

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

В.В. Ивахник

Оптика

*Утверждено редакционно-издательским советом
университета в качестве учебного пособия
2-е издание, переработанное и дополненное*

Самара
Издательство «Самарский университет»
2011

УДК 535
ББК 22.34
И23

Рецензент зав. кафедрой ПГУТИ д-р. физ. мат. наук,
профессор В.А. Неганов

Ивахник, В.В.

И23 Оптика : учеб. пособие / В.В. Ивахник. – 2-е изд., перераб. и
доп. – Самара: Изд-во «Самарский университет», 2011. – 92 с.

В основу учебного пособия положен курс лекций, читаемых автором студентам химического факультета. С использованием математического аппарата, доступного студентам младших курсов, излагаются основные понятия, явления и законы волновой и корпускулярной оптики. Предназначено для студентов нефизических специальностей университета.

УДК 535
ББК 22.34

Редактор *Т.И. Кузнецова*
Компьютерная верстка, макет *В.И. Никонова*

Подписано в печать 29.06.11

Гарнитура Times New Roman. Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Печать оперативная.
Усл.-печ. л. 5,75. Уч.-изд. л. 4,11. Тираж 100 экз. Заказ №
Издательство «Самарский университет», 443011, Самара, ул. Академика Павлова, 1

Отпечатано с готового оригинал макета на УОП СамГУ

© Ивахник В.В., 2011

© Самарский государственный
университет, 2011

© Оформление. Издательство
«Самарский университет», 2011

Оглавление

Введение	5
Тема 1. Уравнения Максвелла. Материальные уравнения. Энергия электромагнитного поля. Теорема Пойнтинга. Волновое уравнение.....	6
1.1. Уравнения Максвелла. Материальные уравнения.....	6
1.2. Энергия электромагнитной волны. Теорема Пойнтинга	8
1.3. Волновое уравнение.....	9
Тема 2. Простейшие решения волнового уравнения. Поперечность плоской монохроматической волны	12
2.1. Простейшие решения волнового уравнения	12
2.2. Поперечность плоской монохроматической волны	15
Тема 3. Поляризация света. Степень поляризации. Методы получения линейно поляризованного света	17
3.1. Поляризация света. Степень поляризации	17
3.2. Методы получения линейно поляризованного света	19
Тема 4. Интерференция света. Условие когерентности квазимонохроматических волн. Условие наблюдения максимумов и минимумов интенсивности. Пространственная и временная когерентность.....	26
4.1. Интерференция света	26
4.2. Условие когерентности квазимонохроматических волн	27
4.3. Условие наблюдения максимумов и минимумов интенсивности	29
4.4. Пространственная и временная когерентность.....	30
Тема 5. Интерференция в тонких пленках. Интерферометры.....	35
5.1. Интерференция в тонких пленках	35
5.2. Интерферометры	39
Тема 6. Дифракция света. Принцип Гюйгенса – Френеля. Доказательство прямолинейности распространения света.....	42
6.1. Дифракция света. Принцип Гюйгенса – Френеля	42
6.2. Доказательство прямолинейности распространения света	43
Тема 7. Дифракция Френеля на круглом отверстии, на круглом диске. Дифракция Фраунгофера на щели	47
7.1. Дифракция Френеля на круглом отверстии	47
7.2. Дифракция Френеля на круглом диске (задача Пуассона).....	49
7.3. Дифракция Фраунгофера на щели.....	50
Тема 8. Дифракционная решетка. Разрешение. Критерий Рэля. Дифракционная теория микроскопа. Дифракционная теория телескопа	55

8.1. Дифракционная решетка	55
8.2. Разрешение. Критерий Рэля	60
8.3. Дифракционная теория микроскопа.....	60
8.4. Дифракционная теория телескопа.....	62
Тема 9. Дисперсия света. Поглощение света. Рассеяние света	65
9.1. Дисперсия света.....	65
9.2. Поглощение света.....	67
9.3. Рассеяние света.....	69
Тема 10. Фотоэффект. Эффект Комптона. Эффект Доплера. Давление света	73
10.1. Фотоэффект.....	73
10.2. Эффект Комптона.....	79
10.3. Эффект Доплера	80
10.4. Давление света.....	82
Тема 11. Принцип работы оптического квантового генератора (лазера). Нелинейная оптика	85
11.1. Принцип работы оптического квантового генератора.....	85
11.2. Нелинейная оптика.....	89

Введение

Что такое свет? Электромагнитная волна или поток частиц (фотонов)? Если свет – волна (доказательством наличия у света волновых свойств являются явления интерференции и дифракции света), то для его описания необходимо использовать такие понятия, как амплитуда, фаза, частота (длина волны) и т. д. Если свет – поток частиц (доказательством наличия у света корпускулярных свойств является фотоэффект), то неизбежно возникает вопрос о массе, импульсе $|\vec{p}| = \frac{h\nu}{c}$, энергии $E = h\nu$ частиц, траектории, по которым они движутся.

Классические модели частицы, волны не могут полностью описать свойства света.

Свет обладает двойственной природой, т. е. в одних случаях ведет себя как волна, в других – как частица.

На основании современных представлений свет является потоком фотонов, свойства которых описывает квантовая теория. В соответствии с этой теорией фотоны, как и любые другие микрочастицы (протоны, электроны и др.), обладают как корпускулярными, так и волновыми свойствами. Соотношение де Бройля устанавливает связь между импульсом микрообъекта и его длиной волны

$$p = \frac{h}{\lambda}.$$

Строгое рассмотрение оптических явлений возможно только в рамках квантовой теории. Однако привлечение квантовой теории при изучении целого ряда оптических явлений аналогично стрельбе из пушки по воробьям. Распространение световой волны, явления дифракции, интерференции и т. д. достаточно хорошо могут быть описаны исходя из волновых представлений о природе света. При рассмотрении других оптических явлений – фотоэффект, эффект Комптона и т. д. необходимо использовать корпускулярные представления о природе света.

Тема 1

Уравнения Максвелла. Материальные уравнения. Энергия электромагнитного поля. Теорема Пойнтинга. Волновое уравнение

1.1. Уравнения Максвелла. Материальные уравнения

Электромагнитное поле описывается двумя векторами: \vec{E} – электрический вектор (вектор напряженности электрического поля) и \vec{B} – вектор магнитной индукции.

Для описания влияния электромагнитного поля на вещество вводится еще три вектора: \vec{H} – магнитный вектор (вектор напряженности магнитного поля), \vec{D} – вектор электрической индукции, \vec{j} – плотность электрического тока.

Уравнения Максвелла связывают изменение во времени и пространстве этих пяти векторов. В дифференциальной форме уравнения Максвелла имеют вид

$$\text{в системе CGSE} \left\{ \begin{array}{l} \text{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \text{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \\ \text{div} \vec{B} = 0, \\ \text{div} \vec{D} = 4\pi\rho, \end{array} \right. \text{ в системе СИ} \left\{ \begin{array}{l} \text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \text{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j}, \\ \text{div} \vec{B} = 0, \\ \text{div} \vec{D} = \rho. \end{array} \right. (1.1)$$

Здесь ρ – плотность электрического заряда. Ниже будем использовать систему уравнений Максвелла в системе CGSE.

Восемь скалярных уравнений Максвелла связывают 15 величин. Для того чтобы при заданном распределении зарядов и токов уравнения Максвелла допускали единственное решение, их необходимо дополнить еще уравнениями.

Уравнения, описывающие поведение вещества под действием поля, называются материальными уравнениями. В общем случае эти уравнения достаточно сложны. Однако для большого класса сред материальные уравнения можно представить в виде

$$\vec{D} = f_1(\vec{E}), \quad \vec{B} = f_2(\vec{H}), \quad \vec{j} = f_3(\vec{E}), \quad (1.2)$$

где f_1, f_2, f_3 – функции, вид которых определяется средой, в которой распространяется электромагнитная волна.

В зависимости от вида материальных уравнений можно ввести классификацию оптических явлений (рис. 1.1).

Если оптические явления изучаются в средах, для которых материальные уравнения имеют вид

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma \vec{E}, \quad (1.3)$$

где ϵ – диэлектрическая проницаемость, μ – магнитная проницаемость, σ – удельная проводимость, то раздел оптики, изучающий оптические явления в таких средах, называют линейной оптикой.

Если оптические явления изучаются в средах, для которых хотя бы в одном из материальных уравнений наряду с линейной содержатся и нелинейные слагаемые

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} + \epsilon_2 \vec{E}^2 + \epsilon_3 \vec{E}^3 + \dots, \quad (1.4)$$

где $\epsilon_2, \epsilon_3, \dots$ – тензоры третьего, четвертого и других рангов, то раздел оптики, изучающий оптические явления в таких средах, называется нелинейной оптикой.

Линейную оптику можно разделить на оптику изотропных и оптику анизотропных сред. Если физические свойства вещества в каждой точке пространства не зависят от направления (изотропные вещества), то ϵ, μ, σ – скалярные величины. В случае анизотропных веществ ϵ, μ, σ или хотя бы одна из них являются тензорными величинами второго ранга.

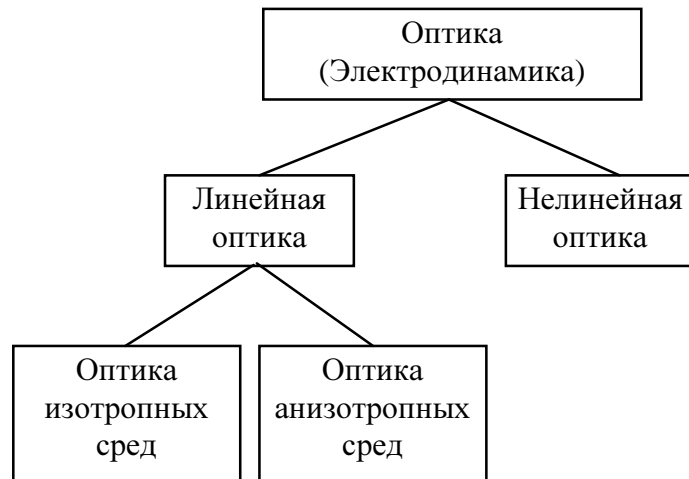


Рис. 1.1

1.2. Энергия электромагнитной волны. Теорема Пойнтинга

При распространении электромагнитная волна переносит энергию.

Напомним известные из курса электричества и магнетизма выражения для объемной плотности энергии электрического поля

$$\frac{dW_э}{dV} = \frac{1}{8\pi} \vec{D}\vec{E}$$

и объемной плотности энергии магнитного поля

$$\frac{dW_м}{dV} = \frac{1}{8\pi} \vec{B}\vec{H}.$$

Объемная плотность энергии электромагнитной волны складывается из объемной плотности энергии электрического поля и объемной плотности энергии магнитного поля. Поэтому объемную плотность энергии электромагнитной волны можно представить в виде

$$\frac{dW}{dV} = \frac{dW_э}{dV} + \frac{dW_м}{dV} = \frac{1}{8\pi} \vec{D}\vec{E} + \frac{1}{8\pi} \vec{B}\vec{H}. \quad (1.5)$$

Энергия, содержащаяся в объеме пространства V , есть

$$W = \frac{1}{8\pi} \int_V (\vec{D}\vec{E} + \vec{B}\vec{H}) dV. \quad (1.6)$$

Если волна распространяется в однородной изотропной среде, то выражение для энергии электромагнитной волны в объеме V с учетом материальных уравнений (1.3) можно записать в виде

$$W = \frac{1}{8\pi} \int_V (\epsilon \vec{E}^2 + \mu \vec{H}^2) dV. \quad (1.7)$$

Как будет показано ниже, в случае распространения в среде плоской монохроматической волны значения электрического и магнитного векторов связаны простым соотношением

$$\sqrt{\epsilon} E = \sqrt{\mu} H. \quad (1.8)$$

Тогда энергия электромагнитной волны, содержащаяся в объеме V , есть

$$W = \frac{\epsilon}{4\pi} \int_V E^2 dV. \quad (1.9)$$

Введем вектор Пойнтинга

$$\vec{\Pi} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}\vec{H}]. \quad (1.10)$$

Используя систему уравнений Максвелла, можно доказать теорему Пойнтинга. Для объема пространства, не содержащего заряды и токи ($\rho = 0$, $\vec{j} = 0$), эта теорема формулируется следующим образом. **Изменение во времени энергии электромагнитной волны в объеме V равно интегралу по поверхности, ограничивающей этот объем, от вектора Пойнтинга**

$$\frac{dW}{dt} = -\oint_{\Sigma} \vec{\Pi} d\vec{S}. \quad (1.11)$$

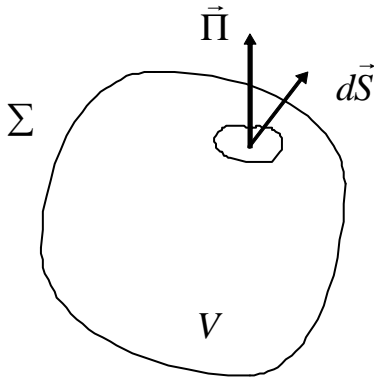


Рис. 1.2

Здесь Σ – поверхность, ограничивающая объем V , $d\vec{S}$ – вектор элементарной площади поверхности (рис. 1.2).

Направление вектора \vec{n} указывает направление распространения энергии электромагнитной волны, а его величина имеет смысл энергии, протекающей через единичную площадку в единицу времени.

1.3. Волновое уравнение

Рассмотрим распространение электромагнитной волны в однородной изотропной среде, в которой отсутствуют заряды и токи. Тогда система уравнений Максвелла может быть записана в виде

$$\begin{cases} \text{rot}\vec{E} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\ \text{rot}\vec{H} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \\ \text{div}\vec{H} = 0, \\ \text{div}\vec{E} = 0. \end{cases} \quad (1.12)$$

Введем векторный оператор $\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}_0 \frac{\partial}{\partial z}$. Здесь \vec{i} , \vec{j} , \vec{k}_0

– единичные векторы, направленные вдоль осей X , Y , Z . Рассмотрим векторное и скалярное произведение векторов $\vec{\nabla}$ и \vec{E} :

$$\begin{aligned}
[\vec{\nabla}\vec{E}] &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k}_0 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_y & E_z \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_z \end{vmatrix} + \vec{k}_0 \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \\ E_x & E_y \end{vmatrix} = \\
&= \vec{i} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) - \vec{j} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) + \vec{k}_0 \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) = \text{rot}\vec{E}, \\
(\vec{\nabla}\vec{E}) &= \frac{\partial E_x}{dx} + \frac{\partial E_y}{dy} + \frac{\partial E_z}{dz} = \text{div}\vec{E}.
\end{aligned}$$

Тогда система уравнений Максвелла (1.12) переписется следующим образом:

$$\begin{cases} [\vec{\nabla}\vec{E}] = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\ [\vec{\nabla}\vec{H}] = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \\ (\vec{\nabla}\vec{H}) = 0, \\ (\vec{\nabla}\vec{E}) = 0. \end{cases} \quad (1.13)$$

Правую и левую части первого уравнения в системе уравнений (1.13) векторно умножим на векторный оператор $\vec{\nabla}$

$$\left[\vec{\nabla} [\vec{\nabla}\vec{E}] \right] = \frac{\mu}{c} \left[\vec{\nabla} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right] \Rightarrow \left[\vec{\nabla} [\vec{\nabla}\vec{E}] \right] = \frac{\mu}{c} \frac{\partial}{\partial t} [\vec{\nabla}\vec{H}]. \quad (1.14)$$

Двойное векторное произведение раскроем по правилу $[\vec{A}[\vec{B}\vec{C}]] = \vec{B}(\vec{A}\vec{C}) - \vec{C}(\vec{A}\vec{B})$, а в правой части уравнения (1.14) $[\vec{\nabla}\vec{H}]$ заменим его выражением из второго уравнения Максвелла. Тогда уравнение (1.14) примет вид

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\vec{E}) - \vec{E}(\vec{\nabla}\vec{\nabla}) = -\frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

Учитывая, что $(\vec{\nabla}\vec{E}) = 0$, окончательно имеем

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.15)$$

Здесь $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$.

Уравнение (1.15) получило название однородного волнового уравнения. Проводя аналогичные рассуждения, можно показать, что и вектор \vec{H} удовлетворяет однородному волновому уравнению

$$\nabla^2 \vec{H} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.16)$$

Волновое уравнение показывает, что возникшее в каком-либо месте возмущение электромагнитного поля распространяется в среде со скоростью v . Переход от системы уравнений Максвелла к волновым уравнениям существенно упрощает анализ зависимости векторов \vec{E} и \vec{H} от пространственной и временной координат.

В оптике вводится понятие *абсолютного показателя преломления n* как *отношение скорости света в вакууме к скорости света в среде*

$$n = \frac{c}{v}. \quad (1.17)$$

Сравнивая (1.17) с выражением для скорости v в волновом уравнении, получим выражение, связывающее показатель преломления с произведением диэлектрической и магнитной проницаемостей

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}.$$

Тема 2

Простейшие решения волнового уравнения. Поперечность плоской монохроматической волны

2.1. Простейшие решения волнового уравнения

Каждая из декартовых координат векторов \vec{E} и \vec{H} , описывающих электромагнитную волну, распространяющуюся в однородной изотропной среде, свободной от зарядов и токов, удовлетворяет однородному волновому уравнению

$$\nabla^2 T - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = 0. \quad (2.1)$$

Здесь $T = E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z$.

2.1.1. Плоская волна

Возьмем произвольный единичный вектор $\vec{s}(s_x, s_y, s_z)$. Решение уравнения вида

$$T(\vec{r}, t) = T(\vec{r} \cdot \vec{s}, t)$$

называется решением вида «плоской волны», или плоской волной. Если зафиксировать момент времени $t = t_0$, то для всех точек пространства, лежащих на поверхности

$$\vec{r} \cdot \vec{s} = \text{const} \Rightarrow xs_x + ys_y + zs_z = \text{const}, \quad (2.2)$$

значение функции T одно и то же. Поверхность, задаваемая уравнением (2.2), – плоскость, поэтому решение уравнения и называется решением вида «плоская волна».

Общий вид решения однородного волнового уравнения (2.1) вида «плоская волна» может быть записано следующим образом:

$$T(\vec{r}, t) = T_1(\vec{r} \cdot \vec{s} - vt) + T_2(\vec{r} \cdot \vec{s} + vt), \quad (2.3)$$

где T_1 и T_2 – произвольные функции. Функция T_1 описывает волну, распространяющуюся со скоростью v в направлении, задаваемом единичным вектором \vec{s} . Функция T_2 описывает волну, распространяющуюся в направлении, противоположном направлению вектора \vec{s} .

2.1.2. Сферическая волна

Решение уравнения вида

$$T(\vec{r}, t) = T(|\vec{r}|, t)$$

называется решением вида «сферическая волна», или сферической волной. В фиксированный момент времени $t = t_0$ для всех точек пространства, лежащих на поверхности

$$|\vec{r}| = \text{const} \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = \text{const}, \quad (2.4)$$

значение функции T одно и то же. Поверхность, задаваемая уравнением (2.4), – сфера, поэтому решение уравнения и называется решением вида «сферическая волна».

Общий вид решения однородного волнового уравнения вида «сферическая волна» есть

$$T(\vec{r}, t) = \frac{1}{|\vec{r}|} T_1(|\vec{r}| - vt) + \frac{1}{|\vec{r}|} T_2(|\vec{r}| + vt). \quad (2.5)$$

2.1.3. Монохроматическая волна

Рассмотрим изменение во времени в фиксированной точке пространства $\vec{r} = \vec{r}_0$ функции $T(\vec{r}_0, t) = \tilde{T}(t)$.

Пусть функция $\tilde{T}(t)$ меняется периодически $\tilde{T}(t) = \tilde{T}(t + T_0)$. Здесь T_0 – период функции (рис. 2.1).

Любую периодическую функцию можно разложить в ряд Фурье

$$\tilde{T}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{T}_n(\omega_n) \cos(\omega_n t + \varphi_n). \quad (2.6)$$

Здесь $\omega_n = \frac{2\pi n}{T_0}$, $n = 0, 1, 2, \dots$

Если функция непериодическая, ее можно разложить в интеграл Фурье

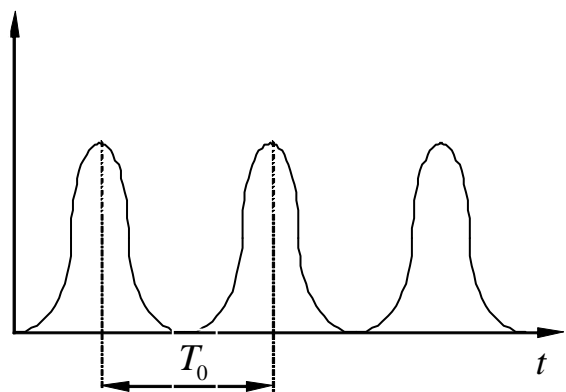


Рис. 2.1

$$\tilde{T}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{T}(\omega) \cos[\omega t + \varphi(\omega)] d\omega. \quad (2.7)$$

Таким образом, любую волну можно представить как совокупность волн, периодически меняющихся во времени по гармоническому закону. Поэтому особый интерес представляет изучение волн вида

$$\tilde{T}(t) = A \cos(\omega t + \varphi). \quad (2.8)$$

Здесь A – амплитуда, φ – фаза, $\omega = 2\pi\nu = 2\pi \frac{1}{T_0}$ – циклическая частота.

Определение. Если в каждой точке пространства компоненты векторов \vec{E} и \vec{H} меняются по закону $A(\vec{r}) \cos(\omega t + \varphi(\vec{r}))$, то такую волну называют **монохроматической (гармонической) волной**.

Поверхности $\varphi(\vec{r}) = \text{const}$ называются поверхностями равной фазы, или волновыми поверхностями.

2.1.4. Плоская монохроматическая волна

Рассмотрим плоскую волну, распространяющуюся в направлении единичного вектора \vec{s} . Одновременное выполнение условий (2.3) и (2.8) возможно только для функции T вида

$$T(\vec{r}, t) = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{\vec{r}\vec{s}}{v} \right) + \varphi_0 \right]. \quad (2.9)$$

Записанная выше функция является периодической не только по временной, но и по пространственным координатам. Значение функции $T(\vec{r}, t)$ не изменится при замене $\vec{r} \cdot \vec{s}$ на $\vec{r} \cdot \vec{s} + \lambda$, где

$$\lambda = v \frac{2\pi}{\omega} = v T_0. \text{ Параметр } \lambda \text{ называется длиной волны.}$$

Определение. Длина волны – это путь, который волна проходит за период.

Длина волны в вакууме – $\lambda_b = c T_0$, длина волны в среде – $\lambda_{cp} = \frac{c T_0}{n} = \frac{\lambda_b}{n}$.

Введем понятие волнового вектора

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{s}.$$

Направление волнового вектора совпадает с направлением распространения волны, а его величина равна числу длин волн, укладываемому на отрезке 2π (см, мм, мкм ...).

Используя понятие волнового вектора, выражение для функции T , описывающей плоскую монохроматическую волну, можно записать в виде

$$T(\vec{r}, t) = A \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0). \quad (2.10)$$

Проводя аналогичные рассуждения, выражение для функции T , описывающей сферическую монохроматическую волну, можно записать в виде

$$T(\vec{r}, t) = \frac{A_1}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0), \quad (2.11)$$

где $r = |\vec{r}|$, $k = |\vec{k}|$.

2.2. Поперечность плоской монохроматической волны

Электромагнитная волна – векторная волна. Поэтому представляет интерес исследование изменения в пространстве и времени ориентации векторов \vec{E} и \vec{H} .

Рассмотрим распространение в однородной изотропной среде, свободной от зарядов и токов, плоской монохроматической волны

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}), \\ \vec{H} &= \vec{H}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}). \end{aligned} \quad (2.12)$$

Для плоской монохроматической волны

$$\begin{aligned} \text{rot}\vec{E} &= \vec{i} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \vec{k}_0 \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) = \\ &= \left\{ \vec{i} [E_{0z} k_y - E_{0y} k_z] + \vec{j} [E_{0x} k_z - E_{0z} k_x] + \vec{k}_0 [E_{0y} k_x - E_{0x} k_y] \right\} \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r}) = \\ &= [\vec{k}\vec{E}_0] \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r}). \end{aligned}$$

Аналогично можно показать, что

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= [\vec{k} \vec{H}_0] \sin(\omega t - \vec{k} \vec{r}), \\ \operatorname{div} \vec{E} &= (\vec{k} \vec{E}_0) \sin(\omega t - \vec{k} \vec{r}), \\ \operatorname{div} \vec{H} &= (\vec{k} \vec{H}_0) \sin(\omega t - \vec{k} \vec{r}). \end{aligned}$$

Используя уравнения Максвелла $\operatorname{div} \vec{E} = 0$, $\operatorname{div} \vec{H} = 0$, получим

$$\begin{aligned} (\vec{k} \vec{E}_0) &= 0, \\ (\vec{k} \vec{H}_0) &= 0. \end{aligned} \tag{2.13}$$

Из (2.13) следует, что электрический и магнитный векторы перпендикулярны волновому вектору.

Используя уравнение Максвелла $\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$, получим

$$[\vec{k} \vec{E}_0] = \frac{\mu \omega}{c} \vec{H}_0. \tag{2.14}$$

Вектор \vec{H} перпендикулярен векторам \vec{E} и \vec{k} . Таким образом, из выражений (2.13), (2.14) следует, что векторы \vec{E} , \vec{H} и \vec{k} образуют тройку взаимно ортогональных векторов. Это доказывает, что **плоская монохроматическая волна является поперечной волной**.

Умножим правую и левую части уравнения (2.14) на $\cos(\omega t - \vec{k} \vec{r})$

$$[\vec{k} \vec{E}_0] \cos(\omega t - \vec{k} \vec{r}) = \frac{\mu \omega}{c} \vec{H}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \vec{r}) \Rightarrow [\vec{k} \vec{E}] = \frac{\mu \omega}{c} \vec{H}.$$

Приравняем модули правой и левой частей полученного уравнения

$$kE = \frac{\mu \omega}{c} H.$$

Учитывая, что $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega \sqrt{\epsilon \mu}}{c}$, получим, что по величине напряженности плоской монохроматической волны E и H связаны простым соотношением

$$\sqrt{\mu} H = \sqrt{\epsilon} E.$$

Тема 3

Поляризация света. Степень поляризации.

Методы получения линейно поляризованного света

3.1. Поляризация света. Степень поляризации

Из поперечности световой волны вытекает одно ее важное свойство, получившее название поляризации.

Пусть волна распространяется вдоль оси Z (рис. 3.1). Если волна продольная, то поворот регистрирующего прибора (приемника) вокруг оси Z не меняет показания этого прибора. В случае если волна поперечная, то ее воздействие на прибор зависит от того, как ориентированы векторы \vec{E} и \vec{H} в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны.

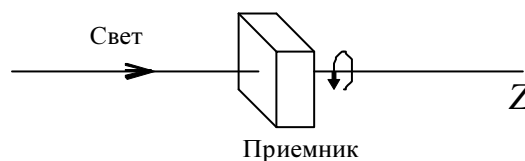


Рис. 3.1

Определение. Поляризация – это свойство световой волны, заключающееся в упорядоченности ориентации векторов напряженности электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны.

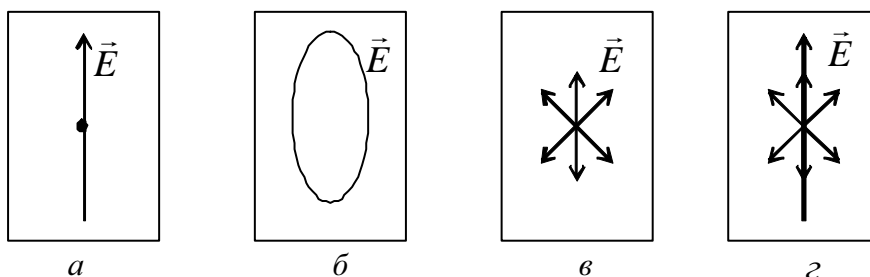


Рис. 3.2

Различают линейно поляризованный, эллиптически поляризованный, неполяризованный свет.

Волна называется линейно поляризованной, если направление колебаний электрического вектора \vec{E} сохраняется для любой точки пространства и любого момента времени (рис. 3.2, *a*).

Если в любой точке пространства во времени конец электрического вектора описывает эллипс (окружность), волна называется эллиптически поляризованной (поляризованной по кругу) (рис.3.2, б).

Если в любой точке пространства во времени направления колебаний электрического вектора хаотичны, бессистемны, т. е. любое направление колебаний равновероятно, то волна называется неполяризованной или естественно поляризованной (рис. 3.2, в).

На рис. 3.2 изображены направления колебаний электрического вектора линейно поляризованной, эллиптически поляризованной и неполяризованной волн в предположении, что волна распространяется в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка.

Электрический вектор \vec{E} можно разложить на два взаимно ортогональных вектора. При этом сама волна разложится на две волны, линейно поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях. Таким образом, неполяризованный свет можно представить в виде суммы двух линейно поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях волн. Причем вследствие равноправия направлений колебаний электрического вектора по всем направлениям на каждую из линейно поляризованных волн приходится по половине интенсивности неполяризованной волны (**интенсивность волны – это усредненная во времени энергия, проходящая за 1 с через 1 м² поверхности**).

Если в одном направлении пустить неполяризованный и линейно поляризованный свет, то получившийся свет называется частично поляризованным (рис. 3.2, г).

Пусть имеется прибор, при прохождении через который неполяризованный свет становится линейно поляризованным. Такой прибор называется поляризатором. У поляризатора есть выделенное направление – оптическая ось. Направление колебаний электрического вектора волны, прошедшей поляризатор, совпадает с направлением оптической оси поляризатора. При повороте поляризатора вокруг направления распространения волны меняется направление колебаний электрического вектора прошедшей волны

Поставим поляризатор на пути частично поляризованной волны, за поляризатором поместим приемник, регистрирующий интенсивность падающей на него волны. Вращая поляризатор относительно

направления распространения волны, зарегистрируем максимальное и минимальное показания приемника: $D_{\max} = \zeta I_{\max}$ и $D_{\min} = \zeta I_{\min}$ (ζ – коэффициент пропорциональности). Переход от минимального к максимальному показаниям регистрирующего прибора происходит при повороте поляризатора на угол $\frac{\pi}{2}$. Введем понятие **степени поляризации** как величину, равную

$$P = \frac{D_{\max} - D_{\min}}{D_{\max} + D_{\min}} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (3.1)$$

Если степень поляризации измеряется для частично поляризованного света, то максимальное показание регистрирующего прибора будет наблюдаться при полном прохождении через поляризатор линейно поляризованной части волны. Тогда $I_{\max} = I_n + \frac{I_n}{2}$. Здесь I_n – интенсивность линейно поляризованной части волны, I_n – интенсивность неполяризованной части волны. Минимальное показание регистрирующего прибора будет наблюдаться при условии, что поляризатор не пропускает линейно поляризованную часть волны. Тогда $I_{\min} = \frac{I_n}{2}$. Подставив I_{\max} и I_{\min} в (3.1), получим

$$P = \frac{I_n}{I_n + I_n}. \quad (3.2)$$

Для частично поляризованного света **степень поляризации** – это **отношение интенсивности линейно поляризованной части волны к полной ее интенсивности**

3.2. Методы получения линейно поляризованного света

3.2.1. Явление дихроизма

Определение. Дихроизм – это зависимость поглощения света веществом от направления колебания электрического вектора световой волны (анизотропия поглощения). Впервые явление дихроизма было обнаружено в кристаллах турмалина.

В кристаллах турмалина существует выделенное направление, получившее название оптической оси. Проведем следующий опыт. Вырежем из кристалла турмалина пластинку так, чтобы ее плоскости были параллельны оптической оси. Поставим эту пластинку на пути неполяризованного светового пучка. При вращении пластинки относительно направления распространения света показание регистрирующего прибора, расположенного за пластинкой, не изменится. Однако если за первой пластинкой поставить точно такую же вторую пластинку турмалина и вращать ее относительно направления распространения света, то показание регистрирующего прибора будет существенно зависеть от ориентации оптических осей пластинок друг относительно друга (рис. 3.3). Максимальное показание регистрирующего прибора наблюдается в случае, когда оптические оси пластинок параллельны. Если же оптические оси пластинок перпендикулярны, то показание прибора минимально.

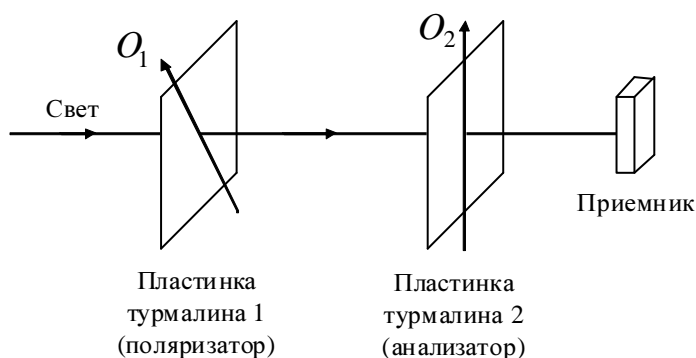


Рис. 3.3

Описанный опыт получает простое объяснение, если предположить, что неполяризованный свет после прохождения первой пластинки турмалина становится линейно поляризованным. Причем колебания электрического вектора прошедшего света происходят в направлении, совпадающем с направлением оптической оси первой пластинки (O_1). Линейно поляризованную волну, падающую на вторую пластинку турмалина, представим в виде суммы двух линейно поляризованных волн $\vec{E} = \vec{E}_{\parallel} + \vec{E}_{\perp}$ (рис. 3.4). Электрический вектор \vec{E}_{\parallel} колеблется в направлении оптической оси второй пластинки турмалина (O_2), электрический вектор \vec{E}_{\perp} колеблется в направлении, перпендикулярном оптической оси второй пластинки турмалина.

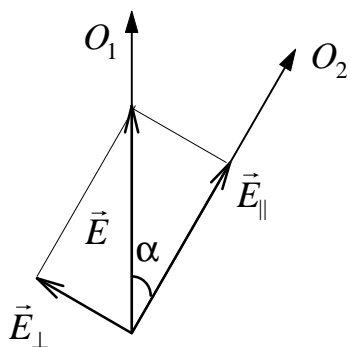


Рис. 3.4

Вторая пластинка турмалина пропускает лишь волну с электрическим вектором \vec{E}_{\parallel} . Если обозначить через α угол между оптическими осями первой и второй пластинок турмалина, то $E_{\parallel} = E \cos \alpha$. Интенсивность света прямо пропорциональна усредненному во времени квадрату напряженности электрического поля, поэтому интенсивность света, прошедшего через вторую пластинку турмалина I , связана с интенсивностью падающего на нее света I_0 простым выражением

$$I = I_0 \cos^2 \alpha. \quad (3.3)$$

Выражение (3.3) получило название закона Малюса. Вторая пластинка турмалина, с помощью которой анализируется свет, прошедший первую пластинку, называется анализатором.

3.2.2. Явление двойного лучепреломления

Возьмем плоскопараллельную пластинку, вырезанную из кристалла исландского шпата (разновидность $CaCO_3$), и пошлем на нее пучок неполяризованного света (рис. 3.5). Из пластинки выйдут два световых пучка, пространственно разделенных, электрические векторы в которых колеблются в двух взаимно ортогональных направлениях. Меняя угол падения неполяризованного пучка на пластинку ϕ , обнаружим, что для одного из двух прошедших пучков отношение $\frac{\sin \phi}{\sin \gamma_0} = const$ (этот пучок называется

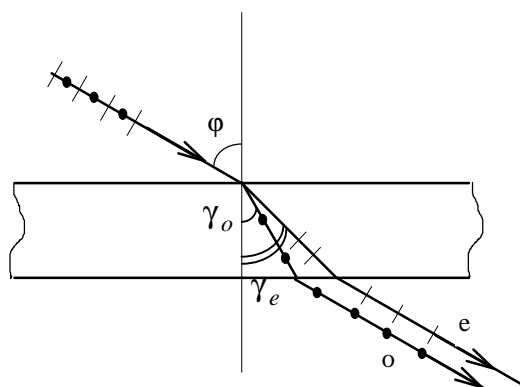


Рис. 3.5

обыкновенным и на схемах обозначается буквой о), для другого пучка отношение $\frac{\sin \phi}{\sin \gamma_e}$ меняется с изменением угла падения (этот пучок называется необыкновенным и на схемах обозначается буквой е).

Определение. Явление двойного лучепреломления заключается в том, что неполяризованная волна в среде разделяется на две линейно поляризованных волны, распространяющихся с разными скоростями и в разных направлениях. Явление двойного

лучепреломления является следствием анизотропии показателя преломления.

Для характеристики оптических свойств анизотропных сред вводится понятие поверхности оптической индикатрисы. Эта поверхность имеет вид эллипсоида. Расстояние от центра эллипсоида до любой точки A на его поверхности равно показателю преломления для световой волны, в которой колебание вектора \vec{E} происходит вдоль прямой OA (рис. 3.6).

Оптическая ось

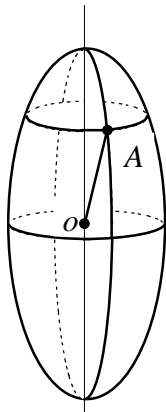


Рис. 3.6

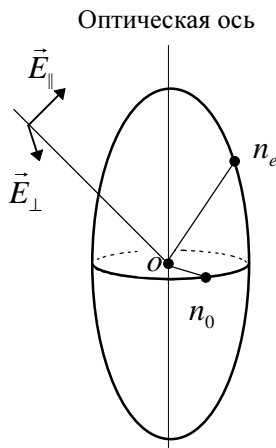


Рис. 3.7

Если эллипсоид показателей преломления является эллипсоидом вращения, то анизотропная среда называется одноосной. Направление оси вращения задает направление оптической оси анизотропной среды.

Пусть на одноосную анизотропную среду, вид и ориентация эллипсоида показателей преломления (оптическая индикатриса) которой известны, падает неполяризованная световая волна (рис. 3.7). Как уже отмечалось, неполяризованную волну можно представить в виде суммы двух линейно поляризованных волн. Пусть электрический вектор одной волны колеблется в плоскости, проходящей через оптическую ось и направление падения на анизотропную среду световой волны (\vec{E}_{\parallel}) (эта плоскость называется главной плоскостью), а электрический вектор другой волны колеблется перпендикулярно этой плоскости (\vec{E}_{\perp}). Изменение угла падения неполяризованной волны меняет значение показателя преломления для волны с электрическим вектором

\vec{E}_{\parallel} и не меняет значение показателя преломления для волны с электрическим вектором \vec{E}_{\perp} . Таким образом, обыкновенная волна — это волна, электрический вектор которой колеблется перпендикулярно плоскости, проходящей через оптическую ось среды и направление падения неполяризованной световой волны. Необыкновенная волна —

это волна, электрический вектор которой колеблется параллельно указанной выше плоскости.

3.2.3. Поляризация при отражении света на границе раздела двух сред

Если на границу раздела двух сред с показателями преломления n_1 и n_2 направить неполяризованную волну, то прошедшая и отраженная волны оказываются частично поляризованными. Причем при выполнении условия

$$\operatorname{tg} \varphi_B = \frac{n_2}{n_1} = n_{21} \quad (3.4)$$

отраженная волна является линейно поляризованной. Угол падения, при котором выполняется условие (3.4), называется углом Брюстера.

Для объяснения существования угла Брюстера падающую (\vec{E}_n), отраженную (\vec{E}_o) и прошедшую (\vec{E}_{np}) волны представим в виде сумм линейно поляризованных во взаимно ортогональных направлениях волн

$$\begin{aligned} \vec{E}_n &= \vec{E}_{n\parallel} + \vec{E}_{n\perp}, \\ \vec{E}_o &= \vec{E}_{o\parallel} + \vec{E}_{o\perp}, \\ \vec{E}_{np} &= \vec{E}_{np\parallel} + \vec{E}_{np\perp}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Здесь $\vec{E}_{n\parallel}$, $\vec{E}_{o\parallel}$, $\vec{E}_{np\parallel}$ – напряженности волн, электрические векторы которых лежат в плоскости падения, $\vec{E}_{n\perp}$, $\vec{E}_{o\perp}$, $\vec{E}_{np\perp}$ – напряженности волн, электрические векторы которых перпендикулярны плоскости падения.

Если на заряд (а вещество – это совокупность положительно и отрицательно заряженных частиц) падает электромагнитная волна, то под действием электрического поля заряд начинает двигаться неравномерно и излучать вторичные волны. Направление движения заряда совпадает с направлением вектора \vec{E} . На рис. 3.8 приведена зависимость интенсивности волн, излучаемых движущимся зарядом, от угла (ϑ) между направлением излучения и направлением распространения падающей волны (такая зависимость называется индикатрисой излу-

чения) в двух плоскостях: в плоскости, проходящей через направление распространения падающей на заряд волны и направление колебаний заряда (рис. 3.8, а), и в плоскости, проходящей через направление распространения падающей на заряд волны и перпендикулярной направлению колебания заряда (рис. 3.8, б). Отметим, что в направлении движения заряда вторичная волна не излучается.

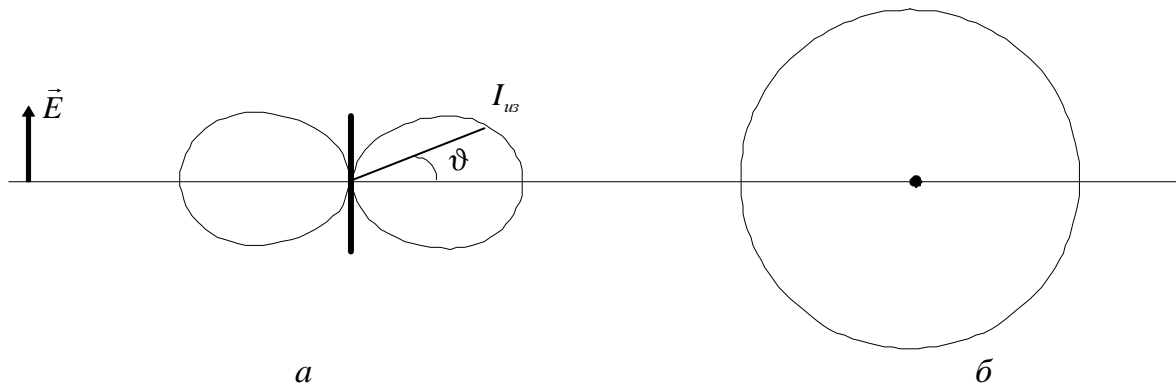


Рис. 3.8

Отраженную волну можно рассматривать как результат сложения вторичных волн, излучаемых движущимися зарядами. Причем, если заряды возбуждаются волной, электрический вектор которой колеблется в плоскости падения, то в результате сложения вторичных волн появляются отраженная и преломленная волны, электрические векторы которых также колеблются в плоскости падения. Аналогично можно сказать, что если заряды возбуждаются волной, электрический вектор которой колеблется перпендикулярно плоскости падения, то в результате сложения вторичных волн появляются отраженная и преломленная волны, электрические векторы которых также колеблются перпендикулярно плоскости падения. На рис. 3.9 в плоскости падения

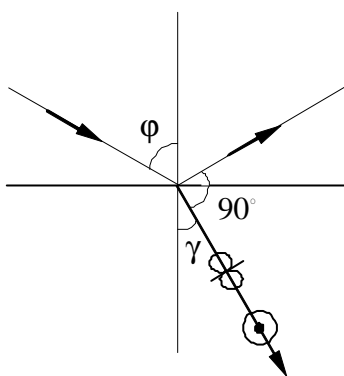


Рис. 3.9

приведены индикатрисы изучения зарядов, колеблющихся в плоскости падения и в плоскости, перпендикулярной ей. Как следует из рисунка, если угол между направлением прошедшей и отраженной волн равен $\frac{\pi}{2}$, то в направлении отраженной волны заряды, колеблющиеся в плоскости падения не излучают, т. е. электри-

ческий вектор отраженной волны перпендикулярен плоскости падения – отраженная волна линейно поляризована.

Если угол между отраженной и прошедшей волнами равен $\frac{\pi}{2}$, то угол преломления $\gamma = \frac{\pi}{2} - \varphi$ и из закона преломления следует

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \gamma} = n_{21} \Rightarrow \frac{\sin \varphi}{\sin \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right)} = n_{21} \Rightarrow \operatorname{tg} \varphi_B = n_{21} . \quad (3.6)$$

Для границы раздела «воздух ($n_1 \approx 1$) – стекло ($n_2 = 1,5$)» угол Брюстера равен 56 град.

Тема 4

Интерференция света. Условие когерентности квазимонохроматических волн. Условие наблюдения максимумов и минимумов интенсивности. Пространственная и временная когерентность

4.1. Интерференция света

Определение. **Интерференция** – это перераспределение интенсивности света в области наложения двух или более волн, т. е. интенсивность не равна сумме интенсивностей отдельных волн. В результате интерференции в области наложения волн, как правило, наблюдаются максимумы и минимумы интенсивности.

Рассмотрим два источника световых волн S_1 и S_2 . Пусть напряженность электрического поля, создаваемого в произвольной точке P первым источником равна \vec{E}_1 , вторым источником – \vec{E}_2 . Согласно принципу суперпозиции, напряженность результирующего поля в точке P будет векторной суммой напряженностей в этой точке отдельных полей

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2. \quad (4.1)$$

Принцип суперпозиции утверждает, что на распространение в среде волны от какого-либо источника не влияет, распространяются или не распространяются в этой среде волны от других источников.

Период световой волны составляет $10^{-14} - 10^{-15}$ с. Существующие в настоящее время приемники излучения (глаз, фотоэлектронные умножители, фотопленка и т. д.) измеряют энергию световой волны, причем любой физический приемник характеризуется временем инерции τ . Для оптического диапазона $\tau \gg T_0$.

Поэтому все приемники излучения измеряют энергетические величины, усредненные за промежуток времени намного больший, чем период колебаний. Например, измеряемая экспериментально такая величина, как интенсивность света, с точностью до постоянного множителя есть

$$I = \langle \vec{E}^2 \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \vec{E}^2 dt. \quad (4.2)$$

Подставив в выражение (4.2) значение вектора напряженности электрического поля из (4.1), получим

$$I = \langle \vec{E}_1^2 \rangle + \langle \vec{E}_2^2 \rangle + 2 \langle \vec{E}_1 \vec{E}_2 \rangle \Rightarrow I = I_1 + I_2 + 2 \langle \vec{E}_1 \vec{E}_2 \rangle. \quad (4.3)$$

Слагаемое $I_{12} = 2 \langle \vec{E}_1 \vec{E}_2 \rangle$ называется интерференционным членом.

Световые волны, а значит, и источники, их порождающие, называются некогерентными, если в любой точке пространства интерференционный член равен нулю. В случае некогерентных волн интенсивность в каждой точке пространства равна сумме интенсивностей отдельных волн: $I = I_1 + I_2$.

Световые волны называются когерентными, если в области их наложения интерференционный член не равен нулю, меняется от $-2\sqrt{I_1 I_2}$ до $2\sqrt{I_1 I_2}$. В случае когерентных волн интенсивность периодически от точки к точке меняется от $(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2$ до $(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2$.

4.2. Условие когерентности квазимонохроматических волн

Определение. Волна называется квазимонохроматической, если напряженность электрического поля в любой точке пространства меняется во времени по закону

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}) \cos[\omega t - \varphi(\vec{r}, t)], \quad (4.4)$$

и выполняется условие

$$\omega \gg \frac{d\varphi}{dt}.$$

Монохроматическая волна является частным случаем квазимонохроматической волны.

Пусть имеются две квазимонохроматические волны

$$\begin{aligned} \vec{E}_1(\vec{r}, t) &= \vec{E}_{10}(\vec{r}) \cos[\omega_1 t - \varphi_1(\vec{r}, t)], \\ \vec{E}_2(\vec{r}, t) &= \vec{E}_{20}(\vec{r}) \cos[\omega_2 t - \varphi_2(\vec{r}, t)]. \end{aligned}$$

В области наложения квазимонохроматических волн интерференционный член равен

$$I_{12} = 2\vec{E}_{10}\vec{E}_{20} \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \cos(\omega_1 t - \varphi_1) \cos(\omega_2 t - \varphi_2) dt.$$

Или, используя тригонометрическое соотношение $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$, имеем

$$I_{12} = \vec{E}_{10}\vec{E}_{20} \left\{ \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \cos[(\omega_1 + \omega_2)t - \varphi_1 - \varphi_2] dt + \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \cos[(\omega_1 - \omega_2)t - \varphi_1 + \varphi_2] dt \right\}. \quad (4.5)$$

Первое слагаемое в выражении (4.5) равно нулю. Для того чтобы второе слагаемое в выражении (4.5) не равнялось нулю, а значит, не равнялся нулю и интерференционный член, необходимо выполнение условий

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega_2, \\ \varphi_1(\vec{r}, t) - \varphi_2(\vec{r}, t) &= const. \end{aligned} \quad (4.6)$$

При выполнении условий (4.6) две квазимонохроматические волны являются когерентными.

Почему интерференция отсутствует при наложении волн от двух независимых источников даже в том случае, если они излучают свет одинакового спектрального состава? Ведь для получения таких волн достаточно свет от различных источников пропустить через один и тот же фильтр. Для ответа на вопрос, почему волны от двух независимых источников некогерентны, рассмотрим механизм излучения света веществом.

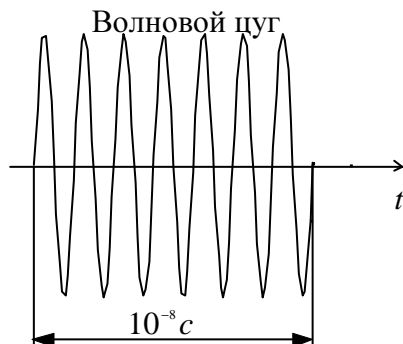


Рис. 4.1

Излучение тела складывается из волн, излучаемых отдельными атомами. Процесс излучения отдельным атомом длится примерно 10^{-8} с. Поэтому волна, излучаемая атомом, может быть в первом приближении представлена в виде *волнового цуга* – обрывки синусоиды длительностью 10^{-8} с и протяженностью около 3 м (рис. 4.1). Свет излучается одновременно огромным коли-

чеством атомов. Атомы излучают цуги независимо друг от друга. Излучаемая телом световая волна представляет собой набор волновых цугов с беспорядочно меняющейся фазой. Поэтому фаза результирующей волны меняется случайным образом, следствием чего является равенство нулю интерференционного члена:

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \cos(\varphi_1(\vec{r}, t) - \varphi_2(\vec{r}, t)) dt = 0 .$$

4.3. Условие наблюдения максимумов и минимумов интенсивности

Найдем изменение интенсивности в интерференционной картине при переходе от одной точки пространства к другой. Пусть имеется два точечных монохроматических источника световых волн (рис. 4.2). Напряженности электрических полей, создаваемые этими источниками в точке наблюдения P , есть

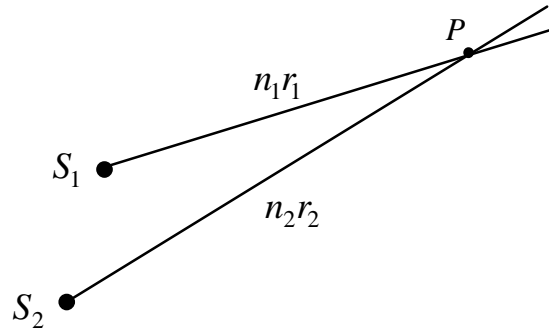


Рис. 4.2

$$E_1 = \frac{E_{10}}{r_1} \cos(\omega t - k_1 r_1),$$

$$E_2 = \frac{E_{20}}{r_2} \cos(\omega t - k_2 r_2).$$
(4.7)

Здесь $k_{1,2} = \frac{2\pi n_{1,2}}{\lambda}$, r_1 и r_2 – расстояния от первого и второго источников световых волн до точки наблюдения. Интенсивность света в точке P можно записать в виде

$$I = I_1 + I_2 + \frac{E_{10} E_{20}}{r_1 r_2} \cos(k_1 r_1 - k_2 r_2).$$
(4.8)

Максимум интенсивности будет наблюдаться при условии $\cos(k_1 r_1 - k_2 r_2) = 1$:

$$k_1 r_1 - k_2 r_2 = 2\pi m \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} (n_1 r_1 - n_2 r_2) = 2\pi m \Rightarrow \Delta r = 2m \frac{\lambda}{2}.$$
(4.9)

Величина $\Delta r = n_1 r_1 - n_2 r_2$ получила название оптической разности хода.

Таким образом, при интерференции двух волн максимум интенсивности наблюдается в точках, для которых оптическая разность хода равна четному числу длин полуволен.

Минимум интенсивности наблюдается в точках, для которых $\cos(k_1 r_1 - k_2 r_2) = -1$:

$$k_1 r_1 - k_2 r_2 = \pi(2m + 1) \Rightarrow \Delta r = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (4.10)$$

4.4. Пространственная и временная когерентность

Определение. Когерентность (от латинского слова *cohaerens* – находящийся в связи) – **коррелированное протекание во времени и пространстве нескольких случайных колебательных или волновых процессов, позволяющее получить при их сложении четкую интерференционную картину.**

4.4.1. Пространственная когерентность

Проведем следующий опыт. На пути монохроматической волны от протяженного источника поставим непрозрачный экран с двумя маленькими отверстиями S_1 и S_2 . Световые пучки, проходя через отверстия, в результате дифракции расширяются и частично перекрываются. Будем наблюдать распределение интенсивности света на втором экране, расположенном на некотором расстоянии от первого. При малом расстоянии между отверстиями на экране наблюдается четкая интерференционная картина. Однако по мере увеличения этого расстояния видимость интерференционной картины (видимость – это величина, равная $V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$, где I_{\max} и I_{\min} – максимальное и минимальное значения интенсивностей в интерференционной картине) уменьшается, и существует критическое расстояние между отверстиями S_1 и S_2 , начиная с которого интерференционная картина исчезает. Это критическое расстояние называется радиусом когерентности (ρ_k). Радиус когерентности характеризует когерентные свойства световой волны в направлении, перпендикулярном распространению этой волны.

Для объяснения пространственной когерентности возьмем источник световой волны в виде плоского диска радиуса r (рис. 4.3). Световую волну, излучаемую диском, представим как сумму волн от бесконечного числа независимых монохроматических точечных источников, расположенных на диске.

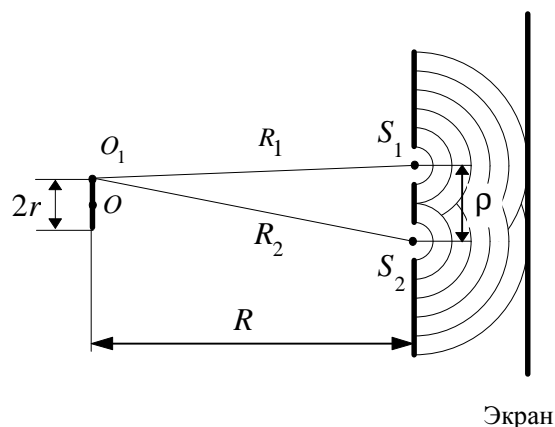


Рис. 4.3

Волны от любого первичного источника, расположенного на диске, доходят до отверстий S_1 и S_2 , которые можно рассматривать как источники вторичных волн. Вторичные волны интерферируют, образуя периодическое изменение интенсивности на экране. Результирующая интерференционная картина есть сумма интерференционных картин, полученных от отдельных первичных источников.

Возьмем на диске точечный источник, расположенный в его центре, – точка O . Волна от этого источника достигает отверстий S_1 и S_2 , которые в свою очередь можно рассматривать как источники вторичных волн. Поскольку расстояния от точки O до точек S_1 и S_2 одинаковы, начальные фазы волн от вторичных источников также одинаковы. В плоскости наблюдения волны от вторичных источников интерферируют, образуя, в зависимости от положения точки наблюдения, периодическое изменение интенсивности.

Возьмем точечный источник, расположенный на краю диска, – точка O_1 . Для этого точечного источника можно провести все те же рассуждения, которые были проведены для точечного источника O . Однако, поскольку расстояния от точки O_1 до отверстий S_1 и S_2 различны, возникает разность начальных фаз волн, излучаемых вторичными источниками:

$$\Delta\varphi = k\Delta r \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(R_2 - R_1). \quad (4.11)$$

Здесь $R_1=O_1S_1$, $R_2=O_1S_2$. При условии $R \gg r$ и $R \gg \rho$ (ρ – расстояние между отверстиями S_1 и S_2 , R – расстояние от источника излучения (диска) до экрана с отверстиями) имеем

$$R_1 = \left(R^2 + \left(\frac{\rho}{2} - r \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} = R \left(1 + \frac{1}{2R^2} \left(\frac{\rho}{2} - r \right)^2 \right), \quad (4.12)$$

$$R_2 = \left(R^2 + \left(\frac{\rho}{2} + r \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} = R \left(1 + \frac{1}{2R^2} \left(\frac{\rho}{2} + r \right)^2 \right). \quad (4.13)$$

Используя (4.12), (4.13), запишем выражение для разности начальных фаз волн от вторичных источников

$$\Delta\varphi = k \frac{1}{2R} \left[\left(\frac{\rho}{2} + r \right)^2 - \left(\frac{\rho}{2} - r \right)^2 \right] = \frac{2\pi r \rho}{R\lambda} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{\lambda} \rho \theta. \quad (4.14)$$

Здесь $\theta = \frac{2r}{R}$ – угловой размер источника.

Наличие разности начальных фаз волн от вторичных источников приводит к смещению на экране интерференционной картины по сравнению с интерференционной картиной, полученной при условии, что $\Delta\varphi = 0$. Если $\Delta\varphi = \pi$, то максимумы в интерференционной картине, полученной при использовании в качестве первичного источника точки O , совпадают с минимумами интенсивности в интерференционной картине, полученной при использовании в качестве первичного источника точки O_1 . Наложение двух таких интерференционных картин приводит к исчезновению в плоскости наблюдения зависимости интенсивности от пространственной координаты. Таким образом, выражение (4.14) может быть использовано для нахождения радиуса пространственной когерентности:

$$\frac{\pi}{\lambda} \rho_{\kappa} \theta = \pi \Rightarrow \rho_{\kappa} = \frac{\lambda}{\theta}. \quad (4.15)$$

Из выражения (4.15) следует, что по мере удаления от источника световой волны радиус пространственной когерентности возрастает.

4.4.2. Временная когерентность

Волну от источника света S с помощью полупрозрачного зеркала разделим на две волны (рис. 4.4). Одна из волн доходит до зеркала Z_1 , отражается и частично проходит через полупрозрачное зеркало. Вторая волна доходит до зеркала Z_2 , отражается, возвращается к полу-

прозрачному зеркалу и частично отражается от него. Полученные таким образом две волны интерферируют, и на экране наблюдаются максимумы и минимумы интенсивности. Зафиксируем положение одного из зеркал, например, Z_1 . Второе зеркало будем передвигать вдоль направления распространения света. Если l_1 и l_2 расстояния

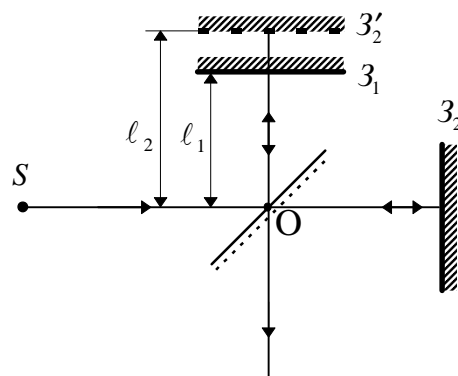


Рис. 4.4

от точки деления O световых волн на полупрозрачном зеркале до зеркал Z_1 и Z_2 , оптическая разность хода интерферирующих волн равна

$$\Delta r = 2n(l_2 - l_1). \quad (4.16)$$

При распространении световых волн в воздухе $n \approx 1$, поэтому $\Delta r = 2(l_2 - l_1)$.

Будем наблюдать зависимость видности интерференционной картины от $2(l_2 - l_1)$. По мере удаления зеркала Z_2 от зеркала Z_1 видность интерференционной картины уменьшается. Существует критическое расстояние между зеркалами, при котором интерференционная картина исчезает. Это критическое расстояние называется длиной когерентности (l_k). Наряду с понятием длины когерентности вводится понятие времени когерентности: $\tau_k = l_k / c$. Длина, время когерентности характеризуют когерентные свойства световой волны вдоль направления ее распространения.

Вновь рассмотрим квазимонохроматические волны. Как уже отмечалось, условием их когерентности является постоянство во времени разности фаз интерферирующих волн. Однако для реальных волн разность фаз всегда меняется во времени. Поэтому для того чтобы наблюдалась интерференция, необходимо, чтобы за время инерции приемника τ изменение разности фаз было бы незначительным.

Из вышесказанного следует, что **понятие когерентности является относительным понятием**. При наблюдении с одним регистрирующим прибором волны могут вести себя как когерентные, а при наблюдении с другим регистрирующим прибором как некогерентные.

Можно показать, что длина когерентности (время когерентности) зависит от некогерентности световой волны

$$l_k \sim \frac{1}{\Delta\omega}, \quad (4.17)$$

где $\Delta\omega$ – спектральная ширина световой волны.

Монохроматическая волна имеет бесконечно большую длину когерентности.

Длина когерентности солнечного света составляет несколько микрон.

Длина когерентности *He-Ne*-лазера ЛГ-52 (лазеры такого типа, как правило, используются в измерительных оптических установках) составляет 10 – 20 см.

Тема 5

Интерференция в тонких пленках. Интерферометры

5.1. Интерференция в тонких пленках

Определение. Пленка называется тонкой, если ее толщина много меньше длины когерентности световой волны, падающей на эту пленку. Понятие тонкой пленки является относительным. Для одной волны пленка может быть тонкой, для другой волны – «толстой».

5.1.1. Интерференция плоской монохроматической волны в плоскопараллельном слое (пленке)

Пусть имеется пленка в виде плоскопараллельного слоя вещества с показателем преломления n_2 и толщиной d . Пленка расположена в среде с показателем преломления n_1 (рис. 5.1). Для определенности будем считать, что $n_2 > n_1$. На плоскопараллельный слой вещества падает под углом ϕ плоская монохроматическая волна. На верхней поверхности пленки волна частично отражается и частично преломляется (γ – угол преломления).

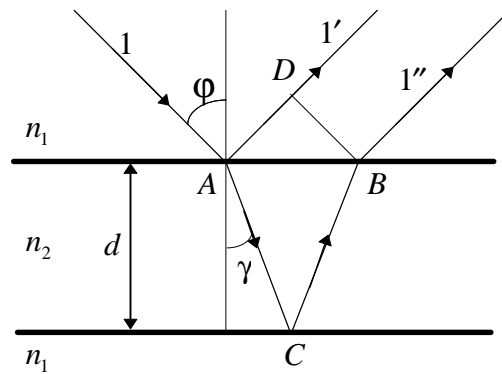


Рис. 5.1

Преломленная волна достигает нижней поверхности пленки и на ней вновь частично отражается и частично преломляется. Преломленная волна нас интересовать не будет. Отраженная от нижней поверхности пленки волна доходит до верхней поверхности, частично отражается и частично преломляется. Будем рассматривать интерференцию волны, отраженной от верхней поверхности, и волны, преломленной на верхней поверхности, отраженной от нижней поверхности и вновь преломленной на верхней поверхности. На рис. 5.1 эти волны изображены лучами $1'$ и $1''$. Для нахождения оптической разности хода между этими волнами через точку B проведем прямую BD , перпендикулярную лучам $1'$ и $1''$. Начиная от прямой BD , оптический путь,

проходимый обеими волнами, одинаков. Оптическая разность хода между двумя волнами возникает на участке от точки P до прямой BD

$$\Delta r = 2n_2 AC - n_1 AD - \frac{\lambda}{2}. \quad (5.1)$$

Здесь λ – длина волны в среде с показателем преломления n_1 . Дополнительная оптическая разность хода $\lambda/2$ в выражении (5.1) появляется из-за скачкообразного изменения на π фазы волны, отраженной от границы раздела «оптически менее плотная – оптически более плотная среды» (это верхняя поверхность пленки), по сравнению с фазами падающей и прошедшей волн ($\Delta\varphi = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r = \pi \Rightarrow \Delta r = \frac{\lambda}{2}$). Используя соотношения $AC = d/\cos \gamma$, $AD = 2d \operatorname{tg} \gamma \sin \varphi$ и закон преломления $n_1 \sin \varphi = n_2 \sin \gamma$, легко показать, что

$$\Delta r = 2n_2 d \cos \gamma - \frac{\lambda}{2}. \quad (5.2)$$

Из условия наблюдения при интерференции максимума ($\Delta r = m\lambda$) или минимума ($\Delta r = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$) следует

$$2n_2 d \cos \gamma = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \quad (\text{максимум}), \quad (5.3)$$

$$2n_2 d \cos \gamma = m\lambda \quad (\text{минимум}). \quad (5.4)$$

Меняя угол падения плоской монохроматической волны на плоскопараллельный слой, будем наблюдать изменение интенсивности отраженной волны.

При падении на плоскопараллельный слой белого света для одних длин волн выполняется условие максимума отражения, для других – минимума отражения. Поэтому в отраженном свете слой кажется окрашенным.

Возможность ослабления света вследствие его интерференции в пленке широко используется в современной оптике. На поверхности оптических элементов наносят пленки, толщину и показатель преломления которых подбирают из условия наблюдения минимума для волны с $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-7}$ м (зеленый цвет) и $\varphi = \gamma = 0$. Такая оптика называется *просветленной оптикой*.

5.1.2. Интерференция в клинообразной пленке

Рассмотрим интерференцию волны в пленке с изменяющейся толщиной. Самой простой пленкой такого вида является клинообразная пленка (рис. 5.2). Пусть на такую пленку падает плоская монохроматическая волна. Вновь, как и в случае плоскопараллельного слоя, рассмотрим интерференцию волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей пленки. Будем наблюдать интерференционную картину на верхней поверхности пленки. Выражение для оптической разности хода интерферирующих волн в случае клинообразной пластинки совпадает с аналогичным выражением для плоскопараллельной пленки при условии, что толщина d заменяется на d_{cp} (d_{cp} – средняя толщина клинообразной пленки между точками A и B)

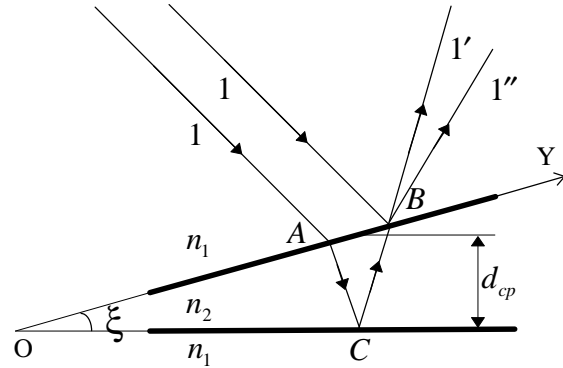


Рис. 5.2

Выражение для оптической разности хода интерферирующих волн в случае клинообразной пластинки совпадает с аналогичным выражением для плоскопараллельной пленки при условии, что толщина d заменяется на d_{cp} (d_{cp} – средняя толщина клинообразной пленки между точками A и B)

$$\Delta r = 2n_2 d_{cp} \cos \gamma - \frac{\lambda}{2}. \quad (5.5)$$

Вблизи поверхности клинообразной пленки будут наблюдаться интерференционные полосы. Найдем их период. Вдоль верхней поверхности пленки направим ось Y . Расстояния вдоль оси будем откладывать от основания клина – точки O . Расстояние от основания клина до точки наблюдения на ее поверхности связано с толщиной пленки простым выражением $y = d / \sin \xi \approx d / \xi$ (ξ – угол при основании клина). Период интерференционных полос найдем, используя условие наблюдения при интерференции m -го и $m+1$ -го максимумов интенсивности,

$$2n_2 \xi y_m \cos \gamma = (2m+1) \frac{\lambda}{2}, \quad (5.6)$$

$$2n_2 \xi y_{m+1} \cos \gamma = (2m+3) \frac{\lambda}{2}. \quad (5.7)$$

Вычтя из выражения (5.7) выражение (5.6), получим

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda}{2n_2 \xi \cos \gamma}. \quad (5.8)$$

Для того чтобы при длине волны $\lambda=0,5$ мкм можно было бы визуально наблюдать интерференционные полосы ($\Delta y \geq 0,2$ мм) для среды с $n_2=1,5$ и $\gamma=0$, угол при основании клина должен удовлетворять условию

$$\xi \leq \frac{5}{6} 10^{-3} \text{ рад} \approx 3'.$$

5.1.3. Кольца Ньютона

Кольца Ньютона наблюдаются при интерференции света в тонком воздушном слое, образованном при соприкосновении выпуклой поверхности плосковыпуклой линзы с плоской поверхностью (рис. 5.3).

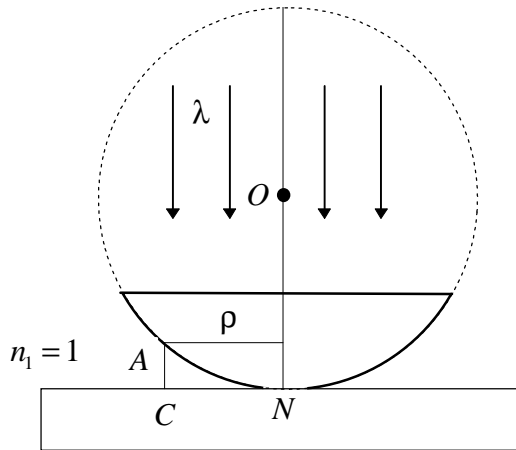


Рис. 5.3

Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально на плоскую поверхность линзы и частично отражается от верхней и нижней поверхностях воздушного промежутка. Возникающая интерференционная картина имеет вид колец. В центре располагается темное пятно. Найдем радиусы темных и светлых колец.

Оптическая разность хода между волнами, отраженными от верхней и нижней поверхностей в точке A , есть

$$\Delta r = 2AC + \frac{\lambda}{2}. \quad (5.9)$$

Обозначим ρ расстояние от точки A до прямой ON . Тогда, используя известное из геометрии выражение (квадрат высоты, опущенной из прямого угла на гипотенузу, равен произведению отрезков, на которые основание высоты делит гипотенузу), получим

$$\rho^2 = AC(2R - AC) \Rightarrow \rho \approx \sqrt{2RAC}. \quad (5.10)$$

Здесь R радиус кривизны поверхности линзы. При записи (5.10) считали, что $R \gg AC$. Используя (5.10) и (5.9), а также условия наблюдения мак-

симула при интерференции двух волн, получим выражение для радиусов светлых колец

$$\rho_m = \sqrt{(2m-1)\frac{R\lambda}{2}}. \quad (5.11)$$

Аналогично можно записать выражение для радиусов темных колец

$$\rho'_m = \sqrt{mR\lambda}. \quad (5.12)$$

Форма колец Ньютона очень чувствительна к наличию неровностей как на верхней, так и нижней поверхностях пленки. Поэтому наблюдение колец Ньютона позволяет осуществить точный контроль качества, например, шлифовки плоских пластин, линз.

5.2. Интерферометры

Определение. Интерферометры – это приборы, в основу действия которых положено явление интерференции света.

Рассмотрим принцип действия некоторых интерферометров.

5.2.2. Интерферометр Жамена

Интерферометр Жамена применяется для точных измерений показателя преломления газа, его зависимости от температуры, давления, влажности. На рис. 5.4 приведена оптическая схема интерферометра Жамена. Две толстые плоскопараллельные пластины установлены почти параллельно друг другу. Свет от монохроматического источника S падает на первую пластинку под углом, близким к 45° . Часть лучей отражается от верхней, а часть лучей от нижней поверхностей пластинки. Поэтому от первой пластинки пойдут два световых пучка 1 и 2 на некотором расстоянии друг от друга. Попадая на вторую пластинку, каждый из этих пучков вновь раздваивается. Условию когерентности удовлетворяют волны, изображенные на рис. 5.4 лучами $1''$ и $2'$.

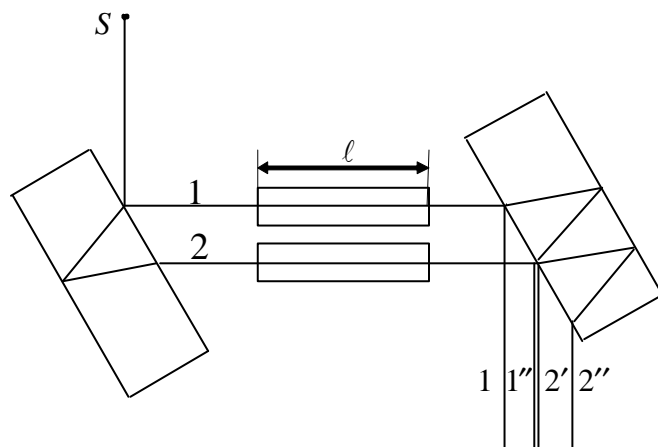


Рис. 5.4

Отраженные от первой пластинки световые пучки проходят две одинаковые кюветы длиной ℓ . Если одна из кювет заполнена газом с известным абсолютным показателем преломления n_1 , а вторая кювета газом с неизвестным показателем преломления n_2 , то оптическая разность хода между интерферирующими волнами есть $\Delta r = \ell(n_2 - n_1)$. Зная, на сколько порядков смещается интерференционная картина при наличии неизвестного газа, получим

$$n_2 = n_1 + \frac{m\lambda}{\ell}, \quad (5.13)$$

где m – порядок интерференционного максимума.

5.2.2. Интерферометр Майкельсона

Оптическая схема интерферометра Майкельсона приведена на рис. 5.5. Монохроматический свет от источника S падает под углом 45° на стеклянную пластинку, задняя поверхность которой покрыта

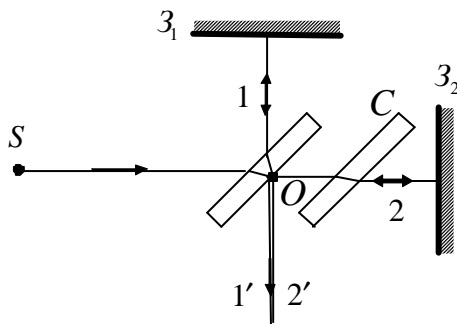


Рис. 5.5

тонким полупрозрачным слоем серебра или алюминия (полупрозрачное зеркало). Часть света отражается (луч 1), а часть света проходит (луч 2). Световой пучок разделяется на два пучка, распространяющихся в двух взаимно ортогональных направлениях. Отраженный от полупрозрачного зеркала световой пучок доходит до зеркала Z_1 , отражается, вновь доходит до полупрозрачного зеркала, частично отражается (эта часть пучка нас интересовать не будет) и частично проходит (луч $1'$). Прошедший полупрозрачное зеркало световой пучок проходит стеклянную плоскопараллельную пластинку C , толщина которой равна толщине полупрозрачного зеркала, отражается от зеркала Z_2 , вновь проходит стеклянную пластинку C , доходит до полупрозрачного зеркала, частично проходит (эта часть пучка нас также интересовать не будет) и частично отражается (луч $2'$). Роль стеклянной пластинки заключается в том, чтобы в стекле как луч 1, так и луч 2 проходили одинаковый оптический путь. Наблюдается

интерференция световых пучков, изображенных на рис. 5.5 лучами I' и $2'$. Результат интерференции зависит от их оптической разности хода. Если расстояние от точки O до зеркала Z_1 обозначить ℓ_1 , а расстояние от точки O до зеркала $Z_2 - \ell_2$, то оптическая разность хода есть

$$\Delta r = 2n_1(\ell_1 - \ell_2).$$

Смещение одного из зеркал на $\lambda/4$ приводит к изменению интенсивности от максимального до минимального значения. Таким образом, по изменению интерференционной картины можно определить малые смещения одного из зеркал.

Тема 6

Дифракция света. Принцип Гюйгенса – Френеля.

Доказательство прямолинейности распространения света

6.1. Дифракция света. Принцип Гюйгенса – Френеля

Определение. Дифракция – это отклонение света от прямолинейного распространения, если оно не может быть объяснено как результат отражения, преломления или изгибания световых лучей в средах с непрерывно меняющимся показателем преломления.

Всякая дифракционная задача, если ее рассматривать строго, сводится к решению системы уравнений Максвелла с определенными граничными условиями. При такой постановке в связи с большими математическими сложностями найдены аналитические решения лишь в случае дифракции на простейших идеализированных объектах (шар, цилиндр, ...) В оптике большое распространение получили нестрогие методы решения дифракционных задач.

Один из наиболее распространенных нестрогих методов основан на принципе Гюйгенса – Френеля. При формулировке принципа Гюйгенса Френеля можно выделить ряд положений:

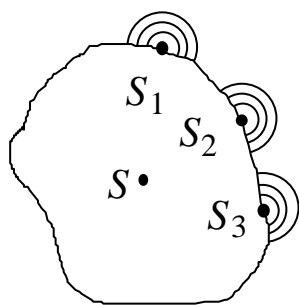


Рис. 6.1

а) волну от первичного источника S можно заменить волнами от вторичных источников S_1, S_2, S_3, \dots , расположенных на замкнутой поверхности, внутри которой находится первичный источник (рис. 6.1);

б) вторичные источники когерентны, поэтому волны, излучаемые ими, интерферируют;

в) если вторичные источники располагаются на волновой поверхности, то

- 1) интенсивность волн, излучаемая вторичными источниками, одинакова;
- 2) вторичные источники в основном излучают энергию по нормали к волновой поверхности и не излучают в направлении касательной к волновой поверхности.

Пусть первичный источник находится в однородной изотропной среде. Тогда вторичные источники – это источники сфериче-

ских волн. Возьмем на поверхности, окружающей первичный источник, элементарную площадку dS (рис. 6.2). Напряженность электрического поля в точке M , получающаяся в результате интерференции в этой точке волн от вторичных источников, расположенных на площадке dS , можно записать в виде

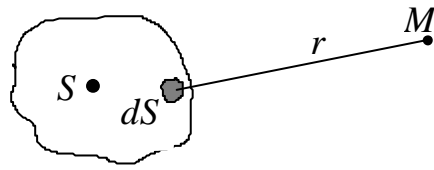


Рис. 6.2

$$dE = K \frac{a_0 dS}{r} \cos(\omega t - kr - \varphi_0). \quad (6.1)$$

Здесь r – расстояние от площадки dS до точки M , a_0 и φ_0 – постоянные, определяемые волной от первичного источника в месте расположения площадки. Коэффициент K зависит от угла между нормалью к площадке dS и направлением от площадки к точке M . Если угол равен нулю, этот коэффициент максимален, если угол равен $\frac{\pi}{2}$, коэффициент $K=0$.

Напряженность электрического поля, создаваемого всеми вторичными источниками, расположенными на замкнутой поверхности Σ , есть

$$E = \oint_{\Sigma} K \frac{a_0}{r} \cos(\omega t - kr - \varphi_0) dS. \quad (6.2)$$

Выражение (6.2) является математической записью принципа Гюйгенса – Френеля.

6.2. Доказательство прямолинейности распространения света

Рассмотрим распространение света в однородной изотропной среде. Пусть имеется точечный источник монохроматического света S . Покажем, что энергия световой волны из точки S в точку M распространяется по прямой, проходящей через эти точки (рис. 6.3). Волновыми поверхностями света от точечного источника являются сферические поверхности. Построим сферическую волновую поверхность радиуса R . Точки этой поверхности будем считать точечными источниками вторичных волн. Расстояние от точки O до точки M обозначим L .

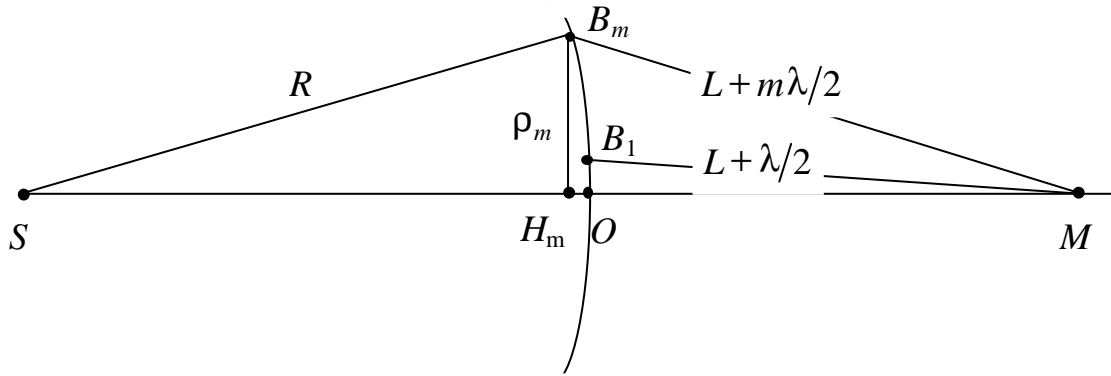


Рис. 6.3

Френель предложил оригинальный метод группировки вторичных источников, получивший название метода зон Френеля. На сферической поверхности из точки M как из центра проведем окружности, расстояния от точек которых до точки M равны $L + \frac{\lambda}{2}$, $L + 2\frac{\lambda}{2}, \dots, L + m\frac{\lambda}{2}, \dots$. Сфера разбилась на зоны, m -я зона ограничена окружностями, расстояния от точек которых до точки M равны $L + m\frac{\lambda}{2}$ и $L + (m+1)\frac{\lambda}{2}$.

Если рассматривать интерференцию в точке M волн от вторичных источников, расположенных в пределах какой-то одной зоны, то, поскольку оптическая разность хода этих волн меньше $\frac{\lambda}{2}$, не происходит их гашения. Если рассматривать вторичные источники, расположенные в соседних зонах, то для любого вторичного источника в m -й зоне можно найти вторичный источник в $m+1$ -й зоне, оптическая разность хода волн которых в точке M равна $\frac{\lambda}{2}$. Таким образом, при интерференции волн от вторичных источников, расположенных в соседних зонах, наблюдается их гашение. Обозначим через A_m амплитуду волны в точке M , полученную в результате интерференции в этой точке волн от вторичных источников, расположенных в m -й зоне. Тогда амплитуда волны в точке M как результат интерференции волн от вторичных источников всех зон Френеля есть

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \quad (6.3)$$

Величина амплитуды A_m зависит от площади m -й зоны и от угла между нормалью к поверхности зоны в какой либо точке зоны и прямой, проходящей через эту точку и точку M . Площади всех зон Френеля одинаковы, а угол между нормалью к поверхности зоны в какой-либо точке зоны и прямой, проходящей через эту точку и точку M , с увеличением номера зоны возрастает. Таким образом, с ростом номера зоны амплитуда A_m уменьшается

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_m > \dots \quad (6.4)$$

Предположим, что с увеличением номера зоны амплитуда A_m уменьшается монотонно, т. е.

$$A_m = \frac{A_{m+1} + A_{m-1}}{2} \quad (6.5)$$

Амплитуду волны в точке M можно переписать в виде

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots \quad (6.6)$$

Выражения в скобках равны нулю и при $m \rightarrow \infty$ имеем

$$A = \frac{A_1}{2} \quad (6.7)$$

Таким образом, амплитуда в точке M определяется половиной амплитуды волны, получаемой в точке M при интерференции волн от вторичных источников, расположенных в пределах первой зоны.

Найдем радиус m -й зоны (ρ_m). Из $\Delta SB_m H_m$ (рис. 6.3) имеем

$$\rho_m^2 = R^2 - (R - OH_m)^2 \quad (6.8)$$

Из $\Delta MB_m H_m$ имеем

$$\rho_m^2 = \left(L + m \frac{\lambda}{2} \right)^2 - (L + OH_m)^2 \quad (6.9)$$

Приравнивая правые части выражений (6.8) и (6.9) и пренебрегая слагаемым $\left(m \frac{\lambda}{2} \right)^2$, найдем $OH_m = \frac{m\lambda L}{2(R+L)}$. Подставив OH_m в (6.8) или (6.9) и пренебрегая слагаемым $(OH_m)^2$, найдем радиус m -й зоны

$$\rho_m = \sqrt{\frac{mRL}{(R+L)}} \lambda. \quad (6.10)$$

Используя выражение (6.10), оценим радиус первой зоны Френеля при условии, что $R=L=1\text{ м}$, $\lambda=5 \cdot 10^{-7}\text{ м}$. Тогда $\rho_1=0,5\text{ мм}$. Таким образом, свет от точки S к точке M распространяется в пределах очень узкого канала. Это и объясняет с волновой точки зрения прямолинейное распространение света в однородной изотропной среде.

Существуют ли зоны Френеля?

Поставим на пути световой волны непрозрачный экран с круглым отверстием, радиус которого равен радиусу первой зоны Френеля. Тогда, если все вышеизложенное справедливо, интенсивность в точке M должна возрасти в 4 раза. Опыт говорит, что действительно интенсивность в точке M возрастает в 4 раза.

Волны от вторичных источников, расположенных в четных и нечетных зонах Френеля, приходят в точку M в противофазе. Интенсивность в точке M резко возрастет, если на пути световой волны поставить пластинку, которая бы перекрывала либо нечетные ($A = -A_2 - A_4 - A_6 - \dots$), либо четные ($A = A_1 + A_3 + A_5 + \dots$) зоны Френеля. **Такая пластинка называется зонной пластинкой.**

Интенсивность света в точке M еще больше возрастет, если на пути световой волны поставить пластинку, которая вносит в волны, идущие от вторичных источников четных или нечетных зон, дополнительную оптическую разность хода $\frac{\lambda}{2} + \lambda p$ (p – целое число). Тогда амплитуда волны в точке M будет

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + \dots$$

Такая пластинка называется фазовой пластинкой.

Тема 7

Дифракция Френеля на круглом отверстии, на круглом диске.

Дифракция Фраунгофера на щели

В зависимости от расстояния (R) между источником световой волны и объектом, на котором волна дифрагирует, и от расстояния (L) между объектом и плоскостью наблюдения все дифракционные явления делятся на дифракционные явления Френеля (дифракция Френеля, расстояния R и L конечны) и дифракционные явления Фраунгофера (дифракция Фраунгофера, $R \rightarrow \infty$, $L \rightarrow \infty$). При дифракции на круглом отверстии радиуса a дифракция Фраунгофера наблюдается при условии $R \gg ka^2/2$, $L \gg ka^2/2$.

7.1. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Пусть сферическая монохроматическая волна падает на круглое отверстие в непрозрачном экране. Будем рассматривать распределение интенсивности в плоскости, расположенной перпендикулярно прямой, проходящей через источник световой волны и центр отверстия (рис. 7.1). Метод зон Френеля позволяет достаточно просто найти интенсивность света для точек, лежащих на прямой SM . В качестве поверхности, на которой располагаются вторичные источники, возьмем сферическую поверхность с радиусом, равным расстоянию от точки S до края отверстия ($R=SA=SO$). Расстояние OM вновь обозначим через L .

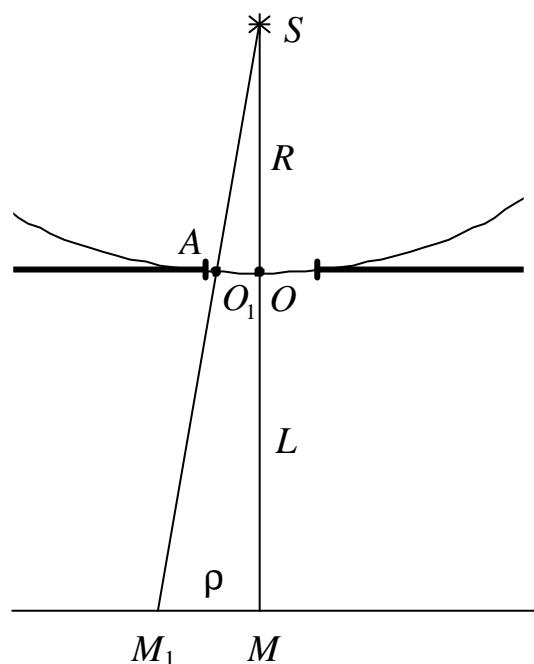


Рис. 7.1

Если на отверстии укладывается четное число зон Френеля (p – четное), то амплитуда поля в точке M есть

$$A = \frac{A_1}{2} - \frac{A_{p+1}}{2}. \quad (7.1)$$

Если на отверстии укладывается нечетное число зон Френеля (p – нечетное), то, амплитуда поля в точке M есть

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_p}{2} . \quad (7.2)$$

Таким образом, перемещая экран вдоль прямой SM , т. е. меняя расстояние L , а значит и число зон, укладываемых на круглом отверстии, заметим, что точка M на экране последовательно оказывается то светлой, то темной.

Чтобы найти амплитуду поля в точке M_1 , необходимо построить для этой точки зоны Френеля, центр которых находится в точке O_1 . Поскольку расстояние от точки M_1 до точки O_1 отличается от расстояния L , число зон Френеля для точки M_1 отличается от числа зон Френеля для точки M . Кроме того, часть зон оказывается частично перекрытой непрозрачным экраном, что существенно осложняет нахождение амплитуды поля в точке M_1 . Тем не менее качественно можно утверждать, что поскольку по мере удаления точки M_1 от точки M количество зон монотонно

меняется, интенсивность также будет периодически изменяться. На экране будут наблюдаться светлые и темные кольца с центром в точке M . На рис. 7.2 приведена зависимость интенсивности дифрагированной волны от ρ (ρ – расстояние от точки M до точки M_1 в плоскости наблюдения), рассчитанная с использованием интеграла Френеля, при нормальном падении на отверстие диаметром 40λ плоской волны ($R=\infty$). Плоскость наблюдения расположена на расстоянии 20λ от плоскости отверстия.

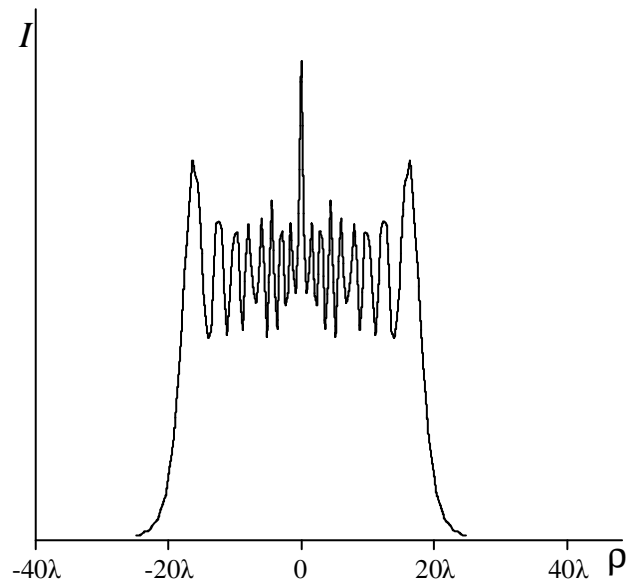


Рис.7.2

7.2. Дифракция Френеля на круглом диске (задача Пуассона)

Пусть сферическая монохроматическая волна падает на круглый непрозрачный диск. Как и при дифракции на круглом отверстии, распределение интенсивности будем рассматривать в плоскости, расположенной перпендикулярно прямой, проходящей через источник световой волны и центр диска (рис. 7.3). Вновь в качестве поверхности, на которой располагаются вторичные источники, возьмем сферическую поверхность с радиусом, равным расстоянию от точки S до края диска ($R=SA=SO$). Рассмотрим амплитуду поля в точке M . Пусть для точки M диск перекрывает p -1 зон Френеля. Тогда амплитуда поля в точке M есть

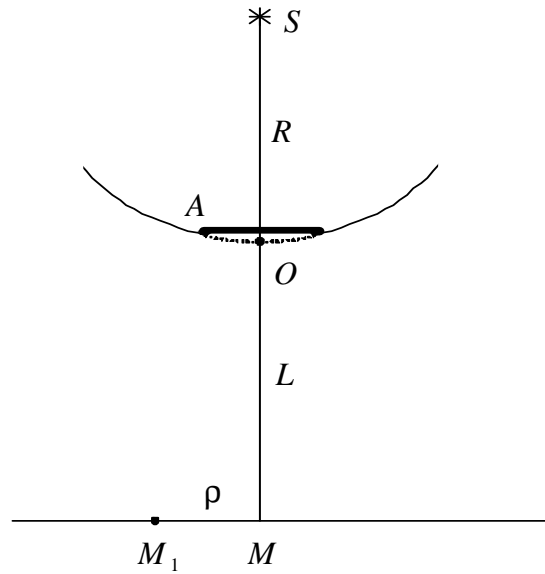


Рис.7.3

$$A = A_p - A_{p+1} + A_{p+2} - A_{p+3} + \dots = \frac{A_p}{2}. \quad (7.3)$$

Если число зон небольшое, то интенсивность поля в точке M при наличии и при отсутствии круглого диска оказывается примерно одинаковой. Этот результат, впервые полученный Пуассоном, казался ему настолько неправдоподобным, что Пуассон посчитал, что он опроверг представление о свете I как о волне, на основании которого и было получено выражение (7.3). Однако эксперимент по изучению распределения интенсивности волны в плоскости наблюдения при дифракции Френеля на круглом диске показывает, что действительно интенсивность света в точке M не равна нулю. На рис. 7.4 приведена зависимость интенсивности

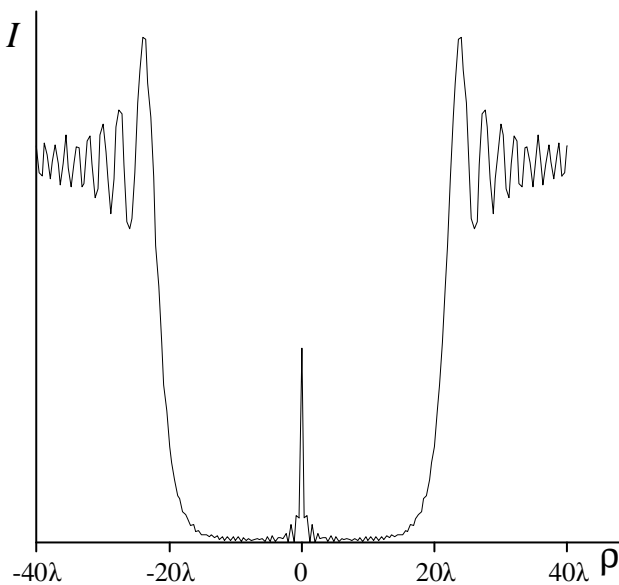


Рис.7.4

сти дифрагированной волны от ρ , рассчитанная с использованием интеграла Френеля, при нормальном падении на диск диаметром 40λ плоской монохроматической волны. Плоскость наблюдения расположена на расстоянии 20λ от диска.

7.3. Дифракция Фраунгофера на щели

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера на длинной прямоугольной щели. Ширину щели AB обозначим через b , ее длину будем считать бесконечной. Пусть на щель падает нормально плоская монохроматическая волна (рис. 7.5). Используя принцип Гюйгенса – Френеля, поле за щелью найдем как результат интерференции волн от вторичных

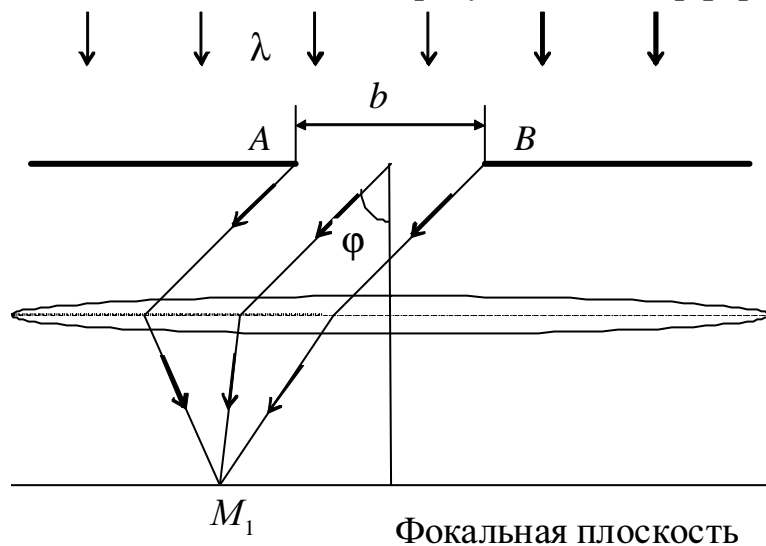


Рис.7.5

источников, расположенных на волновой поверхности. В качестве волновой поверхности возьмем плоскость, в которой располагается щель. Распределение интенсивности будем рассматривать в фокальной плоскости линзы, расположенной за щелью (фокальная плоскость линзы является изображением плоскости, находящейся на бесконечности).

Рассмотрим волны, распространяющиеся от вторичных источников под углом φ к направлению падающей на щель волны. Линза собирает эти волны в фокальной плоскости в точку M_1 .

Щель разобьем на зоны Френеля в виде полос, параллельных граням щели, шириной $\Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin \varphi}$. Оптическая разность хода световых лучей, проведенных из точек, лежащих на краях зоны, в направлении распространения вторичных волн равна $\Delta x \sin \varphi = \frac{\lambda}{2}$. Все зоны совершенно одинаковы, поэтому при интерференции волн от вторич-

ных источников двух соседних зон амплитуда результирующей волны равна нулю. В точке M_1 будет наблюдаться минимум интенсивности, если на размере щели укладывается четное число зон Френеля:

$$\frac{b}{\Delta x} = 2m \Rightarrow b \sin \varphi = 2m \frac{\lambda}{2}, \quad m - \text{целое число.} \quad (7.4)$$

В точке M_1 будет наблюдаться максимум интенсивности, если на размере щели укладывается нечетное число зон Френеля:

$$\frac{b}{\Delta x} = 2m + 1 \Rightarrow b \sin \varphi = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (7.5)$$

Число m называется порядком дифракционного максимума. С увеличением угла φ ширина зон Френеля уменьшается, поэтому с ростом порядка дифракционного максимума падает и его интенсивность.

Использование метода зон Френеля при изучении дифракции Фраунгофера на щели позволяет сравнительно просто найти положение точек в фокальной плоскости, в которых будет наблюдаться максимум или минимум интенсивности.

Рассмотрим точное решение этой задачи.

Возьмем ось X и направим ее вдоль щели. За начало отсчета выберем точку A (рис. 7.6). Щель разобьем на бесконечно узкие полоски шириной dx . Найдем поле, получаемое при интерференции волн от вторичных источников, расположенных в пределах такой полоски. По-прежнему рассматриваем волны от вторичных источников, распространяющиеся под углом φ по направлению к падающей волне. Амплитуда поля, создаваемая в точке M_1 фокальной плоскости при интерференции волн от вторичных источников, расположенных в пределах полоски, прямо пропорциональна ширине этой полоски

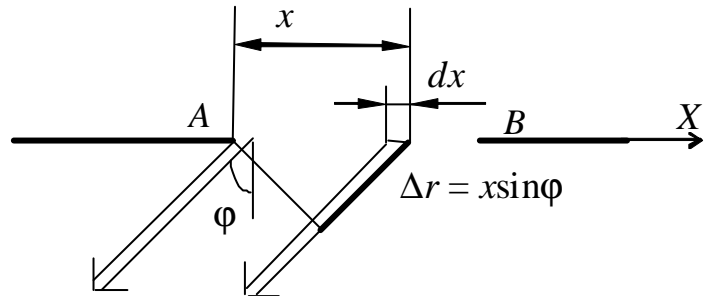


Рис. 7.6

$$dA = Cdx.$$

Здесь C – коэффициент пропорциональности. Если на щель падает монохроматическая волна, то волны, создаваемые вторичными источниками, тоже монохроматические.

Пусть бесконечно узкая полоска располагается вблизи края щели. Тогда напряженность поля, создаваемого в точке M_1 вторичными источниками этой полоски, можно записать следующим образом:

$$dE(x=0) = Cdx \cos \omega t .$$

Если бесконечно узкая полоска располагается на расстоянии x от края щели, то напряженность поля, создаваемая в точке M_1 вторичными источниками этой полоски, есть

$$dE(x) = Cdx \cos(\omega t - k\Delta r). \quad (7.6)$$

Дополнительная фаза $k\Delta r = kx \sin \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi$ в выражении (7.6) обусловлена тем, что по мере удаления бесконечно узкой полоски от края щели увеличивается оптический путь (на величину $x \sin \varphi$), проходимый волнами от вторичных источников до точки M_1 .

Напряженность поля, создаваемого в точке M_1 всеми вторичными источниками, расположенными в пределах щели, есть

$$\begin{aligned} E &= \int_0^b dE = C \int_0^b \cos(\omega t - kx \sin \varphi) dx = \\ &= Cb \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \right] \cos\left(\omega t - \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right). \end{aligned} \quad (7.7)$$

Учитывая связь между интенсивностью и напряженностью электрического поля световой волны $I = \langle E^2 \rangle$ и используя выражение (7.7), получим

$$I(\varphi) = I_0 \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \right)^2, \quad (7.8)$$

где $I_0 = \frac{C^2 b^2}{2}$ – интенсивность света при $\varphi=0$.

На рис. 7.7 приведен график изменения интенсивности света в зависимости от $\sin\varphi$.

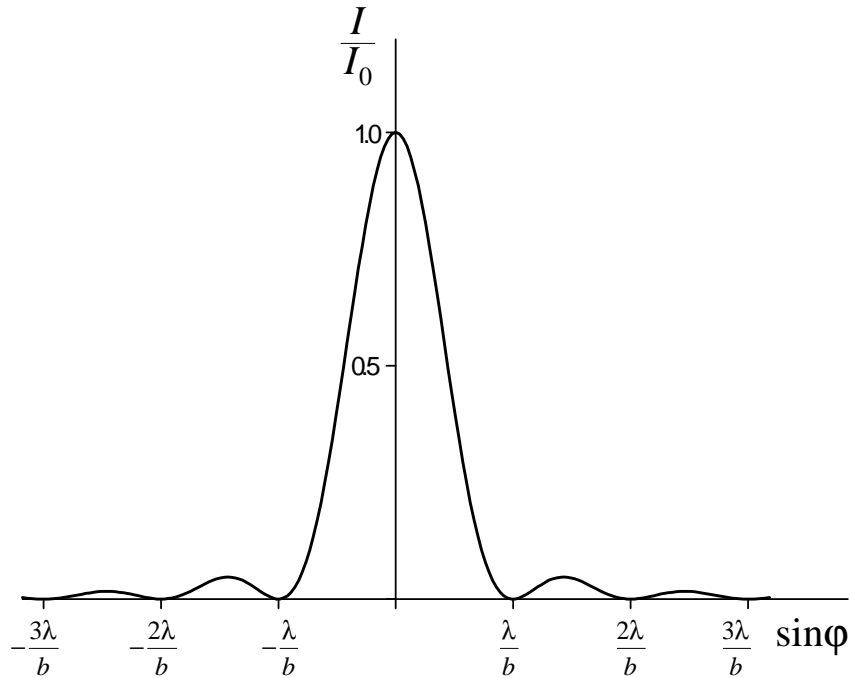


Рис. 7.7

Из выражения (7.8) видно, что минимум интенсивности наблюдается при условии $\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right) = 0$, т. е.

$$\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = \pi m \Rightarrow b \sin \varphi = \lambda m.$$

Условия наблюдения минимумов интенсивности, полученные как с использованием точной формулы, описывающей распределение интенсивности в зависимости от угла φ , так и с использованием метода зон Френеля, совпадают.

Между минимумами расположены побочные максимумы, положение которых определим, приравняв производную функции (7.8) нулю

$$\frac{dI}{d\varphi} = 0. \tag{7.9}$$

Условие наблюдения максимумов примет вид

$$u \cos u - \sin u = 0$$

или

$$\operatorname{tgu} = u, \quad (7.10)$$

где $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$. Решая уравнение (7.10), получим

$$\sin \varphi = \pm 1,43; \pm 2,46 \frac{\lambda}{b}; \dots$$

Практически можно считать, что максимумы располагаются посередине между соседними минимумами. С увеличением угла дифракции быстро уменьшаются значения максимумов интенсивности. Если считать интенсивность центрального максимума $I_0 = 1000$ и обозначить интенсивность первого, второго и других побочных максимумов через I_1, I_2, \dots , то $I_0 : I_1 : I_2 : \dots = 1000 : 47 : 17 : \dots$.

Тема 8

Дифракционная решетка. Разрешение. Критерий Рэля. Дифракционная теория микроскопа. Дифракционная теория телескопа

8.1. Дифракционная решетка

Определение. Дифракционная решетка – это любое устройство, осуществляющее периодическую модуляцию в пространстве падающей волны по амплитуде или фазе или одновременно по обоим этим параметрам.

Простейшая дифракционная решетка представляет из себя систему из большого числа одинаковых по ширине и параллельных друг другу щелей, лежащих в одной плоскости и разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками. Ширину щели обозначим через b , а ширину непрозрачных промежутков a . Величина $d=a+b$ называется периодом дифракционной решетки.

Пусть на дифракционную решетку нормально к ее поверхности падает плоская монохроматическая волна (рис. 8.1) Поле за решеткой найдем как результат интерференции волн от вторичных источников, расположенных в плоскости дифракционной решетки. Обозначим

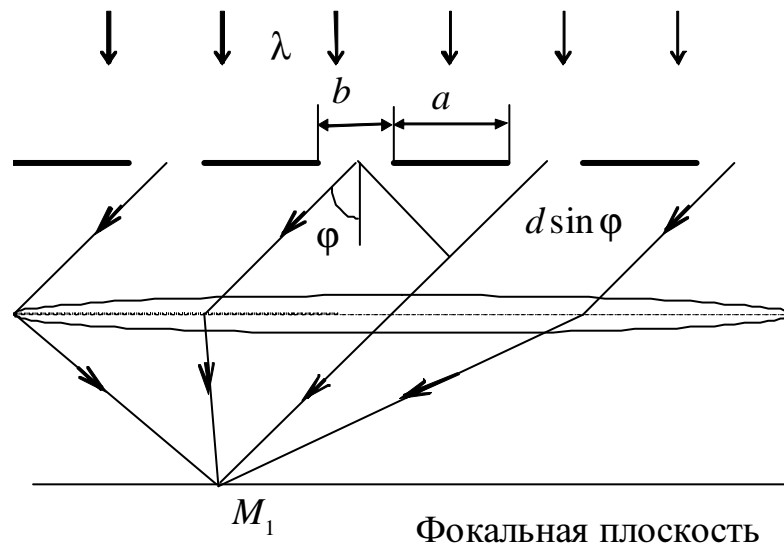


Рис. 8.1

напряженности электрических полей в точке M_1 фокальной плоскости линзы, получаемые при интерференции волн от вторичных источников первой щели – E_1 , второй щели – E_2 , третьей щели – E_3 и т. д. Тогда напряженность электрического поля в точке M_1 есть

$$E = E_1 + E_2 + \dots + E_N = \sum_{j=1}^N E_j. \quad (8.1)$$

Здесь N – число щелей. Отметим, что амплитуды полей, создаваемых различными щелями, равны

$$A = A_0 \left(\frac{\sin \left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \right). \quad (8.2)$$

Однако существует оптическая разность хода между волнами от вторичных источников, расположенных в различных щелях решетки. Как следует из рис. 8.1 для волн, исходящих от вторичных источников двух соседних щелей, оптическая разность хода равна $d \sin \varphi$. Таким образом, если напряженность электрического поля, создаваемого в точке M_j вторичными источниками первой щели

$$E_1 = A \cos(\omega t - \varphi_0),$$

где $\varphi_0 = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi$ (смотри формулу (7.7)), то напряженность электрического поля, создаваемого вторичными источниками j -й щели, есть

$$E_j = A \cos[\omega t - \varphi_0 - (j-1)kd \sin \varphi]. \quad (8.3)$$

Суммарную напряженность электрического поля можно записать следующим образом:

$$E = A \sum_{j=1}^N \cos[\omega t - \varphi_0 - (j-1)\delta], \quad (8.4)$$

где $\delta = kd \sin \varphi$. Для нахождения записанной выше суммы перейдем от действительных чисел к комплексным ($\cos y = \operatorname{Re}\{\exp(iy)\}$). Тогда

$$\begin{aligned} E &= A \operatorname{Re} \sum_{j=1}^N \exp[i(\omega t - \varphi_0 - (j-1)\delta)] = \\ &= A \operatorname{Re} \left\{ \exp[i(\omega t - \varphi_0)] \sum_{j=1}^N \exp[-i(j-1)\delta] \right\}. \end{aligned} \quad (8.5)$$

Нахождение напряженности электрического поля сводится к вычислению суммы геометрической прогрессии: $\sum_{j=1}^N \eta^{j-1} = \frac{1-\eta^N}{1-\eta}$. Для

рассматриваемой задачи $\eta = \exp(-i\delta)$. Выражение (8.5) может быть записано в виде

$$E = A \operatorname{Re} \left\{ \exp \left[i(\omega t - \varphi_0) \right] \frac{1 - e^{-iN\delta}}{1 - e^{-i\delta}} \right\} =$$

$$= A \frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\frac{\delta}{2}} \cos \left[\omega t - \varphi_0 - \frac{(N-1)\delta}{2} \right]. \quad (8.6)$$

При получении выражения (8.6) использовали формулу $\sin y = \frac{e^{iy} - e^{-iy}}{2i}$. Изменение интенсивности волны в зависимости от угла φ описывается выражением вида

$$I(\varphi) = I_1 \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \right]^2 \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi N d}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)} \right]^2, \quad (8.7)$$

где $I_1 = A_0^2/2$. При выполнении условия

$$\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi = \pi m \Rightarrow d \sin \varphi = m\lambda \quad (8.8)$$

выражение (8.7) за счет второго множителя принимает неопределенный вид $0/0$. Раскрыв неопределенность, получим, что интенсивность света в направлении, задаваемом условием (8.8), в N^2 раз больше интенсивности света в этом направлении при дифракции Фраунгофера на одной щели. Таким образом, условие

$$d \sin \varphi = m\lambda$$

определяет направления, в которых наблюдаются главные максимумы интенсивности при дифракции на решетке. Число m называется порядком главного максимума.

Условие (8.8) имеет простой физический смысл. Чтобы при интерференции волн от двух соседних щелей наблюдался максимум ин-

тенсивности, оптическая разность хода этих волн должна быть кратна четному числу длин полуволн, т. е. $d \sin \varphi = 2m \frac{\lambda}{2}$.

Найдем, при каких значениях угла φ интенсивность дифрагированного света равна нулю. Из анализа первого сомножителя выражения (8.7) следует, что интенсивность равна нулю в направлениях, задаваемых условием

$$b \sin \varphi = l\lambda,$$

где l – целое число. Это условие наблюдения минимума интенсивности было получено при рассмотрении дифракции Фраунгофера на щели. Для дифракционной решетки это условие остается в силе.

Из анализа второго сомножителя выражения (8.7) следует, что интенсивность равна нулю также в направлениях, задаваемых условиями

$$\frac{\pi d N}{\lambda} \sin \varphi = \pi p \quad (p - \text{целое число}), \quad \text{но} \quad \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi \neq \pi m.$$

Или

$$d \sin \varphi = \frac{p}{N} \lambda, \quad d \sin \varphi \neq m\lambda. \quad (8.9)$$

Из (8.9) следует, что число p не может равняться целому числу N . Если рассмотреть два любых соседних главных максимума, например m и $m+1$, то между ними интенсивность равна нулю, если число p принимает значения $N\left(m + \frac{1}{N}\right)$, $N\left(m + \frac{2}{N}\right)$, ..., $N\left(m + \frac{N-1}{N}\right)$. Условие наблюдения минимумов интенсивности между двумя соседними главными максимумами можно записать в виде

$$d \sin \varphi = \lambda \left(m + \frac{p_1}{N} \right), \quad p_1 = 1, 2, \dots, N-1. \quad (8.10)$$

Таким образом, между двумя соседними главными максимумами расположен $N-1$ минимумов и $N-2$ побочных максимумов. С увеличением числа щелей ширина главного максимума, определяемая как расстояние (угловое или линейное) между ближайшими к нему минимумами, уменьшается. На рис. 8.2 приведен график зависимости интенсивности дифрагированной волны от $\sin \varphi$ для дифракционной

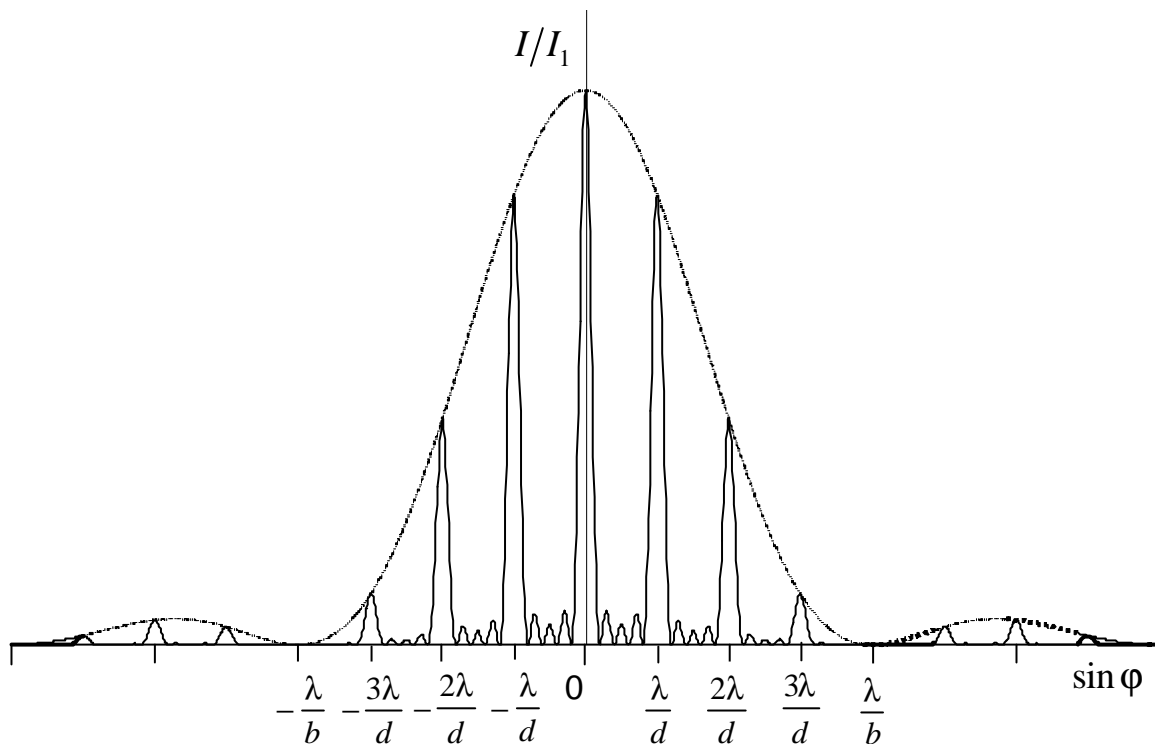


Рис. 8.2

решетки, состоящей из 5 щелей при условии, что $d/b = 4$. Штриховая линия на рисунке изображает изменение интенсивности при дифракции на одной щели.

Дифракционная решетка широко используется для спектрального анализа излучения. Пусть на дифракционную решетку падают две плоские волны с длинами волн λ_1 и λ_2 . Распределение интенсивности в фокальной плоскости линзы будет представлять наложение интенсивностей, которые

получаются при дифракции на решетки волн с длинами волн λ_1 и λ_2 . Положения главных максимумов обоих распределений (кроме нулевых) не совпадают. Причем чем больше порядок дифракционного максимума, тем больше расстояние между максимумами для этих длин волн (рис. 8.3).

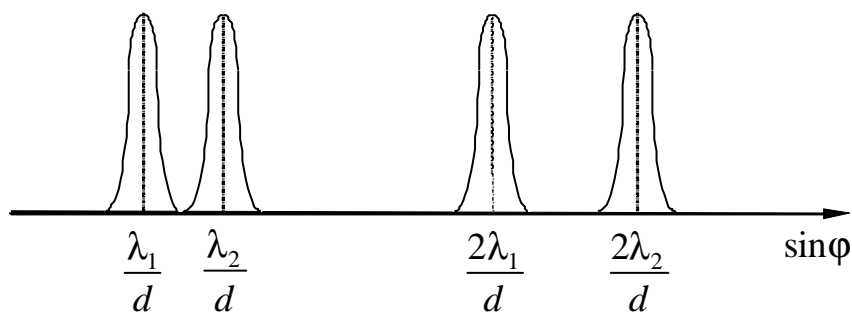
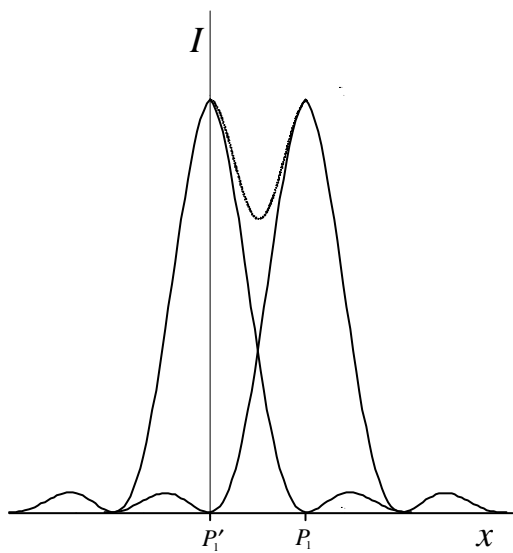


Рис. 8.3

8.2. Разрешение. Критерий Рэлея

Любая оптическая система вносит в волну, проходящую через нее, некоторые искажения. Поэтому, если в предметной плоскости взять точку P , то ее изображением будет не точка P_1 (как это следует из геометрической оптики), а пятно конечных размеров. Если в предметной плоскости взять еще одну точку P_1 , то ее изображением также будет пятно конечных размеров. Очевидно, существует минимальное расстояние между точками, когда в изображении их еще можно различить. В плоскости изображения распределение интенсивности есть



сумма распределений интенсивностей изображений отдельных точек (волны некогерентны), поэтому, для того чтобы в изображении установить наличие двух точек, необходимо, чтобы в распределении интенсивности отчетливо присутствовали два максимума.

Рэлей предложил считать две точки разрешимыми, если максимум в распределении интенсивности одной точки совпадает с минимумом в распределении интенсивности другой точки

(рис. 8.4). Критерий Рэлея определяет минимальное расстояние между точками, при котором они различимы в изображении.

8.3. Дифракционная теория микроскопа

Как с точки зрения представлений о свете как волне происходит формирование изображения оптической системой?

В качестве оптической системы рассмотрим микроскоп.

Определение. **Микроскоп** – это оптическая система, состоящая из объектива и окуляра и предназначенная для наблюдения за небольшими объектами, расположенными вблизи передней

фокальной плоскости объектива. Расстояние между объективом и окуляром намного больше их фокусных расстояний.

Объектив и окуляр состоят из одной или нескольких линз. Поэтому, прежде всего, необходимо понять, как происходит формирование изображения объекта, расположенного на конечном расстоянии от линзы, этой линзой. В качестве объекта возьмем решетку. Найдем минимальный период решетки, который можно увидеть с помощью линзы.

Пусть решетка освещается плоской монохроматической волной, падающей на нее нормально. На рис. 8.5 изображены волны от вторичных источников, лежащих в плоскости решетки, которые в задней фокальной плоскости линзы, интерферируя, образуют главные максимумы в распределении интенсивности. В соответствии с принципом Гюйгенса – Френеля точки задней фокальной плоскости также можно рассматривать как точечные источники, вторичные волны от которых, интерферируя на экране, и создают изображение решетки. Очевидно, изображение решетки будет идеальным, если фокальная плоскость содержит все максимумы в распределении интенсивности. Это будет выполняться при условии, что все волны от вторичных источников перехватываются линзой.

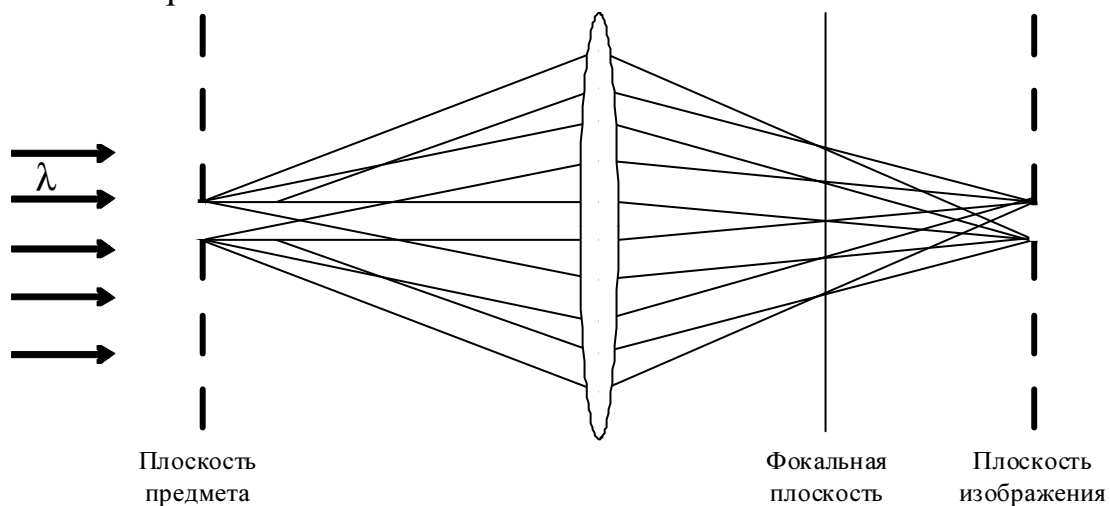


Рис. 8.5

Линза обладает конечными размерами, поэтому перехватывает волны от вторичных источников, распространяющиеся в угле от $-\alpha$ до α (где α – угол между оптической осью линзы и прямой, проходящей через цент решетки, и краем линзы). Таким образом, в распределении

интенсивности в фокальной плоскости линзы наблюдается конечное число максимумов. Чем меньше максимумов располагается в фокальной плоскости, тем хуже качество изображения решетки в плоскости изображения.

С уменьшением периода решетки количество максимумов в распределении интенсивности в фокальной плоскости линзы также уменьшается. Предположим, что линза перехватывает волны от вторичных источников, которые, интерферируя, образуют в фокальной плоскости только нулевой максимум. В этом случае плоскость изображения оказывается равномерно освещенной (изображение решетки отсутствует).

Условие наблюдения первого максимума при дифракции на решетке есть

$$d \sin \varphi = \lambda .$$

Линза не будет перехватывать волны от вторичных источников, которые, интерферируя, образуют в фокальной плоскости первый максимум, при условии, что $\sin \varphi \leq \sin \alpha$. Отсюда определяется минимальный размер периода решетки

$$d_{\min} \sin \alpha = \lambda \quad \Rightarrow \quad d_{\min} = \frac{\lambda}{\sin \alpha} . \quad (8.11)$$

Для линз, из которых изготавливаются объективы современных микроскопов, $\sin \alpha \approx 0,5-0,95$.

Выражение (8.11) определяет минимальный размер объекта, который можно увидеть с помощью линзы, объектива, микроскопа. Он определяется исключительно длиной волны. Поэтому для увеличения разрешения прибора казалось бы естественно перейти к более коротким волнам, например, волнам рентгеновского диапазона $\lambda = 1 \div 10 \text{ \AA}$. Однако до сих пор рентгеновский микроскоп не создан. Это обусловлено трудностями создания линз, зеркал для этого диапазона длин волн. Для рентгеновских волн $n \approx 1$.

8.4. Дифракционная теория телескопа

Определение. Телескоп – это оптическая система, состоящая из объектива и окуляра и предназначенная для наблюдения за

удаленными объектами. Задняя фокальная плоскость объектива телескопа совпадает с передней фокальной плоскостью окуляра.

Как и при изучении микроскопа, будем считать, что объектив – это линза диаметром D , на которую падают волны от двух точечных источников, расположенных на бесконечности.

Пусть одна волна распространяется строго вдоль оси линзы, а вторая – под углом ψ к оптической оси (рис. 8.6). Необходимо найти минимальный угол ψ_{\min} , при котором изображения двух точек разрешаются. Для упрощения последующих рассуждений без потери общности предположим, что линза не сферическая, а цилиндрическая. Изображение точки, расположенной на бесконечности, лежит в фокальной плоскости линзы.

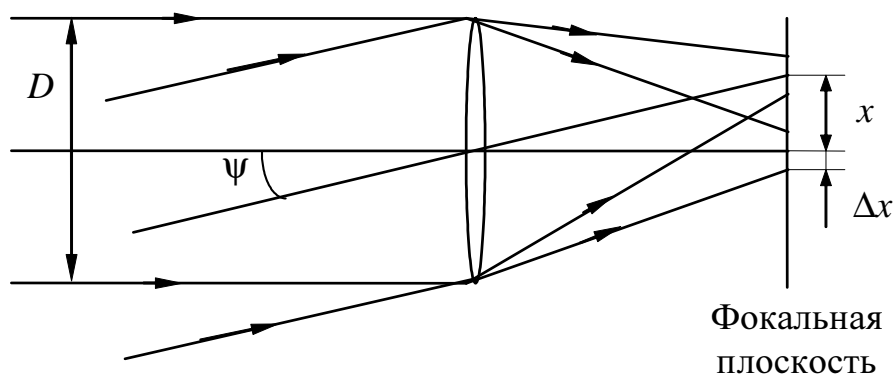


Рис. 8.6

Линзу конечных размеров можно рассматривать как систему, состоящую из диафрагмы и неограниченной по поперечным размерам линзы. В частности, если линза цилиндрическая, то в качестве диафрагмы выступает щель шириной D . Плоская волна падает на щель, а затем линзой собирается в фокальной плоскости. Распределение интенсивности в фокальной плоскости описывается выражением (7.8). Если считать, что основная доля энергии сосредоточена в центральном максимуме, то величина размера изображения точки, расположенной на бесконечности, определяемая как расстояние от центрального максимума до первого минимума, есть

$$\Delta x = f \frac{\lambda}{D}. \quad (8.12)$$

Здесь f – фокусное расстояние линзы.

Плоская волна, падающая на линзу под углом ψ к оптической оси линзы, в фокальной плоскости также дает изображение размером Δx . Расстояние между обоими изображениями равно

$$x = f \cdot \operatorname{tg} \psi \approx f \psi.$$

Для нахождения минимального значения угла между двумя плоскими волнами, падающими на линзу, воспользуемся критерием Рэля. Приравняем расстояние между изображениями размеру изображения одной точки

$$\Delta x = f \psi_{\min} \Rightarrow f \frac{\lambda}{D} = f \psi_{\min} \Rightarrow \psi_{\min} = \frac{\lambda}{D}. \quad (8.13)$$

Выражение (8.13) определяет угловое разрешение объектива телескопа, а значит, и всего телескопа.

Если объектив – сферическая линза с круговой апертурой, то угловое разрешение телескопа есть

$$\psi_{\min} = 1,22 \frac{\lambda}{D}. \quad (8.14)$$

Аналогичное выражение получается, если объектив – зеркало диаметром D .

Угловое разрешение человеческого глаза (диаметр зрачка глаза при нормальном освещении равен примерно 4 мм, $\lambda = 0,55 \cdot 10^{-3}$ мм)

$$\psi_{\min} = 1,67 \cdot 10^{-4} \text{ рад} = 35''.$$

Один из наибольших существующих в настоящее время телескопов (установлен на северных отрогах Кавказского хребта) имеет объектив – зеркало диаметром 6 м. Угловое разрешение этого телескопа составляет

$$\psi_{\min} = 0,023''.$$

Наличие атмосферы не позволяет полностью использовать угловое разрешение телескопа. Нерегулярные процессы в атмосфере приводят к изменению показателя преломления на пути световых лучей, снижают угловое разрешение телескопа до величин порядка $1'' - 0,5''$.

Тема 9

Дисперсия света. Поглощение света. Рассеяние света

9.1. Дисперсия света

Определение. Дисперсия света – это явление, заключающееся в зависимости показателя преломления вещества от частоты (или длины) световой волны.

Величина $\frac{dn}{d\omega}$ называется дисперсией вещества. Дисперсия света в среде называется нормальной, если с ростом частоты волны показатель преломления возрастает ($\frac{dn}{d\omega} > 0$). Дисперсия света в среде называется аномальной, если с ростом частоты волны показатель преломления убывает ($\frac{dn}{d\omega} < 0$).

Дисперсия света есть результат взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами, из которых состоит вещество.

Рассмотрим простейшую теорию дисперсии. Пусть вещество состоит из неполярных молекул (т. е. центры положительных и отрицательных зарядов молекулы совпадают). Под действием электрического поля происходит смещение центров положительных и отрицательных зарядов. Возникает дипольный момент. Молекула поляризуется. Сумма дипольных моментов молекул в единице объема есть вектор поляризации: $\vec{P} = \sum_{j=1}^N \vec{p}_j$. Здесь \vec{p}_j – дипольный момент j -й молекулы,

N – число молекул в единице объема.

Вектор электрической индукции связан с вектором поляризации соотношением вида

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}. \quad (9.1)$$

Предположим, что дипольный момент отдельной молекулы прямо пропорционален напряженности электрического поля, т.е.

$$\vec{p} = \alpha\vec{E}, \quad (9.2)$$

где α – поляризуемость молекулы. Тогда вектор поляризации можно записать в виде

$$\vec{P} = N\vec{p} = N\alpha\vec{E}. \quad (9.3)$$

Выражение (9.3) записано в предположении, что дипольные моменты всех молекул одинаковы. Это справедливо, если, например, в качестве вещества рассматривается сильно разреженный газ. Подставляя (9.3) в (9.1) и используя материальное уравнение $\vec{D} = \epsilon\vec{E}$, найдем связь показателя преломления с поляризуемостью молекулы

$$\epsilon\vec{E} = \vec{E} + 4\pi N\alpha\vec{E} \quad \Rightarrow \quad \epsilon = n^2 = 1 + 4\pi N\alpha. \quad (9.4)$$

Из (9.4) следует, что для определения зависимости показателя преломления от длины волны необходимо найти зависимость от длины волны поляризуемости молекулы.

Найдем поляризуемость молекулы. Пусть молекула состоит из l зарядов. Тогда дипольный момент молекулы есть сумма произведений зарядов (e_j) на их смещения из положения равновесия (\vec{r}_j):

$$\vec{p} = \sum_{j=1}^l e_j \vec{r}_j.$$

Для нахождения смещения из положения равновесия j -го заряда воспользуемся вторым законом Ньютона

$$m_j \frac{d^2 \vec{r}_j}{dt^2} = -k_j \vec{r}_j + e_j \vec{E}. \quad (9.5)$$

где m_j – масса j -го заряда, $-k_j \vec{r}_j$ – сила упругости, стремящаяся вернуть заряд в положение равновесия. Если на вещество падает монохроматическая волна, то

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos \omega t.$$

Здесь \vec{E}_0 – амплитуда волны. Решение уравнения (9.5) имеет вид

$$\vec{r}_j(t) = \frac{e_j}{m_j} \vec{E}(t) \frac{1}{\omega_{0j}^2 - \omega^2}, \quad (9.6)$$

где $\omega_{0j}^2 = \frac{k_j}{m_j}$ – собственная частота молекулы. Дипольный момент молекулы есть

$$\vec{p}(t) = \vec{E} \sum_{j=1}^l \frac{e_j^2/m_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2}. \quad (9.7)$$

Сравнивая выражения для дипольного момента (9.2) и (9.7), найдем поляризуемость молекулы

$$\alpha = \sum_{j=1}^l \frac{e_j^2/m_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2}. \quad (9.8)$$

Подставив выражение для поляризуемости молекулы в формулу (9.4), получим зависимость показателя преломления от частоты световой волны

$$n^2 = 1 + 4\pi N \sum_{j=1}^l \frac{e_j^2/m_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2}. \quad (9.9)$$

На рис. 9.1 приведен график зависимости квадрата показателя преломления от частоты световой волны (штриховая линия). Равенство показателя преломления бесконечности при $\omega = \omega_{0j}$ не имеет физического смысла и является следствием не учета «сопротивления» при рассмотрении движения заряда в молекуле.

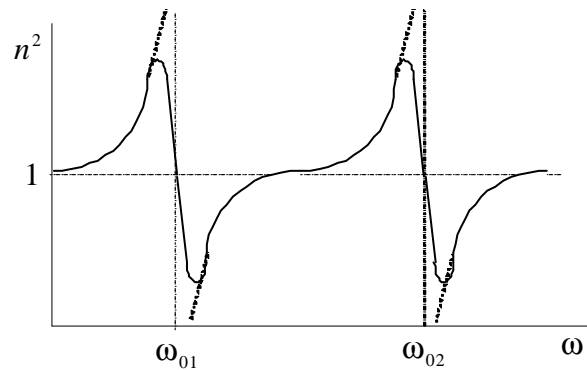


Рис. 9.1

Учет «сопротивления» меняет характер зависимости показателя преломления от частоты световой волны (сплошная линия). Вблизи собственных частот молекулы наблюдается область аномальной дисперсии.

9.2. Поглощение света

Определение. Поглощение света – это потеря энергии световым пучком, проходящим через вещество, вследствие превращения ее в различные формы внутренней энергии вещества или в энергию вторичного излучения иных направлений и спектрального состава.

Пусть на тонкий слой поглощающего вещества (dz) падает монохроматическая волна, интенсивность которой равна I . Интенсивность

волны, прошедшей вещество, равна $I-dI$. Опыт говорит, что изменение интенсивности прошедшей волны прямо пропорционально толщине поглощающего слоя и интенсивности падающей на слой вещества волны

$$-dI = \kappa I dz . \quad (9.10)$$

Коэффициент пропорциональности κ получил название коэффициента поглощения.

Пусть на входе в поглощающее вещество толщиной ℓ интенсивность излучения равна I_0 . Найдем интенсивность излучения на выходе из вещества (I). Для этого проинтегрируем правую и левую части уравнения (9.10)

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\kappa \int_0^\ell dz \Rightarrow I = I_0 \exp(-\kappa \ell) . \quad (9.11)$$

Выражения (9.10), (9.11) получили название **закона Бугера – Ламберта** в дифференциальной ((9.10)) и интегральной ((9.11)) формах. Из выражения (9.11) ясен физический смысл коэффициента поглощения. Обратная величина коэффициента поглощения $1/\kappa$ определяет толщину поглощающего слоя, при прохождении через который интенсивность излучения уменьшается в e раз. Величина коэффициента поглощения зависит от длины волны света и свойств поглощающего вещества. Коэффициент поглощения монохроматического света в растворе поглощающего вещества в непоглощающем растворителе прямо пропорционален объемно-массовой концентрации (C) раствора

$$\kappa = \kappa_1 C . \quad (9.12)$$

Здесь κ_1 – коэффициент экстинкции. Записанная выше закономерность получила название **закона Бера**. Этот закон справедлив для разбавленных растворов.

Обобщенный закон Бугера – Ламберта – Бера имеет вид

$$I = I_0 \exp(-\kappa_1 C \ell) . \quad (9.13)$$

Для качественного определения зависимости коэффициента поглощения от частоты волны света рассмотрим один из процессов, ведущий к поглощению света. Пусть на вещество, состоящее из газооб-

разных молекул, падает монохроматическая волна. Под действием этой волны в молекулах наводится меняющийся во времени дипольный момент, т. е. энергия электромагнитной волны преобразуется в колебательную энергию молекул. Молекулы движутся, сталкиваются друг с другом. В результате таких столкновений колебательная энергия молекул может перейти в энергию их поступательного движения. Молекулы начинают двигаться быстрее, а это значит, что возрастает температура газа. Рассмотренный процесс поясняет преобразование энергии электромагнитной волны в тепловую энергию. Очевидно, что количество преобразованной энергии будет тем больше, чем ближе частота электромагнитной волны к собственным частотам молекулы. Действительно, при приближении частоты волны к собственной частоте молекулы резко возрастает величина дипольного момента молекулы (см. выражение (9.7)), а значит, увеличивается величина колебательной энергии, преобразуемой при столкновениях молекул в энергию поступательного движения. Таким образом, при приближении частоты электромагнитной волны к собственным частотам молекулы происходит резкое увеличение коэффициента поглощения (рис. 9.2). Из сравнения рис. 9.1 и 9.2 видно, что световая волна максимально поглощается в области аномальной дисперсии.



Рис. 9.2.

Измерение зависимости коэффициента поглощения от частоты падающей волны является одним из методов определения собственных частот атомов, молекул, кристаллов и т. д.

9.3. Рассеяние света

Определение. Рассеяние света – это явление, заключающееся в отклонении световых лучей во все стороны от первоначального направления.

С точки зрения классической физики, если на вещество, состоящее из заряженных частиц, падает световая волна, то заряды начинают совершать колебательное движение и, как следствие этого, излучают во

всех направлениях вторичные волны. Казалось бы, распространение световой волны в веществе всегда должно сопровождаться ее рассеянием. Однако вторичные волны, излучаемые зарядами, когерентны. Поэтому, как показал Л.И. Мандельштам, если волна распространяется в оптически однородном веществе, то интерференция вторичных волн приводит к их взаимному гашению – рассеяние отсутствует.

Необходимым условием рассеяния света является *неоднородность среды*, в которой свет распространяется, т. е. показатель преломления или коэффициент поглощения, или и тот, и другой должны меняться в зависимости от пространственных координат: $n = n(\vec{r})$, $\kappa = \kappa(\vec{r})$. Лишь в этом случае интерференция волн от вторичных источников не приводит к их полному гашению.

Оптически неоднородные среды делятся на *химически неоднородные* среды (мутные среды) и *химически однородные* среды. Примерами мутных сред являются дымы, взвеси или суспензии, эмульсии и т. д.

Для характеристики неоднородной среды вводится понятие характерного размера неоднородности. Если, например, в объеме однородной среды содержится множество мельчайших частичек постороннего вещества, беспорядочно распределенных по объему, то в качестве характерного размера неоднородности может выступать средний размер частичек.

В зависимости от соотношения между характерным размером неоднородности и длиной волны, распространяющейся в среде, выделяют рассеяние Тиндаля (или Рэлея) и рассеяние Ми. Рассеяние Тиндаля – это рассеяние на неоднородностях, характерный размер которых намного меньше длины волны. Рассеяние Ми – это рассеяние на неоднородностях, характерный размер которых сравним с длиной волны.

Рассеяние Тиндаля (Рэлея) обладает рядом закономерностей.

1. Интенсивность рассеянного света прямо пропорциональна четвертой степени частоты или обратно пропорциональна четвертой степени длины волны

$$I_p \sim \omega^4 \sim \frac{1}{\lambda^4} . \quad (9.14)$$

С физической точки зрения эта закономерность вполне понятна. Можно показать, что интенсивность излучения неравномерно движущегося заряда прямо пропорциональна квадрату от второй производной его дипольного момента ($I_{из} \sim \left(\frac{d^2 \vec{p}}{dt^2} \right)^2$). Если дипольный момент меняется по гармоническому закону, то $\frac{d^2 p}{dt^2} = -\omega^2 p$, и интенсивность волн, излучаемых вторичными источниками, прямо пропорциональна четвертой степени частоты. Откуда и следует выражение (9.14).

2. На рис. 9.3 для естественно поляризованного света приведена зависимость интенсивности рассеянного света от угла между направлением падающего на среду и рассеянного света. Она выражается формулой

$$I_p \sim 1 + \cos^2 \theta. \quad (9.15)$$

Интенсивность рассеянного света симметрична относительно направления e_j^2 / m_j распространения падающей волны и относительно линии, к ней перпендикулярной.

3. Рассеянный свет частично поляризован. Причем, если молекулы рассеивающего вещества неполярны (изотропны), то в направлении $\theta = \frac{\pi}{2}$ рассеянный свет линейно поляризован.

В случае рассеяния Ми интенсивность рассеянного света оказывается прямо пропорциональна квадрату частоты. Это обусловлено тем, что для неоднородности, сравнимой с длиной волны, заряды, расположенные в различных точках неоднородности, колеблются с заметным сдвигом по фазе.

Рассеяние перестает быть симметричным относительно направления, перпендикулярного к падающей волне: вперед рассеивается света больше, чем назад. Для рассеяния Ми поляризационные характеристики рассеянного света, зависимость интенсивности рассеянного

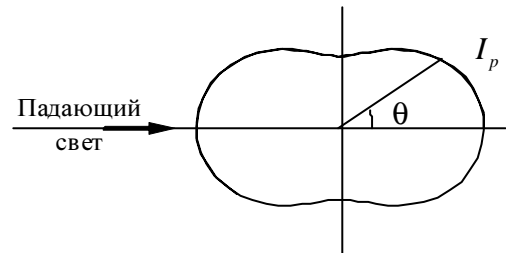


Рис. 9.3

света от угла θ существенным образом зависят не только от размера, но и от формы неоднородности.

Определение. **Рассеяние света в химически однородной, но оптически неоднородной среде называется молекулярным рассеянием.** Оптическая неоднородность среды обусловлена флуктуациями плотности, возникающими из-за хаотического теплового движения молекул среды. В 1910 г. А. Эйнштейн разработал теорию молекулярного рассеяния света. Как показали расчеты, характерный размер неоднородностей (т.е. размер участков среды, соответствующих более или менее значительным флуктуациям плотности среды) оказывается значительно меньше длины волны. А. Эйнштейн получил все те же закономерности, которые ранее были получены Рэлеем при изучении рассеяния света в химически неоднородных средах при условии, что характерный размер неоднородности намного меньше длины волны.

Молекулярным рассеянием объясняется голубой цвет неба. В соответствии с выражением (9.14) волны с меньшей длиной волны рассеиваются при прохождении через атмосферу сильнее. Причем чем температура воздуха выше, тем величина флуктуаций плотности больше. Это объясняет, почему в ясный летний день цвет неба кажется более синим, чем цвет неба в такой же зимний день.

Особенно больших значений величина флуктуаций плотности достигает при приближении температуры среды к критической. В этом случае даже сравнительно тонкий слой вещества рассеивает весь падающий на него свет. Явление интенсивного рассеяния света при температурах среды, близких к критическим, получило название **критической опалесценции.**

Тема 10

Фотоэффект. Эффект Комптона. Эффект Доплера.

Давление света

Как отмечалось в самом начале, существует ряд явлений, для объяснения которых необходимо считать, что свет – это пучок корпускул (фотонов), каждая из которых обладает энергией $\epsilon = h\nu$, массой, импульсом $\vec{p} = \frac{h}{2\pi} \vec{k}$. К таким явлениям относятся фотоэффект и эффект Комптона. Кроме того, существует ряд явлений (эффект Доплера, давление света и другие), которые достаточно просто объясняются, исходя из корпускулярных представлений о природе света.

10.1. Фотоэффект

10.1.1. Основные понятия и законы

Определение. Внешний фотоэффект – это эмиссия (вырывание) электронов из вещества в вакуум (или другое вещество) под действием электромагнитного излучения.

Для исследования закономерностей фотоэффекта можно воспользоваться установкой, изображенной на рис. 10.1. Имеется стеклянный сосуд с двумя электродами (K – катод, A – анод). В сосуде поддерживается высокий вакуум. Через кварцевое окно сосуда O на катод падает пучок света, при этом в электрической цепи возникает ток (фототок), который регистрируется гальванометром G . Напряжение между электродами регистрируется вольтметром V .

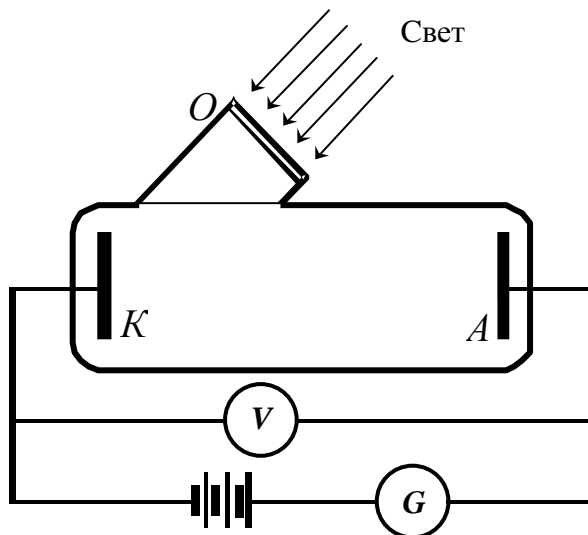


Рис. 10.1

При возрастании напряжения между катодом и анодом (U) фототок возрастает и достигает при заданном световом потоке (под световым потоком будем понимать энергию, протекающую в единицу времени через площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны) некоторой максимальной величины i_H , называемой током насыщения (рис. 10.2). Если напряжение приложено в обратном направлении, т. е. источник питания под-

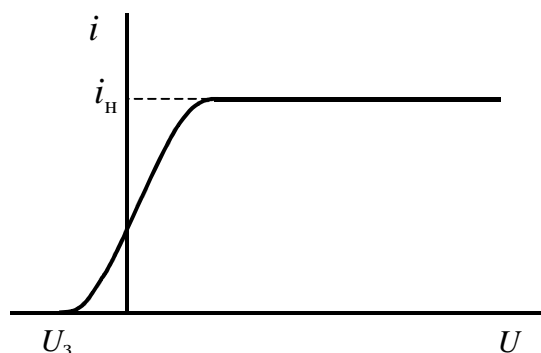


Рис. 10.2

ключается к электроду A минусом, а к электроду K – плюсом, то при увеличении напряжения фототок уменьшается и при некотором напряжении, получившем название задерживающего напряжения (U_3), становится равным нулю.

Описанная зависимость силы тока от напряжения объясняется следующим образом. Свет, падая на поверхность катода, «вырывает» из нее электроны. Вылетевшие электроны движутся с разной скоростью в различных направлениях. Часть из них достигает анода. Поэтому даже при нулевом напряжении между катодом и анодом в электрической цепи течет ток.

Однако количество электронов, достигших анода, невелико. Большинство электронов, вылетающих из катода, задерживается возникающим около него объемным отрицательным зарядом (объемный заряд образуют вылетевшие из катода электроны). При положительном напряжении между катодом и анодом под действием электрической силы возрастает количество электронов, достигающих анода, – фототок увеличивается. Ток насыщения достигается тогда, когда все электроны, вырванные светом из катода, попадают на анод. Опыты, проведенные Столетовым, показали, что при неизменном спектральном составе увеличение или уменьшение в N раз светового потока, падающего на катод, приводит к увеличению или уменьшению во столько же раз фототока насыщения.

При отрицательном напряжении между электродами электрическое поле препятствует электронам, вылетевшим из «катода» K , дос-

тигнуть «анода» A (названия взяты в кавычки так как в этом случае электрод K играет роль анода, а электрод A роль катода). Кинетическая энергия электрона расходуется на работу по преодолению электрической силы, препятствующей электрону достигнуть «анода» A . Когда потенциальная энергия взаимодействия электрона с электрическим полем становится равной максимальной кинетической энергии вылетевшего электрона, ни один из них не достигает «анода». Таким образом, фототок равен нулю, если

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = eU_3. \quad (10.1)$$

Здесь $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, v_{\max} – максимальная скорость электрона. Тем самым задерживающее напряжение характеризует максимальную кинетическую энергию, которую может иметь вылетевший под действием света электрон.

На рис. 10.3 приведена экспериментально установленная Милликенем зависимость задерживающего напряжения от частоты падающей на катод волны ν . С ростом частоты задерживающее напряжение (а значит и максимальная кинетическая энергия вылетевшего электрона) линейно возрастает

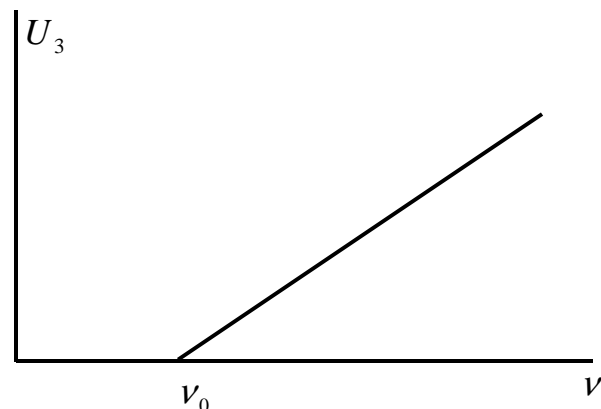


Рис. 10.3

$$U_3 = \xi(\nu - \nu_0). \quad (10.2)$$

Здесь ξ – коэффициент пропорциональности, ν_0 – граничная частота. Если частота световой волны меньше граничной частоты, то фотоэффект отсутствует. Эта частота называется красной границей фотоэффекта.

Многочисленные опыты установили следующие закономерности внешнего фотоэффекта:

1. *Сила тока насыщения прямо пропорциональна падающему световому потоку (закон Столетова). Иными словами, количество*

электронов, вырываемых светом из вещества, прямо пропорционально интенсивности излучения, падающего на катод.

2. Максимальная энергия фотоэлектронов линейно зависит от частоты света, падающего на катод, и не зависит от величины светового потока.

3. Для каждого металла существует максимальная длина волны света (минимальная частота), получившая название **красной границы** фотоэффекта. Если длина волны света больше длины волны красной границы фотоэффекта, то вырывание электронов под действием света из катода не происходит.

Опыты показали также, что фотоэффект практически безынерционен, т. е. вырывание электронов происходит сразу же после попадания излучения на катод. Причем время задержки между моментом падения светового потока на катод и моментом вылета электрона не зависит от величины светового потока.

10.1.2. Попытка объяснения законов фотоэффекта из волновых представлений о природе света

С точки зрения классической теории, металл представляет собой кристаллическую решетку, в узлах которой располагаются положительно заряженные ионы. Между ионами хаотично движутся свободные электроны. Взаимодействие электронов с кристаллической решеткой препятствует их вылету за пределы металла. Если на свободный электрон падает монохроматическая электромагнитная волна $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos \omega t$, то из второго закона Ньютона имеем

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = e \vec{E}_0 \cos \omega t, \quad (10.3)$$

где \vec{r} – радиус-вектор, описывающий смещение электрона. Решение записанного уравнения ищется в виде: $\vec{r}(t) = \vec{r}_0 \cos \omega t$. Дифференцируя $\vec{r}(t)$ по времени и подставляя в уравнение (6.3), получим

$$\vec{r}_0 = -\frac{e \vec{E}_0}{m \omega^2}. \quad (10.4)$$

Электрон под действием электромагнитного поля будет совершать колебания с амплитудой, прямо пропорциональной амплитуде электромагнитного поля. Поэтому можно ожидать, что электрон, расположенный вблизи поверхности, покинет металл, как только амплитуда его колебаний r_0 превысит некоторое критическое значение. Электрон приобретет энергию, достаточную для преодоления сил притяжения со стороны кристаллической решетки.

Из волновой теории следует:

1. Электроны не будут вылетать с поверхности металла до тех пор, пока амплитуда напряженности электрического поля E_0 не превысит некоторого критического значения.

2. Энергия испущенных электронов возрастает пропорционально E_0^2 .

3. Если величину E_0 (а значит и интенсивность света) поддерживать постоянной, а частоту света увеличивать, то число испускаемых электронов должно уменьшиться.

Ни одно из высказанных выше предположений экспериментально не подтверждается.

Законы фотоэффекта не могут быть объяснены исходя из волновых представлений о природе света.

10.1.3. Объяснение фотоэффекта А. Эйнштейном

В 1905 году А. Эйнштейн для объяснения закономерностей фотоэффекта предложил рассматривать падающее монохроматическое излучение как поток частиц (фотонов), энергия которых связана с частотой соотношением

$$\varepsilon = h\nu. \quad (10.5)$$

Здесь $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ – постоянная Планка, Дж·с.

При поглощении энергия фотона передается одному из электронов. Если энергия фотона достаточна для того, чтобы освободить электрон от удерживающих его внутри металла связей, то он может выйти за пределы поверхности металла. Из механизма протекания внешнего фотоэффекта ясно, что количество вылетевших в единицу времени электронов прямо пропорционально количеству фотонов,

падающих за это же время на поверхность вещества. Количество фотонов определяет величину светового потока. Таким образом, в соответствии с первым законом фотоэффекта фототок насыщения, который определяется количеством «вырванных» в единицу времени из катода электронов, прямо пропорционален световому потоку.

Энергия фотона затрачивается частично на освобождение электрона из металла, а оставшаяся часть идет на приобретение освобожденным электроном кинетической энергии. Энергию, необходимую для вырывания электрона с поверхности металла, называют *работой выхода* A . Тогда закон сохранения энергии для электронов, вылетающих из металла с максимальной скоростью, можно записать в виде

$$h\nu = A + \frac{m\nu_{\max}^2}{2}. \quad (10.6)$$

Записанное выражение получило название *уравнения А. Эйнштейна для внешнего фотоэффекта*. Уравнение (10.6) получено в предположении, что электроны в металле движутся независимо друг от друга. Они не взаимодействуют, поэтому передача энергии фотоном одному из электронов не меняет энергии остальных электронов. Уравнение Эйнштейна легко объясняет второй и третий законы фотоэффекта. При условии $h\nu < A$ электрон не может выйти из металла. Это значит, что существует некоторая минимальная частота излучения – *красная граница*

$$\nu_0 = \frac{A}{h}. \quad (10.7)$$

При меньших частотах $\nu < \nu_0$ фотоэффект отсутствует. С ростом частоты излучения максимальная кинетическая энергия электрона возрастает по линейному закону. Таким образом, уравнение А. Эйнштейна объясняет линейную зависимость U_3 от частоты падающего света

$$eU_3 = h(\nu - \nu_0). \quad (10.8)$$

В частности, тангенс угла наклона зависимости U_3 от ν равен отношению постоянной Планка к заряду электрона. Сравнение экспериментального значения тангенса угла наклона зависимости U_3 от ν с отношением h/e показало их хорошее совпадение ($h/e \approx \xi$).

10.2. Эффект Комптона

Определение. Процесс рассеяния фотона на свободном электро-
троне называется эффектом Комптона. Этот эффект является од-
ним из доказательств корпускулярных свойств света. Он был открыт
в 1923 году при изучении рассеяния монохроматических рентгенов-
ских лучей «легкими» веществами (графит, парафин и т. д.) В таких
веществах электроны слабо связаны с атомами – практически сво-
бодны.

Наблюдая за рассеянными рентгеновскими лучами, Комптон об-
наружил, что рассеяние сопровождается увеличением длины волны

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda = 2\Lambda \sin^2 \frac{\vartheta}{2}. \quad (10.9)$$

Здесь λ – длина падающей волны, λ_1 – длина волны, рассеянной под
углом ϑ к направлению падающей волны, Λ – длина волны Комптона
(постоянная, не зависящая от свойств рассеивающего вещества).

Для объяснения эффекта Комптона предположим, что на непод-
вижный электрон массой m_0 падает фотон с энергией $\varepsilon = h\nu$ и им-
пульсом $\vec{p} = \frac{h}{2\pi} \vec{k}$. После соударения импульс рассеянного фотона
становится равным $\vec{p}_1 = \frac{h}{2\pi} \vec{k}_1$, а импульс электрона – $m\vec{V}$ (рис. 10.4).

Используя законы сохранения энергии и импульса, запишем

$$m_0c^2 + h\nu = mc^2 + h\nu_1, \quad (10.10)$$

$$\frac{h}{2\pi} \vec{k} = m\vec{V} + \frac{h}{2\pi} \vec{k}_1, \quad (10.11)$$

где ν_1 – частота рассеянного фотона,

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}.$$

Перенесем в выражении (10.10) $h\nu_1$
из правой части в левую. Разделив по-
лученное выражение на скорость света
 c , возведем правую и левую части в
квадрат

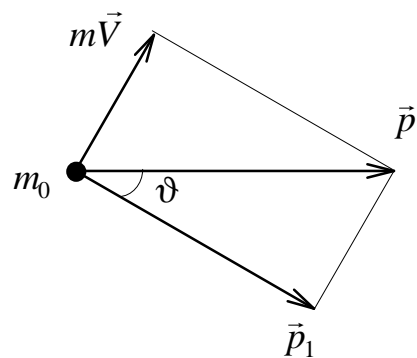


Рис. 10.4

$$m^2 c^2 = m_0^2 c^2 + h^2 \left(\frac{v}{c} - \frac{v_1}{c} \right)^2 + 2m_0 c h \left(\frac{v}{c} - \frac{v_1}{c} \right). \quad (10.12)$$

Учитывая, что $\frac{v}{c} = \frac{k}{2\pi}$, $\frac{v_1}{c} = \frac{k_1}{2\pi}$, выражение (10.12) переписывается следующим образом:

$$m^2 c^2 = m_0^2 c^2 + \frac{h^2}{(2\pi)^2} (k - k_1)^2 + 2m_0 c \frac{h}{2\pi} (k - k_1). \quad (10.13)$$

Перенесем в выражении (10.11) слагаемое $\frac{h}{2\pi} \vec{k}_1$ из правой части в левую и возведем правую и левую части полученного выражения в квадрат

$$m^2 V^2 = \left(\frac{h}{2\pi} \right)^2 (k^2 - 2kk_1 \cos \vartheta + k_1^2). \quad (10.14)$$

Вычтем из правой и левой частей выражения (10.13) правую и левую части, соответственно, выражения (10.14) и, учитывая, что $m^2 (c^2 - V^2) = m_0^2 c^2$, получим

$$m_0 c (k - k_1) - \frac{h}{2\pi} k k_1 (1 - \cos \vartheta) = 0. \quad (10.15)$$

Умножим все слагаемые в (10.15) на множитель $\frac{2\pi}{m_0 c} k k_1$.

$$\frac{2\pi}{k_1} - \frac{2\pi}{k} = 2 \frac{h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \Rightarrow \lambda_1 - \lambda = 2\Lambda \sin^2 \frac{\vartheta}{2}. \quad (10.16)$$

Здесь $\Lambda = \frac{h}{m_0 c}$. Выражение (10.16) хорошо совпадает с экспериментальным выражением (10.9). Величина $\Delta\lambda$ не зависит от длины падающей волны и свойств рассеивающего вещества.

10.3. Эффект Допплера

Ряд физических явлений может быть объяснен исходя как из волновых, так и корпускулярных представлений о природе света. К таким явлениям относится эффект Допплера.

Определение. Эффект Доплера заключается в зависимости частоты волны, регистрируемой приемником, от величины и направления скорости, с которой источник волны движется относительно приемника.

Частота волны, излучаемая источником, совпадает с частотой волны, регистрируемой приемником, лишь при условии, что приемник и источник неподвижны друг относительно друга.

Пусть источник имеет массу M . При условии, что источник и приемник неподвижны друг относительно друга, источник излучает фотон с энергией $h\nu$. В случае, когда источник движется относительно приемника со скоростью \vec{V}_1 , пусть он излучает фотон с энергией $h\nu_1$. Импульс излученного фотона равен $\vec{p}_1 = \frac{h}{2\pi} \vec{k}_1$. После излучения фотона источник движется со скоростью \vec{V}_2 . Из закона сохранения импульса (рис. 10.5) имеем

$$M\vec{V}_1 = M\vec{V}_2 + \frac{h}{2\pi} \vec{k}_1. \quad (10.17)$$

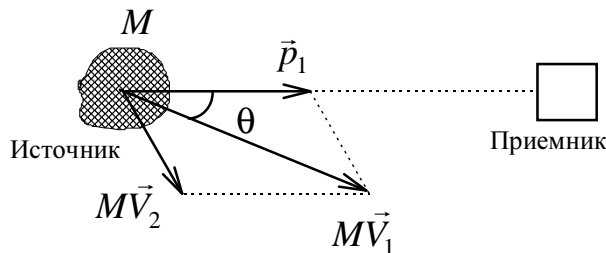


Рис. 10.5

Изменение скорости движения источника приводит к изменению его кинетической энергии

$$\Delta E = \frac{MV_1^2}{2} - \frac{MV_2^2}{2}.$$

Из закона сохранения энергии это изменение кинетической энергии «идет» на изменение энергии излученного фотона, т. е.

$$h\nu_1 = h\nu + \Delta E. \quad (10.18)$$

Используя закон сохранения импульса, изменение кинетической энергии можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{M}{2} (\vec{V}_1 - \vec{V}_2) (\vec{V}_1 + \vec{V}_2) = \frac{h}{4\pi} \vec{k}_1 \left(2\vec{V}_1 - \frac{h}{2\pi M} \vec{k}_1 \right) = \\ &= h\nu_1 \frac{V_1}{c} \cos \theta - \frac{(h\nu_1)^2}{2Mc^2} \end{aligned} \quad (10.19)$$

Подставив выражение (10.19) в выражение (10.18), получим

$$\nu_1 - \nu = \nu_1 \frac{V_1}{c} \cos \theta - \frac{h\nu_1^2}{2Mc^2}. \quad (10.20)$$

Частота ν_1 слабо отличается от частоты ν , поэтому в правой части выражения (10.20) заменим ν_1 на ν . Тогда выражение (10.20) можно записать следующим образом:

$$\frac{\nu_1 - \nu}{\nu} = \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{V_1}{c} \cos \theta - \frac{h\nu}{2Mc^2}. \quad (10.21)$$

Первое слагаемое в правой части полученного выражении описывает относительное изменение частоты световой волны, регистрируемой приемником, в зависимости от величины и направления скорости источника. Второе слагаемое имеет сугубо квантовую природу, по величине оно намного меньше первого слагаемого и носит название «изменение частоты за счет *эффекта отдачи*».

Эффект Допплера объясняет уширение спектральных линий при испускании или поглощении света газом. Газ – это совокупность атомов или молекул, совершающих хаотическое движение. Поэтому каждый атом (молекула) излучает фотон со своей частотой. Наблюдатель регистрирует суммарное излучение, состоящее из множества фотонов со своими частотами. Ширина спектральной линии зависит от средней скорости движения атомов (молекул), которая в свою очередь определяется температурой газа

$$\Delta\nu = \frac{\bar{V}}{c} \nu = \frac{\nu}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}}. \quad (10.22)$$

Здесь k – постоянная Больцмана, m – масса атома (молекулы). При записи выражения (10.22) использовалась связь между средней скоростью движения атома (молекулы) \bar{V} и температурой T : $\bar{V} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$.

10.4. Давление света

Рассмотрим давление света исходя из корпускулярных представлениях о его природе.

Пусть на плоскую площадку площадью 1 м^2 за 1 с падают нормально N фотонов (рис.10.6). Тогда на площадку площадью dS за время dt падает $NdSdt$

фотонов. Пусть из N фотонов N_1 фотонов поглощается, а N_2 фотонов отражается

$$N = N_1 + N_2.$$

Рассмотрим площадку площадью dS . Из закона сохранения импульса изменение импульса площадки (dK) равно изменению импульса фотонов, падающих на эту площадку. Изменение импульса фотонов складывается из изменения импульса поглощенных фотонов (dK_1) и изменения импульса отраженных фотонов (dK_2)

$$dK = dK_1 + dK_2. \quad (10.23)$$

Поскольку как падающие, так и отраженные фотоны распространяются вдоль одной линии, в выражении (10.23) знак вектора над изменением импульсов можно не ставить.

Изменение импульса поглощенных фотонов равно произведению числа поглощенных фотонов на импульс одного фотона ($|\vec{p}| = hv/c$)

$$dK_1 = \frac{hv}{c} N_1 dS dt. \quad (10.24)$$

Изменение импульса отраженных фотонов равно произведению числа отраженных фотонов на удвоенный импульс одного фотона

$$dK_2 = 2 \frac{hv}{c} N_2 dS dt. \quad (10.25)$$

Используя (10.24), (10.25), найдем изменение импульса площадки

$$dK = \frac{hv}{c} (2N_2 + N_1) dS dt \quad \Rightarrow \quad dK = \frac{hv}{c} (N + N_2) dS dt. \quad (10.26)$$

Из второго закона Ньютона изменение импульса во времени равно силе ($\frac{dK}{dt} = dF$). Сила, действующая на единичную площадку, есть давление ($\frac{dF}{dS} = P$). Таким образом, из (10.26) следует, что давление, оказываемое светом на площадку, есть

$$P = \frac{dK}{dS dt} = \frac{N hv}{c} \left(1 + \frac{N_2}{N} \right) \quad \Rightarrow \quad P = \frac{E}{c} (1 + R). \quad (10.27)$$

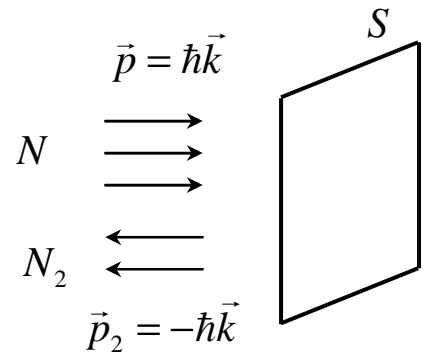


Рис. 10.6

Здесь $R = \frac{N_2}{N}$ – коэффициент отражения, $E = h\nu N$ – **освещенность** (энергия, падающая на единичную площадку в единицу времени).

Освещенность солнечного излучения у границы атмосферы Земли равна 1400 Вт/м^2 . Соответствующее световое давление при $R=0,5$ составляет $7 \cdot 10^{-8} \text{ Па}$, что в 10^{10} раз меньше атмосферного давления.

Тема 11

Принцип работы оптического квантового генератора (лазера). Нелинейная оптика

11.1. Принцип работы оптического квантового генератора

11.1.1. Устройство лазера

Любой лазер (light amplification by stimulated emission of radiation) состоит конструктивно из трех блоков: активная среда, источник накачки активной среды, резонатор (рис. 11.1).

11.1.2. Активная среда

В качестве активной среды рассмотрим ансамбль частиц, каждая из которых может находиться либо в состоянии с энергией E_1 , либо в состоянии с энергией E_2 (такая модель среды носит название двухуровневой модели). Предположим, в состоянии с энергией E_1 находится N_1 частиц, а в состоянии с энергией E_2 – N_2 частиц. Пусть в такой среде распространяется пучок фотонов с энергией $h\nu = E_2 - E_1$ (рис. 11.2).

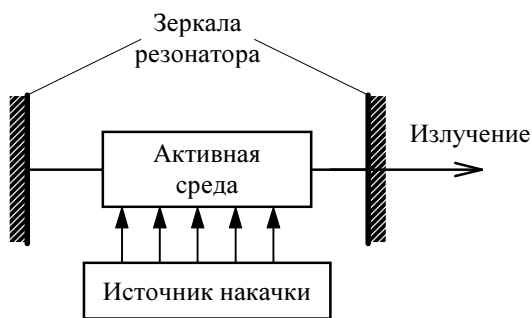


Рис. 11.1

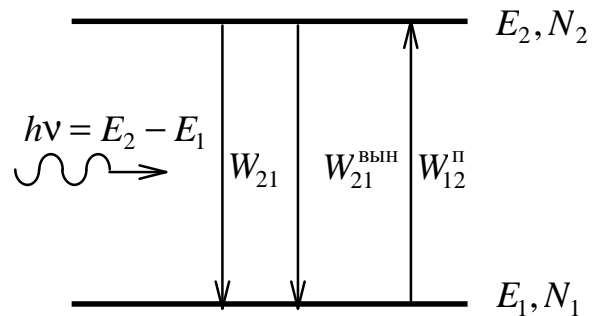


Рис. 11.2

Взаимодействие излучения со средой может сопровождаться протеканием следующих процессов:

1. Спонтанное испускание фотонов. В результате такого процесса частица из состояния с энергией E_2 самопроизвольно переходит в состояние с энергией E_1 . Вероятность такого процесса есть

$$W_{21} = A_{21}.$$

2. Вынужденное (или индуцированное) испускание фотонов. **В основе работы лазера лежит именно этот процесс.** В результате та-

кого процесса частица вынужденно под действием излучения из состояния с энергией E_2 переходит в состояние с энергией E_1 . Вероятность процесса вынужденного испускания фотонов есть

$$W_{21}^{облн} = B_{21} \varpi.$$

Здесь $\varpi = \frac{dW}{dV}$ – объемная плотность энергии электромагнитного поля.

3. Поглощение фотонов. В результате такого процесса частица из состояния с энергией E_1 переходит в состояние с энергией E_2 . Вероятность такого процесса есть

$$W_{12}^n = B_{12} \varpi.$$

Постоянные коэффициенты A_{21} , B_{21} , B_{12} получили название коэффициентов Эйнштейна.

При одинаковой степени вырождения состояний активной среды

$$B_{21} = B_{12} \Rightarrow W_{21}^{облн} = W_{12}^n.$$

Для того чтобы вынужденное излучение преобладало над поглощением, т. е. число излученных фотонов $N_2 W_{21}^{облн}$ преобладало над числом поглощенных фотонов $N_1 W_{12}^n$, необходимо, чтобы N_2 было больше N_1 . Среда, для которой выполняется условие $N_2 > N_1$, называется средой с инвертированной населенностью. Условие $N_2 > N_1$ является необходимым условием работы лазера. Записанное выше условие реализуется в активной среде за счет воздействия на нее источника накачки.

Можно показать, что при условии $A_{21} \ll B_{21} \varpi$ интенсивность излучения, прошедшего активную среду (I), связана с интенсивностью из-

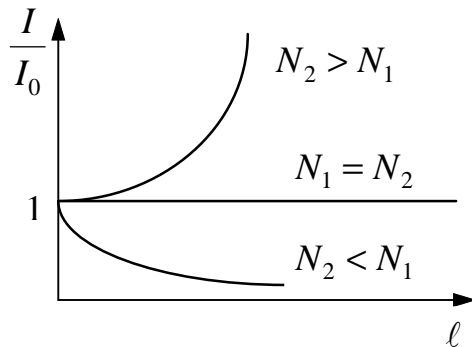


Рис. 11.3

лучения, падающего на активную среду (I_0), простым соотношением

$$I = I_0 \exp(G\ell),$$

где ℓ – толщина активной среды, $G \sim N_2 - N_1$ – коэффициент усиления. На рис. 11.3 приведены зависимости интенсивности излучения от толщины активной среды при

различных соотношениях между числом частиц в состояниях с энергией E_1 и энергией E_2 .

11.1.3. Условие самовозбуждения лазера

Рассмотрим лазер, состоящий из резонатора в виде двух плоских зеркал с коэффициентами отражения соответственно R_1 и R_2 и активной среды, заполняющей пространство между зеркалами (рис. 11.4).



Рис. 11.4

Пусть возле первого зеркала возник световой поток интенсивностью I_0 , распространяющийся вдоль оси лазера. Интенсивность света, достигшего второго зеркала, есть $I_1 = I_0 \exp(Gl)$. После отражения от второго зеркала ($I_2 = R_2 I_0 \exp(Gl)$) свет вновь проходит активную среду ($I_3 = R_2 I_0 \exp(2Gl)$) и отражается от первого зеркала ($I_4 = I_0 R_1 R_2 \exp(2Gl)$). Условие самовозбуждения лазера

$$I_4 \geq I_0 \Rightarrow R_1 R_2 \exp(2Gl) \geq 1. \quad (11.1)$$

Из выражения (11.1) можно найти пороговое значение коэффициента усиления ($I_4 = I_0$)

$$G_n = -\frac{1}{2l} \ln R_1 R_2. \quad (11.2)$$

Для самовозбуждения лазера необходимо, чтобы коэффициент усиления был больше G_n .

11.1.4. He-Ne-лазер

К настоящему времени He-Ne-лазер является одним из наиболее распространенных непрерывных газовых лазеров видимого диапазона длин волн. В качестве активной среды в этом лазере используется

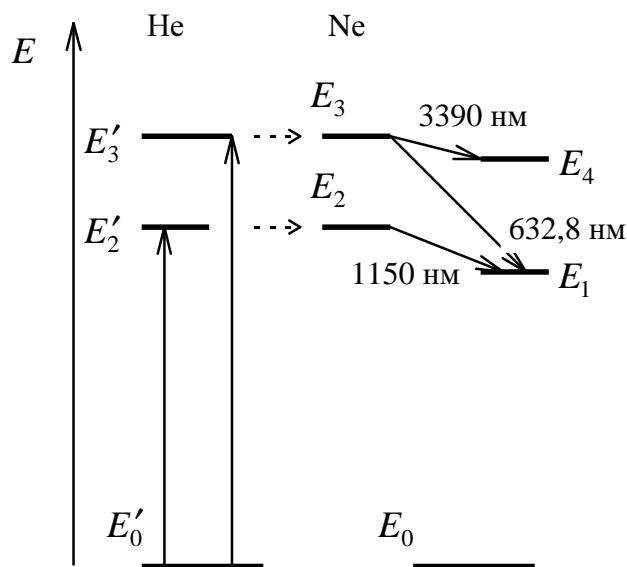


Рис 11.5

смесь газов *He* и *Ne*. Эта смесь помещается в трубку, в которую впаяны два электрода. На электроды подается высокое напряжение, в трубке возникает газовый разряд, с помощью которого и создается инвертированная населенность среды. На рис. 11.5 приведена схема энергетических уровней атомов *He* и *Ne*.

Гелий служит для резонансного возбуждения атомов

неона. У гелия существует два метастабильных состояния с энергией E_2^1 и E_3^1 . При столкновении атомов гелия с электронами эти состояния возбуждаются, и атомы в этих состояниях находятся достаточно долго. Энергетические состояния атома неона E_2 и E_3 близки к возбужденным энергетическим состояниям атома гелия, поэтому при столкновении возбужденного атома гелия с атомом неона происходит передача энергии от атома гелия к атому неона. Населенность уровней E_2 и E_3 возрастает, и возникает инверсная населенность между энергетическими состояниями с энергиями E_3 и E_1 , E_3 и E_4 , E_2 и E_1 . На этих переходах и возможна генерация лазерного излучения.

11.1.5. Свойства лазерного излучения

Мощность лазерного излучения в непрерывном режиме может достигать значений $10^5 - 10^6$ Вт, в импульсном режиме – $10^{12} - 10^{16}$ Вт.

Длительность импульса излучения лазера может достигать 10^{-15} с.

Монохроматичность лазерного излучения, определяемая как отношение ширины спектра лазерного излучения ($\Delta\nu$) к средней частоте (ν_0): $\Delta\nu/\nu_0$ может достигать значения $10^{-12} - 10^{-13}$.

Когерентность. Лазеры по сравнению с другими источниками света обладают чрезвычайно высокой когерентностью. Временная когерентность излучения связана с монохроматичностью (длина когерентности прямо пропорционально $1/\Delta\nu$) и достигает значений $3 \cdot 10^5$ м.

Направленность лазерного излучения определяется тем, что в резонаторе могут возбуждаться только волны, распространяющиеся либо вдоль оси резонатора, либо под очень малыми углами к ней. Углы расходимости лазерного излучения составляют для газовых лазеров $(0,5 - 5) \cdot 10^{-3}$ рад, для твердотельных лазеров $(2 - 20) \cdot 10^{-3}$ рад, для полупроводниковых лазеров $(5 - 50) \cdot 10^{-2}$ рад.

11.2. Нелинейная оптика

11.2.1. Микроскопическая модель нелинейности.

При изучении явления дисперсии света использовалось уравнение, описывающее движение отдельного заряда молекулы под действием гармонического электрического поля, вида

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -k\vec{r} + e\vec{E} .$$

Однако это уравнение справедливо лишь при условии, что отклонение заряда от положения равновесия под действием поля небольшое. При больших отклонениях заряда от положения равновесия (именно это наблюдается когда заряд находится в поле лазерного излучения) в выражении для упругой силы наряду с линейным появляются и нелинейные слагаемые

$$\vec{F} = -k\vec{r} + m\beta\vec{r}^2 + m\gamma\vec{r}^3 + \dots . \quad (11.3)$$

Значение коэффициентов β , γ , ... определяется структурой молекулы.

С учетом (11.3) уравнение, описывающее движение заряда под действием монохроматического поля, можно записать в виде

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\omega_0^2 \vec{r} + \beta \vec{r}^2 + \gamma \vec{r}^3 + \dots + \frac{e}{m} \vec{E}_0 \cos \omega t . \quad (11.4)$$

Решение этого уравнения есть

$$\begin{aligned} \vec{r}(t) = & \frac{e/m}{\omega_0^2 - \omega^2} \vec{E}_0 \cos \omega t + \frac{\beta}{2} \left(\frac{e}{m} \right)^2 \left(\frac{\vec{E}_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \right)^2 \left[\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{\cos 2\omega t}{\omega_0^2 - (2\omega)^2} \right] + \\ & + \frac{3\gamma}{4} \left(\frac{e}{m} \frac{\vec{E}_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \right)^3 \left[\frac{\cos \omega t}{\omega_0^2 - \omega^2} + \frac{1}{3} \frac{\cos 3\omega t}{\omega_0^2 - (3\omega)^2} \right] + \dots . \end{aligned} \quad (11.5)$$

Появление ангармонических слагаемых в выражении для упругой силы приводит к тому, что движущийся заряд будет излучать волны не только на частоте ω , но и на частотах 2ω , 3ω , ... Кроме того, меняется поляризуемость молекулы (коэффициент пропорциональности между напряженностью электрического поля и слагаемым дипольного момента молекулы, прямо пропорциональным напряженности этого поля). Теперь она оказывается равной

$$\alpha = \frac{e^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2} + \frac{3\gamma}{4(\omega_0^2 - \omega^2)} \left(\frac{e}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \right)^3 \vec{E}_0^2. \quad (11.6)$$

Учет в выражении для упругой силы слагаемого $m\gamma\vec{r}^3$ приводит к появлению в выражении для поляризуемости, а значит и в выражении для показателя преломления, слагаемого, прямо пропорционального интенсивности световой волны:

$$n = n_0 + n_2 I. \quad (11.7)$$

11.2.2. Явление самофокусировки

Пусть на среду, показатель преломления которой изменяется в соответствии с выражением (11.7), падает плоская монохроматическая волна (рис. 11.6). Предположим, что на входе в среду распределение интенсивности в зависимости от поперечной координаты x описывается гауссовой функцией

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{x^2}{a^2}\right).$$

Здесь a – параметр, определяющий поперечный размер светового пучка.

Если $n_2 > 0$, то показатель преломления на оси пучка максимален и уменьшается по мере увеличения координаты x . С показателем преломления связана скорость распространения волнового фронта, которая на оси пучка будет меньше, чем на периферии. Следствием этого будет загибание краев волнового фронта к оси пучка, т.е. будет наблюдаться фокусировка пучка (рис. 11.6, а). Поскольку такая фокусировка пучка обусловлена самим пучком, она получила название самофокусировки. Можно показать, что расстояние от передней по-

верхности среды до плоскости фокусировки пучка (это расстояние называется эффективной длиной самофокусировки $R_{\text{нл}}$) определяется формулой

$$R_{\text{нл}} = a \sqrt{\frac{n_0}{n_2 I_0}}. \quad (11.8)$$

Если $n_2 < 0$, то показатель преломления на оси пучка минимален. Наблюдается явление дефокусировки светового пучка (рис. 11.6, б).

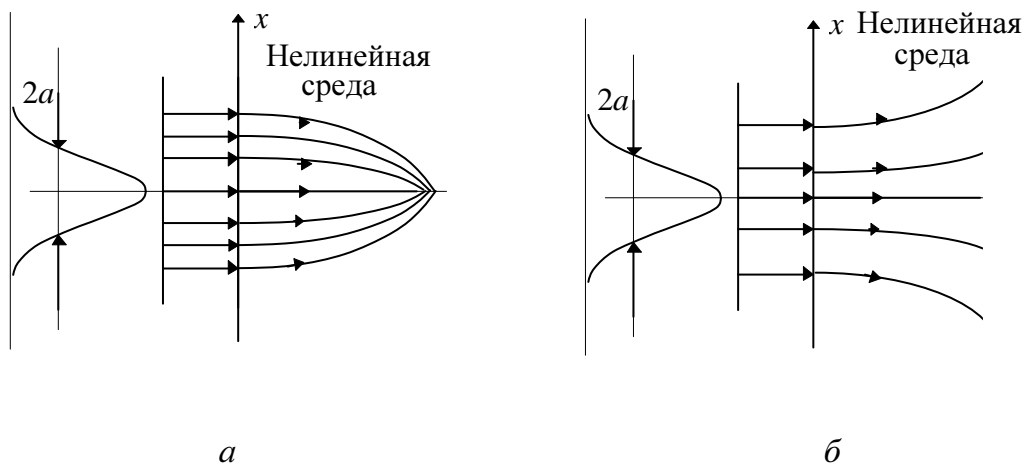


Рис. 11.6

11.1.3. Явление самодифракции

Пусть на среду, показатель преломления которой меняется в соответствии с выражением (11.7), падают две плоские монохроматические волны (рис. 11.7). В области наложения волн интенсивность меняется следующим образом

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left\{\left(\vec{k}_1 - \vec{k}_2\right) \vec{r}\right\}. \quad (11.9)$$

Здесь I_1 и I_2 – интенсивности интерферирующих волн, \vec{k}_1 и \vec{k}_2 – их волновые векторы. Подставив (11.9) в (11.7), получим, что показатель преломления среды в зависимости от пространственной координаты меняется по гармоническому закону

$$n = n_0 + n_2 (I_1 + I_2) + n_2 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left\{\left(\vec{k}_1 - \vec{k}_2\right) \vec{r}\right\}.$$

В среде записывается дифракционная решетка.

Из теории дифракции известно, что при прохождении волны через дифракционную решетку возникают волны, дифрагировавшие в высшие порядки. За нелинейной средой на экране будут наблюдаться не две, а несколько волн.

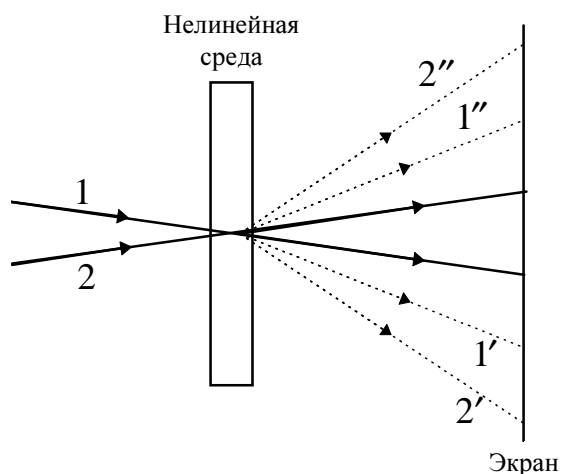


Рис. 11.7

Так волну, изображенную на рис. 11.7 лучом $1'$, можно рассматривать как волну, появившуюся в результате дифракции на наведенной в нелинейной среде решетки в первый порядок дифракции волны 1 или во второй порядок дифракции волны 2 .

Определение. Самодифракция – это явление, заключающееся в наведении в нелинейной среде двумя (или более) волнами решетки с последующей дифракцией этих же волн на этой решетке.