



From
Low-Speed Aerodynamics
to Astronautics

BY

THEODORE VON KÁRMÁN

*Chairman, Advisory Group for
Aeronautical Research and Development
North Atlantic Treaty Organization*

COORDINATING EDITOR

DR. SHIH I. PAI

*Research Professor
Institute for Fluid Dynamics and Applied Mathematics
University of Maryland
College Park, Maryland*

PUBLIC LECTURE SERIES No. 40

*Institute for Fluid Dynamics and Applied Mathematics
University of Maryland
1963*

A Pergamon Press Book

THE MACMILLAN COMPANY

NEW YORK

1963

ТЕОДОР ФОН КАРМАН

*Президентом Консультационного совета
аэродинамических исследований и развития,
Организации Североамериканского доктора*

От аэродинамики малых скоростей к астронавтике

Перевод с английского языка
В. В. Богатыревой

Под редакцией профессора
В. Я. Бездерского



Москва + Ижевск

2019

Интернет-магазин

MATHESIS

<http://shop.rcd.ru>

- физика
- математика
- биология
- нефтегазовые технологии

Теодор фон Карман.

От аэродинамики малых скоростей к аэронавтике. — Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2019, 116 стр.

Книга основана на лекциях, прочитанных фон Карманом после симпозиума в Институте гидродинамики и прикладной математики Мариландского университета. В ней содержится ценная информация по широкому кругу вопросов, включая аэротермодинамику, аэротермохимия, динамику разреженных газов и магнитную газовую динамику.

Для студентов, аспирантов, научных работников.

ISBN 978-5-4344-0658-1

© Институт компьютерных исследований, 2019

Оглавление

От редактора	6
Предисловие	8
Список иллюстраций	9
Глава 1. Введение	15
Глава 2. Азротермодинамика	17
Глава 3. Азротермохимия	49
Глава 4. Динамика разреженных газов	71
Глава 5. Магнитная газовая динамика	76
Литература	103
Именной указатель	110
Предметный указатель	113

От редактора

Большим потрясением и потерей для научного мира стала внезапная кончина профессора Теодора фон Кармана 7 мая 1963 года в Аахене, Германия, в возрасте 81 года. Он до последних дней вел активную научную работу, и эта книга — одно из свидетельств этого. Несмотря на то, что в основе этой книги лежат его лекции, прочитанные в Мэрилендском университете в 1961 году, профессор фон Карман постоянно работал над рукописью и завершил ее в январе 1963 года.

У тех из нас, кто знал его лично, надолго останутся в памяти его научные достижения, его доброта и сердечность к друзьям, а также его пронзительность и мудрость собеседника. Тем, кто не был близко знаком с ним, нижеизложенная краткая биография, возможно, обрисует в общих чертах его богатую событиями жизнь.

Теодор фон Карман родился в Будапеште 11 мая 1881 года в семье известного профессора философии. Его одаренность вскоре стала очевидной; в возрасте 6 лет он мог умножать пятнадцатые цифры в уме. Он закончил Королевский технический университет в Будапеште в 1902 году и получил докторскую степень в Геттингенском университете в 1908 году. С 1912 по 1929 год он был директором Аэродинамического института Аахенского университета, а с 1930 по 1949 год директором Гугенхаймовской лаборатории по аэроаэвонике Калифорнийского технологического института, где он основал один из лучших исследовательских центров в области аэронавигационных и космических наук. В 1936

году он стал гражданином США. В 1949 году он официально вышел в отставку и стал заслуженным профессором в отставке. После своей отставки из Калифорнийского технологического института он продолжал активно участвовать в научных проектах, что доказывают его многочисленные лекции и издания его трудов после 1949 года. Он организовал Консультационный совет аэродинамических исследований и развития (AGARD) НАТО и был его председателем до 1951 года.

В продолжение своей долгой научной деятельности профессор фон Карман был награжден многими орденами и медалями. Его последней наградой стала Национальная медаль науки, которой наградила его президент Джон Ф. Кеннеди в Белом доме 18 февраля 1963 года.

Наконец, редактор был бы рад выразить свою благодарность профессору Дж. М. Берджеру (J. M. Berger) из Мэрилендского университета, профессору Чиа-Кун Чу (Chia-Kun Chu) из Нью-Йоркского университета, профессору Франку И. Марблу (Frank E. Marble) из Калифорнийского технологического института и профессору У. Р. Сирсу (W. R. Sears) из Корнеллского университета за их помощь в издании этой книги, а также всем организациям и авторам, которые разрешили использовать свои материалы в этой книге.

С. А. Пей

Предисловие

28 и 29 апреля 1961 года Институт гидродинамики и прикладной математики Мариненбургского университета организовал симпозиум, чтобы отпраздновать первые двенадцать лет своего существования. В числе выдающихся ученых, принимавших в нем участие, был профессор фон Карман, который к тому же согласился прочитать цикл из трех публичных лекций на тему *От аэродинамики малых скоростей к аэроакустике* в течение двух недель после симпозиума и как раз перед 80-летним юбилеем профессора фон Кармана 11 мая 1961 года.

В основе настоящей книги лежат лекции профессора фон Кармана, в которых рассматривается вся история развития аэродинамики, как применительно к истории полетов, так и с точки зрения наиболее выдающегося авторитетного специалиста и создателя этой науки.

Пусть эта книга будет приятным напоминанием профессору фон Карману о его долгой научной деятельности, и пусть она также вызовет широкий интерес у всех тех, кто работает в области аэродинамики и любит искусство полета в земной атмосфере или же в космическом пространстве над ней.

М. Г. Марвин, директор

Список иллюстраций

- Рис. 1. Представление Лангестером системы вихрей вокруг крыла. стр. 20
- Рис. 2. Схема распределения свободного вихря в теории крыла конечного размаха. стр. 21
- Рис. 3. Вихревая дорожка Кармана позади эллиптического планера. стр. 22
- Рис. 4. Коэффициент лобового сопротивления кругового планера как функция числа Рейнольдса. стр. 23
- Рис. 5. Коэффициент подъемной силы C_L профиля крыла при постоянном угле атаки как функция числа Маха M . стр. 25
- Рис. 6. Коэффициент лобового сопротивления C_D профиля крыла при постоянном угле атаки как функция числа Маха M . стр. 25
- Рис. 7. Повышение коэффициента давления с увеличением числа Маха для аэродинамических поверхностей. стр. 28
- Рис. 8. Расчетные повышения коэффициента давления с увеличением числа Маха. стр. 29
- Рис. 9. Взаимодействие ударной волны с пограничным слоем. стр. 30
- Рис. 10. Взаимодействие ударной волны с пограничным слоем с отрывом потока. стр. 31

- Рис. 11. Распределение источников для полубесконечного тела вращения с остроконечной носовой частью. стр. 33
- Рис. 12. Движение плоского симметричного профиля. стр. 34
- Рис. 13. Тело вращения в потоке. стр. 34
- Рис. 14. Коэффициент лобового сопротивления сварда, учитывающий сопротивление поверхностного трения, волнового и лобовое сопротивление. стр. 36
- Рис. 15. Распределение давления на поверхности земца, создаваемого крылом конечного размаха. стр. 36
- Рис. 16. Защитическое крыло в пламе при сверхзвуковом обтекании. стр. 37
- Рис. 17. Зависимость коэффициента сопротивления трения от числа Маха для сжимаемого течения. стр. 38
- Рис. 18. Аналогия между установившимся гиперзвуковым течением вокруг тела оживальной формы в плане и неустановившимся течением в задаче о поршне. стр. 39
- Рис. 19. Аналогия взрывной волны при гиперзвуковом обтекании цилиндра с полусферической носовой частью. стр. 40
- Рис. 20. Распределение коэффициента давления на поверхности цилиндра с полусферической носовой частью. стр. 41
- Рис. 21. Распределение давления вдоль поверхности цилиндра с полусферической носовой частью. стр. 42
- Рис. 22. Гиперзвуковая ударная волна и пограничный слой вблизи плоской пластины. стр. 43

- Рис. 23. Распределение скорости, температуры, числа Маха и плотности в ламинарном пограничном слое. стр. 44
- Рис. 24. Распределение скорости, температуры, числа Маха и плотности в турбулентном пограничном слое. стр. 45
- Рис. 25. Обтекание телом с оживальной носовой частью при числе $M = 18.4$. стр. 46
- Рис. 26. Сравнительная диаграмма скорости и высоты, показывающая область реального полета. стр. 50
- Рис. 27. Затушенное тело в гиперзвуковом полете. стр. 52
- Рис. 28. Гиперзвуковое обтекание тела с заостренной носовой частью. стр. 53
- Рис. 29. Сравнительная диаграмма скорости и высоты, показывающая диссоциацию, ионизацию и типичные траектории ракет. стр. 54
- Рис. 30. Концентрация различных составляющих воздуха. стр. 55
- Рис. 31. Схема двухатомной молекулы, показывающая различные степени свободы. стр. 56
- Рис. 32. Распределение температуры за сильным скачком уплотнения. стр. 57
- Рис. 33. Зависимость температуры в точке торможения от числа Маха при обтекании заостренного тела. стр. 58
- Рис. 34. Изменение удельной теплоемкости воздуха от температуры при постоянном давлении. стр. 59
- Рис. 35. Число Прандтля, число Амонса - Семюна и число Шмидта. стр. 60

- Рис. 36. Концентрация химических элементов при равновесном течении воздуха в точке торможения тела при возвращении в плотные слои атмосферы. стр. 63
- Рис. 37. Сравнительная диаграмма высоты и скорости для ракет, рассчитанных на вход в плотные слои атмосферы. стр. 64
- Рис. 38. Эффективность теплозащиты при возвращении в плотные слои атмосферы. стр. 65
- Рис. 39. Контрольный объем для баланса энергии при обтекании затупленного тела с покрытием из тугоплавкого металла. стр. 67
- Рис. 40. Контрольный объем для баланса энергии при обтекании твердого тела с плавящимся покрытием. стр. 68
- Рис. 41. Контрольный объем для баланса массы и энергии при обтекании тела из армированной пластмассы. стр. 69
- Рис. 42. Абляция модели из стекловолокна. стр. 70
- Рис. 43. Различные области гидромеханики. стр. 72
- Рис. 44. Приведенный массовый расход как функция числа Рейнольдса. стр. 73
- Рис. 45. Плоское течение Куэтты. стр. 73
- Рис. 46. Профили скоростей для плоского течения Куэтты. стр. 74
- Рис. 47. Зависимость электрической проводимости чистого воздуха и воздуха с примесью влаги за прямым скачком уплотнения от числа Маха. стр. 80
- Рис. 48. Сила индукции и поперечная сила. стр. 81
- Рис. 49. Результирующий ток и сила с учетом закона Ома. стр. 82

- Рис. 50. Магнитогидродинамическое ускорение одномерного течения в канале с постоянной площадью. стр. 86
- Рис. 51. Пинч-эффект. стр. 87
- Рис. 52. Области течения для ориентированного поля $\mathbf{B}_0 \perp \mathbf{q}$. стр. 89
- Рис. 53. Области течения для скрещенного поля $\mathbf{B}_0 \times \mathbf{q}$. стр. 90
- Рис. 54. Линии Маха в обычной газовой динамике. стр. 91
- Рис. 55. Годографы нормальной скорости. стр. 91
- Рис. 56. Диаграмма Фридрикса, показывающая форму фронта волны из точечного возмущения. стр. 92
- Рис. 57. Характеристика в установившемся течении с малым возмущением: а) ориентированное поле: дозвуковое гиперболическое течение с прямыми характеристиками; б) общая ориентация поля: дозвуковое гиперболическое течение с прямыми и обратными характеристиками; в) скрещенное поле: гиперболическое течение и гипер-эллиптическое течение. стр. 94
- Рис. 58. Картины течения, показывающие волны и следы вокруг тонкого тела в течениях с ориентированным полем для различных диапазонов скоростей. стр. 95
- Рис. 59. Схема магнитного пограничного слоя. стр. 96
- Рис. 60. Магнитные следы для течения с ориентированным полем. стр. 97
- Рис. 61. Влияние магнитного поля на течение вокруг конуса. стр. 98

Рис. 62. Схема предложенного устройства стр. 100 с использованием магнитогадродинамических эффектов для управления возвращением в плотные слои атмосферы.

ГЛАВА I

Введение

Я очень благодарен Мэрилендскому университету за идею издать мои лекции отдельной книгой и профессору Мартину за добрые слова, сказанные им в предисловии. В течение всей своей долгой научной деятельности я всегда стремился писать обзорные статьи, где пытался обрисовать состояние дела в какой-либо области науки или инженерного дела. В этой брошюре действительно содержится ряд обзорных статей, написанных для неспециалистов, но где сделана попытка соответствовать также требованиям специалистов. Я считаю, что события последних двух лет полностью оправдывают необходимость подобного исторического анализа.

Сменив идею, что в наше время как скорость полета, так и его высота намного превысили те пределы, которые считались возможными ранее. Поскольку эти явления включают химическую кинетику, появились проблемы, которые выходят за рамки обычной аэротермодинамики. Название «аэротермодинамика», которая рассматривает задачу о течении идеального газа постоянного состава и удельной теплоемкости, впервые предложил генерал Дж. Артуро Крокко в 1931 году [1, 2]¹. Поскольку температура газа вблизи самолета возрастает вследствие высокой скорости, а давление газа уменьшается вследствие большой высоты, мы не можем рас-

¹ Номер относится к источнику, список которых приводится в конце книги.

смотреть газ как единую сплошную среду определенного состава. Анализируя течение, мы должны учитывать разного рода химические реакции в воздухе. Несколько лет назад для обозначения предмета задач о течении с учетом химической реакции я ввел термин «аэротермохимия». Этот термин удивительно быстро восприняли. После того как я ввел его в феврале, в июне того же года была проведен симпозиум по аэротермохимии в Северо-Западном университете. При очень высоких температурах газ ионизируется. Ионизация газа происходит в результате высокой температуры, большой высоты и прочих условий в окружающем космическом пространстве. Рассматривая течение ионизированного газа, мы должны одновременно учитывать гидродинамические силы и электромагнитные силы. Эта область гидродинамики широко известна под названием «магнитная гидродинамика». Мне не нравится это название. Несмотря на то, что «гидро» означает по-гречески «жидкость», по-английски слово «гидро» обычно ассоциируется с «водой». Мне представляется, что для обозначения области гидродинамики, где важны взаимодействия течения с электромагнитными полями, нам следует использовать более подходящее название, как, например, «магнитная газовая динамика» или «аэроэлектромагнетизм».

В моей первой лекции рассматриваются классические проблемы аэротермодинамики, во второй — аэротермохимии, а в третьей — магнитной газовой динамики.

ГЛАВА 2

Аэротермодинамика

В моей памяти все еще живо воспоминание о первом активном полете братьев Райт в 1903 году. В то время я был в Европе и жил по большей части в Венгрии. Прямых связей между Европой и США в то время было очень мало. Так, я помню статью, напечатанную в немецком журнале, где выражалось сомнение в правдивости всего рассказа Кинга Хок (King Hawk). И это чистая правда. Однако я уверен, что аэродинамическая теория не способствовала первому активному полету человека. Действительно, в 1879 году в четырнадцатом годовом отчете Общества по воздухоплаванию Великобритании, предшественника Королевского общества по воздухоплаванию, утверждалось, что вплоть до того времени математика в развитии летного дела была бесполезна. Согласно истории науки, виновным в задержке развития полетов следует считать сэра Исаака Ньютона, поскольку он вывел синус-квадратичный закон сопротивления воздуха [3]:

$$F = \rho S U^2 \sin^2 \alpha, \quad (1)$$

где F — сила, действующая на наклонную плоскую пластину, ρ — плотность жидкости, S — площадь пластины, U — скорость пластины и α — угол наклона. Единственная ошибка в уравнении (1) — это член $\sin^2 \alpha$, потому что эксперименты показывают, что F приблизительно пропорциональна α , когда угол наклона незначителен. В соответствии с формулой Ньютона (1), если конструктор самолета не

хочет использовать большие значения α , ему необходима очень большая площадь крыла из-за малого коэффициента подъемной силы и большая тяжелая двигательная установка из-за низкого аэродинамического качества. Интересно отметить, что несмотря на то, что формула Ньютона не подходит для поверхностей крыла при низких скоростях, она достаточно корректна в области очень высоких сверхзвуковых скоростей. После публикации теории Ньютона математики признали вездостатки этого метода; и теорию сопротивления воздуха значительно усовершенствовали. Действительно, для чистых математиков теория гидродинамики стала удачным охотничьим угодьем. Великий французский математик Даламбер вывел первую рациональную теорию сопротивления воздуха [4]. Он открыл известный парадокс, носящий его имя, в котором утверждается, что сопротивление тела, движущегося в воздухе, нулевое, если мы пренебрежем трением. Этот результат почти ничем не мог помочь конструкторам-практикам. В девятнадцатом веке Гельмгольц [5], Г. Киргоф [6] и лорд Рэлей [7] развили теорию прерывистого (разрывного) течения, где в вязкой жидкости сопротивление отлично от нулевого. Но их теоретические результаты не согласовывались с экспериментальными данными. Вплоть до того времени математическая теория движения жидкостей не могла объяснить основные факты, обнаруженные с помощью экспериментов.

В теории подъемной силы положение дел было иным. В 1876 году лорд Рэлей [8] смог объяснить так называемый эффект Магнуса, доказав, что вращающееся циркуляционное течение на параллельное равномерное течение создаст силу, перпендикулярную направлению движения тела. Связь между подъемной силой крыльев самолета и циркуляционным движением воздуха вокруг них признали и выяснили Ф. М. Ланчестер [9], М. В. Кутта [10]

и Н.Е. Жуковский [11]. Двумерная теория крыльев Кутты – Жуковского хорошо известна специалистам по аэродинамике. Но первую полезную математическую теорию крыла самолета разработал А. Праудтль [12], который подчеркивал практическое значение крыла конечного размаха. Первым к решению задачи о крыле конечного размаха приступил Ланчестер. Он признал тот факт, что крыло можно заменить вихревой системой, состоящей из распределенного вихря, который перемещается вместе с крылом, и свободных вихрей, которые возникают на концах крыльев и расширяются ниже по течению, как показано на его схеме вихревой системы, воспроизведенной на рис. 1. Однако именно Праудтль выразил эту физическую картину в относительно простой математической форме. Ланчестер в конце своей жизни был совершенно подавлен, потому что чувствовал, что его достижения не заслуживают достаточного признания. Все говорил только о теории крыла Праудтля. Я помню, что когда я был аспирантом в Геттингене, Ланчестер приезжал туда и многие свои идеи о теории крыла обсуждал с Праудтлем и Карлом Рунге задолго до того, как Праудтль опубликовал свою теорию крыла. В ходе этих дискуссий Праудтль узнал очень много. Некоторые считали, что Праудтль в своих работах не выразил в полной мере признания Ланчестеру относительно приоритета его идей. Но я уверен, что Праудтль всегда считал, что он полностью признавал исследования Ланчестера, что доказывает его лекция 1927 года, посвященная памяти Уильяма Райта, в Королевском обществе по авиации [2].

В сентябре 1913 года я навещал Праудтля в Геттингене; он рассказывал мне о трудностях, с которыми столкнулся, анализируя теорию крыла конечного размаха. Сначала он допустил равномерное распределение подъемной силы на крыле, ко-

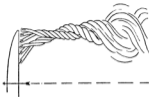


Рис. 1. Представление Лапчетером системы вихрей вокруг крыла. (Из книги F.W.Lanchester, *Aerodynamics*, London, 1947, с разрешения Constable & Co., Ltd.)¹

торое приводит к бесконечному скосу потока на конце крыла. Затем он допустил линейное распределение подъемной силы вдоль размаха крыла, которое также не решило задачу. Позже он поручил эту задачу своему талантливому ученику M. Мушкетю, который нашел безупречное решение этой задачи: эллиптическое распределение подъемной силы на крыле приводит к минимальному индуктивному сопротивлению (рис. 2).

Теория крыла конечного размаха Прандтля объясняет явление индуктивного сопротивления, которое связано с подъемной силой и которое является лишь частью общего сопротивления. Сопротивление включает поверхностное трение и сопротивление давления. Индуктивное сопротивление является одной частью сопротивления давления, а другая часть сопротивления давления известна как сопро-

¹ См. также издание на русском языке: Т. Карман *Аэродинамика*, Москва-Ижевск: РХД, 2000, стр. 37. – Прим. ред.

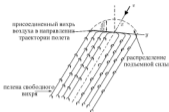


Рис. 2. Схема распределения свободного вихря в теории края конечного размаха.

тивление сады, которое также тесно связано с образованием вихря. Когда Гельмгольд и лорд Рэлей изучали образование вихрей, они обнаружили, что отрыв потока происходит только на острой кромке. Позже, когда мы начали понимать пограничный слой, мы узнали, что течение может отрываться от других точек. В периодическом движении Гельмгольда вихревая пелена представляет нарушение непрерывности течения. Поскольку эти вихревые полосы неустойчивы, они свертываются в отдельные вихри. Рассмотрим течение позади бесконечно длинного цилиндра (рис. 3). Течение отрывается от поверхности цилиндра и образует позади него спутную вихревую зону. В спутной струе существует антисимметричное расположение вихрей, которое обычно называют вихревой дорожкой Кармана и которое заменяет две вихревые пелены в теории прерывистого движения Гельмгольда. Я смог доказать, что образование такой вихревой системы



Рис. 3. Вихревая дорожка Кармана позади эллиптического цилиндра. (Из книги Prandtl, *Handbuch der Experimentalphysik*, Vol. 4, part 1, p. 6, Leipzig, 1931.)

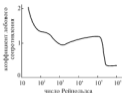


Рис. 4. Коэффициент лобового сопротивления кругового цилиндра как функция числа Рейнольдса. (Из книги von Kármán, *Aerodynamics*, 1954, p. 78, с разрешения издательства Корнелл Университи Пресс.)²

может представлять механизм сопротивления следа [13]. Последующие эксперименты доказали, что сопротивление кругового цилиндра зависит от числа Рейнольдса Re , (рис. 4). Вихревые дорожки Кармана существуют только в малом диапазоне числа Рейнольдса. При больших числах Рейнольдса течение в пограничном слое тела становится турбулентным. Турбулентные пограничные слои оказывают большее сопротивление отрыву потока. Эта задержка отрыва приводит к уменьшению сопротивления давления кругового цилиндра. Эти факты широко известны и я упомянул о них только потому, что они представляют интерес с исторической точки зрения.

Число Рейнольдса Re является одним из наиболее важных параметров в гидродинамике. Его можно рассматривать как отношение силы инерции

²См. также Т. Карман, *указ. соч.*, стр. 85. — Прям. ред.

в силе трения, т. е.

$$R_e = \frac{\rho U^2 L^2}{\mu U L} = \frac{\rho U L}{\mu} = \frac{U L}{\nu}, \quad (2)$$

где U и L — соответственно характерная скорость и характерный линейный размер, $\nu = \mu/\rho$ — коэффициент кинематической вязкости, μ — коэффициент вязкости и ρ — плотность жидкости. Именно в первом рассмотрел число Рейнольдса с точки зрения кинематической теории. Согласно кинематической теории коэффициент вязкости μ пропорционален $\rho C \lambda$, где C — средняя молекулярная скорость, которая является величиной того же порядка, что и скорость звука a , а λ — средняя длина свободного пробега. За исключением численного коэффициента, мы можем записать число Рейнольдса R_e как

$$R_e = M \frac{L}{\lambda} = \frac{M}{K}, \quad (3)$$

где

$$M = \frac{U}{a} = \text{число Маха}, \quad (4)$$

$$K = \frac{\lambda}{L} = \text{число Кнудсена}. \quad (5)$$

Интересно отметить, если средняя длина свободного пробега λ очень велика, то число Рейнольдса будет очень малой величиной. Следовательно, динамика разреженных газов соответствует случаю очень малого числа Рейнольдса. Уравнение (3) удобно при рассмотрении нами в дальнейшем динамики разреженных газов (см. главу IV).

Число Маха M — это важный параметр высокоскоростного течения. Оно характеризует эффект сжимаемости высокоскоростного течения. Параметр $(U L/\nu)$ назван в честь Рейнольдса Арнольд Зомерфельд, тогда как Я. Акерет назвал параметр (U/a) в честь Э. Маха, который проводил первые



Рис. 5. Коэффициент подъемной силы C_L профиля крыла при постоянном угле атаки как функция числа Маха M . (Из книги von Kármán, *Aerodynamik*, 1954, p. 128, с разрешения издательства Корнелл Университи Пресс.)³



Рис. 6. Коэффициент лобового сопротивления C_D профиля крыла при постоянном угле атаки как функция числа Маха M . (Из книги von Kármán, *Aerodynamik*, 1954, p. 128, с разрешения издательства Корнелл Университи Пресс.)⁴

исследования сверхзвукового движения, хотя, разумеется, не сверхзвукового полета [14].

Придти в 1904 году опубликовала свою теорию пограничного слоя [15], которая дает нам возможность рассчитать сопротивление трения тела в толку, где поток отрывается от поверхности тела в силу положительных градиентов давления. С 1904 года теория пограничного слоя стала важной частью гидродинамики.

³См. также Т. Карман, *указ. соч.*, стр. 133. — Прим. ред.

⁴Там же, стр. 133. — Прим. ред.

При средних скоростях изменения плотности воздуха и температуры, вызванные движением, незначительны. Но если мы перейдем к более высоким скоростям, изменения плотности и температуры, вызванные сжатием или расширением воздуха, становятся очень заметными. Эти эффекты сжимаемости можно выразить как функции числа Маха. На рис. 5 и 6 приводятся соответственно коэффициенты подъемной силы и лобового сопротивления профиля крыла при постоянном угле атаки от малой дозвуковой скорости, через диапазон околозвуковых скоростей до сверхзвуковых скоростей как функции числа Маха.

Дифференциальное уравнение линейно для потока несжимаемой жидкости и его легко решать. Для потока сжимаемой жидкости соответствующее дифференциальное уравнение нелинейно. Получить точное решение этих нелинейных уравнений очень трудно. Для изучения течения в области высоких дозвуковых скоростей, где должны учитываться эффекты сжимаемости, было предложено много упрощающих аппроксимаций. Прандтль [16] и Глауэрт [17] предлагали следующую поправочную формулу для коэффициента давления C_p на тонком теле для полета с числом Маха M :

$$C_p = \frac{C_{p0}}{\sqrt{1 - M^2}}, \quad (6)$$

где C_{p0} — соответствующий коэффициент давления для потока несжимаемой жидкости. Видно, что уравнение (6) не выполняется, если M приближается к единице, т. е. если мы приближаемся близко к звуковому барьеру снизу. Мы с Х. Ш. Тзяном предложили отчасти более широкую поправку для эффектов сжимаемости на крыльях. Наш метод, по существу, является усовершенствованием аппроксимации Чаплыгина [19, 20], который выбрал критиче-

скую точку касания к изотропе. В нашем анализе мы вместо этого используем точку, соответствующую условно равномерного течения, которая является хорошей аппроксимацией для тонкого тела, обтекаемого равномерным потоком. На рис. 7 показаны некоторые наши теоретические результаты, а на рис. 8 — наши результаты в сравнении с результатами и данными Праудмена–Глауэрта. Отклонение теоретических результатов от экспериментальных данных может возникнуть благодаря явлению пограничного слоя.

Наш метод не срабатывает, когда мы приближаемся к звуковому полету или, точнее, когда местная скорость в некоторой точке поверхности крыла становится равной или превосходит скорость звука, или, как мы говорим, местное число Маха в некоторой точке достигает значения 1. Выше этого предела мы имеем смешанные области дозвукового и сверхзвукового течения, и теория становится довольно запутанной. Эксперименты в аэродинамических трубах также становятся затруднительными.

Я помню, что во время войны, когда я работал в компании Нортроп (Northrop Company), мы послали аэродинамический профиль в NASA³, чтобы испытать его при $M = 0.9$. NASA установил, что сопротивление данного профиля значительно увеличилось. Я сказал им, что увеличение сопротивления обусловлено не особенностями моего профиля, а условиями их аэродинамической трубы. Полке Г-н Джон Стэк (John Stack) усовершенствовал свою сверхзвуковую аэродинамическую трубу. Измеряемое сопротивление уменьшалось.

В области сверхзвукового течения возникнет ударная волна. Я помню конференцию в 1941 году, когда ряд докторов от аэродинамики, в числе которых был и я, вызвали для проведения консультаций

³Национальный консультативный комитет по аэронавтике, предшественник NASA. — Прим. ред.

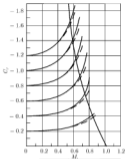


Рис. 7. Повышение коэффициента давления с увеличением числа Маха для аэродинамически гладких поверхностей. (Из работы von Kármán, *Compressibility Effects in Aerodynamics*, *J. Aero. Sci.*, Vol. 8, 1941, pp. 337–56, с разрешения I. A. S.)

ции и постановки диагноза болезни одного из самолетов, построенного корпорацией Локхид (Lockheed Aircraft Corporation), который летал при $M = 0.7$. Этот самолет во время пикирования перетяжелелся на вес, и колебания, возникавшие в хвостовой части, с огромной силой сотрясаю весь самолет. Я сказал им, что это был волновой отрыв потока. Некоторые из докторов не поверили этому, потому что скорость полета была дозвуковой. Но обнару-

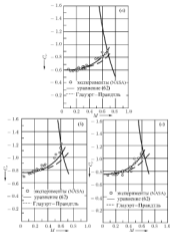


Рис. 8. Расчетные значения коэффициента давления с увеличением числа Маха. [Из работы von Kármán, Compressibility Effects in Aerodynamics, *J. Aero. Sci.*, Vol. 8, 1941, pp. 337-56, с разрешения I. A. S.]



Рис. 9. Взаимодействие ударной волны с пограничным слоем. (Из работы H.W.Liepmann, Interaction Between Boundary Layer and Shock Wave in Transonic Flow, *J.Aero.Sci.*, Vol. 13, pp. 632-37, 1946, с разрешения I.A.S.)

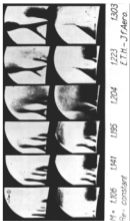


Рис. 10. Взаимодействие ударной волны с пограничным слоем с отрывом потока. (Из работы J. Ackeret, F. Feldmann, N. Rott, Untersuchungen an Verdichtungsstellen und Grenzschichten in Schnell bewegten Gasen. Mitt. aus dem Inst. of Aerodynamik, ETH, Zürich, No. 10, 1946, с разрешения профессора Я. Аполета.)

жилось, что мой прогноз оказался верным, потому что на некоторых участках крыла течение становилось сверхзвуковым. Может быть, это был первый случай околозвуковых трудностей, возникших в реальном полете.

Линеаризованная теория сверхзвукового потока рассматривает лишь очень незначительные возмущения параллельного течения и, поэтому, приводит к непрерывной скорости и полю давления. Однако реальный поток часто ведет себя иным образом и за короткий промежуток времени может произойти значительное изменение давления. В первом приближении это значительное изменение давления можно рассматривать как поверхность разрыва, которая известна как ударная волна и которую можно ясно видеть на фотографии, выложенной тонким методом (рис. 9). Эта ударная волна может взаимодействовать с пограничным слоем на теле. В результате может произойти отрыв потока (рис. 10). Это явление известно как волновой отрыв потока, который приводит к уменьшению подъемной силы и чрезмерному увеличению сопротивления.

В диапазоне сверхзвуковых скоростей с числом Маха от 1,4 до 4 линеаризованная теория сверхзвукового течения над тонким телом приводит к хорошей аппроксимации условия реального течения. Задача снова становится нетрудной для математического анализа. Сейчас мы имеем простые гиперболические уравнения. В 1932 году мы с Нортоном Б. Муром (Norton B. Moore) успешно применили метод источников (рис. 11), чтобы рассчитать сопротивление тонких тел, типа ракет, движущихся со сверхзвуковой скоростью [21]. С этой статьей связан интересный эпизод. В 1945 году, когда я возглавлял группу американских ученых, изучавших статьи и документы немецких ученых, выпавшие во время войны, мы нашли статью по аэродинамике, которую

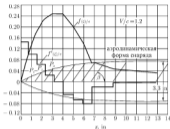


Рис. 11. Распределение источников для полубесконечного тела вращения с остроконечной носовой частью. (Из работы von Kármán and N. V. Moore, *Resistance of Slender Bodies Moving with Supersonic Velocities*, Trans. A. S. M. E., Vol. 54, 1932, pp. 300–10, с разрешения A. S. M. E.)

перевел американский сорадант и которая была озаглавлена «Сопротивление недеформированных тел». Но как оказалось, это была моя статья о «Сопротивлении тонких тел» [21].

Я собирался показать вам некоторые ташечные задачи о течении сжимаемой жидкости, которые были успешно решены с помощью линейризованной теории.

На рис. 12 показано движение плоского симметричного профиля при $M = 0$, $M = 0.707$ и $M = 1.414$. Волновое сопротивление здесь возникает лишь при сверхзвуковом полете.

На рис. 13 показаны соответствующие случаи для тел вращения.

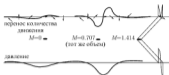


Рис. 12. Движение плоского симметричного профиля. (Из работы von Kármán, *Supersonic Aerodynamics, Principles and Applications, J. Aero. Sci., Vol. 14, 1947, pp. 373-402, с разрешения I. A. S.*)

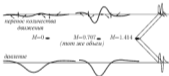


Рис. 13. Тело вращения в потоке. (Из работы von Kármán, *Supersonic Aerodynamics, Principles and Applications, J. Aero. Sci., Vol. 14, 1947, pp. 373-402, с разрешения I. A. S.*)

На рис. 14 показан коэффициент лобового сопротивления снаряда, который учитывает сопротивление поверхностного трения, волновое и лобовое сопротивления. Поверхностное трение почти всегда постоянно. С помощью линеаризованной теории было рассчитано только волновое сопротивление.

На рис. 15 показано распределение давления на поверхности земли, вызванное крылом конечного размаха [22]. Этот расчет очень важен для реактивных самолетов, которые могут летать со сверхзвуковыми скоростями.

В реальности двумерного крыла, конечно, не существует; скорее вам следует рассмотреть крыло конечного размаха. На рис. 16 показано сверхзвуковое течение вокруг крыла конечного размаха. Дифференциальное уравнение — это двумерное волновое уравнение. Мы можем исследовать течение над крылом с помощью задачи с начальными условиями (задача Коши). Крыло можно разделить на различные области, которые отделены линиями Маха (пунктирные линии). На область I не повлияют другие области. На область II повлияет условие в области I, но не в III, тогда как на область IV повлияют как область I, так и II. Эти условия можно распространить на другие области.

Еще один интересный теоретический метод, который имеет смысл отметить, — это метод Р. Джонса (R. Jones) для крыльев малого относительного удлинения [23].

Одно из самых слабых мест в аэродинамической теории сверхзвукового течения — это предсказание изменения турбулентного поверхностного трения от числа Маха. На рис. 17 показано, что различные теоретические результаты имеют разброс и не согласуются с экспериментальными данными.

Линеаризованная теория не подходит для гиперзвукового течения ($M > 5$), так же как и для диапазона околозвуковых скоростей. В случае гиперзвукового течения мы должны применять нелинеаризованную теорию, даже если тело тонкое. Для анализа гиперзвукового течения есть несколько удачных методов. Один из них известен как метод шорни. Хейз [24] доказал, что задача определения двумерного гиперзвукового течения мимо тонкого

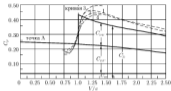


Рис. 14. Коэффициент лобового сопротивления снаряда, учитывающий сопротивление поверхностного трения, волновое и лобовое сопротивление. Из работы von Kármán and N. B. Moore, Resistance of Slender Bodies Moving with Supersonic Velocities, *Trans. A. S. M. E.*, Vol. 54, 1932, pp. 303–10, с разрешения A. S. M. E.)

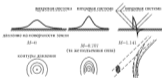


Рис. 15. Распределение давления на поверхности эллип. создаваемого крылом конического размаха. (Из работы von Kármán, *Supersonic Aerodynamics, Principles and Applications*, *J. Aero. Sci.*, Vol. 14, 1947, pp. 373–402, с разрешения I. A. S.)

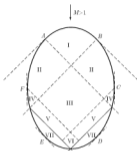


Рис. 16. Замкнутое крыло в плане при сверхзвуковом обтекании. (Воспроизведено из работы R. T. Jones and D. Cohen, *Aerodynamics of Wings at High Speeds*, Section A of Vol. VII of *High Speed Aerodynamics and Jet Propulsion Series*, Princeton Univ. Press, 1953, p. 184, с разрешения Принстон Юниверсити Пресс.)

аэродинамического профиля приблизительно идентична задаче о неустановившемся одномерном течении, созданном поршнем. Масштаб времени движения поршня — $t = X/U$, где X — координата, взятая в направлении равномерного течения. На рис. 16 показано поле течения вокруг тела оживальной формы в гиперзвуковом течении и его подобие неустановившемуся течению в задаче о поршне.

Еще один метод известен как метод изрынной волны. Дж. И. Тейлор изучал образование сфериче-

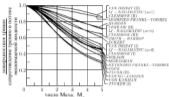


Рис. 17. Зависимость коэффициента сопротивления трения от числа Маха для сжимаемого течения. (Из работы D. R. Chapman and R. H. Kester, Turbulent Boundary Layer and Skin Friction Measurements in Axial Flow along Cylinders at Mach Numbers 0.5 and 3.6. NACA TN 3093, 1954. © разрешения NASA).

ской взрывной волны при сильном взрыве в связи с атомной бомбой [25]. Исследование, аналогичное анализу Тейлора, провел С. К. Ли в случае цилиндрической волны [26]. Если мы примем масштаб времени из анализа задачи Лиша как $t = X/U$ (рис. 19), то теория цилиндрической взрывной волны даст поле течения между ударной волной и поверхностью снаряда, движущегося с гиперзвуковой скоростью. Следует отметить, что метод цилиндрической взрывной волны нельзя использовать в области, близкой к головной части снаряда. Однако установлено, что вблизи головной части снаряда хорошо результаты дает формула Ньютона (1). Довольно удивительно, что даже при том, что формула Ньютона была выведена для малых скоростей, она не дает корректных результатов для дозвуковых и сверхзвуковых течений, но дает хорошие ре-

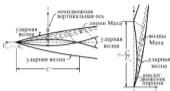


Рис. 18. Аналогия между установившимся гиперзвуковым течением вокруг тела произвольной формы в плоскости и неустановившимся течением в задаче о дороте. (Из работы L. Lees, *Supersonic Flow*. Статья представлена на совместной конференции Каролинского общества по аэродинамике и I. A. S., Атл-Анджамес, июнь, 1953, с разрешения I. A. S.)

зультаты для гиперзвукового течения. Этот результат впервые получил мой друг П. С. Эпштейн [27] в 1931 году, который, тем не менее, не признал тождественность своего результата формуле Ньютона в уравнении (1). Сейчас все называют его методом Ньютона. На рис. 20 показано распределение давления на поверхности цилиндра с полусферической носовой частью при различных числах Маха. Экспериментальные результаты для гиперзвукового течения очень хорошо проверяются с помощью формулы Ньютона. На рис. 21 показано распределение давления вдоль поверхности цилиндра с полусферической носовой частью. В окрестности точки торможения распределение давления было рассчитано с помощью формулы Ньютона; процесс, который затем происходит, был аппроксимирован как

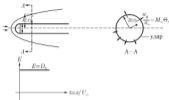


Рис. 19. Аналогия ударной волны при гиперзвуковом обтекании цилиндра с полусферической носовой частью. (Из работы L. Lees, *Rocket Developments in Hypersonic Flow. Jet Prop., Vol. 27, 1957, pp. 1162-1178, с разрешения Am. Rocket Soc.*)

течении разрежения Прандтля-Майера; и на цилиндрической поверхности теория ударной волны дает значения, которые приблизительно находятся в согласии с экспериментальными данными. Экспериментальные данные получены при $M = 7.5$.

В заключение, я снова вернусь к теории пограничного слоя для различных режимов скоростей. Доказано, что для ламинарного и турбулентного течений в случае дозвукового потока хорошие результаты дает теория пограничного слоя. В случае сверхзвукового течения теория пограничного слоя дает приемлемо хорошие результаты лишь для ламинарного течения, но для турбулентного течения результаты сомнительны (см. рис. 17). В гиперзвуковом диапазоне скоростей происходит новый взаимодействие между ударной волной и пограничным слоем. Мы рассмотрим равномерное гиперзвуковое

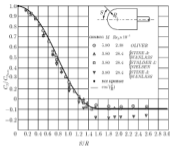


Рис. 20. Распределение коэффициента давления на поверхности цилиндра с полусферической носовой частью. (Из работы L. Lee, Hypersonic Flow. Статья представлена на совместной конференции Королевского общества по аэродинамике в I. A. S., Атл-Андрювас, июнь, 1953, с разрешения I. A. S.)

течение над плоской пластиной в направлении равномерного течения. Без пограничного слоя здесь на передней кромке будет прямая линия Маха. Однако вместе с пограничным слоем над плоской пластиной возникнет криволинейный присоединенный скачок уплотнения (рис. 22). Интересно отметить, что между скачком и пограничным слоем существует область вихревого течения, в которой течение является вихревым, даже если в этой области вязкость жидкости незначительна. Соотношение между за-

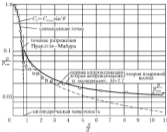


Рис. 21. Распределение давления вдоль поверхности цилиндра с полусферической носовой частью. (Из работы L. Lees, Recent Developments in Hypersonic Flow, Jet Prop., Vol. 37, 1957, pp. 1162–1176, с разрешения Am. Rock Soc.)

вихренностью и изменением энтропии через криповидный скачок уплотнения известно как теорема Крокко [29]. Но сам факт был известен Адамару много лет назад [30].

На рис. 23 показано некоторое типичное распределение скорости v , температуры T , числа Маха M и вязкости ν в ламинарном пограничном слое, тогда как на рис. 24 приводятся соответствующие экспериментальные значения для турбулентного пограничного слоя. Наконец, на рис. 25 показана картина течения над обтекаемой головной частью вдали при числе Маха 18.4. Газ — это одностомный газ, в котором не встречаются химические реакции, такие как диссоциация и рекомбина-

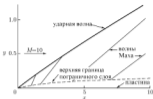


Рис. 22. Гиперзвуковая ударная волна и пограничный слой вблизи плоской пластины (Примечание: шкала ординат была увеличена в 10 раз.) (Из работы V. H. Kuo, Viscous Flow Along a Flat Plate Moving at High Supersonic Speeds, *J. Aero. Sci.*, Vol. 23, pp. 123–36, 1956, с разрешения I. A. S.)

ция, а также вибрационная релаксация. По существу, это случай, который мы изучаем теоретически в «аэротермодинамике», которая является предметом моего сегодняшнего обсуждения.

В аэротермодинамике мы можем разделить диапазон скоростей течения на четыре различные группы, т. е. дозвуковую, околозвуковую, сверхзвуковую и гиперзвуковую области течения. В случае тонких тел линеаризованная теория дает хорошие результаты для дозвукового и сверхзвукового диапазонов скоростей, а нелинейную теорию следует использовать для околозвуковых и гиперзвуковых диапазонов скоростей. Для того чтобы повысить применимость теоретических и экспериментальных данных, полезны законы подобия, которые дают возможность свести к единому результату множество возможных решений. Я отвечаю за околозвуковые

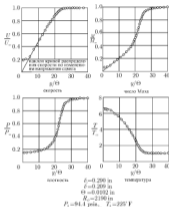


Рис. 23. Распределение скорости, температуры, числа Маха и плотности в ламинарном пограничном слое. (Из работы E. H. Koikeyi, Transition Studies and Skin Friction Measurements on an Insulated Flat Plate at a Hypersonic Mach Number, Hypersonic Research Project Memo No. 17, CALCTT, 1954.)

законы подобия [31]. В разных диапазонах законы подобия различны [32]. Я перечислю законы подобия в этих четырех диапазонах скоростей в качестве выводов моих лекций об аэротермодинамике.

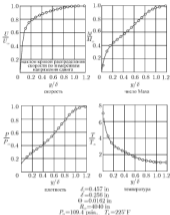


Рис. 24. Распределение скорости, температура, числа Маха и плотности в турбулентном пограничном слое. (Из R. H. Korkeý, Transition Studies and Skin Friction Measurements on an Insulated Flat Plate at a Hypersonic Mach Number. Hypersonic Research Project Memo No. 17, CALCTT, 1954.)

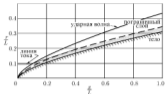


Рис. 23. Обтекание тупым телом с оживальной носовой частью при числе $M = 18.4$. (Перестроенный график из работы А. С. Милана, A Preliminary Experimental Investigation of the Flow over Simple Bodies of Revolution at $M = 18.4$ in helium, CALCTP Hypersonic Res. Proj. Memo. No. 35, Dec. 1956.)

1. ДОЗВУКОВЫЕ ЗАКОНЫ ПОДОБИЯ [16, 17]

$$\left. \begin{aligned} C_p(\delta, \alpha, AR, \frac{x}{l}, \frac{y}{b}) &= \\ &= \frac{1}{\sqrt{(1-M_0^2)}} C_p(\delta, \alpha, \sqrt{(1-M_0^2)}AR, \frac{x}{l}, \frac{y}{b}); \\ C_L(\delta, \alpha, AR) &= \frac{1}{\sqrt{(1-M_0^2)}} C_L(\delta, \alpha, \sqrt{(1-M_0^2)}AR); \\ C_D(\delta, \alpha, AR) &= \frac{1}{\sqrt{(1-M_0^2)}} C_D(\delta, \alpha, \sqrt{(1-M_0^2)}AR); \\ C_M(\delta, \alpha, AR) &= \frac{1}{\sqrt{(1-M_0^2)}} C_M(\delta, \alpha, \sqrt{(1-M_0^2)}AR), \end{aligned} \right\} (7)$$

где C_p — коэффициент давления в точке (X, y) , C_L —

коэффициент подъемной силы, C_D — коэффициент лобового сопротивления и C_M — коэффициент момента, l — относительная толщина в Z -направлении, α — угол атаки, AR — относительное удлинение, l — длина хорды в x -направлении и b — размах в y -направлении. M_0 — число Маха равномерного свободного течения над тонким телом. Нижний индекс i относится к соответствующему значению несжимаемой жидкости.

2. ОКОЛОЗВУКОВЫЕ ЗАКОНЫ ПОДОБИЯ [31]

$$\left. \begin{aligned} C_x \left[\frac{\alpha}{b}, AR, (\Gamma\delta)^{\frac{1}{2}} \right] &= \frac{k^{\frac{2}{3}}}{\Gamma^{\frac{1}{3}}} P(K, \zeta, \eta); \\ C_z \left[\frac{\alpha}{b}, AR, (\Gamma\delta)^{\frac{1}{2}} \right] &= \frac{k^{\frac{2}{3}}}{\Gamma^{\frac{1}{3}}} L(K); \\ C_D \left[\frac{\alpha}{b}, AR, (\Gamma\delta)^{\frac{1}{2}} \right] &= \frac{k^{\frac{2}{3}}}{\Gamma^{\frac{1}{3}}} D(K); \\ C_M \left[\frac{\alpha}{b}, AR, (\Gamma\delta)^{\frac{1}{2}} \right] &= \frac{k^{\frac{2}{3}}}{\Gamma^{\frac{1}{3}}} M(K), \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где околозвуковой критерий подобия

$$K = \frac{1 - M_0}{(\delta\Gamma)^{\frac{1}{2}}} \quad (9)$$

и $x = K\zeta$, $y = k\eta(\delta\Gamma)^{\frac{1}{2}}$ и $\Gamma = (\gamma + 1)/2$, γ — отношение удельных теплоемкостей. Дифференциальное уравнение для околозвукового течения принадлежит к классу уравнений Трикоми.

3. СВЕРХЗВУКОВЫЕ ЗАКОНЫ ПОДОБИЯ [32]

$$\left. \begin{aligned} C_p\left(\delta, \alpha, AR, \frac{x}{l}, \frac{y}{\delta}\right) &= \\ &= \frac{1}{\sqrt{(M_0^2 - 1)}} C_{p*}\left(\delta, \alpha, \sqrt{(M_0^2 - 1)}AR; \frac{x}{l}, \frac{y}{\delta}\right); \\ C_L(\delta, \alpha, AR) &= \frac{1}{\sqrt{(M_0^2 - 1)}} C_{L*}(\delta, \alpha, \sqrt{(M_0^2 - 1)}AR); \\ C_D(\delta, \alpha, AR) &= \frac{1}{\sqrt{(M_0^2 - 1)}} C_{D*}(\delta, \alpha, \sqrt{(M_0^2 - 1)}AR); \\ C_M(\delta, \alpha, AR) &= \frac{1}{\sqrt{(M_0^2 - 1)}} C_{M*}(\delta, \alpha, \sqrt{(M_0^2 - 1)}AR), \end{aligned} \right\} (10)$$

где звездочка обозначает значения для $M_0^2 = 2$.

4. ГИПЕРЗВУКОВЫЕ ЗАКОНЫ ПОДОБИЯ [33]

$$\left. \begin{aligned} C_p\left(\frac{\alpha}{\delta}, \frac{AR}{\delta}\right) &= \delta^2 P(k, \gamma, \zeta, \eta); \\ C_L\left(\frac{\alpha}{\delta}, \frac{AR}{\delta}\right) &= \delta^2 L(k, \gamma); \\ C_D\left(\frac{\alpha}{\delta}, \frac{AR}{\delta}\right) &= \delta^2 D(k, \gamma); \\ C_M\left(\frac{\alpha}{\delta}, \frac{AR}{\delta}\right) &= \delta^2 M(k, \gamma), \end{aligned} \right\} (11)$$

где гиперзвуковой критерий подобия $k = M_0 \delta$ и $x = k\zeta$, $y = \delta\eta$.

Интересно отметить, что с увеличением числа Маха свободного потока сопротивление давления все в большей и большей степени чувствительно к относительной толщине тонкого тела. Для дозвуковых скоростей C_D почти независимо от δ , при сверхзвуковых скоростях C_D пропорционально $\delta^{\frac{1}{2}}$, при обычных сверхзвуковых скоростях C_D пропорционально δ^2 , тогда как при гиперзвуковых скоростях C_D пропорционально δ^3 .

ГЛАВА 3

Аэротермохимия

Цель этой лекции — рассмотреть важные химические явления, которые встречаются в задачах о течи при высоких скоростях и больших высотах. Сначала я проиллюстрирую случай, где при анализе задачи о течи мы обязательно должны учитывать химические реакции. Мне бы хотелось рассмотреть конкретный пример возвращения космического аппарата в плотные слои атмосферы. Рассматривая проблему входа в плотные слои атмосферы, мы должны сначала задать вопрос, где находится граница между атмосферой и открытым космосом или где начинается космическое пространство. Это скорее судебная, чем научная проблема. Наши юристы, специалисты по вопросам космоса, могут спорить об этой проблеме в течение долгого времени, не придя к какому-либо выводу или соглашению о создании некоего комитета Объединенных наций или, как некоторые их называют, «Разъединенных наций». Мне бы хотелось предложить решение этого вопроса, основанное на сравнительной диаграмме скорости и высоты (рис. 3б) для реального полета, подготовленной г-ном Гэлом из Рэнд Корпорейшн (Rand Corporation) [34]. Гэлом считал, что непрерывный полет определяется двумя крайними условиями. Одно условие заключается в том, что аппарат должен лететь слишком медленно, потому что вес аппарата больше, чем сумма подъемной силы воздуха и центробежной силы. Другое условие заключается в том, что аппарат слишком разогре-

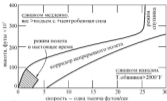


Рис. 26. Сравнительная диаграмма скорости и высоты, показывающая область реального полета. (На работы С. Gasley, Jr., and D. J. Moxson, Surface Protection and Cooling Systems for High Speed Flight. Rand Corp. Rep. RM 1735, 1956, с разрешения Rand Corp.)

для полета, потому что температура обшивки аппарата выше, чем некоторая критическая температура, зависящая от используемого материала. В качестве критической температуры Газаи произвольно выбрал 2000°F . Он установил, что непрерывный полет ограничен полосой на его диаграмме. Его схема сейчас уже несколько лет. В то время реальный полет был осуществлен в пределах заштрихованной области. Очевидно, что когда центробежная сила становится доминирующей, аппарат уже больше не является самолетом, а становится спутником. Именно эту точку можно считать началом космического пространства. Следовательно, я предполагаю, что космическое пространство начинается на высоте от 300 до 400 тысяч футов. Многие полагают, что предлагаемая мною высота слишком низкая, и что русские спутники легко проникнут в на-

шту страну. Но Россия может заявить, что это США оказалась под ее спутником, а не ее спутник прилетел в США. В космическом полете эти вещи относительны. Таким образом, оба утверждения верны. Глупо спорить, кто прав. Однако с точки зрения гидродинамики проблему возвращения в плотные слои атмосферы можно считать задней, которая имеет отношение к полету ниже высот 300 или 400 тысяч футов и скоростям менее второй космической скорости, которая составляет примерно 28000 футов/сек.

Разрешите показать вам несколько слайдов относительно различных ситуаций во время возвращения затупленного тела в плотные слои атмосферы.

На рис. 27 показано затупленное тело в гиперзвуковом полете. Перед телом находится отсоединенный скачок уплотнения. Вблизи точки торможения течение дозвуковое, $M < 1$, тогда как над цилиндрической поверхностью течение снова сверхзвуковое, $M > 1$. Детальное описание гиперзвукового течения над телом с затупленной носовой частью изображено на рис. 28. Над телом находится пограничный слой, в котором важны эффекты вязкости и теплопроводности. Между скачком уплотнения и верхней границей пограничного слоя, даже если вязкость незначительна, течение вихревое. Мы называем эту часть поля течения ударным слоем. Газ за скачком очень горячий, и излучение от этого горячего газа и горячей поверхности тела оказывает значительное влияние на поле течения. Условия течения можно кратко изобразить на сравнительной диаграмме высоты и скорости (рис. 29), где показаны области, в которых могут происходить различные химические реакции. Это линии постоянных значений степеней диссоциации и ионизации. Когда температура высокая, поверхность аппарата может оказывать на химическую реакцию каталитическое

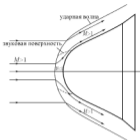


Рис. 27. Затупленное тело в гиперзвуковом полете. (Из работы фон Кармана *Some Significant Developments in Aerodynamics since 1946*, *J. Aero. Sci.*, Vol. 26, 1958, pp. 129–64, с разрешения I.A.S.)

действие. На рис. 29 также показаны линии значения поверхностного катализа и предельная линия, где может начаться конденсация. На этом рисунке по оси ординат отношение высоты полета, а по оси абсцисс скорость полета, а также нанесены траектории полета двух баллистических ракет и спутника во время входа в плотные слои атмосферы. Эти траектории говорят нам, какого рода химические реакции могут происходить во время процесса возвращения в плотные слои атмосферы.

Состав воздуха меняется в зависимости от высоты. На рис. 30 показаны изменения плотности различных изотопов воздуха в единице объема с из-

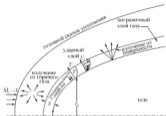


Рис. 28. Гиперзвуковое обтекание тела с затупленной носовой частью. (Из работы L. Lees, Re-entry Heat Transfer, *Aeronautics*, Vol. 4, 1958, pp. 22-23, 60-65, с разрешения Американского ракетного общества.)

меньшей высоте, когда воздух находится в покое. На малой высоте воздух по существу состоит из N_2 и O_2 . Но на большой высоте происходит диссоциация и воздух будет состоять из O , N_2 , N и O . Показана также средняя плотность закислорода. Рис. 30 говорит о влиянии космического пространства, состоящего из определенного вида газа, через которое пролетит наш аппарат. На рис. 30 мы видим, что если высота полета ниже 100000 футов, у нас не будет серьезных проблем с диссоциацией и электронами.

Основные принципы химических реакций очень четко можно видеть на схемах рис. 31. Внутренняя энергия молекулы состоит из четырех основных частей.

$$E = E_T + E_v + E_r + E_e, \quad (13)$$

где E_T — энергия поступательного движения, ко-

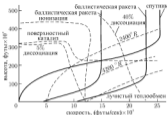


Рис. 29. Сравнительная диаграмма скорости и высоты, показывающая диссоциацию, потемнение и типичные траектории ракет. (Данные о составе воздуха взяты из работы F. R. Riddell, *Real Gas Effects in Re-entry Problems, Vistas in Astronautics*, Pergamon Press, 1958; траектории — из работы P. Rose, *Physical Gas Dynamics Research at AVCO Research Laboratory, AGARD Report 145*, 1957, с разрешения Пергамон Пресс.)

торое имеет три степени свободы, E_r — энергии вращения, которое имеет две степени свободы для двухатомного газа или многоатомного газа с линейными молекулами, E_v — энергии колебаний молекул, соответствующая двум степеням свободы для двухатомного газа и, наконец, E_e — электронное возбуждение, в котором электрон движется в более высоком состоянии энергии по сравнению с обычным состоянием.

При низкой температуре энергия поступательного движения является самой важной. Я имею в виду не незначительность других видов внутрен-

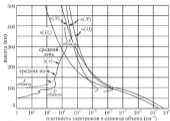


Рис. 30. Концентрация различных составляющих воздуха. (Перестроенный график с разрешения издателя трех рисунков в *Handbook of Aerodynamics for Air Force Designers*, ed. by Campen et al. Macmillan, 1960.)

шей энергии, таких как энергия вращения, а незначительность изменения других видов энергии. При сохранении энергии нас интересуют лишь изменения энергии, такие как переход кинетической энергии в тепловую и наоборот.

Когда температура газа высокая, молекула может распадаться на атомы. При очень высокой температуре электроны может переместиться за пределы области влияния ядра атома и атом становится ионом. Этот процесс известен как ионизация. Одним из полей течения, в котором могут происходить описанные химические реакции в воздухе, является поле течения за прямым скачком большой интенсивности уплотнения. На рис. 32 показано распределение температур за интенсивным прямым скачком

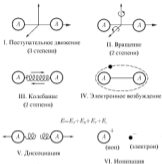


Рис. 31. Схема двухатомной молекулы, показывающая различные степени свободы.

ком уплотнения. В реальных условиях течения все изменения состояния не происходят мгновенно, для установления равновесия им требуется промежуток времени. Этот период установления равновесия известен как время релаксации. Время релаксации для поступательного движения и вращения молекул коротко. Следовательно, сразу после скачка уплотнения мы получаем условия равновесия для поступательного движения и вращения. Время релаксации режимов колебания долго. Мы достигаем равновесия колебания на коротком расстоянии за скачком уплотнения. Поскольку некоторое количество энер-



Рис. 32. Распределение температуры за следом скачком уплотнения.

где переходит в колебательный режим, температура опускается от значения равновесия для энергии поступательного движения и энергии вращения до температуры для равновесия энергии поступательного движения, вращения и колебания. Время релаксации диссоциации больше, чем для колебания, и время релаксации диссоциации для разных молекул различно. Следовательно, на рис. 32 температура непрерывно уменьшается вниз по потоку до тех пор, пока не наступает термодинамическое равновесие для всех химических реакций. В случае идеального газа мы рассматриваем только энергию поступательного движения и энергию вращения, тогда как в случае реального газа будут учитываться все виды внутренней энергии (рис. 31). Следовательно, температура, используемая для реального газа, обычно меньше температуры соответствующей за-

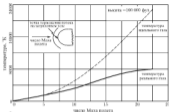


Рис. 33. Зависимость температуры в точке торможения при обтекании затупленного тела от числа Маха. (Из работы J. C. Logan, *A New Air for Engineers*, Cornell Aeronaut. Lab. Research Reports, Vol. V, No. 1, Spring 1959, с разрешения Корнельской лаборатории по аэродинамике.)

дечи для идеального газа. На рис. 33 показана сравнительная зависимость температуры торможения от числа Маха полета затупленного тела в реальном газе и температуры торможения в идеальном газе. Снижение температуры вследствие условий реального газа при больших числах Маха очень велико. По-видимому, природа облегчает задачи конструкторов самолетов по сравнению с теми, которые предсказывает теория идеального газа. Я был удивлен и порадован, когда мне впервые доказали снижение температуры благодаря условиям реального газа. На рис. 34 показана удельная теплоемкость воздуха как функция температуры. Удельная теплоемкость сначала возрастает с увеличением температуры вследствие влияния колебания и диссоциации. Когда воздух полностью диссоциирует

ся при температуре около 7000°K, тогда с дальнейшим повышением температуры удельная теплоемкость снижается.

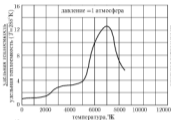


Рис. 34. Изменение удельной теплоемкости воздуха от температуры при постоянном давлении. (Из работы J. G. Logan, *A New Air for Engineers*, Collier Am. Lib. Warrenton Trade, Vol. V, No. 1, Spring 1957, с разрешения Корнельской лаборатории по аэродинамике.)

Анализ аэротермодинамики полезно начать с изучения важных параметров, которые характеризуют эту задачу. В аэротермодинамике безразмерными параметрами являются число Рейнольдса $R_r = UL/\nu$ и число Прандтля $P_r = C_p \mu / \kappa$. При исследовании поля течения с большим колебанием температуры мы иногда используем произведение R_r и P_r , которое известно как число Пекле P_{ec} , т. е.

$$P_{ec} = R_r P_r = \frac{UL}{(\kappa/C_p \rho)}. \quad (14)$$



Рис. 35. Число Прандтля, число Льюиса – Сименса и число Швидта.

В аэротермометрии мы стремимся изучить три диффузионных способности, т. е. диффузионную способность количества движения (ν), тепловой энергии (κ) и вещества (D). Диффузионные способности этих трех видов характеризуются, соответственно, кинематической вязкостью (ν), коэффициентом температуропроводности ($\kappa/C_p\rho$) и коэффициентом диффузии (D). На соотношения этих трех диффузионных способностей, как показано на рис. 35, многие сделали себе имя в химии и физике. Отношение диффузионной способности количества движения к коэффициенту температуропроводности известно как число Прандтля P_r . Отношение коэффициента температуропроводности к диффузионной способности вещества называется числом Льюиса – Сименса. Я спросил доктора Льюиса, благодаря кому появилось это число. Льюис вежливо мне рассказал, что Семенов первым указал на важность этого соотношения. Но у меня не было возможности спросить об этом Семенова. Наконец, отношение диффузионной способности вещества к диффузионной способности количества движения

известно как число Шмидта. Есть, по крайней мере, три немецких профессора по имени Шмидт, которые провели важные исследования в области проблем диффузии. Я полагаю, что каждый из них считал, что это число названо в его честь.

Двумя важнейшими фактами в аэротермохимии являются изменения вещества и энергии вследствие химических реакций. По Дамкёлеру в аэротермохимии существенны для следующих безразмерных параметра. Для изменения вещества мы получим первым безразмерным параметром Дамкёлера, который обозначается как

$$\text{Dam}_1 = \frac{U_1 L}{D}, \quad (14)$$

где L/U можно назвать временем пребывания, тогда как $1/U_1$ — время химических взаимодействий, определенное уравнением

$$U_1 = \text{частота реакции} = \frac{1}{\rho Y_i} \frac{d(\rho Y_i)}{dt},$$

где

Y_i — относительная масса i -го элемента.

Время пребывания — это время, доступное для химической реакции. Мы можем, например, принять за L длину камеры сгорания и за U скорость течения. Тогда время пребывания — это время, в течение которого смесь находится в камере сгорания. Мы можем выбрать в качестве L среднюю длину свободного пробега газовой молекулы. Тогда за U следует принять среднюю молекулярную скорость. В этом случае L/U окажется временем столкновения молекул. Следовательно, химические реакции зависят от времени пребывания, времени столкновения и химического времени.

Для изменения энергии мы воспользуемся вторым безразмерным параметром Дамкйлера, который определяется как

$$\text{Dam}_2 = \frac{q}{C_p T_0}, \quad (14)$$

где q — теплота реакции и $C_p T_0$ — начальная энтальпия. Несмотря на то, что оба эти безразмерных параметра очень просты, я убедился, что они очень интересны и наглядны для тех, кто преподают в этой области. Я убедился, что мои слушатели очень к ним восприимчивы.

Я не химик. Когда я начал работать в аэротермодинамике, некоторые друзья спрашивали меня, почему я захотел заняться исследованиями в области химии. Я позволил себе дать ответ, подобный тому, который дал Гильберт, когда люди спрашивали у него, почему он, математик, писал статьи о кинетической теории газов. Гильберт говорил им, что он считал физику слишком трудной для физиков. Когда я впервые заинтересовался химией, я не мог понять, чем занимался химик. Вскоре я убедился, что химия была слишком трудна для самих химиков, и, следовательно, я должен был поработать в химии, чтобы сделать ее понятной.

Вернемся сейчас к нашей частной задаче о входе ракеты в плотные слои атмосферы. На рис. 36 показана концентрация наиболее важных химических видов при равновесном течении воздуха в точке торможения тела при типичной траектории возвращения в плотные слои атмосферы со скоростью 26000 футов/сек и начальной высотой 250000 футов при угле входа в атмосферу 45° . Данные рис. 36 рассчитаны при условии химического равновесия [35]. В реальном полете с возвращением в плотные слои атмосферы химическое равновесие, возможно, не возникнет в течение всего времени полета. Неравновесная диссоциативная газовая динамика — одна

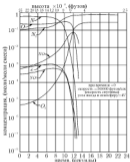


Рис. 36. Концентрация химических ионов при равновесном течении воздуха в точке торможения тела при возвращении в плотные слои атмосферы. (Из работы S. Feldman, Some Shock Tube Experiments of the Chemical Kinetics of Air at High Temperatures, *J. Fluid Mech.*, Vol. 3, 1957–58, pp. 225–42, с разрешения Кембриджского Университета Пресс и автора.)

из самых интересных задач газовой динамики в настоящее время. На рис. 37 приведена сравнительная диаграмма высоты и скорости, где показаны условия полета, в котором должны учитываться релаксация и диссоциация [36].

Следует отметить, что рис. 37 очень похож на рис. 29.

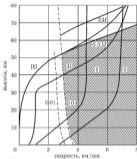


Рис. 37. Сравнительная диаграмма высоты и скорости для ракет, рассчитанных на вход в плотные слои атмосферы. (Оригинал в работе S. Feldman, *Some Shock Tube Experiments of the Chemical Kinetics of Air at High Temperatures*, *J. Fluid Mech.*, Vol. 3, 1957–58, pp. 225–42, переделанный вариант из G. G. Chertukh *Introduction to Hypersonic Flow*, Moscow, 1959, откуда диаграмма перепечатана с разрешения Кембридж Юниверсити Пресс и автора.)

Одна из самых важных задач во время возвращения в плотные слои атмосферы — это защита покрытия космического аппарата от перегрева. На рис. 38 показана эффективность теплозащиты различными методами для различных типов аппара-

тов [37]. Использовались следующие методы защиты:

- а) теплообменник;
- б) испарение;
- в) теплопоглощение;
- г) абляция.

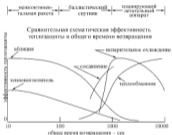


Рис. 38. Эффективность теплозащиты во время возгорания в плотные слои атмосферы. (Из работы N. S. Dacosta, J. V. Falucci, G. W. Sutton, *The Heat Protection Potential of Several Ablation Materials for Satellite and Ballistic Re-entry into the Earth's Atmosphere*, Gen. Elec. Co., Tech. Info. Rep. R-595D423, 1958, с разрешения G. E. Co.)

Теплообменник и испарение эффективны, когда общее время возгорания больше порядка 1000 се-

кунд, как, например, для планирующего летательного аппарата, тогда как абляция и теплопоглотитель эффективны, когда общее время возвращения незначительно, как, например, в случае с межконтинентальной баллистической ракетой. Баллистический спутник представляет собой промежуточный случай. Теплопоглотитель может состоять из медной обшивки или медного корпуса, где теплота может выводиться очень быстро путем испарения твердого вещества. Абляция — это процесс, в котором твердое тело сначала преобразуется в жидкость, а затем в газ. Я не знаю, должны ли мы считать горение твердого тела теплопоглощением или абляцией. В качестве горючего твердого тела в методе теплозащиты некоторое практическое применение имеет лишь графит. Горючие твердые тела обычно непрактичны, потому что форма тела изменится во время горения и может оказать неблагоприятное влияние на траекторию тела. Абляция удобна, потому что поверхность тела остается гладкой. На рис. 39–41 показаны контрольные объемы балласта энергии для различных методов теплозащиты [38]. На рис. 42 изображена абляция сферы [39].

Теперь мы можем снова рассмотреть то, что мы знаем и чего мы не знаем об аэротермодинамике. В аэротермодинамике мы должны иметь дело с сохранением массы, количества движения и энергии, и кроме того, с химической кинетикой. Нам хорошо известно, как трактовать законы сохранения. Основная трудность заключается в химической кинетике, которая все еще имеет весьма неопределенный статус. Единственный теоретический результат — это абсолютная химическая скорость, выведенная Эйрингом (Eyring) из уравнения Больцмана. Но ее можно применить лишь в очень немногих случаях из-за неопределенности условий столкновения. Для того чтобы вывести правильные условия столкновения, наших знаний механизма хими-

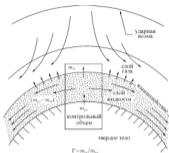


Рис. 39. Контрольный объем для баланса энергии при окислении затупленного тела с покрытием из тугоплавкого металла. (Из работы S. M. Scala, *A Study of Hypersonic Ablation*, Gen. Elec. Co., Tech. Info. Rep. R595D438, 1959, с разрешения G. E. Co.)

ческой реакции недостаточно. На практике используется полуэмпирическая формула химической скорости, как, например, так называемый закон Аррениуса,

$$W_i = A_i \rho^n (1 - \alpha)^n \exp\left(-\frac{E}{RT}\right), \quad (14)$$

где W_i — произведение массы i -го изотопа, A_i — частота реакции, E — энергии активации, ρ — плотность смеси и α — массовая концентрация продуктов i -го изотопа, n — молярность, R — газовая по-

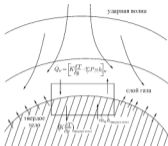


Рис. 40. Контрольный объем для баланса энергии при обтекании твердого тела с плавающим покрытием. (Из работы S. M. Scala, *A Study of Hypersonic Ablation*, Gen. Elec. Co., Tech. Info. Rep. RS5SD-438, 1959, с разрешения G. E. Co.)

стоянная и T — абсолютная температура смеси. Если построить график W , в сравнении с $\ln T$, то получим прямую линию. Возможно, в этом причина того, что закон Аррениуса соответствует экспериментам. Если построить график в двойном логарифмическом масштабе, то есть большая вероятность получить прямую линию. С помощью соответствующего корректирования наклона результирующей прямой мы можем получить достаточно хорошее соответствие в любом случае!

Кроме трудностей с химическими скоростями, еще одна трудность заключается в определении фактического времени релаксации для химической

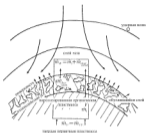


Рис. 41. Контрольный объем для баланса массы и энергии при обтекании тела из армированной пластмассы. (Из работы S. M. Scala, A Study of Hypersonic Ablation, Gen. Elec. Co., Tech. Info. Rep. R598D438, 1959, с разрешения G. E. Co.)

реакции. Мы не знаем, находится ли течение в химическом равновесии. Здесь два крайних случая: один — условие равновесия, при котором наступает химическое равновесие во все периоды времени, и другой — замороженное состояние, в котором смесь не изменяется совсем. Реальные условия находятся между этими двумя крайностями. Инженеры-практики обычно проводят расчеты для обоих этих крайних случаев. Они будут счастливы, если узнают, что разница между двумя этими случаями незначительна. Если различие велико, то при учете времени релаксации следует пользоваться более совершенным анализом [40].

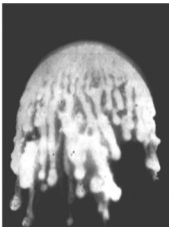


Рис. 42. Абляция модели из стекловолокна. (Из работы S. Georgiev, H.Hidolgo, Mac C.Adams, On Ablating Heat Shields for Satellite Recovery, AVCO Res Rep.63, 1958, с разрешения Исслед.лаб. AVCO)

ГЛАВА 4

Динамика разреженных газов

Поскольку газ состоит из большого числа частиц, самый точный, но более сложный метод описания течения газа — это молекулярная теория газов. Грубость структуры газобразной среды можно выразить средней длиной свободного пробега молекул газа, которая является статистическим средним расстоянием между столкновениями. Если средняя длина свободного пробега мала по сравнению с характеристическим размером поля течения или размером тела в поле течения, то газ можно считать сплошной средой. В моей предыдущей лекции предполагалось, что это условие выполняется. С другой стороны, если средняя длина свободного пробега намного больше, чем характеристический размер тела, мы можем считать, что газ состоит из отдельных частиц, между которыми столкновений нет. Такое течение известно как свободное молекулярное течение. Между этими двумя крайними условиями, т. е. сплошным и свободным молекулярным течением, есть области переходного течения, как, например, течение со скольжением.

Во время космического полета и возвращения в плотные слои атмосферы нам, возможно, встретятся все области течения: от сплошной среды до переходной области (течение со скольжением) и, наконец, области свободного молекулярного течения.

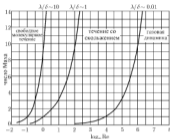


Рис. 43. Различные области гидродинамики. (Из работы Н. С. Тьен, *Aerodynamics, Mechanics of Rarefied Gases*, J. Aero. Sci., Vol. 15, 1948, pp. 653–64, с разрешения I. A. S.)

Тьен [41] классифицировал эти области течения в соответствии с числом Маха и числом Рейнольдса (рис. 43), где λ — средняя длина свободного пробега и δ — характерный размер поля течения. Когда λ/δ больше 10, мы можем считать область течения свободным молекулярным течением, тогда как для $\lambda/\delta < 0,01$ хорошо приближенном к реальным условиям окажется теория континуума.

Свободное молекулярное течение впервые изучал Кнудсен [42] в 1909 году. По существу Кнудсен изучал истечение газов через малое отверстие с большой средней длиной свободного пробега. Недавно Аншман [43] повторил и усовершенствовал эксперименты Кнудсена с истечением га-

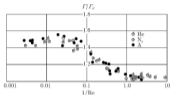


Рис. 44. Приведенный массовый расход как функция числа Рейнольдса. (Из работы H. W. Liepmann, *A Study of Effusive Flow, Aeronomics and Astronautics*, pp. 152-69, Pergamon Press, 1960.)

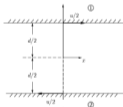


Рис. 45. Плоское течение Куэтты. (Из работы L. Loeb and C. Y. Liu, *Kinetic Theory Description of Plane Compressible Couette Flow*, CALCTT Hyp. Res. Proj. Memo. 58, Sept. 1960.)

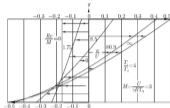


Рис. 46. Профили скоростей для плоского течения Куэтта. (Из работы L.Loos and C.Y.Liu, Kinetic Theory Description of Plane Compressible Couette Flow, CALCIT Hyp. Res. Proj. Memo. 58, Sept. 1969.)

нов; эту задачу можно считать примером, показывающим переход от газовой динамики к свободномолекулярному течению. Основные экспериментальные результаты Анимана показаны на рис. 44, на котором Γ_K — значение приведенного параметра массового расхода при свободномолекулярном течении. По мере увеличения числа Рейнольдса Γ/Γ_K возрастает от значения свободного молекулярного течения к значению сплошного течения через переходную область.

Для целей теоретического исследования Лиэ и Лиэ [44] нашли полное решение плоского течения Куэтта (рис. 45) от областей свободного молекулярного течения $R_0 = 0$ через течение со скольжением к областям непрерывного течения $R_0 = \infty$. На рис. 46 показаны профили скоростей для плоского течения Куэтта при допущении полностью диффу-

эпиконной ремиссии. В переходной области скорость течения на стенке не будет нулевой вследствие особого отражения. Следовательно, мы называем ее областью течения со скольжением. Скольжение должно зависеть от качества поверхности твердого тела. Точное теоретическое определение скорости скольжения еще не получено. Садует провести дальнейшие исследования о качестве поверхности или скорости скольжения.

ГЛАВА 5

Магнитная газовая динамика

В этой лекции я собираюсь обсудить основные принципы и приложения магнитной газовой динамики. Несколько лет назад, когда меня пригласили прочитать цикл лекций в Корнелльском Университете, я побывал на занятиях своего бывшего студента профессора У.Р. Сирса (W. R. Sears), чтобы что-нибудь узнать о магнитной газовой динамике. Я пришла к выводу, что в настоящее время магнитная газовая динамика скорее является математическими упражнениями, нежели физикой. Многие явления физически не понята. Магнитная газовая динамика испытывает острую необходимость в физических объяснениях и для этого недостаточно только математических формул.

Первый вопрос, который следует задать: почему мы, специалисты по аэродинамике в нашем космическом веке, хотим изучить взаимодействия между ионизированными течениями и электромагнитными эффектами. Ответ следующий: в науках о космосе эти взаимодействия присутствуют во многих практических задачах. Я расскажу вам о некоторых из них.

(а) Во время возвращения в плотные слои атмосферы интенсивность отсоединенного скачка уплотнения перед ракетой очень велика из-за очень большого числа Маха. В результате за скачком воздух будет ионизироваться. Для того чтобы рассмотреть течение позади этой ударной волны, мы должны учитывать взаимодействия между гидродинамической и электромагнитными силами.

(б) При полете на большой высоте через ионосферу, радиационные пояса ван Аллена и межпланетный газ, газ ионизируется. Следовательно, мы должны учитывать электромагнитные явления.

(в) Когда газ вокруг ракеты ионизируется, было бы интересно исследовать с помощью магнитного поля возможность устройств управления.

(г) Для космического полета могут быть сконструированы новые двигательные установки по принципам, в основе которых лежит взаимодействие гидродинамики и электромагнитных полей. Два года назад, когда я присутствовал на конференции отдела научных исследований ВВС, я узнал, что существует 26 проектов новых двигательных установок, основанных как на электростатических, так и на электродинамических явлениях.

(д) С помощью принципов магнитной газовой динамики мы можем конвертировать энергию в ионизированном газе непосредственно в электрическую энергию, как например, в МГД-генераторах или термоядерных устройствах.

Современную магнитную газовую динамику первым начал развивать Х. Альфвен [45], который открыл магнитогидродинамические волны, известные как альфвеновские волны, и который создал ряд приложений магнитной газовой динамики к астрофизическим задачам. Однако Ю. Гартман [46] проводил эксперименты по ускорению и торможению на ртути с помощью магнитных полей почти 30 лет назад. Это основные принципы магнитогидродинамических насосов. Явления взаимодействия гидродинамики и электромагнитных полей были хорошо известны в физической лаборатории в течение долгого времени. Однако математическая теория и практические приложения начали развиваться лишь в течение последних нескольких лет.

Посмотрим снова на рис. 31, где показаны изменения в различных внутренних степенях свободы

молекулы воздуха. С помощью диссоциации и ассоциации мы можем трактовать жидкость как три существенно отличные друг от друга среды:

- проводящая нейтральная сплошная среда;
- смесь электронов и ионов, в качестве таковой она изучается двухжидкостной теорией;
- смесь заряженных частиц, которая состоит как из положительно, так и отрицательно заряженных частиц.

Какое из трех предложенных описаний следует использовать, зависит от количества частиц и насколько близко они находятся друг к другу. Двумя характерными размерами, которые представляют близость заряженных частиц в электромагнитных полях, являются ларморов радиус L_L и дебаевская длина экранирования L_D .

Ларморов радиус определяется как

$$L_L = \frac{mv}{eB}, \quad (17)$$

где v — молекулярная скорость заряженных частиц. Следовательно, ларморов радиус — это радиус спиральной траектории заряженной частицы массы m и заряд e в магнитном поле магнитной индукции B .

Дебаевская длина экранирования определяется как

$$L_D = \sqrt{\left(\frac{kT\epsilon}{e^2 N}\right)}, \quad (18)$$

где k — универсальная газовая постоянная; T — абсолютная температура газа; ϵ — диэлектрическая проницаемость; e — заряд частицы и N — количественная плотность частиц. Здесь используется система единиц МКС. Дебаевская длина экранирования получена из условия, что электрическая потенциальная энергия равна тепловой энергии. Это мера

расстояния, на протяжении которого избыточный электрический заряд может заметно отличаться от нуля.

Следовательно, если размер поля течения L много больше, чем ларморов радиус L_L , и дебаевская длина экранирования L_D , мы можем считать жидкость проводящей нейтральной сплошной средой. В противном случае, относительное движение заряженных частиц следует рассматривать как в двухжидкостной или многожидкостной теории. В этой лекции я в основном останавливаюсь на задаче о течении в проводящей нейтральной среде, и лишь в конце дам краткое описание динамики разреженных газов.

Одно из самых важных свойств проводящей сплошной среды — ее электрическая проводимость σ . На рис. 47 показаны электрические проводимости чистого воздуха и воздуха с добавкой 0,1-процентного водяного пара за простым скачком уплотнения как функции числа Маха ударной волны. Электрическая проводимость значительно увеличивается при примеси пара [47].

В составе воздуха во время входа в плотные слои атмосферы (рис. 36) присутствует значительное количество электронов и ионов. Следовательно, воздух является электрически проводящим. Для проводящей жидкости важна потеря энергии в джоулевой теплоте благодаря электрическому току. Следовательно, электрическая проводимость играет важную роль в явлениях течения проводящей жидкости.

При магнитогидродинамическом анализе проводящей нейтральной среды током смещения пренебрегают. Следовательно, мы не пользуемся уравнениями Максвелла для электромагнитных полей. Великим открытием Максвелла был ток смещения. В нашем анализе мы будем пользоваться уравнениями электромагнитных полей, применявшимися

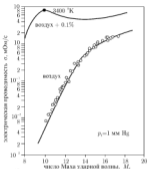


Рис. 47. Зависимость электрической проводимости чистого воздуха и воздуха с примесью влаги за прямой скачком уплотнения от числа Маха. (Из работы S. C. Lin, *Electrical Conductivity of Thermally Ionized Air Produced in a Shock Tube*, AVCO Res. Rep. 3, Feb. 1957, с разрешения Исслед. лаб. AVCO.)

до Максвелла, которые составляют теорию электромагнитных полей Фарадея.

Сначала в показе фундаментальные проверки электродинамики, рассмотрим простой одномерный случай (рис. 48). На рис. 48а \mathbf{V} — скорость вещества, которая перпендикулярна магнитному полю \mathbf{B} . Мы имеем индуцированное электрическое поле \mathbf{E} в направлении, перпендикулярном как \mathbf{V} , так и \mathbf{B} . Это



Рис. 48. Сила индукции и поперечноторная сила.

принципи генератора, в котором электрическое поле генерируется в проводнике, двигающемся в магнитном поле. На рис. 48а показана поперечноторная сила F (или сила Лоренца), действующая на проводник в направлении, перпендикулярном направлению течения j и магнитного поля B . Это принцип электродвигателя. Если мы имеем внешним образом приложенное электрическое поле $E_{\text{вн}}$, то плотность электрического тока будет определяться как приложенным электрическим полем $E_{\text{вн}}$, так и индуцированным электрическим полем $-BV$, как показано на рис. 48. Сила Лоренца пропорциональна результирующей плотности тока. Сила Лоренца — это основной физический фактор, который мы используем для ускорения и торможения жидкости. Математически электромагнитные явления можно выразить следующими тремя законами (помимо сил Лоренца):

а) ЗАКОН ОМА

$$j = \sigma(E + q \times h); \quad (19)$$

б) ЗАКОН АМПЕРА

$$\text{div } j = \nabla \times H, \quad (20)$$



Рис. 48. Результирующий ток и сила с учетом закона Ома.

в) ЗАКОН ФАРАДЕЯ

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}. \quad (21)$$

В этих уравнениях я пользуюсь электромагнитными единицами, в которых магнитная проницаемость μ_0 в свободном пространстве произвольно принята за единицу. В результате, $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} = \mathbf{H}$. В единицах абсолютной электромагнитной системы между магнитной индукцией \mathbf{B} и магнитным полем \mathbf{H} в свободном пространстве или немагнитных материалах разницы нет. Уравнения (19)–(21) задают трехмерное явление электродинамики, тогда как на рис. 48 и 49 приведены лишь упрощенные случаи. Здесь \mathbf{v} — вектор скорости течения.

Газодинамические уравнения магнитной газовой динамики следующие:

а) уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (22)$$

где ρ плотность жидкости;

б) уравнение движения

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \nabla p - \frac{1}{\rho} \mathbf{j} \times \mathbf{H} + (\text{члены, характеризующие вязкость}); \quad (23)$$

в) уравнение энергии

$$C_v \frac{DT}{Dt} + p \frac{D(1/\rho)}{Dt} = \frac{1}{\rho} j^2/\sigma + Q, \quad (24)$$

где j^2/σ — джоули теплота, а Q представляет тепло, передающееся теплопроводностью, и вязкую диссипацию;

г) уравнение состояния

$$p = \rho RT. \quad (25)$$

Эти уравнения выглядят не слишком сложными. За исключением членов, характеризующих взаимодействие, возникающее благодаря электромагнитным полям, остальные являются хорошо известными гидродинамическими параметрами. Но результирующие уравнения, как я покажу далее, довольно сложные.

Электромагнитные воздействия на задачу о течении можно охарактеризовать двумя безмерными параметрами: ими является: а) магнитное число Маха M_m и б) магнитное число Рейнольдса R_m .

Магнитное число Маха определяется как

$$M_m = \frac{V}{C_s} = \frac{\sqrt{(4\pi\rho V^2)}}{B}, \quad (26)$$

где

$$C_s = B \sqrt{\left(\frac{1}{4\pi\rho}\right)} = \text{скорости распространения альфвеновской волны} \quad (27)$$

и V — характерная скорость течения.

Поскольку M_m является отношением скорости течения к характерной скорости подобно числу Маха, мы называем его магнитным числом Маха. Физическое значение магнитного числа Маха можно

ясно понять, включая его квадрат, который представляет отношение динамического давления к магнитному давлению, т. е.

$$M_m^2 = \frac{\rho V^2 / 2}{B^2 / 8\pi} = \frac{\text{Динамическое давление}}{\text{Магнитное давление}}, \quad (28)$$

Магнитное число Рейнольдса R_m определяется как

$$R_m = \sigma V L = \frac{V L}{r_H}, \quad (29)$$

где $r_H = 1/\sigma$ известно как магнитная диффузионная способность, которая представляет диффузию магнитного поля от линий тока. В идеальной плазме, для которой $\sigma = \infty$, или $r_H = 1/\sigma = 0$, или $R_m = \infty$, магнитное поле будет следовать линиям тока течения. В результате мы имеем замороженное магнитное поле. При конечной электрической проводимости магнитные линии будут рассеиваться от линий тока. Относительное значение диффузионной способности количества движения и магнитной диффузионной способности характеризуется безразмерным соотношением диффузионных способностей, т. е.:

$$\text{соотношение диффузионных способностей} = \sigma r = \frac{\nu}{1/\sigma} = \frac{\nu}{r_H}, \quad (30)$$

где ν — кинематическая вязкость, которая характеризует диффузионную способность количества движения.

Отношение массовой силы к различным газодинамическим силам можно выразить на основе этих магнитных параметров. Например,

$$\frac{\text{магнетогидродинамическая массовая сила}}{\text{Динамическая сила}} = \frac{\sigma V B^2 L / 8\pi}{\frac{1}{2} \rho V^2} = \frac{R_m}{M_m^2}, \quad (31)$$

$$\frac{\text{магнитогидродинамическая}}{\text{массовая сила}} = \frac{\sigma B^2 V L^2 / 4\pi}{\mu V} = H_a^2 = \frac{R_a R_m}{M_a^2}, \quad (32)$$

где μ — коэффициент вязкости, $R_a = VL/\nu$ — число Рейнольдса, H_a — число Гартмана, которое определяется как

$$H_a = BL^2 \sqrt{\left(\frac{\sigma}{4\pi\mu}\right)}. \quad (33)$$

Гартман первым применил этот безразмерный параметр H_a , чтобы скоррелировать свои экспериментальные данные. Мы чтили его, назвав это число его именем.

Я собираюсь обсудить некоторые простые задачи магнитной газовой динамики, в частности, об идеальной плазме ($\sigma = \infty$ и $\nu = 0$), которая соответствует задаче о течении идеального газа. Даже если в физическом смысле этот случай переахил и некоторые физики заявляют, что это глупость (что означает несуществующий случай), на основе этих крайне простых случаев мы можем получить хорошие данные. Благодаря покоежести идеальной плазмы и идеального газа магнитная газовая динамика становится удачным охотничьим угодьем для специалистов по аэродинамике, также как в свое время гидродинамика была удачным охотничьим угодьем для математиков. Некоторые мои выводы основаны на исследованиях профессора У.Р. Сирса и его помощников в Корнеллском университете.

Сначала я хоту рассмотреть ускоренное течения газа в канале [48]. Если число Рейнольдса велико и поперечное сечение канала изменяется медленно, мы можем считать течение одномерным. Пусть скорость v направлена в x -направлении, внешнее магнитное поле H в y -направлении и внешнее электрическое поле E — в z -направлении. Все переменные v , E , H и т.д. являются только функциями x , расстояния вдоль длины канала. Различные возмож-

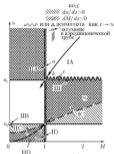


Рис. 50 Магнитогидродинамическое ускорение одномерного течения в канале с постоянной площадью. (Из работы E. L. Bessler, Jr. and W. R. Sears, *The Progress in Magnetohydrodynamics, J. Aero. Sci.*, Vol. 23, 1958, pp. 335–45, с разрешения I. A. S.)

ности в канале с постоянной площадью поперечного сечения кратко представлены на рис. 50. В обычной газовой динамике течение всегда «затухает» при числе Маха $M = 1$. При наличии некоторых электромагнитных полей $E(x)$ и $H(x)$ «затухание» при критических скоростях

$$u_1 = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{H}{E} \quad \text{и} \quad u_2 = \frac{E}{H}$$

не происходит. Течение может непрерывно замед-

леться и ускоряться в точке со звуковой скоростью потока, как показано траекториями IAb и IBb на рис. 50. Физически это легко понять, потому что электромагнитная сила ускорит жидкость и скорость жидкости неопределимо увеличится с увеличением напряженности электромагнитных полей. Есть много предложений о создании электромагнитных ракет, работающих на этих принципах.

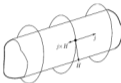


Рис. 51. Пинч-эффект.

Пинч-эффект (рис. 51) важен при исследовании термоядерного синтеза в отношении удержания горячей плазмы. Поскольку простой пинч-эффект неустойчив, проблема устойчивого магнитного удержания горячей плазмы должна быть решена прежде, чем достигнуто практическое использование реакции ядерного синтеза. Эта область магнитной газовой динамики остро нуждается в новых идеях.

Третья задача, о которой я буду говорить, — это установившееся двумерное течение идеальной плазмы над тонким телом [49]. Если мы допустим, что на бесконечности внешнее магнитное поле H_0 параллельно равномерному течению U , то линеаризованное уравнение функции потока ϕ идеальной

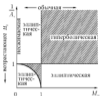
имеют следующее:

$$\frac{(1 - M_m^2)(M_m^2 - 1)}{M_m^2 + M_m^2 - 1} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0, \quad (34)$$

где M_m – число Маха равномерного течения и $M_m = \frac{1}{A_v} = \frac{U \sqrt{(\pi r_{\text{вн}})}}{B_0}$ – магнитное число Маха равномерного потока относительно однородного магнитного поля B_0 . Характер уравнения (34) показан на рис. 52, на котором заштрихованная область – гиперболическая и незаштрихованная – эллиптическая. Характер уравнения зависит как от M_m , так и A_v . Когда $M_m > 1$, характер уравнения (34) аналогичен характеру соответствующей задачи обычной газовой динамики, тогда как если $M_m < 1$, то оно значительно отличается от обычной газовой динамики.

Если внешнее магнитное поле B_0 ($A_v = \frac{B_0}{U} \sqrt{\left(\frac{1}{\pi r_{\text{вн}}}\right)}$) перпендикулярно равномерному потоку U , то линеаризованное уравнение является дифференциальным уравнением четвертого порядка, которое можно разделить на два дифференциальных оператора второго порядка. В некоторой области (рис. 53) один оператор гиперболический, а другой – эллиптический. Мы называем эту область гиперэллиптической областью, в которой существует одно семейство волн, распространяемое с определенной скоростью. В другой области (рис. 53) оба оператора гиперболически по природе. Мы имеем два семейства волн, распространяемых с двумя разными скоростями.

В обычной газовой динамике распространение малых волн возмущения бесконечно малой амплитуды тесно связано с характеристиками дифференциальных уравнений, которые известны как линии Маха. В обычном сверхзвуковом течении газовой динамики возмущения ограничены конусом



$$\frac{(1-M_0^2)(\alpha_0^2-1)}{\alpha_0^2+M_0^2-1} \frac{\partial \alpha_0}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_0}{\partial y} = 0$$

$$\alpha_0 = \frac{1}{A_0} = \frac{D\sqrt{4\pi\mu_0}}{M}$$

Рис. 52. Области течения для ориентированного поля $\mathbf{B}_0 \parallel \mathbf{q}$. (Из работы J. E. McCune and E. L. Reiter, Jr., *Compressibility Effects in Magnetohydrodynamic Flows Past Thin Bodies*, *J. Aero. Sci.*, Vol. 27, 1960, pp. 493–503, с разрешения I. A. S.)

Маха, которой я называю зоной действия. За пределами конуса Маха возмущения не будет. Я называю эти области зоной молчания [22]. На рис. 54 показаны эти зоны действия и молчания для звуковой скорости (α) и сверхзвуковой скорости (β). Положение важнее в магнитной газовой динамике. Но в принципе нам необходимо лишь изучить характеристики системы дифференциальных уравнений.

Волновое движение в магнитной газовой динамике идеальной плазмы можно понять с помощью диаграммы Фридрикса, которая представлена двумя различными типами [50, 51]. Первым видом диа-

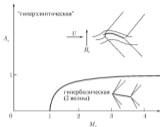


Рис. 53. Области течения для скрещенного поля $\mathbf{B}_0 \times \mathbf{q}$ (Из работы J. E. McCune and E. L. Kosler, Jr., *Compressibility Effects in Magnetohydrodynamic Flows Past Thin Bodies*, *J. Aero. Sci.*, Vol. 27, 1960, pp. 493–503, с разрешения I. A. S.)

граммы Фридрикса (рис. 53) является годограф скоростей распространения плоских волн. На рис. 53 абсцисса представляет направление магнитного поля \mathbf{B} , a — скорость звука в отсутствие магнитогидродинамических эффектов, т. е. $a = \sqrt{(\partial P / \partial \rho)}$ и A — скорость альфвеновской волны, т. е. $A = B \sqrt{\left(\frac{1}{4\pi\rho}\right)}$. Это три различные волны: быстрая, поперечная и медленная волны. Пусть скорости распространения этих трех волн будут соответственно C_1 , C_2 и C_3 . Тогда мы имеем

$$\begin{aligned} C_1 &\geq a \geq C_2, \\ C_1 &\geq A \geq C_3, \\ C_1 &= A, \end{aligned} \quad (34)$$

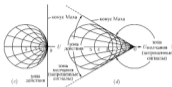


Рис. 54. Линии Маха в обычной газовой динамике. (Из работы von Kármán, *Symposium Aerodynamics, Principles and Applications*, J. Aero. Sci., Vol. 14, 1947, pp. 373—402, с разрешения I. A. S.)

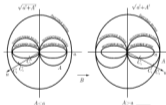


Рис. 55. Годографы нормальной скорости. (Из работы H. Grad, *Propagation of Magnetohydrodynamic Waves Without Radial Attenuation*, 3rd Lockwood Symp. on MHD, Stanford Univ. Press, 1958, с разрешения Стэнфорд Юниверсити Пресс.)

где $A_n = B_n \sqrt{\left(\frac{1}{4\pi\rho}\right)}$ и B_n — составляющая \mathbf{B} в направлении распространения волны. Если мы проведем линию в направлении распространения волны, т. е. \mathbf{n} , то пересечения этой \mathbf{n} -линии с голографами нормальной скорости дают соответственно скорости C_n , C_t и C_j , как показано на рис. 55. В двумерном и осесимметричном течении поперечной волны не существует. В дальнейшем мы не будем учитывать поперечные волны.

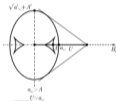


Рис. 56. Диаграмма Фридрихса, показывающая форму фронта волны из точечного возмущения. (Из работы J. E. McCune and E. L. Resler, Jr., *Compressibility Effects in Magnetohydrodynamic Flow Past Thin Bodies*, J. Aero. Sci., Vol. 27, 1960, pp. 493–503, с разрешения I. A. S.)

Второй вид диаграммы Фридрихса задает форму возмущения, которая распространяется от точки возмущения в начале отсчета. На рис. 56 показан пример второго вида диаграммы Фридрихса, который помогает объяснить явления в случае ориентированного поля [уравнение (34)]. Эта диаграмма

представляет спектр возмущения, созданный магнито-акустическим импульсом, касательным к этому спектру представляют огибающие всех таких возмущений, созданных источником, движущимся с любой конкретной скоростью U в направлении магнитного поля H_0 . Импульс состоит из двух спектров расширяющихся магнито-акустических волн: фронта внешней волны, созданного огибающими быстрых волн рис. 55 и внутренней картины, возникшей благодаря медленным волнам.

На основе второго вида диаграммы Фридрихса мы можем определить волновой спектр, созданный телом в установившемся течении. На рис. 57 показаны три разных случая этих волновых спектров. На рис. 57а — случай ориентированного поля, где встречается одно семейство прямо-обращенных волн. На рис. 57б — случай, где равномерном течении создается конечный угол с однородным магнитным полем и где существует два семейства волн. На рис. 57в показаны случаи скрещенного поля. Если U больше $\sqrt{a_{\perp}^2 + A^2}$, то встречаются два семейства волн, и если U меньше $\sqrt{a_{\perp}^2 + A^2}$, то встречается лишь одно семейство волн.

На рис. 58 показаны случаи ориентированного поля с различной равномерной скоростью относительно скорости звука a и скорости альфавенговской волны A при $a > A$. Если $U > a > A$ (рис. 58а), картина течения похожа на картину течения в обычной газовой динамике, т. е. линии Маха наклонены в обратном направлении и след находится позади тела. Если $a > U > A$ (рис. 58б), то имеем дозвуковой случай, в котором картина течения также подобна картине течения обычной газовой динамики, в которой нет линий Маха и след находится позади тела. На рис. 58в показан случай, когда $A > U > \frac{aA}{\sqrt{a^2 + A^2}}$, в котором линии Маха на-

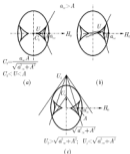


Рис. 57. Характеристики в установившемся течении с малым возмущением: а) ориентированное поле: дозвуковое гиперболическое течение с прямыми характеристиками; б) общая ориентация поля: дозвуковое гиперболическое течение с прямыми и обратными характеристиками; в) скрещенное поле: гиперболическое течение и гиперэллиптическое течение. (Из работы J. E. McCarte and E. L. Resler, Jr., *Compressibility Effects in Magnetoaerodynamic Flows Past Thin Bodies*, J. Aero. Sci., Vol. 27, 1960, pp. 493–503, с разрешения I. A. S.)

классены вперед, в отличие от линий Маха в обычной газовой динамике, но след все еще находится позади тела. Наконец, на рис. 58в показан случай, в котором след находится перед телом.

Эти явления — математический факт, но их крайне трудно показать с физической точки зрения.

Некоторый шаг вперед в этом направлении сделан Сирс и Реслер (Sears and Resler) [32], хотя, видимо, все же следует ожидать дальнейшую ясность. Экспериментальные наблюдения этих явлений будут наиболее интересны и прояснят на них свет.

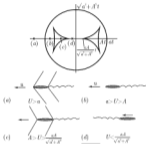


Рис. 58. Картины течения, возмущающие волны и следы вокруг тупого тела в течении с ориентированным полем для различных диапазонов скоростей. (Из работы W.R. Sears, *Some Remarks on Flow Past Bodies*, Rev. Mod. Phys., Vol. 32, 1960, pp. 701-703, с разрешения Американского физического института.)

В магнитной газовой динамике есть не только быстрые, поперечные и медленные волны с бесконечно малой амплитудой, но также быстрые, поперечные и медленные ударные волны конечной интенсивности. Быстрые и медленные ударные волны

характеризуется отсутствием непрерывности нормальной составляющей скорости к фронту волны. В поперечной ударной волне касательная составляющая скорости разрывна. Подобно наклоненным вперед волнам, угол ударной волны может быть больше 90° , что его действительно отличает от такого в газовой динамике. Более того, как правило, у уравнений ударной волны имеется не одно решение, которое удовлетворяет заданному множеству начальных данных. Правильное решение уравнения должно определяться с помощью соображений об устойчивости [53].

$$q \propto H \quad \text{т.д. } q = \text{const } H = 0$$

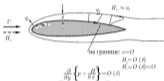


Рис. 59. Схема магнитного пограничного слоя.

В случае конечной вязкости и конечной электрической проводимости мы будем иметь течение с пограничным слоем, если и число Рейнольдса R_0 , и магнитное число Рейнольдса R_m велики. Здесь мы имеем два типа пограничных слоев. Первый — вязкий пограничный слой, толщина которого пропорциональна $1/\sqrt{R_0}$, а второй — магнитный пограничный слой, толщина которого пропорциональна $1/\sqrt{R_m}$. На рис. 59 показан магнитный погранич-

ный слой, в котором вязкость нулевая и электрическая проводимость конечна [54, 55]; в этом случае скорость на поверхности тела конечна. Поскольку на бесконечности скорость U и магнитное поле H_∞ параллельны, то за пределами магнитного пограничного слоя вектор скорости q и магнитное поле H параллельны. Напряженность магнитного поля увеличивается от значения на поверхности тела до конечного значения на внешней границе пограничного слоя, где H пропорционально q .

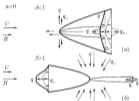


Рис. 60. Магнитные следы для течения с ориентированным полем. (Из работы Н. Насимо, *Magnetohydrodynamic Wakes in a Viscous Conducting Fluid*, *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 32, 1960, pp. 869–6, с разрешения A. I. P.)

В обычной гидродинамике в случае обтекания тела вязкой жидкостью позади него остается один след. В соответствующих задачах магнитной газовой динамики вместо одного образуются два следа, и эти два следа, вообще, идут в двух разных направлениях. Мы рассмотрим простой случай, когда скорость U и магнитное поле H параллельны на бесконечности [56] (рис. 60). В случае сверхальфе-

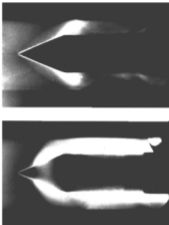


Рис. 6). Взаимное магнитное поле на токоне вокруг конуса. (Из работы R. J. Rosa and A. R. Kantrowitz, *MHD Energy Conversion Techniques*, AVCO Res. Rep. 86, 1958, с разрешения Исслед. лаб. AVCO.)

новой скорости, т.е. $M_m^2 = 1/\beta^2 > 1$, оба следа находятся позади тела (рис. 60[a]). С другой стороны, в случае дозвуковой скорости, т.е. $M_m^2 = 1/\beta^2 < 1$, один след находится перед телом, а другой — позади него. При малых значениях M_m прямой след доминирующий [36].

В различных лабораторных проводится экспериментальные исследования по магнитной газовой динамике. Липман из Калифорнийского технологического института наблюдал прямые волны, экспериментируя с ртутью. Проведено множество экспериментов с помощью ударных аэродинамических труб, в которых газ ионизируется позади сильной ударной волны. На рис. 61 показана картина течения на конусе с предложенным типичным образом магнитным полем и без него. Заметно влияние магнитного поля на картину течения. Исходя из экспериментальных результатов мы видим, что взаимодействие между течением жидкости в электромагнитном поле является наблюдаемыми физическими явлениями. Но все же прежде чем мы полностью поймем магнитную газовую динамику, требуется более глубокое физическое объяснение.

Теперь мне бы хотелось сказать несколько слов о практических приложениях принципа магнитной газовой динамики. Одно из практических приложений — это замедление течения посредством поперечной силы во время возвращения ракеты в плотные слои атмосферы, где желательно уменьшить лобовое сопротивление ракеты. Простая схема этого устройства, предложенная Сирсом и Реллером [48], показана на рис. 62, где магнитное поле устанавливается внутри головной части, и поперечная сила, вызванная магнитным полем на ионизированном газе позади ударной волны, увеличивает лобовое сопротивление ракеты.

Благодаря низкой электрической проводимости воздуха и большому весу магнита представляется,

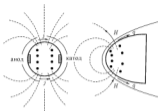


Рис. 62. Схема предложенного устройства с использованием магнито-гидродинамических эффектов для управления возвращением в плотные слои атмосферы. (Из работы E. L. Resler, Jr. and W. R. Sears, *The Prospects for Magneto-aerodynamics*, *J. Aero. Sci.*, Vol. 25, 1958, pp. 335-45, с разрешения I. A. S.)

что практическая полезность магнитной газовой джампки при управлении ракетой или космическими аппаратами имеет в лучшем случае критическое значение. Однако использование магнитных полей для улучшения передаточных характеристик электромагнитных волн через слой ионизированного газа может оказаться самым важным среди других возможных приложений магнитной газовой джампки к задачам возвращения тел в плотные слои атмосферы.

Затупление телеметрических сигналов из-за концентрированного газа вокруг ракеты, рассчитанной на вход в плотные слои атмосферы, изучал С. К. Лин из AVCO [57]. Из его исследований порядка величины вытекают следующие выводы: что на радио-

частотах порядка 200 мегациклов в секунду было бы трудно послать сигнал через ионизированный газ. Возможно, охватятся удовлетворительными микроволновые частоты порядка 3×10^{10} циклов в секунду, если высока скорость ионно-электронной рекомбинации. Если она мала, то высота для передачи сигналов должна быть больше 150000 футов. Низкие частоты порядка одного миллиона циклов в секунду удовлетворительны только ниже ионосферы. В своем исследовании Лин использовала однострантовую модель с периодом затухания. Он наблюдал, что затухание излучения значительно при радиочастотах и большая часть затухания вызвана столкновениями. Постоянная затухания прямо пропорциональна частотам столкновения, которые падают исходя из сечения столкновения электронов. Данные о сечении столкновения имеются для молекул, но не для атомов, поэтому это вносит основную неопределенность в оценку. Положение можно значительно улучшить, когда применяется внешнее магнитное поле. Без магнитного поля волны с частотой меньше, чем электронная плазменная частота, будут затухать, даже если столкновения отсутствуют. С магнитным полем волны низкой частоты в идеальной плазме будут незатухающими [58]. Следовательно, мы можем улучшить радиосигнал правильным применением магнитного поля.

Наконец, я отмечу, что это как раз те задачи, ради решения которых должна развиваться теория беспорядочной среды магнитной газовой динамики. С использованием таких подходов кинетической теории решено очень незначительное число практических задач, например уравнение Больцмана или упрощенные замены. Совершенно также, что уравнение Больцмана с функциями одночастичного распределения является достаточным для рассмотрения течения ионизированного газа. Основные свойства этой задачи трудности, заключа-

ются в члене уравнения Больцмана, характеризующем столкновение. Однако я считаю, что эти сложные вопросы находятся за пределами вводного курса, который мы рассматриваем в этой книге.

В завершении своей лекции мне хотелось бы поблагодарить вас за ваше терпение, ваше внимание и ваше гостеприимство.

Литература

- [1] Crocco, G. A., Sui corpi aerotermodinamici portanti, *Rend. Accad. Nazionale dei Lincei*, series 6, **14** (1931) 161–166; *Flying in the Stratosphere Aircraft Engng* **4** (1952) 171–175, 204–209.
- [2] T. von Kármán, Th., *Aerodynamics*, Cornell University Press, Ithaca, 1954¹.
- [3] Newton, I., *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* (London, 1726) Book II.
- [4] D'Alembert, J. Le R., *Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides* (Paris 1752); *Opuscules Mathématiques* (Paris 1768), V, 132–138.
- [5] Helmholtz, H. von, Über discontinuirliche Flüssigkeitsbewegungen *M. bez. der Königl. Akad. der Wiss. zu Berlin* (1868), 215–228.
- [6] Kirchhoff, G., Zur Theorie freier Flüssigkeitsstrahlen, *J. für die reine und angewandte Math.* **70** (1869) 289–298.
- [7] Rayleigh, Lord, On the Resistance of Fluids, *Phil. Mag.*, series 5, **2** (1876) 430–441; also *Scientific Papers* (Cambridge, 1899) **I**, 287–296.
- [8] Rayleigh, Lord, On the Irregular Flight of a Tennis Ball, *Messenger of Mathematics*, **7** (1878) 14–16; also *Scientific Papers* (Cambridge, 1899) **I**, 344–346.

¹См. также издание на русском языке Т. фон Карман. Аэродинамика. Москва-Издатель: ФАИ, 2001. – 398 с.

- [9] Lanchester, F.W., *Aerodynamics* (London, 1907); *Aerodromics* (London, 1900).
- [10] Kutta, M.W., Auftriebskräfte in strömenden Flüssigkeiten, *Musik. aeronaut. Mit.* 6 (1902), 132-135. Über eine mit dem Grundlagen des Flugproblems in Beziehung stehende zweidimensionale Strömung, *Sitzungsberichte der Bayerische Akademie der Wissenschaften, mathematisch-physikalische Klasse* (1910), 1-58, Über ebene Zirkulationsströmungen nebst flugtechnischen Anwendungen, *ibid.* (1911), 65-125.
- [11] Joukowski, N.E., On the Adjant Vortices (In Russian)², *Obščestvo lyubiteli estestvoznaniya, antropologii i etnografi, Moskva, Izvestiya*, 112, *Transactions of the Physical Section*, 13 (1907), 12-25; De la chute dans l'air de corps légers de forme allongée, animés d'un mouvement rotatoire, *Bulletin de l'Institut Aérodynamique de Koutchine I* (1912) 51-65; Über die Kontouren der Tragflächen der Drachenflieger, *Zeit. Flugtechnik V. Motorluftschiffahrt*, 1 (1910), 281-284, 3 (1912), 81-88; *Aérodynamique* (Paris, 1916 and 1921).
- [12] Prandtl, L., Tragflugeltheorie, *Göttinger Nachrichten, mathematisch-physikalische Klasse* (1918), 451-477 (1919), 107-137; "Application of Modern Hydrodynamics to Aeronautics", *NACA Report No.116* (1921).
- [13] Kármán, Th. von, Über den Mechanismus des Widerstandes, den ein bewegter Körper in einer Flüssigkeit erfährt; *Göttinger Nachrichten, mathematisch-physikalische Klasse* (1911), 509-517; (1912) 547-556.

²См. также: Жуковский Н.Е. О приращении скорости, *Собр. соч.*, т. IV: *Аэродинамика*, М.-А.: 1969, стр.89-91. — *Прим. пер.*

- [14] Mach, E., and Salcher, P., Photographische Fixierung der durch Projectile in der Luft eingeleiteten Vorgänge Sitzb. wgb. der Wiener Akad. d. Wiss., Abt. II, **95** (1887) 764-780; Mach, E., and Mach, L., Weitere ballistisch-photographische Versuche, *ibid.* Abt. II., **98** (1889) 1310-1326; Mach, E., and Salcher, P., Optische Untersuchung der Luftstrahlen, *ibid.*, Abt. II., **98** (1889) 1303-1309.
- [15] Prandtl, L., Grenzschichten in Flüssigkeiten mit kleiner Reibung, *Verhand. d. dritt. internat. Math.-Kongr., Heidelberg 1904* (Leipzig, 1905) 484-491.
- [16] Prandtl, L., Über Strömungen, deren Geschwindigkeiten mit der Schallgeschwindigkeit vergleichbar sind, *J. Aero. Res. Inst. Tokyo, Imperial Univ.* **45** (1930).
- [17] Glauert, H., The Effect of Compressibility on the Lift of Aerofoil, *Proc. Roy. Soc. Lond., series A*, **118** (1928) 113-119.
- [18] Tsien, H. S., Two-dimensional Subsonic Flow of Compressible Fluids, *J. Aero. Sci.* **6** (1939) 399-407.
- [19] Kármán, Th. von, Compressibility Effects in Aerodynamics, *J. Aero. Sci.* **8** (1941), 337-356.
- [20] Chaplygin, S., On Gas Jets, *Scientific Memoirs, Moscow University, 1902* translated as NACA TM No. 1063, 1944³.
- [21] Kármán, Th. von and Moore, N. B., Resistance of Slender Bodies Moving with Supersonic Velocities, with Special Reference to Projectiles, *Trans. ASME*, **54** (1932) 303-310 (AMP-54-27).

³См. также ЧАПЛЫГИН С. А. О газовых струях. - М.: ГИИТТ, 1948. - 170 стр.

- [22] Kármán, Th. von, *Supersonic Aerodynamics, Principles and Applications*, *J. Aero. Sci.* **14**, No. 7 (1947) 373-402.
- [23] Jones, R., *Properties of Low Aspect Ratio Pointed Wings at Speeds Below and Above the Speed of Sound*, NACA Report No. 835 (1946).
- [24] Hayes, W.D., *On Hypersonic Similitude*, *Quart. Appl. Math.* **5**, No. 1 (1947) 105-106.
- [25] Taylor, Sir Geoffrey, *The Formation of a Blast Wave by a Very Intense Explosion*, *Proc. Roy. Soc. London, A* **201** (1950) 159-186.
- [26] Lin, S.C., *Cylindrical Shock Waves Produced by Instantaneous Energy Release*, *J. Appl. Phys.* **25**, No. 1 (1954) 54-57.
- [27] Epstein, P.S., *On the Air Resistance of Projectiles*, *Proc. Nat. Acad. Sci. U. S. A.* **17** (1931) 532-547.
- [28] Lees, L., *Recent Developments in Hypersonic Flow*, *Jet. Prop.* **27** (1957) 1162-1178.
- [29] Crocco, L., *Eine neue Stromfunktion für die Erforschung der Bewegung der Gase mit Rotation*, *Z. Angew. Math. Mech.* **17** (1937) 1-7.
- [30] Hadamard, J., *Sur les tourbillons produit par les ondes de choc*, A. Hermann, Paris, 1903, p.362.
- [31] Kármán, Th. von, *Similarity Law of Transonic Flow*, *J. Math. Phys.* **26** (1947) 182-190.
- [32] Pack, D.C. and Pat, S.L., *Similarity Laws for Supersonic Flows*, *Quart. Appl. Math.* **11** (1954) 377-384.
- [33] Tsien, H.S., *Similarity Laws of Hypersonic Flows*, *J. Math. Phys.* **25** (1946) 247-251.

- [34] Gasley, C., Jr. and Masson, D.J., Surface Protection and Cooling Systems for High Speed Flight, Rand Corp. Report RM-1735, 1956.
- [35] Feldmann, S., Some Shock Tube Experiments on the Chemical Kinetics of air At High Temperatures, *J. Fluid. Mech.* **3** (1957-58) 225-242.
- [36] Cherryi, G.G., *Introduction to Hypersonic Flow*, Academic Press, 1961.
- [37] Diaconis, N.S., Fanucci, J.B. and Sutton, G.W., The Heat Protection Potential of Several Ablation Materials for Satellite and Ballistic Re-Entry in the Earth's Atmosphere, General Electric Co., Tech. Info. Series Report R59 SD423, 1959.
- [38] Scala, S.M., A Study of Hypersonic Ablation. General Electric Co., Tech. Info. Series Report R59 SD438, 1959.
- [39] Adams, Mac C. and Bothe, H.A., A Theory for Ablation of Glassy Materials, *J. Aero. Soc.* **26**, No. 6 (1959) 321.
- [40] Li, T. Y., Recent Advances in Non-Equilibrium Dissociating Gas Dynamics, *A. R. S. J.* (Feb. 1961) 170-178.
- [41] Tsien, H.S., Superaerodynamics, Mechanics of Rarefied Gases, *J. Aero. Soc.* **15**, No. 12 (1946) 653-664.
- [42] Knudsen, M., Die Gesetze der Molekularströmung und der inneren Reibungsströmung der Gase durch Röhren, *A. Physik*, **20** (1909) 75-130.
- [43] Liepmann, H.W., *A Study of Effusive Flow, Aeronautics and Astronautics*, Pergamon Press, 152-160, 1960.

- [44] Lees, L. and Liu, C. Y., Kinetic Theory Description of Plane Compressible Couette Flow, Hypersonic Research Project Mem. No. 58, Sept. 1960, Gug. Aero. Lab., Calif. Inst. of Tech.
- [45] Alfvén, H., On the Existence of Electromagnetic Hydrodynamic Waves, *Arkiv. F. Math. Astro. Ock. Fysik* **296**, No. (1943) 1-7.
- [46] Hartmann, J., Hg-Dynamics; *Danske Vidensk. Selsk., Math. Fys. Med.*, **15**, No. 6, Copenhagen (1937); Hartmann, J. and Lazarus, F., Hg-Dynamics II, *ibid.* **15**, No. 7 (1937).
- [47] Lin, S. C., Electrical Conductivity of Thermally Ionized Air Produced in a Shock Tube, AVCO Res. Note 26, Feb. 1957.
- [48] Resler, E. L., Jr. and Sears, W. R., The Prospects for Magnetoaerodynamics, *J. Aero. Sci.* **28**, No. 4 (1958) 235-245 and **26**, No. 6 (1959) 318.
- [49] Resler, E. L., Jr. and McCune, J. E., Compressibility Effects in Magnetoaerodynamic Flows Past Thin Bodies, *J. Aero. Soc.* **27**, No. 7 (1960) 493-503.
- [50] Friedrichs, K. O., Nonlinear Wave Motion in Magneto-hydrodynamics, Los Alamos Laboratory report, 1954, reprinted in 1958, NYO-6486 N. Y. U.
- [51] Sears, W. R., Some Remarks About Flow Past Bodies, *Rev. Mod. Phys.* **32**, No. 4 (1960) 701-705.
- [52] Sears, W. R. and Resler, E. L., Jr., Sub- and Super-Alfvén's Flows past Bodies, *Adv. in Aero. Sci.* **4**, pp. 657-673, Pergamon Press, 1961.
- [53] Germain, P., Shock Waves and Shock-Wave Structure in Magneto-fluid-dynamics, *Rev. Mod. Phys.* **32**, No. 4 (1960) 931-938.

- [54] Sears, W. R., Some Solutions of the Macroscopic Equations of Magnetohydrodynamics: *Dynamics of Conducting Gases* (ed. A. B. Cambel and J. B. Fenn), Northwestern Univ. Press, 1960, pp. 51-63.
- [55] Sears, W. R., On a Boundary-Layer Phenomenon in Magneto-fluid Dynamics, *Astronautica Acta VIII* (1961) fasc 2-3, pp. 223, 236.
- [56] Hasimoto, H., Magnetohydrodynamic Wakes in a Viscous Conducting Fluid, *Rev. Mod. Phys.*, **32**, No. 4 (1960) 860-866.
- [57] Lin, S. C., A Rough Estimate of the Attenuation of Telemetering Signals through the Ionized Gas Envelope Around a Typical Re-entry Missile, AVCO Research Report 74, Feb. 1956.
- [58] Pai, S. L., Wave Motions of Small Amplitude in a Fully Ionized Plasma under Applied Magnetic Field, *Phys. Fluids* **5**, No. 2 (1962) 234-240.

Именной указатель

- Адамар Ж. (Hadamard, J.) 42, 106
- Адамс, Мас К. (Adams Mas C.) 67, 106
- Акерет, Я. (Ackersct, J.) 24, 30
- Альфвин, Х. (Alfvén, H.) 77, 106
- Бете, Х. А. (Bethe, H. A.) 106
- Гартман Ю. (Hartmann, J.) 77, 106
- Гельмгольц Г. фон (Helmholtz, H. von) 18, 103
- Георгиевич С. (Georgiev, S.) 67
- Глауэрт Г. (Glauert, H.) 26, 104
- Граф Г. (Graß, H.) 90
- Гэзля С., мл. (Garley, C., Jr.) 49, 30, 106
- Даламбер, Ж. А. (D'Alembert, J. Le R.) 18, 103
- Джонс Р. Т. (Jones, R. T.) 26, 104
- Диаконис Н. С. (Diaconis, N. S.) 64, 106
- Жермен П. (Germain, P.) 107
- Жуковский Н. Е. (Joukowski, N. E.) 18, 103
- Зоммерфельд, А. (Sommerfeld, A.) 24
- Канстроиц А. (Kantrowitz, A.) 99
- Кестер Р. Г. (Kester, R. H.) 37
- Кирхгоф Г. (Kirchoff, G.) 18, 103
- Кнудсен М. (Knudsen, M.) 71, 106
- Коркей, Р. Г. (Korkey, R. H.) 42, 43
- Кохен Д. (Cohen, D.) 26
- Кроско, Дж. А. (Crosco, G. A.) 15, 103
- Кроско, Л. (Crosco, L.) 42, 106
- Кутта М. В. (Kutta, M. W.) 18, 103
- Кыоо Я. Г. (Kuo, Y. H.) 41
- Лазарус Ф. (Lazarus, F.) 106

- Ланчестер Ф. У. (Lanchester, F. W.) 18, 19, 103
- Ли Т. Я. (Li, T. Y.) 106
- Лиз А. (Lees, L.) 39, 40, 53, 73, 75, 104, 106
- Лин С. К. (Lin, S. C.) 39, 80, 100, 106
- Липман Г. У. (Lipmann, H. W.) 30, 72, 73, 106
- Логан В. Г. (Logan, V. G.) 39
- Люо С. Я. (Liu, C. Y.) 73, 75, 106
- МакКаме Дж. И. (McCame, J. E.) 88, 89, 91, 92, 107
- Мансан А. Г. (Munsan, A. G.) 44
- Массон Д. Дж. (Masson, D. J.) 50, 106
- Мак Э. (Mach, E.) 24, 104
- Мунк М. (Munk, M.) 30
- Мур Н. В. (Moore, N. B.) 30, 32, 35, 104
- Ньютон И. (Newton, I.) 17, 103
- Пай С. А. (Pai, S. I.) 106, 107
- Франдзи А. (Frantzi, L.) 18, 28, 104
- Пэк Д. С. (Pack, D. C.) 106
- Редлер И. А. мл. (Resler, E. L., Jr.) 88, 89, 91, 92, 100, 107
- Ридделл Ф. Р. (Riddell, F. R.) 53
- Роза Р. Дж. (Rosa, R. J.) 89
- Ротт Н. (Rott, N.) 30
- Роуз П. (Rose, P.) 53
- Рунге К. (Runge, C.) 19
- Рэйли, лорд (Rayleigh, Lord) 18, 103
- Сальбер П. (Salcher, P.) 104
- Саттон Дж. У. (Sutton, G. W.) 64, 106
- Сирс У. Р. (Sears, W. R.) 76, 94, 100, 107
- Скала С. М. (Scala, S. M.) 65-67, 106
- Сток Дж. (Stack, J.) 27
- Тейлор, сэр Дж. (Taylor, Sir G.) 30, 104
- Тэйн Х. Ш. (Tison, H. S.) 26, 71, 104, 106
- Фануччи Дж. Б. (Fanucci, J. B.) 64, 106
- Фельдман С. (Feldmann, S.) 62, 106
- Фельдман Ф. (Feldmann, F.) 30
- Фридрихс К. О. (Friedrichs, K. O.) 89, 107
- Хасимото Х. (Hasimoto, H.) 97, 107

- Хейс У. Д. (Hayes, W. D.) Эпштейн П. С. (Epstein,
37, 104 P. S.) 40, 104
- Хидальго, Х. (Hidalgo,
H.) 67
- Чаплыгин, С. А. (Chaply- фон Карман, Т. (von
gin, S. A.) 20, 104 Kármán, Th.) 20, 22,
25-27, 29, 32, 34, 35, 52,
Черный Г. Г. (Chernyi, 90, 103, 104, 106
G. G.) 63, 106

Предметный указатель

- Абляция 65
Абсолютная звуковая скорость 67
Альфвеновская волна 83
Аэротермодинамика 17
Аэротермодинамика 15, 49
Аэроэлектромagnetизм 18
- Быстрая волна 91
- Вихревая дорожка Кармана 22
Вихревая система 18
Вихревое течение 42
Внутренняя энергия 56
Волновой отрыв потока 39
Время пребывания 61
– релаксации 58
– столкновения 61
- Гиперболическая область 87
Гиперзвуковое течение 37, 44
Гиперэллиптическая область 88
- Давление на поверхности земли 34
Дебювская длина экранирования 77
Джоулева теплота 83
Диаграмма Фридрикса 89
– высоты и скорости 52, 64
– скорости и высоты 49
Динамика разреженных газов 71
Диссоциация 58
Диффузионная способность 60
Дольфвеновское течение 99
Долзуковское течение 26, 44
- Задача о возвращении в плотные слои атмосферы 49, 76
Закон Ампера 82
– Аррениуса 67
– Ома 82
– Фарадея 82
– подобия 46

- Замороженное течение (шок) 69
- Затупленное тело 50
- Идеальная вязкость 87
- Индуктивное сопротивление 20
- Ионизация 57
- Ионосфера 76
- Испарение 65
- Истечение газов 73
- Качественная теория 102
- Концентрация химических элементов 64
- Коэффициент давления 26
— лобового сопротивления 25
— подъемной силы 25
- Критическая точка 50
- Крыло 18
- Ламинарное течение 41
- Ларморов радиус 77
- Линия Маха 36
- Магнитная газовая динамика 16, 83
- Магнитная гидродинамика 16
- Магнитное число Маха 83
- Магнитный пограничный слой 96
- Медленная волна 91
- Метод Ньютона 40
— взрывной волны 30
— распределенных источников 30
- Непрерывное течение 71
- Околосонное течение 44
- Орентированное поле 92, 94
- Парадокс Даламбера 18
- Параметр Дамкхлера 61
- Переходное течение 73
- Пинч-эффект 86
- Плоское течение Куэтты 73
- Поверхностное трение 20
- Пограничный слой 25, 41, 96
- Пондеромоторная сила 81
- Поперечная волна 91
- Пояс Ван Аллена 76
- Прерывистое (разрывное) течение 18
- Преведенный массовый расход 73
- Прямой след 99
- Равновесное течение 69
- Рейнольдса магнитное число 83
- Свердальфеновское течение 97

- Сверхзвуковое течение — движения 83
 — неразрывности 82
- Свободное молекулярное течение 71
- Сила Лоренца 81
- Синус-квадратичный закон 17
- Скращенное поле 93
- След 22, 97
- Сопротивление давлению 26
- Сопротивление следа 20
- Средняя длина свободного пробега 24, 71
- Теорема Крокко 42
- Теория Кутты — Жуковского 18
 — крыла Прандтля 19
- Теплообменник 65
- Теплоогластитель 65
- Течение Куэтты 73
 — в канале 85
 — разрежении Прандтля — Майера 41
 — со скольжением 73
- Тонкое тело 30
- Турбулентное течение 37
- Ударная волна 30, 96
- Ударный слой 52
- Удельная теплоемкость 58
- Уравнение Больцмана 67, 102
- Уравнения Максвелла 81
- Химическая реакция 61
- Химическое время 61
- Частота реакции 69
- Число Гартмана 85
 — Кнудсена 24
 — Льюиса — Селенкова 60
 — Маха 24
 — Пекле 60
 — Прандтля 60
 — Рейнольдса 22, 60
 — Швидта 61
- Электрическая проводимость 78
- Электронное возбуждение 57
- Эллиптическая область 87
- Эллиптическое распределение подыменной снам 20
- Энергия активации 69
 — вращения 56
 — колебаний 57
 — поступательного движения 56
- Эффект Магнуса 18
 — сжимаемости 24

Тео́дор фон Карман

**ОТ АЭРОДИНАМИКИ МАЛЫХ
СКОРОСТЕЙ К АСТРОНАВТИКЕ**

Дизайнер М. В. Ботва

Технический редактор А. В. Шаробанов

Компьютерный набор и верстка В. В. Заломский

Корректор М. А. Авикина

Подписано в печать 29.01.19. Формат 80 × 100^{1/16}.

Уд. вес А. 5,37. Ум. лод. А. 6,12.

Гарнитура Байкал. Бумага офсетная №1.

Печать офсетная. Заказ №104.

АО «Институт компьютерных исследований»

426034, г. Нижний Новгород, ул. Университетская, 1.

Лицензия на издательскую деятельность ЛУ №084 от 01.04.09.
