ_p определяется формулой (3.5), а μ — (3.6). При записи уравнений (3.22) и (3.23) отброшены переменные составляющие скорости, связанные с циклотронным вращением, а также слагаемые $q(\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B})$ и $q(\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B})$, где \mathbf{B} — собственное магнитное поле электромагнитной волны, учет которых приводит к нелинейной задаче.

Сравнение (3.22) с (3.23) показывает, что уравнения движения частицы в переменном поле \mathbf{E} имеют такой же вид, как и в постоянном, но фаза переменной скорости движения частицы зависит через μ от частоты колебаний.

Используя правила векторной алгебры из уравнений вида (3.22) или (3.23), получим общее выражение для дрейфовой скорости заряженной частицы при произвольной ориентации электрических и магнитных полей (см. приложение III)

$$\mathbf{v} = \mu \frac{\mathbf{E} + \mu \mathbf{E} \times \mathbf{B}_0 + \mu^2 (\mathbf{B}_0 \mathbf{E}) \mathbf{B}_0}{1 + (\mu \mathbf{B}_0)^2}. \quad (3.24)$$

Ток и электропроводность плазмы. В гидродинамическом приближении дрейфовый ток через холодную плазму равен

$$\mathbf{j} = q n_0 \mathbf{v}. \quad (3.25)$$

Подстановка (3.24) в (3.25) сразу дает выражение для тока в замагниченной плазме. Электропроводность плазмы, определяемая формулой (2.17), как видим, при наличии магнитного поля \mathbf{B}_0 , оказывается тензорной величиной. После соответствующих преобразований (см. приложение III), получим для компонент тензора электропроводности

$$\sigma_{ij} = q n_0 \mu \frac{\delta_{ij} - \mu B_0 \varepsilon_{i,j,l} \left(\frac{B_{0l}}{B_0} \right) + (\mu B_0)^2 \left(\frac{B_{0i} B_{0j}}{B_0^2} \right)}{1 + (\mu B_0)^2}, \quad (3.26)$$

где i, j, l — индексы координат (рис. 1.5), δ_{ij} — дельта-символ Кронекера (II.7), а $\epsilon_{i,j,l}$ — символ Леви—Чивита (II.10). Число компонент тензора проводимости сокращается, если положить направление магнитного поля

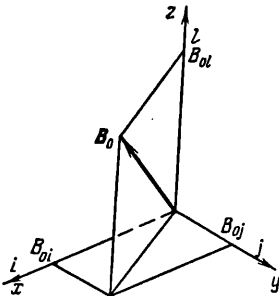


Рис. 1.5. Система координат, используемая при вычислении электропроводности в плазме, помещенной в магнитное поле B_0 .

совпадающим с одной из осей координат. Пусть вектор B_0 параллелен оси z . Тогда из (3.26) получаем

$$\hat{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{vmatrix}, \quad (3.27)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_{yy} = \sigma_{xx} &= \frac{qn_0\mu}{1 + (\mu B_{0z})^2}, \\ \sigma_{xy} = -\sigma_{yx} &= \frac{qn_0\mu}{1 + (\mu B_{0z})^2} \mu B_{0z}, \\ \sigma_{zz} &= qn_0\mu. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Среды, в которых тензор электропроводности имеет вид (3.27), причем $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$, называются гиротропными.

Как видим, скалярная в отсутствие магнитного поля электропроводность при включении магнитного поля стала тензорной величиной. Физической причиной, приводящей к такому изменению электропроводности, является дрейфовый ток, перпендикулярный вектору поля (рис. 1.4). Возникновение тока, не параллельного электрическому полю, соответствует появлению недиагональных компонент в тензоре электропроводности, а удлинение в магнитном поле траектории пути, проходимого зарядами, обуславливает уменьшение диагональных компонент с ростом B_0 .

§ 4. Кинетическое уравнение Больцмана

Найдем компоненты тензора электропроводности с учетом статистического распределения скоростей и энергий электронов в плазме.

В термодинамическом равновесии распределение электронов по энергиям не зависит от механизмов взаимодей-

ствия в системе и подчиняется, как известно, статистике Ферми—Дирака:

$$f_0(\mathcal{E}) = \left[\exp\left(\frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_F}{k_B T}\right) + 1 \right]^{-1}, \quad (4.1)$$

где \mathcal{E}_F — энергия уровня Ферми (или химический потенциал). Число электронов, имеющих энергию в интервале $(\mathcal{E}, \mathcal{E} + d\mathcal{E})$, равно

$$n(\mathcal{E}) d\mathcal{E} = g(\mathcal{E}) f_0(\mathcal{E}) d\mathcal{E}, \quad (4.2)$$

где $g(\mathcal{E})$ — плотность состояний с энергией \mathcal{E} . Для изотропной и постоянной массы (так будет везде полагаться в этом параграфе)

$$g(\mathcal{E}) = \frac{\sqrt{2}}{2\pi^2} \frac{m^{3/2}}{\hbar^3} \sqrt{\mathcal{E}}. \quad (4.3)$$

Положение уровня Ферми \mathcal{E}_F определяется из нормировки

$$n_0 = 2 \int_0^{\infty} g(\mathcal{E}) f_0(\mathcal{E}) d\mathcal{E}, \quad (4.4)$$

где n_0 — концентрация электронов в полупроводнике. Если выразить энергию электронов через импульсы ($\mathcal{E} = p^2/2m$), то для числа электронов с импульсом в интервале $(p, p + dp)$ получим

$$n(p) dp = \frac{2}{(2\pi)^3 \hbar^3} f_0(p) dp. \quad (4.5)$$

Множитель $\frac{2}{(2\pi)^3 \hbar^3} \equiv \frac{2}{h^3}$ есть плотность состояний в пространстве импульсов (только два электрона могут находиться в объеме h^3). Часто функцию распределения записывают для k -пространства ($p = \hbar k$). В этом случае вместо (4.5) имеем

$$n(k) dk = \frac{2}{(2\pi)^3} f_0(k) dk. \quad (4.6)$$

Плотность состояний в k -пространстве описывается множителем $2/(2\pi)^3$.

При приложении внешних электрических и магнитных полей термодинамическое равновесие нарушается и воз-

никающий электрический ток \mathbf{j} определяется неравновесной функцией распределения $f(\mathbf{p})$:

$$\mathbf{j} = \frac{2q}{(2\pi)^3 \hbar^3} \int_0^{\infty} \mathbf{v} f(\mathbf{p}) d\mathbf{p}. \quad (4.7)$$

Для вычисления тока необходимо найти $f(\mathbf{p})$.

Неравновесная функция f существенно зависит от механизмов взаимодействия в системе. Будем полагать, что такими механизмами являются различные виды столкновений электронов, а их концентрация остается неизменной, равной равновесной концентрации. Нарушение генерационно-рекомбинационного равновесия будет рассмотрено в главе VIII.

Для нахождения неравновесной функции распределения напомним уравнение баланса скоростей изменения числа электронов с координатой \mathbf{r} и импульсом \mathbf{p}

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\mathbf{F}} + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\mathbf{c}}, \quad (4.8)$$

где первый член справа соответствует изменению f вследствие действия внешних сил \mathbf{F} , обусловленных электрическими, магнитными и температурными полями, а второй член — вследствие столкновений. Уравнение (4.8) называют кинетическим уравнением Больцмана. Оно представляет собою шестимерное уравнение непрерывности в пространстве импульсов \mathbf{p} и координат \mathbf{r} . Слагаемое, связанное с действием сил в (4.8), имеет вид

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\mathbf{F}} = \mathbf{F} \nabla_{\mathbf{p}} f + \mathbf{v} \nabla_{\mathbf{r}} f, \quad (4.9)$$

где $\mathbf{F} \nabla_{\mathbf{p}} f$ характеризует изменение f вследствие ускорения электронов силой \mathbf{F} (поток в пространстве импульсов), а $\mathbf{v} \nabla_{\mathbf{r}} f$ соответствует изменению f за счет прихода (ухода) электронов с импульсом \mathbf{p} из соседних областей геометрического пространства.

Наличие в (4.9) слагаемого с пространственной производной означает нелокальность в пространстве координат по отношению к электрическому полю. Нарушение локальности ведет, в общем случае произвольной пространственно-неоднородной системы, к большому математическим

трудностям в теории явлений переноса. Рассмотрим условия локализации задачи.

Локальная аппроксимация означает, что координатная и временная зависимости кинетических коэффициентов (подвижность, коэффициент диффузии и т. д.) входят только через мгновенное и локальное значение той или иной макроскопической величины (поле, потенциал, концентрация). При наличии неравновесной во времени и пространстве неоднородности, вызванной действием, например, электрического поля, предположение локальности приближенно оправдывается, если такие величины, как концентрация частиц, напряженность поля и т. д., мало меняются за время свободного пробега по энергии τ_ε и на длине свободного пробега по энергии l_ε . Далее везде будем говорить лишь о локальности в пространстве координат.

Представление о локальности имеет смысл лишь по отношению к тому или иному аргументу. Например, функция распределения Больцмана с неравновесной температурой электронов T_n

$$f \sim \exp\left(-\frac{\varepsilon}{k_B T_n}\right) \quad (4.10)$$

локально зависит от электронной температуры, т. е. однозначно определена в точке r температурой $T_n(r)$ в этой точке. Но она может нелокально зависеть от напряженности поля E , если последнее резко меняется с координатой. Это иллюстрируется рис. 1.6, где полагается, что T_n зависит от напряженности поля E . В интервале (r_1, r_2) температура электронов (вследствие термодиффузии), а значит, и функция распределения не определяются значением поля в заданной точке, а зависят от значений

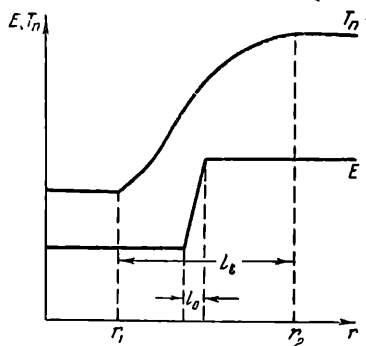


Рис. 1.6. Зависимость электрического поля и температуры электронов от координаты r . В области (r_1, r_2) вследствие диффузии электронов с большей температурой в сторону меньших температур зависимость $T_n(E)$ нелокальна; l_ε — длина нелокальности, l_0 — длина неоднородности поля.

$E(r)$ во всех остальных точках. В этом интервале функция (4.10) нелокальна по отношению к электрическому полю.

Нас интересует вычисление зависимости дрейфового тока j от напряженности электрического поля, т. е. зависимости неравновесной функции распределения от напряженности поля. Поэтому нам нужно определить условие локальности по отношению к полю E . Допустим l_0 — длина неоднородности — наименьшее расстояние, на котором заметно изменение напряженности поля. Длину l_E , на которой поле совершает работу порядка величины средней кинетической энергии электронов с температурой T_n

$$qEl_E \approx k_B T_n \quad (4.11)$$

можно называть длиной нелокальности [5]. На этой длине электрическое поле разогревает электроны от некоторой начальной энергии, соответствующей слабому полю, до энергии, соответствующей полю E . При выполнении неравенства

$$l_0 \gg l_E \quad (4.12)$$

или

$$\frac{qEl_E}{k_B T_n} \gg 1 \quad (4.13)$$

энергия электронов и функция распределения в точке r будет определяться значением электрического поля в этой точке, что означает локальность по отношению к электрическому полю. Для гармонического возмущения вида (2.1) длину неоднородности поля можно характеризовать длиной волны возмущения.

Локальность функции распределения относительно поля имеет место, если слагаемым с пространственной производной в полевом члене можно пренебречь. Физически это понятно: локальная аппроксимация означает, что изменение числа электронов в точке r с импульсом p за счет электрического поля в этой точке (первое слагаемое в (4.9)) значительно больше соответствующего изменения за счет сноса электронов с импульсом p из соседних областей в пространстве координат. Если возмущение функции распределения имеет вид плоской гармониче-

ской волны (2.1), то полевая локальная аппроксимация ($F\nabla_{\mathbf{p}}f \gg v\nabla_{\mathbf{r}}f$) имеет место, если

$$\omega \gg kv, \quad (4.14)$$

в чем нетрудно убедиться прямой подстановкой (2.1) вместо f в (4.9).

Итак, силовой член кинетического уравнения в случае локальной по отношению к электрическому полю аппроксимации имеет вид

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\mathbf{F}} = F\nabla_{\mathbf{p}}f. \quad (4.15)$$

В такой записи $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\mathbf{F}}$ называют еще полевым членом. Столкновительный член в (4.8) — интегральный,

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\mathbf{c}} = \int d\mathbf{p}' \{W(\mathbf{p}', \mathbf{p})f(\mathbf{p}') [1 - f(\mathbf{p})] - W(\mathbf{p}, \mathbf{p}')f(\mathbf{p}) [1 - f(\mathbf{p}')]\}. \quad (4.16)$$

Здесь $W(\mathbf{p}', \mathbf{p})$ — вероятность рассеяться электрону с импульсом \mathbf{p}' в состояние с импульсом \mathbf{p} , $f(\mathbf{p}')$ — вероятность электрону иметь импульс \mathbf{p}' и $[1 - f(\mathbf{p})]$ — вероятность того, что состояние с импульсом \mathbf{p} свободно. Смена индексов во втором из подынтегральных слагаемых означает обратные переходы. Величина W определяется механизмами рассеяния, которые будут рассмотрены в § 6. При квазиупругом рассеянии (когда $\mathcal{E} \approx \mathcal{E}'$) $W(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = W(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ и столкновительный член может быть записан так:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\mathbf{c}} = \int dk' \{W(\mathbf{k}, \mathbf{k}') [f(\mathbf{k}') - f(\mathbf{k})]\}. \quad (4.17)$$

Как видим, кинетическое уравнение является интегродифференциальным и его решение, в общем случае, является трудной задачей особенно в сильных полях, когда отклонение функции распределения от равновесной велико. Решение кинетического уравнения в сильных полях рассматривается в главе V. В случае слабых полей, в предположении малого возмущения функции распределения и упругого рассеяния, кинетическое уравнение удастся свести к дифференциальному виду. Запишем неравновесную функцию распределения в виде

$$f = f_0 + f_1, \quad (4.18)$$

где $f_1 \ll f_0$, а f_0 — равновесная функция распределения (4.1). При упругом и изотропном рассеянии направленный импульс, приобретенный электроном от поля, в среднем теряется при каждом акте рассеяния. Тогда столкновительный член можно записать через некоторое время релаксации по импульсу τ_p в виде [6]

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c = -\frac{f_1}{\tau_p}, \quad (4.19)$$

где

$$\frac{1}{\tau_p} = \int W(\mathbf{k}, \mathbf{k}') (1 - \cos \theta) d\mathbf{k}', \quad (4.20)$$

θ — угол между волновыми векторами \mathbf{k} и \mathbf{k}' . В этом приближении (которое еще называют приближением времени релаксации) кинетическое уравнение, локальное относительно поля, принимает вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \mathbf{F} \nabla_p f - \frac{f_1}{\tau_p}. \quad (4.21)$$

Положим, что неравновесная добавка к функции f_0 имеет вид [7]

$$f_1 = -\mathbf{v} \Psi \frac{\partial f_0}{\partial \mathcal{E}}, \quad f_1 \sim \exp(i\omega t), \quad (4.22)$$

где Ψ — параметр, который следует найти из векторного уравнения, получающегося после подстановки $f = f_0 + f_1$ в кинетическое уравнение. Поскольку $\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f_1}{\partial t} = i\omega f_1$, уравнение (4.21) принимает вид

$$\mathbf{F} \nabla_p f = f_1 / \tau, \quad (4.23)$$

где $\tau = \tau_p / (1 + i\omega \tau_p)$. Положим $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0)$ и подставим (4.22) в (4.23). Тогда, отбросив члены $\sim v^2$, получим [7]

$$\Psi + \mu \mathbf{B}_0 \times \Psi = q\tau \mathbf{E}, \quad (4.24)$$

где $\mu = q\tau/m$. Это уравнение имеет тот же вид, что и (3.22), и его решение соответственно вид (3.24):

$$\Psi = q\tau \frac{[\mathbf{E} + \mu \mathbf{E} \times \mathbf{B}_0 + \mu^2 \mathbf{B}_0 (\mathbf{B}_0 \mathbf{E})]}{1 + \mu^2 \mathbf{B}_0^2}. \quad (4.25)$$

Подставив (4.25) в (4.22) и (4.18), получим выражение для неравновесной функции распределения.

Для дрейфового тока в поле \mathbf{E} при наличии магнитного поля \mathbf{B}_0 получим [7]

$$\begin{aligned} \mathbf{j} &\equiv \frac{2q}{(2\pi)^3 \hbar^3} \int \mathbf{v} f d\mathbf{p} = \frac{2q}{(2\pi)^3 \hbar^3} \int \mathbf{v} f_1 d\mathbf{p} = \\ &= C_1 \mathbf{E} + C_2 (\mathbf{B}_0 \mathbf{E}) \mathbf{B}_0 + C_3 \mathbf{E} \times \mathbf{B}_0, \end{aligned} \quad (4.26)$$

где

$$\begin{aligned} C_1 &= \left\langle \frac{\tau}{1 + \mu^2 \mathbf{B}_0^2} \right\rangle, \\ C_2 &= \left\langle \frac{\mu^2 \tau}{1 + \mu^2 \mathbf{B}_0^2} \right\rangle, \\ C_3 &= \left\langle \frac{\mu \tau}{1 + \mu^2 \mathbf{B}_0^2} \right\rangle. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Дважды ломаные скобки в (4.27) означают операцию интегрирования

$$\langle A \rangle = - \frac{2q^2}{(2\pi)^3 \hbar^3} \int_0^\infty A \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \mathbf{v}^2 d\mathbf{p}. \quad (4.28)$$

Аналогично случаю (3.26) получим для компонент тензора электропроводности

$$\sigma_{ij} = C_1 \delta_{ij} + C_2 B_{0i} B_{0j} + C_3 \varepsilon_{ijk} B_{0k}. \quad (4.29)$$

В случае сильного вырождения

$$\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \approx -\delta(\varepsilon - \varepsilon_F), \quad (4.30)$$

где при $T \rightarrow 0$

$$\varepsilon_F = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left(\frac{3n_0}{\pi} \right)^{2/3}, \quad (4.31)$$

получаем

$$\langle A \rangle \approx A(\varepsilon_F) \frac{n_0 q^2}{m}. \quad (4.32)$$

Раскрыв коэффициенты C_1 , C_2 и C_3 в (4.29) с помощью (4.32), убедимся, что (4.29) совпадает с выражением (3.26), полученным в случае гидродинамического приближения. Величины τ и μ в случае вырождения согласно (4.32)

соответствуют времени релаксации и подвижности на поверхности Ферми.

В классическом случае выражение (4.1) принимает вид распределения Максвелла—Больцмана

$$f_0 \approx \exp\left(\frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_F}{k_B T}\right) \quad (4.33)$$

и

$$\frac{\partial f_0}{\partial \mathcal{E}} \approx -\frac{f_0}{k_B T}.$$

Нормировка дает

$$\mathcal{E}_F = k_B T \ln \left[\frac{4\pi^3 \hbar^3 n_0}{(2m^* \pi k_B T)^{3/2}} \right]. \quad (4.34)$$

В этом случае

$$\langle A \rangle = \frac{q^2 n_0}{m} \langle A \rangle,$$

где ломаные скобки означают больцмановское усреднение

$$\langle A \rangle = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \int_0^\infty A x^{3/2} e^{-x} dx, \quad (4.35)$$

где $x \equiv \mathcal{E}/k_B T$.

Выражение для компонент тензора электропроводности для классического случая имеет, следовательно, вид

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} = \frac{q^2 n_0}{m} \left[\left\langle \frac{\tau}{1 + (\mu B_0)^2} \right\rangle \delta_{ij} - \left\langle \frac{\mu B_0 \tau}{1 + (\mu B_0)^2} \right\rangle \varepsilon_{ijl} \left(\frac{B_{0l}}{B_0} \right) + \right. \\ \left. + \left\langle \frac{(\mu B_0)^2 \tau}{1 + (\mu B_0)^2} \right\rangle \left(\frac{B_{0i} B_{0j}}{B_0^2} \right) \right]. \quad (4.36) \end{aligned}$$

Существенно отметить, что (4.36) отличается от (3.26) лишь операцией усреднения времени релаксации τ .

Подстановка σ_{ij} в дисперсионное уравнение «материализует» последнее — дает зависимость дисперсии волн от параметров плазмы τ и m .

Последние в свою очередь определяются механизмами рассеяния и зонной структурой полупроводника, рассмотрение которых проводится в следующих параграфах § 5 и § 6.

§ 5. Эффективная масса и зонная структура

В кристаллической решетке, вследствие действия сильных полей, образуемых периодически расположенными атомами, движение электрона существенно отличается от его движения в вакууме. Задача о движении электрона в кристалле является квантовомеханической, и его нельзя рассматривать как классическую частицу. Однако, используя то обстоятельство, что классические уравнения движения остаются справедливыми для средних квантовомеханических значений величин, удается в определенном приближении свести квантовомеханическую задачу о движении электрона к классической.

Будем рассматривать приближение, согласно которому электрону в полупроводнике соответствует волновая функция в виде плоской гармонической волны (функция Блоха)

$$\Psi_k(\mathbf{r}) = U_k(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \quad (5.1)$$

где \mathbf{k} — волновой вектор, характеризующий квантовое состояние электрона, а функция $U_k(\mathbf{r})$ обладает трехмерной периодичностью кристаллической решетки,

$$U_k(\mathbf{r} + \mathbf{a}_n) = U_k(\mathbf{r}), \quad (5.2)$$

где \mathbf{a}_n — вектор прямой решетки.

Волновая функция (5.1) является решением уравнения Шредингера и удовлетворяет уравнениям самосопряженного поля Хартри—Фока для задачи об электроны, находящемся в поле периодического потенциала остовов атомов, заряд которых в среднем нейтрализован зарядом остальных электронов.

Средняя квантовомеханическая скорость электрона согласно общей формуле для средних значений в квантовой механике [8] имеет вид

$$\mathbf{v}_k = \frac{1}{m} \mathbf{p}_k = \frac{1}{m} \frac{\hbar}{i} \int \Psi_k^* \nabla \Psi_k d\tau, \quad (5.3)$$

где $d\tau$ — элемент объема, $\left(\frac{\hbar}{i}\right) \nabla \equiv \frac{\hbar}{i} \text{grad}_r$ — оператор импульса, Ψ_k^* — комплексно сопряженная волновая функция. Можно показать [6], что для волновых функций

вида (5.1) средняя скорость электронов, определенная из (5.3), совпадает с групповой скоростью волнового пакета, составленного из таких же волновых функций (5.1):

$$\mathbf{v}_k = \text{grad}_k \omega = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{\hbar} \frac{d\mathcal{E}(\mathbf{k})}{dk}. \quad (5.4)$$

Теперь рассмотрим электрон (состояние которого задается волновым вектором \mathbf{k}) уже как «классическую частицу», движущуюся со скоростью \mathbf{v}_k , определяемую (5.4). Закон сохранения энергии можно записать в виде

$$\frac{d\mathcal{E}(\mathbf{k})}{dt} = \mathbf{v}_k \mathbf{F}, \quad (5.5)$$

где \mathbf{F} — внешняя сила, малая и плавно меняющаяся по сравнению с силами атомных полей. Согласно (5.4)

$$\frac{d\mathcal{E}(\mathbf{k})}{dt} = \frac{d\mathcal{E}(\mathbf{k})}{dk} \frac{dk}{dt} = \mathbf{v}_k \frac{d(\hbar\mathbf{k})}{dt}. \quad (5.6)$$

Подставляя (5.6) в (5.5), получим

$$\frac{d(\hbar\mathbf{k})}{dt} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}, \quad (5.7)$$

т. е. квазиимпульс $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$ электрона, находящегося в периодическом поле решетки, в уравнении движения играет роль импульса свободного электрона.

Ускорение электрона в кристалле равно

$$\frac{d\mathbf{v}_k}{dt} = \frac{1}{\hbar} \frac{d}{dt} \left[\frac{d\mathcal{E}(\mathbf{k})}{dk} \right]. \quad (5.8)$$

Заменяя векторные обозначения индексами, подставив (5.5) и (5.4) в (5.8), получим для ускорения в направлении i

$$\frac{dv_i}{dt} = \sum_j \left(\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial p_j \partial p_i} \right) \frac{dp_j}{dt}, \quad (5.9)$$

где $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$.

Для свободного электрона в вакууме ускорение равно

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = m^{-1} \mathbf{F}. \quad (5.10)$$

Сравнивая (5.10) с (5.9) и (5.7), видим, что совокупность величин

$$\left(\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial p_i \partial p_j} \right) = m_{ij}^{-1} \quad (5.11)$$

в уравнении (5.9) играет ту же роль, что и обратная масса в классическом уравнении движения (5.10). Совокупность (5.11) называют тензором обратной эффективной массы. Величины m_{ij} , имеющие размерность массы, и их совокупность часто называют тензором эффективной массы, хотя, вообще говоря, величины, обратные компонентам тензора, не образуют тензор.

Таким образом, введение понятий квазиимпульса и эффективной массы позволяет описывать движение электрона в кристалле как движение классической частицы.

Величина эффективной массы (5.11) определяется зависимостью энергии электрона от квазиимпульса (волнового вектора), т. е. внутренней структурой соответствующей энергетической зоны. В твердых телах эта зависимость носит сложный характер.

Рассмотрим структуру зон полупроводников, относящихся к элементам четвертого столбца таблицы Менделеева (Ge, Si), а также бинарных соединений между элементами смежных столбцов типа $A^{III} B^V$ (GaAs, InSb, и т. д.) и $A^{II} B^I$ (CdTe, CdS и т. д.). К этим группам относятся практически все используемые в технике полупроводники. Все эти полупроводники имеют в среднем по четыре валентных электрона на атом и кристаллизуются преимущественно с тетраэдрическим размещением атомов в решетке. Решетку большинства этих соединений можно представить в виде двух вставленных друг в друга гранецентрированных кубических решеток (рис. 1.7). В случае элементарных полупроводников четвертого столбца обе подрешетки построены из идентичных атомов. Такая

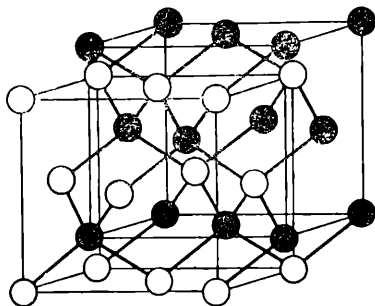


Рис. 1.7. Решетка типа цинковой обманки. Показаны элементарные кубы двух вставленных друг в друга гранецентрированных кубических решеток.

структура называется решеткой типа алмаза. Благодаря сходной кристаллической структуре, энергетический спектр электронов в этих материалах имеет много общих черт.

На рис. 1.8 приведена упрощенная схематическая модель зонной структуры соединений типа $A^{III}B^V$ и $A^{II}B^{VI}$, кристаллизующихся в кубическую решетку типа цинковой обманки. Зависимость $\mathcal{E}(k)$ проиллюстрирована для

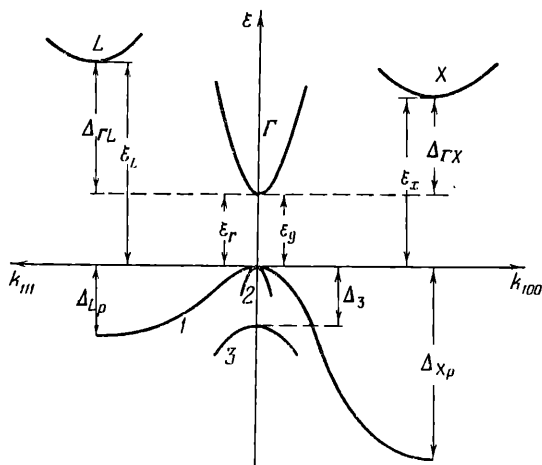


Рис. 1.8. Схематическое изображение зонной структуры соединений, кристаллизующихся в решетку типа цинковой обманки. Отсчет энергий ведется от вершины валентной зоны. ϵ_p — ширина запрещенной зоны, равная энергетическому зазору между максимумом валентной зоны и минимумом наиболее низкой долины (валентная зона на рисунке будет рассмотрена на стр. 55).

двух основных кристаллографических направлений $\langle 100 \rangle$ и $\langle 111 \rangle$. Эти направления выбраны потому, что наиболее глубокие минимумы $\mathcal{E}(k)$ в зоне проводимости этих соединений расположены по кристаллографическим направлениям $\langle 100 \rangle$ и $\langle 111 \rangle$ и в области точки (000) , где $k=0$. Они обозначены соответственно X, L и Γ . Положение этих минимумов на энергетической шкале зависит от состава соединения. Области $\mathcal{E}(k)$ в окрестностях минимумов называют долинами.

Энергетический зазор ϵ_p между Γ -минимумом зоны проводимости и максимумом валентной зоны будет тем больше, чем легче атомы, образующие соединение. Ка-

чественно это понятно. Более легкие атомы упаковываются в более плотную решетку, что приводит к расширению зоны запрещенных уровней \mathcal{E}_g (рис. 1.9).

Положение минимумов долин X и L на энергетической шкале изменяется в зависимости от состава соединений, но слабее, чем положение минимума долины Γ . Поэтому

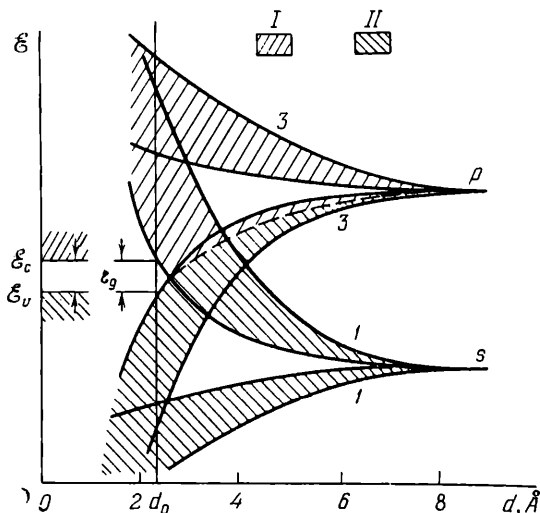


Рис. 1.9. Схематическое изображение расщепления энергетических уровней s и p для кремния и образования зонной структуры при их сближении. При действительном расстоянии между ближайшими соседними атомами $d_0=2,34$ Å зона заполненных энергетических уровней (II) отделится от зоны пустых энергетических уровней (I) запрещенной зоной $\mathcal{E}_g=1,09$ эВ (\mathcal{E}_v — валентная зона, \mathcal{E}_c — зона проводимости, цифрами 1 и 3 обозначено число состояний на атом).

может иметь место инверсия их относительного расположения на энергетической шкале. Например, в GaP самой нижней является долина X , а в GaAs — долина Γ .

В таблице 5.1 приведены параметры зоны проводимости некоторых соединений. К сожалению, в литературе данные о параметрах верхних долин очень разнообразны. Поэтому значения, приведенные в таблице для этих долин, следует рассматривать как приближенные.

Положение долин можно непрерывно изменять также варьированием состава тех полупроводниковых соединений, которые образуют непрерывный ряд твердых раство-

Т а б л и ц а 5.1

Параметры зон некоторых соединений $A^{III}B^V$ и $A^{II}B^VI$

Соединение	ϵ_g	ϵ_Γ	$\Delta_{\Gamma X}$	$\Delta_{\Gamma L}$	m_Γ/m_0 *)
GaAs	1,44	1,44	0,4	0,35	0,067
GaP	2,25	2,8	-0,55	-0,3	—
GaSb	0,72	0,72	0,3	0,08	0,047
InP	1,35	1,35	0,75	0,6	0,062
InAs	0,36	0,36	1,7	1,25	0,02
InSb	0,18	0,18	0,7	0,5	0,013
AlAs	2,16	2,9	-0,8		
CdTe	1,5	1,5	1,5	1,5 ÷ 2,0	0,11

*) $m_X \approx 0,4 m_0$, $m_L \approx 0,25 m_0$; обозначения $\Delta_{\Gamma X}$ и $\Delta_{\Gamma L}$ соответствуют рис. 1.8.

ров. На рис. 5.4 приведены зависимости положения долин зоны проводимости от состава для твердых растворов соединений $A^{III}B^V$.

Относительное расположение долин в полупроводнике можно варьировать давлением. Под действием внешнего давления расстояния между атомами решетки уменьшаются и зоны деформируются (рис. 1.10). Действие давления аналогично изменению состава при замене тяжелых атомов легкими. При гидростатическом (всестороннем) давлении деформация зон приблизительно одинакова для Ge, Si и соединений $A^{III}B^V$ со структурой типа цинковой обманки. Наибольшему смещению подвергается Γ -долина, а затем L -долина; X -долина почти не смещается, и знак изменения энергии этой долины от давления противоположен соответствующему изменению положений долин Γ и L . Сдвиг долин относительно валентной зоны при гидростатическом давлении характеризуется следующими величинами [9]:

$$\Gamma\text{-долина} - (\partial \epsilon_\Gamma / \partial p) = (8,5 \div 15) \cdot 10^{-6} \text{ эв/бар},$$

$$L\text{-долина} - (\partial \epsilon_L / \partial p) = (5 \div 6) \cdot 10^{-6} \text{ эв/бар},$$

$$X\text{-долина} - (\partial \epsilon_X / \partial p) = (1 \div 1,5) \cdot 10^{-6} \text{ эв/бар}.$$

Эффективные массы внутри самих долин являются тензорными величинами. В рассмотренных выше полупроводниковых соединениях в зоне проводимости только Γ -долине соответствуют сферические поверхности постоянной энергии в пространстве волновых векторов, а значит, в силу (5.11) скалярные эффективные массы. В X - и L -долинах поверхности постоянной энергии представляют собою эллипсоиды. Оси вращения эллипсоидов направлены вдоль направлений $\langle 100 \rangle$ для X -долин и вдоль направлений $\langle 111 \rangle$ для L -долин (рис. 1.11, а). В координатах, связанных с главными осями данного эллипсоида, зависимость энергии от волнового вектора имеет вид

$$\mathcal{E}(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{k_x^2 + k_y^2}{m_l} + \frac{k_z^2}{m_t} \right), \quad (5.12)$$

где k_z направлен вдоль оси вращения эллипсоида, m_l — продольная, а m_t — поперечная эффективные массы.

В таблице 5.2 приведены параметры масс в X - и L -долинах для кремния и германия. m_l и m_t — продольные и поперечные массы электронов (рис. 1.11, б). Параметры эффективных масс для X - и L -долин соединений $A^{III}B^V$, где они не являются абсолютными минимумами, точно не определены, и в расчетах обычно берут для этих долин значения, соответствующие кремнию и германию. В германии и кремнии L - и X -долины соответственно являются абсолютными минимумами зоны проводимости, и электропроводность этих материалов определяется движением электронов с резко анизотропной, как мы видим, массой. При движении электронов в Ge вдоль оси вращения эллипсоида их эффективная масса почти в 20 раз

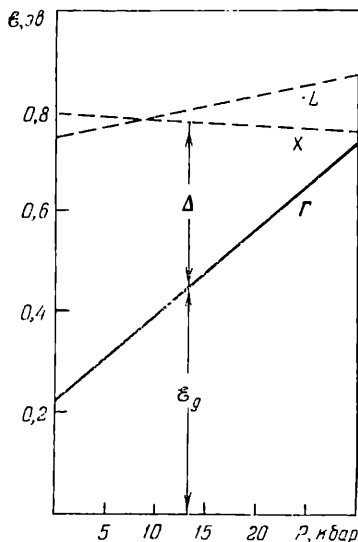


Рис. 1.10. Зависимость положения долин зоны проводимости InSb от давления [10]. Энергия в электронвольтах отсчитывается от максимума валентной зоны, $T = 77^\circ \text{K}$.

Таблица 5.2

Параметры зон в германии и кремнии

Параметры *)	Ge	Si
m_l/m_0	1,58	0,98
m_t/m_0	0,08	0,19
$\gamma = m_l/m_t$	19,3	5,15
m_1/m_0	0,33	0,49
m_2/m_0	0,042	0,16
m_3/m_0	0,077	0,245
Δ_3	0,28 эВ	0,035 эВ
A	$13,2 \pm 0,1$	$4,0 \pm 0,2$
B	$8,9 \pm 0,5$	$1,1 \pm 0,5$
C	$10,6 \pm 0,2$	$4,0 \pm 0,2$

*) m_l и m_t — продольные и поперечные массы электронов нижней долины в зоне проводимости (рис. 1.11, б), m_1 , m_2 и m_3 — массы дырок соответствующих долин в валентной зоне, а Δ_3 — энергия отщепления долины \mathcal{L} в валентной зоне (рис. 1.8). A , B , C — параметры формулы (5.18).

больше эффективной массы для движения в поперечном направлении. Подвижность электронов оказывается соответственно в 20 раз меньше для продольного

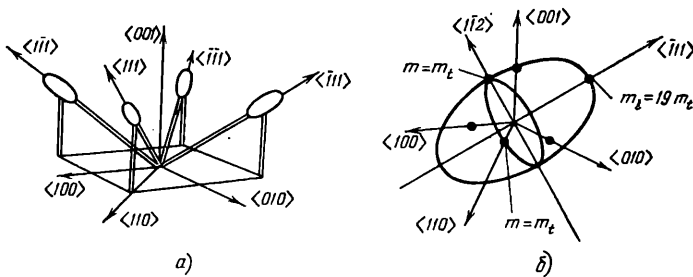


Рис. 1.11. Эллипсоиды поверхностей постоянной энергии электронов L -долины в германии (а). Анизотропия эффективной массы в эллипсоидальной долине (б).

направления, чем для поперечного. Это, однако, не означает анизотропии проводимости германия (кремния), так как при любой симметрии $\mathcal{E}(\mathbf{k}) = \mathcal{E}(-\mathbf{k})$ и для кубических

кристаллов суммарный вклад в проводимость всех L - или X -долин делает проводимость изотропной. В выражение суммарной изотропной подвижности входит усредненное по всем долинам значение эффективной массы

$$\frac{1}{m_c} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{m_l} + \frac{2}{m_l} \right), \quad (5.13)$$

которую называют эффективной массой проводимости.

При вычислении плотности состояний также нужно учесть анизотропию эффективной массы и в выражении (4.3) записать соответственно усредненную величину, называемую массой плотности состояний:

$$m_{g_i} = (N_i^2 m_l m_l^2)^{1/3}, \quad (5.14)$$

где множитель N_i соответствует числу i долин. В Ge $N_L=4$, а в Si $N_X=6$.

В выражениях для ω_c нужно записывать циклотронную массу. Поскольку электрон вращается в плоскости магнитного поля, усреднение следует проводить в плоскости для каждой долины в отдельности. Так, если магнитное поле направлено вдоль длинной оси одного из L -эллипсоидов, то циклотронная масса, соответствующая этому эллипсоиду, равна поперечной массе m_l . Для других трех L -эллипсоидов магнитное поле оказывается не совпадающим с главными осями и циклотронная масса будет «тяжелее». Значения циклотронной частоты и число резонансов будут меняться при изменении направления магнитного поля по отношению к кристаллографическим направлениям (подробнее об этом см. § 6, гл. II).

Эффективные массы электронов являются постоянными величинами, если зависимость энергии от квазимпульса параболическая

$$\mathcal{E} = \frac{p^2}{2m}. \quad (5.15)$$

Взаимодействие зоны проводимости с валентной зоной может нарушить параболичность и сделать эффективную массу зависящей от энергии электрона. Для X - и L -долин такое взаимодействие несущественно, так как прямые энергетические зазоры велики, $\sim 2\div 3$ эв. Что касается Γ -долин, то такое взаимодействие будет особенно велико в узкозонных полупроводниках. Кэйн [11] про-

вел расчет массы электронов проводимости в Γ -долине InSb. Для эффективной массы m_n на дне зоны проводимости ($k \approx 0$) расчет дает

$$\frac{1}{m_n} = \frac{1}{m_0} + \frac{4}{3} \frac{a^2}{\hbar^2 \mathcal{E}_g}, \quad (5.16)$$

где \mathcal{E}_g — ширина запрещенной зоны, a^2 — постоянная, учитывающая связь между зонами, m_0 — масса свободного электрона. В InSb $m_n \approx 0,013m_0$ и в (5.16) первое слабое справа можно отбросить. Расчетный закон дисперсии (при $m_0 \gg m_n$) имеет вид

$$\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_g}{2} \left[\left(1 + \frac{2\hbar^2 k^2}{m_n \mathcal{E}_g} \right)^{1/2} - 1 \right]. \quad (5.17)$$

Как видим, зависимость \mathcal{E} от k непараболическая и эффективная масса ($\sim \partial^2 \mathcal{E} / \partial k^2$) растет с ростом энергии электрона.

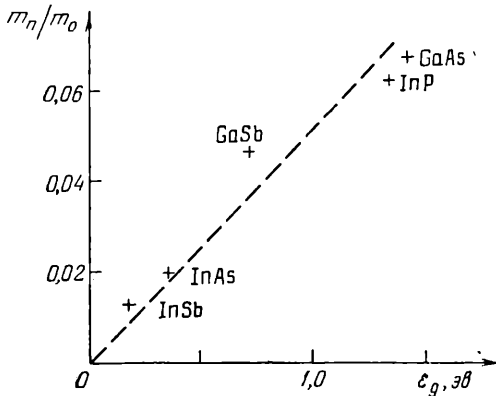


Рис. 1.12. Зависимость эффективной массы от ширины запрещенной зоны

Сравнение с экспериментальными исследованиями дисперсии электронов в соединениях $A^{III}B^V$ и $A^{II}B^{VI}$ показывает, что закон (5.17), вычисленный для InSb, хорошо описывает зоны проводимости этих соединений (кроме InAs). Условие $m_n \ll m_0$ выполняется для всех полупроводников и из (5.16) вытекает $m_n \sim \mathcal{E}_g$ (рис. 1.12).

В валентной зоне зависимость $\mathcal{E}(k)$ имеет один максимум при $k=0$ и он двукратно вырожден (если учесть, что

в каждом состоянии могут быть два электрона с противоположными спинами, то вырождение — четырехкратное) (рис. 1.8). Максимум $\mathcal{E}(\mathbf{k})$ в валентной зоне означает минимум энергии дырки. Вырождение в точке $\mathbf{k}=0$ (слияние двух долин в этой точке) означает, что на вершине валентной зоны при одной и той же энергии существует два вида дырок: легкие (которым соответствует острый минимум) и тяжелые (тупой минимум). Кроме этих двух долин, обозначенных на рис. 1.8 индексами 1 и 2, имеется еще отдельная долина 3 (тоже при $\mathbf{k}=0$), возникшая в результате спин-орбитального взаимодействия. Структура валентной зоны материалов с решеткой типа цинковой обманки в общих чертах одинакова и мало изменяется от состава соединения, по порядку величины, $\Delta_{Lp} \approx 1$ эв и $\Delta_{Xp} \approx 2-3$ эв. Эффективная масса дырок в долине 3 меньше массы дырок в долине 1.

Поверхности постоянной энергии в дырочной зоне имеют сложный характер. Так, в германии поверхности постоянной энергии в \mathbf{k} -пространстве напоминают собою сферы, вдавленные в направлениях $\langle 111 \rangle$ для легких дырок и в направлениях $\langle 100 \rangle$ и $\langle 110 \rangle$ для тяжелых дырок (рис. 1.13). Вдавливание в сфере означает, что вторая перекрестная производная энергии по квазиимпульсу (5.11) отрицательна, т. е. компоненты эффективной массы дырки отрицательны. Это значит, что дырки, импульсы которых лежат в телесных углах, соответствующих отрицательным массам, будут перемещаться против действия силы, направленной перпендикулярно их волновому вектору. Дисперсия дырок в Ge и Si может быть приблизительно описана следующим выражением:

$$\mathcal{E}_{1,2}(\mathbf{k}) = -\frac{\hbar^2}{2m_0} [Ak^2 \pm \sqrt{B^2k^4 + C^2(k_x^2k_y^2 + k_x^2k_z^2 + k_y^2k_z^2)}]. \quad (5.18)$$

Значения параметров дырочной зоны приведены в таблице 5.2.

При воздействии на кристалл направленным давлением долины валентной зоны расщепляются. Если в германии давление производится вдоль оси $\langle 111 \rangle$ или $\langle 110 \rangle$, то образуются две расщепленные долины, поверхности постоянной энергии в которых представляют собою

эллипсоиды с осью вращения, направленной вдоль направления давления. Верхний по шкале энергий электрона эллипсоид — сплюснутый вдоль оси вращения, а нижний — вытянутый. При давлении вдоль оси $\langle 110 \rangle$ форма

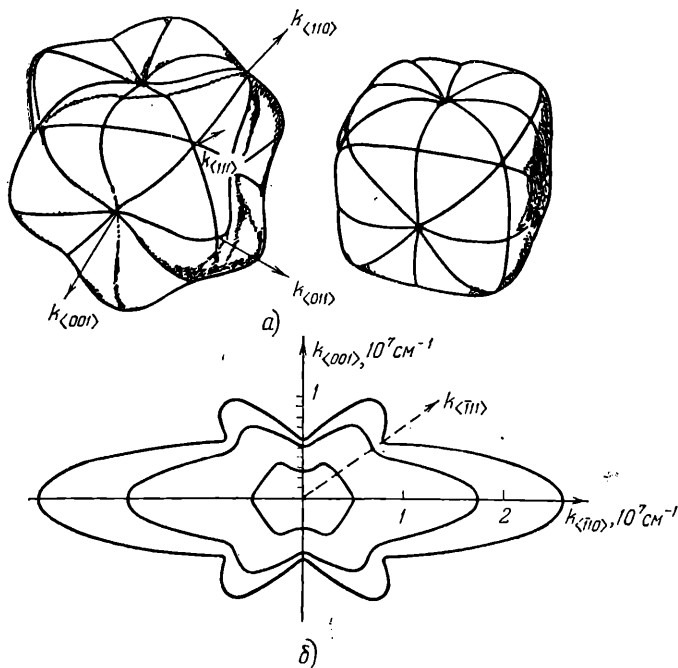


Рис. 1.13. Поверхности постоянной энергии дырок в Ge и Si: поверхность постоянной энергии тяжелых дырок в Ge и Si справа — для низких энергий, слева — для высоких энергий (а); сечения поверхностей постоянной энергии в плоскости (110) [14] (б).

поверхности постоянной энергии более сложна. В таблице 5.3 приведены рассчитанные в [12] значения эффективных масс дырок в германии для различных направлений тока и деформации кристалла. Индексом 1 обозначена эффективная масса дырок в нижней долине (верхней долине по шкале энергии электронов), а индексом 2 — в верхней. Из таблицы видно, что для тока, направленного вдоль деформации, эффективная масса дырок в нижней долине значительно меньше эффективной массы дырок в верхней долине.

Т а б л и ц а 5.3

Эффективные массы дырок в германии,
подвергнутом направленной деформации [12]

Направ- ление деформа- ции P	Направление тока J	$\frac{m_1^*}{m_0}$	$\frac{m_2^*}{m_0}$	Расщепление доли при давлении 10^4 кг/см ²
$\langle 111 \rangle$	$\left\{ \begin{array}{l} j \parallel P \\ j \perp P \end{array} \right.$	0,04	0,42	$4,0 \cdot 10^{-2} \text{ эв}$
		0,13	0,05	
$\langle 100 \rangle$	$\left\{ \begin{array}{l} j \parallel P \\ j \perp P \end{array} \right.$	0,04	0,24	$3,6 \cdot 10^{-2} \text{ эв}$
		0,12	0,06	

Таким образом, в отличие от вакуума, в полупроводниках движение электрона под действием внешних сил описывается эффективной массой, которая как правило, меньше массы свободного электрона. Величины эффективных масс могут изменяться в широких пределах регулированием состава материала, давлением и изменением энергии и направления движения электронов внешними силами. Это позволяет варьировать свойства плазмы в широких пределах и получать плазму с необходимыми для решения той или иной задачи свойствами.

§ 6. Механизмы рассеяния и времена релаксации

В строго периодическом поле атомов кристалла электрон движется без столкновений, и сопротивление электрическому току идеального кристалла равно нулю. Конечность проводимости кристалла связана с наличием возмущений периодичности решеточного потенциала, на которых рассеивается электрон. Такими нарушениями являются: дефекты и примеси в кристалле, тепловые колебания решетки, другие электроны.

В квантовой механике рассмотрение процесса рассеяния состоит в нахождении амплитуды рассеянных на возмущении волн (описывающих частицы после рассеяния) через амплитуду входящих волн (описывающих частицы до рассеяния). Отношение этих амплитуд определяется так называемой матрицей рассеяния [8].

Элемент матрицы рассеяния, соответствующий переходу из состояния с энергией $\mathcal{E}(\mathbf{k})$ в состояние с энергией $\mathcal{E}(\mathbf{k}')$, есть

$$M_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} = \int \Psi_{\mathbf{k}}^* \mathcal{H}' \Psi_{\mathbf{k}'} dx, \quad (6.1)$$

где \mathcal{H}' — оператор возмущения энергии. Оператор полной энергии (гамильтониан) равен

$$\mathcal{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U(x), \quad (6.2)$$

$U(x)$ — потенциальная энергия, $\Psi_{\mathbf{k}}$ и $\Psi_{\mathbf{k}'}$ — волновые функции начального и конечного состояний. Оператор (6.2) определяет квантовомеханическое среднее значение энергии

$$\mathcal{E} = \int \Psi_{\mathbf{k}}^* \mathcal{H} \Psi_{\mathbf{k}} dx.$$

Рассмотрим приближение, по которому нарушение периодичности потенциала кристалла является малым возмущением.

Согласно теории квантовых переходов для случая полупроводников, когда система квантовых уровней представляет собою квазинепрерывный спектр, вероятность в единицу времени перехода электрона из состояния, характеризуемого волновым вектором \mathbf{k} , в состояние, характеризуемое интервалом $(\mathbf{k}', \mathbf{k}' + d\mathbf{k}')$, есть

$$W(\mathbf{k}, \mathbf{k}') d\mathbf{k}' = \frac{2\pi}{\hbar} \mathcal{B} \delta[\mathcal{E}(\mathbf{k}) - \mathcal{E}(\mathbf{k}') - \Delta\mathcal{E}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')] d\mathbf{k}'. \quad (6.3)$$

Здесь δ -функция соответствует закону сохранения энергии, $\Delta\mathcal{E}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ — энергия, переданная рассеивающему центру при переходе из состояния \mathbf{k} в \mathbf{k}' , а \mathcal{B} — квадрат матричного элемента (6.1):

$$\mathcal{B} = |M_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}|^2. \quad (6.4)$$

Подстановка (6.3) в (4.16) и (4.20) определяет соответственно столкновительный член кинетического уравнения и время релаксации через квадрат матричного элемента \mathcal{B} . Выпишем значения \mathcal{B} , а также времени релаксации τ_p (4.20).

Для вычисления \mathcal{B} нужно определить вид потенциала возмущения. Последний задается с определенным приближением, зависящим от выбранной модели. Ниже мы будем использовать простейшие модели, которые наиболее наглядно раскрывают основные особенности данного вида рассеяния, однако, понятно, получаемые при этом выражения для потенциалов и квадратов матричных элементов следует считать весьма приближенными. Подробнее о выписанных формулах и границах их применимости можно найти в книге [13].

Рассеяние на дефектах и примесях. Если центр рассеяния представляет собою точечный дефект решетки, характеризующийся короткодействующим δ -образным потенциалом с амплитудой U_0

$$U(\mathbf{r}) = U_0 \delta(\mathbf{r}), \quad (6.5)$$

то $M_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} = U_0$ и

$$\mathcal{B} = U_0^2. \quad (6.6)$$

Потенциал заряженной примеси в кристалле можно записать в виде

$$\varphi(r) = \pm \frac{q}{4\pi\chi_1\epsilon_0 r} e^{-r/l_D}, \quad (6.7)$$

где l_D — радиус, характеризующий экранирование кулоновского потенциала точечного заряда в среде ($\varphi = \pm \frac{q}{4\pi\chi_1\epsilon_0 r}$) электронами проводимости. Тогда из (6.1) получим для рассеяния на заряженных примесях

$$\mathcal{B} = \frac{N_i \left(\frac{q^2}{\chi_1 \epsilon_0} \right)^2}{[(\mathbf{k}' - \mathbf{k})^2 + l_D^{-2}]^2}. \quad (6.8)$$

Время релаксации в этом случае

$$\tau_p = \frac{8\pi h \chi_1^2 \epsilon_0^2}{q^4 N_i F} \mathbf{k}^2 \left(\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \mathbf{k}} \right), \quad (6.9)$$

где N_i — концентрация ионизованных примесей, q — заряд,

$$F = \ln(1 + \xi) - \frac{\xi}{1 + \xi}, \quad \xi = 4k^2 l_D^2. \quad (6.10)$$

Если примесь нейтральная, то рассеяние электрона с массой m приближенно можно представить

в виде рассеяния на атоме водорода в среде с диэлектрической постоянной χ_1 . Квадрат матричного элемента в этом случае

$$\mathcal{B} = N_0 \frac{4\pi^2 \hbar^4 a_0}{m^2 \mathbf{k}} C, \quad (6.11)$$

где N_0 — концентрация атомов примеси, a_0 — эффективный борковский радиус первой водородоподобной орбиты. При $\mathcal{E} > 0,1\mathcal{E}_i$, где \mathcal{E}_i — энергия ионизации примеси, $C=20$ для доноров. При $\mathcal{E} > 0,2\mathcal{E}_i$, $C \approx 0$ для акцепторов. Заметим, что столкновения электронов с примесями характеризуются большой упругостью, так как масса электрона намного меньше массы центра рассеяния. Передачи энергии от электрона решетке при таких соударениях не происходит, однако импульс меняется значительно.

Колебания решетки. Рассеяние электрона на тепловых колебаниях решетки рассматривается как его столкновение с фононами-квантами колебаний решетки, энергия которых равна $\hbar \omega_{\mathbf{q}}$, а квазиимпульс — $\hbar \mathbf{q}$, где \mathbf{q} — волновой вектор фонона. Вид потенциала рассеяния зависит от характера сил связи в кристаллической решетке и от типа колебаний.

Колебания решетки разделяются на два сорта с существенно различными законами дисперсии: акустические и оптические.

Акустические колебания представляют собою колебания элементарных ячеек кристаллической решетки (их центров масс) друг относительно друга. Акустические колебания с большими длинами волн соответствуют обычным звуковым волнам: их частота стремится к нулю при $\mathbf{q} \rightarrow 0$, а скорость распространения не зависит от частоты и равна скорости звука v_s . Имеются три ветви акустических колебаний: одна продольная и две поперечные.

Оптические колебания — это колебания разных атомов элементарных ячеек друг относительно друга вокруг их центров масс. Их частота лежит в инфракрасном (оптическом) диапазоне и слабо зависит от длины волны. Оптические колебания образуют $3(s-1)$ ветвей колебаний, $(s-1)$ продольных и $2(s-1)$ поперечных, где s — число атомов в элементарной ячейке. В интересующих нас кристаллах (соединения $A^{III}B^V$, $A^{IV}B^{VI}$, Ge, Si) на одну эле-

ментарную ячейку приходится два атома, и кристаллическую решетку можно представить себе состоящей из двух подрешеток, каждая из которых образована из атомов одного сорта (см. рис. 1.7). Колебания атомов разных подрешеток друг относительно друга и есть оптические колебания в этих кристаллах, а акустические колебания —

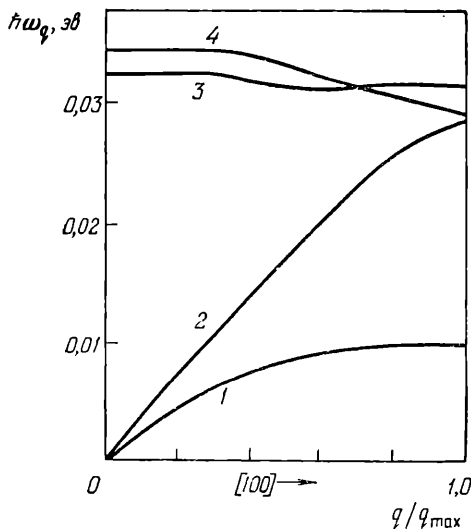


Рис. 1.14. Спектр колебаний решетки в GaAs. Цифрами обозначены ветви колебаний: 1 — поперечные акустические; 2 — продольные акустические; 3 — поперечные оптические; 4 — продольные оптические.

это колебания центров масс пар ближайших атомов разного сорта относительно центров масс других пар. Заметим, что при $\lambda \rightarrow \infty$ оптические колебания представляют собою колебания в целом всей подрешетки атомов одного сорта относительно подрешетки атомов другого сорта.

На рис. 1.14 приведен спектр колебаний решетки GaAs. Как видно, закон дисперсии акустических колебаний в области длинных волн можно аппроксимировать прямой $\hbar\omega_{ак} = \hbar qv_s$, где v_s — скорость звука, а оптических — прямой $\hbar\omega_0 \approx \text{const}$. Как оптические, так и акустические колебания имеют продольные и поперечные составляющие, с несколько отличным законом дисперсии.

В линейном приближении в изотропном кристалле, когда амплитуда колебаний мала по сравнению с межатомным расстоянием, поперечные колебания не вызывают модуляции плотности кристалла. Последняя обусловлена продольными колебаниями и приводит к возникновению в кристалле потенциалов, рассеивающих электроны. Характер рассеяния существенно зависит от вида этого потенциала.

Акустические колебания создают в кристаллах два вида рассеивающих потенциалов: деформационный и пьезоэлектрический. Деформационный потенциал возникает

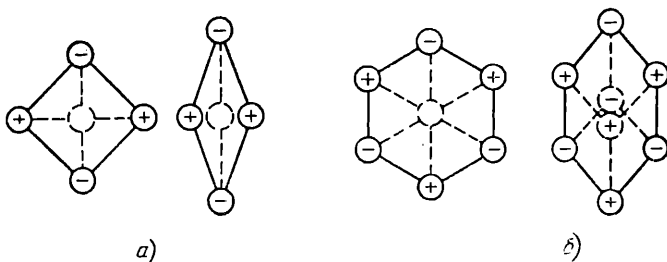


Рис. 1.15. Возникновение пьезоэлектрического потенциала: кристалл типа NaCl — отсутствует дипольный момент (а); кристалл типа GaAs — при деформации дипольный момент образуется (б).

вследствие зависимости энергии дна зоны проводимости от давления. В результате дно зоны проводимости оказывается промодулированным с периодом, равным длине волны соответствующего фонона. Пьезоэлектрический потенциал может образоваться в полярных кристаллах, в которых элементарная ячейка состоит из разнозаряженных ионов, если симметрия кристалла такова, что при его сжатии возникает (или изменяется) дипольный момент. Это иллюстрируется рис. 1.15. Колебания элементарных ячеек (пар, состоящих из положительного и отрицательного ионов) друг относительно друга не приводят к образованию дипольного момента в кристалле типа NaCl. В кристалле типа GaAs акустические колебания смещают центр симметрии для положительных ионов относительно такого центра для отрицательных ионов. Типичными кристаллами, в которых возникает пьезоэлектрический потенциал, являются GaAs, CdS, CdSe.

Оптические колебания также приводят к возникновению деформационного оптического потенциала, пропорционального относительным смещениям атомов под решеток, а в полярных кристаллах сдвиг разнозаряженных ионов элементарной ячейки друг относительно друга приводит вследствие разности масс ионов к возникновению так называемого полярного потенциала.

Итак, имеем четыре вида рассеивающих потенциалов, которые для краткости обозначим начальными буквами: деформационный акустический (ДА), деформационный оптический (ДО), пьезоэлектрический акустический (ПА) и полярный оптический (ПО).

В рамках модели простейшей однодолинной зоны вклад акустических и оптических фононов в релаксацию энергии существенно различен. При обычных условиях (когда $T > 20^\circ \text{K}$ и $m < 0,3m_0$) столкновения с акустическими фононами можно считать упругими. Действительно, электроны взаимодействуют только с длинноволновыми фононами, импульсы которых $\hbar\mathbf{q}$ по порядку величины равны среднеквадратичному импульсу электронов mv_T , где $v_T = \sqrt{k_B T_n / m}$ — тепловая (хаотическая) скорость электронов, а T_n — температура электронов. Энергия соответствующих акустических фононов мала, $\hbar\omega_q = \hbar\mathbf{q}v_s \approx \approx mv_T v_s$. Отношение средней энергии фонона (поглощаемого или эмиттируемого при столкновении) к средней энергии электрона составляет таким образом величину $\sim v_s / v_T$, которая много меньше единицы (при комнатной температуре $v_T \approx 10^7 \div 10^8 \text{ см/сек}$, а $v_s \approx 10^5 \text{ см/сек}$).

Оптические фононы, в том числе длинноволновые, имеют относительно большую энергию. Так, выраженная в температурных единицах, она составляет в GaAs 418°K , в Ge 430°K , в Si 730°K , в InSb 280°K . Поэтому при столкновениях электронов с оптическими фононами происходит передача значительной части энергии, а пока электроны не нагреты до температур, намного превышающих температуру оптических фононов, такие столкновения нельзя считать упругими.

При столкновении с фононами электрон может как получать, так и отдавать энергию фононам. Согласно квантовой теории на каждые N_q актов абсорбции приходится $N_q + 1$ актов эмиссии, где N_q — число фононов с импуль-

сом $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$. В среднем электрон теряет энергию, равную одному фонону $\hbar\omega_{\mathbf{q}}$ после $2N_{\mathbf{q}} + 1$ соударений. Вероятность перехода электрона из состояния \mathbf{k} в состояние \mathbf{k}' из-за рассеяния на фононах можно записать в виде

$$W(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \mathcal{B}_+ \delta[\mathcal{E}(\mathbf{k}') - \mathcal{E}(\mathbf{k}) - \hbar\omega_{\mathbf{q}}] + \\ + \mathcal{B}_- \delta[\mathcal{E}(\mathbf{k}') - \mathcal{E}(\mathbf{k}) + \hbar\omega_{\mathbf{q}}], \quad (6.12)$$

где $\mathcal{B}_+ = W(\mathbf{q}) N_{\mathbf{q}}$ соответствует абсорбции, а $\mathcal{B}_- = W(\mathbf{q})(N_{\mathbf{q}} + 1)$ — эмиссии фонона.

Распределение фононов по энергиям подчиняется статистике Бозе

$$N_{\mathbf{q}}(\omega_{\mathbf{q}}) = \left[\exp \frac{\hbar\omega_{\mathbf{q}}}{k_B T_0} - 1 \right]^{-1}. \quad (6.13)$$

В рассмотренном выше случае акустического рассеяния при $T_n \approx T_0$ энергия фононов, участвующих в рассеянии, $\hbar\omega_{\mathbf{q}_n} \ll k_B T_0$ и число таких фононов равно

$$N_{\mathbf{q}_n} \approx k_B T_0 / \hbar\omega_{\mathbf{q}_n}. \quad (6.14)$$

Эта формула описывает, как принято называть, равномерно распределенные фононы. При разогреве электронов $T_n \gg T_0$ и $\hbar\omega_{\mathbf{q}_n} > k_B T_0$. Вместо (6.13) получаем

$$N_{\mathbf{q}_n} \approx 0 \quad (6.15)$$

— рассеяние электронов приняло характер спонтанной эмиссии фононов, так как почти нет фононов, с которыми электрон может взаимодействовать.

Квадраты матричных элементов для рассеяний на колебаниях решетки. Выпишем выражения для матричных элементов, определив рассеивающие потенциалы через некоторые константы, которые могут быть определены из опыта. При рассеянии на *деформационном акустическом* (ДА) потенциале возмущающий потенциал можно представить в виде

$$\delta U = E_1 \Delta, \quad (6.16)$$

где $\Delta = \Delta \mathcal{V} / \mathcal{V}$ — относительное изменение объема, а E_1 — константа потенциала деформации. Тогда из (6.1) получаем

для ДА-рассеяния

$$\mathcal{B}_{\pm} = \frac{\hbar}{2\rho} \frac{E_{\mathbf{q}}^2}{v_s} \mathbf{q} N_{\pm}, \quad (6.17)$$

где ρ — удельная плотность кристалла,

$$N_{\pm} = \begin{cases} N_{\mathbf{q}} & \text{для абсорбции ф-нона,} \\ N_{\mathbf{q}} + 1 & \text{для эмиссии ф-нона.} \end{cases}$$

Если *деформационный оптический* (ДО) потенциал записать в виде

$$\delta U = \mathcal{D} \zeta, \quad (6.18)$$

где ζ — относительное смещение подрешеток при деформации, а \mathcal{D} — константа деформационного потенциала для оптического рассеяния, то квадрат матричного элемента для ДО-рассеяния будет равен

$$\mathcal{B}_{\pm} = \frac{\hbar}{2\rho} \frac{\mathcal{D}^2}{\omega_0} N_{\pm}. \quad (6.19)$$

Для *пьезоакустического* ПА-рассеяния рассеивающий потенциал в случае изотропного кристалла можно записать через некоторый пьезоэлектрический тензор β и тензор деформации $\hat{\epsilon}$:

$$\delta U = \frac{q}{4\pi\chi_1\epsilon_0} \frac{\beta \hat{\epsilon}}{\mathbf{q}}. \quad (6.20)$$

Квадрат матричного элемента для ПА-рассеяния

$$\mathcal{B}_{\pm} = \frac{\hbar q^2}{32\pi^2 \rho \chi_1^2 \epsilon_0^2} \frac{\langle\langle \beta^2 \rangle\rangle}{v_s \mathbf{q}} N_{\pm}, \quad (6.21)$$

где скобки $\langle\langle \rangle\rangle$ означают усреднение по углам.

Наконец, для *полярного оптического* ПО-рассеяния можно записать

$$\mathcal{B}_{\pm} = \frac{q^2}{2} \left(\frac{1}{\chi_{\infty\epsilon_0}} - \frac{1}{\chi_0\epsilon_0} \right) \frac{\hbar\omega_0}{q^2} N_{\pm}, \quad (6.22)$$

где $\chi_{\infty\epsilon_0}$ и $\chi_0\epsilon_0$ — диэлектрические проницаемости решетки при высоких и низких частотах соответственно.

Времена релаксации. Вычисление времени релаксации подстановкой значений \mathcal{B} в (6.3) и затем в (4.20) дает во всех случаях выражения вида

$$\tau_p = a_0 (T_0) k^{2\left(-s - \frac{1}{2}\right)} \left(\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial k}\right). \quad (6.23)$$

В случае постоянной и изотропной массы из (5.15) получаем

$$\tau_p \sim \mathcal{E}^{-s}. \quad (6.24)$$

Значения параметра s приведены в таблице 6.1. Качественно значения s могут быть поняты из оценки времени свободного пробега $\tau = l/v$, где l — длина свободного пробега, а v — скорость частицы.

Таблица 6.1

Параметры, характеризующие зависимость от энергии электрона времен релаксации импульса (6.24) и энергии (6.26)

	Фононы						Примеси		
	ДА _p *)	ДА _c	ПА _p	ПА _c	ДО	ПО	Заряж.	Нейтр.	Ди-поль.
s	+1/2	+1	-1/2	0	+1/2	-1/2	-3/2	0	-1/2
p	+1/2	+1/2	-1/2	-1/2	-1/2	-3/2	—	—	—

*) Индекс p соответствует равномерно распределенным фононам (6.14), а индекс c — спонтанной эмиссии (6.15).

Длина свободного пробега заряженной частицы при рассеянии на кулоновском центре, как это показал еще Резерфорд, пропорциональна четвертой степени скорости. Поэтому время релаксации для такого процесса $\tau \approx l/v \sim v^3 \sim \mathcal{E}^{3/2}$.

Несколько более слабая зависимость τ_p от энергии получается, если рассеивающая примесь представляет собою диполь. В этом случае $\tau_p \sim \mathcal{E}^{1/2}$. Рассеяние на кулоновском потенциале является мягким в том смысле, что быстрые электроны отклоняются на малые углы и для заметного изменения направления их движения требуются многие соударения.

Рассеяние на деформационных потенциалах является жестким в том смысле, что длина свободного пробега между столкновениями не зависит от энергии. Поэтому время релаксации импульса как для ДА-, так и для ДО-рассеяний оказывается просто обратно пропорциональным скорости электрона, $\tau_p = l/v \sim \mathcal{E}^{-1/2}$. Рассеяние на пьезо- и полярном потенциалах качественно аналогично рассеянию на диполях.

При столкновении с газом фононов электрон теряет не только импульс, но и энергию. Для времени релаксации энергии, определяемой как

$$\left(\frac{d\mathcal{E}}{dt}\right)_{\mathcal{E}} \approx \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_0}{\tau_{\mathcal{E}}}, \quad (6.25)$$

можно записать

$$\tau_{\mathcal{E}} \sim \mathcal{E}^{-p}. \quad (6.26)$$

Параметр p для различных механизмов рассеяния приведен в таблице 6.1.

В многодолинном полупроводнике электроны могут рассеиваться из одной долины в другую. X-, L- и Г-долины разнесены в k -пространстве, и для перехода электрона из одной долины в другую требуется, как правило, большое изменение k (см. рис. 1.8). Это значит, что в междолинных переходах участвуют фононы с большими q . Это могут быть как оптические, так и акустические фононы. Поскольку долины расположены одна относительно другой под большими углами, то ПА- и ПО-фононы, рассеивающие на малые углы, не играют заметной роли и междолинное рассеяние определяется рассеянием на деформационном потенциале. Энергии фононов, участвующих в междолинном рассеянии, задаются расположением долин в k -пространстве и законами сохранения. Эти фононы называют междолинными. Энергия не только оптических, но и акустических междолинных фононов относительно велика и почти не зависит от энергии электронов. Поэтому междолинное рассеяние очень схоже с ДО-внутридолинным. Разница состоит лишь в том, что деформационный потенциал для междолинного рассеяния характеризуется другой константой и при подсчете вероятностей переходов нужно учитывать плотности состояний в разных долинах. Энергетические зависимости времен

релаксации для междолинного рассеяния приближенно такие же, как и для ДО.

В заключение рассмотрим столкновение электронов друг с другом. При межэлектронных столкновениях, которые в силу равенства масс сталкивающихся частиц являются крайне неупругими, происходит перераспределение энергии между электронами, способствующее максвеллизации электронного газа, т. е. установлению максвелловского распределения с электронной температурой T_n . При таких столкновениях не происходит передачи энергии решетке, однако косвенно, через изменение формы функции распределения, этот вид столкновений проявляется во всех других видах рассеяния.

Особенность междуэлектронных соударений состоит в том, что партнерами электрона в столкновении может быть другой электрон с любым значением энергии и импульса. В результате столкновений партнеры обмениваются местами в пространстве энергии и импульсов. Если, например, электрон с импульсом k при рассеянии на фоновых может взаимодействовать лишь с одним фононом, импульс и энергия которого однозначно задаются законами сохранения, то при междуэлектронном столкновении такой однозначности нет. Подробнее на роли междуэлектронных столкновений в формировании функции распределения мы остановимся в § 2 и § 5 гл. V.

Г Л А В А II

ВОЛНЫ В ПЛАЗМЕ

В проводящей среде, какой является плазма, распространяющиеся волны электрического поля могут возбуждать волны плотности частиц, а те в свою очередь снова могут индуцировать волны электрического поля. Опираясь на модели движения частиц в электрических и магнитных полях, рассмотренные в § 3 гл. I, можно составить элементарные модели всех основных возможных видов волн в плазме полупроводников.

В отсутствие магнитного поля \mathbf{V}_0 в плазме может существовать только один вид волн — звуковые волны. Эти волны сжатия-разрежения возникают вследствие теплового движения частиц плазмы, аналогично тому, как это имеет место при образовании звуковых волн в газе нейтральных частиц. Однако в плазме эти волны плотности частиц сопровождаются переменным электрическим полем. Например, в однокомпонентной электронной плазме звуковые колебания плотности электронов приводят к образованию волн объемного заряда — отрицательного в области избыточной концентрации электронов и положительного в области нескомпенсированного заряда доноров. Звуковые волны в немагнитной плазме называют электронными или дырочными звуками.

В плазме, помещенной в магнитное поле, спектр волн значительно шире. Рассмотрим возмущение плотности частиц, производимое плоской переменной поперечной волной электрического поля \mathbf{E} в собственной плазме. Допустим, волна распространяется параллельно внешнему постоянному магнитному полю $\mathbf{k} \parallel \mathbf{V}_0$ (рис. 2.1, а). Частицы плазмы согласно (3.16, гл. I) дрейфуют независимо от массы и знака заряда, перпендикулярно обоим действующим полям: электрическому \mathbf{E} и магнитному \mathbf{V}_0 . Направ-

ление дрейфа меняет знак при смене знака электрического поля волны. В результате распространение поперечной волны электрического поля сопровождается поперечными гидродинамическими колебаниями плазмы частиц в целом (рис. 2.1, а). Эти перемещения плазмы в свою очередь индуцируют дополнительное электрическое поле, обусловленное циклотронным вращением частиц с разными массами (см. рис. 1.3). Рассуждая тем же путем, нетрудно

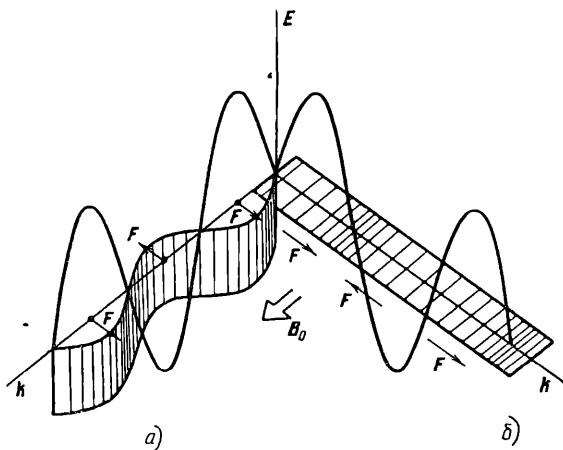


Рис. 2.1. Образование гидродинамических волн в замагниченной собственной плазме при распространении волны электрического поля: $k \parallel B_0$ — поперечная гидродинамическая волна (а); $k \perp B_0$ — продольная гидродинамическая волна (б).

убедиться, что если $k \perp B_0$, то поперечная волна электрического поля сопровождается продольной волной сжатия-разрежения плотности частиц плазмы (рис. 2.1, б). В промежуточном случае произвольного угла между векторами k и B_0 возникнут гибридные волны плотности частиц плазмы. Гидродинамические волны в плазме, рассмотренные выше, называют магнитными звуками. Волны электрического поля, сопровождающиеся магнитными звуками, в собственной плазме, называют волнами Альфвена.

Продольная волна электрического поля при $k \parallel B_0$ возбуждает электронный звук, как и в немагнитной плазме. Если же $k \nparallel B_0$, то продольные поля E будут возбуждать, кроме продольных колебаний, еще и поперечные волны плотности плазмы.

В однокомпонентной плазме частицы одного из знаков заряда неподвижны и плазма как целое не дрейфует. Под действием электрических и магнитных полей дрейфуют лишь подвижные частицы. Поэтому поток свободных заряженных частиц (допустим, электронов) с дрейфовой скоростью u (3.16, гл. I) создает нескомпенсированный частицами другого знака электрический ток $\mathbf{j} = qn_0\mathbf{u}$.

Этот ток, направленный перпендикулярно направлению вектора \mathbf{E} , индуцирует согласно (1.2, гл. I), электрическое поле, перпендикулярное первоначальному. Вектор суммарного поля оказывается повернутым на некоторый угол относительно первоначального направления вектора \mathbf{E} . Поскольку направление дрейфа электронов u всегда остается перпендикулярным действующим полям, то поворот поляризации вектора поля приводит к повороту направления дрейфа на тот же угол. Результирующим

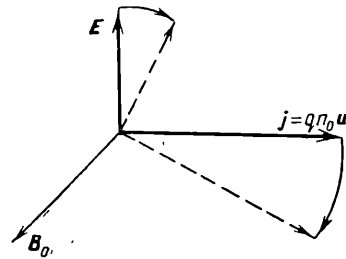


Рис. 2.2. Поляризация поперечной волны в намагниченной однокомпонентной плазме.

эффектом оказывается закручивание в винт поперечной волны при $\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}_0$ (рис. 2.2). Направление винта зависит от знака свободных зарядов, а именно, как увидим ниже, совпадает с направлением циклотронного вращения частиц. Это естественно, так как направление дрейфа u и частиц не зависит от знака заряда, и обусловленные дрейфом токи имеют противоположные направления для частиц разных знаков. Благодаря закручиванию в винт поперечной волны в плазме возникают волны с круговой поляризацией, называемые геликонными. Геликонные волны являются слабопоглощаемыми волнами. Это свойство геликонных волн позволило их использовать для исследования свойств плазмы в полупроводниках и металлах, а также для создания ряда приборов.

В настоящей главе выводятся дисперсионные соотношения для плоских монохроматических волн в плазме в отсутствие постоянного поля \mathbf{E}_0 и связанного с ним дрейфа носителей заряда. Из дисперсионного уравнения находятся характеристики распространения волн: за-

тухание амплитуды в пространстве, поляризация волны, фазовая скорость и, наконец, диапазоны частот, с которыми волны могут распространяться в плазме.

Выпишем основные формулы, характеризующие распространение слабозатухающей монохроматической плоской волны вида

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_m \exp [i(\omega t - \mathbf{k}r)] \quad (0.1)$$

для случая $\mathbf{k} \parallel \mathbf{r}$. Длина волны

$$\lambda = \frac{2\pi}{k'}. \quad (0.2)$$

Фазовая скорость волны

$$v_f = \frac{\omega'}{k'}. \quad (0.3)$$

Коэффициент затухания амплитуды волны

$$\alpha = \frac{1}{k''}. \quad (0.4)$$

Показатель преломления

$$N = \left(\frac{k^2 c^2}{\omega^2} \right)^{1/2}. \quad (0.5)$$

Коэффициент отражения интенсивности излучения для случая нормального падения фронта волны на поверхность

$$R = \frac{(k' - k_0)^2 + (k'')^2}{(k' + k_0)^2 + (k'')^2}, \quad \text{где } k_0 = \frac{\omega'}{c}. \quad (0.6)$$

Как видим, все эти величины и их зависимость от частоты волны ω' можно найти, решив дисперсионное уравнение для действительных частот относительно комплексного $k(\omega')$.

§ 1. Волны в холодной плазме в отсутствие магнитного поля

В отсутствие магнитного поля \mathbf{V}_0 в линейном приближении детерминант волнового уравнения (2.20, гл. I) содержит только диагональные компоненты α_{xx} , α_{yy} , α_{zz} . Недиagonальные компоненты равны нулю. Выделен-

ным направлением в изотропной незамагниченной плазме является лишь направление распространения волны. За такое направление примем ось z . Продольные и поперечные волны в неограниченной изотропной плазме не связаны между собою и могут быть рассмотрены раздельно.

Продольные волны. Уравнение (2.20, гл. I) для продольной волны, распространяющейся, например, вдоль оси z , сводится к равенству $\alpha_{zz}E_z=0$ (так как $E_x=E_y=0$), а дисперсионное соотношение (2.22, гл. I), к $\alpha_{zz}=0$. Из (2.21, гл. I), утя $k_x=k_y=0$, сразу получаем

$$\omega = i \frac{\sigma_{zz}}{\epsilon_1}. \quad (1.1)$$

В холодной плазме, как это отмечалось в § 2 гл. I, σ_{zz} не зависит от \mathbf{k} . Поэтому уравнение (1.1) нельзя назвать дисперсионным, так как оно не содержит \mathbf{k} и, следовательно, не дает зависимости \mathbf{k} от ω . Физически это соответствует тому, что в данном случае нет распространения волн как таковых. Можно различать два крайних случая: столкновительный, когда

$$\omega\tau_p \ll 1, \quad (1.2)$$

и бесстолкновительный, когда

$$\omega\tau_p \gg 1. \quad (1.3)$$

В первом случае электропроводность σ_{zz} согласно (3.8, гл. I) действительная величина. Тогда из (1.1) получаем $\omega'=0$, что соответствует отсутствию периодических колебаний. Если $\sigma_{zz} > 0$, то возмущение зарядов в плазме экспоненциально затухает с постоянной затухания

$$\tau_M \equiv \frac{1}{\omega''} = \frac{\epsilon_1}{\sigma'_{zz}}. \quad (1.4)$$

Время τ_M называют временем диэлектрической релаксации или максвелловским временем релаксации.

Максвелловское время релаксации имеет аналог в электротехнике — время разряда заряженного конденсатора через сопротивление $\tau=RC$. Действительно, допустим, что в результате какого-либо возмущения отрицательный заряд в полупроводнике сдвинул относительно

положительного на расстояние l . Создавшуюся ситуацию можно представить себе как заряженный конденсатор емкостью $C = \epsilon_1 \frac{S}{l}$, где S — сечение полупроводника, зашунтированный сопротивлением $R = \frac{l}{S\sigma}$. Время разряда $\tau = RC$, если пренебречь диффузией, совпадает с (1.4).

Таким образом, заряды в плазме, разведенные в пространстве, устремляются друг к другу, но вследствие трения (столкновений с решеткой) колебания в плазме не возникают: $\omega' = 0$.

В бесстолкновительном случае (1.3) такого трения нет и движение зарядов навстречу друг к другу вследствие инерции приводит к новому их разделению. Возникает колебательный процесс. Действительно, при выполнении неравенства (1.3) согласно (3.8, гл. I) электропроводность σ_{zz} — мнимая величина, равная для однокомпонентной плазмы

$$\sigma_{zz} = \frac{q^2}{m} n_0 \frac{1}{i\omega}. \quad (1.5)$$

Подстановка (1.5) в (1.1) дает

$$\omega' = \omega_p, \quad (1.6)$$

где

$$\omega_p = \sqrt{\frac{q^2 n_0}{m \epsilon_1}}. \quad (1.7)$$

Частота ω_p , уже знакомая нам по первой главе, называется плазменной или ленгмюровской. Численно она равна

$$\omega_p = 56,4 \cdot 10^3 \sqrt{\frac{n_0}{m^* \chi_1}} \text{ сек}^{-1},$$

где n_0 выражена в см^{-3} , $m^* = m/m_0$.

Плазменная частота связана с максвелловским временем релаксации простым соотношением

$$\tau_M \equiv \frac{\epsilon_1}{\sigma'_{zz}} = \frac{1}{\omega_p^2 \tau_p}. \quad (1.8)$$

Плазменная частота является важнейшим параметром плазмы. С частотой ω_p , как видим, совершаются колебания отрицательных зарядов относительно положительных.

Эти колебания иногда называют собственными колебаниями плазмы.

Квант энергии плазменных колебаний $\hbar \omega_p$ называют плазмоном. Частота плазменных колебаний в частично ионизованном газе, которые наблюдались в экспериментах Топкса и Ленгмюра, была порядка 100 Мгц. Энергия плазмонов, соответствующая этой частоте, невелика, $\hbar \omega_p \sim 10^{-5}$ эв, и колебания могли возбуждаться тепловым движением ионов газа. Для металлов частота плазменных колебаний составляет величину порядка 10^{15} гц, что соответствует плазмону энергии порядка 10 эв. Поэтому они практически не возбуждаются тепловым движением атомов твердого тела.

Впервые в твердом теле возбудить и наблюдать плазмоны удалось Рутеману [1], а также и Лангу [2] в 1948 году. В их экспериментах плазмоны возбуждались в тонких пленках металлов пучком электронов с энергией в несколько кэв. Энергия плазмонов определялась путем анализа спектра потерь, прошедших через металлическую фольгу электронов. Было получено для Al $\hbar \omega_p \approx 14,7$ эв, для Sb $\hbar \omega_p = 22,6$ эв, для Be $\hbar \omega_p = 19,0$ эв. В полупроводниках $\hbar \omega_p \sim 10^{-3}$ эв и плазмоны могут возбуждаться в результате тепловых колебаний электронов.

Поперечная волна. Дисперсионное уравнение в отсутствие магнитного поля, для поперечной волны, распространяющейся в направлении оси z ($E_z=0$, $k_x=k_y=0$), согласно (2.20, 2.22, гл. I) имеет вид

$$\alpha_{yy} = \alpha_{xx} = 0. \quad (1.9)$$

Для изотропного полупроводника $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma$ и из (1.9) и (2.24, гл. I) получаем

$$k^2 - \frac{\chi_1 \omega^2}{c^2} + i \omega \mu_0 \sigma = 0. \quad (1.10)$$

В бесстолкновительном случае, когда выполняется неравенство (1.3), подставив (1.5) в (1.10), получим

$$k^2 = \frac{\omega^2 \chi_1}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right). \quad (1.11)$$

При $\omega < \omega_p$, $k^2 < 0$ или $k' = 0$. Это означает, что в плазме не могут быть возбуждены поперечные волны

с частотами меньше плазменной частоты. Волны с частотами меньше ω_p полностью отражаются от плазмы, так как коэффициент отражения R (0.6) при $k'=0$ равен единице.

Этот случай соответствует так называемому непропусанию волны (см. § 1 гл. III). Физически непропускание означает, что электроны в плазме успевают перераспределиться таким образом, что экранируют проникновение волн в плазму. Глубина переходного слоя $\alpha=1/k''$, на котором амплитуда падающей на поверхность плазмы волны затухает в e раз, при $\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \gg 1$ согласно (1.11) равна

$$\alpha = \frac{c}{\omega_p \sqrt{\chi_1}}. \quad (1.12)$$

Заметим, что затухание волны происходит не за счет рассеяния энергии, а за счет индуцирования обратной волны. В этом состоит отличие непропускания волн от их поглощения.

При $\omega > \omega_p$ $k^2 > 0$ и в бесстолкновительной плазме могут распространяться незатухающие волны ($k' \neq 0$, $k'' = 0$). Фазовая скорость проникающей волны согласно (1.11) равна

$$v_f = \frac{\omega'}{k'} = c \left[\chi_1 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega')^2} \right) \right]^{-1/2}. \quad (1.13)$$

Свободные носители вносят отрицательный вклад в диэлектрическую постоянную, и фазовая скорость оказывается выше, чем скорость света в среде с решеточной диэлектрической постоянной χ_1 .

При $\omega = \omega_p$ $v_f \rightarrow \infty$, а групповая скорость

$$v_{\text{гр}} \equiv \frac{\partial \omega'}{\partial k'} = \frac{c^2}{\chi_1 v_f} \quad (1.14)$$

стремится к нулю. Равенство $\omega = \omega_p$ соответствует резонансному раскачиванию собственных колебаний плазмы. При $\omega = \omega_p$ ток смещения равен дрейфовому току свободных зарядов. Поскольку эти токи противоположно направлены, то суммарный ток в плазме

$$\mathbf{j} = qn\mathbf{v} - i\omega\epsilon_1\mathbf{E} = i\frac{\epsilon_1}{\omega}(\omega^2 - \omega_p^2)\mathbf{E} \quad (1.15)$$

при $\omega = \omega_p$ оказывается равным нулю.

Для расчета глубины затухания проникающей волны $\alpha = 1/k''$ необходимо учесть столкновения электронов с центрами рассеяния, которые являются физической причиной, приводящей к потерям волной энергии и затуханию ее амплитуды. В твердых телах $\tau_p \sim 10^{-13}$ сек и неравенство (1.2), соответствующее столкновительному случаю, удовлетворяется во всем радиотехническом диапазоне. В этом случае согласно (3.8, гл. 1) σ — действительная величина. Для мнимой и действительной частей волнового вектора из (1.10) получаем

$$k' = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\chi_1}{2}} \sqrt{\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon_1^2 \omega^2}} + 1}, \quad (1.16)$$

$$k'' = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\chi_1}{2}} \sqrt{\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon_1^2 \omega^2}} - 1}. \quad (1.17)$$

Величина $\frac{\sigma}{\epsilon_1 \omega} \equiv \frac{1}{\omega \tau_M}$ равна отношению токов проводимости σE к токам смещения $\epsilon_1 \omega E$. Для хорошо проводящей среды

$$\frac{\sigma}{\epsilon_1 \omega} \gg 1 \quad (1.18)$$

и

$$k'' = \sqrt{\frac{\sigma \mu_0 \omega}{2}}, \quad k' = k''. \quad (1.19)$$

Поскольку физических причин, которые могут сообщить энергию электромагнитной волне, в рассматриваемом случае не имеется, то из корней (1.19) выбираем отрицательный ($k'' < 0$), соответствующий затуханию. Глубина, на которой амплитуда волны затухает в e раз, равна

$$\alpha_0 \equiv \frac{1}{k''} = 1,26 \cdot 10^4 (\sigma \omega)^{-1/2} \text{ см}, \quad (1.20)$$

где σ в $\text{ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$.

Поток мощности $S \sim (E \times H)$ затухает в e раз на глубине $\delta = 2\alpha_0$. Эта величина называется скин-слоем, а явление ограничения проникновения электромагнитной волны в проводящую среду — скин-эффектом.

Когда токи смещения преобладают над токами проводимости,

$$\frac{\sigma}{\varepsilon_1 \omega} \ll 1, \quad (1.21)$$

из (1.16) и (1.17) получим

$$k'' = \frac{1}{2} \sigma \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_1}}, \quad k' = \frac{\omega}{c} \sqrt{\chi_1}. \quad (1.22)$$

Если σ выразить в $\text{ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$, то

$$k'' = 1,88 \sigma \chi_1^{-1/2} \text{ см}^{-1}. \quad (1.23)$$

В случае анизотропной проводимости среды ($\sigma_{xx} \neq \sigma_{yy}$) и дисперсия волн будет зависеть от ориентации плоскости поляризации волны относительно координат x и y . Аналогично эффекту двойного лучепреломления в оптике, обусловленному анизотропией χ_1 , в этом случае возникает эффект двойного лучепреломления на свободных носителях [3].

§ 2. Волны в однокомпонентной плазме, помещенной в магнитном поле

Дисперсионное уравнение. Наложение магнитного поля делает среду анизотропной и, в общем случае, все компоненты детерминанта уравнений (2.20, гл. I) не равны нулю. Выделенными направлениями в плазме, помещенной в магнитное поле, являются направления векторов \mathbf{k} и \mathbf{B}_0 . Выберем систему координат таким образом, чтобы векторы \mathbf{k} и \mathbf{B}_0 лежали в плоскости xz , причем $\mathbf{B}_0 \parallel z$ и $B_0 > 0$ (рис. 2.3, а). Тогда волновое уравнение запишется в виде

$$\begin{vmatrix} a_{xx} & a_{xy} & a_{xz} \\ a_{yx} & a_{yy} & 0 \\ a_{zx} & 0 & a_{zz} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{vmatrix} = 0, \quad (2.1)$$

где для однокомпонентной холодной плазмы с изотропной в отсутствие магнитного поля электропроводностью $\sigma =$

$=qn_0\mu$ согласно (2.21 и 3.28, гл. I) компоненты α_{ij} равны

$$\begin{aligned} \alpha_{xx} &= -k_z^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 - i\omega\mu_0 \frac{\sigma}{1 + (\mu B_0)^2}, \\ \alpha_{yy} &= -k_x^2 - k_x^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 - i\omega\mu_0 \frac{\sigma}{1 + (\mu B_0)^2}, \\ \alpha_{zz} &= -k_x^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 - i\omega\mu_0 \sigma, \\ \alpha_{xz} &= \alpha_{zx} = k_x k_z, \\ -\alpha_{yx} &= \alpha_{xy} = i\omega\mu_0 \sigma \frac{\mu B_0}{1 + (\mu B_0)^2}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Заметим, что

$$k_x^2 = k^2 \cos^2 \theta, \quad k_z^2 = k^2 \sin^2 \theta, \quad k_x k_z = k^2 \cos \theta \sin \theta, \quad (2.3)$$

где θ — угол между векторами \mathbf{k} и \mathbf{B}_0 (рис. 2.3, а).

Иногда удобно рассматривать $\frac{1}{2}$ волны в плазме, положив $\mathbf{k} \parallel \mathbf{z}$ (рис. 2.3, б). Тогда в (2.20, гл. I) компоненты

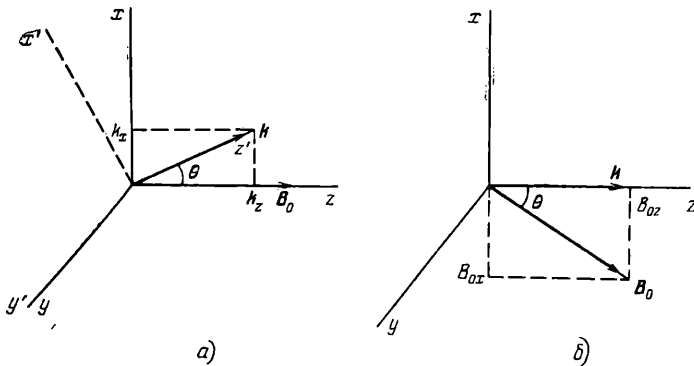


Рис. 2.3. Системы координат для замагниченной плазмы.

$\alpha_{xy} = -\alpha_{yx} = 0$, а остальные компоненты согласно (3.26, гл. I) равны

$$\begin{aligned} \alpha_{xx} &= -k^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 - i\omega\mu_0 \sigma_0 \frac{1 + (\mu B_{0x})^2}{1 + (\mu B_0)^2}, \\ \alpha_{yy} &= -k^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 - i\omega\mu_0 \sigma_0 \frac{1}{1 + (\mu B_0)^2}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned}
 \alpha_{zz} &= \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 - i\omega\mu_0\sigma_0 \frac{1 + (\mu B_{0z})^2}{1 + (\mu B_0)^2}, \\
 \alpha_{xx} &= \alpha_{yy} = -i\omega\mu_0\sigma_0 \frac{\mu (B_{0x}B_{0y}/B_0^2)}{1 + (\mu B_0)^2}, \\
 \alpha_{zy} &= -\alpha_{yz} = -i\omega\mu_0\sigma_0 \frac{B_{0x}/B_{0z}}{1 + (\mu B_0)^2},
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

где

$$B_{0x} = B_0 \sin \theta, \quad B_{0z} = B_0 \cos \theta. \tag{2.5}$$

Дисперсионное уравнение, составленное из компонент α_{ij} , определяемых выражениями (2.2) или (2.4), представляет собою квадратное уравнение относительно величины $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} N^2$, где N — показатель преломления,

$$Ak^4 + Bk^2 + C = 0, \tag{2.6}$$

что означает существование двух типов волн с различной поляризацией.

Поляризация волн может быть определена из (2.1). Средняя строка $\alpha_{yx}E_x + \alpha_{yy}E_y = 0$ дает

$$\frac{E_x}{E_y} = -\frac{\alpha_{yy}}{\alpha_{yx}}, \tag{2.7a}$$

а третья строка $\alpha_{zx}E_x + \alpha_{zz}E_z = 0$

$$\frac{E_x}{E_z} = -\frac{\alpha_{zz}}{\alpha_{zx}}. \tag{2.7b}$$

Запишем теперь общие выражения для наиболее часто встречающихся в эксперименте случаев, а именно, когда волна распространяется вдоль магнитного поля $\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}_0$ ($\theta = 0$) — конфигурация Фарадея и поперек магнитного поля $\mathbf{k} \perp \mathbf{B}_0$ ($\theta = \frac{\pi}{2}$) — конфигурация Войгта.

Положим $\mathbf{B}_0 \parallel \mathbf{k} \parallel z$ — для конфигурации Фарадея и $\mathbf{B}_0 \parallel z$ и $\mathbf{k} \parallel x$ — для конфигурации Войгта. Тогда из (2.1) и (2.2) получим для обеих конфигураций

$$\begin{vmatrix}
 \alpha_{xx} & \alpha_{xy} & 0 \\
 \alpha_{yx} & \alpha_{yy} & 0 \\
 () & () & \alpha_{zz}
 \end{vmatrix}
 \begin{vmatrix}
 E_x \\
 E_y \\
 E_z
 \end{vmatrix}
 = 0. \tag{2.8}$$

Приравнивание нулю детерминанта системы уравнений (2.8) дает два дисперсионных уравнения:

$$\alpha_{zz} = 0, \quad (2.9)$$

$$\alpha_{xx}\alpha_{yy} - \alpha_{xy}\alpha_{yx} = 0, \quad (2.10)$$

которым в зависимости от конфигурации соответствуют разные типы волн. Уравнение (2.9) соответствует волнам, вектор поля \mathbf{E} которых поляризован вдоль магнитного поля \mathbf{B}_0 . В случае конфигурации Фарадея это продольная волна, а в конфигурации Войгта она поперечная. Уравнение (2.10) соответствует волнам, поляризованным в плоскости xy , и в случае конфигурации Фарадея это поперечные, а в конфигурации Войгта гибридные волны.

Рассмотрим отдельно распространение волн в конфигурациях Фарадея и Войгта.

Конфигурация Фарадея. Геликонные волны. Если $\mathbf{B}_0 \parallel \mathbf{k} \parallel z$, то уравнения (2.2) дают

$$\begin{aligned} \alpha_{xx} = \alpha_{yy} &= -k^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 - i\omega\mu_0\sigma \frac{1}{1 + (\mu B_0)^2}, \\ \alpha_{zz} &= \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 - i\omega\mu_0\sigma, \\ \alpha_{xy} = -\alpha_{yx} &= i\omega\mu_0\sigma \frac{\mu B_0}{1 + (\mu B_0)^2}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Уравнение (2.9) для продольной составляющей поля \mathbf{E} после подстановки в него (2.11) дает при $\omega\tau_p \gg 1$ уже известное нам по § 1 решение: $\omega = \omega_p$. То есть в замагниченной холодной плазме в геометрии Фарадея продольные волны не распространяются. Подстановка (2.11) в (2.10) дает для поперечных волн

$$k_{\mp}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 + i\omega\mu_0\sigma_{\text{eff}\mp} = 0, \quad (2.12)$$

где

$$\sigma_{\text{eff}\mp} = \frac{\sigma}{1 + (\mu B_0)^2} (1 \mp i\mu B_0). \quad (2.13)$$

Подставляя (2.11) в (2.7а), получим для поляризации поперечных волн

$$\frac{E_x}{E_y} = \mp i. \quad (2.14)$$

Множитель i означает сдвиг фазы на $\pi/2$. Поэтому равен-

ство (2.14) соответствует поперечным волнам с круговой поляризацией.

Таким образом, в рассматриваемом случае волна в плазме распадается на две волны с правой и левой круговой поляризацией, которые имеют различные фазовые скорости и затухание. Для этих волн можно написать

$$E_{\pm} = E_0 \frac{1}{\sqrt{2}} (x \pm iy) \exp(i\omega t - k_{\pm} z). \quad (2.15)$$

Закон дисперсии волн (2.12) зависит как от направления поляризации волны (знака перед мнимой единицей),

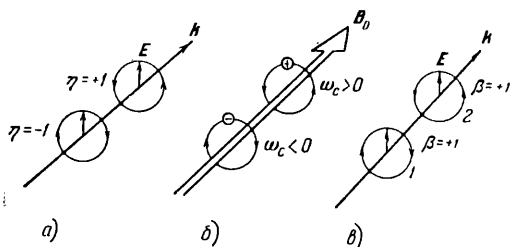


Рис. 2.4. а) Направление вращения вектора поля волны с круговой поляризацией. б) Направления циклотронного вращения электронов и дырок. в) Направления круговой поляризации экстраординарной волны для электронной (1) и дырочной (2) плазмы.

так и от знака произведения $\mu B_0 \equiv \omega_c \tau$, где ω_c — циклотронная частота. Для наблюдателя, смотрящего вдоль направления вектора B_0 , циклотронное вращение электронов идет по часовой стрелке, а дырок — против часовой стрелки (см. рис. 1.2). Соответственно при $B_0 > 0$ в электронной плазме $\mu B_0 < 0$, а в дырочной $\mu B_0 > 0$. В итоге знак слагаемого $\mp i \mu B_0$ в уравнении (2.13) будет положительным, если направление вращения вектора поля волны совпадает с направлением циклотронного вращения подвижного носителя заряда плазмы. Такую волну называют экстраординарной или необыкновенной. Вторую волну, направление поляризации которой не совпадает с циклотронным вращением зарядов, называют ординарной или обыкновенной. В случае электронной плазмы волна, которая имеет правую поляризацию для наблюдателя вдоль вектора B_0 , является экстраординарной. Для дырочной плазмы, наоборот, волна с левой поляризацией экстраординарная. Это иллюстрируется рис. 2.4.

Для избежания путаницы в знаках уравнение (2.13) удобно записать в виде

$$\sigma_{\text{eff}\beta} = \frac{i\sigma}{1 + (\mu B_0)^2} (1 + \beta |\mu B_0|), \quad (2.16)$$

где

$$\beta = \eta \frac{qB_0}{|qB_0|}, \quad (2.17)$$

а $\eta = -1$ при правой поляризации вектора поля для наблюдателя, смотрящего в направлении распространения волны, и $\eta = +1$ при левой поляризации. Для экстраординарной волны $\beta = +1$, а для ординарной $\beta = -1$. Уравнение (2.12) с учетом того, что $|\mu B_0| = |\omega_c| \tau$ и $\sigma \sim \mu \sim \tau$, где $\tau = \tau_p / (1 + i\omega \tau_p)$, принимает вид

$$k_\beta^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 \left[1 + \frac{\omega_p^2}{\omega (\beta \omega_c - \omega) + i\omega \frac{1}{\tau_p}} \right]. \quad (2.18)$$

Здесь и далее для простоты записи принимается $\omega_c \equiv |\omega_c|$ и ее знак задается коэффициентом β . При условии

$$(\beta \omega_c - \omega) \tau_p \gg 1 \quad (2.19)$$

столкновительный член в (2.18) можно отбросить и получить

$$k_\beta^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 \left[1 + \frac{\omega_p^2}{\omega (\beta \omega_c - \omega)} \right]. \quad (2.20)$$

На рис. 2.5. I схематически изображена зависимость квадратов показателей преломления $N^2 = k_\beta^2 \frac{c^2}{\omega^2}$ для бесстолкновительного случая (2.20) от частоты волны. Для экстраординарной волны с ростом магнитного поля растет полоса пропускания со стороны низких частот до ω_c при одновременном сужении полосы непропускания, вблизи ω_c . Полоса пропускания для ординарной волны увеличивается за счет уменьшения частоты отсечки ω_k от ω_p в сторону меньших частот до величин, определяемых условием обращения k^2 в нуль:

$$\omega_k (\omega_c + \omega_k) = \omega_p^2. \quad (2.21)$$

Ординарная волна ($\beta = -1$) не может распространяться в плазме, если

$$\omega < \omega_k, \quad (2.22)$$

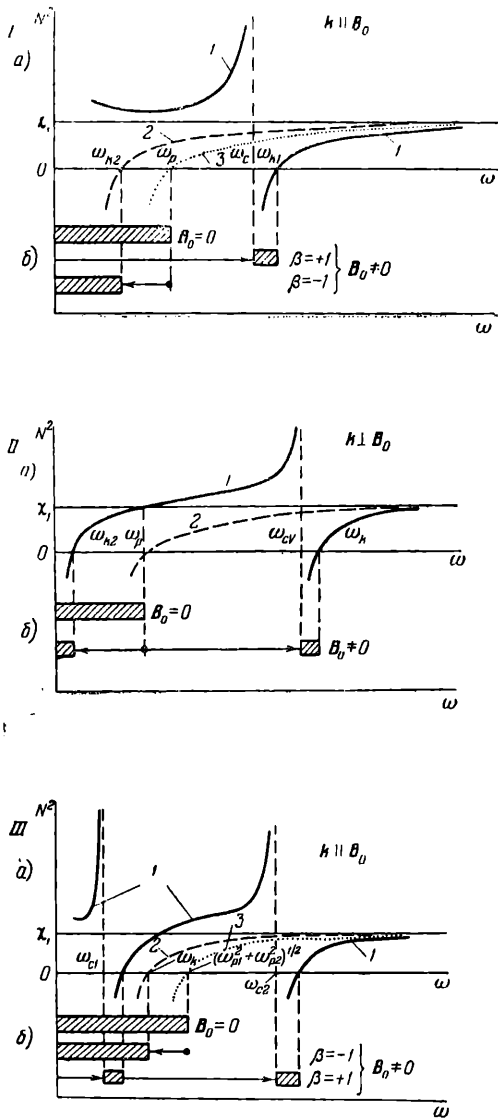


Рис. 2.5. Схематические изображения: зависимостей N^2 от ω (а); смещения областей непропускания волн (заштрихованы) магнитным полем (б).

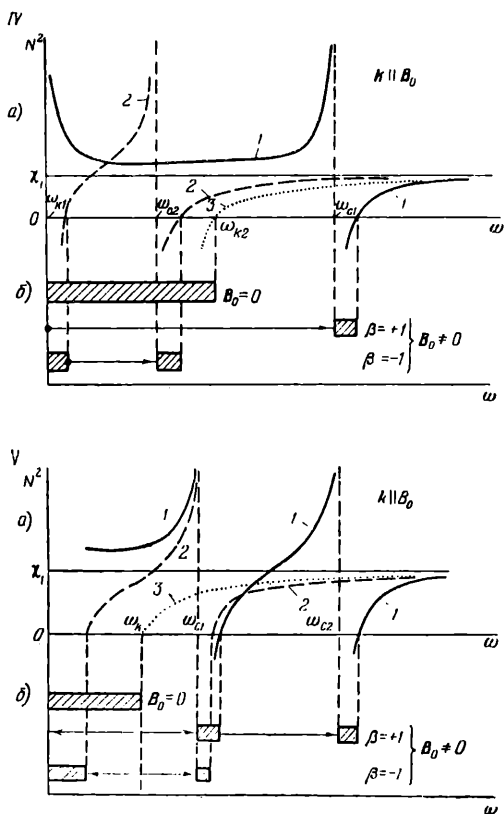


Рис. 2.5. Схематические изображения: зависимостей N^2 от ω (а); смещения областей непроницаемая волн (заштрихованы) магнитным полем (б). I — Однокомпонентная плазма в конфигурации Фарадея (2.20): 1 — $\beta = +1$; 2 — $\beta = -1$; 3 — $B_0 = 0$. II — Однокомпонентная плазма в конфигурации Войгта: 1 — экстраординарная волна; 2 — $B_0 = 0$. III — Однозарядовая двухкомпонентная плазма в конфигурации Фарадея: 1 — $\beta = +1$; 2 — $\beta = -1$; 3 — $B_0 = 0$.

IV — Скомпенсированная плазма в конфигурации Фарадея: 1 — $\beta = +1$, 2 — $\beta = -1$ (3.46); 3 — $B_0 = 0$. Здесь $\omega_{k1} = \frac{\omega_{p1}^2}{\omega_{c1}} - \frac{\omega_{p2}^2}{\omega_{c2}}$, $\omega_{k2} = (\frac{\omega_{p1}^2}{\omega_{c1}} + \frac{\omega_{p2}^2}{\omega_{c2}})^{1/2}$. V — Плазма в полупроводнике с анизотропными долинами в конфигурации Фарадея: 1 — $\beta = +1$; 2 — $\beta = -1$; 3 — $B_0 = 0$. Здесь $\omega_k^2 = \frac{1}{3} (2\frac{\omega_{p1}^2}{\omega_{c1}} + \frac{\omega_{p2}^2}{\omega_{c2}})$, $\omega_{c1} = (\omega_{c1}\omega_{c2})^{1/2}$, $\omega_{c2} = \omega_{c1}$. Циклотронный резонанс имеет место и для ординарной волны.

так как здесь $k^2 < 0$ и $k' = 0$, $R = 1$ (0.6) и $v_{rp} = 0$ (1.14). Для экстраординарной волны ($\beta = +1$) $k^2 > 0$ при всех

$$\omega < \omega_c \quad (2.23)$$

и коэффициент отражения $R < 1$. Неравенство (2.23) легко осуществляется для всего радиотехнического диапазона, так как в полях 10^4 гс $\omega_c \approx 10^{12}$ сек.

Таким образом, при выполнении неравенств (2.22) и (2.23) из двух волн с левой и правой круговой поляризацией в плазме может распространяться волна лишь с одной поляризацией, а именно экстраординарная волна. Плоскополяризованная волна проникает в замагниченную плазму, закручиваясь в винтовую линию. Эту волну в плазме называют геликонной или геликоном. О ней уже упоминалось во введении к этой главе. При $\omega = \omega_c$ имеет место так называемый циклотронный резонанс. Вблизи этой точки показатель преломления очень сильно зависит от ω . Волны в плазме с частотами, близкими к ω_c , называют циклотронными. В области циклотронного резонанса дрейфовый ток, вызванный действием скрещенных полей E и B_0 , оказывается в фазе с токами циклотронного вращения частиц.

Как видим, включение магнитного поля существенно изменило реакцию плазмы на электромагнитную волну. Во-первых, изменилось условие пренебрежения столкновениями. В отсутствие магнитного поля таким условием было неравенство $\omega \tau_p \gg 1$ (1.3), которое практически не выполняется для всего радиодиапазона. В плазме, помещенной в магнитное поле, условием пренебрежения столкновениями является неравенство (2.19), которое выполняется для всех частот $\omega \ll \omega_c$, при условии

$$\omega_c \tau_p \equiv \mu_p B_0 \gg 1, \quad (2.24)$$

вполне осуществимом в веществах с высокой подвижностью. Плазму, в которой выполняется условие (2.24), называют замагниченной. Правда, этот термин применяется также вообще к плазме, помещенной в магнитное поле. Во-вторых, экстраординарная волна не испытывает полного отражения и проникает в плазму при частотах меньше ω_p , что недопустимо в отсутствие магнитного поля B_0 .

Основной физической причиной, обуславливающей столь разительные перемены в реакции плазмы, являются,

как это уже выше отмечалось, дрейфовые токи частиц, перпендикулярные электрическому и магнитному полям. При отсутствии столкновений электрические и магнитные поля, которые возникают как следствие этих токов, перпендикулярны соответствующим полям падающего сигнала и могут изменить лишь поляризацию последних, но не их амплитуду. Хотя наличие столкновений отклоняет дрейфовые токи от перпендикулярности на некоторый угол, но он тем меньше, чем больше магнитное поле, $\operatorname{tg} \theta = (\mu \mathbf{V}_0)^{-1}$, поэтому потери энергии волной, связанные с компонентой тока, направленной вдоль электрического поля, уменьшаются с ростом магнитного поля. Другими словами, это можно выразить так: с ростом магнитного поля растут магнитосопротивление и уменьшаются потери.

Оценим глубину проникновения волн радиотехнического диапазона. Положим

$$\omega \tau_p \ll 1, \quad \omega \ll \omega_c, \quad \omega_p^2 \gg \omega \omega_c. \quad (2.25)$$

Тогда, извлекая корень из (2.18), получаем

$$k'' = \frac{\omega}{c} \left(\frac{\omega_p^2 \tau_p}{\omega} \right)^{1/2} \left\{ \frac{[1 + (\omega_c \tau_p)^2]^{1/2} - \beta \omega_c \tau_p}{1 + (\omega_c \tau_p)^2} \right\}^{1/2} \quad (2.26)$$

и глубина проникновения для экстраординарной геликонной волны

$$\alpha_H = \frac{1}{k''} = \alpha(0) \left[\frac{1 + (\omega_c \tau_p)^2}{\sqrt{1 + (\omega_c \tau_p)^2} - \omega_c \tau_p} \right]^{1/2}, \quad (2.27)$$

где $\alpha(0)$ — глубина скин-слоя в немагнитенной плазме (1.20). Глубина проникновения быстро растет с ростом магнитного поля (рис. 2.6). В случае ординарной волны

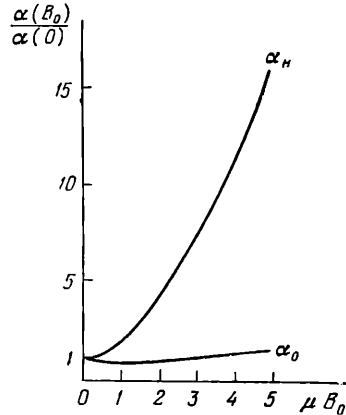


Рис. 2.6. Зависимость глубины проникновения геликонной волны α_H и ординарной волны α_0 от величины $\mu B_0 = \omega_c \tau_p$ в единицах глубины скин-слоя при $B_0 = 0$.

($\beta = -1$) глубина проникновения сначала уменьшается, а затем слабо растет с ростом магнитного поля.

Большая глубина проникновения геликонной волны в проводящие среды позволяет использовать ее для исследования свойств плазмы твердого тела. На этом вопросе мы остановимся в § 6 и § 8.

В очень сильных магнитных полях и при достаточно больших частотах, когда

$$(\beta\omega_c - \omega)\tau_p \gg 1 \text{ и } \omega(\omega + \beta\omega_c) \gg \omega_p^2, \quad (2.28)$$

вместо (2.18) получим

$$k_\beta^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1, \quad (2.29)$$

т. е. волна не взаимодействует со свободными носителями и распространяется в проводящей среде как в диэлектрике с диэлектрической постоянной χ_1 . Поскольку для обеих волн закон дисперсии в этом случае одинаков, то закручивания плоскополяризованной волны в спираль не происходит.

Фазовая скорость геликонной волны также существенно отличается от фазовой скорости волн в плазме при $\mathbf{B}_0 = 0$. Для бесстолкновительного случая получим

$$v_f \equiv \frac{\omega'}{k'} = \frac{c\chi_1^{-1/2}}{\sqrt{1 + \frac{\omega_p^2}{\omega(\beta\omega_c - \omega)}}}. \quad (2.30)$$

В случае ординарной волны, когда $\beta = -1$, фазовая скорость всегда больше скорости света в среде $c/\chi_1^{1/2}$. Для экстраординарной или геликонной волны $\beta = +1$ и при $\omega < \omega_c$ фазовая скорость всегда меньше скорости света в среде, приближаясь к нулю при $\omega = \omega_c$ (рис. 2.7).

Физическая причина малой фазовой скорости для геликонной волны состоит в том, что вклад свободных носителей в диэлектрическую постоянную в замагниченной плазме оказывается положительным (см. рис. 1.3).

Малым фазовым скоростям экстраординарных волн в области низких частот и вблизи циклотронного резонанса соответствуют малые длины волн. Например, частоте $\omega \approx 10^7$ гц в вакууме соответствует длина волны $\lambda \approx 30$ м, а в полупроводнике при $\omega_p \approx 10^{12}$ гц, $\omega_c \approx 10^{12}$ гц и $\chi_1 \approx 10$ длина волны $\lambda \approx 3$ см, т. е. в тысячу раз меньше.

На рис. 2,5. I, б видно, что имеются области частот, где в плазме могут одновременно распространяться как ординарная, так и экстраординарная волны. Вследствие разных фазовых скоростей волн основная ось эллипса поляризации суммарной волны будет испытывать поворот в процессе распространения в среде. Этот эффект называют эффектом Фарадея или магнитным эффектом Керра.

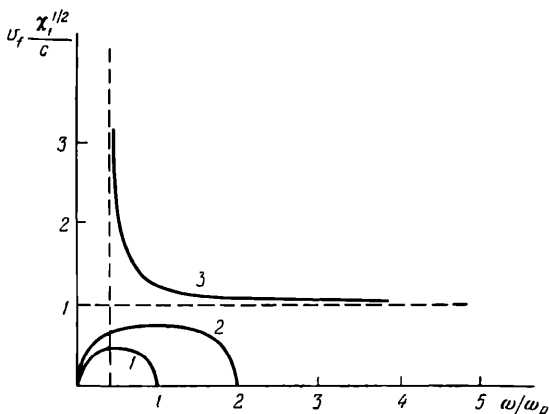


Рис. 2.7. Зависимость, соответствующая (2.30): 1 — $\omega_c/\omega_p=1, \beta=+1$; 2 — $\omega_c/\omega_p=2, \beta=+1$; 3 — $\omega_c/\omega_p=2, \beta=-1$.

Конфигурация Войгта. В этом случае $\mathbf{k} \perp \mathbf{B}_0, \mathbf{k} \parallel \mathbf{x}, \mathbf{B}_0 \parallel \mathbf{z}, \theta = \pi/2$ и в (2.2) только $k_x \neq 0$. Коэффициенты $\alpha_{i,j}$ равны

$$\begin{aligned} \alpha_{xx} &= \frac{\omega^3}{c^2} \chi_1 - i\omega\mu_0\sigma \frac{1}{1 + (\mu B_0)^2}, \\ \alpha_{yy} &= \alpha_{xx} - k^2, \\ \alpha_{zz} &= -k^2 + \frac{\omega^3}{c^2} \chi_1 - i\omega\mu_0\sigma, \\ \alpha_{xy} &= -\alpha_{yx} = i\omega\mu_0\sigma \frac{\mu B_0}{1 + (\mu B_0)^2}. \end{aligned} \tag{2.31}$$

Снова, как и в случае геометрии Фарадея, имеются два типа волн, описываемых дисперсионными уравнениями (2.9) и (2.10).

Уравнение (2.9) в конфигурации Войгта соответствует поперечной плоскополяризованной волне $\mathbf{E} \parallel \mathbf{z}$ с дисперсией,

не зависящей от магнитного поля:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 - i\omega\mu_0\sigma. \quad (2.32)$$

Уравнение (2.32) совпадает с дисперсионным уравнением (1.10), описывающим поперечные волны в плазме в отсутствие магнитного поля.

Уравнение (2.10) с учетом равенства $\alpha_{yy} = \alpha_{xx} - k^2$ (см. (2.31)) дает для второго типа волн, векторы электрических полей которых лежат в плоскости xy , дисперсионное уравнение вида

$$k^2 = \frac{\alpha_{xx}^2 + \alpha_{xy}^2}{\alpha_{xx}}. \quad (2.33)$$

Компоненты поля E_x и E_y согласно (2.31) и (2.7) образуют волну с эллиптической поляризацией в плоскости xy . Составляющая поля E_x является продольной и возникает вследствие дрейфа зарядов плазмы под действием силы Лоренца, перпендикулярной E_y и \mathbf{V}_0 . Если наблюдать волну вдоль вектора \mathbf{k} , то она выглядит линейно поляризованной параллельно оси y .

Эллиптически поляризованную волну можно записать в виде

$$\mathbf{E} = E_0 \left(-\frac{\alpha_{xy}}{\alpha_{xx}} \mathbf{x} + \mathbf{y} \right) \exp [i(\omega t - \mathbf{kx})]. \quad (2.34)$$

Такую волну называют экстраординарной волной Войгта, а линейно поляризованную волну с компонентой $\mathbf{E} \parallel \mathbf{z}$, описываемую уравнением (2.32), — ординарной волной Войгта [4].

Подстановка (2.31) в (2.33) дает для экстраординарной волны Войгта

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 \left\{ 1 - \frac{\omega_p^2 \left(\omega_p^2 - \omega^2 - \frac{i\omega}{\tau_p} \right)}{\omega \left[\omega_p^2 \left(\omega + \frac{i}{\tau_p} \right) - \omega \left(\omega + \frac{i}{\tau_p} \right)^2 + \omega\omega_c^2 \right]} \right\}. \quad (2.35)$$

Для бесстолкновительного случая (1.3) получим

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 \left[1 - \frac{\omega_p^2 (\omega_p^2 - \omega^2)}{\omega^2 (\omega_p^2 - \omega^2 + \omega_c^2)} \right]. \quad (2.36)$$

Имеются две характерные области непропускания ($k^2 \leq 0$): одна в области низких частот, а другая вблизи резонанса. Это иллюстрируется рис. 2.5. II. Резонанс имеет место согласно (2.36) на частоте

$$\omega_{cv} = (\omega_c^2 + \omega_p^2)^{1/2}. \quad (2.37)$$

Его называют сдвинутым на плазменную частоту или гибридным циклотронным резонансом, а также циклотронным резонансом Войгта. В области $\omega = \omega_c$ резонанс не наблюдается. Частота отсечки для непропускания определяется согласно (2.36) биквадратным уравнением

$$\omega_k^4 - \omega_k^2(2\omega_p^2 + \omega_c^2) + \omega_p^4 = 0. \quad (2.38)$$

В области $\omega > \omega_p$ могут распространяться как ординарная, так и экстраординарная волны, фазовые скорости которых различны. Это приводит к тому, что проекция амплитуды поля суммарной волны на плоскость yz имеет эллиптическую поляризацию, причем наклон главной оси эллипса суммарной волны в процессе распространения волны меняется. Этот эффект называют эффектом Войгта.

Косые волны. Конфигурации Фарадея и Войгта соответствуют так называемым прямым волнам. Волны, распространяющиеся под косым углом к магнитному полю, называют косыми волнами. Не приводя простых, но громоздких выкладок, запишем общие выражения для волн в однокомпонентной холодной плазме при произвольном угле θ между волновым вектором $\mathbf{k} \parallel z$ и магнитным полем \mathbf{B}_0 , лежащим в плоскости xz (см. рис. 2.3, б) [4, 5].

Дисперсионное уравнение согласно (2.4) имеет вид

$$k_{1,2}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 \times \left\{ 1 - \frac{2\Omega\omega_p^2}{\omega [2\Omega(\omega + i\nu_p) - \omega_c^2 \sin^2 \theta] \mp \omega_c [\omega^2\omega_c^2 \sin^4 \theta + 4\Omega^2 \cos^2 \theta]^{1/2}} \right\}, \quad (2.39)$$

где $\Omega = \omega(\omega + i\nu_p) - \omega_p^2$.

Резонансными являются частоты

$$2\omega_{\text{res}}^2 = \omega_p^2 + \omega_c^2 \pm [(\omega_p^2 + \omega_c^2)^2 - 4\omega_p^2\omega_c^2 \cos^2 \theta]^{1/2}. \quad (2.40)$$

Поляризация поперечных составляющих амплитуд волн в штрихованной системе координат (см. рис. 2.3, а)

$$\left(\frac{E_{x'}}{E_{y'}} \right)_{1,2} = \frac{-i2\omega_c \Omega \cos \theta}{\omega\omega_c^2 \sin^2 \theta \mp \omega_c [\omega^2 \omega_c^2 \sin^4 \theta + 4\Omega^2 \cos^2 \theta]^{1/2}}. \quad (2.41)$$

При $\theta=0$ формулы (2.39), (2.40), (2.41) соответствуют случаю конфигурации Фарадея, а при $\theta=\pi/2$ — конфигурации Войгта. Заметим только, что формулы (2.31)—(2.34),

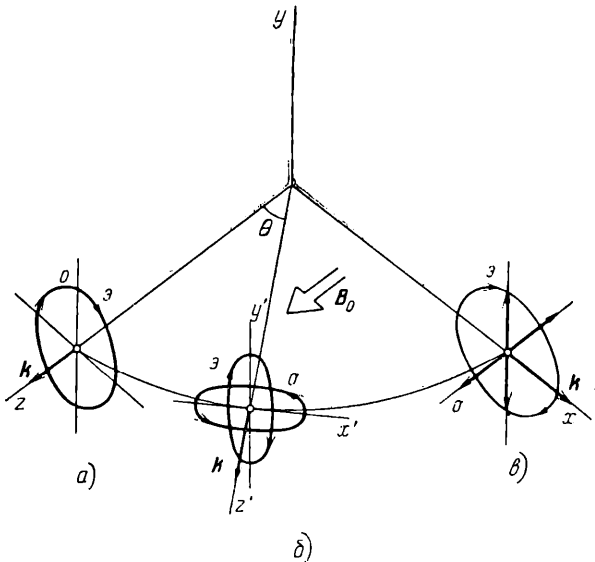


Рис. 2.8. Поляризация поперечных составляющих волн в однокомпонентной плазме при различных углах между направлением распространения волны (k) и направлением намагничивающего поля (B_0): геометрия Фарадея (а); промежуточный случай (б); геометрия Войгта (в) (e — экстраординарная волна, o — ординарная). Для экстраординарной волны Войгта показана поляризация и продольной составляющей поля.

полученные нами ранее для конфигурации Войгта, получены в другой нештрихованной системе координат ($k \parallel x$). По мере изменения угла θ от 0 до $\pi/2$ циркулярно поляризованные волны переходят сначала в эллиптические с перпендикулярными большими осями эллипсов, а затем в две плоскополяризованные поперечные волны (рис. 2.8). Направление вращения плоскости поляризации имеет противоположный знак для волн с частотой выше $\omega > \omega_p$ и для волн с $\omega < \omega_p$ (2.41).

Продольная составляющая амплитуды поля $E_z, \|k_z$, равна

$$E_{z'} = \frac{E_x \omega_p^2 \omega_c^2 \cos \theta \sin \theta - i E_y \omega_p^2 \omega_c (\omega + i\nu_p) \sin \theta}{\omega \omega_c^2 (\omega + i\nu_p) - (\omega + i\nu_p)^2 \Omega - \omega_p^2 \omega^2 \cos^2 \theta}. \quad (2.42)$$

§ 3. Многокомпонентная плазма.

Магнитогидродинамические и магнитозвуковые волны

Наличие нескольких сортов подвижных носителей существенно изменяет дисперсию волн в твердом теле. Рассмотрим в гидродинамическом приближении многокомпонентную плазму, полагая эффективные массы и времена релаксации изотропными. В этом приближении каждый из сортов носителей заряда дает свой парциальный вклад в диэлектрическую постоянную или, точнее, в электропроводность плазмы. Компоненты тензора электропроводности представляют собою сумму соответствующих компонент парциальных электропроводностей ((3.26) гл. I) каждого из α -сортов носителей заряда

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \sum_{\alpha=1}^N \sigma_{i j \alpha} \equiv \\ &\equiv \sum_{\alpha=1}^N q_{\alpha} n_{\alpha} \mu_{\alpha} \left[\frac{\partial_{ij} + \mu_{\alpha} B_0 \varepsilon_{ijl} \left(\frac{B_{0l}}{B_0} \right) + (\mu_{\alpha} E_0)^2 \left(\frac{B_{0i} B_{0j}}{B_0^2} \right)}{1 + (\mu_{\alpha} B_0)^2} \right], \quad (3.1) \end{aligned}$$

где индексом α обозначен сорт носителей заряда, $\sigma_{i j \alpha}$ определяется выражением (3.26, гл. I), а в системе координат, в которой $B_0 \| z$, формулами (3.28, гл. I).

Априори можно сказать, что реакция на возмущение скомпенсированной плазмы (когда числа подвижных частиц, заряженных положительно и отрицательно, равны) будет качественно отличаться от реакции нескомпенсированной плазмы. В скомпенсированной плазме в пренебрежении столкновениями суммарный дрейфовый ток, обусловленный силой Лоренца, оказывается равным нулю, так как дрейфовые скорости u (3.16, гл. I) не зависят от массы и знака зарядов. Значит, именно те токи, с которыми связаны основные особенности одноконпонентной плазмы в магнитном поле, отсутствуют. Кроме этого, в скомпенсированной плазме понятия ординарной и экстра-

ординарной волны в геометрии Фарадея, как мы их определили в § 2, теряют смысл, так как «экстраординарная» волна по отношению к электронам является «ординарной» по отношению к дыркам, и наоборот.

Рассмотрим особенности дисперсии волн в магнитокомпонентной плазме на примере двухкомпонентной плазмы в следующей последовательности: оба сорта подвижных носителей зарядов имеют одинаковый знак $q_1 = q_2 = q$, подвижные носители имеют разные знаки $q_1 = -q_2$, причем $n_1 = n_2$ (скомпенсированная плазма). Индексами 1 и 2 будем обозначать параметры, относящиеся к свободным носителям заряда первого и второго сорта соответственно.

Однозарядовая двухкомпонентная плазма. Дисперсионное уравнение для поперечных волн в геометрии Фарадея имеет согласно (3.1) и (2.10) вид

$$k_{\beta}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 \left[1 + \frac{\omega_{p1}^2}{\omega(\beta\omega_{c1} - \omega) + \frac{i\omega}{\tau_{p1}}} + \frac{\omega_{p2}^2}{\omega(\beta\omega_{c2} - \omega) + \frac{i\omega}{\tau_{p2}}} \right], \quad (3.2)$$

где $\beta = +1$ для экстраординарной волны и $\beta = -1$ для ординарной. На рис. 2.5. III приведена схематически зависимость N^2 от ω для бесстолкновительного случая. В отсутствие магнитного поля частота отсечки ω_c , ниже которой $k^2 < 0$ и волны в плазме не распространяются, равна

$$\omega_c = (\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2)^{1/2}. \quad (3.3)$$

В замагниченной плазме частота отсечки для ординарной волны сдвигается в область меньших частот,

$$\omega_c^2 = \frac{\omega_{p1}^2}{1 + \frac{\omega_{c1}}{\omega_c}} + \frac{\omega_{p2}^2}{1 + \frac{\omega_{c2}}{\omega_c}}. \quad (3.4)$$

Для экстраординарной волны, как это следует из (3.2), наблюдаются циклотронные резонансы для каждого сорта частиц и вблизи циклотронных частот — области непроникновения.

В случае конфигурации Войгта, подставляя в выражения для $\alpha_{i,j}$ (2.21, гл. I) сумму парциальных электро-

проводностей от обоих сортов носителей, получим

$$\begin{aligned}\alpha_{xx} &= \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 - i\omega\mu_0 (\Sigma_1 + \Sigma_2), \\ \alpha_{yy} &= \alpha_{xx} - k^2, \\ \alpha_{xy} &= -\alpha_{yx} = i\omega\mu_0 (\Sigma_1\mu_1 B_0 + \Sigma_2\mu_2 B_0), \\ \alpha_{zz} &= -k^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 - i\omega\mu_0 (\sigma_1 + \sigma_2),\end{aligned}\quad (3.5)$$

где

$$\sigma_1 = q_1 n_1 \mu_1, \quad \sigma_2 = q_2 n_2 \mu_2, \quad (3.6)$$

$$\Sigma_1 = \frac{\sigma_1}{1 + (\mu_1 B_0)^2}, \quad \Sigma_2 = \frac{\sigma_2}{1 + (\mu_2 B_0)^2}. \quad (3.7)$$

Для ординарной волны Войгта $\alpha_{zz} = 0$ (2.9). С учетом $\tau = = \tau_p (1 + i\omega\tau_p)^{-1}$ получим

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 \left[1 + i \frac{\omega_{p1}^2 \tau_{p1}}{\omega (1 + i\omega\tau_{p1})} + i \frac{\omega_{p2}^2 \tau_{p2}}{\omega (1 + i\omega\tau_{p2})} \right]. \quad (3.8)$$

Дисперсия не зависит от магнитного поля. В бесстолкновительном случае ($\omega\tau_p \gg 1$)

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 \left(1 - \frac{\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2}{\omega^2} \right). \quad (3.9)$$

Квадрат частоты отсечки равен сумме квадратов плазменных частот для каждого сорта носителей.

Для экстраординарной волны Войгта из (3.5) и (2.10) получим

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 \left\{ 1 - \frac{i}{\omega\epsilon_1} \left[\Sigma_1 + \Sigma_2 + \frac{(\Sigma_1\mu_1 B_0 + \Sigma_2\mu_2 B_0)^2}{i\omega\epsilon_1 + \Sigma_1 + \Sigma_2} \right] \right\}. \quad (3.10)$$

В бесстолкновительном случае ($\omega\tau_p \gg 1$) согласно (3.7, гл. I) $\mu \approx \frac{q}{m} \frac{1}{i\omega}$. Отсюда получим

$$\Sigma \approx \frac{\epsilon_1 \omega_p^2}{i\omega \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right)}, \quad (3.11)$$

$$\Sigma \mu B \approx \frac{\epsilon_1 \omega_p^2 \omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2}; \quad (3.12)$$

подставив (3.11) в (3.5), получим

$$\alpha_{xx} \approx \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 \left(1 - \frac{\omega_{p1}^2}{\omega^2 - \omega_{c1}^2} - \frac{\omega_{p2}^2}{\omega^2 - \omega_{c2}^2} \right). \quad (3.13)$$

Резонанс будет иметь место согласно (2.33), если $\alpha_{xx} = 0$.

Раздельные резонансы на циклотронных частотах имеют место, если $\omega_{p1}^2 \ll \omega$ и $\omega_{p2}^2 \ll \omega$, т. е. в очень чистых образцах при больших частотах. В этом случае (3.13) обращается в нуль, когда

$$\omega^2 \approx \omega^2 - \omega_{p1}^2 = \omega_{c1}^2, \quad \text{а} \quad \omega^2 - \omega_{c2}^2 \gg \omega_{p2}^2,$$

или

$$\omega^2 \approx \omega_{c2}^2, \quad \text{а} \quad \omega^2 - \omega_{c1}^2 \gg \omega_{p1}^2.$$

В области низких частот, когда $\omega_{p1} \gg \omega$ и $\omega_{p2} \gg \omega$, резонанс будет иметь место при

$$\omega^2 = \omega_{c1} \omega_{c2} \left[\frac{\left(\frac{n_2}{n_1} \right) \omega_{p1}^2 + \left(\frac{n_1}{n_2} \right) \omega_{p2}^2}{\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2} \right]. \quad (3.14)$$

Этот резонанс, зависящий от отношения числа носителей, а не от их абсолютных концентраций, называют гибридным резонансом. При $n_1 = n_2$ гибриднему резонансу соответствует частота

$$\omega^2 = \omega_{c1} \omega_{c2}. \quad (3.15)$$

Частоте отсечки, соответствующей непропусканию волн в конфигурации Войгта, соответствует согласно (2.33) условие

$$\alpha_{xx}^2 + \alpha_{xy}^2 = 0 \quad \text{или} \quad \alpha_{xx} = i\alpha_{xy}. \quad (3.16)$$

В бесстолкновительном случае, подставив (3.12) и (3.11) в (3.5) и (3.16), получим выражение для определения частоты отсечки

$$\omega_k - \frac{\omega_{p1}^2}{\omega_k - \omega_{c1}} - \frac{\omega_{p2}^2}{\omega_k - \omega_{c2}} = 0. \quad (3.17)$$

Скомпенсированная плазма. В этом случае $n_1 = n_2$, $q_1 = -q_2$ и реакция плазмы на возмущение существенно отлична, как уже отмечалось, от реакции однокомпонентной плазмы. Как и ранее, будем считать, что $\mathbf{B}_0 \parallel z$, а вектор \mathbf{k} лежит в плоскости xz (см. рис. 2.3, а).

В достаточно сильных магнитных полях $\omega_{c1} \tau_1 \gg 1$, $\omega_{c2} \tau_2 \gg 1$, холловский ток, а с ним и α_{xy} (2.2) вследствие компенсации зарядов стремятся к нулю

$$\alpha_{xy} = \alpha_{yx} \approx i\omega\mu_0 \left(\frac{\sigma_1}{\mu_1 B_0} + \frac{\sigma_2}{\mu_2 B_0} \right) = 0. \quad (3.18)$$

Волновое уравнение (2.1) принимает вид

$$\begin{vmatrix} \alpha_{xx} & 0 & \alpha_{xz} \\ 0 & \alpha_{yy} & 0 \\ \alpha_{zx} & 0 & \alpha_{zz} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{vmatrix} = 0, \quad (3.19)$$

где согласно (2.2) и (2.3)

$$\begin{aligned} \alpha_{xx} &= -k^2 \cos^2 \theta - i\omega\mu_0 (\Sigma_1 + \Sigma_2) + \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1, \\ \alpha_{yy} &= -k^2 - i\omega\mu_0 (\Sigma_1 + \Sigma_2) + \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1, \\ \alpha_{zz} &= -k^2 \sin^2 \theta - i\omega\mu_0 (\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1, \\ \alpha_{zx} &= \alpha_{xz} = k^2 \cos \theta \sin \theta, \end{aligned} \quad (3.20)$$

где σ_1 , σ_2 и Σ_1 , Σ_2 определяются формулами (3.6) и (3.7). Уравнение (3.19) дает два дисперсионных уравнения:

$$\alpha_{yy} = 0, \quad (3.21)$$

$$\alpha_{xx} \alpha_{zz} - \alpha_{xz}^2 = 0, \quad (3.22)$$

соответствующие двум типам волн.

Рассмотрим волны в области низких частот, когда токами смещения можно пренебречь по сравнению с токами проводимости и отбросить в (3.20) члены $\frac{\omega^2}{c^2} \chi_1$. Положим также

$$\omega \ll \omega_{c1}, \quad \omega_{c2}, \quad \omega \ll \omega_{p1}, \quad \omega_{p2}. \quad (3.23)$$

Для первого типа волн ($\alpha_{yy} = 0$) получим

$$k_1^2 = -i\omega\mu_0 (\Sigma_1 + \Sigma_2) \equiv -i\omega\mu_0 \left(\frac{q_1 n}{\mu_1} + \frac{q_2 n}{\mu_2} \right) \frac{1}{B_0^2}. \quad (3.24)$$

Если пренебречь столкновениями, то при учете (3.7, гл. I), получим

$$k_1^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left[\frac{n(m_1 + m_2)}{\epsilon_0 B_0^2} \right]. \quad (3.25)$$

Обратим внимание, что фазовые скорости волн, описываемых уравнением (3.25), не зависят от частоты (линейная дисперсия) и всегда меньше скорости света

$$v_A = \frac{c\epsilon_0^{1/2}B_0}{\sqrt{n(m_1 + m_2)}}. \quad (3.26)$$

Волны типа (3.25) и скорость (3.26) принято называть альфвеновскими по имени Альфвена, предсказавшего такие волны в газовой плазме. Уравнение $\alpha_{yy}E_y = 0$ (вторая строка (3.19)) сразу дает поляризацию $E \parallel y$, т. е. волны Альфвена линейно поляризованы, причем вектор поля E перпендикулярен вектору магнитного поля B_0 и волновому вектору k_1 независимо от угла между k_1 и B_0 .

Для второго типа волн $\alpha_{xx}\alpha_{zz} - \alpha_{xz}^2 = 0$ получим при произвольном угле θ между B_0 и k , подставив (3.20) в (3.22),

$$k_2^2 = \frac{i\omega\mu_0(\sigma_1 + \sigma_2)(\Sigma_1 + \Sigma_2)}{[(\sigma_1 + \sigma_2)\cos^2\theta + (\Sigma_1 + \Sigma_2)\sin^2\theta]}. \quad (3.27)$$

При $\theta = 0$ (геометрия Фарадея) (3.27) совпадает с (3.24). При $\theta \neq 0$ (косые волны) в сильных магнитных полях ($\Sigma \ll \sigma$) можно полагать при всех углах θ , кроме близких к $\pi/2$,

$$k_2^2 \approx \frac{k_1^2}{\cos^2\theta}. \quad (3.28)$$

В условиях пренебрежения столкновениями из (3.27) и (3.28) получаем снова, что и второму типу волн соответствует линейная дисперсия и фазовая скорость не зависит от частоты. Однако согласно (3.28) фазовая скорость зависит от угла θ и при $\theta \neq 0$ меньше фазовой скорости альфвеновской волны, а при $\theta \approx \pi/2$ обращается в нуль (рис. 2.9). Поэтому волну второго типа называют медленной альфвеновской волной, а первого типа быстрой альфвеновской волной. Медленная альфвеновская волна согласно (3.22) поляризована в плоскости xz .

Извлекая корень из (3.24), получим для мнимой части волнового вектора быстрой альфвеновской волны

$$k_1'' = \sqrt{\frac{\omega\mu_0(\Sigma_1 + \Sigma_2)}{2}}. \quad (3.29)$$

Сравнивая (3.29) с (1.19), видим, что поглощение альфвеновской волны описывается обычным выражением для скин-слоя с учетом изменения электропроводности в

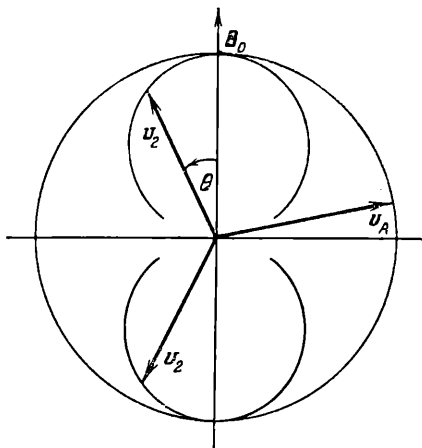


Рис. 2.9. Зависимость фазовых скоростей быстрой (v_A) и медленной (v_2) волн Альфвена от направления распространения волны.

магнитном поле. Для медленной волны Альфвена из (3.28) получим

$$k_2'' = k_1'' \quad \text{при } \theta \approx 0, \quad (3.30)$$

$$k_2'' = \sqrt{\frac{\omega \mu_0 (\sigma_1 + \sigma_2)}{2}} \quad \text{при } \theta \approx \frac{\pi}{2}. \quad (3.31)$$

Магнитогидродинамические волны. Хотя поперечные магнитному полю токи в скомпенсированной замагниченной плазме равны нулю, но поперечные потоки частиц плазмы велики. Происходит смещение плазмы в целом, как некоторой жидкости подвижных зарядов. Это смещение имеет волновой характер, т. е. распространение волны Альфвена в плазме сопровождается гидродинамической волной проводящей жидкости. При наличии магнитного поля \mathbf{B}_0 магнитные силовые линии в плазме как бы заморожены в нее и колебания проводящей жидкости сопровождаются колебаниями магнитного поля. Волны в проводящей жидкости, помещенной в магнитное поле, называют магнитогидродинамическими и магнитозвуковыми.

Быстрые волны Альфвена являются в электродинамическом смысле поперечными ($\mathbf{E}_1 \perp \mathbf{k}_1$). Если $\mathbf{k}_1 \parallel \mathbf{B}_0$, то плазма

под действием полей E_1 и B_0 смещается также в направлении, перпендикулярном k_1 , и колеблется как струна вместе с магнитными силовыми линиями (см. рис. 2.1, а). В этом случае альфвеновская волна является поперечной и в гидродинамическом смысле. Если же $k_1 \perp B_0$, то силы Лоренца $E_1 \times B_0$ смещают плазму вдоль вектора k_1 , сжимая или разрежая ее. Возникает продольная гидродинамическая волна. То есть в этом случае быстрая альфвеновская волна, оставаясь поперечной в электродинамическом смысле, оказывается продольной в гидродинамическом (см. рис. 2.1, б).

Определим фазовые скорости магнитных звуков с магнитогидродинамической точки зрения. В обычной гидродинамике движение масс нейтральной жидкости описывается уравнением движения «жидкой частицы»

$$\frac{d\mathbf{v}_m}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P, \quad (3.32)$$

где \mathbf{v}_m — массовая скорость, ρ — массовая плотность и ∇P — градиент давления или сила давления. В скомпенсированной холодной плазме роль силы, действующей на жидкую частицу, играет пондеромоторная сила

$$\mathbf{F} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}_0. \quad (3.33)$$

Электрическое поле E в скомпенсированной плазме на нейтральный элемент плазмы не оказывает давления ($q_1 E + q_2 E = 0$). Гидродинамическое уравнение холодной плазмы принимает вид

$$\frac{d\mathbf{v}_m}{dt} = \frac{1}{\rho} (\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0). \quad (3.34)$$

Уравнение (3.34) легко получить из уравнений движения в приближении Друде:

$$m_1 \frac{d\mathbf{v}_1}{dt} = q_1 [\mathbf{E} + (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0)], \quad (3.35)$$

$$m_2 \frac{d\mathbf{v}_2}{dt} = q_2 [\mathbf{E} + (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{B}_0)]. \quad (3.36)$$

Умножив (3.35) на n_1 и (3.36) на n_2 и сложив их, получим (3.34), где массовая скорость

$$\mathbf{v}_m = \frac{n_1 m_1 \mathbf{v}_1 + n_2 m_2 \mathbf{v}_2}{n_1 m_1 + n_2 m_2} \equiv \frac{n_1 m_1 \mathbf{v}_1 + n_2 m_2 \mathbf{v}_2}{\rho}, \quad (3.37)$$

МАССОВАЯ ПЛОТНОСТЬ

$$\rho = n_1 m_1 + n_2 m_2 \quad (3.38)$$

И ТОК

$$\mathbf{j} = q_1 n_1 \mathbf{v}_1 + q_2 n_2 \mathbf{v}_2. \quad (3.39)$$

Решение гидродинамического уравнения для нейтральной жидкости (3.32) дает для фазовой скорости поперечной звуковой волны

$$v_{s1} = \sqrt{\frac{\mathcal{F}}{\rho}}, \quad (3.40)$$

где \mathcal{F} — натяжение вдоль жидкости, а ρ — массовая плотность. Скорость (3.40) совпадает с обычным выражением для колеблющейся струны. Для продольной волны в адиабатическом приближении, т. е. когда $P\mathcal{V}^\gamma = \text{const}$, где P — давление, а \mathcal{V} — удельный объем, решение уравнения (3.32) дает

$$v_{s2} = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}}. \quad (3.41)$$

Множитель γ есть отношение удельной теплоемкости при постоянном давлении к удельной теплоемкости при постоянном объеме.

В магнитогидродинамическом случае действие силы $\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0$ при $\mathbf{j} \perp \mathbf{B}_0$ сводится к изотропному давлению

$$P_H = \mu_0 \frac{H_0^2}{2} \quad (3.42)$$

и натяжению вдоль силовых линий поля

$$\mathcal{F}_H = \mu_0 H_0^2. \quad (3.43)$$

Подставляя (3.42) вместо P в (3.41) и учитывая, что для вмороженного поля $\gamma=2$, получим для скорости магнитного звука

$$v_{s2} = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0 (n_1 m_1 + n_2 m_2)}}. \quad (3.44)$$

Как видим, v_{s2} совпадает с альфвеновской скоростью v_A (3.26).

Подстановка (3.43) вместо \mathcal{F} в (3.40) дает

$$v_{s1} = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0 (n_1 m_1 + n_2 m_2)}}. \quad (3.45)$$

Снова $v_{s1} = v_A$. Как видим, выражения для скоростей быстрых волн Альфвена, продольных и поперечных гидродинамических волн совпадают, хотя они получены с разных исходных положений.

Выше была рассмотрена область низких частот, когда выполнялось неравенство (3.23). При $\omega \approx \omega_c$ дисперсия волн оказывается сильно зависящей от частоты. Такие волны, как мы уже отмечали, называют циклотронными волнами. В полупроводниковой плазме можно различать дырочные (при $\omega \approx \omega_{cp}$) и электронные (при $\omega \approx \omega_{cn}$) циклотронные волны.

В геометрии Фарадея в бесстолкновительной плазме согласно (3.2) имеем

$$k_{\beta}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 \left[1 + \frac{\omega_{p1}^2}{\omega(\beta\omega_{c1} - \omega)} + \frac{\omega_{p2}^2}{\omega(-\beta\omega_{c2} - \omega)} \right]. \quad (3.46)$$

При $\beta = +1$ циклотронный резонанс наблюдается на носителях первого сорта, а в случае $\beta = -1$ — на носителях второго сорта. Если положить $\omega_{p1} > \omega_{p2}$, то волна с $\beta = +1$ имеет область непропускания лишь при $\omega > \omega_{c1}$. Волна с $\beta = -1$, помимо непропускания в области $\omega > \omega_{c2}$, согласно (3.46) не может распространяться также в области частот ниже

$$\omega_{\kappa 1} \approx \frac{\omega_{p1}^2}{\omega_{c1}} - \frac{\omega_{p2}^2}{\omega_{c2}}. \quad (3.47)$$

Это иллюстрируется рис. 2.5.IV.

В геометрии Войгта в скомпенсированной плазме наблюдаются гибридные резонансы, аналогичные рассмотренным нами для плазмы с одинаковыми знаками зарядов подвижных частиц двух сортов (3.14). Волны в плазме вблизи гибридных резонансов называют гибридными.

§ 4. Волны при учете теплового движения частиц. Электровзрывковые волны. Затухание Ландау

В предыдущих параграфах дисперсионные соотношения записаны исходя из гидродинамического приближения в холодной плазме. Теперь определим, какие изменения в распространение волн в плазме внесет тепловое движение частиц, когда силы давления, связанные с этим движением,

оказываются сравнимыми с электромагнитными ponderomotorными силами. В такой плазме, которую принято называть горячей плазмой, возникает ряд нелокальных эффектов и новые виды волн. Отметим еще раз, что название горячая плазма употребляется лишь в упомянутом выше смысле и отнюдь не всегда означает, что температура плазмы высока.

Плазменные (электрозвуковые) волны. Если в отсутствие магнитного поля в холодной плазме продольные волны не возникали (§ 1), то в горячей плазме силы давления приводят к возникновению продольных волн, происхождение которых аналогично происхождению обычных звуковых волн в газе нейтральных частиц.

Запишем уравнение движения для однокомпонентной горячей плазмы в отсутствие магнитного поля

$$i\omega \mathbf{v} = \frac{q\mathbf{E}}{m} - \frac{\nabla P}{nm}, \quad (4.1)$$

где n и m — концентрация и масса частиц, ∇P — сила давления, возникающего вследствие теплового движения свободных частиц плазмы. В приближении идеального газа

$$P = k_B T_n n. \quad (4.2)$$

Градиент давления в однородной плазме определяется неравновесной концентрацией δn . В адиабатическом приближении можно записать

$$\frac{\nabla P}{P} = \gamma \frac{\nabla \delta n}{n_0}, \quad (4.3)$$

где γ — показатель адиабаты ($Pn^\gamma = \text{const}$).

Уравнение движения (4.1) для продольной волны следует решать совместно с уравнением Пуассона

$$-ikE = \frac{q\delta n}{\epsilon_1} \quad (4.4)$$

и уравнением непрерывности (2.28, гл. I)

$$\delta n = \frac{n_0}{\omega} (k\mathbf{v}). \quad (4.5)$$

Из (4.5) для продольной волны $\mathbf{k} \parallel \mathbf{v}$ получим

$$\nabla \delta n = -i \frac{n_0}{\omega} k^2 \mathbf{v}. \quad (4.6)$$

Подстановка (4.6) в (4.3) дает

$$\nabla P = -i\gamma \frac{P}{n_0} \frac{n_0}{\omega} k^2 \mathbf{v} \equiv -i v_{sn}^2 \frac{m n_0 k^2 \mathbf{v}}{\omega}. \quad (4.7)$$

Величину

$$v_{sn} = \sqrt{\gamma \frac{P}{m n_0}} \equiv \sqrt{\gamma \frac{k_B T_n}{m}} \quad (4.8)$$

можно называть скоростью звука электронов (дырок). Она полностью совпадает с выражением для скорости обычного звука в нейтральной среде. Подставив (4.7) и (4.4) с учетом (4.5) в (4.1), получим дисперсионное уравнение для продольных волн в горячей однокомпонентной плазме

$$\omega_p^2 - \omega^2 + k^2 v_{sn}^2 = 0. \quad (4.9)$$

Эти волны, обусловленные электростатическими силами (как в плазменных колебаниях) и силами давления (как в звуке), называют плазменными или электрозвуковыми волнами. В холодной плазме $T_n \approx 0$, $v_{sn} \approx 0$ и плазменные волны переходят в электростатические плазменные колебания $\omega = \omega_p$.

В замагниченной скомпенсированной плазме наряду с электрозвуковыми возникают магнитогидродинамические волны (магнитные звуки).

Мы не будем выписывать здесь громоздкие выражения для волн в замагниченной горячей плазме. Отметим лишь основные особенности этих волн. Дисперсия магнитозвуковых волн существенно меняется в горячей плазме. Например, с дисперсии волны Альфвена в геометрии Войгта ограничения, накладываемые гибридной частотой, снимаются, и волны могут распространяться при частотах выше гибридной. Взаимодействие магнитных звуков с электронными и дырочными звуками приводит к возникновению ускоренной и замедленной магнитозвуковых волн. Скорость ускоренной магнитозвуковой волны больше, чем скорость альфвеновской волны и скорости звуков в плазме, в то время как скорость замедленной волны меньше каждой из этих величин.

Затухание Ландау. Гидродинамическое приближение не учитывает еще одного очень важного явления, возникающего вследствие теплового движения частиц плазмы, —

бесстолкновительного затухания Ландау. Затухание Ландау является нелинейным и нелокальным по отношению к электрическому полю эффектом и поэтому в рассмотренных выше приближениях оно выпало из рассмотрения.

Рис. 2.10 иллюстрирует физический механизм, приводящий к затуханию Ландау. Представим себе, что в плазме распространяется продольная волна с фазовой скоростью v_f . Электроны в плазме, имеющие составляющую

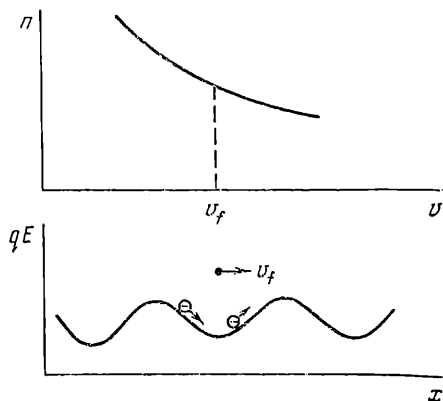


Рис. 2.10. Затухание Ландау.

скорости в направлении распространения волны немного выше фазовой скорости волны, оказываются в тормозящем поле волны и передают ей свою энергию, а электроны с соответствующей составляющей скорости немного меньше фазовой скорости волны будут ускоряться и отнимать от волны энергию. Обычное равновесное распределение электронов по скоростям является затухающим ($\partial n/\partial v < 0$), и число медленных электронов со скоростью меньше v_f оказывается больше числа быстрых электронов со скоростью выше v_f . В результате суммарный эффект взаимодействия электронов с волной приводит к затуханию последней. В затухании Ландау участвуют только электроны, проекции скорости которых на направление \mathbf{k} близки по величине и совпадают по направлению с фазовой скоростью волны. Можно сказать, что затухание Ландау возникает при фазовом резонансе между частицами и волной.

Если v_f много больше тепловых скоростей электронов, то число электронов, с которыми возможен фазовый резонанс, мало. Затухание Ландау сильно проявляется для медленных волн, скорости которых сравнимы с тепловыми скоростями частиц плазмы. Волны с фазовыми скоростями, близкими к звуковым, являются сильнозатухающими волнами. В частности, замедленные магнитозвуковые волны в плазме быстро затухают вследствие фазового резонанса.

С приближением к каким-либо резонансным частотам (например, при $\omega \leq \omega_c$) фазовые скорости волн стремятся к нулю, приводя к увеличению числа частиц, движущихся в резонансе с волной. Учет сколь угодно малого теплового движения приводит в этих случаях к бесстолкновительному поглощению энергии через механизм Ландау.

Для немаксвелловского распределения частиц по скоростям, когда $\frac{\partial n}{\partial v} > 0$, возможен обратный эффект — усиление волн.

Затухание или раскочку плазменных волн при фазовом резонансе можно рассматривать как проявление эффекта Черенкова — поглощения или испускания волн частицами, движущимися со скоростью вблизи фазовой скорости волны в среде.

Дисперсионное уравнение немагнитичной горячей плазмы. С учетом сил давления и распределения частиц по скоростям дисперсионные соотношения для двухкомпонентной немагнитичной горячей плазмы могут быть записаны следующим образом [6]: для продольной волны

$$1 + (L_{Dn}^2 k^2)^{-1} [1 - \varphi(z) + i\pi^{1/2} z \exp(-z^2)] + \\ + (L_{Dp}^2 k^2)^{-1} [1 - \varphi(az) + i\pi^{1/2} az \exp(-a^2 z^2)] = 0, \quad (4.10)$$

для поперечной волны

$$\frac{k^2 c^2}{\chi_1 \omega^2} = 1 - \frac{\omega_{pn}^2}{\omega^2} [\varphi(z) - i\pi^{1/2} z \exp(-z^2)] - \\ - \frac{\omega_{pp}^2}{\omega^2} [\varphi(az) - i\pi^{1/2} az \exp(-a^2 z^2)], \quad (4.11)$$

где

$$\varphi(z) = 2z \exp(-z^2) \int_0^z \exp(x^2) dx,$$

$$a^2 = \left(\frac{m_p}{m_n}\right) \left(\frac{T_n}{T_p}\right), \quad z = \left(\frac{m_n}{2k_B T}\right)^{1/2} \frac{\omega}{k}.$$

Асимптотические разложения $\varphi(z)$ в ряд имеют вид

$$\varphi(z) = 2z^2 - \left(\frac{4z^4}{3}\right) + \left(\frac{8z^6}{15}\right) + \dots \quad \text{при } z \ll 1,$$

$$\varphi(z) = 1 + \left(\frac{1}{2z^2}\right) + \left(\frac{3}{4z^4}\right) + \left(\frac{15}{8z^6}\right) + \dots \quad \text{при } z \gg 1.$$

Наличие мнимых членов в (4.10) и (4.11) означает существование затухания, хотя при выводе этих выражений столкновения не учитывались. Это затухание обусловлено механизмом Ландау. Экспоненциальные члены в выражениях (4.10) и (4.11) возникли при усреднении скоростей носителей заряда по функции распределения, которая принята бальцмановской (см. § 4 гл. I). Когда средние тепловые скорости частиц близки к фазовой скорости частиц, т. е. при $z \approx 1$ и $az \approx 1$, затухание Ландау согласно (4.10) и (4.11) настолько велико, что нет смысла говорить о распространении волн.

При тепловых скоростях частиц, малых по сравнению с фазовой скоростью волн ($z \gg 1$, $\mu z \gg 1$), для длинных волн ($\mathbf{k} \rightarrow 0$, $kl_D \ll 1$) из (4.10) получим

$$\omega^2 \approx \omega_{pn}^2 + \omega_{pp}^2 + \left[\frac{\omega_{pn}^2}{(\omega_{pn}^2 + \omega_{pp}^2)} \right] k^2 v_{Tn}^2 + \left[\frac{\omega_{pp}^2}{(\omega_{pn}^2 + \omega_{pp}^2)} \right] k^2 v_{Tp}^2, \quad (4.12)$$

где $v_{Tn}^2 = 3k_B T_n / m_n$, $v_{Tp}^2 = 3k_B T_p / m_p$. Для однокомпонентной плазмы ($\omega_{pp} = 0$) выражение (4.12) переходит в (4.9).

Если тепловые скорости электронов велики ($z \ll 1$), но их масса много меньше массы дырок (что характерно для многих полупроводников), то можно для длинных волн положить

$$z \ll 1 \ll az \quad \text{и} \quad kl_{Dp} \ll 1. \quad (4.13)$$

Тогда (4.10) дает

$$\omega \approx k \sqrt{\frac{\omega_{pp}^2 l_{Dn}^2 + v_{Tp}^2}{1 + l_{Dn}^2 k^2 + i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{\omega_{pp}}{\omega_{pn}} + \frac{l_{Dn}^3}{l_{Dp}^3} \exp\left(-\frac{l_{Dn}^2}{2l_{Dp}^2}\right) \right]}}. \quad (4.14)$$

Уравнение (4.14) описывает дырочную звуковую волну, аналогичную ионно-звуковой волне в газовой плазме, в которой поле тяжелых частиц (дырок) экранируется полем легких частиц (электронов), тем самым «экранируется» затухание Ландау. В этом случае благодаря малости l_{Dp} и ω_{pp} в сравнении с l_{Dn} и ω_{pn} мнимый член в (4.14) мал.

Бесстолкновительное затухание Ландау связано с продольной компонентой электрического поля волны. В случае геликонных и альфвеновских волн оно имеет место при $\theta \neq 0$, т. е. для косых волн. Теория затухания Ландау для геликонных волн рассмотрена в [7].

В определенной степени аналогом затухания Ландау является затухание, возникающее при взаимодействии магнитного момента заряженной частицы $\mathcal{M} = mv_{\perp}^2/2B_0$ с параллельным градиентом переменного магнитного поля B_z . Уравнение движения частицы в этом случае имеет вид [8]

$$m \frac{dv_z}{dt} = -\mathcal{M} \frac{\partial B_z}{\partial z}, \quad (4.15)$$

которое идентично уравнению движения в электрическом поле (3.1, гл. I), если под \mathcal{M} понимать заряд, а под $\partial B_z/\partial z$ — электрическое поле. Это затухание называют магнитным затуханием Ландау [9] или затуханием на времени пролета [10]. Магнитное затухание Ландау растет с углом θ — угла между \mathbf{k} и \mathbf{B}_0 .

§ 5. Геликонные волны в металлах

Рассмотрим еще один вид бесстолкновительного затухания волн в плазме.

Для электрона, движущегося навстречу волне со скоростью v , частота поля увеличивается, благодаря эффекту Доплера, на величину kv . В случае металлов доплеровский сдвиг частоты определяется скоростью электронов

на поверхности Ферми и может достигать больших значений. Вследствие доплеровского сдвига циклотронный резонанс в металле наступает при значительно меньших частотах

$$\omega = \omega_c - kv_F. \quad (5.1)$$

Этот резонанс называется циклотронным резонансом, сдвинутым по Допплеру. В холодной плазме в полупроводниках условием существования геликонных волн является неравенство $\omega < \omega_c$. При $\omega = \omega_c$ возникает сильное поглощение волн.

В металлах область существования геликонных волн определяется, в связи с возникновением доплеровского сдвига циклотронного резонанса, неравенством [11]

$$\frac{\omega_c^3 c^2}{\omega_p^2 v_F^2 \omega} > \frac{3}{2}. \quad (5.2)$$

Геликонная волна в металле не возникает, пока не выполняется неравенство (5.2). То есть при фиксированном ω существует минимальное значение магнитного поля B_0 , ниже которого волна затухает, а выше может распространяться. Это крайнее значение магнитного поля называют краем Келдааса. Если условие (5.2) выполняется с большим запасом

$$\omega \ll \frac{\omega_c^3 c^2}{\omega_p^2 v_F^2}, \quad (5.3)$$

то геликонная волна не имеет пространственной дисперсии и дисперсионное уравнение сохраняет обычный вид (2.18). В случае слабого выполнения неравенства (5.2) геликонная волна обладает пространственной дисперсией. Действительно, длина свободного пробега электрона $l_p \approx v_F \tau_p$, а поскольку геликоны распространяются при $\omega_c \tau_p \gg 1$ и $\omega \ll \omega_c$, то неравенству (5.2) соответствует неравенство

$$kl_p \gg 1, \quad (5.4)$$

т. е. нелокальному режиму, когда длина волны много меньше длины свободного пробега электрона. Дисперсионное уравнение для нелокального режима геликонной волны принимает вид [11]

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 \left[1 + \frac{\omega_p^2}{\omega Q} F(\eta) \right], \quad (5.5)$$

где

$$\Omega = \omega_c - \omega - i\nu_p,$$

$$F(\eta) = \frac{3}{2\eta^2} \left[1 + \frac{1-\eta^2}{2\eta} \ln \frac{(1+\eta)}{(1-\eta)} \right], \quad \eta = \frac{k\nu_F}{\Omega}.$$

Выражение (5.5) отличается от обычного выражения для локального случая (2.18) наличием множителя $F(\eta)$. Если отбросить столкновительный член ($\nu_p=0$), то частоте циклотронного резонанса, сдвинутого по Допплеру (5.1), соответствует равенство $\eta=1$. При $\eta > 1$ множитель $F(\eta)$ из-за логарифмического члена оказывается комплексной величиной, что соответствует комплексному волновому числу k в области частот вблизи и выше циклотронного резонанса в металле. Значит, в металлах, в области циклотронного резонанса, сдвинутого по Допплеру, имеется поглощение волн в отсутствие столкновений. Физически такому поглощению волн в бесстолкновительном нелокальном случае соответствует переход электронов с одного уровня Ландау на следующий.

Для геликонов в металлах, таким образом, наряду с бесстолкновительным затуханием Ландау наблюдается бесстолкновительное затухание из-за доплеровски сдвинутого циклотронного резонанса. Затухание Ландау для геликонов в металлах будет наблюдаться при $\omega/k \approx \approx \nu_F \cos \theta$ и $\omega \ll \omega_c$, и поэтому при уменьшении магнитного поля B_0 поглощение Ландау может предшествовать циклотронному поглощению.

Экспериментальное измерение края Келдааса позволяет определить ν_F и использовать геликоны для исследования электронных свойств металлов [12].

На рис. 2.13 показан пример зависимости прохождения геликонов через металлическую пластину из натрия. Четко виден край Келдааса.

§ 6. Волны в полупроводнике с анизотропными долинами

Сложный вид дисперсии электронов в полупроводниках может существенным образом проявиться в дисперсии волн. Так, в полупроводниках со структурой цинковой обманки в зависимости $\mathcal{E}(k)$ для электронов зоны прово-

димости имеются три минимума (долины): Γ , X и L (§ 5 гл. I). Эффективная масса только в Γ -долине изотропна и только для электронов этой долины можно использовать рассмотренные в предыдущих параграфах дисперсионные соотношения для волн в плазме. Эти дисперсионные соотношения пригодны также для многодолинных случаев, если электроны и дырки в этих долинах имеют изотропную эффективную массу. Волновое уравнение и дисперсионные соотношения, записанные через σ_{ij} , остаются в силе и для анизотропных долин, однако сами выражения σ_{ij} меняются существенным образом. Компоненты тензора электропроводности оказываются зависящими не только от взаимной ориентации волнового вектора и магнитного поля B_0 , как это было в случае изотропной долины, но также и от ориентации этих векторов относительно осей анизотропии долин.

Найдем компоненты тензора электропроводности для анизотропных долин типа X и L , минимумы в которых являются абсолютными экстремумами в зоне проводимости Si и Ge соответственно. Поверхности постоянной энергии в этих долинах имеют вид эллипсоидов (см. рис. 1.14). Будем полагать, что подвижность в этих долинах имеет тот же эллипсоидальный характер анизотропии. Подвижность вдоль главной оси эллипсоида обозначим μ_l и будем называть продольной, а подвижность в направлении, перпендикулярном этой оси, μ_t , назовем поперечной.

В приложении IV вычислены компоненты тензора электропроводности отдельной эллипсоидальной долины в декартовой системе координат. Если $B_0 \parallel z$, то эти компоненты для S -й долины имеют вид (IV.10)

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}(S) &= qn_s \frac{\mu_{xx}(S)}{1 + \mu_s^2 B_0^2}, \\ \sigma_{yy}(S) &= qn_s \frac{\mu_{yy}(S)}{1 + \mu_s^2 B_0^2}, \\ \sigma_{xy}(S) &= qn_s \frac{\mu_s^2 B_0}{1 + \mu_s^2 B_0^2},\end{aligned}\tag{6.1}$$

где

$$\begin{aligned}\mu_{xx}(S) &= \mu_t + (\mu_l - \mu_t) \cos^2 \theta_x(S), \\ \mu_{yy}(S) &= \mu_t + (\mu_l - \mu_t) \cos^2 \theta_y(S), \\ \mu_z^2 &= \mu_t [\mu_l + (\mu_l - \mu_t) \cos^2 \theta_z(S)],\end{aligned}\quad (6.2)$$

где $\theta_x(S)$, $\theta_y(S)$ и $\theta_z(S)$ — углы, образованные главной осью эллипсоида S -й долины с осями координат.

Для поперечных волн в конфигурации Фарадея дисперсионное соотношение при $\mathbf{B}_0 \parallel \mathbf{z}$, направленном вдоль одного из основных кристаллографических направлений так, что $\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_{zy} = \sigma_{zx} = 0$, определяется уравнением (2.10):

$$\alpha_{xx}\alpha_{yy} - \alpha_{xy}\alpha_{yx} = 0. \quad (6.3)$$

Решив уравнение (6.3) относительно k^2 , с учетом (2.21, гл. I) получим

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 - i\omega\mu_0\sigma_{\text{eff}}, \quad (6.4)$$

где для конфигурации Фарадея

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \pm \left[\sigma_{xy}\sigma_{yx} + \left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (6.5)$$

В случае $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$, $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$ получим

$$\sigma_{\text{eff}} = \sigma_{xx} \pm i\sigma_{xy}. \quad (6.6)$$

Поляризация поперечных волн в анизотропной среде согласно (2.7) определяется отношением

$$\frac{E_x}{E_y} = \frac{\alpha_{yy}}{\alpha_{xy}} = \frac{\sigma_{\text{eff}} - \sigma_{yy}}{\sigma_{yx}}. \quad (6.7)$$

Компоненты тензора суммарной электропроводности равны суммам соответствующих компонент тензора электропроводности отдельных долин.

Выражения для компонент σ_{ij} в общем случае весьма громоздки, однако для некоторых направлений магнитного поля \mathbf{B}_0 они упрощаются. Таким направлением является, например, ось вращения одного из эллипсоидов. Выпишем компоненты тензора проводимости для Si, в котором имеется шесть X-долин (рис. 2.11), а магнитное поле направлено вдоль оси симметрии одной из пар долин, и проследим на этом примере особенности дисперсии волн, возник-

кающие в связи с анизотропностью и многодолинностью спектра электронов.

Выберем систему координат таким образом, чтобы направления главных осей шести эллипсоидов совпадали с осями координат x , y , z (рис. 2.11). Магнитное поле направим вдоль оси z . Тогда для долин на оси z : $\theta_z=0$, $\theta_x=\theta_y=90^\circ$; для долин на оси x : $\theta_z=90^\circ$, $\theta_x=0$, $\theta_y=90^\circ$

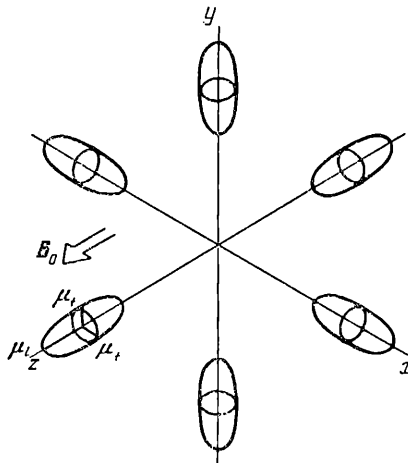


Рис. 2.11. Расположение эллипсоидов постоянной энергии в Si. Вдоль оси вращения эллипсоида подвижность μ_l , в поперечном направлении — μ_t .

и для долин на оси y : $\theta_z=90^\circ$, $\theta_x=90^\circ$, $\theta_y=0$. Суммируя соответствующие компоненты тензора электропроводности (6.1) каждой из шести долин, получим

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= qn(z) \frac{\mu_t}{1 + \mu_t^2 B_0^2} + qn(x) \frac{\mu_t}{1 + \mu_l \mu_t B_0^2} + qn(y) \frac{\mu_t}{1 + \mu_l \mu_t B_0^2}, \\ \sigma_{yy} &= qn(z) \frac{\mu_t}{1 + \mu_t^2 B_0^2} + qn(x) \frac{\mu_t}{1 + \mu_l \mu_t B_0^2} + qn(y) \frac{\mu_t}{1 + \mu_l \mu_t B_0^2}, \\ \sigma_{zz} &= qn(z) \mu_l + qn(x) \mu_t + qn(y) \mu_t, \end{aligned} \quad (6.8)$$

$$\sigma_{xy} = qn(z) \frac{\mu_t^2 B_0}{1 + \mu_t^2 B_0^2} + qn(x) \frac{\mu_l \mu_t B_0}{1 + \mu_l \mu_t B_0^2} + qn(y) \frac{\mu_l \mu_t B_0}{1 + \mu_l \mu_t B_0^2}.$$

Здесь $n(x)$, $n(y)$ и $n(z)$ — концентрации частиц в парах долин, расположенных вдоль осей x , y , z соответственно.

В отсутствие деформации кристалла в равновесном состоянии $n(z) = n(x) = n(y) = n_0/3$, где n_0 — полная концентрация электронов в зоне проводимости. Тогда $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$ и дисперсионное соотношение для геометрии Фарадея (6.4) имеет вид

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 + \omega \mu_0 \frac{qn_0}{3} \left[\frac{\mu_l (\beta \mu_l B_0 - i)}{1 + \mu_l^2 B_0^2} + \frac{-i(\mu_l + \mu_l) + 2\beta \mu_l \mu_l B_0}{1 + \mu_l \mu_l B_0^2} \right]. \quad (6.9)$$

В силу (6.6) и (6.7) поляризация волн осталась циркулярной. В бесстолкновительном случае ($\omega \tau_p \gg 1$, $\mu \approx q/i\omega m$) получим

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 + \omega \mu_0 \frac{qn_0}{3} \left[\frac{q}{m_l} (\beta \omega_{cl} + \omega) \frac{2\beta \omega_{cl} \frac{q}{m_l} + \omega \left(\frac{q}{m_l} + \frac{q}{m_l} \right)}{\omega_{cl}^2 - \omega^2} \right]. \quad (6.10)$$

или

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left[\frac{\omega_{pl}^2}{\omega (\beta \omega_{cl} - \omega)} + \frac{2\beta \omega_{cl} \omega_{pl}^2 + \omega (\omega_{pl}^2 + \omega_{pl}^2)}{\omega (\omega_{cl} \omega_{cl} - \omega^2)} \right] \right\}. \quad (6.11)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\omega_{cl} = \frac{q}{m_l} B_0, \quad \omega_{cl} = \frac{q}{m_l} B_0, \quad \omega_{pl}^2 = \frac{q^2 n_0}{\epsilon_1 m_l}, \quad \omega_{pl}^2 = \frac{q^2 n_0}{\epsilon_1 m_l}. \quad (6.12)$$

Как видно из (6.11), имеются два циклотронных резонанса: $\omega_{cl} = \omega$ и $\omega_{cl} \omega_{cl} = \omega^2$. Первый соответствует резонансу частиц долин на оси z , эффективная масса которых в плоскости магнитного поля изотропна и равна m_l (рис. 2.11). Второй — резонансу частиц в эллипсоидах, стоящих «бокком» к магнитному полю (долины на осях x и y , рис. 2.11), в которых масса электронов анизотропна в плоскости магнитного поля. Можно сказать, что частицы участвуют

в циклотронном резонансе с так называемой циклотронной массой

$$m_c = \sqrt{m_x m_y} \quad \text{при} \quad \mathbf{B}_0 \parallel z. \quad (6.13)$$

Число циклотронных резонансов определяется числом различных циклотронных масс для заданного направления магнитного поля. В рассматриваемом случае $\mathbf{B}_0 \parallel \langle 100 \rangle$ таких масс две: $m_{c1} = m_l$ и $m_{c2} = \sqrt{m_l m_t}$. Если $\mathbf{B}_0 \parallel \langle 111 \rangle$, то все долины в Si в плоскости магнитного поля эквивалентны и поэтому имеется лишь одна циклотронная масса.

Для эллипсоидальной долины, полагая $\mu \sim 1/m$, согласно (6.13) и (6.2) получим циклотронную массу для любой ориентации магнитного поля относительно оси симметрии долины

$$m_c = \sqrt{\frac{m_l^2 m_t}{m_l \cos^2 \theta + m_t \sin^2 \theta}}, \quad (6.14)$$

где θ — угол, образуемый вектором магнитного поля \mathbf{B}_0 с осью симметрии долины.

В случае изотропной массы циклотронный резонанс наблюдается, как было показано в § 2, только для экстраординарной волны ($\beta = +1$). Нетрудно видеть, что циклотронный резонанс в изотропной относительно оси z долине также имеет место лишь для экстраординарной волны (первый член в квадратных скобках формулы (6.11)). Резонанс же в анизотропных долинах (расположенных на осях x и y , рис. 2.11) имеет место как для экстраординарной ($\beta = +1$), так и для ординарной ($\beta = -1$) волн (второй член в квадратных скобках формулы (6.11)). Физически это понятно: циклотронное движение частиц в анизотропных долинах происходит по эллипсу. Циркулярно поляризованную волну можно разложить на две эллиптически поляризованные волны с правой и левой поляризацией. Поэтому как в случае ординарной, так и в случае экстраординарной волны имеется составляющая дрейфового движения электрона, совпадающая с его циклотронным движением.

На рис. 2.5.V показано схематическое изображение зависимости $N^2(\omega)$ для волн для рассмотренного выше случая (6.11). Сравнивая рис. 2.5.V с рис. 2.5.I, видим, что анизотропия долин изменила дисперсию волн. Частота

отсечки при $V_0=0$ (получаемая приравниванием (6.11) нулю) равна

$$\omega_k^2 = \frac{1}{3} (2\omega_{pt}^2 + \omega_{pt}^2) \equiv \bar{\omega}_p^2, \quad (6.15)$$

где

$$\bar{\omega}_p^2 = \frac{q^2 n_0}{\varepsilon_1 m_p}, \quad (6.16)$$

а

$$m_p = \frac{3m_l m_l}{2m_l + m_l}. \quad (6.17)$$

Величину m_p называют плазменной эффективной массой или массой проводимости. Помимо изменения ω_k , появился циклотронный резонанс для ординарной волны.

Поляризация волн, несмотря на анизотропию долин, осталась круговой, что не удивительно, поскольку суммарная электропроводность остается симметричной относительно оси магнитного поля. В анизотропном полупроводнике поляризация волн, естественно, будет анизотропной. Допустим, анизотропия проводимости имеет эллипсоидальный характер (одна долина) и магнитное поле $V_0 \parallel z$ направлено вдоль малой оси эллипсоида. Тогда из (6.1) получим

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{qn_0\mu_l}{1 + \mu_l\mu_l B_0^2}, & \sigma_{yy} &= \frac{qn_0\mu_l}{1 + \mu_l\mu_l B_0^2}, \\ \sigma_{xy} &= \frac{qn_0\mu_l\mu_l B_0}{1 + \mu_l\mu_l B_0^2}. \end{aligned} \quad (6.18)$$

Для бесстолкновительного случая ($\omega\tau_p \gg 1$)

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= i\omega \frac{\omega_{pt0}^2}{\omega_c l \omega_c l - \omega^2}, & \sigma_{yy} &= i\omega \frac{\omega_{pt0}^2}{\omega_c l \omega_c l - \omega^2}, \\ \sigma_{xy} &= \omega_{pt}^2 \frac{\omega_c l_0}{\omega_c l \omega_c l - \omega^2}, \end{aligned} \quad (6.19)$$

где $\omega_{pt0}^2 = \omega_{pt}^2 \varepsilon_1$ и $\omega_{pt}^2 = \omega_{pt}^2 \varepsilon_1$.

Как видим из (6.18), $\sigma_{xx} \neq \sigma_{yy}$ и согласно (6.7) поляризация волн в конфигурации Фарадея уже не круговая, а эллиптическая. Из (6.19) следует, что имеется лишь один циклотронный резонанс с циклотронной массой $m_c = \sqrt{m_l m_l}$, но для обоих направлений поляризации, т. е.

как для экстраординарной, так и для ординарной волны. Из вышесказанного можно заключить, что наличие циклотронного резонанса для ординарной волны свидетельствует о присутствии долин с анизотропной эффективной массой независимо от того, изотропна или анизотропна суммарная электропроводность кристалла.

Заметим, что в сильных магнитных полях ($\omega_{c,i} \gg \omega$) особенности в дисперсии, возникающие в связи с анизотропией долин в изотропном или анизотропном кристалле, исчезают. Действительно, в этом случае (6.11) принимает вид

$$k^2 \approx \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 \left(1 + \frac{\omega_p^2}{\beta \omega \omega_c} \right) \quad (6.20)$$

и закон дисперсии не зависит от эффективной массы.

§ 7. Экспериментальные методы наблюдения магнитоплазменных волн в полупроводниках

Рассмотрим основные экспериментальные приемы наблюдения магнитоплазменных волн и возможности их использования для изучения дисперсии электронов в полупроводниках.

Полупроводниковый образец представляет собою ограниченную среду, и, естественно, дисперсия волн в ней будет во многом определяться условиями на границах. Априори понятно, что отражения от границ приведут к интерференции волн и размерным резонансам, как в обычных объемных резонаторах. Ниже мы рассмотрим простейший такой резонатор: бесконечную полупроводниковую пластину толщиной d с параллельными стенками.

Этот случай соответствует используемым в большинстве экспериментов реальным образцам, представляющим собою пластины, толщина которых много меньше других размеров.

Возбудить волны в такой пластине можно, поместив ее в переменное магнитное или электрическое поле. Для индикации волн можно использовать как изменение входных параметров системы возбуждения, так и специальные системы индикации магнитного или электрического поля. Рассмотренные ниже методы наблюдения магнитоплаз-

менных волн в полупроводниках классифицированы по способам возбуждения и индикации этих волн.

Метод скрещенных катушек. Этот метод схематически изображен на рис. 2.12, а. Полупроводниковая пластина помещается в переменное магнитное поле, создаваемое пропусканием тока J_1 через катушку индуктивности, которую мы будем называть обмоткой возбуждения. В пластине возбуждаются электромагнитные волны.

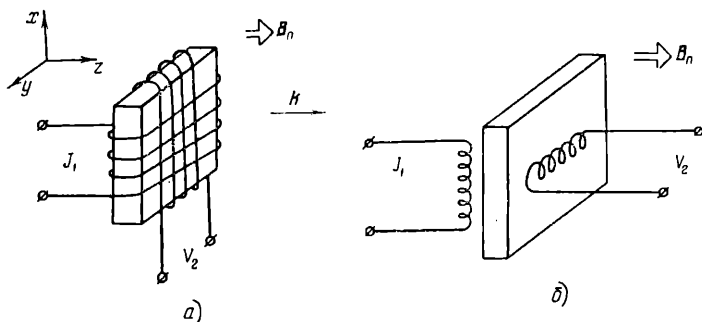


Рис. 2.12. а) Метод скрещенных катушек; б) метод пропускания волн через пластину.

В отсутствие внешнего постоянного магнитного поля в изотропной среде эти волны имеют лишь B_x -компоненту и во второй, скрещенной по отношению к первой обмотке, которую будем называть обмоткой индикации, не будет возбуждаться эдс (или ток). При наличии внешнего магнитного поля B_0 такого, что $B_{0x} \neq 0$, электромагнитные волны в нескомпенсированном полупроводнике будут иметь также B_y -компоненту (§ 2). В этом случае в обмотке индикации будет индуцироваться эдс V_2 . Наиболее значительной B_y -компонента будет, если условия опыта таковы, что в полупроводниковой пластине образуется геликонная волна (§ 2). Поэтому устройство по наблюдению магнитоплазменных волн, изображенное на рис. 2.12, а, называют еще геликонным трансформатором.

По аналогии с обычным трансформатором можем записать

$$V_2 = ig\omega M_r J_1. \quad (7.1)$$

Здесь g — геометрический фактор (число витков, конфигурация обмоток, объем и т. д.), а «магнитная проницаемость»

$$M_x = \frac{\bar{B}_y}{\bar{B}_x}, \quad (7.2)$$

где

$$\bar{B}_{y,x} = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{+d/2} B_{y,x} dz. \quad (7.3)$$

Найдем связь M_x с параметрами волны и среды [12, 17]. В полупроводниковом резонаторе в виде плоскопараллельной пластины с высокой диэлектрической проницаемостью возникают стоячие волны, обусловленные волнами с $k \parallel z$. Поэтому независимо от направления внешнего магнитного поля \mathbf{B}_0 лишь k_z -компоненты волн образуют стоячую волну и можно полагать $B_z = 0$. Граничные условия для стоячих волн в полупроводниковой пластине определяются условием непрерывности тангенциальных составляющих магнитного поля

$$\begin{aligned} B_m \exp(i\omega't) &= \\ &= B_{x+} \exp\left[i\left(\omega't - k_+ \frac{d}{2}\right)\right] + B_{x-} \exp\left[i\left(\omega't - k_- \frac{d}{2}\right)\right], \\ 0 &= B_{y+} \exp\left[i\left(\omega't - k_+ \frac{d}{2}\right)\right] + B_{y-} \exp\left[i\left(\omega't - k_- \frac{d}{2}\right)\right]. \end{aligned} \quad (7.4)$$

Здесь $B_m \exp(i\omega't)$ — магнитное поле, создаваемое катушкой возбуждения ($\mathbf{B}_m \parallel x$). Индекс плюс соответствует экстраординарной, а минус — ординарной волне. Для простоты индекс z у волнового вектора опущен. Нетрудно убедиться, что компоненты магнитного поля волны в полупроводнике с учетом граничных условий (7.4) имеют вид

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{B_m \exp(i\omega't)}{f_+ - f_-} \left[\frac{f_+ \cos(k_+ z)}{\cos\left(\frac{1}{2} k_+ d\right)} - \frac{f_- \cos(k_- z)}{\cos\left(\frac{1}{2} k_- d\right)} \right], \\ B_y &= \frac{B_m \exp(i\omega't)}{f_+ - f_-} \left[\frac{\cos(k_+ z)}{\cos\left(\frac{1}{2} k_+ d\right)} - \frac{\cos(k_- z)}{\cos\left(\frac{1}{2} k_- d\right)} \right], \\ B_z &= 0, \quad |z| < \frac{d}{2}. \end{aligned} \quad (7.5)$$

Здесь f_+ и f_- характеризуют поляризацию волн,

$$\frac{B_{x+}}{B_{y+}} = f_+, \quad \frac{B_{x-}}{B_{y-}} = f_-. \quad (7.6)$$

Из (7.5) и (7.3) получим

$$M_x = \frac{1}{(f_+ - f_-)d} \int_{-d/2}^{+d/2} \left[\frac{\cos(k_+z)}{\cos\left(\frac{1}{2}k_+d\right)} - \frac{\cos(k_-z)}{\cos\left(\frac{1}{2}k_-d\right)} \right] dz \quad (7.7)$$

или

$$M_x = \frac{1}{(f_+ - f_-)} \left[\frac{1}{\frac{1}{2}k_+d} \operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}k_+d\right) - \frac{1}{\frac{1}{2}k_-d} \operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}k_-d\right) \right]. \quad (7.8)$$

В рассматриваемой задаче нас интересуют только магнитные компоненты волны в полупроводнике, т. е. только поперечные волны. Поэтому дисперсию и поляризацию волн удобно искать, используя волновое уравнение для магнитного поля (2.23, гл. I)

$$\mathbf{k} \times (\hat{\rho} \mathbf{k} \times \mathbf{H}) = i\omega\mu_0 \mathbf{H}, \quad (7.9)$$

где $\hat{\rho}$ — тензор сопротивления, определяющий связь между полным током и полем:

$$\hat{\rho} \mathbf{J} = \mathbf{E}. \quad (7.10)$$

Положив для поперечной волны с $\mathbf{k} \parallel z$ $H_z = 0$ и $\hat{\rho}(\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}) \approx \hat{\rho}(\mathbf{H}_0)$, из (7.9) получаем

$$\begin{aligned} \rho_{xx}k^2 H_y + \rho_{xy}k^2 H_x &= i\omega\mu_0 H_y, \\ -\rho_{yx}k^2 H_y + \rho_{yy}k^2 H_x &= -i\omega\mu_0 H_x. \end{aligned} \quad (7.11)$$

Заметим, что дисперсия волн определяется лишь четырьмя компонентами тензора сопротивления. Приравнявая детерминант (7.11) нулю, получим дисперсионное уравнение, выраженное через эти четыре компоненты тензора сопротивления,

$$k_{\pm}^2 = \frac{\omega\mu_0}{\rho_{xx}\rho_{yy} - \rho_{xy}\rho_{yx}} \left\{ -i \frac{\rho_{xx} + \rho_{yy}}{2} \pm \left[-\frac{(\rho_{xx} - \rho_{yy})^2}{4} - \rho_{xy}\rho_{yx} \right]^{1/2} \right\} \quad (7.12)$$

и

$$f_{\pm} = \frac{H_x}{H_y} = \frac{2\rho_{xy}}{(\rho_{yy} - \rho_{xx}) \pm [(\rho_{xx} - \rho_{yy})^2 + 4\rho_{xy}\rho_{yx}]^{1/2}}. \quad (7.13)$$

Теперь мы можем выразить M_r через компоненты тензора сопротивления и тем самым связать эдс, возникающую на катушке индикации, с параметрами плазмы полупроводника. Подставляя (7.13) и (7.12) в (7.8) и разлагая $\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}k_d\right)$ в ряд

$$\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}k_d\right) = - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\left(\frac{1}{2}k_d\right) + n\pi - \frac{1}{2}\pi \right]^{-1}, \quad (7.14)$$

получим

$$M_r = - \frac{8}{\pi^2} \frac{\rho_{xy}}{\rho_{xx} + \rho_{yy}} \sum_{\gamma=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma^2} \frac{1}{1 + iQ\left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)}. \quad (7.15)$$

Здесь

$$\omega_r = \frac{\pi^2 \gamma^2}{\mu_0 d^2} (\rho_{xx}\rho_{yy} - \rho_{xy}\rho_{yx})^{1/2}, \quad (7.16)$$

$$Q = \frac{(\rho_{xx}\rho_{yy} - \rho_{xy}\rho_{yx})^{1/2}}{\rho_{xx} + \rho_{yy}}, \quad (7.17)$$

γ — нечетное число. Нечетность γ отражает то обстоятельство, что при четном числе полуволн на толщине образца d среднее магнитное поле $B_y = 0$. Величина Q имеет смысл добротности полупроводникового резонатора, а ω_r есть резонансная частота, соответствующая образованию стоячей волны в пластине. Стоячие волны могут образовываться при относительно небольших частотах. Такая возможность связана с тем, что фазовые скорости экстраординарных волн могут быть много меньше скорости света (§ 2) и, следовательно, длина их волны может быть меньше толщины полупроводниковой пластины.

Метод скрещенных катушек является удобным методом наблюдения низкочастотных геликонных волн. Многие авторы наблюдали размерные резонансы таких волн в полупроводниках [12, 13, 15, 16]. На рис. 2.18 приведен пример зависимости напряжения на катушке индикации от величины постоянного магнитного поля, нормального плоскости полупроводниковой пластины. Ниже в § 8 мы

рассмотрим, какую информацию о свойствах плазмы можно получить из экспериментов такого рода.

Метод пропускания волн через пластину. Сущность метода показана на рис. 2.12, б. Катушки возбуждения и индикации находятся по разные стороны полупроводниковой пластины и перпендикулярны друг другу. Можно показать [12, 17, 27], что магнитное поле волны H_2 , прошедшее через пластину с показателем преломления N и толщиной d , равно

$$H_2 = \left[\frac{1}{2} i (N + N^{-1}) \sin \left(\frac{Nd\omega}{c} \right) + \cos \left(\frac{Nd\omega}{c} \right) \right]^{-1} H_{1x}, \quad (7.18)$$

где H_{1x} — магнитное поле у пластины со стороны катушки возбуждения. Показатель преломления в случае геликонов может достигать 10^2 . Поэтому N^{-1} в (7.18) можно отбросить. После соответствующих преобразований получим для амплитуды прошедшего через пластину поля [12, 17, 27]

$$H_{2\pm} = \frac{-i\omega d}{c} \left[\frac{1}{k_{\pm}d} \operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} k_{\pm}d \right) + \frac{1}{k_{\pm}d} \operatorname{ctg} \left(\frac{1}{2} k_{\pm}d \right) \right] H_{1\pm}. \quad (7.19)$$

Снова раскладывая тангенс в ряд, получим для M_x^i , которое в этом случае определяется как

$$M_x^i = \frac{H_{2y}}{H_{1x}}, \quad (7.20)$$

выражение

$$M_x^i = \frac{-i\omega d}{c} \left[\frac{4i\rho_{xy}}{d^2\mu_0\omega} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{\gamma=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\gamma}}{\gamma^2} \frac{\frac{2\rho_{xy}}{\rho_{xx} + \rho_{yy}}}{1 + iQ \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \right)} \right]. \quad (7.21)$$

Если ось катушки индикации параллельна оси возбуждающей катушки, то «магнитная проницаемость пластины»

$$M_x^i = \frac{H_{2x}}{H_{1x}} \quad (7.22)$$

равна

$$M_x^i = \frac{-i\omega d}{c} \left[-\frac{4i\rho_{yy}}{d^2\mu_0\omega} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{\gamma=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\gamma}}{\gamma^2} \frac{\frac{2\rho_{xx}}{\rho_{xx} + \rho_{yy}} + 2iQ \frac{\omega}{\omega_r}}{1 + iQ \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \right)} \right]. \quad (7.23)$$

Отметим, что в этом случае γ может быть и четным числом. Тот факт, что M^t и M^l не равны нулю в отсутствие резонанса в пластине (член перед суммой), соответствует проникновению поля сквозь пластину вследствие скин-эффекта.

Геометрический фактор g , а значит, и сигнал на выходе, в случае метода пропускания волн через пластину, понятно, значительно меньше этого фактора в случае метода скрещенных катушек. Измерение малого сигнала на выходе не является, однако, большим препятствием на пути экспериментатора, так как на катушке возбуждения имеется большое опорное напряжение, когерентное с измеряемым сигналом, что позволяет использовать фазочувствительное детектирование. В методе пропускания волн для индикации их фазы используется интерференция между входным и выходным сигналами. Если на катушку индикации подать опорный сигнал с катушки возбуждения, величина которого не зависит от магнитного поля

$$V = |V_0| \sin \omega t,$$

то на выходе он будет смешиваться с зависящим от поля сигналом

$$V(H) = |V_H| \sin [\omega t + \alpha(H)],$$

приводя к характерной картине осцилляций. Вследствие изменения фазы прошедшего через образец сигнала от магнитного поля он попеременно то складывается, то вычитается из сигнала прямой связи.

Общее напряжение на выходе определяется соотношением

$$2V_T^2 = |V_0|^2 + |V_H|^2 + 2|V_0||V_H| \cos \alpha. \quad (7.24)$$

Смещение сигналов на выходе иллюстрируется рис. 2.13, на котором приведены экспериментальные результаты по прохождению геликонных волн через пластину натрия [18]. Понятно, что метод интерференции прямого и прошедшего через полупроводник сигналов является общим методом. Он может быть использован для измерения величины и зависимости фазовой скорости магнитоплазменных волн от магнитного поля в полупроводниках и при других способах возбуждения волн. Этот метод имеет

аналог в оптике, и его называют методом интерферометрии Рэлея. Аналогом размерного резонанса в оптике является резонанс Фабри—Перо.

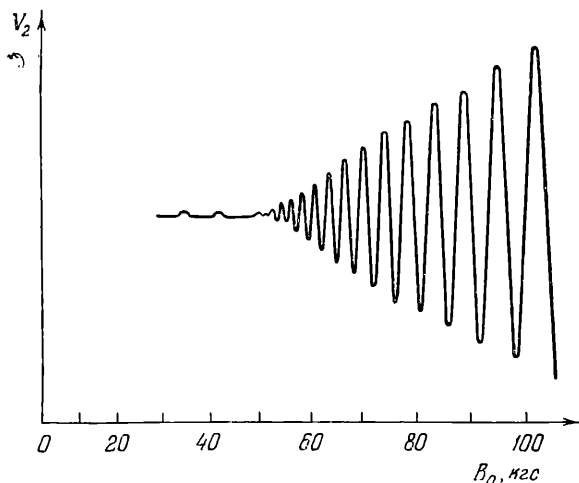


Рис. 2.13. Амплитуда (в произвольных единицах) прошедшей геликонной волны частотой 50 Мгц через пластину натрия толщиной 0,48 мм. В магнитных полях меньше 50 кГс сигнал не наблюдается из-за сильного поглощения вблизи доплер-сдвинутого циклотронного резонанса [18].

Сверхвысокочастотные методы. В этом случае полупроводниковая пластина ставится на пути распространения СВЧ-сигнала и наблюдается либо прошедший, либо отраженный от пластины сигнал. При прохождении волн через пластину амплитуда прошедшего сигнала связана с амплитудой падающего сигнала выражениями (7.20)—(7.23), и в условиях слабого затухания имеют место размерные резонансы. С помощью этой методики в работе [14] впервые были обнаружены геликонные волны в полупроводниках. На рис. 2.14 приведена зависимость амплитуды прошедшего через пластину антимида индия сигнала частотой 10 Ггц от величины магнитного поля.

В случае, когда затухание волн в полупроводнике велико и размерные резонансы не проявляются, используется метод интерферометрии Рэлея [19].

Техника размерного СВЧ-резонанса и интерферометрии использовалась рядом авторов для наблюдения альфве-

новских волн в полупроводниках [20]. Впервые такие волны наблюдались в работе [21]. Альфвеновские волны имеют линейную поляризацию, и их фазовая скорость не зависит от частоты (§ 3). Эти свойства используются в экспериментах для идентификации альфвеновских волн.

В СВЧ-диапазоне удобным является метод отражения. В отраженном от тонкого образца сигнале проявляются те же размерные резонансы, что и в прошедшем сигнале. При исследовании методом отражения упрощаются требования к форме образца. По этому методу образец не обязательно должен точно соответствовать окну волновода, как это имеет место при изучении прохождения волн. Ему достаточно быть больше окна открытого конца

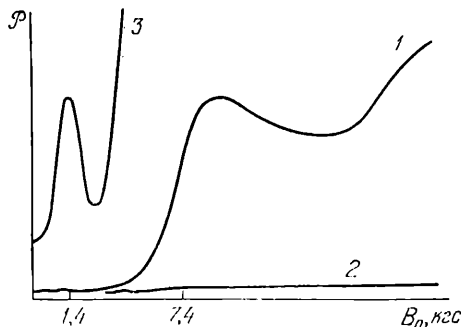


Рис. 2.14. Зависимость прошедшей СВЧ-мощности $\mathcal{P}(B_0)$ в произвольных единицах через образец n -InSb толщиной 2 мм, перекрывающий окно волновода трехсантиметрового диапазона, вдоль оси которого направлено магнитное поле [14]: 1 — прошедшая мощность \mathcal{P} , когда направление B_0 соответствует возбуждению геликонной волны в образце; 2 — прошедшая мощность при обратном направлении B_0 ; 3 — начальная часть кривой 1, усиленная на 12 дБ.

волновода. Кроме того, методом отражения можно исследовать толстые (полубесконечные образцы). На рис. 2.15 показана зависимость от B_0 отраженного сигнала от пластины из n -InSb [22]. Размерные резонансы лучше проявляются в отраженном сигнале, чем в прошедшем. Для толстых образцов метод отражения волн является единственно доступным. Метод отражения в этом случае сводится к изменению входного импеданса образца, который существенно зависит от типа волн в плазме и ее параметров [23]. На рис. 2.16 приведена зависимость от B_0 коэффициента отражения от толстого образца, в котором возбуждалась геликонная волна.

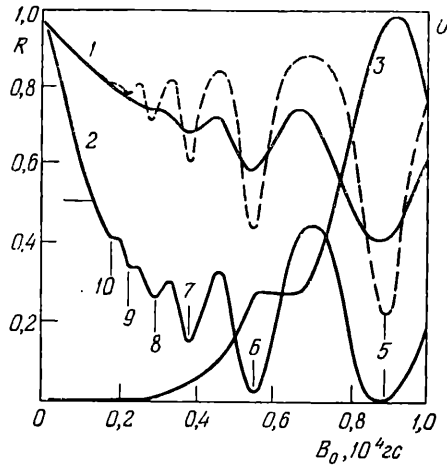


Рис. 2.15. Зависимость коэффициента отражения R и амплитуды прошедшего сигнала U (относительные единицы) от магнитного поля для пластины n -InSb толщиной $d=2,64$ мм при $f=37,7$ ГГц, $T=77$ °К, $n=4,4 \cdot 10^{14}$ см $^{-3}$, $\mu=4,1 \times 10^5$ см 2 /в.сек: 1 — экспериментальная кривая $R(B_0)$; 2 — экспериментальная кривая $R(B_0)$ при согласовании импедансов волновода и образца с помощью $\lambda/4$ диэлектрической пластины; 3 — экспериментальная кривая $U(B_0)$; пунктирная кривая — теоретическая. Цифрами 5—10 обозначены резонансы Фабри—Перо [22].

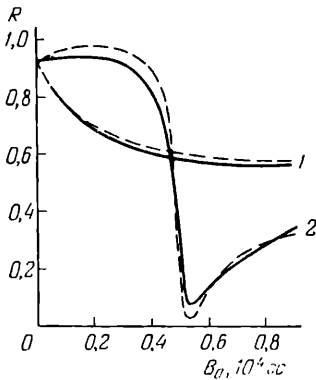


Рис. 2.16. Зависимость коэффициента отражения по мощности R от магнитной индукции для «полубесконечного» образца с параметрами: толщина $d \sim 1,5$ см (задняя стенка образца не параллельна передней), $n=1,15 \times 10^{14}$ см $^{-3}$, $\mu=6,5 \cdot 10^5$ см 2 /в.сек, $\chi_1=17$. Кривая 1 соответствует экстраординарной, а 2 — ординарной волне, пунктирные линии — теоретическим, сплошные — экспериментальным данным [23].

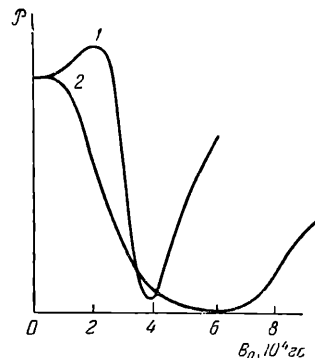


Рис. 2.17. Циклотронный резонанс в n -InSb в геометрии Фарадея и Войта для $\omega=295$ см $^{-1}$ [24]. По оси ординат отложена в нормализованных единицах мощность \mathcal{P} прошедшего через полупроводник сигнала: 1 — $\mathbf{k} \perp \mathbf{B}_0 \perp \mathbf{E}$, $\min \mathcal{P}$ соответствует $(\omega^2 + \omega_c^2)^{1/2}$; 2 — $\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}_0 \perp \mathbf{E}$, $\min \mathcal{P}$ соответствует $\omega = \omega_c$.

Наряду с размерными резонансами в оптическом и СВЧ-диапазоне могут наблюдаться фарадеевское и войгта-вращения плоскости поляризации, а также циклотронный и другие типы резонансов, рассмотренные в § 2 и § 3. Циклотронный резонанс является основным методом измерения эффективных масс носителей заряда в полупроводниках и он изучался многими авторами. На рис. 2.17 приведен пример зависимостей амплитуды прошедшего через полупроводник сигнала от величины магнитного поля, на которых видны циклотронные резонансы в геометрии Фарадея и Войгта. Фарадеевское вращение плоскости поляризации также наблюдалось во многих работах и было использовано для получения информации о непараболичности эффективной массы и об эффекте разогрева носителей тока в полупроводниках. В основном, эксперименты по циклотронному резонансу и фарадеевскому вращению относятся к оптическому диапазону частот, и здесь их более подробно рассматривать не будем.

§ 8. Геликонная спектроскопия

Изучение распространения электромагнитных волн в плазме позволяет получить много сведений о параметрах свободных носителей заряда и об их энергетическом спектре. Особенно богатыми по получаемым сведениям оказались различные резонансы в оптическом диапазоне, связанные с квантованием движения электронов (дырок) магнитным полем. Различные виды магнитных резонансов позволяют установить эффективные массы носителей и детали зонной структуры в полупроводниках, формы поверхностей Ферми в металлах. Все эти исследования заложили основы нового направления в физике твердого тела—магнитооптики [25].

В радиодиапазоне трудно наблюдать магнитные и плазменные резонансы. Для циклотронного резонанса, например, необходимым условием является $\omega = \omega_c$ и $\omega_c \tau_p \gg 1$ и даже при очень низких температурах циклотронные частоты оказываются в оптическом или близком к оптическому диапазонах. Все же, как показали работы авторов [26], много сведений о внутризонной структуре полупроводника можно получить из исследований распространения волн радиодиапазона в замагниченной

плазме, причем в сравнении с магнитооптическими относительно более простыми техническими средствами. В настоящем параграфе рассмотрим несколько примеров определения параметров носителей заряда в полупроводниках с помощью геликонных волн радиотехнического диапазона частот. Геликонные волны являются глубокопроникающими в проводящую среду волнами и поэтому наиболее удобны для такого рода исследований.

Дисперсионные соотношения для волн радиочастот в плазме твердого тела определяются тензором электропроводности. Измерение на опыте поглощения, отражения, фазовых скоростей, резонансов, поляризации волн и их зависимостей от геометрии опыта и внешних E_0 и B_0 позволяет найти компоненты тензора электропроводности и из них распределение концентрации по долинам внутри зоны, величину и анизотропию подвижности внутри долин, знаки носителей заряда.

Сначала рассмотрим полупроводник с одной сферической долиной. В таком полупроводнике основные параметры, характеризующие его свойства, подвижность и концентрация носителей заряда, обычно определяются из измерений электропроводности и эффекта Холла. Покажем, как можно эти параметры найти из измерений размерных резонансов геликонов. Для изотропной подвижности при $B_0 \parallel z \parallel k$ (IV.12) получаем

$$\rho_{xx} = \rho_{yy} = \frac{1}{qn\mu}, \quad \rho_{xy} = -\rho_{yx} = \frac{\mu B_0}{qn\mu}. \quad (8.1)$$

Частоты размерных резонансов (7.16) в пластине из такого полупроводника равны

$$\omega_r = \frac{\pi^2 \gamma^2}{\mu_0 d^2} \frac{1}{qn\mu} (1 + \mu^2 B_0^2)^{1/2}. \quad (8.2)$$

При

$$\mu^2 B_0^2 \gg 1 \quad (8.3)$$

получим

$$\omega_r \approx A \gamma^2 \frac{B_0}{n}, \quad (8.4)$$

где

$$A = \frac{\pi^2}{q\mu_0 d^2} = 4,91 \cdot 10^{15} \frac{p\text{ад}}{\text{зс} \cdot \text{сек} \cdot \text{см}^3}.$$

Согласно (8.4), определив резонансную частоту (или резонансное поле B_{0r} при заданной частоте), можно найти концентрацию носителей тока. В случае метода скрещенных катушек резонансные значения ω_r или B_{0r} определяются из кривой зависимости напряжения V_2 на выходной катушке (§ 7) от частоты сигнала на первичной обмотке, при постоянном B_0 , либо от величины магнитного поля B_0 ,

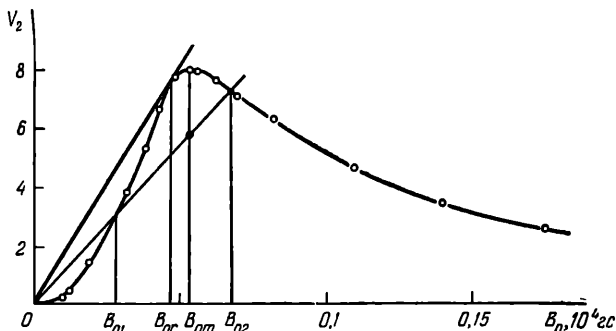


Рис. 2.18. Зависимость выходного сигнала V_2 (произвольные единицы) на геликонном трансформаторе из сплава $B_{10,89}SD_{0,11}$ от величины постоянного магнитного поля B_0 при фиксированной частоте $f=10^7$ гц тока через первичную обмотку и $T=77^\circ\text{K}$, B_{0r} — магнитное поле, соответствующее размерному резонансу, B_{0m} — магнитное поле, соответствующее $V_{2\text{max}}$.

при постоянной частоте. Второй вариант экспериментально более прост и удобен, так как не требует согласования цепей схемы в широком диапазоне частот.

По максимумам V_2 находятся максимумы M_T . Значения частоты ω_m или магнитной индукции B_{0m} , соответствующие максимумам V_2 , в общем случае, согласно (7.15) не совпадают с резонансными значениями частоты ω_r или магнитной индукции B_{0r} . Однако нетрудно показать, продифференцировав (7.1) по B_0 или по ω с учетом (7.15) и (8.1) что

$$\left. \frac{dV_2}{dB_0} \right|_{B_{0r}} = \frac{V_2(B_{0r})}{B_{0r}} \quad \text{и} \quad \left. \frac{dV_2}{d\omega} \right|_{\omega_r} = \frac{V_2(\omega_r)}{\omega_r}, \quad (8.5)$$

где $V_2(B_{0r})$ и $V_2(\omega_r)$ — напряжения на выходной катушке, соответствующие резонансным значениям магнитной индукции или частоты [12]. Пользуясь (8.5), из экспериментальной зависимости $V_2(B_0)$ при фиксированной частоте (рис. 2.18) или $V_2(\omega)$ при фиксированном B_0 находим величины B_{0r} или ω_r .

Преобразуя (7.17), можно получить, что

$$Q = \frac{B_{0r}}{B_{02} - B_{01}} \quad (8.6)$$

и

$$Q = \frac{\omega_r}{\omega_2 - \omega_1}. \quad (8.7)$$

Здесь B_{02} и B_{01} — значения магнитных полей, соответствующих пересечениям прямой, проведенной через начало координат и точку $0,707 V_2(B_{0m})$, с кривой зависимости $V_2(B_0)$ (рис. 2.18). Рис. 2.18 соответствует экспериментальной кривой, снятой при фиксированной частоте. Из аналогичной кривой при фиксированном магнитном поле можно найти ω_r и $\omega_2 - \omega_1$.

Заметим, что при $\mu^2 B_0^2 \gg 1$

$$Q \approx \frac{1}{2} \mu B_0 \quad (8.8)$$

и из (8.6) получим

$$(B_{02} - B_{01}) = \frac{2}{\mu}. \quad (8.9)$$

Итак, измерение кривых зависимости $V_2(B_0)$ при $\mu^2 B_0^2 \gg 1$ позволяет найти концентрацию и подвижность носителей заряда в полупроводнике. Преимущества этого метода, в сравнении с методом измерения напряжения Холла и электропроводности, состоит в отсутствии необходимости изготовления образца специальной формы и, главное, омических измерительных контактов. Для измерений необходима лишь плоскопараллельная пластина, пусть даже неправильной формы. Недостаток метода — в ограниченном круге материалов, в которых можно осуществить условие (8.3).

Нужно отметить, что при выполнении неравенства (8.3) можно с большой степенью точности полагать $\omega_r \approx \omega_m$ и $B_{0r} \approx B_{0m}$, где ω_m и B_{0m} — значения частоты и магнитного поля, соответствующие максимумам V_2 (рис. 2.18). По мере уменьшения μB_0 расхождение между ω_r и ω_m , а также между B_{0r} и B_{0m} увеличивается и при $\mu B_0 \approx 1$ кривые ω/B_{0r} и ω/B_{0m} имеют совершенно различный характер.

Так в области $\mu^2 B_0^2 \geq 1$ максимуму M_r (а значит, и V_2) соответствует условие [26]

$$\omega^2 = \left(\frac{\pi^2 m^2}{2\mu_0 d^2} \frac{1}{q n \mu} \right)^2 (\mu^2 B_{0m}^2 - 1). \quad (8.10)$$

По мере приближения значений μB_0 к единице кривая ω/B_{0m} идет вниз и при $\mu B_0 = 1$ $\omega/B_{0m} = 0$. В то же время зависимость ω/B_{0r} согласно (8.2) идет вверх с уменьшением μB_0 и при $\mu B_0 \approx 1$ в $[\sqrt{2}]$ больше своего значения

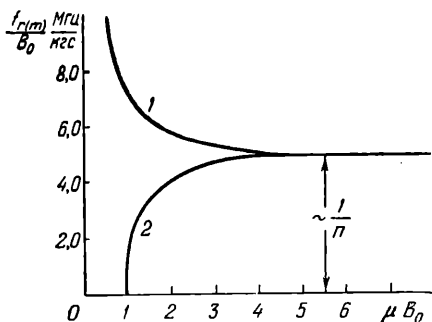


Рис. 2.19. Зависимости: 1 — f/B_{0r} ; 2 — f/B_{0m} от μB_0 для n -InSb.

при $\mu^2 B_0^2 \gg 1$. На рис. 2.19 приведены примеры этих зависимостей. Используя (8.10), можно, определив при относительно малых $\mu B_0 \geq 1$ значение B_{0m} для нескольких значений ω , экстраполировать зависимость ω^2 от $\mu^2 B_{0m}^2$ до пересечения с осью μB_0 и найти величину подвижности (рис. 2.20). Из наклона прямой в зависимости B_{0m}^2 от ω^2 (рис. 2.20) согласно (8.10) можно определить также концентрацию. Таким образом, экспериментальное измерение зависимости B_{0m} от ω при $\mu B_0 \geq 1$ является еще одним методом определения концентрации и подвижности носителей тока.

В тонких или достаточно чистых образцах величина ω_r , определяемая (8.2), может оказаться весьма большой, такой, что

$$\omega \ll \omega_r. \quad (8.11)$$

В этом случае из (7.15) получим

$$M_r = -i \frac{8\mu_0 d^2 \omega}{\pi^4} \frac{p_{xy}}{p_{xx}p_{yy} - p_{xy}p_{yx}}. \quad (8.12)$$

В случае сферической долины

$$M_{\tau} = -i \frac{8\mu_0 d^2 \omega}{\pi^4} \sigma_{xy} = -i \frac{8\mu_0 d^2 \omega q n \mu}{\pi^4} \frac{\mu B_0}{1 + \mu^2 B_0^2}. \quad (8.13)$$

Выражение (8.13) имеет максимум при $\mu B_0 = 1$. Изменяя зависимость V_2 от B_0 при условии (8.11), можно найти значение подвижности.

Как видим, измерение геликоновых размерных резонансов позволяет различными методами определить концентрации и подвижности носителей тока. Существенным является то, что хотя должно выполняться неравенство $\mu B_0 \geq 1$, т. е. $\omega_0 \tau \geq 1$, но частоты, при которых ведутся измерения, могут быть малыми.

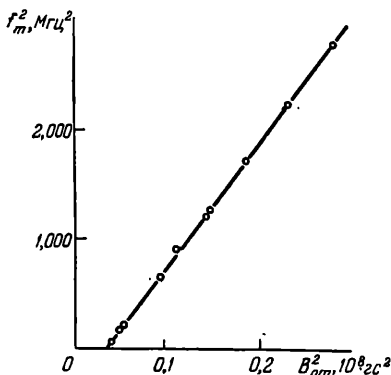


Рис. 2.20. Зависимость B_{0m}^2 от f^2 для $\text{Cd}_{0,16}\text{Hg}_{0,84}\text{Te}$ при $T = 180^\circ \text{К}$.

Многодолинные полупроводники. Гальваномагнитные свойства многодо-

линных полупроводников определяются подвижностью и концентрацией носителей заряда в каждой долине, а также асимметрией подвижности в долинах и их взаимной ориентацией.

Если долины сферические, то при выполнении условия (8.11) в многодолинном случае формула (8.13) принимает вид

$$M_{\tau} = -i \frac{8\mu_0 d^2 \omega q n \mu}{\pi^4} \left(\frac{\mu_1 B_0}{1 + \mu_1^2 B_0^2} + \frac{\mu_2 B_0}{1 + \mu_2^2 B_0^2} + \dots \right), \quad (8.14)$$

и если подвижности в долинах заметно отличаются, то на экспериментальной зависимости V_2 от B_0 каждому сорту носителей будет соответствовать свой максимум.

В случае анизотропных долин формулы (7.15), (7.21), (7.23) и (8.12) сохраняют силу, но выражение для компонента тензора сопротивления усложняется, приводя не только к количественным, но и к качественным изменениям

зависимостей M_r и ω_r от B_0 . Об одном таком качественном изменении уже говорилось в § 6: при анизотропных долинах циклотронный резонанс имеет место не только для экстраординарной волны, но и для ординарной. Можно показать, что уравнение (8.10) сохраняет свою силу и для анизотропной эллипсоидальной долины, если вместо μ записать некоторый параметр μ_c , который можно назвать циклотронной подвижностью,

$$\mu_c = \sqrt{\mu_x \mu_y} \quad \text{при } \mathbf{B} \parallel \mathbf{z} \quad (8.15)$$

по аналогии с циклотронной массой $m = \sqrt{m_x m_y}$. Циклотронная подвижность зависит от ориентации магнитного поля относительно осей эллипсоида подвижности. Она характеризует некоторую среднюю величину подвижности в плоскости, ортогональной магнитному полю \mathbf{B}_0 . Если магнитное поле направлено вдоль главной оси эллипсоида, то подвижность электронов в плоскости, ортогональной магнитному полю, изотропна и равна μ_i . В случае, когда \mathbf{B}_0 перпендикулярно главной оси эллипсоида,

$$\mu_c = \sqrt{\mu_x \mu_y}. \quad (8.16)$$

Измерение μ_c из размерных резонансов при $\mu_c B_0 \geq 1$ (8.10) для различных ориентаций \mathbf{B}_0 относительно кристаллографических осей позволяет определить компоненты подвижности μ_x и μ_y (IV. 3).

Примеры экспериментального определения μ_c показаны на рис. 2.21.

Измерение зависимости ω_r/B_0 от B_0 в переходной области магнитных полей также позволяет определить структуру подвижности в долине. Рассмотрим в качестве примера n -Ge [26, 29, 30]. Реальная часть частоты геликона ω'_h в n -Ge, соответствующая длине волны $\lambda = 2d$, т. е. размерному резонансу ω_r при наличии только геликонной волны, равна

$$\omega'_h = \frac{A \delta \sum_i \frac{B_0 n_i \mu_i^2}{\mu_i^2 B_0^2 + 1}}{\left(\delta \sum_i \frac{B_0 n_i \mu_i^2}{\mu_i^2 B_0^2 + 1} \right)^2 + \left(\sum_i \frac{n_i \mu_i \gamma_i}{\mu_i^2 B_0^2 + 1} \right)^2}, \quad (8.17)$$

где

$$A = \frac{\gamma^2 \pi^2}{q \mu_0 d^2},$$

$$\gamma_i = \frac{1}{2} \mu_i (K^{-1} \sin^2 \theta_i + \cos^2 \theta_i + 1) (\mu_i)^{-1},$$

$$\mu_i = \mu_i \mu_i + \mu_i (\mu_i - \mu_i) \cos^2 \theta_i, \quad K = \frac{\mu_i}{\mu_i},$$

θ_i — угол между осью вращения i -го эллипсоида и осью z

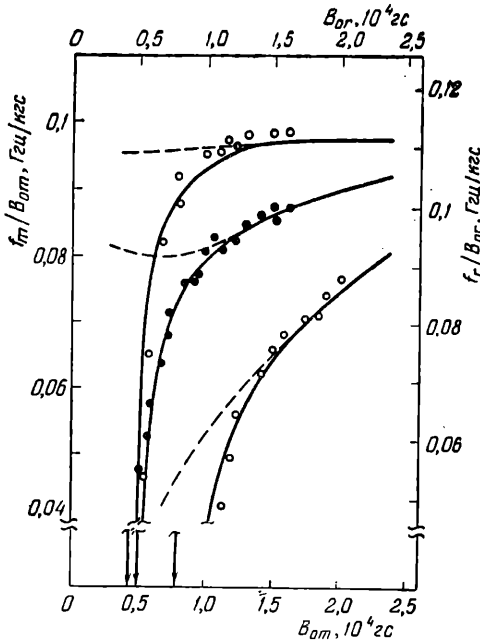


Рис. 2.21. Зависимость соотношения f/B_{0r} от B_{0r} с учетом только геликонной волны (пунктирные кривые) и f/B_{0m} от B_{0m} (сплошные кривые) для n -Ge ($n=1,49 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $\mu_c=2 \cdot 10^4 \text{ см}^2/\text{в} \cdot \text{сек}$, $K=10$, $T=80^\circ \text{ К}$) [28]. Кривые соответствуют расчету, точки — эксперименту $k \parallel B_0$ $\langle 110 \rangle$; 1 — $P=\langle 100 \rangle$ и $|P|=1,1 \cdot 10^3 \text{ бар}$; 2 — $P=0$; 3 — $P \parallel \langle 110 \rangle$ и $|P|=2,03 \cdot 10^3 \text{ бар}$.

Параметр

$$\delta^2 = 1 - \frac{1}{4} \left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{\sigma_{xy}} \right)^2 \quad (8.18)$$

в n -Ge для $k \parallel \langle 100 \rangle$, $\langle 111 \rangle$ и $\langle 110 \rangle$ в интервале полей

$B_0 \approx 0 \div 2 \cdot 10^4$ гс с точностью до 5% можно положить равным единице [29]. Изменения зависимости B_{0r} от $\omega'_h = \omega_r$, связанные с анизотропией долины, определяются параметром γ .

На рис. 2.22 приведены зависимости B_{0r} от $\omega'_h = \omega_r$ для различных значений анизотропии подвижности и различных ориентаций долин относительно $z \parallel B_0$, вычисленных по формуле (8.17). Кривая 3 соответствует $B_0 \parallel \langle 100 \rangle$, когда в *n*-Ge все долины эквивалентны (имеют одинаковую циклотронную массу). Как видим, величина ω/B_{0r} не остается постоянной, как это было в случае изотропной массы (кривая 1). В направлениях $B_0 \parallel \langle 110 \rangle$ и $B_0 \parallel \langle 111 \rangle$ в *n*-Ge имеются две группы долин с различной циклотронной массой. В этом случае в зависимости B_{0r} от ω имеется минимум (кривая 4). Положение минимума задается параметром γ . Из положения минимума можно найти $K = \mu_z/\mu_l$ или $\mu^* = (2\mu_z + \mu_l)/3$ [26].

Большая чувствительность зависимости B_{0r} от ω к форме и ориентации долин позволяет уже из качественного вида этих зависимостей при различных ориентациях образца определить основные черты внутризонной структуры полупроводника.

Внутризонная структура полупроводника меняется при деформации кристалла (§ 5 гл. I). Сочетание деформации кристалла с одновременными измерениями размерных и других резонансов в плазме полупроводника позволяет получить все основные параметры внутризонной структуры и ее изменения при давлении. На рис. 2.21 приведены примеры зависимости ω/B_{0r} от B_0 для деформированного

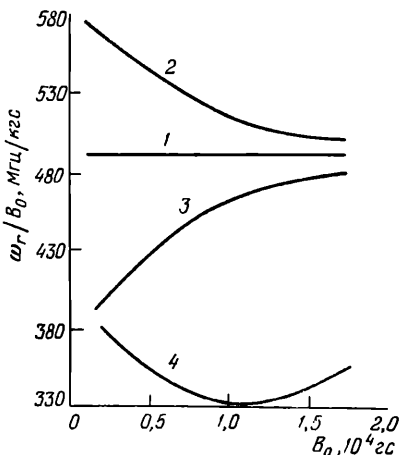


Рис. 2.22. Зависимость ω от B_{0r} для различных структур долин в полупроводнике [26]: 1 — одна сферическая группа, $n_0 = 10^{16}$ см $^{-3}$; 2 — две сферические группы, $\mu_1 = 10^4$ см 2 /в·сек, $\mu_2 = 2,5 \cdot 10^4$ см 2 /в·сек, $n_1 = n_2 = 0,5$; 3 — одна группа, состоящая из четырех эллипсоидов, $\mu_0 = 2 \cdot 10^4$ см 2 /в·сек, $n_1 = 0,25n_0$; 4 — две группы по два эллипсоида в каждой, $\mu_0 = 2 \cdot 10^4$ см 2 /в·сек, $n_1 = 0,25n_0$.

n-Ge [28]. Изменение дисперсии связано с перераспределением электронов между долинами.

В многодолинной структуре M_T может зависеть также от ориентации поля возбуждения относительно кристаллографических осей [26]. Так, например, в *n*-Ge при $\mathbf{V}_0 \parallel \mathbf{k} \parallel \langle 110 \rangle$ компоненты тензора электропроводности оказываются зависящими от вращения системы координат вокруг оси $z \parallel \mathbf{V}_0$:

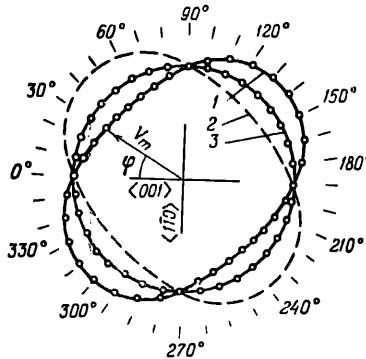


Рис. 2.23. Угловая зависимость геликонового сигнала V_m (максимумов V_2) для *n*-Ge [26] при $\rho = 0,49 \cdot 10^{-2}$ ом·см, $T = 77^\circ \text{K}$, $d = 1$ см, $r = 1,5$ см: 1 — $\mathbf{k} \parallel \mathbf{V} \langle 110 \rangle$; 2 — $\mathbf{k} \parallel \mathbf{V} \langle 110 \rangle$; 3 — $\mathbf{k} \parallel \mathbf{V} \langle 111 \rangle$.

где φ — угол между осью x и кристаллографическим направлением $\langle 001 \rangle$. В направлении $\mathbf{V}_0 \parallel \mathbf{k} \parallel \langle 111 \rangle$ или $\mathbf{V}_0 \parallel \mathbf{k} \parallel \langle 100 \rangle$ $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$, $\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$ и угловой зависимости нет. При выполнении неравенства $\omega \ll \omega_r$ $M_T \sim \sigma'_{xy}$ и напряжение на катушке индикации V_2 (см. рис. 2.12, а) меняется при вращении полупроводниковой пластины вокруг оси \mathbf{V}_0 (рис. 2.23) [26].

Из угловой зависимости V_m можно определить отношение разности диагональных компонент тензора электропроводности к недиагональной компоненте

$$Q_m = \frac{V_m(\varphi = 45^\circ) - V_m(\varphi = 0^\circ)}{V_m(\varphi = 0^\circ)} = \frac{\sigma_{yy} - \sigma_{xx}}{2\sigma_{xy}}. \quad (8.20)$$

Из (8.20) при известной μ_0 определяется параметр анизотропии K и, наоборот, μ_0 при известном K . При больших K угловая зависимость V_2 может быть значительной. На рис. 2.24 приведена зависимость $V_2(\varphi)$ для Bi [31].

Мы рассмотрели несколько примеров использования метода скрещенных катушек для определения внутризонной структуры. Естественно, что для таких исследований

можно использовать и другие приемы: метод прохождения, отражения и т. д. (§ 7). Так, например, Бэйнхэм [32] с помощью геликонных волн в *p*-Ge различал тяжелые

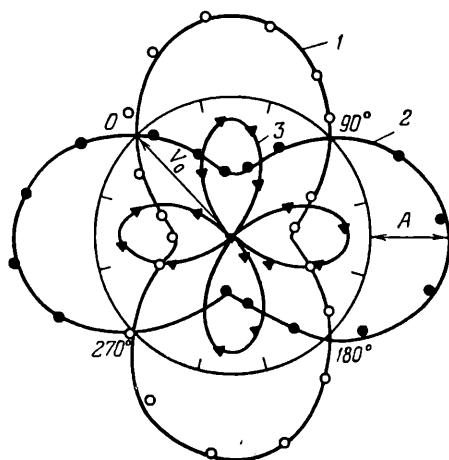


Рис. 2.24. Экспериментальные зависимости $V_m(\varphi)$ для чистого $\text{Bi}_{0,92}\text{Sb}_{0,08}$ в полярных координатах (точки) и синусоидальные зависимости $V = |V_0 + A \sin 2\varphi|$ (сплошные кривые), совмещенные с экспериментальными точками для $f=0,8$ Мгц: 1 — $B_0=0,3$ кГс, $B_0 > 0$; 2 — $B_0=0,3$ кГс, $B_0 < 0$; 3 — $B_0=0$ (масштаб кривой 3 увеличен в 50 раз по сравнению с масштабом кривых 1 и 2) [31].

и легкие дырки. Все это подтверждает большие возможности геликонной спектроскопии в исследованиях структуры зон многодолинных полупроводников.

Г Л А В А III

НЕУСТОЙЧИВОСТИ ВОЛН В ПЛАЗМЕ

В настоящей главе рассматриваются общие положения, относящиеся к неустойчивостям волн в неограниченной плазме: классификация различных видов неустойчивостей, критерии их различения, общие физические предпосылки для возникновения неустойчивостей. Рассмотрение проводится в малосигнальном приближении, т. е. речь идет о моменте возникновения неустойчивости, ее типе и инкрементах нарастания волн во времени и пространстве. Такое рассмотрение позволяет определить критерии выхода системы из устойчивого состояния.

Токовые неустойчивости в плазме — это раскачка одних видов колебаний за счет других или за счет внешних источников энергии. Рассмотрение этого единого вопроса, в случае полупроводниковой плазмы, удобно разбить на две части (в общем взаимосвязанных). Сначала в § 3 рассматриваются неустойчивости, связанные с отрицательной дифференциальной проводимостью, методам получения которой посвящены работы многих исследователей плазмы в полупроводниках, а затем в § 4 — общие вопросы передачи энергии от дрейфового потока частиц волнам в плазме и от одних типов волн к другим.

§ 1. Критерии неустойчивости

Найдем критерии, определяющие неустойчивость системы по отношению к малым возмущениям, а также характер неустойчивости. Будем рассматривать развитие во времени и пространстве малых возмущений, описываемых волновыми пакетами (2.7, гл. I) и (2.9, гл. I), представляющими собою суперпозицию монохроматических волн вида (2.1, гл. I). Частоты и волновые векторы этих

волн связаны дисперсионным соотношением $D(\omega, \mathbf{k})=0$, которое включает в себя все параметры, характеризующие заданную систему, и поэтому должно определять и критерии неустойчивости волн.

Очевидно, что система будет неустойчива во времени, если среди корней дисперсионного уравнения содержатся такие, что некоторым волнам с вещественным k' , соответствует комплексная частота, причем

$$\omega''_{\alpha}(k') < 0. \quad (1.1)$$

Неравенство (1.1) является условием неустойчивости системы. Если же при всех вещественных k' все корни дисперсионного уравнения таковы, что $\omega''(k') \geq 0$, то такие системы называют устойчивыми по Ляпунову.

Амплитуда волн с $\omega'' < 0$ экспоненциально нарастает во времени и при $t \rightarrow \infty$ стремится к бесконечности. Это, однако, не означает, что амплитуда возмущения (волнового пакета) также бесконечно растет во времени.

Покажем, что волновой пакет может при $t \rightarrow \infty$ оставаться ограниченным в фиксированной точке x даже при $\omega''_{\alpha} < 0$. Запишем волновой пакет для точки $x=0$ в виде

$$U(0, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u_{0k} e^{i\omega'_{\alpha}(k')t} e^{-\omega''_{\alpha}(k')t} dk'. \quad (1.2)$$

Если $\omega''_{\alpha} < 0$, то множитель $\exp(-\omega''_{\alpha}t)$ при $t \rightarrow \infty$ стремится к бесконечности. Однако множитель $\exp(i\omega'_{\alpha}t)$ является быстро осциллирующей функцией, которая после умножения на непрерывную функцию u_{0k} и интегрирования по k дает в пределе $t \rightarrow \infty$ нуль. Поэтому выражение (1.2) при $t \rightarrow \infty$ представляет собою неопределенность вида $0 \cdot \infty$ и может быть как бесконечно большим, так и нулем [1].

Таким образом, при исследовании характера нарастания волн во времени недостаточно убедиться в существовании комплексных частот среди корней дисперсионного уравнения, а необходимо выяснить, как ведет себя волновой пакет в фиксированной точке пространства при $t \rightarrow \infty$ [2].

Будем рассматривать одномерную систему. Если возмущение $U(x, t)$ при фиксированном x и $t \rightarrow \infty$ неограни-

чно возрастает, то неустойчивость называют абсолютной:

$$\lim_{\substack{t \rightarrow \infty \\ x = \text{const}}} U(x, t) = \infty. \quad (1.3)$$

Если же, несмотря на наличие компонент Фурье с $\omega''_\alpha < 0$, возмущение при $x = \text{const}$ и $t \rightarrow \infty$ оказывается

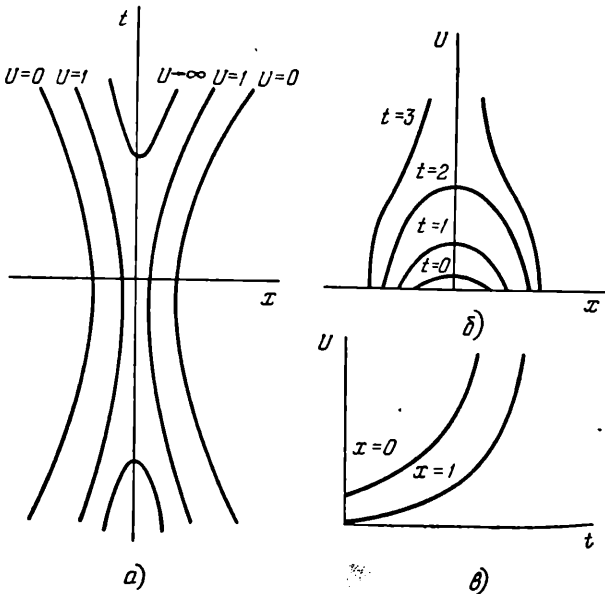


Рис. 3.1. Абсолютная неустойчивость. Возмущение ограничено в пространстве, но неограничено во времени. Линии постоянных амплитуд на плоскости tx (а); зависимость амплитуды возмущения U от координаты x в различные моменты времени t (б); зависимость амплитуды возмущения от времени в различных точках x (в).

ограниченным (обычно стремится к нулю), то неустойчивость называют конвективной или сносовой:

$$\lim_{\substack{t \rightarrow \infty \\ x = \text{const}}} U(x, t) = 0. \quad (1.4)$$

Абсолютная неустойчивость — это спонтанное неограниченное нарастание во времени флуктуации в фиксированной точке системы (рис. 3.1). Такая система, можно сказать, является генератором колебаний.

При конвективной неустойчивости ограничение нарастания возмущения во времени в фиксированной точке пространства вызвано сносом возмущения в сторону, его движением в пространстве (рис. 3.2). При конвективной неустойчивости существует нарастающий по координате

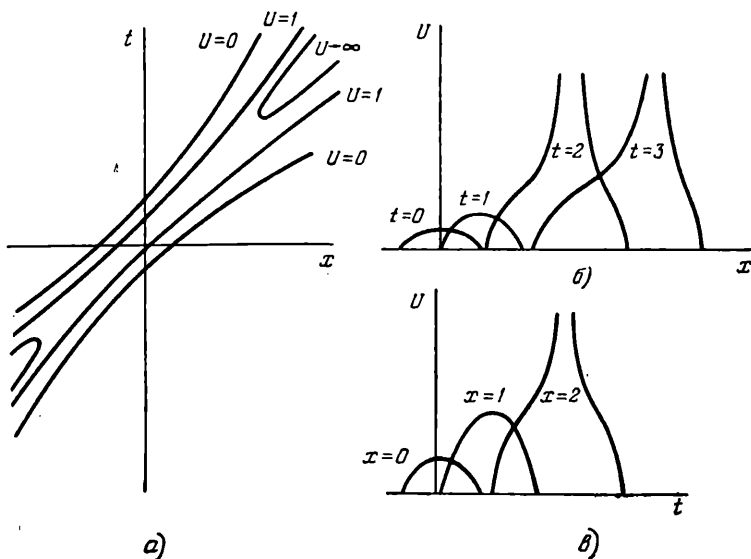


Рис. 3.2. Конвективная неустойчивость. Возмущение ограничено во времени и пространстве. Линии постоянных амплитуд на плоскости tx (а); зависимость амплитуды возмущения от координаты x в различные моменты времени t (б); зависимость амплитуды возмущения от времени в различных точках x (в).

поток энергии, и этот вид неустойчивости соответствует усилению волн.

Затухание вследствие потерь энергии в процессе распространения волн можно рассматривать как отрицательное усиление (конвективное затухание).

При анализе изменения возмущения в пространстве необходимо различать еще усиление или пропускание от непропускания. Усиление или пропускание имеют место, если выполняется принцип причинности

$$\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ t = \text{const}}} U(x, t) = 0, \quad (1.5)$$

который обусловлен конечностью скорости распространения возмущения в пространстве. За конечный промежуток времени возмущение не может оказаться на бесконечности. В противном случае, когда

$$\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ t = \text{const}}} U(x, t) = \infty, \quad (1.6)$$

условие причинности нарушается, нарастание возмущения опережает само возмущение (рис. 3.3). Этот случай соответствует непропусканию волн, и нарастающие решения следует отбросить как не имеющие физического смысла.

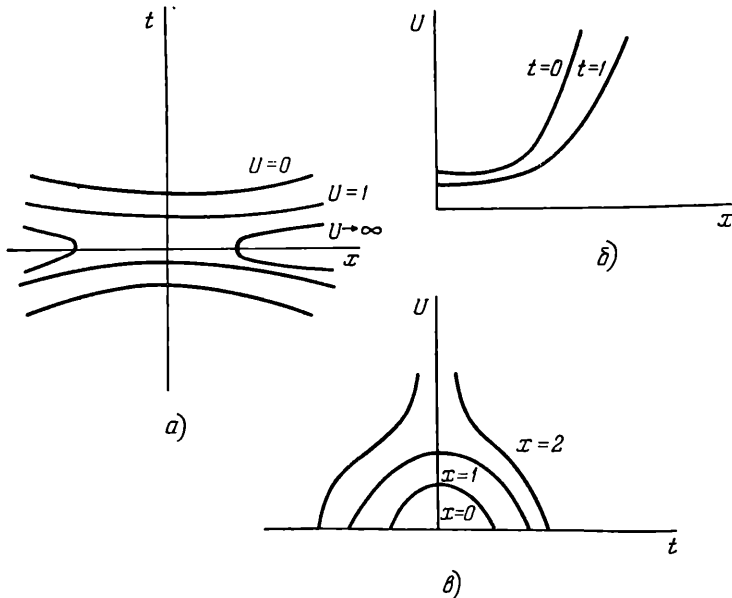


Рис. 3.3. Непропускание. Возмущение неограничено в пространстве. Линия постоянных амплитуд на плоскости ix (а); зависимость амплитуды возмущения от координаты x в различные моменты времени t (б); зависимость амплитуды возмущения от времени в различных точках x (в).

Непропускание означает, что волны определенных частот не могут распространяться в среде. Примеры непропускания: бесстолкновительная плазма при $\omega' < \omega_p$ (1.11, гл. II), запердельный волновод.

Определение критериев неустойчивости, а также пропускания и непропускания волн состоит в вычислении пределов (1.3)—(1.6). Для малых возмущений эта задача сводится к анализу отображения комплексной области ω на комплексную область k .

Рассмотрим развитие сигнала в пространстве. Для правых волн (распространяющихся вдоль возрастающих значений x) нарастающим решением является $k''_{\alpha}(\omega') > 0$, а для левых волн $k''_{\alpha}(\omega') < 0$. Определим, какие из нарастающих решений дисперсионного уравнения соответствуют усилению и какие непропусканию. Анализ асимптотического поведения волнового пакета (2.9, гл. I) приводит к следующему критерию [2]. Если мнимые корни $k''_{\alpha}(\omega)$ при $\omega'' = 0$ и при $\omega'' = -\infty$ имеют разные знаки:

$$k''_{\alpha}(\omega'' = 0) k''_{\alpha}(\omega'' = -\infty) < 0, \quad (1.7)$$

то условие (1.5) выполняется и такие волны усиливаются. Если же для некоторых ω' знак $k''_{\alpha}(\omega)$ при $\omega'' = 0$ и $\omega'' \rightarrow -\infty$ один и тот же:

$$k''_{\alpha}(\omega'' = 0) k''_{\alpha}(\omega'' = -\infty) > 0, \quad (1.8)$$

то имеет место непропускание колебаний с частотами ω' и нарастающие решения следует отбросить как не имеющие физического смысла.

Смысл этого критерия можно понимать следующим образом. Рассмотрим распространение сигнала, имеющего вид ступенчатого скачка амплитуды в момент $t=0$ в точке $x=0$ с некоторой конечной скоростью v вдоль нарастающих значений x . Нарастанию амплитуды сигнала соответствует $k'' > 0$. Возмущение будет усиливаться, если среда, в которой оно распространяется, такова, что имеются волны с $\omega'' < 0$. В такой среде при $\omega'' \rightarrow -\infty$ и конечном v фактором, превалирующим над всеми другими и определяющим амплитуду сигнала, является время нахождения возмущения в заданной точке ($U \sim \exp(-\omega'' t)$). При конечной скорости распространения сигнала v время t нахождения сигнала в точке x уменьшается с ростом x . Поэтому при $\omega'' \rightarrow -\infty$ амплитуда сигнала уменьшается с ростом x , т. е. $k''(-\infty) < 0$. Таким образом, при $\omega'' \rightarrow -\infty$ амплитуда возмущения возрастает во времени столь быстро, что амплитуда сносимого в пространстве с конечной скоростью возмущения уменьшается вдоль

направления сноса, и для усиливаемой волны знак $k''_{\alpha} (\omega''=0) > 0$ меняется на $k''_{\alpha} (\omega'' \rightarrow -\infty) < 0$. Если же знак не переменялся, то это означает, что нарастание возмущения опережает само возмущение, что противоречит принципу причинности.

Аналогичные рассуждения можно провести и для левых волн, распространяющихся вдоль уменьшающихся значений x . Для этих волн нарастающим решением является $k''_{\alpha} (\omega''=0) < 0$, и пропусканию соответствует $k''_{\alpha} (\omega'' \rightarrow -\infty) > 0$.

Из приведенных выше рассуждений вытекает еще одно важное правило. Независимо от того, затухает волна или нарастает, в случае пропускания корни $k''_{\alpha} (\omega'' \rightarrow -\infty)$ для правой и левой волны имеют разные знаки, а именно:

$$k''_{\alpha} (\omega'' = -\infty) < 0 \text{ для правой волны} \quad (1.9)$$

и

$$k''_{\alpha} (\omega'' = -\infty) > 0 \text{ для левой волны.} \quad (1.10)$$

Для распознавания абсолютной и конвективной неустойчивости существуют два способа. По первому из них для абсолютной неустойчивости нужно, чтобы хотя бы одна точка ветвления ω_0 функции k , мнимая часть которой $\omega''_0 < 0$, лежала между контуром Ω_{α} , который пробегаем хотя бы один из корней дисперсионного уравнения ω''_{α} при изменении k' от $-\infty$ до $+\infty$ ($k''=0$), и вещественной осью ω'_{α} . В противном случае неустойчивость конвективная [2].

В практических задачах часто немного точек ветвления, и этот критерий удобно свести к сравнению значений мнимых частот — корней дисперсионного уравнения ω''_{α} при действительном волновом числе k'_0 , соответствующем точке ветвления $k(\omega_0) \equiv k_0$, со значениями мнимых частот точек ветвления ω''_0 (рис. 3.4). Если

$$\omega''_{\alpha}(k'_0) < \omega''_0 < 0 \quad (1.11)$$

хотя бы для одной точки ветвления, то неустойчивость абсолютная. Если для всех точек ветвления

$$\omega''_0 < \omega''_{\alpha}(k'_0) < 0 \text{ или } \omega''_0 > 0, \quad (1.12)$$

то неустойчивость конвективная [3].

По второму способу для абсолютной неустойчивости необходимо, чтобы ветви функции $k(\omega)$, совпадающие в точке ветвления ω_0 , мнимая часть которой $\omega_0'' < 0$, относились к волнам, распространяющимся в противоположные стороны. В противном случае, когда волны распространяются в одну сторону, неустойчивость будет конвективной [4]. Направление распространения волн можно определить по знакам мнимых частей волновых векторов

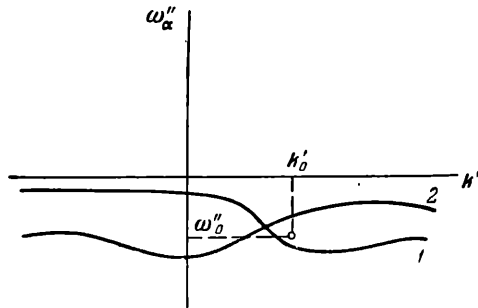


Рис. 3.4. Контур $\omega''_\alpha(k')$ при изменении k' от $-\infty$ до $+\infty$ ($k'' = 0$). $k'_0(\omega_0)$ — реальная часть волнового вектора в точке ветвления; ω''_0 — мнимая часть частоты в точке ветвления. 1 — абсолютная неустойчивость: контур $\omega''_\alpha(k')$ охватывает точку ω''_0 ; 2 — конвективная неустойчивость: контур $\omega''_\alpha(k')$ не охватывает точку ω''_0 .

k_1 и k_2 , относящихся соответственно к первой и второй ветвям, пересекающимся в точке ветвления. В случае пропускания, при $\omega'' \rightarrow -\infty$, для правых волн $k'' < 0$ (1.9), а для левых $-k'' > 0$ (1.10). Поэтому, если

$$k_1'' k_2'' < 0 \text{ при } \omega'' \rightarrow -\infty, \quad (1.13)$$

то волны распространяются в противоположные стороны, что соответствует абсолютной неустойчивости. Если

$$k_1'' k_2'' > 0 \text{ при } \omega'' \rightarrow -\infty, \quad (1.14)$$

то волны распространяются в одну сторону и имеет место конвективная неустойчивость.

Физический смысл этого критерия качественно можно пояснить так. Абсолютная неустойчивость имеет место тогда, когда возмущение в фиксированной точке пространства нарастает во времени, но не сносится в сторону.

Т а б л и ц а 1.1

1. Изменение возмущения $U(x, t)$ в пространстве (пропускание, непропускание), $t = \text{const}$

$k''_{\alpha}(\omega', \omega'' = 0) < < k''_{\alpha}(\omega', \omega'' = -\infty) < 0$ (1.7)	$k''_{\alpha}(\omega', \omega'' = 0) < < k''_{\alpha}(\omega', \omega'' = -\infty) > 0$ (1.8)
Пропускание $\lim_{x \rightarrow \infty} U(x, t) = 0$	Непропускание $\lim_{x \rightarrow \infty} U(x, t) = \infty$

2. Изменение возмущения $U(x, t)$ во времени (критерии неустойчивости), $x = \text{const}$

При некоторых реальных k' ($k'' = 0$) $\omega''_{\alpha}(k') < 0$ (1.1)	При всех k' ($k'' = 0$) $\omega''_{\alpha}(k') \geq 0$
Неустойчивость	Устойчивость

3. Абсолютная ($\lim_{t \rightarrow \infty} U(x, t) = \infty$) и конвективная ($\lim_{t \rightarrow \infty} U(x, t) = 0$) неустойчивости
 $x = \text{const}$

Существует ω_0 , при которой два корня решения уравнения $D(\omega, \mathbf{k}) = 0$ равны (точка ветвления): $\mathbf{k}_1(\omega_0) = \mathbf{k}_2(\omega_0) = \mathbf{k}_0$ при этом либо мнимые части волновых векторов	
$k''_1(\omega'' = -\infty) k''_2(\omega'' = -\infty) < 0$ (1.13)	Абсолютная (волны идут в разные стороны)
$k''_1(\omega'' = -\infty) k''_2(\omega'' = -\infty) > 0$ (1.14)	Конвективная (волны идут в одну сторону)
либо мнимые части частот	
$\omega''_{\alpha}(k'_0) < \omega''_0 < 0$ (1.11)	Абсолютная
$\omega''_0 < \omega''_{\alpha}(k'_0) < 0$ или $\omega''_0 > 0$ (1.12)	Конвективная

Если имеет место снос, то рано или поздно возмущение уйдет из данной точки. Этого не произойдет, если в волновом пакете существует хотя бы одна пара волн, распространяющихся в противоположные стороны и имеющих равные k ($k'_1 = k'_2$ и $k''_1 = k''_2$), суперпозиция таких волн не сносится в пространстве. Если волны, образующие несносимую часть возмущения, еще получают энергию ($\omega'' < 0$), то возникает абсолютная неустойчивость.

В таблице 1.1 дана сводка критериев неустойчивости и непропускания волн.

Нами рассматривалась бесконечная плазма. Наложение граничных условий может привести к изменению характера неустойчивости. Например, конвективная неустойчивость (усиление) может перейти в абсолютную неустойчивость при наличии положительной обратной связи выхода со входом. Такая абсолютная неустойчивость называется глобальной неустойчивостью. Глобальная неустойчивость может возникнуть и в предельном случае бесконечной плазмы. В этом случае глобальная неустойчивость имеет место, если среди частот, определяемых уравнением $D(\omega, k) = 0$ и условием

$$\min k''_+ = \max k''_-, \quad (1.15)$$

имеется $\omega'' < 0$ [2]. Индексами плюс и минус обозначены правая и левая волны.

§ 2. Практические приемы нахождения критериев неустойчивости

Нахождение критериев, определяющих неустойчивость системы по отношению к малым возбуждениям, а также определение характера неустойчивости являются в общем сложными задачами. Однако во многих конкретных случаях эта задача упрощается. В частности, очень большой класс физических задач описывается дифференциальными уравнениями в частных производных с постоянными коэффициентами. В этом случае дисперсионные уравнения представляют собою полиномы и из общих критериев неустойчивости (§ 1) вытекает ряд простых правил для нахождения этих критериев.

Определим критерии устойчивости систем, описываемых волновым уравнением (2.16, гл. I). Для этого нужно

показать, что среди корней волнового уравнения отсутствуют такие, что $\omega_a''(k') < 0$ (4.1). В случае, когда проводимость σ не зависит от ω , уравнение (2.16, гл. I) можно записать в виде

$$a_0 p^2 + a_1 p + a_2 = 0, \quad (2.1)$$

где $p = i\omega$, а коэффициенты a_0 , a_1 и a_2 есть действительные величины ($k'' = 0$). Уравнение (2.1) называют характеристическим. Нетрудно видеть, что действительные части его корней будут отрицательными (т. е. $\omega_a''(k') > 0$), если все коэффициенты a_0 , a_1 и a_2 имеют одинаковый знак. В этом случае система устойчива. В противном случае среди корней уравнения (2.1) есть такой, что $\omega_a''(k') < 0$ и система неустойчива.

Если $\hat{\sigma} \sim 1/(1 + i\omega\tau_p)$ (3.8, гл. I), то характеристическое уравнение, соответствующее системе, описываемой волновым уравнением, будет кубическим,

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0. \quad (2.2)$$

В этом случае условие устойчивости также требует, чтобы все коэффициенты (2.2) были одного знака. Но это условие не является достаточным и требуется, чтобы удовлетворялось еще неравенство

$$a_1 a_2 > a_0 a_3. \quad (2.3)$$

Рассмотренные критерии устойчивости являются частными случаями более общего критерия Рауса—Гурвица для характеристических уравнений произвольной степени (см. приложение V).

Наряду с критерием Рауса—Гурвица существует целый ряд других методов определения устойчивости систем. Среди них, в частности, широкое распространение получили графоаналитические методы (Найквиста, Михайлова и др.). Выбор способа определения устойчивости зависит от конкретной задачи. Для систем, описываемых волновым уравнением (2.16, гл. I), критерий Рауса—Гурвица является, пожалуй, наиболее удобным. Другие методы определения устойчивости можно найти, например, в книге [5].

Рассмотрим теперь примеры нахождения характера неустойчивости для систем, описываемых дисперсионными

уравнениями, представляющими собою полиномы второй степени следующего вида:

$$\alpha\omega^2 + \beta i\omega(k + \gamma) + k^2 = 0, \quad (2.4)$$

где коэффициенты α , β , γ — действительные величины. При $k''=0$ уравнению (2.4) соответствует характеристическое уравнение

$$-ap^2 + \beta(k' + \gamma)p + (k')^2 = 0. \quad (2.5)$$

Система будет устойчива согласно правилу Рауса—Гурвица, если

$$-\alpha > 0, \quad \beta(k' + \gamma) > 0. \quad (2.6)$$

Если же хотя бы одно из неравенств (2.6) не выполняется, то система неустойчива.

Определим вид неустойчивости. Для этого решим (2.4) относительно k :

$$k_{1,2} = \frac{-i\beta\omega \pm \sqrt{-\beta^2\omega^2 - 4(\alpha\omega^2 + i\omega\beta\gamma)}}{2}. \quad (2.7)$$

Точке ветвления соответствует равенство нулю подкоренного выражения в формуле (2.7), из которого получим частоту для точки ветвления

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{-i4\beta\gamma}{4\alpha + \beta^2}, \quad \omega'_0 = 0, \\ \omega''_0 &= -\frac{4\beta\gamma}{4\alpha + \beta^2}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Решив уравнение (2.4) относительно ω и подставив вместо k' действительную часть волнового вектора в точке ветвления, которая в нашем случае согласно (2.8) и (2.7) равна $k'_0 = \beta \frac{\omega''_0}{2}$, можно получить условие для коэффициентов, при которых $|\omega''_a(k'_0)| < |\omega''_0|$ (1.11).

Существование абсолютной неустойчивости можно установить и другим способом. Нетрудно убедиться, что мнимая часть корня из полинома в (2.7) при $\omega'' \rightarrow -\infty$ больше, чем мнимая часть выражения перед корнем при любых ω' . Поэтому $k''_1 k''_2 < 0$ при $\omega'' \rightarrow -\infty$, т. е. система в этом случае согласно (1.13) абсолютно неустойчива.

В заключение параграфа рассмотрим еще правила нахождения критериев неустойчивостей для часто встречающихся случаев распространения двух слабо взаимодействующих волн. Такие волны описываются, как мы увидим в § 4, уравнениями вида

$$(\omega - k v_1)(\omega - k v_2) + m = 0, \quad (2.9)$$

где v_1 , v_2 и m — вещественные константы. v_1 и v_2 при больших ω' и k' соответствуют наклонам асимптот дисперсионных кривых $\omega'(k')$ или фазовым скоростям волн. Для анализа устойчивости таких систем удобными и наглядными являются правила Стэррока [6], которые гласят:

1) если асимптоты дисперсионных кривых $\omega'(k')$ наклонены в разные стороны ($v_1 \cdot v_2 < 0$), то при $m > 0$ имеет место абсолютная неустойчивость, а при $m < 0$ — непропускание;

2) если асимптоты кривых наклонены в одну сторону ($v_1 \cdot v_2 > 0$), то при $m > 0$ имеет место конвективная неустойчивость, а при $m < 0$ — пропускание.

На рис. 3.5 изображены возможные дисперсионные кривые на плоскости (ω', k') при различных v_1 , v_2 и m . Обратим внимание на некоторую аналогию между формой дисперсионных кривых рис. 3.5 и кривых постоянной амплитуды, описывающих развитие возмущения в пространстве и времени (см. рис. 3.1, 3.2, 3.3).

Из рис. 3.5 вытекают также следующие критерии неустойчивости. Если некоторым вещественным k' соответствуют комплексные $\omega''(k') < 0$ и одновременно для всех вещественных ω' волновой вектор веществен, $k''(\omega') = 0$, то имеет место абсолютная неустойчивость. Если для некоторых вещественных k' мнимая часть частоты $\omega''(k') < 0$ и одновременно для некоторых вещественных ω' волновой вектор комплексный, $k''(\omega') \neq 0$, то имеет место конвективная неустойчивость.

Если всем вещественным частотам соответствуют вещественные волновые векторы $k''(\omega') = 0$ и одновременно всем вещественным волновым векторам соответствуют вещественные частоты $\omega''(k') = 0$, то система устойчива и имеет место пропускание.

Если для всех вещественных значений волнового вектора $\omega''(k') = 0$, но для некоторых ω' волновой вектор

комплексный k'' ($\omega' \neq 0$), то система устойчива и имеет место непропускание. Эти правила сведены в таблицу 2.1.

В рассмотренном примере предполагалось, что число характеристик равно двум, т. е. $D(\omega, k)$ есть полином

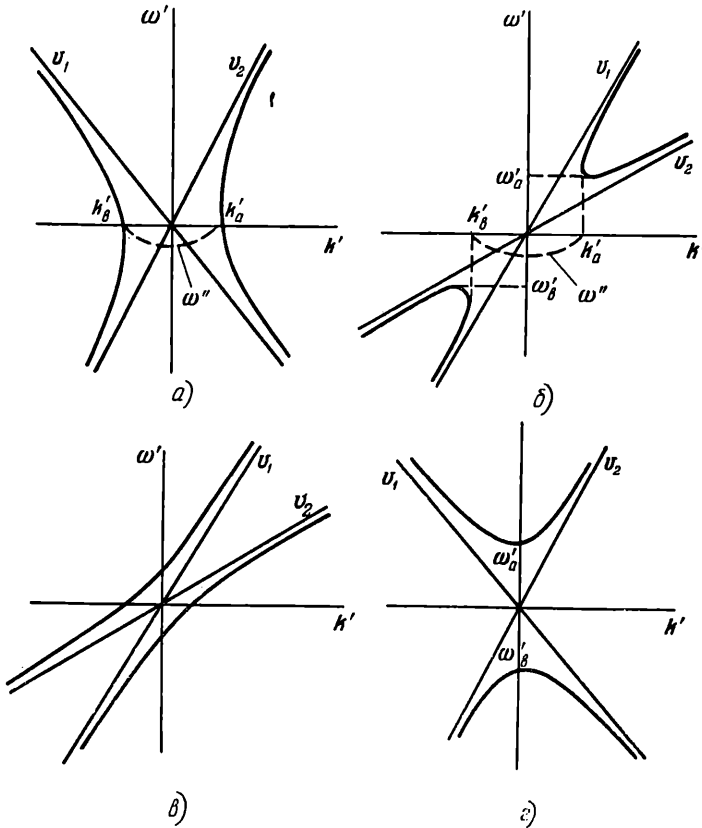


Рис. 3.5. Зависимости $\omega'(k')$: $v_1 v_2 < 0$, $m > 0$, абсолютная неустойчивость в интервале (k'_α, k'_β) (а); $v_1 v_2 > 0$, $m > 0$, конвективная неустойчивость в интервале (k'_α, k'_β) , усиление в интервале $(\omega'_\alpha, \omega'_\beta)$ (б); $v_1 v_2 > 0$, $m < 0$, устойчивость, пропускание (в); $v_1 v_2 < 0$, $m < 0$, устойчивость, непропускание в интервале $(\omega'_\alpha, \omega'_\beta)$ (г).

второй степени. Однако критерии неустойчивости, приведенные в таблице 2.1, справедливы независимо от степени полинома [1],

Таблица 2.1

Критерии неустойчивости, когда $D(\omega, k)$ имеет вещественные коэффициенты и при больших k и ω имеет вид

$$D(\omega, k) = (\omega - kv_1)(\omega - kv_2) \dots (\omega - kv_n)$$

		Вещественным k соответствуют	
		Вещественные ω	Комплексные ω и $\omega'' < 0$
		устойчивость	неустойчивость
Вещественным ω соответствуют	Вещественные k	Пропускание	Абсолютная неустойчивость
	Комплексные k	Непропускание	Конвективная неустойчивость Усиление

§ 3. Отрицательная дифференциальная проводимость

Отрицательная дифференциальная проводимость (ОДП) лежит в основе многих видов токовых неустойчивостей в полупроводниках. В изыскании сред, имеющих ОДП, — основной практический смысл многих исследований в области физики плазмы в полупроводниках.

Априори можно сказать, что в системе с ОДП возможны токовые неустойчивости. Действительно, дифференциальная проводимость характеризует связь между приращением амплитуд дрейфового тока δj и электрического поля δE (2.18, гл. I), и если она отрицательна, то средняя мощность, затрачиваемая волной возмущения в плазме на возбуждение дрейфовых токов, также отрицательна. Значит, если положительные потери волн в плазме, связанные с другими возмущениями, не превышают выигрыша в энергии, получаемого от дрейфовых токов, то эти волны в плазме будут нарастать.

ОДП в объеме полупроводника может быть получена двумя способами. По первому из них используются физические явления в полупроводниках, обеспечивающие

в определенном интервале полей падающую зависимость подвижности или концентрации носителей тока от поля. Если эта зависимость такова, что

$$\mu n \sim E_0^{-\gamma}, \quad (3.1)$$

где $\gamma > 1$, то дифференциальная проводимость в направлении поля E_0 отрицательна. Обычно это достигается при

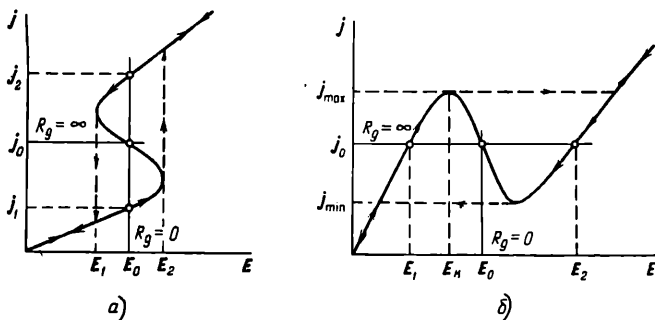


Рис. 3.6. Зависимость $j(E)$ S -типа (а); N -типа (б). При нагрузочных прямых приведены значения внутреннего сопротивления источника питания R_g .

наличии постоянного поля смещения E_0 , много большего амплитуды волны E . В этом случае тензор дифференциальной проводимости равен

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial}{\partial E_j} (q\mu n E_i) |_{E=E_0} = \sigma(E_0) \delta_{ij} + \frac{E_{0i} E_{0j}}{E_0} \frac{d\sigma(E_0)}{dE_0}, \quad (3.2)$$

где δ_{ij} — символ Кронекера (II. 7), i и j — векторные индексы. При E_0 , параллельном оси x , компоненты σ_{ij} имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sigma(E_0) + E_0 \frac{d\sigma(E_0)}{dE_0} \equiv \sigma_d, \\ \sigma_{yy} &= \sigma_{zz} = \sigma(E_0). \end{aligned} \quad (3.3)$$

При выполнении условия (3.1) $\sigma_{xx} < 0$. Ниже в главах V—VIII будет приведено немало примеров получения ОДП таким способом.

Падающая зависимость тока от поля может быть связана с вольтамперными характеристиками двух видов: S -типа и N -типа (рис. 3.6). При фиксированном напряжении в области, где $\sigma_d < 0$, на характеристике S -типа имеются три состояния для тока (j_0 , j_1 , j_2). Состояние j_0 является неустойчивым. Если снимать

такую вольтамперную характеристику с помощью генератора напряжения ($R_g=0$), получим характеристику с гистерезисом и скачками тока при E_1 и E_2 , обозначенными пунктирными прямыми (рис. 3.6, а). То есть отрицательная часть характеристики вообще не наблюдается.

Для того чтобы наблюдать всю характеристику S -типа и вывести смещение в область ОДП, нужно использовать генератор тока ($R_g=\infty$). В случае характеристики N -типа получаем обратную картину: для выхода в область ОДП нужно использовать генератор напряжения ($R_g=0$) (рис. 3.6, б). Поэтому характеристики S -типа называют еще характеристиками, контролируемыми током, а N -типа — характеристиками, контролируемыми напряжением. Для снятия всех точек вольтамперной характеристики источник питания должен иметь сопротивление меньше, чем отрицательное сопротивление полупроводника в случае характеристики N -типа, и соответственно больше, чем отрицательное сопротивление полупроводника в случае характеристики S -типа.

Другой способ получения ОДП состоит в изыскании таких физических ситуаций, при которых дрейфовые токи частиц плазмы δj сдвинуты во времени на фазу, большую, чем $\pi/2$, но меньшую, чем $3/2\pi$, относительно напряженности электрического поля волны δE , так что $\overline{\delta j \delta E} < 0$. Это так называемая динамическая дифференциальная проводимость: для постоянного тока она может быть положительна, а в определенном интервале частот — отрицательная.

Динамическая ОДП реализуется в лавиннопроволетных структурах и в случае рекомбинационных неустойчивостей за счет запаздывания генерации или инжекции неравновесных носителей заряда относительно приложенного напряжения. Динамическая ОДП, в общем случае, возникает за счет инерционности отклика системы на возбуждение, например, когда после прекращения действия импульса электрического поля, приведшего к нарастанию тока в системе, последний некоторое время продолжает нарастать [7, 8].

Теперь определим критерии неустойчивости в плазме с ОДП. В случае поперечных волн в изотропной плазме в конфигурации Фарадея дисперсионное уравнение имеет

вид (6.4, гл. II). Ему соответствует характеристическое уравнение (2.1) вида

$$\frac{\chi_1}{c^2} p^2 + \mu_0 \sigma_{\text{eff}} p + k^2 = 0, \quad (3.4)$$

где σ_{eff} определяется формулой (6.5, гл. II). Коэффициенты уравнения (3.4) имеют разные знаки, если

$$\sigma_{\text{eff}} < 0. \quad (3.5)$$

Согласно правилу Рауса—Гурвица (§ 2) в этом случае система неустойчива.

Для немагнитичной плазмы условию (3.5) соответствует $\sigma_{xx} < 0$. Значит, в случае поперечных волн в изотропной немагнитичной плазме, наличие ОДП является необходимым и достаточным условием для неустойчивости волн. Инкремент нарастания во времени амплитуды поля волны равен

$$\omega'' = \sigma_{xx}/2\varepsilon_1. \quad (3.6)$$

В случае геликонных волн инкремент изменения амплитуды поля волны во времени равен

$$\omega'' = \sigma_{\text{eff}}/2\varepsilon_1. \quad (3.7)$$

Если компоненты тензора электропроводности в отсутствие магнитного поля имеют вид (3.3), то из (6.5, гл. II) и (6.1, гл. II) нетрудно получить [9]

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \{ \sigma + \sigma_d + [(\sigma + \sigma_d)^2 - 4\sigma_d(1 + \alpha)]^{1/2} \} \frac{1}{1 + \alpha}, \quad (3.8)$$

где

$$\alpha = \mu_{xx}\mu_{yy}B_0^2, \quad (3.9)$$

а μ_{xx} и μ_{yy} — дифференциальные подвижности.

При $\sigma_d < 0$ и $|\sigma_d| > \sigma$ эффективная проводимость отрицательна и геликон нарастает. Интересна неустойчивость, которая возникает, когда $\mu_{xx} < 0$ и $\mu_{yy} > 0$: при определенном значении B_0 величина $1 + \alpha = 0$ и $\sigma_{\text{eff}} \rightarrow \infty$ [9].

Для продольных волн в немагнитичной плазме согласно (2.28, гл. I) с учетом (2.26, гл. I) инкремент изменения амплитуды волны во времени равен

$$\omega'' = \left(\frac{\sigma_{xx}}{\varepsilon_1} + Dk^2 \right). \quad (3.10)$$

Продольные возмущения будут неустойчивы при одновременном выполнении двух условий:

$$\sigma_{xx} < 0 \text{ и } |\varepsilon_{xx}| > \varepsilon_1 Dk^2. \quad (3.11)$$

Наибольший инкремент нарастания будут иметь длинноволновые возмущения. Член Dk^2 обусловлен диффузионными токами. Именно эти токи подавляют неустойчивость при невыполнении второго неравенства (3.11).

При выполнении неравенств (3.11) флуктуация плотности заряда в полупроводнике, например, вследствие теплового движения частиц приведет к спонтанному возмущению продольного поля. Это возмущение будет нарастать, приводя к неоднородному распределению поля в образце, пока не исчезнут вследствие какой-либо нелинейности условия, для $\omega'' < 0$. Наличие нелинейности означает, что пользоваться малосигнальной теорией уже нельзя. Строгое описание процессов, происходящих при возмущениях большой амплитуды в области ОДП, из-за нелинейности и нелокальности задачи является трудной, в большинстве случаев еще нерешенной задачей. Однако качественная картина вполне выяснена. На ней мы подробно остановимся в главе VI. Здесь же отметим лишь два примера перестройки распределения поля и тока в полупроводниковом образце.

Рассмотрим электронный полупроводник с вольтамперной характеристикой N-типа, обусловленной падающей зависимостью дрейфовой скорости электронов от поля. В режиме генератора напряжения можно зафиксировать напряжение $V_0 = E_0 L$ (L — длина образца) на участке отрицательной проводимости.

Пусть в некоторой области образца в результате дипольной флуктуации заряда увеличилась напряженность поля. При падающей характеристике это означает уменьшение дрейфовой скорости электронов в области флуктуации заряда. Поэтому со стороны катода к этой области будет подходить больше электронов, чем уходить, а со стороны анода — наоборот. Этот процесс означает нарастание флуктуации заряда, а значит, дальнейшее увеличение поля в ней и дальнейшее уменьшение дрейфовой скорости. Как видим, процесс нарастания флуктуации поддерживает сам себя и в области первоначальной флуктуации возни-

кает область сильного поля, которую называют доменом сильного поля (рис. 3.7, а).

Поскольку напряжение на полупроводнике $V_0 = \int_0^L E dx$

фиксировано, то увеличение поля в домене ведет к уменьшению поля вне домена. Если поле вне домена оказывается меньше порогового поля E_k (см. рис. 3.6), то образование одного домена препятствует образованию других доменов. После образования домена ток через образец уменьшается и измеряемая характеристика в области $\sigma_d < 0$

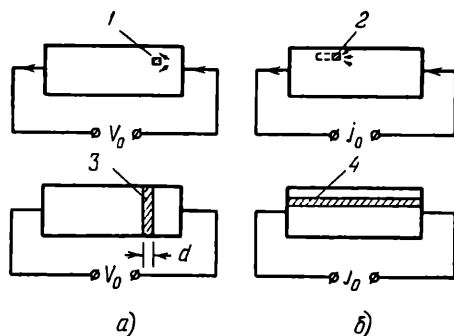


Рис. 3.7. Формирование домена сильного поля (источник питания — генератор напряжения) (а); формирование шнура тока высокой плотности (источник питания — генератор тока) (б); 1, 2 — области первоначальных флуктуаций заряда; 3 — домен поля; 4 — шнур тока.

не совпадает с истинной зависимостью дрейфовой скорости от поля.

В случае S-образной характеристики на участке отрицательной проводимости фиксированным является ток j_0 (рис. 3.7, б). Флуктуация плотности заряда приводит к увеличению тока в некоторой локальной области и уменьшению ее сопротивления. Поэтому линии тока стягиваются к области первоначальной флуктуации, приводя к ее удлинению. В конечном итоге формируется шнур с высокой плотностью тока. Ток в образце оказывается расслоенным на области большого и малого токов.

§ 4. Передача энергии волнам в плазме

Неустойчивость в плазме возможна, если в системе имеется источник энергии для нарастания волн. В большинстве случаев им является внешний источник постоянного напряжения (тока). В рассмотренных в § 3 случаях нарастания волн в средах с ОДП энергия черпалась от внешней батареи, создающей постоянное поле смещения E_0 . В средах без ОДП энергия от внешнего источника передается возбуждению в плазме, как правило, через различные модификации механизмов черенковского излучения. Эффект передачи энергии от дрейфующих электронов волне возникает, когда число электронов со скоростями выше фазовой скорости волны оказывается большим числа электронов со скоростями ниже фазовой скорости волны. Эффект Черенкова уже иллюстрировался нами в главе II при рассмотрении затухания Ландау (см. рис. 2.10). Нужно заметить, что динамическая ОДП также может быть обусловлена эффектом Черенкова.

Можно различить два предельных случая эффекта Черенкова в плазме: когда длина свободного пробега электрона значительно больше длины возбуждаемых в плазме волн и когда длины волн велики в сравнении с длиной свободного пробега электрона и, кроме того, частоты волн в плазме достаточно малы. Первому случаю соответствует неравенство

$$kl \gg 1, \quad (4.1)$$

а второму —

$$kl \ll 1, \quad (4.2)$$

где l — длина свободного пробега электрона.

Первый случай мало чем отличается от обычного (фотонного) черенковского излучения. Свободные электроны в кристалле, разгоняемые до «сверхволновых» скоростей, излучают. Условием излучения является

$$k v_0 > \omega, \quad (4.3)$$

где v_0 — скорость электрона.

Этот случай можно отнести к кинетическим неустойчивостям [10]. Они обусловлены резонансным взаимодействием волн в плазме с отдельными частицами, скорости

которых близки к фазовой скорости волны (например, обратное затухание Ландау в бесстолкновительной плазме (§ 4)). Можно сказать, что кинетические неустойчивости обусловлены «микроскопическим» движением отдельных частиц плазмы.

Второй случай относится к гидродинамическим неустойчивостям, которые обусловлены перемещением макроскопических участков плазмы [10]. При взаимодействии электронного потока с длинными низкочастотными волнами такими, что за время порядка периода волны ее поле успевает сформировать локальные сгустки электронов, роль черенковского излучателя играют уже не отдельные электроны, а локальные сгустки объемного заряда.

В простейшем случае однокомпонентной изотропной плазмы, в пренебрежении диффузией, переменная составляющая тока в плазме равна

$$\mathbf{j} = qn_0\mathbf{v} + qn\mathbf{v}_0. \quad (4.4)$$

Подставляя (4.4) в уравнение непрерывности (2.28, гл. I), получим

$$(\omega - k\mathbf{v}_0) = \frac{n_0}{n} k\mathbf{v}. \quad (4.5)$$

Уравнение (4.5) отражает группировку дрейфующих частиц плазмы. Как видим, наличие дрейфа приводит к возникновению волн, поддерживаемых потоком носителей заряда. Волна вида

$$(\omega - k\mathbf{v}_0) \approx 0, \quad (4.6)$$

фазовая скорость которой равна скорости дрейфа потока, называется синхронной. При $k\mathbf{v}_0 > \omega$ волна (4.5) нарастает, а при $k\mathbf{v}_0 < \omega$ — затухает. Действительно, подставив (4.5) в (4.4) и положив для малых частот $\mathbf{v} = \mu\mathbf{E}$, получим [11]

$$\sigma_d \approx \frac{\sigma}{\left(1 - \frac{v_0}{v_f}\right)}, \quad (4.7)$$

где $v_f = \omega/k$. При $v_0 > v_f$ дифференциальная электропроводность $\sigma_d < 0$ и возникает неустойчивость. Условием неустойчивости, как видим, является неравенство (4.3).

Для волны с частотой, близкой к синхронной, можно сказать, что если она имеет положительную энергию (в том смысле, что $\hbar(\omega - kv_0) > 0$), то она затухает вследствие взаимодействия с дрейфовым потоком, а если ее энергия отрицательна ($\hbar(\omega - kv_0) < 0$), то она нарастает.

В общем случае дисперсионное уравнение волны, поддерживаемой электронным потоком, имеет более сложный, чем (4.5), вид. В зависимости от соотношения между фазовой и групповой скоростями волны и дрейфовой скоростью потока и в общем случае можно говорить о нарастании или уменьшении энергии волны, поддерживаемой электронным потоком. Если энергия поля волны передается пучку, то говорят, что в плазме возбуждена мода колебаний с положительной энергией или пассивные волны. Энергия пучка при взаимодействии с пассивными волнами растет за счет энергии этих волн. Если же энергия пучка передается волнам, то говорят о возбуждении колебаний с отрицательной энергией или активных волн [12].

При наличии нескольких пучков (например, электронов с равной массой или электронов и дырок) в плазме могут одновременно возбуждаться как активные, так и пассивные волны. Дрейфовый поток электронов в полупроводниковой плазме может возбуждать не только волны в самой плазме, но и волны в кристаллической решетке, которые могут взаимодействовать с волнами в плазме.

Для описания взаимодействия между волнами в плазме удобно использовать метод связанных мод — частный случай квантомеханической теории возмущений. Сложная система разлагается на изолированные невозмущенные подсистемы, и рассматриваются движение и спектр нормальных (невзаимодействующих) колебаний в них. Затем вводится слабое взаимодействие между подсистемами, возмущающее движение в каждой из них, и определяется спектр системы.

При таком рассмотрении плазма в полупроводниках разделяется обычно на две независимые подсистемы, одна из которых является как бы «внешней» подсистемой для другой. Пассивная плазма в подсистеме в результате взаимодействия с «внешней» подсистемой может оказаться неустойчивой — активной. В определенных ситуациях внешняя подсистема может быть внешней без кавычек — например, колебательный контур, в цепи которого нахо-

дится полупроводник. Внешней (без кавычек) подсистемой для плазмы в полупроводнике является кристаллическая решетка, волны в которой взаимодействуют с волнами в плазме (§ 1, гл. IV).

Рассмотрим пример взаимодействия между двумя синхронными волнами разных подсистем, которые в отсутствие возмущения описываются уравнениями вида

$$\begin{aligned}(\omega - kv_1) E_1 &= 0, \\(\omega - kv_2) E_2 &= 0,\end{aligned}\tag{4.8}$$

где E_1 и E_2 — амплитуды волн.

Прямое взаимодействие между волнами может возникать, если невозмущенные дисперсионные кривые этих

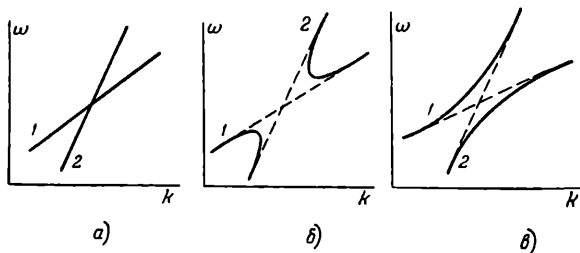


Рис. 3.8. Спектр двух взаимодействующих волн. Дисперсия при изолированном рассмотрении волн (а). Перестройка спектра при взаимодействии волн: $(\omega - kv_1)(\omega - kv_2) > 0$ (б); $(\omega - kv_1)(\omega - kv_2) < 0$ (в).

волн взаимно пересекаются (рис. 3.8, а). Точка пересечения соответствует синхронизму волн разных мод $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$ и $k_1 = k_2 = k_0$. Эта точка является точкой ветвления, обязательным атрибутом неустойчивости в плазме (§ 1). При учете взаимодействия спектр волн существенно перестраивается. Вблизи точки пересечения с учетом взаимодействия волн можем записать

$$\begin{aligned}(\omega - kv_1) E_1 + a E_2 &= 0, \\(\omega - kv_2) E_2 + a E_1 &= 0,\end{aligned}\tag{4.9}$$

где a — коэффициент, описывающий взаимодействие волн. Из (4.9) получаем

$$(\omega - kv_1)(\omega - kv_2) - a^2 = 0.\tag{4.10}$$

Если обе волны пассивные, то

$$(\omega - kv_1)(\omega - kv_2) > 0 \quad (4.11)$$

и спектр волн (4.10) имеет вид, показанный на рис. 3.8, б. Если одна волна активная, т. е. имеет отрицательную энергию ($\hbar(\omega - kv_1) < 0$), а вторая пассивная, то

$$(\omega - kv_1)(\omega - kv_2) < 0 \quad (4.12)$$

и дисперсионные кривые имеют вид, показанный на рис. 3.8, в. На рис. 3.8 разобран случай, когда волны распространяются в одну сторону ($v_1 v_2 > 0$). Сравнивая рис. 3.8 и рис. 3.5, а также формулы (4.10) и (2.9), видим, что случаю (4.12) соответствует $m > 0$ и конвективная неустойчивость системы. На рис. 3.5 показано также изменение дисперсии для взаимодействующих волн вида (4.8), если $v_1 v_2 < 0$. В этом случае, если выполняется неравенство (4.12), то $m > 0$ и имеет место абсолютная неустойчивость. Отсюда следует вывод, что взаимодействие двух мод, одна из которых пассивная, а другая активная, приводит к неустойчивости системы.

Таким образом, процесс передачи энергии от потока электронов возмущениям в плазме может состоять из нескольких этапов. Сначала энергия передается активным волнам, поддерживаемым потоком носителей. Затем активная волна может взаимодействовать с другими модами колебаний, в том числе с пассивными, приводя к возникновению неустойчивостей.

Г Л А В А IV

ДРЕЙФОВЫЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Дрейфовые потоки носителей заряда, вызванные постоянным электрическим полем смещения E_0 , образуют в плазме синхронные волны плотности зарядов (4.6, гл. III). Сгустки зарядов, двигаясь с дрейфовой скоростью v_0 , могут усиливать или ослаблять волны, имеющие продольные составляющие электрического поля. Если дрейфовая скорость сгустка электронов слегка превышает фазовую скорость волны, то в определенный интервал времени этот сгусток будет тормозиться полем волны, передавая ей энергию. Передаваемая энергия пропорциональна числу носителей заряда и в полупроводниках может быть достаточно большой. Так, например, в кристалле CdS теоретическое усиление потоком электронов пьезоэлектрической волны превышает 1000 дб/см . Столь фантастические возможности усиливать и генерировать волны в полупроводниках, используя дрейфовый поток электронов, привлекли внимание многих исследователей к этому виду неустойчивостей.

! Продольную составляющую электрического поля, эту необходимую компоненту для взаимодействия с дрейфовым потоком, имеют волны в решетке и звуковые волны в плазме носителей заряда. Взаимодействие дрейфующих электронов с продольными упругими волнами в решетке кристалла всесторонне изучено и его можно считать отдельным самостоятельным разделом физики плазмы в твердом теле. Нами рассматриваются только простейшие волны в решетке, описываемые одномерными уравнениями, и не анализируются физические факторы, определяющие вид тензоров деформации, модулей упругости и других параметров этих волн. Упругие волны в решетке нас интересуют главным образом как партнеры волн в плазме.

Кроме того, на их примере видны все основные особенности взаимодействия потоков заряда с продольными волнами.

Несмотря на высокий коэффициент усиления волн в решетке кристалла дрейфовым потоком заряда, необходимость двойного преобразования, сопровождающегося большими потерями мощности, электрического сигнала в акустический и обратно, а также большие рассеиваемые в небольшом кристалле мощности, приводящие к нагреву полупроводника, накладывают на этот метод усиления многие ограничения. Конечно, идеальным является усиление электрического сигнала без его преобразования в акустический. Нужно, однако, сказать, что электромагнитная волна в неограниченной плазме свободных носителей в первом приближении не имеет продольной составляющей поля и тока и с дрейфовым потоком не взаимодействует. Внешнее постоянное магнитное поле несколько улучшает такое взаимодействие, однако экспериментально абсолютного усиления электромагнитной волны дрейфом зарядов в полупроводнике пока никому не удалось получить.

Значительно более сильным оказывается взаимодействие дрейфовых потоков с волнами вблизи границ плазмы. Электромагнитные волны в ограниченной плазме не являются чисто поперечными, а имеют также продольную компоненту. Такие волны называют гибридными. Использование взаимодействия дрейфовых потоков с гибридными и поверхностными волнами в плазме для целей усиления и генерации электрических сигналов, по-видимому, имеет практические перспективы.

§ 1. Взаимодействие потока носителей заряда и волн в плазме с акустическими волнами в решетке

Рассмотрим взаимодействие упругих волн в решетке с гидродинамическими волнами, возникающими в плазме, при прохождении по полупроводнику потока электронов.

Дисперсионное уравнение. Для описания упругих волн в кристаллах вводится понятие вектора смещения и

данной точки решетки. Уравнение движения упругой среды имеет вид

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j}, \quad (1.1)$$

где ρ — плотность среды, а T_{ij} — компоненты тензора упругих напряжений. Чтобы не писать громоздких тензорных обозначений, рассмотрим случай простейшей геометрии: продольный звук распространяется вдоль какой-либо оси симметрии кубического кристалла. Будем также полагать продольные и поперечные колебания несвязанными. Тогда уравнение (1.1) преобразуется в скалярное:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \lambda \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (1.2)$$

где λ — модуль упругости, определяющий связь между напряжением и линейной деформацией (закон Гука):

$$T = \lambda \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (1.3)$$

В пьезоэлектрических кристаллах механическое напряжение приводит к возникновению электрического поля, и, наоборот, приложение электрического поля вызывает механические напряжения (см. § 6 гл. I). Для этих кристаллов уравнение (1.2) следует дополнить упругим напряжением, связанным с электрическим полем:

$$T_E = -\beta E, \quad (1.4)$$

где β — пьезоэлектрический модуль. Модули λ и β — в общем случае тензорные величины. Для простоты они везде будут полагаться скалярными.

Уравнение (1.1) принимает вид

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \lambda \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \beta \frac{\partial E}{\partial x}. \quad (1.5)$$

В линейном приближении для малого гармонического возмущения уравнение (1.5) преобразуется к виду

$$(-\rho\omega^2 + k^2\lambda)u - ik\beta E = 0. \quad (1.6)$$

Благодаря наличию пьезоэлектрического поля E упругая волна в кристалле сопровождается продольной

электрической волной, которая будет возмущать плазму. Плазма стремится экранировать это поле и тем самым изменить пьезоэлектрическую деформацию. Через этот механизм происходит связь возмущения в плазме с возмущениями решетки. Полная индукция D в плазме равна

$$D = \epsilon_1 E + \beta \frac{\partial u}{\partial x} = \epsilon_1 E - ik\beta u. \quad (1.7)$$

Подставляя (1.6) в (1.7), получим

$$D = \epsilon_1 E \left[1 + \frac{\beta^2 k^2}{\epsilon_1 (\lambda k^2 - \rho \omega^2)} \right]. \quad (1.8)$$

Уравнение (1.6) описывает одну из взаимодействующих волн. Второй волной является волна, поддерживаемая дрейфовым потоком зарядов в плазме (4.5, гл. III). В однокомпонентной электронной плазме в гидродинамическом приближении продольная скорость электронов с учетом столкновений с решеткой и диффузии равна [1]

$$v = \frac{i \frac{q}{m} E}{F(\omega, k)}, \quad (1.9)$$

где

$$F(\omega, k) = \left[\omega - kv_0 - iv_p - \frac{Dv_p k^2}{\omega - kv_0} \right] + \left[\frac{\omega_c^2 \sin^2 \theta (\omega - kv_0 - iv_p)}{\omega_c^2 \cos^2 \theta - (\omega - kv_0 - iv_p)^2} \right], \quad (1.10)$$

где θ — угол между \mathbf{V}_0 и \mathbf{k} .

Подставляя (1.9) в (4.5, гл. III), получим выражение для волны плотности заряда, из которого с помощью уравнения Пуассона $-ikD = qn'$ найдем второе уравнение для D

$$D = \left[\left(\frac{n_j q^2}{m} \right) E \right] / [(\omega - kv_0) F(\omega, k)]. \quad (1.11)$$

Приравнявая (1.8) и (1.11), найдем дисперсионное уравнение для системы связанных волн в плазме и решетке:

$$1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega - kv_0) F(\omega, k)} - \frac{K^2 k^2 v_p^2}{\omega^2 - k^2 v_p^2} = 0, \quad (1.12)$$

где $K^2 = \beta^2/\epsilon_1\lambda$ — квадрат коэффициента электромеханической связи, $v_s^2 = \lambda/\rho$ — квадрат скорости звуковой волны в непьезоэлектрической среде. В непьезоэлектрическом изоляторе $\omega_p = 0$, $\beta = 0$ и из уравнения (1.12) получаем звуковую ветвь $\omega = kv_s$. Если $\omega_p \neq 0$, $\beta = 0$, получаем дисперсию волн в плазме в отсутствие электромеханического взаимодействия плазменных волн с решеточными волнами. Уравнение (1.12) с точки зрения связанных мод наглядно записать в виде [1]

$$(\omega^2 - k^2v_s^2) \left\{ 1 - \frac{\omega_p^2}{[(\omega - kv_0) F(\omega, k)]} \right\} = K^2 k^2 v_s^2. \quad (1.13)$$

Множитель в простых скобках слева соответствует решеточной моде, а в фигурных скобках — волнам в плазме. Правая часть уравнения (1.13) описывает связь между этими модами.

Нарастание волн в решетке. Проанализируем, при каких условиях в системе связанных волн в плазме и решетке акустическая волна в решетке нарастает. Рассмотрим случай, когда $\omega \ll v_p$, $kv_0 \ll v_p$ и $B_0 = 0$. Тогда (1.13) принимает вид

$$(\omega^2 - k^2v_s^2) \left[\frac{\omega_p^2}{v_p} + i(\omega - kv_0 - iDk^2) \right] = \\ = iK^2 k^2 v_s^2 (\omega - kv_0 - iDk^2). \quad (1.14)$$

Положим, еще

$$\frac{kv_s}{\omega'} = 1 + i\alpha, \quad \alpha \ll 1, \quad (1.15)$$

где α — коэффициент нарастания амплитуды звуковой волны на ее длине. Нарастание на единицу длины равно $k' = \alpha_\lambda \omega/v_s$. Подставляя (1.15) в (1.14), получим [1]

$$\alpha_\lambda \approx \frac{\frac{1}{2} K^2 \gamma \left(\frac{\omega_R}{\omega} \right)}{\left(\frac{\omega_R}{\omega} \right)^2 \left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_R \omega_D} \right)^2 + \gamma^2}, \quad (1.16)$$

где

$$\gamma = \frac{v_0}{v_s} - 1, \quad \omega_R = \frac{\omega_p^2}{v_p} \equiv \frac{1}{\tau_M}, \quad \omega_D = \frac{v_s^2}{D}. \quad (1.17)$$

Нарастание амплитуды волны происходит, если $\alpha_\lambda > 0$, т. е. при $\gamma > 0$ или

$$v_0/v_s > 1. \quad (1.18)$$

Неравенство (1.18) совпадает с (4.3, гл. III). При обратном неравенстве $v_0/v_s < 1$ волны ослабляются. На рис. 4.1 показана зависимость поглощения звука от дрейфовой скорости. При большой разнице скоростей v_0 и v_s эффект

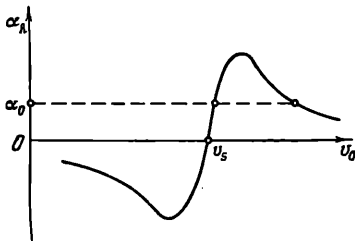


Рис. 4.1. Зависимость коэффициента нарастания амплитуды волны α_λ от дрейфовой скорости потока электронов. Пунктирная линия — нулевая при учете решеточного поглощения звука α_0 .

усиления (и затухания), связанный с потоком электронов, сильно уменьшается. Максимальное значение усиления при заданной частоте достигается при

$$v_0 = v_s \left(1 + \frac{\omega^2 + \omega_R \omega_D}{\omega \omega_D} \right). \quad (1.19)$$

Физическое истолкование этого результата вполне наглядно. Электроны плазмы под действием поля акустической волны стягиваются к областям максимального положительного значения поля, образуя локальное нарастание объемного заряда. При движении локального объемного заряда со скоростью, слегка превышающей скорость волны v_s , число электронов, движущихся против силы поля волны, оказывается больше числа электронов, ускоряемых полем волны, — происходит отдача энергии от потока волне. При больших, в сравнении со скоростью звуковой волны, дрейфовых скоростях электроны плазмы, обгоняя волну, успевают побывать в ускоряющем и тормозящем полях, в среднем не передавая энергию волне. Заметим, что при выводе дисперсионного уравнения (1.12) в исходных уравнениях (1.5) не учитывались потери решеточных волн, связанные с вязкостью среды (потери на внутреннее трение в решетке). Учет вязкости решетки приведет к сдвигу кривой $\alpha_\lambda(v_0)$ вниз относительно нулевой линии. Коэффициент усиления будет обращаться в нуль не в одной точке, а в двух (рис. 4.1).

Вполне наглядно можно представить себе и частотную зависимость α_λ . Усиление зависит от группирования носи-

телей и падает на высоких частотах, когда период волны становится меньшим τ_M — времени релаксации Максвелла, определяющего время группирования носителей. На малых частотах, когда $\omega\tau_M \equiv \omega/\omega_R < 1$, группирование успевает произойти. Группировке препятствует также диффузия электронов. Если время рассасывания заряда за счет диффузии τ_D меньше, чем τ_M , то группирование будет неполным. Для полной группировки необходимо $\tau_M < \tau_D$ или $\omega_R > \omega_D$. Отсюда получается условие заметной группировки электронов $\omega^2/\omega_R\omega_D < 1$.

Скорость звуковых волн зависит от степени экранировки пьезоэлектрического потенциала электронами. Ее величина изменяется от v_s при экранированном пьезопотенциале до $v_s(1+K^2/2)$ при неэкранированном. Выпишем выражение для скорости звуковых волн $v = \omega'/k'$, получаемое из дисперсионного уравнения (1.14):

$$v = v_s \left\{ 1 + \frac{K^2}{2} \left[1 - \frac{\left(\frac{\omega_R}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_D} \right) \frac{\omega_R}{\omega}}{\gamma^2 + \left(\frac{\omega_R}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_D} \right)^2} \right] \right\}. \quad (1.20)$$

Учет магнитного поля B_0 в случае больших частот рассеяния $\omega \ll \nu_p$ и $kv_0 \ll \nu_p$ приводит лишь к одному эффекту: понижению дрейфовой скорости, необходимой для максимального усиления звука [1]. Этот эффект существует для полупроводников с высокой подвижностью. Он вызван ростом магнитосопротивления полупроводника и связанным с ним увеличением максвелловского времени релаксации $\tau_M \sim [1 + (\mu B)^2]$. Величина $\omega_R = 1/\tau_M$, входящая в (1.19), уменьшается с ростом магнитного поля, приводя к уменьшению значения дрейфовой скорости, соответствующей максимальному усилению.

Взаимодействие волн с плазмой может происходить не только через пьезоэлектрический эффект, но и через другие виды потенциалов, возникающих при деформации решетки (см. § 6 гл. I). В случае деформационного потенциала поле поляризации $\mathbf{D}_p = \frac{C_{\varepsilon_1}}{q} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2}$, а дополнительное механическое напряжение, возникающее вследствие такой поляризации, $\mathbf{T}_p = -\frac{C_{\varepsilon_1}}{q} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x}$ [1], и выражения для \mathbf{D} и \mathbf{T}

принимают вид

$$\mathbf{D} = \varepsilon_1 \mathbf{E} - \frac{C \varepsilon_1}{q} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2}, \quad \mathbf{T} = \lambda \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} - \frac{C \varepsilon_1}{q} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x}, \quad (1.21)$$

где C — деформационный потенциал (см. § 6 гл. I). В выражении для α_λ , в этом случае, в отличие от соответствующего выражения в случае пьезоэлектрического потенциала (1.16), вместо K^2 стоит величина

$$K_{\text{Def}}^2 = \left(\frac{C}{q}\right)^2 \varepsilon_1 \left(\frac{\omega}{v_s}\right)^2. \quad (1.22)$$

Пропорциональность K_{Def} частоте приводит к тому, что α_λ при связи через деформационный потенциал, в отличие от (1.16), монотонно растет с частотой. Отношение усиления при связи через деформационный потенциал к усилению при пьезоэлектрической связи пропорционально

$$K_{\text{Def}}^2 / K^2 \sim \omega^2, \quad (1.23)$$

и с ростом частоты усиление через деформационный потенциал может превышать эффект усиления через пьезоэффект.

В собственных полупроводниках, или при частичной компенсации плазмы, усиление акустических волн будет ослабляться, так как носители другого знака создают противоположный эффект во взаимодействии акустических и плазменных волн. Введя обозначения $\gamma_n = \frac{v_{0n}}{v_s} + 1$ и

$$\gamma_p = 1 - \frac{v_{0p}}{v_s}, \quad \text{можно записать [2]}$$

$$\alpha_\lambda = \frac{K^2 \omega_R \left[\gamma_n \gamma_p + \frac{b \omega^2}{\omega_D^2} (1+b)^2 \right]}{2v_s \left[\gamma_n \gamma_p - \frac{b}{(1+b)} \left(\frac{\omega^2}{\omega_D^2} + \frac{2\omega_R}{\omega_D} \right)^2 + \left(\frac{\omega_R}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_D} \right)^2 \right]}, \quad (1.24)$$

где

$$b = \frac{\mu_n}{\mu_p}, \quad \omega_R = \omega_{Rn} + \omega_{Rp}, \quad \omega_D = \frac{\omega_{Dn} \omega_{Dp}}{\omega_{Dn} + \omega_{Dp}}.$$

В таблице 1.1 приведены основные параметры, характеризующие взаимодействие акустических волн в решетке с плазмой в некоторых полупроводниковых материалах.

Таблица 1.1

Электромеханические свойства полупроводников [2]

	Волна		$v_g \cdot 10^8$ (см/сек)	$\beta \cdot 10^4$ (а. сек/см ²)	$K^2 \cdot 10^3$	χ_1
	направле- ние k	поляри- зация E				
CdS	$\langle 10.0 \rangle$	$\langle 00.1 \rangle$	1,8	0,21	37	9,0
	$\langle 00.1 \rangle$	$\langle 00.1 \rangle$	4,4	0,49	25	9,5
GaAs	$\langle 110 \rangle$	$\langle 001 \rangle$	3,3	0,16	3,8	13,2
	$\langle 111 \rangle$	$\langle 111 \rangle$	5,2	—	1,5	—
GaSb	$\langle 110 \rangle$	$\langle 001 \rangle$	2,8	0,13	3,2	15,7
InSb	$\langle 110 \rangle$	$\langle 001 \rangle$	2,3	0,07	1,2	17,7
CdTe	$\langle 110 \rangle$	$\langle 001 \rangle$	3,4	0,03	0,7	10,6
GaP	$\langle 110 \rangle$	$\langle 001 \rangle$	3,8	0,1	12,5	11,1
InP	$\langle 110 \rangle$	$\langle 001 \rangle$	2,1	0,06	16,4	12,3
Ge	$\langle 100 \rangle$	$\langle 001 \rangle$	3,5	—	—	16
Si	$\langle 100 \rangle$	$\langle 001 \rangle$	5,8	—	—	12,1

Звукоэлектрический эффект. Наряду с усилением акустической волны в решетке потоком зарядов в плазме, возможен обратный эффект: возбуждение тока носителей заряда в плазме акустической волной в решетке. Этот эффект называют акустоэлектрическим или звукоэлектрическим [3]. Звукоэлектрический ток j_{ae} определяется как среднее по интервалу времени, много большему периода колебаний от переменного тока, возникающего в плазме при распространении звука в кристалле:

$$j_{ae} = \langle j \rangle_t. \quad (1.25)$$

В пренебрежении диффузией плотность тока равна

$$j \approx \sigma E. \quad (1.26)$$

Очевидно, если считать $\sigma = \text{const}$, то $j_{ae} = 0$, так как $\langle E \rangle_t = 0$. Допустим, что изменение σ обусловлено только изменением концентрации вследствие группировки носителей акустической волной,

$$\sigma = q\mu (n_0 + n'). \quad (1.27)$$

В приближении малых гармонических возмущений из уравнения непрерывности (2.28, гл. I) получаем

$$n' = \frac{kj}{q\omega}. \quad (1.28)$$

Подставляя (1.28) в (1.27) и (1.25), получаем

$$\mathbf{j}_{ae} = \frac{\mu k}{\omega} \langle \mathbf{jE} \rangle_t, \quad (1.29)$$

где $\langle \mathbf{jE} \rangle_t$ есть средняя звуковая энергия, рассеиваемая в единице объема в единицу времени. Звукоэлектрический ток удобно записать через интенсивность звука S_S

$$S_S = S_0 \exp [i2(\omega t - kx)] \quad (1.30)$$

и коэффициент поглощения звука $\Gamma = 2k''$. Используя равенство

$$\langle \mathbf{jE} \rangle_t = \frac{\partial S_S}{\partial x} \equiv -2ikS_S, \quad (1.31)$$

получим для действительной части звукоэлектрического тока

$$\mathbf{j}_{ae} = \frac{\mu 2k' S_S}{v_{fs}}, \quad (1.32)$$

где $v_{fs} = \omega/k'$ — фазовая скорость звуковой волны. Звукоэлектрическое поле E_{ae} равно

$$E_{ae} = \frac{2k' S_S}{qn_0 v_{fs}}. \quad (1.33)$$

Соотношения (1.32), (1.33) были получены Вейнрейхом [4], чьим именем их обычно и называют.

Усиление волн (эксперимент). Усиление акустической волны потоком электронов и звукоэлектрический ток наблюдались экспериментально во многих полупроводниках [2]. Впервые усиление звука наблюдали Хатсон, Мак-Фи и Уайт в электронном пьезополупроводнике CdS [5]. Схема опыта показана на рис. 4.2. При неосвещенном кристалле-изоляторе усиление отсутствовало. В освещенном кристалле CdS, когда электрическое поле превышало критическую величину, наблюдалось усиление. Полученная на опыте зависимость амплитуды прошедшего звукового импульса от приложенного внешнего поля показана на рис. 4.3. Перемена знака (переход от ослабления к усилению) происходит при ~ 700 в/см, то соответствует дрейфовой скорости $v_0 \approx 2 \cdot 10^5$ см/сек. Это

значение находится в прекрасном согласии со значением скорости сдвиговых волн в CdS.

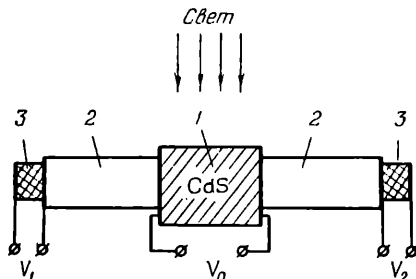


Рис. 4.2. Схематическое изображение устройства по наблюдению усиления звука: 1 — полупроводник с электродами для подачи дрейфового поля; 2 — звукопроводы; 3 — пьезоэлектрические преобразователи; V_1 — переменное напряжение, приложенное к излучателю, а V_2 — возникающее на приемнике звуковых волн; V_0 — напряжение, обуславливающее дрейфовый ток.

Возможности технического применения эффекта усиления ультразвука в пьезополупроводниках стимулировали многие экспериментальные исследования. Усиление наблюдалось в CdS, ZnO, Te, GaAs до частот порядка гигагерц [2, 6]. Результаты экспериментов показали, что теория в основном хорошо описывает эксперимент. Звукоэлектрический эффект также экспериментально наблюдался в фотопроводящих CdS, CdSe, ZnS (рис. 4.4). Как следует из уравнения (1.33), E_{as} положительно при $k'' > 0$ и отрицательно при $k'' < 0$. Однако в эксперименте переход E_{as} и k'' от положительных значений к отрицательным происходит при разных дрейфовых скоростях (рис. 4.4), что можно объяснить добавочным механизмом рассеяния волн, не учтенном при выводе уравнения Вейнрейха. Следует заметить, что изменение знака акусто-эдс не зави-

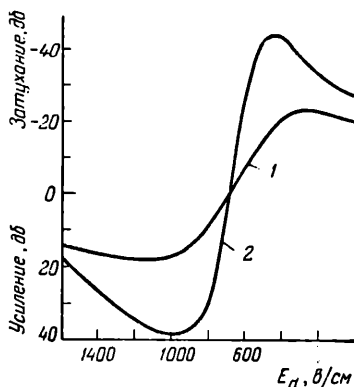


Рис. 4.3. Обнаруженная на опыте [5] зависимость усиления в CdS от дрейфового поля: 1 — 15 МГц, $\omega_R/\omega=1$; 2 — 45 МГц, $\omega_R/\omega=0,24$ (длина образца 7 мм).

сит от величины вязкого поглощения звуковых волн, что позволяет более правильно определить пороговую скорость усиления звука из измерений акусто-эдс, чем из измерений поглощения [6].

Достигнутые уровни усиления акустических волн превышают 10^2 децибелл на сантиметр. Столь значительная величина усиления делает заманчивым использование этого эффекта для усиления электрических сигналов.

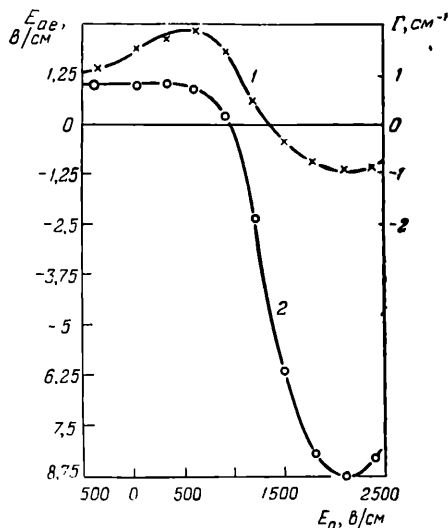


Рис. 4.4. Зависимость от напряженности дрейфового поля E_0 : 1 — коэффициента поглощения звуковой волны $\Gamma = 2k''$ (правая шкала); 2 — звукоэлектрического поля E_{ae} (левая шкала) в CdS при $f = 33 \text{ Мгц}$ [7].

Недостатком такого усилителя являются значительные потери преобразования электрического сигнала в акустический и обратно. Наиболее существенной трудностью, с которой сталкиваются в экспериментальных исследованиях и практических использованиях эффектов акустического усиления, является выделение больших тепловых мощностей в полупроводнике. Например, в первом эксперименте Хатсона и др. [5] выделяемая мощность составляла около 100 вт/см^3 . Значительно уменьшить выделяемую в объеме полупроводника мощность оказывается возможным при использовании поверхностных волн в слоистых структурах, состоящих из чередующихся тон-

ких пьезоэлектрических слоев и слоев полупроводника с большой подвижностью [6, 8]. Такие структуры после создания эффективного способа возбуждения поверхностных волн с помощью гребенчатого преобразователя [9] стали основой акустоэлектронных устройств (рис. 4.5). В слоистой структуре дрейфовый ток в полупроводнике взаимодействует с акустической волной в пьезоэлектрике. Такое разделение волн позволяет подбирать пьезоэлектрик, не заботясь о его полупроводниковых свойствах, и полупроводник, не заботясь о его пьезоэлектрических свойствах.

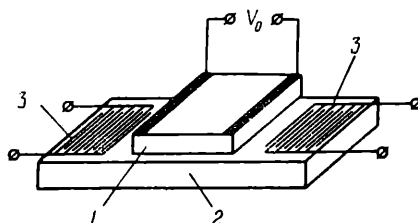


Рис. 4.5. Слоистая структура акустоэлектронного преобразователя: 1 — полупроводник; 2 — пьезоэлектрик; 3 — гребенчатый преобразователь для возбуждения поверхностной акустической волны.

В слоистой структуре акустоэлектрический эффект обладает одной существенной особенностью: наличием поперечной дрейфовому потоку составляющей акустоэлектрического поля [10]. Поперечный акустоэлектрический эффект стал основой целого ряда акустоэлектронных устройств обработки информации: приборов для считывания оптических изображений, устройств свертки и корреляции сигналов и др. [11].

Генерация акустических волн. Помимо усиления введенного в кристалл акустического сигнала, возможна и генерация спонтанных колебаний — акустического шума, когда скорость дрейфа превышает скорость соответствующей волны. Генерация акустических шумов изучалась теоретически и экспериментально рядом авторов [6]. Экспериментально спонтанные акустические колебания изучались с помощью метода бриллюэновского рассеяния света [12]. Из теории и эксперимента вытекают следующие основные особенности спонтанной генерации: сложный спектральный состав и угловое распределение генерируе-

мых шумов, а также то, что максимальная интенсивность излучения акустических фононов происходит на иной, чем в случае усиления волны со стационарной фазой, частоте.

Генерация акустических шумов приводит к ряду нелинейных эффектов. Первый из них: резкий излом на вольт-амперной характеристике, обнаруженный в CdS и ZnO,

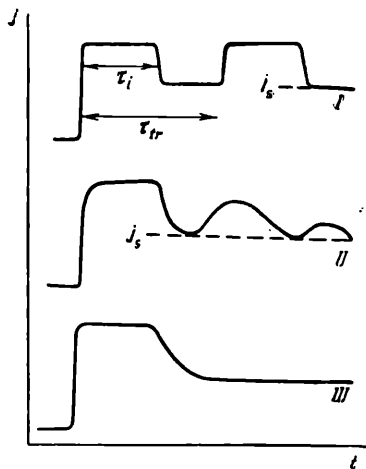


Рис. 4.6. Типичные временные зависимости тока при сильном усилении акустических шумов дрейфующими носителями при постоянном напряжении на образце. Время инкубации τ_i уменьшается с увеличением поля E_0 . Ток насыщения $J_s = qn_0v_d$ и время транзита τ_{tr} не зависят от E_0 . Типичные длительности импульсов порядка нескольких микросекунд [2].

когда электрическое поле превышает пороговое значение, соответствующее генерации фононов в образце. Качественно излом на вольт-амперной характеристике объясняется акустоэлектрическим током, возникающим от звуковых волн, которые генерируют дрейфующие носители. Акустоэлектрический ток противоположен по направлению омическому, и загиб вольт-амперной характеристики происходит вниз [6]. Другим нелинейным эффектом является возникновение неоднородности поля и концентрации в кристалле. Волны, распространяющиеся вдоль кристалла в направлении дрейфа зарядов, создают неоднородную плотность

фононов и электрического поля с максимумом, называемым акустоэлектрическим доменом, либо перемещающимся по кристаллу, либо прижатым к аноду. Поля в доменах в CdS достигают $10 \div 30$ кВ/см. Акустоэлектрические домены обнаружены во многих экспериментах [2]. Они модулируют край оптической абсорбции (как полем, так и давлением), поворачивают плоскость поляризации света, изменяют коэффициент поглощения света свободными носителями и показатель преломления кристалла. Наконец, в ряде работ наблюдалась эмиссия света из доменов, которая может быть связана с различными явле-

ниями в сильном поле домена (ударная ионизация и др.). При исследованиях генерации акустических волн было обнаружено, что в некоторых случаях насыщение тока не происходит сразу, а возникают затухающие или непрерывные колебания тока в цепи — акустоэлектрические колебания. Такие колебания наблюдались экспериментально в CdS, CdSe, CdTe, ZnO, GaSb, GaAs, Te [13]. На рис. 4.6 показаны типичные формы импульсов, возникающих в этих экспериментах. Эти колебания связаны с образованием движущихся акустоэлектрических доменов, но могут также возникать, как это наблюдалось в GaAs и Te, из-за образования доменов неакустического характера. Достоверной интерпретации акустоэлектрических колебаний во многих случаях, к сожалению, пока не имеется [2].

Связь магнитоплазменных волн с волнами в решетке. Акустические волны в решетке могут оказаться связанными с магнитоплазменными волнами. Фазовая скорость геликонных волн, как мы видели, может быть достаточно мала и сравнима со скоростями звука в решетке, и можно ожидать взаимодействия геликонов с акустической волной в области частоты $\omega \approx \varepsilon_0 \left(\frac{\omega_p^2}{\omega_c} \right) \left(\frac{v_s}{c} \right)^2$, при которой дисперсионные кривые акустических и геликонных волн пересекаются. Такое взаимодействие рассматривалось в работах [1, 14, 15, 16, 17]. На рис. 4.7 показаны вычисленные и экспериментально наблюдаемые дисперсионные кривые волн в калии в области геликон-фононного взаимодействия [16]. Экспериментально взаимодействие геликонов с акустическими колебаниями наблюдалось в PbTe, Al, K в работах [19, 20, 21]. Во всех экспериментах это взаимодействие было пассивным.

В работе [23] удалось экспериментально наблюдать возбуждение геликонных волн в диске из полупроводника Cd_3As_2 с помощью сдвиговых звуковых волн, возбуждаемых на частоте 525 *кГц* на одной стороне диска. Геликонные волны обнаруживались с помощью катушки из нескольких витков. Оптимальное магнитное поле было около 1,5 *кГс*.

При наличии дрейфа электронов в плазме с постоянной скоростью v_0 в спектре электромагнитных колебаний плазмы появляются волны с фазовой скоростью, меньшей скорости дрейфа. Резонансное взаимодействие таких элек-

ромагнитных колебаний (геликонов) со звуковыми колебаниями решетки приводит к раскачке связанных колебаний с большим инкрементом нарастания и возникновению так

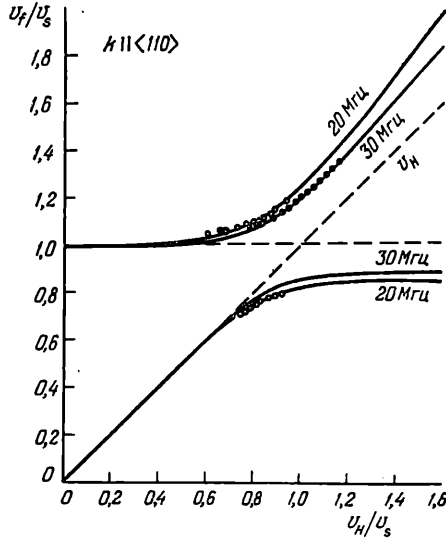


Рис. 4.7. Взаимодействие геликоновых волн с акустическими волнами в решетке калия. Кружки — экспериментальные точки, сплошные линии — расчет. По оси абсцисс отложена фазовая скорость геликона v_H , а по оси ординат — фазовые скорости возбуждений $v_f = \omega/k$ в единицах скорости звука v_s . Горизонтальная линия $v_f/v_s = 1$ соответствует «чистой» звуковой волне. Линия v_H соответствует «чистой» геликоновой волне ($v_H \sim \sqrt{H}$). В области пересечения линий волны взаимодействуют.

называемой геликоидальной неустойчивости [18]. Экспериментально геликоидальная неустойчивость в плазме твердого тела пока не наблюдалась.

Взаимодействие акустических волн с плазмой приводит еще к одному акустооптическому явлению: дифракции света на волнах объемного заряда в полупроводниковой плазме, сопровождающих акустическую волну [22].

§ 2. Взаимодействие дрейфового потока носителей заряда с волнами в неограниченной плазме

Взаимодействие с продольными волнами. В неограниченной плазме в отсутствие магнитного поля дрейфовый поток электронов может взаимодействовать с продольными электрорезонансными или плазменными волнами (§ 4, гл. II).

Эти волны возникают в горячей плазме и через механизм затухания Ландау сильно поглощаются, когда их фазовые скорости сравнимы с тепловыми скоростями частиц. Затухание Ландау обусловлено монотонно затухающим распределением частиц плазмы по скоростям. Если распределение концентрации частиц по скоростям в области фазовой скорости волны оказывается нарастающей функцией, то затухание Ландау для этой волны сменяется усилением. Распределение такой формы может возникнуть, если имеется постоянный дрейф носителей со скоростью, большей фазовой скорости волны. Пайнс и Шриффер [24] показали, что плазменные волны, описываемые выражением (4.10, гл. II), могут оказаться неустойчивыми с нарастающей амплитудой при достаточно большой скорости постоянного дрейфа электронов. При учете дрейфовой скорости в выражении (4.10, гл. II) для z вместо ω появляется $\omega - kv_{0n}$, и если v_{0n} достаточно велико в сравнении с тепловыми скоростями электронов $v_{T_n} = 3k_B T_n / m_n$, то анализ выражений (4.10, гл. II) предсказывает неустойчивость. Харрисон [25] указал на возможность такой неустойчивости также для вырожденной плазмы. Трудности экспериментального наблюдения неустойчивости с обращенным затуханием Ландау в немагнитной плазме очевидны. Для наблюдения такой неустойчивости необходимы большие дрейфовые скорости $v_{0n} \approx v_{T_n}$ и условие $T_p \ll T_n$. При конечном T_p возникает сильное затухание Ландау на дырках. Попытка наблюдать экспериментально неустойчивость этого типа в В_i не была успешной [26]. Для преодоления ограничений, связанных с затуханием Ландау, в работе [27] предложена структура типа «сэндвич», состоящая из слоев полупроводника с n - и p -проводимостью. Ток пропускается только через n -слой, разогревая электроны и сообщая им высокую дрейфовую скорость. Дырки в p -области остаются холодными и неподвижными. Тем самым достигается условие $T_n \gg T_p$. В этом случае фактически имеем дело с неустойчивостью поверхностной волны между слоями. Инкремент нарастания амплитуды в этом случае, в отличие от случая взаимопроникающих потоков, оказывается меньше ввиду значительного уменьшения активного объема взаимодействия. Неустойчивости в структурах типа «сэндвич» рассматриваются в следующем параграфе.

Если электронно-дырочную плазму поместить в поперечное дрейфовым потокам магнитное поле, то в ней возникнут сдвиги зарядов дырок относительно электронов, которые создадут электростатические поля, взаимодействующие при наличии столкновений с переменными токами, обусловленными силами Лоренца. Это взаимодействие может привести к неустойчивости [1].

Условия для наблюдения неустойчивостей в случае наличия поперечного магнитного поля также оказываются очень жесткими (дрейфовая скорость выше тепловой и др.). Правда, сильное поперечное магнитное поле уменьшает затухание Ландау [1].

Взаимодействие с поперечными волнами. Задача о дисперсии геликонов и альфвеновских волн при наличии постоянного тока j_0 и магнитного поля B_0 , параллельных направлению их распространения, впервые решалась Боком и Нозье [28], а затем она рассматривалась многими авторами (см. обзоры [1, 29, 30, 31]).

Априори можно сказать, что поток носителей в неограниченной плазме слабо взаимодействует с поперечной волной. Энергетический обмен между волной и потоком обусловлен продольным переменным полем E_z , возникающим вследствие взаимодействия поперечных токов $\sim v_z$, индуцированных волной, с собственным магнитным полем волны

$$E_z = v_z \times B_z. \quad (2.1)$$

Поскольку магнитное поле волны B_z мало, то и связь ее с продольным потоком слаба. В бесстолкновительной незамагниченной плазме обмен энергией через продольное поле E_z вообще не имеет места, так как скорости и поля сдвинуты по фазе на $\pi/2$ (§ 3, гл. I). Взаимодействие с передачей энергии достигается при наличии столкновений или внешнего магнитного поля, приводящих к синфазности (или противофазности) токов и полей в плазме.

Проиллюстрируем вышесказанное вычислением энергии взаимодействия потока носителей с поперечной волной E_x в незамагниченной однокомпонентной плазме. Допустим, волна распространяется вдоль оси z . Составляющая поперечной скорости v_x при наличии продольного

дрейфа (см. приложение VI) равна

$$v_x = i \frac{q}{m} \frac{\omega - kv_0}{\omega(\omega - kv_0 - i\nu)} E_x. \quad (2.2)$$

Продольная составляющая

$$E_z = v_x B_y = i \frac{q}{m} \frac{k(\omega - kv_0)}{\omega^2(\omega - kv_0 - i\nu)} E_x E_x. \quad (2.3)$$

Мощность, теряемая или приобретаемая потоком, определяется произведением

$$E_z j_{0z} = -i \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{kv_0(\omega - kv_0)}{(\omega - kv_0 - i\nu)} \epsilon_1 E_x E_x. \quad (2.4)$$

Фаза поля E_z , а значит, и условие ускорения или замедления потока зависит, как видим, от частоты столкновений. При $\nu=0$ произведение $E_z j_{0z}$ оказывается чисто мнимой величиной, т. е. обмен энергией между волной и потоком отсутствует.

Рассмотрим в гидродинамическом приближении дисперсию поперечных волн при наличии дрейфа носителей сначала в однокомпонентной, а затем в электронно-дырочной плазме.

Однокомпонентная плазма. Подстановка (VI.7) в (2.16, гл. I) дает дисперсионное соотношение для поперечной волны в дрейфующей плазме в конфигурации Фарадея

$$k^2 = \chi_1 \frac{\omega^2}{c^2} \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_0)}{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_0 + \beta\omega_c - i\nu_p)} \right]. \quad (2.5)$$

Перепишем это соотношение в виде

$$(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_0) \left(k^2 - \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2} \chi_1 \right) = (i\nu_p - \beta\omega_c) \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \chi_1 \right). \quad (2.6)$$

В отсутствие магнитного поля и столкновений $\omega_c = \nu_p = 0$ система описывается двумя несвязанными модами, дисперсия которых определяется приравниванием нулю соответствующих множителей слева в уравнении (2.6). Наличие дрейфа привело к возникновению синхронной волны (4.6, гл. III). Если $v_0 > c/\chi_1^{1/2}$, то эти моды пересекаются (рис. 4.8) и при наличии взаимодействия между

ними может происходить обмен энергией. Взаимодействие между модами возникает, если член справа в уравнении (2.6) не равен нулю (ср. с (4.10, гл. III)). Как этого и следовало ожидать, связь между модами обусловлена столкновениями и магнитным полем. В соответствии с этим из дисперсионного уравнения (2.6) вытекает наличие двух видов неустойчивостей. Первый вид неустойчивостей имеет место в отсутствие магнитного поля и обусловлен столкновениями. Второй вид неустойчивостей, который можно назвать однопотоковой геликонной неустойчивостью [1],

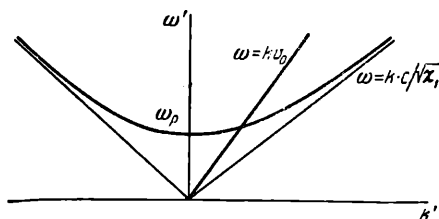


Рис. 4.8. Дисперсионные кривые, описываемые уравнением (2.6) при $v_p = \omega_p = 0$.

обусловлен магнитным полем и имеет место в отсутствие столкновений для геликонной волны. Учет столкновений лишь несколько модифицирует второй вид неустойчивости, уменьшая скорость ее роста. Обоим видам неустойчивости соответствует передача энергии от потока волне при выполнении неравенства

$$v_0 > \frac{c}{\chi_1^{1/2}}. \quad (2.7)$$

То есть дрейфовая скорость должна превышать фазовую скорость волны, которая при $v_0 = \omega/k$ согласно (2.5) равна скорости света в среде с диэлектрической постоянной χ_1 .

Условия, при которых выполняется неравенство (2.7), вряд ли экспериментально осуществимы, так как дрейфовая скорость электронов в полупроводниках не может быть выше $10^7 \div 10^8$ см/сек (см. главу V) и для выполнения (2.7) требуется $\chi_1 \approx 10^6$.

Электронно-дырочная плазма. Наличие второго сорта носителей приводит к появлению дополнительного слагаемого в дисперсионном уравнении (2.5):

$$k^2 = \chi_1 \frac{\omega^2}{c^2} \left[1 - \frac{\omega_{pn}^2 (\omega - kv_{0n})}{\omega^2 (\omega - kv_{0n} + \beta_n \omega_{cn} - i\nu_{pn})} - \frac{\omega_{pp}^2 (\omega - kv_{0p})}{\omega^2 (\omega - kv_{0p} + \beta_p \omega_{cp} - i\nu_{pp})} \right]. \quad (2.8)$$

Здесь индексы n и p относятся к электронным и дырочным параметрам соответственно. При $v_{0n} = \omega/k$ фазовая скорость волны не равна скорости света в среде, как это было в случае однокомпонентной плазмы, а может быть значительно меньше благодаря наличию дополнительного слагаемого в дисперсионном уравнении (2.8). Можно сказать, что поток носителей одного сорта догоняет волну и передает ей энергию, а носители второго сорта обуславливают сохранение магнитоплазменной волны с относительно малой (экспериментально реализуемой) фазовой скоростью.

Электроны и дырки дрейфуют во внешнем электрическом поле в противоположные стороны, что может обеспечить обратную связь при возникновении нарастания волн. По аналогии с газовой плазмой дрейфовые неустойчивости, возникающие при наличии двух сортов носителей, называют двухпоточковыми неустойчивостями. Этому вопросу посвящено немало теоретических работ, однако экспериментальные наблюдения неустойчивости в неограниченной плазме в полупроводниках отсутствуют. Наиболее близким к рассматриваемой ситуации является эксперимент Бартелинка. Он наблюдал неустойчивость в электронно-дырочной плазме в Bi [32]. Образец представлял собою цилиндр длиной 2 см и диаметром 0,5 см. К торцам образца подводились катушки возбуждения и индикации магнитоплазменных волн. Образец помещался в продольное магнитное поле, вдоль него пропускался ток J_0 (рис. 4.9). Измерения проводились при температуре жидкого гелия.

Наблюдались два вида неустойчивостей: нарастание сигнала с частотой 25—50 кГц, начиная с некоторого порогового значения тока J_{0l} , и спонтанные осцилляции такого же порядка частот при токах $J \geq 2J_{0l}$. Значения

пороговых токов зависели от магнитного поля: при $B_0 = 90$ гс $J_{0t} \approx 300$ а и при $B_0 = 290$ гс $J_{0t} = 500$ а. Нарастание сигнала имело место при направлении тока J_0 противоположном направлению нарастания волны (рис. 4.9).

Теорию эксперимента дал его автор [33, 34]. Приведем качественное объяснение эксперимента. В плазме, близкой к собственной, в пренебрежении столкновениями ($\omega_0 \gg \nu_p$)

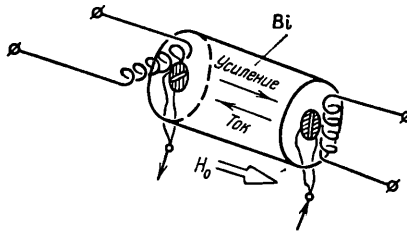


Рис. 4.9. Эксперимент Бартелина.

и токами смещения дисперсионное уравнение (2.8) принимает вид [33]

$$k_{\pm}^2 \approx \frac{\omega^2}{v_A^2} \mp \frac{\omega q \delta N}{H_0} \pm \frac{k_{\pm} j_0}{H_0}, \quad (2.9)$$

где $v_A = \frac{\sqrt{\mu_0} H_0}{\sqrt{m_n n + m_p p}}$ — альфвеновская скорость (3.26, гл. II),

$\delta N = n - p$, $j_0 = q(n v_{0n} + p v_{0p}) \equiv q N v_0$, где $N = n + p$. Три действительных слагаемых в правой части уравнения (2.9) имеют ясный физический смысл. Первый член соответствует волнам Альфвена (3.25, гл. II), второй — спиральным волнам (геликонам) (2.20, гл. II). В скомпенсированной плазме $\delta N = 0$ и спиральные волны отсутствуют. Третий член обуславливает изменение дисперсии вследствие дрейфа. При малых частотах и больших токах он превалирует над другими.

Выражение (2.9) можно записать в виде

$$(\omega - k v_A)(\omega + k v_A) = \frac{v_A^2 q \delta N}{H_0} \left(\pm \omega \mp \frac{k v_0 N}{\delta N} \right). \quad (2.10)$$

Синхронная волна (множитель в скобках в правой части (2.10)) пересекает дисперсионную кривую одной из

альфвеновских волн (множители справа) при

$$v_0 \frac{N}{\delta N} > v_A. \quad (2.11)$$

Условие (2.11) является условием взаимодействия волн.

Применение критериев неустойчивости (§ 1 гл. III) к уравнению (2.9) показывает, что если последний член справа превалирует над другими, то распространение волн имеет место, когда $j_0/H_0 \approx k$. При выполнении неравенства (2.11) может возникать неустойчивость. Абсолютной неустойчивости в системе соответствует точка ветвления $k_0 = j_0/2H_0$ [33].

Образец в эксперименте Бартелинка для поперечных волн представляет собою цилиндрический волновод, который для колебаний с волновыми векторами меньше пороговой величины, $|k_z| \approx 2,4/r$, где r — радиус цилиндра, является запредельным. В свете вышесказанного понятно наличие двух пороговых значений токов, наблюдавшихся в эксперименте. Распространение волн в образце наблюдалось, лишь когда величина j_0/H_0 превышала пороговое значение волнового вектора k_z . При токах, в два раза больших, когда точка ветвления выходила из области запредельности волновода ($k_0 = \frac{j_0}{2H_0} > k_z$), возникала абсолютная неустойчивость — спонтанные колебания в образце. Расчетные значения пороговых токов совпадают с экспериментально наблюдаемыми значениями.

Как видим, в эксперименте Бартелинка существенным фактором является ограничение размеров плазмы. Как и во всяком волноводе, основные моды электромагнитных волн в ограниченной плазме не являются уже чисто поперечными, а имеют и продольные компоненты электрического поля. Такие волны называют гибридными. Взаимодействие продольных токов с продольной компонентой поля гибридной волны может приводить к обмену энергией между волной и потоком. Возможно, такой обмен энергией имел место и в условиях опыта Бартелинка [1].

Реальные значения частот, соответствующих неустойчивостям, согласно (2.10) и (2.11) равны $\omega' \approx \frac{q\delta N}{H_0} v_A^2$. В электронно-дырочной плазме $\delta N \rightarrow 0$ и неустойчивостям соответствуют низкие частоты. Низкие частоты мало при-

влекают экспериментаторов. Кроме того, низким частотам соответствуют большие длины волн, и в эксперименте практически трудно осуществить условия безграничности образца. С этими обстоятельствами, по-видимому, связано фактическое отсутствие экспериментов по двухпоточковой неустойчивости в безграничной электронно-дырочной плазме в полупроводниках.

В заключение параграфа отметим, что во всех упомянутых выше работах не учитывалось магнитное поле, обусловленное током дрейфа носителей заряда. В неограниченной плазме это поле неограниченно нарастает с ростом сечения тока, что делает, казалось бы, неправомочными все вышеизложенные расчеты. Однако в реальных ситуациях полупроводниковые образцы имеют ограниченные размеры $\sim 10^{-1}$ см и собственные магнитные поля от дрейфового тока не превышают сотен эрстед. Поэтому с влиянием этого поля на дисперсию волн в объеме с некоторым приближением можно не считаться.

§ 3. Взаимодействие потоков носителей заряда и волн в ограниченной плазме

Рассмотрим, как граница между двумя плазменными средами влияет на распространение волн в этих средах. Если две среды характеризуются разными диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 , то на поверхности раздела не терпят разрыв тангенциальные составляющие электрического поля $E_{t_1} = E_{t_2}$ и нормальные составляющие электрической индукции $D_{n_1} = D_{n_2}$. Нормальную к поверхности компоненту вектора индукции можно записать в виде [35]

$$D_n = \epsilon_1 E_n - i \sum_{\alpha} \frac{n_{0\alpha} q_{\alpha} v_{\alpha n}}{(\omega - k v_{0\alpha})}. \quad (3.1)$$

Второй член в правой части описывает поляризацию, связанную с переменной составляющей движения свободных носителей v_{α} . Отметим ее зависимость от постоянного дрейфового потока $v_{0\alpha}$. Условие непрерывности индукции обеспечивается поверхностным зарядом. Поперечная волна, имеющая компоненту поля, нормальную к поверхности раздела, индуцирует на этой поверхности заряды, образующие продольную волну (рис. 4.10, а). Наличие про-

дольной поверхностной составляющей поля волны может обеспечить связь продольных потоков электронов с поперечными волнами. Взаимодействие потоков электронов с поверхностными волнами изучалось экспериментально и теоретически во многих работах в следующих конфигурациях:

1) поток электронов и дырок в полупроводнике вблизи границы раздела с вакуумом или с другим полупроводником (диэлектриком) [36—40];

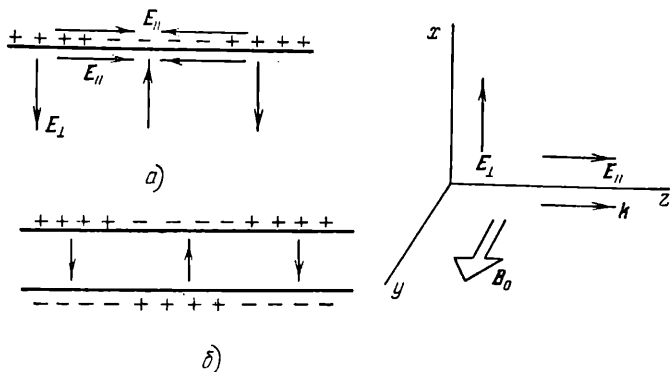


Рис. 4.10. Электрические поля на границе плазмы (а) и в тонкой плазме (б). Справа — система координат, используемая в тексте.

2) поток электронов и дырок в полупроводнике вблизи замедляющей системы, нанесенной на поверхность полупроводника (аналог лампы бегущей волны) [41—44];

3) поток электронов в вакууме вблизи поверхности полупроводника [18, 42, 45—48];

4) поток электронов и дырок в тонких по сравнению с длиной волны слоях плазмы [49, 50].

Рассмотрим эти четыре группы работ.

Поток вблизи границы раздела с вакуумом или с другим полупроводником (диэлектриком). Бурке и Кайно [36] наблюдали конвективное нарастание концентрации носителей заряда в инжектируемой переменным током волне носителей заряда, дрейфующей вдоль поверхности полупроводника (p -InSb) в поперечном магнитном поле. Нарастание наблюдалось в полях 1—3 кГс при частоте инжекции носителей 20 МГц, когда скорость дрейфа достигала

$4 \cdot 10^8$ см/сек. Авторы эксперимента объясняют это явление взаимодействием переменных токов частиц, вызываемых переменными силами Лоренца, обусловленными продольными и поперечными полями поверхностной волны и внешним постоянным магнитным полем, с полем волны носителей заряда.

Поверхностная волна взаимодействует с плазмой на глубине порядка длины волны. Для увеличения объема взаимодействия с поверхностными волнами в системе естественно использовать слоистую, в виде «сэндвича» структуру. В ряде теоретических работ [37, 38, 39] показана возможность токовых неустойчивостей в трехслойных структурах типа «сэндвич» при наличии дрейфового потока носителей в плазме. Такие неустойчивости называют неустойчивостями разделенных потоков, так как в общем случае поверхностные волны могут раскачиваться дрейфовыми потоками носителей заряда с обеих сторон границы раздела двух сред. В работах [38, 39] показано, что при определенных условиях неоднородное магнитное поле, обусловленное током дрейфующих носителей заряда, приводит к существенному изменению дисперсионного уравнения, инкремента нарастания и условий возникновения неустойчивости в слоистой структуре. В частности, в зависимости от величины этого магнитного поля пороговая дрейфовая скорость носителей заряда может быть как меньше, так и больше фазовой скорости геликона [39].

Экспериментально взаимодействие геликонных волн с дрейфующим потоком носителей в слоистой структуре наблюдалось в работе [40]. Структура представляла собою сэндвич из трех пластин из теллурида свинца. Центральная пластина была отделена от соседних тонкими изолирующими пленками. В таком сэндвиче с помощью плоской катушки возбуждалась геликонная волна, распространяющаяся вдоль внешнего магнитного поля B_0 (рис. 4.11). Приемная катушка перемещалась вдоль образца, что позволяло определить затухание амплитуды геликона.

Дрейфовый ток возбуждался только во внешних пластинах. В этом основная особенность эксперимента. Мы видели, что в однокомпонентной плазме фазовая скорость геликона стремится к бесконечности при $\omega \approx kv_0$. В слоистой структуре только часть электронов движется со скоростью v_p , а остальные (в центральной пластине сэндвича)

поддерживают конечной фазовую скорость геликона, распространяющегося в структуре. В этой работе дрейфовая скорость достигала 0,7 от фазовой скорости геликона и наблюдалось заметное ослабление затухания, когда направление дрейфа электронов совпадало с направлением

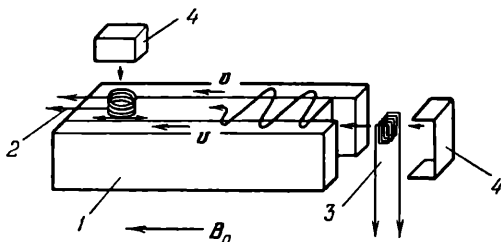


Рис. 4.11. Схематическое изображение слоистого образца из РbТе в эксперименте по взаимодействию геликонов с дрейфовым потоком электронов: 1 — трехслойный образец; 2 — приемная катушка; 3 — катушка возбуждения; 4 — медные экраны. Приблизительные размеры образца $2 \times 2 \times 10$ мм³. Образец при измерениях помещался в жидкий гелий [40].

распространения волны в сэндвиче, и, наоборот, рост затухания при антипараллельных k и v_0 . Следует отметить, что ослабление затухания наблюдалось как в сэндвичах со слоями с разной диэлектрической проницаемостью (разной концентрацией носителей), так и в сэндвичах со слоями с одинаковой диэлектрической проницаемостью. Барафф и Бушбаум показали, что в последнем случае усиление носит объемный характер [37].

Поток вблизи замедляющей системы на поверхности полупроводника. В технике СВЧ хорошо известен метод усиления электромагнитных волн с помощью потока электронов в замедляющих линиях. В замедляющей электромагнитную волну линии передачи, например, в виде спирали, образуется продольная составляющая E , которая

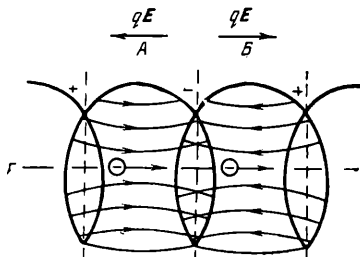


Рис. 4.12. Горизонтальные составляющие моментного значения электрического поля в спиральной линии. В области А электроны тормозятся, а в области В — ускоряются.

взаимодействует с волной носителей заряда в пучке электронов, проходящих по оси спирали (рис. 4.12). Фазовая скорость электромагнитной волны в спиральной линии по сравнению с фазовой скоростью в свободном пространстве уменьшается в l_1/l_2 раз, где l_1 — длина витка спирали, а l_2 — расстояние между ее витками (рис. 4.12). Таким образом, спиральная линия осуществляет две функции: создание продольной компоненты и замедление фазовой скорости. Усиление волны происходит при $v_0 \geq v_f$,

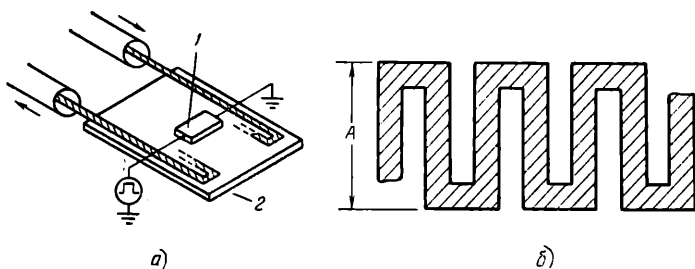


Рис. 4.13. Эксперимент по взаимодействию дрейфового потока в полупроводнике с замедляющей системой; структура эксперимента: 1 — полупроводник, 2 — замедляющая линия в виде мейандра на кварцевой подложке (а); форма замедляющей линии (б) [43].

где v_0 — скорость дрейфа электронов в потоке, а $v_f = = (l_1/l_2) c$. Этот способ усиления используется в лампах бегущей волны (ЛБВ).

В работе [41] предложен твердотельный аналог лампы бегущей волны. Замедленная волна с продольной компонентой в полупроводнике создается с помощью тонкопленочной замедляющей системы на поверхности полупроводника. В полупроводнике создается дрейфовый поток электронов, взаимодействующий с этой замедленной волной. Экспериментально твердотельные аналоги ламп бегущей волны были осуществлены в работах [42, 43]. На рис. 4.13 схематически показана структура эксперимента. Из-за значительного излучения энергии электромагнитной волны в системе типа, показанного на рис. 4.13, абсолютного усиления в этих экспериментах не достигнуто.

В работе [41] рассматривался полупроводниковый аналог ЛБВ в условиях интенсивных столкновений $\omega\tau_p \ll 1$. Это позволяло ввести в расчет как параметр среднюю дрей-

фовую скорость v_0 , аналогичную средней дрейфовой скорости в пучке в ЛВВ. При $\omega\tau_p \gg 1$ для расчета взаимодействия волн носителей с замедленной волной в полупроводнике необходимо учесть распределение электронов по скоростям. Такой расчет выполнен в работе [44], где показана возможность усиления волн в инфракрасном диапазоне с помощью прецизионных замедляющих систем на поверхности полупроводника (Ge, GaAs). Существенно отметить, что использование внешней замедляющей системы позволяет осуществить усиление волны в бесстолкновительной плазме не через механизм Ландау.

| Задача о взаимодействии электронных потоков при наличии магнитного поля в плоскости поверхности с замедляющей системой рассматривалась также в [1].

Поток электронов в вакууме вблизи поверхности полупроводника. Эта задача теоретически рассматривалась в серии работ Яковенко и др. [18], а также в работе [42]. Взаимодействие потока (пучка) электронов в вакууме с волнами в плазме приводит при различных условиях эксперимента как к нарастанию волн в плазме, так и к нарастанию волн в пучке. Оба явления наблюдались экспериментально. Эти неустойчивости называют иногда пучковыми неустойчивостями [18].

| В эксперименте Байлеса и др. [45] поток электронов пропусклся через отверстие вдоль оси цилиндрического образца электронного антимолида индия (рис. 4.14, а). Вдоль той же оси было направлено внешнее магнитное поле, равное $5 \div 45$ кэс. С помощью петли связи на одном конце образца возбуждалась геликонная волна, на втором конце имелась приемная петля связи. Частота геликонных волн лежала в диапазоне $2 \div 4$ Ггц. На рис. 4.14, б показано относительное изменение мощности геликона на приемной катушке от напряжения, разгоняющего пучок электронов. Экспериментальные результаты оказались в очень хорошем согласии с теорией. Резонансные взаимодействия между пучком и волной во всех случаях наблюдались, когда скорость потока электронов была близка к фазовой скорости геликонной волны.

Аналогичный эксперимент с наблюдением усиления геликонной волны на частоте 10 Ггц в антимолиде индия был осуществлен в работе [46]. В этой работе наблюдалось резкое усиление сигнала на приемной петле, когда скорость

дрейфа электронов в потоке была близка к фазовой скорости геликонной волны в полупроводнике. В работе [47] экспериментально исследовалось влияние полупроводниковой плазмы собственного германия на пучок электронов.

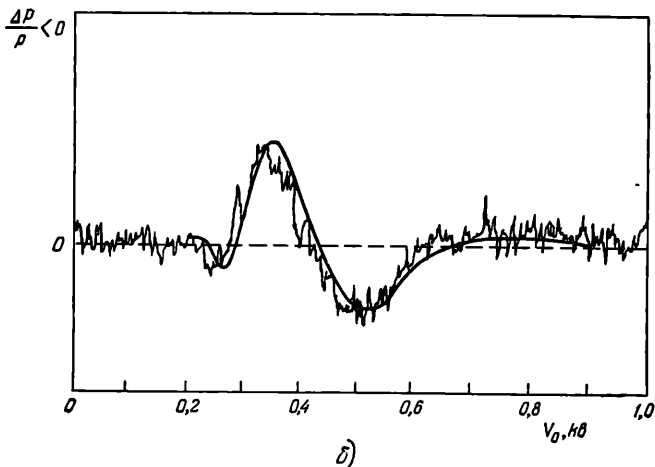
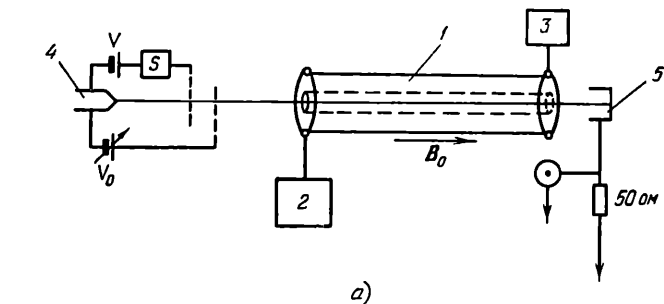


Рис. 4.14. Принципиальная схема эксперимента Байлеса и др. [45]: 1 — образец; 2 — генератор 2—4 Гц; 3 — приемник; 4 — электронная пушка; 5 — коллектор (а). Относительное изменение мощности геликонной волны $\Delta P/P$ на приемнике 3 в зависимости от напряжения V_0 , разгоняющего электронный пучок. Гладкая линия — теоретическая (б).

проходящий через отверстие в образце. На выходе пучка были зарегистрированы колебания частотой 36,74 Гц. Эти колебания в пучке авторы связывают с резистивным механизмом взаимодействия пучка с плазмой.

В работе [48] определялось изменение СВЧ-мощности, проходящей вне полупроводника вдоль его поверхности при пропускании пучка электронов вблизи этой поверхности. В качестве полупроводника снова использовался антимоид индия. В этом случае результаты эксперимента качественно объясняются взаимодействием пучка электронов с квазипотенциальными волнами в системе, возникающими в сильном магнитном поле [18].

Поток электронов и дырок в тонких слоях плазмы. Неустойчивость, обусловленная столкновениями. В тонком слое плазмы, таком, что $ka \rightarrow 0$, где a — толщина плазмы, электростатические поля, обусловленные сдвигом электронов и дырок, оказываются чисто поперечными (рис. 4.10, б). Пространственный заряд в объеме равен нулю, и эффекты, связанные с продольными волнами, отсутствуют. Несмотря на отсутствие продольных компонент электрического поля, потоки носителей заряда, как мы увидим ниже, взаимодействуют с этими волнами благодаря наличию столкновений частиц плазмы с решеткой. Этот вид неустойчивости поэтому называют неустойчивостью, обусловленной столкновениями с решеткой. Рассмотрим ее подробнее.

Как показали Робинсон и Вюрал [49], несмотря на существенное различие вида волн в неограниченной плазме и тонком плазменном слое, их дисперсионные отношения одинаковы.

При $\omega - kv_{0n} \approx 0$, $v_{0p} \approx 0$, $v_n \ll \omega_{cn}$ и $v_p = 0$ дисперсионное уравнение для волны зарядов имеет корень

$$kv_{0n} = \omega - \frac{i v_n \omega_{pn}^2}{\omega_{cn}^2 \left[1 + \frac{\omega_{pp}^2}{\omega_{cp}^2 - \omega^2} + \frac{\omega_{pn}^2}{\omega_{cn}^2} \right]}, \quad (3.2)$$

где v_n и v_p — частоты столкновений с решеткой электронов и дырок соответственно. Этому корню соответствует конвективная неустойчивость при $v_n \neq 0$ и

$$\omega_{cp}^2 < \omega^2 < \omega_{cp}^2 + \frac{\omega_{pp}^2 \omega_{cn}^2}{(\omega_{cn}^2 + \omega_{pn}^2)}. \quad (3.3)$$

Отметим, что инкремент нарастания волны (мнимый член в (3.2)) пропорционален частоте столкновений и в отсутствие столкновений равен нулю.

С точки зрения взаимодействующих мод эта неустойчивость объясняется следующим образом [49]. Пусть электроны и дырки представляют собою слабо связанные подсистемы. В отсутствие столкновений при наличии постоянных дрейфов v_{0n} и v_{0p} в этих подсистемах поддерживаются волны, описываемые дисперсионным уравнением, одним из корней которого является $kv_{0n} = \omega$. Это означает, что в системе отсчета, связанной с движением электронной жидкости, имеется синхронная волна. Поле этой волны чисто поперечное (см. рис. 4.10, б). В отсутствие столкновений и при наличии постоянного магнитного поля B_0 , перпендикулярного полю поперечной волны, дрейфовые токи перпендикулярны как B_0 , так и вектору E поперечных волн в тонкой плазме. Если же учесть столкновения, то получим, что поперечной волне

$$E = E_m \exp(-ikz) \quad (3.4)$$

соответствует дрейфовой ток электронов

$$v_{n1} = \frac{q_n}{m_n (\omega_{0n}^2 + \nu_n^2)} \left(\nu_n E + \frac{q_n}{m_n} E \times B_0 \right). \quad (3.5)$$

Столкновения привели к появлению компоненты переменного тока, которая может взаимодействовать с полями волн, поддерживаемых дырочной плазмой. При определенных величинах доплеровских сдвигов, обусловленных дрейфами, эти волны придут в синхронизм и взаимодействие между ними через упомянутый выше механизм может привести к неустойчивости. Экспериментально неустойчивости в тонком слое плазмы наблюдали Сварц и Робинсон [50]. Через пластину дырочного антимонида индия пропускался ток. Благодаря инжекции электронов из контактов в образце создавалась собственная плазма. Внешнее магнитное поле B_0 лежало в плоскости образца и было перпендикулярным току в плазме. Взаимодействие тока в плазме с полем B_0 приводило к прижиманию электронов и дырок к одной из поверхностей образца, в результате чего около нее создавался тонкий слой плазмы. Внешнее магнитное поле в этом эксперименте играло, таким образом, две роли: приводило к сжатию плазмы в тонкий слой и являлось необходимой компонентой для возникновения неустойчивости в этом тонком слое. Осцилляции

наблюдались в СВЧ-диапазоне в интервале от 6,5 до 44 Гц. Максимальная выходная СВЧ-мощность была около 10 мквт при вводимой мощности постоянного тока около 1 ÷ 5 вт. С помощью специальной канавки на поверхности образца удавалось получить когерентные колебания, длина волны которых равнялась двум ширинам канавки. Этот эксперимент подтвердил основные положения теории [49].

Таким образом, эксперименты по взаимодействию дрейфовых потоков с плазмой в ограниченных полупроводниковых образцах показали возможность усиления и генерации волн, в том числе и в СВЧ-диапазоне. Практически, однако, пока не созданы СВЧ-приборы, в которых использовался бы этот вид взаимодействий в полупроводниковой плазме. Это связано с тем, что взаимодействие дрейфовых потоков с поверхностными поперечными волнами в плазме не является сильным и кид преобразования энергии потока в энергию волн низок. Все же следует сказать, что попытки получить более активное взаимодействие дрейфовых потоков с плазмой не оставлены, и не исключено, что этот вид взаимодействий займет существенное место в полупроводниковой электронике.

Г Л А В А V

ГОРЯЧИЕ ЭЛЕКТРОНЫ

Горячими принято называть носители заряда (в дальнейшем для краткости будем называть лишь электроны) в полупроводниках, средняя энергия которых превышает равновесную тепловую энергию, соответствующую температуре решетки. Такое неравновесное состояние может возникнуть в результате действия внешних и внутренних электрических полей, света и т. д. Эффект разогрева электронов соответствует переводу их вверх по энергетической шкале. Новое неравновесное «горячее» распределение электронов по энергиям часто имеет существенно немасвелловский вид, и приписать им определенную температуру нельзя. Поэтому такие выражения, как «горячие носители», «разогрев электронов», «температура горячих электронов», строго говоря, нужно писать в кавычках. Для простоты кавычки обычно опускаются, но высказанную выше оговорку по поводу этого определения нужно всегда иметь в виду. Температуру горячих электронов можно понимать как меру их средней энергии.

Перераспределение свободных электронов по энергии изменяет характер прохождения волн в плазме и может привести к токовым неустойчивостям. Так, температура электронов определяет скорости звуковых и плазменных волн в плазме. При разогреве электронов, как увидим ниже, изменяются их средняя дрейфовая скорость, эффективная масса, концентрация. Вследствие этого проводимость полупроводника оказывается функцией электрического поля и может возникнуть отрицательная дифференциальная проводимость (ОДП), стимулируя токовые неустойчивости. Распределение по энергиям горячих электронов в плазме может само оказаться неустойчивым, приводя к так называемой перегревной неустойчивости.

Можно сказать, что большинство наблюдаемых токовых неустойчивостей в полупроводниках связано с разогреванием электронов электрическим полем.

Настоящей главой открывается рассмотрение эффектов в полупроводниковой плазме, связанных с разогревом подвижных электронов электрическим полем. В главе рассматривается распределение горячих носителей заряда по энергиям и их дрейфовые скорости при однородных по координате условиях разогрева, а также токовые неустойчивости, являющиеся следствием такого разогрева. Другие эффекты разогрева и токовые неустойчивости, связанные с доменизацией поля, неоднородным разогревом и зависимостью концентрации подвижных зарядов от электрического поля, излагаются в последующих главах.

При изложении различных явлений, связанных с разогревом электронов в полупроводниках, преследуется цель — дать представление об основных физических процессах, обуславливающих токовые неустойчивости. В настоящей главе в основу изложения положены весьма элементарные модели, опирающиеся на физически наглядные уравнения баланса энергии и импульса. С помощью этих элементарных моделей дается качественное объяснение перегретной неустойчивости и полевой зависимости подвижности электронов. Для количественных расчетов необходимо знать неравновесную функцию распределения горячих электронов по энергии. Ее следует найти путем решения кинетического уравнения Больцмана в разогревающих электрических полях. Это — сложная теоретическая задача. Аналитические выражения для функции распределения в сильных электрических полях в полупроводниках, несмотря на почти сорокалетнюю историю интенсивных поисков, найдены лишь для специальных случаев. В § 2 выписаны некоторые выражения для симметричной части функции распределения горячих электронов, которые довольно активно используются в литературе, правда, часто (за неимением лучшего) без достаточного обоснования их применимости. Традиционного для описаний явлений разогрева изложения методов решения кинетического уравнения Больцмана не делается в силу двух причин. Во-первых, это самостоятельный большой вопрос, выходящий за рамки этой книги, по которому

имеется ряд специальных монографий [1, 2]. Во-вторых, в последние годы для точного вычисления функции распределения, подвижности и других кинетических коэффициентов, характеризующих горячие электроны, успешно применяются ЭВМ. Для вычислений на ЭВМ используется, главным образом, математический метод Монте-Карло. Использование ЭВМ коренным образом изменило положение в теории горячих электронов. В силу этого, из всех методов нахождения функции распределения и дрейфовой скорости горячих электронов в полупроводниках излагается лишь численный метод Монте-Карло.

Разогрев электронов в многодолинных структурах лежит в основе многих видов неустойчивостей. Поэтому описанию качественной картины явлений разогрева, связанных со сложной структурой зон в полупроводниках, уделено немало места. Рассматривается разогрев в кристаллах типа $A^{III}B^V$ и $A^{II}B^{VI}$, где между долинами в зоне проводимости имеется энергетический зазор, а также разогрев электронов в эквивалентных анизотропных долинах в кристаллах типа n -Ge и n -Si.

§ 1. Средняя энергия и дрейфовая скорость горячих электронов. Перегревная неустойчивость

Электрическое поле ускоряет лишь подвижные заряды плазмы, т. е. в полупроводниках нагревается лишь газ свободных электронов. Джоулев нагрев кристаллической решетки возникает уже как вторичный эффект за счет передачи энергии от газа свободных электронов различным возбуждениям в решетке. Такая передача происходит благодаря разности температур между электронным газом и решеткой, т. е. электронный газ при пропускании электрического тока через полупроводник всегда горячее, чем решетка. Если пренебречь оптическими переходами, то в стационарном состоянии вся энергия, поступающая в электронный газ, должна быть передана решетке. Такая передача требует тем большей разницы в температурах электронов и решетки, чем больше токи и поля в полупроводнике и чем более упругими являются столкновения электронов с решеткой. Превышение температуры электронов над температурой кристалла в реальных полупроводниках достигает многих тысяч градусов.

Основные трудности теории горячих электронов определяются тем, что как приобретение энергии от поля, так и передача ее решетке зависят от того, как распределена полученная энергия между электронами, т. е. от искомой неравновесной функции распределения электронов.

Для получения качественной картины изменения средней энергии и дрейфовой скорости электронов в сильных электрических полях рассмотрим наиболее простое приближение, по которому положим, что все электроны имеют одинаковую энергию, дрейфовую скорость, а также скорости потерь и приобретения энергии. Все эти величины полагаем равными некоторым средним по распределению величинам (4.35, гл. I). В этом приближении электрон в среднем в единицу времени приобретает энергию

$$\left(\frac{\partial \langle \mathcal{E} \rangle}{\partial t}\right)_E = \frac{(jE)}{n_0} = q\mu \langle \mathcal{E} \rangle E^2 = \frac{q^2}{m} E^2 \langle \tau_p \rangle \quad (1.1)$$

и теряет

$$\left(\frac{\partial \langle \mathcal{E} \rangle}{\partial t}\right)_C = \frac{\langle \mathcal{E} \rangle - \langle \mathcal{E}_0 \rangle}{\langle \tau_\varepsilon \rangle}, \quad (1.2)$$

где $\langle \mathcal{E}_0 \rangle = \frac{3}{2} kT_0$ — средняя энергия, соответствующая температуре решетки T_0 . Запись скоростей потерь и приобретения энергии через времена релаксации подразумевает квазиупругость рассеяния (§ 6 гл. I). Для квазиупругого рассеяния времена релаксации импульса и энергии можно представить степенной зависимостью $\tau_p \sim \mathcal{E}^{-s}$ и $\tau_\varepsilon \sim \mathcal{E}^{-p}$ (§ 6 гл. I и § 4 гл. I), где показатели s и p определяются механизмом рассеяния и представлены в таблице 6.1, гл. I. В рассматриваемой элементарной модели полагается

$$\langle \tau_p \rangle = a \langle \mathcal{E} \rangle^{-s}, \quad (1.3)$$

$$\langle \tau_\varepsilon \rangle = b \langle \mathcal{E} \rangle^{-p}, \quad (1.4)$$

где a и b — некоторые постоянные.

Действительно, для большого класса функций распределения (обладающих достаточно резко очерченным максимумом с экспоненциальным хвостом), в том числе для максвелловского, среднее по распределению любой величины x , зависящей от \mathcal{E} по закону $x = K_1 \mathcal{E}^n$, может быть записано в следующем виде:

$$\langle x \rangle = K_1 \langle \mathcal{E}^n \rangle = K_2 \langle \mathcal{E} \rangle^n, \quad (1.5)$$

где $K_1, 2$ — коэффициенты, которые по сравнению со степенным законом можно считать не зависящими от энергии [2]. Для таких распределений, если $\tau \sim \mathcal{E}^n$, то $\langle \tau \rangle \sim \langle \mathcal{E} \rangle^n$.

В стационарном состоянии скорость потерь энергии равна скорости ее приобретения. Условием баланса энергии является равенство

$$\frac{q^2}{m} E^2 \langle \tau_p \rangle - \frac{\langle \mathcal{E} \rangle - \langle \mathcal{E}_0 \rangle}{\langle \tau_{\mathcal{E}} \rangle} = 0. \quad (1.6)$$

Из (1.6), (1.3) и (1.4), положив $\langle \mathcal{E} \rangle \gg \langle \mathcal{E}_0 \rangle$ (для горячих электронов), получаем зависимости средней энергии и дрейфовой скорости от напряженности поля

$$\langle \mathcal{E} \rangle = A E^{\frac{2}{1+s+p}}, \quad (1.7)$$

$$v \equiv \mu E = B \langle \mathcal{E} \rangle^{-s} E \sim E^{\left(1 - \frac{2s}{1+s+p}\right)}, \quad (1.8)$$

где

$$A = \left(\frac{q^2}{m} ab\right)^{\frac{1}{1+s+p}}, \quad B = \frac{q}{m} a.$$

Проанализируем полевую зависимость энергии электрона для различных механизмов рассеяния. На рис. 5.1 показаны схематические зависимости скоростей ее потерь и роста в электрическом поле от средней энергии электрона $\langle \mathcal{E} \rangle$. Для горячих электронов, когда $\langle \mathcal{E} \rangle \gg \langle \mathcal{E}_0 \rangle$, скорость потерь согласно (1.2) и (1.4) равна

$$\left(\frac{\partial \langle \mathcal{E} \rangle}{\partial t}\right)_c \sim \langle \mathcal{E} \rangle^{(1+p)}, \quad (1.9)$$

а скорость нарастания энергии согласно (1.1) и (1.3) соответственно равна

$$\left(\frac{\partial \langle \mathcal{E} \rangle}{\partial t}\right)_E \sim \langle \mathcal{E} \rangle^{-s}. \quad (1.10)$$

Кривые этих зависимостей пересекаются. Точка пересечения соответствует балансу энергии (1.6) и характеризует среднюю энергию электрона в электрическом поле E . Увеличение E ведет к смещению точки пересечения вверх по шкале энергий (т. е. разогреву электронов) для всех

механизмов рассеяния, кроме тех, для которых выполняется условие $-s > 1+p$ или

$$1 + s + p < 0. \quad (1.11)$$

Подобная ситуация возникает, например, если рассеяние энергии и импульса обусловлено полярным оптическим механизмом или если доминирует рассеяние на

заряженных примесях (см. таблицу 6.1, гл. I). При выполнении неравенства (1.11) точка пересечения не является стабильной. Скорость приобретаемой от поля энергии растет с ростом энергии электрона быстрее, чем скорость потери. Электроны с энергией выше энергии баланса $\langle \mathcal{E} \rangle_c$ получают больше энергии, чем ее отдают (рис. 5.1). Это означает безграничное нарастание энергии для электронов с $\langle \mathcal{E} \rangle > \langle \mathcal{E} \rangle_c$. Этот эффект называется эффектом убегания. Нарастание энергии, вызванное убеганием электронов, ограничивается подключением при больших энергиях новых каналов рассеяния энергии: междолинного рассеяния и ударной ионизации. Эффект убегания играет очень существенную роль в кристаллах с доминирующим полярным оптическим рассеянием энергии. Он определяет переброс электронов в высоколежащие верхние долины зоны проводимости (см. рис. 1.8) и ударную ионизацию. Критическое поле ударной ионизации и междолинного переброса оказывается равным полю убегания [3]. Это иллюстрируется таблицей 1.1. Из таблицы видно, что в тех случаях, когда энергия для междолинного переброса Δ меньше пороговой энергии для ударной ионизации (2.7, гл. VII), пороговое поле убегания равно пороговому полю для меж-

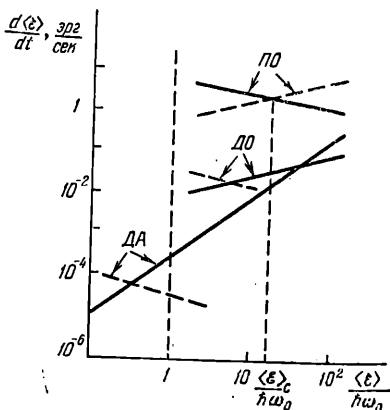


Рис. 5.1. Зависимости от средней энергии $\langle \mathcal{E} \rangle$ скоростей потерь (сплошные линии) и роста $qV\mathcal{E}$ энергии электронов (пунктирные линии) для различных механизмов рассеяния: *ПО* — полярное оптическое, *ДО* — деформационное оптическое и *ДА* — деформационное акустическое. Наклоны прямых соответствуют значениям s и p из таблицы 6.1, гл. I, $\hbar \omega_0 \approx 0,03$ эв — энергия оптического фонона, $\langle \mathcal{E} \rangle_c$ — пороговая энергия убегания [3].

новых каналов рассеяния энергии: междолинного рассеяния и ударной ионизации. Эффект убегания играет очень существенную роль в кристаллах с доминирующим полярным оптическим рассеянием энергии. Он определяет переброс электронов в высоколежащие верхние долины зоны проводимости (см. рис. 1.8) и ударную ионизацию. Критическое поле ударной ионизации и междолинного переброса оказывается равным полю убегания [3]. Это иллюстрируется таблицей 1.1. Из таблицы видно, что в тех случаях, когда энергия для междолинного переброса Δ меньше пороговой энергии для ударной ионизации (2.7, гл. VII), пороговое поле убегания равно пороговому полю для меж-

долинного переброса. В противном случае оно равно пороговому полю для ударной ионизации. Ударная ионизация в GaAs происходит при значительно больших полях, чем, например, в CdTe, хотя подвижность в GaAs выше, чем в CdTe, а \mathcal{E}_g соответственно меньше. Это связано с тем, что междолинный переброс в GaAs препятствует убеганию электронов до энергий, необходимых для ударной ионизации. В CdTe такого ограничения нет, так как $\mathcal{E}_g \approx \Delta$, а эффективная масса в верхней долине почти такая же, как и в нижней.

Т а б л и ц а 1.1

Параметры зон и пороговые поля убегания ударной ионизации и междолинного переброса

Материал	\mathcal{E}_g	Δ	μ , см ² /в · сек	Пороговые поля		
				убегания (расчет) [3]	ударной иониза- ции	междо- линного переброса
CdTe	1,5	1,5	10^3	$2 \cdot 10^4$	10^4	10^4
GaAs	1,4	0,4	$9 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^3$
InAs	0,36	1,2	$27 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^3$	10^3	—
InSb	0,18	0,5	$72 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^2$	$4 \cdot 10^2$	—
ZnSe	2,6	2,0	$5 \cdot 10^2$	$6 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^6$	$4 \cdot 10^4$
Ge	0,8	—	$3,9 \cdot 10^3$	—	10^5	—
Si	1,2	—	$1,5 \cdot 10^3$	—	$2 \cdot 10^5$	—

Пороговое поле для ударной ионизации в неполярных кристаллах Ge и Si, где рассеяние обусловлено деформационными потенциалами (§ 6 гл. I) и убегание отсутствует, как видим, высоко.

Переброс электронов в верхние долины и ударная ионизация являются механизмами, приводящими к токовым неустойчивостям в полупроводниках. Убегание электронов в этом плане является косвенной причиной этих неустойчивостей. Однако и в однодолинной модели в отсутствие ударной ионизации убегание электронов может приводить к неустойчивости, называемой перегретной. Неустойчивость такого рода в газовой плазме обсуждалась в работе [4], а в полупроводниках в работах [5, 6, 7, 8, 9].

Когда рост энергии электронного газа за счет разогрева электрическим полем при некоторых механизмах рассея-

ния перестает компенсироваться передачей энергии решетке или другими видами потерь, электронный газ перегревается. Токковая неустойчивость возникает, если в результате такого перегрева дифференциальная проводимость плазмы становится отрицательной. Рассмотрим условия, при которых это имеет место. Производная дрейфовой скорости по полю согласно (1.8) пропорциональна следующей величине:

$$\frac{dv}{dE} \sim \left(1 - \frac{2s}{1+s+p}\right) E^{-\frac{2s}{1+s+p}}. \quad (1.12)$$

При постоянной концентрации электронов знак производной дрейфовой скорости определяет знак дифференциальной проводимости $\sigma = dj/dE$. Из (1.12) следует, что система может быть неустойчива ($\sigma < 0$), если

$$\frac{p-s+1}{p+s+1} < 0. \quad (1.13)$$

Неравенство (1.13) выполняется, когда знаки числителя и знаменателя различны. В случае эффекта убегающего согласно (1.11) знаменатель в (1.13) отрицательный и условием отрицательной характеристики в зависимости $v(E)$ является

$$p-s+1 > 0. \quad (1.14)$$

Отрицательное дифференциальное сопротивление может соответствовать одному из двух видов зависимостей дрейфовой скорости от напряженности поля: S -типу или N -типу (см. рис. 3.6). Характеристика S -типа означает рост подвижности с ростом энергии убегающих электронов, а характеристика N -типа соответственно уменьшение. Знак производной подвижности по энергии определяется знаком показателя s в энергетической зависимости времени релаксации импульса (1.3):

$$\frac{d\mu}{d\varepsilon} \sim -s. \quad (1.15)$$

Случаю $s < 0$ соответствует характеристика S -типа, случаю $s > 0$ — N -типа. Для полярного оптического и пьезоакустического на равнораспределенных фонах рассея-

ний $s < 0$, что соответствует в случае перегретой неустойчивости характеристике S -типа.

Перегретая неустойчивость, как показано в ряде работ (см. обзор [5]), может носить и периодический характер. Например, в случае геликонов в области частот $\omega\tau_{\varepsilon}(H) \ll \ll 1$ температура электронов успевает следовать за изменением электромагнитного поля, и если при этом $\sigma < 0$, то амплитуда геликона нарастает.

Экспериментально перегретая неустойчивость, по-видимому, наблюдалась в виде отрицательного дифференциального сопротивления в n -InSb. В работах [10, 11] при низких температурах ($T_0 < 2,5^\circ \text{K}$), при которых выполнялись эксперименты, преобладающими в рассеянии энергии были пьезоакустические фононы ($p = -1/2$), а в рассеянии импульса доминировали заряженные примеси ($s = -3/2$). Неравенства (1.11) и (1.14) при таких значениях p и s удовлетворяются.

Следует все же заметить, что проведенное выше элементарное рассмотрение является слишком грубым для такого эффекта, как перегретая неустойчивость. Последняя очень чувствительна к виду распределения по энергиям как электронов, так и фононов. Перегретая неустойчивость может вообще определяться разогревом газа фононов горячими электронами.

При $p - s + 1 = 0$ дрейфовая скорость (1.8) достигает насыщения. Насыщение дрейфовой скорости наблюдалось экспериментально в n -Ge и n -Si и некоторых других полупроводниках [2]. В этих валентных кристаллах преобладающим механизмом рассеяния импульса при не очень низких температурах является рассеяние на деформационном акустическом потенциале ($s = +1/2$), а энергия рассеивается на деформационном оптическом потенциале ($p = -1/2$) или вследствие междолинного рассеяния ($p = -1/2$). В более слабых полях, где рассеяние энергии и импульса определяется деформационными акустическими фононами ($s = +1/2$, $p = +1/2$), согласно (1.8) $v \sim E^{1/2}$. Точное решение кинетического уравнения дает тот же результат для этого случая.

Насыщение дрейфовой скорости при наличии эффективного механизма неупругого рассеяния наглядно можно видеть из уравнения баланса. Пусть электрон при достижении некоторой пороговой энергии \mathcal{E}_{min} рассеивает квант

энергии, равный $\hbar \omega_0$. Тогда (1.6) принимает вид

$$qvE = \frac{\hbar \omega_0}{t(\mathcal{E}_{\min})}, \quad (1.16)$$

где $t(\mathcal{E}_{\min})$ есть время, в течении которого электрон набирает энергию \mathcal{E}_{\min} ,

$$t(\mathcal{E}_{\min}) \approx \frac{1}{qE} (2m\mathcal{E}_{\min})^{1/2}. \quad (1.17)$$

Из (1.16) и (1.17) получаем $v = \text{const}$.

Нужно отметить, что насыщение дрейфовой скорости не означает насыщения средней энергии электрона. Хаотическая скорость или температура электронов продолжают расти, что видно из сравнения (1.7) и (1.8). В этом состоит различие между разогреванием электронов и их направленным ускорением электрическим полем.

При элементарном рассмотрении нам не потребовалось точного знания функции распределения. Для получения полных выражений (а не только пропорциональных зависимостей) для v и $\langle \mathcal{E} \rangle$ необходимо в уравнениях баланса учесть распределение частиц по энергиям и импульсам.

В ряде конкретных ситуаций удается подобрать функцию распределения, исходя из совпадения теоретических результатов с экспериментом. Так, в случае n -Ge хорошим приближением для горячих электронов оказывается максвелловская функция распределения

$$f_0(\mathcal{E}) = C \exp\left\{-\frac{\mathcal{E}}{k_B T_n}\right\},$$

а в n -GaAs хорошее согласие с экспериментом дает смещенное максвелловское распределение

$$f(\mathbf{p}) = C \exp\left\{-\frac{(p_d - p)^2}{2mk_B T_n}\right\}.$$

Неизвестные параметры, p_d — импульс электрона, обусловленный его дрейфом в электрическом поле, и T_n — электронная температура, находятся из двух уравнений баланса:

$$qvE + \langle d\mathcal{E}/dt \rangle_- = 0, \quad (1.18)$$

$$qE + \langle dp_d/dt \rangle_- = 0. \quad (1.19)$$

Полученная таким образом в [2] система уравнений, позволяющая определить дрейфовую скорость и температуру электронов в n -GaAs при различных напряженностях электрического поля, имеет вид

$$qE = \frac{2qE_0 N_q}{3\sqrt{\pi}} \frac{mv}{(2mk_B\theta_D)^{1/2}} u^{1/2} e^{u_n/2} \left[(e^{(u-u_n)} + 1) \mathcal{K}_1\left(\frac{u_n}{2}\right) + (e^{(u-u_n)} - 1) \mathcal{K}_0\left(\frac{u_n}{2}\right) \right], \quad (1.20)$$

$$qEv = \left(\frac{2k_B\theta_D}{\pi m}\right)^{1/2} qE_0 N_q (e^{(u-u_n)} - 1) u_n^{1/2} e^{u_n/2} \mathcal{K}_0\left(\frac{u_n}{2}\right), \quad (1.21)$$

где $E_0 = \frac{q m \omega_0}{\hbar} \left(\frac{1}{\epsilon_\infty} - \frac{1}{\epsilon_0} \right)$, $u = \frac{\hbar \omega_0}{k_B T_0}$, $u_n = \frac{\hbar \omega_0}{k_B T_n}$, θ_D — температура Дебая, \mathcal{K}_0 , \mathcal{K}_1 — функции Макдональда.

Отметим, что разогрев и остывание электронов в электрических полях — малоинерционный процесс. Его инерционность определяется временами релаксации энергии электронов, которые весьма малы: $\tau_\epsilon \sim 10^{-11} \div 10^{-12}$ сек [1]. Это обстоятельство позволяет использовать эффекты разогрева электронов для создания полупроводниковых приборов СВЧ-диапазона. В частности, малоинерционная зависимость дрейфовой скорости и температуры электронов от напряженности поля используется в измерителях амплитуд и формы импульсов больших СВЧ-мощностей [1]. Немало примеров практического использования разогрева электронов на СВЧ-частотах мы встретим в главах VI и VII.

§ 2. Функция распределения горячих электронов по энергиям

В теории горячих электронов разработан целый ряд приближений для нахождения функции распределения по энергиям горячих электронов. Аналитические выражения для функции распределения удается получить для случаев, когда рассеяние обладает какими-либо особенностями: упругое, крайне неупругое и т. п.

Предположение упругости рассеяния позволяет ввести времена релаксации энергии τ_ϵ и импульса τ_p (§ 6 гл. I), причем

$$\tau_p \ll \tau_\epsilon. \quad (2.1)$$

Это неравенство означает, что электрон приобретает (или теряет) энергию после многих столкновений, хаотизирующих импульс. При упругих столкновениях асимметричная часть функции распределения много меньше симметричной и для расчета электропроводности и других параметров можно пользоваться выражением (4.22, гл. I).

Вид функции распределения существенно зависит не только от характера взаимодействия электронов с решеткой, но и от их взаимодействия друг с другом. Междueleктронные столкновения, не изменяя энергии и импульса всей системы в целом, перераспределяют энергию и импульс между электронами. Время междueleктронной релаксации τ_{ee} пропорционально концентрации электронов. В зависимости от концентрации электронов могут осуцествляться три случая:

$$\tau_p \ll \tau_\varepsilon \ll \tau_{ee}, \quad (2.2)$$

$$\tau_p \ll \tau_{ee} \ll \tau_\varepsilon, \quad (2.3)$$

$$\tau_{ee} \ll \tau_p \ll \tau_\varepsilon. \quad (2.4)$$

В случае (2.2) взаимодействие между электронами ничтожно. В этом случае для ряда частных случаев удается найти аналитический вид симметричной части функции распределения путем решения уравнения Больцмана. Приведем некоторые примеры таких решений для стандартной параболической зоны. При учете только акустического рассеяния для равномерно распределенных фононов получается распределение, впервые полученное Давыдовым [12],

$$f_0(x) = C \exp(x + p)^p \exp(-x). \quad (2.5)$$

Здесь C — нормировочная константа, $x = \mathcal{E}/k_B T_0$ и $p = = \beta_{\text{ак}} E^2$ — безразмерный квадрат электрического поля. Величина p пропорциональна квадрату отношения дрейфовой скорости электронов к скорости звука. При $E \rightarrow 0$ (2.5) переходит в равновесное максвелловское распределение, а при больших E , когда $p \gg 1$, приближается к распределению Дрювестейна [13] для горячих электронов в газовой плазме

$$f_0 = C \exp\left(-\frac{x^2}{2p}\right). \quad (2.6)$$

Предположение квазиупругости рассеяния соответствует диффузионному приближению, по которому перераспределение по энергиям электронов под действием разогревающего электрического поля можно рассматривать как диффузию в энергетическом пространстве [14]. Симметричная часть функции распределения, полученная из уравнения диффузии в энергетическом пространстве, имеет вид [15]

$$f_0(\mathcal{E}) = C \exp \left\{ -\frac{1}{k_B T_0} \int_0^{\mathcal{E}} \frac{d\mathcal{E}'}{1 + E\theta(\mathcal{E}')} \right\}, \quad (2.7)$$

где $\theta(\mathcal{E}')$ — так называемая функция разогрева. Для сильно разогретых электронов (квазиупругое рассеяние как на акустических, так и на оптических фононах) она выражается через времена релаксации энергии и импульса следующим образом:

$$\theta(\mathcal{E}) = \frac{2}{3} \frac{q^2}{mk_B T_0} \tau_p \tau_{\mathcal{E}}. \quad (2.8)$$

Из (2.8) и (2.7) хорошо видно, что разогрев тем больше, чем больше энергии получают носители от поля ($\sim \tau_p$) и чем больше упругость рассеяния ($\sim \tau_{\mathcal{E}}$). Если θ не зависит от энергии, функция распределения (2.7) имеет максвелловский вид с эффективной температурой $T_n = T_0(1 + \theta E^2)$.

При выполнении неравенства (2.3) обмен энергией между электронами уже больше, чем их обмен энергией с решеткой. Последняя уже не оказывает существенного влияния на форму распределения электронов по энергиям. Газ электронов можно считать квазинезависимым и приписать ему определенную температуру. Симметричная часть функции распределения принимает вид максвелловского распределения с электронной температурой T_n

$$f_0(\mathcal{E}) = C \exp \left\{ -\frac{\mathcal{E}}{k_B T_n} \right\}. \quad (2.9)$$

Наконец, в случае (2.4) электронный газ можно рассматривать как систему, предоставленную самой себе. Импульс электронов, приобретаемый от поля E , поровну перераспределяется между носителями. Функции распре-

деления имеют в этом случае максвелловский вид, смещенный в пространстве импульсов,

$$f(\mathbf{p}) = C \exp \left\{ -\frac{(\mathbf{p}_d - \mathbf{p})^2}{2mk_B T_n} \right\}, \quad (2.10)$$

где \mathbf{p} — импульс электрона, а \mathbf{p}_d — импульс, обусловленный дрейфом электронов в электрическом поле.

Приближение квазиупругого рассеяния применимо, например, в сильных полях для электронного германия, где связь электронов с оптическими колебаниями решетки сравнительно слабая. Однако в таких полупроводниках, как дырочный германий, где столкновения с оптическими фононами существенны и их нельзя считать упругими, функция распределения имеет существенно асимметричный вид в пространстве импульсов, и рассмотренные выше приближения неприменимы.

В случае предельно неупругого рассеяния, когда электрон после испускания оптического фонона останавливается, функция распределения принимает иглообразный вид

$$f(\mathbf{p}) = a(\mathcal{E}) \delta(1 - \cos \theta), \quad (2.11)$$

где θ — угол между \mathbf{p} и \mathbf{E} .

Задача нахождения функции распределения горячих электронов в более общих случаях с помощью электронных вычислительных машин рассматривается в § 5.

§ 3. Разогрев электронов в многодолинных полупроводниках типа $A^{III}B^V$ и $A^{II}B^{VI}$

В этих соединениях в зоне проводимости имеются три типа долин: Γ , X , L (§ 5, гл. I). Рассмотрим разогрев в структуре, в которой в абсолютном минимуме находится Γ -долина, которую будем далее называть нижней долиной, а несколько выше по шкале энергий — X - или L -долины, которые будем обобщенно называть верхней долиной (рис. 5.2). Минимум нижней долины расположен в точке $\mathbf{k}=0$. Эта долина является изотропной, и электроны в ней имеют значительно меньшую массу, а значит, более высокую подвижность, чем в верхней долине. При прочих равных условиях разогрев электрическим полем легких электронов вследствие их более высокой подвижности

будет сильнее, чем тяжелых, — это следует из выражения (1.4). Поэтому с некоторой степенью приближения можно полагать, что в электрическом поле греются лишь электроны нижней долины, а электроны верхних долин остаются холодными. Вследствие более высокой массы электронов в X - и L -долинах и вследствие того, что верхняя долина формируется из нескольких долин, плотность состояний в верхней долине значительно больше, чем в нижней. Можно поэтому полагать, что подавляющее

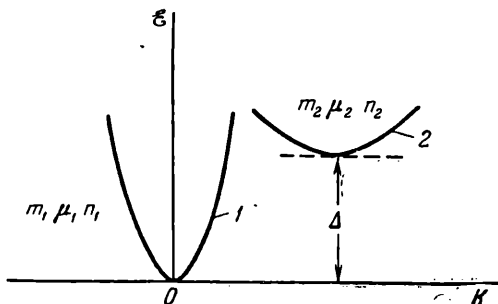


Рис. 5.2. Схематическая диаграмма двухдолинной модели зоны проводимости полупроводника: 1 — нижняя долина; 2 — верхняя долина.

большинство электронов с энергиями выше междолинного зазора Δ (рис. 5.2) находятся в верхней долине.

Теперь посмотрим, что произойдет с электропроводностью такого полупроводника при разогреве электронов электрическим полем. В случае принятой нами двухдолинной модели электропроводность полупроводника складывается из парциальных электропроводностей отдельных долин:

$$\sigma = q(\mu_1 n_1 + \mu_2 n_2) \equiv \mu n_0, \quad n_0 = n_1 + n_2, \quad (3.1)$$

где индексы один и два относятся к нижней и верхней долинам соответственно. Формулой (3.1) мы также определили понятие эффективной подвижности μ . В отсутствие разогрева, если $k_B T_0 \ll \Delta$, практически все электроны находятся в нижней долине с высокой подвижностью. При включении поля по мере разогрева электронного газа все большее число электронов переходит в верхнюю долину и, поскольку $\mu_2 < \mu_1$, эффективная подвижность уменьшается, т. е. может возникнуть отрицательная дифферен-

циальная проводимость. В больших полях при сильном разогреве большинство электронов окажутся в верхней долине с малой подвижностью. Впервые на возможность получения ОДП за счет междолинного переброса указали Хилсум, Уоткинс, Ридли [16, 17].

С разогревом электронов, как уже отмечалось в предыдущем параграфе, будет изменяться и подвижность в нижней долине. Изменение электропроводности в электрическом поле определится, таким образом, суммарным действием двух факторов: междолинным перераспределением электронов и изменением подвижности в нижней долине. Наиболее значительным изменением электропроводности будет, если оба этих фактора действуют в одну сторону, т. е. если подвижность в нижней долине уменьшается с ростом электрического поля. В § 1 мы видели, что эффективное уменьшение подвижности с ростом электрического поля происходит, если при некоторой пороговой энергии электронов подключается сильный механизм неупругого рассеяния. Тогда $\mu \sim 1/E$ и дрейфовая скорость достигает насыщения.

В рассматриваемой зонной структуре таким неупругим механизмом рассеяния для электронов нижней долины является междолинное рассеяние. Междолинное рассеяние будет тем эффективнее влиять на подвижность электронов, чем выше константа деформационного потенциала междолинных фононов (§ 6).

На рис. 5.3 приведены зависимости числа электронов в верхней X- и нижней Г-долинах в арсениде галлия ($\Delta = 0,35 \text{ эВ}$) и дрейфовых скоростей в этих долинах от напряженности электрического поля, полученные путем строгого количественного расчета с использованием метода Монте-Карло (§ 5). Там же показано суммарное изменение эффективной дрейфовой скорости в электрическом поле $v = \mu E$ [50], которое хорошо совпадает с экспериментальными измерениями. Следует отметить, что переброс элект-

тронов из нижней долины в верхнюю (кривая $\frac{n_x}{n_x + n_\Gamma}$,

рис. 5.3) в отдельности не приводит к возникновению отрицательной проводимости (кривая \bar{v}). Отрицательная проводимость в *n*-GaAs есть результат одновременного изменения $\mu_\Gamma(E)$ и $n_x(E)$.

Арсенид галлия был первым полупроводником, в котором наблюдались токовые неустойчивости, связанные с отрицательной дифференциальной проводимостью (см. гл. VI). Открытие этих токовых неустойчивостей стимулировало теоретические и экспериментальные исследования зависимостей дрейфовых скоростей от напряженности поля в других полупроводниках с многодолинной

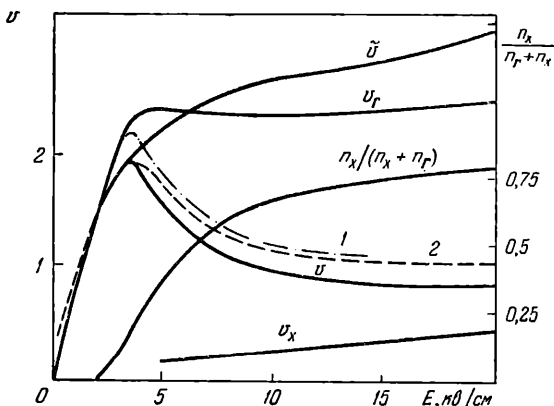


Рис. 5.3. Зависимости дрейфовых скоростей и относительной концентрации электронов в X-долине от напряженности поля для n-GaAs; v_Γ и v_X , n_Γ и n_X — дрейфовые скорости и концентрации в долинах Γ и X соответственно, v — суммарная дрейфовая скорость [50], v — суммарная дрейфовая скорость для случая $v_\Gamma \sim E$. Экспериментальные данные: 1 — [18] и 2 — [19] (масштаб по оси ординат 10^6 см/сек).

структурой для изыскания возможностей получения отрицательной дифференциальной проводимости. Опираясь на эти исследования и на рассмотренную выше качественную модель разогрева электронов в двухдолинной структуре, можно сформулировать основные условия, определяющие возможность получения отрицательной проводимости в полупроводнике за счет междолинного переброса.

Прежде всего необходимо, чтобы в данном материале мог осуществляться достаточно эффективный разогрев носителей электрическим полем, т. е. подвижность должна быть достаточно велика и механизмы рассеяния слабо удерживающими (или не удерживающими) рост их энергии. Поскольку подвижность носителей тем больше, чем меньше их масса, то разогрев будет выше в узкозонных материалах

(см. § 5 гл. I). При этом, однако, ширина запрещенной зоны должна быть такова, чтобы пороговая энергия для ударной ионизации $\mathcal{E}_i \approx (1 \div 2) \mathcal{E}_g$ (см. (2.7, гл. VII)) была больше энергии Δ , необходимой для междолинного переброса. В противном случае электрон отдает свою энергию на ионизацию нового электрона, не достигнув верхней долины, как это имеет место, например, в n -InSb и n -InAs, где $\Delta > \mathcal{E}_i$ (см. таблицу 5.1; гл. I). Следует, однако, заметить, что если время разогрева с междолинным переходом меньше времени, характеризующего ударную ионизацию, то в течение некоторого промежутка времени после включения поля (в n -InSb это время порядка нескольких пикосекунд) могут наблюдаться отрицательная N -образная характеристика и связанная с ней неустойчивость тока.

Для получения отрицательной проводимости необходимо также, чтобы эффективная масса в верхней долине была больше, чем в нижней. Это условие можно сформулировать более широко: структура зон должна быть такова, чтобы с ростом энергии электронов заметно возрастала их эффективная масса. Отрицательная дифференциальная проводимость может возникнуть за счет переброса электронов в область энергий, где их эффективная масса больше, и не обязательно это должна быть новая долина. Рост эффективной массы с энергией имеет место вследствие непараболичности зонной структуры (§ 5 гл. I). Непараболичность зоны играет существенную роль в образовании отрицательной проводимости в n -InSb и в n -CdTe, там, где $\Delta \approx \mathcal{E}_g$.

Наконец, для образования ОДП в двухдолинной структуре необходимо, чтобы величина междолинного зазора была больше $(2 \div 3) k_B T_0$. В противном случае верхняя долина окажется заполненной электронами еще до разогрева электронов в нижней долине.

Среди соединений типа $A^{III}B^V$ рассмотренные выше условия для образования ОДП реализуются лишь в GaAs и InP. Однако использование твердых растворов соединений $A^{III}B^V$ значительно расширяет круг веществ, в которых междолинный переброс может привести к ОДП [20, 22]. Рис. 5.4 иллюстрирует области, где возможна ОДП для соединений $A^{III}B^V$ и их твердых растворов. Формировать необходимую зонную структуру можно также давлением, благодаря тому, что различные долины под давлe-

нием по-разному смещаются по шкале энергий (§ 5 гл. I). Так, в n -InSb при гидростатическом сжатии ширина запрещенной зоны \mathcal{E}_g растет, а междолинный зазор Δ уменьшается. В результате пороговое поле для междолинного

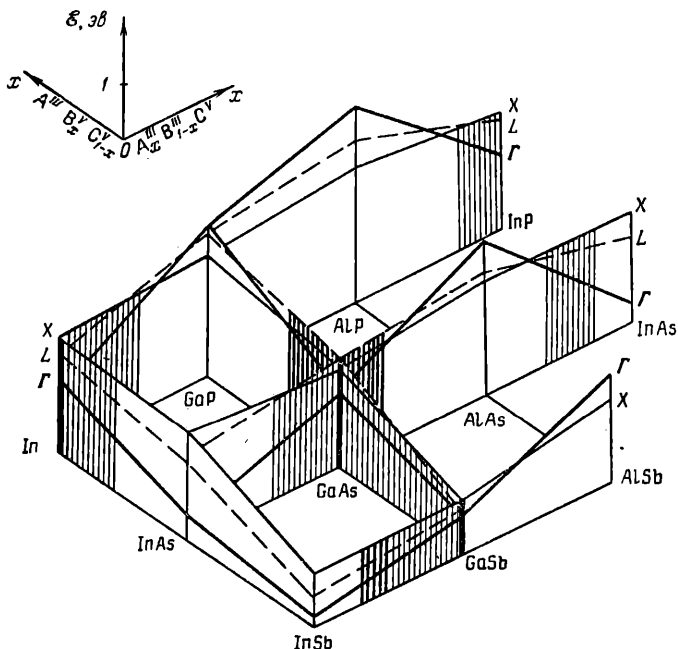


Рис. 5.4. Энергетическое положение Γ -, X - и L -долин в соединениях $A^{III}B^V$ и их твердых растворах (отсчет энергии ведется от потолка валентной зоны). Заштрихованы области, соответствующие соединениям, в которых возможна ОДП (эффект Ганна). Жирными линиями обозначены соединения, в которых наблюдался стационарный эффект Ганна.

переброса уменьшается, а для ударной ионизации — растет. При давлениях выше 9 килобар междолинный перебор доминирует в формировании вольтамперной характеристики и препятствует развитию ударной ионизации (рис. 5.5). Аналогичная ситуация создается в n -InAs при давлении 14 килобар.

Экспериментально ОДП в сильных электрических полях наблюдалась, помимо упомянутых GaAs, InP, InAs, InSb, также в CdTe, ZnSe и твердых растворах GaAs—GaP,

GaSb—InSb, GaAs—AlAs [22]. На рис. 5.6 приведены экспериментальные зависимости дрейфовых скоростей от напряженности электрического поля для некоторых из этих соединений.

С точки зрения практики важно иметь материал не просто с отрицательной характеристикой, а по возможности с более высокими значениями ОДП и отношения J_{\max}/J_{\min} , характеризующим N -образную характеристику (см. рис. 3.6). Физически,

как уже отмечалось выше $E, \text{ в/см}$ для случая n -GaAs, такие оптимальные условия возникают, если междолинный переборс происходит одновременно со значительным изменением подвижности в нижней долине и в коротком интервале полей. В GaAs условия одновременности обеспечивались общим для обоих процессов механизмом. Однако интенсификация обоих процессов требует удовлетворения противоречивым требованиям. Для того чтобы подвижность в нижней долине быстро изменялась с полем, как мы видели,

необходимо сильное междолинное рассеяние, т. е. процесс, препятствующий тому, чтобы электрон оставался в верхней долине, и его усиление будет ослаблять междолинный переборс. Для оптимизации процесса образования N -образной характеристики нужно, чтобы разные механизмы одновременно обеспечивали как быстрое уменьшение подвижности, так и интенсивный переборс из нижней долины в верхнюю. Хилсум и Рис [23] предложили использовать то обстоятельство, что константы деформационных потенциалов для междолинных фононов существенно отличаются для различных переходов. Так, для перехода из Γ - в X -, а также из X - в L -долины константа деформационного потенциала может быть на порядок больше, чем для пере-

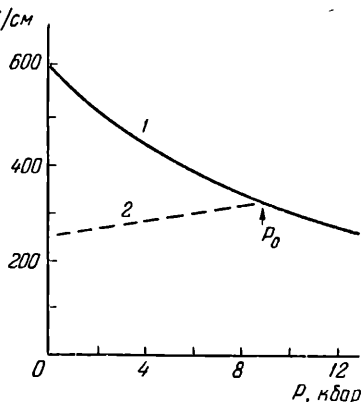


Рис. 5.5. Зависимость пороговых полей: 1 — для междолинного переборса и 2 — для ударной ионизации в n -InSb от давления при $T=77^\circ \text{K}$ [21].

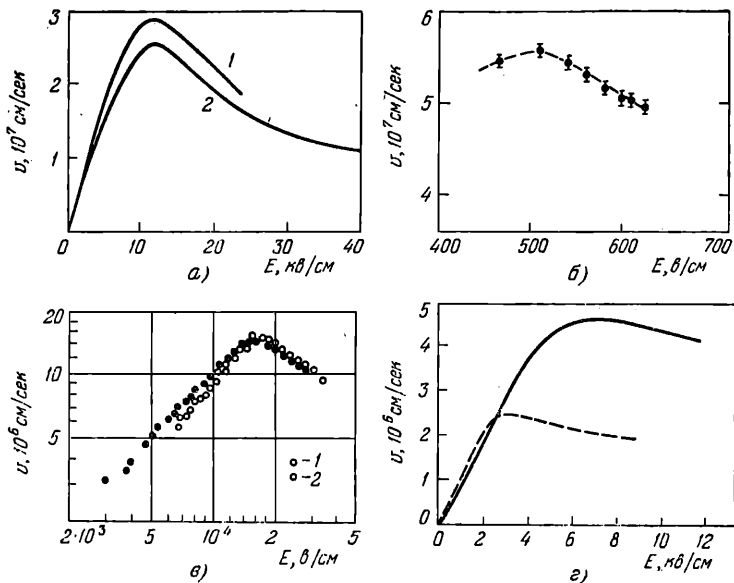


Рис. 5.6. Экспериментальные зависимости дрейфовой скорости электронов от напряженности электрического поля для: InP (1 — [24], 2 — [25]) (а); InSb [26] (б); CdTe (1 и 2 соответствует разным образцам [27]) (в); GaSb_{0,07}As_{0,93} (пунктир) и In_{0,10}Ga_{0,94}As (сплошная линия) [28] (г).

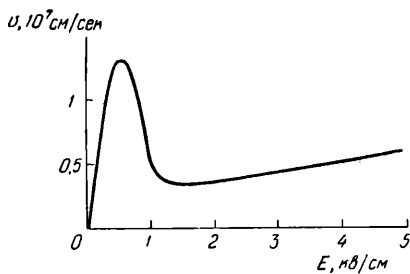


Рис. 5.7. Расчетная зависимость дрейфовой скорости от напряженности электрического поля в Ga_{0,9}In_{0,2}Sb [23].

хода из Γ -долины в L -долину. Тогда, если в полупроводнике минимум энергии L -долины находится несколько ниже соответствующего минимума X -долины, то электроны будут интенсивно переходить из Γ - в X - и затем в L -долины, обеспечивая ограничение дрейфовой скорости в Γ -долине. В то же время слабая связь Γ - и L -долин препятствует обратным переходам электронов из L -долины в Γ -долину. Подобная ситуация, возможно, осуществляется в InP и некоторых твердых растворах. На рис. 5.7 приведена рассчитанная в работе [23] возможная зависимость $\nu(E)$ для твердого раствора $\text{Ga}_x\text{In}_{1-x}\text{Sb}$, который в свете трехдолинного механизма является, по-видимому, оптимальным материалом для получения ОДП за счет междолинного переброса.

§ 4. Разогрев электронов в германии и кремнии

В абсолютном минимуме зоны проводимости в германии находятся четыре L -долины (см. рис. 4.11) (§ 5 гл. I), а в кремнии — шесть X -долин (рис. 5.8). В обоих случаях, несмотря на сильную анизотропию подвижности внутри каждой долины, электропроводность этих материалов, благодаря кубической симметрии их кристаллических решеток, а значит, и расположения долин, является изотропной скалярной величиной. Основной особенностью разогрева электронов в германии и кремнии является нарушение этой изотропности электропроводности и возникновение продольной и поперечной анизотропии. Эти явления можно наглядно проиллюстрировать с помощью модели, показанной на рис. 5.8. Эта модель соответствует зоне проводимости кремния при сечении ее плоскостью (100), проходящей через точку $k=0$. Каждому из эллипсов A и B соответствуют две X -долины — всего четыре долины. Две оставшиеся X -долины расположены перпендикулярно плоскости рисунка, а проекция их поверхностей постоянной энергии на плоскость рисунка представляет собою круг C (рис. 5.8).

Будем рассматривать токи и поля, лежащие в плоскости рис. 5.8, б. Вследствие анизотропии эффективных масс токи в долинах A и B в общем не совпадают ни по величине, ни по направлению (рис. 5.8, б). Совпадение по величине имеет место, лишь когда поле E направлено под

углом 45° по отношению к основным осям эллипсов, а совпадение по направлению — когда поле E направлено вдоль основной оси любого из эллипсов. Однако суммарный ток от всех долин, вследствие симметрии их расположения, не зависит по величине от направления электрического поля и всегда параллелен последнему (рис. 5.8, б). Такое положение сохраняется, пока не возникает разогрев электронного газа электрическим полем. Получаемая

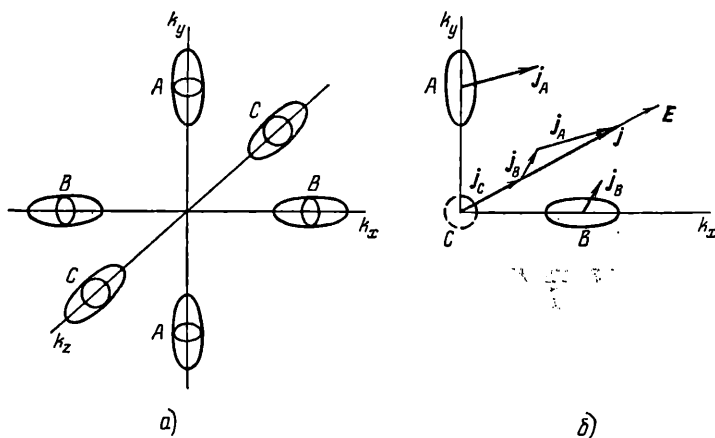


Рис. 5.8. Ток в многодолинной структуре типа n -Si: поверхности постоянной энергии в k -пространстве (а), проекция на плоскость (100) и токи в долинах в отсутствие разогрева электронов (б).

электронами от поля энергия пропорциональна их дрейфовой скорости в направлении поля (1.1), или подвижности в этом направлении. Подвижность обратно пропорциональна эффективной массе электронов, и, понятно, разогрев электронов в анизотропной долине оказывается зависящим от ее ориентации относительно направления поля.

В кремнии продольная масса электронов в X -долине в 5,1 раз больше поперечной (§ 5 гл. I). Поэтому если электрическое поле, разогревающее электроны, направлено под малым углом по отношению к оси тяжелых масс в долине A , то электроны в ней будут разогреваться меньше, чем в долине B . Подвижность электронов в кремнии уменьшается с разогревом, и относительный вклад в полный ток, обусловленный электронами долины B , будет уменьшаться быстрее, чем соответствующий вклад

от электронов в долине A . В результате, как это видно из рис. 5.9, a , направление тока в полупроводнике оказывается не совпадающим с направлением поля. Впервые на

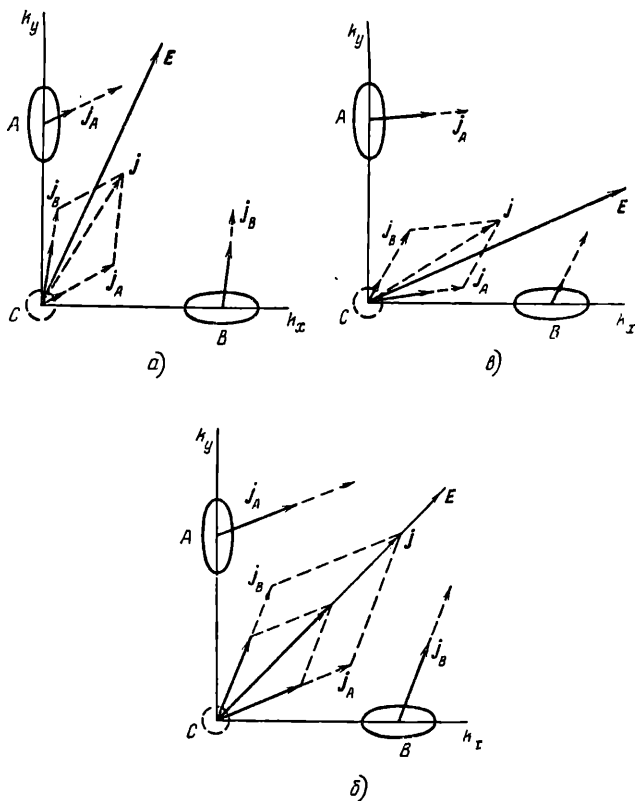


Рис. 5.9. Ток в многодолинной структуре (ток в долинах C не показан). Сплошными векторами указаны токи в отсутствие разогрева, а пунктирными — при разогреве: долина B — «горячая», A — «холодная» (а); однородный разогрев долин (б); долина A — «горячая», B — «холодная» (в).

это указал Шибуя [29], а экспериментально эффект наблюдался в n -Ge Сасаки и Шибуя [30]. Впоследствии этот эффект, который часто называют эффектом Сасаки, наблюдался в целом ряде экспериментов в n -Ge и n -Si [1, 2]. На рис. 5.10 приведена зависимость угла ψ между векторами поля и тока от напряженности поля в n -Ge, получен-

ная в работе [31]. Нетрудно понять, что угол ψ между полем и током должен зависеть от ориентации тока относительно кристаллографических осей. Если поле направлено вдоль осей симметрии вращения ($\langle 100 \rangle$, $\langle 110 \rangle$, $\langle 111 \rangle$), то угол ψ равен нулю. На модели, показанной на рис. 5.8, это соответствует ситуациям, когда поле направлено вдоль главных осей эллипсов или под углом 45° к ним

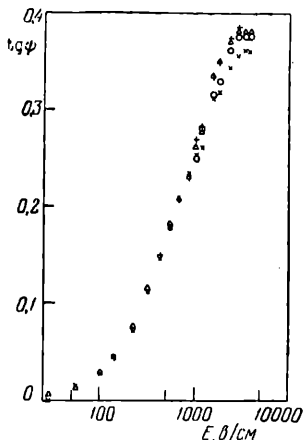


Рис. 5.10. Зависимость $\text{tg } \psi$ от напряженности поля в n -Ge при 77° K [31]. Различные значки относятся к результатам при разных гидростатических давлениях. Образцы ориентированы на максимум ψ .

(см. рис. 5.9, б). Сасаки и др. [32] измерили зависимость угла ψ для нитевидных образцов n -Ge, вырезанных в плоскости (110) под различными углами θ к направлению $\langle 001 \rangle$. Результаты их измерений показаны на рис. 5.11. При углах θ , равных нулю, 55° и 90° , угол $\psi = 0$. Это соответствует нашей простой модели с двумя долинами A и B , если учесть, что угол между главными осями эллипсов в случае германия составляет в плоскости (110) 110° и 70° (см. рис. 1.11, а).

Различная степень разогрева электронов в долинах ведет к возникновению потоков электронов из горячих долин в холодные. При этом происходит как перераспределение концен-

трации, так и перераспределение энергии между долинами. Уменьшение концентрации электронов в горячих долинах и увеличение ее в холодных ведет к увеличению угла ψ между полем и током. В достаточно чистых германии и кремнии междолинное рассеяние на междолинных фононах преобладает над междолинным примесным рассеянием. Междолинные фононы в Ge и Si обладают большой энергией $\sim k_B(300^\circ \text{ K})$ и, например, при 77° K их мало. Поэтому междолинные переходы при 77° K обусловлены в основном эмиссией фононов и в них участвуют лишь горячие электроны с энергией выше $\sim k_B(300^\circ \text{ K})$. Если в горячей долине температура электронов выше 300° K , а в холодной — ниже, то сдвиг за-

селенностей долин может быть значительным. При больших разогревах, когда и в холодной долине температура электронов оказывается высокой как вследствие переноса энергии из горячей долины, так и вследствие разогрева электронов полем внутри долины, сдвиг заселенности может выравниваться. Из этой модели вытекает также,

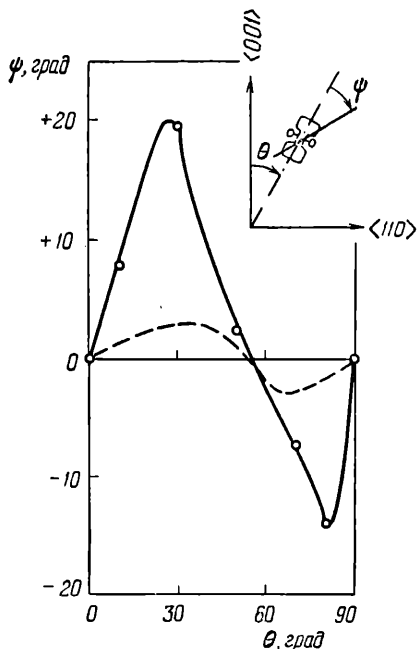


Рис. 5.11. Зависимость ψ от θ образцов n -Ge, вырезанных в плоскости (110), $T_0 = 90^\circ \text{ K}$ [32].

что сдвиг заселенности долин и угол ψ будут уменьшаться с ростом температуры кристалла. На рис. 5.12 показана зависимость перераспределения электронов между долинами от напряженности поля в электронном германии. Как видим, эта зависимость имеет максимум.

Интересный поперечный эффект возникает в n -Ge, когда разогревающее поле направлено под углом 55° к главным осям эллипсов. В этом случае направление вектора тока совпадает с направлением поля. При приложении дополнительного поля E_y вектор поля отклоня-

ется на угол φ (рис. 5.13) и долина A разогревается сильнее, чем долина B . В результате, так же как и в рассмотренной выше модели, вследствие зависимости дрейфовых скоростей и концентраций

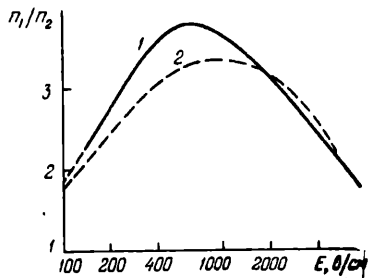


Рис. 5.12. Зависимость отношения числа электронов в холодной и горячей долинах от напряженности электрического поля n -Ge [1]: 1 — рассчитана в приближении электронной температуры с учетом эксперимента [33]; 2 — рассчитана из измерений в скрещенных полях.

носителей в долинах от поля, вектор тока \mathbf{j} отклоняется на некоторый угол ψ относительно вектора поля E (ср. с рис. 5.9, θ). Вследствие интенсивного переброса носителей из долины A в B , а также если в долинах $\partial v(E)/\partial E < 0$, может оказаться, что угол ψ больше угла φ . Тогда, как видно из рис. 5.13, y -компоненты тока и напряженности поля направлены в противоположные стороны.

Это значит, что проводимость кристалла в y -направлении абсолютно отрицательна: не только

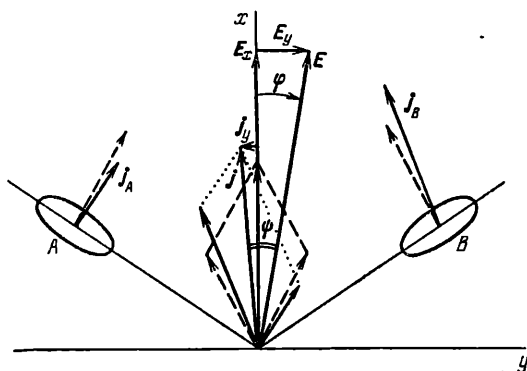


Рис. 5.13. Эффект Эрлбаха. Сплошными линиями показаны токи и поля в долинах при наличии поля E_y . Пунктирными — в отсутствии поля E_y .

дифференциальная $\sigma_d = \partial j_y / \partial E_y$, но и статическая проводимость $\sigma = j_y / E_y$, меньше нуля. Этот эффект, предсказанный Эрлбахом [34], по-видимому, впервые наблюдался в n -Ge Астровым и Кастальским [35]. Абсолютно отрица-

тельная проводимость сопровождалась колебаниями тока. В n -Si эффекту Эрлбаха препятствует наличие долин C (см. рис. 5.8), дающих большой ток, совпадающий по направлению с E_y .

Наряду с рассмотренной выше поперечной анизотропией электропроводности зависимость разогрева электронов в долинах от ориентации поля относительно кристаллографических осей ведет к возникновению продольной анизотропии и токовым неустойчивостям. На рис. 5.14 схематически показаны относительные значения масс электронов в долинах германия и кремния в различных кристаллографических направлениях. При наличии разогревающего поля электроны в долинах с более легкой массой оказываются более горячими, чем в остальных. Поскольку комбинации значений масс, как видим из рис. 5.14, зависят от кристаллографического направления, то и электропроводность вдоль разогревающего поля будет зависеть от ориентации последнего относительно кристаллографических осей.

Рассмотрим электропроводность электронного германия вдоль вектора электрического поля для двух кристаллографических направлений $\langle 100 \rangle$ и $\langle 111 \rangle$. В первом случае все долины разогреваются одинаково (рис. 5.14, б), а во втором имеет место большая разность в разогревах электронов в отдельных долинах (рис. 5.14, в). На рис. 5.15 приведена экспериментально измеренная зависимость отношения продольных электропроводностей в n -Ge для кристаллографических направлений $\langle 100 \rangle$ и $\langle 111 \rangle$ от напряженности электрического поля. Примечательно, что эта зависимость, так же как и в случае поперечной анизотропии, имеет максимум.

В n -Ge в направлении $\langle 111 \rangle$, а также в n -Si в направлении $\langle 100 \rangle$ эффективные массы разных долин сильно различаются (см. рис. 5.14). Большая разница в степени разогрева электронов в разных долинах и переброс электронов из «горячих» долин с легкими массами в «холодные» с тяжелыми массами могут привести к ОДП. В отличие от рассмотренных ранее междолинных перебросов между неэквивалентными долинами в соединениях $A^{III}B^V$ и $A^{II}B^{VI}$, в рассматриваемом случае все долины эквивалентны. Именно благодаря их эквивалентности в термодинамическом равновесии все электроны распределены

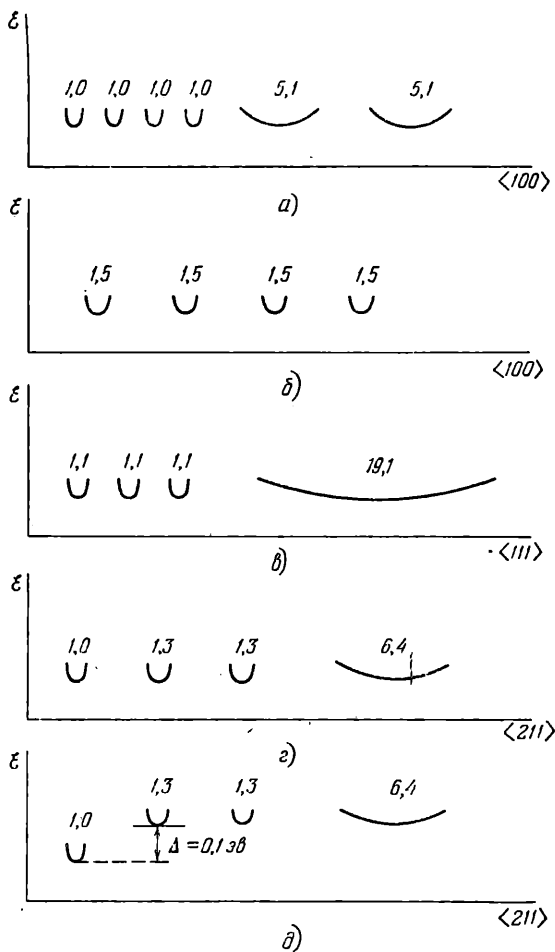


Рис. 5.14. Схема структуры долин зон проводимости Ge и Si в различных кристаллографических направлениях: Si $\langle 100 \rangle$ (а); Ge $\langle 100 \rangle$ (б); Ge $\langle 111 \rangle$ (в); Ge $\langle 211 \rangle$ (г); Ge $\langle 211 \rangle$, когда вдоль оси $\langle 111 \rangle$ приложено давление 10^4 кг/см² (д). Цифры соответствуют значениям эффективных масс электронов в долинах.

по долинам поровну, а не в долинах с тяжелой массой, как это было в случае неэквивалентных долин при отсутствии зазора между ними.

Существование ОДП и осцилляций тока при $E \parallel \langle 111 \rangle$ в очень чистых образцах n -Ge ($N_d + N_a \approx (5 \div 6) \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $N_d - N_a \approx (1 \div 3) \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$) и низких температурах ($T < 20^\circ \text{ K}$) было обнаружено в работе [36]. Расчеты и эксперименты показали также наличие ОДП в n -Si при $E \parallel \langle 100 \rangle$ и $T < 50^\circ \text{ K}$ [37, 38].

В направлении $\langle 100 \rangle$ в n -Ge все эллипсоиды постоянной энергии L -долин ориентированы одинаково и эффективные массы электронов в этом направлении во всех долинах одинаковы (рис. 5.14, б). Поэтому перебросы из

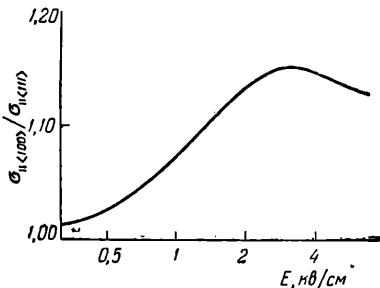


Рис. 5.15. Зависимость продольной анизотропии электропроводности электронного германия от напряженности электрического поля $\rho = 10 \text{ ом}\cdot\text{см}$, $T = 300^\circ \text{ K}$ [1].

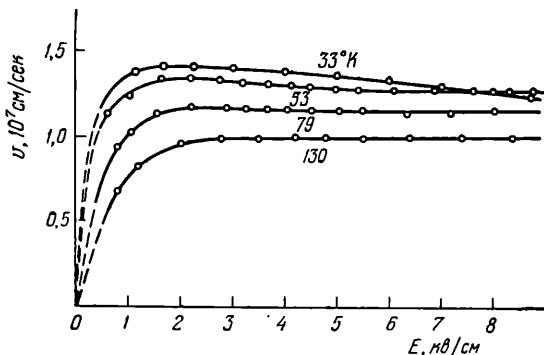


Рис. 5.16. Зависимость дрейфовой скорости электронов от напряженности электрического поля в направлении $\langle 100 \rangle$ для n -Ge [40].

долины в долину не могут привести к возникновению ОДП. Однако именно в этом случае в n -Ge экспериментально наблюдается несколько видов токовых неустойчивостей [39]. Эти неустойчивости обусловлены отрицательным спадом в зависимости дрейфовой скорости от поля при температурах ниже 130° K (рис. 5.16).

Для объяснения отрицательного спада в зависимости $\nu(E)$ в теоретических расчетах [41] привлечены переходы в верхние X -долины, расположенные в направлении $\langle 100 \rangle$, а в [43] — непараболичность зависимости $\mathcal{E}(k)$ в L -долине. В обоих случаях расчетные зависимости дают отрицательный спад в зависимости $\nu(E)$. По-видимому, оба механизма играют роль в образовании отрицательной дифференциальной проводимости. На значительную роль процессов внутри L -долин указывает также экспериментально наблюдаемое влияние направленной деформации на осцилляции тока в n -Ge при 77°K [44]. Величина порогового поля возрастала с ростом давления, хотя зазор между долинами X и L уменьшался в два раза. При всестороннем давлении пороговое поле колебаний при 77°K также росло и, когда давление было выше $\sim 4 \text{ кбар}$, осцилляции исчезали [45].

Если германий подвергнуть направленной деформации — давлению или растяжению вдоль одного из кристаллографических направлений (кроме $\langle 100 \rangle$), то L -долины будут смещаться по энергетической шкале по-разному и между ними образуется энергетический зазор. Благодаря этому может осуществиться благоприятная ситуация для возникновения ОДП, при которой в направлении протекающего через образец тока эффективная масса электронов в нижних долинах будет малой по сравнению с эффективной массой в верхних.

Эксперименты [46] показали, что вариант, когда $j \parallel \langle 211 \rangle$ и $P \parallel \langle \bar{1}\bar{1}\bar{1} \rangle$, является наиболее предпочтительным, соответствующим наименьшим значениям порогового поля, наибольшим амплитудам колебаний и наивысшим температурам, при которых наблюдаются осцилляции, по сравнению с другими вариантами. Направление тока вдоль $\langle 211 \rangle$ соответствует минимальной эффективной массе в одной из долин. На рис. 5.14, *в* дано схематическое изображение L -долин в германии в направлении $\langle 211 \rangle$, когда вдоль оси $\langle \bar{1}\bar{1}\bar{1} \rangle$ действует давление 10^4 кг/см^2 .

С помощью деформации кристалла можно создать также условия для ОДП в дырочном германии. Из таблицы 5.3, гл. I, видно, что эффективная масса дырок для тока вдоль деформации в нижней отщепившейся долине значительно меньше, чем в верхней. Впервые на возможность создания ОДП за счет междолинного пере-

броса при нагреве дырок полем в дырочном германии, подвергнутом направленной деформации, указано в работе [16]. Экспериментально первыми ОДП и колебания тока в *p*-Ge наблюдали Кастальский и Рывкин [42] при деформации как вдоль оси $\langle 111 \rangle$, так и вдоль оси $\langle 100 \rangle$. Осцилляции тока наблюдались в чистых образцах германия (концентрация примесей около 10^{13} см^{-3}) при $T = 4,2^\circ \text{ К}$ и расщеплении зон около 7 мэв (давление $1500 \div 1800 \text{ кг/см}^2$). Пороговое поле при этом было около 8 в/см . Колебания тока в *p*-Ge наблюдались также в более широком диапазоне температур, $27^\circ \text{ К} \div 160^\circ \text{ К}$, в работе [46]. В этой работе осцилляции наблюдались только при направлении тока и деформации вдоль оси $\langle 111 \rangle$. Пороговое напряжение сильно зависело от величины расщепления зон и температуры. Колебания тока наблюдались и при температурах выше 160° К , если образец еще не разрушался под действием давления.

§ 5. Метод Монте-Карло

Выше мы рассмотрели качественные стороны эффектов разогрева носителей тока в полупроводниках. Количественное рассмотрение требует решения неравновесного кинетического уравнения. Некоторые аналитические приближения упоминались в § 2. Здесь будет рассмотрен более точный численный способ решения задачи нахождения функции распределения и дрейфовой скорости горячих электронов при помощи математического метода моделирования случайных величин. Он носит название метода Монте-Карло. Простейшим прибором получения случайных величин является рулетка, широко используемая в игорных домах. Отсюда и название метода, происходящее от города Монте-Карло в княжестве Монако, знаменитого своим игорным домом. Благодаря появлению быстродействующих ЭВМ метод Монте-Карло стал универсальным численным методом решения многих математических задач [47]. Для решения кинетического уравнения в полупроводниках этот метод впервые был использован в [48] и затем развит в работах [49—60].

Движение электронов в пространстве импульсов можно представить в виде многократно повторяющихся следующих процессов: ускорения электронов полем в течение

времени свободного между соударениями пробега и скачкообразное изменение импульса в акте соударения. Траектория движения электрона в k -пространстве показана на рис. 5.17. Разбив k -пространство на отдельные элементарные ячейки и предположив, что среднее по времени соответствует среднему по ансамблю, можно определить

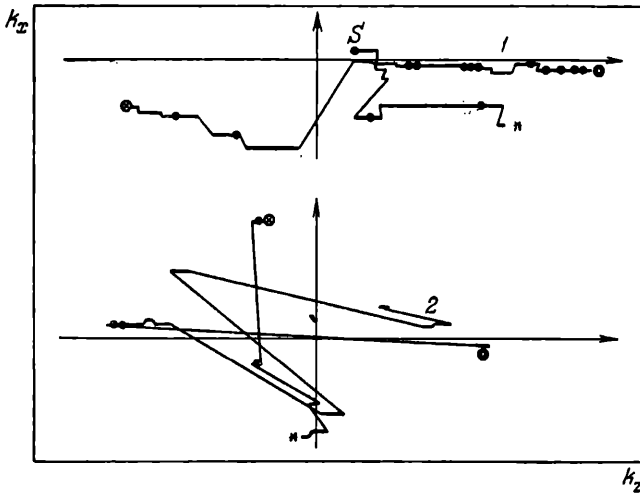


Рис. 5.17. Траектории движения электрона в k -пространстве. Изменение k в процессе ускорения электронов полем между соударениями показано толстыми линиями, а соответствующие изменения в момент соударений — тонкими линиями. Кружками и звездочками обозначены переходы из одной долины в другую, а точками — саморассеяние [61] (1 — нижняя долина; 2 — верхняя; S — точка начала движения).

функцию распределения в пространстве импульсов как величину, пропорциональную полному времени пребывания электрона в каждой ячейке. Дрейфовая скорость v может быть определена как величина, пропорциональная средней проекции k на направление поля. Таким образом, найдя траекторию движения электрона в k -пространстве, можно определить функцию распределения и дрейфовую скорость электрона. Для нахождения этой траектории используем метод Монте-Карло.

Время ускорения электрона в поле, тип рассеяния и конечное состояние являются случайными величинами с вероятностными распределениями, которые определя-

ются скоростями соответствующих переходов. С помощью процедуры Монте-Карло можно определить, какое случайное событие (величина) с заданным вероятностным распределением случается в данном акте. Нахождение этой величины называется разыгрыванием случайной величины. Рассмотрим примеры разыгрывания случайной величины и основные теоремы метода Монте-Карло. Допустим, имеются только четыре случайных события с равновероятным распределением: вероятность появления каждого $p_i = 1/4$, а сумма вероятностей $\sum p_i = 1$. Разыграть случайную величину в этом случае можно с помощью рулетки,

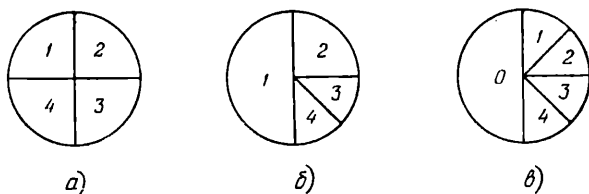


Рис. 5.18. Шкала рулетки для разыгрывания случайных чисел.

шкала которой показана на рис. 5.18, а. Если же события не равновероятны, то разыгрывание случайной величины можно осуществить с помощью рулетки со шкалой, соответствующей распределению вероятностей (рис. 5.18, б). В обоих случаях вероятности всех событий нормированы на длину окружности шкалы. Такая нормировка не обязательна. Если сегменты шкалы, соответствующие всем четырем событиям, занимают лишь часть круга, то разыгрывание случайных величин можно проводить как и в первых двух случаях, но пропуская показания рулетки каждый раз, когда стрелка останавливается на «пустой» части шкалы (на рис. 5.18, в она обозначена нулем).

Распределение разыгранных случайных величин тем ближе к распределению вероятностей, чем большее число раз проведено разыгрывание. Как правило, отклонение распределения разыгранных методом Монте-Карло величин от истинного распределения пропорционально $\sqrt{\mathcal{D}/N}$, где \mathcal{D} — некоторая постоянная, зависящая от варианта моделирования случайной величины, а N — число разыгрываний [47]. Рассмотренные выше случаи относятся к разыгрыванию случайных величин с дискрет-

ным распределением. Если распределение случайных величин характеризуется некоторым непрерывным распределением в интервале $a-b$ с плотностью вероятности $p(x)$ (рис. 5.19, а), то случайную величину ξ можно находить из уравнения [47]

$$\int_a^{\xi} p(x) dx = \gamma, \quad (5.1)$$

где γ — равномерно распределенная случайная величина, принимающая значения от 0 до 1 (рис. 5.19, б). Отметим, что

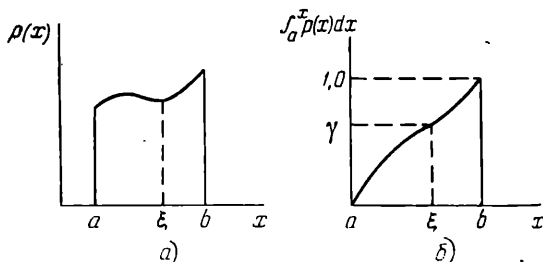


Рис. 5.19. Непрерывное распределение плотности вероятности $p(x)$ в интервале $a-b$ (а). Разыгрывание случайной величины ξ с помощью равномерно распределенной в интервале $0-1$ случайной величины γ (б).

при разыгрывании дискретных случайных величин с помощью рулетки мы фактически решали интегральное уравнение (5.1). Стрелка рулетки равновероятно останавливалась в любом месте шкалы и фактически определяла число γ , если длину окружности принять за единицу. Длина дуги соответствующего сегмента определяется интегралом по распределению вероятностей. На рис. 5.20 показано дискретное распределение вероятностей четырех событий, соответствующее случаю, показанному на рис. 5.18, б, и интеграл (5.1) от этого распределения. Разыгрывание случайной величины проводится вращением стрелки рулетки и нахождением числа γ , которому соответствует согласно (5.1) случайная величина ξ (рис. 5.20, б).

Метод разыгрывания случайной величины, когда сегменты вероятностей всех событий не заполняют весь круг (рис. 5.18, в), является частным случаем более общего метода Неймана [47]. Метод Неймана для разыгрывания не-

прерывной случайной величины состоит в следующем. Пусть плотность вероятности появления случайной величины $y=p(x)$ определена на конечном интервале $a-b$

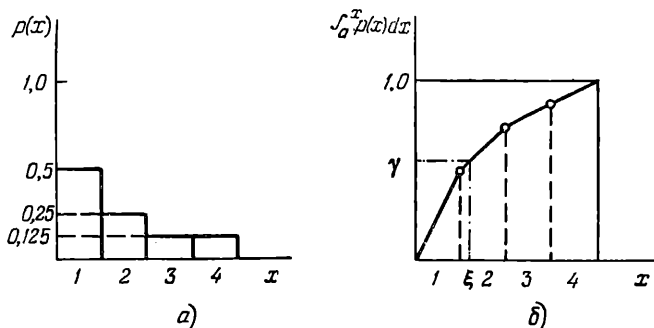


Рис. 5.20. Распределение плотности вероятности для четырех дискретных событий (а). Разыгрывание четырех случайных событий с помощью равномерно распределенной случайной величины γ (б).

и ее максимальное значение не превышает некоторую произвольно выбранную величину Γ (рис. 5.21): -

$$p(x) < \Gamma. \quad (5.2)$$

Разыгрывать значение ξ можно следующим образом. Находится некоторая случайная, равномерно распределенная на интервале $0-1$ величина γ' (например, с помощью рулетки) и на оси абсцисс (рис. 5.21) ставится точка

$$\eta' = a + \gamma'(b - a). \quad (5.3)$$

Затем находится другая случайная величина γ'' и на оси ординат ставится точка

$$\eta'' = \gamma''\Gamma. \quad (5.4)$$

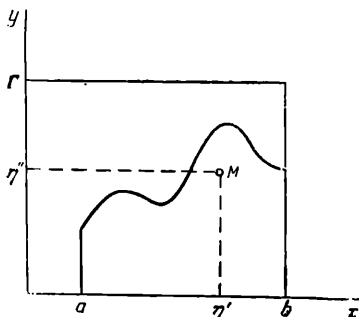


Рис. 5.21. Разыгрывание случайной величины методом Неймана.

Если точка M , определяемая координатами η' и η'' , лежит под кривой $y=p(x)$, то полагаем $\xi = \eta'$; если же точка M лежит над кривой $y=p(x)$, то пару случайных чисел γ' и γ'' отбрасываем и выбираем новую пару значений.

Теперь приступим к определению траектории электрона в \mathbf{k} -пространстве. Ее начальный участок определяется временем свободного пролета t между соударениями,

$$\hbar \mathbf{k}_1(t) = \hbar \mathbf{k}_0 + qEt, \quad (5.5)$$

где $\hbar \mathbf{k}_0$ — начальный импульс электрона, а $\hbar \mathbf{k}_1$ — импульс к моменту первого соударения.

Вероятность того, что электрон пройдет без соударений время t и затем рассеется, отнесенная к единице времени, равна (см. приложение VII)

$$p(t) = \lambda(\mathbf{k}) \exp \left\{ - \int_0^t \lambda(\mathbf{k}) dt' \right\}, \quad (5.6)$$

где $\mathbf{k} = \mathbf{k}(t)$ определяется (5.5),

$$\lambda(\mathbf{k}) = \sum_i \lambda_i(\mathbf{k}), \quad (5.7)$$

$$\lambda_i(\mathbf{k}) = \int W_i(\mathbf{k}, \mathbf{k}') d\mathbf{k}' \quad (5.8)$$

— число переходов в единицу времени из состояния \mathbf{k} в любое другое, а $W_i(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ — число переходов электрона в единицу времени из состояния \mathbf{k} в \mathbf{k}' для i -го механизма рассеяния (см. § 6 гл. I). Разыгрывание случайной величины времени между соударениями состоит согласно (5.1) в решении уравнения

$$\gamma = \int_0^t p(t') dt', \quad (5.9)$$

или

$$\gamma = 1 - \exp \left\{ - \int_0^t \lambda(\mathbf{k}) dt' \right\}. \quad (5.10)$$

Поскольку $\lambda(\mathbf{k})$ является сложной функцией от времени, охватывающей переходы, обусловленные всеми механизмами рассеяния (рис. 5.22), то решение (5.10) является, в общем случае, сложной операцией. Воспользовавшись идеей метода Неймана, эту операцию можно упростить.

Положим, что число столкновений в единицу времени равно константе Γ (рис. 5.22). Тогда вместо (5.6) имеем

$$p(t) = \Gamma \exp(-\Gamma t) \quad (5.11)$$

и вместо (5.9)

$$\ln(1 - \gamma) = -\Gamma t. \quad (5.12)$$

Найденное из (5.12) случайное значение t определяет согласно (5.5) случайную величину k_1 . Разыгрывая случайную величину $\eta'' = \gamma''\Gamma$, смотрим, куда попадает точка

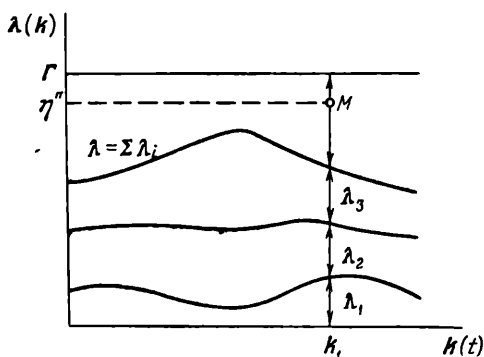


Рис. 5.22. Определение механизма рассеяния. Точка M находится в интервале, соответствующем саморассеянию. $\lambda_i(k)$ — плотность вероятности рассеяния для i -го механизма, k_1 — волновой вектор электрона в момент столкновения.

$M(\eta'', k_1)$. В случае, показанном на рис. 5.22, она находится выше кривой $\lambda(k)$ и эта пара случайных величин k_1 и η'' соответствует так называемому саморассеянию [49], так как этот случай не соответствует никакому механизму рассеяния. Действительно, разыгрывание случайной величины η'' можно рассматривать как определение вида механизма рассеяния, случившегося в акте столкновения. Это видно из рис. 5.22. Кривая $\lambda(k)$ представляет собою сумму числа рассеяний, обусловленных отдельными механизмами рассеяния λ_i . В момент t импульс электрона определяется волновым числом k_1 и мы предполагаем известными значениями $\lambda_i(k_1)$ для каждого механизма. На рис. 5.22 отрезки λ_1 , λ_2 и λ_3 равны значениям λ_i для соответствующих механизмов рассеяния. По аналогии с разыгрыванием случайной величины с по-

мощью рулетки, когда сумма сегментов случайных процессов не охватывает всего круга (см. рис. 5.18, θ), и в этом случае случайная величина η'' соответствует процессу λ_1 , если точка M (η'' , k_1) лежит ниже кривой λ_1 , процессу λ_2 , если точка M лежит ниже кривой $\lambda_1 + \lambda_2$, но выше λ_1 , процессу λ_3 , если $\lambda_1 + \lambda_3 < M < \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$. Если же точка M лежит выше $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$, то она не соответствует никакому рассеянию (аналогично области 0 на рис. 5.18, θ) и ее следует пропустить.

Итак, дважды прокрутив рулетку равномерно распределенных случайных чисел γ , находим из (5.12) и (5.5) импульсы электрона k_1 в момент столкновения и из условия

$$\sum_i^{m-1} \lambda_i(k_1) < \eta'' < \sum_i^m \lambda_i(k_1) \quad (5.13)$$

определяем m -й механизм рассеяния.

Теперь нам нужно определить конечное после рассеяния состояние электрона k' . Акт рассеяния полагаем мгновенным. Для саморассеяния $k' = k_1$. Для реального рассеяния оно задается вероятностным распределением $W_i(k_1, k')$.

Величины k , как и $W_i(k_1, k')$, являются трехмерными, и, чтобы разыграть случайное конечное состояние k' с помощью одномерных равномерно распределенных случайных чисел γ , нужно задачу разбить на три одномерные. Обычно в качестве одномерных независимых величин выбираются углы рассеяния. Абсолютная величина k' определяется из законов сохранения с учетом структуры зон. Если рассеяние на любой угол равновероятно, то вероятность того, что электрон рассеется в точку Ω , определяемую сферическими координатами φ и ψ , равна нормированному элементу поверхности сферы

$$p(\varphi) p(\psi) d\varphi d\psi = \frac{dS}{4\pi} = \frac{\sin \varphi}{4\pi} d\varphi d\psi, \quad (5.14)$$

откуда

$$p_\varphi(\varphi) p_\psi(\psi) = \sin \varphi / 4\pi. \quad (5.15)$$

Учитывая $\int_0^{2\pi} p_\psi(\psi) d\psi = 1$, получим

$$p_\varphi(\varphi) = \sin \varphi / 2, \quad p_\psi(\psi) = 1/2\pi. \quad (5.16)$$

Формулы для разыгрывания углов принимают вид

$$\psi = 2\pi\gamma \quad (5.17)$$

и

$$\gamma = \frac{1}{2} \int_0^{\varphi} \sin x \, dx, \text{ или } \gamma = \frac{1}{2} (1 - \cos \varphi). \quad (5.18)$$

Для более сложных угловых зависимостей рассеяния (например, в случае полярного рассеяния) формулы разыгрывания случайных углов имеют достаточно сложный вид и приходится снова прибегать к методу Неймана.

Таким образом, описание каждого акта ускорения и рассеяния требует четырех — шестикратного разыгрывания случайной величины. Конечное состояние каждого акта рассеяния является начальным для следующего ускорения и рассеяния. Повторяя многие тысячи раз разыгрывание, мы получим траекторию электрона в k -пространстве и из нее, как уже отмечалось, дрейфовую скорость и функцию распределения. На быстродействующей машине типа БЭСМ-6 разыгрывание 100 000 соударений занимает около десяти минут.

При разыгрывании случайных величин на ЭВМ нужно иметь таблицы случайных чисел γ , составление которых не является легкой задачей [47]. Поэтому в настоящее время распространено использование при расчетах на ЭВМ вместо таблиц случайных чисел последовательностей псевдослучайных чисел, получаемых с помощью специальных, но довольно простых алгоритмов. Алгоритм, используемый на машине БЭСМ-6, приведен в приложении VII.

На рис. 5.23 показан пример вычисления дрейфовой скорости в GaAs методом Монте-Карло. Хорошо видно, как скорость электрона по мере увеличения числа разыгрываний все меньше флуктуирует вокруг стационарного значения, которое устанавливается примерно через 15 тысяч разыгрываний (время свободного пробега между соударением порядка 10^{-13} сек). Это приближение к стационарному значению не означает действительный переходный процесс установления дрейфовой скорости в поле E , а есть результат самой процедуры Монте-Карло. Особенно медленно устанавливается стационарное значение в случае теплых электронов, когда изменение ско-

рости электрона в течение каждого свободного пробега невелико. В этом случае удобнее пользоваться аналитическими приближениями.

Значительное ускорение сходимости к стационарному значению достигается с помощью так называемого многочастичного метода [55]. По этому методу разыгрывание случайных величин проводится не для одного электрона,

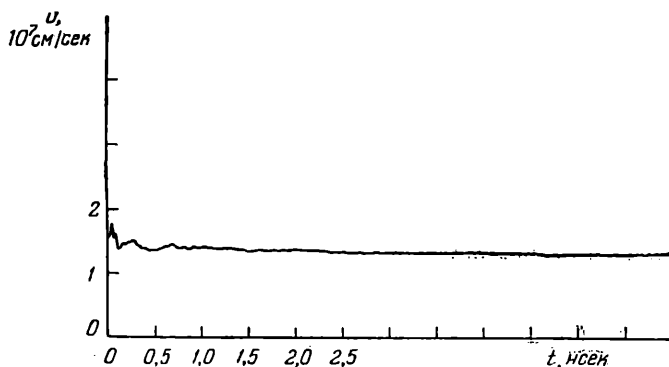


Рис. 5.23. Определение дрейфовой скорости одночастичным методом. В момент $t=0$ скачком включено поле $E=1,5$ кв/см. Расчет сделан для параболической зоны электронов в GaAs при $T=300^\circ$ К с учетом полярного оптического рассеяния.

а для нескольких сотен или тысяч со своим набором случайных чисел для каждого электрона, причем начальный импульс k_0 электронов также разыгрывается с использованием равновесного начального распределения электронов. Усредняя дрейфовую скорость по большому числу электронов, удастся получить установившиеся значения после относительно небольшого числа разыгрываний для каждого из электронов. Благодаря этому многочастичный метод может быть использован для описания истинного переходного процесса и изучения динамики разогрева. На рис. 5.24 показан пример динамики изменения функции распределения во времени, характеризующий процесс убегания электрона из нижней долины в верхнюю. На рис. 5.25 показана динамика изменения дрейфовых скоростей в нижней и верхней долинах.

Несмотря на формальность метода Монте-Карло, возможность рассмотрения динамики разогрева электронов

позволяет представить физические процессы, происходящие при разогревании электронов. Одним из важнейших процессов в кристаллах типа $A^{III}B^V$ является убегание

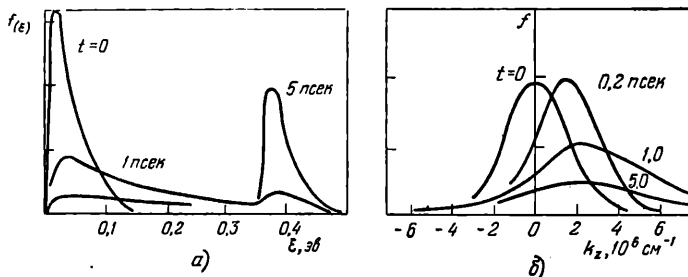


Рис. 5.24. Функции распределения в n -GaAs при 300°K в различные моменты времени после мгновенного включения постоянного электрического поля $E=6$ кВ/см. Распределение электронов по энергии (а); распределение электронов по компоненте волнового вектора, параллельной электрическому полю (б). При расчете учитывались непараболичность Γ -долины, полярное оптическое, деформационное акустическое и междолинное рассеяние между эквивалентными и неэквивалентными долинами.

электронов. На рис. 5.26 показана зависимость дрейфовой скорости электрона от времени (одночастичный метод). Как видим, эффект убегания характеризуется пороговым временем убегания при данном поле E . При любом E

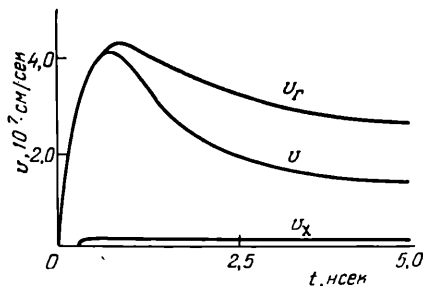


Рис. 5.25. Эволюция средней скорости в Γ - и X -долинах и средней дрейфовой скорости электронов v в GaAs при $T=300^\circ\text{K}$ после мгновенного включения поля $E=6$ кВ/см. Модель расчета такая же, как и в случае рис. 5.24.

электрон рано или поздно появляется в хвосте функции распределения, где его энергия оказывается выше пороговой для убегания \mathcal{E}_c (см. рис. 5.1).

Метод Монте-Карло позволяет учитывать любые механизмы рассеяния, но при условии, что заранее опреде-

лены дифференциальные и интегральные сечения λ_i этих механизмов. Следовательно, это не относится к меж-электронному e — e -рассеянию, так как интегральное сечение этого механизма $\bar{\lambda}_e(k_1)$ зависит от искомой функции распределения электронов $f(k)$:

$$\bar{\lambda}_e(k_1) = \int \lambda(k_1, k_2) n f(k_2) dk_2, \quad (5.19)$$

где n — концентрация электронов, $\lambda(k_1, k_2)$ — интегральное сечение взаимного e — e -рассеяния двух электронов с волновыми векторами k_1 и k_2 . В работе [60] предложен метод учета e — e -рассеяния в процедуре Монте-Карло.

Идея, использованная в этой работе, состоит в замене интегрального сечения, определяемого из (5.19), на

$$\bar{\lambda}(k_1) = n \lambda(k_1, k_2), \quad (5.20)$$

где k_1 и k_2 — случайные значения волновых векторов, распределение которых совпадает с искомой функцией распределения электронов $f(k)$. В [60] показано, что замена (5.19) на (5.20) должна привести к одинаковым результатам.

Для вычисления случайных значений волновых векторов пары сталкивающихся электронов k_1 и k_2 требуется множество случайных значений k с распределением $f(k)$. С целью избежать корреляции между состояниями сталкивающихся электронов (k_1 и k_2) обычным одночастичным методом Монте-Карло одновременно моделируется движение в импульсном пространстве двух эквивалентных частиц, каждая из которых отражает всю систему электронов. При этом запоминается текущая «история» каждого электрона — множество значений k , которые он имел в ин-

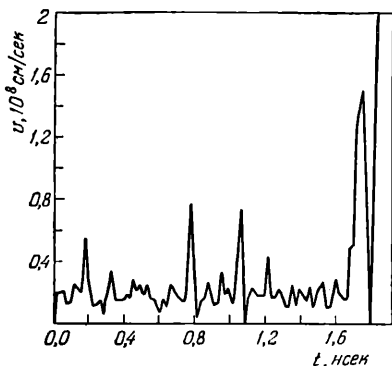


Рис. 5.26. Зависимость от времени мгновенной дрейфовой скорости электронов в параболической долине GaAs при $T=300^\circ\text{K}$, усредненной за каждые 100 свободных пробегов при включенном ступенчатом электрическом поле $E=2,2 \text{ кв/см}$. Через $1,82 \cdot 10^{-9}$ сек электрон «убежал». При расчете учитывалось полярное оптическое рассеяние в параболической долине.

тервале времени, охватывающем несколько тысяч актов рассеяния непосредственно предшествующих данному $e-e$ -столкновению.

Для каждого электрона «история» другого электрона отражает состояние окружающего его электронного газа при разыгрывании $e-e$ -столкновения. Из множества значений k , составляющих «историю» второго электрона, находится с помощью случайного поиска значение k_2 . Значение волнового числа k_1 первого электрона находится, как и ранее, с помощью разыгрывания времени между соударениями (см. (5.12)). Зная k_1 и k_2 , по формуле (5.20) находим $\bar{\lambda}(k_1)$ для данного столкновения, а также значения волновых векторов обоих электронов после столкновения. «История» обеих частиц, таким образом обновляется к каждому новому $e-e$ -столкновению.

После многочисленных разыгрываний значения k , составляющие «историю» каждого электрона, оказываются распределенными по закону, близкому к истинной функции распределения $f(k)$.

При вычислениях акт рассеяния двух электронов рассматривался как упругое столкновение классических частиц. В качестве потенциала взаимодействия электронов был использован экранированный кулоновский потенциал.

Результаты расчетов [60] для n -GaAs при 77°K показывают, что действие $e-e$ -рассеяния на функцию распределения значительно слабее, чем ожидалось. Так, при $n=5 \cdot 10^{17}\text{ см}^{-3}$ и $E=1,5\text{ кВ/см}$ влияние $e-e$ -рассеяния на функцию распределения пренебрежимо мало, тогда как по оценкам Стрэттона [62] при такой концентрации электронов функция распределения должна быть максвеллизирована во всем интервале полей, вплоть до критического поля убегаания ($\approx 3\text{ кВ/см}$ для n -GaAs). Однако в более слабых полях ($E \leq 100\text{ в/см}$ при $n \geq 10^{17}\text{ см}^{-3}$) межэлектронные столкновения почти полностью максвеллизуют функцию распределения. Эти примеры относятся к случаям, когда не учитывается примесное рассеяние. Приведенные в [60] результаты расчетов показывают, что в центральной долине полярных полупроводников при равных концентрациях электронов и ионизированных примесей примесное рассеяние всегда более существенно, чем межэлектронное.

ГЛАВА VI

НЕУСТОЙЧИВОСТИ, ВЫЗВАННЫЕ МЕЖДОЛИННЫМ ПЕРЕБРОСОМ ЭЛЕКТРОНОВ

Междолинный переброс электронов в арсениде галлия и некоторых других соединениях, как мы видели в главе V, приводит к образованию падающего участка в зависимости дрейфовой скорости от напряженности электрического поля. Возникающая при этом отрицательная дифференциальная проводимость, благодаря малоинерционности ее образования, может быть использована для усиления и генерации электрических сигналов вплоть до СВЧ-диапазона.

Возмущения продольного поля в полупроводнике с N -образной зависимостью тока от поля ведет к неоднородному перераспределению зарядов в полупроводнике и расслоению плазмы на области сильного и слабого поля (§ 3 гл. III). Рассмотрение генерирующих и усилительных свойств полупроводниковых диодов с отрицательным объемным дифференциальным сопротивлением требует учета этого перераспределения зарядов поля.

В настоящей главе рассмотрены процессы перераспределения зарядов и поля в полупроводниках с N -образной зависимостью $v(E)$ и режимы работы диодов с отрицательным объемным сопротивлением в качестве генераторов и усилителей. Среди них рассмотрен особый режим работы, при котором возникает весьма уникальное для полупроводникового диода явление — абсолютно отрицательное сопротивление. При описании вышеупомянутых вопросов учитываются лишь основные качественные стороны процессов, разыгрывающихся в диодах с отрицательной объемной проводимостью. Более детальные сведения о свойствах этих диодов и процессах в их объеме читатель может найти в монографиях [1, 2, 3].

§ 1. Электрические домены. Эффект Ганна

Рассмотрим однокомпонентную электронную плазму в полупроводнике с N -образной зависимостью $v(E)$. Для простоты будем полагать электропроводность изотропной и рассматривать одномерную задачу: расслоение поля и зарядов вдоль направления тока через полупроводник. Определим условия зарождения и нарастания возмущения объемного заряда и поля в однородном полупроводнике. Дисперсионное уравнение для продольных возмущений в плазме при наличии постоянного дрейфа v_0 согласно (2.28, гл. I) с учетом (VI.3) имеет вид

$$\omega - kv_0 = i \left(Dk^2 + \frac{\sigma_d}{\epsilon_1} \right). \quad (1.1)$$

При выводе (1.1) принято, что $j = \sigma_d E + qD \frac{\partial n}{\partial x}$, где коэффициент диффузии D не зависит от поля E . Решение (1.1) относительно ω дает

$$\omega' = k'v_0, \quad (1.2)$$

$$\omega'' = \left[\frac{\sigma_d}{\epsilon_1} + D(k')^2 \right]. \quad (1.3)$$

Уравнение (1.2) соответствует синхронной волне (4.6, гл. III). Из (1.3) следует, что при $\sigma_d < 0$ наибольший инкремент нарастания имеют длинноволновые гармоники. Коротковолновые гармоники, наоборот, затухают, если $k' > \left(\frac{\sigma_d}{D\epsilon_1} \right)^{1/2} \equiv l_D^{-1} \left(\frac{\sigma_d}{\sigma} \right)^{1/2}$. Минимальное значение k' в полупроводниковом образце по порядку величины равно обратной длине образца L^{-1} . Отсюда получаем, что нарастающие волны в полупроводнике ($\omega'' < 0$) могут возникнуть лишь при условии

$$L > l_D \left(\frac{\sigma}{\sigma_d} \right)^{1/2} \quad \text{или} \quad n_0 L > \left| \frac{\epsilon_1 D}{q |\mu_d| L} \right|. \quad (1.4)$$

В противном случае диффузия подавляет неустойчивость в полупроводнике.

Теперь рассмотрим, какие виды возмущений объемного заряда реализуются в конкретных полупроводниковых образцах: сначала в однородно, а затем в неоднородно легированных.

Дипольные домены. Эффект Ганна. Приложим к одноднородно легированному электронному полупроводнику на-

пряжение, создающее в нем поле E_0 , при котором дифференциальная проводимость оказывается отрицательной. Поле у контактов будем полагать таким же, как в объеме, и невозмущенным. Допустим теперь, что в некоторой области полупроводника вследствие тепловой флуктуации группа электронов сместилась в сторону катода относительно ионизованных доноров, приводя к увеличению поля в области этой флуктуации. Как качественно было

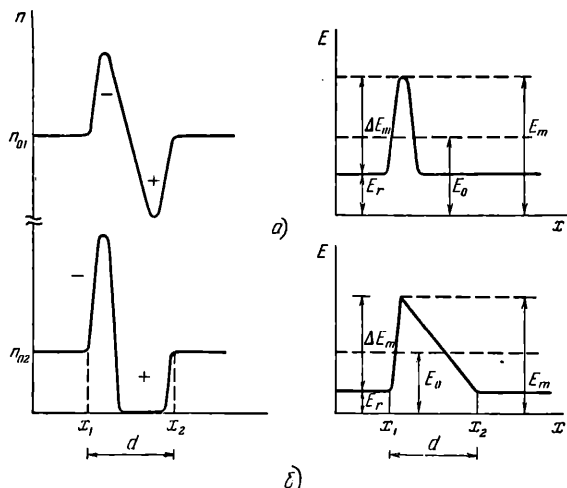


Рис. 6.1. Распределение объемного заряда $n - n_0$ и напряженности поля E по координате: большая равновесная концентрация электронов, дипольный домен симметричен (а); малая равновесная концентрация электронов, дипольный домен имеет вид прямоугольного треугольника (б). (E_r — поле вне домена, E_m — максимальное поле в домене, E_0 — поле до доменизации).

показано в § 3 гл. III, эта флуктуация поля и заряда будет нарастать, приводя к образованию домена сильного поля. Он образуется вследствие уменьшения дрейфовой скорости в области повышенного поля, в результате чего происходит накопление электронов перед этой областью (со стороны катода) и уменьшение за ней (со стороны анода). Образовавшийся локальный домен представляет собою дипольную структуру — область со стороны катода обогащена электронами, а область со стороны анода — обеднена. Такие домены называют дипольными.

Форма домена зависит от концентрации электронов и величины приложенного к образцу напряжения. При боль-

ших n_0 он имеет симметричную форму (рис. 6.1, а). В полупроводниках, где n_0 мало, образование дипольного домена сильного поля требует полного истощения носителей в слое обеднения, и домен в этом случае принимает форму, близкую к прямоугольному треугольнику (рис. 6.1, б). Ширина истощенного слоя, естественно, зависит от приложенного к образцу напряжения.

Приведем основные результаты простейшей феноменологической теории дипольных доменов, по форме близких прямоугольному треугольнику. В этой теории коэффициент диффузии полагается не зависящим от напряженности электрического поля.

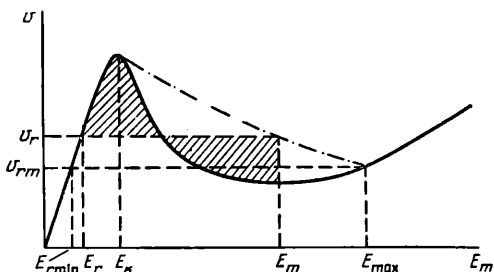


Рис. 6.2. Правило площадей. Сплошная линия — зависимость дрейфовой скорости от поля, штрих-пунктирная линия — зависимость E_m от v_r (E_r — поле вне домена, v_{rmin} , $E_r \min$ — минимальные дрейфовая скорость и поле вне домена, E_x — пороговое поле для образования отрицательной проводимости).

Рис. 6.2. иллюстрирует так называемое правило площадей [4], позволяющее по известной зависимости скорости дрейфа от напряженности поля (сплошная линия) найти максимальную напряженность поля в домене E_m в зависимости от скорости дрейфа вне домена $v_r = \mu E_r$. Заштрихованные площади под кривой $v(E)$ и над нею равны. Это правило справедливо, пока приложенное напряжение такое, что амплитуда поля в домене не достигает значения E_{max} . При больших напряжениях амплитуда домена насыщается, $E_m = E_{max}$, и он принимает трапециевидальную форму.

На рис. 6.3 приведены расчетные зависимости амплитуды поля в домене $\Delta E_m = E_m - E_r$ и поля вне домена E_r от приложенного к образцу смещения $E_0 = V_0/L$ (L — длина образца). Расчет проведен для n -GaAs, пороговое поле в котором принято $E_x = 3,0$ кВ/см. Обратим внимание

на два обстоятельства. Амплитуда поля в домене достигает значений, более чем на порядок превышающих первоначальное поле в образце, а поле вне домена E_r меньше первоначального. Вследствие этого образование дипольных доменов ведет к уменьшению тока через образец.

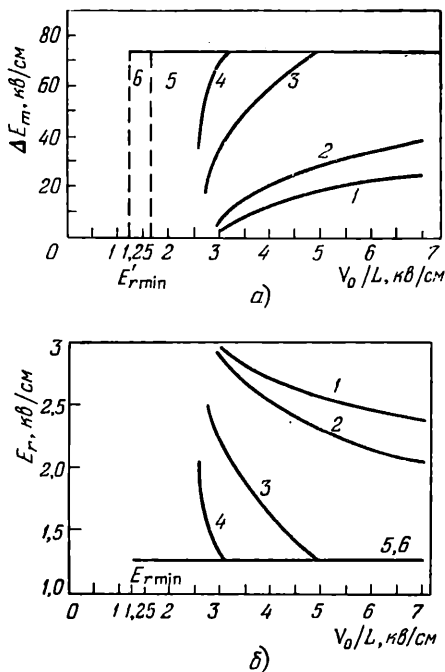


Рис. 6.3. Зависимость амплитуды домена ΔE_m (а) и поля вне домена E_r (б) от смещения E_0 при различных значениях n_0L [5]: 1 — $n_0L=5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$; 2 — $n_0L=10^{12} \text{ см}^{-2}$; 3 — $n_0L=5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$; 4 — $n_0L=10^{13} \text{ см}^{-2}$; 5 — $n_0L=5 \times 10^{13} \text{ см}^{-2}$; 6 — $n_0L \rightarrow \infty$.

Домен образуется, как только поле смещения превышает пороговое поле E_k , причем при $n_0L > 10^{13} \text{ см}^{-2}$ поле в домене сразу достигает максимальной величины. На вольтамперной характеристике при $E > E_k$ будет наблюдаться резкий срыв тока (рис. 6.4, а).

Из рис. 6.3 видно, что поля, при которых происходит рассасывание домена, ниже критического поля E_k . При больших n_0L пороговое поле рассасывания близко к E_{rmin} . Это обстоятельство также отражено на рис. 6.4, а.

Сформирование дипольного домена не означает установления статического состояния. Дипольный домен дрейфует от катода к аноду со скоростью, определяемой дрейфовой скоростью электронов вне домена μE_r . Через время $t_0 = d/\mu E_r$, где d — расстояние от места образования домена до анода, домен уйдет в анод и в полупроводнике восстановится однородное распределение поля и первоначальный ток. Следующая флуктуация приведет снова к образованию домена и его движению в сторону анода и т. д. В результате ток через полупроводник приобретает характер всплесков (рис. 6.4, б). Эти всплески

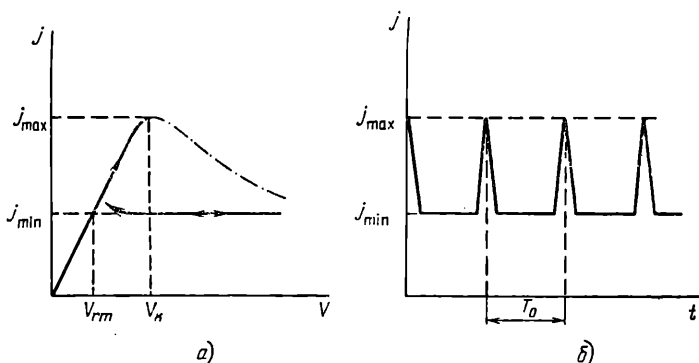


Рис. 6.4. Вольтамперная характеристика полупроводника (а) и колебания тока (б) при образовании доменов сильного поля. $V_{rm} = E_{rm}L$, $V_k = E_kL$, штрихпунктирной линией обозначена вольтамперная характеристика, соответствующая зависимости дрейфовой скорости от напряженности поля $E = V/L$.

носят периодический характер, если домены образуются всегда в одном и том же месте. Обычно так и бывает: домены образуются у катода, где в силу технологических причин имеются затравочные неоднородности поля.

Понятно, что всплески тока через полупроводник будут наблюдаться, если первоначальная тепловая флуктуация зарядов успеет несколько вырасти и сформироваться хотя бы в небольшой домен, прежде чем он будет снесен в анод. Если приближенно принять в качестве условия наблюдения всплесков тока рост первоначальной флуктуации в ϵ раз за время пролета t_0 , то оно сводится к неравенству $|\tau_{Ma}| < t_0 \equiv L/\mu E_r$. Подставляя значение

$|\tau_{M_d}| = \varepsilon_1/q |\mu_d| n_0$ в это неравенство, получим

$$n_0 L > \varepsilon_1 \mu_r E_r / q |\mu_d|, \quad (1.5)$$

где μ_d — дифференциальная подвижность в области падающего участка вольтамперной характеристики. Неравенство

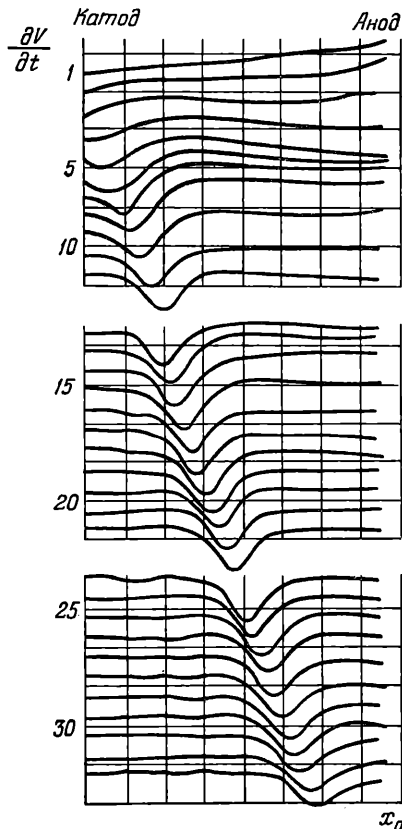


Рис. 6.5. Зависимость скорости изменения потенциала на зонде dV/dt при его перемещении вдоль образца. Верхняя кривая соответствует началу зарождения домена. Интервал времени между кривыми $6,6 \cdot 10^{-11}$ сек. Масштаб по горизонтали 26,5 микрон на деление [7].

(1.5) иногда называют критерием Кремера. Для n -GaAs оно означает $n_0 L > 10^{12} \text{ см}^{-2}$.

Колебания тока, обусловленные образованием доменов сильного поля, открыл в 1963 г. Ганн [6]. Это явление

названо его именем. Именем Ганна часто называют также дипольные домены. Ганн обнаружил в однородных по легированию образцах арсенида галлия или фосфида индия n -типа с двумя низкоомными контактами спонтанные периодические колебания тока, протекающего через образцы, когда напряжение на образцах превышало некоторое пороговое значение. Величина порогового напряжения соответствовала значению порогового поля $E_k = 3$ кВ/см для арсенида галлия и $E_k \approx 6$ кВ/см для фосфида индия. Толщина образцов лежала в диапазоне $2 \cdot 10^{-3}$ см $< L < 2 \cdot 10^{-2}$ см, а период колебаний приблизительно равнялся времени пролета $t_0 = L/v$. Изящным экспериментом Ганн также обнаружил движущиеся домены сильного поля в арсениде галлия [7]. С помощью измерительного емкостного зонда он измерил зависимость изменения потенциала во времени $\partial V/\partial t$ от координаты в интервале между катодом и анодом. На рис. 6.5 приведены результаты этих измерений, из которых четко видно образование и движение домена сильного поля от катода к аноду. Этот эксперимент полностью подтверждает изложенную выше модель зарождения и перемещения доменов.

Эксперимент Ганна привлек к себе внимание многих исследователей, и в дальнейшем эффект Ганна наблюдался не только в n -GaAs и n -InP, но также в других полупроводниках, в которых междолинный переброс приводит к образованию падающего участка на характеристике зависимости дрейфовой скорости от поля. В § 3 гл. V мы отмечали, что такими характеристиками при определенных условиях могут обладать InSb, InAs, CdTe, ZnSe, а также твердые растворы GaAs—GaP, GaAs—AlAs, InSb—GaSb. Во всех этих полупроводниках наблюдался эффект Ганна [3].

Домены обогащенного слоя. При наличии неоднородностей в полупроводнике могут возникать так называемые домены обогащенного слоя. Рассмотрим образование такого домена на примере полупроводника с антизапорным контактом у катода. В таком полупроводнике благодаря сильному легированию приконтактной области поле вблизи катода близко к нулю (рис. 6.6). Как только поле E превысит пороговое E_k , скорость электронов в области $E > E_k$ оказывается меньше, чем при $E = E_k$, и в области

справа от точки $E = E_k$ начинает накапливаться объемный заряд. Это приводит к образованию домена обогащенного слоя. Поле в образце в области $E > E_k$ растет, а скорость электронов уменьшается по мере приближения к аноду. Установившееся распределение поля по координате можно найти из уравнения Пуассона и условия непрерывности тока [8]. Рассмотренный домен обогащенного слоя привязан к «затравочной» неоднородности поля у катода и, в отличие от дипольного домена, не перемещается по образцу.

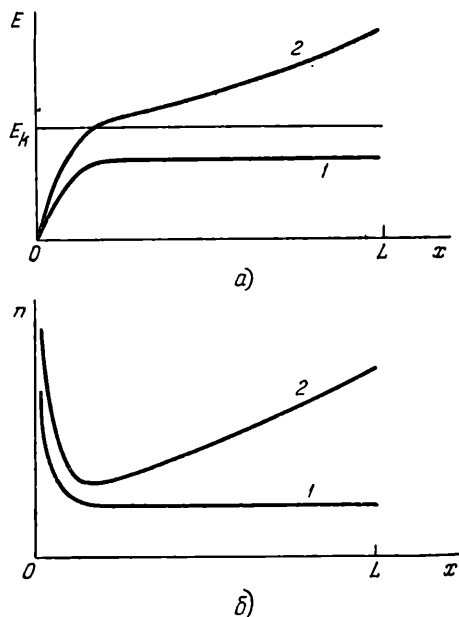


Рис. 6.6. Распределение поля (а) и концентрации электронов (б) в полупроводнике: 1 — напряженность поля в объеме не превышает пороговое значение поля E_k ; 2 — напряженность поля превысила пороговое значение поля E_k .

Вследствие увеличения концентрации электронов в объеме за счет инжекции объемного заряда из контактов зависимость тока через полупроводник от напряжения на нем, несмотря на наличие падающей характеристики в зависимости $v(E)$, в запороговой области не имеет падающего участка, а при $n_0 L > \epsilon_1 E_k / q$ ток насыщается и не зависит от приложенного напряжения. На это указал еще Шокли [9]. Например, в n -Ge зависимость дрейфовой ско-

рости от поля при температурах ниже 130° К имеет отрицательный спад (рис. 5.16), а измеряемые вольтамперные характеристики показывают насыщение или небольшой рост с увеличением приложенного к полупроводнику напряжения, что является следствием образования домена обогащенного слоя.

Хотя домену обогащенного слоя соответствует положительная дифференциальная проводимость образца, однако дифференциальная подвижность в домене остается отрицательной. Малосигнальный анализ импеданса образца с доменом обогащенного слоя показывает, что он

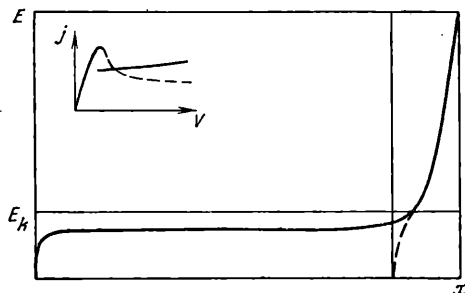


Рис. 6.7. Домен обогащенного слоя вблизи анода и вольтамперная характеристика диода из n -GaAs [10].

на частотах, кратных обратному времени пролета электронов через образец, может оказаться активным элементом цепи [1, 3, 10].

Домен обогащенного слоя может быть подавлен дипольным доменом при сильном неравенстве (1.5). Возможна и обратная ситуация, когда дипольный домен приводит к образованию домена обогащенного слоя [10]. В процессе ухода в анод дипольного домена ток через полупроводник возрастает (см. рис. 6, 4, б). Возрастание тока приводит к дополнительному притоку электронов в область заднего фронта домена и увеличению поля вблизи анода. Увеличение поля вблизи анода замедляет уход электронов в анод и тормозит рост поля в объеме полупроводника. В результате при аноде может возникнуть домен обогащенного слоя. Расчеты на ЭВМ подтвердили возможность образования статического домена обогащенного слоя вблизи анода в диоде из GaAs с $n_0 L = 10^{13} \text{ см}^{-2}$ и $n = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ (рис. 6.7) [10].

§ 2. Режимы работы диодов с отрицательной объемной проводимостью

Наблюдение Ганном СВЧ-колебаний тока привлекло к диодам с отрицательной объемной проводимостью внимание многих исследователей, увидевших заманчивую перспективу создания полупроводниковых приборов для СВЧ-диапазона. Был исследован целый ряд режимов работы этих приборов в качестве усилителей и генераторов.

Характерной особенностью диодов с ОДП является зависимость их характеристик от параметров внешней цепи. Ниже мы увидим примеры режимов работы диодов с ОДП, у которых нагрузкой является резонатор. В зависимости от частоты настройки резонатора меняется не только характер работы диода с ОДП, но и характер физических процессов, происходящих в полупроводнике. Поэтому при анализе работы диода с ОДП в качестве активного элемента в цепи с резонатором, условий, определяющих неустойчивость флуктуаций в объеме (1.4) и (1.5), оказывается недостаточно и они должны быть дополнены условиями на настройку частоты резонатора.

Рассмотрим основные режимы работы диодов Ганна.

Пролетный режим. В этом режиме были выполнены первые эксперименты Ганна. Он соответствует уверенному выполнению неравенства (1.5). Зародившийся у катода домен пролетает через весь образец к аноду. Каждый раз, когда домен зарождается, ток падает, а когда исчезает в аноде, ток возрастает (см. рис. 6.4). Возникают периодические всплески тока. Их частота (которую называют пролетной) соответствует обратному времени пролета $f=v/L$. Если прибор работает в резонаторе, то последний должен быть настроен на пролетную частоту. В n -GaAs неравенство (1.5) выполняется, если $n_0L > 10^{12} \text{ см}^{-2}$, а условие настройки на пролетную частоту —

$$fL \approx v_0 \approx 10^7 \text{ см} \cdot \text{сек}. \quad (2.1)$$

Для того чтобы получить форму тока, близкую к синусоидальной, можно либо уменьшить длину образца, либо увеличить ширину домена путем уменьшения уровня легирования n_0 . Максимальный КПД в пролетном режиме достигается, когда домен занимает примерно половину

длины образца и форма тока близка к синусоиде. Это имеет место при $n_0L \approx (2 \div 3) \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ в n -GaAs. Для n -GaAs теоретический максимальный КПД генератора в пролетном режиме $\sim 10\%$.

Режим с подавлением домена. При возникновении колебаний в резонаторе напряжение на диоде является переменным, и если его амплитуда такова, что существует интервал, где $V \leq V_{\text{пр}}$ (см. рис. 6.4, а), то в этом интервале домен будет рассасываться. Если резонатор настроен на частоту выше пролетной, т. е.

$$fL > v, \quad (2.2)$$

то домен сильного поля будет рассасываться, не доходя до анода. Происходит как бы укорачивание образца и генерирование частот, превышающих пролетную частоту. На больших частотах за время, пока напряжение находится в области положительного сопротивления, домен может не успеть полностью рассосаться. На частоте, в несколько раз превышающей пролетную, может сформироваться несколько доменов высокого поля, так как подавленный дипольный домен не успевает установиться и поэтому не препятствует образованию новых доменов.

Верхний частотный предел генератора в этом режиме определяется временем положительной диэлектрической релаксации или временем перезарядки RC , где R — сопротивление положительных участков в образце, а C — сумма последовательно включенных емкостей доменов. Время положительной диэлектрической релаксации должно быть заметно меньше периода колебаний. Это условие ограничивает отношение n_0/f снизу. В случае n -GaAs минимальная величина $n_0/f \approx 10^4 \text{ сек/см}^3$. Теоретический КПД генератора в режиме с подавлением домена может достигать 13%.

Режим с задержкой образования домена. Если суммарное напряжение смещения на диоде Ганна, помещенном в резонатор, в момент ухода дипольного домена в анод оказывается ниже порогового V_* для образования нового домена, то вместо короткого всплеска тока, как в пролетном режиме, высокое значение тока сохранится в течение некоторого времени, пока переменное смещение достигнет порогового значения V_* . Максимальный КПД

генератора (до 27%) достигается на частоте, равной половине пролетной частоты, когда колебания принимают форму, близкую к синусоиде.

Режим с ограниченными накоплением пространственного заряда (ОНОЗ). Идея этого режима состоит в использовании столь высокой частоты колебаний, что дипольный домен или домен обогащенного заряда не успевают вообще сформироваться за время, пока суммарное напряжение на образце пробегает область отрицательного дифференциального сопротивления, а та небольшая неоднородность в распределении поля, которая все же образовалась, успевает рассосаться за время, когда суммарное напряжение на образце пробегает область положительного дифференциального сопротивления. При малом нарушении распределения поля в образце его вольтамперная характеристика имеет такой же вид, как и зависимость дрейфовой скорости от поля. Такой образец, будучи помещенным в резонатор, при наличии напряжения смещения, соответствующего области с отрицательным сопротивлением, генерирует колебания, определяемые частотой резонатора, не зависящие от времени пролета электронов через образец. Расчеты генератора из n -GaAs в режиме ОНОЗ дают высокий КПД, равный $18 \div 23\%$. Режим ОНОЗ, предложенный Коуплендом [11], в английской литературе называют режимом LSA (Limited Space charge Accumulation mode).

Степень сформированности доменов определяется средним максвелловским временем в отрицательной части вольтамперной характеристики и временем пребывания напряжения в этой части характеристики t_s . Коэффициент нарастания объемного заряда равен

$$G_n = \exp(-t_s/\tau_{Mn}), \quad (2.3)$$

где

$$\tau_{Mn} = \frac{\epsilon_1}{qn_0 \frac{1}{t_s} \int_0^{t_s} \mu_d dt} < 0, \quad (2.4)$$

так как $\mu_d < 0$.

Соответственно коэффициент рассасывания, определяемый максвелловским временем в положительной части

вольтамперной характеристики, τ_{Mp} равен

$$G_p = \exp[-(T - t_s)/\tau_{Mp}], \quad (2.5)$$

где T — период колебаний,

$$\tau_{Mp} = \frac{\varepsilon_1}{q n_0 \frac{1}{T - t_s} \int_{t_s}^T \mu_d dt}. \quad (2.6)$$

Для осуществления режима ОНОЗ необходимо, чтобы выполнялось неравенство

$$\frac{T - t_s}{\tau_{Mp}} > \frac{t_s}{|\tau_{Mn}|}. \quad (2.7)$$

Если принять

$$t_s/\tau_{Mn} < 5 \quad \text{и} \quad T - t_s/\tau_{Mp} > 6, \quad (2.8)$$

то для n -GaAs получим следующие ограничения на отношение концентрации к частоте:

$$2 \cdot 10^4 < n_0/f < 2 \cdot 10^5 \text{ сек} \cdot \text{см}^{-3}. \quad (2.9)$$

Относительно большая величина $t_s/\tau_{Mn} \approx 5$, взятая в (2.8), означает допущение роста первоначальной флуктуации в 150 раз, что при наличии «затравочных» центров может привести к образованию в объеме многих дипольных доменов, и тогда режим ОНОЗ не осуществится, и прибор будет работать в режиме с подавлением дипольных доменов. Однако в однороднолегированных образцах с антизапорными контактами домен обогащенного слоя будет возникать вблизи катода и не успеет сколько-нибудь заметно продрейфовать в объем, если период колебаний много меньше времени пролета $fL \gg v_0$. Это условие выполняется в n -GaAs, если $fL > 2 \cdot 10^7 \text{ см} \cdot \text{сек}$. На практике бывает трудно отделить режим работы с подавлением доменов от режима ОНОЗ. Более того, могут существовать гибридные режимы.

Режим с накоплением объемного заряда. В § 1 упоминалось, что полупроводниковые образцы со статическим доменом обогащенного слоя характеризуются положительным сопротивлением на постоянном токе. Однако для

переменных напряжений область домена обогащенного слоя может иметь отрицательное сопротивление. Поэтому такие образцы могут быть использованы в качестве усилителей СВЧ-колебаний.

При прохождении переменного тока в области объемного заряда возникают волны пространственного заряда, перемещающиеся в направлении дрейфа электронов. Отрицательное сопротивление образцы имеют в полосах

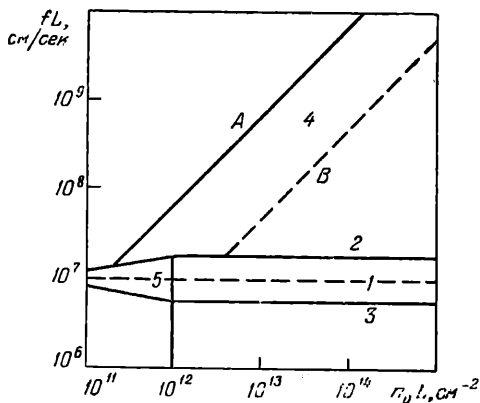


Рис. 6.8. Режимы работы в пространстве $fL-n_0L$. Значения на осях соответствуют n -GaAs: 1 — пролетный режим; 2 — режим с подавлением домена; 3 — режим с задержкой домена; 4 — режим ОНОЗ; 5 — режим с накоплением объемного заряда (усилительный режим) ($A - n_0/f=2 \cdot 10^4$; $B - n_0/f=2 \cdot 10^6$).

частот, близких к пролетной частоте или ее гармоникам. Торцы образца играют роль резонатора для волн нарастающего объемного заряда [10]. Этот режим называют режимом нарастающих волн объемного заряда.

На рис. 6.8 показана диаграмма рассмотренных выше режимов работы полупроводниковых диодов с отрицательным сопротивлением в объеме.

Генераторы и усилители на диодах с объемным отрицательным усилением нашли широкое применение в технике СВЧ. На рис. 6.9 показаны параметры по мощности и частоте генерации, полученные с помощью таких приборов.

Наиболее эффективными СВЧ-усилителями, при удачном решении вопросов технологии изготовления, могут

оказаться диоды Ганна с контролируемой эмиссией из катода, например, диоды Ганна с барьером Шоттки. В таких диодах ограничение тока электронов из катода препятствует образованию доменов объемного заряда, и полупроводник имеет $\sigma_d < 0$ для переменного напряжения в широком диапазоне частот, вплоть до предельных для междолинного переброса [10].

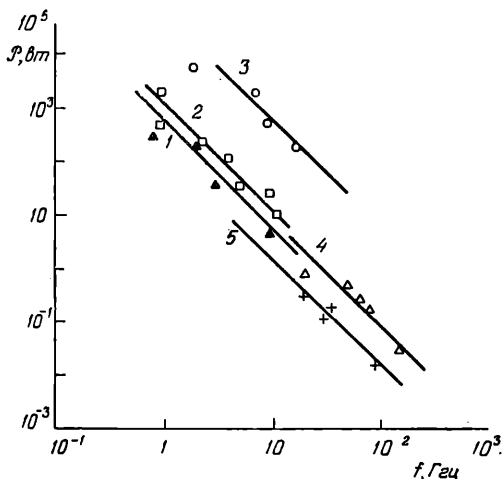


Рис. 6.9. Уровни мощности P и частоты генерации f , получаемые с помощью диодов Ганна и лавинно-пролетных диодов в ГМРАТТ-режиме: 1 — диод Ганна (импульсный); 2 — ГМРАТТ (импульсный); 3 — ОНОЗ (импульсный); 4 — ЛПД (непрерывный); 5 — диод Ганна (непрерывный) [12].

Образование доменов сильного поля может приводить к целому ряду сопутствующих явлений: ударной ионизации в домене, излучению и модуляции света, генерации ультразвука и др. [3]. Различие в порогах зарождения и рассасывания домена позволяет реализовать триггер и использовать диод в логических схемах.

Предложены различные функциональные устройства, в которых используется движение домена. Так, в образцах с переменным поперечным сечением при прохождении дипольного домена временная развертка тока повторяет конфигурацию изменения площади сечения вдоль образца.

§ 3. Абсолютное отрицательное сопротивление

В работах [13, 14] показано, что образец из n -GaAs, помещенный в сильное СВЧ-поле с амплитудой, большей порогового поля для эффекта Ганна, при

$$n_0/f \geq 10^6 \text{ см}^{-3} \cdot \text{сек}, \quad (3.1)$$

представляет собою абсолютно отрицательное сопротивление постоянному току, т. е. $V_0/I_0 < 0$. На рис. 6.10 показана

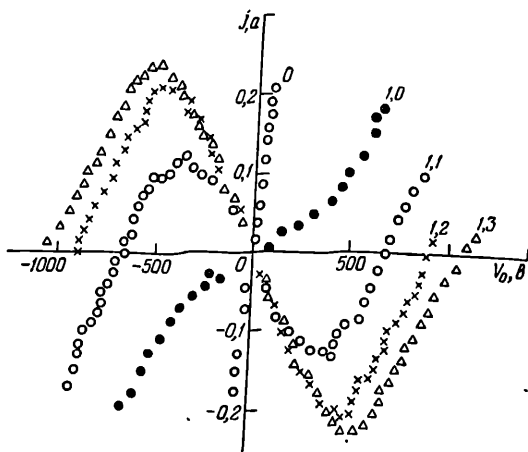


Рис. 6.10. Экспериментально измеренная зависимость постоянного тока от приложенного к образцу постоянного напряжения при разных напряженностях электрического СВЧ-поля частотой 10 Гц (цифры у кривых в единицах E_k) в n -GaAs ($n_0 = 2,56 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$, $\mu = 6850 \text{ см}^2/\text{в} \cdot \text{сек}$).

экспериментальная зависимость тока от постоянного напряжения для образца n -GaAs, помещенного через отверстие в широких стенках волновода в область сильного поля.

Качественно картина образования абсолютно отрицательного сопротивления поясняется рис. 6.11. Допустим, вольтамперная характеристика (А) полупроводника в области $V > V_k$ имеет падающий участок. Приложим к такому полупроводнику переменное напряжение в виде меандра с амплитудой $|V_m| > |V_k|$ (Б). Постоянная составляющая возникающего при этом тока через полупроводник равна нулю (В). Теперь приложим положительное постоянное смещение V_0 . Полное напряжение, приложенное к образцу, будет иметь вид (Г), а ток (Д). Как видим,

смещение меандра по шкале напряжений вправо привело к уменьшению тока в положительный полупериод и увеличению — в отрицательный. Постоянная составляющая тока через полупроводник оказывается меньше нуля (D) при положительном приложенном напряжении: ток j_0

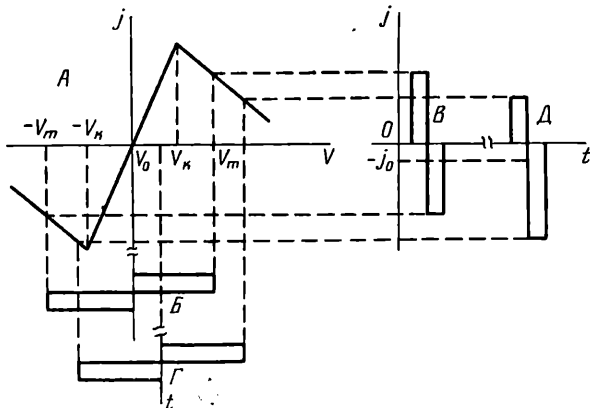


Рис. 6.11. Возникновение отрицательного сопротивления постоянному току.

течет в противоположном приложенному напряжению V_0 направлении. В длинных образцах n -GaAs, использованных в эксперименте, вольтамперные характеристики, вследствие образования доменов, имели вид, показанный на рис. 6.4. Расчеты для такой характеристики показывают, что если приложенное к образцу переменное напряжение не очень сильно превышает V_n , то в нем образуется абсолютно отрицательное сопротивление [13, 14].

Состояние с абсолютно отрицательным сопротивлением не является устойчивым. Экспериментально наблюдалось несколько видов неустойчивостей. Во-первых, колебания тока с частотой колебательного контура, подключенного к образцу. Наблюдались колебания до десятков мегагерц в отсутствие постоянного смещения на образце. Во-вторых, скачки напряжения на образце при разомкнутой внешней цепи. Эти скачки соответствуют точкам пересечения кривых зависимости $j_0(V_0)$ (см. рис. 6.10) с осью напряжений и достигают тысячи вольт. Знак высоковольтного скачка напряжения задавался знаком малого постоянного смещения ~ 1 в.

Г Л А В А VII

ЛАВИННО-ПРОЛЕТНЫЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

В полупроводниках под действием электрического поля могут генерироваться дополнительные свободные носители заряда. В этой главе рассматриваются неустойчивости, связанные с такой генерацией. В основе рассматриваемых неустойчивостей, помимо фактора генерации, лежит также фактор задержки тока генерируемых носителей относительно переменного электрического напряжения, приложенного к полупроводнику. Если эта задержка превышает четверть периода, то произведение переменных составляющих тока и напряжения оказывается меньше нуля и мощность переменного сигнала нарастает за счет мощности источника постоянного смещения. Возникающие при этом неустойчивости называют лавинно-пролетными. Отрицательное сопротивление в полупроводниковых диодах, возникающее за счет сдвига по фазе тока неравновесных носителей относительно приложенного напряжения, впервые было рассмотрено Шокли [1]. В 1958 г. Рид [2] предложил диодную структуру, в которой ток неравновесных носителей в виде лавины электронов, генерируемой электрическим полем, отстает по фазе от приложенного напряжения и образуется отрицательное сопротивление. Экспериментально лавинно-пролетная неустойчивость впервые наблюдалась Тагером и др. [3] в 1959 г. в германиевых диодах. Затем в 1964 г. Джонстон, Делаш и Коэн [4] обнаружили генерацию СВЧ-колебаний, обусловленную лавинно-пролетной неустойчивостью в кремниевых диодах. Детальные сведения о лавинно-пролетной неустойчивости и диодах можно найти в монографиях [5, 6, 7].

В настоящей главе рассматривается сначала качественная картина лавинно-пролетной неустойчивости и

основные механизмы генерации носителей заряда сильным электрическим полем в полупроводнике, а затем конкретные полупроводниковые структуры, в которых осуществляется лавинно-пролетная неустойчивость.

§ 1. Лавинно-пролетная неустойчивость

Поясним лавинно-пролетную неустойчивость на следующих примерах. Допустим, имеется вакуумный диод в виде двух пластин, к которому приложено напряжение

$$V = V_0 + V_m \sin \omega t, \quad V_0 \gg V_m. \quad (1.1)$$

Если в момент времени t_1 из катода впрыснуть сгусток электронов в виде импульса, то они под действием поля V_0 будут перемещаться в сторону анода (рис. 7.1). Их дрейф

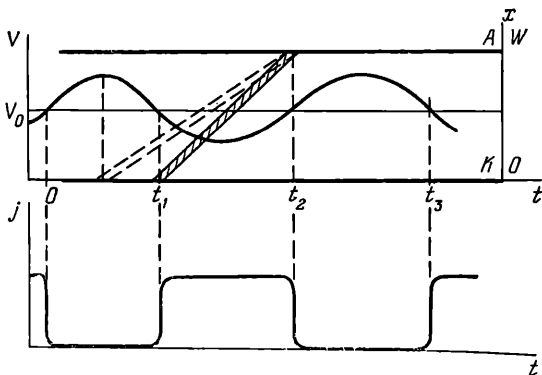


Рис. 7.1. Напряжение V и индуцированный ток j в диоде при наличии дрейфующего с постоянной скоростью сгустка электронов (траектория дрейфа заштрихована). A — анод, K — катод, W — расстояние между анодом и катодом. Двойной пунктирной линией показана траектория дрейфа заряда при ивженции в области максимума напряжения.

будет проходить против направления силы переменной составляющей поля в диоде в течение интервала времени (t_1, t_2) . Это значит, что энергия в этот отрезок времени передается от дрейфующего сгустка электронов переменной составляющей поля в диоде. В интервале времени (t_2, t_3) переменная составляющая поля уже участвует в ускорении электронов и энергия передается от поля к потоку

электронов. Если, однако, в момент t_2 сгусток электронов достигает анода, как это показано на рис. 7.1, то в диоде осуществляется только передача энергии от потока заряда к переменной составляющей. Такой диод для переменного напряжения представляет собою отрицательное сопротивление, что наглядно видно из сравнения временных зависимостей напряжения и тока, индуцированного в цепи диода движением сгустка объемного заряда в пространстве между катодом и анодом (рис. 7.1).

Теперь рассмотрим полупроводниковую диодную структуру с омическими контактами такую, что вблизи катода имеется тонкий слой, называемый слоем генерации, из которого происходит инжекция электронов во второй слой, простирающийся до анода. Вторым слоем называют пролетным или дрейфовым слоем. Положим, что генерация электронов в слое генерации возникает, когда напряжение на диоде превышает некоторое пороговое значение V_k . При приложении к диоду напряжения смещения V_0 и переменного сигнала $V_m \exp(i\omega t)$ такого, что $V_0 + V_m > V_k > V_0$, в положительный полупериод в слое генерации генерируются электроны и с некоторым запаздыванием, зависящим от процессов в слое генерации, инжектируются в пролетный слой. Далее все происходит как в только что рассмотренном вакуумном диоде. Инжектированный локализованный сгусток заряда перемещается от катода к аноду в ускоряющем поле постоянного смещения, притормаживаясь в отрицательные полупериоды переменного напряжения, т. е. передавая энергию переменному сигналу, и дополнительно ускоряясь в положительные полупериоды, получая энергию от поля переменного сигнала. При этом, как мы видели, для получения наибольшего выигрыша в передаче энергии переменному сигналу недостаточно только того, чтобы сгусток электронов достигал анода в момент t_2 (рис. 7.1). Нужно также запаздывание инжекции электронов относительно их генерации (скорость которой обычно максимальна в области максимума амплитуды приложенного к диоду напряжения) ровно настолько, чтобы максимум инжекционного тока приходился на момент t_1 (рис. 7.1). При совпадении момента инжекции с максимумом напряжения на диоде в первую четверть периода происходит потеря энергии переменного сигнала.

Ниже в § 3 при рассмотрении конкретных полупроводниковых структур мы увидим, каким образом возникает необходимое запаздывание инжекции сгустка электронов.

В полупроводниковом диоде в сравнении с вакуумным имеются следующие особенности. Во-первых, инжектированный в пролетный слой заряд электронов рассеивается за счет диэлектрической релаксации. Поэтому время пролета должно быть достаточно коротким, а пролетный слой достаточно высокоомным, чтобы предупредить такое рассеивание. Во-вторых, в полупроводнике отрицательное сопротивление переменному напряжению, обусловленное лавинно-пролетным механизмом, шунтируется положительным сопротивлением переменному напряжению, обусловленным всегда присутствующими основными носителями, перемещающимися в фазе с полем. К счастью, дрейфовая скорость в сильных электрических полях в таких полупроводниках, как Ge, Si, GaAs, стремится к насыщению (§ 1 гл. V). При строгом насыщении проводимость для малого переменного напряжения равна нулю. Это существенное обстоятельство способствует образованию лавинно-пролетной неустойчивости в полупроводниках.

В рассмотренном примере слой генерации был узким. Однако лавинно-пролетная неустойчивость возникает даже тогда, когда слой генерации охватывает в полупроводнике все пространство между анодом и катодом. Качественная картина в этом случае выглядит так. Допустим, слой генерации представляет собою однородную область

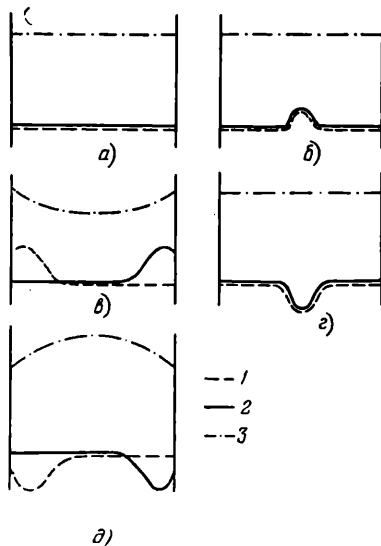


Рис. 7.2. Развитие во времени осцилляций в однородной области лавинного пробоя [6] (1 — избыточная концентрация дырок; 2 — избыточная концентрация электронов; 3 — электрическое поле).

(рис. 7.2, а). Возникшая нейтральная флуктуация плотности зарядов (рис. 7.2, б) будет внешним полем растягиваться: дырки — к катоду, электроны — к аноду. Растянутые электроны и дырки экранируют поле в месте первоначальной флуктуации, что ведет к уменьшению генерации носителей в этой области (рис. 7.2, в). После ухода электронов и дырок в электроды в месте первоначальной избыточной флуктуации остается обедненная область (рис. 7.2, г). Растягивание области обеднения приведет к обратному эффекту — увеличению поля и дополнительной генерации носителей в этой области (рис. 7.2, д). После растягивания области обеднения в электроды остается обогащенная область (рис. 7.2, б) и все повторяется сначала.

Таким образом, генерация и пролет носителей в электродах приводит к неустойчивости — периодическим колебаниям тока.

Мы пока что ничего не говорили о механизме генерации носителей в слое генерации. Таких механизмов существует несколько, и мы их рассмотрим в следующем параграфе.

Здесь же лишь отметим, что при генерации электронно-дырочных пар электрическим полем, через механизм ударной ионизации, число электронов будет нарастать к аноду, а число дырок к катоду. Движение электронов и дырок в разные стороны и генерация ими новых пар обуславливает положительную обратную связь процесса лавинной ионизации, что при определенных условиях может привести к *S*-образной вольтамперной характеристике. Образование *S*-образной характеристики ведет к шнурованию тока (§ 3, гл. III) и возникновению других (не лавинно-пролетных) видов неустойчивостей, в частности, теплового пробоя в канале тока, генерации СВЧ-сигналов, винтовой неустойчивости (см. § 3, гл. IX) и др. Шнурование тока является паразитным эффектом для лавинно-пролетных приборов.

Рассмотренные примеры лишь качественно поясняют механизм лавинно-пролетной неустойчивости. В реальных структурах токи и поля в слоях генерации и пролета взаимно влияют друг на друга. Картина возникновения неустойчивости усложняется. Эти вопросы рассмотрены на примере конкретных структур в § 3.

§ 2. Механизмы генерации носителей заряда электрическим полем

Генерация носителей полем в полупроводниках обусловлена в основном тремя механизмами: туннельным эффектом, термоэлектронной ионизацией, ударной ионизацией. На рис. 7.3 показана схема возможных переходов электронов под действием электрического поля в зону проводимости.

Туннелирование электрона из валентной зоны в зону проводимости формально можно рассматривать как прохождение электрона сквозь треугольный барьер высотой \mathcal{E}_g и шириной, определяемой электрическим полем: $d = \mathcal{E}_g / qE$. Плотность туннельного тока через такой барьер равна [8]

$$j_t = j_{t_0} \exp\left(-\alpha \frac{\sqrt{2m^*}}{\hbar} \frac{\mathcal{E}_g^{3/2}}{qE}\right), \quad (2.1)$$

где $\alpha \approx 1$. Предэкспоненциальный множитель в области экспоненциальной зависимости j_t от E можно считать постоянным. В полупроводниках с $\mathcal{E}_g \geq 1$ эВ заметных величин туннельный ток достигает лишь в очень больших полях порядка $10^6 \div 10^7$ в/см. Поэтому в объеме однородно легированного неузкозонного полупроводника туннельный эффект обычно не проявляется. В специальных структурах поле E может быть сделано достаточно большим, например, в туннельных диодах (рис. 7.4) ширина потенциального барьера оказывается малой, а поле E достаточно большим, что обеспечивает прохождение больших токов путем туннелирования. Хотя диод имеет N -образную характеристику, но она обусловлена локальной областью кристалла (p - n -переход), и доменизации поля в объеме диода не происходит.

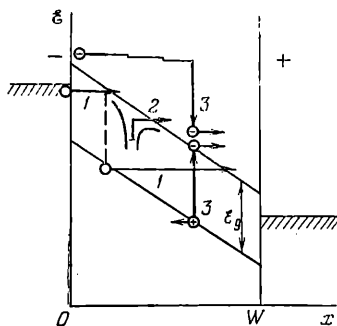


Рис. 7.3. Схема возможных переходов электронов под действием электрического поля в зону проводимости: 1 — туннельный эффект из валентной зоны или из металла контакта в полупроводник (пунктиром отмечена высота потенциального барьера при туннелировании из валентной зоны—зона); 2 — термоэлектронная ионизация; 3 — ударная ионизация валентного электрона \mathcal{E}_g — ширина запрещенной зоны.

Термоэлектронная ионизация, которую иначе называют механизмом Френкеля [9], представляет собой сочетание двух процессов: термоэлектронной эмиссии и снижения внешним полем энергии ионизации. В отсутствие поля

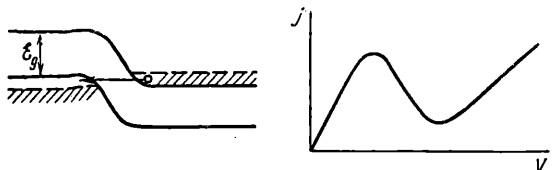


Рис. 7.4. Зонная схема туннельного диода и его вольтамперная характеристика

вероятность термоэлектронной ионизации примесного центра (рис. 7.5) пропорциональна $\exp(-\varepsilon_i/2k_B T)$, где ε_i — энергия ионизации. При наложении электрического

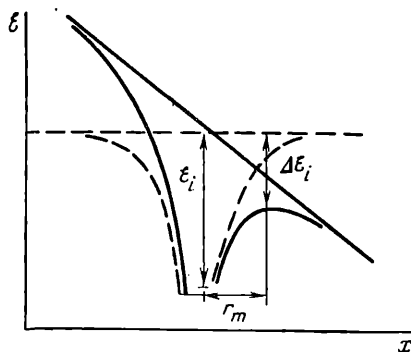


Рис. 7.5. Термоэлектронная ионизация с примесного центра.

поля высота потенциального барьера ионизации снижается на величину

$$\Delta\varepsilon_i = 2q \sqrt{\frac{qE}{\varepsilon_1}} \quad (2.2)$$

и соответственно вероятность ионизации увеличивается в $\exp(\Delta\varepsilon_i/2k_B T)$ раз [10]. Следовательно, при прочих равных условиях электропроводность полупроводника с примесной проводимостью в электрическом поле

возрастает на этот множитель и равна

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(\frac{q^{3/2}}{\varepsilon_1^{1/2} k_B T} E^{1/2}\right). \quad (2.3)$$

Согласно формуле (2.3) электропроводность должна расти уже при малых E . В действительности рост концентрации электронов наблюдается, начиная с некоторого порогового поля. Губанов [10] объясняет наличие порогового поля следующим образом. Если длина свободного пробега электрона меньше параметра

$$r_m = \sqrt{\frac{q}{\varepsilon_1 E}}, \quad (2.4)$$

показанного на рис. 7.5, то электрон, прежде чем выйти из области притяжения примесного центра, отдает свою энергию фонону и примесный центр остается неионизованным.

Теперь рассмотрим основной механизм генерации носителей заряда электрическим полем в лавинных диодах — ударную ионизацию. В сильном электрическом поле электрон проводимости может набрать энергию, достаточную для ионизации валентного электрона. Такому набору энергии может способствовать механизм убегания электронов (§ 1 гл. V). Минимальная энергия, которую необходимо набрать электрону в зоне проводимости для ионизации валентного электрона, превышает энергию ширины запрещенной зоны \mathcal{E}_g . Это вытекает из условий сохранения энергии и импульса в акте ионизации, которые имеют вид

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}'_1 = \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_g, \quad (2.5)$$

$$\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}'_1 = \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3, \quad (2.6)$$

где индекс 1 относится к ионизирующему электрону, 2 — к электрону, образовавшемуся в результате акта ионизации, 3 — к образовавшейся дырке в валентной зоне, \mathcal{E}'_1 и \mathbf{k}'_1 — энергия и волновой вектор ионизирующего электрона после акта ударной ионизации, \mathcal{E}_g — энергия запрещенной зоны.

Расчет минимального значения энергии электрона для ударной ионизации в случае простых параболических

Г-зон дает выражение [11]

$$\mathcal{E}_{1 \min} = \frac{1 + 2\gamma}{1 + \gamma} \mathcal{E}_g, \quad (2.7)$$

где $\gamma = \frac{m_n}{m_p}$ — отношение массы электрона к массе дырки.

В зависимости от величины γ значения $\mathcal{E}_{1 \min}$ меняются от $\mathcal{E}_{1 \min} \approx \mathcal{E}_g$ (при $\gamma \rightarrow 0$) до $\mathcal{E}_{1 \min} \approx 2\mathcal{E}_g$ (при $\gamma \rightarrow \infty$).

После первого акта ионизации электрона уже два электрона и одна дырка будут разгоняться электрическим полем до энергий, при которых осуществляются новые ионизации. Таким образом, в полупроводнике возникает нарастающая к аноду лавина электронов и нарастающая к катоду лавина дырок. Нарастание лавины характеризуется коэффициентами лавинной ионизации: α_n — для электронов и α_p — для дырок, которые показывают, сколько электронно-дырочных пар создают электроны (дырки) на единицу длины. По достижении некоторого критического поля $\sim 10^5$ в/см для Ge, Si, GaAs, GaP коэффициенты ионизации возрастают на несколько порядков при увеличении поля в 2–3 раза (рис. 7.6). Для GaAs и GaP, а также для Ge в области $E > 2 \cdot 10^5$ в/см можно считать $\alpha_n = \alpha_p$, а в случае Si α_n и α_p существенно различны. Увеличение тока электронов на промежутке толщиной W характеризуется коэффициентом умножения $M \equiv j_{nw}/j_{n0}$, где j_{n0} — ток в начале промежутка, а j_{nw} — в его конце. Коэффициент умножения следующим образом связан с α_n и α_p :

$$1 - \frac{1}{M_n} = \int_0^W \alpha_n \left[\exp \left(- \int_0^x (\alpha_n - \alpha_p) dx' \right) \right] dx. \quad (2.8)$$

Аналогичное выражение имеет место для дырок, лишь индексы n и p меняются местами. При $\alpha_n = \alpha_p$ получим

$$1 - \frac{1}{M} = \int_0^W \alpha dx. \quad (2.9)$$

Условием пробоя в промежутке толщиной W является

$$\int_0^W \alpha dx = 1. \quad (2.10)$$

При пробое $M \rightarrow \infty$.

При неоднородном распределении примесей в кристалле, концентрирующихся вокруг дислокаций в полупроводниках, в нем при приложении напряжения могут возникать микроскопические области повышенной ионизации. Эти области называемые микроплазмами не являются стабильными. Из-за их малых размеров ($<10^{-11}—10^{-12}$ см³) флуктуации числа свободных носителей и коэффициента лавинной ионизации в них приводят к статистическим

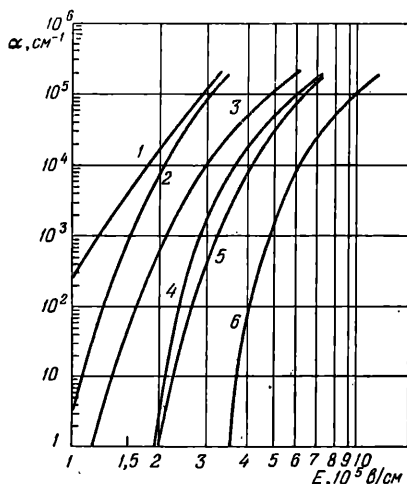


Рис. 7.6. Зависимость коэффициентов лавинной ионизации от электрического поля для некоторых полупроводников при $T=300$ °К [7]: 1 — Ge (α_p); 2 — Ge (α_n); 3 — Si (α_n); 4 — GaAs ($\alpha_n=\alpha_p$); 5 — Si (α_p); 6 — GaP ($\alpha_n=\alpha_p$).

«вспышкам» и «затуханиям» микроплазм. Поэтому ток через микроплазму состоит из отдельных импульсов, имеющих одинаковую форму, но их длительность и интервал следований распределены случайным образом во времени [12]. Микроплазмы наблюдались в смещенных в запирающем направлении $p-n$ -переходах в Ge, Si, GaAs и GaP. Величины характерных импульсов примерно одинаковы во всех этих полупроводниках и равны $50\div 100$ мка. Весь эффект происходит в узком в сравнении с напряжением пробоя $p-n$ -перехода интервале напряжений. В этом интервале напряжений, превышающих напряжение пробоя, наряду с относительно небольшим ростом по линейному закону амплитуды импульсов тока наблюдается

экспоненциальное увеличение средней длительности импульсов и уменьшение интервала между ними, пока они полностью не исчезают [13]. Возникновение микроплазм сопровождается свечением отдельных точек $p-n$ -перехода. Этому свечению соответствует высокая температура электронов и дырок в микроплазме. Статистические модели микроплазмы, предложенные в [14, 15], хорошо объясняют большинство наблюдаемых экспериментально фактов.

Возникновение микроплазм является паразитным явлением для полупроводниковых приборов, в том числе лавинно-пролетных, так как приводят к большому уровню шумов и необратимому пробое. Их устранение требует тщательной технологии изготовления однородных структур и предупреждения с помощью охранного кольца токов у поверхности диода, где, как правило, имеется большое число дефектов решетки, на которых могут образоваться микроплазмы [5].

В кремниевых $p-n$ -переходах наряду с микроплазмами наблюдается вторичный пробой, который характеризуется следующими особенностями. После возникновения электронно-дырочной лавины через некоторый промежуток времени $\tau \sim 10^{-4} \div 10^{-5}$ сек возникает новый скачок тока и падение напряжения на диоде — динамическая S -характеристика. При этом ток через $p-n$ -переход стягивается в узкий канал диаметром порядка 10 мкм с плотностью тока порядка 100 а/см², в котором наблюдается красное свечение. Этот канал называют мезоплазмой [16], а вторичный пробой — мезоплазменным пробоем.

Внешне под микроскопом мезоплазма выглядит как гигантская красная звезда в сравнении с карликовыми голубыми звездами — микроплазмами [16]. Возникновение мезоплазмы связывают с разогреванием решетки [17].

§ 3. Лавинно-пролетные структуры

Рассмотрим основные типы диодных структур, в которых реализуется лавинно-пролетная неустойчивость: диоды Рида, резкий $p^+ - n$ -переход, $p-i-n$ -диод с однородным умножением носителей по всему i -слою. Последний часто называют еще диодом Мисавы. Мисава первый

проанализировал лавинно-пролетные эффекты в такой структуре [18]. Лавинно-пролетные диоды (ЛПД) могут работать в различных режимах. Основным режимом является так называемый IMPATT-режим. Мы сначала рассмотрим этот основной режим, а затем кратко остановимся на другом режиме, обеспечивающим высокую эффективность генерации колебаний, называемом TRAPATT. Слово IMPATT образовано от английских слов Impact Avalanche (ударная лавинная ионизация) и Transit Time (пролетное время).

На рис. 7.7, а показана структура диода Рида. Это $p^+ - n - i - n^+$ или $p^+ - n - v - n^+$ -структура. Распределение электрического поля в ней таково, что в $p^+ - n$ -переходе имеется максимум электрического поля. В рабочем режиме это поле выше порогового поля для ударной ионизации, а в остальной части образца — ниже (рис. 7.7, б). Функционально эта структура совпадает с той, которая схематически была рассмотрена в § 1: область у $p^+ - n$ -перехода — слой генерации, область собственного материала — пролетный слой. Генерируемые в результате ударной ионизации в $p^+ - n$ -переходе дырки тут же вытягиваются в p^+ -область, а электроны инжектируются в пролетное i (v)-пространство.

Следуя работе [19], определим импеданс диода Рида в малосигнальном приближении.

Рассмотрим сначала импеданс области генерации, которую будем полагать достаточно тонкой, такой, что

$$\lambda_a \gg x_a, \quad (3.1)$$

где λ_a — длина волны объемного заряда в слое умножения, а x_a — толщина слоя умножения.

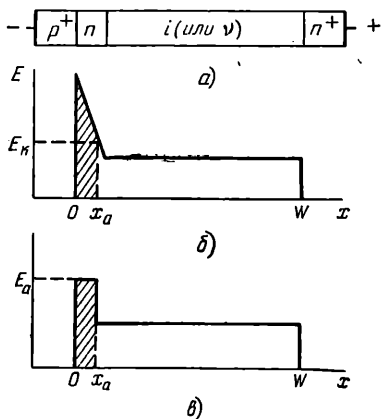
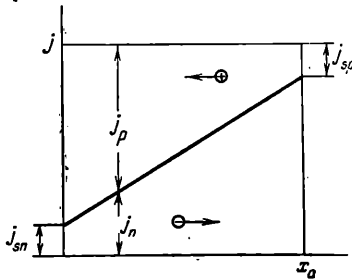


Рис. 7.7. Диод Рида: структура (а); распределение поля (б); аппроксимация распределения поля (в).

Уравнения непрерывности для электронов и дырок в условиях умножения носителей заряда имеют вид

$$\begin{aligned}\frac{\partial n}{\partial t} &= \alpha_n n v_n + \alpha_p p v_p - \frac{\partial}{\partial x} (n v_n), \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= \alpha_n n v_n + \alpha_p p v_p + \frac{\partial}{\partial x} (p v_p),\end{aligned}\quad (3.2)$$

где α_n и α_p — коэффициенты ионизации пар (§ 2), v_n и v_p — дрейфовые скорости. Переменную составляющую тока проводимости полагаем чисто дрейфовой,



$$\begin{aligned}j_n &= q v_n n, \quad j_p = q v_p p, \\ j &= j_n + j_p = \text{const.}\end{aligned}\quad (3.3)$$

Рис. 7.8. Ток в слое умножения.

Для упрощения выкладок далее положим $\alpha_n = \alpha_p = \alpha$ и $v_n = v_p = v_s$, где v_s — дрейфовая скорость насыщения, не зависящая от поля. Эти предположения справедливы для германия и арсенида галлия (см. гл. V и § 1). Сложив уравнения (3.2) с учетом (3.3), получим уравнение

$$\frac{1}{v_s} \frac{\partial j}{\partial t} = 2\alpha j - \frac{\partial (j_n - j_p)}{\partial x}.\quad (3.4)$$

Интегрирование (3.4) по слою умножения от 0 до x_a (рис. 7.7) дает

$$\frac{x_a}{v_s} \frac{\partial j}{\partial t} + (j_n - j_p) \Big|_0^{x_a} = 2j \int_0^{x_a} \alpha dx.\quad (3.5)$$

Учитывая граничные условия для токов (рис. 7.8), получаем

$$\frac{\partial j}{\partial t} = \frac{2j}{\tau_a} \left(\int_0^{x_a} \alpha dx - 1 \right) + \frac{2j_s}{\tau_a},\quad (3.6)$$

где $j_s = j_{ns} + j_{ps}$, $\tau_a = x_a / v_s$.

Аппроксимируем распределение поля в слое умножения постоянной величиной E_a (рис. 7.7, θ) и положим

$$\frac{1}{x_a} \int_0^{x_a} \alpha dx = \bar{\alpha}. \quad (3.7)$$

В этом случае в малосигнальном приближении токи и поля в слое умножения можно записать в виде

$$j = j_0 + j_1, \\ \bar{\alpha} \approx \bar{\alpha}_0 + \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial E_1} E_1, \quad (3.8)$$

$$E_a = E_0 + E_1,$$

где индексом 1 отмечены малые переменные величины. Подставив (3.8) в (3.6) с учетом условия пробоя (2.10) и того, что

$$\int_0^{x_a} \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial E_1} E_1 dx \approx x_a \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial E_1} E_1 \equiv x_a \alpha' E_1,$$

а также пренебрегая членами высшего порядка малости и током j_s , получим для тока проводимости в слое умножения выражение

$$j_1 = \frac{2\alpha' x_a j_0 E_1}{i\omega\tau_a}. \quad (3.9)$$

Как видим, переменная составляющая тока проводимости j_1 в лавинном слое сдвинута по фазе на $\pi/2$ от поля E_1 в этом слое. Связь тока с полем носит индуктивный характер. Величина индуктивности согласно (3.9) равна

$$L = \frac{\tau_a}{2j_0 \alpha' S}. \quad (3.10)$$

Здесь S — площадь поперечного сечения образца. Полный переменный ток в слое лавинного умножения равен сумме тока проводимости j_1 и тока смещения

$$j_c = i\omega\epsilon_1 E_1,$$

связь которого с полем носит емкостный характер. Величина емкости равна

$$C = \epsilon_1 S / x_a. \quad (3.11)$$

Эквивалентная схема слоя умножения представляет собою цепь из параллельно включенных индуктивности (3.10) и емкости (3.11). Существует, следовательно, резонансная частота

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{2j_0 a' v_s}{\epsilon_1}}, \quad (3.12)$$

на которой ток смещения равен и противоположен по фазе току частиц. ω_r называют лавинной частотой. В использованном выше приближении полный ток через лавинную область при $\omega = \omega_r$ отсутствует. При

$$\omega > \omega_r \quad (3.13)$$

доминирует ток смещения, а лавинный ток находится в противофазе с полным током и отстает по фазе на $\pi/2$ от поля в лавинной области. Последнее обстоятельство, как мы видели в § 1, играет важнейшую роль в образовании лавинно-пролетной неустойчивости.

Импеданс слоя умножения

$$Z_1 = \left(\frac{1}{i\omega L} + i\omega C \right)^{-1}$$

после подстановки (3.10) и (3.11) с учетом (3.12) принимает вид

$$Z_1 = \frac{1}{i\omega C} \left(1 - \frac{\omega_r^2}{\omega^2} \right)^{-1} \equiv \frac{1}{i\omega C \gamma}. \quad (3.14)$$

Нетрудно убедиться, что величина

$$\gamma = \left(1 - \frac{\omega_r^2}{\omega^2} \right) \quad (3.15)$$

есть отношение плотности тока лавины к плотности полного переменного тока.

Теперь рассчитаем импеданс пролетного слоя. Будем полагать дрейфовую скорость в пролетном пространстве также насыщенной и равной v_s . В дрейфовом пространстве условие (3.1) не имеет места и переменная составляющая плотности тока проводимости j_2 образует синхронную незатухающую волну,

$$j_2 = j_1 \exp\left(+i\omega \frac{x - x_2}{v_s}\right), \quad (3.16)$$

где j_1 — ток проводимости из лавинной области, который, в рамках допущения (3.1) для слоя генерации, втекает в пространство дрейфа без запаздывания. Ток смещения в дрейфовой области равен

$$j_{c2} = i\omega\varepsilon_1 E_2. \quad (3.17)$$

Из (3.16) и (3.17) с учетом того, что $j_1 = \gamma j$, где γ определена формулой (3.15), а j — переменная составляющая полного тока, получим

$$E_2 = \frac{j}{i\omega\varepsilon_1} \left\{ 1 - \gamma \exp \left[\frac{i\omega(x - x_n)}{v_s} \right] \right\}. \quad (3.18)$$

Интегрирование (3.18) по области дрейфа ($W - x_n$) (см. рис. 7.7, θ) дает переменную составляющую напряжения на этой области

$$V_2 = \frac{(W - x_n) j}{i\omega\varepsilon_1} \left\{ 1 - \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_p^2}} \left[\frac{1 - \exp(+i\theta)}{i\theta} \right] \right\}, \quad (3.19)$$

где

$$\theta = \frac{\omega(W - x_n)}{v_s} \quad (3.20)$$

— пролетный угол в пространстве дрейфа. Из (3.19) получим импеданс пролетного слоя

$$Z_2 = V_2 / jS, \quad (3.21)$$

который имеет как активную, так и реактивную составляющие. Суммарный импеданс равен

$$Z = Z_1 + Z_2.$$

Активная часть суммарного импеданса определяется активной частью импеданса пролетного пространства. Она равна согласно (3.19) и (3.21)

$$R = \frac{W - x_n}{S\varepsilon_1\omega} \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_p^2}} \left(\frac{1 - \cos \theta}{\theta} \right). \quad (3.22)$$

Из (3.22) следует, что сопротивление диода будет отрицательным только при выполнении неравенства (3.13) не-

зависимо от значений пролетного угла. Величина отрицательного сопротивления достигает максимума при $\theta = \pi$. Поэтому диод Рида наиболее эффективно работает на частотах, когда пролетный угол (3.20) близок к π , т. е. когда

$$f \approx \frac{v_s}{2(W - x_a)}. \quad (3.23)$$

Заметим еще, что активная проводимость зависит через ω_p от постоянной составляющей тока j_0 . Все эти результаты

находятся в соответствии с качественной моделью, рассмотренной в § 1.

В диоде Рида используется лишь пролет сгустка электронов. Инжекция соответствующего сгустка дырок в p^+ -слой происходит в той же фазе, что и инжекция электронов в пролетный слой, и поэтому пролет дырок в p^+ -слое

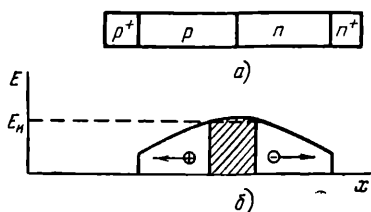


Рис. 7.9. Двухпролетный диод: структура (а); распределение поля (б).

также идет против направления силы переменного поля с передачей энергии от потока дырок к переменному сигналу. Однако время существования сгустка дырок в p^+ -слое вследствие максвелловской релаксации очень мало. В работе [20] предложена структура, в которой между слоем генерации и p^+ -слоем имеется высокоомный слой, обеспечивающий возможность пролета для инжектируемого слоя дырок (рис. 7.9). В такой структуре, называемой двухпролетной, пролет дырок и электронов играет примерно одинаковую роль. С помощью двухпролетных диодов удается достичь более высоких КПД генерации СВЧ-сигналов.

Мы рассмотрели случай с тонкими, по сравнению с дрейфовыми, слоями генерации. Теперь рассмотрим обратный случай, когда область генерации занимает всю толщину диода и нет дрейфовой области. Это диод Мисавы [18]. Область генерации и параметры плазмы в ней будем полагать однородными. Такая ситуация осуществляется в $p-i-n$ -диодах, когда плотность тока столь мала, что объемный заряд не искажает поля,

В рассматриваемом случае неравенство (3.1) может не иметь места и в теории необходимо учесть волну объемного заряда и конечность пролетного времени в слое умножения. Предположение о том, что ток проводимости в лавинной области не зависит от координаты, которое делалось при рассмотрении диода Рида, также оказывается неправомерным. Здесь нужно полагать для переменных составляющих тока $j_n + j_p + i\omega\epsilon_1 E = \text{const}$. Уравнения непрерывности (3.2) должны быть дополнены уравнением Пуассона, которое для переменной составляющей поля имеет вид

$$-ikE = \frac{j_n - j_p}{\epsilon_1 v_s}. \quad (3.24)$$

Дифференцируя уравнение (3.24) по координате и подставляя в уравнения непрерывности (3.2) выражения (3.8), после алгебраических выкладок получим дисперсионное уравнение

$$(\omega - kv_s)(\omega + kv_s) = -2i\omega\alpha_0 v_s + \omega_r^2, \quad (3.25)$$

где $v_s = v_n = v_p$ — дрейфовая скорость насыщения, а ω_r определяется формулой (3.12). Уравнение (3.25) показывает, что токи и поля в плазме состоят из трех составляющих: две из них синхронные волны, распространяющиеся в противоположных направлениях, и третья — постоянная составляющая. При $\omega_r^2 > 0$, т. е. при

$$\frac{\partial a}{\partial E} > 0, \quad (3.26)$$

система оказывается неустойчивой. В этом легко убедиться, применив к уравнению (3.25) правило Рауса—Гурвица (§ 2 гл. III). Отметим, что система неустойчива в широком диапазоне частот, включая и нулевую частоту $\omega' = 0$, т. е. $p-i-n$ -диод в режиме лавинного умножения неустойчив и на постоянном токе. В этом он существенно отличается от диода Рида, имеющего стабильную положительную вольтамперную характеристику на постоянном токе.

Промежуточный случай, когда ширина области лавинного умножения W_1 составляет определенную часть рабочей области диода W , реализуется, например, в $p^+ - n$ -

переходе, где распределение электрического поля постепенно нарастает к катоду. Мисава [21] провел малосигнальный анализ промежуточного случая, аппроксимировав его структурой, состоящей из двух однородных слоев: слоя однородного лавинного умножения и однородного пролетного слоя. В промежуточном случае неравенство (3.1) может не выполняться в обоих слоях, т. е. волны

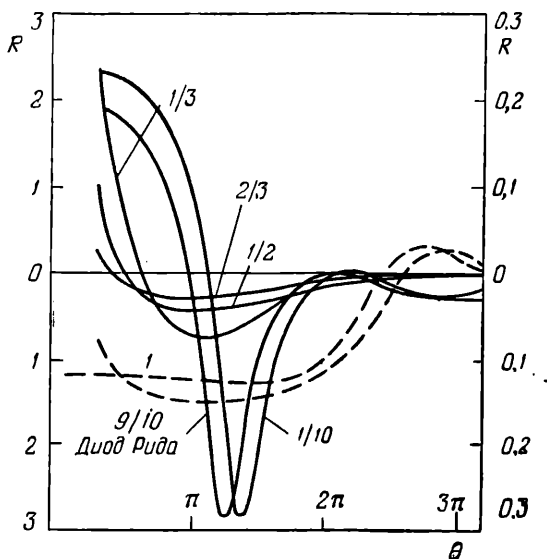


Рис. 7.10. Зависимость активной проводимости (относительные единицы) шести ЛПД с одинаковой шириной рабочей области W , но различной шириной слоя генерации W_1 , от угла пролета [21] (левая шкала для сплошных, правая — для пунктирных линий). Цифры у кривых соответствуют соотношению W_1/W .

зарядов могут существовать как в пролетном, так и в лавинном слоях. Задача решается, как это делалось выше, раздельно для лавинного и пролетного слоя и затем решения спиваются на границе между слоями. На рис. 7.10 приведены некоторые результаты таких расчетов для $j/j_1=1$. Существенно отметить, что частота отсечки ω_0 , выше которой активная часть импеданса меняет знак и становится отрицательной, зависит от отношения W_1/W . В рассмотренных выше диодах Рида ($W_1/W \approx 0$) эта частота совпадала с лавинной частотой, а в диодах Мисавы

($W_1/W=1$) она равнялась нулю. В промежуточных случаях частота отсечки находится ниже лавинной частоты и постепенно приближается к ней с уменьшением толщины слоя лавинного умножения (рис. 7.11).

Расчеты дают для КПД диодов в ИМРАТТ-режиме значения до 30%. Однако реально достигаются значения 10–15%. Имеется целый ряд факторов, ограничивающих

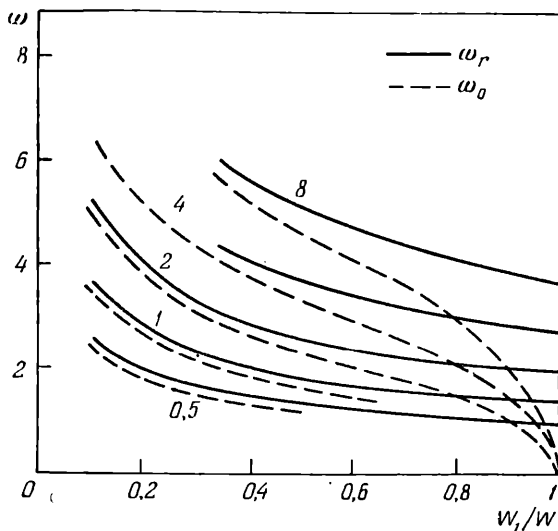


Рис. 7.11. Зависимость нормированной частоты отсечки ω_0 и резонансной частоты ω_r для шести диодов, показанных на рис. 7.10 (цифры над кривыми соответствуют отношению j/j_1).

КПД диодов, которые не учитываются рассмотренной выше моделью однородного поля в слоях генерации и пролета. Перечислим некоторые из них. Это уменьшение поля в лавинной области вследствие растягивания электронов и дырок. В результате этого нарастание лавины носителей прекращается в более ранний момент и фаза запаздывания инжекции лавины становится меньше $\pi/2$. В пролетном пространстве объемный заряд может снизить поле до значений, уменьшающих дрейфовую скорость носителей, что также нарушает синхронизм неустойчивости. Если же в пролетной области еще до инжекции имеются области с низким значением поля, при котором $v \ll v_s$, то сниже-

ние КПД будет очень значительным. К снижению КПД ведет также инжекция неосновных носителей и возрастание обратного тока j_r . На высоких частотах может проявиться скин-эффект. В узкой лавинной области вследствие сильного увеличения поля насыщаются параметры ионизации, приводя к уменьшению величин α' и ω_p . В $p-i-n$ -диодах возможно шнурование тока из-за S -характеристики на постоянном токе. Во избежание шнурования в диодах, работающих в IMPATT-режиме, создается тонкий пролетный слой, предотвращающий формирование S -характеристики. В очень высокочастотных диодах ширина области сильного поля становится столь узкой, что туннельный эффект превалирует над ударной ионизацией. Вместо ЛПД образуется туннельно-пролетный диод [22], в котором не происходит запаздывание импульса тока инжектируемых носителей относительно максимума напряжения, что снижает КПД. Следует, однако, отметить определенные выгодные стороны туннельно-пролетных диодов: снижение уровня шумов и возможность генерировать сигналы вплоть до субмиллиметрового диапазона.

Значительно больших значений КПД и генерируемых мощностей удается достичь в так называемом высокоэффективном режиме [23] или режиме TRAPATT (Trapped Avalanche Triggered Transit). Это название режима обусловлено следующими процессами. В этом режиме в рабочей области диода образуется плазма с высокой концентрацией электронов и дырок и диод быстро переключается в новый режим по току (как в триггере), который сохраняется, пока не произойдет рассасывание плазмы. Поскольку рассасывание плазмы в этом режиме, как будет видно ниже, идет медленно, ее можно назвать захваченной (trapped).

Рис. 7.12 иллюстрирует основные процессы, происходящие в TRAPATT-режиме в $n^+ - p - p^+$ -диоде. К диоду приложено напряжение, значительно большее напряжения прокола p -области (рис. 7.12, а). Когда поле превышает критическое значение E_c , в полупроводнике возникает лавинная ионизация. Благодаря наклонной зависимости E от x возрастание во времени поля в p -области приводит к быстрому расширению области лавинной ионизации со скоростью, гораздо большей дрейфовой скорости насы-

щения носителей заряда в плазме (рис. 7.12, б). В результате p -область очень быстро заполняется электронно-дырочной плазмой высокой проводимости, что приводит к резкому падению напряжения в этой области и срыву в ней дальнейшей лавинной генерации. Затем электроны и дырки этой плазмы растаскиваются полем с дрейфовой скоростью, соответствующей скорости в слабых полях. Поэтому их растаскивание длится гораздо дольше, чем

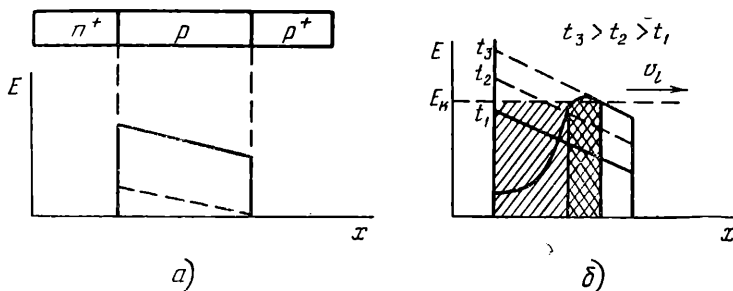


Рис. 7.12. TRAPATT-режим. а) Поле в p -области. Пунктирная линия — при напряжении на диоде, равном напряжению прокола. Сплошная линия — при большем напряжении. б) Поле в диоде в моменты времени t_1 и t_2 . Заштрихованная область заполнена к моменту времени t_3 лавинной частиц. Дважды заштрихована область, где происходит лавинная ионизация в момент t_3 . Пунктирные обозначены поля в моменты времени t_2 и t_3 так, как если бы лавинная ионизация отсутствовала (v_l — скорость распространения фронта лавины).

время пролета W/v_s в IMPATT-режиме, и колебания в TRAPATT-режиме происходят при более низких частотах, чем в IMPATT-режиме.

Анализ процессов в TRAPATT-режиме является сложной задачей и обычно выполняется на ЭВМ (рис. 7.13) [24]. Как видим из фазовой траектории, амплитуда колебаний тока и напряжения достигает значительных величин. Это приводит к большому КПД (до 75% на частоте 0,6 ГГц [25]) и высокой мощности колебаний (до 1,2 киловатт [26]) в этом режиме.

Лавинно-пролетные диоды, как и диоды Ганна, нашли широкое применение в технике СВЧ. На рис. 7.14 приведены некоторые данные, достигнутые к 1971 г., по генерированию СВЧ-мощности с помощью лавинно-пролетных диодов в TRAPATT-режиме [27], а на рис. 6.9 — для IMPATT-диодов.

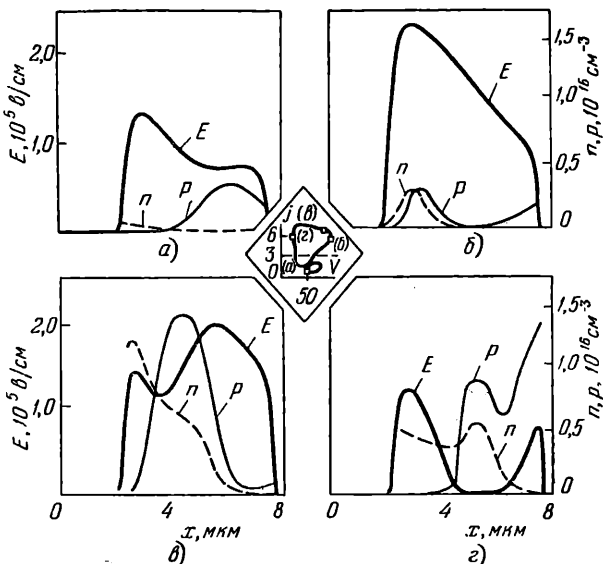


Рис. 7.13. Результаты расчета на ЭВМ высокоэффективной моды колебаний кремниевого диода Ридда ($p^+-n-n^+-p^+$, $x_a=1$ мкм, $W=6$ мкм). Показаны четыре случая с интервалом $1/4$ периода. На вставке показана фазовая траектория, связывающая ток и напряжение диода 124, 71.

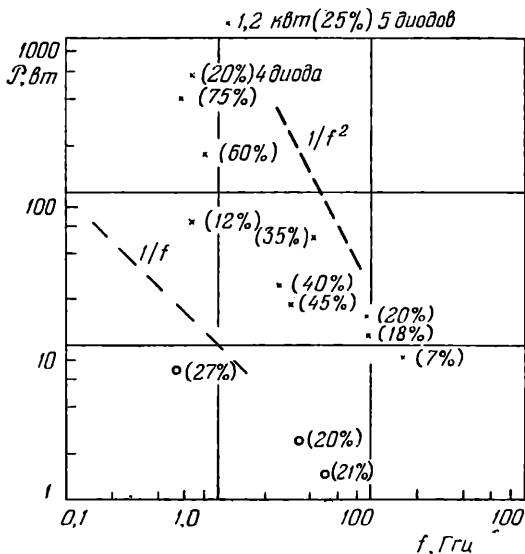


Рис. 7.14. Частотные зависимости максимальных мощностей генерации TRAPATT-генераторов. В скобках указаны значения КПД (точки — непрерывный режим, крестики — импульсный) [27].

Более подробные данные о возможностях и ограничениях технического применения лавинно-пролетных диодов можно найти в обзорах [28, 29].

В последние годы все более широкое применение в СВЧ-технике находят так называемые BARITT (BARrier Injection Transit Time)-диоды [30]. BARITT-диоды являются пролетными, но не лавинными диодами. Это диодные структуры типа металл—полупроводник—металл или металл—электронный полупроводник—дырочный полупроводник. В них поставка носителей в пролетную область осуществляется не с помощью слоя лавинной ионизации, а путем обычной инъекции через барьер Шоттки или с помощью $p-n$ -перехода. К диодам типа BARITT можно отнести и упомянутые выше туннельно-пролетные диоды.

Г Л А В А VIII

РЕКОМБИНАЦИОННЫЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

При различных возмущениях в плазме концентрация свободных частиц в ней может меняться. Это изменение, очевидно, определяется перераспределением носителей заряда между свободными и связанными состояниями в полупроводниках, т. е. процессами генерации-освобождения носителей из связанного состояния в свободное и рекомбинации-захвата подвижных носителей в связанное состояние.

В термодинамическом равновесии скорости генерации и рекомбинации равны. Каким-либо внешним воздействием, например, электрическим полем это равновесие может быть нарушено как в сторону преобладания генерации над рекомбинацией, так и в обратную сторону. В результате в новом стационарном (но неравновесном) состоянии концентрация свободных носителей заряда может быть как больше, так и меньше равновесной. В главе VII была рассмотрена лишь одна сторона генерационно-рекомбинационного процесса: генерация носителей заряда электрическим полем. В настоящей главе рассматривается вторая сторона этого процесса: рекомбинация неравновесных носителей заряда и связанные с ней токовые неустойчивости.

Рекомбинационные процессы в плазме полупроводников зависят от большого числа факторов. Помимо полевой зависимости вероятности элементарного акта рекомбинации, определяющую роль могут играть зависимости скорости рекомбинации от концентрации носителей заряда и снос неравновесных носителей в пространстве. Последний фактор делает процесс рекомбинации нелокальным и подключает к нему процессы на контактах, поверхности и объемных неоднородностях полупроводника. Обилие фак-

торов, определяющих рекомбинационные процессы, означает множество «степеней свободы» для возникновения рекомбинационных неустойчивостей в плазме. И, действительно, литературные данные свидетельствуют об экспериментальном обнаружении самых различных видов токовых неустойчивостей, обусловленных рекомбинацией зарядов в полупроводниках. К сожалению, из-за многообразия физических факторов, которые не всегда удается контролировать, рекомбинационные неустойчивости занимают ведущее место среди других видов токовых неустойчивостей по противоречивости литературных данных. В силу этого, ниже будут рассмотрены лишь основные идеи и элементарные процессы, определяющие рекомбинационные неустойчивости в полупроводниках. Экспериментальные работы приводятся лишь для иллюстрации фактического материала. Читатель, интересующийся «борьбой авторов за справедливость интерпретации» экспериментов по рекомбинационной неустойчивости, может найти для себя богатый материал непосредственно в первоисточниках.

Для нахождения коллективного отклика в плазме, в которой число свободных носителей заряда зависит от амплитуд напряженности электрического поля и возмущения плотности числа частиц, система уравнений для полей (1.2, гл. I) и уравнений для токов j должна быть дополнена уравнениями кинетики изменения концентрации электронов и дырок

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - R_n + \frac{1}{q} \operatorname{div} \mathbf{j}_n, \quad \frac{\partial p}{\partial t} = G_p - R_p + \frac{1}{q} \operatorname{div} \mathbf{j}_p \quad (0.1)$$

и уравнением сохранения заряда

$$n + n_i = p + p_i. \quad (0.2)$$

Здесь G_n , G_p — скорости нетепловой генерации (например, светом) и R_n , R_p — скорости рекомбинации электронов и дырок соответственно, а n_i и p_i — число электронов и дырок на центрах захвата.

В настоящей главе сначала рассматриваются процессы, обратные генерации носителей заряда сильным электрическим полем, которые обусловлены зависимостью скоростей захвата и рекомбинации носителей заряда от их

разогревания электрическим полем. Затем рассмотрены рекомбинационные неустойчивости в однородных полупроводниках, когда скорость захвата и рекомбинации не зависит от напряженности электрического поля. Наконец, рассмотрены рекомбинационные неустойчивости, связанные с инжекцией носителей из контактов и их неоднородным распределением в объеме полупроводника.

§ 1. Рекомбинация горячих электронов

Коэффициент захвата горячих электронов. Рассмотрим перераспределение между связанными и свободными состояниями, обусловленное зависимостью от поля скорости захвата электронов на единичный уровень захвата, и определим условия, при которых такое перераспределение может привести к неустойчивости тока.

Для выявления качественной стороны явления мы упростим задачу и допустим, что в полупроводнике имеются только электроны и что центры захвата могут захватывать лишь по одному электрону. Положим также $\operatorname{div} \mathbf{j}_n = 0$. Естественно предположить, что темп захвата электронов пропорционален числу электронов в зоне проводимости и числу незанятых центров захвата:

$$r_n = C_n (N_n - n_i) n, \quad (1.1)$$

где N_n и n — концентрации центров захвата и свободных электронов соответственно, n_i — число захваченных электронов, а C_n — множитель, называемый коэффициентом захвата. Величина коэффициента захвата определяется многими физическими параметрами. Среди этих параметров такие, как зарядовое состояние центра захвата, функция распределения свободных зарядов по энергии и др. Коэффициент захвата может зависеть от напряженности электрического поля. Если, например, центр захвата и свободный носитель заряжены одноименно, то с разогревом носителей заряда коэффициент захвата будет возрастать, так как возрастает число носителей, способных преодолеть кулоновский барьер отталкивания одноименных зарядов путем туннельного эффекта или термоэлектронной эмиссии через барьер. Наоборот, в случае притягивающих центров захвата с ростом энергии носителей заряда коэффициент захвата может уменьшаться.

Покажем, что полевая зависимость коэффициента захвата C_n , а значит, и темпа захвата r_n ведет к изменению концентрации носителей заряда в плазме и при определенных условиях к ОДП.

Темп высвобождения захваченных носителей в зону проводимости за счет тепловой генерации можно положить пропорциональным числу захваченных электронов n_i :

$$g_n = g \cdot n_i. \quad (1.2)$$

Положим, что коэффициент g не зависит от напряженности электрического поля. В термодинамическом равновесии $g_n = r_n$, откуда

$$g = \frac{C_{n0}(N - n_{i0})n_0}{n_{i0}}, \quad (1.3)$$

где индекс нуль относится к случаю отсутствия электрического поля. Из (1.1), (1.2) и (1.3) получаем скорость рекомбинации электронов на центр захвата

$$R_n(E) = r_n(E) - g_n = C_n(N - n_i)n - C_{n0}n_1n_i, \quad (1.4)$$

где $n_1 = (N - n_{i0})n_0/n_{i0}$.

Захваченные носители могут высвобождаться также за счет внешней подсветки. Скорость световой генерации G_n будем полагать пропорциональной n_i :

$$G_n = \alpha n_i, \quad (1.5)$$

а коэффициент α не зависящим от напряженности поля. В стационарном случае согласно (0.1) $G_n = R_n$, откуда получаем

$$n = \frac{(C_{n0}n_1 + \alpha)n_i}{C_n(N - n_i)}. \quad (1.6)$$

Как видим, зависимость $C_n(E)$ ведет к зависимости $n(E)$, что может обусловить ОДП. Дифференциальную проводимость вдоль направления разогревающего электрического поля можно записать следующим образом:

$$\sigma_d = \frac{d}{dE}(q\mu_n n E) = q\mu_n n \left[1 + \frac{d \ln \mu_n}{d \ln E} + \frac{d \ln n}{d \ln E} \right]. \quad (1.7)$$

При

$$\frac{d \ln n}{d \ln E} < -1 \quad (1.8)$$

дифференциальная проводимость будет меньше нуля, даже если подвижность не зависит от поля.

Теоретически зависимость сечений захвата от напряженности электрического поля рассматривалась во многих работах [1—10]. Вычисление сечения захвата для рекомбинации носителей заряда в полупроводниках является весьма сложной и на сегодняшний день не полностью решенной задачей. Однако качественные выводы теории о характере полевой зависимости сечений захватов подтверждаются экспериментально.

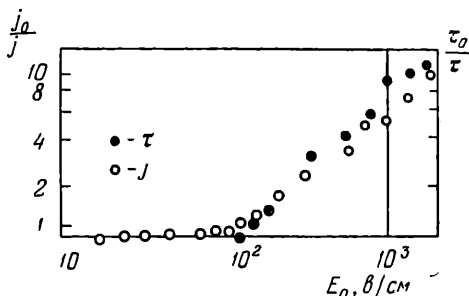


Рис. 8.1. Зависимость тока через образец j и времени жизни электронов τ от напряженности поля E для n -Ge, легированного медью при 77 °К (j_0 , τ_0 — ток и время жизни холодных электронов) [12].

Экспериментально с увеличением напряженности электрического поля наблюдается рост коэффициента захвата в случае отталкивающих центров и соответственно уменьшение в случае притягивающих центров. Такие центры создаются путем легирования полупроводника как примесями, дающими уровни с малой энергией ионизации (мелкие уровни), так и примесями, называемыми компенсирующими, дающими более глубокие уровни. В зависимости от степени компенсации примесные атомы могут находиться в различных зарядовых состояниях, каждому из которых соответствует свой энергетический уровень.

Экспериментально наблюдается увеличение коэффициента захвата электронов на однократно отрицательно заряженные центры Au, Cu, Ni в n -Ge и Zn в n -Si при температуре жидкого азота в несколько раз в полях порядка киловольт на сантиметр [3, 11—15]. В случае двухкратно заряженных центров Cu в n -Ge коэффициент захвата рас-

тет при упомянутых выше условиях в десятки раз (рис. 8.1), а при температуре 20° К в *n*-Ge при захвате на двухкратно заряженные центры Au — в тысячи раз [15].

Полевая зависимость коэффициента захвата электронов и дырок на притягивающие центры в Ge и Si в большинстве случаев имеет степенной вид $\sim E^{-(0,5+2)}$.

Библиографию работ, в которых изучались рекомбинационные свойства притягивающих центров в условиях разогрева носителей заряда, а также полевая зависимость захвата носителей на радиационные дефекты и другие виды примесных центров в Ge, Si, GaAs, CdS, CdSe, читатель может найти в [16].

Зависимость коэффициентов захвата свободных носителей от напряженности поля объясняет эффект отрицательной фотопроводимости [17, 18, 19]. Нужно сказать, что изучение спектральных характеристик фотопроводимости и люминесценции в сильных электрических полях позволяет идентифицировать уровни, через которые происходит рекомбинация горячих электронов [20, 21, 22].

Токовые неустойчивости. В работах [2, 4, 12, 24] было предсказано и экспериментально обнаружено, что увеличение захвата горячих носителей на отталкивающие центры приводит к образованию отрицательной дифференциальной проводимости. Затем неустойчивости, связанные с зависимостью сечений захвата носителей заряда от электрического поля, наблюдались многими авторами [16].

При этом наряду с рассмотренным выше элементарным механизмом образования ОДП были обнаружены неустойчивости, в которых захват носителей является составной частью более сложных механизмов образования ОДП. Можно отметить три группы работ, в которых возникли токовые неустойчивости, обусловленные такими составными механизмами.

В первой группе работ [23, 24] показано, что неустойчивость тока в полупроводнике может возникать при наличии одновременно двух каналов рекомбинации: «быстрого» и «медленного». При этом установлено, что колебания тока возникают, даже если вольтамперная характеристика на постоянном токе не имеет падающего участка, соответствующего ОДП. Теория этих видов неустойчивости разработана в [6, 23, 25, 26, 27].

Во второй группе работ [28—31] показано, что ОДП в полупроводнике может возникать вследствие неоднородного разогрева носителей заряда или вследствие неоднородной в пространстве зависимости сечений захвата от поля. ОДП N -типа возникает при этом как следствие потоков носителей заряда из области с меньшей в сравнении с равновесной скоростью рекомбинации в область, где она больше.

Наконец, в третьей группе работ (см., например, [22, 32, 33]) показано, что при наличии в полупроводнике центров рекомбинации и захвата многих сортов рекомбинация носителей тока через один из центров может изменять рекомбинационные и генерационные характеристики других центров, в результате чего дифференциальная проводимость может оказаться отрицательной.

Рассмотрим качественно картины возникновения неустойчивостей в вышеупомянутых случаях.

Неустойчивость тока в системе с «быстрым» и «медленным» каналами рекомбинации и генерации может возникать вследствие осциллирующей перекачки носителей заряда между различными ловушками, обусловленной примесной подсветкой [25], а также вследствие наличия «скрытой» ОДП. В последнем случае, несмотря на положительность дифференциальной проводимости на постоянном токе, в некотором диапазоне частот она становится отрицательной,

$$\sigma'_d(\omega) < 0. \quad (1.9)$$

Такая динамическая ОДП в полупроводнике обусловлена (об этом упоминалось в § 3 гл. III) инерционностью изменения параметров плазмы, в результате чего изменение тока в плазме может оказаться в противофазе с изменением поля. Требования, необходимые для осуществления динамической ОДП, изучались в работах [34, 35, 36]. Основная идея качественного определения возможности существования динамической ОДП состоит в использовании связи между динамической дифференциальной проводимостью $\sigma_d(\omega)$ и переходной во времени характеристикой проводимости $D(t)$. $D(t)$ есть отклик проводимости системы на δ -скачок электрического поля

$$E(t) = \delta(t), \quad D(t) = \sigma_0 \delta(t) + D_1(t). \quad (1.10)$$

Реальная часть дифференциальной Ψ электропроводности следующим образом выражается через отклик системы [35]:

$$\sigma'_d(\omega) = \sigma_0 + \int_0^{\infty} D_1(t) \cos \omega t dt. \quad (1.11)$$

Интегрируя (1.11) по частям, получим

$$\sigma'_d(\omega) = \sigma_0 - \int_0^{\infty} \left[t \frac{dD_1(t)}{dt} \right] \frac{\sin \omega t}{\omega t} dt. \quad (1.12)$$

Если $D_1(t)$ возрастает со временем на участке главного максимума $\frac{\sin \omega t}{\omega t}$, то подынтегральное выражение в (1.12) в основной области интегрирования будет положительным, давая отрицательный вклад в $\sigma'_d(\omega)$. Если интегральный член в (1.12) больше σ_0 , то $\sigma'_d(\omega) < 0$. Из-за множителя $\frac{\sin \omega t}{\omega t}$ интегральный член при $t \rightarrow \infty$ или $\omega \rightarrow \infty$ стремится к нулю, т. е. на достаточно высоких частотах проводимость получается омической и положительной.

На рис. 8.2 показан отклик тока в системе на δ -скачок электрического поля. В случае (б)

$$\frac{\partial D_1(t)}{\partial t} < 0,$$

а значит, интеграл в (1.12) отрицателен и динамическая отрицательная проводимость невозможна. Случай (в) соответствует

$$\frac{\partial D_1(t)}{\partial t} > 0,$$

т. е. существует возможность отрицательной дифференциальной проводимости. Случай (в) может реализоваться, когда в системе имеется два процесса, ответственных за изменение электропроводности в электрическом поле, причем один из них соответствует увеличению электропроводности, а второй ее уменьшению с ростом электрического поля. Если характеризовать релаксацию во времени этих процессов некоторыми постоянными Γ_1 и Γ_2 ,

то отклик линейной системы будет пропорционален разности двух экспонент

$$D(t) \sim (e^{-\Gamma_1 t} - e^{-\Gamma_2 t}). \quad (1.13)$$

При $\Gamma_2 > \Gamma_1$ функция (1.13) с ростом t сначала растет и лишь затем убывает. Она имеет вид, показанный на рис. 8.2, *е*. В случае, когда релаксация электропроводности

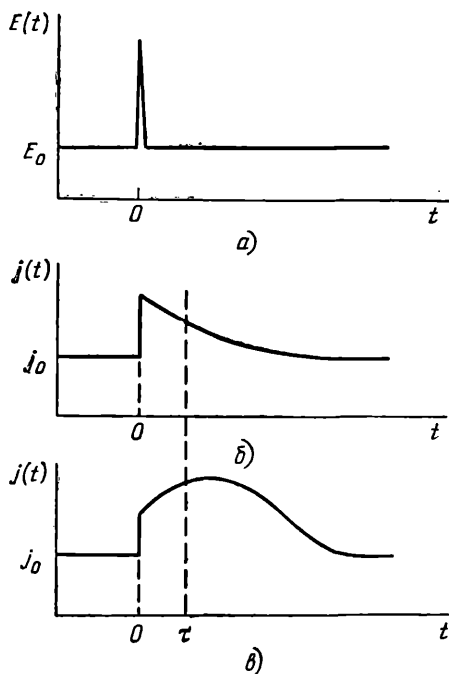


Рис. 8.2. Отклик системы на δ -импульс поля: импульс поля (а); два вида откликов тока (б) и (в). Интервал времени, соответствующий главному максимуму функции $\sin \omega t / \omega t$, обозначен пунктирными линиями.

в электрическом поле определяется рекомбинационными процессами, постоянные Γ_1 и Γ_2 определяются сечениями захвата для соответствующих двух рекомбинационных процессов. Если росту электрического поля соответствуют разные знаки изменения сечений захвата для этих двух процессов, т. е. одному процессу соответствует рост числа носителей заряда, а второму — уменьшение, то после

выключения поля знаки перед экспонентами, определяющими отклики системы (1.13), будут разными. Таким образом, если в полупроводнике имеется два вида рекомбинационных центров, то его дифференциальная проводимость может быть отрицательна в определенном интервале частот при выполнении двух условий. Во-первых, изменение коэффициентов захвата двух рекомбинационных центров в электрическом поле имеет противоположные знаки и, во-вторых, коэффициент захвата, растущий с ростом поля, больше коэффициента, уменьшающегося с ростом поля.

Перейдем к рассмотрению механизмов образования ОДП в полупроводнике, когда рекомбинационные центры двух типов разнесены в пространстве. Допустим, имеем полупроводник, состоящий из двух слоев с разными временами жизни носителей тока τ_1 и τ_2 . Такой полупроводник в направлении вдоль границы раздела слоев может обладать ОДП в силу нескольких механизмов. Во-первых, он может обладать динамическим отрицательным сопротивлением, благодаря вышеописанному механизму «скрытой» ОДП. Во-вторых, в сложной структуре изменение суммарной концентрации может происходить не только вследствие изменения $\tau_{1,2}(E)$, но и вследствие потоков из области с одним $\tau(E)$ в область с другим $\tau(E)$. Этот механизм экспериментально наблюдался в работах Кальвенаса и др. [16] в германиевых образцах, толщина которых была порядка диффузионной длины L_D . В этих экспериментах разогрев электронов в полупроводнике приводил к изменению потока носителей на поверхность и изменению эффективного времени жизни в образце τ_{eff} . Последнее определялось скоростью поверхностной рекомбинации s и коэффициентом амбиполярной диффузии D . Характер изменения скорости поверхностной рекомбинации в электрическом поле зависел от обработки поверхности. В случаях, когда s или D увеличивались с полем, наблюдались ОДП N -типа [28]. Пороговое поле для ОДП в n -Ge при комнатной температуре было порядка $1 \div 2$ кВ/см.

Задача об образовании ОДП в двухслойной структуре с разными $\tau(E)$ рассматривалась также в работах [30, 31].

Теперь перейдем к рассмотрению самой большой — третьей группы рекомбинационных неустойчивостей, возникающих в полупроводниках со многими уровнями

захвата и рекомбинации. Большое число уровней означает большее число комбинаций параметров, при которых в полупроводнике может осуществиться рекомбинация и связанная с ней неустойчивость. Рассмотрим трехуровневую модель, с помощью которой можно объяснить N -образную вольтамперную характеристику, наблюдаемую экспериментально в n -CdS при комнатной температуре в полях $\sim 10^4$ в/см [32, 37] (рис. 8.3). В сильных электрических полях за счет уменьшения коэффициента захвата

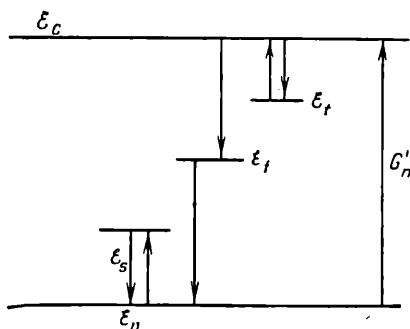


Рис. 8.3. Трехуровневая модель.

дырок на уровне \mathcal{E}_s и за счет ионизации этих уровней высвобождаются дырки с уровней \mathcal{E}_s . Это приводит к резкому возрастанию рекомбинации электронов через уровень \mathcal{E}_f и уменьшению концентрации свободных носителей, которая в равновесных условиях задавалась светом (переход G'_n) и обменом электронами с уровнем \mathcal{E}_f .

Трехуровневой моделью объясняется также температурное гашение фотопроводимости. В этом случае уровни \mathcal{E}_s высвобождаются тепловой генерацией вследствие разогрева кристалла. Механизм температурного гашения фотопроводимости может быть ответственным за появление ОДП: джоулевый разогрев кристалла электрическим полем ведет к резкому убыванию числа фотоэлектронов. Этот механизм образования ОДП, по-видимому, ответствен за токовые неустойчивости, наблюдаемые в CdSe и некоторых других соединениях типа $A^{IV}B^{VI}$ [33, 38, 40], а также на поверхности полупроводников [39]. Этот вид неустойчивостей называют температурно-электрическими.

Для объяснения ОДП в высокоомном компенсированном n -GaAs также использована многоуровневая модель [22].

В заключение этого раздела укажем на еще один механизм образования ОДП, предложенный для объяснения резкого уменьшения числа электронов при достижении некоторых критических полей в мезоплазмах n -Ge и n -Si [41]. Хотя в мезоплазмах в n -Ge и n -Si концентрации электронно-дырочных пар, образуемых ударной ионизацией носителей, весьма велики, но скорость рекомбинации

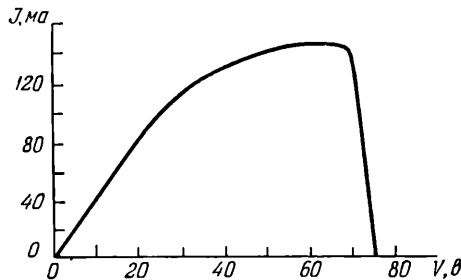


Рис. 8.4. Импульсная вольтамперная характеристика мезоплазмы в кремниевом p - n -переходе. Длительность импульса 60 мксек [41].

зона—зона мала вследствие того, что абсолютным минимумам зоны проводимости в этих материалах соответствуют большие k (см. рис. 1.11 и 5.8). При разогреве электронов электрическим полем они могут попасть в экстремум в зоне проводимости, соответствующей $k=0$, и рекомбинировать с дыркой в валентной зоне. Этот процесс, который называют аннигиляцией электронов в мезоплазмах, ведет к образованию на вольтамперной характеристике тока через мезоплазму резкой падающей части (рис. 8.4).

Рекомбинационные домены. Как отмечалось уже в § 3 гл. III и § 1 гл. VI, развитие возмущения заряда в кристалле с вольтамперной характеристикой N -типа ведет к образованию домена сильного поля. В случае рекомбинационной неустойчивости такие домены подробно изучены в германии [15, 42—44]. В сравнении с ганновскими, рекомбинационные домены, вследствие большей инерционности физических процессов, ответственных за формирование доменов, перемещаются значительно медленнее

и неустойчивости, связанные с их движением, низкочастотны. Рекомбинационные домены наблюдались также в GaAs и других материалах [22, 38].

Измерения формы домена в Ge, легированном золотом, показали, что он имеет плоскую вершину. Величина постоянного поля в максимуме составляет 1300 в/см. С увеличением приложенного напряжения ширина домена линейно увеличивается (от 10^{-2} см до $1,3 \cdot 10^{-1}$ см). Скорости движения домена экспоненциально зависят от температуры и лежат в интервале от 10^{-2} до $5 \cdot 10^{-1}$ см/сек [44]. Движение домена в Ge(Au) наблюдалось в интервале $35 \div 15$ °К.

Теоретически вопросы формирования домена и его движения рассмотрены в работах [38, 45, 46].

§ 2. Рекомбинационные волны

Рассмотрим рекомбинационные неустойчивости тока в однородном полупроводнике, когда захват подвижных носителей заряда не зависит от напряженности электрического поля.

В 1964 г. О. В. Константинов и В. И. Перель предложили модель так называемых рекомбинационных волн, по которой неустойчивости тока в плазме могут возникнуть в отсутствие разогрева носителей и при положительном дифференциальном сопротивлении. В дальнейшем эта теория была развита в [47]. Рассмотрим сначала качественно модель рекомбинационных волн.

Представим себе, что в полупроводнике возникла флуктуация концентрации электронов, гармоническая составляющая которой имеет вид волны (рис. 8.5). В силу сохранения нейтральности (мы полагаем, что $\omega \tau_m \ll 1$, т. е. считаем все процессы значительно более длительными в сравнении с максвелловским временем) концентрация дырок «повторит» флуктуацию электронов, а в силу непрерывности тока постоянное электрическое поле также окажется промодулированным в пространстве, возрастая в области уменьшения концентрации и снижаясь в области ее увеличения.

При приложении к полупроводнику постоянного поля потоки электронов и дырок, каждый в отдельности, зависят от координаты и направлены в противоположные

стороны. Определим, каким будет направление движения электронно-дырочной флуктуации в полупроводнике.

Полагая подвижность и концентрацию частиц скалярными, не зависящими от напряженности электрического

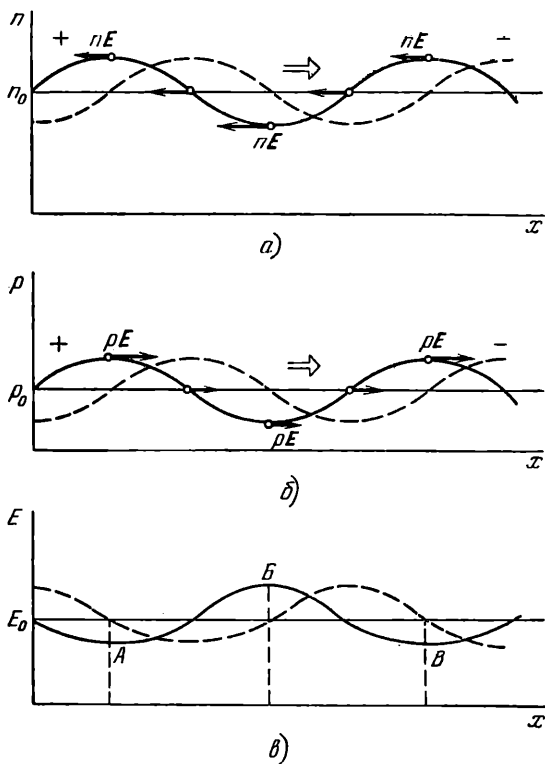


Рис. 8.5. Неравновесные волны концентрации электронов (а) и дырок (б) и распределение электрического поля (в) по координате. Векторами указаны потоки частиц, пунктиром и двойной стрелкой указано направление смещения волны в пространстве постоянным электрическим полем.

поля, для потока электронов в линейном приближении ($En=0$) получим

$$\frac{qv_n(n_0 + n)}{j_{0n}} \approx 1 + \frac{E}{E_0} + \frac{n}{n_0}, \quad (2.1)$$

где j_{0n} — постоянный ток электронов в отсутствие возмущения, а E и n — неравновесные составляющие поля

и концентрации. Изменения поля и концентрации находятся в противофазе, и поэтому имеем, если $\left| \frac{E}{E_0} \right| > \left| \frac{n}{n_0} \right|$, то

$$\begin{aligned} qv_n(n_0 + n) &< j_{0n} \quad \text{при } n > 0, \\ qv_n(n_0 + n) &> j_{0n} \quad \text{при } n < 0, \end{aligned} \quad (2.2)$$

и если $\left| \frac{E}{E_0} \right| < \left| \frac{n}{n_0} \right|$, то

$$\begin{aligned} qv_n(n_0 + n) &> j_{0n} \quad \text{при } n > 0, \\ qv_n(n_0 + n) &< j_{0n} \quad \text{при } n < 0. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Совершенно аналогичные выражения имеют место для потоков дырок. Величина неравновесного поля, определяемая из условия непрерывности тока, которое требует равенства нулю переменной по координате составляющей тока $j_n + j_p = 0$, равна

$$\frac{E}{E_0} = -\frac{\sigma}{\sigma_0} = -n \left(\frac{q\mu_n}{q\mu_n n_0 + q\mu_p p_0} \right) - p \left(\frac{q\mu_p}{q\mu_n n_0 + q\mu_p p_0} \right). \quad (2.4)$$

В отсутствие захвата носителей заряда $n=p$ и согласно (2.2), (2.3) и (2.4) неравновесная электронно-дырочная флуктуация смещается в сторону неосновных носителей заряда. Это смещение вполне наглядно можно представлять себе на примере движения электронно-дырочного импульса концентрации в электронном полупроводнике (рис. 8.6). Концентрация электронов в области импульса, как видно из рис. 8.6, в 2 раза больше своего равновесного значения n_0 , а поле в этой области меньше приблизительно в 3 раза. Поэтому на правой границе импульса приток электронов превышает их отток, а на левой — наоборот, в результате чего импульс избыточной концентрации перемещается вправо против направления дрейфа электронов. Для импульса дырок имеет место обратная картина: увеличение концентрации дырок в импульсе в 10 раз перекрывает уменьшение поля в этой области. Потоки дырок вне импульса оказываются меньшими потоков в импульсе.

Для волны возмущения концентрации носителей (см. рис. 8.5) в области нарастания суммарной амплитуды электрического поля (участок AB) приток электронов согласно

(2.2) превышает их отток, а в области спада поля BB , наоборот, отток электронов превышает их приток. В результате волна возмущения электронной плотности смещается вправо. Для дырок, дрейфующих слева направо, имеет место обратная картина. На рис. 8.5 пунктиром

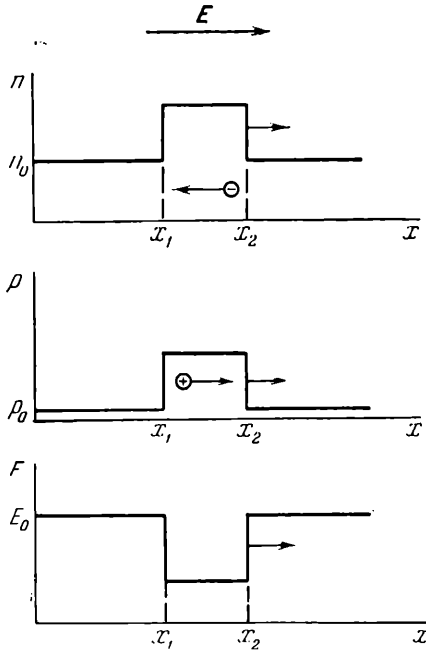


Рис. 8.6. Перемещение области избыточной концентрации внешним постоянным электрическим полем.

обозначена сместившаяся волна неравновесной концентрации.

При учете захвата подвижных носителей заряда на неподвижные центры картина движения неравновесной флуктуации качественно меняется, вплоть до изменения направления ее смещения.

При наличии захвата условием сохранения заряда является равенство

$$n + n_i + p + p_i = 0, \quad (2.5)$$

где n_i и p_i — концентрации неравновесных электронов и дырок, захваченных на ловушки.

Допустим, электроны и дырки захватываются независимо с частотами ν_n и ν_p соответственно, причем $\nu_n \ll \nu_p$.

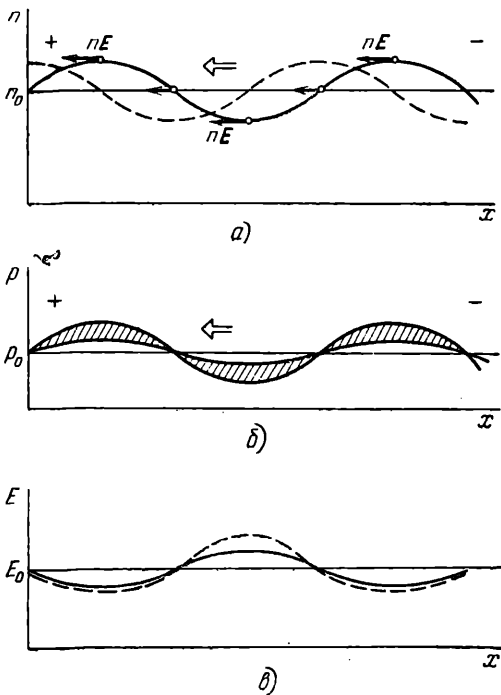


Рис. 8.7. Неравновесные волны концентрации электронов (а) и дырок (б) и распределение электрического поля (в) по координате при наличии захвата дырок в связанные состояния (захваченный заряд заштрихован). Пунктиром и стрелкой указано смещение волны в пространстве постоянным электрическим полем.

Эти предположения оправданы в случае, когда число уровней захвата много больше числа свободных носителей и центры захвата заряжены отрицательно. Такая ситуация реализуется при легировании электронного полупроводника компенсирующими примесями.

Для простоты пренебрежем захватом электронов и положим $n_i = 0$. На рис. 8.7 показаны распределения возмущения концентрации носителей заряда и поля в элек-

тронном полупроводнике для случая интенсивного захвата дырок. Отличие от рис. 8.5 состоит в том, что большинство неравновесных дырок оказалось в связанном состоянии. Вследствие уменьшения общей концентрации неравновесных носителей возмущение поля оказывается согласно (2.4) также меньшим, чем в случае отсутствия захвата. При $n \gg p$ согласно (2.2), (2.3) и (2.4) направление движения области избыточной концентрации в электронном полупроводнике оказывается совпадающим с направлением дрейфа электронов, поскольку потоки как электронов, так и дырок нарастают с ростом величины суммарного электрического поля (рис. 8.7). Как видим, направление движения волны возмущения концентрации, в сравнении со случаем отсутствия захвата дырок, сменилось на обратное. Нетрудно убедиться, что в случае дырочного полупроводника, при том же неравенстве частот захвата ($v_n \ll v_p$), волна концентрации смещается в сторону дрейфа электронов. Наконец, если рассмотреть обратный случай $v_n \gg v_p$, то аналогичный качественный анализ покажет, что возмущение концентрации будет смещаться в сторону движения дырок. Таким образом, возмущение концентрации носителей заряда в полупроводнике с сильно различающимися скоростями захвата для электронов и дырок перемещается в сторону дрейфа слабо захватываемых носителей независимо от типа проводимости полупроводника.

Скорость перемещения волны, однако, существенно зависит от соотношения между скоростями захвата и равновесными концентрациями носителей заряда. Скорости перемещения волн определяются разностью скоростей потоков в экстремальных точках электрического поля, которая в случае движения возмущения в направлении дрейфа основных носителей заряда оказывается много меньшей, чем соответствующая разность скоростей потоков при движении возмущения в сторону дрейфа неосновных носителей, в чем легко убедиться с помощью (2.2) и (2.3).

Перемещающиеся волны неравновесной концентрации носителей заряда, которые могут самовозбуждаться в условиях неодинаковых скоростей захвата зарядов разных знаков при наличии внешнего электрического поля, на-

зывают рекомбинационными волнами [47]. В соответствии со скоростями их движения различают медленные (движущиеся в сторону дрейфа основных носителей) и быстрые (движущиеся в сторону дрейфа неосновных носителей) рекомбинационные волны.

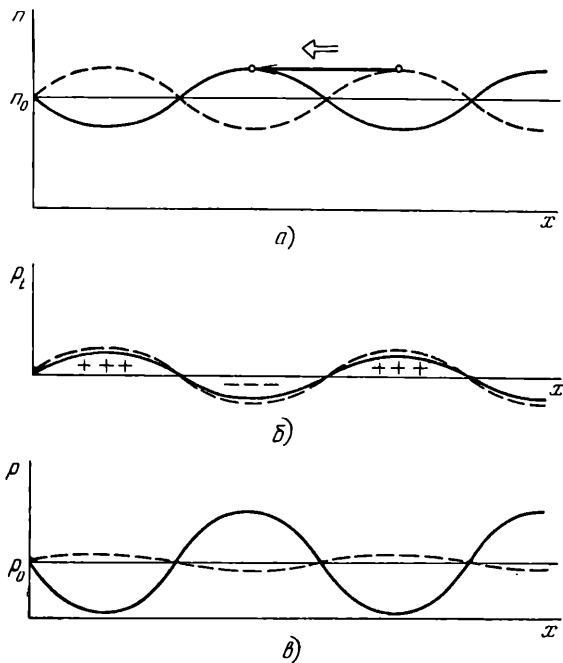


Рис. 8.8. Нарастание волны. Концентрация электронов (а), число дырок в связанном (б) и свободном (в) состояниях при конечной скорости захвата дырок. Показано мгновенное смещение волн электронов и дырок из положения, обозначенного пунктирными линиями, в положение, обозначенное сплошными линиями.

Поскольку скорость захвата носителей заряда не бесконечна, то при перемещении волны возмущения в полупроводнике с большой разностью сечений захвата возмущения концентрации будут нарастать (рис. 8.8). Допустим, в дырочном полупроводнике волна электронов быстро сместилась на половину длины волны, так что дырочные ловушки не успели перезарядиться. Тогда остаточный заряд на ловушках по знаку оказывается совпадающим

со знаком возмущения заряда электронов и для нейтрализации этого суммарного заряда требуется большее изменение числа дырок, чем в случае нейтрализации только электронного возмущения. Если нарастание возмущения концентрации свободных носителей превышает ее затухание за счет захвата и диффузии, то в полупроводнике возникнет неустойчивость.

Теперь перейдем к определению количественных характеристик неустойчивости. Найдем дисперсионное соотношение для рекомбинационных волн. Возмущения концентрации и полей будем считать малыми и гармоническими. Частоты захвата и подвижности электронов и дырок положим не зависящими от поля и концентрации носителей заряда, а максвелловское время релаксации много короче любого из времен изменений концентраций и полей. Положим также, что возмущения в плазме носят чисто продольный характер ($\mathbf{k} \times \mathbf{E} = 0$), поскольку именно продольные волны ответственны за возмущение концентрации носителей заряда в плазме.

Уравнения непрерывности при наличии захвата носителей заряда имеют вид

$$\begin{aligned} i\omega n - ik\mathbf{j}_n/q + \nu_n n &= 0, \\ i\omega p - ik\mathbf{j}_p/q + \nu_p p &= 0, \end{aligned} \quad (2.6)$$

где $\mathbf{j}_n = q\mu_n(n_0\mathbf{E} + n\mathbf{E}_0)$ и $\mathbf{j}_p = q\mu_p(p_0\mathbf{E} + p\mathbf{E}_0)$. Из (2.6) с учетом условия нейтральности $k\mathbf{j}_n = k\mathbf{j}_p$ получим дисперсионное уравнение [47]

$$\omega^2 - \omega[i(\nu_n + \nu_p) + ik^2D - k\nu_{n,p}(c_p - c_n)] - \nu_n\nu_p - k^2D(\nu_n c_n + \nu_p c_p) - ik\nu_{n,p}(\nu_n c_p - \nu_p c_n) = 0, \quad (2.7)$$

где

$$\nu_{n,p} = \mu\mathbf{E}_0, \quad \mu = \frac{n_0 + p_0}{\mu_n n_0 + \mu_p p_0} \mu_n \mu_p,$$

$$D = k_B T_0 \mu / q, \quad c_p = p_0 / (p_0 + n_0), \quad c_n = n_0 / (p_0 + n_0).$$

Используя критерии Рауса—Гурвица (см. приложение V), получим величину порогового поля $E_{0к}$, соответствующего изменению знака мнимой части частоты,

$$E_{0к}^2 = \frac{[1 - y^2 + 2K^2(1 + xy)](1 + K^2)^2}{(x + y)(y - x - 2xK)K^2}, \quad (2.8)$$

где

$$x = c_p - c_n = \frac{p_0 - n_0}{n_0 + p_0}, \quad y = \frac{v_n - v_p}{v_n + v_p},$$

$$K = k \sqrt{\frac{D}{v_n + v_p}}. \quad (2.9)$$

Неустойчивость волн возможна, если правая часть уравнения (2.8) положительна. Области изменения параметров

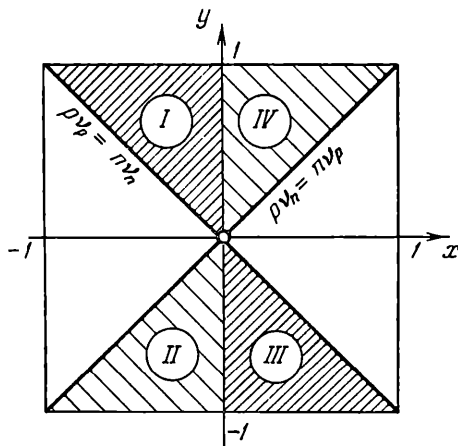


Рис. 8.9. Области существования рекомбинационных волн: I и III — медленные волны, II и IV — быстрые волны.

x и y лежат в интервале $-1 \leq y < 1$, $-1 \leq x \leq 1$, и поэтому числитель в (2.8) всегда положителен. Знаменатель в (2.8) положителен при любом K в областях, заштрихованных на рис. 8.9.

Положив в (2.7) $\omega'' = 0$ и разделив мнимые и действительные части уравнения, получим выражение для частоты колебаний рекомбинационных волн при пороговом поле $E_{0к}$ как функцию волнового вектора [47]

$$\omega' = E_{0к} (c_p v_p - c_n v_n) \frac{K}{1 + K^2}. \quad (2.10)$$

Из (2.10) можно получить выражения для скоростей рекомбинационных волн. Так, в электронном полупроводнике неравенство

$$v_p p_0 > v_n n_0 \quad (2.11)$$

соответствует медленным волнам. Скорость медленных волн при сильном выполнении неравенства (2.11) согласно (2.10) равна

$$\omega = -k v_{n, p} \frac{p_0}{n_0}. \quad (2.12)$$

Как видим, медленная волна распространяется со скоростью, в n_0/p_0 раз меньшей, чем дрейфовая скорость $v_{n, p}$, которая в этом случае равна дрейфовой скорости дырок.

Неравенство

$$p_0 v_n > n_0 v_p \quad (2.13)$$

в электронном полупроводнике соответствует быстрым волнам. Согласно (2.10) при $p_0 \ll n_0$ этим волнам соответствует равенство

$$\omega = k v_{n, p} \approx k v_p, \quad (2.14)$$

т. е. скорость быстрых волн равна дрейфовой скорости дырок. На рис. 8.9 отмечены области быстрых и медленных волн.

Экспериментально рекомбинационные волны были впервые обнаружены И. В. Карповой и С. Г. Калашниковым [48] и затем наблюдались в целом ряде работ [49, 50, 51, 52]. В работах [48, 49, 50] наблюдались быстрые рекомбинационные волны в электронном германии, легированном марганцем в качестве компенсирующей примеси. Наблюдавшаяся неустойчивость обладала следующими особенностями. Она возникала только в образцах, в которых верхний уровень марганца $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 - 0,37 \text{ эВ}$ компенсировался донорной примесью (сурьмой) так, что он заполнялся лишь частично. Если концентрация сурьмы превышала удвоенную концентрацию марганца, то неустойчивость не возникала. Вольтамперные характеристики образцов до возникновения колебания тока были строго линейными. Критическое поле неустойчивости было мало и для разных образцов лежало в пределах нескольких десятков в/см . Частота колебаний лежала в пределах $0,1 \div 1 \text{ мГц}$ и не зависела от длины кристалла. Длина волны возмущения концентрации в образце была в пределах $5 \cdot 10^{-2} \div 5 \text{ см}$. Глубина модуляции тока достигала 50—90%. На рис. 8.10 показана вольтамперная характеристика кристалла, заштрихована область неустойчивости тока.

Существенным обстоятельством являлось то, что спонтанные колебания возникали при температурах, близких к комнатной, и существовали в сравнительно узком интервале температур (несколько десятков градусов). Наблюдаемые значения частот, длин волн и критических полей близки к соответствующим значениям, рассчитанным на основе изложенной выше модели рекомбинационных волн.

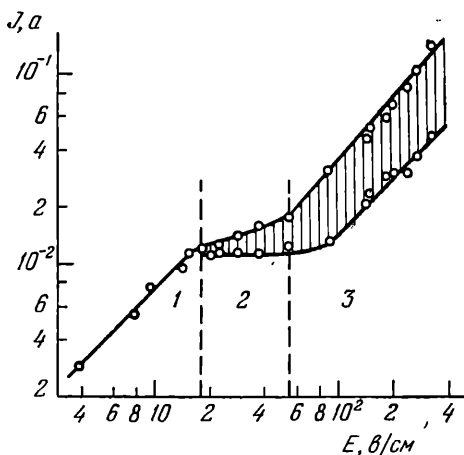


Рис. 8.10. Вольтамперная характеристика кристалла Ge (Mn) при $T=313^\circ \text{K}$: 1 — область линейности; 2 — шумы; 3 — правильные колебания [50].

Медленные рекомбинационные волны с частотами в пределах $1-10^4 \text{ гц}$ наблюдались в работах [51, 52] в электронном кремнии, легированном цинком. Неустойчивости возникали в диапазоне температур $250-350^\circ \text{K}$ при критических полях порядка $50-250 \text{ в/см}$, причем дифференциальная проводимость была положительна.

В работе [53] обращено внимание на еще один возможный механизм нарастания флуктуации концентрации носителей заряда в полупроводниках, который связан с зависимостью температуры электронов от электрического поля. Разогрев носителей тока будет наибольшим там, где выше электрическое поле, т. е. в области наименьшей концентрации носителей (см. рис. 8.5). Поэтому термоэлектрический ток горячих носителей, направленный из горячей области в более холодную приведет к дальнейшему

уменьшению концентрации в области наименьшей концентрации, а тем самым к дальнейшему росту электрического поля в этой области. В области большой концентрации, наоборот, будет происходить накопление носителей и уменьшение поля. Если этот процесс превысит обратную диффузию и рекомбинационные затухания возмущения концентрации, то в системе возникнет неустойчивость, которую авторы работы [53] называют «термотокковой».

§ 3. Инжекционные неустойчивости

Рассмотрим неустойчивости в полупроводниковых образцах с инжектирующими (одним или двумя) контактами и с базой, легированной примесями, дающими глубокие уровни. Неустойчивости тока в таких системах, которые мы будем называть инжекционными, экспериментально наблюдались многими авторами [54—60]. Нужно сказать, что количественная интерпретация экспериментальных данных по инжекционным неустойчивостям отсутствует, а во многих случаях не удается достоверно идентифицировать даже механизм возникновения неустойчивости. В настоящем параграфе качественно рассмотрим основные механизмы, предложенные для объяснения инжекционных неустойчивостей.

Еще в 1958 г. В. И. Стафеев предложил механизм обратной связи между объемными и инжекционными процессами, который является составной частью, по-видимому, всех инжекционных неустойчивостей [54]. Он обратил внимание на сильную зависимость тока через полупроводник с инжектирующими контактами от объемных свойств полупроводника. Так, в диодах, у которых расстояние d между инжектирующим p - n -переходом и вторым омическим контактом значительно превышает диффузионную длину $L_D = \sqrt{D\tau}$ (такие диоды называют «длинными»), прямой ток оказывается пропорциональным следующей экспоненте [61]:

$$j \sim \exp \left[\frac{q(b+1)V}{k_B T_0} \exp \left(-\frac{d}{L_D} \right) \right]. \quad (3.1)$$

Двойная экспоненциальная зависимость тока через полупроводник от отношения d/L_D предопределяет очень

сильную его связь с рекомбинацией, диффузией и дрейфом носителей тока в базовой части полупроводника. С другой стороны, изменение инжекционного тока, как будет видно ниже, меняет скорости и характер этих процессов в объеме полупроводника. Инжекционный ток и проводимость объема полупроводника через перераспределение напряжения между объемной и контактной областями полупроводника связаны положительной обратной связью. Когда сопротивление базы полупроводника увеличивается, то доля напряжения на контакте уменьшается, приводя к уменьшению инжекции в базу и дальнейшему росту сопротивления базы. В обратном случае, когда сопротивление объема полупроводника уменьшается, инжекционный ток увеличивается. Инжекция носителей как бы усиливает эффект изменения сопротивления в объеме и в определенных условиях может приводить к образованию N -образных или S -образных вольтамперных характеристик.

Однако не только в сильной положительной обратной связи тока и проводимости полупроводника состоит роль инжектирующего контакта. Инжекция носителей тока в объем полупроводника, который при легировании компенсирующими примесями является полуизолятором, создает в нем неоднородно распределенную в пространстве неравновесную плазму электронов и дырок, которые дрейфуют, диффундируют и вследствие своей неравновесности захватываются и рекомбинируют [62]. В предыдущем параграфе мы видели пример того, как неравенство скоростей захвата неравновесных носителей приводит к неустойчивости. Здесь рассмотрим другие механизмы.

В полупроводниках, легированных примесями, дающими глубокие уровни, рекомбинация электронов и дырок идет через эти глубокие уровни. Заполнение уровней рекомбинации изменяется при инжекции, что приводит к изменению времени жизни инжектированных носителей. Если число инжектируемых носителей достаточно велико и заполнение уровней захвата достигает значительных величин, то среднее время жизни носителей заряда может резко возрасти [55], приводя к росту их концентрации, а также дрейфового и диффузионного смещения. Этот так называемый τ -механизм изменения проводимости лежит в основе ряда видов экспериментально наблюдаемых

рекомбинационных неустойчивостей. Так, в работе [56] срыв напряжения на вольтамперной характеристике (S -типа) (рис. 8.11) в n -Ge, легированном золотом, в соотношении $2N_t > N_d > N_t$, объясняется образованием области с заполненными вследствие инъекции уровнями захвата вблизи катода и быстрым распространением этой области высокой проводимости к аноду. При освещении образца наглядно проявился и механизм, рассмотренный

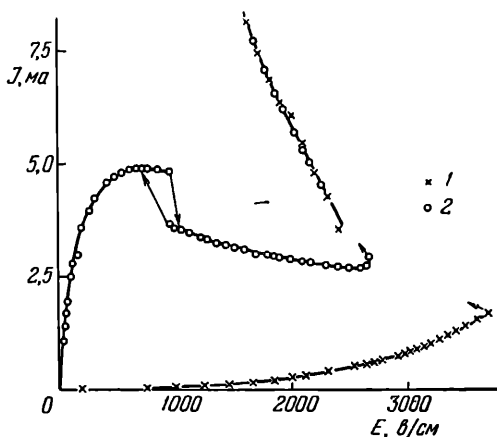


Рис. 8.11. Вольтамперные характеристики n -Ge (Au). Длина образца 0,35 см. Напряжение снято с помощью зондов, расположенных в центральной части образца на расстоянии 0,2 см: 1 — без освещения; 2 — при освещении.

в § 1, — уменьшение времени жизни τ с ростом электрического поля в объеме. Два конкурирующих механизма изменения τ приводят к тому, что на вольтамперной характеристике образца наблюдался переход от N -типа к S -типу (рис. 8.11).

Неоднородные по координате распределения инжектированных в полупроводник с глубокими примесями носителей заряда вследствие τ -механизма оказываются неустойчивыми. Предложен целый ряд конкретных теоретических моделей таких неустойчивостей в p - i - n - и p - π - n -структурах, которые, однако, не имеют еще достоверного подтверждения. Это модели Голоньяка и др. [57], Вебера и Форда [58], Брабанта и др. [59, 63], А. Бараненкова и В. Осипова [60, 64]. Существенно отметить, что во всех этих случаях неустойчивости тока имеют место

в области положительного дифференциального сопротивления. Такие неустойчивости наблюдались в $p-i-n$ -структурах из кремния, в которых высокоомная i -область создавалась компенсирующим легированием Au, Co, а также Zn [57, 58]. Частоты колебаний в $p-i-n$ -структурах порядка $10^3 \div 10^6$ гц. Колебания тока в структурах $p-\pi-n$ из германия, легированного золотом, наблюдались в [65].

Еще один механизм, приводящий к изменению τ при инжекции носителей в объем, возникает в присутствии магнитного поля. В магнитном поле носители в толще диода отклоняются к поверхности, приводя к изменению эффективного времени жизни. Этот механизм также может привести к образованию падающей вольтамперной характеристики [61].

Наряду с τ -механизмом инжекционная неустойчивость может быть обусловлена зависимостью подвижности и скорости амбиполярного дрейфа от величины тока инжекции, характеристик захвата носителей и поля в толще диода. Этот механизм называют μ -механизмом [66].

Изменение подвижности может по-разному проявиться в вольтамперной характеристике полупроводника с инжектирующим контактом. Так, изменение μ (E) вследствие разогревания электронов изменяет сопротивление базы и инжекцию носителей из контакта, которая усиливает это изменение. Разогрев электронов не единственный процесс, приводящий к изменению подвижности в компенсированных полупроводниках. Полупроводники с компенсирующей примесью являются полуизоляторами. Рассеяние (особенно при низких температурах) подвижных носителей в таких полупроводниках определяется в большой степени незаэкранированными заряженными примесями. Инжекция в такой полупроводник ведет к экранировке заряда примесей, что может весьма увеличить подвижность носителей и привести к S -образной характеристике.

Дрейфовая длина смещения носителей тока, определяющая глубину инжекции и распределения носителей тока в «длинных» диодах, в которых $d \gg L_D$, зависит от скорости смещения импульса инжектированных носителей. Эта скорость, как мы видели в § 2, зависит от соотношения между концентрациями основных и неосновных носителей.

Если число основных и неосновных носителей одинаково, то скорость смещения инжектированных носителей близка к нулю.

В присутствии центров захвата амбиполярный дрейф носителей может не только меняться по величине, но и менять направление в зависимости от соотношения между частотами захвата (§ 2). При определенных соотношениях между сечениями захвата и их зависимостью от поля амбиполярный дрейф инжектируемых носителей может приводить к токовой неустойчивости [67—69].

Как видим, μ -механизм и τ -механизм тесно связаны друг с другом. Как показал Сабликов, частотную дисперсию рекомбинационных волн можно получить, исходя из частотной дисперсии амбиполярной подвижности в полупроводнике с глубокими ловушками [70, 71]. Язык амбиполярной подвижности в условиях неоднородного распределения инжектируемых носителей в полупроводнике оказывается достаточно общим и удобным при интерпретации рекомбинационных неустойчивостей в полупроводниках. По-видимому, на этом языке следует интерпретировать неустойчивости в $p-i-n$ -структурах.

В заключение отметим, что инжекция носителей в полупроводники с глубокими примесными центрами существенно влияет на параметры диодов Ганна, ЛПД и других приборов, изготовленных из таких полупроводников [72]. С другой стороны, наличие глубоких уровней в полупроводнике через τ -механизм может приводить к сильному перераспределению поля в образце и возникновению ударной ионизации в областях сильного поля. Таким механизмом, по-видимому, объясняется неустойчивость тока, наблюдаемая в GaAs (Cr) в работе [73].

Г Л А В А IX

ПОТОКИ ПЛАЗМЫ

Смещение в пространстве плазмы подвижных зарядов в полупроводнике как целого сопровождается рядом интересных явлений. Некоторые из них в определенной степени аналогичны явлениям, возникающим в потоках жидкости и газовой плазмы. Мы рассмотрим три группы явлений, которые приводят к возникновению токовых неустойчивостей в полупроводниках: потоки однокомпонентной плазмы через полупроводник с переменной площадью сечения, стягивание собственной плазмы в шнур (пинч-эффект), закручивание собственной плазмы в спираль.

Известно, что при течении жидкости через трубу в местах изменения ее сечения возникает перепад давлений (эффект Бернулли). Поток плазмы подвижных частиц одного сорта в проводнике с переменной площадью сечения также должен сопровождаться аналогичным явлением. Естественно, что из-за наличия в плазме заряженных частиц эффект Бернулли должен сопровождаться образованием электродвижущих сил. Но не только в этом отличие потока плазмы от нейтральной жидкости. Разогрев носителей и нелинейность зависимости тока от напряженности поля, домензация поля и другие процессы проявляются самым существенным образом в потоке плазмы заряженных частиц, через полупроводник с переменной площадью сечения. При определенных условиях эти факторы приводят к возникновению токовых неустойчивостей.

Два полупроводниковых аналога явлений в газовой плазме — пинч-эффект (стягивание в шнур) и эффект закручивания в спираль возникают в собственной полупроводниковой плазме достаточной плотности. В равновесных условиях плотность частиц в собственной

плазме в полупроводнике определяется, как известно, шириной зоны запрещенных энергий и обычно невелика в сравнении, скажем, с плотностью частиц в примесной плазме.

Однако имеется ряд эффективных методов увеличения плотности частиц собственной плазмы. Основными из них являются следующие: ударная ионизация, инжекция из контактов и фотовозбуждение. Ударная ионизация зона—зона (§ 2 гл. 7) широко использовалась в экспериментах для создания плотной электронно-дырочной плазмы в объеме прямозонных полупроводников, таких, как InSb и InAs [1]. Инжекция носителей из контакта также использовалась для тех же целей в экспериментах [1, 2]. Фотовозбуждение электронно-дырочных пар стало очень эффективным методом с появлением лазеров. Таким образом, в полупроводниках плазма высокой плотности может быть создана контролируемым образом, причем плотность частиц в плазме можно менять на многие порядки сравнительно просто.

Пинч-эффект и винтовая неустойчивость в полупроводниках хотя и являются аналогами явлений в газовой плазме, но обладают целым рядом отличительных особенностей и своеобразных токовых неустойчивостей, которые довольно интенсивно исследовались многими авторами. В частности, ряд видов СВЧ-неустойчивостей, по-видимому, связан с пинчеванием плазмы.

§ 1. Поток плазмы через полупроводник с переменным сечением

Будем рассматривать однородную однокомпонентную, для определенности, электронную плазму и пренебрежем токами смещения. В стационарном случае условие непрерывности тока требует равенства токов в любом сечении полупроводника:

$$\operatorname{div} (Sj) = 0, \quad (1.1)$$

где S — площадь сечения. Непрерывность электрического тока в полупроводнике с переменной площадью сечения $S(x)$ должна обеспечиваться соответствующим изменением числа или скорости частиц, переносящих ток.

Рассмотрим сначала упрощенную картину. Положим, что подвижность и концентрация частиц в плазме не зависят от напряженности электрического поля. Положим также проводимость плазмы достаточно большой, такой, что можно считать

$$\operatorname{div}(\epsilon_1 E) = \rho \ll qn_0 \quad (1.2)$$

где n_0 — равновесная концентрация электронов. В такой среде изменение скачком плотности тока при переходе

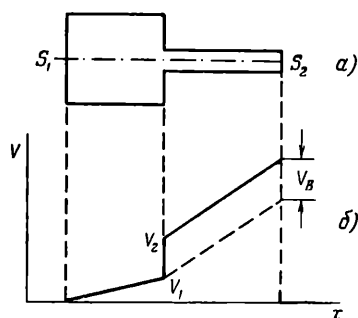


Рис. 9.1. Образец с переменными площадями сечения S_1 и S_2 (а); распределение потенциала в таком образце (б). $V_B = V_1 - V_2$ — конфигурационная эдс.

от площади сечения S_1 к площади сечения S_2 (рис. 9.1) может обеспечиваться исключительно за счет изменения дрейфовой скорости частиц. Действительно, согласно (1.1) $v_1 n_1 S_1 = v_2 n_2 S_2$, а согласно (1.2) $n_1 = n_2 = n_0$, поэтому $v_1/v_2 = S_2/S_1$.

Честер [3] показал, что скачкообразное изменение скорости частиц ведет к возникновению эдс на переходе из области 1 в область 2. Он положил, что разогрев электронов отсутствует, а изменение их кинетической энергии при переходе из области 1 в область 2 целиком обусловлено изменением дрейфовой скорости. Тогда

$$\frac{mv^2}{2} \Big|_1^2 = q(V_2 - V_1) = qV_B. \quad (1.3)$$

В (1.3) справа стоит работа, совершенная над электроном при переходе из области 1 в область 2. Величина V_B — эдс на переходе, которую Честер назвал конфигурационной. Физическая причина образования этой эдс является в определенной мере аналогом эффекта Бернулли в жидкостях и ее называют также эдс Бернулли [4]. Из (1.3) с учетом (1.2) получаем

$$V_B = \frac{m}{2q} (v_2^2 - v_1^2) = \frac{m}{2q} \left(\frac{1}{qn_0} \right)^2 J^2 \left(\frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_1^2} \right). \quad (1.4)$$

Конфигурационная эдс, как видим, меняет знак при изменении знака заряда, но не зависит от направления тока. Оценка величины V_B дает весьма малые значения. Так, в металле при разности квадратов плотностей тока в сечениях S_1 и S_2 порядка 10^8 a^2/cm^4 величина $V_B \sim \sim 10^{-12}$ в. Достоверных данных об экспериментальном наблюдении V_B нет. В работе [4] показано, что разностная эдс, обусловленная собственным эффектом Холла («eigen Hall Effekt» [4]), на несколько порядков может превышать эдс Бернулли. Собственный эффект Холла возникает вследствие взаимодействия тока частиц с магнитным полем, создаваемым этим же током. Поскольку холловское поле $\sim \mathbf{J} \times \mathbf{B}$, а $\mathbf{B} \sim \mathbf{J}$, то холловское напряжение на полупроводнике оказывается пропорциональным квадрату тока, т. е. имеет такую же зависимость от тока, что и V_B . Напряжение на пластине полупроводника, обусловленное собственным Холл-эффектом, равно [4]

$$V_H = -(\ln 4) \mu_0 R_H S j^2, \quad (1.5)$$

где R_H — постоянная Холла. Порядок величины V_H при $j^2 \approx 10^8$ a^2/cm^4 , $S \approx 10^{-6}$ cm^2 и $R \approx 10^{-2}$ $cm^3/a \cdot сек$ составляет $V_H \approx 10^{-5}$ в.

Если учесть разогрев электронов, то вследствие разницы их температур в узкой и широкой частях полупроводника на переходе из первой области во вторую возникает еще один вид эдс, а именно термо-эдс, обусловленная горячими электронами. Как показано в главе V, температура горячих электронов может достигать больших значений. В электронном германии при комнатной температуре при разнице электрических полей между узкой и широкой частью кристалла порядка 10^3 в/см термо-эдс на переходе составит величину порядка $V_T \approx \approx 10^{-3}$ в. Термо-эдс на горячих электронах в полупроводниках впервые экспериментально наблюдалась в работе [5], а затем исследовалась многими авторами [6, 7]. Термо-эдс на горячих электронах в полупроводниковых образцах с переменным сечением может возникнуть также вследствие «бесполевого» разогрева электронов за счет образования разности давлений в потоке электронного газа в таком кристалле [8].

Как видим, поток плазмы в полупроводнике через переменное сечение приводит к возникновению трех видов эдс. Все эти эдс достаточно малы, чтобы с ними (кроме, может быть, специальных случаев) нужно было бы считаться при анализе свойств плазмы.

Так обстоит дело, пока проводимость полупроводника не зависит от напряженности поля. Положим, что

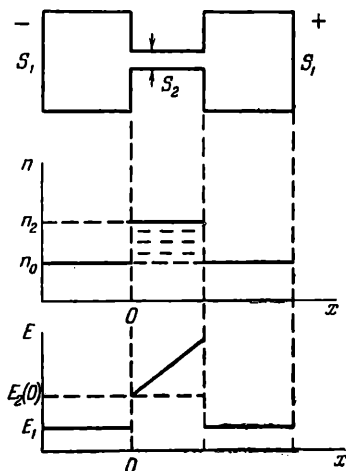


Рис. 9.2. Гантелеобразный образец (а) и распределение в нем концентрации носителей (б) и поля (в).

концентрация носителей не зависит от напряженности поля и изменение проводимости обусловлено зависимостью подвижности от электрического поля. В главе V мы видели, что в Ge, Si, GaAs и других полупроводниках дрейфовые скорости электронов в полях порядка $\sim 10^3$ в/см насыщаются. Для простоты будем полагать $\mu = \text{const}$ при $E < E_*$ и $\mu \sim 1/E$ ($\mu E \equiv v_s = \text{const}$) при $E > E_*$.

Теперь допустим, что напряжение, приложенное к гантелеобразному полупроводниковому образцу (рис. 9.2), таково, что поле в перемычке между блоками выше критического поля насыщения дрейфовой скорости E_* , а поле в блоках ниже E_* . Условие непрерывности тока в таком случае требует увеличения концентрации в перемычке:

$$n_2 = n_0 \frac{\mu E_1}{v_s} \frac{S_1}{S_2}, \quad (1.6)$$

где v_s — дрейфовая скорость насыщения, E_1 — поле в блоках.

Образование значительного объемного заряда в перемычке приводит к нарастанию электрического поля по координате от катода к аноду (рис. 9.2):

$$E_2(x) - E_2(0) = \frac{q(n_2 - n_0)}{\epsilon_1} x, \quad (1.7)$$

где

$$E_2(0) = \frac{S_1}{S_2} E_1.$$

Поскольку разность в сечениях S_1 и S_2 может быть велика, то это нарастание может достигать очень больших величин. Так, при $\epsilon_1/\epsilon_0 \approx 9$, $E_2(x) - E_2(0) = -2 \cdot 10^{-7} \Delta n x$ в/см и если $\Delta n = n_2 - n_0 \approx 10^{14}$ см⁻³, то уже при $x = 10^{-2}$ см поле в перемычке достигнет значений, достаточных для ударной ионизации. Как видим, в перемычке образуется статический домен сильного поля. Этот домен аналогичен статическому домену, возникающему в однородном по сечению полупроводнике с антизапорным контактом (см. рис. 6.6).

Если полупроводник в области сильных электрических полей обладает отрицательной дифференциальной проводимостью, то домен будет неустойчивым и в полупроводнике возникнут колебания тока (см. § 2 гл. VI). Такие колебания тока наблюдались в работе [9] в гантелеобразных образцах электронного германия, который при $j \parallel \langle 100 \rangle$ и $T = 77^\circ$ К имеет падающий участок в зависимости ν от E . Частота колебаний была порядка одного гигагерца. При увеличении приложенного к образцу напряжения поле в перемычке со стороны анода достигало значений, необходимых для ударной ионизации, в результате которой происходила генерация электронно-дырочных пар и инжекция дырок в перемычку. В этом случае вместе с высокочастотными наблюдались и низкочастотные (~ 100 кГц) колебания тока [9].

Природа низкочастотных колебаний до конца не понята. Кикучи и Абе [10] экспериментально установили, что низкочастотные колебания в гантелеобразных образцах n -Ge возникают при инжекции дырок в прикатодную область переборки. Образец, генерирующий такие низкочастотные колебания ($0,4 - 1$ мГц), они назвали «Соджикон» (Semiconductor Oscillator Generator by Injection and Constriction). С другой стороны, низкочастотные колебания в гантелеобразных образцах n -Ge наблюдались также в работе [11], в которой установлено, что амплитуда колебаний максимальна при освещении зондом прианодной части перемычки. Во всяком случае, как отмечается в обеих работах, возникновение неустой-

чивости связано с наличием в образце неосновных носителей заряда.

Ударная ионизация вблизи анодной части переборки может приводить и к высокочастотным колебаниям. Такие колебания могут быть обусловлены лавинно-пролетными эффектами в этой части переборки (см. § 3 гл. VII). В частности, из-за нарастания поля с координатой может осуществиться режим TRAPATT (см. рис. 7.12). Экспериментально обнаруженные в области достаточно

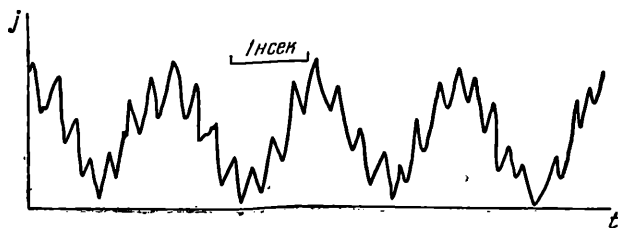


Рис. 9.3. Оциллограмма колебаний тока в гантелеобразном образце n -Ge при комнатной температуре [12].

больших напряжений высокочастотные колебания в гантелеобразных образцах n -Ge при комнатных температурах [12], по-видимому, могут быть объяснены лавинно-пролетными эффектами (рис. 9.3).

Таким образом, зависимость подвижности носителей заряда от напряженности электрического поля привела к качественному изменению картины прохождения потока плазмы через полупроводник с переменной площадью сечения: коренным образом изменилось распределение поля в области узкого сечения и возникли колебания тока даже в отсутствие падающей ветви в зависимости v от E .

В заключение этого параграфа обратим внимание на еще один интересный эффект, открытый в работе [13] и названный биградиентным. Сущность эффекта состоит в том, что если сечение переборки в гантелеобразном образце меняется от катодной части к анодной, то такой образец выпрямляет переменный электрический ток и на нем возникает так называемая биградиентная эдс. Рассмотрим полупроводниковый образец в виде двух

соединенных вершинами конусов с разными углами растворов (рис. 9.4). Положим углы раствора малыми и будем, как и раньше, пренебрегать токами смещения и диффузионными токами; тогда уравнение для плотности тока и уравнение Пуассона можно записать в одномерном виде:

$$j(x) = qn(x)\mu(E)E(x),$$

$$\frac{1}{S(x)} \frac{d}{dx} [S(x)E(x)] = \frac{q}{\epsilon_1} [n(x) - n_0]. \quad (1.8)$$

Положив, что подвижность $\mu = \text{const}$ при $E < E_x$ и $v_s = \text{const}$ при $E > E_x$, получим

$$\frac{1}{S(x)} \frac{d}{dx} [S(x)E(x)] = - \frac{qn_0}{\epsilon_1} \left[\frac{\mu(0)E_0S_0}{\mu(E)E(x)S(x)} - 1 \right], \quad (1.9)$$

где $\mu_0(0)$ — подвижность и E_0S_0 — произведение поля на площадь сечения в широкой части образца, где $E < E_x$, а $\mu(E)E(x) = v_s = \text{const}$.

На рис. 9.4, б, в, г приведены кривые зависимости $E(x)$ и $n(x)$, полученные из решения уравнения (1.9) при следующих значениях параметров: $x_1 = 16$, $n_0 = N_d = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $S(0)/S(x_1) = 10^4$, $S(x_1) = 2 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2$, $\mu(0) = 3900 \text{ см}^2/\text{в} \cdot \text{сек}$, $E_x = 1,7 \text{ кВ/см}$, $\alpha_1 = 45^\circ$ и $\alpha_2 = 12^\circ$. Цифры 1 и 2 относятся к разным полярностям приложенного напряжения: 1 — соответствует плюсу на электроде А, а 2 — минусу. Качественно эти кривые вполне понятны. В случае 2 концентрация электронов в конусе остается постоянной, пока в некотором сечении слева от x_1 электрическое поле не достигнет значения E_x , выше которого дрейфовая скорость насыщается. Площадь сечения, соответствующего E_x , больше площади сечения в точке x_1 , и вследствие насыщения дрейфовой скорости непрерывность тока может быть обеспечена лишь увеличением концентрации электронов с ростом x , а справа от сечения x площадь сечения образца растет и ему соответствует уменьшение концентрации, вплоть до образования области обеднения. Соответственно изменению плотности заряда изменяется напряженность поля в образце. Важно отметить, что максимум напряженности поля не совпадает с местом минимальной площади сечения образца, а смещен вправо от x_1 в сторону анода. Аналогично объясняется и распределение поля в случае 1. Очень

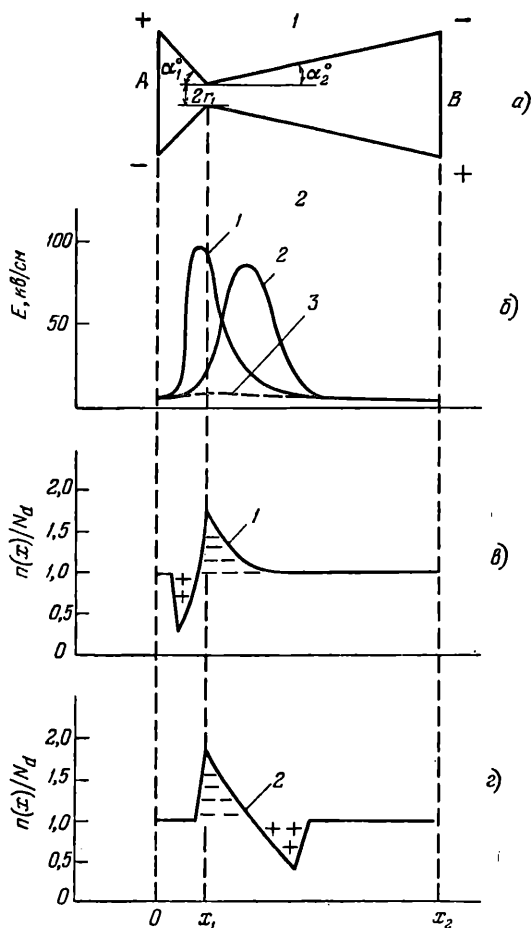


Рис. 9.4. Биградиентный эффект: конфигурация образца (а); распределение электрического поля (б); распределения плотностей числа подвижных частиц (в), (г) [14]. Цифры у кривых 1 и 2 соответствуют разным полярностям приложенного напряжения. Кривая 3 — распределение поля в случае $\mu\text{-const}$.

существенным обстоятельством является то, что распределение поля и концентрации из-за несимметричности геометрии образца оказываются разными при смене направления тока. Это приводит к тому, что такой образец выпрямляет ток. При пропускании переменного тока через такой образец на нем образуется эдс. Следует отметить, однако, что рассмотренная картина биградиентного эффекта является качественной. При наличии асимметрии геометрии образца не только перераспределение поля, но и разогрев электронов оказывается асимметричным. Большие градиенты полей приводят к большим градиентам температуры электронов. Поэтому такие явления, как асимметрия термо-эдс, эффект Бенедикса [15] и особенно диффузия и нелокальные явления (поскольку характерные длины изменения поля оказываются короче длин остывания горячих электронов (см. § 4 гл. I)), также играют существенную роль в формировании биградиентного эффекта.

Биградиентный выпрямитель тока в области токов низкой частоты не может конкурировать с диодами на $p-n$ -переходах. Однако в СВЧ-диапазоне биградиентный детектор обладает значительно большей чувствительностью ($\sim 10^4$ *в/см* при $T=77^\circ$ К), чем диод с $p-n$ -переходом.

§ 2. Пинч-эффект

В 1934 г. Беннетт [16] ввел понятие токового пинча в электронно-ионной плазме: стягивание тока через плазму в шнур (пинч) под действием сжимающего действия магнитного поля, создаваемого этим током. В газовом разряде пинч-эффект проявляется в виде сжатия разряда под действием протекающего по нему тока (самостягивающийся разряд). Пинч-эффект используется при исследованиях по управляемому термоядерному синтезу для создания высокотемпературной плазмы.

Ток, протекающий по плазме, J_0 , окружает себя кольцевыми силовыми линиями магнитного поля B_0 . Возникающая сила Лоренца $\sim J_0 \times B_0$ сжимает поток носителей тока. В электронной плазме объемный заряд неподвижных доноров препятствует такому сжатию и в ней пинч-эффект не возникает. В собственной плазме, вследствие компенсации зарядов, сжатие идет до тех пор,

пока сила Лоренца не уравновесится силой давления. В стационарном равновесии имеем

$$\nabla P = \mathbf{J} \times \mathbf{B}. \quad (2.1)$$

Примем, что полупроводник имеет форму длинного цилиндра (рис. 9.5, а). В цилиндрических координатах (2.1) принимает вид

$$\nabla_r P = I_r (J_\theta B_z - J_z B_\theta). \quad (2.2)$$

Здесь I_r — единичный вектор вдоль радиуса r , J_z и J_θ — продольный и азимутальный токи, B_z и B_θ — продольное и азимутальное магнитные поля. Токи и магнитные поля связаны уравнением Максвелла $\text{rot } \mathbf{B} = \mathbf{J}$,

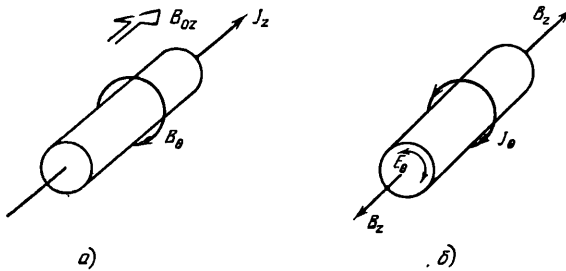


Рис. 9.5. Конфигурации полей в экспериментах с пинч-эффектом: обычный пинч (z-пинч) (а); θ -пинч (б).

которое в цилиндрической системе координат распадается на два:

$$-\frac{\partial B_z}{\partial r} = J_\theta, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta) = J_z. \quad (2.3)$$

Магнитное поле B_θ есть собственное магнитное поле тока J_z , а B_z — внешнее продольное магнитное поле.

Давление P в выражении (2.2) состоит из двух компонент: давления вследствие теплового движения частиц $P(r) = n(r) k_B (T_n + T_p)$ и магнитного давления $B^2/8\pi$.

Полагая $B_z = 0$ и интегрируя (2.2), получим выражение для критического тока, при котором плазма стягивается в пинч радиусом a (концентрация частиц плазмы при $r \geq a$ равна нулю)

$$J_B^2 = 2Nk_B (T_n + T_p), \quad (2.4)$$

где $N = 2\pi \int_0^a nr dr$ — погонная концентрация. Ток J_B называют током Беннетта. Если образец имеет радиус a , то при токе $J = J_B$ плазма отрывается от поверхности образца. При выводе (2.4) полагалось, что температуры электронов и дырок мало меняются по диаметру шнура. В области закона Ома $J_z = qN\mu E_z$, где подвижность $\mu = \mu_n + \mu_p$, получаем

$$J_B = \frac{2k_B(T_n + T_p)}{q\mu E_z} \approx 2 \cdot 10^9 \frac{k_B T_n + k_B T_p}{\mu E_z} \text{ ампер.} \quad (2.5)$$

Здесь $k_B T_n$ выражено в электронвольтах, а μE_z — в см/сек. При наличии внешнего магнитного поля B_z в выражении для критического тока появляется дополнительный член [17]

$$J_0^2 = J_B^2 - \frac{a^2}{4} [B_z^2(a) - B_z^2], \quad (2.6)$$

где $B_z^2 = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a B_z^2 \cdot 2\pi r dr$. Собственное магнитное поле B_0

всегда сжимает плазму. Продольное магнитное поле сжимает плазму в случае, если наружное поле $B_z(a)$ больше внутреннего, и стремится расширить ее (разрушить пинч), если наружное поле меньше внутреннего.

В высокопроводящей полупроводниковой плазме при достаточной напряженности магнитного поля возникает винтовая неустойчивость (§ 3), разрушающая пинч. Именно это свойство было использовано для идентификации в полупроводнике пинч-эффекта в первых экспериментах [18, 19]. При измерениях проводимости собственной плазмы в n -InSb, образованной лавинной ионизацией, включение продольного магнитного поля приводило к быстрому росту проводимости, если ток превышал некоторое критическое значение (рис. 9.6). Этот рост проводимости вызван разрушением пинча.

Вольтамперные характеристики при пинч-эффекте в полупроводнике. Из рис. 9.6 видно, что ток через образец остается пропорциональным полю, хотя пинч уже образовался (кривая при $H=0$ в области $180 \div 230$ в/см). Это можно понять, если положить, что при сжатии плазмы

в шнур погонные концентрации электронов и дырок, их температуры и подвижности остаются постоянными. Тогда закон Ома не нарушается. Однако плазма в случае, когда ток оказывается выше J_B , неустойчива и должна сжаться в бесконечно тонкий шнур. Реально плазма

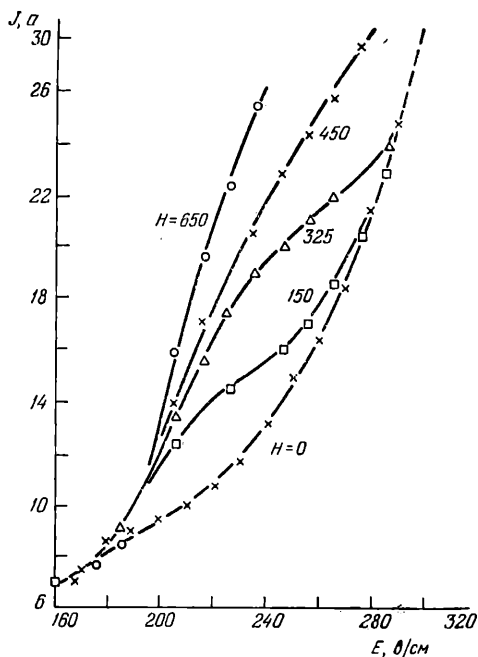


Рис. 9.6. Зависимость тока от поля для n -InSb при $T=77^\circ \text{K}$ для различных значений продольного магнитного поля (цифры у кривых — напряженность поля в гауссах) [19].

будет сжиматься до такого радиуса r_0 , пока вследствие действия ограничивающего механизма не наступит новое равновесное состояние $J(r_0) = J_B(r_0)$. Ограничивающие механизмы можно разбить на три группы: уменьшение подвижности со сжатием плазмы, увеличение температуры частиц плазмы и увеличение или уменьшение погонной концентрации частиц плазмы.

Если в плазме действует первый механизм, возникающий, например, из-за зависимости μ от концентрации носителей n , которая растет со сжатием плазмы, то не-

зависимо от конкретного вида этого механизма плазма будет сжиматься до тех пор, пока $J(r_0) = J_B$. Но J_B не зависит от подвижности (2.4), и вольтамперная характеристика в этом случае насыщается (кривая 2 рис. 9.7).

Увеличение температуры со сжатием плазмы ведет к росту тока Беннетта (2.4). Если $T_{n,p} \sim E^2$, то $J = J_B \sim E$ и вольтамперная характеристика имеет омический характер (прямая 1 рис. 9.7).

Погонная концентрация носителей заряда при сжатии плазмы может как расти, так и уменьшаться. Нагрев решетки током в шнуре ведет к увеличению концентрации. Отрыв плазмы от поверхности ведет к дополнительной генерации носителей заряда вследствие нарушения генерационно-рекомбинационного равновесия на поверхности. С другой стороны, со сжатием плазмы вследствие увеличения плотности частиц может возрастать скорость рекомбинации носителей, в частности излучательной рекомбинации, приводя к уменьшению погонной концентрации носителей заряда в плазменном шнуре.

Наконец, концентрация частиц в плазме, образуемой инжекцией носителей из контактов, зависит от радиуса пинча и общего тока через полупроводник. Независимо от механизма изменения концентрации ток Беннетта в новом состоянии равновесия будет обратно пропорционален напряженности электрического поля (2.5), и вольтамперная характеристика будет иметь вид кривой 3 (3') (рис. 9.7). Ветвь 3' реализуется, когда N растет, а 3 — когда N уменьшается с ростом поля E_s . В реальной ситуации могут проявляться одновременно несколько механизмов, приводя к весьма замысловатым вольтамперным характеристикам. Возможность линейной зависимости J от E в области пинча указывает на то, что по вольтамперной характеристике не всегда можно обнаружить его возникновение.

Экспериментально наблюдались все три вида вольтамперных характеристик, показанных на рис. 9.7.

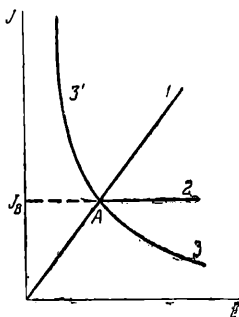


Рис. 9.7. Возможные вольтамперные характеристики при пинч-эффекте: 1 — $J = q\mu NE$; 2 — $J = \sqrt{2Nk_B(T_n + T_p)}$; 3 или 3' — $J = 2k_B(T_n + T_p)/q\mu E$ [20].

На рис. 9.8 показаны вольтамперные характеристики $p^+ - i - n^+$ -диодов из InSb с различной толщиной i -области. Собственная плазма в образцах создавалась двойной инжекцией носителей из контактов. Поскольку инжекция носителей равномерна по всей площади контакта, то сжатие плазмы в шнур оказывается невозможным вблизи контакта в некоторой области порядка длины дрейфа инжектированных носителей за время формирования

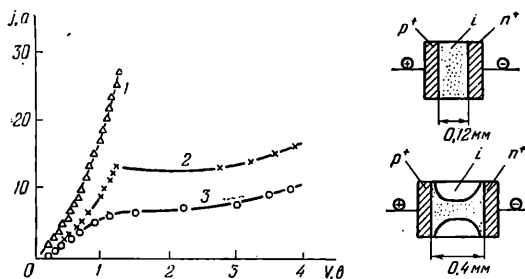


Рис. 9.8. Вольтамперные характеристики для $p-i-n$ -диодов из InSb с разной толщиной i -области при $T=4,2^\circ\text{K}$: 1 — $d=0,15$ мм; 2 — $d=0,25$ мм; 3 — $d=0,45$ мм [2]. Справа схематически показано распределение плазмы в тонком и толстом образцах.

пинча [2]. В самом тонком образце ($d=0,15$ мм) эта длина оказалась сравнимой с его толщиной и пинч-эффект не наблюдался вплоть до максимальных токов. Рекомбинация в неравновесной плазме, образованной двойной инжекцией, сопровождалась излучением. В тонких образцах ($d=0,15$ мм) наблюдалось равномерное свечение по всей области кристалла между контактами. В толстых образцах ($d=0,4$ мм) имелись максимумы интенсивности свечения в областях вблизи контактов, а в средней части образца излучение было мало. Это объяснялось образованием плазменного шнура. Поскольку плазма в средней части образца сжималась внутри кристалла, излучение из нее сильно поглощалось толщиной кристалла. На врезке рис. 9.8 показано распределение плазмы в тонком и толстом образцах. Включение продольного магнитного поля B_z разрушает пинч и приводит к увеличению свечения из полупроводника [2, 21].

Тэта-пинч. Как уже упоминалось выше, если внешнее магнитное поле на внешней границе образца больше чем внутри его, то плазма может быть сжата в шнур этим полем (2.6). Эта возможность сжатия плазмы не за счет собственного поля тока через плазму, а внешним полем, также используется в некоторых установках по исследованию управляемого ядерного синтеза. Сжатие в шнур плазмы за счет внешнего магнитного поля называют тэта-пинчем (обычный пинч-эффект называют зет-пинчем) (см. рис. 9.5).

Тэта-пинч в полупроводнике наблюдался в работе [22]. В этом опыте сжатие плазмы осуществлялось без пропускания тока через образец. На цилиндрический образец антимонида индия ($l=5$ мм, $d=8,9$ мм) накладывался виток проводника, через который проводился разряд безындукционного конденсатора. В образце возникло аксиальное магнитное поле B_z в виде затухающей синусоиды и индуцировалось азимутальное электрическое поле E_θ (рис. 9.5, б). Под действием силы Лоренца $\sim E_\theta B_z$ плазма носителей тока в первую четверть синусоиды сжималась от поверхности к центру (сила Лоренца в этом опыте максимальна у поверхности, так как магнитное поле не успевало продиффундировать в глубь плазмы).

В эксперименте [22] наряду со сжатием плазмы наблюдалась ударная ионизация полем E_θ у поверхности образца (рис. 9.9).

Неустойчивости тока. Стягивание плазмы в шнур и ток в шнуре являются неравновесными процессами, при которых возможны различные виды неустойчивостей. Эти неустойчивости составляют одну из основных проблем на пути стабилизации газового пинча в установках по исследованию возможностей создания управляемого ядер-

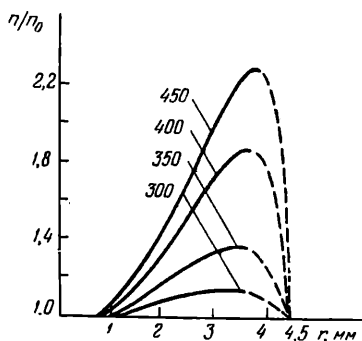


Рис. 9.9. Распределение концентрации носителей тока по радиусу образца в различные моменты времени при θ -пинче в собственном антимониде индия. Цифры у кривых — время в наносекундах после начала разрядного тока [22].

ного синтеза. В отсутствие внешнего магнитного поля такие неустойчивости проявляются в образовании перетражек и изгибов пинча, в нарастании ионизации нейтральных частиц в канале пинча.

В полупроводниках взаимодействие плазмы носителей с решеткой и друг с другом приводит к изменению механизмов формирования вольтамперной характеристики за критической точкой A (см. рис. 9.7), в результате чего радиус шнура, а также напряжение и ток через образец оказываются неустойчивыми. Такие неустойчивости в виде колебаний напряжения на образце наблюдались уже в самых первых экспериментах по пинч-эффекту в антимониде индия [18].

Относительно низкочастотные колебания (десятки мегагерц) удается качественно объяснить, приняв во внимание разогрев решетки в центре канала пинча [1].

В 1964 г. Ларраби и Хигинботем [23] сообщили о генерации СВЧ-колебаний вплоть до 102 Гц при пропускании тока через InSb . Вслед за этой работой появились многочисленные эксперименты по изучению СВЧ-эмиссии из InSb , которые показали, что этот эффект может возникать в самых различных экспериментальных условиях и, по-видимому, не может быть объяснен каким-либо одним механизмом. Наблюдалась СВЧ-эмиссия при пороговых полях, начиная от единиц в/см . Генерировалась мощность от нановатт до микроватт. В одних экспериментах для СВЧ-генерации требовалось внешнее магнитное поле, причем генерация сильно зависела от ориентации магнитного поля относительно электрического. В других экспериментах СВЧ-генерация наблюдалась без магнитного поля.

СВЧ-колебания нельзя объяснить неустойчивостью образования пинча, поскольку времена стягивания плазмы в пинч, его время жизни и тепловая релаксация слишком велики (10^{-6} – 10^{-8} сек [1]). Однако в самом шнуре возможны процессы, приводящие к токовым неустойчивостям и СВЧ-эмиссии.

Практически в пинче образуется плазма большой плотности и мощные потоки частиц плазмы. Взаимодействия этих потоков с акустическими волнами в решетке и с различными волнами в плазме могут обуславливать различные виды СВЧ-эмиссии из InSb [24].

Роль внешнего магнитного поля в этих экспериментах, по-видимому, побочная. Зависимость эмиссии от ориентации поля связана со смещением канала пинча магнитным полем к поверхности образцов и уменьшением поглощения эмиттируемого из пинча СВЧ-излучения в объеме полупроводника [1, 24].

Заметим здесь, что СВЧ-эмиссия из InSb и других полупроводников не обязательно связана с пинч-эффектом. Так, в работе [25] наблюдалась СВЧ-эмиссия из объема полупроводника InSb, возникающая вследствие возникновения дробового шума при генерации электронно-дырочных пар сильным электрическим полем. СВЧ-эмиссия при генерации носителей заряда в объеме сильным электрическим полем наблюдалась и из других полупроводников (Ge, Te и др.).

Подробнее о пинч-эффекте в полупроводниках см. обзор [26].

§ 3. Винтовые и градиентные неустойчивости

Одной из первых неустойчивостей плазмы, открытой в полупроводниках, является винтовая неустойчивость. В 1958 г. Иванов и Рывкин [27] сообщили о наблюдении колебаний тока при его пропускании вдоль тонкого и длинного образца *n*-Ge ($1 \times 1 \times 8$ мм), помещенного в достаточно сильное продольное магнитное поле ~ 10 кэ. Аналогичная неустойчивость позднее наблюдалась в антимониде индия, кремнии и германии. Собственная плазма в этих материалах создавалась ударной ионизацией [28], инжекцией, светом и нагревом образца [29]. Была отмечена зависимость порогового напряжения от магнитного поля и от обработки поверхности полупроводника, а также обнаружены колебания потенциала на боковых гранях образца. Амплитуда колебаний тока составляла в некоторых образцах около 70% величины постоянной составляющей тока. Частота колебаний $10^4 \div 10^7$ гц. Форма колебаний была близка к синусоидальной, что позволило назвать образцы, в которых возбуждалась неустойчивость Иванова и Рывкина, осциллисторами [29].

В том же 1958 г. Ленерт наблюдал неустойчивость слабоионизованной плазмы газового разряда в продольном магнитном поле. В 1960 г. Кадомцев и Недоспасов [30] пока-

зали, что она обусловлена развитием винтовой неустойчивости плотности плазмы.

В 1961 г. Гликсман [31] объяснил явления в осциллисторах, на основе винтовой неустойчивости Кадомцева—Недоспасова. В экспериментах [32, 33] было показано, что структура возмущений плотности плазмы

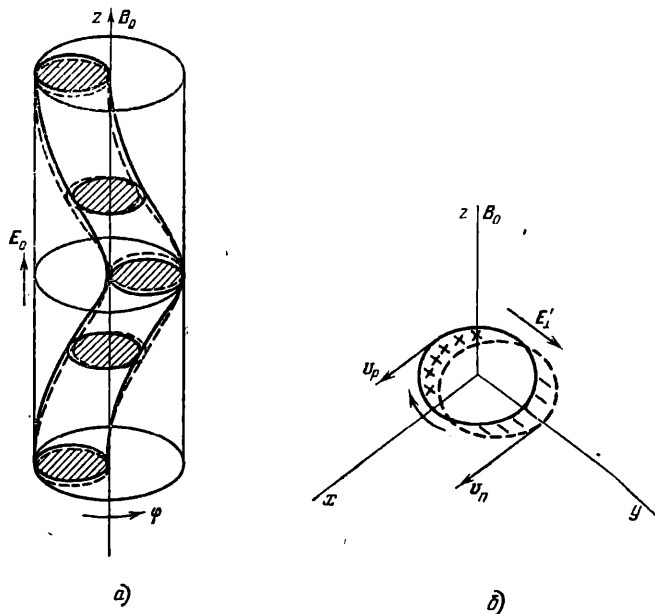


Рис. 9.10. Винтовая флуктуация. Пунктиром показан сдвиг электронной составляющей относительно дырочной полем E_0 (а). Вращение электронного возмущения плотности относительно дырочного (б).

и потенциала в осциллисторе из n -Ge действительно имеет винтовой характер.

Поясним механизм винтовой неустойчивости. Представим себе, что в полупроводниковой собственной плазме, помещенной в постоянное электрическое E_0 и магнитное B_0 поле, причем $E_0 \parallel B_0$, возникает винтовое возмущение плотности (рис. 9.10, а)

$$n_1 = n_m(x, y) \exp\{i(\omega t - kz + \varphi)\}, \quad (3.1)$$

где z и φ — цилиндрические координаты. Возмущение такой формы выбрано не случайно. Известно, что плаз-

менный шнур с током в продольном магнитном поле стремится свернуться в винтовую линию, в состоянии с меньшей энергией азимутального магнитного поля [34]. Рис. 9.11 иллюстрирует стабилизирующее действие внешнего магнитного поля B_0 на изгиб шнура с током. При изгибе шнура с током плотность азимутального поля B_θ растет с внутренней стороны изгиба и на шнур действует сила F_0 , стремящаяся увеличить изгиб. Продольная шнуру составляющая внешнего магнитного поля, будучи вмороженной в плазму, действует как натяжение, создавая силу F_B , направленную внутрь. Если изгиб шнура расположен наклонно (винт) к направлению внешнего магнитного поля, то при «правильном» наклоне перпендикулярная шнуру составляющая магнитного поля $B_{0\perp}$ уменьшает действие силы азимутального поля, стабилизируя флуктуацию изгиба (рис. 9.11).

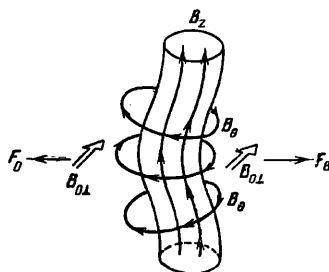


Рис. 9.11. Стабилизация изгиба плазменного шнура внешним магнитным полем.

Под действием внешнего поля E_{0z} , направленного вдоль оси винта, происходит сдвиг винтового электронного возмущения плотности относительно дырочного. В результате этого сдвига образуются поля E'_\perp в плоскости xu (см. рис. 9.10, б). Взаимодействие поля E'_\perp с полем B_0 приводит к дрейфу носителей в перпендикулярном этим полям направлении. Вследствие разницы подвижностей электронов μ_n и дырок μ_p наряду со сносом возмущения в целом в плоскости xu возникает вращение электронного возмущения плотности относительно дырочного и соответствующее вращение поля E'_\perp (см. рис. 9.10, б). Именно это вращающееся поле ответственно за возникновение колебаний поперечного потенциала в полупроводниковых стержнях с винтовой неустойчивостью. Угловая скорость вращения $\sim (\mu_n - \mu_p)$ равна нулю, если $\mu_n = \mu_p$. В не очень сильных полях, когда скорость азимутального дрейфа $\sim \mu E_\perp \times B_0$, угловая скорость, а значит, и частота поперечных колебаний растут с увеличением B_0 . В сильных B_0 скорость дрейфа

электронов и дырок одинакова, $u = E_{\perp} / B_0$, и частота колебаний снова равна нулю. Таким образом, зависимость частоты поперечных колебаний от B_0 имеет колоколообразный вид.

Если плазма не полностью скомпенсирована (равновесные концентрации электронов и дырок не равны $n_0 \neq p_0$), то винтовое возмущение в поле E_0 будет сноситься в целом вдоль оси z в сторону движения неосновных носителей тока с амбиполярной скоростью $v_a = b_a E_x$, где

$$b_a = \frac{\mu_n \mu_p (n_0 - p_0)}{\mu_n n_0 + \mu_p p_0} \quad (3.2)$$

— амбиполярная подвижность. Этот амбиполярный дрейф эквивалентен азимутальному вращению и дает поправку к частоте поперечных колебаний поля $\omega' = kv_a$. При $n_0 > p_0$ знак этой поправки противоположен знаку частоты в случае скомпенсированной плазмы. В нескомпенсированной плазме поперечные колебания поля могут вообще исчезнуть или изменить знак (направление вращения электронов относительно дырок в заданном сечении образца).

Теперь рассмотрим физические причины неустойчивости винтового возмущения и колебаний поперечного потенциала в плазме, т. е. определим условия, при которых эти колебания нарастают во времени.

Выше уже упоминалось, что в продольном магнитном поле и поперечном поле E'_{\perp} , возникшем вследствие разделения зарядов, происходит дрейф возмущения плотности плазмы к поверхности образца: радиус спирали увеличивается. Покажем, что этот дрейф приводит к неустойчивости, если плотность плазмы изменяется от центра к поверхности [34].

Положим скорости дрейфа электронов и дырок равными, тогда поле E'_{\perp} не вращается и мы совместим его с осью y . Под действием полей E_y и B_{0z} плазма будет смещаться вдоль оси x . Положим далее, что продольное магнитное поле очень сильное и частота Альфвеновских колебаний много больше частоты рассматриваемых нами колебаний. Тогда возмущениями магнитного поля можно пренебречь и электрические поля возмущений полагать потенциальными.

Поперечный дрейф нейтральной плазмы в отсутствие вращения поля E_y не дает возмущения продольного тока

$$\sigma_0 E_x + \sigma E_0 = -ik_x \varphi \sigma_0 + \sigma E_0 = 0. \quad (3.3)$$

Здесь φ , E и σ — возмущения потенциала, поля и электропроводности соответственно, нулевыми индексами отмечены невозмущенные значения. Перенос плазмы вдоль оси x возмущает проводимость. Для возмущения проводимости можем записать

$$\frac{d\sigma}{dt} = \text{div}(\sigma v_x) + R, \quad (3.4)$$

где $R < 0$ учитывает рассеивание электропроводности, например, вследствие амбиполярной диффузии вдоль оси z . В сильных магнитных полях $v_x = E_y/B_z$ и (3.4) принимает вид

$$i\omega\sigma - \frac{ik_y \varphi}{B_z} \frac{d\sigma_0}{dx} - R = 0. \quad (3.5)$$

Из уравнений (3.5) и (3.3) находим мнимую часть частоты ω'' :

$$\omega'' = R'' - \frac{k_y E_y}{k_z B_z \sigma_0} \frac{d\sigma_0}{dx}. \quad (3.6)$$

При достаточно большом k_y (коротковолновые возмущения) второе слагаемое в (3.6) может стать больше первого и возмущение плотности плазмы будет нарастать во времени. Как видим, обязательным условием неустойчивости является неоднородность σ_0 .

Наглядно такое нарастание возмущения иллюстрируется рис. 9.12. Пусть наклонный слой плазмы $ABCD$ сместился вдоль оси x , как это показано на рисунке. Тогда, поскольку проводимость слоя $ABCD$ иная, чем в окружающей области, на нем в поле E_{0z} будут индуцироваться заряды, образуя поле E_y . При соответствующем знаке $d\sigma_0/dx$ и k_y/k_z — наклоне возмущения относительно E_{0z} и B_{0z} — дрейф возмущения плазмы

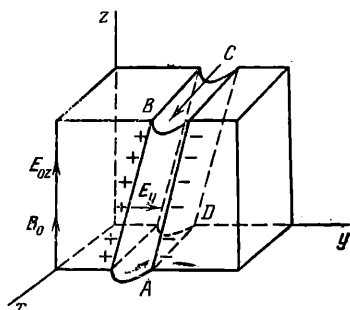


Рис. 9.12. Токково-конвективная неустойчивость [34].

в полях E_y и B_{0z} будет проходить в направлении первоначального смещения. Этот дрейф приведет к нарастанию возмущения плотности частиц относительно окружающего пространства и росту поля E_y . Естественно, наряду с нарастанием возмущения оно будет рассасываться за счет диффузии. Неустойчивость возникает тогда, когда дрейфовый поток превысит диффузионное рассасывание. Этот механизм нарастания возмущения называют токово-конвективным [34].

Нарастание поля E_y соответствует, в случае неравных скоростей дрейфа электронов и дырок, увеличению вращающегося поля E'_1 , что означает нарастание колебаний поперечного потенциала на образце.

Первая теория осциллистора [31], исходящая из рассмотренной выше модели, объяснила основные экспериментальные факты: зависимость порогового электрического поля от магнитного $E_k \sim B^{-1}$, колоколообразную зависимость частоты колебаний от магнитного поля, зависимость всех параметров от обработки поверхности.

Градиент электропроводности по сечению образца в теории Гликсмана [31] возникал благодаря диффузии носителей неравновесной плазмы в сторону поверхности с большой скоростью рекомбинации.

В случае поверхности с малой скоростью рекомбинации («чистая» поверхность) градиента концентрации плазмы в объеме образца нет и неустойчивость определяется резким перепадом плотности плазмы на поверхности образца и, естественно, винтовая волна возбуждается в поверхностном слое (поверхностный осциллистор). Поверхностный осциллистор был исследован в работе Гурвица и Мак-Уортера [35]. Приведем результаты расчетов, выполненных в этой работе. Критерий винтовой неустойчивости имеет вид

$$HE \geq - \frac{6k_a D_a}{\mu_M^2}, \quad (3.7)$$

где

$$k_a^2 = \frac{4}{3a^2}, \quad D_a = \frac{n_0 \mu_n D_p + p_0 \mu_p D_n}{n_0 \mu_n + p_0 \mu_p},$$

$$\mu_M^2 = \frac{n_0 p_0 \mu_n \mu_p (\mu_n + \mu_p)^2}{(n_0 \mu_n + p_0 \mu_p)^2}.$$

Частота колебаний вблизи порога возбуждения в случае собственного образца

$$\omega_c \approx 4 \frac{D_a}{a^2} (\mu_n - \mu_p) H. \quad (3.8)$$

В случае несобственных образцов частота колебаний определяется скоростью амбиполярного дрейфа винта в целом вдоль его оси

$$\omega_c = k_c v_a. \quad (3.9)$$

Результаты экспериментальных исследований поверхностного осциллистора в образцах n -Ge приведены на рис. 9.13 и 9.14. Наблюдалось конвективное нарастающее винтовое волн. Возбуждение начального сигнала вида $\sin \varphi$ осуществлялось с помощью четырех зондов, расположенных по азимуту образца. Коэффициент усиления измерялся с помощью точечных зондов, расположенных вдоль образца. Наибольшее усиление, соответствующее $k \sim 4 \text{ см}^{-1}$, равно (рис. 9.13) 35 дБ/см . Экспериментальные и расчетные кривые хорошо согласуются.

Гуревич и Иоффе [36, 37] теоретически исследовали винтовые неустойчивости плазмы в полупроводниках при различных других способах образования градиента плотности плазмы: эффект Суля при непараллельных E_0 и V_0 , градиент концентрации примесей, градиент освещения образца. Эти виды неустойчивости называют еще градиентными.

Простота эксперимента с осциллисторами и связанная с ней возможность легкой экспериментальной проверки выводов теории способствовали развитию работ в этой области. Экспериментально наблюдались предсказываемые теорией осциллистора явления: зависимость критических полей от угла между E_0 и V_0 , а также от скорости поверхностной рекомбинации, которая менялась различными методами. Выполнено немало теоретических и экспериментальных работ по винтовой неустойчивости в сильных магнитных полях. Сводку результатов, полученных в этих работах, можно найти в обзоре [38].

Нужно отметить, что теоретические модели, опирающиеся на механизм токово-конвективной неустойчивости, хорошо, вплоть до количественного совпадения, объясняют колебания поперечного потенциала, но не

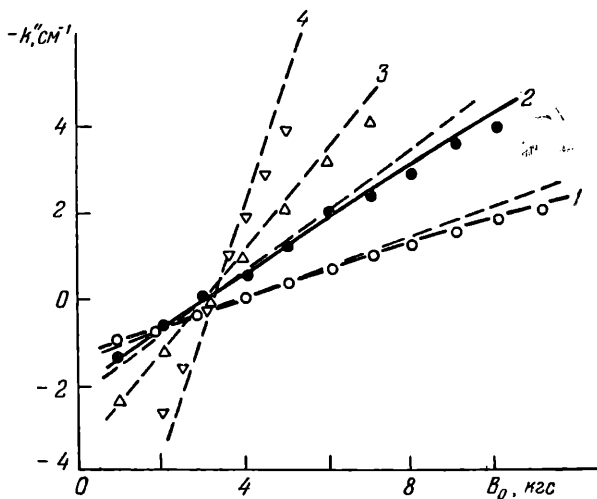


Рис. 9.13. Зависимость коэффициента усиления амплитуды винтовых волн от магнитного поля для разных температур [35] ($E_0=50 \text{ в/см}$): 1 — $T=27^\circ \text{C}$, $f=195 \text{ кГц}$; 2 — $T=37^\circ \text{C}$, $f=127 \text{ кГц}$; 3 — $T=47^\circ \text{C}$, $f=78 \text{ кГц}$; 4 — $T=87^\circ \text{C}$, $f=30 \text{ кГц}$.

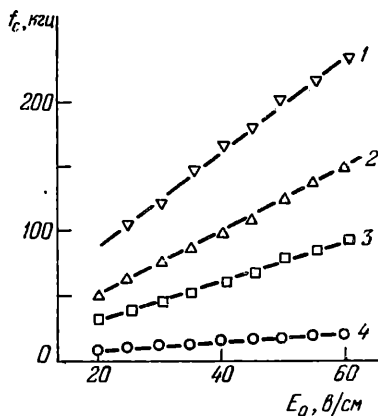


Рис. 9.14. Зависимость критической частоты f_c , начиная с которой возникает усиление винтовой волны, от электрического поля E_0 для различных температур [35]: 1 — $T=27^\circ \text{C}$; 2 — $T=37^\circ \text{C}$; 3 — $T=47^\circ \text{C}$; 4 — $T=77^\circ \text{C}$.

дают объяснений колебаний продольного тока, наблюдаемого практически во всех экспериментах. Возможно, что колебания продольного тока связаны с нелинейными эффектами или с другой (невинтовой) модой возмущения.

Одним из интересных явлений, связанных с винтовой неустойчивостью, в полупроводниках, является разрушение токового шнура (пинча) продольным магнитным полем. Мы уже говорили, что в продольном магнитном поле токовый шнур стремится принять винтообразное

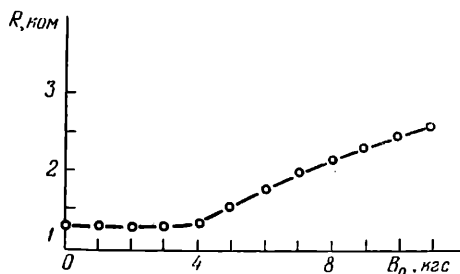


рис. 9.15. Зависимость сопротивления образца Ge с проводимостью, близкой собственной, от магнитного поля. При 4 мкс возбуждается осциллятор при $T=77^\circ \text{K}$, $E_0=32 \text{ в/см}$ [41].

положение. Экспериментально было установлено, что пинч разрушается в магнитных полях B_0 по величине сравнимых с собственным магнитным полем B_0 и что структура возмущений в плазме при этом винтовая. Винтовое возмущение приводит к эффекту аномальной диффузии плазмы на поверхность образца и исчезновению эффекта радиального сжатия. Теория винтовой неустойчивости пинча построена в работах Владимирова и др. [39, 40]. Согласно этой теории для винтовой неустойчивости пинча необходимо, чтобы продольное магнитное поле вдвое превышало максимальное собственное магнитное поле тока.

Винтовая неустойчивость ответственна и за наблюдаемый экспериментально сильный рост продольного сопротивления в антимониде индия и германии в продольных магнитных полях (рис. 9.15). Сворачивание в винт увеличивает эффективную длину пути, который проходят носители между контактами. Возможна также

и аномальная диффузия к поверхности и гибель там электронов и дырок. Заметим, что подобное возрастание сопротивления наблюдалось и в газовой плазме [38].

Интересным нелинейным эффектом, не нашедшим количественного объяснения, является гистерезис порога возбуждения колебаний осциллятора. Анкер-Джонсон [1] наблюдала, что если осциллятор возбуждался при $E \approx 74$ в/см, то срыв колебаний происходил при $E \approx 40$ в/см. Качественно этот эффект объясняется нелинейностью инкремента нарастания колебаний [38].

В заключении отметим, что винтовая неустойчивость наблюдается не только в собственной плазме, но и в электронной или дырочной плазме с несколькими сортами носителей одинакового заряда. В работе [39] изучалась такая винтовая неустойчивость в Ge и Si. Эти эксперименты указывают на возможность использования винтовой неустойчивости для исследования зонной структуры и поверхностных состояний.

Винтовая неустойчивость в полупроводниках является в определенной степени аналогом соответствующей неустойчивости в газовой плазме. Это позволило моделировать некоторые системы стабилизации неустойчивостей, применяемые в установках по изучению возможностей термоядерного синтеза с помощью полупроводников [38].

ПРИЛОЖЕНИЯ

I. Векторная запись уравнений Максвелла для гармонических волн

Волну $\mathbf{E} = \mathbf{E}_m \cos(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})$ записываем в виде

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_m \exp\{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})\} \equiv \mathbf{E}_m (\cos(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}) + i \sin(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})). \quad (I.1)$$

Физический смысл имеет реальная часть выражения (I.1).

Градиент, дивергенция и ротор в записи через оператор Гамильтона в декартовых координатах

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{x} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{y} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{z} \quad (I.2)$$

имеют вид

$$\begin{aligned} \text{grad } \varphi &= \nabla \varphi, \\ \text{div } \mathbf{E} &= \nabla \mathbf{E}, \\ \text{rot } \mathbf{E} &= \nabla \times \mathbf{E}. \end{aligned} \quad (I.3)$$

Здесь \mathbf{x} , \mathbf{y} и \mathbf{z} — единичные векторы направлений декартовых координат.

Отсюда

$$\begin{aligned} \text{div } \mathbf{E} &= \left(\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{x} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{y} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{z} \right) (\mathbf{x}E_x + \mathbf{y}E_y + \mathbf{z}E_z) = \\ &= \frac{\partial}{\partial x} E_x + \frac{\partial}{\partial y} E_y + \frac{\partial}{\partial z} E_z, \\ E_x &= E_{mx} \exp\{i(\omega t - k_x x)\}, \\ E_y &= E_{my} \exp\{i(\omega t - k_y y)\}, \\ E_z &= E_{mz} \exp\{i(\omega t - k_z z)\}, \\ \frac{\partial}{\partial x} E_x &= -ik_x E_x, \\ \frac{\partial}{\partial y} E_y &= -ik_y E_y, \\ \frac{\partial}{\partial z} E_z &= -ik_z E_z, \\ \text{div } \mathbf{E} &\equiv -i\mathbf{k}\mathbf{E}, \quad \text{div } \mathbf{B} = -i\mathbf{k}\mathbf{B}. \end{aligned} \quad (I.4)$$

Аналогично получим

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -ik \times \mathbf{E}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{B} = -ik \times \mathbf{B}. \quad (\text{I.5})$$

Временные производные

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = i\omega \mathbf{E}, \quad \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = i\omega \mathbf{B}. \quad (\text{I.6})$$

Подставляя (I.3), (I.4), (I.5) вместо соответствующих членов в уравнениях Максвелла (1.2, гл. I), получим

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \times \mathbf{E} &= \omega \mathbf{B}, & -ik \times \mathbf{H} &= i\omega \epsilon_1 \mathbf{E} + \mathbf{j}, \\ -ik \epsilon_1 \mathbf{E} &= \rho, & \mathbf{kB} &= 0, \end{aligned} \quad (\text{I.7})$$

где \mathbf{j} — ток проводимости, ρ — объемный заряд, ϵ_1 — диэлектрическая проницаемость среды.

II. Преобразование векторов

Оператор \hat{a} , преобразующий вектор \mathbf{E} в другой вектор \mathbf{a}

$$\mathbf{a} = \hat{a}\mathbf{E}, \quad (\text{II.1})$$

при условии линейной связи между векторами, является тензором второго ранга. Операция преобразования вектора \mathbf{E} в вектор \mathbf{a} в декартовых координатах означает следующие действия:

$$\begin{aligned} a_x &= a_{xx}E_x + a_{xy}E_y + a_{xz}E_z, \\ a_y &= a_{yx}E_x + a_{yy}E_y + a_{yz}E_z, \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

$$\begin{aligned} a_z &= a_{zx}E_x + a_{zy}E_y + a_{zz}E_z; \\ \mathbf{a} &= x\mathbf{a}_x + y\mathbf{a}_y + z\mathbf{a}_z, \\ \mathbf{E} &= x\mathbf{E}_x + y\mathbf{E}_y + z\mathbf{E}_z. \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

Выражение (II.2) можно записать в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} a_{xx} & a_{xy} & a_{xz} \\ a_{yx} & a_{yy} & a_{yz} \\ a_{zx} & a_{zy} & a_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}. \quad (\text{II.4})$$

Недиагональные компоненты тензора a_{ij} не равны нулю, если направление вектора \mathbf{a} не совпадает с направлением вектора \mathbf{E} . Приведем основные правила преобразования вектора.

1. Сложение тензоров,

Если:

$$\mathbf{c} = \alpha \mathbf{E} + \beta \mathbf{E} = \gamma \mathbf{E},$$

то

$$\gamma_{ij} = \alpha_{ij} + \beta_{ij}. \quad (\text{II.5})$$

2. Умножение на скаляр s ,

$$\mathbf{a} = s\mathbf{E}.$$

Как легко видеть ($a_x = sE_x$, $a_y = sE_y$, $a_z = sE_z$), все недиагональные компоненты тензора a_{ij} равны нулю, а диагональные компоненты

$$a_{xx} = a_{yy} = a_{zz} = s,$$

т. е. компоненты тензора, соответствующего умножению на скаляр s , есть

$$a_{ij} = s\delta_{ij}, \quad (\text{II.6})$$

где δ_{ij} — символ Кронекера:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} +1, & \text{если } i = j, \\ 0, & \text{если } i \neq j. \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

2. Векторное произведение

$$\mathbf{a} = \mathbf{k} \times \mathbf{E}. \quad (\text{II.8})$$

Ему соответствует оператор a с компонентами

$$a_{ij} = \varepsilon_{ijl}k_l, \quad (\text{II.9})$$

где ε_{ijl} — символ Леви—Чивита:

$$\varepsilon_{ijl} = \begin{cases} +1 & \text{для четного числа перестановок индексов } ilj, jil, lji, \\ -1 & \text{для нечетного числа перестановок индексов } ijl, lij, jli, \\ 0, & \text{если хотя бы одна пара индексов одинакова.} \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

В системе координат x, y, z получаем, согласно (II.9) для векторного произведения (II.8),

$$\begin{vmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -k_z & k_y \\ k_z & 0 & -k_x \\ -k_y & k_x & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{vmatrix}. \quad (\text{II.11})$$

Это правило легко получить, перемножив векторно $\mathbf{k} = x\mathbf{k}_x + y\mathbf{k}_y + z\mathbf{k}_z$ и $\mathbf{E} = x\mathbf{E}_x + y\mathbf{E}_y + z\mathbf{E}_z$.

4. Двойное векторное произведение

$$\mathbf{a} = \mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}). \quad (\text{II.12})$$

Ему соответствует преобразование

$$\begin{vmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -k_y^2 - k_z^2 & k_x k_y & k_x k_z \\ k_y k_x & -k_z^2 - k_x^2 & k_y k_z \\ k_z k_x & k_z k_y & -k_x^2 - k_y^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{vmatrix}. \quad (\text{II.13})$$

5. Скалярное произведение

$$a = \mathbf{kE},$$

$$\mathbf{kE} = k_x E_x + k_y E_y + k_z E_z. \quad (\text{II.14})$$

6. Скалярное произведение трех векторов вида $\mathbf{k}(\mathbf{kE})$

$$a_{i,j} = k_i k_j. \quad (\text{II.15})$$

III. Компоненты тензора электропроводности в магнитном поле

В холодной плазме уравнением для нахождения δ будет

$$qn_0 \mathbf{v} = \delta \mathbf{E}, \quad (\text{III.1})$$

где скорость \mathbf{v} необходимо найти из уравнения движения, которое в этом случае имеет вид

$$\frac{d\mathbf{mv}}{dt} = q\mathbf{E} + q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \frac{m\mathbf{v}}{\tau_p}. \quad (\text{III.2})$$

Уравнение (III.2) для малого гармонического сигнала легко преобразуется в вид

$$\mathbf{v} = \mu(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0), \quad (\text{III.3})$$

где $\mu = \frac{q}{m} \tau$, $\tau = \frac{\tau_p}{1 + i\omega\tau_p}$.

Решим уравнение (III.3) относительно \mathbf{v} :

$$\mathbf{v} = \mu[\mathbf{E} + \mu(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0) \times \mathbf{B}_0],$$

$$(\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0) \times \mathbf{B}_0 = \mathbf{B}_0(\mathbf{B}_0 \mathbf{v}) - \mathbf{v} B_0^2,$$

$$\mathbf{B}_0(\mathbf{B}_0 \mathbf{v}) = \mathbf{B}_0(\mathbf{B}_0 \mu \mathbf{E}) + \mu \mathbf{B}_0[(\mathbf{B}_0(\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0))],$$

$$\mathbf{B}_0(\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0) = 0.$$

Отсюда

$$\mathbf{v} = \mu \mathbf{E} + \mu^2 \mathbf{E} \times \mathbf{B}_0 - \mu^2 \mathbf{B}_0^2 \mathbf{v} + \mu^3 \mathbf{B}_0(\mathbf{B}_0 \mathbf{E}),$$

$$\mathbf{v} = \mu \frac{\mathbf{E} + \mu \mathbf{E} \times \mathbf{B}_0 + \mu^2 \mathbf{B}_0(\mathbf{B}_0 \mathbf{E})}{1 + \mu^2 \mathbf{B}_0^2}. \quad (\text{III.4})$$

Выражение (III.4) можно записать в виде

$$\mathbf{v} = (\hat{a}^1 \mathbf{E} + \hat{a}^2 \mathbf{E} + \hat{a}^3 \mathbf{E}) \frac{\mu}{1 + \mu^2 \mathbf{B}_0^2}, \quad (\text{III.5})$$

где тензоры \hat{a}^1 , \hat{a}^2 , \hat{a}^3 определяются соответственно первым, вторым и третьим слагаемым в числителе уравнения (III.4).

Сравнивая (III.5) с (III.1), получим

$$\delta = (\hat{a}^1 + \hat{a}^2 + \hat{a}^3) \frac{qn_0 \mu}{1 + \mu^2 \mathbf{B}_0^2},$$

где, согласно (II.6), (II.9) и (II.15),

$$\begin{aligned} \alpha_{ij}^1 &= \delta_{ij}, \\ \alpha_{ij}^2 &= -\mu \varepsilon_{ijl} B_{0l}, \end{aligned}$$

и

$$\alpha_{ij}^3 = \mu^2 B_{0i} B_{0j}.$$

Здесь i, j, l — индексы координат (рис. 1.5). Отсюда получаем

$$\sigma_{ij} = \frac{qn_0\mu}{1 + \mu^2 B_0^2} (\delta_{ij} - \mu \varepsilon_{ijl} B_{0l} + \mu^2 B_{0i} B_{0j}), \quad (\text{III.6})$$

или

$$\sigma_{ij} = \frac{qn_0\mu}{1 + (\mu B_0)^2} \left[\delta_{ij} - (\mu B_0) \varepsilon_{ijl} \left(\frac{B_{0l}}{B_0} \right) + (\mu B_0)^2 \left(\frac{B_{0i} B_{0j}}{B_0^2} \right) \right]. \quad (\text{III.7})$$

IV. Компоненты тензора электропроводности в магнитном поле при анизотропной подвижности

Уравнение движения для анизотропной среды в магнитном поле \mathbf{B}_0 запишем в следующем виде:

$$\hat{m}(S) \frac{\partial \mathbf{v}(S)}{\partial t} = q(S) [\mathbf{E} + \mathbf{v}(S) \times \mathbf{B}_0] - \hat{m}(S) \nabla(S) \mathbf{v}(S), \quad (\text{IV.1})$$

где знаком S обозначен тип носителей заряда (например, электроны S -долины). Полагая, что $\mathbf{v}(S)$ и \mathbf{E} имеют вид плоских гармонических волн вместо (IV.1), можем написать

$$\hat{\mu}^{-1}(S) \mathbf{v}(S) = \mathbf{E} + \mathbf{v}(S) \times \mathbf{B}_0, \quad (\text{IV.2})$$

где

$$\hat{\mu}^{-1}(S) = q^{-1}(S) \hat{m}(S) [\nabla(S) - i\omega] \quad (\text{IV.3})$$

— тензор, обратный тензору подвижности $\hat{\mu}(S)$. Решив уравнение (IV. 2) относительно $\mathbf{v}(S)$, найдем с помощью равенства

$$qn\mathbf{v} = \delta\mathbf{E} \quad (\text{IV.4})$$

искомое выражение для тензора электропроводности. Ход решения такой же, как и при решении уравнения (III.3), но значительно более громоздкий из-за анизотропии подвижности.

Приведем результат такого решения, выполненного в [29] (глава II) для компонент тензора электропроводности $\hat{\sigma}(S)$ в магнитном поле \mathbf{B}_0 , направленном вдоль оси z :

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(S) = \frac{q(S) n_0(S)}{1 + \Delta(S) \mu_{zz}^{-1}(S) B_{0z}^2} & [\mu_{ij}(S) + \Delta(S) \mu_{zz}^{-1}(S) B_{0z} \varepsilon_{ijz} + \\ & + \Delta(S) B_{0z}^2 \delta_{ij} \delta_{jz}], \end{aligned} \quad (\text{IV.5})$$

где $\Delta(S)$ — детерминант тензора $\hat{\mu}(S)$, μ_{jj} и μ_{zz} — компоненты тензора $\hat{\mu}(S)$, ϵ_{ijs} и δ_{ij} — символы Леви—Чевита и Кронекера соответственно (см. (II.7) и (II.9)). Для изотропной подвижности (IV.5) переходит в (III.7).

Полный тензор проводимости анизотропной плазмы в полупроводниках определяется суммой

$$\hat{\sigma} = \sum_S \hat{\sigma}(S). \quad (IV.6)$$

В полупроводниках Ge, Si и AПВ подвижность анизотропна в долинах X и L , где поверхности постоянной энергии представляют собою эллипсоиды вращения (§ 5 гл. I). Положим, что подвижность имеет тот же характер анизотропии, что и эффективные массы, и обозначим подвижность μ_l вдоль оси вращения эллипсоида и μ_t — поперек этой оси. В противоположность эффективным массам $\mu_l < \mu_t$.

Проекции подвижностей на декартовые координаты определяются матрицей преобразования координат. В случае упомянутого выше вида анизотропии компоненты тензора подвижности имеют вид

$$\mu_{ij}(S) = \mu_t \delta_{ij} + (\mu_l - \mu_t) \cos \theta_i(S) \cos \theta_j(S), \quad (IV.7)$$

а произведение $\Delta S \mu_{zz}^{-1}$ равно

$$\mu^2(S) \equiv \Delta S \mu_{zz}^{-1} = \mu_t \mu_l + \mu_t (\mu_l - \mu_t) \cos^2 \theta_z(S), \quad (IV.8)$$

где $\theta_i(S)$, $\theta_j(S)$ и $\theta_z(S)$ — углы, образуемые осью вращения эллипсоида с осями координат.

В случае Ge и Si, если ось z , вдоль которой направлено магнитное поле, совпадает с одной из главных кристаллографических осей, то в силу кубической симметрии в расположении анизотропных долин недиагональные z -компоненты тензора электропроводности оказываются равными нулю:

$$\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = \sigma_{zy} = 0. \quad (IV.9)$$

При выполнении равенства (IV.9) дисперсионное уравнение для поперечной волны в геометрии Фарадея записывается через лишь четыре компоненты тензора проводимости. Составляющие этих компонент, относящиеся к S -долине, имеют, согласно (IV.5), (IV.7) и (IV.8), вид

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}(S) &= \frac{q(S) n_0(S) \mu_{xx}}{1 + \mu^2(S) B_{0z}^2}, \\ \sigma_{yy}(S) &= \frac{q(S) n_0(S) \mu_{yy}}{1 + \mu^2(S) B_{0z}^2}, \\ \sigma_{xy}(S) &= \frac{q(S) n_0(S) \mu^2(S) B_{0z}}{1 + \mu^2(S) B_{0z}^2}, \end{aligned} \quad (IV.10)$$

где

$$\begin{aligned}\mu_{xx}(S) &= \mu_t + (\mu_l - \mu_t) \cos^2 \theta_x(S), \\ \mu_{yy}(S) &= \mu_t + (\mu_l - \mu_t) \cos^2 \theta_y(S), \\ \mu^2(S) &= \mu_t [\mu_l + (\mu_l - \mu_t) \cos^2 \theta_x(S)].\end{aligned}$$

Компоненты электропроводности эллипсоидальной долины, когда ось z совпадает с осью вращения эллипсоида, равны

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{qn_0\mu_t}{1 + \mu_t^2 B_{0z}^2}, \\ \sigma_{xy} &= \frac{qn_0\mu_t^2 B_{0z}}{1 + \mu_t^2 B_{0z}^2}, \\ \sigma_{zz} &= qn_0\mu_l.\end{aligned}\tag{IV.11}$$

Соответствующие компоненты тензора сопротивления, получаемые путем нахождения обратной матрицы $\hat{\beta} = \hat{\sigma}^{-1}$, в этом случае имеют вид

$$\begin{aligned}\rho_{xx} = \rho_{yy} &= \frac{1}{qn_0\mu_t}, \\ \rho_{zz} &= \frac{1}{qn_0\mu_l}, \\ \rho_{xy} &= \frac{B_{0z}}{qn_0}.\end{aligned}\tag{IV.12}$$

V. Критерий Рауса—Гурвица

Критерий устойчивости Рауса—Гурвица устанавливает условия, при которых вещественные части всех корней характеристического уравнения

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0,\tag{V.1}$$

где $p = i\omega$, а коэффициенты a_i являются вещественными величинами, оказываются отрицательными ($\omega''_a > 0$).

Запишем определитель следующего вида:

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 \\ a_7 & a_6 & a_5 & a_4 & a_3 \end{vmatrix}.\tag{V.2}$$

Будем называть первым определителем

$$D_1 = |a_1| = a_1,\tag{V.3}$$

вторым определителем

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix},\tag{V.4}$$

третьим определителем

$$D_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{vmatrix} \quad (\text{V.5})$$

и т. д.

Критерий Рауса—Гурвица гласит, что все корни характеристического уравнения (V.1) при $a_0 > 0$ имеют отрицательные вещественные части, если все n определителей D_k (где $k=1, 2, 3, \dots$) положительны (см., например, [5] гл. III).

VI. Скорость носителей тока в переменном поле поперечной волны при наличии постоянного дрейфа

Определим переменную скорость электронов для конфигурации Фарадея в однокомпонентной плазме. В этом случае в изотропной среде поперечные волны имеют круговую поляризацию и удобно ввести следующие переменные:

$$\begin{aligned} v_{\pm} &= v_x \pm i v_y, \\ E_{\pm} &= E_x \pm i E_y, \\ B_{\pm} &= B_x \pm i B_y. \end{aligned} \quad (\text{VI.1})$$

Волне с индексом плюс соответствует правая поляризация: вектор поля вращения в ту же сторону, что и электроны в магнитном поле $B_0 \parallel z$.

Дрейфовый постоянный поток носителей направим вдоль оси z и сделаем замену координат

$$z = v_0 t + z'. \quad (\text{VI.2})$$

Для гармонических возмущений производная по времени в новой системе координат, движущейся со скоростью v_0 относительно старой, принимает вид

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = i(\omega - kv_0)\mathbf{v}. \quad (\text{VI.3})$$

Линеаризованное уравнение движения в этом случае

$$i(\omega - kv_0)\mathbf{v} = -\frac{q}{m}(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0 + \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}) - \nu\mathbf{v}. \quad (\text{VI.4})$$

Подставляя (VI.4) в (VI.4), получаем

$$(\omega - kv_0)v_{\pm} = \frac{q}{m}iE_{\pm} \pm \omega_0 v_{\pm} - \frac{q}{m}B_{\pm}v_0 + i\nu v_{\pm}$$

или

$$(\omega - kv_0 \mp \omega_0 - i\nu)v_{\pm} = \frac{q}{m}(iE_{\pm} - B_{\pm}v_0). \quad (\text{VI.5})$$

Из уравнения Максвелла (1.2, гл. I) получаем

$$\begin{aligned} kE_x &= \omega B_y, \\ -kE_y &= \omega B_x, \\ B_{\pm} v_0 &= i \frac{kv_0}{\omega} E_{\pm}. \end{aligned} \quad (\text{VI.6})$$

Умножив (VI.5) на $i\omega$ и подставив (VI.6) в (VI.5), получим

$$v_{\pm} = \frac{i \frac{q}{m} (\omega - kv_0) E_{\pm}}{\omega (\omega - kv_0 \mp \omega_0 - i\nu)}. \quad (\text{VI.7})$$

VI. Формулы, используемые в расчетах на ЭВМ методом Монте-Карло

Вероятность электрону рассеяться в момент t .

Обозначим искомую вероятность $p(t)$. Вероятность того, что электрон не рассеется до момента t , равна

$$W(t) = 1 - \int_0^t p(t') dt'. \quad (\text{VII.1})$$

Вероятность рассеивания за время dt электрона с импульсом \mathbf{k} в какое-либо другое состояние равна

$$\lambda(\mathbf{k}) dt. \quad (\text{VII.2})$$

Тогда вероятность того, что электрон не рассеется за время t , а в интервале $(t, t+dt)$ рассеется, равна

$$p(t) dt = W(t) \lambda(\mathbf{k}) dt$$

или

$$p(t) = \left(1 - \int_0^t p(t') dt' \right) \lambda(\mathbf{k}). \quad (\text{VII.3})$$

Решение этого интегрального уравнения есть

$$p(t) = \lambda(\mathbf{k}) \exp \left\{ - \int_0^t \lambda(\mathbf{k}) dt \right\}, \quad (\text{VII.4})$$

где $\mathbf{k} = \mathbf{k}(t)$

Алгоритм получения псевдослучайных чисел на ЭВМ. Задача получения равномерно распределенных случайных значений чисел не является простой (см. [47] гл. V). Предложен целый ряд приближенных методов получения таких чисел с помощью ЭВМ.

Вследствие приближенности этих методов получаемые с их помощью числа называют псевдослучайными. Ниже приведен один из методов получения псевдослучайных чисел с помощью ЭВМ.

Задается начальный номер последовательности N (целое нечетное число) в интервале от 1 до 67108864. Первое псевдослучайное число получается по формуле

$$\gamma = \frac{3125N - 67108864((3125N) \div 67108864)}{67108864}$$

(знак \div обозначает операцию деления с выделением целой части результата).

Следующее случайное число получается по той же формуле, только вместо N поставляется N' , вычисленное из выражения

$$N' = 3125N - 67108864((3125N) \div 67108864).$$

Повторение этих двух операций позволяет получить длинные последовательности псевдослучайных чисел, равномерно распределенных в интервале $(0 \div 1)$.

ЛИТЕРАТУРА

К введению

1. *Tonks L., Langmuir I.*, Oscillations in ionized gases, *Phys. Rev.* 33, 195, 990 (1929).
2. *Langmuir I.*, Oscillations in ionized gases, *Proc. Nat. Acad. Sci.* 14, 627 (1928).
3. *Арцимович Л. А.*, Элементарная физика плазмы, изд. 3-е, Атомиздат, 1969, с. 179.
4. *Константинов О. В., Перель В. И.*, О возможности прохождения электромагнитных волн через металл в сильном магнитном поле, *ЖЭТФ* 38, 161 (1960).
5. *P. Aigrain*, Les «helicons» dans les semi-conducteurs, *Proc. Int. Conf. Semicond. Phys.*, Prague, 1960, p. 224. *Czechoslovak Academy of Sciences*, Prague, 1961.
6. *Басс Ф. Г., Гуревич Ю. Г.*, Горячие электроны и сильные электромагнитные волны в плазме полупроводников и газового разряда, «Наука», 1975.

К главе I

1. *Гинзбург В. Л.*, Распространение электромагнитных волн в плазме, Физматгиз, 1960.
2. *Гинзбург В. Л., Рухадзе А. А.*, Волны в магнитоактивной плазме, «Наука», 1975.
3. *Стил М., Вюраль Б.*, Взаимодействие волн в плазме твердого тела, Атомиздат, 1973.
4. *Стикс Т.*, Теория плазменных волн, Атомиздат, 1965.
5. *Бонч-Бруевич В. Л., Звягин И. П., Миронов А. Г.*, Доменная электрическая неустойчивость в полупроводниках, «Наука», 1972.
6. *Ансельм А. И.*, Введение в теорию полупроводников, Физматгиз, 1962.
7. *Palik E. D., Furdyna J. K.*, Infrared and microwave magnetoplasma effects in semiconductors, *Rep. Progr. Phys.* 33, 1193 (1970).
8. *Блогинцев Д. И.*, Основы квантовой механики, «Высшая школа», 1961.
9. *Zallen R., Paul W.*, Effect of pressure of interband reflectivity spectra of germanium and related semiconductors, *Phys. Rev.* 155, 703 (1967).

10. *McGroddy J. C.*, Negative differential conductivity in semiconductors, Proc. 10th Int. Conf. Phys. Semicond., Cambridge, Mass., 1970, p. 31.
11. *Kane E. O.*, Band structure of indium antimonide, Phys. Chem. Solids 1, 249 (1957).
12. *Пукис Г. Е., Бир Г. Л.*, Влияние деформации на энергетический спектр дырок в германии и кремнии, ФТТ1, 1642 (1959).
13. *Денис В., Пожела Ю.*, Горячие электроны, «Минтис», Вильнюс, 1971.
14. *Seeger K.*, Semiconductor Physics, Springer—Verlag, Wien—New York, 1973.

К главе II

1. *Ruthemann H.*, Diskrete Energieverluste mittelschneller Elektronen beim Durchgang durch dünne Folien, Ann. Physik 2, 113 (1948).
2. *Lang W.*, Geschwindigkeitsverluste mittelschneller Elektronen beim Durchgang durch dünne Metallfolien, Optik (Stuttgart) 3, 233 (1948).
3. *Бразис Р. С., Пожела Ю. К.*, Двойное лучепреломление электромагнитных волн в полупроводнике при разогреве электронов постоянным электрическим полем, ФТП, 9, 174 (1975).
4. *Palik E. D., Furdyna J. K.*, Infrared and microwave magnetoplasma effects in semiconductors, Rep. Progr. Phys. 33, 1193 (1970).
5. *Гинзбург В. Л.*, Распространение электромагнитных волн в плазме, Физматгиз, 1960.
6. *Glicksman M.*, Plasmas in solids, Solid State Phys. 26, 275 (1971).
7. *Канер Э. А., Скобов В. Г.*, Электромагнитные волны в металлах с произвольным законом дисперсии электронов, ЖЭТФ 46, 1106 (1964).
8. *Спитцер Л.*, Физика полностью ионизованного газа, ИЛ, 1957.
9. *Стил М., Вюраль Б.*, Взаимодействие волн в плазме твердого тела, Атомиздат, 1973.
10. *Стикс Т.*, Теория плазменных волн, Атомиздат, 1965.
11. *Константинов О. В., Перель В. И.*, О возможности прохождения электромагнитных волн через металл в сильном магнитном поле, ЖЭТФ, 38, 161 (1960).
12. *Maxfield B. W.*, Helicon waves in solids, Amer. J. Phys. 37, 241 (1969) (имеется русский перевод: Максфилд Б., Геликоны в твердых телах УФН, 103, 233 (1971)).
13. *Толутис Р. Б., Пожела Ю. К.*, Размерные резонансы геликоновых волн в n -InSb волноводе, Литовский физический сборник 8, 379 (1968).
14. *Libchaber A., Veilex R.*, Wave propagation on a gyromagnetic solid conductor: helicon waves, Phys. Rev. 127, 774 (1962).
15. *Kanai Y.*, Helicon waves in PbTe, Plasma Effects in Solids, Paris, 1964, Dunod, Paris, 1965.
16. *Gremillet J.*, Propagation des ondes metriques et decametriques dans les semi-conducteurs en presence d'une induction magnetique continue, effet «Helicon» (I, II), Ann. Radioelect. (France) 19, 122. 232 (1964).

17. Penz P. A., Helicon type solution for an anisotropic magneto-resistivity tensor, J. Appl. Phys., 38, 4047 (1967).
18. Grimes C. C., Helicon wave propagation in metals, Plasma Effects in Solids, Paris 1964, Dunod, Paris, 1965.
19. Furdyna J. K., Microwave helicon interferometry in semiconductor plasmas, Rev. Scient. Instrum. 37, 462 (1966).
20. Baynham A. C., Boardman A. D., Helicon and Alfvén wave propagation in non magnetic semiconductors and semi-metals: active and passive waves, Advan. Phys. 19, 575 (1970).
21. Buchsbaum S. J., Galt J. K., Alfvén waves in solid-state plasmas, Phys. Fluids, 4, 1514 (1961).
22. Laurinavičius A., Požela J. Investigation of microwave dispersion in *n*-InSb by magnetoreflexion, Phys. Stat. Sol. (a) 21, 733 (1974).
23. Лауринавичус А. К., Пожела Ю. К., Исследование геликонных волн в образцах *n*-InSb в СВЧ диапазоне по магнитоотражению, Литовский физический сборник 11, 65 (1974).
24. Iwasa S., Sawada Y., Burstein E., Palik E. D., Transmission studies of plasma-cyclotron resonance in thin film polar semiconductors, J. Phys. Soc. Japan Suppl. 21, 742 (1966).
25. Оптические свойства полупроводников. Полупроводниковые соединения типа A^{III}B^V, под ред. Р. Уиллардсона и А. Бира, «Мир», 1970, (гл. 8).
26. Tolutis R. B., Riauka V. L., Pozhela Yu. K., Helicon method for investigation of many-valley semiconductors, Phys. Stat. Sol. 42, 551 (1970).
27. Chambers R. G., Jones B. K., Measurement of the high-field Hall effect by an inductive method, Proc. Roy. Soc. A270, 417 (1962).
28. Pozhela Yu. K., Tolutis R. B., Riauka V. L., Influence of the ordinary wave in investigations of *n*-Ge by the helicon method, Phys. Stat. Sol. (b) 45, K 135 (1971).
29. Бурнейка И. П., Пожела Ю. К., Толутис Р. Б., Распространение геликонных волн в полупроводниках со сложной зонной структурой (часть 1), Литовский физический сборник, 9, 505 (1969).
30. Пожела Ю. К., Толутис Р. Б., Геликоны в электронном германии, ФТП4, 110 (1970).
31. Brazis R., Požela J., Tairov B., Shakhtakhtinskii M., Investigation of magnetoplasma wave dispersion in pure and doped Bi₂Sb₃ at liquid nitrogen temperature, Phys. Stat. Sol. (b) 62, 697 (1974).
32. Бэйнэм А. К., Изучение кинетических свойств свободных носителей в сложной зоне с помощью магнетоплазменных волн, Труды IX межд. конф. полупр., Москва 1968. ч. II, 879, «Наука», 1969.

К главе III

1. Азиезер А. И., Азиезер И. А., Половин Р. В., Ситенко А. Г., Степанов К. Н. Коллективные колебания в плазме, Атомиздат, 1964.
2. Азиезер А. И., Половин Р. В., Критерии нарастания волн, УФН104, 185 (1971).

3. Пожела Ю. К., О критериях нарастания волн в твердотельной плазме, Литовский физический сборник, 14, 875 (1974).
4. Briggs R. J., Electron-stream interaction with plasmas, M. I. T. Press, Cambridge, Mass, USA, 1964, Chapter 2.
5. Андреев В. С., Теория нелинейных электрических цепей, «Связь», 1972, с. 126.
6. Sturrock P. A., Kinematics at growing waves, Phys. Rev., 112, 1488 (1958).
7. McGroddy J. C., Queret P., Dynamic bulk negative differential conductivity in semiconductors, Solid State Electron, 14, 1219, 1971.
8. Зильберман П. Е., Теоретическое исследование условий активности электронной плазмы в полупроводниках. Препринт ИРЭ АН СССР, № 14 (163), М., 1974.
9. Бразис Р. С., Пожела Ю. К., Двойное лучепреломление электромагнитных волн в полупроводнике при разогреве электронов постоянным электрическим полем, ФТП, 9, 174 (1975).
10. Кадомцев Б. Б., Гидромагнитная устойчивость плазмы, Вопросы теории плазмы, Вып. 2, Госатомиздат, 1963, с. 132.
11. Герценштейн М. Е., Пустовойт В. И., О распространении акустических волн объемного заряда в полупроводниках, Радиотехника и электроника, 7, 1009 (1962).
12. Стил М., Вюраль Б., Взаимодействие волн в плазме твердого тела, Атомиздат, 1973.

К главе IV

1. Стил М., Вюраль Б., Взаимодействие волн в плазме твердого тела, Атомиздат, 1973.
2. Kuzmanu H., Acoustoelectric interaction in semiconductors, Phys. Stat. Sol. (a) 25, 9 (1974).
3. Гуревич В. Л., Теория акустических свойств пьезоэлектрических полупроводников, ФТП, 2, 1157 (1968).
4. Weinreich G., Ultrasonic attenuation by free carriers in germanium, Phys. Rev. 107, 317 (1957).
5. Hutson A. R., McFee J. H., White D. L., Ultrasonic amplification in CdS, Phys. Rev. Lett. 7, 237 (1961).
6. Пустовойт В. И., Взаимодействие электронных потоков с упругими волнами решетки, УФН 97, 257 (1969).
7. Wang W. C., Strong acoustoelectric effects in CdS, Phys. Rev. Lett. 9, (1962).
8. Гуляев Ю. В., Пустовойт В. И., Усиление поверхностных волн в полупроводниках, ЖЭТФ 47, 2251 (1964).
9. White R. M., Voltmer F. W., Direct piezoelectric coupling to surface waves, Appl. Phys. Lett., 7, 314 (1965).
10. Гуляев Ю. В., Карабанов А. Ю., Климта А. М. и др. К теории электронного поглощения и усиления поверхностных звуковых волн в пьезокристаллах, ФТП 12, 2595 (1970).
11. Кайно Г., Шоу Дж., Акустические поверхностные волны, УФН 113, 157 (1974).

12. Фабелинский И. Л., Молекулярное рассеяние света, «Наука», 1965.
13. Bray R., A perspective on acoustoelectric instabilities, IBM J. Res. Develop. 13, 487 (1969).
14. Канер Э. А., Яковов В. Г., Теория резонансного возбуждения слабо затухающих электромагнитных волн в металлах, ЖЭТФ 45, 610 (1963).
15. Акрамов Г., Резонансное затухание звука в металле в магнитном поле, ФТИ 5, 1310 (1963).
16. Grimes C. C., Vucichbaum S. J., Interaction between helicon waves and sound waves in potassium, Phys. Rev. Lett. 12, 357 (1964).
17. Гуляев Ю. В., О вращении плоскости поляризации звука в магнитном поле в пьезоэлектрических полупроводниках, Акустический журнал 12, 253 (1966).
18. Канер Э. А., Яковенко В. М., Гидродинамические неустойчивости в твердой ионной плазме, УФН 115, 41 (1975).
19. Libchaber A., Grimes C. C., Resonant damping of helicon waves in potassium, Phys. Rev. 178, 1145 (1969).
20. Larsen P. K., Saemark K., Helicon excitation of acoustic waves in aluminium, Phys. Lett. 24A, 374 (1967).
21. Shilz W., Experimental evidence of bulk helicon-phonon coupling in PbTe, Phys. Rev. Lett. 20, 104 (1968).
22. Гуляев Ю. В., Шкердин Г. Н., К теории дифракции электромагнитных волн на звуке в полупроводниках, Радиотехника и электроника 19, 1075 (1974).
23. Rosenman I., State Commun., 3, 405 (1965).
24. Pines D., Schieffer J. R., Collective behaviour in solid-state plasmas, Phys. Rev. 124, 1387 (1961).
25. Harrison M., J. phys. Chem. Solids 23, 1079 (1962).
26. McWhorter A., L., May W. G., Acoustic plasma waves in semimetals, IBM J. Res. Develop. 8, 285 (1964).
27. Robinson B. B., Swartz G. A., Two-stream instability in semiconductor plasmas, J. Appl. Phys. 38, 2461 (1967).
28. Bok J., Nozières P., Instabilities of transverse waves in a drifted plasma, J. Phys. Chem. Solids 24, 709 (1963).
29. Baynham A. C., Boardman A. D., Helicon and Alfvén wave propagation in non magnetic semiconductors and semi-metals: active and passive waves, Advances in physics 19, 575 (1970).
30. Briggs R. J., Johnstone, Mass., 1964 (Chapter 2).
31. Glicksman M. J., Plasmas in solids, Solid State Phys. 26, 275 (1971).
32. Bartelink D. J., Amplification of transverse plasmas waves in Bi, Phys. Rev. Lett. 16, 510 (1966).
33. Bartelink D. J., Propagation and instability of transverse waves in current-carrying electronhole plasmas, Phys. Rev. 158, 400 (1967).
34. Bartelink D. J., Plasma-wave amplification in bismuth, Phys. Rev. B1, 1107 (1970).
35. Maxum B. J., Trivelpiece A. W., Two-stream cyclotron and plasma wave interaction, J. Appl. Phys. 36, 481 (1965).

36. *Burke B. E., Kino G. S.*, Observation of growing carrier waves in indium antimonide, *Appl. Phys. Lett.*, **12**, 310 (1968).
37. *Baraff G. A., Buchsbaum S. J.*, Surface-wave instability in helicon wave propagation, *Phys. Rev.* **144**, 266 (1966).
38. *Beletzky N. N.*, Helicon-drift instability in a composite medium, *Solid State Commun.* **14**, 827 (1974).
39. *Белецкий Н. Н., Яковенко В. М.*, Неустойчивость пространственно разделенных потоков носителей в полупроводниковой плазме, *ФТП* **9**, 554 (1975).
40. *Nanney C. A., Libchaber A., Garno J. P.*, Helicon-drift current interaction in a layered semiconductor structure, *Appl. Phys. Lett.* **9**, 395 (1966).
41. *Solyman L., Ash E. A.*, Some travelling-wave interactions in semiconductor theory and design considerations, *Int. J. Electron.* **20**, 127 (1966).
42. *Sumi M., Suzuki T.*, Evidence for directional coupling between semiconductor carriers and slow circuit waves, *Appl. Phys. Lett.* **13**, 326 (1968).
43. *Freeman I. C., Newhouse V. L., Gunshor R. L.*, Interactions between slow circuit waves and drifting carriers in InSb and Ge at 4.2° K, *Appl. Phys. Lett.* **22**, 641 (1973).
44. *Gover A., Burrell K. H., Yariv A.*, Solid-state traveling wave application in the collisionless regime, *J. Appl. Phys.* **45**, 4847 (1974).
45. *Bayless J. R., Mooke W. M., Sudan R. N.*, Interaction of an electron beam with a whistler (helicon) wave in a indium antimonide plasma, *Phys. Rev.* **1A**, 1488 (1970).
46. *Абилов Г. С., Байбаков В. И.*, Усиление геликонов в InSb электронным пучком, Письма в ЖЭТФ **11**, 192 (1970).
47. *Корнилов Е. А., Некрашевич С. А., Файнберг Я. Б., Шохочов Н. А.*, Исследование резистивной неустойчивости, возбуждаемой электронным пучком в твердотельной плазме, Письма в ЖЭТФ **11**, 284 (1970).
48. *Бородкин А. И., Яковенко В. М., Левин Г. Я., Майстренко Ю. В.*, Взаимодействие электронного потока с поверхностными волнами в полупроводниковой плазме, *ФТП* **12**, 1515 (1970).
49. *Robinson B. B., Vural B.*, Double-stream interaction in a thin semiconductor layer, *RCA Rev.* **29**, 270 (1968).
50. *Swartz G. A., Robinson B. B.*, Coherent microwave instabilities in a thin solid-state plasma, *J. Appl. Phys.* **40**, 4598 (1969).

К главе V

1. *Денис В., Пожела Ю.*, Горячие электроны, Вильнюс, «Минтис», 1971.
2. *Конуэлл Э.*, Кинетические свойства полупроводников в сильных электрических полях, «Мир», 1970.
3. *Rose A.*, The acoustoelectric effects and the energy losses by hot electrons. Part IV — Field and temperature dependence of electronic transport, *RCA Rev.* **30**, 435 (1969).
4. *Кадошцев Б. В.*, Гидромагнитная устойчивость плазмы, в Сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 2., М., Атомиздат, 1963, стр. 173.

5. Канер Э., Яковенко В., Гидродинамические неустойчивости в твердотельной плазме, УФН 115, 41 (1975).
6. Вок J., Étude des porteurs de charge dans les semi-conducteurs a champ électrique eleve, Ann. Radioelect. (France) 15, 120 (1960).
7. Коган Ш. М., К теории горячих электронов в полупроводниках, ФТТ, 4, 2475 (1962).
8. Басс Ф. Т., Нелинейные гальваномангнитные явления, вольт-амперные характеристики с отрицательной дифференциальной проводимостью и убегающие электроны, ЖЭТФ 48, 275 (1965).
9. Бонч-Бруевич В. Л., Звягин И. П., Миронов А. Т., Доменная электрическая неустойчивость в полупроводниках, «Наука», 1972.
10. Девятков А. Г., Коган Ш. М., Лифшиц Т. М., Олейников А. Я., Электропроводность сурьминистого индия *n*-типа при низких температурах, ФТТ 6, 1657 (1964).
11. Lifshits T. M., Oleinikov A. Ya., Shulman A. Ya., On the electron gas energy relaxation mechanisms in *n*-type InSb at helium temperatures, Phys. Stat. Sol. 14, 511 (1966).
12. Davydov B., On the theory of the motion of electrons in gases and semiconductors, Phys. Z. SU 12, 269 (1937).
13. Druywesteyn M. J., De invloed der energieverliezen bij elastische botsingen in de theorie der electronendiffusie, Physica Nederlandsch 10, 61 (1930).
14. Давыдов Б., Шмушкевич И., Электропроводность полупроводников с ионной решеткой в сильных полях, ЖЭТФ 10, 1043 (1940).
15. Левинсон И. Б., Времена релаксации функции разогрева и эффект убегания горячих электронов в полупроводниках, ФТТ 6, 2113 (1964).
16. Ridley B. K., Watkins T. B., The possibility of negative resistance effects in semiconductors, Proc. Phys. Soc. 78, Pt. 2, 293 (1961).
17. Hilsum C., Transferred electron amplifiers and oscillators, Proc. IRE 50, 185 (1962).
18. Ruch J. G., Kino G. S., Transport properties of GaAs, Phys. Rev. 174, 921 (1968).
19. Riginos V. E., Nonsaturating velocity-field characteristic of gallium arsenide experimentally determined from domain measurements, J. Appl. Phys. 45, 2918 (1974).
20. Прохоров Э. Д., Соединения элементов 3 и 5 групп, в которых возможен эффект Ганна, Полупроводниковая техника и микроэлектроника, респ. М.-в. сборн., «Наукова Думка», АН УССР, 1975, вып. 22, 3.
21. McGroddy J. C., Negative differential conductivity in semiconductors, Proc. 10th Int. Conf. on Phys. Semicond., 1970, Cambridge, Mass., p. 31.
22. Левинштейн М., Пожела Ю. К., Шур М. С., Эффект Ганна, «Советское радио», 1975.
23. Hilsum C., Rees H. D., A detailed analysis of three-level electron transfer, Proc. 10th Int. Conf. Phys. Semicond., 1970, Cambridge, Mass., p. 45.

24. *Lam H. T., Acket G. A.*, Comparison of the microwave velocity field characteristics of n -type InP and n -type GaAs, *Electron Lett.* **7**, 722 (1971).
25. *Nielsen L. D.*, Microwave measurement of electron drift velocity in indium phosphide for electric fields up to 50 kV/cm , *Phys. Lett.* **38**, 221 (1972).
26. *Neukermann A. P., Kino G. S.*, Velocity field measurements of electrons in p -type material, *Proc. 10th Int. Conf. Phys. Semicond.*, 1970, Cambridge, Mass., p. 40.
27. *Canali C., Martini M., Ottaviani G., Zanio K.*, Time of flight measurement of the differential negative mobility in CdTe, *Phys. Lett.*, **33A**, 241 (1970).
28. *Inoue M., Ashida K., Sugino T., Shirafuji J., Inuishi Y.*, Velocity-field characteristics in III-V mixed crystals $GaSb_xAs_{1-x}$ and $In_xGa_{1-x}As$, *Japan. J. Appl. Phys.* **12**, 932 (1973).
29. *Shibuya M.*, Hot electron problem in semiconductors with spheroidal energy surfaces, *Phys. Rev.* **99**, 1189 (1955).
30. *Sasaki W., Shibuya M.*, Experimental evidence of the anisotropy of hot electrons in n -type germanium, *Journ. Phys. Soc. Japan* **11**, 1202 (1956).
31. *Koenig S. H., Nathan M. I., Paul W., Smith A. C.*, Effect of high pressure on some hot electron phenomena in n -type germanium, *Phys. Rev.* **118**, 1217 (1960).
32. *Sasaki W., Shibuya M., Mizuguchi K.*, Anisotropy of hot electrons in n -type germanium, *J. Phys. Soc. Japan* **13**, 456 (1958).
33. *Nathan M. I.*, Anisotropy of the conductivity of n -type germanium at high electric fields, *Phys. Rev.* **130**, 2201 (1963).
34. *Erlbach E.*, New hot-electron negative resistance effect, *Phys. Rev.* **132**, 1976 (1963).
35. *Астров Ю. А., Кастальский А. А.*, Абсолютное отрицательное сопротивление в чистом n -Ge (эффект Эрлбаха), *ФТП* **6**, 323 (1972).
36. *Кастальский А. А., Рыжкин С. М.*, Новый тип неустойчивости тока в n -германии, *Письма в ЖЭТФ* **7** 446 (1968); Новый тип неустойчивости тока в германии, *Труды IX Межд. конф. по физ. полупр.*, Москва, 1968, «Наука», 1969, с. 1010.
37. *Gram N. O.*, Measurement of bulk negative differential conductivity in n -type silicon, *Phys. Lett.* **38A**, 235 (1972).
38. *Jorgensen M. H., Gram N. O., Meyer N. I.*, Negative differential conductivity and current oscillations in lightly doped n -type silicon, *Solid State Commun.* **10**, 337 (1972).
39. *McGroddy J. C., Nathan M. I., Smith J. E.*, Negative conductivity effects and related phenomena in germanium, Part. I, *IBM J. Res. Develop.* **13**, 543 (1969).
40. *Chang D. M., Ruch J. G.*, Measurement of the velocity field characteristic of electrons in germanium, *Appl. Phys. Lett.* **12**, 111 (1968).
41. *Paige E. G. S.*, Bulk negative differential conductivity in germanium. Theory, *IBM J. Res. Develop.* **13**, 562 (1969).
42. *Кастальский А. А., Рыжкин С. М.*, Ганн-эффект в одноосно сжатом германии, *ФТП*, **1**, 622 (1967).

43. *Dumke W. P.*, High-field conductivity of the 111 valleys of Ge, *Phys. Rev.* **B2**, 987 (1970).
44. *Smith J. E., Jr., McGroddy J. C.*, Effect of compressive uniaxial stress on high field domains in *n*-type Ge, *Appl. Phys. Lett.* **11**, 372 (1967).
45. *Melz P. J., McGroddy J. C.*, The effect of hydrostatic pressure on current oscillations in *n*-Ge, *Appl. Phys. Lett.* **12**, 321 (1968).
46. *Smith J. E., Nathan M. I., McGroddy J. C.*, Negative conductivity effects and related phenomena in germanium. Part. II, *IBM J. Res. Develop.* **13**, 554 (1969).
47. *Соболь И. М.*, Численные методы Монте-Карло, «Наука», 1973.
48. *Kurosawa T.*, Monte Carlo calculation of hot electron problems, *J. Phys. Soc. Japan Suppl.* **21**, 424 (1966).
49. *Rees H. D.*, Calculation of distribution function by exploiting the stability of the steady state, *J. Phys. Chem. Solids* **30**, 643 (1969).
50. *Fawcett W., Boardman A. D., Swair G.*, Monte Carlo determination of electron transport properties in gallium arsenide, *J. Phys. Chem. Solids* **31**, 1963 (1970).
51. *Fawcett W., Rees H. D.*, Calculation of the hot electron diffusion rate for GaAs, *Phys. Lett.* **29A**, 578 (1969).
52. *Boardman A. D., Fawcett W., Ruch J. G.*, Monte Carlo determination of hot electron galvanomagnetic effects in gallium arsenide, *Phys. Stat. Sol. (a)*, **4**, 133 (1971).
53. *Hillbrand H. A.*, High frequency behaviour of electron transfer in InP and GaAs from a dynamical Monte Carlo study, *J. Phys. C: Solid State Phys.* **5**, 3491 (1972).
54. *Lebwohl P. A.*, Monte Carlo simulation of a response of a semiconductor to periodic perturbations, *J. Appl. Phys.* **44**, 1744 (1973).
55. *Lebwohl P. A., Price P. J.*, Hybrid method for hot electron calculations, *Solid State Commun.* **9**, 1221 (1971).
56. *Ruch J. G.*, Electron dynamics in short channel field-effect transistors, *IEEE Trans. Electron Devices* **ED-19**, 652 (1972).
57. *Lebwohl P. A., Price P. J.*, Direct microscopic simulation of Gunn-domain phenomena, *Appl. Phys. Lett.* **19**, 530 (1971).
58. *Матулёнис А., Пожела Ю., Реклайтис А.*, Время ускорения электронов при рассеянии полярными оптическими фононами, *ФТП* **8**, 1830 (1974).
59. *Матулёнис А., Пожела Ю., Реклайтис А.*, Моделирование динамики ускорения электронов многочастичным методом Монте-Карло, *ФТП* **9**, 178 (1975).
60. *Matulionis A., Požela J., Reklaitis A.*, Monte Carlo treatment of electron-electron collisions, *Solid State Commun.* **16**, 1133 (1975).
61. *Alberigi Quaranta A., Jacoboni C., Ottaviani G.*, Negative differential mobility in III-V and II-VI semiconducting compounds, *Rivista del Nuovo Cimento* **1**, 445 (1971).
62. *Stratton R.*, The influence of interelectronic collisions on conduction and breakdown in polar crystals, *Proc. Roy. Soc.*, **A246**, 406 (1958).

К главе VI

1. *Бонч-Бруевич В. Л., Зявкин И. П., Миронов А. Г.*, Доменная электрическая неустойчивость в полупроводниках, «Наука», 1972.
2. *Кэррол Дж.*, СВЧ-генераторы на горячих электродах, «Мир», 1972.
3. *Левинштейн М. Е., Пожела Ю. К., Шур М. С.*, Эффект Ганна, «Советское радио», 1975.
4. *Butcher P. N., Fawcett W., Hilsum C.*, A simple analysis of stable domain propagation in the Gunn effect, Brit. J. Appl. Phys. 17, 841 (1966).
5. *Levinstein M. E., Shur M. S.*, Behaviour of the high-field domains below the voltage of the nucleation threshold, Phys. Stat. Sol. 28, 827 (1968).
6. *Gunn J. B.*, Microwave oscillation of current in III—V semiconductors. — Solid State Commun. 1, 88 (1963); Instabilities of current in III—V semiconductors, IBM J. Res. Develop. 8, 141 (1964).
7. *Gunn J. B.*, Instabilities of current and of potential distribution in GaAs and InP, Plasma Effects in Solids, Paris, 1964, p. 199, Dunod, Paris, 1965.
8. *McCumber D. E., Chynoweth A. G.*, Theory of negative conductance amplification and Gunn instabilities in «two-valley» semiconductors, IEEE Trans. Electron Devices ED—13, 4 (1966).
9. *Shockley W.*, Negative resistance arising from transit time in semiconductor diodes, Bell Syst. Tech. J. 33, 799 (1954).
10. *Thim H. W.*, Gunn amplifiers, Proc. ESDERC, Munich, 1971, Solid State Devices, p. 87, The Institute of Physics, London and Bristol, 1971.
11. *Copeland J. A.*, LSA Oscillator-diode theory, J. Appl. Phys. 38, 3096 (1967).
12. *Maloberti F., Svelto V.*, Dispositivi elettronici attivi: diodi per microonde, Rivista del Nuovo Cimento 3, Serie 2, 59 (1973).
13. *Банис Т. Я., Паршелюнас И. В., Пожела Ю. К.*, Высоковольтная СВЧ эдс в арсениде галлия, Литовский физический сборник 11, 1013 (1971).
14. *Банис Т. Я., Паршелюнас И. В., Пожела Ю. К.*, Абсолютно отрицательное сопротивление арсенида галлия при воздействии на него сильным СВЧ полем, ФТП 5, 1990 (1971).

К главе VII

1. *Shockley W.*, Negative resistance arising from transit time in semiconductor diodes, Bell. Syst. Tech. J. 33, 799 (1954).
2. *Read W. T.*, A proposed high-frequency, negative-resistance diode, Bell. Syst. Techn. J. 37, 401 (1958).
3. *Тагер А. С., Мельников А. И., Кобельков Г. П., Цебиев А. М.*, Генерация и усиление радиоволн сантиметрового и дециметрового диапазонов с помощью полупроводникового диода в области положительного наклона его статической вольт-амперной характеристики, Диплом на открытие № 24, приоритет 27.X.1959 г.

4. *Johnston R. L., De Loach B. C., Cohen B. G.*, A silicon diode microwave oscillator, *Bell. Syst. Tech. J.* **43**, 369 (1964).
5. *Гагер А. С., Вальд-Перлов М. М.*, Лавинно-пролетные диоды и их применение в технике СВЧ, «Советское радио», 1968.
6. *Каррол Дж.*, СВЧ-генераторы на горячих электронах. «Мир», 1972 (пер. с англ.).
7. *Зи С. М.*, Физика полупроводниковых приборов, «Энергия», 1973 (пер. с англ.).
8. *Келдыш Л. В.*, Ионизация в поле сильной электромагнитной волны, *ЖЭТФ* **47**, 1945 (1964).
9. *Френкель Я. И.*, К теории электрического пробоя в диэлектриках и электронных полупроводниках, *ЖЭТФ* **8**, 1292 (1938).
10. *Губанов А. И.*, К теории эффекта сильного поля в полупроводниках, *ЖТФ* **24**, 308 (1954).
11. *Денис В.*, Введение в физику явлений переноса в сильных электрических полях, Вильнюс, ИФП АН Лит. ССР, 1973.
12. *McKay K. G.*, Avalanche breakdown in silicon, *Phys. Rev.* **94**, 877 (1954).
13. *Аладинский В. К., Дашин В. И., Сушик А. С., Титербулатов А. М.*, О флуктуациях лавинного тока в искусственной микроплазме на Si, *Радиотехника и электроника* **18**, 342 (1973).
14. *McIntire R. I.*, Theory of microplasma instability in silicon, *J. Appl. Phys.* **32**, 983 (1961).
15. *Аладинский В. К.*, К теории микроплазменных явлений в $p-n$ -переходах, *ФТП* **6**, 2034 (1972).
- 16*. *English A. C., Power H. M.*, Microplasma breakdown in silicon $p-n$ junctions, *Proc. IEEE* **51**, 500 (1963).
17. *Пентюш Э. В., Эглитис В. Я., Пуритис Т. Я., Фонас Э. А.*, Электрические свойства предмезоплазменного состояния, *Изв. АН Латв. ССР. Сер. Физ. и техн. н.*, № 5, 42 (1970).
18. *Misawa T.*, Negative resistance on $p-n$ junction under avalanche breakdown conditions, part I and II, *IEEE Trans. Electron Devices*, **ED-13**, 137 (1966).
19. *Gilden M., Ilines M. E.*, Electronic tuning effects in the Read microwave avalanche diode, *IEEE Trans. Electron Devices* **ED-13**, 169 (1966).
20. *Sharfetter D. L., Evans W. I., Johnston R. L.*, Double-drift-region ($p^+ pnn^+$) avalanche diode oscillators, *Proc. IEEE* **58**, 1131 (1970).
21. *Misawa T.*, Multiple uniform layer approximation in analysis of negative resistance in $p-n$ junction in breakdown, *IEEE Trans. Electron Devices* **ED-14**, 795 (1967).
22. *Аладинский В. К., Градинаров П. Г.*, О выходных характеристиках туннельно-пролетного диода, *Радиотехника и электроника* **17**, 376 (1972).
23. *Prager H. J., Chang K. K. N., Weisbrod S.*, High power high efficiency silicon avalanche diodes at ultrahigh frequencies, *Proc. IEEE* **55**, 586 (1967).

*) Журнал *Proc. IEEE* полностью переводится на русский язык с 1961 г. под названием ТИРИ, а с 1963 г. — под названием ТИИЭР.

24. *Johnston R. L., Scharfetter D. L., Bartelink D. L.*, High—efficiency oscillations in germanium avalanche diodes below the transit-time frequency, Proc. IEEE 56, 1611 (1968).
25. *Kostishack D. F.*, UHF avalanche diode oscillator providing 400 watts peak power and 75 percent efficiency, Proc. IEEE 58, 1282 (1970).
26. *Liu S. G., Risko J. J.*, Fabrication and performance of kilowatt L—band avalanche diodes, RCA Rev. 31, 3 (1970).
27. *Зу С. М., Райдер Р. М.*, Лавинно-пролетные СВЧ-диоды, В сборнике «Полупроводниковые приборы СВЧ», пер. с англ., «Мир», 1972.
28. *Culshaw B., Giblin R. A., Blakey P. A.*, Avalanche diode oscillators. I Basic concepts, Int. J. Electron. 37, 577 (1974).
29. *Culshaw B., Giblin R. A., Blakey P. A.*, Avalanche diode oscillators. II Capabilities and limitations, Int. J. Electron. 39, 121 (1975).
30. *Петров Г. В.* Баритт-диоды — новые полупроводниковые элементы для создания генераторов и усилителей СВЧ диапазона, Зарубежная радиоэлектроника, № 2, 114 (1975).

К главе VIII

1. *Conwell E. M.*, Disturbances of carrier concentration in high electric field, J. Phys. Chem. Solids 17, 342 (1961).
2. *Ridley B. K., Watkins T. B.*, Negative resistance and high electric field capture rates in semiconductors, J. Phys. Chem. Solids 22, 155 (1961).
3. *Pratt R. G., Ridley B. K.*, The capture of hot electrons by gold centres in *n*-type germanium, Proc. Phys. Soc. 81, 996 (1963).
4. *Бонч-Бруевич В. Л.*, К вопросу о рекомбинации горячих электронов, ФТТ 6, 2047 (1964).
5. *Hamann D. R., McWhorter A. L.*, Cascade capture of electrons by ionized impurities, Phys. Rev. 134A, 250 (1964).
6. *Бонч-Бруевич В. Л., Калашников С. Г.*, О возможности рекомбинационной неустойчивости в полупроводниках, ФТТ 7, 750 (1965).
7. *Bonch-Bruевич V. L., Landsberg E. G.*, Recombination mechanisms, Phys. Stat. Sol. 29, 9 (1968).
8. *Глинчук К. Д.*, Рекомбинация носителей тока на примесных центрах в германии и кремнии. Актуальные вопросы физики полупроводников и полупроводниковых приборов, Вильнюс, 1969, с. 106.
9. *Качлишвили Э. С.*, К теории гальваномагнитных явлений в полупроводниках в сильном электрическом поле, Труды IX междунар. конф. физ. полупр., Москва, 1968, ч. II, 845, «Наука», 1969.
10. *Быковский Ю. А., Елесин В. Ф., Зуев В. В.*, О возможности отрицательной дифференциальной проводимости в полупроводнике, содержащем притягивающие примесные центры, ФТП 3, 1713 (1969).
11. *Zucker J., Conwell E. M.*, Recombination of hot carriers, Proc. Intern. Conf. Phys. Semicond., Exeter, 1962, London, Inst. Phys. and Phys. Soc., 1962, p. 252.

12. *Kagan M. S., Kalashnikov S. G., Zhdanova N. G.*, Nonlinear electrical effects and recombination of hot electrons in compensated germanium, *Phys. Stat. Sol.* **11**, 415 (1965).
13. *Климка Л. А., Глинчук К. Д.*, Рекомбинация горячих электронов на атомах никеля и германия, *ФТП* **4**, 673 (1970).
14. *Ridley B. K., Pratt R. G.*, A bulk differential negative resistance due to electron tunneling through an impurity potential barrier, *Phys. Letters (Netherlands)* **4**, 300 (1963).
15. *Ridley B. K., Pratt R. G.*, Hot electrons and negative resistance at 20° K in *n*-type germanium, containing Au-centres, *J. Phys. Chem. Solids* **26**, 21 (1965).
16. *Денис В., Пожела Ю.*, Горячие электроны, «Минтис», Вильнюс, 1971.
17. *Каримова И. З., Сондаевский В. П., Стафеев В. И.*, Отрицательная фотопроводимость германия с примесью золота в сильных электрических полях, *ФТП* **8**, 280 (1966).
18. *Климка Л. А., Глинчук К. Д.*, Гашение фотопроводимости в сильных электрических полях, *ФТП*, **4**, 587 (1970).
19. *Бродовой В. А., Пека Г. П., Мирец Л. Э.*, Оптическое гашение инжекционного тока и собственного фототока в GaAs (Cr), *ФТП* **8**, 2329 (1974).
20. *Пека Г. П., Карланин Ю. И.*, Энергетический спектр глубоких уровней и механизм излучительной рекомбинации в GaAs (Cr), *ФТП* **6**, 305 (1972).
21. *Каминский А. С., Покровский Я. Е., Свистунова К. И.*, Рекомбинационное излучение горячих носителей заряда в кремнии и германии, *ФТП* **4**, 1896 (1970).
22. *Vorob'ev Yu. V., Karkhani n Yu. I., Tretyak O. V.*, Electrical instability in half-insulating GaAs, *Phys. Stat. Sol.* **36**, 499 (1969).
23. *Волков А. Ф., Иглицын М. И., Первова Л. Я., Фистуль В. И., Шульман А. Я.*, Неустойчивость в полупроводниках с нелинейной вольт-амперной характеристикой, Труды IX межд. конф. физ. полупр., Москва 1968, ч. II, 829, «Наука», 1969.
24. *Курова И. А., Калашиников С. Г.*, Об электрической неустойчивости в германии, *ФТП* **5**, 3224 (1963).
25. *Бонч-Бруевич В. Л.*, К вопросу о рекомбинационных автоколебаниях, *ФТП* **3**, 357 (1969).
26. *Гуревич Л. Э., Гасанов Э. Р.*, Теория спонтанных колебаний тока в кристаллах с глубокими ловушками, *ФТП* **11**, 1433 (1969).
27. *Гуревич Л. Э., Гасанов Э. Р.*, Амплитуда спонтанных колебаний в полупроводнике с глубокими ловушками, *ФТП* **4**, 2004 (1970).
28. *Kalvenas S. P., Pozhela Yu. K.*, On the dependence of surface recombination velocity upon electric field strength in a semiconductor volume, *Proceedings First Biennial Cornell Conference Engineering Applications of Electronic Phenomena*, Itaca, N. Y., 1967, p. 137.
29. *Кальвенас С. П., Шейкис А. С., Пучинскас А. А.*, Поверхностные домены в электронном германии с примесью никеля в сильных электрических полях, *ФТП* **6**, 1144 (1972).
30. *Астров Ю. А., Кастальский А. А.*, Поверхностно-барьерная неустойчивость тока, *ФТП* **5**, 1573 (1971).

31. Грибников З. С., Саченко А. В., Размерное отрицательное сопротивление n -типа в полупроводниках. Украинский физический журнал 13, 2067 (1968).
32. Böer K. W., Wilhelm W. E., Characteristic layer-like field inhomogeneities in homogeneous photoconductors in the prebreakdown range, I. Steady state case, Phys. Stat. Sol. 3, 1704 (1963).
33. Вайткус Ю. Ю., Вицакас Ю. К., Карпинскис С. Ч., Урбеллис А. К., Насыщение фототока и возникновение отрицательной дифференциальной фотопроводимости в CdSe, ФТТ 11, 2111 (1969).
34. Shockley W., Negative resistance arising from transit time in semiconductor diodes, Bell. Syst. Techn. J. 33, 799 (1954).
35. McGroddy J. C., Gueret P., Dynamic bulk negative differential conductivity in semiconductors, Solid State Electron. 14, 1219 (1971).
36. Зильберман П. Е., Теоретическое исследование условий активности электронной плазмы в полупроводниках. Препринт ИРЭ АН СССР № 14 (163), М., 1974.
37. Böer K. W., Dussel G. A., Uniformly propagating solutions of transport and Poisson equations for periodic field domains, Phys. Rev. 154, 232 (1967).
38. Бонч-Бруевич В. Л., Звягин И. П., Миронов А. Г., Доменная электрическая неустойчивость в полупроводниках, «Наука», 1972.
39. Кальвенас С. П., Поверхностный температурно-электрический механизм формирования ОДП в компенсированном глубокими примесями германии, ФТП 9, 1685 (1975).
40. Kalashnikov S. G., Pustovoit V. I., Pado G. S., Tokarev E. F., Some effects in $A^{IV}B^{VI}$ crystals in high electric fields related to the temperature quenching of photoconductivity, Phys. Stat. Sol. 34, 451 (1969).
41. Пуритис Т. Я., Пентюш Э. В., Эглитис В. Я., Балодис Я. К., Фонас Э. А., Динамические характеристики мезоплазмы кремнивого p - n -перехода, Изв. АН Латв. ССР, Сер. физ. техн. н., № 1, 31 (1972).
42. Калашников С. Г., Каган М. С., Вдовенков В. А., Некоторые свойства электрических доменов в германии n -типа с медью, ФТП 1, 116 (1967).
43. Курова И. А., Врана М., Вавилов В. С., Наблюдение движения электрических доменов в германии n -типа с частично компенсированным верхним акцепторным уровнем золота, ФТТ 8, 2374 (1966).
44. Курова И. А., Врана М., О скорости движения электрического домена в Ge с Au при низких температурах, ФТП 1, 1095 (1967).
45. Kalashnikov S. G., Bonch-Bruevich V. L., On the velocity of space charge waves (electrical domains) in semiconductors, Phys. Stat. Sol. 16, 197 (1966).
46. Волков А. Ф., Коган Ш. М., Физические явления в полупроводниках с отрицательной дифференциальной проводимостью, УФН 96, 633 (1968).
47. Константинов О. В., Перель В. И., Царенков Г. В., Условия существования медленных и быстрых рекомбинационных волн в полупроводниках, ФТТ 9, 1762 (1967).

48. Карпова И. В., Калашников С. Г., Колебания тока в германии n -типа с примесью марганца. Письма ЖЭТФ 6, 954 (1967).
49. Карпова J. V., Kalashnikov S. G., Konstantinov O. V., Perel V. I., Tsarenkov G. V., Current instability in germanium due to excitation of the recombination waves, Phys. Stat. Sol. 33, 863 (1969).
50. Карпова И. В., Калашников С. Г., Константинов О. В., Перель В. И., Царенков Г. В., Рекомбинационные волны в компенсированном германии, Труды IX между конф. физ. полупр., Москва 1968, ч. II, 1015, «Наука», 1969.
51. Завадский Ю. И., Корнилов Б. В., Рекомбинационные волны в кремнии, легированном цинком, ФТТ 11, 1494 (1969).
52. Завадский Ю. И., Корнилов Б. В., Наблюдение движения медленных рекомбинационных волн (РВ) в кремнии, легированном цинком, Письма ЖЭТФ 14, 585 (1971).
53. Казаринов Р. Ф., Сурис Р. А., Фукс Б. И., О «термотокковой» неустойчивости в компенсированных полупроводниках, ФТП 6, 572 (1972).
54. Стафеев В. И., Модуляция длины диффузионного смещения как новый принцип действия полупроводниковых приборов, ФТТ 1, 841 (1959).
55. Стафеев В. И., Исследование некоторых свойств германия с примесью золота, ФТП 5, 3095 (1963).
56. Sondaevskii V. P., Karakushan E. I., Stafeev V. I., Investigation of gold doped germanium in high electric fields, Phys. Stat. Sol. 14, 241 (1966).
57. Streetman B. G., Holonyak N., Jr., Current oscillations in deep-level doped semiconductors, IBM J. Res. Develop. 13, 529 (1969).
58. Weber W. H., Ford G. W., Space-charge recombination oscillations in double-injection structures, Appl. Phys. Lett. 18, 241 (1971).
59. Brousseau M., Barrau J., Brabant J. C., Nguyen van Tuyen, Recombination oscillations in semiconductors with double carrier injection, Solid. State Electron. 13, 906 (1970).
60. Бараненков А. И., Осипов В. В., Неустойчивость тока, импеданс и переходной процесс в диодах с длинной базой, ФТП, 3, 1656 (1969).
61. Стафеев В. И., Каракушан Э. И., Магнитодиоды, «Наука», 1975.
62. Ламперт М., Марк П., Инжекционные токи в твердых телах, «Мир», 1973.
63. Brabant J. C., Brousseau M., Barrau J., A relaxation model for oscillations in semiconductors with double-carrier injection, Phys. Stat. Sol. (a) 5, 471 (1971).
64. Бараненков А. И., Осипов В. В., Градиентно-рекомбинационная неустойчивость тока в полупроводниках, ФТТ 11, 720 (1969).
65. Варламов И. В., Осипов В. В., Полторацкий Э. А., Ржанов А. Е., Неустойчивость тока в компенсированном p -Ge при неоднородном распределении неравновесных носителей, ФТП 4, 2195 (1970).
66. Стафеев В. И., S -диодная электроника на полупроводниках, Радиотехника 26, № 10, 5 (1971).

67. Осипов В. В., Стафеев В. И., К теории длинных диодов с отрицательным сопротивлением, ФТП 1, 1795 (1967).
68. Душкин В. А., Музюкин Л. П., Мурыгин В. И., Стафеев В. И., Особенности поведения биполярной дрейфовой подвижности в компенсированных полупроводниках. Рекомбинационная неустойчивость, ФТП 4, 1761 (1970).
69. Музюкин Л. П., Мурыгин В. И., Стафеев В. И., Ткачев В. А., Импеданс $p-i-n$ -структуры из компенсированного кремния, ФТП 5, 1055 (1971).
70. Сабликов В. А., Частотная дисперсия амбиполярной подвижности в полупроводниках с глубокими ловушками, ФТП 8, 247 (1974).
71. Сабликов В. А., Неустойчивость инжекционного тока в полупроводниках с ловушками, ФТП 8, 1593 (1974).
72. Арутюнян В. М., Букиатян В. В., Варосян А. Г., Гаспарян Ф. В., Влияние глубоких примесных уровней на электрофизические параметры диодов Ганна, инжекционно-пролетных диодов и S -фото-приемников инфракрасного диапазона, Препринт ИРФЭ № 2, Ереван, 1975.
73. Peka G. P., Brodovoi V. A., Gozak A. Ch., Derikot N. Z., Mirrets L. Z., Avalanche switching and instability phenomena in symmetric semi-insulating GaAs structures, Phys. Stat. Sol. (a) 26, 729 (1974).

К главе IX

1. Ancker-Johnson B., Plasmas in semiconductors and semimetals, Semiconductors and semimetals (R. C. Willardson and A. C. Beer, ed.), v. I, p. 379, Academic Press. Inc. New York, 1966.
2. Шотов А. П., Засавицкий И. И., Мацонашвили Б. Н., Муминов Р. А., Пинч-эффект в вырожденной электронно-дырочной плазме антимонида индия, Труды IX межд. конф. физ. полупр., Москва, 1968, ч. II, 891, «Наука», 1969.
3. Chester M., Theory of a configurational emf, Phys. Rev. 133, A 907 (1964).
4. Jaggi R., Potentials in a conductor of varying cross section, Phys. Rev. 122, 448 (1961).
5. Пожела Ю. К., Репшас К. К., К вопросу об определении термоэдс на горячих носителях тока, Литовский физический сборник 2, 303 (1962).
6. Денис В., Пожела Ю., Горячие электроны, Вильнюс. «Минтис», 1971.
7. Вейнгер А. И., Парицкий Л. Г. Акопян Э. А., Дадамирзаев Г., Термоэдс горячих носителей тока на $p-n$ -переходе, ФТП, 9, 216 (1975).
8. Бонч-Бруевич В. Л., Пройкова Я. Г., О некоторых особенностях нагрева носителей заряда в полупроводниках с большими длинами свободного пробега, Труды Симпозиума по физике плазмы и электрическим неустойчивостям в твердых телах (Вильнюс, 1971), Вильнюс, «Минтис», 1972, с. 11.
9. Dobrovolskis Z., Požela J., Repšas K., Vasilec O., Current instabilities in homogeneous n -type germanium, Phys. Stat. Sol. (a) 29, K 159 (1975).

10. *Kikuchi M., Abe Y.*, Observations of instability in semiconductors caused by heavily injected minority carriers, *J. Phys. Soc. Japan* **17**, 1268 (1962).
11. *Астров Ю. А., Кастальский А. А.*, Поверхностно-барьерная неустойчивость тока, *ФТП* **5**, 1573 (1971).
12. *Блонский В. И., Василец О. С., Пожела Ю. К., Репшас К. К.*, Лавинная ионизация и осцилляция тока в однородном германии, *ФТП* (в печати).
13. *Ашмонтас С. П., Пожела Ю. К., Репшас К. К.*, Биградиентная эдс горячих носителей тока, *Литовский физический сборник* **11**, 243 (1971).
14. *Ašmontas S., Požela J., Repšas K., Vasilec O.*, Electron heating by non-uniform electric field, *Proc. XII Int. Conf. Phys. Semicond.*, Stuttgart, 1974, B. G. Teubner Stuttgart, 1974, p. 854.
15. *Тауц Я.*, Фото- и термоэлектрические явления в полупроводниках, *ИЛ*, 1962.
16. *Bennett W. H.*, Magnetically self-focussing streams, *Phys. Rev.* **45**, 890 (1934).
17. *Брагинский С. И.*, Явления переноса в плазме, *Вопросы теории плазмы*, Вып. I, Госатомиздат, 1963, с. 183.
18. *Glicksman M., Steele M. C.*, Plasma pinch effects in indium antimonide, *Phys. Rev. Lett.* **2**, 461 (1959).
19. *Chynoweth A. G., Murray A. A.*, Pinch effect in indium antimonide, *Phys. Rev.* **123**, 515 (1961).
20. *Стефанович А. Е.*, Об особенностях в распределении плазмы в вольтамперных характеристиках при пинч-эффекте в полупроводниках, *Труды Симпозиума по физике плазмы и электрическим неустойчивостям в твердых телах* (Вильнюс, 1971), Вильнюс, «Минтис», 1972, с. 51.
21. *Осилов Б. Д., Хеожес А. Н.*, Оптическое исследование магнитного сжатия электронно-дырочной плазмы в InSb, *ЖЭТФ* **43**, 1179 (1962).
22. *Bruhns H., Hübner K., Schneider W.*, Theta-pinch experiments in InSb, *Proc. XII Int. Conf. Phys. Semicond.*, Stuttgart, 1974, B. G. Teubner Stuttgart, 1974, p. 264.
23. *Larrabee R. D., Hicinbothem W. A.*, Observation of microwave emission from indium antimonide, *Plasma Effects in Solids*, Paris, 1964, Dunod, Paris, 1965, p. 181.
24. *Glicksman M.*, Summary of microwave emission from InSb: gross features and possible explanations, *IBM J. Res., Develop.* **13**, 626 (1969).
25. *Wallace R. N., Bers A.*, Microwave emission from *n*-InSb at 77° K, *Proc. X Int. Conf. Phys. Semicond.*, Cambridge, Mass., 1970, p. 125.
26. *Владимиров В. В.*, Пинч-эффект в плазме твердого тела, *УФН* **117**, 79 (1975).
27. *Иванов Ю. Л., Рыжкин С. М.*, Возникновение колебаний тока в образцах германия, помещенных в электрическое и продольное магнитное поле, *ЖТФ* **28**, 774 (1958).
28. *Vok J., Veillex R.*, Semi-conductivité Expériences d'électrons chauds dans SbIn. Application a la realization d'un oscillateur, *C. R. Acad. Sci. Paris* **248**, 2300 (1958).

29. *Larrabee R. D., Steele M. C.*, The oscillistor-new type of semiconductor oscillator, *J. Appl. Phys.* 31, 1519 (1960).
30. *Kadomtsev B. B., Nedospasov A. V.*, Instability of the positive column in a magnetic field and the «anomalous» diffusion effect, *J. Nucl. Energy C1*, 230 (1960).
31. *Glicksman M.*, Instabilities of a cylindrical electron-hole plasma in a magnetic field, *Phys. Rev.* 124, 1655 (1961).
32. *Okamoto F., Koike T., Tosima S.*, Experimental evidence for helical instabilities in a semiconductor plasma, *J. Phys. Soc. Japan* 17, 804 (1962).
33. *Misawa T., Yamada T.*, Microwave observations of carrier behaviors in «oscillistors», *Japan. J. Appl. Phys.* 2, 19 (1963).
34. *Кадомяев В. В.*, Гидромагнитная устойчивость плазмы, Вопросы теории плазмы, Вып. 2, Госатомиздат, 1963, с. 132.
35. *Hurwitz C. E., McWhorter A. L.*, Growing helical density waves in semiconductor plasmas, *Phys. Rev. Lett.* 10, 20 (1963).
36. *Гуревич Л. Э., Иоффе И. В.*, Теория неустойчивости тока в полупроводниках и полуметаллах, *ФТТ* 5, 2674 (1963).
37. *Гуревич Л. Э., Иоффе И. В.*, Теория неустойчивости тока в полупроводниках при наличии ударной ионизации, *ФТТ* 6, 445 (1964).
38. *Владимиров В. В.*, Винтовая неустойчивость в плазме полупроводников, *УФН* 115, 73 (1975).
39. *Владимиров В. В., Сарбей О. Г., Щедрин А. И.*, Осциллятор в монополярном двухдолинном полупроводнике, Труды симпозиума по физике плазмы и электрическим неустойчивостям в твердых телах (Вильнюс, 1971), Вильнюс, «Минтис», 1972, с. 162.
40. *Владимиров В. В., Щедрин А. И.*, Винтовая неустойчивость в монополярном полупроводнике, *ДАН СССР* 211, 806 (1973).
41. *Hurwitz C. E., McWhorter A. L.*, Growing helical density waves in semiconductor plasmas, *Phys. Rev.* 134A, 1033 (1964).

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Абсолютно отрицательное сопротивление 222, 256
 Акустоэлектрические колебания 176, 177
 Акустоэлектрический (звукоэлектрический) эффект 171, 172
 Беннета ток 320, 321
 Бернулли (конфигурационная) эдс 312
 Бесстолкновительное поглощение Ландау 104, 105, 108, 110
 — — циклотронное 110
 Бигradientный выпрямитель 319
 — эффект 316
 Больцмана кинетическое уравнение 38, 42, § 4, гл. I
 Возмущение в плазме (волновой пакет) 23
 Войгта конфигурация 80, 81, 89, 90
 — эффект 91
 Волновое уравнение 24, 26
 Волны активные (с отрицательной энергией) 160
 — акустические 164, 165
 — Альфвена 70, 98
 — — быстрые 98
 — — медленные 98
 — геликонные 86
 — — в металлах § 5 гл. II
 — гибридные 102, 185
 — звуковые электронные (дырочные) 69, 103, 104, 108
 — косые 91
 Волны магнитогидродинамические 99—101
 — магнитозвуковые, ускоренные и замедленные 70, 104
 — объемного заряда 159
 — ординарные 82
 — — Войгта 90
 — пассивные (с положительной энергией) 160
 — плазменные электровзвукковые 102—104
 — поперечные (вихревые, электромагнитные) 27
 — продольные (безвихревые, потенциальные) 27
 — рекомбинационные 294—304
 — синхронные 159
 — циклотронные 86
 — экстраординарные 82, 83
 — экстраординарные Войгта 90
 — электровзвукковые 104, 108
 Вольтамперные характеристики S- и N-типа 153, 154
 Время релаксации импульсное 17, 28, 42, 65, 66, 199, 200
 — — максвелловское (диэлектрическое) 73
 — энергии 66, 67, 199, 200
 Ганна эффект 246
 Геликонный трансформатор 118
 Геликон — фононное взаимодействие 177
 Гиротропная среда 36
 Горячие электроны 196
 Диод Ганна 246
 — —, режимы работы 250—255
 — — с барьером Шоттки 255

- Диод двухпролетный 274
 — длинный 305
 — лавинно-пролетный 268—281
 — Мисавы 274, 275
 — Рюда 269—274
 — туннельно-пролетный 278
 — туннельный 263, 264
 — BARITT 281
 — IMPATT 269—277
 — LSA 252
 — TRAPATT 278—280
 Дисперсионное уравнение 22, 26
 Дисперсия пространственная 26
 — частотная 26
 Дифференциальная проводимость 24, 153
 — — отрицательная 152—156, 285
 — — — динамическая (скрытая) 154, 288, 291
 Домен акустоэлектрический 176
 — дипольный (ганновский) 156, 157, 241—245
 — —, правило площадей 243
 — обогащенного слоя 246—249
 — рекомбинационный 293
 — статический 249, 315

 Затухание на времени пролета 108

 Келдааса край 110
 Керра эффект магнитный 89
 Колебания решетки, акустические 60—63
 — —, оптические 60—63

 Лавинная (ударная) ионизация 265—267
 — частота 272
 Ландау затухание 104, 105, 108, 110
 — — магнитное 108
 — — обратное 106, 179
 Локальные аппроксимации 39, 40, 41

 Масса в различных долинах 50, 52, 54, 56, 57
 — плазменная 116
 — плотности состояний 52
 — проводимости 52
 — циклотронная 53, 115
 — эффективная 15, 47
 Междолинный переброс электронов 210—214
 Мезоплазмы 268
 Метод пропускания волн через пластинку 122—123
 — скрещенных катушек 118—121
 Микроплазмы 267
 Монте-Карло метод 227—239

 Неймана метод 230, 231
 Непрерывности уравнение 28
 Непропускание волн 76, 142
 Неустойчивость абсолютная 140
 — в гантелеобразных образцах 315, 316
 — винтовая 327—336
 — в слоистых структурах 187—189
 — в тонких слоях 193—195
 — геликоидальная 178
 — гидродинамическая 159
 — глобальная 147
 — градиентная 333
 — двухпотоковая 183
 — инжекционная 305—309
 — —, μ -механизм 308, 309
 — —, τ -механизм 306—308
 — Кадомцева—Недоспасова 327
 — кинетическая 158
 — конвективная 140
 —, критерий определения 138—142, 147, 150—152
 — лавинно-пролетная 259—262
 —, обусловленная междолинным перебросом 240—257
 —, — столкновениями 193—195
 — однопотоковая геликоидная 182
 — перегреваемая 202—204
 — при пинч-эффекте 326
 — пучковая 191
 — разделенных потоков 188
 — рекомбинационная 287—293
 — температурно-электрическая 292

- Неустойчивость термоэлектронная 305
 — токово-конвективная 332
- Осциллятор 328, 332
 — поверхностный 332
 Отсечки частота 94
- Плазма (определение) 13
 — в полупроводниках (твердых телах) 14
 — горячая 19, 103
 — замагниченная 86
 — многокомпонентная 15, § 3 гл. II
 — однокомпонентная 15, § 2 гл. II
 — скомпенсированная, собственная 15, 96—99
 — холодная 19
 — электронная (дырочная) 15
 Плазменная (ленгмюровская) частота 74
 Плазменные колебания 75
 Плазмон 75
 Пинч-эффект 319—321
 — —, z-пинч 320
 — —, θ -пинч 320, 325
 Потенциал деформационный 62, 63
 — полярный 63
 — пьезоэлектрический 62, 63
 — рассеяния на решеточных колебаниях § 6 гл. I
 Приближение гидродинамическое 18
 — квазигидродинамическое 20
 — кинетического уравнения 21, § 4, гл. I
 — линейное 21
 — отдельных частиц 17
- Рауса — Гурвица правило 148
 Резонанс гибридный 91, 96, 102
 — плазменный 76
 — фазовый 105
 — циклотронный 86
 — — гибридный 91
 — — сдвинутый по Допплеру 109
 — — Войгта 91
- Саморасеяние 233
 Сасаки — Шибуба эффект 219, 220
 СВЧ-эмиссия из плазмы 326, 327
 Скин-эффект 77
 Слоистые структуры 188, 189
 «Соджикон» 315
- Термоэдс на горячих электродах 313
 Термоэлектронная ионизация (механизм Френкеля) 264
 Туннельный эффект 263
- Убегание электронов 201—204, 237
 Угол отсечки 276
 — пролета 273
 Уравнение баланса 200
 — движения в гидродинамическом приближении 19
 — — для отдельных частиц 17, § 3, гл. I
- Фарадея конфигурация 80, 81
 — эффект 89
 Фононы акустические 60
 — оптические 60
 — равномерно распределенные 64
 Функция разогрева 208
 — распределения Давыдова 207
 — — Дрювестейна 207
 — — иглообразная 209
 — — Максвелла 240
 — — — с электронной температурой 208
 — — — смещения 208, 209
 — — Ферми 37
- Характеристическое уравнение 148
- Черенкова эффект 106
- Циклотронная (ларморовая) частота 31
- Эрлбаха эффект 222—226

Юрас Карлович Пожела

**ПЛАЗМА И ТОКОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ
В ПОЛУПРОВОДНИКАХ**

М., 1977 г., 368 стр. с илл.

Редактор *Т. Г. Корышева*

Техн. редактор *В. Н. Кондакова*

Корректоры *Г. В. Подвольская, М. Л. Медведская*

Сдано в набор 19.11.1976 г. Подписано к печати
06.09.1977 г. Бумага $84 \times 108/_{32}$ тип. № 2.. Физ. печ. л.
11,5. Условн. печ. л. 19,32. Уч.-изд. л. 18,28. Тираж
5000 экз. Т-07085. Цена книги 1 р. 40 к.
Заказ № 119.

Издательство «Наука»

Главная редакция

физико-математической литературы

117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

1-я типография издательства «Наука»

199034, Ленинград, В-34, 9 линия, д. 12