

ЭЙНШТЕЙНОВСКИЙ СБОРНИК



ЭЙНШТЕЙНОВСКИЙ  
СБОРНИК

1973

1973

Настоящий сборник содержит статьи известных советских и зарубежных авторов, посвященные актуальным проблемам теории относительности.

Впервые публикуются материалы, относящиеся к дискуссии А. Эйнштейна и А. А. Фридмана по вопросам релятивистской космологии.

Издание рассчитано на широкие круги читателей, интересующихся современной физикой.



ЭЙНШТЕЙНОВСКИЙ  
СБОРНИК

1973



АКАДЕМИЯ НАУК СССР  
ОТДЕЛЕНИЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

# ЭЙНШТЕЙНОВСКИЙ СБОРНИК 1973



---

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

МОСКВА

1974



УДК 530.12

Редколлегия:

В. Л. ГИНЗБУРГ, Б. Г. КУЗНЕЦОВ,  
А. М. МАРКОВ, Г. И. НААН

Ответственный редактор

В. Л. ГИНЗБУРГ

Составитель

У. И. ФРАНКФУРТ

Э- $\frac{20402-186}{055(02)-74}$ 414-74

Издательство «Наука», 1974 г.



# СО Д Е Р Ж А Н И Е

<i>В. Я. Френкель</i>	
Новые материалы о дискуссии Эйнштейна и Фридмана по релятивистской космологии . . . . .	5
<i>В. Л. Гинзбург</i>	
Гелиоцентрическая система и общая теория относительности (от Коперника до Эйнштейна) . . . . .	19
<i>Д. А. Киржици, В. Н. Сазонов</i>	
Сверхсветовые движения и специальная теория относительности (вводная статья) . . . . .	84
<i>О. Биланжк, Е. Сударшан</i>	
I. Частицы за световым барьером. (Перевод А. М. Урнова)	112
<i>Дж. Фейнберг</i>	
II. О возможности существования частиц, движущихся быстрее света. (Перевод Е. И. Волкова и В. П. Шевелько) . . . . .	134
<i>П. Л. Чонка</i>	
III. Причинность и сверхсветовые частицы. (Перевод Е. И. Волкова) . . . . .	178
<i>С. А. Бладман, М. А. Рудерман</i>	
IV. Нарушение причинности и нестабильность в сверхплотном веществе. (Перевод Е. И. Волкова) . . . . .	190
<i>В. А. Угаров</i>	
Фотографирование тел, движущихся с релятивистскими скоростями . . . . .	204
<i>С. Чандрасекхар</i>	
О возрастающем значении общей теории относительности для астрономии (Галлеевская лекция 1972 г.). (Перевод Л. В. Самсоненко) . . . . .	207
<i>К. Хабегер</i>	
Второе начало термодинамики и специальная теория относительности. (Перевод В. А. Угарова) . . . . .	229



<i>А. Арзелье</i>	
Исторические и библиографические заметки. (Перевод А. Г. Баранова и А. М. Френка) . . . . .	267
<i>К. В. Анисович</i>	
К экспериментальным основаниям специальной теории относительности . . . . .	360
<i>А. Е. Каплан</i>	
О функциях распределения, сохраняющих свой вид при пере- ходе из одной инерциальной системы в другую . . . . .	396
<i>И. И. Гольденблат</i>	
По поводу книги Л. Бриллюэна «Новый взгляд на теорию относительности» . . . . .	401



## НОВЫЕ МАТЕРИАЛЫ О ДИСКУССИИ ЭЙНШТЕЙНА И ФРИДМАНА ПО РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КОСМОЛОГИИ

### 1. Введение

Около 50 лет тому назад, в 1922—1924 гг., были опубликованы две статьи А. А. Фридмана: «О кривизне пространства» [1] и «О возможности мира с постоянной отрицательной кривизной пространства» [2], посвященные проблемам релятивистской космологии. Однако значимость вклада, который был внесен Фридманом в развитие релятивистской астрофизики, такова, что для публикации новых материалов о замечательном советском ученом и его работах можно было бы и не ожидать наступления каких-либо «круглых дат».

Роль А. А. Фридмана в развитии современной механики, метеорологии, астрофизики и космологии с внешней стороны была продемонстрирована изданием его *Избранных трудов* в серии «Классики науки» [3]. В эту прекрасно составленную и изданную книгу включены работы [1, 2], а также научно-популярный (однако не предназначавшийся для легкого чтения) очерк «Мир как пространство и время» [4], выпущенный издательством «Academia» — одним из крупнейших в 20—30-е годы (и переизданный сравнительно недавно отдельной книгой [5]).

В приложения к *Избранным трудам* [3] вошли статьи ведущих советских физиков (Я. Б. Зельдовича, П. Л. Капицы, В. А. Фока и др.), в которых оценивался вклад Фридмана в современную космологию и был дан анализ его работ на эту тему<sup>1</sup>. Наконец, там же воспроизведены в переводе на русский язык заметки Эйнштейна [7, 8], относящиеся к работе Фридмана [1].

<sup>1</sup> Большая часть этих материалов была опубликована в специальном номере журнала «Успехи физических наук» [6].

Основу настоящей статьи составляет не известное ранее письмо А. А. Фридмана к А. Эйнштейну, полученное автором настоящего сообщения из Фонда Альберта Эйнштейна (США). Мы сочли нужным сопроводить первую его публикацию некоторыми новыми данными, относящимися к истории полемики между Эйнштейном и Фридманом, в которой большую роль сыграли советский физик-теоретик Ю. А. Крутков и голландский ученый П. С. Эренфест, хорошо знавший обоих участников полемики (см. [9]). Эта полемика, как известно, возникла вскоре после опубликования первой статьи Фридмана [1], в которой была показана возможность нестационарного решения космологической проблемы и положено начало теории расширяющейся Вселенной. Эйнштейн откликнулся на статью Фридмана заметкой [7], о которой В. А. Фок справедливо писал, что в ней он «несколько свысока говорит, что результаты Фридмана показались ему подозрительными и что он нашел в них ошибку, по исправлению которой решение Фридмана приводится к стационарному» [3, стр. 401].

Заблуждения выдающихся людей всегда интересны, особенно в тех случаях, когда они связаны с кардинальными проблемами. Вместе с тем в работах, посвященных исследованиям Эйнштейна, и его биографиях драматическая дискуссия с Фридманом (завершившаяся публикацией второй заметки Эйнштейна [8], в которой он воздал должное важности полученных Фридманом результатов) почти не находит отражения, — быть может, в связи со скудостью имеющихся о ней фактических сведений. Сообщение о некоторых новых материалах представляется поэтому тем более уместным.

Наконец, в качестве приложения к данной статье приведено также не публиковавшееся ранее письмо А. А. Фридмана к П. С. Эренфесту, подытоживающее его деятельность за несколько лет, предшествовавших началу его исследований по теории относительности.

## **2. Первые отклики на общую теорию относительности в СССР**

В 1971 г. в Москве, на Международном конгрессе по истории науки один из его иностранных участников задал вопрос о том, каким образом в СССР проникали основные

идеи квантовой механики, создававшейся в 1925—1926 гг. Вопрос этот имел несколько наивный характер: с начала 20-х годов советские физики не только регулярно получали основную физическую литературу, публиковавшуюся в зарубежных журналах, но и широко публиковали свои работы в «Zeitschrift für Physik» — одном из наиболее известных в то время журналов, на страницах которого увидели свет основополагающие статьи Гейзенберга, Борна, Иордана, Паули и др. Тетради «Zs. f. Phys.» тех лет без статей советских физиков были редким исключением; подчеркнем, что именно в этом журнале появились и обе работы Фридмана.

Вопрос о знакомстве советских ученых с общей теорией относительности имеет больше оснований: годы главных публикаций Эйнштейна и первых откликов на его статьи совпали с первой мировой войной и гражданской войной в России, когда в течение более шести лет физики нашей страны не имели сведений о том, что делают их коллеги за рубежом.

В начале 20-х годов в Петрограде работы Эйнштейна по общей теории относительности докладывались и обсуждались в университете и Политехническом институте. В университете ознакомление с ними сравнительно узкой аудитории физиков начал В. К. Фредерикс. В 1914—1918 гг. он оказался задержанным в Германии в качестве гражданского пленного, работал в то время в Геттингене у Гильберта и благодаря хлопотам знаменитого геттингенца получил возможность продолжать научную деятельность под его руководством в качестве «частного ассистента». А Гильберт был одним из первых немецких ученых, занимавшихся развитием и математической обработкой идей общей теории относительности. Лекции Фредерикса в Петроградском университете (на оценке роли которых специально остановился В. А. Фок в своей упоминавшейся выше статье) завершились публикацией первой на русском языке обзорной статьи по общей теории относительности [10].

Первой «непопулярной» книгой по теории относительности, включавшей раздел, посвященный теории тяготения, была «Теория относительности» Я. И. Френкеля [11], увидевшая свет в 1923 г. и написанная им на основе лекций и докладов, читавшихся на физико-механическом факультете Политехнического института в течение 1921—



1922 г. Я. И. Френкель, подобно В. К. Фредериксу, имел печальную возможность раньше других советских физиков ознакомиться с работами Эйнштейна, поскольку в 1918—1920 гг. он находился в оккупированном (сначала немецкими войсками, а затем армией Врангеля) Крыму, в Таврическом университете, получавшем немецкие научные журналы. С небольшим курсом лекций по теории относительности Я. И. Френкель выступал на кафедре физики университета и перед Математическим обществом, возглавлявшимся видным математиком Н. М. Крыловым (в число членов этого общества входили В. И. Смирнов и И. Е. Тамм).

Допустимо считать, что В. К. Фредерикс, вернувшийся в Россию в 1918 г. (а в Петроград — в 1919 г.), оказал стимулирующее влияние на возникновение у А. А. Фридмана интереса к работам по общей теории относительности (Фредерикс и Фридман работали вместе не только в университете, но и в Атомной комиссии при Физическом институте университета, которую возглавлял Д. С. Рождественский). Недаром же именно в соавторстве с Фредериксом в 1924 г. А. А. Фридман выпустил первую часть задуманного авторами большого труда по теории относительности [12]. В предисловии к этому выпуску излагался план издания в целом, включавшего изложение начал геометрии многомерных пространств, электродинамику и основы специальной и общей теории относительности. К сожалению, эти планы так и остались нереализованными из-за преждевременной кончины А. А. Фридмана (1925 г.).

### 3. Письмо А. А. Фридмана А. Эйнштейну

Петроград, Центральная обсерватория,  
Васильевский остров, 23 линия, 2.  
Профессор А. Фридман

Многоуважаемый господин профессор!

Из письма одного из своих друзей, который сейчас находится за границей, я имел честь узнать, что Вы сдали в печать в 11-й том «*Zeitschrift für Physik*» небольшую заметку<sup>2</sup>, где указывается, что если принять допущение ( $D_3$ ) и (C) в моей статье «О кривизне пространства», то из

<sup>2</sup> См. [7] (В. Ф.).

выведенных Вами мировых уравнений должно будет следовать, что радиус кривизны мира является величиной, не зависящей от времени<sup>3</sup>. Вы получили этот результат, используя то обстоятельство, что необходимым следствием из мировых уравнений оказывается обращение в нуль дивергенции тензора  $T_{ik}$ .

Из этого условия для дивергенции тензора  $T_{ik}$  Вы получили соотношение

$$\frac{\partial \rho}{\partial x_4} = 0; \quad (*)$$

такое соотношение указывает, естественно, на постоянство радиуса кривизны  $R$ , а следовательно, и на ошибочность проведенных в моей работе расчетов.

Однако мне не удалось вывести соотношение (\*) из условия исчезновения дивергенции тензора  $T_{ik}$ ; полученный мною результат не противоречит случаю нестационарного мира. Принимая во внимание определенный интерес, который имеет вопрос о возможности существования нестационарного мира, я позволю себе представить Вам здесь проведенные мною расчеты дивергенции тензора  $T_{ik}$  для их проверки и критической оценки. Пусть  $Q_k$  будет  $k$ -й компонентой контраградиентного тензора, представляющего дивергенцию  $T_{ik}$ . Тогда согласно формуле для дивергенции мы получим

$$Q_k = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial \sqrt{g} g^{\alpha\sigma} T_{\alpha k}}{\partial x_\sigma} - \left\{ \begin{matrix} k\sigma \\ s \end{matrix} \right\} g^{\alpha\sigma} T_{\alpha s}.$$

Нас будет интересовать  $Q_4$ , поскольку  $Q_1$ ,  $Q_2$  и  $Q_3$  обращаются в нуль — именно вследствие того обстоятельства, что в моей статье для нестационарного мира с помощью формулы ( $D_3$ ) и при условиях ( $C$ ) мы получим

$$\left\{ \begin{matrix} 4 & 1 \\ & 4 \end{matrix} \right\} = 0, \quad \left\{ \begin{matrix} 4 & 2 \\ & 4 \end{matrix} \right\} = 0, \quad \left\{ \begin{matrix} 4 & 3 \\ & 4 \end{matrix} \right\} = 0, \quad \left\{ \begin{matrix} 4 & 4 \\ & 4 \end{matrix} \right\} = 0.$$

Для  $Q_4$  мы будем иметь

$$\begin{aligned} Q_4 &= \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial \sqrt{g} g^{\alpha\sigma} T_{\alpha 4}}{\partial x_\sigma} - \left\{ \begin{matrix} 4\sigma \\ s \end{matrix} \right\} g^{\alpha\sigma} T_{\alpha s} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial \sqrt{g} g^{4\sigma} T_{44}}{\partial x_\sigma} - \left\{ \begin{matrix} 4\sigma \\ 4 \end{matrix} \right\} g^{4\sigma} T_{44}, \end{aligned}$$

<sup>3</sup> См. [1] (В. Ф.).

причем все  $T_{ik}$  (за исключением  $T_{44}$ ) по условиям (С) моей статьи равны нулю. Но условия ( $D_3$ ) определяют  $g^{4\sigma} = 0$  при всех  $\sigma$ , за исключением  $\sigma = 4$ . Таким образом, предыдущая формула может быть переписана в виде

$$Q_4 = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial \sqrt{g} g^{44} T_{44}}{\partial x_4};$$

так как  $g^{44} = \frac{1}{g_{44}} = 1$  (в нашем случае равны установленным формулой ( $D_3$ ) интервалам), а  $T_{44}$  равно  $c^2 \rho g_{44}$  (а значит  $T_{44} = c^2 \rho$ ), то  $Q_4$  будет выражаться следующей формулой:

$$Q_4 = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial \sqrt{g} c^2 \rho}{\partial x_4}.$$

Если положить  $Q_4$  равным нулю, как это следует из Ваших мировых уравнений, то мы получим не то выражение, которое указано Вами и приведено в Вашей статье, а другое уравнение

$$\frac{\partial \sqrt{g} \rho}{\partial x_4} = 0. \quad (**)$$

Таким образом, получается, что  $\sqrt{g} \rho$  не должно зависеть от  $x_4$ . Поскольку

$$g = -\frac{1}{c^6} R(x_4)^6 \sin^4 x_1 \sin^2 x_2,$$

$$\sqrt{g} = \frac{1}{c^3} \sqrt{-1} R(x_4)^3 \sin^2 x_1 \sin x_2,$$

а  $\rho$  на основании формулы (8) моей статьи записывается следующим образом:

$$\rho = \frac{3A}{\chi R(x_4)^3},$$

мы получаем отсюда

$$\sqrt{g} \rho = \frac{3A}{c^3 \chi} \sqrt{-1} \sin^2 x_1 \sin x_2,$$

т. е. действительно  $\sqrt{g} \rho$  не зависит от  $x_4$ , что и требовалось

Не откажите в любезности, глубокоуважаемый профессор, известить меня о том, являются ли правильными мои расчеты, изложенные в данном письме. В последнее время я исследовал случай мира с постоянной и изменя-



ющейся (во времени) отрицательной кривизной. При этом, конечно, для получения единственно представляющего интерес реального мира было необходимо использовать другое выражение для интервала, которое я (в согласии с Bianchi, *Lezioni di geometria differenziale*, Band I) выразил в следующей форме:

$$d\tau^2 = -\frac{R(x_4)^2}{x_3^2} (dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + M dx_4^2.$$

Результат расчетов показал, что в этом случае может существовать как мир с постоянной (но уже отрицательной), так и мир с изменяющейся (во времени) кривизной.

Наличие возможности получить из Ваших мировых уравнений мир с постоянной отрицательной кривизной представляет для меня исключительный интерес, и поэтому я очень прошу Вас ответить на это мое письмо, хотя я и знаю, что Вы очень заняты.

В случае, если Вы сочтете правильными изложенные в моем письме расчеты, я прошу Вас не отказать мне в том, чтобы известить об этом редакцию «*Zeitschrift für Physik*»; быть может, в этом случае Вы поместите в печати поправку к Вашему высказыванию или предоставите возможность для перепечатки отрывка из этого моего письма.

Искренне уважающий Вас  
Ваш А. Фридман.

6 декабря 1922 г., Петроград.

#### 4. Краткий хронологический комментарий к письму Фридмана

То внимание, которое уделял развитию теоретической физики в СССР голландский теоретик П. С. Эренфест, неоднократно подчеркивалось как в воспоминаниях его коллег, так и в работах по истории советской науки. Интересно отметить, что и в космологической дискуссии Фридман — Эйнштейн он сыграл определенную, хотя и не прямую, роль, выступив «посредником». Непосредственным же и «полномочным представителем» А. А. Фридмана был его коллега по Петроградскому Политехническому институту Юрий Александрович Крутков. В 1922—1923 гг. он был в командировке за границей, работал в Берлине, Геттингене, Лейдене. В Лейдене он был гостем кафедры теоретической физики

при университете, которой (после Лоренца) заведовал Эрэнфест. В мае 1923 г. в Лейден приехал Эйнштейн — почетный профессор Лейденского университета, чтобы присутствовать на прощальной лекции Лоренца, ушедшего в отставку (18 июля 1923 г. ему исполнилось 70 лет). Эйнштейн, как и всегда, остановился у Эрэнфестов; там и состоялось его знакомство с Крутковым (очевидно, именно Круткова имеет в виду Фридман, говоря «об одном из своих друзей, который сейчас находится за границей»). Ю. А. Крутков, один из первых и образованнейших теоретиков молодой Советской страны, прекрасно знал Фридмана еще по дореволюционному эрэнфестовскому семинару в Петербурге; с теорией относительности он был прекрасно знаком по работе в университетском семинаре, собиравшемся в Физическом институте при университете [3].

О знакомстве Круткова с Эйнштейном, о его беседах с великим физиком можно судить по сохранившимся записям Круткова и по письмам его к сестре в Петроград (записные книжки мая 1923 г. испещрены формулами фридмановской статьи и выкладками, к ней относящимися). Ю. А. Крутков пишет сестре: «В понедельник 7 мая 1923 г. читал с Эйнштейном статью Фридмана в „Zeitschrift für Physik“». 18 мая: «В 5 часов Эйнштейн докладывал Эрэнфесту, Дросте и одному бельгийцу свою последнюю работу... Победил Эйнштейна в споре о Фридмане. Честь Петрограда спасена!» [9]. В прилагаемой табличке дана хронология полемики. Видно, что вторая заметка Эйнштейна [8] возникла именно в результате разговоров его с Крутковым (эти разговоры, судя по записям Круткова, продолжались и в Берлине, куда оба они уехали из Лейдена). Мы видим, что письмо Фридмана словно «повисает» в воздухе. Может быть, оно хотя и было получено Эйнштейном, но не было им прочитано. Однако тот факт, что оно сохранилось в его архиве, свидетельствует о значении, которое Эйнштейн ему придавал, возможно, апостериори.

Добавим в заключение, что А. А. Фридман был в Берлине в августе-сентябре 1923 г., а затем, позднее, весной 1924 г. Однако пока не удалось установить, виделись ли они с Эйнштейном. Скорее всего такое свидание не состоялось. В равной степени не обнаружены и письма к Фридману от Эйнштейна.

## Х р о н о л о г и ч е с к а я   т а б л и ц а

1. Статья А. А. Фридмана [1] получена редакцией 29 июня 1922 г.
2. Первая заметка Эйнштейна [7] получена редакцией 18 сентября 1922 г.
3. Письмо Фридмана Эйнштейну отправлено 6 декабря 1922 г.
4. Беседы Ю. А. Круткова с А. Эйнштейном в Лейдене состоялись 7—18 мая 1923 г.
5. Вторая заметка Эйнштейна [8] получена редакцией 21 мая 1923 г.

### 5. Приложение.

#### Письмо А. А. Фридмана к П. С. Эренфесту

Сохранившаяся и опубликованная переписка А. А. Фридмана чрезвычайно немногочисленна. Основную ее часть составляют очень интересные письма к академикам Б. Б. Голицыну и В. А. Стеклову (см. [3]). Эти видные ученые принимали большое участие в судьбе молодого А. А. Фридмана.

При таких условиях публикация новых писем Фридмана приобретает особый интерес. Хотя в приводимом ниже письме вопросам теории относительности уделено лишь сравнительно немного места, мы приводим его практически полностью <sup>4</sup>.

6 августа 1920 г. Петроград

Дорогой Павел Сигизмундович!

Пользуюсь случаем написать Вам письмо, может быть, оно каким-либо чудом до Вас дойдет. Буду стараться писать разборчиво, хотя мой почерк еще ухудшился. Сообщаю Вам факты двух категорий — персональные и по частным работам; последнюю категорию могу сообщить только относительно себя, так как долгое время был в Перми изолированным от всякого общения с научным миром и занимался больше администрацией.

... Обо мне Вы знаете от В. А. Тркала, после его отъезда я год еще продолжал профессорствовать в Перми, был помощником ректора и много работал по административ-

---

<sup>4</sup> Письмо написано на русском языке (здесь и далее примечания автора публикации),



но-хозяйственной части. Год почти вычеркнут из жизни. Вы, вероятно, от Тркала знаете, что все мои книги и рукописи были потеряны. Мне пришлось по памяти восстановить главную свою работу, которую я теперь продолжаю (о сем ниже). В настоящее время я переехал в Питер (жена пока еще в Перми, детей у нас нет) и работаю в Атомной комиссии (там же и Тамаркин) по строению атома, в Физической обсерватории — по математической и динамической метеорологии, в Институте путей сообщения и Университете читаю лекции и веду практические занятия.

... Теперь о работах; по причинам, указанным выше, могу говорить только о своих. Тркал рассказал, наверное, Вам, почему у меня несколько лет пропало, — занимался «практической» деятельностью, а это в теперешнем моем положении значило — «терял напрасно время». Вот чем я все-таки занимался.

1. Динамической метеорологией и, главным образом, вопросами: 1) о влиянии лучистой передачи тепла на вертикальные течения и температурный градиент; 2) о влиянии на то же конвекции и теплопроводности и 3) разобрал вопрос о связи вертикального температурного градиента, вертикальных течений и притока энергии (в какой бы форме этот приток ни выражался). Оказалось возможным выяснить причину образования инверсии, причину резкого повышения температуры в инверсии, совершенную неправильность введения адиабатического градиента и замену его несколько бóльшим, так называемым критическим градиентом, характеризующим устойчивость атмосферы. Все это можно было сделать, изучая теорию кривых четвертого порядка и применяя формулу Кардано (sic!). Работа эта напечатана, оттисков еще не имею, если возможно, пришлю, так как очень хотелось бы знать Ваше мнение об этих вещах<sup>5</sup>. Вы ими занимались, так как я видел Ваши отметки на полях статьи В. Бьеркнеса об образовании вихрей.

Теперь математическое бюро Обсерватории, работающее под моим руководством, занимается подсчетами того количества энергии, которое получает 1 м<sup>3</sup> атмосферы;

---

<sup>5</sup> А. А. Фридман имеет в виду свою статью «О распределении температуры с высотой при наличии лучистого теплообмена Земли и Солнца», Изв. Главной геофиз. obs., 1920, № 2, 42.

для меня ясно, что предположение адиабатичности процессов в атмосфере совершенно неправильно.

Сейчас занимаюсь выяснением вопроса, можно ли к атмосфере, вернее к воздуху в атмосфере, прилагать те же величины для коэффициентов внутреннего трения и теплопроводности, кои получаются в лабораторных испытаниях. Hesselberg давно уже показал, что коэффициент внутреннего трения для атмосферы в 500 000 раз больше, чем то, что получается в лабораториях. То же, как мне кажется, относится и к коэффициенту теплопроводности. Причина — мы изучаем только макродвижения атмосферы, не учитывая вовсе микродвижения.

2. От динамической метеорологии я перешел к изучению гидродинамики для сжимаемых жидкостей, в коих имеется приток энергии. Бьеркнес изучил изменения напряжения вихревой нити в такой жидкости; я пошел далее и изучил, как расщепляется вихревая нить на отдельные новые волокна при движении с притоком энергии. Здесь обе теоремы Гельмгольца уже не имеют места. Оказалось, что расщеплением вихревой нити и изменением напряжения вихря управляют три особые величины, которые можно без особого труда выразить через давление и плотность, воспользовавшись теми условными уравнениями, кои выведены у меня в заметке в «Comptes Rendus» за 1916 г. (или 1915 г.)<sup>6</sup>. Изучение изменения вихревых нитей в соединении с указанными условными уравнениями дало мне возможность (пользуясь очень широко векториальным анализом, без чего вычисления вовсе немислимы) разработать всю теорию жидкости (сжимаемой), в которой имеет место приток энергии. Конечно, изложить все это сейчас я не собираюсь, да и вряд ли это Вам интересно, так как далеко отстоит от тех блестящих областей, где Вы теперь работаете, но Ваши замечания на полях в статье Бьеркнеса показывают, что Вы этим когда-то интересовались, почему я более подробно о сем написал. Пока что имеются у меня много приложений этой теории к динамической метеорологии, но, может быть, и в других областях эта расширенная гидродинамика найдет себе применение. Теперь я приведу все в порядок, желая составить из этого свою

---

<sup>6</sup> Имеется в виду статья «О турбулентности жидкости с переменной температурой», опубликованная в «Comptes Rendus», 1916, 163, 219.

диссертацию (увы, к стыду моему, до сих пор не написал ее, тяжелые были обстоятельства)<sup>7</sup>.

3. Занимался рядом вопросов, касающихся техники:

а) применил метод асимптотических выражений к задаче колебаний уклономера на аэроплане; применил действительно, доведя до численных вычислений;

б) работал по теории вынужденных колебаний аэроплана;

в) под моим начальством были составлены большие авиабаллистические таблицы, вычисленные при помощи интеграции дифференциальных уравнений по методу Рунге;

г) в бытность мою директором завода разрабатывал ряд вопросов по теории измерительных приборов, применяемых в авиации;

д) занимался вопросом конвекционной передачи тепла.

4. Занимался аксиоматикой малого принципа относительности. Исходя из двух предположений: 1) равномерное движение остается равномерным и для движущегося равномерно мира и 2) скорость света постоянна (одинакова в движущемся и неподвижном мире), получил для одномерного в смысле пространства мира формулы, более общие, чем преобразования Лоренца, с еще одним лишним параметром. В дву- и более мерном в смысле пространства мире формулы сложения скоростей (свойства группы преобразований) дали возможность получить формулы Лоренца. Мне показалось смешным это различие одномерного от других миров. За последнее время я стал думать, какую арифметику изобрели бы люди, если бы скорости в их распоряжении были близки к скорости света. Очень хочу изучить большой принцип относительности, но нет времени<sup>8</sup>.

Не сердитесь, Павел Сигизмундович, что я так подробно рассказал о своих работах. Я сильно изменился с того времени, как мы расстались, и твердо выучил пословицу о сверчке и щетке, поэтому не из бахвальства или пустого эгоизма изложил Вам, над чем я работал, а исключительно из желания охарактеризовать свою жизнь конк-

---

<sup>7</sup> Диссертация А. А. Фридмана «Опыт гидромеханики сжимаемой жидкости» была защищена им в Петрограде в 1922 г. и издана в 1934 г. отдельной книгой (М., Гостехиздат, 1934).

<sup>8</sup> Малый и большой принципы относительности — это, конечно, специальная и общая теория относительности.

рентными фактами; вне научной работы у меня нет жизни, а значит, и фактов.

Очень обрадовался, узнав, что Тркал у Вас, приятно было знать, что он жив, а еще более приятно узнать, что он работает; это очень добрый, хороший, способный человек. Передайте ему от меня и моих поклон.

Сегодня как раз в заседании Атомной комиссии Тамаркин и я; мы делали совместный доклад об условиях размерности, налагающих ограничения на квантуемые адиабатические инварианты, и не раз ссылались на работы Татьяны Алексеевны<sup>9</sup>.

Кланяйтесь от меня и Тамаркина, пожелайте всего хорошего всему Вашему семейству, кланяйтесь тетушке, если она нас еще не забыла, и Татьяне Павловне (какая она уже большая и, значит, какие мы старые), если она помнит толстого и тонкого дядю<sup>10</sup>. Когда-то увидимся. Да и бог знает, свидимся ли. Особенно мы, доживем ли столько, чтобы увидеться, — трудно сказать<sup>11</sup>.

Письмо беспорядочно, так как очень спешил его написать. В. К. Лебединский — профессор в Нижнем Новгороде.

Напишите мне пару слов! Вы даже понять не можете, какой праздник в Физическом институте получение Вашего письма.

Я не писал Вам о наших работах в Атомной комиссии; главным образом мы тут учимся (особенно я), постоянно стремимся не ясно и не полно выраженные идеи, коих в области квантования много, облечь в строго математическую форму. Эта роль, так сказать, «математических жандармов» не слишком привлекательна, но бывает небесполезна. Даже занимаемся вопросами небесной механики (чего много в атоме) и устойчивостью. Работаем мы недавно, повторяю, больше учимся.

О родичах Тамаркина не пишу, они напишут сами, если не теперь, то вскоре.

---

<sup>9</sup> Татьяна Алексеевна Афанасьева-Эренфест — жена П. С. Эренфеста.

<sup>10</sup> Татьяна Павловна ван Аарденне-Эренфест — дочь П. С. Эренфеста. Очевидно, «толстый и тонкий дяди» — это соответственно Я. Д. Тамаркин и А. А. Фридман, как называла их в 10-е годы маленькая дочь Эренфеста.

<sup>11</sup> Напомним, что письмо послано из голодного Петрограда. Фридман и Эренфест встречались как в СССР (1924 г.), так и за границей.



У меня к Вам просьба: нельзя ли прислать мне, хотя бы через Физический институт (Баумгарта или кого-либо), *separata*<sup>12</sup> работ по динамической метеорологии, вышедших за последние годы (с 1914 г.), особенно важно было бы для меня получить труды Геофизического института Бьеркнеса в Лейпциге. Точно так же очень бы хотелось получить «*Meteorologische Zeitschrift*» хотя бы 1917, 1918, 1919 и 1920. Простите, что всем этим беспокою, но без книг тоскливо и смутно на душе. Впрочем, это наше обычное состояние. Живу я вместе с Тамаркиным (жена проживает еще в Перми, она читает там лекции по истории в Педагогическом институте и рабочем факультете), живем дружно, все мы постарели — седины, лысины, время уходит, радости тоже.

Ваш Фридман.

В заключение выражаю искреннюю признательность д-ру О. Натану (Фонд Альберта Эйнштейна) и А. Е. Энгбертсу (Лейденский музей истории естественных наук) за предоставление ксерокопий писем А. А. Фридмана Эйнштейну и Эренфесту. Я благодарен также И. Л. Гандельсману за помощь в переводе с немецкого языка письма Фридмана Эйнштейну.

## Литература

1. А. *Friedmann*. *Z. Phys.*, 1922, 10, 377.
2. А. *Friedmann*. *Z. Phys.*, 1924, 21, 326.
3. А. А. Фридман. Избранные труды. М., «Наука», 1966.
4. А. А. Фридман. Мир как пространство и время. Пг., *Academia*, 1923.
5. А. А. Фридман. Мир как пространство и время. М., «Наука», 1965.
6. УФН, 1963, 80, вып. 3.
7. А. *Einstein*. *Z. Phys.*, 1922, 11, 326.
8. А. *Einstein*. *Z. Phys.*, 1923, 16, 228.
9. В. Я. Френкель. УФН, 1970, 102, вып. 4, 639.
10. В. К. Фредерикс. УФН, 1921, 2, вып. 2, 1962. (Общий принцип относительности Эйнштейна).
11. Я. И. Френкель. Теория относительности. Пг., 1923.
12. В. К. Фредерикс, А. А. Фридман. Основы теории относительности, вып. 1. Тензоральное исчисление. Л., *Academia*, 1924.

---

<sup>12</sup> Оттиски.

*В. Л. Гинзбург*

## ГЕЛИОЦЕНТРИЧЕСКАЯ СИСТЕМА И ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ (от Коперника до Эйнштейна)\*

С радостью и благодарностью мы чтим сегодня память человека, который больше, чем кто-либо другой на Западе, способствовал освобождению умов от церковных оков и догматизма в науке... В наше время нелегко постигнуть, какая независимость мысли, редкая интуиция и мастерское владение астрономическими фактами были нужны для доказательства превосходства гелиоцентрических воззрений. Это великое достижение Коперника не только проложило дорогу к современной астрономии; оно способствовало также решительному изменению отношения людей к космосу...

А. ЭЙНШТЕЙН. К 410-й годовщине  
со дня смерти Коперника [1]

От Коперника, через Галилея, Кеплера и Ньютона к Эйнштейну и к нашим дням пролегает дорога длиной почти в пять столетий, по которой проходило развитие механики и теории всемирного тяготения. История этого развития, драма идей, с трудом пробивавших себе путь, представляют большой интерес. К сожалению, теме Коперник — Эйнштейн (или теме гелиоцентрическая система и общая теория относительности) в нашей литературе последних десятилетий в общем-то не повезло. Чаще всего дело сводилось к нескольким цитатам из популярной литературы (в том числе, как казалось, из «самого Эйнштейна»), в которых борьба между воззрениями Птолемея и Коперника объявлялась, в свете общей теории относительности, беспредметной или бессмысленной. Подобные утверждения затем опровергались с помощью аргументов, тон и содержание которых в значительной мере определялись не существом вопроса, а господствующим в соответствующий момент стилем полемики. Тем самым создавалось между прочим впечатление о какой-то прича-

---

\*Вопросы философии, 1973, № 6, 112; № 9, 95.

стности если не самой общей теории относительности, то по крайней мере некоторых ее сторонников и пропагандистов к отрицанию прогрессивной роли коперниканства. Между тем последнее заключение беспочвенно, и, в частности, приведенные в качестве эпиграфа слова Эйнштейна говорят в этом отношении сами за себя. Несомненно, доказывать в наше время, сколь велика была роль Коперника, говорить о том, что он «не зря трудился», значит ломиться в широко открытую дверь. Вряд ли заслуживают сами по себе внимания и различные неточные или неудачные замечания и высказывания, встречающиеся в литературе, особенно в популярной, где авторы нередко больше всего заботятся о красоте слога и доступности изложения. Мне не раз приходилось поражаться, однако, сколь распространены неверные представления в отношении системы Птолемея, содержания труда Коперника и, наконец, действительной или мнимой связи гелиоцентрических представлений с общей теорией относительности. Поэтому, вероятно, не нуждается в специальном оправдании появление настоящей статьи, особенно в год пяти-сотлетия со дня рождения Николая Коперника (1473—1543) и в преддверии столетней годовщины со дня рождения Альберта Эйнштейна (1879—1955).

Необходимо вместе с тем подчеркнуть, что статья отнюдь не претендует на оригинальность и полноту, ее цель не выходит за пределы желания устранить некоторые недоразумения и содействовать более глубокому обсуждению материала. Другое дело, что некоторые замечания и заключения автора являются, вероятно, дискуссионными и могут вызвать возражения. Но это, само по себе, неплохо. Скорее, напротив, нет оснований писать статьи по вопросам, которые настолько всем ясны, что не вызывают никаких расхождений во взглядах.

## 1. Птолемей

Клавдий Птолемей (II в. н. э.) — один из величайших астрономов древности. Собственно, в истории древней астрономии на одну ступеньку с ним ставят лишь Гиппарха (II в. до н. э.). Птолемей завершил многовековую эпоху астрономических исследований, добился выдающихся результатов, достаточно подробно освещенных в доступных книгах и статьях по истории астрономии (см.,

например, [2—4])<sup>1</sup>. Мы начали с этого замечания, хотя и не собираемся углубляться в историю по той простой причине, что имя Птолемея у современной широкой публики ассоциируется с чем-то отжившим, мешавшим прогрессу науки и т. п. Но все это фактически связано вовсе не с Птолемеем, а с абсолютизацией его системы церковью, с тем, что через много столетий после смерти Птолемея его авторитет и труды использовались противниками коперниканства.

Как всем хорошо известно, система Птолемея является геоцентрической: в центре мира находится неподвижная Земля, вокруг которой вращаются Луна, Меркурий, Венера, Солнце, Марс, Юпитер и Сатурн. При этом движение небесных тел происходит так (в простейшем варианте): планета движется равномерно по малому кругу (эпициклу), центр которого тоже равномерно движется вокруг Земли по большому кругу (деференту). Интересно, что в более развитой схеме планетных движений Птолемей отказался [3] даже от равномерного движения по кругу — этой философской догмы древних. Вообще Птолемей стремился в первую очередь объяснять наблюдения, факты и научиться предвычислять положение небесных тел, не забываясь особенно о требованиях современной ему философии. Это видно, например, из такого высказывания Птолемея: «Пусть не возражают против этих гипотез, что их трудно усвоить из-за множества способов, которыми мы пользуемся. Ибо какое сравнение можно сделать между земным и небесным и какими примерами можно было бы отразить вещи столь различные? Надлежит применять к небесным движениям, насколько это возможно, гипотезы простейшие; но, если их недостаточно, нужно отыскивать другие, более подходящие» [4].

Оценить этот подход в должной мере можно только, не забывая о господствовавших тогда требованиях древних философов. Например, Платону (V — IV вв. до н. э.) приписывается такое положение: «Платон принимает, как основное правило, что небесные тела движутся круговыми, равномерными и вполне правильными (т. е.

---

<sup>1</sup> Тем не менее ниже мы приводим довольно большое количество цитат, поскольку они весьма выразительны сами по себе и передают колорит эпохи. В ряде случаев, чтобы не загромождать изложение, ссылки на источники не приводятся, в основном это книги и статьи, которые мы цитируем.

направленными всегда в одну сторону) движениями, и он ставит тогда перед математиками следующую задачу: найти, с помощью каких, подлежащих заданию, равномерных и правильных круговых движений окажется возможным спасти явления, представляемые планетами».

Аристотель (IV в. до н. э.) считал необходимым, кроме того, чтобы вращение небесных тел происходило по окружностям, в центре которых находится Земля. Но без нарушения этого требования видимые на небе движения планет «спасти» никак не удавалось. Нужно было, напротив, предположить, что расстояние от планет и Луны до Земли изменяется со временем. Так и появилась у Гиппарха и затем была развита Птолемеем уже упомянутая система с эпициклами. Система Птолемея с ее круговыми (но неравномерными) движениями вокруг пустых точек (центров эпициклов) решительно расходится с предначертаниями Платона, Аристотеля и их последователей. В средние века это привело даже к известной борьбе против системы Птолемея с аристотелевых позиций! Любопытно, что и Коперник в этом отношении был ближе к Аристотелю, чем Птолемей. Действительно, Коперник писал: «Тем не менее следует признать, что их движения должны быть круговыми или составленными из нескольких круговых...», так как «... только круг может возвратить прошедшее» и «... потому, что невозможно, чтобы первичное небесное тело двигалось неравномерно по одной орбите (на одном единственном круге). Ибо это может происходить или вследствие непостоянства движущей силы, или ...вследствие несовершенства обращающегося тела. А так как и то и другое противно разуму, и недостойно предполагать что-либо подобное в том, что устроено в высшей степени совершенно, то следует допустить, что неравномерные движения тел кажутся нам неравномерными...» [5].

Упомянутые нападки (см. [4]) на систему Птолемея (так сказать, «критика справа») не имели особого успеха, видимо, только в силу реальных достижений, построений и расчетов Птолемея и его последователей; эти расчеты справедливо характеризуются как «подлинная теоретическая астрономия» [3]. Система Птолемея — это в общем-то Солнечная система, какой она видна с Земли. Разумеется, в таком смысле система Птолемея широко используется в астрономии и сейчас: астроном обычно определяет поло-

жение светила на небесной сфере в координатах, связанных с Землей, а уже затем производит переход к другим координатным системам.

При той точности наблюдений (около 10 минут дуги) и тех методах вычислений, которые существовали даже во время Коперника, расчеты на базе системы Птолемея хотя и с большим трудом, но отвечали требованиям, предъявлявшимся при составлении календаря (актуальная проблема в то время) и при предсказании небесных явлений (затмения и т. п.). Это обстоятельство объясняет многое.

Становится понятным, или, точнее, более понятным, почему ростки гелиоцентрических воззрений, возникшие еще в древности, не разрослись и были почти забыты (последнее не относится к Копернику, который о них хорошо знал и их упоминает). Так, Аристарх Самосский (IV—III вв. до н. э.) поместил Солнце в центре, вокруг которого вращается Земля, вращающаяся также вокруг своей оси [2]. Но ни сам автор этой гелиоцентрической системы, ни другие астрономы, высказывавшие аналогичные идеи, не развили их до той степени, чтобы выдержать соревнование с несравненно лучше разработанной системой Птолемея. Только Коперник смог возродить гелиоцентрическую систему в результате не только физических аргументов, на которых мы еще остановимся ниже, но развив свою схему расчетов и создав новое руководство по астрономии, способное заменить собой руководство Птолемея. Но все же в чисто практическом плане (составление таблиц и т. п.) преимущества системы Коперника вплоть до работ Тихо Браге (1546—1601) и Кеплера (1571—1630) еще не были достаточно впечатляющими, эффективными в отношении наблюдаемых астрономических предсказаний. Тем самым становится ясной и одна из причин сравнительно медленной и очень трудной победы воззрений Коперника. Другие причины, более существенные, — это возражения физического характера и, наконец, роль церкви<sup>2</sup>. Система Птолемея была по сути дела канонизирована церковью и пронизала все мировоззрение эпохи;

<sup>2</sup> Все три названные причины переплетались и их трудно разделить. Как поэтому, так и в силу недостаточного знакомства с первоисточниками (документами того времени) автору трудно определить удельный вес различных факторов, хотя это и небезынтересно.

в качестве примера можно указать на то, что «Божественная комедия» Данте (1265—1321), в особенности ее третья часть «Рай», построена по схеме птолемеевой системы.

## 2. Коперник

Достигнутая в рамках системы Птолемея высокая (по тем временам) точность расчетов предъявляла, естественно, большие требования к гелиоцентрической системе, способной соревноваться с уже развитой геоцентрической системой, — так можно резюмировать последнюю часть предыдущего раздела. Тем самым мы, однако, еще не касаемся причины, по которой древние приняли, развивали и совершенствовали именно геоцентрическую систему. Здесь нельзя сослаться и на церковь, ибо канонизация геоцентрической системы произошла позже, а не предшествовала ее распространению.

Вряд ли можно сомневаться в том, что все дело просто в близости геоцентрической системы к непосредственному восприятию небесных явлений с Земли. Переход к гелиоцентрическим представлениям, легкий при современном развитии науки и культуры, был в древности и, разумеется, еще во времена Коперника труднейшим актом, требовавшим смелости мысли, умения абстрагироваться и т. д. По своему типу трудности здесь аналогичны возникавшим на пути понимания шарообразности Земли, теории электромагнитного поля, теории относительности и квантовой механики. И всегда наблюдалось одно и то же: существенно новые представления возникали и, особенно, побеждали только под давлением фактов, которые все труднее и труднее становилось понимать, описывать и «спасать» на основе старых, менее совершенных схем и теорий. При этом, очевидно, чем меньше известно фактов, чем грубее измерения и наблюдения, тем легче оставаться на старых позициях и тем труднее доказать необходимость или хотя бы преимущество новых взглядов. История развития астрономии служит иллюстрацией этих утверждений, уже достаточно тривиальных в наши дни.

Вернемся поэтому непосредственно к теме статьи, отметив, что Птолемей знал о мнении, согласно которому Земля вращается, а небо неподвижно, и даже отмечал, что «при всей большой простоте такого построения, поскольку речь идет о явлениях звездного неба, ему ничто



не препятствует». Но тут же Птолемей объявляет это мнение смешным и отбрасывает его, ссылаясь на физические соображения и взгляды, распространенные в то время. Эти соображения сводятся, по сути дела, к непониманию относительности движения, к мнению, что вращение Земли (а не неба) сказалось бы на земных явлениях: на вращающейся Земле бушевал бы ураган, все тела падали бы не вертикально и т. п. Подобную точку зрения Галилей (1564—1642) очень ясно изложил в «Послании к Инголи», написанном в 1624 г., т. е. примерно через столетие после того, как начала распространяться система Коперника. Галилей пишет: «Вместе с Аристотелем и другими Вы говорите: если бы Земля обращалась вокруг самой себя в 24 часа, то камни и другие тяжелые тела, падающие сверху вниз, например с высокой башни, не могли бы удариться о Землю у подножия башни, — указывая, что за то время, пока камень находился бы в воздухе, опускаясь к центру Земли, сама Земля, двигаясь с великой скоростью к востоку и неся на себе основание башни, по необходимости должна была бы оставить камень на таком же расстоянии позади себя, на какое за то же самое время ее уносит кружение; а это составило бы много сотен локтей» [6].

Все «Послание к Инголи», а оно занимает пятьдесят страниц печатного текста, как раз и посвящено опровержению подобных возражений против гелиоцентрической системы. Среди возражений были, конечно, и астрономические, а не только физические (цитированное замечание Птолемея не должно в этом отношении вводить в заблуждение). Так, по словам Галилея: «Все эти противники Коперника утверждают на основании своих вычислений, что годичное обращение Земли по ее орбите, производящее столь значительные и достойные изумления изменения положения планет, только в том случае не вызвало бы подобных же явлений в положениях звезд, если бы звездная сфера была настолько удаленной, что любая звезда могла бы обладать той видимой величиной, в какой она нами наблюдается. Но это только, если бы она сама была во много раз больше всей земной орбиты и, следовательно, во много тысяч раз превосходила размерами само Солнце; а все это они считают величайшей нелепостью. Однако мои вычисления обнаруживают, что дело обстоит совершенно иначе» [6].

Итак, физические и астрономические доводы против гелиоцентрической системы (речь идет отнюдь не о церковной догматике) серьезно обсуждались через столетие после смерти Коперника и выхода из печати в том же 1543 г. его основного труда. Что же здесь говорить о докоперниковском периоде. Вполне понятно поэтому, что одной из главных задач (и заслуг) Коперника было опровержение возражений против гелиоцентрических представлений. Действительно, Коперник ясно понял и сформулировал основы принципа относительности (пусть и в простейшем и неполном виде). Он пишет: «Ведь всякое видимое изменение положения происходит вследствие движения наблюдаемого предмета или наблюдателя или же вследствие перемещения, разумеется неодинакового, их обоих. Ибо при равном движении того и другого, т. е. наблюдаемого и наблюдателя, в одном и том же направлении движение незаметно. Но Земля есть то место, с которого мы наблюдаем небосвод, откуда он открывается нашему взору. Следовательно, если предположить какое-нибудь движение у Земли, оно непременно будет обнаруживаться во внешних частях Вселенной, но как идущее в обратном направлении, как бы мимо Земли» [5].

Если здесь речь идет об относительности механического движения с точки зрения его наблюдения или, если угодно, о кинематической относительности (фиксировать можно лишь изменение взаимного расположения), то дальше Коперник переходит и к динамической относительности (равноправности равномерно и прямолинейно движущихся друг относительно друга систем отсчета)<sup>3</sup>. Действительно, Коперник замечает: «И почему нам не отнести видимость суточного вращения к небу, а его действительность к Земле?.. Потому что, когда корабль идет по спокойной воде, все, что находится вне его, представляется морякам движущимся в соответствии с движением корабля; сами же они со всем, с ними находящимся, будто бы стоят на месте. Это же,

<sup>3</sup> С точки зрения не только Коперника, но и Галилея Земля рассматривалась и с доступной им точностью могла рассматриваться, говоря современным языком, в качестве инерциальной системы отсчета. Поэтому утверждение о том, что явления на корабле, равномерно и прямолинейно движущемся относительно Земли, происходят так же, как на самой Земле, полностью отвечает принципу относительности — утверждению о равноправности всех систем отсчета, равномерно и прямолинейно движущихся относительно какой-либо инерциальной системы отсчета.

без сомнения, может происходить и при движении Земли, так что можно прийти к мнению, будто вращается вся Вселенная. Что же теперь сказать нам об облаках и обо всем остальном, так или иначе парящем, опускающемся и поднимающемся в воздухе, как не то, что движется не только суша вместе со связанной с ней водной стихией, но и немалая часть воздуха и все, что так или иначе соединено с Землей...

...Поэтому ближайший к Земле воздух вместе со всем в нем парящим должен казаться нам спокойным, если, как это случается, его не гонит то туда, то сюда ветер или любая другая внешняя сила» [5].

Привести эти довольно длинные выдержки здесь казалось необходимым, чтобы подчеркнуть, что именно Коперник стоит у истоков современной механики и был в этом отношении прямым предшественником Галилея (называвшего, кстати, Коперника своим учителем).

Таким образом, первое основное достижение Коперника состояло в опровержении доводов против возможности движения Земли, в доказательстве допустимости такого предположения с точки зрения физики и астрономии.

Второе основное достижение, тесно связанное, разумеется, с первым, состоит в развитии самой гелиоцентрической системы. Ход рассуждений Коперника таков: «Итак, раз ничто не противоречит подвижности Земли, я полагаю, следует рассмотреть, приличествует ли ей также несколько движений, чтобы можно было считать ее одной из планет. Что она не есть общий центр всех обращений, доказывают явная неравномерность движения планет и непостоянство их расстояний до Земли, а это необъяснимо при помещении Земли в едином центре кругов концентрических. Если же существует несколько центров, то не напрасен будет вопрос и о центре мира, а именно, является ли им центр тяжести Земли или же нечто иное. По моему мнению, тяжесть есть не что иное, как естественное устремление, которым божественное провидение творца миров одарило части для сочетания и соединения их в единое целое в форме сферы» [5].

Предполагая затем, что Земля совершает годичное движение вокруг Солнца, Коперник указывает, что при этом «будет также очевидным, что стояния, попятные и прямые движения планет принадлежат не им, а Земле, кото-

рая как бы в обмен создает лишь видимость этих планетных движений. Отсюда приходим к заключению, что в центре мира находится Солнце. Во всем этом нас убеждают строгий порядок последовательности и смены явлений и гармония всего мироздания».

Все эти цитаты приведены из первых нескольких глав первой книги сочинения Коперника «Об обращениях небесных сфер», состоящего из шести книг [7]. Большая часть остального, доминирующего по объему, текста посвящена расчетам движения небесных тел, пересчету на основе новой системы результатов наблюдений и вычислений, проведенных на базе системы Птолемея. То, что делает Коперник, — сегодня это решение довольно простой кинематической задачи: отнесение движения системы точек к новому центру. Но, не говоря уже о принципиальной стороне проблемы, во времена Коперника соответствующие пересчеты были сложны и громоздки. Последнее естественно также, если учесть, что фактически планеты неравномерно движутся по эллипсам (при неучете возмущений), в одном из фокусов которых находится Солнце. Коперник же сводил все только к равномерным движениям по окружностям (грубо говоря, это отвечает аппроксимации неравномерного движения по эллипсам несколькими — по числу вводимых окружностей — членами ряда Фурье). Поэтому в его системе эпициклы отнюдь не были изгнаны, лишь число их уменьшилось, да и то лишь примерно в два раза <sup>4</sup>.

Таким образом, новая система при всей ее гармоничности и простоте в целом оказывалась исключительно сложной в деталях. Этот фактор, как мы уже подчеркивали, задержал, замедлил процесс перехода астрономии на новые рельсы. Тем не менее система Коперника даже в ее

---

<sup>4</sup> В одном из последних вариантов системы Птолемея (Франкастр, 1538 г.) для описания движения Солнца, Луны и планет вводилось 73 круга. Коперник же ввел 34 круга (4 для Луны, 3 для Земли, 7 для Меркурия и по пяти для Венеры, Марса, Юпитера и Сатурна). Правда, роль (радиус) эпициклов у Коперника меньше, чем в системе Птолемея, в связи с малостью эксцентриситета эллиптических орбит планет (например,  $e = 0,093$  для Марса и  $e = 0,017$  для Земли). Поэтому в гелиоцентрической системе уже одна окружность является не столь плохим приближением к реальной орбите планеты. В геоцентрической же системе планеты движутся более сложно и, например, иногда описывают на небе петлю (относительно звезд).

первом варианте была и для вычислений проще системы Птолемея, а ее потенциальные возможности, с точки зрения практической астрономии, были еще более значительны. Поэтому, несомненно, главным препятствием на пути торжества учения Коперника явился разрыв со старыми представлениями, глубоко укоренившимися в сознании людей, буквально пронизывавшими науку того времени и к тому же еще канонизированными церковью.

Но это другой вопрос, который еще будет затронут. Сейчас же нужно отметить, что оба основных, замечательных достижения Коперника, — во-первых, понимание относительности движения и устранение возражений против движения Земли и, во-вторых, создание и развитие гелиоцентрической системы — являются, если угодно, абсолютным завоеванием науки. Нам неизвестно, чтобы не только в XX и XIX вв., но даже и в XVIII столетии в научных кругах отрицалось подобное утверждение. Нужно только оговорить, что именно называть гелиоцентрической системой. На современном языке система Коперника может быть описана примерно так. В декартовой системе координат, центр которой совпадает с центром Солнца (или с центром тяжести Солнечной системы), а оси направлены на звезды<sup>5</sup>, все планеты (включая Землю, вращающуюся также вокруг своей оси) движутся весьма закономерным образом: они вращаются все в одну сторону по орбитам, близким к круговым, и к тому же плоскости этих орбит близки друг к другу.

Сам Коперник и его последователи вкладывали в понятие о гелиоцентрической системе нечто большее: они видели в Солнце «центр мира», в этом отношении оно заняло место, отводившееся Земле в геоцентрической системе: «В середине всех этих орбит находится Солнце; ибо может ли прекрасный этот светоч быть помещен в столь великолепной храмине в другом лучшем месте, откуда он мог бы все освещать собой?..» [5].

Место одного абсолюта занял другой.

Но, как мы хорошо знаем, в действительности Солнце может претендовать на положение «центра мира» не с большим основанием, чем Земля. Никакого такого центра вообще не существует. Солнце движется относительно

---

<sup>5</sup> В этой системе само Солнце вращается с периодом, равным примерно 28 дням.

ближайшей звезды со скоростью около 20 км/сек, оно вращается вокруг центра Галактики со скоростью порядка 200 км/сек, вся Галактика движется относительно других галактик, составляющих Местную Группу<sup>6</sup>, которая движется относительно других скоплений, а скопления принимают участие в расширении Вселенной.

Но главным делом Коперника и коперниканцев было, конечно, «сдвинуть» Землю, лишить ее абсолютной неподвижности и центрального положения. После этого отказаться от подобных же допущений в отношении Солнца было нетрудно, и нам неизвестно, чтобы отсюда простекли какие-либо споры. Это является лишним доказательством того факта, что заслуги Коперника сводятся в первую очередь к указанным выше двум моментам, но никак не к абсолютизации гелиоцентрической системы. Или, лучше сказать, эта абсолютизация, естественная в свое время, не сыграла в дальнейшем особой отрицательной роли и была безболезненно отброшена.

Казалось бы, все достаточно ясно. И тем не менее до сих пор еще слышны отголоски споров о том, «что вокруг чего вертится», какие системы отсчета равноправны или неравноправны, какие из них «истинны» и какие нет и не зря ли сражались друг с другом сторонники систем Птолемея и Коперника.

### 3. Что есть истина?

Евангелическая легенда повествует, что на вопрос Понтия Пилата «Что есть истина?» Христос не ответил. Через полторы тысячи лет, во времена Коперника и Галилея, христианская церковь уже твердо знала, что «истинно» и что «ложно» или является «заблуждением». В историческом плане вполне естественно, что особенно быстрой и резкой была реакция новых ревнителей веры — протестантов. Их глава Лютер так реагировал на учение Коперника: «Этот дурак хочет перевернуть все астрономическое искусство. Но, как указывает Священ-

---

<sup>6</sup> Сравнительно небольшое скопление галактик, к которому, помимо нашей Галактики и еще несколько большей спиральной галактики М31 — Большой туманности в созвездии Андромеды, принадлежат также десятка два небольших галактик.

ное писание, Иисус Навин велел остановиться Солнцу, а не Земле». Меланхтон также отстаивал неподвижность Земли, утверждал, что «публичное подтверждение бессмысленных теорий неприлично и показывает вредный пример», и требовал обуздать этого «астронома, который заставляет Землю двигаться, а Солнце стоять на месте». По ряду причин, частично ясных из дальнейшего, католическая церковь вначале не противодействовала опубликованию и использованию труда Коперника, который был самим Коперником посвящен папе Павлу III (это посвящение было принято или, как теперь бы сказали, было согласовано). Вообще Коперник, каноник католического монастыря, лично или по переписке знакомый со многими иерархами католической церкви, действовал осторожно. Анонимное предисловие, помещенное при издании книги Коперника, также способствовало тому, что разрыв с церковными «истинами» оказался замаскированным. Автор предисловия (им был богослов и математик Осияндер) пишет: «Но если рассмотреть внимательнее, то найдем, что автор этого сочинения не сделал ничего, достойного порицания; ибо задача астронома состоит в том, чтобы с помощью тщательных и искусных наблюдений составить себе понятие о движении небесных тел; после того он старается исследовать причины этих движений, а в случае невозможности найти оные придумывает гипотезы, на основании коих посредством геометрических теорем можно бы вычислить эти движения для будущего, а равно для прошедшего времени. Обоим этим условиям искусство автора удовлетворяет отлично. Гипотезы его могут быть и несправедливыми, могут быть даже невероятными; достаточно, если они приводят нас к вычислениям, удовлетворяющим нашим наблюдениям» [5].

Таким образом, система Коперника, пока она была известна лишь узкому кругу астрономов, не вызывала особого беспокойства и была использована для составления астрономических таблиц («Прусские таблицы», 1551) и при реформе календаря («Новый стиль» был введен в 1582 г.). Положение изменилось, когда гелиоцентрические воззрения вышли на более широкий простор и стали реально угрожать церковному авторитету. В 1600 г. был сожжен на костре Джордано Бруно, а в 1616 г. сочинение Коперника было внесено в «Индекс запрещенных книг» на основании следующего заключения одиннадцати «бо-



гословов-классификаторов» (т. е. цензоров)<sup>7</sup>: «Положение, что Солнце является центром мира и неподвижно, ложно и абсурдно в философском отношении, формально еретично и явно противоречит изречениям Священного писания во многих его местах как по смыслу слов писания, так и по общему истолкованию святых отцов и ученых богословов; положение же, будто Земля не лежит в центре мира и движется, вдобавок обладая суточным вращением, ложно и нелепо с философской точки зрения, с богословской же является по меньшей мере заблуждением в вопросах веры».

Отношение религии к науке достаточно выразительно определено формулой Тертулиана «Верую, ибо нелепо» или отражено в замечании кардинала Барония: «Намерения святого духа заключаются в том, чтобы научить нас, как взойти на небеса, а не тому, как движутся небеса». Но в XVI и XVII вв. уже нельзя было оставаться на такой позиции, ибо наука приходила во все большее противоречие с церковными догмами. Поэтому и совершался переход на позиции, нашедшие отражение в предисловии Осиандера и ярко выраженные также в письме главного «увещателя» Галилея кардинала Беллормино [9], посланном в 1615 г. коперниканцу патеру Фоскарини: «Мне кажется, что Вы и сеньор Галилео поступили бы осторожно, если бы удовлетворились высказываниями *ex suppositione* (предположительно), но не абсолютно; так говорил, как я всегда думал, и Коперник. Действительно, когда утверждают, что в предположении, будто Земля движется и Солнце стоит неподвижно, все наблюдаемые явления спасаются лучше, чем при задании эпициклов и эксцентров, то это прекрасно сказано и не включает в себе никакой опасности; а этого и достаточно для математики; но когда начинают говорить, что Солнце действительно стоит в центре мира и что оно только вращается во-

<sup>7</sup> Какова инерция бюрократической (помимо всего прочего) церковной машины, видно из того факта, что запрет с сочинения Коперника был снят лишь в 1822 г. и только с 1835 г. труды Коперника, Галилея и Кеплера больше не включались в «Индекс запрещенных книг». Под влиянием православной церкви учение Коперника находилось в России под запретом еще в период царствования Елизаветы, умершей в 1761 г., и окончательно получило права гражданства лишь в екатерининский период. В защиту гелиоцентрической системы выступал Ломоносов, в частности, в 1752 и 1761 гг. (подробнее см. [8]).

круг самого себя, но не движется с востока на запад, и что Земля находится на третьем небе (третья по порядку планета от Солнца) и с большой скоростью вращается вокруг Солнца, то это вещь очень опасная и не только потому, что она раздражает всех философов и ученых богословов, но и потому, что она вредит св. вере, поскольку из нее вытекает ложность Св. писания».

Милостивое разрешение «спасать» явления и заниматься математикой, но не касаться реальности, существа дела вызывало бешенство у Галилея, и это вполне понятно. Он пишет (в послании герцогине Лотарингской): «Профессора-богословы не должны присваивать себе права регулировать своими декретами такие профессии, которые не подлежат их ведению, ибо нельзя навязывать естествоиспытателю мнения о явлениях природы... Мы проповедуем новое учение не для того, чтобы посеять смуту в умах, а для того, чтобы их просветить; не для того, чтобы разрушить науку, а чтобы ее прочно обосновать. Наши же противники называют ложным и еретическим все то, чего они не могут опровергнуть. Эти ханжи делают себе щит из лицемерного религиозного рвения и унижают Священное писание, пользуясь им как орудием для достижения своих личных целей ... Предписывать самим профессорам астрономии, чтобы они своими силами искали защиты против их же собственных наблюдений и выводов, как если бы все это были один обман и софистика, означало бы предъявлять к ним требования более чем невыполнимые; это было бы все равно, что приказывать им не видеть того, что они видят, не понимать того, что им понятно, и из их исследований выводить как раз обратное тому, что для них очевидно».

Замечательные слова, звучащие вполне современно и через столетия после эпохи Галилея!

---

<sup>8</sup> Не следует забывать, однако, что с позиций поисков реальной картины можно критиковать и совершенно правильные, в действительности, физические теории. Так, Ф. Бэкон квалифицировал (в 1622 г.) построения Коперника «как спекуляции человека, который не заботится о том, какие фикции он вводит в природу, если только это отвечает его вычислениям». Весьма слабая аргументация Бэкона против системы Коперника основана не на схоластических принципах, а на требованиях «здравого смысла». Такие требования всегда звучат тем громче, чем хуже известен предмет со всеми деталями, количественными соображениями и т. д.

Мы закончим экскурс в историю словами А. Эйнштейна из написанного им в конце жизни предисловия к английскому изданию «Диалога о двух главных системах мира» Галилея: «Коль скоро представление о центре Вселенной с полным правом было отброшено, идея о неподвижности и вообще об исключительной роли Земли лишилась своего основания. Тем самым вопрос о том, что следует считать „находящимся в покое“ при описании небесных тел, стал вопросом удобства. Следуя Аристарху и Копернику, обычно подчеркивают преимущества, связанные с выбором Солнца в качестве тела, находящегося в состоянии покоя (по Галилею этот выбор является не чистым соглашением, а гипотезой, которая может быть „истинной“ или „ложной“). Указывают, что проще рассматривать вращение Земли вокруг своей оси, чем общее вращение всех неподвижных звезд вокруг Земли. Кроме того, предположение о вращении Земли вокруг Солнца устраняет различие в движении внутренних и внешних планет и доставлявшее много хлопот возвратное движение внешних планет, позволяя объяснить его движением Земли вокруг Солнца.

Как ни сильны все эти аргументы, в особенности если рассматривать их в связи со сделанным Галилеем открытием, состоящим в том, что Юпитер со своими лунами в каком-то смысле представляет коперниканскую систему в миниатюре, все же все эти аргументы носят качественный характер. В самом деле, поскольку мы, люди, привязаны к Земле, наши наблюдения никогда не дадут нам непосредственно „истинные“ движения планет, а дадут лишь движение точки пересечения луча зрения (направление Земля — наблюдаемая планета) со „сферой неподвижных звезд“. Подтверждение правильности коперниканской системы, выходящее за рамки чисто качественных аргументов, стало возможно лишь после того, как были определены „истинные“ орбиты планет. Эту проблему почти непреодолимой трудности поистине гениально решил Кеплер (еще при жизни Галилея). Но этот существенный прогресс не оставил никаких следов в работе Галилея — яркая иллюстрация того, что творческие личности не всегда обладают легкостью восприятия» [10].

Несмотря на всю перегруженность настоящей статьи цитатами, автор не мог удержаться от соблазна привести здесь еще несколько фраз из того же предисловия Эйнш-

тейна: «Лейтмотив, явственно звучащий во всей книге Галилея, — это страстная борьба против любого рода догм, основанных на авторитете. Только эксперимент и строгие рассуждения он считал критерием истины. Сейчас нам трудно даже представить себе, сколь раздражающими и революционными казались подобные взгляды во времена Галилея, когда одно лишь сомнение в истинности мнений, основанных на одном только авторитете, являлось тяжким преступлением и каралось в соответствии с этим. С тех пор, как бы мы ни льстили себе, в этом отношении мало что изменилось, но по крайней мере в теории победил принцип непредвзятого мышления, и многие следуют ему, хотя и не вполне искренне» [10].

Вернемся, однако, непосредственно к теме Птолемей — Коперник.

Дискуссия о строении Солнечной системы оказалась, как мы видели, перенесенной на почву философских рассуждений об истине. Учитывая это, а также уровень господствовавших представлений о движении и об устройстве Вселенной<sup>9</sup> можно понять возникшее в те времена противопоставление: Земля покоится в центре Вселенной, а Солнце вращается вокруг нее — такова одна возможная истина (условно птолемеяева истина); либо же Солнце покоится (или находится) в центре Вселенной, а Земля вращается вокруг него — это другая возможная истина (коперниканская). Одна из этих истин должна быть верной, другая ложной.

Между тем все дальнейшее развитие физики, начатое в этом отношении Коперником и Галилеем, шло в направлении более глубокого понимания понятий покоя и движения, понимания относительности таких понятий и смысла этой относительности.

Н. Бору приписывают (см., например, [11]) такое определение глубокого утверждения или замечания: «Для того чтобы определить, какое утверждение является глубоким, нужно раньше определить, что такое ясное утверж-

---

<sup>9</sup> Не лишним, быть может, будет напомнить, что даже Кеплер в первом выпуске книги «Сокращение (или очерки) коперниковой астрономии», вышедшей в 1618 г. и в следующем же году занесенной в «Индекс запрещенных книг», отвергал идеи Дж. Бруно и утверждал, что существует сфера неподвижных звезд, которая «состоит из льда или из кристалла».

дение. Утверждение является ясным, если противоположное утверждение или правильно, или ложно. Глубокое утверждение должно обладать тем свойством, что противоположное утверждение также является глубоким». В этом смысле, да и с других точек зрения, движение и покой являются глубокими утверждениями.

Систему отсчета (систему координат)<sup>10</sup> можно связать с Землей, и в этой системе Солнце вращается вокруг Земли. Такая система не более «ложна» и не более «истинна», чем система, связанная с Солнцем (и, скажем, со звездами), в которой, разумеется, Земля вращается вокруг Солнца. Подобная равноправность, допустимость разных систем отсчета в рамках кинематики давно уже не вызывает ни тени сомнений. То же относится к упомянутому факту, что Солнце не неподвижно в системах отсчета, связанных с ближайшими звездами или с другими галактиками. Ясно, таким образом, что термины «истинная система отсчета» и «ложная система отсчета» неприменимы для характеристики систем Птолемея и Коперника, да и вообще систем отсчета, как и многих других понятий, отличающихся некоторой сложностью и глубиной. Истина же в данном случае состоит совсем в другом — в особенностях и всей совокупности параметров, определяющих строение Солнечной системы и могущих отражаться и описываться как в геоцентрических, так и в гелиоцентрических координатах. Все это, разумеется, ни в какой мере не противоречит возможности признания тех или иных преимуществ, особых свойств и т. п., присущих той или иной системе отсчета. Довольно характерна в этом отношении (и справедлива по содержанию) и выписка из книги А. Рея, которую В. И. Ленин сделал в «Философских тетрадах»: «...система Птолемея показывает нам опыт, загромаженный индивидуальными представлениями, зависящими от земных условий астрономического наблюдения: это звездная система, как она видна с земли. Система Коперника — Галилея

---

<sup>10</sup> В литературе, особенно в последнее время, часто подчеркивают различие между системой отсчета и системой координат. Действительно, не всякая координатная система может описывать реальное пространство-время или быть реализована реальными телами и т. п. (см., например, [12]). В настоящей статье нет оснований касаться этого вопроса подробнее, и все упоминаемые координатные системы могут отождествляться с системами отсчета.

гораздо более объективна, так как она упреждает условия, зависящие от того факта, что наблюдатель помещается на земле» [13].

#### 4. Возрождение «борьбы воззрений на строение Вселенной» или недоразумение?

С тех пор как сказанное в конце предыдущего раздела было в достаточной мере понято, что, во всяком случае, имело место до создания общей теории относительности, кто-либо вполне мог бы в популярной книге заявить: «Птолемей и Коперник в одинаковой мере правы. Чье мнение предпочесть — вопрос удобства» или «Борьба между воззрениями Птолемея и Коперника, столь жесткая в ранние дни науки, была бессмысленна. Любая система координат может применяться с одинаковым основанием. Два предложения — „Солнце покоится, а Земля движется“ и „Солнце движется, а Земля покоится“ — означают только два различных соглашения о двух различных системах координат».

Что можно было бы заметить по поводу подобных высказываний? Можно, конечно, объявить их авторов идеалистами, реакционерами и даже сторонниками инквизиции. Но это явилось бы либо невежеством, либо демагогией (впрочем оба эти качества прекрасно уживаются друг с другом). Правильная же реакция должна быть примерно такой. Реальная борьба между воззрениями Птолемея и Коперника была связана с тем, что сторонники системы Птолемея считали Землю неподвижной в некотором абсолютном смысле этого понятия и отрицали возможность движения Земли. Они отрицали также заключения, сделанные Коперником и его последователями в отношении строения Солнечной системы, и конкретно не признавали реальности закономерностей в движении планет, выявляющихся в гелиоцентрической системе. По обоим пунктам коперниканцы были совершенно правы, и их борьба против старых взглядов была, конечно, вполне осмысленной. Авторы же приведенных «цитат», вопреки исторической действительности, свели разногласия между воззрениями Птолемея и Коперника к другому вопросу — о возможности пользоваться разными системами отсчета и равноправности этих систем. Естественно думать, что основной причиной этого явилось стремление заост-

речь внимание, не говоря уже просто о «манере выражаться» (*façon de parler*). Манеру эту нельзя признать удачной, поскольку она породила недоразумения, но это уже другой вопрос.

Читатели, вероятно, удивлены, а быть может, и возмущены: выдуманы какие-то цитаты, а потом они произвольно комментируются, разве это что-нибудь доказывает? Все дело в том, однако, что эти цитаты не выдуманы. Первая из них взята из широкоизвестной у нас популярной книги М. Борна [14], а вторая, хотя и в несколько измененном виде (см. также ниже), приведена из еще более известной популярной книги А. Эйнштейна и Л. Инфельда «Эволюция физики» [15]. Что же касается наших комментариев, то они базируются и полностью обоснованы всем контекстом, связанным с этими цитатами, а также другими вполне ясными высказываниями их авторов. Правда, теперь речь идет не о кинематике, а о роли и следствиях общей теории относительности в вопросе о динамической равноправности систем отсчета. Но в том-то и дело, что это обстоятельство только еще больше удаляет дискутируемые вопросы от исторической действительности.

Итак, с общей теорией относительности оказалась связанной не реальная, историческая тема Птолемей — Коперник, а в лучшем случае ее отголоски и более общий (и более современный, но несравненно менее острый) вопрос о существовании привилегированных в динамическом отношении систем отсчета.

Один из вариантов постановки этого вопроса, особенно интересный в плане нашего изложения, ясен из статьи В. А. Фока [16], в которой о системах Птолемея и Коперника говорится следующее: «В узкомеханической постановке речь идет о кинематике Солнечной системы. Птолемей во втором веке предлагал одну кинематическую схему Солнечной системы. Коперник в шестнадцатом веке предложил другую. Истинной оказалась схема Коперника. Вопрос об истинности схемы Коперника может быть решен только динамикой, только наукой, изучающей массы и силы как причины движения. Только динамика может дать ответ на вопрос о природе ускорения: имеет ли ускорение абсолютный или относительный характер. Но этот вопрос тесно связан с вопросом о существовании привилегированных систем отсчета. Здесь возможны две

точки зрения. Согласно одной из них возможно выделение привилегированных систем отсчета, обладающих тем свойством, что если ускорение равно нулю относительно одной из них, то оно равно нулю и относительно любой другой. Это значит, что существование ускорения, отличного от нуля, есть факт объективный, от выбора привилегированной системы отсчета не зависящий. (Это мы и разумеем под словами „абсолютный характер ускорения“.) Если ускорение имеет, в этом смысле, абсолютный характер, то прав Коперник: для Солнечной системы привилегированной является система отсчета с началом в центре инерции Солнца и планет и с осями, направленными на три неподвижные звезды (а также другие системы отсчета, движущиеся относительно первой прямолинейно и равномерно). Но возможна и другая точка зрения, согласно которой привилегированных систем отсчета не существует и ускорение имеет, подобно скорости, относительный характер. С этой точки зрения обе системы — Коперника и Птолемея — равноправны. Первая связана с Солнцем, вторая — с Землей, но ни одна из них не имеет преимущества перед другой. В этом случае спор между сторонниками системы Коперника и системы Птолемея становится беспредметным. Таким образом, вопрос о том, можно ли отдать гелиоцентрической системе решительное предпочтение перед геоцентрической, тесно связан с вопросом о существовании привилегированных систем отсчета.

В дальнейшем В. А. Фок цитирует уже упоминавшиеся книги М. Борна и А. Эйнштейна и Л. Инфельда. Нам придется и здесь привести из последней книги [15] ту цитату, которая в нашей литературе всегда воспроизводится, когда заходит речь об «ошибках» Эйнштейна и о связи гелиоцентрической системы с общей теорией относительности: «Можем ли мы сформулировать физические законы таким образом, чтобы они были справедливыми для всех систем координат, не только для систем, движущихся прямолинейно и равномерно, но и для систем, движущихся совершенно произвольно по отношению друг к другу? Если это можно сделать, то наши трудности разрешены. Тогда мы будем в состоянии применять законы природы в любой системе координат. Борьба между воззрениями Птолемея и Коперника, столь жестокая в ранние дни науки, стала бы совершенно бессмысленной. Любая система координат могла бы применяться с одинаковым основа-



нием. Два предложения — „Солнце покоится, а Земля движется“ и „Солнце движется, а Земля покоится“ — означали бы просто два различных соглашения о двух различных системах координат. Могли бы мы построить реальную релятивистскую физику, справедливую во всех системах координат, физику, в которой имело бы место не абсолютное, а лишь относительное движение? Это, в самом деле, оказывается возможным!»

Об этой цитате еще пойдет речь ниже. Из нее (и, главное, из других материалов) следует, что Эйнштейн и Инфельд (и многие другие) считают, что в свете общей теории относительности какие-то привилегированные системы отсчета, аналогичные в этом отношении инерциальным системам классической механики, ввести нельзя, их не существует. В. А. Фок, напротив, отстаивает тезис [16, 17] о существовании и в общей теории относительности привилегированных систем отсчета, откуда «вытекает абсолютный (в указанном выше смысле) характер ускорения в теории тяготения Эйнштейна» [16]. Здесь имеются определенные разногласия физического характера, хотя и со значительной примесью расхождений терминологического, а потому и малосущественного происхождения. На этом мы остановимся в следующих разделах статьи. Но к какому бы выводу мы здесь ни пришли, исторический спор Птолемей — Коперник отношения к этому по существу не имеет, он не станет ни *беспредметным*, ни *бессмысленным*. Разве что привилегированную систему отсчета, если она существует, желающие смогут называть *истинной*, а непривилегированную *ложной*, от чего достоинства одной и недостатки другой не уменьшатся и не увеличатся.

В свете сказанного автор не может, очевидно, согласиться с А. Д. Александровым, который в статье с многозначительным заглавием «Истина и заблуждение» [18] характеризует дискуссию, связанную с общей теорией относительности, следующими словами: «Старая, полная драматизма борьба воззрений на строение Вселенной, которая привела когда-то к суду над Галилеем, возродилась вновь» и далее «сложившаяся ситуация по-своему драматична потому, что оказался поднятым такой острый в былое время и, казалось, уже давно решенный вопрос...» Между тем, как мы пытались напомнить и подтвердить, давно решенный вопрос действительно давно

решен (Земля не является абсолютно неподвижным центром мира), а вместо возрождения «борьбы воззрений на строение Вселенной» речь идет о недоразумениях, связанных с неточным и небрежным изложением, встречающимся в литературе (в первую очередь в научно-популярных книгах). Кроме того, продолжается, уже в свете общей теории относительности, не затихавшая и до этого дискуссия о возможности введения инерциальных или каких-то других привилегированных систем отсчета; к строению Вселенной этот вопрос имеет в лучшем случае лишь весьма отдаленное отношение.

В заключение настоящего раздела хотелось бы сделать одно частное замечание, касающееся изучения творчества Эйнштейна (это кажется тем более уместным, что приближается его столетний юбилей, который будет отмечаться во всем мире). Эйнштейн как человек восхищает своей скромностью, самокритичностью, полным отсутствием той «величавой надутости» и элементов «мании величия», которые не так уж редко встречаются среди ученых мужей. Тем меньше оснований (и без того, конечно, отсутствующих) канонизировать Эйнштейна, и, напротив, вполне уместен и интересен анализ его заблуждений и ошибок. Да и вообще, в историческом плане, ошибки и заблуждения великих людей не менее поучительны, чем их сильные стороны. Одного от нас безусловно требует, однако, уважение к великому человеку, в данном случае к Эйнштейну, — бережного отношения к его литературному наследству. В свете такого требования нельзя, по нашему мнению, не признать, что «Эволюция физики» [15] не может служить источником анализа взглядов Эйнштейна, особенно если речь идет о конкретных формулировках и вообще о самом тексте. Сказанное становится ясным всякому, кто ознакомится с биографической книгой Л. Инфельда [19] и его воспоминаниями [20]. Стипендия, позволившая Л. Инфельду жить и работать в Принстоне, кончилась, и как выход из денежных затруднений у него возникла идея написать научно-популярную книгу. Но для финансового успеха книги на ней должно было стоять в первую очередь имя Эйнштейна. И Эйнштейн согласился на это, видимо, как из доброты, так и для сохранения возможности вместе с Инфельдом работать над выводом уравнений движения материальных точек из уравнений теории гравитационного поля (т. е. уравнений общей

теории относительности для метрического тензора  $g_{ik}$ ). До какой-то степени Эйнштейн затем, вероятно, даже увлекся идеей написать совсем уж популярную книгу, что ему самому никогда не удавалось. Но писал книгу только Л. Инфельд, причем в силу плохого знания английского языка ему помогали друзья. Затем он читал текст Эйнштейну, который часто говорил: «Мне все равно, как Вы напишете. Вам виднее. Но эта идея обязательно должна быть в книге». Далее Л. Инфельд рассказывает: «Когда прислали авторские экземпляры, я принес их Эйнштейну. Он совершенно не заинтересовался книгой, даже не посмотрел, как она выглядит, так же как не взглянул на нашу работу, когда была прислана верстка» [19, 20]. Говоря о последующем обсуждении книги в печати, Л. Инфельд пишет [20]: «Одним из обвинений, до того неумных, что трудно даже на него ответить, было то, будто мы выступаем против теории Коперника, пишем, что теории Коперника и Птолемея — одно и то же, ибо все зависит от системы отсчета, а система отсчета в теории относительности произвольна. Поэтому мы, как утверждали некоторые рецензенты, обскуранты („поповщина“) и, видимо, также (это я уж добавляю от себя) сторонники инквизиции. Действительно, упомянутый пункт был у нас недостаточно четко сформулирован, но делать из этого вывод, что теория относительности в какой-то мере недооценивает дело Коперника, значит выдвигать обвинение, которое не стоит даже опровергать». Об этом в настоящей статье по существу уже шла речь ранее. Сейчас же мы хотели лишь пояснить, почему «Эволюция физики» не может использоваться как источник для изучения взглядов Эйнштейна. В таком использовании тем меньше нужды, что даже весьма неполное (в отношении публицистики, писем и т. д.) собрание трудов А. Эйнштейна, изданное у нас в 1965—1967 гг., состоит из четырех толстых томов. Хотелось бы надеяться, что злополучная цитата из «Эволюции физики», которую и нам пришлось привести, не будет больше фигурировать в литературе.

## 5. Ньютон

Система понятий и законов, составляющих основу классической механики, приобрела в известном отношении законченный вид только в трудах И. Ньютона (1643—

1727), опубликовавшего свои «Математические начала натуральной философии» в 1687 г. Таким образом, понадобилось около полутора столетий, чтобы благодаря Копернику, Галилею, Кеплеру и, разумеется, многим другим (чьи имена в лучшем случае можно найти лишь в книгах по истории науки) удалось преодолеть и заменить новыми выработанные в древности представления, основанные на повседневных наблюдениях и «здравом смысле»<sup>11</sup>.

Законы механики были сформулированы Ньютоном следующим образом [21]:

«I. Всякое тело продолжает удерживаться в своем состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние.

II. Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует.

III. Действию всегда есть равное и противоположное противодействие, иначе — взаимодействия двух тел друг на друга равны и направлены в противоположные стороны».

Все эти три закона в применении к важнейшему в принципиальном отношении случаю системы материальных точек, силы между которыми зависят лишь от расстояния точек друг от друга, в настоящее время записываются обычно в такой форме:

$$m_i \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = \sum_k \mathbf{F}_{ik}(r_{ik}), \quad (1)$$

$$\mathbf{F}_{ik}(r_{ik}) = -\mathbf{F}_{ki}(r_{ik}), \quad (2)$$

где  $m_i$  — масса точки (тела)  $i$ ;  $\mathbf{r}_i(t)$  — отвечающий этой точке радиус-вектор и  $\mathbf{F}_{ik}$  — сила, действующая на точку  $i$  со стороны точки  $k$ , находящейся от нее на расстоянии  $r_{ik} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|$ .

<sup>11</sup> В античной механике за основу принимался закон движения, согласно которому тело движется равномерно, да и вообще не находится в покое, только пока на него действует сила, что как раз и отвечает действительности в повседневных условиях (особенно в условиях того времени) — при наличии значительных сил трения. Только Галилей ясно и решительно отказался от этого принципа и пришел к противоположному — к закону инерции (при отсутствии сил тело движется равномерно и прямолинейно; см. ниже).

Мы вовсе не собираемся здесь останавливаться на анализе физического содержания различных понятий<sup>12</sup> и законов классической механики и коснемся лишь имеющего прямое отношение к теме статьи вопроса о системах отсчета. Важность этого вопроса очевидна, поскольку законы Ньютона I, II и III просто бессодержательны, пока не указана система отсчета (включая сюда и способ измерения или отсчета времени), относительно которой определяются векторы  $\mathbf{r}_i(t)$ . Достаточно указать, что равномерное и прямолинейное движение материальной точки в некоторой системе отсчета  $K$  в других системах отсчета  $K'$  может быть уже неравномерным и криволинейным (это имеет место, например, если система  $K'$  вращается относительно системы  $K$  или если часы в системе  $K'$  обладают неравномерным ходом по сравнению с часами в системе  $K$ , и т. д.). Таким образом, законы Ньютона (в своей совокупности и в указанной форме) справедливы только для определенного класса систем отсчета. Такие системы в настоящее время называют инерциальными, но это понятие получило более или менее полное право гражданства довольно поздно (лишь в XIX в.; см. ниже). Ньютон же стремился трактовать свои законы как нечто абсолютно точное и считал их справедливыми в некоем абсолютном пространстве и при использовании абсолютного времени, определяемых следующим образом:

*«Абсолютное, истинное, математическое время само по себе и по самой своей сущности, без всякого отношения к чему-либо внешнему, протекает равномерно и иначе называется длительностью. Относительное, кажущееся, или обыденное, время есть или точная, или изменчивая, постигаемая чувствами, внешняя, совершаемая при посредстве какого-либо движения, мера продолжительности, употребляемая в обыденной жизни вместо истинного, математического времени, как то: час, день, месяц, год.*

*Абсолютное пространство по своей сущности, безотносительно к чему бы то ни было внешнему, остается всегда одинаковым и неподвижным. Относительное (пространство) есть его мера или какая-либо ограниченная подвижная часть, которая определяется нашими чувствами по положению его относительно некоторых тел и которое*

---

<sup>12</sup> Имеется в виду, например, понятие массы, которое подробно обсуждается в книге [22].

в обыденной жизни принимается за пространство неподвижное...» [21].

Для современного читателя метафизический характер абсолютного пространства и абсолютного времени бросается в глаза. Но только через два столетия, после создания теории относительности, абсолютное пространство и абсолютное время, понимаемые как нечто неизменное и внешнее, оказались окончательно вытесненными из физики. В то же время критика ньютоновских представлений об абсолютных пространстве и времени, а также физическое определение систем отсчета, в которых справедливы законы Ньютона, содержатся в большом числе трудов, опубликованных значительно раньше (см., например, [23, 24], а также ряд ссылок в [25, 26]). Существо дела состоит в том, что фактически есть такие системы отсчета (они и получили название инерциальных), в которых законы Ньютона справедливы с той точностью, которая отвечает области применимости классической механики. Именно в таком утверждении можно видеть содержание первого закона Ньютона (закона инерции), между тем как в формулировке Ньютона этот закон является просто частным случаем второго закона<sup>13</sup>. На практике, как в физике, так и в астрономии, инерциальная система вводится, определяется и используется путем вполне конкретных физических операций с использованием, например,

<sup>13</sup> Это так, если известно, что на тело не действуют никакие силы  $F_{ik}$ . С другой стороны, узнать, что на тело не действуют силы, можно, казалось бы, только, если оно движется по инерции (т. е. движется равномерно и прямолинейно в инерциальной системе отсчета). Поэтому, чтобы избежать порочного круга, нельзя определять инерциальные системы как системы, в которых справедлив закон инерции. Из опыта следует, однако, что в некоторых системах отсчета (лучше всего в используемой в астрономии системе отсчета, связанной с центром тяжести Солнечной системы и «неподвижными» звездами; см. ниже) второй и третий законы Ньютона справедливы с высокой точностью и без привлечения каких-либо сил, кроме вызванных телами, входящими в состав Солнечной системы. В такой системе отсчета тело, достаточно удаленное от всех других тел, будет двигаться по инерции.

Если считать, что отсутствие сил (внешних воздействий), действующих на тело, можно гарантировать и контролировать (до какой-то степени это обеспечивается в случае достаточной удаленности всех других тел), то существование инерциальной системы отсчета можно отождествить с возможностью найти систему отсчета, по отношению к которой пространство однородно и изотропно, а время — однородно (см. [27]).

маятника Фуко и таких опорных точек, как «неподвижные звезды» или, в действительности, реальные звезды или галактики. При таком подходе совершенно очевидно, что ни одна инерциальная система не может считаться таковой с какой-то абсолютной точностью <sup>14</sup>.

Число инерциальных систем бесконечно велико, поскольку всякая система отсчета, движущаяся с постоянной скоростью  $v = \text{const}$  относительно любой инерциальной системы, также является инерциальной системой. Это обстоятельство, основанное на данных опыта, составляет содержание принципа относительности классической механики. Формально этот принцип состоит в том, что уравнения движения (1) не изменяются, остаются в силе при преобразованиях Галилея

$$r'_i = r_i - vt, \quad t' = t, \quad (3)$$

где  $r'_i$  и  $r_i$  — соответственно радиусы-векторы точки  $i$  в новой и старой системах координат, движущихся друг относительно друга с постоянной скоростью  $v = \text{const}$ .

Во всех инерциальных системах отсчета механические явления происходят, таким образом, совершенно одинаково (разумеется, если одинаковы начальные условия). Равноправие всех инерциальных систем (принцип относительности) лишает возможности, по крайней мере в рамках механики, считать одну из них «абсолютной». Однако ускорение относительно всех инерциальных систем одинаково, и в этом отношении его можно было бы назвать «абсолютным». В частности, если тело вращается относительно одной инерциальной системы отсчета, то оно вращается и в других системах. Во вращающейся системе отсчета (в системе, связанной с телом, вращающимся относительно инерциальной системы) закон движения уже несправедлив в том смысле, что, помимо сил  $F_{ik}$  ( $r_{ik}$ ), появляются так называемые силы инерции — центробежная и кориолисова <sup>15</sup>. В результате их действия плоскость ко-

<sup>14</sup> Другое дело, что вопрос о «степени инерциальности», или, другими словами, той точности, с которой данная система отсчета может считаться инерциальной, в большинстве случаев остается в тени (см. в этой связи [28, 29]).

<sup>15</sup> Таким образом, если в законе движения (1) не конкретизировать вида сил  $F$ , считая их зависящими только от  $r_{ik}$ , причем соблюдается условие (2), то закон движения (1) справедлив во всех системах отсчета — при векторной форме записи система отсчета

лебаний маятника, точка подвеса которого закреплена относительно вращающегося тела (таков маятник Фуко), все время поворачивается относительно тела. В частности, с помощью маятника Фуко можно доказать вращение Земли, доказать, что она не является инерциальной системой отсчета. Фактически, правда, опыт Фуко был впервые выполнен в середине прошлого века, когда вращение Земли относительно инерциальных систем и без того не вызвало сомнений.

В ньютоновской механике инерциальные системы отсчета явно выделены по сравнению с неинерциальными и могут с достаточным основанием быть названы привилегированными системами отсчета. Но эта привилегированность довольно относительна. Подлинно привилегированными были бы, действительно, ньютоновское абсолютное пространство и связанная с ним «наипривилегированнейшая» система отсчета. Все же реальные, применяемые на практике инерциальные системы классической механики и системы, им эквивалентные в силу принципа относительности, во-первых, образуют целое бесконечное семейство и, во-вторых, определены приближенно. С современных позиций последнее, как и вообще использование приближенных понятий, вполне естественно и не вызывает ни удивления, ни возражений. Но к такому отношению пришли в результате длинного пути. Вплоть до создания общей теории относительности инерциальные системы отсчета в той или иной мере абсолютизировались; считалось, что существуют какие-то «абсолютно точные», абсолютно привилегированные инерциальные системы, а ограниченная «степень инерциальности» всех используемых систем отсчета не является принципиальной. Оказалось же, что это не так, в чем и состоит один из существенных результатов общей теории относительности.

Прежде чем перейти к этому этапу в развитии физики, вернемся к вопросу о гео- и гелиоцентрических системах отсчета. Степень инерциальности системы отсчета, связанной с Землей, при наблюдении явлений на земной поверхности определяется отношением центробежного, или кориолисова, ускорения  $a$  к ускорению силы тяжести

---

вообще явно не фигурирует. В этом отношении для записи уравнений механики в ковариантной форме (в одинаковой форме во всех системах отсчета) даже нет особой нужды вводить обобщенные координаты и записывать уравнения в лагранжевой форме.



$g \simeq 980 \text{ см/сек}^2$ . На экваторе, например, отношение центробежного ускорения к ускорению силы тяжести<sup>16</sup>  $a/g \sim 10^{-3}$ . Такого же порядка и отношение ускорения, связанного с движением Земли вокруг Солнца, к ускорению силы тяжести  $g$ . Поэтому не только во времена Галилея (не говоря уже о Копернике), но и значительно позже Земля с вполне достаточной степенью точности могла рассматриваться, и фактически рассматривалась, в качестве инерциальной системы

Таким образом, очевидно, что динамические соображения в смысле учета роли сил инерции или неинерциальности выбираемых систем отсчета при становлении системы Коперника не играли роли. Нам представляется несомненным, что если бы какие-либо эффекты, связанные с отличием гелиоцентрической системы отсчета от инерциальной, даже на несколько порядков величины превосходили фактически имеющую место неинерциальность гелиоцентрической системы (включая сюда и релятивистские поправки), это не было бы замечено Коперником и никак не отразилось бы на его исследованиях. Это замечание покажется, как можно надеяться, менее схоластическим (каким оно, несомненно, в известной мере является), если вместо нашей Солнечной системы иметь в виду планетную систему, связанную с одной из компонент двойной звезды. В подобных условиях в широкой области значений масс звезд и планет связанная с одной из звезд система отсчета (аналогичная в этом отношении гелиоцентрической системе) может оказаться значительно удобнее и т. п. по сравнению с инерциальной системой, связанной с центром масс двойной звезды. Далее, для анализа движения многочисленных спутников Юпитера (их известно 12, Галилей открыл те 4 из них, которые значительно больше всех других) самой удобной является система отсчета, связанная с Юпитером и в этом отношении аналогичная геоцентрической системе. Эти

---

<sup>16</sup> Центробежное ускорение  $a = \frac{v_{\text{З}}^2}{r_{\text{З}}} = \omega_{\text{З}}^2 r_{\text{З}} \sim 1 \text{ см/сек}^2$ , где  $v_{\text{З}} = \omega_{\text{З}} r_{\text{З}}$  — скорость земной поверхности,  $\omega_{\text{З}} = 2\pi/l'_{\text{З}} \sim 6 \cdot 10^{-5} \text{ сек}^{-1}$  — угловая скорость Земли и  $r_{\text{З}} \sim 6 \cdot 10^8 \text{ см}$  — ее радиус. Ускорение Земли в результате ее движения вокруг Солнца  $a = v_0^2/R = 0,6 \text{ см/сек}^2$ , так как скорость Земли на орбите  $v_0 = 3 \cdot 10^6 \text{ см/сек}$  и радиус орбиты  $R = 1,5 \cdot 10^{13} \text{ см}$ .

примеры (число их легко умножить; см., например, [28]) иллюстрируют тот тезис, что вопрос о динамической привилегированности гелиоцентрической системы не имеет существенного значения при оценке исторических заслуг Коперника и фактического содержания споров между коперниканцами и их противниками. Другими словами, спор между сторонниками систем Коперника и Птолемея ни в какой степени не стал бы беспредметным, если бы гелиоцентрическая система была гораздо менее близкой к инерциальной системе отсчета, чем это имеет место в действительности. Сказанное не означает, конечно, отрицания того несомненного факта, что использование именно гелиоцентрической системы в применении к анализу кинематики и динамики Солнечной системы существенно облегчило выявление законов Кеплера и законов движения Ньютона.

Сделанные замечания относятся, по нашему мнению, вообще ко всей проблеме привилегированных систем отсчета. Существуют такие системы или нет, является в значительной мере делом определения, а соответствующие дискуссии в большой мере связаны с историческими реминисценциями. Но в плане настоящей статьи, при обсуждении эволюции представлений о системах отсчета и физического содержания общей теории относительности, на привилегированных системах придется еще остановиться.

## 6. Эйнштейн

В дорелятивистской, доэйнштейновской физике, несмотря на невозможность в рамках механики выделить какую-либо инерциальную систему отсчета среди других таких систем, сохранялась все же вера в существование какой-то «абсолютной» или «наинерциальнейшей» системы отсчета, материализующей ньютоновское абсолютное пространство. Эта вера базировалась на трактовке электродинамических (в частности, оптических) явлений с помощью представлений об эфире и, особенно, о неподвижном эфире. Такой эфир идеально подходил для роли абсолютной (и абсолютно привилегированной) системы отсчета. Но неподвижный эфир оказался по существу столь же метафизической категорией, как и абсолютное пространство, и представление о нем было составлено пос-

ле создания в 1905 г. частной (специальной) теории относительности. Как заметил Эйнштейн (в 1920 г.): «Что касается механической природы лоренцева эфира, то в шутку можно сказать, что Г. А. Лоренц оставил ему лишь одно механическое свойство — неподвижность. К этому можно добавить, что все изменение, которое внесла специальная теория относительности в концепцию эфира, состояло в лишении эфира и этого последнего его механического свойства» [30]<sup>17</sup>. Но если частная теория относительности похоронила надежду на то, что какую-либо из инерциальных систем отсчета каким-то образом все же удастся возвести в ранг «абсолютной системы отсчета», являющейся синонимом абсолютного пространства, то сами инерциальные системы и их выделенность, привилегированность еще полностью сохранились. Неудовлетворенность этим обстоятельством явилась одним из источников и мотивов, приведших Эйнштейна к созданию общей теории относительности.

Символично, что вопрос об инерциальных системах в связи с общей теорией относительности довольно подробно охарактеризован в последней публикации Эйнштейна, вышедшей в год его смерти (в 1955 г.) и посвященной попытке обобщить общую теорию относительности: «Существенное достижение общей теории относительности заключается в том, что она избавила физику от необходимости вводить „инерциальную систему“ (или „инерциальные системы“). Это понятие неудовлетворительно по той причине, что оно без какого-либо обоснования выделяет из всех мысленно возможных систем координат некоторые системы. Затем делается предположение, что законы физики выполняются *только* для таких инерциальных систем (например, закон инерции и закон постоянства скорости света). Таким образом, в системе физики пространство как таковое наделяется ролью, выделяющей его из всех прочих элементов физического описания. Оно играет определяющую роль во всех про-

---

<sup>17</sup> Сказанное здесь содержится уже в основной работе Эйнштейна, посвященной частной теории относительности [31], где говорится: «... в предлагаемой теории не вводится „абсолютно покоящееся пространство“, наделенное особыми свойствами, а также ни одной точке пустого пространства, в котором протекают электромагнитные процессы, не приписывается вектор какой-нибудь скорости».

цессах, не испытывая их обратного воздействия. Хотя подобная теория является логически возможной, но, с другой стороны, она выглядит не совсем удовлетворительной. Ньютон вполне сознавал этот недостаток, но он столь же ясно понимал, что иного пути для физики в то время не было. Среди физиков позднейшего времени особое внимание на это обстоятельство обратил Эрнст Мах.

Какие новые идеи в развитии основ физики после Ньютона позволили преодолеть исключительность инерциальных систем? Прежде всего, введение понятия поля в теорию электромагнитных явлений Фарадея и Максвелла, или, точнее, введение поля как независимого, ни к чему уже не сводимого фундаментального понятия. Насколько мы способны судить в настоящее время, общая теория относительности может мыслиться только как теория поля. Ее нельзя было бы создать, придерживаясь точки зрения, что реальный мир состоит из материальных точек, движущихся под влиянием сил их взаимодействия. Всякий, кто попытался бы объяснить Ньютону равенство инерциальной и гравитационной масс, исходя из принципа эквивалентности, обязательно должен был бы ответить на следующее возражение: правда ли, что в ускоренной системе координат тела испытывают такое же ускорение, как и вблизи поверхности притягивающего их небесного тела? Но где же находятся в первом случае массы, производящие ускорение? Ясно, что теория относительности предполагает независимость понятия поля» (см. [32, стр. 854]).

А теперь перенесемся почти на полстолетия назад, обратившись к первой работе Эйнштейна [33], в которой он в 1907 г. (не достигнув и тридцати лет) начал построение общей теории относительности почти сразу же после создания частной теории относительности<sup>18</sup>. Ввиду краткости § 17 статьи ([33], стр. 105), который озаглавлен

<sup>18</sup> Соответствующие публикации (см. [31, 33]) разделены интервалом в два года, но, вероятно, над проблемой тяготения в рамках теории относительности Эйнштейн начал думать еще раньше. Такое заключение связано в первую очередь с упоминанием в статьях [34, 35] о том, что Эйнштейн вначале пытался построить скалярную релятивистскую теорию гравитационного поля. В статье же [33], основанной уже на принципе эквивалентности, об этой попытке даже не упоминается. Любопытно, что скалярную теорию гравитационного поля в 1912 г. начал развивать Г. Нордстрем, и эта теория была оставлена лишь после того, как в 1919 г. было доказано наличие отклонения световых лучей, проходящих вбли-

«Ускоренная система отсчета и гравитационное поле», его можно привести здесь целиком.

«До сих пор мы применяли принцип относительности, т. е. требование независимости законов природы от состояния движения системы отсчета, только к *неускоренным* системам отсчета. Можно ли представить себе, что принцип относительности выполняется и для систем, движущихся относительно друг друга с ускорением?»

Правда, пока еще нет возможности подробно обсуждать здесь этот вопрос. Но поскольку этот вопрос должен возникнуть перед каждым, кто следил за применениями принципа относительности до настоящего времени, я не могу не высказать здесь своего мнения на этот счет.

Рассмотрим две системы отсчета  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$ . Пусть  $\Sigma_1$  движется с ускорением в направлении своей оси  $X$  и пусть ее ускорение (постоянное во времени) равно  $\gamma$ . Предположим, что  $\Sigma_2$  покоится, но находится в однородном гравитационном поле, которое сообщает всем телам ускорение  $-\gamma$  в направлении оси  $X$ .

Как известно, физические законы относительно  $\Sigma_1$  не отличаются от законов, отнесенных к  $\Sigma_2$ ; это связано с тем, что в гравитационном поле все тела ускоряются одинаково. Поэтому при современном состоянии наших знаний нет никаких оснований полагать, что системы отсчета  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$  в каком-либо отношении отличаются друг от друга, и в дальнейшем мы будем предполагать полную физическую равноценность гравитационного поля и соответствующего ускорения системы отсчета.

Это предположение распространяет принцип относительности на случай равномерно ускоренного прямолинейного движения системы отсчета. Эвристическая ценность этого предположения состоит в том, что оно позволяет заменить однородное поле тяжести равномерно ускоренной системой отсчета, которая до известной степени поддается теоретическому рассмотрению».

---

зи Солнца (в скалярной теории этот эффект полностью отсутствует). Но смешанная, тензорно-скалярная теория тяготения обсуждается и сейчас [36, 37], причем может считаться основным альтернативным по отношению к общей теории относительности вариантом теории гравитационного поля, не противоречащим опыту и наблюдениям (см. также ниже).

Так началось создание теории, которую очень многие (в том числе и автор настоящей статьи) считают непревзойденной вершиной теоретической физики.

Уже в приведенном отрывке речь идет об однородном гравитационном поле и равномерно ускоренной системе отсчета, но нет и намека на возможность «исключить» с помощью выбора системы отсчета любое гравитационное поле. В следующей же статье ([38], 1911 г.), посвященной построению общей теории относительности, Эйнштейн специально подчеркивает: «Конечно, нельзя *любое* поле тяжести заменить состоянием движения системы без гравитационного поля, точно так же как нельзя преобразовать все точки произвольно движущейся среды к покою посредством релятивистского преобразования».

Приведем еще одно замечание Эйнштейна на этот счет [39]: «Нельзя утверждать, что если в системе  $K'$  существует *произвольное* гравитационное поле, то всегда найдется такая система  $K$ , по отношению к которой изолированная масса движется прямолинейно и равномерно, т. е. в которой нет никакого поля тяжести. Абсурдность такого утверждения очевидна. Например, если поле тяжести в системе  $K'$  создается покоящейся материальной точкой, то это поле для всей области вокруг материальной точки невозможно исключить никакими преобразованиями системы координат. Никким образом нельзя также утверждать, что поле тяжести в какой-либо мере объясняется чисто кинематически: „кинематическое, нединамическое понимание гравитации“ невозможно. Мы не можем получить *любое* гравитационное поле посредством простого ускорения одной галилеевой системы координат относительно другой, поскольку таким путем возможно получать поля только определенной структуры, которые, однако, должны подчиняться тем же законам, что и все другие гравитационные поля. Это еще одна формулировка принципа эквивалентности (специально для применения этого принципа к гравитации)».

Приведенные выдержки, число которых легко умножить, не оставляют, на наш взгляд (см. также [40]), ни малейших сомнений в том, что Эйнштейн никогда не придерживался «кинематического» понимания гравитации и тем самым рассматривал принцип эквивалентности как носящий, вообще говоря, лишь локальный характер.

Принцип эквивалентности — это утверждение о пол-

ной тождественности всех физических процессов и явлений в однородном поле тяготения и в соответствующей равномерно ускоренной системе отсчета, причем речь идет о достаточно малых (в пределе — о бесконечно малых) пространственно-временных областях<sup>19</sup>. Из принципа эквивалентности следует равенство инертной массы  $m_{и}$  и тяжелой массы  $m_{т}$ , так как в противном случае уже механические движения в ускоренной системе отсчета и в поле тяжести протекали бы неодинаково<sup>20</sup>. Но обратное утверждение неверно. Равенство инертной и тяжелой массы обеспечивает, конечно, соблюдение принципа эквивалентности в области классической (нерелятивистской) механики, но отнюдь не гарантирует его всеобщей справедливости, например в области оптических явлений. Чтобы показать, насколько может быть велика здесь разница, приведем такой пример [43]. В классической механике принцип относительности, т. е. эквивалентность всех инерциальных систем отсчета, справедлив при использовании преобразований Галилея (3). Но тот же принцип при распространении на оптику и «всю физику» справедлив лишь при использовании преобразований Лоренца. Переход от равенства  $m_{и} = m_{т}$  к принципу эквивалентности аналогичен распространению принципа относительности классической механики на всю физику. Правда, доказанная в настоящее время огромная точность равенства  $m_{и} = m_{т}$  (согласно [44],  $|m_{и} - m_{т}| : m_{и} < < 10^{-12}$ ) позволяет сделать косвенный вывод и о соблю-

<sup>19</sup> О возможном расширении этой области во времени см. [41, 42]. Заметим, что в связи с ограничением малыми областями эквивалентность влияния поля и ускорения системы отсчета не распространяется на эффекты типа приливных явлений, зависящих от вторых производных от гравитационного потенциала  $\varphi$  или, в более общем случае, от вторых производных метрического тензора  $g_{ik}$ .

<sup>20</sup> Напомним, что инертной массой называются величины  $m_i \equiv \equiv m_{и, i}$ , фигурирующие в уравнениях движения (1). Согласно ньютоновскому закону всемирного тяготения в этом случае сила притяжения  $F_{ik} = Gm_i m_k / r_{ik}^2$ , причем здесь массы  $m_i$  и  $m_k$  представляют собой уже «тяжелые массы»,  $m_{т, i}$  и  $m_{т, k}$  — характеристики гравитационного взаимодействия. В силу равенства инертной и тяжелой массы при движении любого тела в гравитационном поле (при отсутствии всех других сил) масса тела выпадает (сокращается) из уравнения движения. Именно поэтому все тела в заданном поле тяжести падают с одинаковым ускорением.

дении принципа эквивалентности в теории электромагнитных и сильных (но не слабых) взаимодействий, но это уже другой вопрос. К тому же, поскольку понятия об инертной и тяжелой массе вводятся в классической механике, они сами без дальнейшего имеют весьма ограниченный смысл, в силу чего равенство  $m_{\text{и}} = m_{\text{т}}$  тем более неспособно заменить значительно более широкий принцип эквивалентности.

Все эти замечания представляются здесь уместными, поскольку принцип эквивалентности является буквально фундаментом, физической основой общей теории относительности («по моему разумению, моя теория покоится исключительно на этом принципе», — так высказался на этот счет Эйнштейн [39]). Помимо всего прочего, как же иначе понять, почему гравитационное поле должно описываться именно с помощью метрического тензора  $g_{ik}$ , характеризующего геометрию и систему отсчета, а не какими-то другими величинами? Естественно, что по такому пути, — вводя вместо или наряду с  $g_{ik}$  другие величины, — и пытаются развивать теории гравитационного поля, отличные от общей теории относительности (см. [36, 37, 43, 45]). Вместе с тем, если общая теория относительности уже построена, то соблюдение принципа эквивалентности в любой достаточно малой области гарантировано, и об этом принципе можно при желании забыть, «похоронить повивальную бабку с соответствующими почестями» [46] (критические замечания, касающиеся роли принципа эквивалентности, см. также в [16, 17]). Как ясно из сказанного, автор (как и большинство физиков; см., например, [12, 15, 42, 47—50]) ни в коей мере не разделяет такое мнение и придерживается точки зрения Эйнштейна.

Вернемся к основной для нас теме — вопросу о системах отсчета.

В силу принципа эквивалентности (а все известные данные его подтверждают, причем в ряде случаев с фантастической точностью [44]) нельзя отличить инерциальную систему от равномерно ускоренной системы (с ускорением  $g$  относительно инерциальной системы), в которой имеется однородное гравитационное поле, сообщающее телам ускорение —  $g$ . В обоих этих случаях изолированное тело будет двигаться по инерции (т. е. без ускорения). Тем самым частный принцип относительности (эквива-



лентность всех инерциальных систем отсчета) действительно расширяется<sup>21</sup>. Или, что в данном случае одно и то же, инерциальные системы нельзя отличить от значительно более широкого класса систем с постоянным ускорением и одновременно гравитационным полем (в этой связи инерциальные системы можно также назвать ненаблюдаемыми [51]). Но это только начало, поскольку общая теория относительности, после того как она построена, обобщает классическую механику и теорию тяготения, содержит их как предельный случай и при этом не вводит и не использует инерциальных систем отсчета (для конечных, а тем более для неограниченно больших областей пространства-времени). «Истинное», неустранимое выбором системы отсчета гравитационное поле существует, но имеет такую же природу, как и ньютоновские силы инерции или однородное поле, и проявляется, согласно общей теории относительности, в неевклидовости (в появлении кривизны) пространства-времени. Этот важнейший момент заслуживает, конечно, более подробного обсуждения, что и делается во всех книгах (в том числе популярных), посвященных общей теории относительности. Здесь от такого обсуждения придется отказаться, ограничившись замечанием, что в неевклидовом (римановом) пространстве «пробное тело» (материальная точка, гравитационное поле которой достаточно слабо) при отсутствии сил, например электромагнитных, движется по геодезической линии. В пространствах с различной кривизной (в разных гравитационных полях) геодезические линии тоже, разумеется, разные, т. е. не имеет места универсальное в классической механике равномерное и прямолинейное движение по инерции.

Итак, в общей теории относительности, если не говорить о приближениях и предельных случаях, не существует привилегированных, инерциальных систем отсчета. В соответствии с этим теория развивается на основе уравнений, имеющих одинаковую (ковариантную) форму для

---

<sup>21</sup> Однородное во всем пространстве гравитационное поле и бесконечно протяженная равномерно ускоренная система отсчета — это абстракции, ограниченное значение которых в полной мере выяснила как раз общая теория относительности. Но с точки зрения критики классической механики, где не вводилось никаких ограничений на размеры систем отсчета, приведенное замечание представляется вполне убедительным.

очень широкого класса возможных систем отсчета. Поскольку ни одна из этих систем, вообще говоря, «не лучше» (не более привилегирована), чем другие, возникает равноправие всех систем. Именно на такой основе возникли термин «общий принцип относительности» и название «общая теория относительности». Несомненно, равноправие инерциальных систем (частный принцип относительности) имеет и другой смысл, можно сказать, имеет позитивное содержание: при одинаковых начальных условиях тело описывает во всех системах одинаковую траекторию (ограничиваемая этим простейшим примером). В произвольных же системах отсчета траектории при заданном движении тела тоже весьма произвольны. Но коль скоро не существует системы отсчета, а тем более бесконечного семейства систем отсчета с какими-то исключительными, выделенными свойствами, опять же возникает равноправие всех систем, хотя и другое (если угодно, равноправие негативного характера; см. также [37, стр. 306]). Все это хотелось бы резюмировать словами самого Эйнштейна: «Пусть  $K$  — инерциальная система без поля тяжести,  $K'$  — система координат, равномерно ускоренная относительно  $K$ . Тогда поведение материальных точек по отношению к  $K'$  будет таким же, как если бы  $K'$  была инерциальной системой, в которой существует однородное поле тяготения. Таким образом, в свете известных из опыта свойств поля тяжести определение инерциальной системы оказывается несостоятельным. Напрашивается мысль о том, что каждая, любым образом движущаяся система отсчета, с точки зрения формулировки законов природы, равноценна любой другой и что, следовательно, для областей конечной протяженности вообще не существует физически выделенных (привилегированных) состояний движения (общий принцип относительности). Последовательное проведение этой идеи требует еще более глубокого видоизменения геометрико-кинематических основ теории, чем специальная теория относительности... Обобщая, приходим к следующему результату: поле тяготения и метрика представляют собой лишь различные формы проявления одного и того же физического поля» [52].

Из приведенных отрывков из статей Эйнштейна уже ясно естественное происхождение названия — общая теория относительности. Разумеется, это есть теория гравитационного поля, но вполне определенная теория такого

поля, основанная на введении лишь метрического тензора  $g_{ik}$  и на конкретных уравнениях для  $g_{ik}$ . Чтобы отличать эту теорию от многих других известных [36, 37, 45], пусть и несравненно менее совершенных (по крайней мере, по нашему мнению), нужно было бы пользоваться термином «теория гравитационного поля Эйнштейна, или теория тяготения Эйнштейна». Так иногда и поступают, что не может встретить никаких возражений. Нам хотелось бы в этой связи лишь подчеркнуть, что и название «общая теория относительности» вполне закономерно и нет оснований от него отказываться, не говоря уже о том, что замена этого названия представляется практически невозможной в силу установившейся традиции.

К сожалению, вопросы терминологии и словоупотребления столь тесно переплетаются с существенными проблемами, что нередко мешают обсуждению этих проблем, навязывают форму дискуссии, заставляют спорить о словах. Правда, вопрос о названии теории (и, конкретно, о названии «общая теория относительности») столь явно терминологический, что не может породить расхождений по сути дела. Но этого, по-видимому, нельзя сказать о проблеме существования в общей теории относительности привилегированных систем отсчета. Мнение Эйнштейна на этот счет совершенно ясно уже из последнего цитированного нами отрывка. Нужно только пояснить, что оговорка об отсутствии привилегированных систем «для областей конечной протяженности» весьма важна. Для достаточно малых (формально, для бесконечно малых) областей пространства-времени в общей теории относительности, конечно, существует привилегированная система отсчета — имеется в виду свободно падающая локально-инерциальная система отсчета (система отсчета в «падающем лифте»), в которой нет сил тяготения и справедлива частная теория относительности. Но такие системы не только локальны, но и не совпадают с инерциальными системами классической механики, по идее отнюдь не являющимися локальными и допускающими присутствие сил тяготения.

Для областей же конечной протяженности в общем случае мы не видим никакого подлинного аналога инерциальных систем, никаких систем, столь же «привилегированных». Но здесь-то и возникает возможность терминологических разногласий, Исследование конкретных

физических задач всегда связано с каким-то упрощением, приближением, с идеализацией ситуации. Если, например, речь идет о динамике Солнечной системы, то в силу малости ускорения Солнца в Галактике, малой массы планеты и малой угловой скорости вращения Солнца естественно воспользоваться центрально-симметричной системой отсчета, связанной с центром Солнца, евклидовой (галилеевой) на бесконечности и не учитывающей вращения Солнца (это обстоятельство, собственно, уже отражено в предположении о сферической, а не об аксиальной симметрии задачи). Соответствующая система отсчета и полученные в ней решения уравнений поля (особенно решение Шварцшильда) очень широко используются. В последнее время, в применении к изолированным быстро вращающимся звездам и черным дырам, все шире исследуется и используется аксиально-симметричная система отсчета и полученные в ней решения (в первую очередь речь идет о решении Керра; см. [53]). В космологии, при анализе космологических моделей, применяются в основном сопутствующие системы отсчета, в которых среднее по большим объемам распределение вещества покоится; при этом усреднение плотности вещества производится по объемам, содержащим много галактик и скоплений галактик. Все эти системы можно назвать привилегированными, они таковыми и являются в рамках используемых приближений и ограничений. Но совершенно очевиден частный характер такой привилегированности, сугубо отличный от той привилегированности, которой наделяла инерциальные системы классическая механика.

Последнее, по нашему убеждению, полностью относится и к так называемым гармоническим системам координат, которые В. А. Фок считает «привилегированными» до такой степени, что, только признав принципиальное значение существования привилегированной гармонической координатной системы, «можно говорить о правильности гелиоцентрической системы Коперника в том же смысле, в каком это было возможно в механике Ньютона. Непризнание же привилегированных координатных систем ведет к той точке зрения, согласно которой гелиоцентрическая система Коперника и геоцентрическая система Птолемея будто бы равноправны» [17, стр. 475].

Уравнения Эйнштейна для гравитационного поля (для метрического тензора  $g_{ik}$ ) записаны в произвольной (в

широких пределах) системе координат или, как говорят, являются общековариантными. Поэтому четыре координаты  $x_i$  можно подвергнуть произвольным преобразованиям и тем самым выбрать четыре из десяти компонент тензора  $g_{ik}$ . Другими словами, только шесть компонент  $g_{ik}$  являются независимыми и, следовательно, помимо уравнений поля на  $g_{ik}$ , можно наложить четыре дополнительных «координатных условия» (подробнее см., например, [12, 17, 46—48]). К числу таких координатных условий и принадлежат гармонические условия, введенные еще в 1921 г. [54] и с тех пор часто применяемые (особенно см. [17] и цитированную там литературу). Эти условия имеют вид <sup>22</sup>

$$\frac{\partial \sqrt{-g} g^{ik}}{\partial x_i} = 0, \quad (4)$$

где  $g^{ik}$  — контравариантные компоненты тензора  $g_{ik}(x_j)$  и  $g$  — определитель, состоящий из величин  $g_{ik}$  ( $i, k = 0, 1, 2, 3$ ).

Для изолированной совокупности тел при условии, что метрика галилеева на бесконечности, и при соблюдении условия излучения (т. е. при отсутствии гравитационных волн, приходящих извне к рассматриваемой системе тел) гармонические условия (4) однозначно определяют координатную систему с точностью до лоренцева преобразования (с постоянными коэффициентами) <sup>23</sup>. По последней причине ускорение частицы во всех гармонических системах одинаково, как и в случае всех инерциальных систем отсчета классической механики. Именно это обстоятельство роднит гармонические и инерциальные системы. Тем не менее гармонические системы остаются блед-

<sup>22</sup> Последующая весьма небольшая часть настоящего раздела, посвященная вопросу о гармонических условиях, поневоле написана на другом «техническом» уровне, чем статья в целом. Эта часть раздела может быть пропущена читателями; ее содержание составляет аргументация, согласно которой, по нашему мнению, введение гармонических координат не имеет принципиального значения.

<sup>23</sup> Нам неясно, впрочем, справедливо ли доказательство [17] однозначности гармонических систем с точностью до лоренцевых преобразований при наличии особенностей, имеющихся в решениях Шварцшильда и Керра, а также, несомненно, и в более общих решениях, которые нужно рассматривать в случае коллапсирующих масс.

ной тенью инерциальных систем. Действительно, последние вводились во всем пространстве и без всяких ограничений. Гармонические же системы определяют координатную систему с точностью до лоренцева преобразования раньше всего в предположении, что на бесконечности пространство является галилеевым, т. е. евклидовым (точнее, псевдоевклидовым, если говорить о пространстве-времени). Но это практически то же самое, как и предположение о существовании инерциальных систем «на бесконечности», для которого нет абсолютно никаких оснований (более того, в космологии обычно рассматриваются модели, не обладающие таким свойством). Нет оснований также считать, что к рассматриваемой системе тел не приходит извне гравитационное излучение. Конечно, при приближенной постановке задачи это допущение, как и евклидовость метрики на бесконечности, часто вполне естественно и разумно. Но в том-то и дело, что в классической механике инерциальные системы были отнюдь не приближенным понятием. Наконец, инерциальные системы выделялись в классической механике по вполне определенным физическим признакам (по отсутствию сил инерции или эквивалентным образом). А имеют ли какое-либо физическое значение, кроме упомянутого ранее, условия (4)? В этом отношении системы отсчета, в которых имеется постоянное гравитационное поле в случае сферической массы (решение Шварцшильда) или стационарное гравитационное поле вне вращающейся массы (решение Керра), можно считать «привилегированными» с гораздо большим основанием. Добавим, что условия гармоничности (4) близки по форме к известному условию — лоренцевой калибровке, накладываемой в псевдоевклидовом пространстве на потенциалы электромагнитного поля  $A_i = \{A_1, A_2, A_3, A_0 = \varphi\}$ . Эта калибровка имеет вид

$$\frac{\partial A_i}{\partial x_i} = \operatorname{div} \mathbf{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0; \quad (5)$$

в условиях, аналогичных используемым для определения гармонической системы координат, калибровка (5) однозначно определяет некоторый потенциал  $A_i$  при известных электрическом  $\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \operatorname{grad} \varphi$  и магнитном  $\mathbf{H} = \operatorname{rot} \mathbf{A}$  полях. Но, как это хорошо известно,

столь же успешно можно использовать, например, кулоновскую калибровку  $\operatorname{div} \mathbf{A} = 0$ , которая часто даже удобнее. Во всяком случае в силу того, что при условии (5) и некоторых дополнительных предположениях можно ввести однозначный потенциал  $A_i$ , никто не считает такой потенциал «привилегированным».

В общем, если не сводить дело к спору о смысле термина «привилегированная система отсчета», ситуация представляется достаточно ясной. Классическая физика вкладывала в понятие привилегированной, инерциальной системы отсчета некоторый абсолютный смысл. Уже в недрах классической механики эта абсолютная привилегированность была метафизическим понятием, но сохранялась по ряду причин (в частности, в связи с понятием о неподвижном эфире). Частная теория относительности нанесла еще один удар метафизической выделенности и привилегированности инерциальных систем, а общая теория относительности окончательно выяснила их приближенный и ограниченный характер. И никакой возврат к прошлому здесь, как и обычно в таких случаях, уже невозможен. Вводимые в рамках общей теории относительности системы координат одни удобнее в данном случае, другие более целесообразны в других условиях. Гармонические координаты принадлежат к числу таких широко используемых, часто весьма удобных координатных систем, но занять место инерциальных систем классической физики они никак не могут.

Что же касается спора «Птолемей — Коперник», то, как мы старались показать в предыдущих разделах статьи, его лишь с большой натяжкой вообще можно связать с вопросом о динамической привилегированности тех или иных систем отсчета. Если же это тем не менее сделать, то все равно нужно иметь в виду, что обе системы — гелиоцентрическая и геоцентрическая — не могут считаться инерциальными, хотя гелиоцентрическая система и значительно ближе к этому идеалу. Общая теория относительности здесь, непосредственно, не внесла ничего нового, она лишь выяснила, что упомянутый идеал принципиально недостижим, ибо его — строго инерциальных систем отсчета в конечных пространственно-временных областях — в природе вообще не существует. При этом поправки, связанные с учетом эффектов общей теории относительности, в пределах Солнечной системы очень

малы даже по современным масштабам — они характеризуются параметром  $\varphi/c^2$ , который даже на поверхности Солнца равен

$$|\varphi|/c^2 = \frac{GM_{\odot}}{r_{\odot}c^2} = 2,12 \cdot 10^{-6}. \quad (6)$$

Здесь  $\varphi$  — ньютоновский потенциал сил тяготения,  $G = 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/\text{г} \cdot \text{сек}^2$  — гравитационная постоянная,  $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{33} \text{ г}$  — масса Солнца и  $r_{\odot} = 7 \cdot 10^{10} \text{ см}$  — радиус солнечной фотосферы.

Единственный замеченный релятивистский эффект в отношении планет Солнечной системы — поворот перигелиев планет. Этот эффект больше всего для ближайшей к Солнцу планеты — для Меркурия, причем он составляет 43 угловых секунды в столетие, что в 12,5 раза меньше аналогичного поворота перигелия Меркурия в результате возмущений, вызванных другими планетами. Для Земли релятивистский поворот перигелия орбиты (т. е. ближайшей к Солнцу точки орбиты) составляет всего 3,8 угловых секунды в столетие. За это же время Земля, очевидно, делает сто полных оборотов вокруг Солнца, что соответствует повороту на  $1,296 \cdot 10^8$  угловых секунд. Речь для Земли идет, таким образом, об эффекте порядка  $10^{-8}$  (для земной орбиты как раз  $|\varphi|/c^2 \simeq \frac{GM_{\odot}}{Rc^2} \simeq \frac{v_0^2}{c^2} = 10^{-8}$ , где  $R = 1,5 \cdot 10^{13} \text{ см}$  — радиус орбиты и  $v_0 = 3 \cdot 10^6 \text{ см/сек}$  — скорость Земли по орбите). Этот эффект так мал, что до сих пор его не удалось выделить на «фоне» других возмущений, которым подвержено движение Земли. Для Меркурия некоторый поворот перигелия, неизвестной тогда природы, был выявлен в XIX в. и объяснен лишь Эйнштейном в 1915 г. на основе общей теории относительности.

Совершенно очевидно, что не только Коперник, Галилей и Кеплер, но и Ньютон должны были думать о согласовании теории движения планет и наблюдений лишь с точностями несравненно меньшими, чем необходимые при выделении релятивистских эффектов. Столь же понятна поэтому и возможность в те времена абсолютизировать инерциальные системы отсчета. Понятно, наконец, почему мы широко пользуемся приближенно инерциальными системами сегодня и почему ими всегда будут пользоваться. Труднее объяснить, по каким причинам



через много лет после создания общей теории относительности все еще иногда не только стремятся сохранить какие-то «принципиально» привилегированные системы отсчета, подобные строго инерциальным системам, но и связывают с этим стремлением давно решенный вопрос об историческом, астрономическом и физическом значении труда Коперника. Для этого так же мало оснований, как и для утверждений, что общая теория относительности вообще как-то принципиально изменила оценку существа споров между коперниканцами и их противниками.

Выше мы не коснулись вопросов об абсолютности вращения и о принципе Маха, несмотря на их тесную связь с обсуждавшимися проблемами. Нужно отметить, что принцип Маха не только широко дискутировался в период создания общей теории относительности [55—58] и вскоре после этого [30, 59], но и продолжает привлекать внимание и по-разному оцениваться до сих пор [37, 49, 60]. Тем не менее придется ограничиться здесь лишь несколькими замечаниями на этот счет.

Ньютоновское «абсолютное пространство» особенно выпукло выступает в качестве источника или причины механического воздействия в случае вращения тел. Ньютон обсуждал этот вопрос на примере сосуда (ведра) с водой, вращающегося вокруг своей оси. Эйнштейн в своей статье [56], в известной мере завершившей в 1916 г. построение общей теории относительности (все основные результаты были, правда, получены на год раньше), пользуется другим примером — рассматривает два жидких тела, парящих в пространстве, причем одно из тел вращается относительно инерциальной системы отсчета. Поверхность этого вращающегося тела будет эллипсоидом вращения, в отличие от сферической поверхности покоящегося тела. В опытах с ведром вращение вызывает изменение поверхности воды. Причиной сплющивания вращающейся массы или изменения формы поверхности воды в ньютоновской механике выступает абсолютное пространство, вращение относительно него. Аналогичен и опыт Фуко, в котором пространство «удерживает» плоскость колебаний маятника. Поскольку абсолютное пространство не было наделено никакими другими наблюдаемыми функциями, его действие, скажем, на маятник или вращающуюся жидкость рассматривалось Махом

(имевшим в этом отношении таких предшественников, как Лейбниц и Беркли) как неудовлетворительное, фиктивное объяснение. Мах подчеркнул также то весьма важное и ниоткуда не вытекающее обстоятельство, что в инерциальных системах (фиксированных с помощью законов механики в применении ко всем телам Солнечной системы) звезды неподвижны (именно поэтому, конечно, в астрономии широко применяется система отсчета с осями, направленными на «неподвижные звезды») [61]. В настоящее время этот факт установлен с огромной точностью, составляющей 0,4 угловой секунды в столетие (см. [62]). Следующим шагом Маха было предположение, что такое совпадение систем отсчета, выделенных динамически (закон инерции и т. п.) и кинематически (по отсутствию вращения удаленных масс), не является случайным, и роль абсолютного пространства как раз и играют все удаленные массы (звезды, галактики). Эти массы создают как бы «поле инерции» или «направляющее поле» (Führungsfeld), обеспечивающее постоянство плоскости колебаний маятника Фуко и появление сил инерции в ускоренных системах отсчета.

Эта аргументация Маха в период создания общей теории относительности оказала на Эйнштейна несомненное влияние [55—56]. Но постепенно его позиция трансформировалась [57, 58, 30, 35], и в опубликованных в 1949 г. (по поводу 70-летнего юбилея) «Автобиографических заметках» Эйнштейн пишет: «По мнению Маха, в действительно рациональной теории инертность должна, подобно другим ньютоновским силам, происходить от взаимодействия масс. Это мнение я долгое время считал в принципе правильным. Оно неявным образом предполагает, однако, что теория, на которой все основано, должна принадлежать к тому же типу, как и ньютонова механика: основными понятиями в ней должны служить массы и взаимодействия между ними. Между тем нетрудно видеть, что такая попытка решения не вяжется с духом теории поля» [35].

И действительно, мы наблюдаем непосредственно не звезды, а то, что можно назвать «звездным компасом» (Sternenkompass) — совокупность световых лучей, давным-давно испущенных звездами. Конечная скорость распространения света (и всех других, в том числе и гравитационных возмущений), дух теории поля — близко-

действие — все это решительно не позволяет непосредственно связывать инерцию («направляющее поле») с удаленными массами. Правда, некоторая связь здесь возможна (об этом речь ниже), но на вопрос о причинах постоянства плоскости колебаний маятника Фуко именно в определенных системах отсчета, на вопрос о природе сил инерции в ускоренных системах можно дать лишь один ответ: все дело в гравитационном поле, это гравитационное поле и есть, в частности, «направляющее поле», обеспечивающее движение по инерции. Пониманию этого факта препятствовало (и иногда препятствует даже теперь) то обстоятельство, что в классической механике в основе лежит понятие силы и, в частности, гравитационное поле считается отсутствующим при отсутствии силы тяжести. Движение же по инерции считается свободным, происходящим при отсутствии поля. В общей же теории относительности гравитационное поле описывается метрическим тензором  $g_{ik}(x_j)$ , а движение «пробного тела» в таком поле всегда есть движение по инерции (движение по геодезической линии). В частном случае галилеевой метрики ( $g_{00} = 1$ ,  $g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1$ ), описывающей инерциальную систему, геодезическими линиями являются прямые: классическое движение по инерции есть движение в галилеевом гравитационном поле, т. е. данное конкретное поле (галилеево поле) является причиной движения именно по инерции (равномерного движения по прямой линии; разумеется, все другие поля считаются отсутствующими). Последняя формулировка отличалась бы от старой (ньютоновской) лишь по форме, если бы не тот фундаментальный факт, что в общей теории относительности поле  $g_{ik}(x_j)$  не является заданным, внешним и неизменным, напротив, вещество влияет на это поле, меняет его, а поле в свою очередь влияет на вещество. В этой связи «вращение относительно гравитационного поля» отлично от абсолютного вращения (вращения относительно абсолютного пространства) уже потому, что абсолютное пространство было одно, а гравитационных полей может быть бесконечное множество. Конкретно, вблизи вращающейся достаточно массивной коллапсировавшей звезды (вращающейся «черной дыры») <sup>24</sup> плоскость

<sup>24</sup> В принципе можно, конечно, рассматривать и вращающуюся планету (скажем, Землю) или обычную звезду, но в этом случае соответствующий эффект просто очень мал.

колебаний маятника Фуко на какой-то «планете» или ось гироскопа удерживаются не везде в одном и том же положении, а в положении, зависящем от координат точки наблюдения относительно звезды и оси ее вращения (дело здесь во влиянии собственного гравитационного поля, обусловленного вращением звезды). Нечто аналогичное, впрочем, можно сказать и в отношении всех локально-инерциальных систем отсчета и вращения в этих системах.

Итак, на место абсолютного пространства и пространства «вообще» пришло гравитационное поле. «Согласно общей теории относительности не существует отдельно пространство как нечто противоположное тому, что заполняет пространство и что зависит от координат. Таким образом чисто гравитационное поле может быть описано с помощью  $g_{ih}$  (как функций координат) путем решения уравнений гравитации. Если мы представим себе, что гравитационное поле устранено, то не останется не только пространства типа (1)<sup>25</sup>, но вообще *ничего*, в том числе и «топологического пространства». В самом деле, функции  $g_{ih}$  описывают не только поле, но и в то же самое время топологические и метрические структурные свойства многообразия. Пространство типа (1), с точки зрения общей теории относительности, не есть пространство без поля, но представляет собой частный случай поля  $g_{ih}$ , когда в определенной системе координат, которая сама по себе не имеет объективного значения, функции  $g_{ih}$  имеют значения, не зависящие от координат. Пустое пространство, т. е. пространство без поля, не существует. Пространство-время существует не само по себе, но только как структурное свойство поля» [63] (см. также статью [30]).

В рамках теории поля идея Маха (и других) о роли удаленных масс может обсуждаться лишь с точки зрения роли этих масс при создании поля. В согласии с этим Эйнштейн в 1918 г. сформулировал: «Принцип Маха:  $G$ -поле (т. е. гравитационное поле  $g_{ih}$ . — В. Г.) полностью определено массами тел» [58]. Далее следовало пояснение, что необходимость придерживаться принципа Маха «отнюдь не разделяется другими авторами, но я и сам считаю, что выполнение его не обязательно. По принципу

<sup>25</sup> Выражение (1) в статье [63] — это галилеевская метрика

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 - dx_4^2.$$

Маха, согласно уравнениям гравитационного поля, не должно существовать никакого  $G$ -поля без материи. Очевидно, что постулат «в» (принцип Маха.— *В. Г.*) тесно связан с вопросом пространственно-временной структуры мира как целого, так как в порождении  $G$ -поля принимают участие все массы».

Уравнения общей теории относительности такому принципу Маха не удовлетворяют (это выяснилось после опубликования статьи [58], в которой Эйнштейн полагал, что принципу Маха удовлетворяют уравнения с  $\Lambda$ -членом, введенные в статье [57]). Естественность такого результата ясна на примере электродинамики: применение в этом случае требования, аналогичного сформулированному выше принципу Маха, означает требование об отсутствии всех соответствующих электромагнитным волнам свободных решений уравнений поля. В теории гравитационного поля также существуют свободные решения (гравитационные волны и другие решения), появляющиеся и при отсутствии вещества (включая сюда и электромагнитное поле). Тем не менее, как мы уже отмечали, принцип Маха продолжает довольно широко обсуждаться в различных формулировках как некоторый космологический принцип или принцип отбора решений, как требование к граничным условиям в теории гравитации и т. д. (см. [37, 60]. Ситуацию неплохо отражает заглавие одной из статей в сборнике [37]: «Многоликий Мах»). Но все эти вопросы хотя и интересны, но не относятся к нашей теме и здесь нет оснований касаться их подробнее.

Статьи, подобные настоящей, всегда до какой-то степени поверхностны, ибо они касаются общих идей и результатов, оставляя в тени весь математический аппарат, всю технику, необходимую для материализации идей и получения результатов. Между тем роль аппарата, математики в количественных теориях огромна, без этого многое невозможное кажется возможным и нет подлинных критериев отбора. В этом отношении представляется вполне справедливым замечание Куна (см. [2, стр. 184]), что если бы «первая космологическая книга труда Коперника появилась одна (т. е. не сопровождалась другими книгами, содержащими астрономические расчеты.— *В. Г.*), то коперниканская революция была бы известна под чьим-нибудь другим именем». То же можно сказать об общей теории относительности. Критика ньютоновской

механики, принцип эквивалентности, общая идея о связи геометрии с материей — все то, чего мы выше касались, это еще не общая теория относительности, изумительно стройная, но и математически очень сложная количественная теория гравитационного поля. Прийти к этой теории в ее законченном виде потребовало поистине титанического труда: «Позади остались долгие годы поисков в темноте, полных предчувствий, напряженное ожидание, чередование надежд и изнеможения и, наконец, прорыв к ясности» [64].

Еще в 1910 г., когда общей теории относительности не существовало и в этом направлении был сделан только первый шаг, Эйнштейном было так много сделано в физике, что другой великий физик, М. Планк, назвал его «Коперником 20-го столетия». После создания общей теории относительности сопоставление Эйнштейна с Коперником и Ньютоном стало нормой и, таким образом, подзаголовок к настоящей статье отнюдь не оригинален. Если следовать «букве» этого подзаголовка, то статью можно было бы на этом и закончить. Но поступить так было бы неверно, на наш взгляд, в свете реальной ситуации в современной физике и астрономии. Эта ситуация характеризуется огромным вниманием к общей теории относительности, которая только теперь «заработала» во всю свою мощь. Поэтому мы постараемся хотя бы весьма кратко и конспективно, но упомянуть о современных проблемах, возникающих в связи с общей теорией относительности, ее применениями и развитием.

## 7. Современность

Своеобразие исторической судьбы общей теории относительности объясняется, по-видимому, в первую очередь тем, что эта теория в известном смысле опередила свое время. Действительно, стимулом для создания общей теории относительности послужила не необходимость устранить какие-то жгучие противоречия или объяснить совершенно непонятные явления, как это было в случае квантовой теории. Напротив, ньютоновская теория всемирного тяготения в общем прекрасно справлялась с астрономическими задачами того периода и, насколько нам известно, небольшой необъясненный поворот перигелия Меркурия и космологический парадокс Зеелигера

ником не рассматривались как основание для пересмотра теории Ньютона. Такой пересмотр, точнее обобщение, диктовался лишь общетеоретическими соображениями о необходимости привести теорию тяготения в соответствие с частной теорией относительности (или, лучше сказать, с требованием конечности скорости распространения гравитации), а также критикой некоторых слабых сторон классической механики и, наконец, стремлением понять причину равенства инертной и тяжелой массы. Об этом уже была речь выше, сейчас мы лишь дополнительно поясняем, почему общая теория относительности при всей ее глубине и значительности дала сравнительно мало для экспериментальной физики и наблюдательной астрономии, особенно по сравнению с вкладом частной теории относительности и квантовой теории. Эйнштейн объяснил поворот перигелия Меркурия и предсказал еще два наблюдаемых эффекта: гравитационное смещение частоты излучения и отклонение световых лучей при их прохождении вблизи Солнца. Это отклонение при прохождении луча даже непосредственно вблизи солнечного диска составляет лишь 1,75 угловой секунды (под таким углом человек виден на расстоянии порядка 200 км, т. е., скажем, со спутника Земли). Предсказанное теорией отклонение впервые наблюдалось в 1919 г. во время полного солнечного затмения (только в таких условиях оптические наблюдения эффекта возможны и до сих пор), что явилось триумфом общей теории относительности и принесло ей огромную популярность. Но шли десятилетия, а заметно повысить точность измерений не удавалось, в результате чего формула Эйнштейна для отклонений лучей в поле Солнца и до сих пор проверена лишь с точностью порядка 10%<sup>26</sup>. Долгие годы искали и наблюдали гравитационное (красное) смещение частоты в спектре Солнца, но результаты оставались противоречивыми вплоть до недавнего времени, когда как для Солнца, так и на Земле (с помощью гамма-лучей и эффекта Мёссбауэра), результат общей теории относительности был под-

---

<sup>26</sup> В настоящем разделе мы не предполагаем давать много ссылок на современную литературу, которая огромна. Поэтому в отношении экспериментальной проверки общей теории относительности ограничимся упоминанием уже цитированных источников [12, 14, 36, 37, 43—45, 48]. Аналогичным образом будем стараться поступать и в дальнейшем.

твержден с весьма скромной точностью порядка 1% (кстати сказать, этот эффект следует по существу уже из принципа эквивалентности и малочувствителен к более конкретной форме теории). Что же касается поворота перигелия Меркурия, самого тонкого и чувствительного к форме теории из всех упомянутых трех эффектов, то долгое время совпадение в этом случае теории с наблюдениями с точностью до 1% считалось лучшим подтверждением общей теории относительности. Сейчас уже не все так считают в связи с обсуждением возможного влияния квадрупольного гравитационного момента Солнца, могущего на несколько процентов ухудшить согласие теории с опытом.

Таков, кратко говоря, был прогресс в отношении проверки общей теории относительности за пятьдесят лет, причем происходило это на фоне несравненно более впечатляющего и радикального развития атомной и ядерной физики, зародившейся в тот же период (имеем в виду модель атома Резерфорда — Бора). Причина, разумеется, весьма проста — дело раньше всего в малости эффектов общей теории относительности в пределах Солнечной системы. Речь идет об эффектах порядка  $|\varphi|/c^2 \sim 10^{-6}$  для Солнца (см. (6)),  $|\varphi|/c^2 \sim 10^{-8}$  на земной орбите и  $|\varphi|/c^2 = \frac{GM_{\delta}}{r_{\delta} c^2} = 7 \cdot 10^{-10}$  на Земле (здесь  $M_{\delta} = 6 \cdot 10^{27}$  г — масса Земли и  $r_{\delta} = 6,37 \cdot 10^8$  см — ее радиус). Кроме того, существенно, конечно, что доступные точность наблюдений и экспериментальные возможности не позволяли здесь продвинуться далеко вперед, например измерять эффекты порядка  $(\varphi/c^2)^2$ .

Эффекты общей теории относительности и отклонения от ньютоновской механики велики в сильных гравитационных полях, когда параметр  $|\varphi|/c^2$  не мал. В 40-е годы было начато теоретическое изучение таких релятивистских объектов — нейтронных звезд и коллапсирующих звезд (черных дыр), но они вышли на авансцену астрофизики лишь еще через тридцать лет, в наши дни.

Подлинный успех общей теории относительности, успех огромного принципиального значения, оказался ранее связанным только с космологией. Это и понятно: гравитационное поле во Вселенной «в целом» является сильным, и как теоретически рассматривать модели Вселенной, раньше вообще оставалось неясным. Современная космология родилась поэтому на основе общей те-



рии относительности в 1917 г., когда Эйнштейн предложил свою статическую, но замкнутую космологическую модель [57]. Последующие теоретические работы де Ситтера, Фридмана, Леметра и других, а также наблюдения ряда астрономов (в первую очередь Хаббла) показали, что эта модель является лишь одной из огромного числа возможных и, главное, не отвечает наблюдениям, свидетельствующим о расширении Вселенной. Теория расширяющейся Вселенной, связанные с ней космологические исследования — одно из крупнейших научных завоеваний нашего века [12, 66]. Но и эта проблема, как и вся космология, до недавнего времени оставалась несколько изолированной даже в астрономии. Причина та, что с конца 20-х годов, когда было доказано существование космологического красного смещения, свидетельствующего о расширении Вселенной, приток новых данных, важных для развития космологии, на долгие годы почти прекратился в связи с отсутствием адекватных средств для их получения. Если к этому добавить, что в области атомной и ядерной физики, в области изучения «элементарных частиц», ситуация была совсем иной, станет понятным тот факт, что еще лет пятнадцать назад общей теорией относительности занимались очень немногие, ее практически не преподавали студентам, она до какой-то степени превратилась для широких кругов физиков и астрономов в прекрасное произведение древнего искусства. О нем полагается знать, им полагается восхищаться, но само оно находится где-то далеко, в музее.

Положение существенно изменилось в последние десять—пятнадцать лет в результате бурного развития астрономии (включая сюда соответствующие космические исследования). Астрономия, оставшаяся оптической астрономией со времени ее зарождения в древности и практически до конца второй мировой войны, на наших глазах превращается во всеволновую астрономию. Радиодиапазон уже стал в астрономии равноправным партнером с оптическим диапазоном; сейчас особенно успешно происходит освоение рентгеновского диапазона, ведутся исследования в области инфракрасного, ультрафиолетового и гамма-диапазонов электромагнитного излучения. Развивается астрофизика космических лучей, первые шаги делают нейтринная астрономия и астрономия гравитационных волн.

Появление широчайших новых наблюдательных возможностей не замедлило привести к блестящим астрономическим открытиям. Не является поэтому преувеличением, когда современный этап в развитии астрономии характеризуют как астрономическую революцию (по нашему мнению [67], это всего лишь вторая революция такого масштаба за всю историю астрономии, первая была связана с именем Галилея, начавшего телескопические наблюдения). Здесь не место подробнее останавливаться на развитии астрономии в наши дни, мы хотим лишь подчеркнуть, что именно в результате этого развития многие проблемы, связанные с общей теорией относительности, оказались в центре внимания.

Общая теория относительности стала в настоящее время, в пятидесятилетнем возрасте, путеводной звездой и рабочим, повседневным инструментом для широкого круга астрономов и физиков. Перечислим, большего здесь сделать нельзя, основные направления ведущихся исследований.

*1. Экспериментальная проверка общей теории относительности.* В этой области ведется (включая подготовку) интенсивная работа с привлечением современных методов (пассивная и активная радиолокация, в частности с использованием искусственных спутников Марса; радиоастрономическая интерферометрия, новые оптические методы и др.). В ближайшее десятилетие можно рассчитывать на то, что общая теория относительности будет, наконец, проверена в пределах Солнечной системы с точностями порядка сотых долей процента вместо нескольких процентов в настоящее время (речь идет о точности совпадения данных измерений с вычисленными величинами). Тем самым будут отмечены все альтернативные по отношению к общей теории относительности теории гравитации, которые еще обсуждаются сегодня (согласно наиболее известной из них — теории тензорно-скалярного типа [36, 37], некоторая часть  $s \sim 0,05$  от веса тела связана со скалярным полем и только остальная, хотя и основная, часть веса определяется метрическим полем  $g_{ik}$ ). При этом мы исходим, очевидно, из предположения о справедливости общей теории относительности по крайней мере в слабых полях (т. е. с точностью до эффектов порядка  $|\varphi|/c^2$  включительно; эффекты порядка  $(\varphi/c^2)^2$  в пределах Солнечной системы еще в миллион раз меньше).

Как ни вероятно такое предположение с точки зрения большинства физиков (в том числе и автора), не может быть никаких сомнений в необходимости его проверки на опыте. Если бы в экспериментах, о которых здесь идет речь, были бы надежно установлены даже ничтожные по величине отклонения от предсказаний общей теории относительности, это явилось бы открытием первостепенного значения и указало бы на некоторый неизвестный пока предел применимости теории Эйнштейна. Поэтому-то на решение задачи и затрачиваются большие усилия, они вполне оправданы, их результаты ждут с нетерпением.

2. *Гравитационные волны* [12, 53]. Переход от теории тяготения Ньютона к общей теории относительности аналогичен, в известном отношении, переходу от электростатики к электродинамике. В согласии с этим одной из характерных черт любой теории гравитационного поля (и, в частности, общей теории относительности) является появление гравитационных волн, отсутствующих в гравитостатике. Вопрос о гравитационных волнах был рассмотрен Эйнштейном еще в 1916—1918 гг., но надежно не обнаружены они и до сих пор в силу слабости гравитационного взаимодействия<sup>27</sup>. Поэтому даже двойные звезды, не говоря уже о планетных системах, излучают гравитационные волны с мощностью, которой совершенно еще недостаточно для их детектирования на Земле имеющимися средствами. Тем более сенсационным оказалось опубликованное в 1969 г. сообщение о наблюдении событий, интерпретируемых как прием мощного гравитационного излучения, быть может, исходящего из центра Галактики. К настоящему времени соответствующие результаты (США, 1969—1972) не только не подтверждены другой группой экспериментаторов (СССР, 1972), но находятся в противоречии с ее данными. Вопрос открыт, скорее всего речь идет не о приеме гравитационных волн. По последней причине мы не приводим здесь ссылок на литературу, но упоминаем об этих работах, поскольку они стимулировали разработку и постройку чувствительных детекторов

---

<sup>27</sup> Напомним, что гравитационное взаимодействие самое слабое из известных. Например, оно меньше электромагнитного взаимодействия в  $e^2/Gm^2$  раз, т. е. для протона (масса  $m = 1,67 \cdot 10^{-24}$  г, заряд  $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$  абс. ед.) примерно в  $10^{36}$  раз. Наблюдаемая сила тяжести велика лишь, очевидно, в связи с большой массой Земли и многих других тел.

гравитационного излучения. В результате, если даже будет строго доказано, что мощное гравитационное излучение к Земле не приходит, через 10—15 лет будут, вероятно, созданы приемники, способные регистрировать гравитационное излучение двойных звезд и пульсаров. Тем самым будет создана «астрономия гравитационных волн». Эта проблема привлекает в настоящее время пристальное внимание физиков и астрономов во всем мире.

3. *Релятивистские эффекты в звездах. Нейтронные звезды. Черные дыры* [53, 65]. Даже для некоторых обычных звезд, включая белые карлики, эффекты общей теории относительности оказались существенными. Тем более это справедливо в отношении нейтронных звезд, открытых в 1967—1968 гг. в результате наблюдения пульсаров (пульсары представляют собой, по крайней мере в большинстве случаев, вращающиеся намагниченные нейтронные звезды, причем ось магнитной симметрии не совпадает с осью вращения). Сказанное ясно уже, если отметить, что на поверхности нейтронных звезд параметр  $|\Phi|/c^2 \sim \frac{GM_0}{rc^2} \sim 0,1$  ( $M_0 \sim M_\odot$  — масса нейтронной звезды и  $r_0 \sim 10^6$  см — ее радиус). Холодная, лишенная источников энергии звезда может остаться («умереть») в состоянии белого карлика, лишь если ее масса  $M < (1,2 \div 1,3)M_\odot$ , а в состоянии нейтронной звезды при  $M < (1 \div 3)M_\odot$  (точнее этот предел еще не установлен в связи с недостаточно точным знанием уравнения состояния для вещества в нейтронных звездах). Холодные звезды с еще большей массой (т. е. заведомо с массой  $M > 3M_\odot$ ) не могут находиться в равновесии и должны либо ранее выбросить «лишнюю» массу путем взрыва (это в некоторых случаях действительно имеет место, но крайне невероятно в качестве правила без исключений), либо будут коллапсировать — сжиматься, падать к их центру. В результате образуется объект, который все чаще называют черной дырой в силу того, что поверхность звезды перестает быть видимой при приближении ее радиуса к гравитационному или шварцшильдову радиусу:

$$r_g = \frac{2GM}{c^2} = 3 \cdot 10^5 \left( \frac{M}{M_\odot} \right) (\text{см}). \quad (7)$$

Черная дыра дает о себе знать раньше всего в связи с тем, что обладает гравитационным полем (при  $r \gg r_g$

потенциал этого поля имеет, естественно, обычное для ньютоновской теории выражение  $\varphi = -GM/r$ , где  $M$  — масса черной дыры). В этой связи черная дыра, входящая в состав двойной звезды, может в принципе наблюдаться по движению второй звезды (предполагается, что она является «обычной» звездой). Но этим дело не исчерпывается: при наличии аккреции (падения газа на звезду) газ ускоряется при приближении к «дыре», замороженное в этот ионизированный газ (плазму) магнитное поле усиливается, происходит ускорение части частиц, возникают неустойчивости. В результате черная дыра будет окружена ореолом (свечением), которое беспорядочно пульсирует с характерным временем порядка  $\tau \sim r_g/c$  или несколько большим. Возможно, что один такой объект уже обнаружен — имеется в виду рентгеновская звезда Cyg X—I (Лебедь X—I), входящая в состав двойной системы и испускающая флуктуирующее рентгеновское излучение. Вопрос о природе Cyg X—I еще окончательно не решен, но его идентификация с черной дырой, на которую перетекает плазма с другой звезды, весьма вероятна. Так или иначе в существовании черных дыр очень трудно сомневаться, а их поиски и в дальнейшем изучение представляют собой одну из самых актуальных задач современной астрофизики. В случае черных дыр, как без учета вращения, так и с его учетом, а также при рассмотрении более сложных случаев (быстро вращающийся диск, нестационарные задачи) применение общей теории относительности является единственным способом исследования проблемы в сколько-нибудь общей ее постановке.

4. *Космология* (см. [12, 66] и элементарное введение [67]). Применение новых методов в астрономии не замедлило сказаться и на развитии космологии. Были открыты радиогалактики, квазары и реликтовое тепловое излучение с температурой  $2,7^\circ \text{K}$ , не говоря уже о ряде менее значительных результатов, имеющих значение для космологии. Естественно, резко повысился и масштаб теоретических космологических исследований, которые целиком базируются на общей теории относительности <sup>28</sup>.

<sup>28</sup> Нестационарные космологические решения были впервые получены А. А. Фридманом в 1922 и 1924 гг. на основе уравнений общей теории относительности [68]. Лишь в 1934 г. Милн и МакКри получили некоторые результаты Фридмана в рамках ньютоновской теории. Отсылая к [66] за подробностями и ссылками

5. *Границы применимости общей теории относительности (квантование, микрофизика, сингулярности, обобщение теории)*. Одной из важнейших проблем для всякой фундаментальной теории является вопрос о границах ее применимости и, в связи с этим, путях ее обобщения. При этом границы данной теории (или, точнее, некоторые из границ) становятся четко определенными лишь после создания более общей теории. Так, область применимости и точность ньютоновской механики и теории тяготения полностью выясняются в общей теории относительности, но, правда, при пренебрежении квантовыми эффектами. Квантовая механика в свою очередь определяет область применимости и точность ньютоновской (классической) механики при учете квантовых явлений.

Квантовые эффекты в случае макроскопических тел совершенно ничтожны (речь идет о движении тел, а не об уравнении состояния или явлениях типа сверхтекучести). В согласии с этим для «обычных» астрономических применений нет ни малейших оснований рассматривать квантовое обобщение общей теории относительности<sup>29</sup>. Тем не менее такое обобщение (последовательным и законченным образом еще не осуществленное) вызывается рядом причин.

---

на литературу, заметим, что такое совпадение связано с однородностью и изотропностью рассматриваемых моделей и с тем фактом, что ньютоновская теория в области слабых полей следует из общей теории относительности. Сама же нестационарность моделей является следствием того, что силы тяготения (пользуясь ньютоновской терминологией) имеют один знак — отвечают притяжению; поэтому система тел не может находиться в статическом, а при отсутствии вращения или хаотических движений и в стационарном состоянии — она должна, в зависимости от начальных условий, либо расширяться, либо сжиматься. Это обстоятельство не было в применении к космологии выяснено до создания общей теории относительности в связи с проблемой граничных условий и необходимостью использовать определенную процедуру расчета в применении к бесконечной системе. В общей же теории относительности трудности такого типа не возникали, во всяком случае после работы Эйнштейна [57]. Сказанное, конечно, не означает, что в космологии можно обойтись без общей теории относительности — это заведомо не так (см. [12, 66]).

<sup>29</sup> Во избежание недоразумений будем называть общей теорией относительности только неквантованную теорию гравитационного поля, построенную Эйнштейном, а не какие-либо ее обобщения или модификации.

Во-первых, нет сомнений в необходимости, в принципе, квантовать поля всех типов. К тому же достаточно короткие (и, следовательно, высокочастотные) гравитационные волны уже могут проявить свою квантовую природу.

Во-вторых, в общей теории относительности, в ряде очень важных случаев — в космологических моделях и при коллапсе, возникают сингулярности, т. е. плотность вещества стремится к бесконечности и (или) радиус кривизны пространства стремится к нулю [12, 53, 66, 69]. В таких условиях существен учет нулевых колебаний (флуктуаций) гравитационного поля и рождения новых частиц [69—73], а классическое приближение, вообще говоря, уже непригодно. Поскольку последовательное квантовое рассмотрение сингулярной области не проведено, определенно утверждать в этом отношении ничего нельзя. Вполне может оказаться, однако, что квантовые эффекты полностью изменяют картину в том смысле, что сингулярности вообще исчезают. Создание квантовой космологии, которая должна заменить классическую космологию вблизи классической сингулярности, является в данный момент, по-видимому, самой важной задачей принципиального характера, связанной с общей теорией относительности. Решение этой задачи прольет свет, по всей вероятности, и на квантовые явления вблизи сингулярностей, возникающих при гравитационном коллапсе.

В-третьих, квантовое обобщение общей теории относительности имеет, возможно, прямое отношение к вопросу о строении материи или теории «элементарных» частиц (другими словами, к области, которую называют также микрофизикой). В классическом варианте этот вопрос был поставлен Эйнштейном еще в 1919 г. [74]. Сейчас несомненно, что проблемы такого рода должны решаться на квантовой основе, но вполне может быть, что с учетом гравитационного взаимодействия. Более того, существуют теоретические схемы (не принявшие еще форму последовательной теории), в которых гравитация играет определяющую роль и в микромире (гравиметродинамика [70], гипотеза фридмонов [73]). Нужно подчеркнуть, что квантовые явления вблизи классических сингулярностей и модели элементарных частиц типа фридмонов и др. [70, 73] оказываются тесно связанными между собой, и, таким образом, происходит «соприкосновение» космологии с микро-

физикой. К этому кругу вопросов можно отнести и проблему квантования пространства-времени, т. е. более глубокого изменения представлений о пространстве и времени «в малом»<sup>30</sup>.

Итак, уже совершенно ясна необходимость такого обобщения и расширения общей теории относительности, как ее квантование — создание квантовой теории гравитационного поля и анализ на основе ее ряда фундаментальных проблем физики и астрономии. Вместе с тем нельзя аргументированно гарантировать, что общая теория относительности не имеет еще каких-то иных ограничений, не связанных с квантовыми эффектами. Оказалось же применение ньютоновской механики ограниченным и областью слабых гравитационных полей и, совершенно независимо, областью неквантовых явлений. Некоторые гипотезы такого типа, связанные с выходом астрономии за рамки известных физических теорий, уже предлагались. Мы не будем на них останавливаться, поскольку коснулись этого вопроса в другом месте [75], а что-либо более определенное в связи с общей теорией относительности здесь вряд ли можно сказать.

Резюмируя, можно констатировать невиданное никогда ранее расширение фронта исследований, так или иначе связанных с общей теорией относительности. Трудно сомневаться в том, что в обозримом будущем положение в этом отношении не изменится.

Стремительное развитие науки приучило нас к почти столь же скорой переоценке ценностей. Из огромного числа печатающихся в настоящее время статей по физи-

<sup>30</sup> Обсуждаемое обычно квантование общей теории относительности (см., например, [37]) проводится в духе квантования других теорий поля — электродинамики, мезодинамики. Другими словами, квантуется поле  $g_{ik}(x_j)$ , но в каком-то смысле сами координаты  $x_j$  рассматриваются классически. Такой подход вряд ли может считаться сколько-нибудь последовательным, и уже давно, хотя и безуспешно пока, обсуждается проблема «квантования» самих координат  $x_j$ , введения в связи с этим некоторой фундаментальной длины и т. п. Отметим, вместе с тем, что уже «обычное» квантование всех полей обогатило понятие пространства. В классической теории пространство всегда было неразрывно связано лишь с одним полем — гравитационным, а остальные поля могли отсутствовать. С квантовой же точки зрения существуют нулевые флуктуации всех полей и, таким образом, понятие о вакууме, о физическом «пустом пространстве» становится еще более содержательным.



ке и астрономии большинство в той или иной мере устаревает уже через несколько лет, а нередко и еще раньше. Историческая судьба общей теории относительности, которую можно проследить уже в течение полустолетия, напоминает о существовании и другого полюса. Глубокие идеи завоевывают признание и развиваются в целом неторопливо, они не терпят суеты, если не обращать внимания на быстрые, но мелкие турбулентные движения на поверхности. Трудности, стоящие на пути создания новых фундаментальных представлений и теорий, так велики, что напоминают нам об ограниченности человеческих возможностей. Не это ли хотел отразить Эйнштейн, когда в одной из своих статей, посвященных двухсотлетию со дня смерти Ньютона, писал: «Несомненно, что разум кажется нам слабым, когда мы думаем о стоящих перед ним задачах; особенно слабым он кажется, когда мы противопоставляем его безумству и страстям человечества, которые, надо признать, почти полностью руководят судьбами человеческими как в малом, так и в большом. Но творения интеллекта переживают шумную суету поколений и на протяжении веков озаряют мир светом и теплом» [76].

Свет и тепло. Не странно ли звучат эти слова в применении к людям, от которых нас отделяют столетия? Но тот, кто ознакомится с трудами и жизненным путем Коперника, Галилея, Кеплера и Ньютона, не говоря уже о почти нашем современнике — Эйнштейне, не сможет не почувствовать этого тепла, не увидеть этого света.

Кто следующий принесет в физику великие созидательные идеи и построит новую фундаментальную теорию? Может быть, он уже ищет эти новые пути? Или ходит в школу? А быть может, он еще не родился?

## Литература

1. А. Эйнштейн. К 410-й годовщине со дня смерти Коперника. — Собрание научных трудов, т. 4. М., «Наука», 1967, стр. 343. (Приводимый в виде эпиграфа текст слегка изменен в соответствии с английским оригиналом: *A. Einstein. Ideas and Opinions.* N. Y., Crown Publ., 1954, p. 359).
2. А. Паннекук. История астрономии. М., «Наука», 1966; *T. S. Kuhn. The Copernican Revolution.* Cambridge, Harvard Univ. Press, 1957.
3. Н. И. Идельсон. Этюды по истории планетных движений. — В сб.: Николай Коперник. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1947, стр. 84.

4. *Н. И. Идельсон*. Жизнь и творчество Коперника.— Там же, стр. 5.
5. *Н. Коперник*. Об обращениях небесных сфер (первые 10 глав первой книги).— Там же, стр. 187.
6. *Г. Галилей*. Избранные труды, т. I. М., «Наука», 1964, стр. 55.
7. *Н. Коперник*. О вращениях небесных сфер. М., «Наука», 1964.
8. *Б. Е. Райков*. Очерки по истории гелиоцентрического мировоззрения в России. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1947
9. *Н. И. Идельсон*. Галилей в истории астрономии.— В сб.: Галилео Галилей. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1943, стр. 68.
10. *А. Эйнштейн*. Предисловие к книге Галилея «Диалог о двух главных системах мира».— Собрание научных трудов, т. 4. М., «Наука», 1967, стр. 340; другой перевод этого же предисловия помещен в сб.: Вопросы истории естествознания и техники, вып. 16. М., «Наука», 1964, стр. 29.
11. *R. G. Sachs*. Time Reversal.— Science, 1972, 176, 587.
12. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*. Теория поля. М., «Наука», 1967.
13. *В. И. Ленин*. Философские тетради. — Полн. собр. соч., 29, стр. 514.
14. *М. Борн*. Эйнштейновская теория относительности. М., «Мир», 1972.
15. *А. Эйнштейн, Л. Инфельд*. Эволюция физики. М.—Л., Гостехиздат, 1948. Книга переиздавалась много раз и включена также в т. 4 «Собрания научных трудов» А. Эйнштейна. М., «Наука», 1967.
16. *В. А. Фок*. Система Коперника и система Птолемея в свете современной теории тяготения.— В сб.: Николай Коперник. К 410-летию со дня смерти. М., Изд-во АН СССР, 1955.
17. *В. А. Фок*. Теория пространства, времени и тяготения. М., Физматгиз, 1961.
18. *А. Д. Александров*. Истина и заблуждение.— Вопросы философии, 1967, № 4, 66.
19. *L. Infeld*. Quest. The Evolution of a Scientist. Doubleday, N. Y., 1941.
20. *Л. Инфельд*. Мои воспоминания об Эйнштейне.— УФН, 1956, 59, 135; В сб.: Эйнштейн и современная физика. М., Гостехиздат, 1956, стр. 197.
21. *Н. Ньютон*. Математические начала натуральной философии.— См. Собрание сочинений А. Н. Крылова, т. VII. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1936.
22. *М. Джеммер*. Понятие массы в классической и современной физике. М., «Прогресс», 1967.
23. *Л. Эйлер*. Теория движения твердых тел.— В кн.: *Л. Эйлер*. Основы динамики точки. М.—Л., Гостехиздат, 1938.
24. *C. Neumann*. Ueber die Prinzipien der Galilei — Newton'schen Theorie. Leipzig, 1970.
25. *A. Voss*. Die Prinzipien der rationellen Mechanik.— Encyclopädie d. Math. Wissenschaften, Bd. 4, T. I, Leipzig (1901—1908).
26. *М. Лауэ*. Статьи и речи. М., «Наука», 1969, стр. 153, 266, 282.
27. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*. Механика. М., Физматгиз, 1958, § 3.
28. *А. М. Линец*. О системах отсчета классической механики.— Эйнштейновский сборник, 1971. М., «Наука», 1972, стр. 254.
29. *С. Э. Хайкин*. Физические основы механики. М., «Наука», 1971.

30. А. Эйнштейн. Эфир и теория относительности.— Собрание научных трудов, т. 1. М., «Наука», 1965, стр. 683.
31. А. Эйнштейн. К электродинамике движущихся тел.— Собрание научных трудов, т. 1. М., «Наука», 1965, стр. 7.
32. А. Эйнштейн. Релятивистская теория несимметричного поля.— Собрание научных трудов, т. 2. М., «Наука», 1966, стр. 849.
33. А. Эйнштейн. О принципе относительности и его следствиях.— Собрание научных трудов, т. 1. М., «Наука», 1965, стр. 65.
34. А. Эйнштейн. Некоторые замечания о возникновении общей теории относительности.— Собрание научных трудов, т. 2. М., «Наука», 1966, стр. 403.
35. А. Эйнштейн. Автобиографические заметки.— Собрание научных трудов, т. 4. М., «Наука», 1967, стр. 259.
36. Р. Дикки. Гравитация и наблюдения.— Эйнштейновский сборник 1969—1970. М., «Наука», 1970, стр. 108.
37. Гравитация и относительность. Под ред. Х. Цю и В. Гофмана. М., «Мир», 1965.
38. А. Эйнштейн. О влиянии силы тяжести на распространение света.— Собрание научных трудов, т. 1. М., «Наука», 1965, стр. 165.
39. А. Эйнштейн. О статье Ф. Коттлера «Гипотеза эквивалентности Эйнштейна и гравитация».— Собрание научных трудов, т. 1. М., «Наука», 1965, стр. 505.
40. В. Л. Гинзбург. Альберт Эйнштейн. Собрание научных трудов (рецензия).— Эйнштейновский сборник 1969—1970. М., «Наука», 1970, стр. 390. В сокращенном виде см. также УФН, 1968, 95, 553.
41. Э. Ферми. О явлениях, происходящих вблизи от мировой линии.— Научные труды, т. 1. М., «Наука», 1971, стр. 64.
42. А. Ф. Богородский. Принцип эквивалентности и ОТО.— В сб.: Философские проблемы теории тяготения Эйнштейна и релятивистской космологии. Киев, «Наукова думка», 1965, стр. 56.
43. В. Л. Гинзбург. Космические исследования и теория относительности.— Эйнштейновский сборник, 1967. М., «Наука», 1967, стр. 80.
44. В. Б. Брагинский, В. И. Попов. Проверка эквивалентности инертной и гравитационной масс.— ЖЭТФ, 1971, 61, 873.
45. С. W. Will, K. Nordtvedt. Conservation laws and preferred frames in relativistic gravity.— *Astrophys. J.*, 1972, 177, 757, 775; см. также 1972, 176, 769; *Science*, 1972, 178, 1157.
46. Д. Синг. Общая теория относительности. М., ИЛ, 1963, стр. 9.
47. В. Паули. Теория относительности. М.—Л., Гостехиздат, 1947.
48. С. Møller. *The Theory Relativity*. 2 ed. Oxford, Clarendon Press, 1972.
49. Х. П. Керес. Единство инерции и гравитации.— В сб.: Философские проблемы теории тяготения Эйнштейна и релятивистской космологии. Киев, «Наукова думка», 1965, стр. 68.
50. В. А. Унт. Об общем принципе относительности.— Там же, стр. 75.
51. Х. П. Керес. Представления ньютоновской теории.— В сб.: Гравитация. Киев, «Наукова думка», 1972, стр. 62.
52. А. Эйнштейн. Основные идеи и проблемы теории относительности.— Собрание научных трудов, т. 2. М., «Наука», 1966, стр. 120.

53. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков. Теория тяготения и эволюция звезд. М., «Наука», 1971.
54. T. de Donder. La gravifique Einsteinienne. Paris, Gauthier Villars, 1921.
55. А. Эйнштейн. Существует ли гравитационное воздействие, аналогичное электродинамической индукции?— Собрание научных трудов, т. 1. М., «Наука», 1965, стр. 223.
56. А. Эйнштейн. Основы общей теории относительности.— Там же, стр. 452.
57. А. Эйнштейн. Вопросы космологии и общая теория относительности.— Там же, стр. 601.
58. А. Эйнштейн. Принципиальное содержание общей теории относительности.— Там же, стр. 613.
59. H. Weyl. Was ist Materie? Berlin, Springer, 1924; У. И. Франкфурт. Специальная и общая теория относительности. Исторические очерки. М., «Наука», 1968.
60. Г. Хёнль. К истории принципа Маха.— Эйнштейновский сборник, 1968. М., «Наука», 1968, стр. 258.
61. E. Mach. Die Mechanik in ihrer Entwicklung. I Aufl. Leipzig, 1883. Русск. перев.: Э. Мах. Механика. СПб., 1909.
62. L. I. Schiff. Observational basis of Mach's principle.— Rev. Mod. Phys., 1964, 36, 510.
63. А. Эйнштейн. Относительность и проблема пространства.— Собрание научных трудов, т. 2. М., «Наука», 1966, стр. 744.
64. А. Эйнштейн. Некоторые замечания о возникновении общей теории относительности.— Там же, стр. 403.
65. S. Chandrasekhar. The increasing role of general relativity in astronomy.— Observatory, 1972, 92, 160.
66. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков. Релятивистская астрофизика. М., «Наука», 1967.
67. В. Л. Гинзбург. Современная астрофизика. М., «Наука», 1970.
68. А. А. Фридман. О кривизне пространства. О возможности мира с постоянной отрицательной кривизной пространства.— Избранные труды. М., «Наука», 1966, стр. 229, 238.
69. Р. Пенроуз. Структура пространства-времени. М., «Мир», 1972.
70. Дж. Уилер. Предвидение Эйнштейна. М., «Мир», 1970.
71. В. Л. Гинзбург, Д. А. Киржиц, А. А. Любушин. О роли квантовых флуктуаций гравитационного поля в общей теории относительности и космологии.— ЖЭТФ, 1971, 60, 451; см. также сб.: Гравитация. Киев. «Наукова думка», 1972, стр. 40.
72. Я. Б. Зельдович, А. А. Старобинский. Рождение частиц и поляризация вакуума в анизотропном гравитационном поле.— ЖЭТФ, 1971, 61, 2161.
73. М. А. Марков. Глобальные свойства вещества в коллапсированном состоянии (черные дыры).— УФН, 1973, 111, 3; см. также Вопросы философии, 1970, № 4, 66.
74. А. Эйнштейн. Играют ли гравитационные поля существенную роль в построении элементарных частиц материи?— Собрание научных трудов, т. 1. М., «Наука», 1965, стр. 664.
75. В. Л. Гинзбург. Новые физические законы и астрономия.— Вопросы философии, 1972, № 11, 14.
76. А. Эйнштейн. Исаак Ньютон.— Собрание научных трудов, т. 4. М., «Наука», 1967, стр. 78.

Д. А. Киржниц, В. Н. Сазонов

## СВЕРХСВЕТОВЫЕ ДВИЖЕНИЯ И СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ (вводная статья)

Уже более пяти лет страницы научных журналов заполняет поток статей, в которых рассматриваются движения со скоростью, большей скорости света в пустоте. Публикации, появившиеся в научно-популярных изданиях и даже в газетах, привлекли к этой проблеме внимание и множества людей, далеких от физики.

Повышенный интерес к проблеме сверхсветовых движений связан с глубоко укоренившимся убеждением, что специальная теория относительности (СТО) *безоговорочно* отрицает саму возможность таких движений. Соответствующий запрет, часто подкрепляемый ссылкой на авторитет Эйнштейна, считается столь же абсолютным, как, например, невозможность нарушить закон сохранения энергии.

В действительности это убеждение ошибочно, поскольку СТО сама по себе не запрещает сверхсветовых движений. Это хорошо понимал и сам ее создатель. Обсуждая в своей работе 1907 г. [1] возможность неравенства  $w > c$  (скорость сигнала больше скорости света в пустоте), он указывал, что при выполнении этого неравенства «...мы вынуждены считать возможным механизм передачи сигнала, при использовании которого достигаемое действие предшествует причине. Хотя этот результат с чисто логической точки зрения и не содержит, по-моему, в себе никаких противоречий, он все же настолько противоречит характеру всего нашего опыта, что невозможность предположения  $w > c$  представляется в достаточной степени доказанной». Как видно, вывод Эйнштейна о невозможности сверхсветовых движений отнюдь не категоричен и мотивирован ссылкой не на СТО, а на опыт. Излишне подчеркивать, что речь идет о макроскопическом опыте, накопленном к началу XX столетия.

Разработку теории сверхсветовых движений часто связывают с именем американского физика-теоретика Джералда Фейнберга, который ввел для рассмотренной им сверхсветовой частицы с мнимой массой общепринятый сейчас термин «тахион». Однако, отдавая должное широте и ясности аргументации Фейнберга, нельзя не отметить, что к моменту появления его статьи [2] (см. ниже <sup>1</sup> II) уже имелось около десятка работ [3—9], содержащих значительную часть ее результатов. Более того, задолго до Фейнберга было ясно [3], что помимо тахиона имеются и другие объекты (частицы с тензором массы), способные двигаться быстрее света. Позднее эта возможность была реализована в модели сверхсветового звука («суперзвука») в сверхплотной среде [9—14] (см. также IV).

Хотя СТО и не запрещает сверхсветовых движений, соответствующие объекты смогут «выжить», лишь пройдя суровую проверку по линии ряда общефизических требований — в первую очередь требования причинности. Именно его имел в виду Эйнштейн в приведенной выше цитате. Вопросы, связанные с причинностью, весьма глубоки, но разработаны относительно слабо. По этой, а также по некоторым другим причинам в проблеме сверхсветовых движений еще нет полной ясности.

Тем не менее эта проблема представляется весьма интересной как в общетеоретическом плане, так и с точки зрения возможных приложений (к астрофизике и физике элементарных частиц). Поэтому и было сочтено целесообразным включить в этот сборник подборку переводов нескольких оригинальных статей о сверхсветовых движениях.

Подборка открывается популярной статьей Биланюка и Сударшана [15] (I), написанной достаточно простым языком и содержащей изложение широкого круга вопросов, относящихся к тахионам. Читатель, стремящийся составить лишь общее представление о предмете, может ограничиться чтением этой статьи. Далее представлена упомянутая выше статья Фейнберга [2] (II), рассчитанная уже на более подготовленного читателя. В ней дается детальное рассмотрение различных аспектов теории тахионов. В статье Чонки [16] (III) обсуждается проблема причинно-

---

<sup>1</sup> Римскими цифрами здесь и далее обозначены номера статей, переводы которых приведены ниже.

сти применительно, главным образом, к тахионам. Хотя и не со всеми выводами этой статьи можно согласиться, ее содержание представляется достаточно интересным и свежим. Наконец, в статье Бладмана и Рудермана [12] (IV) освещается ряд вопросов, связанных с проблемой суперзвука. Сжатый очерк проблемы сверхсветовых движений, а также дополнения и комментарии к перечисленным статьям составляют содержание настоящей вступительной статьи.

## 1. Возможность сверхсветовых движений в СТО

Ниже приводится перечень аргументов против возможности сверхсветовых движений<sup>2</sup> в рамках СТО, которые обычно упоминаются в статьях и дискуссиях, а также соответствующие контрвозражения (см. [9, 17]).

а) Обычное соотношение между энергией частицы и ее скоростью  $E = Mc^2/\sqrt{1 - v^2/c^2}$  не дает ей возможности преодолеть «световой барьер». Именно в этом плане имеются категорические высказывания Эйнштейна против возможности сверхсветовых движений (см., например, [18a]). Ответ состоит в том, что утверждение о возможности сверхсветовых движений безусловно не относится к «обычным» частицам, для которых справедливо приведенное выше соотношение. Двигаться быстрее света могли бы лишь объекты с особыми инерционными свойствами и с необычным соотношением между энергией и скоростью (см. I, II и ниже разд. 2).

б) Световой барьер не может быть преодолен и частицей с произвольным соотношением между энергией и скоростью, поскольку эйнштейновский закон сложения скоростей оставляет скорость частицы досветовой при переходе к любой системе отсчета.

Этот аргумент свидетельствует по существу не о невозможности сверхсветовых движений, а только об инвариантности самого понятия принадлежности частицы к классу «досветовых» и «сверхсветовых». Если один из наблюдателей зарегистрировал сверхсветовую частицу, то не существует другого наблюдателя, по отношению к

---

<sup>2</sup> Под движением здесь и далее понимается «сигнал», т. е. перенос энергии и информации. Поэтому речь идет не о движении типа светового «зайчика», не о фазовой скорости волны и т. п.

которому она двигалась бы медленнее света и, в частности, покоилась (см. п. «в»).

в) Преобразования Лоренца теряют смысл при  $V > c$ , где  $V$  — относительная скорость двух систем отсчета.

Этот аргумент имел бы силу, если бы со сверхсветовой частицей можно было связать систему отсчета, где частица покоится. Это, однако, невозможно хотя бы потому, что система отсчета должна быть оснащена макроскопическими масштабами, часами и т. п., состоящими из «обычных» частиц. Системы покоя не имеют уже частицы, движущиеся со скоростью света (фотон, нейтрино)<sup>3</sup>.

г) Возможность сверхсветовых движений должна была бы привести к радикальному изменению преобразований Лоренца, поскольку именно эти движения следовало бы использовать для синхронизации часов и т. п.

В действительности обычный вывод преобразований Лоренца не предполагает отсутствия сверхсветовых движений. Для мероопределения в СТО используется скорость света не потому, что она максимальна, а потому, что она универсальна (не зависит от выбора системы отсчета). Применение для этой цели сверхсветового сигнала, скорость которого зависит от выбора системы отсчета, сделало бы процедуру Эйнштейна незамкнутой, так как понадобились бы дополнительные сведения о характере этой зависимости (см. также II).

д) СТО отличается от классической теории конечной величиной *максимальной* скорости распространения взаимодействия. В силу принципа относительности эта скорость должна быть универсальной и совпадать со скоростью света в пустоте.

Этот постулат, принятый в книге [19], в действительности неоправданно жесток. Ничто не препятствует заменить его другим: СТО отличается от классики конечной величиной *универсальной* скорости. Эта формулировка не запрещает сверхсветовых движений и в остальном ведет к тем же самым следствиям<sup>4</sup>.

В пользу возможности сверхсветовых движений в рамках СТО говорит также факт существования целого ряда

<sup>3</sup> Однако были сделаны попытки (см., например, [186]) обобщить преобразования Лоренца с целью включения в них сверхсветовых систем отсчета.

<sup>4</sup> Более того, она кажется несомненно предпочтительнее ввиду фундаментальности понятия универсальной скорости (см. п. «г»).



формально релятивистских моделей (в частности, нелокальных и нелинейных теорий поля [20, 21, 10]), которые ведут к таким движениям. Простейший пример такого рода — уравнения электродинамики в недиспергирующей среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , меньшей единицы. Скорость света в такой среде равна  $c/\sqrt{\epsilon} > c$ .

Истинные возражения против сверхсветовых движений лежат вне СТО и носят общезначимый характер. Важнейшее из них связано с требованием причинности и будет обсуждаться ниже. Именно на основании этого требования, а не из чисто релятивистских соображений отвергаются сверхсветовые движения, например, в книге Паули [22], а также в лекциях Л. И. Мандельштама [23].

## 2. Условия возникновения сверхсветовых движений

Уже подчеркивалось, что двигаться со сверхсветовой скоростью может далеко не всякая частица<sup>5</sup>. Соответствующие условия должны формулироваться на языке ее инерционной характеристики — массы [3].

Масса частицы устанавливает связь между двумя характеризующими ее 4-векторами — импульсом  $p$  и скоростью  $u$ . У обычной частицы масса  $M$  — просто положительное число и  $p_\mu = cMu_\mu$ . Более общей является связь  $p_\mu = cM_\mu^\nu u_\nu$ , где  $M_\mu^\nu$  — тензор массы. Для простоты перейдем в систему отсчета, где этот тензор диагонален, и будем считать его пространственно-изотропным (см. в этой связи [24]). Тогда  $M_\mu^\nu = (M_0, M_1, M_1, M_1)$ . Из соотношения  $(u)^2 = 1$  легко получить закон дисперсии частицы

$$E = c \sqrt{(M_0^2/M_1^2)(p^2 + M_1^2 c^2)}.$$

Отсюда можно найти квадрат ее групповой скорости

$$v^2 = (\partial E / \partial p)^2 = c^2 (M_0^2/M_1^2) p^2 / (p^2 + M_1^2 c^2) \quad (1)$$

и 4-импульса

$$(p)^2 = (M_0^2/M_1^2 - 1) p^2 + M_1^2 c^2.$$

<sup>5</sup> Под частицей здесь может пониматься и квазичастица, т. е. коллективное возбуждение в системе многих тел (звук, плазменная волна и т. п.). Отметим, что мы пока пренебрегаем затуханием (излучением) частицы, которое в действительности именно для сверхсветовой частицы может быть существенным (см. ниже).

Величины  $M_0^2$  и  $M_1^2$  могут принимать как положительные, так и отрицательные значения, лишь бы были действительными энергия, импульс и скорость частицы. Удобно сопоставить соотношению (1) полярную диаграмму (рис. 1), где радиус-вектор — величина  $v^2/c^2$ , а полярный угол —  $\arctg(M_0^2/M_1^2)$ ; заштрихована допустимая область изменения переменных. Символы  $\pm$  означают знак величины  $(p)^2$ .

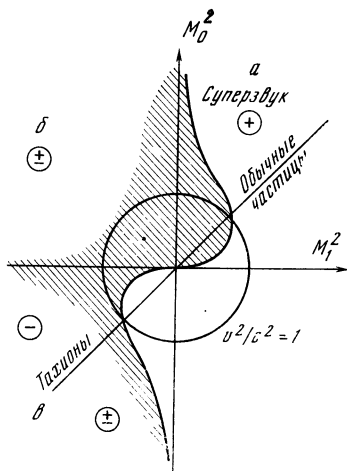


Рис. 1

Из диаграммы видно, что имеются три характерные области, где возможно сверхсветовое движение: а)  $M_0^2 > M_1^2 > 0$  (скорость ограничена сверху величиной, большей  $c$ ); б)  $M_0^2 > 0, M_1^2 < 0$  (скорость не ограничена ни снизу, ни сверху); в)  $M_0^2 < 0, M_1^2 < 0$  (скорость ограничена снизу) <sup>6</sup>.

Луч  $M_0^2 = M_1^2 > 0$  отвечает обычным частицам. Его продолжение в область в), где  $M_0^2 = M_1^2 < 0$ , соответствует особым сверхсветовым частицам — тахионам, которые имеют отрицательный квадрат массы и необычное соотношение между энергией и скоростью:

$$E = |M|c^2 / \sqrt{v^2/c^2 - 1}.$$

Величина  $(p)^2$  для тахионов отрицательна, и потому знак их энергии неинвариантен. Для устранения этой и других трудностей вводится особый «принцип переключения» (или «принцип реинтерпретации»). Он состоит в замене испускания (поглощения) частицы с отрицательной энергией поглощением (испусканием) частицы с положитель-

<sup>6</sup> Отметим, что область с  $M_1^2 > M_0^2 > 0$  характеризуется наличием верхнего предела для скорости, меньшего скорости света. Свойства таких частиц были недавно подробно рассмотрены в работе [24] в связи с проблемой спектра космических лучей сверхвысоких энергий.

ной энергией (подробнее см. I—III). Это делается по аналогии с теорией позитрона, где впервые этот принцип был введен в работах [25]. В квантовой теории тахионов принцип переключения ведет к тому, что такие понятия, как число тахионов и другие, теряют свой инвариантный смысл, а тахионы даже с целым спином должны подчиняться статистике Ферми. Обсуждение этих необычных свойств тахионов содержится в работе II (относительно полная библиография по тахионам имеется в [26]).

Другая область, где возможны сверхсветовые движения, — область а) — отвечает действительным, но не равным друг другу ( $M_0 > M_1$ ) собственным значениям тензора массы. В этом случае соотношение между энергией и скоростью частицы имеет вид

$$E = M_0 c^2 / \sqrt{1 - (M_1^2 / M_0^2) v^2 / c^2}$$

и тем не менее ограничивает скорость частицы сверху, чем больше отношение  $M_0 / M_1$ . Если все собственные значения тензора массы стремятся к нулю (так называемый «акустический» спектр) с сохранением отношений между ними, то получается закон дисперсии в виде

$$E = c (M_0 / M_1) p. \quad (2)$$

Таковыми свойствами обладает сверхсветовой звук (суперзвук), скорость распространения которого равна  $(M_0 / M_1) c$  (см. разд. 5).

Тахионами и суперзвуком ограничивается перечень сверхсветовых объектов, которые рассматривались в литературе. Далее мы подробно остановимся на ряде вопросов их теории (главным образом тех, которые не отражены в работах I—IV).

### 3. Тахионы в современной физике

Чаще всего тахионы рассматриваются как некий экзотический объект, совершенно чуждый современной физике. Однако в действительности с частицами, обладающими свойствами тахиона, приходится иметь дело довольно часто.

Начав с теории элементарных частиц, укажем прежде всего на виртуальные частицы, составляющие необходимый элемент современной квантовой теории поля. Их квад-

рат массы произволен и, в частности, может быть отрицательным. Сверхсветовые свойства таких частиц проявляются в том, что причинная функция Грина квантованного поля не исчезает вне светового конуса. Однако она спадает в этой области столь быстро, что принцип неопределенностей не дает возможности говорить о нарушении причинности [27].

Тахионы входят как важнейшая составная часть в строящийся сейчас аппарат единой перенормируемой теории слабых и электромагнитных взаимодействий, основанной на так называемой «модели Вайнберга» [28]. Но тахионы в этой модели не проявляют сверхсветовых свойств. Дело в том, что из-за «неправильного» знака квадрата массы тахионов, которые в этой модели являются бозе-частицами, происходит их конденсация Бозе — Эйнштейна в состоянии с нулевым импульсом. В результате знак квадрата массы «исправляется», а тахионы как таковые прекращают свое существование.

В справедливости сказанного нетрудно убедиться исходя из канонического гамильтониана скалярного тахионного поля

$$H = \int a^3 x \left[ \frac{1}{2} (\dot{\varphi}^2 + (\nabla\varphi)^2 - M^2\varphi^2) + \lambda\varphi^4 \right], \quad (3)$$

где  $\lambda$  — малая константа связи между тахионами. Обычное определение основного состояния системы (вакуума) как состояния без частиц ведет к нестабильной ситуации из-за отрицательного знака третьего члена в (3). Истинному основному состоянию системы отвечает отличное от нуля и постоянное в пространстве и времени среднее значение поля  $\langle\varphi\rangle$ , возникающее из-за бозе-конденсации тахионов. Из условия минимума энергии  $\langle\varphi\rangle = M/\sqrt{2\lambda}$ , вводя «надконденсатное» поле  $\chi = \varphi - \langle\varphi\rangle$ , легко привести (3) к виду

$$H = \int d^3x \left[ \frac{1}{2} (\dot{\chi}^2 + (\nabla\chi)^2 + 2M^2\chi^2) + 2\sqrt{\lambda}M\chi^3 + \lambda\chi^4 \right] + \text{const.}$$

Возникшая замена —  $M^2 \rightarrow 2M^2$  действительно ведет к переходу тахионов в обычные частицы. Аналогичным образом ведет себя и тахионное поле, подчиненное ста-

тистике Ферми; в этом случае происходит бозе-конденсация пар частиц с нулевым суммарным импульсом<sup>7</sup>.

Свойства тахионов могли бы в принципе обнаруживать и обычные частицы, обладающие «неминимальным» взаимодействием (частицы с аномальным магнитным или квадрупольным моментами, с высшими спинами и т. д.)<sup>8</sup>. В достаточно сильном внешнем поле квадрат эффективной массы такой частицы может стать отрицательной величиной. Простейший пример такого рода (см. также [3]) — векторная частица с аномальным магнитным моментом  $\mu$  в магнитном поле  $H$ , параллельном ее импульсу. Закон дисперсии частицы  $E = c \sqrt{p^2 + M^2 c^2} \pm 2M\mu H$  приобретает тахионный характер в достаточно сильном поле. Сверхсветовые свойства рассматриваемых частиц обсуждались в литературе (см., например, [31]). Однако в свете сказанного выше о нестабильности тахионного вакуума ясно, что эта проблема по существу беспредметна.

Интересно отметить, что тахионные свойства могут обнаружить и частицы с обычным взаимодействием. Так, скалярная частица в скалярном внешнем поле  $U$  описывается уравнением Клейна — Гордона

$$[\Delta + E^2 - M^2 - U(x)] \psi = 0,$$

имеющим тахионный характер при должном знаке и величине  $U$ . Именно этот пример рассматривался в связи с проблемой предельно сильного внешнего поля [32] (сюда же относится вопрос о предельном значении заряда ядра). Неустойчивость вакуума ведет к бозе-конденсации тахионов или их пар (на другом языке — к сильной поляризации вакуума) и к экранировке внешнего поля, что в свою очередь приводит к превращению тахиона в обычную частицу.

Приведенные примеры, число которых можно было бы умножить, взяты из квантовой теории поля и носят довольно специальный характер. Оказывается, что и в макроскопической физике имеется множество примеров «тахионоподобной» ситуации которая довольно типич-

<sup>7</sup> В отличие от сверхпроводника здесь конденсируются несвязанные пары. Отметим, что нестабильность тахионного вакуума (впрочем, без указания ее природы) подчеркивалась в работе [29].

<sup>8</sup> Важно отметить, что указанные частицы обнаруживают во внешних полях и свойства суперзвука (см., например, [30], а также [3a]).

на для нестабильных систем. Отрицательный «квадрат массы» содержится в законе дисперсии тех колебаний, которые ведут к раскачке системы:

$$\omega^2 = \bar{c}^2 k^2 - \Gamma^2. \quad (4)$$

Здесь  $\omega$  и  $k$  — частота и волновой вектор колебаний,  $\bar{c}$  — характерная скорость,  $\Gamma$  — обратное время развития неустойчивости. Как и у тахионов, групповая скорость волны больше  $\bar{c}$ . С другой стороны, при малых  $k$  частота приобретает мнимые значения, что и соответствует нарастанию колебаний со временем.

Мы приведем лишь один важный пример<sup>9</sup>, относящийся к распространению электромагнитной волны в среде с инверсной заселенностью уровней. Пусть частицы среды представляют собой двухуровневые системы с энергиями уровней  $E_{1,2}$ , причем частота перехода  $E_1 - E_2$  считается малой сравнительно с частотой волны. Заселенности уровней, отнесенные к единице объема, обозначим через  $N_{1,2}$ . Тогда инверсной заселенности отвечает положительное значение параметра  $\xi = (E_1 - E_2)(N_1 - N_2)$ . Векторы электрического поля волны  $\mathbf{E}$  и поляризации среды  $\mathbf{P}$  связаны соотношением  $\square \mathbf{E} = 4\pi \mathbf{P}$ . С другой стороны, уравнения движения дают связь  $\mathbf{P} = -2\xi |d_{12}|^2 \mathbf{E}$ , где  $d_{12}$  — матричный элемент дипольного момента (см. [33]). Отсюда мы немедленно приходим к соотношению (4) с  $\bar{c} = c$  и  $\Gamma^2 = 8\pi\xi |d_{12}|^2$ . Отрицательная величина квадрата эффективной массы фотона в среде с инверсной заселенностью отражает нестабильность системы относительно перехода на нижний уровень и генерации когерентной электромагнитной волны.

#### 4. Действительно ли тахионы движутся быстрее света?

Сомнение, выраженное в этом заголовке, имеет основание. В самом деле, в рассмотренном только что примере групповая скорость электромагнитной волны превы-

<sup>9</sup> Из числа других примеров можно упомянуть несколько взятых наудачу: неустойчивость гравитирующей жидкости ( $\bar{c}$  — скорость звука,  $\bar{c}/\Gamma$  — джинсовская длина) [34], неустойчивость нормального состояния сверхпроводника ( $\bar{c}$  — скорость электронов на границе Ферми,  $\Gamma$  — энергетическая щель) [35], неустойчивость распределенной системы упруго связанных маятников, расположенных в поле тяжести «вниз головой» [21].

шает  $c$ : эксперименты Басова с сотрудниками [36], относящиеся, правда, к несколько более сложным условиям, обнаружили скорость перемещения лазерного импульса порядка 6—9  $c$ . С другой стороны, микроскопическая картина распространения света в произвольной среде полностью исключает возможность реального распространения энергии и информации со сверхсветовой скоростью. Это, а также ряд других соображений [29, 37] побуждают рассмотреть вопрос о скорости тахиона более внимательно.

С подобной ситуацией уже пришлось столкнуться ранее в проблеме распространения света в диспергирующей непрозрачной среде [38, 23, 39, 40, 21]. В области аномальной дисперсии групповая скорость волны формально превышает  $c$ . Однако именно в этой области имеется значительное поглощение, которое ведет к сильной деформации волнового пакета в процессе его распространения. В результате оказывается, что групповая скорость перестает быть скоростью распространения сигнала. Зоммерфельдом и Бриллюэном было показано, что фронт сигнала движется в рассматриваемых условиях точно со скоростью  $c$ <sup>10</sup>.

Аналогично ведет себя и «тахионоподобная» волна в нестабильной (имеющей отрицательное поглощение) среде. Временная эволюция одномерного волнового пакета определяется соотношением

$$\begin{aligned} \varphi(x, t) = & - \int_{-\infty}^{\infty} dx' [G(x - x', t) \dot{\varphi}(x', 0) + \\ & + \dot{G}(x - x', t) \varphi(x', 0)]. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $G$  — запаздывающая функция Грина волнового уравнения, отвечающего закону дисперсии [4]:

$$[-\partial^2/\partial t^2 + c^2\Delta + \Gamma^2] G(x, t) = \delta(x) \delta(t),$$

где  $c = \bar{c}$ . Легко показать [21, 29, 37], что функция Грина отлична от нуля лишь в верхней полости светового конуса  $|x| < ct$ ,  $t > 0$ <sup>11</sup>. Отсюда следует, что скорость распро-

<sup>10</sup> В общем случае скорость распространения локализованного возмущения определяется асимптотикой закона дисперсии при  $k \rightarrow \infty$  и равна  $\lim_{k \rightarrow \infty} (\omega/k) = c$ .

<sup>11</sup> В этой области функция Грина нарастает по закону  $\exp[\sqrt{t^2 - x^2/c^2}\Gamma]$ .

странения любого первоначально локализованного образования, в том числе фронта пакета, не превышает  $c$ . Как и в случае положительного поглощения, групповая скорость теряет смысл скорости сигнала из-за деформации пакета. В данном случае это происходит благодаря нарастанию гармоник с  $k^2 < \Gamma^2/c^2$  (см. (4)).

Однако для тахионоподобной волны, в отличие от волны в поглощающей среде, имеется область с  $k^2 > \Gamma^2/c^2$ ,

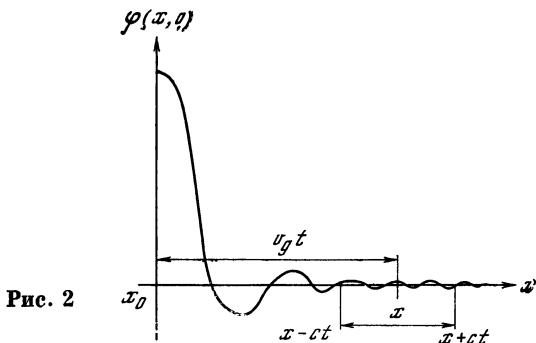


Рис. 2

где частота действительна и нарастания волны нет и в то же время групповая скорость  $v_g$  превышает  $c$ . Поэтому возникает вопрос: нельзя ли использовать в качестве сигнала волну, составленную только из гармоник с  $k^2 > \Gamma^2/c^2$ ? Сразу же отметим, что такая волна принципиально не локализована в пространстве: наибольшая степень спада фронта пакета определяется экспонентой  $\exp(-\Gamma x/c)$ .

Нам представляется, что ответ должен быть отрицательным: тахионоподобная волна в нестабильной системе не может служить для сверхсветовой сигнализации. Это видно из соотношения (5) — в точку  $x$ , отстоящую от начального центра пакета  $x_0$  на расстоянии порядка  $v_g t$ , могут прийти сигналы только из области от  $x - ct$  до  $x + ct$ , а отнюдь не из точки  $x_0$ , лежащей при  $v_g \gg c$  далеко за пределами этой области (рис. 2).

Но в пределах указанной области поле первоначального пакета малó. Откуда же в точке  $x = x_0 + v_g t$  возьмется большое поле, отвечающее максимуму пакета, который распространяется с групповой скоростью? Ответ состоит в том, что это происходит в результате усиления



(за счет экспоненциального роста функции Грина, связанного с нестабильностью системы) экспоненциально малого «хвоста» первоначального пакета в рассматриваемой области. Физически это означает, что перемещение пакета с групповой скоростью, большей  $c$ , происходит через обязательное посредничество самой нестабильной системы: она рождает поле в точке  $x$ , так сказать, «из своих запасов», возмещая это поглощением первоначального пика пакета. Ясно, что такая картина возможна только в случае нестабильной системы<sup>12</sup>.

Несомненно, что ни о каком распространении информации со сверхсветовой скоростью при этом говорить нельзя. Скорее дело напоминает распространение светового импульса в бегущей световой рекламе. Отсутствие передачи информации со скоростью, большей  $c$ , подчеркивалось Басовым и др. [36], которые дали интерпретацию результатов своих экспериментов, по существу совпадающую с приведенной выше<sup>13</sup>.

Утверждение о том, что тахиноподобная волна не может служить сверхсветовым сигналом, относится не только к макроскопическим объектам типа лазерного импульса, но и к указанным выше примерам из квантовой теории поля (в интервалах времени до перестройки вакуума). И в этих примерах имеется нестабильность системы, лежащая в основе нашей аргументации. Существенно, однако, что эта аргументация неприменима к тем тахионам, которые были введены Фейнбергом (см. II).

Дело заключается прежде всего в том, что в схеме Фейнберга вакуум стабилен. Это достигается специальным выбором гамильтониана системы, который не совпадает с каноническим выражением (3), а имеет нелокальную форму

---

<sup>12</sup> Подчеркнем, что хотя пакет в целом и не имеет гармоник, нарастающих со временем, его часть, расположенная в пределах рассматриваемой области, будучи локализована, обязательно содержит такие гармоники. Отметим, что иные аспекты связи нестабильности и сверхсветовой скорости обсуждались в работах [11] и IV.

<sup>13</sup> В этих опытах система высвечивалась после прохождения переднего «хвоста» пакета и остальная его часть двигалась уже в поглощающей среде ( $\Gamma \neq \text{const}$ ). Это приводило к дополнительному увеличению скорости максимума импульса.

$$H = \frac{1}{2} \int d^3x \{(\varphi)^2 + (\nabla\varphi)^2 - M^2\varphi^2 + i[\sqrt{-\Delta - M^2}\varphi, \varphi]\}.$$

С этой, а также с другими причинами (см. II и [41]) связана существенная нелокализуемость тахионного поля. Его амплитуда  $\varphi(x, t)$  не только не определяет локальную плотность тахионов, но эта последняя величина вообще не имеет смысла. Поэтому аргументация, основанная на функции Грина, теряет силу, поскольку эта функция определяет распространение точечного объекта.

В силу сказанного мы не можем согласиться с утверждениями работ [29, 37] о том, что тахионы Фейнберга не несут информации со сверхсветовой скоростью. К сожалению, строго обосновать противоположное утверждение не представляется возможным из-за неразработанности проблем измерения и макропричинности в релятивистской квантовой теории поля (см. по этому поводу, например, [17]). Вероятно, правильнее всего считать этот вопрос открытым и не отказываться от обсуждения тех проблем (в первую очередь причинности), которые возникают, если тахионы действительно осуществляют сверхсветовой перенос информации.

## 5. Сверхсветовой звук

Другой объект, который мог бы двигаться со сверхсветовой скоростью,— волны сжатия в достаточно «жесткой» среде, или суперзвук. В разд. 2 отмечалось, что его скорость  $c_s$  связана с собственными значениями тензора массы соотношением  $c_s = c(M_0/M_1)$  (см. (2)). Это значение скорости относится к системе покоя среды; в произвольной системе, где 4-скорость среды —  $w$ , закон дисперсии суперзвука

$$(p)^2 = (1/c^2 - 1/c_s^2)(pw)^2.$$

Отсюда видно (см. также рис. 1), что величина  $(p^2)$  для суперзвука положительна и потому знак его энергии инвариантен.

Чтобы неравенство  $c_s > c$  могло действительно осуществиться, необходима достаточно низкая сжимаемость среды. Из релятивистской гидродинамики известно, что

$$(c_s/c)^2 = \partial p / \partial \varepsilon,$$

где  $p$  — давление,  $\varepsilon$  — плотность энергии. В наиболее важном случае политропного уравнения состояния веще-

ства  $\varepsilon \sim n^\gamma$ ,  $p = (\gamma - 1) \varepsilon$  ( $n$  — плотность вещества,  $\gamma$  — показатель политропы) суперзвуку отвечают условия

$$\gamma \geq 2, \quad p \geq \varepsilon. \quad (6)$$

Уравнение состояния  $p = \varepsilon$  представляет собой, таким образом, предельно «жесткое» уравнение, совместимое с отсутствием сверхсветовых сигналов [42].

Ожидать выполнения условий (6) можно, бесспорно, лишь в случае, если среда поставлена в необычные, экстремальные условия высоких давлений или температур. Этим условиям отвечают большие энергии относительного движения частиц среды, соответственно чему задача описания такой среды относится к компетенции теории элементарных частиц. Эта задача исключительно сложна как из-за трудностей описания многочастичной системы с сильным взаимодействием между частицами, так и вследствие незнания фундаментальных закономерностей, лежащих в основе таких взаимодействий [43]. Поэтому заключения о свойствах сильно сжатой или сильно нагретой среды и, в частности, о возможности выполнения неравенств (6) очень ненадежны.

Рассматривая простые модели в тех или иных приближениях, можно действительно прийти к неравенствам (6) и к появлению суперзвука при достаточно высоких плотностях вещества. Так обстоит дело, например, в классической нелинейной теории поля (см. разд. I). Более удивительно, что суперзвук появляется в стандартной (ненелокальной и ненелинейной) теории, в которой взаимодействие между частицами обусловлено обменом векторными нейтральными мезонами [10—12, 14]. Хотя этот результат и объясняется тем, что перенормировка массы в разной степени сказывается на величинах  $p$  и  $\varepsilon$ , трудно исключить и более простую причину появления суперзвука — пренебрежение нестатическими и квантовыми эффектами. В своей последней работе (см. IV) ее авторы уже склоняются к тому, что в квантовом варианте их модели суперзвука нет<sup>14</sup>.

Более осторожной и корректной представляется иная

---

<sup>14</sup> Обращаем внимание на очень интересную аргументацию, основанную на анализе устойчивости системы относительно образования пар, что, как оказывается, устанавливает нижнюю границу для сжимаемости.

точка зрения на возможность появления суперзвука [9]. Известна неудовлетворенность теоретиков теми фундаментальными положениями, на которых основывается современная теория элементарных частиц. Имеющиеся экспериментальные данные подтверждают эти положения лишь до масштабов порядка  $10^{-15}$  см и не исключено их нарушение в области еще меньших масштабов величины  $L$  [44]. Если это действительно окажется так, то в условиях сверхплотной среды с  $\varepsilon > \hbar c/L^4$  микроскопические нарушения постулата причинности (именно он представляется наиболее уязвимым) перерастут в макроскопические. Это можно проиллюстрировать на модели «твердых шаров» радиусом  $L$ , из которой, в частности, видно, что такие макроскопические нарушения причинности проявятся как раз в возникновении суперзвука. К аналогичным выводам пришли Куткоски и др. [13], основываясь на нелокальной теории Ли и Вика.

Если неравенства (6) действительно осуществляются в природе, это может иметь нетривиальные астрофизические следствия. Уравнение состояния вещества существенно сказывается на величинах масс, радиусов, гравитационного красного смещения тяготеющих конфигураций, на протекании гравитационного коллапса и начальных стадий эволюции Вселенной и т. д. Остановимся лишь на последней проблеме. Известно, что в модели Фридмана имеется сингулярность, которой отвечает обращение в нуль радиуса кривизны мира  $a$ . Этот вывод создает определенные познавательные трудности. Можно показать [9], что для достаточно «жесткого» вещества ( $p/\varepsilon \rightarrow \infty$  при  $\varepsilon \rightarrow \infty$  по степенному закону) величина  $a$  никогда в нуль не обращается. Это связано со сходимостью интеграла в соотношении

$$(a/a_0)^3 = \exp\left(-\int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} d\varepsilon/(p + \varepsilon)\right),$$

которое вытекает из термодинамического тождества  $dE = -pdV$ ; величины с индексом нуль относятся, например, к современной эпохе <sup>15</sup>.

<sup>15</sup> Тем не менее сингулярность в «начальный» момент мирового времени остается, но проявляется в разрыве временных производных величины  $a$ .

Интересно отметить, что суперзвук может иметь отношение к проблеме множественного образования частиц при соударении нуклонов высокой энергии. Гидродинамический подход к описанию этого явления дает следующую зависимость числа вторичных частиц (множественности)  $N$  от энергии  $E$  образовавшегося сгустка [45]:

$$N \propto E^{\frac{2-\gamma}{\gamma}}.$$

Отсюда видно, что множественность растет или падает с энергией в зависимости от того, существует ли суперзвук в условиях сгустка. К сожалению, из имеющегося экспериментального материала трудно выделить данные, к которым применим гидродинамический подход.

## 6. Сверхсветовая частица как источник излучения фотонов

Прежде чем перейти к фундаментальной для сверхсветовых частиц проблеме причинности, рассмотрим вопрос об их электромагнитном излучении, остановившись в этой связи на некоторых экспериментальных данных о сверхсветовых частицах.

Важное свойство сверхсветовых частиц, как тахионов<sup>16</sup>, так и «суперфононов» (квантов суперзвука), состоит в том, что кинематика разрешает им излучать фотоны или нейтрино. Это в точности аналогично возможности излучения Черенкова от электрона, движущегося быстрее света в среде (см. I). Именно это свойство сверхсветовой частицы предполагалось использовать для ее обнаружения на опыте.

Для реального существования такого излучения необходимо, чтобы взаимодействие сверхсветовой частицы с полем излучения не было слишком слабым. Основываясь на результатах недавнего анализа [26], можно утверждать, что для тахиона это взаимодействие ничтожно мало. В указанных работах оценивается, исходя из данных о стабильности протона и электрона, взаимодействие, ответственное за распады этих частиц с испусканием ней-

---

<sup>16</sup> Подчеркнем, что тахион будет излучать и в том случае, если с его движением не связан сверхсветовой перенос информации (ср. вопрос о черенковском излучении сверхсветового «зайчика» [46]).

трального тахиона ( $t^0$ ) или пары тахион ( $t$ ) — анитахион ( $\bar{t}$ ):

$$p \rightarrow p + t^0, \quad p \rightarrow p + t + \bar{t}.$$

Эти процессы также разрешены кинематикой (см. II). Соответствующая безразмерная константа связи оказывается ничтожно малой ( $< 10^{-60}$  для энерговыделения  $> 10 \text{ Мэв}$  и  $10^{-45}$  для энерговыделения  $\sim 100 \text{ эв}$ ) даже по сравнению с гравитационной константой связи протона  $\gamma M^2/\hbar c \sim 10^{-40}$ , где  $\gamma$  — постоянная тяготения.

Поэтому тахион не может обладать ни электромагнитным, ни сильным, ни слабым взаимодействием с обычными константами связи. В частности, отсутствие сколь угодно заметного электрического заряда у тахиона следует из ничтожной вероятности второго из указанных выше процессов, который мог бы идти через виртуальный фотон. Что же касается гравитационного взаимодействия, которым должны обладать все без исключения структурные единицы материи, то для согласования приведенных выше цифр необходимо, чтобы масса тахиона была существенно меньше массы обычных частиц. При этом отличие скорости тахиона от  $c$  можно было бы обнаружить лишь при ничтожно малых его импульсах.

Таким образом, излучение тахиона, как и другие проявления его взаимодействия с обычным веществом, должно происходить с крайне малой интенсивностью. Неудивительно поэтому отрицательные результаты специальных опытов по регистрации черенковского излучения тахиона (см. [47, 48]). Упомянем в этой связи о попытке считать экспериментальным проявлением тахиона пики в сечениях ряда реакций между адронами (например, реакции рассеяния пиона на нуклоне с перезарядкой), лежащие в области отрицательных значений квадрата переданного импульса [49]. В условиях одночастичного обмена такая интерпретация действительно была бы оправдана. Однако имеются и другие объяснения этих пиков [49], не говоря уже о противоречии с приведенными выше оценками константы связи тахиона.

В отличие от тахиона излучение суперфонона нельзя считать слабым. Хотя суперфонон — нейтральная частица, он распространяется в среде, которую может поляризовать. Возникающие при этом заряженные виртуальные частицы и могут служить источником излучения. При этом

возможно как собственно излучение фотона, так и превращение суперфонона в фотоны.

Излучение суперфонона означает, что он движется как бы в поглощающей среде. При этом, как и в случае аномальной дисперсии (см. выше разд. 4), возникает вопрос об истинной скорости сигнала, которая может не совпадать с  $c_s$ . Предварительные оценки [50] показывают, что затухание суперзвука не мало и растет с увеличением плотности среды. Поэтому в принципе могло бы оказаться, что с суперфононом не связан сверхсветовой перенос информации (см. также [30, 31]<sup>17</sup>). Однако исследовать этот вопрос на должном уровне исключительно трудно.

## 7. Принцип причинности

Выше уже подчеркивалось, что единственное по существу возражение против сверхсветовых движений связано не с требованиями СТО, а с условием причинности. Его обсуждению и посвящена оставшаяся часть этой статьи.

Значительная часть излагаемого ниже материала и статья III относятся к тахионам. Конечно, обсуждение вопросов причинности применительно к тахионам можно было бы считать излишним в свете приведенных выше оценок константы связи тахионов и при отсутствии полной уверенности в переносе ими сверхсветовой информации. Однако вызванная появлением тахиона, как объекта теоретического рассмотрения, дискуссия проблемы причинности далеко переросла первоначальные рамки и представляет самостоятельный интерес. Необходимость разработки физических аспектов проблемы причинности особенно сильно ощущается в теории элементарных частиц, где до сих пор не сформулирован адекватный критерий «макропричинности» (см., например, [17]).

Сверхсветовые сигналы действительно несовместимы с принципом причинности в формулировке «никакое событие не может повлиять на уже прошедшие события» или, короче,

«будущее не влияет на прошлое». (7)

<sup>17</sup> Отметим, что в этом случае потеряет свой смысл предельно «жесткое» уравнение состояния вещества, о котором шла речь выше.

Именно к такой формулировке (с заменой слова «событие» словами «точечное событие» — так называемый «принцип микропричинности») этот принцип служит одним из постулатов современной теории элементарных частиц [17, 44]. Требование (7), которое может быть названо условием «запаздывающей причинности», существенно уже общего принципа причинности, говорящего о взаимной обусловленности, детерминированности событий<sup>18</sup>, хотя, как будет видно ниже, определенным образом с ним смыкается.

Требование (7) на самом деле запрещает сверхсветовые движения (см. разд. 8). Дело в том, что согласно СТО временная последовательность событий, связанных сверхсветовым сигналом и тем самым разделенных пространственно-подобным интервалом, неабсолютна. Всегда можно найти систему отсчета, в которой влияние, осуществляемое сверхсветовым сигналом, пойдет назад во времени (подробнее см. I, II).

Но возникает вопрос, действительно ли требование (7) обязательно. Оно, бесспорно, подтверждается всей человеческой практикой и физическим экспериментом. Однако, когда мы переходим к изучению новой области явлений, а сверхсветовые сигналы безусловно относятся к такой области, следует по возможности четко различать непривычные и недопустимые вещи.

Пусть нам позволено заменить требование (7) при некоторых условиях (например, в другой системе отсчета) противоположным требованием «опережающей причинности», предполагающим отсутствие влияния прошлого на будущее. Кажется несомненным, что при этом мы и имеем дело скорее с непривычной, чем с недопустимой, ситуацией. Ведь ни в какой системе отсчета причинно-следственная связь вовсе не оказывается разорванной, просто она может предстать перед нами обращенной во времени<sup>19</sup>. Во всяком случае цепочка событий при пере-

---

<sup>18</sup> В период становления квантовой механики, когда обсуждался вопрос, противоречит ли детерминизму вероятностное описание микроявлений, физики имели дело именно с этим общим принципом причинности.

<sup>19</sup> Точно так же фотограф, в зависимости от точки съемки, может запечатлеть событие-причину либо слева, либо справа от события-следствия. Заметим, что случаи, когда причина воспринимается нами позднее следствия, отнюдь не редкость: причину смер-



ходе к другой системе отсчета не перестала быть детерминированной, и поэтому противоречий с общим принципом причинности нет. В силу всего сказанного представляется, что сама по себе замена запаздывающей причинности на опережающую допустима.

Гораздо серьезнее обстоит дело, если в заданной системе отсчета часть звеньев причинно-следственной связи подчиняется требованию запаздывающей, а часть — опережающей причинности; так может случиться, если эта связь осуществляется и сверхсветовыми и обычными частицами, могущими взаимодействовать друг с другом. В этом случае можно было бы реализовать замкнутый цикл причинно-следственной связи и тем самым нарушить требование

«следствие не влияет на породившую его причину», (8)

которое, в отличие от (7), представляется уже прямо связанным с общим принципом причинности и оберегающим взаимную обусловленность событий.

Чтобы увидеть, как нарушение требования (8) может повлечь за собой разрыв причинно-следственной связи, рассмотрим следующий мысленный опыт. Пусть имеются излучатель импульсов и заэкранированная от него мина, излучатель которой настроен на те же импульсы. Испускаемый излучателем сигнал отражается от внешних препятствий и возвращается обратно, взрывая мину, а вместе с ней и излучатель. Если сигнал сверхсветовой, он может вернуться раньше, чем был испущен (опережающее звено). С другой стороны, существование излучателя в моменты, предшествовавшие излучению, может рассматриваться как причина самого излучения (запаздывающее звено). Разрыв причинно-следственной связи проявляется в том, что в момент излучения самого излучателя уже не существовало.

Постановку этого опыта можно видоизменить так, чтобы он приводил к логическому противоречию (см. III). Пусть вместо мины имеется устройство, которое включает излучатель только в том случае, если до этого момента никаких сигналов извне не поступало. Предположив это, мы сразу же придем к противоречию, так как сама кон-

---

ти большого мы нередко узнаем по результатам вскрытия после нее самой, взрыв летящего на нас сверхзвукового самолета слышен раньше перебоев в его моторе и т. д.

струкция нашей системы приведет к появлению такого сигнала. К обсуждению описанных опытов мы еще вернемся ниже.

## 8. Причинность и принцип переключения

На первый взгляд введение принципа переключения (см. разд. 2 и I, II) спасает принцип причинности для тахионов даже в формулировке (7). В самом деле, если при переходе к другой системе отсчета тахион начинает идти вспять во времени, то одновременно его энергия становится отрицательной. Принцип переключения требует, чтобы в этом случае испускание тахиона было заменено его поглощением и обратно. В результате направление мировой линии тахиона меняется на противоположное и он продолжает идти вперед во времени.

Однако, чтобы сохранить требование запаздывающей причинности во всех системах отсчета, нужно обязательно лишить причину и следствие их абсолютного смысла. Если в одной системе отсчета более раннее событие А считается причиной события Б, то в другой системе, где более ранним становится событие Б, именно оно должно считаться причиной события А. Нужно сказать, что во многих случаях это не вызывает трудностей. Например, не имеет ответа вопрос, какое из двух событий — прохождение маятником наинизшей (А) и наивысшей (Б) точек его траектории — должно считаться причиной другого события. С равным правом причиной можно считать А (Б происходит из-за избытка кинетической энергии в момент А) или же Б (А происходит из-за избытка потенциальной энергии в момент Б).

В то же время наш макроскопический опыт с несомненностью свидетельствует о том, что заведомо существуют такие причинные связи, для которых причина и следствие имеют абсолютный характер<sup>20</sup>. Если тахион осуществляет причинную связь между такими событиями, то, как бы он ни двигался, требование запаздывающей причинности окажется нарушенным в той системе отсчета, где событие-следствие происходит раньше.

---

<sup>20</sup> Не останавливаясь на этом трудном вопросе, отметим лишь, что такого рода связи возможны, по-видимому, лишь для достаточно сложно организованных объектов.

Ньютоном [51] был указан способ выяснения того, какое именно событие является причиной другого события. Для этого предлагается ввести в систему внешний по отношению к ней случайный фактор и установить характер его корреляций с рассматриваемыми событиями. Конкретно речь идет о введении непрозрачного для тахионов экрана, случайным образом появляющегося на пути тахиона, который связывает некоторую пару собы-

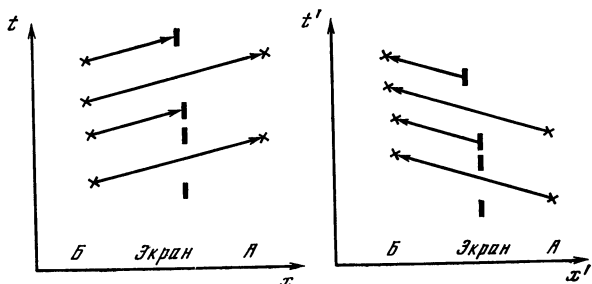


Рис. 3

тий А, Б. Если, например, событие А оказалось антикоррелирующим с появлением экрана (когда есть экран, события А нет), то, независимо от выбора системы отсчета, естественно считать событие Б причиной события А. При этом предполагается, конечно, что события А и Б причинно связаны друг с другом, а не являются оба следствием какого-то третьего события.

Чонка (см. III) возражает против этого способа, указывая иную интерпретацию наблюдаемой антикорреляции. По его мнению, ничто не мешает считать событие Б следствием, а в качестве его причины рассматривать либо событие А (если оно имеется), либо сам экран<sup>21</sup> (см. рис. 3, где описанная картина представлена в двух разных системах отсчета). Однако Чонке можно возразить, что экран в принципе мог бы появиться в такие отрезки времени, когда нет ни тахиона, ни событий А, Б. Ясно, что, зарегистрировав такую ситуацию, мы лишаемся возможности говорить об экране как о причине события Б. Между тем аргументация Ньютона сохраняет свою силу и в этом случае.

<sup>21</sup> Важно, что в силу принципа переключения экран, способный поглощать тахионы, в другой системе отсчета будет их испускать.

Таким образом, нам представляется, что выяснить, какое именно из пары событий служит причиной, а какое следствием (если, конечно, такое соотнесение имеет абсолютный смысл), все же возможно. Тогда при переходе от одной системы отсчета к другой мы вынуждены заменять требование запаздывающей требованием опережающей причинности и обратно. Выше мы старались показать, что сама по себе такая замена еще не говорит о невозможности сверхсветовых движений.

Там же указывалось, что действительный конфликт таких движений с принципом причинности мог бы возникнуть при рассмотрении замкнутых циклов причинно-следственной связи. Применительно к тахионам такие циклы рассматривались в работах II и III, авторы которых приходят к выводу, что эти циклы не представляют собой прямой угрозы существованию тахионов (см. также [51, 52]).

В основе аргументации Фейнберга лежит утверждение о том, что дело сводится не к сигнализации, а — в соответствующей системе отсчета — к спонтанному испусканию тахионов. Эта точка зрения сталкивается, однако, с трудностями, если под сигналом понимать не единичный тахион, а сложный, богатый информацией импульс. Чонка, критикуя Фейнберга с других позиций, приходит к тому же окончательному выводу; по его мнению, сам эксперимент с замкнутым циклом неосуществим из-за противоречивости тех условий, которым должны быть подчинены участвующие в опыте устройства.

Однако легко представить себе такую конструкцию этих устройств, которая, по-видимому, автоматически обеспечит выполнение указанных условий. В качестве устройства, испускающего сигнал только при условии, что до этого момента никаких сигналов не поступало, можно взять излучатель, снабженный миной (см. конец разд. 7). В статье III это устройство обозначено символом *B*. Устройство, испускающее сигнал только после поглощения падающего на него сигнала (устройство *A*), можно заменить просто зеркалом. Если понимать под сигналом, как и выше, сложный импульс, то не видно конкретных причин, по которым описанная установка не могла бы функционировать.

Таким образом, принцип причинности все же создает определенные трудности в проблеме сверхсветовых дви-

жений. Однако должной ясности в вопросе о том, действительно ли принцип причинности запрещает такие движения, еще нет. Сложный комплекс проблем, связанных с причинностью, еще ждет своего решения.

### 9. Суперзвук и причинность

В начале разд. 7 подчеркивалось, что проблема причинности для тахионов имеет скорее академический интерес. Однако для суперзвука эта проблема является достаточно острой.

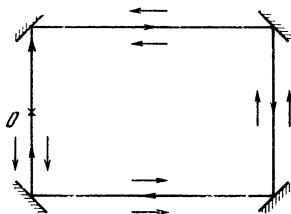


Рис. 4

Отметим, что для суперфсона, имеющего положительный квадрат 4-импульса и инвариантный знак энергии, нельзя ввести принцип переключения. Поэтому к суперзвуку аргументация статей II и III (даже если бы удалось справиться с возражениями против нее) непосредственно неприменима. Легко предложить схему опыта, где с помощью суперзвука осуществлен замкнутый цикл причинно-следственной связи (рис. 4). Здесь суперфсон, движение которого направляется зеркалами, идет все время против течения сверхплотной среды, и кажется, что ничто ему не мешает вернуться в исходную точку  $O$  раньше, чем он был испущен.

Не исключено поэтому, что принцип причинности действительно окажется серьезным препятствием для введения суперзвука <sup>22</sup>. Сейчас видны следующие возможности:

- а) условия, необходимые для появления суперзвука,

<sup>22</sup> Впрочем, в статье Кутковского [13] упоминается о неопубликованном замечании С. Колмена, содержащем следующее утверждение: если взаимодействие наблюдателя со сверхплотной средой описывается матрицей рассеяния, удовлетворяющей некоторым довольно обычным условиям (унитарность, распадение на пучки), то он не сможет обнаружить никаких парадоксальных проявлений не причинности.

в природе не реализуются в принципе. Это может означать, что либо сжимаемость сверхсжатого вещества не может стать достаточно малой (см. IV), либо вообще существует предельное значение для плотности среды;

б) затухание суперзвука окажется столь большим, что либо скорость сигнала станет меньше скорости света в вакууме, либо вообще о передаче информации на макроскопические расстояния будет невозможно говорить;

в) в условиях сверхплотной среды причина и следствие потеряют свой абсолютный смысл (например, из-за распада



Рис. 5

на составные части любого «сложно организованного» устройства, см. начало разд. 8);

г) принцип микроскопической причинности, используемый в существующей теории элементарных частиц, окажется имеющим неограниченную область применимости (см. разд. 5).

В заключение отметим, что отсутствие принципа переключения для суперзвука ведет также к некоторой трудности (не кажущейся, впрочем, серьезной), относящейся к законам сохранения. Будем для определенности говорить о законе сохранения энергии. Для процесса испускания суперфона на какой-либо частицей этот закон имеет в системе покоя среды следующий вид:  $E_1 = E_2 + E_3$  (рис. 5, а). В системе, где суперфон идет вспять во времени (рис. 5, б), лоренц-преобразование этого равенства дает  $E'_1 = E'_2 + E'_3$ . В то же время прямое приравнивание энергий начального и конечного состояний ведет к другому соотношению  $E'_1 + E'_2 = E'_3$ <sup>23</sup>. Суть этой трудности состоит в том, что для сверхсветовых частиц относительность одновременности приобретает свое крайнее выражение: одновременными могут стать события, относящиеся

<sup>23</sup> Для тахиона этой трудности нет из-за принципа переключения.

в другой системе отсчета к начальному и конечному состояниям системы соответственно.

Нам, однако, предстает, что здесь мы имеем дело скорее с непривычной, чем с недопустимой, ситуацией. Ведь ясно, что построить перпетуум-мобиле с помощью сверхсветовых частиц нельзя. Просто обычная формулировка закона сохранения энергии, опирающаяся на понятие об энергии системы в данный момент времени, становится непригодной. Существуют и иные формулировки. Например, в диаграммной технике Фейнмана сумма энергий частиц, сходящихся в узле диаграммы, должна равняться той же величине для уходящих из узла частиц. В таком виде закон сохранения энергии справедлив и для суперзвука.

\* \* \*

В этой вступительной статье мы смогли лишь кратко обсудить вопросы, возникающие в связи со сверхсветовыми движениями. Более подробное рассмотрение содержится в статьях I—IV, а также в работах, список которых приведен ниже.

## Литература

1. А. Эйнштейн. Собрание научных трудов, т. 1. М., «Наука», 1965, стр. 76.
2. G. Feinberg. Phys. Rev., 1967, 159, 1089.
- 3а. Д. И. Блохинцев. УФН, 1950, 42, 76; Докл. АН СССР, 1953; 82, 553.
- 3б. Д. А. Киржниц. ЖЭТФ, 1954, 27, 6.
4. В. Л. Гинзбург, В. П. Силин. ЖЭТФ, 1954, 27, 116; V. L. Ginsburg [В. Л. Гинзбург]. Acta Phys. Polon., 1956, 15, 163.
5. H. Schmidt. Z. Phys., 1958, 151, 365, 408.
6. S. Tanaka. Progr. Theoret. Phys., 1960., 24, 171.
7. Я. П. Терлецкий. Парадоксы теории относительности. М., «Наука», 1966; Положительные, отрицательные и мнимые массы. Изд-во МГУ, 1962.
8. O. Bilaniuk, V. Deshpande, E. Sudarshan. Amer. J. Phys., 1962, 30, 718.
9. Д. А. Киржниц, В. Л. Поляченко. ЖЭТФ, 1964, 46, 755.
10. S. Bludman, M. Ruderman. Phys. Rev., 1968, 170, 1176.
11. M. Ruderman. Phys. Rev., 1968, 172, 1286.
12. S. Bludman, M. Ruderman. Phys. Rev., 1970, 1D, 3243.
13. R. Cutkosky, P. Landshoff, D. Olive, J. Polkinghorne. Nucl. Phys., 1969, B12, 281; R. Cutkosky. Phys. Rev., 1972, 2D, 1386.
14. G. Kalman, S. Lai. Ann. Phys., 1972, 73, 19.
15. O. Bilaniuk, E. Sudarshan. Phys. Today, 1969, 22, 43.
16. P. Csonka. Nucl. Phys., 1970, B21, 436.
17. Д. А. Киржниц. УФН, 1966, 90, 129.

- 18а. А. Мошковский. Альберт Эйнштейн. М., 1922.
- 18б. R. Mignani, E. Recami. Nuovo Cimento 1973, 14A, 169.
19. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля. М., «Наука», 1967.
20. Д. И. Блохинцев. УФН, 1957, 61, 142.
21. Y. Aharonov, A. Komar, L. Susskind. Phys. Rev., 1969, 182, 1400.
22. В. Паули. Теория относительности. М., Гостехиздат, 1947.
23. Л. И. Мандельштам. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. М., «Наука», 1972.
24. В. И. Сазонов. Ядерная физика, 1972, 15, 1060.
25. Г. А. Зисман. ЖЭТФ, 1940, 10, 1163; 1941, 11, 631.
26. J. Danburg, G. Kalbfleisch. Phys. Rev., 1972, 5A, 1575; P. V. Ramana Murthy. Phys. Rev., 1973, 7A, 2252.
27. M. Fierz. Helv. phys. acta, 1950, 23, 731. (Русск. перев. в сб.: Новейшее развитие квантовой электродинамики. М., ИЛ, 1954).
28. S. Winberg. Phys. Rev. Letters, 1967, 19, 1264.
29. A. Bers, C. Kuper. Stability analysis of tachyon fields. Preprint, Haifa, 1969.
30. G. Velo, D. Zwanziger. Phys. Rev., 1969, 186, 1337.
31. I. В. Khriplovitch, [И. В. Хриплович]. Препринт ИЯФ, 34-72, Новосибирск, 1972; Ядерная физика, 16, 823, 1972.
32. А. Б. Мигдал. ЖЭТФ, 1971, 61, 2209.
33. В. М. Файн, Я. И. Ханин. Квантовая радиофизика. М., «Советское радио», 1965.
34. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков. Релятивистская астрофизика. М., «Наука», 1967.
35. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статической физике. М., Физматгиз, 1962.
36. Н. Г. Басов, Р. В. Амбарцумян, В. С. Зуев, П. Г. Крюков, В. С. Летохов. ЖЭТФ, 1966, 50, 23.
37. R. Fox, C. Kuper, S. Lipson. Nature, 1969, 223, 597; Proc. Roy. Soc., 1970, A316, 515.
38. L. Brillouin. Wave propagation and group velocity. N. Y., Acad. Press, 1960.
39. В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситона. М., «Наука», 1965.
40. Л. А. Вайнштейн. ЖТФ, 1957, 27, 2606.
41. А. Peres. Lett. Nuovo Cimento, 1969, 1, 837.
42. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1961, 41, 1609; Т. С. Саакян. Изв. АН АрмССР, 1961, 14, 117.
43. Д. А. Киржниц. УФН, 1971, 104, 489.
44. Д. А. Киржниц. Природа, 1972, 1, 38.
45. Г. А. Милехин. Труды Междунар. конф. по космическим лучам (Москва, 1959), т. 1. М., Изд-во АН СССР, 1960.
46. Б. М. Болотовский, В. Л. Гинзбург. УФН, 1972, 106, 577.
47. T. Alvåger, M. N. Kreisler. Phys. Rev., 1968, 171, 1357.
48. M. V. Davis, M. N. Kreisler, T. Alvåger. Phys. Rev., 1969, 183, 1132.
49. A. M. Gleason, M. G. Gundzik, E. C. G. Su'arshan, A. Pagnamenta. Phys. Rev., 1972, D6, 807.
50. А. Н. Соломин. Дипл. работа, МГУ, 1967.
51. R. Newton. Phys. Rev., 1967, 162, 1274; Science, 1970, 167, 1569.
52. R. Root, I. S. Trefil. Lett. Nuovo Cimento, 1972, 3, 412.



## 1. ЧАСТИЦЫ ЗА СВЕТОВЫМ БАРЬЕРОМ<sup>1</sup>

В течение многих десятилетий преобладало представление о том, что ни одна частица не может двигаться со скоростью, большей скорости света в вакууме  $c = 3 \cdot 10^8$  м/сек. Принято считать, что это ограничение является прямым следствием специальной теории относительности. Сам Альберт Эйнштейн указал на это в своей статье по теории относительности.

Некоторое время тому назад мы пересмотрели эту точку зрения [1] и пришли к заключению, что теория Эйнштейна никоим образом не исключает существования сверхсветовых частиц. Напротив, именно его теория и наводит на мысль о возможности существования подобных частиц. Впоследствии к такому же выводу пришли и другие физики, а именно Я. П. Терлецкий [2] и Дж. Фейнберг [3].

На рубеже веков, незадолго до того как Эйнштейн опубликовал свою революционную статью по специальной теории относительности, А. Зоммерфельд [4] изучал проблему ускорения частиц до скоростей, больших  $c$ . Он сделал вывод, что при таких скоростях частицы должны были бы вести себя явно абсурдным образом: при потере энергии они должны ускоряться! Теория Эйнштейна исправила это, очевидно недопустимое положение вещей. Она предсказала, что масса частицы будет неограниченно расти при приближении к скорости  $c$ . Таким образом ни одна частица не способна при ускорении преодолеть «световой барьер».

Эти доводы и сейчас сохраняют силу, и было бы бесполезно пытаться их опровергнуть. Однако можно их обойти, поставив следующий вопрос: является ли процесс ускорения единственным способом получения быстрых

---

<sup>1</sup> О. М. Bilaniuk, E. C. G. Sudarshan. Particles Beyond the Light Barrier.— Physics Today, 1969, 22, 43. Перевод А. М. Урнова.

частиц? Разумеется, нет! Возьмите фотоны или нейтрино. Не будучи когда-либо ускоренными, они тем не менее движутся со скоростью, равной  $c$ . В самом деле, не существует медленных фотонов или нейтрино. В момент возникновения в атомных или ядерных процессах они начинают двигаться сразу со скоростью света. С другой стороны, единственный способ их затормозить — это заставить их исчезнуть.

### Третий класс?

По указанным причинам фотоны и нейтрино следует рассматривать как класс объектов, отличных от «нормальных» частиц, подобных электронам или нуклонам. Условимся в дальнейшем относить нормальные частицы к классу I, а фотоны и нейтрино — к классу II. Теория Эйнштейна описывает оба класса, однако  $c$  является не достижимой предельной скоростью только для частиц I класса. Продолжая рассуждать в том же духе, мы задали себе вопрос: способна ли теория Эйнштейна включить в себя еще и III класс объектов, а именно сверхсветовые частицы?

Действительно ли существование таких частиц противоречит фундаментальным принципам физики, вроде закона сохранения энергии или причинности? Если это так, то было бы бессмысленно рассуждать далее по этому поводу. Но, если возможность их существования не ведет к такого рода противоречиям, следует пытаться их обнаружить.

В современной физике существует неписаное правило, часто шутливо называемое всеобщим принципом Гелл-Манна, утверждающим, что в физике «то, что не запрещено, обязательно имеется». Аргументы такого рода привели к ряду замечательных открытий — от нейтрино до радиогалактик.

Исследования в этом направлении ведутся и в настоящее время. Физики упорно продолжают поиски магнитного монополя [5], поскольку теория не исключает возможности существования магнитного заряда, аналогичного электрическому. Делаются попытки обнаружить «кварк» — фундаментальную частицу с зарядом, равным  $1/3$  заряда электрона, на мысль о существовании которого наводит наличие необычной симметрии элементарных частиц.

В каждом из перечисленных примеров новые гипотетические частицы возникают вследствие логического обобщения закономерностей или свойств симметрии, присутствующих миру известных физических явлений. Специальная теория относительности тоже допускает обобщение такого рода. Мы назвали его «метарелятивизмом».

### Геометрическое представление

Рассмотрим частицу с энергией  $E$  и проекциями импульса  $p_x$ ,  $p_y$  и  $p_z$ . Согласно специальной теории относительности должно выполняться соотношение

$$E^2 - p_x^2 c^2 - p_y^2 c^2 - p_z^2 c^2 = m_0^2 c^4.$$

Если частица наблюдается в другой системе отсчета, то величина ее энергии и составляющих импульса изменяется, однако написанное равенство будет по-прежнему удовлетворяться. Это свойство называется инвариантностью 4-векторов энергии-импульса по отношению к преобразованию Лоренца. Не теряя общности рассуждений, мы можем предположить, что частица движется вдоль оси  $x$ , так что  $p_y = p_z = 0$ . Это дает возможность представить ситуацию графически. Уравнение

$$E - p_x^2 c^2 = m_0^2 c^4$$

описывается гиперболой в системе координат с осями  $p_x$  и  $E$  (кривая 2 на рис. 1)<sup>2</sup>. Каждая точка верхней ветви кривой 2 дает значение энергии  $E$  и импульса  $p_x$ , которое частица будет иметь в данной системе отсчета. Можно показать, что наклон гиперболы в этой точке дает скорость частицы в соответствующей системе отсчета:

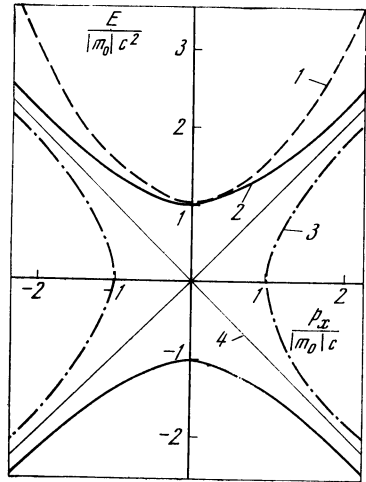
$$v_x = dE/dp_x.$$

Поскольку величина наклона везде меньше  $c$ , видим, что даже в системе, в которой энергия невероятно велика, скорость частицы не превысит скорости света. Другими словами, это означает, что, если бы мы даже смогли передать частице произвольно большое количество энергии, ее скорость по отношению к нам была бы ограничена ве-

<sup>2</sup> На рис. 1, 3 и 4 кривая 1 соответствует нерелятивистской зависимости, 2 — обычным частицам (тардионам), 3 — тахионам, 4 — люксонам (фотонам и нейтрино).— *Прим. ред.*

**Рис. 1.** Зависимость релятивистской энергии  $E$  от импульса  $p_x$

Кривая [для трех классов частиц. Наклон кривой в каждой данной точке дает величину скорости частицы с энергией и импульсом, являющимися координатами этой точки. Поскольку наклон кривой 3 по абсолютной величине везде больше  $c$ , эта кривая описывает все еще не обнаруженные тахионы. Кривая 1 отражает нерелятивистскую зависимость, когда энергия равна  $E = p^2/2m$ . Она сдвинута вверх, чтобы показать, что совпадает с кривой 2 при малых скоростях



личной  $c$ . Отметим также, что никаким выбором системы координат мы не сможем попасть на нижнюю ветвь гиперболы. Это очень хорошо, поскольку частицы с отрицательной энергией не наблюдаются.

Особый интерес представляет точка, в которой  $p_x = 0$  и в соответствующей системе частица покоится. Несмотря на то что у частицы отсутствует импульс, ее энергия имеет определенную величину  $E = m_0 c^2$ , называемую энергией покоя; величину  $m_0$  называют массой покоя.

В особом случае равной нулю массы покоя обе ветви гиперболы вырождаются в две пересекающиеся прямые

$$(E + p_x c)(E - p_x c) = 0,$$

обозначенные на рис. 1 цифрой 4. Возьмем точку на прямой 4 в правом верхнем квадранте. Координаты этой точки дают нам энергию  $E$  и импульс  $p_x$  фотона в некоторой системе отсчета. При переходе к другой системе энергия и импульс фотона примут новые значения, как и в случае обычных частиц. Однако скорость остается прежней; наклон кривой всюду равен  $c$ . Из геометрического представления ясно видно, что не существует такой выделенной системы, в которой фотон мог бы покоиться.

Прежде чем приступить к обобщениям, рассмотрим релятивистскую зависимость энергии от скорости. По-

сколько в теории относительности энергия частицы дается формулой

$$E = mc^2, \quad (1)$$

где  $c$  — универсальная постоянная, зависимость от скорости содержится в выражении для релятивистской массы

$$m = m_0[1 - (v/c)^2]^{-1/2}. \quad (2)$$

Здесь  $m_0$  — масса покоя частицы, а  $v$  — скорость в выбранной системе координат. Так как энергия является измеримой величиной, масса частицы должна быть действительным числом, чтобы обеспечить действительное значение энергии в (1). Скорость частиц, движение которых отвечает гиперболе 2, как уже было сказано, всегда меньше  $c$ , откуда следует положительность величины под знаком корня в (2). Пока  $m_0$  — действительное число, релятивистская масса  $m$  и, следовательно, энергия  $E$  также действительны. (Заметим, что квадратный корень ведет как к положительному, так и к отрицательному значению для энергии, что соответствует верхней и нижней ветвям гиперболы. До сих пор мы рассматривали только верхнюю кривую, имеющую физический смысл.)

Равенство (1) имеет универсальную применимость и, следовательно, остается справедливым и для фотонов. Если нам известна энергия фотона  $E$ , мы можем вычислить его релятивистскую массу по формуле  $m = E/c^2$ . С другой стороны, мы только что видели, что релятивистская масса дается выражением (2). Скорость фотонов равна  $c$ , и возникает трудность в связи с делением на нуль. Единственный выход — потребовать, чтобы частицы, движущиеся со скоростью  $c$ , имели нулевую массу покоя. Как известно, этот вывод находится в полном соответствии с экспериментом.

Мы снова видим, что частицы, имеющие досветовую и световую скорости, относятся к совершенно различным типам объектов. Первые никогда не могут достичь скорости  $c$ , последние не могут иметь никакой иной скорости, кроме  $c$ . И все же, несмотря на столь сильные отличия, оба типа частиц подчиняются одним и тем же релятивистским законам.

## Гипотетическая ситуация

Представим себе гипотетическую (и весьма неправдоподобную, но воображимую) ситуацию, в которой весь формализм специальной теории относительности основан исключительно на наблюдении нормальных (класс I) частиц, движущихся со скоростями, меньшими  $c$ , и имеющих ненулевую массу покоя.

При таких обстоятельствах можно вообразить, что какой-нибудь неортодоксальный физик начнет рассуждать следующим образом: хотя теория относительности исключает возможность ускорения частиц до скорости, равной  $c$ , запрещает ли она также испускание в результате какого-то, еще неизвестного процесса, частиц нового типа (класс II), имеющих скорость, равную  $c$ ?

Он посмотрит более пристально на релятивистские законы и обнаружит, что такие частицы вполне допустимы, но при условии, что они не будут иметь массы покоя. Некоторым из его коллег подобное заключение может показаться чересчур смелым.

Можно ли представить себе лабораторию, движущуюся с той же самой скоростью  $c$ , что и сами эти частицы? В такой лаборатории частицы находились бы в покое. Но тогда они должны были бы исчезнуть, так как их масса покоя должна быть равной нулю.

Как это может быть? Наш воображаемый физик ответил бы так: ситуация проста — никакая лаборатория не может двигаться относительно нас со скоростью  $c$ . Все наблюдатели относятся к I классу объектов, а раз так, то их скорости должны быть меньше  $c$ . Условия, при которых возникают обсуждаемые умозраительные трудности, никогда не могут осуществиться.

После такого введения читатель, видимо, уже догадывается, какой вопрос мы собираемся поставить. Несмотря на то, что теория относительности не допускает ускорения частиц до скоростей, больших скорости света, не может ли существовать новый тип (класс III) частиц, имеющих скорость, *большую*  $c$ , испускаемых в результате какого-то, еще неизвестного процесса?

## Мнимая масса покоя

Для ответа на этот вопрос необходимо прежде всего посмотреть на уравнения (1) и (2). Для того чтобы энергия была действительным числом, масса  $m$  должна по-прежнему оставаться действительной величиной. Однако как это может быть, когда под знаком корня стоит отрицательное число? Единственный способ сделать массу  $m$  действительной, это потребовать, чтобы масса покоя была мнимой; тогда величина  $m$  выразится как некоторая действительная величина  $m_*$ , умноженная на квадратный корень из минус единицы, т. е.

$$m_0 = im_*.$$

Выражение для релятивистской массы может быть теперь переписано в виде

$$m = m_* [(v/c)^2 - 1]^{-1/2}.$$

Пока  $v$  остается больше  $c$ , новое выражение для  $m$  будет действительным, как это и требуется. Требование, состоящее в том, чтобы  $E$  оставалась вещественной величиной, ведет к мнимой массе покоя для гипотетических сверхсветовых частиц. Назовем ее абсолютное значение  $m_*$  *метамассой*.

Поскольку мнимой величине нельзя приписать физического смысла, скептики могут отвергнуть понятие мнимой массы. Не следует быть столь поспешным. Как мы уже видели, все наблюдатели имеют скорость, ограниченную  $c$ . Следовательно, для наблюдателя не существует системы отсчета, в которой сверхсветовые частицы находились бы в покое. Масса покоя сверхсветовых частиц является ненаблюдаемой величиной; это параметр, лишенный какого-либо непосредственного физического значения. Поэтому масса покоя вполне может быть мнимой величиной. Физика изобилует такого рода величинами. Вещественными должны остаться энергия и масса частицы, *поскольку они могут быть наблюдаемыми*. Обе эти величины будут вещественными, если мы допустим, что масса покоя является мнимым параметром.

Далее мы должны выяснить, находится ли наше обобщение в согласии с требуемой инвариантностью вектора энергии-импульса, обсуждавшейся ранее. В нашем упрощенном двумерном случае это условие запишется в виде

$E^2 - p_x^2 c^2 = m_0^2 c^4$ . Мы уже видели графическое изображение этого соотношения как для досветовых частиц, у которых  $m_0^2$  — действительное положительное число, так и для фотонов с нулевой массой  $m_0$  (см. рис. 1). Каким образом наши гипотетические сверхсветовые частицы с мнимой массой покоя изобразятся на этом рисунке?

### Дополняя картину...

Замечательной чертой нашего обобщения является тот факт, что введение мнимой массы не только совместимо с соотношением для энергии-импульса и его графической интерпретацией, но и фактически необходимо для завершения картины. Из аналитической геометрии известно, что семейство гипербол описывается уравнением

$$x^2 - y^2 = \text{const},$$

включающим не только те кривые, для которых константа положительна, и вырожденный случай равной нулю константы, но также и все кривые с отрицательной правой частью. Допустив возможность существования частиц с мнимой массой покоя, мы придали физический смысл гиперболе, обозначенной на рис. 1 цифрой 3. Эта кривая соответствует нашим сверхсветовым метачастицам. Поскольку их масса покоя  $m_0$  равна  $im_*$ ,  $m_0^2 = -m_*^2$  есть действительное отрицательное число. Таким образом, кривая 3 дает графическое представление соотношения инвариантности энергии-импульса для предполагаемых сверхсветовых частиц:

$$E - p_x^2 c^2 = -m_*^2 c^4.$$

Заметим, что наклон этой кривой везде больше  $c$ . Это иным образом выраженное утверждение, что если частицы с мнимой массой существуют, то их скорость никогда не может быть меньше  $c$ . Поэтому назовем эти частицы *тахionsами*, используя название, предложенное Фейнбергом в 1967 г. и происходящее от греческого слова *ταχης*, означающего быстрый. (В противоположность им назовем все досветовые частицы *тардионами*, а чтобы не оставить безымянными фотоны и нейтрино, дадим им также название *люксоны*.)



Следует ожидать, что наши друзья-скептики так легко от нас не отстанут. Они могут указать, что величина  $[1 - (v/c)^2]^{1/2}$  встречается не только в выражении для массы, но также и в выражении для длины, интервала времени и т. п. Поскольку все эти величины измеримы, они должны описываться действительными числами. Единственный способ сделать их такими — это вновь постулировать, что их *собственные* длины, *собственные* времена жизни — мнимые параметры, подобно *собственной* массе. И поскольку никакая величина, которая должна описываться мнимым параметром, недоступна измерению, их мнимость не должна служить источником беспокойства.

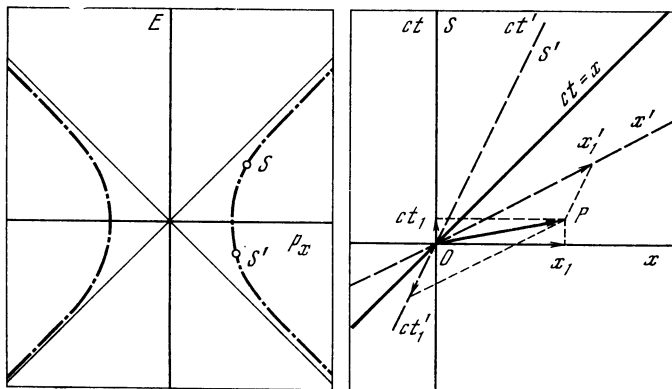
### Принцип реинтерпретации

Гораздо более серьезное возражение против возможности существования тахионов состоит в том, что для некоторого наблюдателя эти частицы должны иметь отрицательную энергию. Это следует из того, что ветвь гиперболы 3 на рис. 1 проходит через область, где  $E < 0$ . Поскольку ответ на поставленный вопрос дает основание для еще более серьезных возражений, рассмотрим эту проблему подробнее.

Предположим, что мы покоимся относительно системы  $S$ . Мы наблюдаем тахион, который был испущен источником и через некоторое время поглощен в другом месте. В промежутке между этими событиями тахион имел относительно нас скорость  $v$ . В другой системе отсчета  $S'$ , имеющей скорость  $w$  по отношению к  $S$ , эта же частица движется с другой скоростью.

Можно показать, что точка, соответствующая состоянию тахиона в системе  $S'$ , будет лежать в области отрицательных энергий, если величина  $w$  будет больше  $c^2$ . Но при том же условии есть другое весьма замечательное обстоятельство. Для наблюдателя в системе  $S'$  частица с «отрицательной энергией» будет казаться *сперва поглощенной, а затем испущенной*. В этом можно убедиться, глядя на правую часть рис. 2.

На рисунке изображены обе системы координат: нештрихованные оси относятся к системе  $S$ , штрихованные — к системе  $S'$ . Каждая из штрихованных осей составляет, согласно теории относительности, угол  $\varphi =$



**Рис. 2.** Реинтерпретация отрицательной энергии

В возражении против существования тахионов указывается, что сверхсветовая частица, характеризуемая точкой  $S$  в одной системе, будет характеризоваться точкой  $S'$  в другой, в которой она будет казаться обладающей «отрицательной энергией», как показано слева на  $E - p_x$ -диаграмме. Из пространственно-временной диаграммы (справа), однако, видно, что в такой системе последовательность событий будет также казаться «отрицательной» ( $ct_1' < 0$ ). Таким образом, событие, соответствующее точке  $p_1$ , происходит раньше события, отмеченного точкой  $O$ , когда события наблюдаются в системе с осями  $x'ct'$ . Следовательно, можно считать частицы с «отрицательной энергией», которые «прежде поглощаются, а затем излучаются», просто частицами с положительной энергией, испущенными сначала, а позднее поглощенными. Это вполне нормальная ситуация

$= \arctg(w/c)$  с соответствующей нештрихованной осью. Точки  $O$  и  $P$  представляют собой события (положение и момент времени) испускания и поглощения тахиона. В системе  $S$  событие  $P$  наступает после события  $O$ ; в системе  $S'$  порядок событий обратный.

Такая обратная последовательность событий наблюдается всегда, когда точка  $P$  лежит ниже оси  $x$ . Поражает, что это происходит в точности при тех же условиях, при которых энергия становится отрицательной, т. е. когда произведение  $w$  превосходит величину  $c^2$ . Как будет видно в дальнейшем, интерпретация этого совпадения перемены знаков является ключом к последовательной теории сверхсветовых частиц.

Столкновение непривычных понятий о частицах с «отрицательной энергией», движущихся «назад во времени», дало решение проблемы. Мы назвали это «принципом

реинтерпретации». Частицы «с отрицательной энергией», сперва поглощенные и затем испущенные, есть не что иное, как частицы с положительной энергией, испущенные и поглощенные в обратном порядке. Это совершенно нормальная ситуация. (Кстати, такой способ рассуждения является «антипараллельным» интерпретации Штюккельберга — Фейнмана позитронов как электронов с отрицательной энергией, движущихся попятно во времени<sup>3</sup> [6].)

Два наблюдателя разойдутся во мнении относительно направления, в котором движутся частицы, однако ничего страшного в этом расхождении нет. В классической теории относительности есть много примеров подобных расхождений в наблюдениях, особенно связанных с одновременностью. Главное требование состоит в том, чтобы законы физики не зависели от системы отсчета. Однако не существует требования, чтобы в разных системах отсчета сами события имели одинаковый вид.

### То вы видите частицу, то нет

Запомним, что события не обязаны выглядеть одинаково в разных системах, в особенности, когда рассматриваются столкновения тахионов с нормальными частицами (тардионами). В зависимости от системы координат, в которой наблюдается столкновение, процесс может выглядеть совершенно различным образом, несмотря на то, что столкновение подчиняется одним и тем же фундаментальным законам сохранения энергии и импульса.

Для одного наблюдателя тахион может выглядеть летающим на частицу-мишень, сталкивающимся с ней и улетающим в другом направлении. Для другого наблюдателя тот же процесс может представиться так: два тахиона приближаются к мишени, одновременно соударяются с ней и исчезают вследствие передачи их энергии и импульса частице-мишени.

Такое различие в результатах наблюдения одного и того же события будет появляться каждый раз, когда при столкновении возникает тахион с «отрицательной энергией». Поскольку такой тахион движется «в обратном на-

---

<sup>3</sup> Еще раньше эта интерпретация была предложена Г. А. Зисманом. — *Прим. ред.*

правления времени», столкновение больше походит на одновременное слияние двух тахионов с частицей-мишенью, чем на столкновение «бильярдных шаров», когда до и после столкновения имеются две частицы. Иными словами, число тахионов до и после столкновения не обязано быть постоянным. Они могут возникать и исчезать в зависимости от движения наблюдателя.

### Источник бесконечной энергии?

Сказанное может быть использовано для того, чтобы опровергнуть еще одно возражение против существования тахионов. Обычно указывают на тот факт, что гипербола, отражающая свойство инвариантности энергии-импульса (кривая 3 на рис. 1), попадает в область отрицательных энергий, а это должно приводить к существованию неограниченного источника энергии. Способ рассуждений примерно следующий. Два тахиона с нулевой энергией сталкиваются одновременно с частицей-мишенью энергии  $E_0$ . Каждый тахион в результате столкновения приобретает отрицательную энергию —  $E_1$ . Для сохранения энергии необходимо, чтобы частица-мишень имела в результате энергию  $E_0 + 2E_1$ . Таким образом, тахионы рассматриваются как передатчики энергии «накачки» обычным частицам за счет потери отрицательной энергии. А так как не существует ограничения для количества отрицательной энергии, то можно предположить, продолжая это рассуждение, что не должно существовать ограничения и на положительное количество энергии, которое может быть получено от тахионов.

Это возражение ошибочно, потому что в нем пренебрегается изменением последовательности событий, которое неизменно сопровождает появление отрицательной энергии. В описанном выше столкновении мы не увидим двух тахионов, приближающихся к цели, и затем двух удаляющихся тахионов. Два «удаляющихся» тахиона присутствуют одновременно с «приближающимися»; при этом каждый из них имеет энергию  $E_1$ . При учете изменения последовательности событий вызывающий возражения источник неограниченного количества энергии исчезает.

## Никакой связи с прошлым

Наиболее коварное возражение против сверхсветовых частиц восходит еще к книге Ричарда Толмена «Теория относительности движения» [7], вышедшей в 1917 г. Это возражение довольно основательно.

В упрощенной форме рассуждения следующие. Предположим, что наблюдатель  $A$  в системе  $S$  располагает источником неограниченно быстрых частиц. В момент времени  $t = t_0$  он посылает пучок  $\tau_1$  таких частиц наблюдателю  $B$  в системе  $S'$ , удаляющейся с постоянной скоростью  $w$ . Предположим, что получение сигнала в  $S'$  сопровождается пуском аналогичного сигнала  $\tau_2$ , движущегося теперь с бесконечно большой скоростью относительно  $S'$ . Сигнал  $\tau_2$  прибывает в  $S$  в момент времени  $t_1$ , более ранний по сравнению с  $t_0$ .

Такой порядок событий является порочным кругом: следствие (прием сигнала  $\tau_2$  наблюдателем  $A$ ) наступает раньше причины (отправление сигнала  $\tau_1$ ). Можно показать, что аналогичные доводы относятся не только к бесконечно большим скоростям, но и любым скоростям, большим чем  $c^2/w$ , где  $w$  — относительная скорость двух наблюдателей.

Должно быть именно такого рода рассуждения вдохновили Реджинальда Баллера, сочинившего шуточные стихи:

Сегодня в полдень пущена ракета,  
Она летит куда скорее света,  
И долетит до цели в семь утра,  
Вчера.

Перевод С. Я. Маршака

Указанное возражение, хотя и довольно хорошо обосновано, все же не лишено тех же недостатков, что и предыдущие. При рассмотрении не принимается во внимание относительное изменение последовательности событий, сопровождающее распространение сверхсветовых сигналов со скоростью, большей  $c^2/w$ . Когда этот эффект учитывается, то порочный круг размыкается. Не существует более обмена сигналами. В каждом случае наблюдатель уверен в том, что он посылает оба сигнала. Аналогичная реинтерпретация снимает трудности, с которыми столкнулся Х. Шмидт [8] при анализе возражения, основанного на нару-

шении причинности, против распространения волн со сверхсветовыми скоростями.

Тем не менее существует еще более изощренная аргументация, связанная с причинностью, которую можно преодолеть только путем тщательного рассмотрения гипотетического процесса испускания и поглощения тахионов. Подобные соображения ведут от макропричинности к микропричинности, когда термодинамические флуктуации и квантовомеханические неопределенности играют решающую роль. Соотношение второго закона термодинамики и вопросов причинности в плане возможности существования сверхсветовых сигналов было проанализировано Терлецким [9] в 1960 г. Он не использовал возможности реинтерпретировать «антисигналы», распространяющиеся в обратном направлении во времени, как сигналы с положительной энергией, распространяющиеся обычным образом. Поэтому он пришел к заключению, что сверхсветовые сигналы могут возникать только в области стохастических флуктуаций энтропии. Подобного рода недостатки портят его, в остальном весьма ценную, монографию «Парадоксы теории относительности» [2].

Суммируя вышесказанное, приходим к выводу, что возражения по поводу логической противоречивости гипотезы тахионов, основанные на соображениях причинности, в лучшем случае неполны, а также, вероятно, необоснованны, хотя здесь и есть еще над чем подумать.

### **Ускорение при потере энергии**

Вскоре после того, как нами было показано, что аргументы, направленные против возможности существования сверхсветовых частиц, оказываются либо недостаточными, либо неубедительными, несколько инициативных физиков положили начало поиску этих частиц [10]. Для того чтобы представить себе разные пути, открытые перед экспериментаторами, и иметь возможность оценить трудности, с которыми им приходится встречаться, рассмотрим более внимательно предполагаемые свойства тахионов.

Для начала отложим на графике энергию и импульс частицы как функцию ее скорости. Мы получим таким образом относительное представление о свойствах каждого из трех классов частиц — досветовых, световых и сверхсветовых. Отметим прежде всего среди энергетических зави-

симостей на рис. 3  $U$ -образную кривую, ограниченную с двух сторон вертикальными прямыми 4, соответствующими  $v = c$ . Кривая 2 относится к тардионам (нормальным частицам), энергия которых стремится к бесконечности при приближении к скорости света. Так как эти частицы наблюдаются также и в состоянии покоя, их собственная масса выражается действительным числом. Это — частицы, с которыми мы все имеем дело.

Две вертикальные прямые представляют собой люксоны (фотоны и нейтрино) с нулевой массой и постоянной скоростью  $c$  в пустоте. Область за прямыми 4 принадлежит тахионам. Изменение энергии в зависимости от скорости описывается кривой 3. Глядя на эти кривые, можно прийти к довольно необычным заключениям. Из-за монотонного роста кривой 3 при стремлении скорости к  $c$  мы вынуждены сделать вывод о том, что при замедлении тахион должен увеличить свою энергию, вместо того чтобы ее терять. Чтобы затормозить тахион до минимально возможной скорости — до скорости света, ему необходимо передать бесконечное количество энергии, и наоборот, при ускорении тахион будет отдавать энергию. Это подтверждает результаты, полученные Зоммерфельдом [4] на рубеже века. Как мы увидим, этот вывод, кажущийся на первый взгляд абсурдным, является естественным следствием теории относительности.

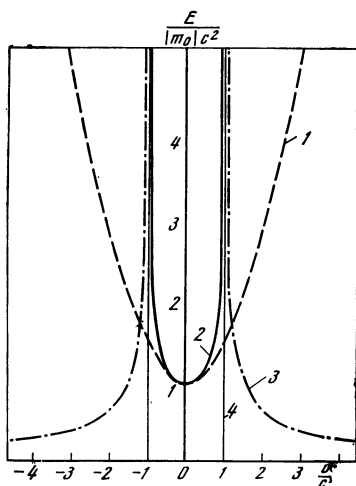


Рис. 3. Зависимость релятивистской энергии от скорости

Тардионы обладают энергией даже в состоянии покоя. Их энергия, как видно, неограниченно растет при приближении к предельной скорости  $c$ . Вертикальные прямые 4, соответствующие люксонам, указывают, что вне зависимости от их энергии они движутся со скоростью  $c$ . Кривая 3 обнаруживает необычное поведение тахионов. С уменьшением энергии они ускоряются; при поглощении энергии они замедляются. Чтобы затормозить их до предельно малой скорости  $c$ , требуется передать им бесконечно большое количество энергии

## «Трансцендентные» тахионы

Тот же Зоммерфельд, используя электромагнитную теорию Максвелла, показал, что электрически заряженные частицы, движущиеся быстрее света, будут спонтанно излучать электромагнитные волны. Это означает, что в результате такого излучения тахионы должны через какое-то время отдать всю свою энергию. При этом они достигнут предельного состояния с бесконечно большой скоростью. Поскольку кривая 3 спадает до нуля при стремлении  $v$  к бесконечности, мы приходим к следующему удивительному результату: бесконечно быстрые тахионы энергии не имеют.

Чтобы лучше понять характер этого «трансцендентного» состояния, сравним кривые зависимости энергии от скорости на рис. 3 с соответствующими кривыми для импульса как функции скорости на рис. 4. При увеличении скорости импульс стремится к конечной ненулевой величине. Это видно также и из рис. 1, где точка, соответствующая состоянию с нулевой энергией, попадает на вершину гиперболы 3. В известном смысле мы имеем аналог состояния, представленного вершиной гиперболы 2, соответствующей нормальной частице в состоянии покоя (нулевой импульс). В замкнутом мире эта аналогия идет еще дальше. Бесконечно быстрый тахион присутствует всюду на своей замкнутой траектории, что соответствует ситуации в кванто-

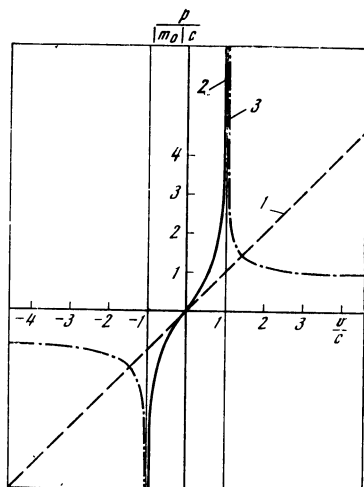


Рис. 4. Релятивистский импульс как функция скорости

Импульс тахиона стремится к бесконечности при приближении скорости к  $c$ . Люксоны могут иметь произвольный импульс, но их скорость всегда равна  $c$ . При неограниченном увеличении скорости тахиона его импульс стремится к предельному значению



вой механике, когда покоящаяся частица имеет полную неопределенность в положении.

Можно даже себе представить, что тахионы пронизывают наш мир подобно тому, как его наполняет рой неуловимых нейтрино. Возможно ли и как зарегистрировать эти метачастицы, сказать нельзя; необходимо намного более детальное исследование возможных тахионных взаимодействий, чтобы их поиск мог производиться не вслепую.

Трансцендентные (бесконечно быстрые) тахионы должны быть практически нерегистрируемы, так как у них нет ни энергии, ни импульса, который они могли бы отдать. Казалось бы, что тахион может сигнализировать о своем прошлом существовании, отдавая весь свой импульс покоящейся частице, отдача которой может быть обнаружена. Однако такой процесс невозможен, поскольку поглощающей частице необходимо передать не только импульс, но и энергию.

Требование сохранения энергии и импульса может быть выполнено при соблюдении ограничивающих кинематических условий, при которых поглощающая частица должна сама находиться в состоянии движения, как показано на рис. 5. В этом случае поглощение одного нейтрального тахиона с нулевой энергией будет весьма похоже на упругое столкновение поглощающей частицы с бесконечно массивным объектом: энергия частицы останется прежней, а направление движения внезапно изменится. В случае, если

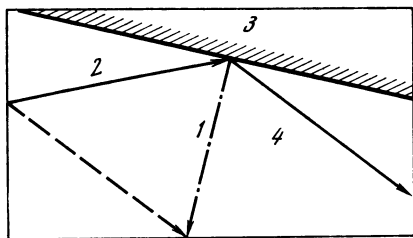


Рис. 5. Поглощение тахиона

Для выполнения закона сохранения энергии и импульса при поглощении трансцендентного тахиона произвольной частицей векторный треугольник, соответствующий процессу, должен быть равносторонним (поскольку трансцендентный тахион может изменить только направление, но не величину импульса поглощающей частицы). Такой характер поглощения весьма напоминает упругое столкновение между частицей и объектом с бесконечной массой. 1 — импульсы поглощенного тахиона; 2 — начальный импульс частицы; 3 — бесконечно массивная стена; 4 — импульс частицы после поглощения тахиона

бы тахион имел заряд, поглощение сопровождалось бы соответствующим изменением заряда поглощающей частицы.

Заметим, что в вышеописанных процессах передача импульса происходит при бесконечной скорости. В классической физике такое мгновенное «дальнодействие» имеет простую модель: твердое тело! Таким образом, тахионы в известном смысле вновь вводят в релятивистскую квантовую механику концепцию твердого тела.

### **Первые экспериментальные исследования**

Представляется естественным попытаться обнаружить тахионы поблизости от возможного источника этих частиц. Одним из таких источников является радиоактивный бета-распад. Хотя и существует удовлетворительная теория, позволяющая объяснить множество деталей этого процесса, все еще остается, правда весьма скромное, место для предположения, что тахионы могут испускаться вместе с бета-лучами (ядерными электронами) и нейтрино. Следуя нашей статье, опубликованной в 1962 г. [1], сотрудники Нобелевского института в Стокгольме Т. Альвагер и П. Эрман осуществили в 1963—1965 гг. многочисленные поиски заряженных метачастиц, используя мощный источник бета-частиц туллий-170 [11]. Первым объектом их исследований были частицы с метамассой, равной массе обычных электронов. Чтобы отделить такие «метаэлектроны» от обычных, они направляли заряженный поток с помощью магнита (бета-спектрометр с двойной фокусировкой) на полупроводниковый счетчик. Магнит сортировал частицы по импульсу, а счетчик регистрировал их энергию. При равных импульсах электроны и метаэлектроны, как ожидалось, обладают разной энергией. По этой разнице предполагалось обнаружить метаэлектроны, если они вообще существуют. Эксперимент дал отрицательный результат.

### **Излучение Черенкова**

Другой эксперимент, вновь начатый Альвагером и выполненный им совместно с М. Крейслером на Принстонском ускорителе (Пенсильвания), основывался на подходе, который мы предложили в нашей первой статье по метарелятивизму [1]. Заряженные частицы должны были детек-

тироваться по их предполагаемому электромагнитному излучению. Это черенковское излучение аналогично волнам, идущим от носа корабля, или ударным волнам от сверхзвуковых самолетов. Направление распространения этого излучения относительно траектории однозначно связано со скоростью. Более того, в вакууме только тахионы способны двигаться быстрее света; следовательно, они испускают черенковское излучение, что дает возможность однозначной идентификации электрически заряженных сверхсветовых частиц.

Существенным усовершенствованием, по сравнению с нашей первоначальной идеей, было введение Альвагером сильного электрического поля, в которое помещался предполагаемый источник тахионов. Это поле было направлено таким образом, чтобы снабжать тахионы энергией и давать им поэтому возможность излучать на большом участке траектории. Первая серия экспериментов, в которых делалась попытка получить тахионы путем облучения свинца гамма-лучами с интенсивностью 5 *мкюри* от источника цезий-134, была недавно завершена [12]. Снова никаких следов тахионов обнаружено не было. Дальнейшие эксперименты в этом направлении с использованием усовершенствованной аппаратуры продолжаются.

Поскольку частицы, принадлежащие к классу II (фотоны и нейтрино), не имеют заряда, вполне возможно, что частицы класса III также электрически нейтральны. Нейтральные частицы могут быть обнаружены только косвенным методом; трудности, которые возникают перед экспериментатором при попытке уловить нейтральные метачастицы, — колоссальны. Тем не менее проект, направленный на отыскание нейтральных тахионов, выполняется в настоящее время Альвагером в Индианском государственном университете. Схема его установки очень проста. Она напоминает установку, использованную в ранних работах Ирен и Фредерика Жолио-Кюри по «сверхпроникающим» гамма-лучам, впоследствии оказавшимися нейтронами. Работая под порогом рождения нейтронов, Альвагер пытается обнаружить проникающую компоненту радиации, отличную от нейтронов.

Другой тип эксперимента, в котором детектирование тахионов не основано непосредственно на их взаимодействии с веществом, может быть в ближайшее время предпринят в Аргонне и Брукхэвене группой специалистов в области

физики высоких энергий с использованием их мощного масс-спектрометра [13]. Высокоэнергичные протоны, бомбардируя дейтериевую мишень, производят (среди прочих частиц) ядра  $\text{He}^3$  плюс что-то еще. Когда это «что-то еще» есть тардион или люксон,  $\text{He}^3$  движется в ограниченной области углов. В случае, если ядро  $\text{He}^3$  будет зарегистрировано спектрометром при больших углах, продуктом реакции может быть только тахион.

## Квантование

Гипотеза о частицах, движущихся быстрее света, должна быть разработана и в другом направлении. Важно быть уверенным, что существование метачастиц совместимо не только с теорией относительности, но и с квантовой теорией. Другими словами, мы должны ответить на следующий вопрос: есть ли в существующей теории субатомных частиц место для тахионов?

Ни одна из таких теорий не требует ограничения скорости частиц как таковой. Они даже допускают возможность распространения микроскопических возмущений с произвольной скоростью или содержат решения, включающие пространственно-подобные кванты. Если такие решения отбрасываются, то исключительно на основании их несовместимости с теорией относительности или принципом причинности. Мы надеемся, что нам удалось показать, что эти аргументы не являются неотразимыми, и поэтому было бы разумно попытаться построить квантовую теорию сверхсветовых частиц. Видимые парадоксы, связанные со столь быстрыми частицами, исчезают при ближайшем рассмотрении и могут быть удовлетворительно разрешены. Естественно ожидать, что такая квантовая теория будет подобна нашей классической теории тахионов.

Первый, кто предпринял попытку разработать релятивистскую квантовую теорию сверхсветовых частиц, был Ш. Танака из университета Киото [14]. Поскольку он не знал о возможности реинтерпретации частиц с отрицательной энергией как обычных частиц, он рассматривал сверхсветовые частицы лишь как виртуальные объекты. Кроме того, энергия и импульс тахионного поля в его теории не преобразуются как компоненты 4-вектора, что делает его интересную работу неприменимой для релятивистской теории тахионов.

Используя нашу реинтерпретацию отрицательной энергии, Фейнберг модифицировал и развил теорию Танака [3]. Все же некоторые вопросы, связанные с инвариантностью 4-вектора энергии-импульса, остались нерешенными. М. Аронс из Нью-Йоркского университета и один из авторов (Сударшан) предложили новый подход, позволяющий обойти эти трудности [15, 16]. Этот подход был использован для построения квантовополевой теории невзаимодействующих тахионов.

Тем не менее еще предстоит выполнить много теоретических исследований, в особенности с учетом взаимодействий, в которые могут вступать тахионы. Проблема существования частиц, движущихся быстрее света, тесно связана с возможностью новых, еще не открытых взаимодействий, характерных для сверхсветовых частиц.

Хотя мы считаем, что сверхсветовые частицы существуют, единственный однозначный способ убедиться в этом — их зарегистрировать. Пока что экспериментаторы вынуждены искать в темноте, поскольку ничего неизвестно относительно взаимодействий, в которые тахионы могут вступать. Дальнейшие работы в области теории могут облегчить задачу экспериментаторов.

Нам кажется, что проблема существования гипотетических сверхсветовых частиц стоит на переднем крае физической науки. Независимо от результатов поисков тахионов исследования в этой области неизменно ведут к более глубокому пониманию физики. Если тахионы существуют, они должны быть обнаружены. Если же они не существуют, мы обязаны понять, почему.

## Литература

1. O. M. P. Bilaniuk, V. K. Deshpande, E. C. G. Sudarshan. Amer. J. Phys., 1962, 30, 718.
2. Я. П. Терлецкий. Парадоксы теории относительности. М., «Наука», 1966.
3. G. Feinberg. Phys. Rev., 1967, 159, 1089.
4. A. Sommerfeld. K. Akad. Wet. Amsterdam. Proc., 1904, 8, 346.
5. H. H. Kolm. Physics Today, 1967, 20, N 10, 69.
6. E. C. C. Strükelberg. Helv. phys. acta, 1941, 14, 588; 1942, 15, 23; R. P. Feynman. Phys. Rev., 1948, 74, 939; 1949, 76, 749.
7. R. C. Tolman. The Theory of Relativity of Motion. Berkeley Univ. California Press, 1917, p. 54—55.
8. H. Schmidt. Z. Phys., 1958, 151, 365, 408.
9. Я. П. Терлецкий. Докл. АН СССР, 1960, 133, 329.

10. *T. Alväger, J. Blomqvist, P. Erman*. Annual Report of the Nobel Research Institute, Stockholm, 1963 (не опубликовано).
11. *T. Alväger, P. Erman*. Annual Report of the Nobel Research Institute, Stockholm, 1965 (не опубликовано).
12. *T. Alväger, M. N. Kreisler*. Phys. Rev., 1968, **171**, 1357.
13. *B. Maglic, R. Schluter*. Частное сообщение.
14. *S. Tanaka*. Progr. Theoret. Phys. (Япония), 1960, **24**, 177.
15. *M. E. Arons, E. C. G. Sudarshan*. Phys. Rev., 1968, **173**, 1622.
16. *J. Dhar, E. C. G. Sudarshan*. Phys. Rev., 1968, **174**, 1808.

## Краткий словарь

*Досветовой* — движущийся медленнее света

*Сверхсветовой* — движущийся быстрее света

*Ультрасветовой* — движущийся быстрее  $c^2/v$ , где  $v$  — относительная скорость двух систем отсчета

*Тахион*, или *метачастица* — сверхсветовая частица

*Тардион* — обычная частица

*Люксон* — фотон или нейтрино

*Метарелятивизм* — специальная теория относительности тахионов

*Собственная масса* ( $m_0$ ) — этот термин по аналогии с собственной длиной и собственным временем используется вместо термина масса «покоя». Термин «собственная масса» имеет смысл для всех классов частиц, включая люксоны с нулевой собственной массой и тахионы с мнимой собственной массой (что не лишает смысла говорить о массе «покоя» тахионов)

*Метамасса* ( $m_*$ ) — абсолютное значение собственной массы тахиона

*Принцип реинтерпретации* — интерпретация тахионов с отрицательной энергией, движущихся в обратном направлении по времени, как частиц с положительной энергией, движущихся по времени вперед. Эта реинтерпретация снимает возражения, основанные на принципе причинности, против возможности существования сверхсветовых сигналов и позволяет построить непротиворечивую теорию тахионов.

*Трансцендентный тахион* — тахион с бесконечной скоростью, конечным импульсом ( $p = m_*c$ ) и нулевой энергией. Такие тахионы присутствуют всюду на замкнутых траекториях. Трансцендентное состояние тахиона аналогично состоянию покоя в квантовой механике, в которой определенное значение импульса приводит к полной неопределенности положения.

## II. О ВОЗМОЖНОСТИ СУЩЕСТВОВАНИЯ ЧАСТИЦ, ДВИЖУЩИХСЯ БЫСТРЕЕ СВЕТА<sup>1</sup>

### 1. Введение

Принято считать, хотя и не всеми<sup>2</sup>, что специальная теория относительности исключает возможность передачи энергии от точки к точке в пространстве-времени со скоростями, большими  $c$ , где  $c$  — скорость света в вакууме. Впервые это утверждение было сделано Эйнштейном в его первой работе по специальной теории относительности [2]. Установив, что релятивистская формула дает бесконечное значение для кинетической энергии при стремлении  $v \rightarrow c$  снизу, Эйнштейн заключает: «... скорости, большие, чем скорость света, ... не могут существовать». Варианты такой аргументации и некоторые другие доводы, появившиеся позднее, можно найти в обычных учебниках по теории относительности [3].

В настоящей работе показано, что возражения, обычно выдвигаемые против существования сверхсветовых частиц, недостаточно убедительны с точки зрения релятивистской квантовой механики, в которой рождение частиц имеет скачкообразный характер. Этот факт отмечен и другими авторами [1]. Возможность существования частиц, имеющих всегда пространственно-подобные 4-импульсы и, следовательно, скорости, всегда большие  $c$ , не противоречит специальной теории относительности; такие частицы могут рождаться парами без какой-либо необходимости ускорения обычных частиц с переходом «светового барьера».

Однако в релятивистской квантовой теории частиц, движущихся быстрее света, остаются другие проблемы, связанные с тем, что в случае пространственно-подобного

<sup>1</sup> G. Feinberg. On the Possibility of Faster than Light Particles.— Phys. Rev., 1967, 159, 1089. Перевод В. П. Шевелько и Е. И. Волкова.

<sup>2</sup> Иная точка зрения изложена, например, в работе [1].

импульса сверхсветовой частицы знак ее энергии может быть изменен с помощью лоренц-преобразования. Это указывает на более прямую связь между решениями волнового уравнения с положительным и отрицательным значениями энергии, чем в случае времени-подобного импульса. Считалось, что существование такой связи с необходимостью приводит к появлению у сверхсветовых частиц состояний с отрицательными энергиями, не имеющих физического смысла. Тем не менее это не так, и мы увидим, что решения с отрицательной энергией для сверхсветовых частиц могут трактоваться совершенно так же, как для обычной частицы, т. е. в квантовой теории поля этим решениям ставятся в соответствие операторы рождения, а не уничтожения.

Следует, вероятно, отметить, что сама идея о существовании частиц, движущихся быстрее света, не содержит внутренних логических противоречий. Действительно, никакой опыт не может быть логически противоречивым<sup>3</sup>. Чтобы убедиться, что частица движется быстрее света, нужно только измерить ее положение в два момента времени и затем вычислить ее скорость, значение которой может оказаться больше  $c$ . Ни одна из этих операций не ведет к логическим противоречиям. Другая возможность состоит в измерении энергии и импульса частицы и в регистрации неравенства

$$E^2 < p^2 c^2.$$

Такие измерения можно легко выполнить, например, в пузырьковой камере. Локализация сверхсветовых частиц сопряжена с определенными трудностями, о которых речь пойдет ниже. Поэтому второй способ регистрации сверхсветовых частиц представляется более перспективным для доказательства их существования.

В этой работе мы приступаем к описанию свойств, которые должны иметь сверхсветовые частицы (если они существуют) в рамках специальной теории относительности. Наше внимание будет в основном уделено невзаимодействующим частицам. Тем не менее я надеюсь вернуться к описанию взаимодействий таких частиц в другой работе.

Пока такое описание отсутствует, нет и доказательства возможности регистрации сверхсветовых частиц, даже если они существуют. Возможно, здесь стоит отметить, что труд-

---

<sup>3</sup> Этим замечанием я обязан д-ру М. Тауснеру.



ности описания взаимодействий сверхсветовых частиц и взаимодействий обычных частиц в квантовой теории поля весьма схожи и состоят в необходимости согласования сингулярностей локальных взаимодействий с условиями лоренц-инвариантности и квантования. Эти трудности большинство физиков, отчасти из-за привычки к обычным частицам, считает несущественными в обычных квантовых полях. Во всяком случае, как ясно автору и как будет понятно читателю, предлагаемая здесь теория останется неполной, если в нее не будет включена возможность, по крайней мере, электромагнитного взаимодействия частиц. Некоторые замечания по этому поводу изложены в разд. 4 и прил. Г.

Конечно, можно качественно обсуждать свойства сверхсветовых частиц и отвечать на возражения, обычно выдвигаемые против их существования в рамках релятивистской теории, но нельзя быть уверенным в том, что не возникнет новых затруднений при детальном математическом описании таких частиц. Но во всяком случае для бесспиновых сверхсветовых частиц такое описание может быть построено на языке формализма релятивистской квантовой теории поля. В разд. 4 приведено описание невзаимодействующих сверхсветовых частиц, которые мы назовем «тахionsами»<sup>4</sup>. Остается неясным, является ли такое описание единственно возможным для данного типа частиц, как это имеет место в случае обычных частиц, или нет.

Ниже будет показано, что тахионам можно приписать ряд характерных свойств. Некоторые из них, например возрастание скорости с уменьшением энергии, следуют прямо из кинематики движения сверхсветовых частиц. Другие свойства, такие как необходимость выполнения принципа Паули для бесспиновых частиц, характерны только для нашего подхода и связаны с тем, что мы старались как можно ближе придерживаться формализма обычной квантовой теории поля.

## 2. Возражения против существования сверхсветовых частиц

Выдвинуто множество различных аргументов с целью показать, что передача энергии<sup>5</sup> со скоростями, большими

<sup>4</sup> Слово «тахсион» происходит от греческого ταχιδ — быстрый.

<sup>5</sup> Я говорю именно о передаче энергии, а не сигнала, так как понятие «сигнал» представляется менее ясным (см. также обсуждение в прил. Б).

$c$ , невозможна, если справедлива специальная теория относительности. Мы приведем некоторые из этих аргументов и покажем, что они недостаточны для опровержения гипотезы о существовании сверхсветовых частиц. Соответствующие контраргументы приведут нас к некоторым свойствам рассматриваемых частиц.

1. Обычные выражения для энергии и импульса релятивистской частицы имеют вид:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad |\mathbf{p}| = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (2.1)$$

Когда  $v \rightarrow c$  снизу,  $|\mathbf{p}|$  и  $E$  становятся бесконечными и приобретают мнимые значения, если положить  $v > c$ .

Из первой части этого утверждения формально следует, что если частица в какой-то момент времени движется со скоростью  $v < c$ , то она уже не может двигаться с  $v > c$ . Это, однако, не исключает существования объектов, у которых всегда  $v > c$ . В конце концов, следуя формально этому аргументу, нам пришлось бы исключить из рассмотрения и фотоны, имеющие  $v = c$ .

Что касается второй части приведенного утверждения, то заметим, что масса покоя в формулах (2.1) не является непосредственно измеримой величиной до тех пор, пока частица не приведена в состояние покоя. Поэтому мы вправе предположить, что частицы, у которых всегда  $v > c$ , имеют мнимую массу

$$m = i\mu \quad (\mu \text{ — вещественно}). \quad (2.2)$$

В этом случае энергия и импульс будут действительными величинами, удовлетворяющими соотношениям

$$E = \frac{\mu c^2}{\sqrt{v^2/c^2 - 1}}, \quad |\mathbf{p}| = \frac{\mu v}{\sqrt{v^2/c^2 - 1}} \quad (2.3)$$

и  $c^2 p^2 - E^2 = \mu^2 c^4$ , так что 4-вектор импульса является пространственно-подобным. Заметим, что  $|\mathbf{p}| c > E$ , а скорость по-прежнему определяется соотношением

$$\frac{v}{c} = \frac{|\mathbf{p}| c}{E} > 1. \quad (2.4)$$

Кроме того неравенства

$$0 < E < \infty, \quad \mu c < |\mathbf{p}| < \infty \quad (2.5)$$

определяют область изменения энергии и импульса, являющихся монотонно убывающими функциями скорости, так что тахионы, как мы будем называть эти частицы, ускоряются с уменьшением энергии.

Для тахионов допустима скорость  $v = \infty$ , при которой  $E = 0$  и  $|\mathbf{p}| = \mu c$ , т. е. при бесконечно большой скорости тахионы обладают импульсом, но не имеют энергии. Разумеется, бесконечная скорость не является инвариантом, так как обычный закон преобразования скорости остается справедливым:

$$\mathbf{v}' = \left[ \mathbf{v} + (\gamma - 1) \frac{\mathbf{u}(\mathbf{v}\mathbf{u})}{u^2} - \gamma \mathbf{u} \right] \left[ \left( 1 - \frac{\mathbf{u}\mathbf{v}}{c^2} \right) \gamma \right]^{-1}, \quad (2.6)$$

где  $\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$ .

Легко видеть, что

$$\frac{v'^2}{c^2} = 1 + (v^2/c^2 - 1)(1 - u^2/c^2) \left( 1 - \frac{\mathbf{u}\mathbf{v}}{c^2} \right)^{-2}, \quad (2.7)$$

так что  $v' > c$ , если  $v > c$ .

Такая трактовка кинематики сверхсветовых частиц приводит непосредственно к другим часто высказываемым аргументам против их существования.

2. Если вектор 4-импульса пространственно-подобен, то знак его четвертой компоненты, т. е. энергии, может быть изменен с помощью обычного (ортохронного) лоренц-преобразования. Следовательно, частица, имеющая с точки зрения одного наблюдателя положительное значение энергии, с точки зрения другого наблюдателя может иметь отрицательное значение энергии. Из принципа относительности следует, что если некоторое состояние возможно с точки зрения одного наблюдателя, то оно возможно с точки зрения всех наблюдателей, т. е. сверхсветовые частицы могут находиться в состояниях с отрицательной энергией с точки зрения всех наблюдателей. Это следует непосредственно и из формул преобразования для энергии и импульса

$$\begin{aligned} E' &= \gamma(E - pu), \\ \mathbf{p}' &= \mathbf{p} + (\gamma - 1) \frac{\mathbf{p}\mathbf{u}\mathbf{u}}{u^2} - \frac{\gamma E \mathbf{u}}{c^2}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Поскольку  $|\mathbf{p}|c > E$ , скорость  $u$  всегда можно выбрать так, чтобы  $E' = -E$ . Существование у частиц состояний с отрицательной энергией всегда оспаривалось на основе утверждения, что никакая система не может быть

устойчивой по отношению к испусканию частиц с отрицательной энергией (что соответствовало бы совершенно не физическому поведению).

Прежде чем глубже проанализировать это возражение, мы рассмотрим другое, поскольку оба они являются в действительности частью одного и того же вопроса.

3. Если скорость объекта больше скорости света  $c$ , направление распространения во времени может быть изменено с помощью обычного лоренц-преобразования. Действительно, пусть для одного наблюдателя частица проходит точки  $x_1, x_2$  во времена  $t_1, t_2$ , так что

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} \equiv \frac{|x_2 - x_1|}{t_2 - t_1} > c, \quad \Delta t = t_2 - t_1 > 0. \quad (2.9)$$

Для другого наблюдателя, движущегося по оси  $X$  со скоростью  $u$ , имеем:

$$\begin{aligned} \Delta x' &= (\Delta x - u \Delta t) \gamma, \\ \Delta t' &= \left( \Delta t - \frac{u \Delta x}{c^2} \right) \gamma = \Delta t \left( 1 - \frac{uv}{c^2} \right) \gamma. \end{aligned}$$

Ясно, что при условии  $uv > c^2$  величина  $\Delta t'$  будет иметь противоположный по отношению к  $\Delta t$  знак, т. е. изменится упорядоченность по времени в точках вдоль траектории.

Нетрудно видеть, что такое изменение знака происходит при тех же условиях, что и изменение знака энергии. Действительно, из равенств (2.8) и (2.9) следует

$$\frac{E'}{E} = \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \gamma \left( 1 - \frac{uv}{c^2} \right). \quad (2.10)$$

Указанное обстоятельство облегчает понимание смысла состояний с отрицательной энергией<sup>6</sup>. Любой наблюдатель будет настаивать на таком временном порядке событий, который не противоречил бы основным идеям причинности; например, излучение происходит раньше поглощения. Однако излучение обычно связано с образованием системы с положительной энергией, а поглощение — с исчезновением этой системы. Ясно, что в одной точке пространства нет различия между поглощением частицы с положительной энергией и излучением частицы с отрицательной энергией. Такое различие может возникнуть только в за-

<sup>6</sup> Интерпретация таких состояний предложена Биланюком, Деспандом и Сударшаном [1], которые, кроме того, получили многие результаты, содержащиеся в разд. 2 настоящей работы.

висимости от того, будет ли частица снова обнаружена в будущие моменты времени или она уже зарегистрирована в прошлом. Но это как раз и изменяется при лоренц-преобразовании, поскольку изменяется знак  $\Delta t$ . Действительно, представим процесс, который одним наблюдателем интерпретируется как излучение тахиона с положительной энергией в некоторой точке пространства-времени и как поглощение тахиона — в более поздней точке. Для второго наблюдателя, находящегося в лоренц-преобразованной системе, вторая точка может быть по времени раньше первой, а энергия тахиона трансформирована лоренц-преобразованием в отрицательную величину. Второй наблюдатель будет интерпретировать процесс как излучение тахиона с положительной энергией в точке  $Z'$  и его поглощение в более поздней точке  $I'$ , поэтому для этого наблюдателя вообще не возникает необходимости вводить понятие частиц с отрицательной энергией. Следовательно, лоренц-преобразования устанавливают определенные соотношения между процессами излучения и поглощения, а не требуют введения состояний с отрицательной энергией. Хотя подобная ситуация является новой в физике, она представляется не лишенной физического смысла. Мы увидим, что такие соотношения естественным образом возникают в квантовой теории поля тахионов. Более детальное рассмотрение некоторых мысленных опытов, включающих процессы поглощения и излучения тахионов, и их интерпретация с точки зрения различных наблюдателей содержатся в прил. А.

4. Если бы сверхсветовые частицы существовали в действительности, их можно было бы естественным образом использовать для синхронизации часов наблюдателей при относительном движении. Такие наблюдатели были бы связаны не лоренц-преобразованиями, а новой группой преобразований, и тогда отпала бы часть аргументов в пользу требования лоренц-инвариантности.

Более детальный анализ показывает, что такая точка зрения обманчива. Из общей теории относительности известно, что возможно согласовать измерения, выполняемые двумя наблюдателями, с часами, синхронизованными произвольным образом. Однако в общем случае законы физики не обязаны быть инвариантными по отношению к преобразованиям, полученным таким образом. В частности, ясно, что если для синхронизации часов различных наблюдателей использовать тахионы, имеющие бесконечную

скорость, то скорость света не будет одинаковой для этих наблюдателей. Разумеется, в пределах данной системы координат законы физики будут определяться специальной теорией относительности независимо от способа синхронизации часов различных наблюдателей.

Далее может возникнуть возражение, основанное на том, что преобразования, связанные с новым видом синхронизации, могут сделать инвариантными некоторые другие законы, например скорость распространения тахионов. Это, по-видимому, неверно, так как для этого нужно, чтобы скорость данного тахиона была одной и той же для двух движущихся относительно друг друга наблюдателей, что заведомо неверно в общем случае. Инвариантность скорости света относительно различных наблюдателей связана не только с использованием света для синхронизации часов, но и с тем эмпирическим фактом, что относительно любого наблюдателя скорость света не зависит от его энергии, т. е. скорости источника света. Поскольку для тахионов это условие не может быть выполнено, их скорость будет различной для различных наблюдателей.

С точки зрения взаимосвязи между формами физических законов, как они представляются данному наблюдателю, и требованием инвариантности некоторых величин по отношению к преобразованиям от наблюдателя к наблюдателю, неудивительно, что какой-то один определенный вид преобразований, а следовательно, и способ синхронизации часов, будет более естественным, чем другой, поскольку физические законы уже определены данным наблюдателем. В нашем мире — это лоренц-преобразования, и всякий другой способ синхронизации только вызывал бы затруднения.

5. Из-за возможности изменения временного порядка событий вдоль траектории тахиона с помощью лоренц-преобразований кажется возможной и передача сигнала в прошлое данного наблюдателя<sup>7</sup>. Это находится в явном противоречии с естественной точкой зрения, что до момента начала эксперимента каждый свободен решать — выполнять ему эксперимент или нет вплоть до того момента, когда он фактически начнет его выполнять.

Хотя этот аргумент представляется наиболее серьезным качественным возражением против существования сверх-

---

<sup>7</sup> По существу это рассмотрено в книге Бона [3]; на этот факт мне указал д-р П. Б. Кантор.

световых частиц, он не является таким категоричным, как его обычно представляют. На основании этого аргумента утверждается, что тахионы нельзя использовать для передачи надежного сигнала как вперед, так и назад во времени в том смысле, что невозможно полностью проконтролировать результат эксперимента по образованию или поглощению сверхсветовых частиц. Действительно, такой же вывод следует и из соотношения между излучением и поглощением, вытекающего из предлагаемой теории. Тем не менее, исходя из этого аргумента, я не нахожу оснований для утверждения, что зарегистрировать сверхсветовую частицу или создать прибор для ее получения невозможно. Хотя трудности экспериментального получения тахионов могут оказаться совершенно иного порядка, чем те, с которыми мы обычно имеем дело, из этого вовсе не следует, что тахионы в природе не существуют.

Более детальный анализ конкретного примера непричинного поведения тахионов с точки зрения изложенной выше интерпретации будет дан в прил. Б.

Резюмируя, можно сказать, что обычные возражения против существования сверхсветовых частиц не вполне обоснованы. Последовательное описание сверхсветовых частиц может быть построено в рамках специальной теории относительности; этим мы сейчас и займемся.

### 3. Скалярные поля с мнимой массой

В этом разделе мы изучим решения уравнения Клейна — Гордона для скалярного  $s$ -поля  $\Phi(x)$  с мнимой массой  $m = i\mu$ . Предварительно поле необходимо проквантовать. Мы ограничимся обсуждением скалярных полей, так как известно, что не существует представлений лоренц-группы конечной размерности, соответствующих мнимой массе, за исключением одномерного представления.

Рассмотрим уравнение

$$(\square^2 + \mu^2)\Phi = \left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \mu^2\right)\Phi = 0. \quad (3.1)$$

Набор элементарных решений его очевиден:

$$\begin{aligned} \Phi_{+,k} &= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \exp[i(\mathbf{kx} - \omega t)] \equiv \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \exp ikx, \\ \Phi_{-,k} &= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \exp[-i(\mathbf{kx} - \omega t)] \equiv \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \exp(-ikx). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Здесь везде  $\omega = +\sqrt{k^2 - \mu^2}$ . Ограничим  $k$  условием

$$|k| \geq \mu. \quad (3.3)$$

Тогда определенная таким образом величина  $\omega$  будет действительной, что соответствует осциллирующим во времени решениям. Эти условия являются необходимыми, поскольку мы намерены интерпретировать суперпозицию решений (3.2) как волновую функцию частицы с действительной энергией.

Из-за ограничения (3.3) на волновые числа набор функций  $\Phi_{+,k}^*(\mathbf{x}, t=0) = \Phi_{-,k}(\mathbf{x}, t=0)$  не является полным набором. Вместо обычного условия полноты

$$\sum_k \Phi_{+,k}^*(\mathbf{x}^1, t=0) \Phi_{+,k}(\mathbf{x}, t=0) = \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}^1)$$

имеем

$$\sum_{|k| \geq \mu} \Phi_{+,k}^*(\mathbf{x}^1, t=0) \Phi_{+,k}(\mathbf{x}, t=0) \equiv \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}^1), \quad (3.4)$$

где

$$\begin{aligned} \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}^1) &= \int d^3k \theta(|k| - \mu) \exp ik(\mathbf{x} - \mathbf{x}^1) = \\ &= \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}^1) - \int_0^\mu k^2 dk \int d\Omega \frac{\exp ik(\mathbf{x} - \mathbf{x}^1)}{(2\pi)^3} = \\ &= \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}^1) + \frac{(\lambda \cos \lambda - \sin \lambda)}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}^1|^3 2\pi^2}, \quad (3.5) \\ \lambda &= \mu |\mathbf{x} - \mathbf{x}^1|. \end{aligned}$$

Из неполноты полученного набора функций вытекает несколько следствий.

1. Тахионы не могут быть локализованы в пространстве, т. е. суперпозиция решений вида  $\Psi(\mathbf{x}) = \int \Phi_{+,k}(\mathbf{x}) f(\mathbf{k}) d^3k$  ( $|k| \geq \mu$ ), которая могла бы быть волновой функцией тахиона, не может быть превращена в  $\delta^3(\mathbf{x})$ . Заметим, что такая суперпозиция не обращается в нуль вне любой сферы конечного радиуса, но с необходимостью имеет конечный «хвост». Степень убывания хвоста при больших  $x$  может быть сделана произвольной за счет выбора весовой функции  $f(\mathbf{k})$ , имеющей нуль соответствующего порядка при  $k = \mu$ .



2. Для  $\Phi$ -поля постановка задачи Коши с начальными условиями должна быть несколько видоизменена. Функцию  $\Phi(x, t)$  по-прежнему можно определить заданием функций  $\Phi(x, 0)$  и  $\frac{\partial \Phi}{\partial t}(x, 0)$ , тем не менее эти функции не могут быть заданы произвольно. Допустимые функции ограничены такими функциями, фурье-образы которых обращаются в нуль при  $|\mathbf{k}| < \mu$ , т. е.

$$\Phi(x, t = 0) = \int g(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k}x) d^3k, \quad (3.6)$$

где  $g(\mathbf{k}) = 0$  при  $|\mathbf{k}| < \mu$ , аналогично для  $\partial\Phi/\partial t$ . Указанные условия обеспечивают отсутствие как убывающих, так и растущих экспонент в  $\Phi(x, t)$ . Если начальные условия заданы, задача Коши решается обычным образом:

$$\begin{aligned} \Phi(x, t) = & \int d^3x^1 G_1(x - x^1, t) \Phi(x^1, 0) + \\ & + \int d^3x^1 G_2(x - x^1, t) \frac{\partial \Phi}{\partial t}(x^1, 0), \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$G_2 = - \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{\exp i\mathbf{k}(x - x^1)}{\omega} \sin \omega t,$$

$$G_1 = - \frac{\partial G_2}{\partial t}. \quad (3.8)$$

Функция  $G_2$  является аналогом функции  $\Delta$  для обычного поля Клейна — Гордона. В отличие от  $\Delta$ , функция  $G_2$  не обращается в нуль на пространственно-подобном интервале. Это видно, например, из условия, что  $G_1 = -\partial G_2/\partial t$  при  $t = 0$  стремится к функции  $\bar{\delta}^3(x - x^1)$ , которая отлична от нуля при  $x \neq x^1$ . Тот факт, что  $G_2$  не обращается в нуль на пространственно-подобном интервале, не противоречит условию обращения в нуль функции  $G_2(x - x^1, t = 0)$ . Это связано с тем, что  $G_2$  не является инвариантной функцией. Чтобы в этом убедиться, запишем  $G_2$  в виде 4-мерного интеграла

$$G_2(x) = \int \exp(i\mathbf{k}x) \delta(k^2 - \mu^2) \varepsilon(k_0) \frac{d^4k}{(2\pi)^3}. \quad (3.9)$$

Интеграл (3.9) не является инвариантным, поскольку для пространственно-подобного 4-импульса ступенчатая функция  $\varepsilon(k_0)$  не является инвариантной.

3. Из-за невозможности локализации  $\Phi(x)$  рассмотрение поведения решений уравнения (3.1) гораздо сложнее,

чем в случае уравнения Клейна — Гордона с действительной массой. При обычном рассмотрении функция  $\Phi(x, t = 0)$  выбирается в виде волнового пакета, помещенного в некоторой области около  $x = x_0$ ; тогда распространение пакета будет определяться поведением функции Грина  $G$  при больших  $x$ . В рассматриваемом случае из допустимых решений такой пакет сформировать невозможно, и поведение функции  $\Phi(x, t)$  при больших  $x$  определяется не только из условия, что  $G_2$  не обращается в нуль на пространственно-подобном интервале, но и тем, что при больших  $x$  функция  $\Phi(x, 0)$  также не обращается в нуль. Нетрудно видеть, что  $G_1(x, t)$  является откликом на возмущение и обращается при  $t = 0$  в функцию  $\bar{\delta}^3(x)$ , которая, как было показано, не обращается тождественно в нуль при больших  $x$ .

Для анализа распространения решений уравнения (3.1) необходимо задать начальные условия с определенной формой в окрестности  $x = 0$  и проследить, как эта форма будет распространяться. Однако далее этого вопроса мы здесь касаться не будем. При такой постановке задачи понятие «скорость тахиона» определено не вполне точно. Далее мы будем по-прежнему считать, что  $v/c = pc/E$  есть измеряемая скорость тахиона, однако этот вопрос требует дополнительного уточнения. Математическое рассмотрение свойств уравнений в частных производных, которые, быть может, имеют отношение к данному вопросу, содержится в [4]<sup>8</sup>.

Этим я заканчиваю здесь дискуссию о классическом тахионном поле и обращаюсь теперь к построению квантовой теории.

#### 4. Квантовополевая теория невзаимодействующих тахионов

Чтобы описать системы из многих тахионов в форме, удобной для введения взаимодействий, рассмотрим оператор поля  $\Phi$ , удовлетворяющий уравнению (3.1) и определенным коммутационным соотношениям. Исследуем квантовополевую теорию таких операторов. Разложим  $\Phi$

---

<sup>8</sup> Я благодарен д-ру Е. Любкину за то, что он обратил мое внимание на эту работу.

следующим образом:

$$\begin{aligned} \Phi(x, t) &= \int \frac{d^3k}{(2\omega_k)^{1/2}} \Phi_{+,k} a(k) + \int \frac{d^3k}{(2\omega_k)^{1/2}} \Phi_{-,k} a^+(k) = \\ &= \int \frac{d^3k}{(2\omega_k)^{1/2} (2\pi)^{3/2}} \exp[i(\mathbf{kx} - \omega t)] a(k) + \\ &+ \int \frac{d^3k}{(2\omega_k)^{1/2} (2\pi)^{3/2}} \exp[-i(\mathbf{kx} - \omega t)] a^+(k). \end{aligned} \quad (4.1)$$

Мы использовали эрмитовское поле, чтобы описать нейтральные частицы. Как и прежде, интеграл берется по разрешенной области  $|k| \geq \mu$   $a(k)$ ,  $a^+(k)$  являются операторами с неопределенными коммутационными соотношениями.

Нельзя требовать, чтобы  $\Phi$ ,  $\partial\Phi/\partial t$  удовлетворяли каноническим коммутационным соотношениям. Это вытекает по той же причине, по которой классическое поле  $\Phi$  не было локализуемым, а именно, из-за неполноты функций  $\Phi_{+,k}$ . Имеется, однако, другое ограничение на коммутационные соотношения, следующее из лоренц-инвариантности теории и не связанное с неполнотой  $\Phi_k$ . Чтобы увидеть это, рассмотрим условие лоренц-инвариантности полевой теории, которое выражается в существовании унитарных операторов  $L(l, a)$ , связанных с преобразованием Лоренца  $x' = lx + a$  и удовлетворяющих уравнению

$$L(l, a) \Phi(x) L^{-1}(l, a) = \Phi(lx + a). \quad (4.2)$$

Пространственно-временные смещения генерируются операторами энергии и импульса обычным способом, и уравнения (4.2) эквивалентны дифференциальным уравнениям

$$\partial_\mu \Phi(x) = -i [P_\mu, \Phi(x)], \quad (4.3)$$

где  $P_\mu$  — операторы 4-импульса. После подстановки (4.1) это дает уравнение

$$[P_\mu, a(k)] = -a(k) k_\mu, [k_0 = + (k^2 - \mu^2)^{1/2}], \quad (4.4)$$

которое имеет естественное, хотя, может быть, и не единственное, решение

$$P_\mu = \int_{k \geq \mu} k_\mu a^+(k) a(k) d^3k, \quad (4.5)$$

$a(k)$  может быть одним из обычных типов операторов уничтожения, т. е. фермионных, бозонных или парафермионных, парабозонных операторов [5]. Заметим, что  $P_0$  не имеет отрицательных собственных значений.

Замечательно, что, выбирая в качестве лоренцевского преобразования в (4.2) однородное преобразование Лоренца («буст») <sup>9</sup>, мы можем исключить бозонные и парабозонные решения. Чтобы показать это, подсчитаем для «буста» со скоростью  $u$  экспоненту в  $\Phi(kx)$ :

$$k(kx) \equiv k_\mu l_{\mu\nu} x_\nu \equiv \bar{k}_\nu x_\nu,$$

где

$$\bar{k}_i = k_i + (\gamma + 1) \frac{(ku) u_i}{u^2} + \gamma \omega u_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (4.6)$$

$$\bar{k}_0 = \gamma(k_0 + ku).$$

Заметим, что  $\bar{k}_0$  может быть отрицательным, хотя  $k_0$  берется положительным.

Для любого  $u$  найдется набор  $k$  таких, что  $k_0$  будет отрицательно. Это есть как раз те  $k$ , энергии которых становятся отрицательными при обратном преобразовании Лоренца. Поэтому под действием преобразования  $L$  соответствующие члены в положительно-частотной части  $\Phi(x)$ , т. е. операторы  $a(k)$ , стоящие при этих членах, должны после действия  $L$  превращаться в операторы  $a^+(k)$ . Нетрудно показать, что условие (4.2) подразумевает, что

$$La(k)L^{-1} = \left(\frac{k'_0}{k_0}\right)^{1/2} a(k'), \quad \text{если } k'_0/k_0 > 0 \text{ и } k_0, k'_0 \neq 0; \quad (4.7)$$

$$La(k)L^{-1} = \left(\frac{k'_0}{k_0}\right)^{1/2} a^+(-k'), \quad \text{если } k'_0/k_0 < 0 \text{ и } k_0, k'_0 \neq 0.$$

Здесь

$$k'_\mu = l_{\mu\nu} k_\nu.$$

<sup>9</sup> Словом «буст» в зарубежной литературе обозначаются преобразования с конечной скоростью (от слова «buster» — стартовый ускоритель). — *Прим. ред.*

Ясно, что эти соотношения и предположение об унитарности несовместимы с каноническими коммутационными соотношениями:

$$\begin{aligned} [a(k), a^+(k')] &= \delta^3(k - k'), \\ [a(k), a(k')] &= 0, \end{aligned} \quad (4.8)$$

так как преобразование Лоренца, превращающее  $a(k)$  в  $a^+(k)$ , будет менять знак левой части (4.8) без изменения правой части. С другой стороны, если мы квантуем с антикоммутаторами, то никаких таких трудностей не возникает. Поэтому выберем  $a$  и  $a^+$ , удовлетворяющие соотношениям:

$$\begin{aligned} a(k) a^+(k') + a^+(k') a(k) &= \delta^3(k - k'), \\ a(k) a(k') + a(k') a(k) &= 0 \quad (k_0, k'_0 \neq 0). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Это совместимо с (4.7) и с унитарным  $L$ . Итак, тахионы являются фермионами, даже если они имеют нулевой спин. Такое нарушение связи между спином и статистикой не противоречит известным теоремам об этой связи [6], так как мы не предполагаем «микроскопической причинности».

Специальное замечание должно быть сделано относительно импульсов, удовлетворяющих  $k_0 = 0$ , поскольку изменение знака  $k_0$  не определено для них. Различие между рождением и уничтожением частиц с такими импульсами произвольно, так как испускание частицы с импульсом  $k$  и нулевой энергией неотлично от поглощения частицы нулевой энергии и импульса  $(-k)$ .

Мы можем ввести линейную комбинацию

$$\begin{aligned} \alpha(k) &\equiv a(k) + a^+(-k), \quad [\omega_k = 0], \\ \alpha(k) &= \alpha^+(-k), \end{aligned}$$

для которой потребуем выполнения коммутационных соотношений

$$\{\alpha(k), \alpha^+(k')\} = \delta(k - k'),$$

и  $\alpha(k')$  коммутируют со всеми  $a(k)$  для  $k \neq 0$ . Тогда для лоренцевского преобразования операторов, соответствующих нулевой энергии, получаем:

$$\begin{aligned} L\alpha(k)L^{-1} &= \left( \left| \frac{k'_0}{k_0} \right| \right)^{1/2} a(k'), \quad \text{если } k'_0 > 0, \\ L\alpha(k)L^{-1} &= \left( \left| \frac{k'_0}{k_0} \right| \right)^{1/2} a^+(-k'), \quad \text{если } k'_0 < 0. \end{aligned}$$

С другой стороны, если данная ненулевая энергия с помощью преобразования Лоренца трансформируется в нулевую, то имеем

$$L\alpha(k)L^{-1} = \left(\frac{k'_0}{k_0}\right)^{1/2} \alpha(k').$$

Наконец, если и  $k_0$ , и  $k'_0$  равны нулю, то

$$L\alpha(k)L^{-1} = \alpha(k').$$

Из-за того, что сингулярный множитель  $1/\sqrt{k_0}$  проявляется в разложении  $\Phi$  по  $a(k)$  или по  $\alpha(k)$  и в преобразованиях Лоренца, состояния с нулевой энергией занимают только часть импульсного пространства. В этом случае сингулярность интегрируема и она не вызывает беспокойства.

Теперь мы имеем право интерпретировать  $a^+(k)$  и  $a(k)$  как операторы рождения и уничтожения для частиц с импульсом  $k$ . Форма операторов энергии-импульса (4.5) и соотношения коммутации (4.9) оправдывают эту интерпретацию. Когда это сделано, можно увидеть, что мы исследовали решения (3.1) с отрицательной энергией точно так же, как качественно указано в разд. 2. Более того, превращение  $a(k)$  в  $a^+(k)$  под действием преобразования Лоренца, которое изменяет знак  $k_0$ , совместимо с замечанием о том, что эти преобразования должны переменить роли испускания и поглощения. Мы отложим на некоторое время дискуссию о том, как изменяются состояния при преобразованиях Лоренца.

Чтобы удовлетворить условиям (4.2), (4.3), операторы энергии-импульса (4.5) должны изменяться при лоренцевых преобразованиях как компоненты 4-вектора с точностью до возможной аддитивной постоянной. Легко проверить, что

$$LP_\mu L^{-1} = l_{\mu\nu}P_\nu + \sum k_\mu, \quad (4.10)$$

где  $\sum_k$  означает сумму по всем импульсам, четвертая компонента которых меняет знак при обратном преобразовании Лоренца, т. е. тех импульсов, которые удовлетворяют неравенству

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{u} + \omega < 0. \quad (4.11)$$

Заметим, что это есть конечная область импульсного пространства, так что аддитивные постоянные, которые появи-

лись в (4.10), конечны, по крайней мере если объем пространства берется конечным. Постоянные могут быть устранены с помощью переопределения

$$P'_\mu = \int_{k \geq \mu} k_\mu [a^+(k), a(k)] d^3k. \quad (4.12)$$

Однако мы предпочитаем другое определение, так как при (4.12) энергия неположительна. Между двумя выражениями нет физического различия, за исключением, быть может, проблем гравитации.

Интересно выразить  $H (= P_0)$  в терминах поля  $\Phi$ . Простое вычисление, использующее лемму прил. В, дает результат

$$H = \frac{1}{2} \int d^3x \{ \Phi^2(x) + \Phi(x) [-\nabla^2 - \mu^2] \Phi(x) + i [(-\nabla^2 - \mu^2)^{1/2} \Phi(x), \Phi(x)] \}. \quad (4.13)$$

Чтобы упростить это выражение, мы вычислим одновременные антикоммутирующие полей:

$$\begin{aligned} \{ \Phi(x), \Phi(y) \} &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k \geq \mu} \frac{d^3k}{2\omega} [\exp ik(x-y) + \\ &+ \exp ik(y-x)] = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3k}{\omega} \exp ik(x-y) \text{ для } x_0 = y_0, \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} \{ \Phi(x), (-\nabla_y^2 - \mu^2)^{1/2} \Phi(y) \} &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \exp ik(x-y) = \\ &= \bar{\delta}^3(x-y) \text{ для } x_0 = y_0, \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} \left\{ \Phi(x), \frac{\partial \Phi}{\partial t}(y) \right\} &= -\frac{i}{(2\pi)^3} \int \frac{1}{2} d^3k [\exp ik(x-y) - \\ &- \exp ik(y-x)] = 0 \text{ для } x_0 = y_0, \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial t}(x), \frac{\partial \Phi}{\partial t}(y) \right\} &= \frac{-1}{(2\pi)^3} \int \frac{1}{2} d^3k \omega [\exp ik(x-y) + \\ &+ \exp ik(y-x)]. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Очевидно, что они сильно отличаются от антикоммутирующих, вычисленных при каноническом квантовании фермионного поля.

Первые два члена в  $H$  есть  $c$ -числа, и они могут быть опущены. Оставшийся член не является интегралом от величины, локальной в пространстве, так как оператор  $\sqrt{-\nabla^2 - \mu^2}$  есть на самом деле интегральный оператор.

Тем не менее мы можем проверить, что гамильтониан в этой форме также дает гейзенберговские уравнения движения, т. е.

$$\begin{aligned} [H, \Phi(x)] &= \frac{i}{2} \int d^3x [(-\nabla^2 - \mu^2)^{1/2} \Phi(x), \Phi(x)], \Phi(y) = \\ &= -i \int d^3x \Phi(x) \{(-\nabla^2 - \mu^2)^{1/2} \Phi(x), \Phi(y)\} = -i\Phi(y) \end{aligned} \quad (4.18)$$

(из (4.15) и леммы прил. В)

$$\begin{aligned} [H, \Phi(y)] &= \frac{i}{2} \int d^3x [(-\nabla^2 - \mu^2)^{1/2} \Phi(x), \Phi(x)], \Phi(y) = \\ &= i \int d^3x (-\nabla^2 - \mu^2)^{1/2} \Phi(-\nabla^2 - \mu^2)^{1/2} \delta^3(x - y) = \\ &= i(\nabla^2 - \mu^2) \Phi(y). \end{aligned} \quad (4.19)$$

Можно также написать другие генераторы группы Пуанкаре как явные функции полей  $\Phi$  и проверить, что структурные соотношения группы удовлетворены, если не считать постоянной, которую мы добавили к величине  $H$ , чтобы сделать ее положительно-определенной.

У нас нет возможности вывести уравнение поля из инвариантного лагранжиана при выполнении антикоммутиционных соотношений (4.14) и (4.17). Прямое использование общепринятой формы  $L = -H + \dot{\Phi} \frac{\partial H}{\partial \dot{\Phi}}$  ведет к результату  $L = 0$ . Это может быть следствием того факта, что любой инвариант, сформированный из  $\Phi$  и ее производных, а не из самой  $\Phi$ , сводится к  $c$ -числу при использовании соотношений антикоммутиции<sup>10</sup>. По-видимому, это не является настоящей проблемой для свободных полей, хотя затрудняет введение самовзаимодействий. Как мы увидим, для комплексных полей соответствующая проблема не возникает.

Интересно вычислить антикоммутатор в произвольных пространственно-временных точках, который также является  $c$ -числовой функцией:

$$\begin{aligned} \{\Phi(x, t), \Phi(x', t')\} &= \int \frac{d^3k}{\omega} \frac{\exp ik(x - x')}{(2\pi)^3} \cos \omega t = \\ &= I(x - x') = \int d^4k \frac{\exp ik(x - x')}{(2\pi)^3} \delta(k^2 - \mu^2). \end{aligned} \quad (4.20)$$

<sup>10</sup> Имеется неисчезающий псевдоскаляр, квадратичный по полю  $\Phi$ . Это есть величина  $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\mu \Phi \partial_\nu \Phi \partial_\alpha \Phi \partial_\beta \Phi \equiv \partial_1 \Phi \partial_2 \Phi \partial_3 \Phi \partial_4 \Phi$ .



В отличие от функции Грина  $G_2$  это есть, очевидно, инвариантная функция. Ее можно вычислить явно, используя редукционные формулы для фурье-преобразований инвариантных функций [7]:

$$I(y^2) = \frac{-\mu}{4\pi \sqrt{y^2}} Y_1(\mu \sqrt{y^2}) \theta(y^2) - \frac{\mu}{2\pi^2 \sqrt{-y^2}} K_1 \times \\ \times (\mu \sqrt{-y^2}) \theta(-y^2). \quad (4.21)$$

Антикоммутатор не исчезает вне светового конуса и в действительности убывает только как  $(x - x')^{-2}$  при больших пространственно-подобных расстояниях. Еще один пункт, заслуживающий рассмотрения в теории поля, — это существование сохраняющегося тока  $\mathcal{J}_\mu$ . Ток задается соотношением

$$\mathcal{J}_\mu = \Phi \partial_\mu \Phi - \partial_\mu \Phi \Phi, \quad (4.22)$$

и, очевидно, уравнение поля подразумевает равенство

$$\partial_\mu \mathcal{J}_\mu = \Phi \square^2 \Phi - \square^2 \Phi \Phi = 0. \quad (4.23)$$

Сохраняющийся заряд, связанный с  $\mathcal{J}_\mu$ , может быть записан в виде

$$\Phi = - \int \mathcal{J}_4 d^3x = \int d^3k a^+(k) a(k) + \text{бесконечная постоянная}, \quad (4.24)$$

так что  $\Phi$  есть в сущности число тахионов. Однако эта величина не является лоренц-инвариантной.

Интересно, что в этой теории число тахионов может быть записано как интеграл от локальной плотности заряда, в то время как гамильтониан не может быть представлен интегралом от локальной плотности энергии. Это в точности противоположно ситуации в теории поля обычных нейтральных частиц.

Ток  $\mathcal{J}_\mu$  не генерирует локальное преобразование поля  $\Phi$ . Вместо этого он генерирует преобразования с противоположной фазой полей  $\Phi_+$  и  $\Phi_-$ , определенных как положительно- и отрицательно-частотные части  $\Phi$ . Так как  $\Phi_+$ ,  $\Phi_-$  не скалярные поля, невозможно написать инвариантные взаимодействия, использующие их, и сохранение  $\mathcal{J}_\mu$  не будет иметь места в присутствии взаимодействий.

Мы завершили полевую теорию невзаимодействующего действительного тахионного поля. Эта теория просто обобщается на невзаимодействующие комплексные поля, что и

сделано в прил. Г. Главное дополнительное свойство, которое появляется в этом случае, заключается в том, что для преобразований Лоренца, которые геометрически изменяют знак энергии, операторы рождения частиц  $a^+(k)$  заменяются на операторы уничтожения для античастиц  $b(k)$  и наоборот. Необходимость этого ясна из того факта, что испускание частицы индуцирует такое же изменение заряда в вершине, как поглощение античастицы.

Однако корпускулярные аспекты полевой теории, которую мы сконструировали, включают несколько новых свойств, к рассмотрению которых мы теперь переходим.

## 5. Корпускулярные аспекты тахионных полей

Корпускулярная интерпретация общепринятой теории поля строится в предположении о существовании состояния, не содержащего частиц, вакуума, определяемого уравнением

$$a(k) | 0 \rangle = 0. \quad (5.1)$$

Состояния с частицами получаются действием на вакуум различными операторами рождения. Вакуум будет нулевым собственным состоянием 4-импульса и собственным состоянием с низшей энергией. Эти условия будут также удовлетворены в тахионной теории, и состояния с частицами могут быть построены тем же самым путем, т. е. состояние, содержащее частицы с импульсами  $k_1, \dots, k_n$ , имеет вид

$$| k_1, k_2, \dots, k_n \rangle = a^+(k_1) a^+(k_2) \dots a^+(k_n) | 0 \rangle. \quad (5.2)$$

Состояния, сконструированные таким образом, являются обычными собственными функциями 4-импульса, т. е.

$$P_\mu | k_1, \dots, k_n \rangle = (k_{1\mu} + k_{2\mu} + \dots + k_{n\mu}) | k_1, \dots, k_n \rangle. \quad (5.3)$$

Конечно, импульсы  $k_1, \dots, k_n$  должны быть различны, так как бесспиновые тахионы являются фермионами. Кроме того имеются другие состояния с нулевой энергией, отличные от  $| 0 \rangle$ .

Новое свойство теории тахионов проявляется в поведении состояний, содержащих частицы, при преобразованиях Лоренца. В обычных теориях вакуумное состояние лоренц-инвариантно. Это вытекает из единственности нулевого состояния 4-импульса и из поведения операторов энергии-импульса при преобразованиях Лоренца. Из того, что

число частиц в данном состоянии лоренц-инвариантно, следует, что в общепринятых теориях преобразования Лоренца могут изменять только импульсы и спины частиц в данном состоянии, никак не влияя на их число.

Совершенно другая ситуация для тахионов. Из уравнения (4.7) следует, что вакуумное состояние не лоренц-инвариантно. Чтобы увидеть это, рассмотрим состояние

$$|k\rangle = a^+(k)|0\rangle. \quad (5.4)$$

Благодаря (4.7) существует преобразование Лоренца  $L$ , которое превращает  $a^+(k)$  в некоторый оператор уничтожения  $a(\bar{k})$ . Если бы вакуум был инвариантен относительно  $L$ , тогда мы имели бы

$$L|k\rangle = La^+(k)|0\rangle = a(k)|0\rangle = 0, \quad (5.5)$$

что невозможно для унитарного оператора. Используя (4.7), можем вычислить действие преобразования Лоренца на вакуум. Обозначим преобразование вакуума, соответствующее преобразованию Лоренца  $L$ , через

$$|\Omega_L\rangle \equiv L|0\rangle.$$

Ясно, что  $|\Omega_L\rangle$  будет равным для различных  $L$ . Если импульс  $k$  таков, что  $\bar{k}_0$  положительно, когда  $k_0$  положительно, то

$$a(k)|\Omega_L\rangle = a(k)L|0\rangle = \left(\left|\frac{\bar{k}_0}{k_0}\right|\right)^{1/2} La(\bar{k})|0\rangle = 0 \quad (5.6)$$

и, следовательно, эти импульсы отсутствуют в  $|\Omega_L\rangle$ . Если, однако,  $k$  есть импульс такой, что  $\bar{k}_0$  отрицательно, когда  $k_0$  положительно, то

$$a^+(k)|\Omega_L\rangle = a^+(k)L|0\rangle = \left(\left|\frac{\bar{k}_0}{k_0}\right|\right)^{1/2} La(-\bar{k})|0\rangle = 0. \quad (5.7)$$

Поэтому  $|\Omega_L\rangle$  содержит одну частицу с любым импульсом, причем энергия частицы изменяет знак при обратном преобразовании Лоренца. Как мы видели, имеются импульсы  $k^*$ , удовлетворяющие условию

$$w^* + k^*u < 0, \quad (5.8)$$

где  $u$  — скорость, соответствующая однородному преобразованию Лоренца.

Интересно подсчитать число частиц в состоянии  $|\Omega_L\rangle$ . Так как оно пропорционально объему квантования, мы рассмотрим число частиц на единицу объема  $\rho |\Omega_L\rangle = N/V |\Omega_L\rangle$ :

$$N/V = 1/V \sum a_k^\dagger a_k \rightarrow \int d^3k a^\dagger(k) a(k), \quad (5.9)$$

$$\rho |\Omega_L\rangle = \int d^3k a^\dagger(k) a(k) L |0\rangle = \left( \int_{\bar{k}^*} d^3k \right) |\Omega_L\rangle, \quad (5.10)$$

где интеграл берется по  $k^*$ , удовлетворяющим (5.8). Этот интеграл легко вычисляется и дает  $\frac{2}{3} \pi^3 (\gamma - 1)$ , что, очевидно, конечно. Поэтому состояние, не содержащее тахионы с точки зрения одного наблюдателя, с точки зрения другого содержит большое число частиц. Это может случиться, так как 4-импульс не преобразовывается геометрически в этой теории, а имеются дополнительные постоянные члены, появляющиеся в уравнении (4.10). В результате состояние  $|\Omega_L\rangle$  не имеет того же 4-импульса, что и вакуум.

Аналогично мы можем определить трансформационные свойства состояний, содержащих некоторое число частиц.

Следующие правила описывают изменение произвольного состояния при преобразовании Лоренца. Мы предполагаем, что в исходной системе координат имеются частицы с импульсами  $k_1, \dots, k_n$ , четвертые компоненты которых не меняют знак при преобразовании Лоренца, и частицы с импульсами  $k_{n+1}, \dots, k_m$ , меняющие знак энергии при преобразовании Лоренца. Тогда лоренц-преобразованное состояние будет содержать все частицы, удовлетворяющие (5.8), за исключением тех, импульсы которых равны преобразованным по Лоренцу импульсам  $k_{n+1}, \dots, k_m$ , но со знаком минус. Кроме того оно будет содержать  $k_1, \dots, k_n$ , преобразованные по Лоренцу.

Например, состояние, содержащее одну частицу с таким импульсом  $k_a$ , что знак энергии меняется при преобразовании Лоренца, будет, для нового наблюдателя, состоянием, содержащим все частицы с импульсами  $k$ , удовлетворяющими (5.8), за исключением импульса  $(-k'_a, -\omega'_a)$ , который есть в этом наборе.

Это очень странный результат, и на первый взгляд он мог бы означать, что теория частиц на самом деле не является лоренц-инвариантной. Однако я не думаю, что это так. Каждый наблюдатель будет иметь вакуумное состояние и

состояния с частицами, построенные из вакуумного действием набора операторов рождения. Преобразование Лоренца вызывает переход между этими состояниями, который унитарен (в конечном пространстве). Тот факт, что это преобразование связывает состояния с различным числом частиц, является новым свойством тахионов, но оно не подразумевает неинвариантность, так как все уравнения теории инварианты относительно такого преобразования.

Более тонкий вопрос влечет за собой обычное использование вакуума в качестве инвариантного эталонного состояния, которое рассматривается как естественное состояние мира. Точнее, состояния, рассматриваемые в теоретической физике, являются вакуумными для большинства сортов частиц и содержат только малое число других частиц, которые были рождены в определенных известных процессах. Для тахионов этого нельзя сделать инвариантным образом, и поэтому можно было бы спросить, что является разумным тахионным состоянием для некоторой ситуации с точки зрения определенного наблюдателя. Я не могу предложить ответ на этот вопрос, но следует заметить, что даже для таких частиц, как электроны, действительное состояние мира вовсе не вакуум, а содержит порядка  $10^{80}$  частиц и не является лоренц-инвариантным. Мы рассматриваем это не как какое-то указание на потерю лоренц-инвариантности в природе, а как часть граничных условий для любой физической ситуации. Аналогичный подход может быть использован при рассмотрении тахионов, если они в самом деле существуют.

Заметим, что изменение числа частиц от наблюдателя к наблюдателю необходимо, чтобы осуществить соотношение между испусканием и поглощением, которое было качественно описано в разд. 2, п. 3. Это соотношение требует, чтобы ситуация, описанная одним наблюдателем в данной точке как испускание тахиона, который затем уходит на бесконечность, могла быть описана другим наблюдателем как поглощение тахиона, пришедшего из бесконечности. Ясно, для этого необходимо, чтобы исходное состояние, которое не содержит тахионов с точки зрения первого наблюдателя, с точки зрения второго содержало бы по крайней мере один тахион. Действительно, согласно правилу преобразования состояний мы видим, что процесс, описанный одним наблюдателем как испускание одиночного тахиона, был бы описан другим наблюдателем как переход из состояния

$|\Omega_L\rangle$  в состояние, где на один тахион меньше, если бы для второго наблюдателя энергия первоначального тахиона меняла знак. Вообще предположим, что мы имеем переход вида

$$|k_1, \dots, k_n; k_{n+1}, \dots, k_m\rangle \rightarrow |p_1, \dots, p_r; p_{r+1}, \dots, p_s\rangle$$

с точки зрения одной системы координат; величины  $k_{1,4}, \dots, k_{n,4}; p_{1,4}, \dots, p_{r,4}$  не меняют знака при некотором преобразовании Лоренца, в то время как  $k_{n+1,4}, \dots, k_{m,4}; p_{r+1,4}, \dots, p_{s,4}$  меняют знак. Тогда в преобразованной системе координат этот переход будет рассматриваться как переход из начального состояния, содержащего импульсы  $k'_1, \dots, k'_n$ , в конечное состояние, содержащее импульсы набора  $|\Omega_L\rangle$  и импульсы  $p'_1, \dots, p'_r$ , но не содержащее  $-p'_{r+1}, \dots, -p'_s$ .

Заметим, что почти все импульсы не будут изменяться при переходе и на самом деле будут фигурировать как отдельные линии в диаграмме Фейнмана. По этой причине большая плотность тахионов, подразумеваемая (5.11), может не быть в явном противоречии с экспериментом.

Эти результаты о связях между переходами, которые наблюдаются в двух системах; связанных преобразованием Лоренца, справедливы в предположении о том, что можно определить лоренц-инвариантную  $S$ -матрицу в теории взаимодействующих тахионов. Это в свою очередь было бы так, если бы  $S$ -матрица являлась скалярной функцией операторов поля  $\Phi(x)$ , точно так же как в обычных теориях поля. Однако, чтобы сказать, что это имеет место, необходимо развить теорию взаимодействующих тахионов. Этой теории нет в настоящей статье, хотя некоторые замечания о взаимодействиях можно найти в следующем разделе.

## 6. Взаимодействия тахионов

Чтобы лучше понять взаимодействия, возможные для тахионов, изучим качественно, в каких процессах рождения и рассеяния могут принять участие тахионы. Сначала рассмотрим ограничения, проистекающие из закона сохранения энергии и импульса. Мы будем определять начальные и конечные состояния так, что тахионы, имеющиеся в них, обладают положительной энергией. В соответствии с нашим предыдущим обсуждением это подразумевает, что

данный тахион может быть переведен из начального состояния в конечное с помощью преобразования Лоренца. Поэтому вопрос о том, разрешен ли данный процесс по законам сохранения 4-импульса, должен рассматриваться отдельно в каждой системе координат и правила, которые мы получим, будут зависеть от энергий рассматриваемых частиц.

Мы должны рассмотреть пять возможностей, в которых либо начальное, либо конечное состояние содержит следующие частицы.

*Случай А.* Состояние содержит только нормальные частицы с времени-подобным полным импульсом.

*Случай В.* Состояние содержит нормальные частицы и тахионы с пространственно-подобным полным импульсом.

*Случай С.* Состояние содержит нормальные частицы и тахионы с времени-подобным или нулевым полным импульсом.

*Случай D.* Состояние содержит только тахионы с пространственно-подобным полным импульсом.

*Случай E.* Состояние содержит только тахионы с времени-подобным полным импульсом.

При рассмотрении правил отбора достаточно иметь ту часть полного состояния, которая меняется при реакциях, и я буду использовать случаи *A — E* именно в этом смысле. Подробные правила отбора даны в таблице. Ясно, что переходы, в которых полный импульс изменяется с пространственно-подобного на времени-подобный и наоборот, являются запрещенными. Одно из следствий правил отбора заключается в том, что любая система нормальных частиц, включая одиночную покоящуюся частицу, энергетически нестабильна относительно испускания тахионов. Это происходит потому, что, изменяя энергии и направления двух тахионов, можно получить систему двух тахионов с любой величиной полной массы. Из-за этого должны существовать сильные ограничения на взаимодействия тахионов, чтобы не вступить в противоречие с наблюдаемым поведением протона, электрона, нейтрона и фотона <sup>11</sup>.

Из таблицы также следует, что тахионы могут испускать безмассовые частицы, такие как фотоны или нейтрино, без изменения своей собственной массы, т. е. распад  $T \rightarrow T + \gamma$  разрешен, где  $T$  обозначает тахион с фиксиро-

<sup>11</sup> См. в этой связи разд. 6 ввводной статьи.— *Прим. ред.*

Кинетические ограничения на переходы тахионов

Начальное состояние	Конечное состояние				
	A	B	C	D	E
A	0	×	$F \geq \sqrt{m^2 + \frac{\mu^2}{4}}$	×	Возможны для всех E
B	×	0	×	$E > \sqrt{m^2 + \frac{m^4}{4\mu^2}}$	
C	$E > \frac{m}{2} + \frac{\mu^2}{m}$ $m^2 < 2\mu^2$	×	0	×	Возможны для всех E
D	$E > \sqrt{\mu^2 + \frac{m^4}{4\mu^2}}$ $m^2 < 2\mu^2$	$E > m + \frac{\mu^2}{2m}$	×	0	
E	$E > m$	×	Возможны для всех E	×	0

Примечание. В этой таблице даны минимальные значения начальных энергий E, для которых разрешены переходы. Запрещенные переходы помечены крестиком. Возможные упругие переходы обозначены 0. Принято, что все тахионы имеют массу  $\mu$ , а все нормальные частицы — массу m. Обобщение на другие случаи проводится непосредственно. Обозначения A, B, C, D, E определены на стр. 138. Начальные и конечные состояния содержат не больше чем две частицы.



ванной величиной  $\mu^2$  и произвольной энергией. Это в точности совпадает с давно известным фактом, что черенковское излучение порождается в свободном пространстве заряженными частицами, которые движутся быстрее света.

Уже давно хорошо известно, что это возможно<sup>12</sup>. Я буду называть испускание частицы или частиц, которое происходит без изменения массы тахиона, упругим распадом. Упругий распад тахиона массы  $\mu^2$  с испусканием частицы массы  $m$  энергетически возможен, когда тахион имеет энергию, равную по крайней мере

$$E_T^2 = m^2 + m^4/4 \mu^2. \quad (6.1)$$

Следовательно, если массы тахионов много меньше по абсолютной величине, чем массы нормальных массивных частиц, то упругие распады, включающие испускание этих частиц, будут возможны только для очень энергичных тахионов.

Наконец, заметим, что для одиночного тахиона всегда имеется энергетическая возможность превратиться в несколько тахионов с той же величиной  $\mu^2$ . Эта возможность означает, что, несмотря на очень слабое самовзаимодействие тахионов, будет происходить быстрая деградация энергетического спектра тахионов, рожденных любым способом, так как тахионы распадаются на большое число менее энергичных тахионов.

Интересно применить эти рассуждения к частицам, находящимся в состоянии  $|\Omega_L\rangle$ , а именно, мы предполагаем, что в некоторой данной системе наблюдатель не видит никаких тахионов, а другой наблюдатель, связанный с ним преобразованием Лоренца  $L$ , видит состояние  $|\Omega_L\rangle$ . В этом состоянии частицы имеют энергии  $E_i$  и импульсы  $\mathbf{p}_i$ , удовлетворяющие условию

$$E_i < \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{u}_i, \quad (6.2)$$

где  $\mathbf{u}$  — скорость «буста». Поэтому если мы возьмем любой набор этих частиц, то их полная энергия и импульс также удовлетворяют неравенству

$$E_{\text{tot}} = \sum E_i < \mathbf{u} \cdot \sum \mathbf{p}_i = \mathbf{u} \cdot \mathbf{p}_{\text{tot}}. \quad (6.3)$$

Следовательно, полный импульс также является простран-

<sup>12</sup> Впервые это было осознано Зоммерфельдом [8]. См. также [9].

ственно-подобным вектором и тахионы в  $|\Omega_L\rangle$  не могут совершить спонтанный переход в состояние, состоящее только из нормальных частиц. Это, конечно, вытекает и из того факта, что для первоначального наблюдателя частицы вовсе отсутствовали и никаких таких переходов не могло произойти.

Если другие частицы, или тахионы, или обычные, присутствуют вдобавок к тем, что уже имеются в  $|\Omega_L\rangle$ , то переходы могли бы, вообще говоря, иметь место. Но эти переходы должны быть лоренц-преобразованиями переходов, которые происходят для первого наблюдателя, без присутствия частиц в состоянии  $|\Omega_L\rangle$ .

Таким образом, большинство частиц в  $|\Omega_L\rangle$  не имеет отношения к делу, когда речь идет о физических эффектах, так как эти эффекты могут быть определены с помощью исследования таких процессов, которые могут произойти в тахионном вакууме.

Интересно проверить, может ли тахион испустить обычную частицу или частицы. В соответствии с замечанием предыдущего раздела это невозможно, так как в лоренц-преобразованном состоянии, которое первоначально не содержало тахионов, это запрещено законом сохранения энергии. Чтобы увидеть, почему это не может произойти в любой системе координат, заметим, что если тахион испускает частицу, то сохранение 4-импульса налагает условие

$$p' = p - k, \quad (6.4)$$

где  $k$  — времени-подобный или нулевой импульс;  $p, p'$  — пространственно-подобные импульсы, причем  $p$  удовлетворяет соотношению

$$\omega_p + \mathbf{p} \cdot \mathbf{u} \leq 0, \quad (6.5)$$

где  $\mathbf{u}$  — скорость, связанная с преобразованием Лоренца  $L$ .

Теперь

$$\omega_{p'} + \mathbf{p}' \cdot \mathbf{u} = \omega_p + \mathbf{p} \cdot \mathbf{u} - (\omega_k + \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}). \quad (6.6)$$

Однако

$$\omega_k + \mathbf{k} \cdot \mathbf{u} = \omega_k + ku \cos \theta > 0, \quad (6.7)$$

так как  $\omega_k \geq k$  и  $u < 1$ . Поэтому и  $p'$  также принадлежит  $|\Omega_L\rangle$ . Однако по принципу исключения это невозможно,

если только  $p$  не равно  $p'$ . Это есть случай  $k = \omega_k = 0$ , где нет никакого перехода. Поэтому здесь квантование по статистике Ферми необходимо, чтобы гарантировать, что переходы, запрещенные в одной системе координат, не являются преобразованиями Лоренца от разрешенных процессов. Это предполагает, но вряд ли доказывает, что квантование по Ферми необходимо для любой частицы, обладающей пространственно-подобным 4-импульсом.

Кроме энергетических и импульсных ограничений на тахионные процессы, имеются ограничения, вытекающие из сохранения статистики. Здесь я сделаю упрощение, предположив, что если приписать числа  $+1$  бозонам, а  $-1$  фермионам и перемножить эти числа для многочастичной системы, то эти произведения сохраняются при любых переходах<sup>13</sup>. Из того, что тахионы являются фермионами с нулевым спином, в то время как все другие фермионы имеют полуцелый спин, непосредственно следует, что число тахионов сохраняется в том смысле, что имеет место следующее правило отбора:

$N_T$  (начальное) —  $N_T$  (конечное) = четному целому числу, (6.8)  
 где  $N_T$  обозначает число тахионов в данном состоянии.

Это правило запрещает образование единичного тахиона при соударении обычных частиц.

Чтобы описать количественно взаимодействия тахионов с тахионами или тахионов с обычными частицами, необходимо ввести взаимодействия в уравнения для тахионных полей. Часто это делают, используя лагранжев формализм, который здесь кажется непригодным. Конечно, можно ввести взаимодействия прямо в полевые уравнения, например, введя член с источником в уравнение (3.1):

$$(\square^2 + m^2)\Phi = \mathcal{J}_\Phi, \quad (6.9)$$

где  $\mathcal{J}_\Phi$  зависит от тахионного поля и полей других частиц. Из-за «сохранения статистики» источник  $\mathcal{J}_\Phi$  должен содержать нечетное число сомножителей  $\Phi$  и производных  $\Phi$ .

Если бы полевое уравнение (6.9) содержало еще и вторую производную  $\Phi$  по времени, то мы могли бы пред-

<sup>13</sup> См., например, [5], где это доказано, но, однако, в предложениях, которые могут быть несправедливы для тахионных теорий.

положить, что удовлетворены одновременные антикомму-  
тационные соотношения (4.14)—(4.17). Тогда имеются две  
проблемы. Одна проблема состоит в демонстрации того,  
что получившаяся полевая теория еще лоренц-инвариантна;  
полного доказательства этого факта нет даже в общепри-  
нятых полевых теориях. В настоящем случае проблема  
усугубляется нарушением обычного «причинного» усло-  
вия на коммутатор полей при пространственно-подобных  
интервалах. В этих условиях я не могу братья за ре-  
шение вопроса о лоренц-инвариантности теории, опреде-  
ляемой уравнениями (4.14)—(4.17) и (6.9).

Другая проблема заключается в получении из поле-  
вых уравнений выражения для  $S$ -матрицы, описываю-  
щей переходы тахионов. Здесь также различия между тео-  
рией свободных тахионов и общепринятой теорией тако-  
вы, что затрудняют применение стандартных формализ-  
мов, таких, как дайсоновская картина взаимодействия или  
формулировка Лемана — Симанзика — Циммермана. Метод  
Янга — Фелдмана, основанный на гейзенберговских урав-  
нениях движения, кажется более подходящим для этой  
проблемы. Однако никаких окончательных результатов  
здесь еще нет.

Заметим, что, насколько нам известно, для получения  
лоренц-инвариантной  $S$ -матрицы достаточно иметь ло-  
ренц-инвариантную полевую теорию. Но необходимо  
ли это, неизвестно даже в общепринятых теориях. Если  
 $S$ -матрица как оператор является лоренц-инвариантной,  
то из-за особого трансформационного свойства состояний  
частиц, описанного в разд. 5, элементы  $S$ -матрицы для  
переходов между состояниями с различными числами час-  
тиц будут связаны преобразованиями Лоренца. По-види-  
мому, невозможно избежать этого свойства в любой  
лоренц-инвариантной теории частиц, движущихся быст-  
рее света.

## 7. Заключение

В рамках специальной теории относительности мы  
рассмотрели возможность описания частиц, движущихся  
быстрее света. Показано, что возражения, обычно выдвиг-  
аемые против существования таких частиц, в рамках  
релятивистской квантовой теории недостаточно убедитель-  
ны. Описание таких частиц, называемых тахионами, может

быть построено с помощью формализма релятивистской квантовой теории поля, во всяком случае, для бесспиновых невзаимодействующих частиц. Построенная теория поля является полностью лоренц-инвариантной. Частицы, описанные на основе такого формализма, обладают рядом необычных свойств, в частности:

1) бесспиновые частицы не могут быть проквантованы по статистике Бозе, но могут быть проквантованы по статистике Ферми;

2) состояние вакуума не является инвариантным по отношению к лоренц-преобразованиям, а переходит в состояние с большим числом тахионов.

Хотя свойства тахионов сильно отличаются от свойств обычных частиц, они не содержат непреодолимых противоречий с точки зрения общепринятых физических законов.

Я считаю, что предложенная теория останется неполной, если не будут решены следующие вопросы:

1. Как распространяются частицы, подобные рассмотренным здесь, в пространстве-времени? В частности, что понимать под распространением частиц, не имеющих локализованных состояний?

2. Как обобщить предложенную теорию на взаимодействующие частицы?

Если эти вопросы будут решены, мы подойдем к самому главному:

3. Существуют ли сверхсветовые частицы в природе и можно ли их зарегистрировать?

Автор надеется, что ему удалось убедить читателя в том, что утвердительный ответ на этот вопрос не будет противоречить эйнштейновской теории относительности.

## **П р и л о ж е н и е А.**

### **Излучение и поглощение тахионов, наблюдаемое в различных лоренц-системах**

В этом приложении я наглядно покажу, что изменение знака энергии при лоренц-преобразовании можно интерпретировать как перестановку процессов излучения и поглощения. Наша основная задача — показать, что такая интерпретация не противоречит по крайней мере той форме принципа относительности, которая требует, чтобы событие, происшедшее с точки зрения одного наблю-

дателя, было возможным событием с точки зрения любого наблюдателя, находящегося в лоренц-преобразованной системе координат. Наиболее удивительным новым кинематическим свойством такой интерпретации является то обстоятельство, что стабильность системы по отношению к излучению тахионов зависит от ее скорости относительно наблюдателя.

В качестве первого примера представим ситуацию, когда наблюдатель видит два атома, первоначально покоящихся в точках  $x_1$  и  $x_2$ . В момент  $t_0$  атом 1 находится в основном состоянии, а атом 2 — в возбужденном с энергией  $\delta E$  выше основного состояния. Пусть в момент  $t_1 > t_0$  относительно этого наблюдателя атом 2 испускает тахион в направлении атома 1, переходя в основное состояние и приобретая импульс отдачи. Я пренебрегаю здесь тем обстоятельством, что тахионы не могут поодиночке излучаться или поглощаться, поскольку это сейчас несущественно. Атом 1 поглощает тахион в более поздний момент времени  $t_2$  ( $t_2 > t_1$ ), переходит в одно из возбужденных состояний и начинает двигаться в направлении движения тахиона.

Поскольку пространственно-временные точки  $(x_1, t_1)$  и  $(x_2, t_2)$  связаны траекторией тахиона, они разделены пространственно-подобным интервалом, поэтому всегда можно выбрать такое лоренц-преобразование, что для некоторого наблюдателя будет  $t'_2 < t'_1$ . Спрашивается, как этот наблюдатель опишет рассматриваемый процесс? С точки зрения этого наблюдателя в момент  $t'_0$  атом 1 находится в основном состоянии и движется по прямой, соединяющей атомы. Атом 2 находится в возбужденном состоянии и также движется в этом направлении.

Как показано в разд. 2, п. 3, изменение энергии  $\Delta E_1$  атома 1 во время взаимодействия с тахионом будет иметь различные знаки для обоих наблюдателей; аналогично и изменение энергии  $\Delta E_2$  атома 2, которое для каждого наблюдателя равно изменению энергии атома 1 с противоположным знаком. Поэтому второй наблюдатель будет интерпретировать событие в момент  $t'_1$  как поглощение атомом 2 частицы с положительной энергией, испущенной атомом 1 в момент  $t'_2$ . Поскольку атом 1 находился в основном состоянии, отсюда с необходимостью следует, что при движении атом, находящийся в основном состоянии, может испускать частицы, одновременно возбуждаясь,

т. е. переводя часть своей кинетической энергии в изменение внутренней энергии  $\delta E$ . Разумеется, если испущенная частица имеет времени-подобный 4-импульс, такой процесс кинематически невозможен, что в равной степени относится и к неподвижному атому. Тем не менее кинематически это становится возможным, если испущенная частица обладает пространственно-подобным 4-импульсом, так как в этом случае событие будет восприниматься как поглощение (частицы) в той системе отсчета, где атом покоится. Различные интерпретации одного и того же процесса двумя наблюдателями схематически изображены на рис. 1.

Рассмотрим теперь свободный тахион, движущийся в пространстве. Из табл. 1 видно, что в этом случае энергетически возможно излучение фотонов независимо от того, насколько мала энергия тахиона. Пусть это излучение произошло в некоторой системе координат, в которой энергия тахиона в конечном состоянии положительна. Существуют другие системы координат, в которых энергия тахиона в конечном состоянии, вычисленная с помощью лоренц-преобразования, отрицательна, а энергия тахиона в начальном состоянии по-прежнему остается положительной величиной. Тогда, согласно нашей интерпретации, в такой системе координат процесс будет восприниматься как аннигиляция частицы и античастицы с образованием фотона, что энергетически возможно для этих объектов.

При более детальном рассмотрении ситуацию можно описать следующим образом. Пусть с точки зрения наблюдателя 1 излучение фотона происходит в пространственно-временной точке  $(x_1, t_1)$  и пусть этот наблюдатель имеет детектор, который регистрирует испущенный тахион в точке  $(x_2, t_2)$ , причем  $t_2 > t_1$  и  $|x_2 - x_1| > c |t_2 - t_1|$ . Для простоты я считаю, что детектирование тахиона в начальном состоянии производится одинаковым для обоих наблюдателей образом; после излучения тахион, пройдя через детектор, уходит в бесконечность.

С точки зрения наблюдателя, находящегося в лоренц-преобразованной системе координат, фотон испущен в точке  $(x_1', t_1')$ , а антитахион зарегистрирован в точке  $(x_1', t_2')$  с  $t_2' < t_1'$ . Поэтому относительно этого наблюдателя существуют две частицы до момента  $t_1'$  и ни одной — после. «Экстра-частицей» является одна из этих двух, появляющаяся при лоренц-преобразовании вакуума, как это опи-

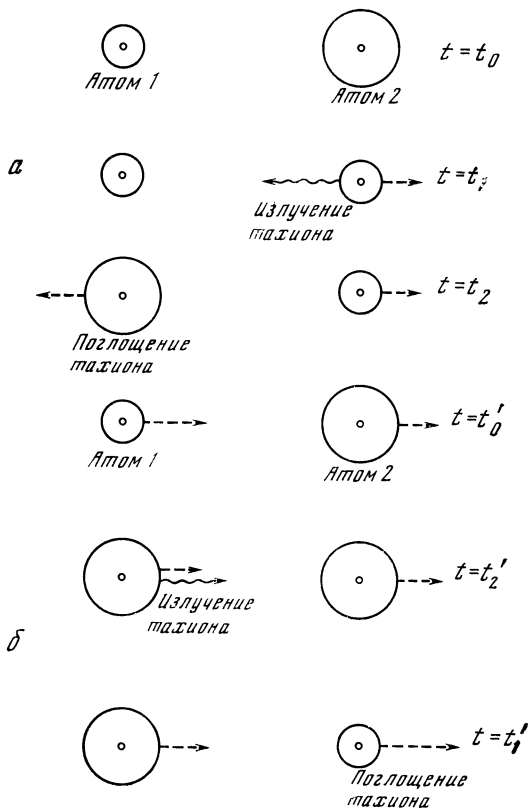
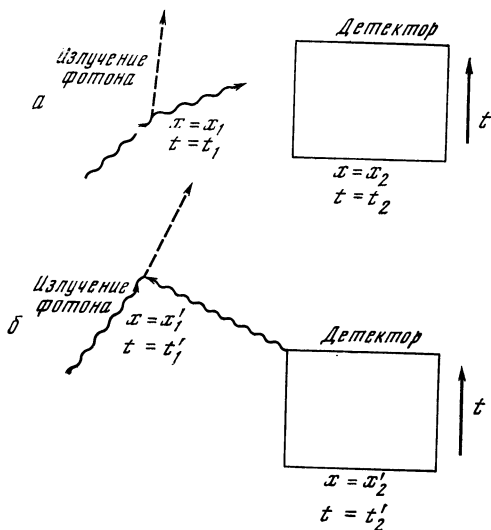


Рис. 1. Излучение и поглощение тахиона

а — с точки зрения одного наблюдателя. В момент  $t_0$  атом 1 невозбужден и находится в состоянии покоя. Атом 2 возбужден и также находится в состоянии покоя. В момент  $t_1$  атом 2 испускает тахион, переходя в основное состояние и отскакивая в сторону. В момент  $t_2$  тахион поглощается атомом 1; последний возбуждается и также приходит в движение. В рассматриваемом случае  $t_0 < t_1 < t_2$ ; б — с точки зрения другого наблюдателя, для которого излучение и поглощение поменялись местами. Атом 1 в момент  $t = t'_0$  теперь движется, но тем не менее находится в основном состоянии. Этот же атом в момент  $t'_2$  испускает тахион и переходит в возбужденное состояние, теряя часть кинетической энергии. Атом 2, движущийся относительно второго наблюдателя и находящийся в возбужденном состоянии в момент  $t'_0$ , поглощает тахион в момент  $t'_1$ , переходя в основное состояние и приобретая кинетическую энергию. С точки зрения этого наблюдателя  $t'_0 < t'_2 < t'_1$





**Рис. 2.** Пространственно-временная диаграмма излучения Черенкова тахионом

*a* — в момент  $t_1$  тахионом излучается фотон, энергия которого положительна относительно данного наблюдателя. Тахион регистрируется в поздний момент  $t_2$ . Для этого наблюдателя тахион присутствует всегда, так же как и фотон, после момента  $t_1$ . На диаграмме время направлено вверх; *б* — тот же процесс с точки зрения второго наблюдателя, относительно которого энергия тахиона в конечном состоянии после лоренц-преобразования имеет отрицательное значение. До момента  $t = t'_1$  для второго наблюдателя присутствуют тахион и антитахион, после момента  $t'_1$  — только фотон. На этой диаграмме время также направлено вверх

сано в разд. 5. Если происходит рассматриваемый процесс, то из релятивистской инвариантности предложенной теории следует соотношение между скоростями двух, как мы привыкли считать, разных процессов: излучения Черенкова, с одной стороны, и аннигиляции пары частиц — с другой. Тем не менее если мы, как обычно, будем считать, что два процесса, связанные лоренц-преобразованием, в действительности суть одно и то же, мы сможем сказать, что в случае тахионов излучение Черенкова и аннигиляция пары — один и тот же процесс. Единственной действительно новой стороной такой ситуации является тот факт что лоренц-преобразования могут в этом случае менять число частиц, присутствующих в опреде-

ленном состоянии в данное время. На рис. 2 изображена различная интерпретация одного и того же события двумя наблюдателями.

Разобранные примеры подтверждают вывод о том, что изменение знака энергии и порядка времени относительно лоренц-преобразований можно систематически реинтерпретировать как перестановку излучения и поглощения. Другие логические проблемы возникают, когда рассматривается излучение или поглощение частиц источниками при относительном движении. Пример такой ситуации разобран в прил. Б.

## Приложение Б.

### Анализ причинных аномалий, связанных с существованием тахионов

Рассмотрим, какие могут возникнуть причинные аномалии, если происходит обмен тахионами между двумя движущимися относительно друг друга наблюдателями. Пусть наблюдатель 1 находится в начале покоящейся нештрихованной системы координат, а наблюдатель 2 в момент  $t = 0$  — в точке  $(x_0, 0, 0)$  и связан со штрихованной системой, движущейся со скоростью  $u$  в направлении  $x$ . Я считаю, что каждый наблюдатель может испускать или поглощать тахионы, и пренебрегаю правилами отбора, следующими из статистики.

Преобразования Лоренца, связывающие координаты двух наблюдателей, имеют вид (опуская координаты  $y$  и  $z$ )

$$\begin{aligned} x' &= \gamma(x - x_0 - ut), & x &= x_0 + \gamma(x' + ut), \\ t' &= \gamma(t - ux + ux_0), & t &= \gamma(t' + ux'), \end{aligned} \quad \text{где } c = 1. \quad (B1)$$

Пусть в момент  $t = 0$  наблюдатель 1 испускает тахион со скоростью  $v_1$  в направлении наблюдателя 2. Тахион поглотится наблюдателем 2 в момент  $t = x_0/(v_1 - u)$ . С точки зрения наблюдателя 2 эти события произойдут соответственно в моменты  $t' = \gamma u x_0$  и  $t' = x_0/\gamma(v_1 - u)$ , а тахион будет двигаться относительно него со скоростью  $(v_1 - u)/(1 - uv_1)$ . Следовательно, если  $uv_1 < 1$ , тахион будет двигаться вперед во времени и иметь положительную энергию относительно каждого наблюдателя.

Предположим теперь, что по договоренности между наблюдателями сразу после поглощения первого тахиона

наблюдатель 2 излучает в направлении наблюдателя 1 другой тахион, движущийся относительно наблюдателя 2 со скоростью  $-v_2$ . Тахион достигнет наблюдателя 1 в момент  $t' = \frac{x_0}{\gamma(v_1 - u)} + \frac{x_0 v_1}{\gamma(v_1 - u)(v_2 - u)}$ , когда наблюдатель 1 находится в точке  $x' = -x_0 v_1 v_2 / \gamma(v_1 - u)(v_2 - u)$ . Следовательно, тахион поглотится наблюдателем 1 в момент  $t_F = x_0(v_1 + v_2 - u - uv_1 v_2) / (v_1 - u)(v_2 - u)$ , имея относительно наблюдателя 1 скорость  $(v_2 - u) / (1 - uv_2)$ . Переписывая  $t_F$  в виде

$$t_F = \frac{x_0}{(v_1 - u)(v_2 - u)} [v_1 - u + v_2(1 - uv_1)], \quad (\text{B2})$$

видим, что условие  $t_F < 0$  аналогично условию  $1 - uv_1 > 0$ , которое мы предположили ранее. Другими словами, причинных аномалий не возникает, если вылетающий тахион распространяется «обычным» образом относительно обоих наблюдателей, т. е. если то, что мы называем излучением и поглощением, действительно являются таковыми. Поскольку  $t_F$  симметрично относительно  $v_1$  и  $v_2$ , отсюда следует, что причинные аномалии ( $t_F < 0$ ) отсутствуют и в случае, если последний тахион распространяется обычным образом относительно обоих наблюдателей.

Для получения примера причинных аномалий рассмотрим случай, когда отсутствует договоренность между наблюдателями относительно порядка испускания и поглощения тахионов. Предположим для простоты, что каждый тахион испускается с бесконечной скоростью относительно покоящейся системы источника излучения, т. е. в предыдущих формулах положим  $v_1 = v_2 = \infty$ . Из (B2) получим

$$t_F = -ux_0. \quad (\text{B3})$$

Это означает, что тахион (2), испущенный наблюдателем 2, достигнет наблюдателя 1 раньше, чем тахион (1) будет испущен. Представим далее, что наблюдатель 1 после регистрации тахиона (2) волен отказаться испустить тахион (1), стимулирующий испускание тахиона (2) наблюдателем 2; таким образом, мы приходим к причинной аномалии.

Чтобы понять, как эта причинная аномалия выглядит с точки зрения каждого наблюдателя, нужно реинтерпре-

тировать процесс поглощения тахиона с отрицательной энергией как его испускание. В предыдущем обсуждении мы отметили, что с точки зрения наблюдателя 2 тахион (1) будет иметь отрицательную энергию. Поэтому наблюдатель 2 будет считать, что это он испустил тахион в сторону наблюдателя 1, а не наоборот. Аналогично наблюдателю 1 будет казаться, что тахион (2) имеет отрицательную энергию, поэтому наблюдатель 1 будет считать, что его прибор испустил тахион, а не зарегистрировал последний в виде сигнала от наблюдателя 2. Отсюда следует, что если два наблюдателя пришли к некоторому соглашению, зависящему от приема сигнала, посланного одним из наблюдателей, то описанная последовательность событий не будет противоречить этому соглашению.

Разберем ситуацию более подробно и посмотрим, как каждый наблюдатель регистрирует сигнал, посланный другим. Допустим, что детектором является неподвижный атом в основном состоянии и что после поглощения тахиона атом придет в движение с возможным переходом в возбужденное состояние. Выбрав в качестве детектора неподвижный атом в основном состоянии, мы тем самым исключаем возможность испускания атомом тахиона с точки зрения наблюдателя, использующего атом в качестве детектора. Легко видеть, что при таких обстоятельствах детектор не поглотит тахион, испущенный со скоростью  $v$  другим наблюдателем, если не будет выполнено условие

$$1 - uv > 0. \quad (Б4)$$

Это значит, что такой тип детектора не может поглощать тахионы, энергия которых меняет знак по отношению к лоренц-преобразованиям, связывающим системы координат обоих наблюдателей, и поэтому его нельзя использовать в примере с причинной аномалией.

Предположим, тем не менее, что используется другой тип детектора, который может поглощать подобные тахионы. Таким детектором может служить, например, атом в возбужденном состоянии; в этом случае условие поглощения тахиона (Б4) необязательно должно выполняться. Однако существует возможность спонтанного излучения тахионов, и наблюдатель, используя такой тип детектора и констатируя лишь переход в детекторе,

не сможет заключить, имело ли место спонтанное излучение или поглощение испущенного извне тахиона. Разумеется, в разобранном выше случае наблюдатель 1 интерпретировал бы вторую возможность как спонтанное излучение независимо от действий наблюдателя 2.

Таким образом, хотя с помощью тахионов, по-видимому, и возможно устроить кинематически замкнутые циклы, в которых сигналы посылались бы в прошлое, детальный анализ рассматриваемых методов детектирования с учетом соответствующей интерпретации поглощения тахионов с отрицательной энергией как излучения тахионов с положительной энергией показывает, что такие замкнутые циклы следует интерпретировать не как взаимную сигнализацию, а скорее как нескоррелированное спонтанное излучение. Поэтому мы считаем, что описанные причинные аномалии, по-видимому, не могут быть использованы в качестве аргумента против существования тахионов.

## Приложение В.

### Свойства усеченных дельта-функций

Докажем здесь простую лемму об усеченных дельта-функциях. Мы определяем дельта-функцию  $\delta_S(x)$  относительно набора  $S$  импульсов  $k$  с помощью соотношения

$$\delta_S(x) = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{k \in S} \exp ik \cdot x. \quad (B1)$$

Если  $S$  содержит все возможные импульсы, то  $\delta_S(x) = \delta^3(x)$  — кубу обычной дельта-функции. Когда  $S$  — набор импульсов, удовлетворяющих условию  $k^2 \geq \mu^2$ , то  $\delta_S(x) = \bar{\delta}_S(x)$ . Суть леммы заключается в том, что  $\delta_S(x)$  действует подобно  $\delta^3(x)$  по отношению к тем функциям, чьи фурье-компоненты исчезают вне  $S$ . Точнее, если

$$f(x) = \sum_{k \in S} f(k) \exp ik \cdot x, \quad (B2)$$

то

$$\int f(x') \delta_S(x - x') d^3x' = f(x). \quad (B3)$$

Для доказательства подставим фурье-разложение  $f(x)$  и  $\delta_S(x - x')$  в (B3)

$$\begin{aligned}
& \int d^3x' f(\mathbf{x}') \delta_S(x - x') = \\
& = \int d^3x' \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\mathbf{k}'} \frac{1}{(2\pi)^3} \exp i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}' \exp [i\mathbf{k}(\mathbf{x} - \mathbf{x}')] f(\mathbf{k}) = \\
& = \sum_{\mathbf{k} \subset S} \sum_{\mathbf{k}' \subset S} \exp(+i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x}) f(\mathbf{k}) \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = \\
& = \sum_{\mathbf{k} \subset S} f(\mathbf{k}) \exp i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} = f(\mathbf{x}), \tag{B4}
\end{aligned}$$

так как  $\mathbf{k}' = \mathbf{k}$  находится где-то в наборе  $S$ , по которому пробегает  $\mathbf{k}$ . Аналогичное обобщение может быть сделано для производных функций  $\bar{\delta}_S(\mathbf{x})$ .

Для применений леммы полезно заметить следующее свойство. Если  $f(\mathbf{x})$  удовлетворяет (B2), то и все конечные производные  $f(\mathbf{x})$  обладают этим свойством. Также функция  $g(\mathbf{x})$ , определенная как

$$g(\mathbf{x}) = (-\nabla^2 - \mu^2)^{1/2} f(\mathbf{x}), \tag{B5}$$

удовлетворяет (B2), поэтому мы можем написать

$$g(\mathbf{k}) = (k^2 - \mu^2)^{1/2} f(\mathbf{k}). \tag{B6}$$

Используя эти результаты, можем легко продемонстрировать, например, вывод формулы (4.13) для гамильтониана:

$$H = \int_{k \geq \mu} d^3k \omega(k) a^\dagger(k), \tag{B7}$$

$$a(k) = \left( \frac{\omega}{2(2\pi)^3} \right)^{1/2} \int \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) \left[ \Phi(x) + \frac{i\Phi(x)}{\omega} \right] d^3x, \tag{B8}$$

$$\begin{aligned}
H & = \frac{1}{2(2\pi)^3} \int d^3k \omega^2(k) \int d^3x d^3x' \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}' - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) \times \\
& \times \left[ \Phi(x) - \frac{i\Phi(x)}{\omega} \right] \left[ \Phi(x') + \frac{i\Phi(x')}{\omega} \right] = \\
& = \frac{1}{2} \int d^3x d^3x' [\Phi(x) (-\nabla^2 - \mu^2) \Phi(x') \bar{\delta}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') + \\
& + \Phi(x) \Phi(x') \bar{\delta}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') + i\Phi(x) (-\nabla^2 - \mu^2)^{1/2} \Phi(x') \times \\
& \times \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') - i(-\nabla^2 - \mu^2)^{1/2} \Phi(x) \Phi(x') \bar{\delta}(\mathbf{x} - \mathbf{x}')] = \\
& = \frac{1}{2} \int d^3x \{ \Phi(x) (-\nabla^2 - \mu^2) \Phi(x) + \Phi(x) \Phi(x) + \\
& + i [(-\nabla^2 - \mu^2)^{1/2} \Phi(x), \Phi(x)] \}, \tag{B9}
\end{aligned}$$

что совпадает с (4.13).

## Приложение Г.

### Комплексные тахионные поля

В этом приложении я буду описывать невзаимодействующие комплексные поля методом, аналогичным описанию реальных полей в разд. 4. Начнем с неэрмитового скалярного поля  $\Phi(x)$  и сопряженного ему поля  $\Phi^+(x)$ , удовлетворяющих уравнению

$$(\square^2 + \mu^2) \Phi(x) = 0. \quad (\Gamma 1)$$

Как и ранее, разложим их по плоским волнам:

$$\Phi(x) = \int [\Phi_{+,k} a(k) + \Phi_{-,k} b^+(k)] d^3k \frac{1}{(2\omega_k)^{1/2}}, \quad (\Gamma 2)$$

$$\Phi^+(x) = \int [\Phi_{-,k} a^+(k) + \Phi_{+,k} b(k)] d^3k \frac{1}{(2\omega_k)^{1/2}}. \quad (\Gamma 3)$$

Здесь  $a^+$ ,  $b^+$  — независимые операторы рождения для частиц и античастиц, и мы будем требовать, чтобы они удовлетворяли соотношениям:

$$\{a(k), a^+(k')\} = \{b(k), b^+(k')\} = \delta(k - k'), \quad (\Gamma 4)$$

$$\{a(k), a(k')\} = \{a(k), b(k')\} = \{a(k), b^+(k')\} = \\ = \{b(k), b(k')\} = 0. \quad (\Gamma 5)$$

Логика сделанного опять диктуется требованием, чтобы  $\Phi$  преобразовалось как лоренц-скаляр, и тем фактом, что имеются преобразования Лоренца, которые могут смешивать положительные и отрицательные частоты в  $\Phi$ .

Возьмем гамильтониан в виде суммы частиц и античастиц с положительной энергией

$$H = \int d^3k \omega(k) a^+(k) a(k) + \int \omega(k) b^+(k) b(k) d^3k. \quad (\Gamma 6)$$

Мы определим также операторы полного числа и заряда:

$$N = \int (a^+(k) a(k) + b^+(k) b(k)) d^3k, \quad (\Gamma 7)$$

$$Q = \int (a^+(k) a(k) - b^+(k) b(k)) d^3k. \quad (\Gamma 8)$$

Можно выразить их в терминах полей  $\Phi$  и  $\Phi^+$ , используя результаты прил. В. Находим

$$H = \frac{1}{2} i \int d^3x \left[ (-\nabla^2 - \mu^2)^{1/2} \Phi^+, \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right] - \\ - \frac{1}{2} i \int d^3x \left[ (-\nabla^2 - \mu^2)^{1/2} \Phi, \frac{\partial \Phi^+}{\partial t} \right] + C (\text{число}), \quad (\Gamma 9)$$

$$N = -i \int d^3x \left( \frac{\partial \Phi^+}{\partial t} \Phi - \Phi^+ \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) + C(\text{число}), \quad (\text{Г10})$$

$$Q = \int d^3x \frac{\partial \Phi^+}{\partial t} \frac{1}{(-\nabla^2 - \mu^2)^{1/2}} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \int \Phi^+ (-\nabla^2 - \mu^2)^{1/2} \Phi d^3x + C(\text{число}). \quad (\text{Г11})$$

Заметим, что плотность гамильтониана нелокальна, так же как и плотность заряда  $\rho(x)$ , определенная из  $Q = \int \rho(x) dx$ . Однако плотность числа частиц является локальным оператором, который дается четвертой компонентой сохраняющегося тока

$$2\mathcal{Y}_\mu = [\Phi^+, \partial_\mu \Phi] - [\partial_\mu \Phi^+, \Phi]. \quad (\text{Г12})$$

Преобразования Лоренца представлены следующими унитарными преобразованиями над  $a$  и  $b$ :

$$La(k) L^{-1} = \left( \frac{k'_0}{k_0} \right)^{1/2} a(k'), \text{ если } \frac{k'_0}{k_0} > 0;$$

$$La(k) L^{-1} = \left( \left| \frac{k'_0}{k_0} \right| \right)^{1/2} b^+(-k'), \text{ если } \frac{k'_0}{k_0} < 0;$$
(\text{Г13})

$$Lb(k) L^{-1} = \left( \frac{k'_0}{k_0} \right)^{1/2} b(k'), \text{ если } \frac{k'_0}{k_0} > 0;$$

$$Lb(k) L^{-1} = \left( \left| \frac{k'_0}{k_0} \right| \right)^{1/2} a^+(-k'), \text{ если } \frac{k'_0}{k_0} < 0.$$

Мы замечаем, что полный заряд лоренц-инвариантен, в то время как полное число частиц неинвариантно. Очевидно, это происходит из-за того, что после преобразования Лоренца из вакуума появляется равное число частиц и античастиц и их полный заряд равен нулю. В частности, состояние, содержащее одну положительно заряженную частицу с импульсом  $P$  в одной лоренцевой системе, в другой системе, в которой знак энергии этой частицы можно изменить геометрически, будет содержать все положительно заряженные частицы в наборе  $|\Omega_L\rangle$  и все античастицы в  $|\bar{\Omega}_L\rangle$ , за исключением  $-\bar{p}, -\bar{p}_0$ .

Можно определить операцию «зарядового сопряжения» для полей  $\Phi$ , а именно:

$$C\Phi(x)C^{-1} = \Phi^+(x) \text{ и } CC^+ = 1 \quad (\text{Г14})$$



или

$$Ca(k)C^{-1} = b(k), \quad Cb(k)C^{-1} = a(k). \quad (\Gamma 15)$$

Это преобразование коммутирует с  $H$  и  $N$ , но антикоммутирует с  $Q$ . Интересно, что ток числа частиц  $\mathcal{J}_\mu$ , который имеет функциональную форму, подобную форме электрического тока нормальных частиц, коммутирует с  $C$  из-за фермионных соотношений коммутации для полей. Это указывает, что если мы хотим сохранить  $C$ -инвариантность в электромагнитных взаимодействиях тахионов, то необходимо в качестве источника электромагнитного поля использовать не ток  $\mathcal{J}_\mu$ , который локален, а некоторый нелокальный ток.

Поэтому электромагнитный ток  $\mathcal{J}_\mu(x)$  дается выражением, четвертая компонента которого есть заряд  $\rho(x)$ . Это выражение может быть определено требованием выполнения закона сохранения

$$\partial_\mu \mathcal{J}_\mu = 0. \quad (\Gamma 16)$$

Мы находим, что

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_i(x) &= -\Phi^+ \frac{1}{(-\nabla^2 - \mu^2)^{1/2}} \nabla_i \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \nabla_i \Phi^+ \frac{1}{(-\nabla^2 - \mu^2)^{1/2}} \times \\ &\times \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \text{э. с.}, \quad (\Gamma 17) \\ \mathcal{J}_0(x) &= \frac{\partial \Phi^+}{\partial t} \frac{1}{(-\nabla^2 - \mu^2)^{1/2}} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \Phi^+ (-\nabla^2 - \mu^2)^{1/2} \Phi. \end{aligned}$$

Очевидно, что этот ток нелокален в координатном пространстве. Однако можно показать, что ток  $\mathcal{J}_\mu(x)$  преобразуется как 4-вектор при преобразованиях, определенных уравнениями (Г13).

Так как комплексное поле имеет две степени свободы, то можно написать локальные билинейные скалярные функции поля. Поэтому представляется возможность написать лагранжиан, который генерирует уравнение поля (Г1), с помощью вариационного принципа. Мы можем написать

$$\mathcal{L}(x) = \partial_\mu \Phi^+ \partial_\mu \Phi + \mu^2 \Phi^+ \Phi, \quad (\Gamma 18)$$

что не сводится к  $c$ -числу. Очевидно, что вариация лагранжиана, рассматриваемого как классический оператор, дает (Г1).

Если теперь попытаться перейти к квантовополевой теории, используя каноническую процедуру получения гамильтониана из лагранжиана (Г18), то найдем, что этот канонический гамильтониан будет действовать как генератор временных сдвигов в поле  $\Phi(x)$ , только если поле  $\Phi(x)$  квантовано с помощью канонических коммутационных соотношений. Эта возможность исключается требованием скалярности поля  $\Phi$ , и поэтому лагранжев формализм, кажется, не представляет большой ценности для построения теории комплексного тахионного поля. Однако существование  $q$ -числовых локальных скалярных функций поля могло бы в этом случае облегчить проблему записи взаимодействий.

## Литература

1. O. M. P. Bilaniuk, V. K. Deshpande, E. C. G. Sudarshan. Amer. J. Phys., 1962, 30, 718; S. Tanaka. Prog. Theoret. Phys., 1960, 24, 171; G. Feinberg. In: Notes for the Linnet — papers presented to J. Cooley. Columbia, 1960.
2. A. Einstein. Ann. Phys., 1905, 17, sec. 10.
3. D. Bohm. Relativity. N. Y., W. A. Benjamin, 1965, p. 155f; P. G. Bergmann. Introduction to the Theory of Relativity. N. Y., Prentice-Hall, 1942, p. 43f; C. Moller. The Theory of Relativity. London, Oxford Univ. Press, 1952, p. 52f.
4. I. Hormander. Linear Partial Differential Operators. N. Y., Acad. Press, 1963, ch. 5.
5. O. W. Greenberg., A. M. L. Meessiah. Phys. Rev., 1965, 138, B1155.
6. R. F. Streater, A. S. Wightman. Spin. Statistics and all That. W. A. Benjamin. N. Y., 1964, p. 146f. Русск. перев.: P. Ф. Струттер, А. С. Вайтман. Спин и статистика и все такое. М., «Мир», 1966.
7. G. Feinberg, A. Pais. Phys. Rev., 1963, 131, 2724, appendix B.
8. A. Sommerfeld. Amsterdam Proc., 1904, p. 357.
9. G. A. Scott. Electromagnetic Radiation. Cambridge. Univ. Press., 1912.

### III. ПРИЧИННОСТЬ И СВЕРХСВЕТОВЫЕ ЧАСТИЦЫ<sup>1</sup>

#### 1. Введение

В настоящей статье не будет рассматриваться вопрос, существуют ли в природе частицы, движущиеся быстрее света, потому что ответа на него я не знаю.

Цель статьи — обсудить два следующих логических вопроса. Пусть частицы, движущиеся быстрее света, на самом деле существуют и пусть они имеют свойства, приписываемые им в литературе [1, 2]<sup>2</sup>. Тогда, во-первых, привело ли бы это к необходимости отказаться от принципа запаздывающей причинности? Во-вторых, появились ли бы причинные аномалии, ведущие к внутренней противоречивости природы?

Чтобы ответить на эти вопросы, мы проанализируем ряд необходимых для дальнейшего понятий (таких, как «причина» и «следствие»), и, хотя это и надо делать тщательно, последующая аргументация окажется достаточно простой и ясной.

Выражение «запаздывающая причинность» обычно означает принцип, согласно которому никакое следствие не может предшествовать причине, его вызвавшей. Напротив, «опережающая причинность» требует, чтобы никакое следствие не могло возникать позднее своей причины<sup>3</sup>.

---

<sup>1</sup> P. L. Csonka. Nucl. Phys., 1970, B21, 436. Перевод Е. И. Волкова.

<sup>2</sup> Здесь мы не будем подвергать сомнению эти свойства и используем только те из них, которые имеют отношение к двум обсуждаемым вопросам.

<sup>3</sup> Аналогично «полная причинность» требует, чтобы следствия могли как предшествовать, так и следовать за своими причинами. Для целей этой статьи, однако, нужно определить только запаздывающую и опережающую причинности. Я обсуждал более общие причинные соотношения в других работах.

Кроме того, как это общепринято, мы будем называть частицы, которые движутся быстрее света, тахионами. Координаты  $x$  точки  $A$  в системе покоя наблюдателя  $B$  будут обозначаться через  $x_A(B)$ .

## 2. Проблемы, связанные с причинностью

Хорошо известно, что если бы тахионы на самом деле существовали и удовлетворяли обычной кинематике специальной теории относительности [1, 2], то они приводили бы к трудностям, связанным с запаздывающей причинностью. Чтобы увидеть, как возникают такого рода затруднения, представим, что наблюдатель  $O$  видит (из своей системы покоя) тахион, испущенный в точке  $A$  и поглощенный в точке  $B$ , причем  $t_A(O) < t_B(O)$ . Другой наблюдатель  $O'$ , движущийся с некоторой скоростью (не превышающей скорости света в вакууме  $c$ ) относительно  $O$ , может прийти к соотношению  $t_B(O') < t_A(O')$ , т. е. зарегистрировать тахион, движущийся вспять во времени.

Такое наблюдение, очевидно, нарушило бы запаздывающую причинность. Стандартный выход из этого затруднения состоит в следующем. Во-первых, обозначив через  $E(O)$  и  $E(O')$  энергии рассматриваемого тахиона в системах отсчета  $O$  и  $O'$  соответственно, заметим, что всякий раз, когда относительная скорость  $O$  и  $O'$  такова, что  $[t_A(O) - t_B(O)][t_A(O') - t_B(O')] < 0$ , одновременно  $E(O)E(O') < 0$ . Другими словами, если временная последовательность  $A$  и  $B$  с точки зрения  $O'$  обратна той, которую видит  $O$ , то энергия в системе  $O'$  имеет знак, противоположный знаку  $E(O)$ . Во-вторых, привлечем утверждение, называемое в литературе «принципом переключения». Этот принцип гласит: наблюдатель  $O'$ , который видит частицу с отрицательной энергией, движущуюся назад во времени от  $t_A(O')$  к  $t_B(O')$ , должен считать, что он видит частицу с положительной энергией, испущенную в момент  $t_B(O')$  и движущуюся в прямом направлении во времени к  $t_A(O')$ . Соответственно  $O'$  не будет наблюдать никакого нарушения запаздывающей причинности.

Часто полагают, что принцип переключения разрешает все трудности, связанные с запаздывающей причинностью. Однако против этой точки зрения возникли два интересных возражения.

1. Первое возражение [3] основано на утверждении, что если два события  $E_1$  и  $E_2$  причинно связаны друг с другом, то, наблюдая некоторые корреляции, можно однозначно решить, какое из этих двух событий причина, а какое — следствие. Например, предположим, что в системе  $O$  событие  $E_1$  в момент  $t_{E_1}(O)$  есть испускание тахиона, а событие  $E_2$  в момент  $t_{E_2}(O)$  — поглощение тахиона. В то же время в системе  $O'$  испускание тахиона в мо-

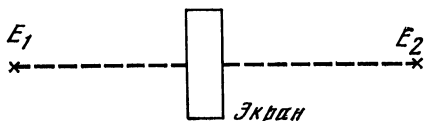


Рис. 1. Иллюстрация к эксперименту, описанному в разд. 2, п. 1

мент  $t_{E_2}(O')$  есть событие  $E_2$ , а его поглощение в момент  $t_{E_1}(O')$  — событие  $E_1$ . Тогда утверждается [3], что существует эксперимент, который наблюдатели  $O$  и  $O'$  могут осуществлять независимо и в соответствии с результатом которого они договорятся, какое из двух событий служит причиной другого.

Эксперимент состоит в многократном наблюдении обоих событий в присутствии или отсутствии поглощающего экрана на пути тахиона между  $E_1$  и  $E_2$ , причем само появление экрана происходит случайным образом (рис. 1). Можно предположить, что одно из событий (или  $E_1$ , или  $E_2$ , но всегда одно и то же) будет происходить независимо от того, присутствует экран или нет, в то время как другое событие будет наблюдаться только при отсутствии экрана. Пусть всегда наблюдается событие  $E_2$ . Тогда событие  $E_2$  можно назвать причиной, а событие  $E_1$  — следствием. В самом деле, всякий раз, когда происходит  $E_2$ , имеет место и событие  $E_1$ ; в то же время  $E_2$  может случиться, даже если событие  $E_1$  и не произойдет (в присутствии экрана). В результате этого эксперимента наблюдатель  $O'$  сделает заключение, что он видит причину, которая предшествует следствию, тогда как наблюдатель  $O$  регистрирует причину, которая происходит позднее своего следствия. Последнее наблюдение, очевидно, противоречит принципу запаздывающей причинности.

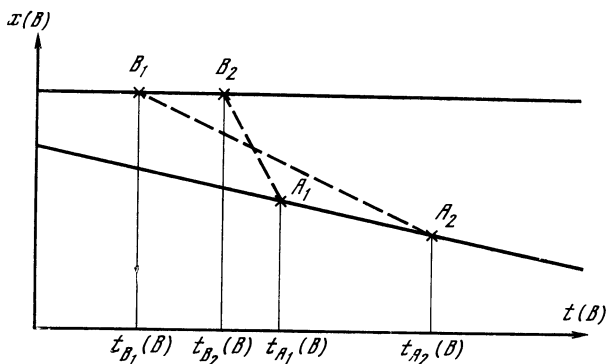


Рис. 2. Иллюстрация эксперимента, описанного в разд. 2. п. 2, с точки зрения наблюдателя, находящегося в системе  $B$

Пунктирные линии изображают мировые линии тахионов

2. Второе возражение [4]<sup>4</sup> основано на аргументации, которая идет дальше простой демонстрации нарушения принципа запаздывающей причинности. Утверждается, что если теория допускает какие-либо взаимодействия между тахионами и нетахионами (т. е. частицами, движущимися со скоростью, не превышающей  $c$ ), то появляются причинные аномалии, которые делают теорию внутренне противоречивой. Это противоречие возникает на следующем пути.

Предположим, что в системе  $B$  в момент  $t_{B_1}(B)$  с излучателем  $B_1$  ничего не происходит. Тогда (и только тогда) наблюдатель  $B$  заставляет соседний излучатель  $B_2$  послать тахион с некоторой скоростью к детектору  $A_1$  наблюдателя  $A$ , так что этот тахион приходит туда в момент  $t_{A_1}(A)$ , который для  $A$  предшествует моменту  $t_{B_1}(A)$ .

В соответствии с принципом переключения наблюдатель  $A$  видит испускание тахиона в момент  $t_{A_1}(A)$ . Если наблюдатель  $B$  видит событие в  $B_1$  в момент  $t_{B_1}(B)$ , тогда он не посылает из своего излучателя  $B_2$  тахиона, который мог бы достичь  $A_1$  в момент  $t_{A_1}(A)$ . Наблюдатель  $A$  имеет запланированные инструкции на этот случай и вынуждает соседний излучатель  $A_2$  испускать тахион по направлению

<sup>4</sup> Факт, что замкнутые причинные циклы обсуждаемого здесь типа могут привести к трудностям, был признан и раньше [2, 3], но, возможно, не так ясно, как в этой работе.

к  $B_1$  с такой скоростью, чтобы он прибыл (в системе наблюдателя  $A$ ) в  $B_1$  в момент  $t_{B_1}(A)$ . Если  $A$  не наблюдает событие в момент  $t_{A_1}(A)$ , то он не пошлет в момент  $t_{A_2}(A)$  тахион, который мог бы достичь  $B_1$  в момент  $t_{B_1}(A)$ . Кажущееся излучение (в системе  $B$ ) в точке  $B_1$  произойдет тогда в момент  $t_{B_1}(B)$ . Таким образом,  $B$  должен был бы увидеть в точке  $B_1$  событие  $E$ , которого, по условию, он не видел. Из этого противоречия в [4] сделано заключение, что, если даже тахионы в самом деле существуют, они никогда не взаимодействуют с нетахионами.

### 3. Обсуждение

Обсудим эти два возражения.

1. Рассмотрим корреляционный эксперимент, который предлагался, чтобы решить, является ли  $E_1$  причиной  $E_2$  или наоборот. На самом ли деле заключения, выведенные из этого эксперимента, неуязвимы? Предположим, что физик  $P$ , который покоится по отношению к  $O$ , предпочитает рассматривать  $E_1$  (которое для него есть испускание) как причину  $E_2$  (для него это поглощение), несмотря на тот факт, что событие  $E_2$  может случиться даже в том случае, если события  $E_1$  и не произойдет. Разве  $P$  непременно неправ? Наблюдатель  $O$  мог бы спросить  $P$ : если событие  $E_1$  является причиной  $E_2$ , то каким образом  $E_2$  может иметь место даже в том случае, когда  $E_1$  не происходит, например в присутствии экрана? Тогда  $P$  мог бы ответить: в этом случае событие  $E_2$  вызывается излучением экрана и т. д. Теперь  $O$  может признать, что обе теории логически последовательны, но все же его теория более экономна, потому что с ее точки зрения за все следствия ответственна единая причина (именно  $E_2$ ). В то же время  $P$  должен объяснить событие  $E_2$ , отыскивая в разных ситуациях различные причины для одного и того же следствия. Однако  $P$  может указать на то, что его теория проще в том смысле, что следствие всегда одно и то же (именно  $E_2$ ), тогда как в теории  $O$  следствия события  $E_2$  при изменении обстоятельств могут быть разными.

Из этого простого рассуждения должно быть ясно, что никакой корреляционный эксперимент в действительности не может определенно решить, какое из двух коррелированных событий вызывает другое. Основная причина этого

заключается в том, что корреляция — это симметричная взаимосвязь, т. е. если  $A$  коррелировано с  $B$ , то и  $B$  коррелировано с  $A$ . Следовательно, для любой теории, в которой  $E_1$  рассматривается как причина  $E_2$ , можно найти другую, столь же логичную и не более сложную теорию, в которой  $E_2$  вызывает событие  $E_1$ . Выбор между запаздывающей и опережающей причинностью произволен и может быть сделан из соображений вкуса. Например, когда  $E_1$  и  $E_2$  не одновременны, можно рассматривать, в согласии с принципом запаздывающей причинности, более раннее событие причиной более позднего. Это, конечно, справедливо для всех наблюдателей, даже если существуют тахионы. Хотя некоторые наблюдатели могут не соглашаться друг с другом, какое из двух событий есть причина другого, оба будут видеть мир, который подчиняется запаздывающей причинности.

Прежде чем оставить этот предмет с чистой совестью, нужно уметь ответить на такой вопрос: почему выбор между причиной и следствием, описанный в разд. 2, п. 2, интуитивно так привлекателен? Оказывается, это связано с другим вопросом: если опережающая и запаздывающая причинности логически эквивалентны, то почему большинство наблюдателей инстинктивно принимает запаздывающую причинность и отвергает опережающую? Эти вопросы обсуждаются в приложении.

2. В связи с причинными циклами, которые основаны на взаимном обмене сигналами между двумя наблюдателями, как описано в разд. 2, п. 2, обычно замечают [3], что, приняв принцип переключения, такие замкнутые циклы следует интерпретировать не как взаимную сигнализацию, а скорее как некоррелированное спонтанное излучение. Из этого делают заключение, что не возникает никаких внутренних противоречий. Это рассуждение, однако, не разрешает противоречия, потому что корреляция между двумя событиями, если она есть, не может быть устранена переходом к другой интерпретации. Чтобы разобраться в природе этого затруднения, необходимо рассмотреть его несколько более тщательно.

Конечно, когда сигнал, испущенный в точке  $B_2$ , поглотится в момент  $t_A$ , наблюдатель  $A$  волен интерпретировать это событие как спонтанное (некоррелированное) испускание тахиона по направлению к наблюдателю  $B$ . Однако, хотя  $A$  не может осознать этого, имеется (в соот-



ветствии со способом выполнения эксперимента) определенная корреляция между этим событием и отсутствием события в момент  $t_{B_1}$ . Обозначим эту корреляцию через  $K_{A_2, B_1}$ :

$$K_{A_2, B_1} \equiv \begin{cases} \text{если нет события в } B_1, \text{ тогда есть событие в } A_2, \\ \text{если есть событие в } B_1, \text{ тогда нет события в } A_2; \end{cases} \quad (1)$$

$$t_{B_1}(B) < t_{A_2}(B). \quad (1a)$$

Эта корреляция противоположна корреляции  $K_{B_1, A_2}$ , которая также есть следствие способа постановки эксперимента. Именно, когда наблюдатель  $A$  видит испускание в момент  $t_{A_1}(A)$  (которое он может считать спонтанным), то он пошлет сигнал, который инициирует событие  $E$  в момент  $t_{B_1}(A)$ , но не наоборот:

$$K_{B_1, A_2} \equiv \begin{cases} \text{если есть событие в } A_2, \text{ тогда есть и событие } E \text{ в } B_1, \\ \text{если нет события в } A_2, \text{ тогда нет и события } E \text{ в } B_1; \end{cases} \quad (2)$$

$$t_{A_2}(A) < t_{B_1}(A). \quad (2a)$$

Возможное присутствие других «истинно спонтанных» процессов испускания тахионов (для которых никаких корреляций нет) никак не исключает противоречия в тех процессах, где корреляции имеются.

Можно было бы думать, что решение проблемы состоит в том, что некоторые счетчики будут регистрировать настолько слабый сигнал, что наблюдатель не будет уверен, произошло ли событие в действительности. Однако противоречие всегда может быть заострено, если наложить требование, чтобы сигналы усиливались до некоторой минимальной амплитуды, а в случае невозможности этого считались бы отсутствующими.

Может быть, решение состоит в том, что излучатель в точке  $B_1$  представляет собой квантовомеханическую суперпозицию двух состояний:  $\psi = a|B_1^+\rangle + b|B_1^-\rangle$ , где  $|B_1^+\rangle$  — состояния, в которых испускание тахиона соответственно видно (+) и не видно (−) наблюдателю  $B$ . Если да, то, следуя (1), состояние всей системы описыва-

лось бы функцией  $\psi = a|B_1^+, A_2^-\rangle + b|B_1^-, A_2^+\rangle$ , где  $|B_1^+, A_2^-\rangle$  — состояние, в котором наблюдатель  $B$  видит испускание в точке  $B_1$ , а наблюдатель  $A$  в точке  $A_2$  тахионы не испускает и т. д. Но как  $|B_1^+, A_2^-\rangle$ , так и  $|B_1^-, A_2^+\rangle$  противоречат условию (2). Так что же является решением проблемы?

Ничто. Никакая последовательность событий не может удовлетворить всем условиям, заключенным в этой проблеме. Доказывает ли это, что если физика самосогласованна, то тахионы никогда не могут взаимодействовать с нетахионами? Нет. Это только указывает, что заданные граничные условия несовместимы друг с другом.

Когда нет частиц, движущихся быстрее света, и принцип запаздывающей причинности справедлив, тогда на самом деле возможно указать набор из  $N$  причинных соотношений обычного типа

$$K_{E_2, E_1}^{(i)} \equiv \{\text{если есть } E_1^{(i)} \text{ в момент } t_{E_1}^{(i)}, \text{ тогда есть } E_2^{(i)} \text{ в момент } t_{E_2}^{(i)}\}, \quad (3)$$

где

$$t_{E_1}^{(i)} < t_{E_2}^{(i)}, \quad i = 1, \dots, N, \quad (3a)$$

$$t_{E_2}^{(i)} \leq t_{E_1}^{(i+1)}, \quad i = 1, \dots, N - 1. \quad (3b)$$

Следует лишь убедиться, что каждое  $K^i$  совместимо само с собой. Тогда совместимость различных  $K^i$  друг с другом выполняется автоматически, поскольку для любых причинно связанных событий  $E_1$  и  $E_2$  соотношения (3a) и (3b) справедливы во всех системах, лишь бы они имели место в какой-нибудь одной системе отсчета. Проблема может быть решена обычным методом последовательных шагов, если исходить из начальных условий в момент  $t_{E_1}^{(1)}$  и рассматривать  $K^{(1)}$ , затем, решая динамические уравнения, дойти до момента  $t_{E_1}^{(2)}$  и т. д. (Поскольку, как мы видели, запаздывающая и опережающая причинности эквивалентны, то же самое имеет место, когда справедлив принцип опережающей причинности, но в этом случае обычно подразумевается  $t_{E_2}^{(i)} < t_{E_1}^{(i)}$ .) С другой стороны, если тахионы существуют, то можно найти два причинно связанных события  $E_1$  и  $E_2$  с таким свойством; если  $t_{E_1}(O) < t_{E_2}(O)$ , то  $t_{E_1}(O') > t_{E_2}(O')$ , так что соотношения

(3а) и (3б) не независимы от системы отсчета. Тогда может оказаться, что в некоторой системе  $t_{E_2}^{(N)} \leq t_{E_1}^{(N)}$  даже при условии, что для каждого  $i$  имеется система, в которой (3а) и (3б) справедливы. В этом случае взаимная совместимость  $K^{(i)}$  больше не выполняется автоматически. Это происходит в примере, описанном в разд. 2, п. 2: если выбрать  $K_{A_2, B_1}$  в качестве  $K^{(1)}$  и  $K_{B_1, A^2}$  в качестве  $K^{(2)}$ , то соотношения (3а) удовлетворяются для  $t_{B_1} = t_{E_1}^{(1)}$ ,  $t_{A_2} = t_{E_2}^{(1)}$  в системе покоя наблюдателя  $B$ , как видно из (1а), и аналогично для  $t_{A_2} = t_{E_1}^{(2)}$ ,  $t_{B_1} = t_{E_2}^{(2)}$  в системе наблюдателя  $A$ , как видно из (2а). Кроме того, соотношения (3б) тривиально выполняются в любой системе, так как  $t_{A_2} = t_{A_2}$ . Тем не менее в любой системе  $t_{E_2}^{(2)} > t_{E_1}^{(1)}$ , так как  $t_{B_1} = t_{B_1}$  во всех системах отсчета. Поэтому две корреляции  $K_{A_2, B_1}$  и  $K_{B_1, A_2}$  несовместимы, что и является корнем обсуждаемого противоречия.

Теперь целесообразно спросить: только что показано, что эксперимент, описанный в разд. 2, п. 2, не может быть проделан самосогласованным способом. Предположим, тем не менее, что мы пытались осуществить его. Что конкретно привело бы к ошибке? Например, предположим, что  $A$  есть устройство, которое испускает тахион в момент  $t_{A_2}(A)$  в том и только в том случае, если наблюдается испускание в момент  $t_{A_1}(A)$ . Что конкретно могло бы воспрепятствовать нам построить прибор  $B$ , который посылал бы тахион в направлении по времени от  $t_{B_2}(B)$  к  $t_{A_1}$ , только в том случае, если в момент  $t_{B_1}(B)$  испускания нет? Как могло бы существование прибора  $A$  помешать построить прибор  $B$ ? Ответ может быть следующим. Опишем все события так, как их видно из системы  $A$ , и предположим, что тахион мы видим испущенным в направлении по времени от  $t_{A_1}(A)$  к  $t_{B_2}(A)$ . Тогда второй тахион будет испущен в направлении от  $t_{A_2}(A)$  к  $t_{B_1}(A)$  в соответствии с предположением о работе устройства  $A$ . Проследим теперь за временным развитием нашей системы, находясь в системе покоя  $A$ . Мы увидим движение первого тахиона во времени по направлению к  $t_{B_2}$ , а второго к  $t_{B_1}$ . Кроме того мы увидим, что составные части инструмента  $B$  перемещаются по направлению к  $B_1$  и  $B_2$ , так же как и другие объекты Вселенной следуют по своим траекториям, определенным из дифференциальных уравнений движения. Допустим, что мы установили на-

Чальные условия в момент  $t_0(A) = 0$  таким способом, что никакой объект не может поглотить двух тахионов, прежде чем они достигнут  $B_1$  и  $B_2$  соответственно. Где будет прибор  $B$  в моменты  $t_{B_1}$  и  $t_{B_2}$  и в каком состоянии? Это зависит от начальных координат прибора  $B$ . Так как их мы еще не указали, имеется целая область возможностей, которые могут быть реализованы; может случиться, что первый тахион прибудет в  $t_{B_2}$  раньше прибора или, может быть, после и т. д. Однако одно мы знаем с уверенностью: по определению не может случиться так, чтобы инструмент  $B$  был в рабочем состоянии и поглотил первый тахион в момент  $t_{B_2}$ , а второй — в  $t_{B_1}$ . Другими словами, мы не можем указать начальное состояние в момент  $t_0(A)$  таким способом, чтобы прибор  $B$  мог находиться в рабочем состоянии в нужные моменты. Это подразумевает, что начальные условия не могут быть указаны произвольным способом на пространственно-подобной поверхности  $t_0(A) = \text{const}$ . Сначала это может показаться парадоксальным. Однако парадокс исчезает, если вспомнить, что задание граничных условий всюду на  $t_0(A)$  определяет всю историю системы, и поэтому если задать что-нибудь еще относительно истории системы, то часть граничных условий на поверхности  $t_0(A)$  или избыточна, или противоречит дополнительной информации. Эксперимент, описанный в разд. 2, п. 2, как раз такого типа: граничные условия противоречат тому, что известно об истории. Это не сразу очевидно, потому что условия задаются в двух разных системах. Как было объяснено ранее, способ задания был бы совершенно последователен, если бы не существовали тахионы, но не в общем случае.

#### 4. Выводы

1. Не существует эксперимента, который мог бы различить запаздывающую и опережающую причинности. Любой выбор между ними оказывается, при ближайшем рассмотрении, вызванным эмоциональными причинами. Если бы тахионы в самом деле существовали, запаздывающую причинность можно было бы считать справедливой в любой координатной системе. Однако два наблюдателя, оба использующие язык запаздывающей причинности, могут тогда не согласиться относительно того, какое из двух событий было причиной другого.

2. Принцип переключения сам по себе недостаточен, чтобы разрешить трудности с причинностью, описанные в разд. 2, п. 2. Невозможно найти решение, которое удовлетворяло бы всем условиям, указанным в этом эксперименте, потому что граничные условия задаются в двух различных системах. Способ задания мог бы быть совершенно последовательным, если бы тахионы не существовали, но не в общем случае. Причинные аргументы, связанные с экспериментом, описанным в разд. 2, п. 2, не доказывают того, что тахионы не могут взаимодействовать с нетахионами. Они просто показывают, что граничные условия необходимо задавать с осторожностью.

## Приложение

Почему большинство людей верит в запаздывающую, отвергая опережающую причинность? Небольшое размышление покажет, что так происходит потому, что они считают прошедшее «более реальным» и «неизменяемым», в то время как будущее «еще только должно осуществиться», и кажется, что его «можно изменить». Что порождает эту асимметрию? Записи прошлого легкодоступны, но нет записей будущего. Чтобы увидеть, почему это так, укажем, что мы имеем в виду под «записью». Мы подразумеваем детектор, такой, например, как фотопластинка, который не способен забывать. Простая модель идеальной записи — это детектор  $D$  с двумя уровнями  $N$  и  $Y$ . Первоначально  $D$  находится в состоянии  $N$  и остается в нем до тех пор, пока не произойдет событие  $E$ . В этом случае он переходит в состояние  $Y$  и там остается. Конечно, если  $D$  может переходить из  $N$  в  $Y$ , мы предполагаем, что он может перейти и из  $Y$  в  $N$ . Если вероятность последнего перехода мала, то запись не забывается и является надежной. Мы ожидаем, что это произойдет, если переход из  $N$  в  $Y$  сопровождается большим ростом энтропии. Так обстоит дело в пузырьковых камерах, фотоэмульсиях и, вероятно, в мозге. С этой точки зрения едва ли удивительно, что мы не имеем надежных записей будущего. Удивительным фактом является то, что хорошие записи прошлого столь легкодоступны, так как это есть следствие невероятно низкой энтропии нашего окружения. Хорошие записи будущего могли бы быть построены в принципе таким выбором первоначального состояния сис-

темы, чтобы, независимо от того, произойдет ли событие  $E$  в момент  $t_E$  в будущем, детектор будет находиться в состоянии  $N$  после момента  $t_E$ . Чтобы быть уверенным, что никаких неожиданностей не произойдет, будем рассматривать многочастичные системы с разными вариантами начальных условий. Именно тогда, когда начальные условия будут такими, что записи будущего станут совершенно надежными, записи прошлого, очевидно, становятся ненадежными. Исключением была бы еще более невероятная ситуация, когда энтропия обеих областей (одна в прошлом, другая в будущем), которыми мы интересуемся, много меньше, чем энтропия настоящего; в этом случае были бы легко доступны как записи прошлого, так и записи будущего. Мы заключаем, что именно начальные условия в нашей многочастичной Вселенной делают одну временную область, называемую прошлым, более «надежной». Следовательно, эмоционально мы предпочитаем выводить будущее из прошлого. Если, однако, событие в будущем было бы достоверно известно нам (что практически редко случается для многочастичных систем), мы могли бы так же легко вывести из него прошедшее и, возможно, тогда предпочли бы называть  $E$  причиной прошлого, как было сделано в [3]. Другой равновозможный (и не обязательно совместимый с предыдущим) выбор — это считать событие  $E$  причиной во всех системах отсчета, коль скоро оно считается причиной в какой-то частной системе. Из только что сказанного следует, что хотя любой такой выбор языка вполне естествен, он не диктуется логикой.

## Литература

1. O. M. Bilaniuk, V. K. Deshpande, E. C. G. Sudarshan. Amer. J. Phys., 1962, 30, 718.
2. G. Feinberg. Phys. Rev., 1967, 159, 1089.
3. R. G. Newton. Phys. Rev., 1967, 162, 1274.
4. W. B. Rolnick. Phys. Rev., 1969, 183, 1105.

#### IV. НАРУШЕНИЕ ПРИЧИННОСТИ И НЕСТАБИЛЬНОСТЬ В СВЕРХПЛОТНОМ ВЕЩЕСТВЕ<sup>1</sup>

##### 1. Нарушение причинности и неустойчивость

В работах [1, 2] мы рассмотрели возможность того, что давление в некантовом релятивистском веществе больше плотности его энергии  $p > \varepsilon$ . Если бы такое неравенство осуществилось при очень высоких плотностях в реальном веществе, то это было бы принципиально важно, потому что тогда скорость низкочастотных волн сжатия должна была бы превышать скорость света в вакууме  $c_S = c(dp/d\varepsilon)^{1/2} > c$ . Возможность  $p > \varepsilon$  имела бы также и практическое значение, так как при этом верхний предел массы нейтронных звезд мог бы быть выше, чем до сих пор считали возможным.

Сверхсветовая групповая скорость ( $c_S > c$ ) для отдельной частоты необязательно нарушает принцип причинности. Для причинного распространения стабильных сигналов достаточно, чтобы показатель преломления  $n(\omega) = ck/\omega$  подчинялся дисперсионному соотношению Крамерса—Кронига:

$$n(\omega) - 1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\text{Im } n(\omega') 2\omega' d\omega'}{\omega'^2 - \omega^2}. \quad (1.1)$$

Система может иметь  $(\omega/k)_{\omega=0} > c$  и все еще оставаться причинной при условии, что

$$n(0) = 1 + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\text{Im } n(\omega') d\omega'}{\omega'} < 1,$$

---

<sup>1</sup> S. A. Bludman, M. A. Ruderman. Phys. Rev., 1970, D1, 3243.  
Перевод Е. И. Волкова.

т. е. при условии, что система обладает достаточно сильными усилительными свойствами на высоких частотах [ $\text{Im}n(\omega) < 0$ ], или, другими словами, находится не в наименьшем энергетическом состоянии. В наших примерах, однако, динамическое вычисление закона дисперсии показало, что  $k(\omega)$  (а поэтому и  $n(\omega)$ ) имеет ветвящиеся особенности в верхней полуплоскости комплексной переменной  $\omega$ , так что дисперсионное соотношение Крамерса—Кронига на самом деле не выполняется.

Смысл сингулярностей в верхней полуплоскости  $\omega$  состоит в том, что некоторые нормальные моды нарастают со временем. Поэтому при произвольных начальных или асимптотических условиях волновой пакет, вообще говоря, нестабилен. Волновые решения, которые остаются ограниченными в будущем, возможны, если наложены соответствующие начальные или асимптотические условия, но тогда система «предускорится» еще до наложения какой бы то ни было внешней силы. Таким образом, появление сингулярностей в верхней полуплоскости означает, что система нестабильна или непричинна; пользуясь терминологией инженеров-электриков, можно сказать, что система активна. В любом случае скорость волн с нулевой частотой  $c_S > c$  и временное развитие системы не определяется условиями задачи Коши.

В активной системе выбор между нестабильностью и непричинностью осуществляется с помощью граничных условий. Если в комплексной плоскости  $\omega(k)$  контур выбран вдоль действительной оси  $\omega$ , то сингулярности в верхней полуплоскости дают функцию Грина, не исчезающую при  $t < 0$ . С другой стороны, при  $t > 0$  эти сингулярности не дают вклада, и функция Грина ограничена во времени. Для такого контура  $C_{\text{стаб}}$  развитие системы устойчиво, но непричинно, и так как некоторые  $k(\omega)$  исключаются при  $t > 0$ , оно вдобавок нелокально в пространстве.

Напротив, можно выбрать контур выше всех сингулярностей в верхней полуплоскости  $\omega$ . Для такого контура  $C_{\text{прич}}$  функция Грина исчезает при  $t < 0$ . Однако при  $t > 0$  она включает нормальные моды, которые экспоненциально растут во времени.

Мы хотим подчеркнуть, что для активной системы (нарушающей соотношения Крамерса—Кронига) не существует устойчивой задачи Коши. Можно добиться



причинного распространения за счет неустойчивости<sup>2</sup> или достичь устойчивости, но за счет некоторой пространственной нелокальности и отсутствия временной причинности. Например, движение одиночного релятивистского классического лоренц-дираковского электрона [4] могло бы быть или самоускоренным, или непричинным («предускоренным»). Под действием конечных сил движение одного электрона ограничено, поэтому налагается асимптотическое условие, которое исключает расходящиеся решения и заставляет электрон предускоряться за времена  $2e^2/Mc^3$  до наложения какой-либо внешней силы. Неисчезающее предускорение, очевидно, связано с использованием конечной перенормированной массы  $M$ , которая гарантирует стабильность электрона, компенсируя его внутренние натяжения.

Мы рассмотрели [1, 2] решетку из  $N$  классических частиц, взаимодействующих между собой посредством запаздывающего поля нейтрального векторного мезона, и нашли, что при достаточно сильном сжатии  $p > \epsilon$  и  $c_S > c$ . В этом случае, в отличие от электромагнитного взаимодействия [5], конечный радиус взаимодействия между частицами позволил микроскопической непричинности-нестабильности стать макроскопической. Эта классическая решетка в своей основе нестабильна по отношению к самоускорению, потому что стационарная решетка не отвечает истинному минимуму энергии. Если, как это сделано для одной частицы, расходящиеся решения произвольным образом выброшены, так что стационарная решетка действительно представляет собой основное состояние, она становится непричинной. В случае нестабильности функции Грина исчезают вне светового конуса и сигналы не могут распространяться быстрее света. В обратном случае функция Грина не исчезает вне конуса и распространение сигнала непричинно.

---

<sup>2</sup> Это, по-видимому, точка зрения авторов работы [3] относительно тахионов и нашей классической нелинейной полевой модели. Заметим, что даже если принять позицию этих авторов, чтобы сделать акустическую ветвь нашей модели причинной, то оптическая ветвь все равно остается непричинной.

## 2. Условия, при выполнении которых $p > \varepsilon$ и $c_s > c$

В этой статье мы описываем квантовый вариант той же решетки и выводим уравнение состояния в пределе высокой плотности, предполагая по-прежнему существование низшего энергетического состояния. Энергия системы  $N$  частиц может быть записана в виде  $E = E_0 + E_H + E_c$ , где  $E_0 = N \cdot Mc^2$  — перенормированная энергия покоя свободных частиц;  $E_H$  — энергия Хартри, обусловленная взаимодействием одной частицы с однородно «размазанным» распределением остальных частиц без учета корреляций;  $E_c$  — корреляционная энергия, учитывающая антикорреляцию в положениях ближайших соседей. Для фиксированного объема  $V$   $E_H$  всегда пропорциональна  $1/2 N^2$  (числу пар частиц). Так как корреляция уменьшает энергию, величина  $E_c$  всегда отрицательна, становясь исчезающе малой, когда плотность  $n = 0$ ; при  $n = \infty$  ею можно пренебречь по сравнению с энергией Хартри. Перейдя к плотности энергии  $\varepsilon = E/V$ , получим

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_H + \varepsilon_c = nMc^2 + Bn^2 + \varepsilon_c, \quad (2.1)$$

где  $B$  — положительная постоянная и  $\varepsilon_c < 0$ .

Давление

$$p = -\frac{dE}{dV} = n^2 \frac{d(\varepsilon/n)}{dn} = n \frac{d\varepsilon}{dn} - \varepsilon \equiv n\mu - \varepsilon, \quad (2.2)$$

$$(c_s/c)^2 = n \frac{d\mu}{\mu dn}. \quad (2.3)$$

Здесь  $\mu = d\varepsilon/dn$  — химический потенциал, т. е. энергия, необходимая для того, чтобы добавить к системе еще одну частицу. Условие  $p > \varepsilon$  дает

$$0 < n\mu - 2\varepsilon, \quad (2.4)$$

а условие  $c_s > c$  —

$$0 < n \frac{dn}{d\mu} - \mu. \quad (2.5)$$

На языке энергии корреляции и «корреляционного давления»

$$p_c = n\mu_c - \varepsilon_c \quad (2.6)$$

эти условия имеют вид

$$Mc^2 < (p_c - \varepsilon_c)/n < \frac{d}{dn} (p_c - \varepsilon_c). \quad (2.7)$$

При малой плотности  $\varepsilon_c$  и  $p_c$  исчезают по крайней мере так же быстро, как  $n$ . Поэтому для выполнения условия  $p > \varepsilon$  при некоторой плотности  $n_V$  необходимо, чтобы величина  $p_c - \varepsilon_c$  возрастала быстрее, чем  $2Mc^2n$ , при некоторой более низкой плотности  $n_S < n_V$ .

Мы уже упоминали, что при больших  $n$  величина  $\varepsilon_c$  не может расти быстрее  $n^2$  ( $n^2$  пропорционально  $1/2 N^2$ , т. е. числу всевозможных пар из всех  $N$  частиц). Так как корреляция включает эффекты парных взаимодействий по крайней мере с некоторыми из  $N$  частиц, можно было бы ожидать, что величина  $-\varepsilon_c$  при больших  $n$  возрастает с  $n$  быстрее, чем линейно, до тех пор, пока не происходит фазового перехода. Если это ожидаемое поведение имеет место, тогда при больших  $n$

$$\gamma(n) \equiv \frac{nd\varepsilon_c/dn}{\varepsilon_c} > 1,$$

и  $p_c = (\gamma - 1)\varepsilon_c < 0$ . В самом деле, всякий раз, когда энергия корреляции в какой-нибудь области плотности подчиняется степенному закону  $\varepsilon_c = -A_n^\gamma$  с показателем степени  $\gamma > 1$ ,  $p_c$  отрицательно в той же области плотности.

### 3. Классическая барионная решетка

Сначала мы резюмируем результат, полученный ранее [1], для классической решетки из точечных частиц, которые взаимно отталкивают друг друга, будучи связаны полем нейтрального векторного мезона с константой связи  $g$  и радиусом взаимодействия  $\mu^{-1}$ . При фиксированной средней плотности  $n = N/V = 1/a^3$  и нулевой температуре  $N$  таких классических частиц образуют решетку со средней постоянной решетки  $a$  и энергией на одну частицу

$$\begin{aligned} \varepsilon/n &= E/N = (E_0 + E_H + E_c)/N = \\ &= Mc^2 + 2\pi g^2/\mu^2 a^3 - \beta 2\pi g/a + O(1) \end{aligned} \quad (3.1)$$

в пределе высокой плотности  $\mu a \ll 1$ . В этом случае [1] энергия корреляции удовлетворяет степенному закону с

показателем  $4/3$ :

$$\varepsilon = nMc^2 + Bn^2 - An^{4/3}, \quad (3.2)$$

где  $B = 2\pi g^2/\mu^2$ ;  $A = 2\pi g^2\beta$ ;  $\beta$  — безразмерная постоянная, равная  $1/12$  для простой кубической решетки.

Условие  $c_S < c$  (2.7) удовлетворено, когда

$$Mc^2 < \frac{8}{9}(2\pi\beta) \frac{g^2}{a}. \quad (3.3)$$

Этот точный результат показывает, что для любого потенциала отталкивания рассматриваемое классическое вещество удовлетворяет условиям  $c_S > c$  и  $p > \varepsilon$ , когда та часть собственной энергии бариона, которая отвечает энергии поля в области, ограниченной снизу размером  $a$ , превосходит феноменологическую массу  $Mc^2$ . Перенормировка массы, которая понижает плотность энергии, оставляя динамическое давление неизменным, ведет при достаточно высоких плотностях частиц к выполнению условий  $p > \varepsilon$  и  $c_S > c$ . Этот статический результат подтверждается [1] динамическим расчетом всех нормальных мод решетки, использующим обычное релятивистское запаздывающее взаимодействие между частицами. Волновое число  $k(\omega)$  имеет бесконечное число точек ветвления в верхней полуплоскости  $\omega$  [2], что ведет к нарушению условия причинности Крамерса—Кронига.

#### 4. Квантовая барионная решетка

Исследование той же модели в квантовом случае включает дополнительное рассмотрение энергии нулевых колебаний, рождения реальных пар и радиационных поправок. При рассмотрении квантового вещества поступим так:

1. Докажем, что энергия Хартри, которая не включает корреляции, в том числе те, которые связаны с неразличимостью частиц, сохраняет в квантовой теории ту же форму (3.1), как и в классике. Иными словами, покажем, что энергия Хартри растет как  $N^2$  и не зависит от поляризации вакуума и других радиационных поправок.

2. Покажем, что если при большой плотности величина  $-\varepsilon_c(n)$  растет с  $n$  быстрее, чем линейно, так что  $\gamma(n) > 1$ , то условие  $p > \varepsilon$  несовместимо со стабильностью по отношению к рождению барионных пар.

## Энергия Хартри

В ящик объемом  $V = Na^3$  поместим  $N$  физических («одетых») бесспиновых барионов, которые являются сохраняющимися источниками поля нейтрального векторного мезона с голой массой  $\mu_0$  и голой константой связи  $g_0$ . Пусть  $\psi_0$  — произведение  $N$  независимых волновых функций одетых частиц с нулевым импульсом. Функция  $\psi_0$  не описывает корреляций между барионами и бозонами и отвечает состоянию с нулевым полным 4-импульсом. Докажем следующее утверждение.

*Т е о р е м а. В приближенном основном состоянии  $\psi_0$  среднее значение точного гамильтониана имеет вид*

$$\langle \psi_0 | H | \psi_0 \rangle = NMc^2 + 2\pi g_0^2 N^2 / \mu_0^2 V. \quad (4.1)$$

**Д о к а з а т е л ь с т в о.** Все самодействие  $N$  покоящихся барионов содержится в феноменологическом массовом члене  $N \cdot Mc^2$ . Второй член следует из закона сохранения тока, благодаря которому точный неперенормированный пропагатор векторного мезона  $\Delta'_F(k^2)$  сводится к голому пропагатору  $(k^2 - \mu_0^2)^{-1} \delta_{\mu\nu}$  при  $k \rightarrow 0$  [6].

Для двух фиксированных одетых барионов потенциальная энергия, проинтегрированная по пространству, имеет вид

$$\int d^3x g_0^2 \Delta'_F(x) = g_0^2 4\pi / \mu_0^2,$$

так что средняя потенциальная энергия взаимодействия двух барионов равна  $4\pi g_0^2 / \mu_0^2 V$ . Из-за наличия  $1/2 N^2$  парных взаимодействий полная потенциальная энергия дается последним членом в уравнении (4.1). Поскольку все физические состояния в  $\psi_0$  имеют нулевой 4-импульс, вклад в энергию основного состояния может давать только обмен векторными мезонами с нулевым 4-импульсом — между одетыми источниками. (Другие мезонные вклады включены в феноменологические массы покоя.) Вследствие этого, согласно тождеству Уорда, радиационные поправки исчезают вместе с эффектами поляризации вакуума. Тем самым взаимодействия, сохраняющие ток, ведут к тому же виду энергии Хартри (4.1), как и в классике, поскольку корреляции и неразличимость как источников бозонного поля, так и векторных мезонов опущены при построении  $\psi_0$ .

## Энергия корреляции и нестабильность

Симметрия гамильтониана заставит истинное основное состояние  $\psi_0'$  автоматически быть симметричным по отношению к перестановке частиц. Энергия основного состояния, рассчитанная с помощью  $\psi_0'$ , должна быть меньше, чем энергия (4.1), которая вычислена с использованием простого произведения волновых функций. Поэтому остается рассмотреть только эффекты нестатистической корреляции, которые также уменьшают энергию. В классической решетке энергия корреляции  $E_c = -\beta 2\pi g^2 N/a$  возрастает быстрее, чем  $N$ , когда расстояние между частицами  $a \rightarrow 0$ , т. е.  $\epsilon_c \sim n^{1/3}$ . Это и ведет к неравенствам  $p > \epsilon$  и  $c_S > c$ .

*Стабильность вакуума.* Покажем, что если вакуум считается стабильным относительно рождения барионных пар, то величина  $^3 - \epsilon_c$  не может возрастать быстрее, чем  $nMc^2$ .

Рассмотрим сначала объем  $V$ , содержащий  $N_+$  барионов, описываемых их точной волновой функцией  $\psi_0'(N_+)$ , включающей эффект барион-барионной корреляции  $\epsilon_c^{(N_+)}$ . Рассмотрим такой же объем  $V$ , содержащий  $N_-$  антибарионов, и пусть  $N_+ = N_-$  так, что энергии этих двух систем по отдельности одинаковы. Теперь поместим обе

<sup>3</sup> Величина  $\epsilon_c$  может расти быстрее, чем  $N$ , если пренебречь рождением частиц. Для очень плотного нерелятивистского бозе-газа с отталкивающим кулоновским взаимодействием энергия корреляции на единицу объема  $\epsilon_c = -S(\hbar^2/ML^2)L^{-3}$ , где  $S$  — положительная постоянная порядка 1 и  $L = (\hbar^2/4\pi m^2 M)^{1/4}$ ; таким образом  $\epsilon_c/n \sim n^{1/4} = a^{-1/4}$ . Если такое же статистическое взаимодействие рассматривается для релятивистского бозе-газа, то  $\epsilon_c = -S'(\hbar c/4\pi e^2 m)^{1/3}$ , следовательно, в релятивистском случае  $\epsilon_c/n \sim n^{1/3} = a^{-1}$ . Для фермионных релятивистских систем  $n = a^{-3} = (8\pi/3)(p_F/2\pi\hbar)^3$  и  $E_0/N = ^3/4 p_F c$ . Антисимметризация вводит отрицательную фоковскую, или обменную, энергию  $(^{3/2}\pi)g_0^2(p_F/\hbar)$  вдобавок к энергии Хартри. Таким образом,  $E/N = (9\pi/8)^{2/3} \hbar c/a + 4\pi g_0^2/\mu_0^2 a^3 - (81/8\pi)^{1/3} g_0^2/a$  в приближении Хартри — Фока. Следовательно, статистическая антикорреляция при достаточно малых  $a$  обеспечивает  $p > \epsilon$  или  $dp/d\epsilon > 1$  при условии  $g_0^2/\hbar c > ^1/2\pi$ . Голая константа связи  $g_0^2/\hbar c = Z_3^{-1}(g^2/\hbar c)$ , где физическая константа (для связи  $\rho$ -мезонов с нуклонами)  $g^2/\hbar c \sim 3$  и  $Z_3^{-1} > 1$  и в теории возмущений  $Z_3^{-1} = \infty$ .

эти системы барионов и антибарионов месте в один ящик объемом  $V$  и аппроксимируем основное состояние комбинированной системы произведением волновых функций  $\psi'_0 = \psi'_0(N_+) \psi'_0(N_-)$ . Комбинированная система в целом нейтральна, поэтому энергия Хартри равна нулю. Истинная энергия корреляции  $E_c$  состоит из барион-барионных и антибарион-антибарионных корреляций, которые одинаковы, и из барион-антибарионной корреляции, которая отрицательна. Таким образом,

$$E_c = E_c^{(NN)} + E_c^{\overline{N\bar{N}}} + E_c^{(N\bar{N})} < 2E_c^{(NN)}.$$

Теперь для произведения волновых функций имеем

$$\langle \psi'_0 | H | \psi'_0 \rangle = (N_+ + N_-) Mc^2 + 2E_c^{(NN)},$$

в то время как для точной волновой функции  $\Phi'_0$ , включающей корреляции,

$$E = \langle \Phi'_0 | H | \Phi'_0 \rangle \leq \langle \psi'_0 | H | \psi'_0 \rangle.$$

Следовательно, для истинной энергии  $E$  системы из  $N_+$  реальных барионов и  $N_-$  реальных антибарионов в ящике объемом  $V$  имеем

$$E < (N_+ + N_-)Mc^2 + 2E_c^{(NN)}. \quad (4.2)$$

Но если вакуум стабилен относительно рождения реальных барионов и антибарионов с  $N_+ = N_-$ , то необходимо, чтобы  $E \geq 0$ . Это требует

$$- \epsilon_c < nMc^2, \quad (4.3)$$

где  $n = N_+/V = N_-/V$  — величина плотности барионов или антибарионов по отдельности.

*Стабильность системы из  $N$  барионов.* Второе условие стабильности следует из требований, чтобы система из  $N$  барионов была стабильной по отношению к рождению дополнительной барион-антибарионной пары. Так как  $\mu_c(n)$  есть энергия, необходимая для того, чтобы добавить к системе еще один барион или антибарион, то энергия корреляции при наличии такой пары

$$E_c^{(\text{пары})} < 2\mu_c(n)$$

из-за того, что  $E_c^{(\text{пары})}$  включает отрицательную энергию барион-антибарионного взаимодействия. Для создания

такой пары необходима энергия

$$E^{(\text{пары})} = 2Mc^2 + E_c^{(\text{пары})} < 2Mc^2 + 2\mu_c. \quad (4.4)$$

Стабильность требует, чтобы  $E^{(\text{пары})} > 0$  или

$$-\mu_c > Mc^2. \quad (4.5)$$

Заметим, что если  $p_c = n\mu_c - \varepsilon_c > 0$ , то условие стабильности вакуума (4.3) включает условие стабильности системы  $N$  барионов (4.5), в то время как при  $p_c < 0$  ситуация обратна.

Комбинируя результаты (4.3) и (4.5), имеем:

$$\begin{aligned} \text{для стабильности вакуума } & -\varepsilon_c/n < Mc^2, \\ \text{для стабильности } N \text{ барионов } & -\mu_c < Mc^2. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Сравнивая с условиями (2.7), находим следующее:

1) чтобы выполнялось условие  $p > \varepsilon$  и материя была стабильной по отношению к рождению барион-антибарионных пар в вакууме или в состоянии с  $N$  барионами, необходимо, чтобы  $p_c \geq 0$ ;

2) к выполнению условий  $c_S > c$  и стабильности вакуума и  $N$ -барионной системы ведут более слабые требования

$$dp_c/dn - p_c/n \geq 0, \quad dp_c/dn \geq 0.$$

Наш вывод заключается в том, что если при большой плотности корреляционное давление  $p_c < 0$ , как ожидалось, то стабильность вакуума или  $N$ -барионной системы относительно рождения барионной пары мешает веществу обнаружить свойства  $p > \varepsilon$  и  $c_S > c$ .

В самом деле, если, как в классической решетке или в квантовых системах в приближениях, рассмотренных выше <sup>4</sup>,  $\varepsilon_c$  подчиняется степенному закону с показателем степени  $\gamma > 1$ , то у стабильного вещества не может быть ни  $p > \varepsilon$ , ни  $c_S > c$  при любой плотности, где есть степенной закон.

Если бы барион-барионные взаимодействия были в достаточной мере отталкивающими, чтобы сделать вещество в высокой степени несжимаемым, тогда барион-антибарионные взаимодействия были бы в достаточной мере притя-

<sup>4</sup> См сноску на стр. 197.



гивающими, чтобы сделать вакуум нестабильным или привести не к наинижнему энергетическому состоянию вещества <sup>5</sup>.

## Л и т е р а т у р а

1. *S. A. Bludman, M. A. Ruderman*. Phys. Rev., 1968, **170**, 1176.
2. *M. A. Ruderman*. Phys. Rev., 1968, **172**, 1286.
3. *A. Bers, R. Fox, S. Kuper, S. Lipson*. Proc. Roy. Soc., 1970, **A316**, 515.
4. *P. A. M. Dirac*. Proc. Roy. Soc. London, 1938, **A167**, 148; см. также *F. Rohrlich*. Classical charged particles. Reading, 1965.
5. *J. A. Wheeler, R. P. Feynman*. Rev. Mod. Phys., 1945, **17**, 157.
6. *K. Johnson*. Nucl. Phys., 1961, **25**, 431.
7. *F. J. Dyson*. J. Math. Phys., 1967, **8**, 1538.

---

<sup>5</sup> Действительно, эта нестабильность при высокой плотности обнаруживается для слабовзаимодействующих заряженных бозонов [7] и для достаточно сжатого гравитирующего вещества.

В. А. Угаров

## ФОТОГРАФИРОВАНИЕ ТЕЛ, ДВИЖУЩИХСЯ С РЕЛЯТИВИСТСКИМИ СКОРОСТЯМИ

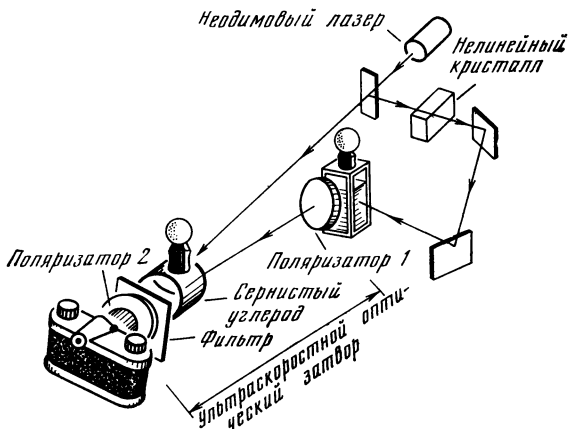
Что мы увидим на фотопластинке, фотографируя тело, движущееся с релятивистской скоростью? У этого вопроса уже есть своя история [1]. Но сейчас мы хотели бы подчеркнуть, что вопрос до сих пор рассматривался лишь в плане мысленного эксперимента. В статье [1] (по времени это последняя публикация на данную тему) так и написано: «речь идет, конечно, лишь о мысленных опытах». В последнее время удалось экспериментально проверить результаты мысленных экспериментов [2]. Правда, проверка носит пока лишь качественный характер.

Трудности получения фотографий релятивистски движущегося тела очевидны. Макроскопических тел, движущихся со скоростью  $v \sim c$ , в природе просто нет. Неясно, можно ли их создать в лабораторных условиях. Следовательно, прежде всего нет объекта для фотографирования. Правда, с релятивистскими скоростями движутся микрочастицы как в естественных условиях (естественная радиоактивность), так и частицы в ускорителях. Но они явно не подходят для выяснения вопроса об их «видимой» форме. Но допустим даже, что мы имеем макроскопическое тело, движущееся с релятивистской скоростью, скажем,  $0,9 c$ . Тогда, очевидно, для получения сколько-нибудь четкого изображения тела в движении необходимо, чтобы за время экспозиции его смещение было достаточно малым. Будем считать, что можно допустить смещение тела во время экспозиции на  $1 \text{ см}$ . Мы сразу же получаем, что нам необходим «фотозатвор» с выдержкой, определяемой из соотношения  $1 = 3 \cdot 10^{10} t$ , т. е. примерно  $0,3 \cdot 10^{-10} \text{ сек} = 3 \cdot 10^{-11} \text{ сек}$ . Таким образом, кроме релятивистского объекта необходим еще и релятивистский затвор. В этой статье мы расскажем о том, как было найдено и то и другое.

Конечно, все хорошо понимают, что свет является естественным объектом, движущимся с релятивистской скоростью. Свет, распространяющийся в среде, движется уже не с предельной, особенной скоростью  $c$ , а просто с релятивистской скоростью. Но что значит фотографировать свет? Само слово фотография означает регистрацию (запись) света. Однако фотопластинка фиксирует установленный свет (поглощенные фотоны). То, что нам нужно, — это фотографирование света на лету. Движущийся свет должен порождать фотоны, которые затем должен фиксировать фотоаппарат на фотопластинке. В этом смысле свет ничем не отличается от любого другого светящегося или освещаемого объекта. Заставить излучать свет можно, например, через механизм рассеяния. Именно так и поступили, «фотографируя свет на лету».

И все же «изюминка» вопроса состояла в другом. Для суждения об изменении формы светового импульса нужно иметь достаточно короткий импульс, чтобы «видеть» его начало и конец, т. е. иметь ограниченный в пространстве с двух сторон импульс. Такая возможность открылась с появлением лазеров, способных генерировать импульсы света с достаточной пиковой мощностью ( $\sim \text{Гвт}$ ) и чрезвычайно малой длительностью (порядка  $10 \text{ псек}$ ; напомним, что  $1 \text{ псек} = 10^{-12} \text{ сек}$ ). Длина такого светового импульса при его распространении в воде составляет  $3 \cdot 10^{10} (1/1,5) \cdot 10^{-11} = 0,2 \text{ см}$ . Область такого размера сфотографировать, конечно, можно, но при условии, что фотоаппарат будет снабжен затвором с выдержкой также порядка  $10 \text{ псек}$ . Оказалось, что те же самые ультракороткие импульсы можно использовать в качестве быстродействующего затвора в фотокамере с выдержкой, в точности равной длительности импульса. Таким образом, получение ультракоротких кратковременных импульсов сразу же открыло возможность фотографирования самого света во время его пролета через рассеивающую среду.

Здесь любопытно привести небольшую цитату из оригинальной статьи [2]: «Как часто случается в лазерной технике, путь к этому эксперименту не был прямым. Ультракороткие импульсы мы применяли в устройстве затвора для фотокамеры. Они позволяли довести выдержку до  $10 \text{ псек}$ ... Целый год находился этот ультраскоростной затвор в нашей лаборатории, и мы никак не могли



**Рис. 1.** Устройство, применяемое для фотографирования света, проходящего через светорассеивающую среду

В сосуде вода, к которой добавлена капля молока. Два скрещенных поляризатора и кювета с сероуглеродом представляют собой безэлектродную ячейку Керра. Ультраскоростной импульс неодимового лазера обеспечивает синхронно импульс видимого света, распространяющийся в воде, и нужную экспозицию при фотографировании рассеянного света

найти ему надлежащего применения, пока, наконец, не сообразили, что наиболее интересным объектом может служить сам лазерный импульс, пролетающий через светорассеивающую среду... Однако при выдержке 10 псек даже световые импульсы кажутся «застывшими», точно так же как кажутся застывшими пули, фотографии которых на лету умеют делать уже много лет.

Устройство для фотографирования зеленого лазерного импульса, движущегося через сосуд с водой, изображено на рис. 1. Чтобы усилить рассеяние света и сделать изображение более ярким, к воде добавляется капля молока. Ультраскоростной затвор представляет собой безэлектродную ячейку Керра, состоящую из двух скрещенных поляризаторов (на рис. 1 поляризаторы 1 и 2), и расположенную между ними кювету с сероуглеродом. Если к сероуглероду не приложено электрическое поле, он изотропен, и через скрещенные поляризаторы свет не проходит. Мощный инфракрасный лазерный импульс, проходя через сероуглерод, порождает в нем анизотропию и вызывает двойное лучепреломление (оптический эффект Керра).

Такая ячейка Керра оказывается оптически открытой на время, примерно равное длительности инфракрасного импульса. С помощью неодимового лазера можно было получить время экспозиции 10 *нсек*.

Замечательно, что один и тот же ультракороткий инфракрасный импульс может быть синхронно использован как для создания импульса, который фотографируется, так и для «открывания» затвора.

Неодимовый лазер генерирует ультракороткие импульсы ( $\lambda = 1,06$  *мкм*) длительностью 10 *нсек*. Этот импульс непосредственно направляется на кювету с сероуглеродом (фильтр служит для поглощения основной доли инфракрасного импульса), обеспечивая нужную экспозицию. Параллельно с этим, проходя через нелинейный оптический кристалл, часть энергии инфракрасного импульса за счет возбуждения второй гармоники преобразуется в когерентный зеленый свет, который и направляется в сосуд с водой и фотографируется. Синхронизацию прохождения света через сосуд с водой и приоткрывание затвора в этих условиях осуществить совсем несложно.

На рис. 2 приведен моментальный снимок ультразвукового зеленого импульса. Цветная фотография дана в [2]. Световой импульс кажется застывшим.

Вернемся теперь к вопросу о фотографировании объектов, движущихся с релятивистской скоростью. Конечно, было бы идеальным, если бы световому импульсу можно было придавать любую желательную форму. Но этого пока сделать нельзя. С другой стороны, теория позволяет дать ответ на вопрос о том, что получится при фотографи-

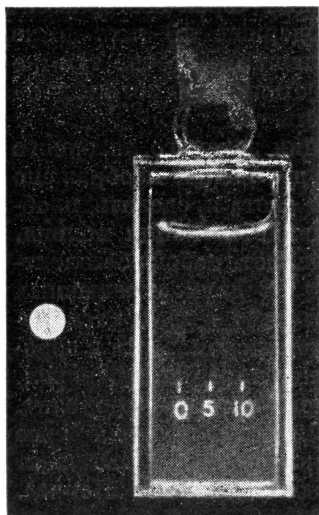
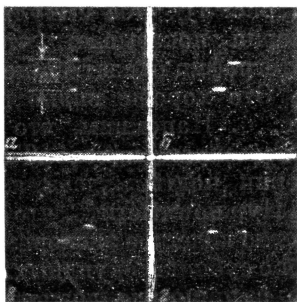
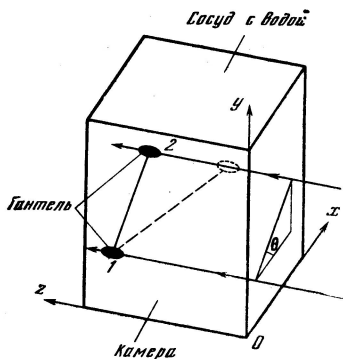


Рис. 2. Снимок ультракороткого зеленого импульса, сделанный с выдержкой около 10 *нсек*

Импульс движется справа налево. Слева пятно от инфракрасной части лазерного импульса, запускающего ультраскоростной затвор



**Рис. 3.** Схематическое изображение деления первоначального зеленого импульса на два тождественных импульса 1 и 2, находящихся на разном удалении от фотокамеры

Оба импульса входят в сосуд с водой одновременно. Соединяя мысленно оба импульса, получаем гантель

**Рис. 4.** Четыре ультракороткие фотографии светового пакета в форме гантели

Пакет движется справа налево. На рис. а гантель ориентирована вертикально, и оба импульса находятся на одинаковом расстоянии от камеры. На фотографии гантель занимает «правильное» положение. Снимки б и в сделаны для гантели, повернутой в плоскости, параллельной боковой стороне параллелепипеда (см. рис. 3), так что один конец (импульс 2) находится дальше от камеры, чем другой. Как это ясно из простых рассуждений, импульс 2, находящийся дальше от камеры, отстает от импульса 1, и гантель кажется повернутой. С увеличением наклона гантели (наклон на рис. в больше, чем на рис. б) происходит сближение следов импульсов в вертикальном направлении. На рис. г гантель расположена вдоль прямой, параллельной направлению на камеру. Оба пятна расположены на снимке горизонтально

ровании тел, движущихся с релятивистскими скоростями. Общая теорема [1] утверждает, что объемное тело, достаточно удаленное от фотоаппарата (так, что идущий от него свет можно принять за параллельный пучок), кажется повернутым как целое на некоторый угол, зависящий от скорости движения тела относительно своего «истинного» положения. Отсюда ясно, что сфера сохраняет в качестве своего контура окружность. Можно наблюдать поворот куба, но световой импульс в форме куба получить трудно. Выход для качественной проверки предполагаемого эффекта был найден следующим образом. Первоначальный зеленый импульс света разделялся на два тождественных импульса, отстоящих на разных расстояниях от камеры

(рис. 3), олицетворяя тем самым две вершины куба (см. [1, рис. 1]). Оба импульса входят в сосуд одновременно. Теория показывает, что дальний импульс должен на фотографии оказаться несколько позади ближнего импульса. Это хорошо видно на фотографиях, приведенных на рис. 4. Напомним, что здесь световые импульсы движутся справа налево. Таким образом, качественно выводы теории подтверждаются.

Нужно отметить, что имеются все возможности к повышению качества экспериментов. Прежде всего есть сведения о субпикосекундных лазерных импульсах. Это значит, что в принципе возможны еще более высокоскоростные затворы. Конечно, экспозиция затвора определяется не только длительностью «провоцирующего» импульса, но и временем релаксации молекул в веществе. Однако по теоретическим данным подобрать вещества со временем релаксации  $10^{-3}$  псек в принципе возможно.

Может быть, удастся создать импульс из восьми точек (восьми импульсов), занимающих при своем движении положения вершин куба. Тогда фотографии могли бы продемонстрировать поворот куба. И все же остается вопрос о том, нельзя ли непосредственно наблюдать лоренцево сокращение. Оно имеется и для тел, объемом и толщиной которых можно пренебречь. Чтобы «сфотографировать» лоренцево сокращение, нужно, кроме расстояния между двумя точками, полученными от движущегося объекта, иметь еще для сравнения и «собственную длину». Но как это сделать? И возможно ли это, если работать со световыми импульсами?

## Л и т е р а т у р а

1. Я. А. Смородинский, В. А. Угаров. УФН, 1972, 107, 141.
2. М. Дюге. УФН, 1973, 109, 157.

*С. Чандрасекхар*

## О ВОЗРАСТАЮЩЕМ ЗНАЧЕНИИ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ ДЛЯ АСТРОНОМИИ<sup>1</sup>

Галлеевская лекция 1972 г.

М-р вице-президент, леди и джентльмены!

В одной из своих статей Майнард Кейнс писал: «Ньютон не был первым человеком века рационализма. Он был последним магом, последним представителем эпохи Вавилона и Шумера, последним великим мыслителем, который смотрел на мир вокруг себя и мир в себе тем же взглядом, что и люди, которые начали закладывать фундамент наших знаний не меньше чем 10 000 лет назад» [1].

И если Ньютон не был первым сыном века рационализма, то это место по справедливости мог бы занять Галлей.

Его научная позиция и подход к физическим наукам ни в чем не отличаются от современных взглядов. В частности, он стремился найти в природе появления основных физических законов. Придя к убеждению, что существование периодических комет полностью согласуется с законом всемирного тяготения Ньютона, он приступил к выяснению, нет ли каких-либо свидетельств о повторных появлениях комет, и пришел к результатам, которые стали всеобщим достоянием.

Как известно, Галлей с энтузиазмом отнесся к ньютоновской теории тяготения; и с этой точки зрения любопытно отметить, что ни на одной из предыдущих галлеевских лекций не делалось попыток рассмотреть значение, которое может иметь общая теория относительности для астрономии.

Эта теория, которую Герман Вейль назвал «одним из величайших примеров мощи интеллекта», была построена благодаря осознанию того, что ньютоновская теория долж-

<sup>1</sup> *S. Chandrasekhar. The Increasing Role of General Relativity in Astronomy (Halley Lecture for 1972. Delivered in Oxford, May 2), Observatory 92 (1990), 160 (October 1972). Перевод Л. Б. Самсоенко.*



на быть видоизменена, для того чтобы она находилась в соответствии с другими разделами физики, в том числе с электродинамикой и оптикой. В 20-х годах XX в. теория относительности была «источником инфекции». Именно поэтому Эддингтон вспоминал о своем участии в проверке предсказания Эйнштейна об отклонении солнечных лучей во время затмения Солнца 1919 г. как «о наиболее примечательном событии» в своих астрономических исследованиях [2].

Уайтхед так описывал заседание Королевского общества в Лондоне в ноябре 1919 г., на котором были оглашены результаты экспедиции: «Атмосфера напряженного интереса больше всего напоминала греческую драму: мы были хором, комментирующим приговор судьбы, раскрывающийся перед нами в ходе развития событий. Драматизмом веяло и от обстановки традиционного церемониала с портретом Ньютона в отдалении, напоминавшим нам, что величайшему научному обобщению более чем через два столетия потребовались первые поправки» [3].

Вопреки подъему науки в 20-х годах, а также вопреки тому, что автор теории относительности стал наиболее известным представителем науки XX в., сама теория в последующие десятилетия не развивалась сколько-нибудь интенсивно ни в рамках физики, ни в рамках астрономии. Я остановлюсь далее только на астрономии. Можно без особого труда указать причины, в силу которых изучение общей теории относительности в рамках астрономии оказалось заброшенным. Дело в том, что проявления общей теории относительности в астрономии были отождествлены с тремя эйнштейновскими эффектами, причем их воздействия на движение планет и Луны были, по общему признанию, весьма незначительны. А в таком случае казалось очевидным, что теория относительности вряд ли применима к более широким классам астрономических явлений.

Разумеется, космология была исключением, и в космологии общая теория относительности сразу приобрела жизненно важное значение: именно эта теория определила направление наблюдений «мира туманностей» после того, как Хаббл открыл явление расширения Вселенной. Эти космологические аспекты были отражены в предыдущих галлеевских лекциях, прочитанных Хабблом, Сэндижем и Шмидтом. Однако космология, безусловно представляющая фундаментальный интерес для физики, не

является, если можно так выразиться, главной отраслью производства в астрономической науке.

Но что же является такой главной отраслью астрономии? Мне не хотелось бы вступать в какую-либо дискуссию по этому поводу, а это непременно могло бы случиться при известном проявлении догматизма с моей стороны. Я не желал бы претендовать на роль мудреца или на привилегию определять цели или главные отрасли науки. Позвольте мне встать на практическую точку зрения и высказать уверенность, что в прошлом вопросы, касающиеся непрерывного выделения энергии звездами и другими телами, образующими астрономическую вселенную, всегда занимали центральное место: они стимулировали и направляли развитие всей астрономии. И именно с этой точки зрения я рассматриваю растущую роль общей теории относительности в астрономии. Но сначала я хотел бы в общих чертах обрисовать тот фон, на который это растущее значение может быть спроектировано.

Когда мы размышляем об источнике энергии звезд, то эта проблема почти автоматически включает в себя вопрос об источнике постоянного излучения нашего Солнца, которое непрерывно излучает энергию в окружающее пространство. Насколько можно судить, этот процесс продолжается с неизменной интенсивностью по крайней мере несколько миллиардов лет. И основная трудность, связанная с этим непрерывным выделением энергии, касается не столько ее количества, сколько длительности этого процесса. Рассмотрим некоторые подробности.

В XX в. единственным известным физическим процессом, при котором могла бы высвободиться энергия из самогравитирующей массы, подобной звезде, было медленное непрерывное сжатие. При таком сжатии высвобождается гравитационная потенциальная энергия. Часть этой высвобождающейся энергии идет на повышение средней температуры звезды, а оставшаяся энергия излучается во внешнее пространство. Именно в рамках этой гипотезы Кельвин и Гельмгольц искали объяснение излучения Солнца и звезд. Несомненно, подобный физический процесс может иметь известное значение в астрономии. В частности, ему отводится определенная роль в современных схемах звездной эволюции.

Но когда мы используем этот механизм для объяснения излучения Солнца, гипотеза сжатия терпит крах,

поскольку она обеспечивает существование источника солнечной энергии лишь в течение нескольких миллионов лет, тогда как многочисленные и совершенно независимые друг от друга данные указывают, что даже возраст земной коры должен измеряться миллиардами лет.

Но хотя гипотеза сжатия, предложенная Кельвином и Гельмгольцем, оказалась неприменимой к Солнцу, она сыграла существенную роль во многих важных астрономических и связанных с астрономией исследованиях, в частности, дала толчок для разработки методов абсолютного определения возраста и замены качественных геологических методов оценки возраста горных пород количественными методами датирования по содержанию радиоактивных минералов. Кроме того, гипотеза сжатия продолжает играть определенную роль в современных схемах звездной эволюции.

Как я указал, гипотеза сжатия не выдержала проверки на длительность. Отсюда следовало, что необходимо искать источники энергии, которые могли бы действовать значительно дольше и, в частности, обеспечить для Солнца время жизни по крайней мере  $10^{10}$  лет. Возможность существования такого источника выявилась после того, когда было обнаружено, что масса ядра гелия на 0,8% меньше, чем учетверенная масса протона. Следовательно, если бы удалось найти способ синтеза ядра гелия из четырех протонов, то при этом освобождалась бы энергия, эквивалентная 0,8% массы протона. И уже в 20-х годах исследователи понимали, что если выделяющаяся при синтезе ядра гелия энергия может высвобождаться из атома, то этот источник энергии для Солнца, без сомнения, выдержал бы проверку на длительность.

То, что предполагаемая трансформация ядер действительно имеет место при тех температурах и давлениях в недрах звезд, которые были определены Эддингтоном и другими в 20-х годах, подтвердилось лишь после развития квантовой механики и ядерной физики. А понимание того, как протоны даже относительно малой энергии могут объединяться и образовывать ядра дейтерия или проникать в ядра углерода и азота с вероятностями, достаточными для обеспечения эффективного «горения» водорода и превращения его в гелий, пришло только в конце 30-х годов. Много данных о сечениях различных ядерных реакций было получено в течение 50-х годов. Во всяком случае сам факт того, что детальное исследование проб-

лем звездной энергии служило источником вдохновения в обширной области астрономии в 50—60-х годах, не вызывает никаких сомнений. Эти достижения сделали возможным развитие подробной теории звездной эволюции; в свою очередь успехи теории стимулировали многочисленные фотометрические исследования звездных скоплений и галактик; определения же возраста указанных объектов привели к пересмотру космологической шкалы расстояний и новой оценке величины постоянной Хаббла.

По-видимому, возрастание значения общей теории относительности для астрономии, свидетелями чему мы станем в 70—80-х годах, будет в известной мере напоминать роль ядерной физики в период 50—60-х годов. Эту мысль можно выразить и по-другому. Можно сказать, что тем требованиям астрономических наблюдений, которые как будто выходят за рамки ядерной физики, по-видимому, могут удовлетворить физические процессы, находящие объяснение только в общей теории относительности.

Упомянем в связи с этим квазары, радиогалактики, колоссальные катастрофы, которые, по-видимому, происходят в центральных областях галактик, а также явления, о которых сообщил Вебер и которые, возможно, связаны с выбросами энергии в форме гравитационных волн, приходящих к нам из центра нашей Галактики. Все перечисленные явления требуют существования в природе процессов, при которых в виде энергии выделяется гораздо бóльшая часть массы покоя, чем примерно 1%, obligatory наличие энергии связи в атомных ядрах. По-видимому, подобные процессы объяснимы лишь в рамках общей теории относительности, причем характерные явления, которые должны иметь место при протекании таких процессов, возможно, окажутся обязательными в крупных астрономических системах.

Я рассмотрю сначала эти крупные астрономические объекты, а затем вернусь к тем специфическим процессам выделения энергии, которые характерны для общей теории относительности.

При изложении проблемы солнечной энергии я подчеркнул, что в поисках источников энергии для астрономических тел главным требованием является длительность. В случае Солнца ядерные процессы с участием легких ядер выдерживают экзамен: они обеспечивают Солнцу жизнь примерно в 10 миллиардов лет при нынешней интен-

сивности излучения. Однако те же самые реакции не могут обеспечить сравнимые по длительности времена жизни для звезд значительно большей массы, чем Солнце; массивные звезды излучают несравненно большее количество энергии на единицу массы. Звезда в десять раз массивнее, чем Солнце, имеет светимость примерно в десять тысяч раз больше солнечной. Такие звезды будут сжигать подходящее ядерное топливо за гораздо более короткое время.

Следовательно, они не могут существовать более 10—20 миллионов лет. Поскольку наша Галактика, примерно в нынешней форме, существует по крайней мере в тысячу раз дольше, отсюда следует непреложный вывод, что эти звезды молоды и они должны возникнуть за последние 10—20 миллионов лет. Таким образом, процесс образования звезд в нашей Галактике продолжается непрерывно. Поэтому судьба этих короткоживущих массивных звезд становится одним из наиболее важных вопросов астрономии. Важность его для общей проблемы звездной эволюции была понята задолго до того, как стали известны источники звездной энергии. Из сказанного следует неизбежность этого вопроса; ведь какова бы ни была природа источника звездной энергии, он рано или поздно должен исчерпаться, и тогда мы снова сталкиваемся с той же самой проблемой.

Проблема эта была сформулирована Эддингтоном в одном из его известных афоризмов: «Чтобы звезда охлаждалась, ей нужна энергия» [4]. И в духе этого афоризма мы можем спросить: будут ли массивные звезды располагать энергией, требующейся для их охлаждения?

Позвольте мне еще раз сформулировать и утверждение, и вопрос в менее ораторской манере. Звездное вещество в недрах нормальных звезд состоит в основном из атомных ядер и электронов, причем, за исключением случая чистого ионизованного водорода, число электронов превосходит число ядер на множитель, превышающий 2. В результате электроны дают в полное газовое давление значительно больший вклад, чем протоны. Теперь поставим вопрос: может ли звезда заданной массы, состоящая из данного вещества, достичь состояния нулевой энергии при высокой плотности? Р. Фаулер придал этому вопросу следующую форму [5]: может ли звезда достичь состояния, в котором она может быть описана как гигантская молекула в низшем квантовом состоянии?

Пионерское исследование Р. Фаулера 1929 г., опиравшееся на уравнение состояния, которому должен подчиняться электронный газ при увеличении его концентрации при фиксированной температуре, показало, что подобное состояние, по-видимому, достижимо. Предельная форма уравнения состояния электронного газа, использованная Фаулером, может быть выведена из следующего рассуждения. Мы описываем состояние электронного газа с помощью квантовых чисел, подобно тому как описывали квантовыми числами электроны в атоме. В предельном случае высокой концентрации все состояния электронов с импульсами, меньшими определенного порогового значения  $p_0$ , заполняются в соответствии с принципом Паули, согласно которому состояния с данными квантовыми числами может занимать только один электрон. В то время как все состояния с импульсами меньше  $p_0$  заполнены, все состояния с импульсами больше  $p_0$  остаются свободными.

Это — полностью вырожденное состояние электронного газа. Можно сказать, что при этих условиях соотношение между давлением  $p$  и концентрацией электронов  $n_e$  имеет вид  $p = k_1 (ne)^{5/3}$ , где  $k_1$  — атомная постоянная.

На основе этого уравнения состояния можно легко определить структуру, которую будет иметь конфигурация данной массы  $M$ , находящейся в равновесии под действием собственного тяготения. Мы найдем, что равновесные состояния возможны для любой заданной массы; связь массы и радиуса конфигурации приобретает форму  $M = \text{const} \times R^{-3}$ . В соответствии с этим соотношением чем больше масса, тем меньше радиус, причем средняя плотность этих конфигураций должна лежать в пределах  $10^5 - 10^6$  г/см<sup>3</sup>, если масса конфигурации близка к солнечной. С плотностями и массами именно такого порядка мы встречаемся у так называемых «белых карликов». И одно время казалось, что стадия белого карлика (или, скорее, стадия «черного карлика», как ее описал Фаулер) представляет собой последнюю стадию эволюции для всех звезд.

Поскольку существование финитного состояния казалось возможным для любой заданной массы, рождалась счастливая уверенность, что у всех звезд окажется «достаточно энергии, чтобы охладиться». Но эта уверенность скоро рухнула, когда выяснилось, что электроны в центрах вырожденных масс приобретают импульсы, по порядку величины сравнимые с  $mc$ , где  $m$  — масса электрона.

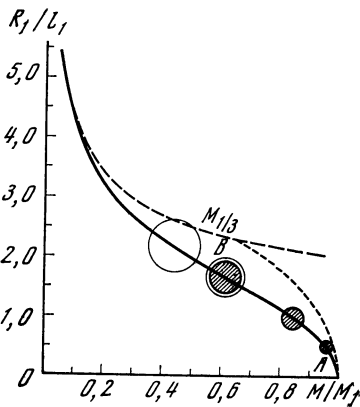


Рис. 1. Точное соотношение масса — радиус для полностью выродившихся конфигураций (сплошная кривая)

В соответствии с этим необходимо учитывать эффекты специальной теории относительности. Последние можно получить без труда, и с первого взгляда они выглядят достаточно невинными: исправленное уравнение состояния, переходящее в приведенное выше для малых концентраций электронов, стремится в пределе к  $p = k_2 (n_e)^{4/3}$ , когда концентрация электронов возрастает до бесконечности ( $k_2$  — другая атомная постоянная). Эта предельная форма приводит к драматическому эффекту при выводе соотношения масса — радиус: вместо конечного радиуса для всех масс теория теперь предсказывает, что радиус должен стремиться к нулю при достижении определенной предельной массы. Значение этой предельной массы равно  $5,76\mu_e^{-2}$  солнечных масс, где  $\mu_e$  — средний молекулярный вес в расчете на один электрон. Если предположить, что  $\mu_e = 2$ , то предел составит 1,44 массы Солнца [6].

Существование этой предельной массы означает, что состояние белого карлика для достаточно массивных звезд отсутствует. Другими словами, *у массивных звезд нет достаточной энергии, чтобы охладиться.*

На рис. 1 представлено соотношение масса — радиус, полученное в 1935 г. на основе точного уравнения со-

Масса, отсчитываемая вдоль абсциссы, измеряется в единицах предельной массы (обозначенной  $M_1$ ); радиус, отсчитываемый по ординате, измеряется в единицах  $l_1 = 7,72 \mu_e^{-1} \cdot 10^8$  см. Пунктирная линия дает соотношение  $M = \text{const} \times R^{-3}$ , которое следует из уравнения состояния  $p = k_1 (n_e)^{5/3}$ ; в точке B на пунктирной кривой пороговый импульс электронов  $p_0$  в центре конфигурации в точности равен  $mc$ . На сплошной (точной) кривой в той точке, где находится круг без заштрихованной части, импульс  $p_0$  (в центре круга) тоже равен  $mc$ ; заштрихованные части других кругов соответствуют областям в этих конфигурациях, где электроны можно считать релятивистскими ( $p_0 > mc$ ) (см. [7])

стояния, для которого приведенные выше уравнения являются приближенными предельными формами [7].

Вывод, полученный в то время, был сформулирован следующим образом: «История жизни звезды малой массы должна существенно отличаться от истории жизни звезды большой массы. Для звезды с малой массой естественно достигаемое состояние белого карлика является первым шагом к полному угасанию. Звезда с большой массой не может превратиться в белого карлика, и для нас необходимо искать другие возможности» [8].

Утверждения, очень похожие на только что процитированное мной и взятое из статьи, опубликованной 38 лет назад, часто встречаются в современной литературе. Можно спросить, почему же эти выводы не были приняты сорок лет назад? Дело в том, что они не встретили одобрения со стороны ведущих ученых тех дней. Так, Эддингтон, комментируя приведенные выше слова, утверждал: «Чандрасекхар показывает, что звезда с массой больше определенного предела остается идеальным газом и никогда не сможет охладиться. Звезда будет продолжать излучать и излучать, сжиматься и сжиматься до тех пор, пока она, я предполагаю, не достигнет радиуса всего в несколько километров, когда гравитация станет достаточно сильной, чтобы «запереть» излучение, и звезда, наконец-то, сможет обрести покой» [9].

Если бы Эддингтон здесь остановился, мы могли бы воздать ему должное за первое предсказание существования черных дыр — объектов, к которым я вернусь позже.

Но увы! Вот что мы читаем далее: «Я чувствую себя насильственно подведенным к выводу, который является почти *reductio ab absurdum* [доведением до абсурда] релятивистской формулы вырождения. Самые различные события могут вмешаться и спасти звезду, но мне хотелось бы располагать лучшей защитой, чем этот довод. Я уверен в существовании закона природы, предохраняющего звезду от вступления на этот абсурдный путь».

Сходным образом писал и Милн (бывший профессором здесь, в Оксфорде, и моим большим личным другом): «Для меня ясно, что материя не может вступить на тот путь, который вы указываете».

Ввиду этой мощной оппозиции мне стал казаться более привлекательным вывод, что массивная звезда, израсходовавшая свои ядерные источники энергии, будет сжимать-



ся и в ходе этого процесса выбросит в пространство значительную долю своей массы; освободившись от избытка массы, звезда могла бы обрести состояние покоя.

Успехи теории в другом направлении подсказали иную возможность [10]. Именно, когда мы приближаемся к предельной массе вдоль последовательности белых карликов, мы должны достичь точки, в которой протоны в центре конфигурации становятся неустойчивыми по отношению к захвату электронов. Ситуация здесь такова. При нормальных условиях нейтроны  $\beta$ -активны и нестабильны, тогда как протоны — стабильные нуклоны. Но если в окружающем нейтроны пространстве все электронные состояния с энергиями, меньшими или равными энергии  $\beta$ -спектра нейтрона, будут заселены (а именно так будет в центре вырожденной конфигурации, когда масса близка к предельной), тогда в силу принципа Паули распад нейтрона будет предотвращен. В этих условиях протон окажется нестабильным, а нейтрон будет стабильным. При таких высоких плотностях в состоянии равновесия, при соблюдении требования нейтральности, будет существовать нужное число электронов, протонов и нейтронов с подходящими пороговыми энергиями, так что имеющиеся протоны и нейтроны не будут распадаться. При указанных плотностях число нейтронов будет во много раз превышать число протонов и электронов. Очевидно, с началом образования нейтронов конфигурация станет сжиматься, причем до столь малых размеров, что средняя плотность достигнет плотности ядерного вещества ( $10^{13}$  —  $10^{15}$  г/см<sup>3</sup>). Подобные нейтронные звезды впервые были исследованы Оппенгеймером и Волковым [11] в 1939 г., хотя указание на возможность их существования было сделано Цвикки примерно пятью годами раньше.

Со времени опубликования работы Оппенгеймера и Волкова считалось наиболее правдоподобным, что массивная звезда в ходе эволюции может коллапсировать и образовать нейтронную звезду, если в период сжатия она существенно уменьшит свою массу. Несомненно, такой процесс должен носить катастрофический характер и его результатом могло бы быть явление сверхзвуковой звезды. Но формирование нейтронной звезды в результате коллапса будет зависеть от того, сможет ли звезда с первоначальной массой, превышающей предельную массу для белых

карликов, выбросить нужное количество массы, чтобы оставшаяся часть попала в пределы, характерные для масс стабильных нейтронных звезд.

Хотя вопрос о конечной судьбе массивных звезд со всеми сопутствующими обстоятельствами серьезно не поднимался вплоть до недавнего времени [12], теория белых карликов, опирающаяся на релятивистское уравнение состояния вырожденного вещества, в 40—50-х годах постепенно завоевывала признание [13]. Можно указать две группы причин этого успеха, связанных с достижениями в области астрономии. Во-первых, число известных белых карликов существенно увеличилось в основном благодаря усилиям Лейтона. Изучение их спектров, в особенности проведенное Гринстейном, подтвердило правильность (а в некоторых случаях и необходимость) теоретически выведенного соотношения масса — радиус, приведенного на рис. 1. Во-вторых, характерное время порядка 10 миллионов лет для истощения ядерных источников энергии массивных звезд требует непрерывного образования звезд. Это обстоятельство открывает принципиальную возможность различать популяции молодых и старых звезд. Спектроскопические данные подтвердили, что химический состав молодых звезд имеет систематические отличия от состава старых звезд. Различие состоит в том, что молодые звезды, по-видимому, сформировались из вещества, уже прошедшего цикл ядерных реакций. Этот последний факт согласуется с картиной, согласно которой в ходе эволюции массивных звезд значительная доля их массы возвращается в межзвездное пространство. Возможно, что это возвращающееся в межзвездное пространство «переработанное» вещество падает туда в результате вспышек сверхновых звезд.

Хотя все перечисленные идеи стали общепризнанными, они оставались лишь гипотезами. Все следствия из них не исследовались серьезно вплоть до открытия пульсаров. Последнее же открытие, особенно обнаружение пульсара в Крабовидной туманности (с самым коротким из известных периодом), значительно укрепило точку зрения, которую я описывал выше. Сама Крабовидная туманность является остатком вспышки сверхновой, наблюдавшейся китайскими и японскими астрономами в 1054 г.

Открытие связи других пульсаров (с более продолжительными периодами) с объектами, которые, по-видимому,

являются остатками еще более древних вспышек сверхновых, усиливает это убеждение. История пульсаров и их отождествление с нейтронными звездами — вещи настолько широкоизвестные, что я больше не буду уделять им времени.

Принципиальные выводы, которые следуют из этих теоретических и наблюдательных исследований, можно резюмировать так.

В ходе своей эволюции массивные звезды после исчерпания ядерных источников энергии должны коллапсировать до размеров порядка 10—20 км. В процессе коллапса значительная доля их массы будет возвращаться в межзвездное пространство (в «переработанном» виде). Если выброшенная доля массы такова, что остаток попадает в область масс для стабильных нейтронных звезд, возникает пульсар. Точная оценка разрешенной области масс для стабильных нейтронных звезд невозможна вследствие неопределенностей уравнения состояния для нейтронного вещества. Безусловно, эта область оказывается узкой: современная оценка лежит между 0,3 и 1,0 солнечных масс. Хотя образование стабильных нейтронных звезд действительно возможно в некоторых случаях, несомненно, что для их формирования требуется стечение особых обстоятельств. В самом деле, маловероятно, что звезда, первоначально имевшая массу порядка 10 солнечных масс, во время вспышки, сопровождающейся гигантскими флуктуациями, выбросила массу, как раз достаточную для того, чтобы незначительный остаток попал в узкую область разрешенных масс. Более правдоподобно, что звезда сбрасывает то слишком большую массу, то слишком малую. В таких случаях остаток не может приобрести устойчивое состояние и процесс коллапса должен продолжаться до тех пор, пока силы тяготения не возрастут настолько, что произойдет событие, которое Эддингтон считал невозможным: «гравитация окажется такой сильной, что удушит излучение». Иными словами, должна возникнуть черная дыра; именно к проблеме черных дыр я сейчас и перейду.

Прежде всего позвольте мне уточнить, что понимается под черной дырой. Говорят, что образуется черная дыра, когда гравитационные силы на поверхности тела становятся настолько сильными, что свет не может его покинуть. О том, что такая возможность существует, высказывал

догадку уже Лаплас в 1798 г. Он рассуждал следующим образом [14]. Для того чтобы частица могла покинуть поверхность сферического тела с массой  $M$  и радиусом  $R$ , она должна быть выброшена с такой скоростью  $v$ , что  $1/2v^2 > GM/R$ ; при  $v^2 < 2GM/R$  частица не может покинуть поверхность. На основании последнего неравенства Лаплас заключил, что если  $R < 2GM/c^2 = R_S$  (где  $c$  обозначает скорость света), то свет не покинет тело, так что мы не сможем увидеть его!

По курьезному совпадению предел  $R_S$ , открытый Лапласом, в точности равен тому, который общая теория относительности дает для существования *ловушечной поверхности*, окружающей сферическую массу. (Ловушечная поверхность — это такая поверхность, с которой свет не может уйти в бесконечность.) В то время как формула для  $R$  выглядит точно так же, радиальная координата  $r$  в общей теории относительности определяется так, что  $4\pi r^2$  равно площади трехмерной поверхности постоянного радиуса, поэтому  $r$  не является истинным радиальным расстоянием до центра.

Таким образом, для значения радиальной координаты  $r = R_S$  характер пространственно-временных изменений определяется из стандартной формы метрики Шварцшильда, которая описывает геометрию пространства-времени вне сферического распределения масс, локализованного в центре. Для массы, равной массе Солнца, шварцшильдовский радиус  $R_S$  равен 2,5 км. Одно время мысль, что столь большая масса, как масса Солнца, может быть сжата до радиуса всего в 2,5 км, казалась совершенно абсурдной. Теперь так больше не думают: нейтронные звезды имеют сравнимые массы и радиусы.

Теперь мы займемся проблемой гравитационного коллапса тела до такого малого объема, что вокруг него образуется ловушечная поверхность; выше мы установили, что свет с такой поверхности испускаться не может.

Сначала рассмотрим в рамках ньютоновской теории, что произойдет с несвязной массой, полностью лишенной внутреннего давления и сферически-симметрично распределенной вокруг центра. Такая масса сколлапсировала бы к центру за конечное время: поскольку давление полностью отсутствует, действие сил тяготения ничем не ограничивается. В ньютоновской теории этот результат коллапсирования вещества до бесконечной плотности может

рассматриваться как доведение до абсурда первоначальных предположений: оба они — распределение вещества точно сферически симметрично и полное отсутствие внутреннего давления — на практике неосуществимы. И если хотя бы одно из этих предположений не выполняется, тогда коллапс до бесконечной плотности невозможен.

Если же рассматривать ту же проблему коллапса при отсутствии внутреннего давления в рамках общей теории относительности, — что впервые было сделано Оппенгеймером и Снайдером [15], — то мы найдем, как и в ньютоновской теории, что вещество коллапсирует к центру за конечное время (при измерении времени сопутствующими часами). Но в противоположность ньютоновской теории учет давления или существование отклонений от точной сферической симметрии, по-видимому, не оказывает заметного влияния на конечный результат. Причины этого таковы. В общей теории относительности давление дает вклад в инертную массу, и этот вклад становится сравнимым с вкладом от плотности, когда радиус объекта достигает шварцшильдовского предела. Ввиду этого после достижения определенной стадии давление облегчает коллапс, а не препятствует ему. Ясно также, что небольшие отклонения от сферической симметрии не оказывают существенного влияния. В отличие от ньютоновской теории движение к центру необязательно должно быть идеальным; достаточно проникновения внутрь шварцшильдовского радиуса. В более общем случае теоремы Пенроуза и Хокинга [16] показывают, что в рамках общей теории относительности факторы, характеризующие отклонение от нулевого давления и отсутствие сферической или иной симметрии, не предохраняют вещество от коллапсирования в сингулярность пространства-времени, если достигается определенная «безвозвратная» точка (горизонт событий).

Если рассматривать теперь гравитационный коллапс массивной звезды и принять во внимание все факторы, связанные с давлением, но допустить лишь малые отклонения от сферической симметрии, то конечный результат оказывается тем же самым, как и в случае строгого сферически-симметричного коллапса при отсутствии давления [17].

Нет какой-либо альтернативы для вещества, коллапсирующего к сингулярности до бесконечной плотности, если пройдена безвозвратная точка. Причина состоит в

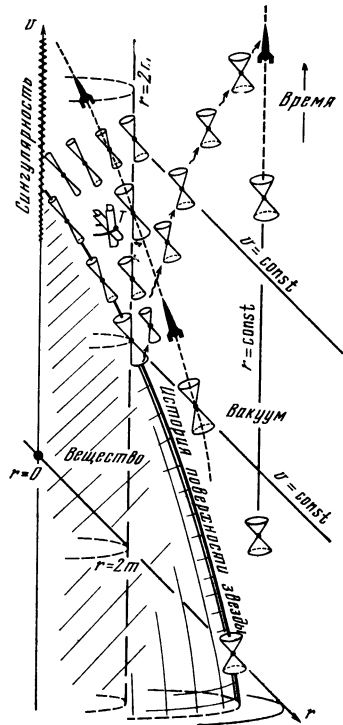
том, что раз горизонт событий пересечен, все времени-подобные траектории должны с необходимостью вести к сингулярности, и «вся королевская конница, и вся королевская рать» здесь ничем помочь не могут. Для внешнего наблюдателя энергия, связанная с отклонениями от сферической симметрии, будет излучаться наружу в виде гравитационных волн, и горизонт событий в конце концов застывает на гладкой сферической поверхности со шварцшильдовской метрикой вне этой поверхности для определенного значения  $M$  — массы черной дыры.

Важно отметить, что явление сферического коллапса будет описываться по-разному наблюдателем, движущимся вместе с поверхностью коллапсирующей звезды, и наблюдателем, покоящимся на бесконечности. Это различие иллюстрируется на рис. 2.

Вообразим, что наблюдатель на поверхности коллапсирующей звезды подает сигналы времени через равные интервалы (по своим часам) на некоторой предписанной длине волны (по своему стандарту). До тех пор, пока радиус поверхности коллапсирующей звезды велик по сравне-

**Рис. 2.** Иллюстрация сферически-симметричного коллапса

В каждой точке изображены световые конусы будущего и прошлого; все времени-подобные траектории должны лежать внутри этих конусов. Показан также прием наблюдателем, обращающимся по круговой орбите на большом расстоянии от центра, светового сигнала, посланного наблюдателем, находящимся на поверхности коллапсирующей звезды. Ясно, что ни один сигнал, отправленный после того как поверхность звезды проходит внутрь шварцшильдовской поверхности при  $r = 2m$ , не может быть принят внешним наблюдателем. Заметим также, что все направленные в будущее времени-подобные траектории, исходящие из любой точки внутри области  $r = 2m$ , должны обязательно пересечь сингулярность при  $r = 0$  (по [18])



нию со шварцшильдовским радиусом, эти сигналы будут приниматься покоящимся наблюдателем с интервалами, по которым он будет судить (с хорошим приближением) об удаленности в пространстве мест, от которых принимаются сигналы.

Но по мере развития коллапса удаленный наблюдатель сделает вывод, что сигналы приходят с интервалами, которые постепенно удлиняются, причем длина волны, на которой он принимает сигналы, также возрастает. По мере приближения поверхности к шварцшильдовскому пределу удлинение интервалов (а также возрастание длины волны, на которой принимаются сигналы) станет экспоненциально расти со временем. Удаленный наблюдатель не будет принимать никаких сигналов после того, как коллапсирующая поверхность пересечет поверхность Шварцшильда; и для него нет никакого способа узнать, что случилось с коллапсирующей звездой, после того как она окажется внутри шварцшильдовской поверхности.

Для удаленного наблюдателя коллапс до шварцшильдовского радиуса займет, строго говоря, бесконечное время (по его часам), хотя временная шкала, в которой он теряет контакт с коллапсирующей звездой, порядка миллисекунд.

События разворачиваются совершенно по-иному для наблюдателя на поверхности коллапсирующей звезды. Для него не происходит ничего необычного при пересечении шварцшильдовской поверхности: он будет пересекать ее гладко и за конечное время по своим часам. Но, оказавшись внутри поверхности Шварцшильда, он станет неумолимо продвигаться вперед по направлению к сингулярности, и у него не будет никаких путей избежать перспективы сжатия до нулевого объема в сингулярности и никакой надежды на возвращение обратно.

Из сказанного следует, что коллапс, подобный описанному выше, должен происходить в Галактике достаточно часто, так что количество черных дыр должно быть сравнимо (если не превышать) с числом пульсаров. И хотя черные дыры невидимы для внешних наблюдателей, они тем не менее могут взаимодействовать между собой и с внешним миром благодаря своим внешним полям. Но необходимо сделать одно важное обобщение.

Известно, что подавляющее большинство звезд вращается. Мы можем предположить, что во время коллапса

подобных вращающихся звезд момент количества движения должен сохраняться, за исключением той его части, которая уносится гравитационными волнами. Каков же будет конечный результат коллапса для вращающихся звезд?

На первый взгляд учет момента количества движения резко усложняет проблему. Но если высказанные недавно идеи получают подтверждение, то результат такого коллапса не только окажется простым во всех отношениях, но и создаст фундамент для предвидения возрастающей роли общей теории относительности в астрономии.

В 1963 г. Керр [19] нашел следующее решение уравнений Эйнштейна для вакуума, которое зависит от двух параметров  $M$  и  $a$  и в пределе дает плоскую метрику:

$$ds^2 = -\frac{\Delta}{\rho} (dt - a \sin^2 \theta d\varphi)^2 + \frac{\sin^2 \theta}{\rho^2} [(r^2 + a^2) d\varphi - \\ - a dt]^2 + \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 + \rho^2 d\theta^2,$$

где

$$\rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta, \quad \Delta = r^2 + a^2 - 2Mr.$$

(Уравнение написано в системе единиц, в которой  $c = G = 1$ ; использована система координат, введенная Бойером и Лундквистом [20].)

Решение Керра имеет *цилиндрическую симметрию* относительно оси  $\theta = 0$ : ни один из метрических коэффициентов не зависит от координаты  $t$  — времени наблюдателя, находящегося в бесконечности. Решение Керра переходит в решение Шварцшильда при  $a = 0$ .

Пробная частица, описывающая геодезическую в метрике Керра, будет на большом расстоянии от центра описывать траекторию движения в гравитационном поле тела с массой  $M$  и моментом количества движения  $J = aM$  (что следует из эффекта Ленса — Тирринга).

В настоящее время имеется уверенность, что конечным результатом коллапса массивной вращающейся звезды является черная дыра с внешней метрикой, которая в пределе становится метрикой Керра, а все асимметрии будут излучены на бесконечность. Я не буду пытаться разьяснять причины этой уверенности; скажу лишь, что они являются следствием из теоремы Картера [21], согласно которой *последовательности осесимметричных метрик,*



внешних по отношению к черной дыре, не должны пересекаться, т. е. не должны иметь никаких общих членов.

В метрике Керра, как и в метрике Шварцшильда, существует горизонт событий; он имеет место при

$$r = \frac{G}{c^2} [M + (M^2 - a^2)^{1/2}].$$

При написании этой формулы я предположил что  $a < M$ ; если же это неравенство не выполняется, то горизонт событий отсутствует, и мы имеем дело с «обнаженной сингулярностью», т. е. сингулярностью, которая будет наблюдаться и способна обмениваться информацией с внешним миром. В дальнейшем я ограничусь случаем  $a < M$ . Времени-подобные или нулевые траектории могут пересекать горизонт событий с внешней стороны, но они не могут исходить изнутри. В этом отношении керровская черная дыра подобна шварцшильдовской. Но, в отличие от шварцшильдовской метрики, метрика Керра определяет иную поверхность (*стационарный предел*), внешнюю по отношению к горизонту событий и определяемую уравнением

$$r = \frac{G}{c^2} [M + (M^2 - a^2 \cos^2 \theta)^{1/2}].$$

Эта поверхность касается горизонта событий в полюсах и пересекает экватор ( $\theta = \pi/2$ ) по окружности, радиус которой, равный  $2GM/c^2$ , больше радиуса горизонта событий. На этой поверхности наблюдатель, который считает свое положение неизменным, должен перемещаться с местной скоростью света: подобно Алисе, он должен бежать так быстро, как он только сможет, чтобы остаться на том же самом месте! Свет, испущенный этим наблюдателем, должен для наблюдателя, находящегося на бесконечности, иметь бесконечно большое красное смещение.

Появление двух отдельных поверхностей в геометрии Керра приводит к неожиданным возможностям [22]. Эти возможности следуют из того факта, что в пространстве между этими двумя поверхностями, названном Уилером и Руффини [23] «эргосферой», координата  $t$ , которая времени-подобна за пределами стационарного предела, становится пространственно-подобной.

Вследствие этого компонента 4-импульса в  $t$ -направлении, представляющая собой сохраняющуюся энергию для наблюдателя в бесконечности, становится в эргосфере про-

странственно-подобной; в соответствии с этим указанная компонента может в этой области принимать отрицательные значения. Мы можем вообразить процесс, при котором некое тело входит в эргосферу из бесконечности и разделяется здесь, в эргосфере, на две части, причем одна часть, согласно суждению наблюдателя в бесконечности, имеет отрицательную энергию. При этом другая часть должна приобрести дополнительную энергию; избыток энергии должен быть таков, чтобы обеспечивалось сохранение энергии первоначального тела. Если бы часть с избытком энергии удалялась по геодезической в бесконечность, в то время как другая часть пересекала горизонт событий и скрывалась в черной дыре, мы могли бы извлечь некоторое количество вращательной энергии черной дыры за счет уменьшения ее момента количества движения. То, что подобные процессы могут существовать, было впервые отмечено Пенроузом.

При рассмотрении энергии, которая может быть высвобождена посредством взаимодействия с черными дырами, полезна теорема Хокинга [24], согласно которой *при взаимодействии с участием черных дыр полная площадь поверхностей границ черных дыр никогда не может уменьшаться*; в лучшем случае она остается неизменной (при стационарных условиях).

Площадь поверхности керровской черной дыры определяется соотношением

$$S = \frac{8\pi}{c^4} G^2 M [M + (M^2 - a^2)^{1/2}].$$

В силу теоремы Хокинга в процессе, при котором энергия извлекается из керровской черной дыры, параметры  $M$  и  $a$  должны изменяться таким образом, что  $S$  увеличивается. Записав

$$M^2 = M_{ir}^2 + (J^2/4) M_{ir}^2,$$

где

$$M_{ir} = \frac{1}{2} \{ [M + (M^2 - a^2)^{1/2}]^2 + a^2 \}^{1/2}$$

и  $J = aM$  — момент количества движения, Христову [25] показал, что условие Хокинга  $\delta S \geq 0$  эквивалентно условию  $\delta M_{ir} \geq 0$ . В соответствии с этим мы можем рассматривать  $M_{ir}$  как несократимую массу керровской

черной дыры в том смысле, что никаким взаимодействием с черной дырой путем введения небольших количеств вещества внутрь ее мы не можем изменить величину  $M_{ir}$ . Поэтому вклад в  $M^2$  члена  $(I^2/4) M_{ir}^2$  представляет собой максимальную вращательную энергию, которая может быть высвобождена.

Другой пример, иллюстрирующий теорему Хокинга (и рассмотренный им самим), состоит в следующем. Вообразим две сферические (шварцшильдовские) черные дыры, каждая с массой  $M/2$ , которые сливаются и образуют одну черную дыру; пусть образовавшаяся черная дыра также будет сферической с массой  $\mathfrak{M}$ . Тогда теорема Хокинга требует, чтобы

$$16\pi\mathfrak{M}^2 \geq 16\pi \left[ 2 \left( \frac{M}{2} \right)^2 \right] = 8\pi M^2,$$

или  $\mathfrak{M} \geq M\sqrt{2}$ . Поэтому максимальная энергия, которая может быть высвобождена при слиянии черных дыр, равна

$$M(1 - 1/\sqrt{2})c^2 = 0,293Mc^2.$$

На практике количество высвобожденной энергии может быть много меньше, но все равно ясно, что процессы рассмотренного типа открывают принципиальную возможность для высвобождения гораздо большей доли массы покоя, чем при ядерных процессах.

В связи с наблюдениями Вебера, о которых мы упоминали раньше, неоднократно предполагалось, что в центре Галактики существует крупная черная дыра с массой в пределах  $10^4$ — $10^8$  солнечных масс (в частности, предполагалось Линден-Белом и Бердином [26]).

Можно предположить, что такая «дыра» будет непрерывно «проглатывать» звезды и окружающее вещество. При поглощении каждой звезды или выпадающего на «дыру» вещества определенная доля массы-энергии должна излучаться в виде гравитационных волн. Мощные приливные силы, которые также способны действовать при указанных обстоятельствах, могут вызывать значительные сопутствующие эффекты, в частности электромагнитное излучение. В последнее время в этих направлениях активно выдвигаются различные гипотезы [27]. Даже если все эти попытки объяснить события, зафиксированные Вебером, в частности их частоту и поток энергии, потерпят неудачу,

все же остается вопрос: не могут ли при определенных обстоятельствах появляться «обнаженные» сингулярности, хотя согласно современным воззрениям «сингулярности всегда будут оставаться скрытыми»?

Совершенно ясно, что любой из механизмов высвобождения энергии, описанных выше, является всего лишь простым предположением. Нынешняя ситуация кое в чем напоминает положение, сложившееся в 20-х годах, когда в качестве источника энергии звезд было предложено превращение водорода в гелий—при полном отсутствии точных данных, чем это явление может сопровождаться. Только через несколько лет была построена цепь проходящих ядерных реакций. Возможно, что и нам придется подождать несколько лет.

При обсуждении различных возможностей, которые могут появляться в результате взаимодействия обычных тел с черными дырами или между черными дырами, мы сегодня всерьез рассматриваем ситуации, которые всего несколько лет назад отбрасывались как приводящие к явному абсурду. Исследуя явления, связанные с горизонтами событий и невозможностью передавать через них информацию, я часто повторял про себя сказку о природе, которую слышал в Индии лет пятьдесят назад. Сказка эта называлась «Не потерялась, а просто исчезла» и повествовала о личинках стрекоз, живущих на дне пруда. Их постоянно мучила одна загадка: что происходит с ними, когда став взрослыми, они поднимаются к поверхности пруда, проходят через нее и исчезают, чтобы больше никогда не вернуться. Каждая личинка, ставшая взрослой и готовящаяся подняться наверх, обязательно обещает вернуться и рассказать оставшимся внизу подругам о том, что же происходит наверху. Ведь только так удастся подтвердить или опровергнуть слухи, распространяемые лягушкой: будто бы личинка, пересекающая поверхность пруда и оказавшаяся по другую сторону привычного мира, превращается в удивительное существо с длинным стройным телом и сверкающими крыльями. Но, выйдя из воды, личинка превращается в стрекозу, которая, увы, уже не может проникнуть под поверхность пруда, сколько бы она ни пыталась и как бы долго ни парила над его зеркальной поверхностью. И в летописи, которую ведут личинки, нет ни одной строки о личинке, которая возвратилась бы и рассказала, что же происходит с теми, которые пере-

секали границу их мира. И сказка оканчивается жалобой: «Неужели ни одна из вас, хотя бы из жалости к тем, кого вы бросили вниз, не вернется и не раскроет секрет?»

## Литература

1. *Lord Keynes*. Newton Tercentenary Celebrations.— Roy. Soc., 1947, 28.
2. *A. S. Eddington*. Background to Modern Science. J. Needham and W. Pagel (Eds.). Cambridge Univ. Press, 1938, p. 140.
3. *A. N. Whitehead*. Science and the Modern World. N. Y., Macmillan, 1926, p. 43.
4. *A. S. Eddington*. Internal Constitution of the Stars. Cambridge Univ. Press, 1926, p. 173.
5. *R. H. Fowler*. Monthly Notices RAS, 1926, 87, 114.
6. *S. Chandrasekhar*. Astrophys. J., 1931, 74, 81; Monthly Notices RAS, 1931, 91, 456; Z. Astrophys, 1932, 5, 321.
7. *S. Chandrasekhar*. Monthly Notices RAS, 1935, 95, 207.
8. *S. Chandrasekhar*. Observatory, 1934, 57, 373, 377.
9. *A. S. Eddington*. Observatory, 1935, 58, 38.
10. *S. Chandrasekhar*. Monthly Notices RAS, 1935, 95, 226, 237; Amer. J. Phys., 1969, 37, 577.
11. *J. R. Oppenheimer, G. M. Volkoff*. Phys. Rev., 1939, 55, 374.
12. *B. R. Harrison, K. S. Thorne, M. Wakano, J. A. Wheeler*. Gravitation Theory and Gravitational Collapse. Univ. Chicago Press, 1965. Русск. перев.: Дж. Уилер, Б. Гаррисон, К. Торн, М. Вакано. Теория гравитации и гравитационный коллапс. М., «Мир», 1968.
13. *S. Chandrasekhar*. In: Colloque International d'Astrophysique XIII. Paris, 1941, p. 245.
14. *P. S. Laplace*. Systeme du Monde, v. 5, ch. VI, p. 6.
15. *J. R. Oppenheimer, H. Snyder*. Phys. Rev., 1939, 56, 455.
16. *S. H. Hawking, R. Penrose*. Proc. Roy. Soc., 1970, A134, 529.
17. *R. H. Price*. Phys. Rev. (в печати).
18. *R. P. Penrose*. Nuovo cimento, 1969, 1, 252.
19. *R. P. Kerr*. Phys. Rev. Letters., 1963, 11, 237.
20. *R. H. Boyer, R. W. Lundquist*. J. Math. Phys., 1967, 8, 265.
21. *B. Carter*. Phys. Rev. Letters, 1971, 26, 331.
22. *S. Chandrasekhar, J. Friedman*. Astrophys. J. (в печати).
23. *R. Ruffini, J. A. Wheeler*. The Significance of Space Research for Fundamental Physics. Paris, ESRO, 1971.
24. *S. W. Hawking*. Comment. Math. Phys., 1972, 25, 152.
25. *D. Christodoulou*. Phys. Rev. Letters, 1970, 25, 1956.
26. *D. Lynden-Bell*. Nature, 1969, 223, 690; *J. Bardeen*. Nature, 1970, 226, 64.
27. *C. W. Misner*. Phys. Rev. Letters, 1972, 28, 994; *R. Penrose*. Nature, 1972, 236, 377.

ВТОРОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ  
И СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ  
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ<sup>1</sup>

До сих пор во всех статьях, посвященных релятивистской термодинамике, рассматривался теплообмен между телами, движущимися совместно. Классическая термодинамика уже занималась рассмотрением такого процесса в сопутствующей системе для совместно движущихся тел; таким образом, ни одно из прежних рассмотрений не вносило ничего существенно нового в теорию теплоты. Смысл этого утверждения состоит в том, что если удалось прийти к соглашению о происходящем в сопутствующей системе, то остается лишь вопрос интерпретации происходящих явлений с точки зрения системы отсчета, относительно которой термодинамическая система движется. В предлагаемой статье изучаются подлинно релятивистские тепловые явления — обмен теплом между телами, находящимися в относительном движении.

В большинстве формулировок релятивистской термодинамики исходят из предположения, что первый и второй законы термодинамики сохраняют свой классический вид и в том случае, когда тепловые процессы рассматриваются в движущейся термодинамической системе. Другими словами, предполагается справедливость

$$dE = dW + dQ, \quad (1)$$

$$dS \geq dQ/T, \quad (2)$$

где  $E$  — энергия,  $W$  — работа,  $Q$  — количество сообщенного системе тепла,  $T$  — температура и  $S$  — энтропия.

Тело ускоряется от состояния покоя до заданной скорости с помощью механических сил, причем так, что все его свойства, которыми оно обладало в системе покоя,

---

<sup>1</sup> C. C. Habeger. The Second Law of Thermodynamics and Special Relativity.— Ann. Phys., 1972, 72. Перевод В. А. Угарова.

сохраняются. Предположив, что во время действия механических сил никакого теплообмена нет и что для обратимых процессов справедливо соотношение  $dS = dQ/T$ , легко обнаружить, что энтропия зависит только от тех свойств тела, которыми оно обладало в состоянии покоя. Таким образом, предполагая, что второе начало термодинамики сохраняет свой классический вид, мы молчаливо предполагаем, что энтропия является инвариантом. Существуют и другие аргументы в пользу инвариантности энтропии, но они основываются уже на статистическом определении термодинамических величин. Но поскольку сама статистическая механика опирается на термодинамику, желательно не вводить в термодинамику аргументы, заимствованные из статистической механики.

Если соотношения (1) и (2) остаются в силе, следует задуматься над тем, как отделить передаваемое тепло от совершаемой работы, рассматривая движущуюся систему. Другими словами, следует выбрать какое-то определенное выражение для передаваемого тепла. Естественно, любое приемлемое выражение для количества переданного тепла должно переходить в известное классическое выражение, когда термодинамическая система рассматривается в системе покоя. Если же процесс, включающий теплообмен, рассматривается в движущейся термодинамической системе, часть передаваемой энергии обладает некоторыми свойствами тепла, а другая — некоторыми свойствами работы; поэтому любое разделение передаваемой энергии в соотношениях (1) и (2) на  $dQ$  и  $dW$  неизбежно оказывается до известной степени произвольным. Во всех же вычислениях, использующих только первое начало термодинамики, очевидно, нет никакого физического критерия для какой-либо классификации передаваемой энергии.

Используя инвариантность энтропии и соотношение (2) для обратимых процессов, можно установить связь между температурой в движущейся системе  $T$  и температурой в системе покоя  $T_0$ :

$$dQ_0/T_0 = dQ/T. \quad (3)$$

Если количество передаваемого тепла определяется так, что отношение  $dQ$  к  $dQ_0$  остается одинаковым для всех процессов, соотношение (3) однозначным образом определяет связь между  $T$  и  $T_0$ . Эта связь будет различ-

ной для различных определений  $dQ$ , однако любая допустимая формулировка должна однозначным образом определять значение температуры движущегося тела. На первый взгляд кажется, что различные определения  $dQ$  могут привести к различным определениям энтропии; однако фактически этого не получается, потому что никто не оспаривает, что энтропия является инвариантом. Это значит, поскольку рассматриваются исключительно совместно движущиеся системы, что энтропия может рассчитываться в системе покоя на основе классической термодинамики. Так как различные формулировки релятивистской термодинамики совместно движущихся тел развиваются в той самой манере, которая только что изложена, и исходят из справедливости закона сохранения энергии и инвариантности энтропии, все они по существу эквивалентны, а их отличия носят чисто формальный характер.

Два широко известных способа формулировки релятивистской термодинамики полностью укладываются в приведенную схему. Первый способ [1], который мы будем называть термодинамикой по Планку, определяет количество переданного тепла  $dQ_p$  как полную переданную энергию, связанную с процессами, при которых не совершается работа<sup>2</sup>. Вторая формулировка [2], которую мы назовем современной термодинамикой, определяет количество переданного тепла  $dQ_m$  как полную переданную энергию, связанную с немеханическими процессами. Термодинамика по Планку появилась вскоре после того, как Эйнштейн построил специальную теорию относительности, тогда как современная термодинамика ведет свое начало с 1960 г., когда возникли подозрения в том, что в построение Планка вкралась ошибка. Две эти формулировки будут сейчас рассмотрены на примере самого простого термодинамического процесса.

Изолированное тело представляет собой систему, энергия и импульс которой образуют 4-вектор; примером может служить идеальный газ в жестком контейнере. Работа, совершаемая ускоряющими силами, может передаваться изолированному телу, однако напряжения — силы, вызывающие деформацию тела, в изолированном теле

---

<sup>2</sup> Превосходное изложение термодинамики по Планку можно найти в монографии [6].



возникать не могут. Поскольку деформации, связанные с лоренцевым сокращением, не могут приводить к работе, совершаемой над изолированным телом, изолированное тело должно находиться под нулевым давлением. Рассмотрим случай, когда два совместно движущихся изолированных тела обмениваются некоторым количеством тепла  $dQ_0$ , определяемым в их системе покоя. Если этот обмен теплом рассматривается относительно системы отсчета, движущейся относительно изолированного тела со скоростью  $v = -\beta c$  в направлении оси  $x$ , такой обмен энергией выглядит как изменение 4-вектора  $dQ^i$ , имеющего компоненты

$$dQ^i = (\gamma dQ_0, \gamma\beta dQ_0, 0, 0), \quad (4)$$

где  $\gamma$  — лоренцевский множитель  $(1 - \beta^2)^{-1/2}$ . Связь между изменением 4-импульса  $dQ^i$ , изменением энергии  $dE$  и изменением импульса  $d\mathbf{P}$  определяется в виде

$$dQ^i = (dE, cd\mathbf{P}), \quad (5)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме.

Согласно Планку количество переданного тепла, рассматриваемого с точки зрения движущейся системы отсчета, представляет собой полную переданную энергию за вычетом совершенной работы, т. е. в данном случае  $dE - v d\mathbf{P}$ , так что

$$\partial Q_p = \gamma dQ_0 - \gamma\beta^2 dQ_0 = dQ_0/\gamma. \quad (6)$$

В современной термодинамике, поскольку все взаимодействие является чисто тепловым (немеханическим), количество переданного тепла просто равно переданной энергии, откуда

$$dQ_m = \gamma dQ_0. \quad (7)$$

Если количество переданного тепла преобразуется всегда по одному и тому же закону

$$dQ_p = dQ_0/\gamma \quad \text{или} \quad dQ_m = \gamma dQ_0 \quad (8)$$

во всех процессах, можно сразу написать связь между температурами  $T_p$  и  $T_m$  в движущейся системе и температурой  $T_0$  в системе покоя (см. соотношение (3)):

$$T_p = T_0/\gamma, \quad (9)$$

$$T_m = \gamma T_0. \quad (10)$$

Член  $-\gamma\beta^2 dQ_0$  в выражении (6), который разумно назвать работой по Планку, возникает благодаря релятивистскому соотношению между массой и энергией. Благодаря массе, связанной с передачей тепла, наблюдатель в движущейся системе обнаруживает изменение импульса. Поскольку в специальной теории относительности сила определяется как производная по времени от импульса, движущийся наблюдатель обнаружит совершение работы, которую и принимал во внимание Планк. Современная термодинамика рассматривает работу, которую учитывал Планк, просто как часть передаваемого тепла, тогда как планковская термодинамика называет ее работой. Поскольку и в том и в другом случае планковская работа так или иначе учитывается, а энтропия принимается равной той, которая подсчитывается в системе покоя на основании классической механики, то никакого физического различия между обоими формализмами применительно к процессам, происходящим в совместно движущихся телах, нет. Поэтому можно утверждать, что не существует эксперимента, который мог бы указать, какая из термодинамик — современная или Планка — является «правильной».

В настоящей статье термодинамика обобщается таким образом, чтобы она могла быть применена к подлинно релятивистским явлениям — теплообмену между телами, находящимися в относительном движении. Поскольку для такого взаимодействия не существует системы покоя вообще, нельзя провести расчет энтропии в системе покоя на основе классической термодинамики. Инвариантность энтропии, которая предполагается как в термодинамике Планка, так и в современной термодинамике, будет выведена из постулатов, допускающих физическую проверку. Математическая форма для первого и второго начала термодинамики будет просто постулирована. Конечно, будет предполагаться справедливость закона сохранения энергии, но отсюда вовсе не следует, что первое и второе начало обязательно должны иметь вид  $dE = dQ + dW$  и  $dS \geq dQ/T$ . Релятивистская термодинамика будет развита так же, как строится классическая термодинамика. Нам придется ввести две словесные формулировки релятивистского второго начала — обобщенные постулаты Клаузиуса и Кельвина. С помощью релятивистского цикла Карно нового типа будет показана эквивалентность

этих постулатов. Предлагается однозначное определение температуры, которую можно измерять с помощью идеального газового термометра, лишённого трения. И, наконец, будет введен полный дифференциал функции, называемой обобщенной энтропией; эта функция окажется инвариантом.

## 1. Передача тепла без трения

Прежде чем приступить к изложению обобщенного второго начала термодинамики, необходимо остановиться на теории взаимодействия между движущимися изолированными телами без учета трения. В классической термодинамике движущиеся тела могут переносить тепло абсолютно немеханическим способом, если они скользят без трения друг по другу. Здесь желательно определить, какие условия следует наложить на взаимодействие между движущимися телами, так, чтобы это взаимодействие сводилось только к переносу тепла. Отсюда видно, что нам необходима релятивистская теория немеханического взаимодействия между двумя движущимися изолированными телами. Такой тип взаимодействия реализуется в том случае, когда гладкое горячее тело скользит по гладкому холодному телу.

Над изолированным телом не может совершаться работа, связанная с деформациями тела; следовательно, ускоряющая сила может быть единственным способом, с помощью которого энергия и импульс могут быть механически переданы изолированному телу. Поскольку энергия и импульс, приобретаемые от ускоряющей силы, образуют 4-вектор и поскольку энергия и импульс изолированного тела также образуют 4-вектор, легко видеть, используя закон сохранения энергии и импульса, что перенос тепла от одного тела к другому должен вызывать обмен 4-импульсом. В этом разделе свойство теплопередачи как 4-мерного импульса будет использовано лишь для изолированных тел, но далее в этой статье предполагается, что теплопередача образует 4-вектор для произвольного теплового взаимодействия<sup>3</sup>.

Рассмотрим случай двух изолированных тел  $S_1$  и  $S_2$ , температура покоя которых равна  $T_{01}$  и  $T_{02}$ . Пусть тело

<sup>3</sup> Х. Мёллер [3] показал, что это предположение справедливо для жидкостей.

$S_2$  движется со скоростью  $\beta c$  в направлении оси  $x$  относительно тела  $S_1$ . Допустим, что бесконечно малый 4-импульс  $dQ^i$  ( $dQ^i = (dE, cdP_x, 0, 0)$ ), если рассматривать его в системе покоя  $S_1$ , передается от тела  $S_1$  к телу  $S_2$  с помощью передачи тепла. Тепловой импульс, передаваемый в направлении  $y$  или  $z$ , не может приводить к изменению свойств, наблюдаемых в системе покоя ни для одного из рассматриваемых тел; поэтому величины  $dP_y$  и  $dP_z$  представляют весьма малый интерес и с целью упрощения рассмотрения мы полагаем их равными нулю. Энергия  $E$  изолированного тела может быть выражена через массу покоя тела  $m_0$  и его скорость  $\beta c$ :

$$E = \gamma m_0 c^2 = (\gamma - 1) m_0 c^2 + m_0 c^2; \quad (11)$$

величина  $m_0 c^2$  может быть названа внутренней энергией и обозначена через  $U$ . Кинетическая энергия изолированного тела, которую мы будем обозначать через  $KE$ , равна  $(\gamma - 1) m_0 c^2$ , так что

$$E = KE + U. \quad (12)$$

В этой статье взаимодействие между  $S_1$  и  $S_2$  считается происходящим без трения только в том случае, если полная кинетическая энергия  $KE_1 + KE_2$  сохраняется. Теплопередача представляет собой немеханическое воздействие, так что чисто тепловой процесс должен сохранять механическую энергию. Так как такое взаимодействие без трения охватывает только тела  $S_1$  и  $S_2$ , то

$$dKE_1 + dKE_2 + dU_1 + dU_2 = 0. \quad (13)$$

Отсюда следует, что изменения в кинетической энергии равны нулю тогда и только тогда, когда изменения полной энергии равны нулю. Функция  $U$  представляет собой релятивистский инвариант, так что сумма  $dU_1 + dU_2 = 0$  не зависит от выбора системы отсчета. Отсюда непосредственно вытекает, что сохранение кинетической энергии должно иметь инвариантный характер.

Величина бесконечно малого изменения 4-импульса должна быть выделена из условия сохранения внутренней энергии —  $dU_1 + dU_2 = 0$ . Если мы выбираем для сигнатуры метрики значение  $-2$ , а 4-скорости тел  $S_1$  и  $S_2$  обозначаем через  $V_1^i$  и  $V_2^i$ , изменения внутренней энергии

тел  $S_1$  и  $S_2$  можно записать так:

$$dU_1 = -dQ^i V_{1i}, \quad (14)$$

$$dU_2 = dQ^i V_{2i}. \quad (15)$$

Выполнив указанное суммирование в системе покоя для  $S_1$ , получим

$$dU_1 = -dE, \quad (16)$$

$$dU_2 = \gamma dE - \gamma \beta c dP_x. \quad (17)$$

Используя закон сохранения внутренней энергии, найдем следующее соотношение между  $dP_x$  и  $dE$ :

$$dP_x = (\gamma - 1) dE / \gamma \beta c = \gamma \beta dE / c (\gamma + 1). \quad (18)$$

Это означает, что обмен 4-импульсом, рассматриваемый из системы покоя, для  $S_1$  должен быть записан в форме  $(dE, (\gamma - 1)dE/\gamma\beta, 0, 0)$ . Поскольку абсолютное значение величины  $(\gamma - 1)/\gamma\beta$  меньше единицы, переданное тепло образует времени-подобный 4-вектор. Воспользовавшись преобразованиями Лоренца, найдем, что в системе  $S_2$  4-вектор переданного тепла имеет вид  $(dE, (\gamma' - 1)/\gamma'\beta', 0, 0)$ . Конечно,  $\beta'c$  равно  $-\beta c$ ; это есть скорость  $S_1$  относительно  $S_2$ . Заметим, что при  $\beta = 0$  внутренняя энергия сохраняется независимо от соотношения между  $dP_x$  и  $dE$ . Предполагая непрерывность выражения (18), находим, что при  $\beta = 0$  обмен 4-импульса происходит в форме  $(dE, 0, 0, 0)$ .

Так как природа бесконечно малого обмена 4-импульсом не должна зависеть от экстенсивных свойств, таких, как массы  $S_1$  и  $S_2$ , система центра масс не представляет особого интереса для взаимодействий такого типа. Но вместе с тем симметрия ситуации выделяет одну инерциальную систему, заслуживающую особого внимания. Разумным требованием к взаимодействию, в котором не участвует трение, является требование, чтобы  $dP_x$  равнялось нулю в системе отсчета, относительно которой  $S_1$  движется со скоростью  $-w$ , а  $S_2$  — со скоростью  $w$ . Нетрудно показать, что требование сохранения кинетической энергии приводит к тому, чтобы обмен 4-импульса описывался в виде  $(dE', 0, 0, 0)$  в системе отсчета, релятивистски промежуточной между двумя рассматриваемыми телами.

Были предложены три возможных ковариантных обобщения взаимодействия без трения. Они опирались соответственно на следующие предположения: 1) сохраняется полная кинетическая энергия; 2) сохраняется полная внутренняя энергия; 3) взаимодействие бессиловое, если его рассматривать с точки зрения наблюдателя, релятивистски промежуточного между двумя рассматриваемыми телами. Все эти три условия эквивалентны, и никаких других физически осмысленных альтернативных ковариантных предположений просто не видно. Далее на протяжении всей статьи будет предполагаться, что если между двумя изолированными телами происходит теплообмен, то это значит, что осуществляется обмен 4-импульса в форме  $(dE, (\gamma - 1) dE/\gamma\beta, 0, 0)$ , если этот теплообмен рассматривается в мгновенно сопутствующей системе одного из тел, причем  $\beta c$  — скорость другого тела в направлении оси  $x$ .

Эта теория приводит к интересному, быть может, несколько неожиданному релятивистскому эффекту, а именно к ускорению небольшого нагретого тела, скользящего без трения по холодному телу бесконечной массы. Обозначим холодное тело через  $S_1$ , горячее тело — через  $S_2$ , а все вычисления будем производить в системе покоя тела  $S_1$ , для которой  $v_1 = \beta_1 c = 0$ , а  $v_2 = \beta_2 c$ ,

$$dKE_1 = d\{(\gamma_1 - 1) U_1\} = (\gamma_1 - 1) dU_1 + U_1 d\gamma_1. \quad (18')$$

Вместе с тем

$$\gamma_1 = 1 \text{ и } d\gamma_1 = \beta_1 \gamma_1^3 d\beta_1 = 0. \quad (19)$$

Таким образом,

$$dKE_1 = 0 \text{ и } dKE_2 = 0, \quad (20)$$

$$dU_2/U_2 = d\gamma_2/(\gamma_2 - 1) = \beta_2 \gamma_2^3 d\beta_2/(\gamma_2 - 1) \quad (21)$$

и, следовательно,

$$d\beta_2 = -(\gamma_2 - 1) dU_2/\beta_2 \gamma_2^3 U_2. \quad (22)$$

При этом предполагается, что если горячее и холодное тела обмениваются теплом, то тело, обладающее более высокой температурой покоя, теряет внутреннюю энергию, а тело, имеющее меньшую температуру, приобретает внутреннюю энергию (справедливость этого предположения будет видна из обобщенного постулата Клаузиуса, о ко-

тором речь пойдет ниже). Таким образом,  $dU_2$  отрицательно, и если  $\beta_2$  положительно,  $d\beta_2$  должно быть также положительно. Поскольку  $S_1$  обладает бесконечной массой, передача конечного значения 4-импульса не может изменить значение его 4-скорости. Отсюда следует, что  $S_1$  обнаруживает ускорение тела  $S_2$ , когда тело  $S_2$  скользит по  $S_1$ .

В следующем разделе излагаются некоторые соображения относительно релятивистского трения, хотя они и не имеют прямого отношения к обобщению второго закона термодинамики.

## 2. Трение

Здесь будут описаны процессы с участием релятивистского трения не только с целью полноты изложения, но и потому, что с их помощью возникают дополнительные аргументы в пользу теории теплопередачи без трения. Пусть  $S_1$  и  $S_2$  — два изолированных тела, свойства которых в их системах покоя одинаковы; пусть эти тела находятся в относительном движении. Допустим теперь, что  $S_1$  и  $S_2$  на мгновение коснулись друг друга. Используя законы сохранения энергии и импульса, легко обнаружить, что такое взаимодействие приводит к обмену 4-импульсом  $dF^i = (dE, cdP_x, cdP_y, cdP_z)$ , передаваемым от  $S_1$  к  $S_2$ . Рассмотрим этот процесс в системе покоя  $S_1$ , затем с помощью преобразований Лоренца перейдем в систему покоя  $S_2$  и, в конце концов, произведем пространственную инверсию. Как видно из рис. 1, этот процесс выглядит в конечной системе покоя в точности так же, как и в исходной системе отсчета, за исключением того, что теперь  $S_1$  (но не  $S_2$ ) является движущимся телом; таким образом, передача 4-импульса от  $S_1$  к  $S_2$  в исходной системе отсчета оказывается эквивалентной передаче 4-импульса от  $S_2$  к  $S_1$  в конечной системе отсчета. 4-импульс, переданный от  $S_1$  к  $S_2$  в конечной системе отсчета, можно найти, применяя к  $dF^i$  преобразования Лоренца, за которыми должна следовать инверсия, так что

$$I \{L(dF^i)\} = -dF^i \quad (23)$$

или же

$$\begin{aligned} & (\gamma dE - \gamma\beta cdP_x, -\gamma c t P_x + \gamma\beta dE, -cdP_y, -cdP_z) = \\ & = (-dE, -cdP_x, -cdP_y, -cdP_z). \end{aligned} \quad (24)$$

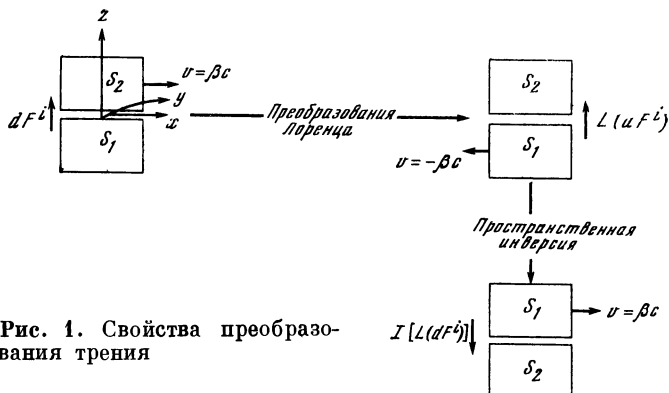


Рис. 1. Свойства преобразования трения

Таким образом,

$$-\gamma dE + \gamma\beta cdP_x = dE, \quad (25)$$

$$\gamma cdP_x - \gamma\beta dE = cdP_x, \quad (26)$$

$$dP_y = dP_y \quad (27)$$

и, наконец,

$$dP_z = dP_z. \quad (28)$$

Из соотношения (25) или (26) можно получить, что в системе покоя  $S_1$  удовлетворяется следующее соотношение между  $dE$  и  $dP_x$ :

$$cdP_x = [(\gamma + 1)/\gamma\beta] dE. \quad (29)$$

Так как величины  $dP_y$  и  $dP_z$  вызваны наличием статического трения, они представляют для нас весьма незначительный интерес, и для простоты мы будем считать их равными нулю. Обратим внимание, что (29) получено исключительно из соображений симметрии, и никакие физические соображения до сих пор не использовались.

Согласно этому рассмотрению трение может быть согласовано с классической идеей о превращении кинетической энергии в тепло; поэтому импульс, приобретаемый одним из одинаковых тел, как его воспринимает наблюдатель на втором теле, следует предположить имеющим противоположный знак по сравнению с импульсом первого тела. Это эквивалентно требованию, чтобы изменение энергии  $dE$  было меньше нуля или равнялось нулю.



Поскольку начальное взаимодействие путем трения — обмен 4-импульсом, вызванный соприкосновением двух поверхностей, зависит только от участков тел, близких к области соприкосновения, вид начального взаимодействия путем трения не должен зависеть от того, что два изолированных тела были одинаковыми. Если два различных изолированных тела при одинаковых температурах покоя подвержены трению друг о друга, следует предположить, что их взаимодействие начинается с обмена 4-импульсом в форме (29). Так как тела разные, начальное взаимодействие через трение приводит к тому, что одно из тел приобретает более высокую температуру в области вблизи контакта; это различие в температурах вызывает обмен теплом. Следовательно, полное взаимодействие через трение между двумя изолированными телами при той же самой температуре покоя состоит в обмене 4-импульсом в форме (29), за которым следует индуцированный теплообмен. В связи с тем что исходное взаимодействие посредством трения приводит к увеличению внутренней энергии в обоих телах, а увеличение внутренней энергии приводит к росту температуры, причем внутренняя энергия должна двигаться в направлении от большей температуры к меньшей во время индуцированного теплообмена, ни одно из тел не может терять внутреннюю энергию во время полного взаимодействия путем трения. Следовательно, количество переданного тепла в процессе индуцированного теплообмена ограничено условием, что количество внутренней энергии, потерянное телом в связи с индуцированной теплопередачей, должно быть меньше, чем приобретенная внутренняя энергия в начальном взаимодействии путем трения. Внутренняя энергия является монотонно возрастающей функцией температуры покоя, и поэтому тело не может уменьшить свою собственную температуру в процессе полного взаимодействия путем трения. Нетрудно видеть из выражений (18) и (29), что 4-импульс, описывающий исходное взаимодействие путем трения, ортогонален к изменению 4-импульса, связанному с теплопередачей ( $dF^i dQ_i = 0$ ). Таким образом, поскольку в системе отсчета, где  $S_1$  имеет скорость  $-\beta'c$ , а  $S_2$  имеет скорость  $\beta'c$ , величина  $dQ^i$  имеет компоненты  $(dE, 0, 0, 0)$ , то величина  $dF^i$  должна иметь компоненты  $(0, dP, 0, 0)$ . В промежуточной системе отсчета за обменом 4-импульсом вида  $(0, dP, 0, 0)$  следует переход в виде  $(dE, 0, 0, 0)$ ,

когда появляется трение. Изменения внутренней энергии, связанные с изменением  $(dE, 0, 0, 0)$ , должны быть меньше, чем те, которые были связаны с  $(0, dP, 0, 0)$ , так что

$$|\gamma' dE| \leq |\gamma' \beta' dP|, \quad (30)$$

и полное взаимодействие путем трения должно лежать в заштрихованной области плоскости энергии-импульса (рис. 2).

Другой путь к теории взаимодействия без трения состоит в требовании, чтобы она не включала в себя трение. В промежуточной системе отсчета исходное взаимодействие посредством трения описывается как  $(0, dP, 0, 0)$ , так что если в теплопередаче трение не участвует, взаимодействие должно иметь вид  $(dE, 0, 0, 0)$  в этой же системе. Конечно, это тот же самый результат, который был получен раньше.

Различие между изолированным телом и более общей системой состоит в том, что напряжения не могут совершать работы над изолированным телом. Представляется маловероятным, что работа, совершаемая напряжениями, может оказать влияние на форму взаимодействия, обусловленную трением или передачей тепла; следовательно, можно предположить, что и передача тепла, и трение описываются так же, как это имело место для изолированных тел.

Теперь, когда отвлечение по поводу релятивистского трения завершено, вернемся к главной задаче настоящей статьи — обобщению второго начала термодинамики.

### 3. Цикл Карно

Как это уже подчеркивалось, обмен теплом между изолированными телами сохраняет полную внутреннюю энергию; поэтому, если происходит некоторая передача тепла, одно из изолированных тел приобретает некоторое количество массы покоя, а другое теряет в точности такое же количество. Представим себе такой случай, когда два

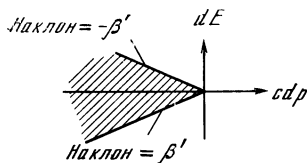


Рис. 2. Передача 4-импульса посредством трения от  $S_1$  к  $S_2$ , как она выглядит в инерциальной системе отсчета, где  $S_1$  и  $S_2$  имеют равные, но противоположно направленные скорости ( $-\beta'c$  и  $\beta'c$ )

изолированных тела, свойства которых в системе покоя одинаковы, находятся в относительном движении и вступают в тепловой контакт между собой, причем никакого трения нет. Если существует поток тепла, все наблюдатели согласятся в том, что одно из тел теряет часть своей массы покоя, а другое приобретает. Симметрия всей этой ситуации лишает нас возможности сказать, какое именно из тел приобретает массу, поэтому, если бы тепло спонтанно перемещалось между этими телами, симметрия ситуации оказалась бы нарушенной. Теперь рассмотрим два тела, находящиеся в относительном движении, но обладающих одной и той же температурой покоя; эти тела вовсе не должны быть ни одинаковыми, ни изолированными. Пусть каждое из этих тел находится в тепловом контакте с движущимся совместно с ним изолированным телом, обладающим той же самой температурой покоя. Предположим, что у двух изолированных тел заданы определенные одинаковые свойства в системе покоя; пусть они вступают в тепловой контакт друг с другом, но без трения. Поскольку природа дифференциального теплового взаимодействия может зависеть только от свойств взаимодействующих материалов вблизи области контакта, допущение, что одинаковые изолированные тела, находящиеся в тепловом контакте с телами более общего типа, не может изменить нашего утверждения о том, что изолированные тела не могут спонтанно передавать тепло. Конечно, классическая термодинамика исключает всякую самопроизвольную теплопередачу между произвольными телами, движущимися совместно с изолированным телом. И поскольку тепловой контакт может иметь место между любыми двумя телами без спонтанного потока тепла, отсюда следует — на основании тех же самых аргументов, какие рассматриваются в классической термодинамике, — что любая бесконечно малая передача тепла между двумя телами при одной и той же температуре покоя является обратимым процессом.

Тепловые источники (резервуары), т. е. тела, обладающие способностью взаимодействовать со своим окружением только посредством теплопередачи, как это предполагается и в классической термодинамике, могут существовать и в релятивистской термодинамике. Предполагается также, что существуют тепловые источники или набор тепловых источников, способных обеспечить необходимое

тепло для реализации любого процесса. Это значит, что, когда система взаимодействует со своим окружением, это взаимодействие может быть разделено на механическую и немеханическую части, а воздействие на систему, обусловленное немеханической частью взаимодействия, может быть обеспечено тепловым источником. Теперь следует уже предположить, что тепловые источники существуют и в термодинамике движущихся тел, и поскольку работа, производимая натяжениями, не относится к тепловым явлениям, следует считать, что тепловые источники должны быть изолированными телами. Таким образом, тепловой источник представляет собой изолированное тело, которое обладает единственной способностью передавать тепло и может выполнять любые функции, связанные с передачей тепла.

Когда тело обменивается бесконечно малым количеством тепла с тепловым источником при одной и той же температуре покоя, весь процесс может быть рассмотрен следующим образом: сначала тело изолируется от своего механического окружения, помещается в жесткий контейнер; затем допускается для него возможность обмена 4-импульсом в форме  $(dE, (\gamma - 1) dE/\gamma\beta, 0, 0)$  с тепловым источником; затем тело изолируют от теплового источника и вновь приводят в контакт с окружением. Напряжения могут совершить бесконечно малую работу над телом, а окружение тела может создать механическую ускоряющую силу, которая и сообщает бесконечно малый 4-импульс телу. Величина этих двух взаимодействий с окружением может быть выбрана произвольной. Энергия и импульс, передаваемые способом, о котором шла речь выше, тепловым источником также образуют времени-подобный 4-вектор. Следовательно, если тепловой источник способен выполнять все необходимые тепловые роли, нужно предположить, что тепловая часть энергии и импульса, приобретенных системой, всегда образуют времени-подобный 4-вектор.

В настоящей статье идеальные газы будут использоваться в качестве термометров и рабочих жидкостей в цикле Карно. Для того чтобы показать, что теория, развитая в этой статье, может быть использована при очень высоких температурах, необходимо напомнить некоторые свойства релятивистского идеального газа. Подробное обсуждение вопроса можно найти в книге Синга [4]. Урав-

нение идеального газа ( $PV_0 = nRT_0$ ) справедливо и при релятивистских температурах. Поскольку идеальный газ и движущееся относительно него тело, находящееся с ним в тепловом контакте без трения, будут спонтанно обмениваться теплом до тех пор, пока их температуры покоя не сравняются, идеальный газ без трения может быть использован для измерения температуры покоя движущегося тела. Другими словами, идеальный газ, заключенный в гладкий жесткий контейнер, массой которого можно пренебречь, может быть использован как термометр. С помощью такого термометра можно определять температуру покоя тела, движущегося относительно этого газа.

Чтобы проводить цикл Карно между телами, имеющими произвольные температуры, необходимо получить связь между изменениями объема покоя и температуры покоя при адиабатических процессах с идеальным газом. Когда идеальный газ участвует в адиабатическом процессе, можно обнаружить — на основе первого начала термодинамики, использованного в системе покоя газа, — что  $dU + PdV_0 = 0$ . Теплоемкость идеального газа зависит от температуры покоя  $\{dU/dT_0 = f(T_0)\}$ , причем  $(T_0)$  равна  $\left(\frac{3}{2}\right) nR$  при низких температурах, однако при релятивистских температурах она вовсе непостоянна и зависит от температуры покоя. Таким образом, первое начало записывается в виде

$$dV_0/V_0 = -f(T_0) dT_0/nR T_0. \quad (31)$$

Интегрируя (31), приходим к выражению

$$V_0(\text{конечн.})/V_0(\text{нач.}) \equiv G\{T_0(\text{нач.}), T_0(\text{конечн.})\}, \quad (32)$$

где  $G\{T_0(\text{нач.}), T_0(\text{конечн.})\}$  является функцией только начальной и конечной температур покоя. Это обстоятельство указывает на то, что отношение конечного и начального собственных объемов идеального газа, подвергающегося адиабатическому процессу, зависит только от начальной и конечной температур покоя.

Теперь необходимо рассмотреть два цикла Карно для того, чтобы перейти к обобщенному второму началу.

### Шестиходовой цикл Карно

Циклы Карно будут введены путем бесконечно малого взаимодействия между тепловым источником конечной массы, хотя то же самое можно получить и при конечном

взаимодействии с тепловым источником с бесконечной массой. Шестиходовой цикл Карно, рассматриваемый нами, тождествен с циклом Карно, описанным Х. Мёллером [5], за исключением того случая, когда вместо идеальной жидкости, использованной Мёллером, фигурирует идеальный газ. Цикл Карно осуществляется на двух тепловых источниках  $S_1$  и  $S_2$ , температуры покоя которых равны  $T_{01}$  и  $T_{02}$ . Источник  $S_2$  имеет скорость  $\beta c$  относительно источника  $S_1$  вдоль оси  $x$ . Шесть ступеней цикла Карно рассматриваются так, как они выглядят в системе покоя  $S_1$ .

1. Один моль идеального газа сжимается (или расширяется) изотермически, поддерживая тепловой контакт с источником  $S_1$ . Скорость газа остается равной нулю.

2. Идеальный газ адиабатически сжимается (или расширяется) при нулевой скорости до тех пор, пока температура покоя не изменится от  $T_{01}$  до  $T_{02}$ .

3. Газ ускоряется механическими силами от нулевой скорости до скорости  $\beta c$ , не изменяя своих свойств в системе покоя.

4. Газ изотермически расширяется (или сжимается) при постоянной скорости  $\beta c$ , находясь в тепловом контакте с источником  $S_2$ . Величина этого взаимодействия подобрана так, что цикл Карно возвращает газ в исходное состояние при завершении последнего хода (6).

5. Идеальный газ адиабатически расширяется (или сжимается) при постоянной скорости  $\beta c$  до тех пор, пока температура покоя не изменится от  $T_{02}$  до  $T_{01}$ .

6. Идеальный газ замедляется с помощью механической силы до нулевой скорости, причем так, что его свойства в системе покоя остаются неизменными. Теперь идеальный газ вернулся в свое исходное состояние.

Один моль идеального газа описывается следующими уравнениями:

$$U = f(T_0), \quad E = \gamma(U + \beta^2 R T_0), \quad (33)$$

$$PV_0 = R T_0, \quad M = (\gamma\beta/c)(U + RT_0), \quad (34)$$

где  $E$  — полная энергия идеального газа,  $M$  — полный импульс,  $U$  — внутренняя энергия газа. Рассматривая весь процесс с точки зрения системы  $S_1$ , можно утверждать, что 4-импульс  $dQ_{11}$ , создаваемый источником  $S_1$  на ступени 1, имеет форму  $(dQ_0, 0, 0, 0)$ . Используя клас-

сическую формулировку первого начала в системе отсчета  $S_1$ , получим

$$dQ_0 = dW_0 = RT_0 \ln (V_{02}/V_{01}), \quad (35)$$

где  $V_{01}$  — собственный объем газа перед ступенькой 1;  $V_{02}$  — собственный объем газа перед ступенькой 2 и т. д. Поскольку ступеньки 2 и 5 представляют собой адиабатические процессы, происходящие между теми же самыми температурами покоя, то

$$V_{03}/V_{02} = G(T_{01}, T_{02}) = V_{05}/V_{06}. \quad (36)$$

4-импульс, создаваемый источником  $S_2$  на ступени 4, подсчитывается сначала в системе покоя  $S_2$ . С точки зрения  $S_2$  источник  $S_2$  создает 4-импульс в виде  $(dQ^*, 0, 0, 0)$ . Используя классическую форму первого начала в системе покоя  $S_2$ , находим

$$dQ^* = RT_{02} \ln (V_{05}/V_{04}). \quad (37)$$

Поскольку  $V_{03} = V_{04}$  и  $V_{06} = V_{01}$ , из равенства (37) следует

$$dQ^* = -R T_{02} \ln (V_{02}/V_{01}), \quad (38)$$

или же

$$dQ^* = (-T_{02}/T_{01}) dQ_0. \quad (39)$$

Пользуясь преобразованием Лоренца, переходим от этого 4-импульса к 4-импульсу в системе покоя  $S_1$ ; при этом мы обнаруживаем, что 4-импульс, создаваемый источником  $S_2$ , если его рассматривать с точки зрения  $S_1$ , имеет вид

$$dQ_{21}^i = (-\gamma (T_{02}/T_{01}) dQ_0, -\gamma\beta (T_{02}/T_{01}) dQ_0, 0, 0).$$

Так как все остальные взаимодействия между идеальным газом и окружающей средой представляют собой расширение, сжатие и ускорение, они могут быть осуществлены механическими силами. Таким образом, единственным результатом цикла Карно, рассматриваемого в системе отсчета  $S_1$ , является то, что источник  $S_1$  создает 4-импульс  $(dQ_0, 0, 0, 0)$ , а источник  $S_2$  — 4-импульс  $(-\gamma (T_{02}/T_{01}) dQ_0, -\gamma\beta (T_{02}/T_{01}) dQ_0, 0, 0)$ .

Чтобы доказать некоторые теоремы последующих разделов, необходимо иметь по крайней мере циклы Карно

Двух различных типов, поэтому мы воспользуемся теорией теплопередачи без трения, чтобы построить цикл Карно нового типа.

#### Четырехходовой цикл Карно

Этот обратимый цикл Карно в точности совпадает с шестиходовым циклом, за исключением того, что в нем опущены ступеньки 3 и 6. Это означает, что идеальный газ покоится относительно системы  $S_1$  за время всего цикла и что контакт при реализации ступеньки 4 происходит без трения и обратим в том смысле, который был разъяснен ранее. Форма 4-импульса, создаваемого источником  $S_2$  на ступеньке 4, если рассматривать процесс в системе отсчета  $S_1$ , имеет вид  $dQ_{21}^i = (dQ', (\gamma - 1) \cdot dQ'/\gamma\beta, 0, 0)$ . Взаимодействие между идеальным газом и механическим окружением на ступеньке 4 подобрано таким образом, что температура и скорость газа остаются неизменными. Это значит, что окружающая среда должна совершать некоторую работу типа сжатия, чтобы поддерживать температуру покоя постоянной, и должна передать газу некоторый импульс  $dP = -(\gamma - 1)dQ'/\gamma\beta c$ , если подсчитывать его в системе  $S_1$ , чтобы сохранить скорость постоянной.

Внутренняя энергия, переданная от  $S_2$  газу, равна  $dQ'$ ; производя вычисления, аналогичные тем, какие были сделаны для шестиходового цикла, можно найти

$$dQ' = - (T_{02}/T_{01}) dQ_0.$$

Подводя итоги, можно сказать, что единственным результатом четырехходового цикла Карно, рассматриваемого с точки зрения системы отсчета  $S_1$ , является то, что  $S_1$  создает 4-импульс  $(dQ_0, 0, 0, 0)$ , а источник  $S_2$  создает 4-импульс

$$\{- (T_{02}/T_{01})dQ_0, - (T_{02}/T_{01}) (\gamma - 1) dQ_0/\gamma\beta, 0, 0\}.$$

#### 4. Обобщенное второе начало термодинамики

В классической термодинамике передача тепла означает обмен энергией, однако в релятивистской термодинамике передача тепла должна рассматриваться как



обмен 4-импульсом. С релятивистской точки зрения передача тепла представляет собой передачу 4-импульса, тогда как работа есть отдельная величина и не образует сама по себе никакого 4-вектора. Таким образом, утверждение типа «превращение тепла в работу не может быть единственным результатом процесса, происходящего при одной температуре», в релятивистской термодинамике имеет весьма неопределенный смысл. По этой причине две словесные формулировки второго начала термодинамики должны быть обобщены и переложены на релятивистский язык.

### Обобщенный постулат Кельвина

В классической термодинамике предполагается, что с помощью трения всегда возможно превращение работы в тепло при любой температуре<sup>4</sup>. На релятивистском языке это предположение должно звучать так: в системе покоя тела всегда возможно, чтобы это тело приняло на себя 4-импульс в форме  $(dE, 0, 0, 0)$ , где  $dE \geq 0$ , причем единственным результатом этого обмена будет увеличение внутренней энергии тела. «Единственный результат» означает, что при этом не происходит никаких изменений в термодинамических свойствах покоя ни в одном из тел, составляющих окружение рассматриваемого тела. Такой тип взаимодействия может быть обеспечен совокупностью процессов, рассмотренных в разделе, посвященном трению. Так, например, гравитационную потенциальную энергию системы можно использовать для того, чтобы поглаживать взад и вперед изолированное тело. Если рассматривать процесс в системе покоя изолированного тела, изменения импульса будут компенсироваться при движении взад и вперед и результатом всего процесса будет приобретение 4-импульса в форме  $(dE, 0, 0, 0)$ , причем  $dE \geq 0$ . Действие механической ускоряющей силы дает нам пример другого процесса, единственным результатом которого будет передача 4-импульса изолированному телу. Когда к телу прикладывается ускоряющая сила, изолированное тело меняет свой 4-импульс на величину  $(0, cdP_x, cdP_y, cdP_z)$ , если рассматривать весь процесс в системе покоя изолированного тела.

<sup>4</sup> См., например, книгу Э. Ферми «Термодинамика» [9].

Можно получить любые значения  $dP_x$ ,  $dP_y$ ,  $dP_z$ , меняя величину, направление и длительность действия силы. Комбинируя действие трения и механических сил, возможно указать процесс, единственным результатом которого будет то, что изолированное тело получит некоторое дифференциальное значение 4-импульса, который тело воспримет как указание на направление в будущее.

Теперь, поскольку некоторые возможные взаимодействия, не меняющие термодинамические свойства покоя окружающей среды, уже рассмотрены, постулат Кельвина будет состоять в том, что все подобного рода порождения 4-импульса тепловыми источниками должны иметь именно такую форму. Обобщенный постулат Кельвина принимает, таким образом, следующее выражение: процесс, единственным результатом которого будет создание тепловым источником некоторого 4-импульса, который указывает направление в будущее, невозможен.

#### Обобщенный постулат Клаузиуса

Классический постулат Клаузиуса состоит в том, что процесс, результатом которого была бы только передача тепла от данного тела с постоянной температурой к другому телу с более высокой постоянной температурой, невозможен. Теория теплопроводности без трения предсказывает, что одно изолированное тело приобретает некоторое количество внутренней энергии во время обмена теплом, а другое изолированное тело теряет в точности то же самое количество внутренней энергии. Естественно предположить, что тело с более высокой температурой покоя теряет внутреннюю энергию; поэтому обобщенный принцип Клаузиуса звучит так: процесс, результатом которого была бы только передача тепловым источником некоторого 4-импульса в форме  $(dE, (\gamma - 1) dE/\gamma\beta, 0, 0)$ , где  $dE > 0$ , если рассматривать этот процесс в его системе покоя, тепловому источнику с более высокой температурой покоя и движущемуся со скоростью  $\beta c$ , невозможен. В процессе, результатом которого будет только «...не происходит никаких изменений в окружении двух тел». Обратим внимание на то, что «процесс, результатом которого будет только...» имеет бльшие ограничения, чем «процесс, единственным результатом которого...»

## 5. Эквивалентность постулатов Клаузиуса и Кельвина

Прежде всего убедимся в том, что обобщенный постулат Кельвина справедлив, если справедлив обобщенный постулат Клаузиуса. Если бы обобщенный постулат Кельвина оказался неверным, процесс, единственным результатом которого было бы порождение тепловым источником некоторого 4-импульса  $(dE, cdP_x, cdP_y, cdP_z)$ , где  $dE > 0$ , рассматриваемый в системе покоя теплового источника, оказался бы возможным. Теперь приложим к тепловому источнику механическую силу такой величины и длительности, что переданный 4-импульс будет равен  $(0, cdP_x, cdP_y, cdP_z)$ . Тепловые источники представляют собой такие тела, которые способны лишь к тепловому взаимодействию, однако, если это нужно, к ним можно приложить механические силы, вызывающие ускорение. Таким образом, существует процесс, единственным результатом которого будет то, что тепловой источник может породить некоторый 4-импульс  $(dE, 0, 0, 0)$ , причем  $dE > 0$ , если рассматривать этот процесс в системе покоя источника. Заметим, что тем самым нарушается классический постулат Кельвина; следовательно, обобщенный постулат Кельвина справедлив, если справедлив классический постулат Кельвина. Поскольку порождение 4-импульса  $(dE, 0, 0, 0)$  является единственным результатом процесса,  $dE$  не должно изменять свойств покоя ни одного из тел окружающей среды. Это означает, что  $dE$  должно передаваться окружающей среде в виде кинетической или потенциальной энергии. С помощью трения при движении вперед и назад кинетическая или потенциальная энергии могут быть превращены в тепло; это тепло в свою очередь может быть поглощено вторым тепловым источником, который покоится относительно первого. Если температура покоя второго теплового источника выше, чем температура первого, возможно провести процесс, единственным результатом которого была бы передача 4-импульса в форме  $(dE, (\gamma - 1) dE/\gamma\beta, 0, 0)$ , причем  $dE > 0$  (в этом случае  $\beta = 0$  и, следовательно,  $(\gamma - 1)/\gamma\beta = 0$ ) от одного теплового источника к другому, обладающему более высокой температурой. Таким образом, обобщенный постулат Кельвина оказывается справедливым, если справедлив обобщенный постулат Клаузиуса.

Эта сторона эквивалентности может быть доказана, если использовать кинетическую или потенциальную энергию для реализации цикла Карно, вместо того чтобы использовать их для получения тепла. Результат окажется тем же самым, т. е. процессом, результатом которого будет только передача тепла от одного теплового источника к другому, обладающему более высокой температурой.

Теперь мы уже покажем, что обобщенный постулат Кельвина справедлив только в том случае, если справедлив обобщенный постулат Клаузиуса. Представим себе два тепловых источника  $S_1$  и  $S_2$  при температурах покоя  $T_{01}$  и  $T_{02}$ , причем  $T_{02} > T_{01}$ . Источнику  $S_2$  сообщена скорость  $\beta c$  относительно источника  $S_1$  в направлении оси  $x$ . Предположим теперь, что в нарушение обобщенного постулата Клаузиуса источник  $S_1$  передает 4-импульс  $dQ^i = (dE, (\gamma - 1) dE/\gamma\beta, 0, 0)$ , причем  $dE > 0$  источнику  $S_2$ , причем процесс рассматривается в системе покоя  $S_1$ . Несколько раньше в этой работе были рассмотрены шестиходовой цикл Карно, который мы назовем Циклом # 1, и четырехходовой цикл Карно, который мы назовем Циклом # 2. Если осуществить эти два цикла между источниками  $S_1$  и  $S_2$ , произойдет порождение 4-импульса, которое изображено в таблице

4-импульс, порождаемый источником	Цикл # 1	Цикл # 2
$S_1$	$(dE_1, 0, 0, 0)$	$(dE_2, 0, 0, 0)$
$S_2$	$\left( -\gamma \frac{T_{02}}{T_{01}} dE_1, -\gamma\beta \frac{T_{02}}{T_{01}} dE_1, \right.$ $\left. 0, 0 \right)$	$\left( -\frac{T_{02}}{T_{01}} dE_2, \right.$ $\left. -\frac{(\gamma - 1) T_{02}}{\gamma\beta} \frac{dE_2}{T_{01}}, 0, 0 \right)$

Обратим внимание на то, что отношение энергии к импульсу, порождаемое источником  $S_2$ , различно в Цикле # 1 и Цикле # 2, так что, подбирая значения  $dE_1$  и  $dE_2$ , можно реализовать любое отношение энергии к импульсу, порождаемое в Цикле # 1 и Цикле # 2. Величины  $dE_1$  и  $dE_2$  подбираются теперь уже так, что циклы Карно,

комбинируясь с предположенной передачей 4-импульса, в итоге оставляют источник  $S_2$  без изменения. Таким образом,

$$dE + \gamma (T_{02}/T_{01}) dE_1 + (T_{02}/T_{01}) dE_2 = 0 \quad (40)$$

и вместе с тем

$$\begin{aligned} & [(\gamma - 1)/\gamma\beta] dE + (T_{02}/T_{01}) \gamma\beta dE_1 + \\ & + (T_{02}/T_{01}) [(\gamma - 1)/\gamma\beta] dE_2 = 0. \end{aligned} \quad (41)$$

Соотношения (40) и (41) упрощаются до выражений  $dE_1 = 0$  и  $dE_2 = -(T_{01}/T_{02}) dE$ . Единственным результатом этой серии процессов будет то, что источник  $S_1$  порождает некоторый 4-импульс. Если  $dE + dE_1 + dE_2 > 0$ , обобщенный постулат Кельвина нарушается:

$$dE + dE_1 + dE_2 = (1 - T_{01}/T_{02}) dE. \quad (42)$$

Предполагая, что  $T_{01}/T_{02}$  меньше единицы, а  $dE$  больше нуля, так что  $(1 - T_{01}/T_{02}) dE$  положительно, видим, что обобщенный постулат Кельвина не выполняется. Это значит, что обобщенный постулат Кельвина справедлив только в том случае, если справедлив обобщенный постулат Клаузиуса.

Подводя итоги, можно сказать, что две словесные формулировки обобщенного второго начала термодинамики, как мы это показали, эквивалентны. Поскольку классический постулат Кельвина включает в себе обобщенный постулат Кельвина, он также охватывает и обобщенный постулат Клаузиуса, если допустить существование взаимодействия без участия трения. После того как введено обобщенное второе начало, следуя схеме классической механики, мы используем второе начало для определения температуры и энтропии.

## 6. Температура, определяемая по второму началу

Из таблицы видно, что изменения внутренней энергии, претерпеваемые двумя тепловыми источниками, когда проводится Цикл  $\# 1$ , соответственно равны

$$dU = -dE_1, \quad (43)$$

$$dU_2 = (T_{02}/T_{01}) (\gamma^2 - \gamma^2 \beta^2) dE_1 = (T_{02}/T_{01}) dE_1. \quad (44)$$

Когда же проводится Цикл  $\# 2$ , изменения внутренней энергии источников имеют вид

$$dU_1 = -dE_2, \quad (45)$$

$$dU_2 = (T_{02}/T_{01})(\gamma - \gamma + 1)dE_2 = (T_{02}/T_{01})dE_2. \quad (46)$$

Заметим, что отношение изменений внутренней энергии тепловых источников одно и то же как в Цикле  $\# 1$ , так и Цикле  $\# 2$ , а именно

$$-dU_1/dU_2 = T_{01}/T_{02}, \quad (47)$$

причем (47) справедливо для обоих циклов.

**Т е о р е м а 1.** Пусть даны два изолированных тела  $S_1$  и  $S_2$  с температурами покоя  $T_{01}$  и  $T_{02}$ , причем  $T_{02} > T_{01}$ ; пусть  $S_2$  обладает скоростью  $\beta c$  относительно  $S_1$  в направлении оси  $x$ . Если произвольная циклическая тепловая машина использует тела  $S_1$  и  $S_2$ , так что  $S_1$  и  $S_2$  порождают во время реализации цикла 4-импульсы  $dQ_1^i = (dL_1, cdN_1, 0, 0)$ , причем  $(dL_1 < 0)$ , и  $dQ_2^i = (dL_2, dN_2, 0, 0)$ , если рассматривать процесс с точки зрения  $S_1$ , то при этом

$$-dU_2^*/dU_1^* \leq -dU_2/dU_1, \quad (48)$$

где  $dU_1^*$  и  $dU_2^*$  — изменения внутренней энергии, обусловленные произвольным циклом, а  $dU_2/dU_1$  — отношение изменений внутренней энергии тепловых источников, вызванных одним из двух обратимых циклов Карно, рассмотренных ранее.

Для доказательства теоремы два обратимых цикла Карно, Цикл  $\# 1$  и Цикл  $\# 2$ , проводятся таким образом, что никаких изменений с телом  $S_2$  после осуществления всех трех циклов не происходит. Рассмотрим все процессы с точки зрения системы покоя  $S_1$ ; возникающие при этом энергия и импульс удовлетворяют следующим соотношениям:

$$dL_2 + \gamma (T_{02}/T_{01}) dE_1 + (T_{02}/T_{01}) dE_2 = 0, \quad (49)$$

$$dN_2 + \gamma \beta (T_{02}/T_{01}) dE_1 + [(\gamma - 1)/\gamma\beta] (T_{02}/T_{01}) dE_2 = 0. \quad (50)$$

Решая совместно эти два уравнения относительно  $dE_1$  и  $dE_2$ , найдем

$$dE_2 = \frac{T_{01}}{T_{02}} \frac{(\gamma^2 \beta dN_2 - \gamma^2 \beta^2 dL_2)}{(\gamma - 1)} \quad (51)$$

и также

$$dE_1 = \frac{T_{01}}{T_{02}} \frac{(dL_2 - \gamma\beta dN_2)}{(\gamma - 1)}. \quad (52)$$

Единственным результатом этих трех циклических процессов будет то, что тело  $S_1$  порождает некоторый 4-импульс. Если этот 4-импульс в системе покоя  $S_1$  направлен в будущее, обобщенный постулат Кельвина нарушается. Это значит, что  $dL_1 + dE_1 + dE_2$  должно быть меньше или равно нулю, т. е.

$$dL_1 + dE_1 + dE_2 = dL_1 - \frac{T_{01}}{T_{02}}(\gamma - 1)(\gamma^2\beta dN_2 - \gamma^2\beta^2 dL_2 - \gamma\beta dN_2) + \{(1/\gamma) - 1 + \gamma\beta^2\} dL_2 \leq 0. \quad (53)$$

Упрощая выражение (53), приходим к неравенству

$$dL_1 + dE_1 + dE_2 = dL_1 + \frac{T_{01}}{T_{02}} \gamma (dL_2 - \beta dN_2) \leq 0. \quad (54)$$

Вспомня, что  $dU_1^* = -dL_1$ , а  $dU_2^* = -\gamma(dL_2 - \beta dN_2)$ , обнаруживаем, что

$$-dU_2^*/dU_1^* \leq (T_{02}/T_{01}) = -dU_2/dU_1. \quad (55)$$

Поскольку обратимый цикл может быть проведен и в обратном направлении, тем же самым способом можно показать, что

$$-dU_2^*(\text{обр.})/dU_1^*(\text{обр.}) \geq -dU_2/dU_1. \quad (56)$$

Отсюда вытекает, что для любых обратимых процессов следует выбрать знак равенства. Это и требовалось доказать.

Обнаружив, что для всех обратимых процессов, в которых участвуют тела  $S_1$  и  $S_2$ , получается одно и то же отношение изменений внутренних энергий на основании тех же самых аргументов, какими пользуются в классической термодинамике, можно показать, что температуру  $T$  можно определить из соотношения

$$T_2/T_1 = -dU_2(\text{обр.})/dU_1(\text{обр.}). \quad (57)$$

Вспомнив что  $-dU_2(\text{обр.})/dU_1(\text{обр.}) = T_{02}/T_{01}$ , обнаруживаем, что  $T = T_0$ . Таким образом, так же как в классической термодинамике, температура, измеряемая с помощью обратимого цикла, совпадает с температурой,

измеряемой газовым термометром, работающим с идеальным газом. Стоит отметить, что и другие авторы [7, 8] приходили к такому же выводу.

## 7. Обобщенная энтропия

**Теорема 2.** *Рассмотрим систему, которая подвергается циклическим преобразованиям таким образом, что все передачи тепловой энергии и импульса приходят из  $N$  различных тепловых источников. Если температуры покоя тепловых источников обозначить через  $T_{01}, T_{02}, \dots, T_{0N}$ , 4-импульсы, порождаемые тепловыми источниками, обозначить через  $dQ_1^i, dQ_2^i, \dots, dQ_N^i$ , а 4-скорости тепловых источников обозначить через  $V_{1i}, V_{2i}, \dots, V_{Ni}$ ,*

*тогда сумма  $\sum_{j=1}^N dQ_j^i V_{ji}/T_{0j}$  должна быть меньше нуля или равна нулю, причем знак равенства относится только к обратимым процессам.*

Для доказательства теоремы 2 Цикл # 1 и Цикл # 2 проводятся между тепловым источником # 1 и каждым из остальных  $N - 1$  тепловых источников. Параметры каждого из  $2(N - 1)$  циклов выбираются таким образом, чтобы ни в одном из  $N - 1$  тепловых источников изменений не произошло. Проводя ряд вычислений, аналогичных тем, какие были сделаны при доказательстве теоремы 1, и используя обобщенный постулат Кельвина, найдем

$$\sum_{i=1}^N dQ_j^i V_{ji}/(T_{0j}/T_{01}) \leq 0. \quad (58)$$

Умножая последнее неравенство на  $1/T_{01}$ , получаем

$$\sum_{j=1}^N dQ_j^i V_{ji}/T_{0j} \leq 0. \quad (59)$$

Как и в теореме 1, знак равенства относится только к обратимым процессам. Это и требовалось доказать.

Поскольку  $dQ_j^i V_{ji} = -dU_j$ , где  $dU_j$  — изменение внутренней энергии  $j$ -го теплового источника, теореме 2 можно переписать еще и так:

$$\sum_{j=1}^N -dU_j/T_{0j} \leq 0. \quad (60)$$



Рассмотрим теперь произвольный циклический процесс, при котором вовсе не обязательно все тепло получено из источников тепла, как это имело место в цикле, рассмотренном в теореме 2. Так как по предположению существует тепловой источник или набор тепловых источников, способных осуществлять любой тепловой процесс, тождественный цикл может быть проведен и с тепловыми источниками, обеспечивающими все требуемые немеханические энергию и импульс. Следовательно, все аргументы, использованные в теореме 2, относятся и к произвольному циклу. Отсюда следует, что

$$\sum_{j=1}^N (dU_{nm})_j / T_{0j} = \sum_{j=1}^N (dQ_{nm}^i)_j V_{ij} / T_{0j} \leq 0, \quad (61)$$

где  $(dU_{nm})_j$  — изменение внутренней энергии рабочей жидкости, обусловленное немеханическими явлениями в окружении  $j$ -го источника;  $(dQ_{nm}^i)$  — немеханический 4-импульс, полученный от окружения в течение  $j$ -го взаимодействия;  $T_{0j}$  — температура покоя теплового источника, который заменяет немеханическую часть  $j$ -го взаимодействия;  $V_{ij}$  — 4-скорость этого теплового источника. Если мы имеем дело с непрерывной последовательностью дифференциальных процессов, суммирование необходимо заменить на интегрирование. Применяя теорему 2, видим, что  $dU_{nm}/T_0$  для обратимых процессов представляет собой полный дифференциал; следовательно, обобщенную энтропию можно определить на основании соотношения

$$dS = (dU_{nm}/T_0)_{обр}. \quad (62)$$

Тогда второе начало можно записать так:

$$dS \geq dU_{nm}/T_0, \quad (63)$$

где  $T_0$  — температура окружения. Из соотношения (62) видно, что второе начало термодинамики построено таким образом, что энтропия оказалась инвариантом.

Рассмотрим изменение энтропии в случае, когда два тождественных изолированных тела  $S_1$  и  $S_2$ , имеющих температуру  $T_0$ , взаимодействуют между собой посредством трения. В этом случае передача 4-импульса от  $S_1$  к  $S_2$ , как ее воспринимает наблюдатель на  $S_1$ , имеет форму  $(dE, (\gamma + 1) dE/\gamma\beta, 0, 0)$ . Для системы, образованной

совокупностью тел  $S_1$  и  $S_2$ , соотношение (63) запишем в виде

$$dS = (dU_1/T_0) + (dU_2/T_0) \geq 0. \quad (64)$$

Подсчитаем теперь  $dU_1$  и  $dU_2$ :

$$dU_1 = -dE, \quad (65)$$

$$dU_2 = \gamma dE - \gamma\beta [(\gamma + 1)/\gamma\beta] dE = -dE. \quad (66)$$

Тогда (64) примет вид

$$-2(dE/T_0) \geq 0, \quad (67)$$

или же

$$dE \leq 0. \quad (68)$$

Неравенство (68) выражает тот же самый результат, какой мы получили на основании физических соображений в разделе, посвященном трению.

## 8. Связь с другими вариантами термодинамики

В термодинамике Планка переданное тепло  $dQ_p$  для идеальной жидкости определяется выражением

$$dQ_p = dE + PdV - v dM, \quad (69)$$

где член  $-PdV$  выражает работу, совершаемую над идеальной жидкостью в результате деформаций;  $dM$  — изменение импульса жидкости, а  $v$  — скорость жидкости. В специальной теории относительности  $F$  определяется как производная по времени от импульса; тогда  $v dM$  есть  $F dr$  и равно работе, производимой над жидкостью ускоряющими силами. Таким образом,  $dQ_p$  представляет собой изменение энергии за вычетом полной работы, произведенной над жидкостью, т. е. полной энергии, полученной во всех процессах без совершения работы. В 1960 г. Отт, Киббл, Мёллер и др. [2] справедливо заметили, что член  $dM$  в планковском определении  $dQ$  содержит также изменение импульса, обусловленное передачей тепла. Авторы современной формулировки термодинамики говорят, что, поскольку передача тепла не является механическим процессом при определении  $dQ$ , из изменения энергии следует вычитать лишь работу, обусловленную механическими силами. Эти авторы фактически переопределили  $dQ$ ,

считая эту величину разностью между полным изменением энергии и совершенной механической работой, т. е. считая ее равной полному количеству переданной немеханической энергии. Заметим, что это отнюдь не единственное приемлемое определение  $dQ$ ; можно определить, например,  $dQ$  как  $dU_{nm}$ . Все равно все утверждения, касающиеся энтропии и температуры, о которых шла речь в этой статье, останутся справедливыми.

Поскольку  $dS = (dU_{nm}/T_0)_{обр}$  сводится к классическому выражению для изменения энтропии, когда рассматриваются процессы в совместно движущихся телах, термодинамика, развитая в этой статье, предсказывает в точности такое же изменение энтропии для совместно движущихся тел, какое следует как из термодинамики Планка, так и из современной термодинамики. Таким образом, если во всех трех случаях находятся одни и те же значения для изменения энтропии в совместно движущихся телах и если все считают справедливым закон сохранения энергии, то отсюда следует, что термодинамика Планка, современная термодинамика и термодинамика, развитая в этой статье для процессов в совместно движущихся телах, физически эквивалентны. Чтобы быть в согласии с изложенной здесь теорией, термодинамика Планка и современная термодинамика должны принять наши вычисления, касающиеся изменения энтропии, происходящего при одном из двух процессов, связанных с движением и рассмотренных нами ранее (передача тепла без трения и трение). Чтобы проверить, что это действительно так, подсчитаем прежде всего, на основании каждой из трех теорий, изменения энтропии у тела  $S_2$ , если его рассматривать с точки зрения  $S_1$ , когда  $S_1$  и  $S_2$  обмениваются теплом без участия трения. Если  $T_{02} > T_{01}$ , а  $\beta c$  — скорость  $S_0$  относительно  $S_1$ , то 4-импульс, переданный от  $S_1$  к  $S_2$ , будет иметь вид  $(dE, (\gamma - 1) dE/\gamma\beta, 0, 0)$ , причем  $dE \leq 0$ . Тогда, используя термодинамику Планка, получим

$$\begin{aligned} dS_2 &= \frac{dQ_p}{T_{02}/\gamma} = \gamma \frac{(dE - dW)}{T_{02}} = \left\{ dE - \beta \frac{(\gamma - 1)}{\gamma\beta} dE \right\} \frac{\gamma}{T_{02}} = \\ &= \frac{dE}{T_{02}}. \end{aligned} \quad (70)$$

Так как передача тепла является полностью немеханическим взаимодействием, современная термодинамика дает

следующий результат:

$$dS_2 = dQ_m/\gamma T_{02} = dE/\gamma T_{02}, \quad (71)$$

а согласно развитой в этой статье теории получим

$$dS_2 = dU_{nm}/T_{02} = dE/T_{02}. \quad (72)$$

Из выражений для изменения энтропии (70) — (72) видно, что термодинамика Планка и развитая здесь теория расходятся с современной термодинамикой при определении изменения энтропии для процессов, в которых тела движутся не совместным образом, если наблюдать процесс из этой специальной системы покоя. Нетрудно показать, что термодинамика Планка ведет к тому же результату, если речь идет о вычислении энтропии для случая, когда передача тепла наблюдается из любой другой инерциальной системы отсчета. Аналогичными вычислениями можно показать, что термодинамика Планка согласуется с результатами этой статьи, когда рассматривается трение, а современная термодинамика не согласуется. Трудность в современной термодинамике состоит в том, что  $dQ_m$  не равно  $\gamma (dQ_m)_0$  для некоторых процессов, в которых тело претерпевает изменение импульса немеханического характера в системе покоя (примерами процессов такого типа будет трение и передача тепла без участия трения). Х. Мёллер [3, 5] предложил переопределить  $dQ_{,1}$  для тех процессов, в которых тело испытывает изменения импульса немеханического характера в системе покоя. Расчет энтропии, с использованием предложенного Мёллером определения  $dQ$ , согласуется с теорией, изложенной в этой статье. Хотя это и не имеет существенного значения, интересно отметить, что современная термодинамика вынуждена принять несколько изощренное переопределение  $dQ$ , тогда как  $dQ_p$  может оставаться неизменным для процессов, в которых существует переход импульса немеханического характера в системе покоя.

Нетрудно показать, что отношение —  $(dQ_p)_2/(dQ_p)_1$  одно и то же как для четырех-, так и для шестиходового обратимого процесса Карно. Если обозначить через  $dQ_{rm}$  пересмотренное современное определение переданного тепла, то можно показать, что величина —  $(dQ_{rm})_2/(dQ_{rm})_1$  будет одной и той же как в Цикле  $\# 1$ , так и в Цикле  $\# 2$ . Таким образом, любое из этих отношений может быть использовано для определения температуры,

а энтропией можно назвать либо отношение  $dQ_p/T_p$ , либо  $dQ_{rm}/T_m$ . Это значит, что применением процедуры, развитой в этой статье, энтропии и температуре можно придать форму, принятую как в термодинамике Планка, так и в современной «обновленной» термодинамике. Однако было бы желательно придать температуре инвариантный характер, чтобы температура, определенная на основе второго начала, была равна температуре, измеряемой термодинамическими средствами. Кроме того, если принять обобщенный постулат Клаузиуса, сделав тем самым температуру инвариантом, мы обеспечиваем выполнение условия, что тела, имеющие равные температуры, не обмениваются самопроизвольно теплом, и что тепло (внутренняя энергия) течет от более нагретых тел к более холодным.

Линдхард опубликовал работу [7], которая очень близка по своему духу к тому, что сделано в этой статье. Линдхард совсем не предполагал, что второе начало сохранит свой классический вид  $dS \geq dQ/T$ , если рассматривается процесс в движущейся системе. Вместо этого он предложил некоторое определение температуры и доказал существование полного дифференциала — энтропии. Постулируя физически проверяемый закон, тесно связанный с обобщенным постулатом Кельвина, Линдхард не рассматривал явно процессы в движущихся телах, и поэтому у него не появилось ничего похожего на обобщенный постулат Клаузиуса. Он предполагал, что можно указать способ, с помощью которого энергия и импульс, полученные в результате осуществления цикла, проводимого с помощью двух тепловых источников, могут быть превращены в кинетическую энергию в тепловых источниках. Это предположение аналогично предположению, которое будет введено в следующем разделе этой статьи, а именно: существует способ, с помощью которого 4-импульс может быть передан тепловому источнику, если этот 4-импульс порождается в цикле и в системе покоя источника направлен в будущее.

## 9. Расширение обобщенного постулата Клаузиуса

Пусть  $S_1$  и  $S_2$  — тепловые источники с температурами покоя  $T_{01}$  и  $T_{02}$ , причем  $T_{02} > T_{01}$ . Пусть  $S_2$  имеет скорость  $\beta c$  относительно  $S_1$ , направленную вдоль оси  $x$ , при-

чем  $\beta > 0$ . 4-импульс передается от  $S_1$  к  $S_2$  в форме  $(dE, cdP, 0, 0)$  и может рассматриваться как плоский (в плоскости  $E - P$ ) обмен 4-импульсом. Обобщенный постулат Клаузиуса утверждает, что передача 4-импульса от  $S_1$  к  $S_2$  в форме  $(dE, (\gamma - 1) dE / \gamma\beta, 0, 0)$ , причем  $dE > 0$ , если рассматривать процесс в  $S_1$ , невозможна. Передача тепла в противоположном направлении, т. е. с передачей 4-импульса в той же форме, но при условии  $dE \leq 0$ , считается возможной. Взаимодействием с трением можно осуществить обмен 4-импульсом, изображаемый заштрихованной областью на рис. 2. Таким образом, теории теплопередачи и трения указывают ограниченные области на плоскости  $(E - P)$ , которые классифицируются как разрешенные и запрещенные области обмена 4-импульсом; однако о других областях в плоскости  $(E - P)$  ничего определенного сказать нельзя.

Второе начало в форме (63) мы используем теперь для доказательства того, что по крайней мере половина плоскости  $(E - P)$  представляет собой область, запрещенную для обмена 4-импульсом. Представим себе, что произошла передача 4-импульса от  $S_1$  к  $S_2$  в форме  $(dE, cdP, 0, 0)$ . Если соотношение (63) применить к изолированной системе, мысленно образованной из  $S_1$  и  $S_2$ , мы получим следующий результат:

$$dS = -\frac{dE}{T_{01}} + \frac{\gamma dE}{T_{02}} - \frac{\gamma\beta cdP}{T_{02}} \geq 0 \quad (73)$$

или же

$$cdP \leq \frac{(\gamma - T_{02}/T_{01})}{\gamma\beta} dE. \quad (74)$$

Следовательно, область  $I$ , изображенная на рис. 3 и 4, представляет собой область, запрещенную для обмена 4-импульсом. Соотношение (74) можно использовать для того, чтобы расширить обобщенный постулат Клаузиуса до следующего утверждения: невозможен процесс, единственным результатом которого была бы передача некоторого 4-импульса в форме  $(dE, cdP, 0, 0)$ , причем  $cdP > (\gamma - T_{02}/T_{01}) dE / \gamma\beta$ , если рассматривать передачу в системе  $S_1$  от теплового источника  $S_1$  при температуре покоя  $T_{01}$  другому тепловому источнику  $S_2$ , обладающему более высокой температурой  $T_{02}$  и скоростью  $\beta c$  в направлении оси  $x$ . Следует заметить, что этот постулат сводится к

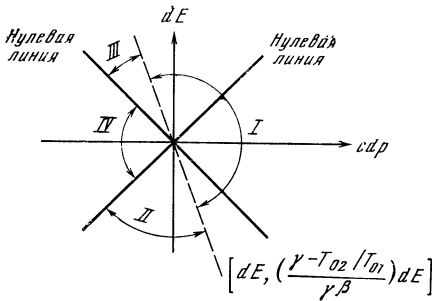


Рис. 3. Разрешенный и запрещенный обмен 4-импульсом, передаваемым от  $S_1$  к  $S_2$ , для случая, когда  $\beta > 0$ ,  $T_{02} > T_{01}$  и  $|\gamma - (T_{02}/T_{01})/\gamma\beta| < 1$ , как он представляется в системе  $S_1$

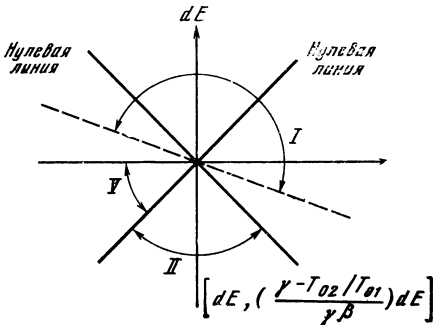


Рис. 4. Разрешенный и запрещенный обмен 4-импульсом, передаваемым от  $S_1$  к  $S_2$ , для случая, когда  $\beta = 0$ ,  $T_{02} > T_{01}$  и  $|\gamma - (T_{02}/T_{01})/\gamma\beta| \geq 1$ , как он представляется в системе  $S_1$

классическому постулату Клаузиуса при  $\beta \rightarrow 0$  или же при  $T_{02}/T_{01} \geq \gamma$ .

Но что можно сказать о второй половине плоскости  $(E - P)$ ; можно ли ее также разбить на разрешенные и запрещенные области? В предположении, что тепловой источник может получить 4-импульс в результате цикла Карно, если этот 4-импульс направлен в будущее, при рассмотрении его в системе покоя источника, на этот вопрос можно, по крайней мере частично, ответить. Предположение, сделанное выше, основывается на том, что часть переданного 4-импульса, соответствующая импульсу, может быть получена за счет ускоряющей механической силы, а часть, соответствующая энергии, может быть передана за счет трения движением «вперед-назад». Теория взаимодействия без трения дает возможность мысленно сконструировать семейство обратимых циклов Карно (Циклы  $\# 1$  и  $\# 2$  и другие разновидности этих циклов). Циклы Карно проводятся таким образом, что рабочая жидкость взаимодействует за счет изотермической теплопередачи с  $S_2$ , обладая произвольной скоростью  $\beta_{1c}$  отно-

сительно  $S_1$ , и путем изотермической теплопередачи с  $S_2$ , обладая произвольной скоростью  $\beta_{2c}$  относительно  $S_2$ . Характер этих взаимодействий может быть подобран так, что процесс окажется циклическим. Далее цикл проводится при произвольных комбинациях  $\beta_1$  и  $\beta_2$ . Если при заданных  $\beta_1$  и  $\beta_2$  4-импульс, возникающий при проведении цикла, направлен в будущее, если рассматривать его с точки зрения  $S_2$  (или  $S_1$ ), то  $S_2$  (или  $S_1$ ) может принять на себя этот 4-импульс. Единственным результатом этой комбинации процессов — циклов Карно и поглощения 4-импульса — будет передача 4-импульса от  $S_1$  к  $S_2$ , равного тому, который порожден телом  $S_1$  (или же с отрицательным знаком импульсу, порожденному  $S_2$ ) во время проведения цикла. Проводя вычисления, о которых речь шла выше, можно обнаружить дополнительные области на плоскости  $(E - P)$ , в которых разрешен обмен 4-импульсом.

Пусть  $S_1$  и  $S_2$  — два тепловых источника, температура покоя которых соответственно равна  $T_{01}$  и  $T_{02}$ , причем  $T_{02} > T_{01}$ . Источник  $S_2$  обладает скоростью  $\beta c$  относительно  $S_1$  в направлении оси  $x$ . Рассмотрим цикл только что описанного типа, проводимый с помощью источников  $S_1$  и  $S_2$ . 4-импульс, порождаемый  $S_1$ , если рассматривать его в системе  $S_1$ , имеет форму  $(dE_1, (\gamma_1 - 1) dE_1/\gamma_1\beta_1, 0, 0)$ , а 4-импульс, порождаемый  $S_2$  и рассматриваемый в системе  $S_2$ , имеет форму  $(dE_2, (\gamma_2 - 1) dE_2/\gamma_2\beta_2, 0, 0)$ . Чтобы процесс был циклическим, необходимо соблюдение условия:  $dE_2 = -dE_1 T_{02}/T_{01}$ . Если полный 4-импульс, порождаемый в цикле Карно, направлен в будущее в системе покоя  $S_2$ , источник  $S_2$  может поглотить этот 4-импульс. Если предположить на мгновение, что  $dE_1 \leq 0$ , то 4-импульс, порождаемый в цикле, направлен в будущее при рассмотрении его в системе  $S_2$  лишь при соблюдении следующего неравенства:

$$(T_{02}/T_{01}) - \gamma + [(\gamma_1 - 1) \gamma\beta/\gamma_1\beta_1] \geq 0. \quad (75)$$

В свою очередь неравенство (75) соблюдается, если

$$\frac{\gamma_1 - 1}{\gamma_1\beta_1} \leq \frac{(\gamma - T_{02}/T_{01})}{\gamma\beta}. \quad (76)$$

Окончательным результатом этой комбинации циклов Карно и поглощения 4-импульса источником  $S_2$  будет то, что некоторый 4-импульс  $(dE_1, (\gamma_1 - 1) dE_1/\gamma_1\beta_1, 0, 0)$ , причем  $dE_1 \leq 0$ , направлен от источника  $S_1$  к  $S_2$ , если



весь процесс рассматривать с точки зрения  $S_1$ . Используемая выше комбинация процессов выполняется при любых  $\beta_1$ , удовлетворяющих (76). Таким образом мы пришли к результату: на рис. 3 и 4 в области *II* разрешена передача 4-импульса от источника  $S_1$  к источнику  $S_2$ . Предположим теперь, что  $dE_1 \geq 0$ . Это обстоятельство ведет к изменению знака неравенств (75) и (76) и обеспечивает направление в будущее 4-импульса, переданного от  $S_1$  к  $S_2$ . Следовательно, область *III* на рис. 3 также определяет область, где возможна передача 4-импульса. Комбинируя обмен в областях *II* и *III*, можно осуществить любой переход 4-импульса в области *IV* на рис. 3. Изложенная процедура может быть несколько видоизменена, если допустить, что  $S_1$  (но не  $S_2$ ) поглощает 4-импульс, возникающий в цикле; однако эти вычисления не дают ничего нового по сравнению с результатами, приведенными на рис. 3 и 4.

Можно построить необратимые циклы Карно, допуская взаимодействие  $S_1$  или  $S_2$  с рабочей жидкостью через трение в форме, описываемой (29), вместо того чтобы использовать теплопередачу без трения. Используя циклы такого типа, можно показать, что область *V* на рис. 4 оказывается областью, где разрешен обмен 4-импульсом. Можно рассмотреть дополнительные циклы, включив индуцированный переход тепла во взаимодействие через трение, но никакой новой информации из этого не вытекает. Был рассмотрен также ряд других процессов; однако не было обнаружено никаких дифференциальных переходов 4-импульса в тех областях, которые не были бы уже отмечены на рис. 4. Тем не менее есть подозрение, что прямая  $(dE, (\gamma - T_{02}/T_{01})dE/\gamma\beta, 0, 0)$  разделяет разрешенные и запрещенные области как на рис. 3, так и на рис. 4.

## 10. Мысленный эксперимент

Хотя все это заведомо выходит за рамки экспериментальных возможностей, эксперимент, аналогичный тому, который будет описан, может быть в принципе использован для проверки теории передачи тепла без трения и теории релятивистского трения. Возьмем два тонких кольца  $R_1$  и  $R_2$  с тождественными свойствами покоя, вращающихся около их центров с угловой скоростью  $\omega$ . Пусть два эти кольца мгновенно коснутся друг друга. Поскольку

кольца ничем не отличаются друг от друга, результатом этого взаимодействия будет обмен 4-импульсом через трение в форме (29). Лабораторная система представляет собой промежуточную систему, поэтому, рассматривая процесс в лабораторной системе, взаимодействие представляет собой чистый обмен импульсом, т. е.  $dF^i = (0, cdP, 0, 0)$  и есть тот 4-импульс, который передан от  $R_1$  к  $R_2$ , если процесс рассматривается в лабораторной системе. Этот обмен приводит к тому, что у кольца  $R_1$  меняется внутренняя энергия согласно равенству

$$dU_1 = C_v dT_{01} = -\gamma\beta (-cdP) = \gamma\beta cdP. \quad (77)$$

Здесь через  $C_v$  обозначено  $dU_1/dT_{01}$ , через  $\beta$  — выражение  $\omega r/c$ , где  $r$  — радиус колец. Так как  $-rdP$  представляет собой изменение момента импульса, получаем

$$-rdP = d(\gamma r^2 U_1 \omega / c^2). \quad (78)$$

Можно найти связь между  $d\omega$  и  $dT_{01}$ , подставляя в (78) значение  $dP$  из (77) и упрощая полученное выражение:

$$d\omega = \frac{-C_v dT_{01}}{\gamma^2 \omega r^2 U_1 / c^2}. \quad (79)$$

Выражение (79) отличается от классического выражения только множителем  $(1/\gamma^2)$ .

Увеличим теперь температуру покоя  $R_2$  и заставим кольца соприкасаться друг с другом так же, как это мы делали раньше. Кроме трения между кольцами появится еще и передача тепла. Обмен 4-импульсом, связанный с передачей тепла, имеет вид  $(-dE, 0, 0, 0)$ , если рассматривать его в лабораторной системе. Для той части взаимодействия, которая связана с передачей тепла, равенства (77) и (78) переходят соответственно в

$$dU_1 = C_v dT_{01} = \gamma dE, \quad (80)$$

$$0 = d(\gamma r^2 U_1 \omega / c^2). \quad (81)$$

С помощью этих равенств можно получить соотношение между  $d\omega$  и  $dT_{01}$  в виде

$$(d\omega/\omega) = (-C_v dT_{01}/U_1 \gamma^2). \quad (82)$$

Если предположить, что часть изменения 4-импульса, связанная с трением, одна и та же в обоих взаимодействиях, то изменение температуры покоя и изменение усло-

вий скорости во втором взаимодействии будут меньше, чем такие же изменения в первом взаимодействии, но будут связаны тем же самым соотношением (82). В классическом варианте из равенства (82) следовало бы  $d\omega = 0$ .

## Литература

1. *M. Planck*. Zur Dynamik bewegter Systeme.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., 1907, 542—570; Ann. phys. (Paris), 1908, 76, 1; *A. Einstein*. Jahrb. Radioaktiv. Electron., 1907, 4, 411.
2. *H. Ott*. Z. Phys., 1963, 175, 70; *T. Kibble*. Nuovo cimento, 1966, 41B, 264; *C. Møller*. Mat.-fys. medd. Kgl. Danske vid. selskab., 1967, 36, 1.
3. *C. Møller*. Mat.-fys. medd. Kgl. Danske vid. selskab., 1967, 36, 1. Русск. перев.: *Х. Мёллер*, Релятивистская термодинамика.— «Эйнштейновский сборник, 1969—1970». М., «Наука», 1970.
4. *J. Synge*. The Relativistic Gas. North-Holland Publ. Co., 1957.
5. *C. Møller*. Old and New Problems in Elementary Particles. N. Y., Acad. Press, 1968.
6. *R. Tolman*. Relativity, Thermodynamics and Cosmology. Oxford, Clarendon Press, 1934.
7. *J. Lindhard*. Physica, 1968, 38, 635.
8. *P. T. Landsberg*, *K. A. Johns*. Proc. Roy. Soc., 1968, A306, 477.
9. *E. Fermi*. Thermodynamics. N. Y., Dover Publ., 1956. Русск. перев.: *Э. Ферми*. Термодинамика. Изд. Харьк. ун-та, 1969.

## ИСТОРИЧЕСКИЕ И БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ<sup>1</sup>

### Общая теория относительности; принцип эквивалентности

#### 1 (13). Экспериментальные основы принципа эквивалентности

Пропорциональность массы (инерциальной) и веса (гравитационная масса) впервые установлена Ньютоном [1]. Обычно приводят его знаменитый опыт, показавший, что в трубке, из которой откачан воздух, разные тела падают с одинаковой скоростью. Значительно менее известны, хотя и более точны, его опыты над маятниками. Цитирую его текст:

«Падение всех тяжелых тел на Землю с одинаковой высоты (если исключить неодинаковое замедление, вызванное некоторым сопротивлением воздуха) происходит в одинаковое время, как это уже наблюдалось другими; точнейшим же образом это может быть установлено по равенству времен качаний маятников. Я произвел такое испытание для золота, серебра, свинца, стекла, песка, обыкновенной соли, дерева, воды, пшеницы. Я заготовил две одинаковые круглые деревянные коробочки; одну из них я заполнил деревом, в другую поместил кусочек золота того же веса (насколько смог точно), причем так, чтобы у них соответствовали центры качаний. Коробочки, подвешенные на равных нитях 11 футов длиной, образовали два маятника, совершенно одинаковых по весу, форме и сопротивлению воздуха; будучи помещены рядом, они при равных качаниях шли вместе вперед и назад в продолжение весьма долгого времени. Следовательно, количест-

---

<sup>1</sup> *H. Arzelés. Relativité généralisée. Gravitation, fasc. 1. Paris, 1961.* Печатаются главы из книг Арзелье. Перевод А. Г. Баранова и А. М. Френка.

во вещества (масса) в золоте относилось к количеству вещества в дереве как действие движущей силы на все золото к ее действию на все дерево, т. е. как вес одного к весу другого. То же самое было и для прочих тел. Для тел одинакового веса разность в количествах вещества (массах), даже меньшая одной тысячной доли полной массы, могла бы быть с ясностью обнаружена этими опытами».

Эти опыты были возобновлены с большей точностью Бесселем [2—4]. Обозначим через  $\varepsilon$  отношение разницы двух масс к полной массе.

Опыты Ньютона показывают, что  $\varepsilon < \frac{1}{1000}$ ; опыты Бесселя доводят чувствительность до  $\varepsilon < \frac{1}{60\,000}$ . Этвешу [5, 6, 16] мы обязаны серией экспериментов, в которых применение крутильных весов (метод описан в тексте § (7)) позволяет увеличить чувствительность в огромной степени. Действительно, Этвеш показал, что

$$\varepsilon < \frac{1}{20\,000\,000}.$$

Опыты Этвеша в самом деле составляют основную базу принципа эквивалентности.

Некоторые авторы пытаются выявить анизотропные эффекты. Маккензи [8] исследовал сферы из кристалла. Он показал, что при различных ориентациях осей максимальная разница притяжения не превосходит  $1/200$  полного притяжения.

Пойнтинг и Грей [9] измерили притяжение двух кварцевых сфер с параллельными и перпендикулярными осями; разница не превосходила  $1/16\,000$  полного притяжения.

Крейхгауер [7] выяснял, меняется ли вес ацетата натрия при переходе в кристаллическое состояние; изменение оказалось меньше  $0,5 \cdot 10^{-7}$  от общего веса.

Томсон [10] исследовал, имеет ли место эквивалентность в применении к радиоактивным телам. Он воспользовался методом маятника. В силу выбранного метода и малого количества радия чувствительность измерений, в согласии с принципом эквивалентности, была небольшой.

Соутернс [11] возобновил измерения с окисью урана. Он показал, что возможная разница менее  $1/200\,000$ .

Зеeman [14] осуществил исследования над возможной анизотропией и эквивалентностью. Используя две кварцевые сферы ( $d = 42$  мм,  $\rho = 127g$ ), он показал, что разница менее  $0,01$  мг/127 г, т. е. чувствительность  $1/13\ 000\ 000$ . Он осуществил также измерения для проверки принципа эквивалентности и нашел, что влияние ориентации кварца на отношение веса к массе менее  $1/30\ 000\ 000$ . Для нитрата урана принцип эквивалентности проверен с той же точностью.

Бруш [15] получил противоположный результат и приписал висмуту ускорение, меньшее, чем цинку, в отношении  $72/100$ . Этот отдельный результат, несомненно, обязан ошибкам измерения, ибо цифра  $72/100$  неправдоподобна и противоречит прежним работам.

Впрочем, Поттер [17] при аналогичных измерениях (метод маятника) нашел, что ускорения висмута и меди одинаковы с точностью до  $1/50\ 000$ .

*Примечание 1.* Некоторые теории, например Иордана, отвергают принцип эквивалентности. Это можно допустить лишь в случаях, когда порядки величин меньше пределов, указанных Этвешем. Мы вернемся к этому вопросу в одном из следующих томов; отметим в качестве отправной библиографической точки работу Жюста [21]. Я откладываю также до третьего тома («Гравитация», т. III) обсуждение исследований Крэмье и Майорана.

Отметим, наконец, недавнюю дискуссию о пределах экспериментальной достоверности принципа эквивалентности (см. § (70) с).

*Примечание 2.* Бурнистон Броун [23] приводит интересные замечания об исторической эволюции понятия массы. В частности, он сообщает нам, что идеи, обычно приписываемые Маху (§ (2)), фактически встречаются уже у Беркли [1 bis].

## Л и т е р а т у р а

1. *I. Newton.* Philosophiae naturalis principia mathematica, Livre III, propos. IV. (Рукопись представлена Королевскому обществу 28 апреля 1686, опубликована в 1687.)  
1bis. *Berkeley.* De Motu, 1721. (В этой работе автор критикует абсолютное пространство Ньютона и его знаменитый опыт с ведром. Он явно говорит, что опыт показывает лишь вращение относительно других тел Вселенной).

2. *F. W. Bessel*. Astron. Nachr., 1833, 10, N 228, 98—108.
3. *F. W. Bessel*. Abhandlungen, 1876, 3, 217.
4. *F. W. Bessel*. Mémoires relatifs à la physique, 1876, t. V, p. 71.
5. *R. Eötvös*. Ueber die Anziehung der Erde auf verschiedene Substanzen.— Math. Naturwiss. Ber. Ungarn, 1891, 8, 1889—1890, 65—68. (Доклад, прочитанный в академии 20 января 1889; воспроизведен в С. R. Acad. Budapest., 1890, 108—11.)
6. *R. Eötvös*. Untersuchungen über Gravitation und Erdmagnetismus.— Ann. Phys., 1896, 59, 354—500.
7. *Kreighgauer*. Verhandl. Berlin. Phys. Ges., 1890, 10, 13.
8. *A. S. Mackenzie*. On the attractions of crystalline and isotropic masses at small distances.— Phys. Rev., 1895, 2, 321.
9. *J. H. Poynting, P. I. Gray*. An experiment in search of a directive action of one quartz on another.— Philos. Trans., 1899, A192, 245—256.
10. *J. J. Thomson*. Presidential Address, British Association, Winnipeg, 1909.
11. *L. Southern*. A determination of the ratio of mass to weight for a radioactive substance.— Proc. Roy. Soc. London., 1911, 84, 325—344.
12. *A. Einstein*. Bemerkung zu dem Gesetz von Eötvös.— Ann. Phys., 1911, 34, 165—169.
13. *A. Einstein*. Bases physiques d'une théorie de la gravitation.— Arch. Sci. Genève, 1914, 37, 5—12.
14. *P. Zeeman*. Some experiments on gravitation. The ratio of mass to weight for crystals and radioactive substance.— Proc. Amsterdam, 1917, 20, 542—553.
15. *C. F. Brush*. Phys. Rev., 1921, 18, 125.
16. *R. Eötvös, D. Pekar, E. Fekete*. Beiträge zum Gesetze der Proportionalität von Trägheit und Gravität.— Ann. Phys., 1922, 68, 11—66.
17. *H. Potter*. Note on the gravitational acceleration of bismuth.— Phys. Rev., 1922, 19, 187—188.
18. *H. Potter*. Philos. Mag., 1922, 43, 138.
19. *M. Laue*. Arzeliès, t. II. Référence (4), paragraphe (19 bis), chap. I.
20. *A. Einstein*. La théorie de la relativité restreinte et générale. Trad. par M. Solovine, 1921, Paris, 1954, p. 72.
21. *K. Just*. Die Drehwaage von Eötvös bei veränderlicher Gravitationszahl.— Z. Phys., 1956, 144, 648—655.
22. *B. G. Kolosvary*. Eötvös balance.— Amer. J. Phys., 1959, 27, N 5, 336—343.
23. *G. Burniston Brown*. Gravitational and inertial mass.— Amer. J. Phys., 1960, 18, N 5, 475—483.
24. *H. Justig*. Gravitational and inertial mass.— Amer. J. Phys., 1960, 28, N 9, 820.
25. *G. Burniston Brown*. Reply to Justig's comments.— Ibid., p. 820.

#### 4 (16). Неевклидовы геометрии и физика

а. *Общие замечания.* Напомню, если это нужно, что я исхожу из точки зрения физика; поэтому историю освещаю не так, как это бы сделал математик. Здесь не идет речь также о подробной библиографии, а скорее о выражении дани уважения авторам математических теорий, использованных Эйнштейном; без них релятивистские идеи не смогли бы прийти к точной и пригодной для использования формулировке. Я убежден, что читатель обрадуется ссылке на работы Римана, Кристоффеля, Леви-Чивита и т. д. Практически я ограничиваюсь работами до 1915 г.; из позднейших работ отмечаю лишь те, которые непосредственно связаны с релятивистскими теориями. Наконец, цитируются лишь математические исследования, используемые впоследствии релятивистами. Я прекрасно знаю, что идеи геометрии приняли гораздо более общий вид из-за теории множеств. Но до сих пор релятивистские теории не были этим затронуты; касательно работ этого направления сошлюсь на параграф (17) и главу XV.

б. *До Евклида.* До Евклида были известны некоторые геометрические положения, полученные вавилонянами и египтянами в ходе чисто практической деятельности. Вначале геометрия оказалась в таком же положении, как и всякая начинающая физическая наука: поиск разрозненных фактов путем наблюдений. По крайней мере, таково впечатление, которое я вынес из моих чтений. Хотелось бы знать мнение историка-математика.

с. *От Евклида до Лобачевского.* По отношению к этой совокупности геометрических фактов Евклид сыграл роль теоретика. Он создал доктрину, составляющую фактически первую физическую теорию — образец для последующих. Эта теория основывается на определении прямой и постулате параллельности; ее экспериментальная проверка требует применения твердых эталонов. Но геометры под влиянием строгой последовательности цепи утверждений, очевидности в наших масштабах постулата параллельности, согласия с наблюдениями, стали считать, что их наука независима от опыта, что она «верна» априори.

В этой картине оставалось одно-единственное смутное пятно — постулат параллельности, достоверность кото-



рого имела явно экспериментальную природу. Отсюда — бесчисленные попытки доказательства этого постулата.

Самый древний очерк, подробным изложением которого мы располагаем, принадлежит, по-видимому, Проклу [1]; в нем мы находим идею неевклидовой геометрии. Рассмотрим на плоскости фиксированную прямую  $D$ . Через точку  $P$ , не лежащую на  $D$ , проведем любую прямую  $D'$ , пересекающую  $D$  в  $M$ . Вращаем  $D'$  в определенном направлении вокруг  $P$ . Точка удаляется, например, направо. При каком-то положении  $D'$  пересечение  $M$  уходит в бесконечность направо. Если вращение  $D'$  продолжается, то, по Евклиду, точка  $M$  сразу перескакивает в бесконечность влево. Прокл считает возможной другую гипотезу: существуют два положения  $D'$  и между ними бесконечное множество положений, при которых  $M$  находится в бесконечности и, следовательно, для них нет пересечения.

По-моему, эти идеи не оказали какого-либо непосредственного влияния. Впоследствии геометры полагали, что для постулата параллельности существует доказательство (которое нужно найти), но его не оспаривали.

Кант даже рассматривает евклидову геометрию как одну из априорных форм чистого разума. Когда философы соглашались с математиками, они приобретают большое влияние.

Многочисленны попытки доказательства постулата в средние века как у арабов, так и в Европе.

Для новой истории укажем на попытки Саккери, Ламберта, Лежандра и др.

d. *От Лобачевского до Эйнштейна.* Имя русского математика Лобачевского связано с первой неевклидовой геометрией, полностью разработанной и систематизированной наподобие евклидовой.

Отметим весьма интересное применение геометрии Лобачевского к релятивистскому преобразованию скоростей, развитое в работе Фока (ссылка [37] в § (19 bis)). Примерно тогда же появляются работы Я. Большиа [7] и его отца.

Однако геометры, в большинстве, не были убеждены в возможности подобных геометрий. Они полагали, что развитие их натолкнется, рано или поздно, на противоречие. Клейн [17, 18] устранил это сомнение, показав, что можно установить евклидову модель неевклидовых геометрий.

Итак, по внутренней структуре обе геометрии имеют одинаковую логическую ценность.

С Гауссом (8) исследования принимают направление, ведущее к современным концепциям. Он развил теорию поверхностей, выявляющую внутренние свойства, измеряемые на самих поверхностях. Он определяет точки с помощью координатных кривых, нанесенных на поверхности. С помощью этих координат он выражает расстояние между двумя соседними точками и получает, таким образом, неевклидов двумерный элемент  $ds^2$ . Правда, Гаусс исследовал лишь обычные поверхности в евклидовом пространстве. Но его метод и характерные формулы допускали обобщение при переходе от двумерных множеств (обычные поверхности) к множествам трехмерным или с  $n$  измерениями.

Кроме того мы обязаны Гауссу попыткой, возвращающей геометрии характер экспериментальной науки, забытый со времени Евклида. Для проверки величины суммы углов он измеряет треугольник Инзельберг—Броккен—Хобер Хаген, вблизи Геттингена. Эта работа, разумеется, подтвердила евклидову геометрию (теперь мы знаем, что в этом случае отклонения слишком малы), чем дала повод к многочисленным насмешкам. Она, однако, показывала, что Гаусс был таким же хорошим философом, как математиком и физиком.

Риман [10] возвращается к идеям Гаусса и систематизирует применение метода к множеству  $n$  измерений. Он устанавливает, таким образом, основы доктрины, носящей его имя.

Основная его идея состоит в том, что надо отбросить, по крайней мере в принципе, всякую ссылку на евклидово пространство, не рассматривать исследуемые пространства как геометрические места в евклидовом пространстве. Надо считать равноправными все  $ds^2$ . Концепция любого числа измерений — это, в евклидовом пространстве, тривиальное обобщение. Здесь же дело обстоит иначе. Переход от случая Гаусса (два измерения) к общему случаю — дело очень деликатное; этот переход требовал создания того, что теперь называется тензорным исчислением, или абсолютным дифференциальным исчислением.

Задача, столь же аналитическая, как и геометрическая, состояла в нахождении таких соотношений, связан-

ных с  $ds^2$ , которые бы не зависели от выбора координат. Первые важные результаты найдены независимо, по-видимому, друг от друга самим Риманом и Кристоффелем. Тензор  $R_{ijkl}$  и символы  $\Gamma_{ik}^j$ ,  $\Gamma_{ijk}$  встречаются в работах [14, 15] в различных обозначениях. Кристоффель дает определение ковариантного дифференцирования.

Другой интересный аспект геометрий Римана состоит в том, что они охватывают, как частный случай, геометрии Лобачевского и Больяи.

Наконец, мы должны отметить, что Риман, как и Гаусс, подчеркивает экспериментальный характер геометрических постулатов. Он ясно говорит, что пригодность геометрических гипотез должна исследоваться физикой (эта работа не была известна Эйнштейну).

Систематическому применению тензорного формализма к геометрии Римана мы обязаны Риччи и Леви-Чивита. Они, в частности, выделяют величины  $R_{ij}$  и  $R$ ; таким образом, они создали тот аппарат, которым должен был воспользоваться Эйнштейн всего несколькими годами позже. Редко регистрирует история наук столь совершенное хронологическое взаимодействие между математиками и физиками.

*е. Эйнштейн и другие релятивисты. Неевклидова геометрия и эксперимент.* Впервые связь неевклидовой геометрии с теорией относительности была отмечена Эренфестом [29]. Он установил, что при применении лоренцева сокращения к вращающемуся диску геометрия на последнем приобретает неевклидов характер. Но он усмотрел в этом противоречие (парадокс Эренфеста), что, по его мнению, порочит релятивистское определение твердого тела: «Пусть поэтому мне будет позволено кратко указать на простейший вид движения, при котором приведенное определение уже ведет к противоречию...»

Мы увидим в § (95), как развитие общей теории относительности привело Эйнштейна в 1912 г. к использованию геометрии Римана в качестве остова для своей теории.

Отметим другую работу этого периода лишь в качестве курьеза — чисто математическую книгу Либмана [32] (нерелятивистскую в обычном смысле слова), где рассчитываются траектории планет в неевклидовом трехмерном пространстве. Либман показывает, что траектории, соответствующие эллипсам, будут замкнуты, если видо-

изменить закон тяготения и уравнения механики с учетом кривизны пространства.

В статье «Геометрия и опыт» [38], доступной и специалистам, Эйнштейн окончательно направляет научную и философскую мысль к экспериментальной концепции геометрии и, таким образом, реализует гениальную интуицию Римана: «... Однако, с другой стороны, верно и то, что математика вообще и геометрия в частности обязаны своим происхождением необходимости узнать что-либо о поведении реально существующих предметов. На это указывает даже само слово «геометрия», означающее «измерение земли». Измерение же земли имеет дело с возможными расположениями различных тел в природе, таких как части самого земного шара, измерительные ленты, измерительные стержни и т. д. Ясно, что из системы понятий аксиоматической геометрии нельзя получить никаких суждений о таких реально существующих предметах, которые мы называем практически твердыми телами. Чтобы такого рода суждения были возможны, мы должны лишить геометрию ее формально-логического характера, сопоставив пустой схеме понятий аксиоматической геометрии реальные объекты нашего опыта. Для этой цели достаточно прибавить только такое утверждение:

Твердые тела ведут себя в смысле различных возможностей взаимного расположения как тела евклидовой геометрии трех измерений; таким образом, теоремы евклидовой геометрии содержат в себе утверждения, определяющие поведение практически твердых тел.

Дополненная таким утверждением геометрия становится, очевидно, естественной наукой; мы можем рассматривать ее фактически как самую древнюю ветвь физики. Ее утверждения покоятся существенным образом на выводах из опыта, а не только на логических заключениях. Будем в дальнейшем называть дополненную таким образом геометрию „практической геометрией“ в отличие от „чисто аксиоматической геометрии“. Вопрос о том, является ли практическая геометрия евклидовой или нет, приобретает совершенно ясный смысл; ответ на него может дать только опыт».

Были опубликованы также работы [47, 49].

*d. Эфир Эйнштейна.* Если есть вопрос, который возбудил самые противоречивые, самые нелестные комментарии со стороны нерелятивистов, то это позиция Эйн-

штейна относительно концепции эфира [36, 52]. Специальная теория относительности приводит его к отрицанию существования эфира, который он затем восстанавливает в общей теории относительности. На самом деле противоречие лишь кажущееся; оно заключается в словах, а не в сути. Эфир Френеля представляет собой среду, которой можно было приписать обычные свойства материальных сред. Френель и его последователи до Лоренца включительно приписывают эфиру плотность, твердость и т. д., рассматривают его состоящим из частиц неподвижных или движущихся. Поскольку эти свойства оказываются противоречивыми, эфир их лишается.

«Что касается механической природы лоренцева эфира, то в шутку можно сказать, — пишет Эйнштейн в статье „Эфир и теория относительности“, — что Г. А. Лоренц оставил ему лишь одно механическое свойство — неподвижность. К этому можно добавить, что все изменение, которое внесла специальная теория относительности в концепцию эфира, состояло в лишении эфира и последнего его механического свойства».

Кажется, что логическим следствием является отрицание существования эфира. Это позиция 1905 г. В фундаментальной работе («Об электродинамике...») он действительно пишет: «Введение „светоносного эфира“ окажется при этом излишним...». И в другой работе [30] («Принцип относительности и его следствия в современной физике»): «Итак, теория Лоренца, основанная на гипотезе эфира, не удовлетворяет принципу относительности... Отсюда следует, что нельзя создать удовлетворительную теорию, не отказавшись от существования некой среды, заполняющей все пространство. Таков первый шаг».

Но он скоро меняет свою точку зрения. Цитирую опять статью «Эфир и теория относительности»: «Очевидно, с точки зрения специальной теории относительности гипотеза об эфире лишена содержания... С другой стороны, можно привести некоторый важный аргумент в пользу гипотезы об эфире. Отрицать эфир — это в конечном счете значит принимать, что пустое пространство не имеет никаких физических свойств». Но это противоречит физическим фактам, в первую очередь механике и общей теории относительности. И Эйнштейн заключает: «Резюмируя, можно сказать, что общая теория относительности наделяет пространство физическими свойствами; таким

образом, в этом смысле эфир существует. Согласно общей теории относительности, пространство немислимо без эфира; действительно, в таком пространстве не только было бы невозможно распространение света, но не могли бы существовать масштабы и часы и не было бы никаких пространственно-временных расстояний в физическом смысле слова. Однако этот эфир нельзя представить себе состоящим из прослеживаемых во времени частей; таким свойством обладает только весомая материя; точно так же к нему нельзя применять понятие движения».

Сопоставление этого текста с текстом 1905 г. показывает, что понятие эфира развивается, уточняясь и обогащаясь; отмеченное некоторыми противоречие (в 1905 г. эфир громогласно устраняется, а через несколько лет восстанавливается) — чисто поверхностное.

Двусмысленность заключается только в использовании слова «эфир» в двух совершенно различных смыслах. Однако вопрос весьма прост. До Эйнштейна были две концепции: эфир и пространство; см., например, утверждения Максвелла [18bis].

Пространство было чисто геометрическим понятием; оно имело абсолютные евклидовы свойства, составляло абсолютное и универсальноеместилище, независимое от материи. Эфир был механической средой, обладающей, правда, странными свойствами, но того же рода, что и материальные среды; на его состояние оказывала влияние материя. У Лоренца он уже сохранял лишь одно свойство, именно состояние покоя, материализовавшее абсолютную систему отсчета.

Эйнштейн в специальной теории относительности упраздняет эту концепцию механического эфира, и это упразднение окончательно в том смысле, что нет более двух понятий — эфир и пространство. Но общая теория относительности приводит его к существенному преобразованию понятия пространства; в частности, пространство имеет теперь свойства, зависящие от материи. И это новое пространство он называет эфиром. Я думаю, что название неудачно; поскольку понятие пространства все равно всегда подразумевается, слово «эфир» наводит на мысли о дуализме эфира и пространства. В теории относительности, специальной или общей, остается лишь одно понятие — пространство Римана; называя его «эфиром», можно вызвать путаницу.

Нужно все же признать, что если бы не опасность двусмысленности, название «эфир» было бы наилучшим. В нем подчеркивается, что пространство физика — конкретная протяженность, предмет экспериментального исследования наравне со всяким физическим объектом. Наилучшим названием было бы: физическое пространство.

*Примечание 1.* Несколько слов о понятии существования. Существует ли действительно эфир? Мое мнение об употреблении слова «существовать» известно. Это слово не имеет точного смысла. Если хотят его сохранить, трактуя по Планку (физически существует то, что измеримо), можно ответить: да, эфир существует, как всякий другой физический объект, не более, не менее. Его характеристики суть не плотность, не состояние движения и т. д., а лишь  $g_{i,j}$ . Но я сомневаюсь в желательности употребления слова «существовать» даже в этом смысле.

*Примечание 2.* Я где-то читал, что по Ньютоу отрицать существование эфира было бы метафизической абсурдностью, признаком интеллектуальной глупости. Ньютон мог это сказать, лишь соединяя идеи эфира и пространства.

*Примечание 3.* По всем этим вопросам полезно прочитать книгу Макса Джеммера [63].

## Литература

1. Procli Diadochi im primum Euclidis Elementorum librum commentarii. Lipsiae, 1873.
2. *Saccheri*. Математик начала XVIII в.
3. *J. Kant*. Kritik der reinen Vernunft, 1913.
4. *Lambert*. Beitrage zum Gebrauche der Mathematik, 1765—1772.
5. *Legendre*. Éléments de géométrie, 1794.
6. *N. I. Lobatschewsky*. Exposition succincte des principes de la géométrie (1826); Sur les fondements de la géométrie (1830); Géométrie imaginaire (1837); Nouveaux fondements de la géométrie (1838); Recherches géométriques sur la théorie des parallèles (1840); Pangéometrie (1855).
7. *Bolyai*. Sur la science absolue de l'espace. Annexe à un ouvrage de son père, W. Bolyai, 1832.
8. *Gauss*. Disquisitiones generales circa superficies curvas. Soc. Gesammelte Werke, Bd. 4, Göttingen, 1873, S. 217.
9. *B. Riemann*. Commentatio mathematica qua respondere tentatur quaestioni ab illustrissima Academia parisiensi proposita. Ges. Werke, S. 370.
10. *B. Riemann*. Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen. Thèse, 1854; Abhandl. Ges. Wiss. Göttingen,

- 1867, Bd. 13, S. 133; Math. Werke, 2 Aufl. Leipzig, 1892, N 13. Trad. française par L. Laugel. Paris, 1898, p. 280.
11. *H. Helmholtz*. Göttingen. Nachr., 1868, 193.
  12. *E. Beltrami*. Saggio di interpretazione della geometria non euclidea.— Giorni Mat., 1868, 4, 204; 1869, 6, 284—312; Opere Mat., v. 1. Milan, 1902, p. 371—405.
  13. *R. Lipshitz*. Untersuchungen in Betreff der ganzen homogenen Funktionen von Differentialen.— J. reine und angew. Math., 1869, 70, 71—102.
  14. *E. B. Christoffel*. Ueber die Transformation der homogenen Differentialausdrücke zweiten Grades.— J. reine und angew. Math. (J. de Crellé), 1869, 70, 46—70.
  15. *E. B. Christoffel*. Fortgesetzte Untersuchungen in Betreff der ganzen homogenen Funktionen von  $N$  Differentialen.— J. reine und angew. Math., 1870, 1—56.
  16. *R. Lipshitz*. J. reine und angew. Math., 1870, 72, 1.
  17. *F. Klein*. Ueber die sogenannte nicht-euklidische Geometrie.— Math. Ann., 1871, 4, 573—625; Trad. française Bull. Sci. math. et astron., 1871, ser. 1, 2, 341.
  18. *F. Klein*. Ueber die sogenannte nicht-euklidische Geometrie.— Math. Ann., 1873, 4, 112—145.
  - 18bis. *J. G. Maxwell*. Matter and motion. 1 ed., 1877.
  19. *H. Helmholtz*. Ueber die Tatsachen, welche der Geometrie zugrunde liegen.— Ges. Wiss. Abhandl., 1883, 2, 618.
  20. *H. Helmholtz*. Ueber die tatsächlichen Grundlagen der Geometrie.— Verhandl. naturhist. med. Ver. Heidelberg, 1886, 4, 197.
  21. *H. Helmholtz*. Ibid., 1889, 5, 31.
  22. *F. Klein*. Zur nicht-euklidischen Geometrie.— Math. Ann., 1890, 37, 544—572.
  23. *Engel-Stäckel*. Theorie der Parallellinien von Euklid bis Gauss. Leipzig, 1895.
  24. *H. Helmholtz*. Ueber den Ursprung und die Bedeutung der geometrischen Axiome.— Vorträge und Reden, Bd. II, Braunschweig, 1896, S. 1.
  25. *F. Klein*. Conférences sur les mathématiques. Paris, 1898.
  26. *G. Ricci, T. Levi-Civita*. Méthodes de calcul différentiel absolu et leurs applications.— Math. Ann., 1901, 54, 125—201.
  27. *G. Ricci*. Formule fondamentale nella teoria generale della varietà e della loro curvatura.— Rend. Accad. Lincei, 1902, ser. 5, 11, 355—362.
  28. *G. Ricci*. Direzioni e invarianti principali di una varietà qualunque.— Atti R. Inst. Veneto, 1904, 63, 1233—1239.
  29. *P. Ehrenfest*. Gleichförmige Rotation starrer Körper und Relativitätstheorie.— Phys. Z., 1909, 10, 918; Collected Scientific Papers, Amsterdam, North Holland Publ., 1959, p. 154.
  30. *A. Einstein*. Le principe de relativité et ses conséquences.— Arch. Sci. Phys. Nat. Genève, 1910, 29.
  31. *H. Poincaré*. Note dans Rouché et Comberousse. Traité de géométrie, t. II. 8 ed. Paris, Gauthier-Villars, 1912, p. 575.
  32. *H. Liebmann*. Nicht-euklidische Geometrie. 2 Aufl., 1912, Voir p. 217.
  33. *D. Hilbert*. Grundlagen der Geometrie, 4 Aufl., Leipzig, 1913. Anhang V.



34. *T. Levi-Civita*. Nozione di parallelismo.— Rend. Circ. mat. Palermo, 1917, 42, 173—205.
35. *A. Weyl*. Arzeliès. Référence (3), paragraphe (ig bis).
36. *A. Einstein*. Aether und Relativitätstheorie: Rede gehalten am 5 Mai 1920 an der Reichs-Universität zu Leiden. Berlin, 1920.
37. *M. Laue*. Arzeliès, t. II, Référence (4), paragraphe (19 bis), 1921. (Половина книги содержит настоящий курс римановой геометрии, специально приспособленной к общей теории относительности. Это фундаментальная для любого физика-релятивиста работа. Изложение несколько устарело, но нетрудно привести его в соответствие с современным уровнем).
38. *A. Einstein*. Geometrie und Erfahrung— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., 1921, 33, 123—130.
39. *A. Einstein*. Ueber eine naheliegende Ergänzung des Fundamentes der allgemeinen Relativitätstheorie.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., 1921, 23, 261—264.
40. *D. Wriugh, H. Jeffreys*. The relation between geometry and Einstein's theory of gravitation.— Nature, 1921, 106, N 2677, 806—809.
41. *A. Einstein et au.* Discussion à la Société française de Philosophie.— Bull. Soc. franç. Philos., 1922, 97—112.
42. *E. Cartan*. Sur les variétés à connexion affine et la théorie de la relativité généralisée.— Ann. École norm. super., 1923, ser. 3, 40, 326—412.
43. *A. Einstein*. Ueber den Aether.— Schweiz. naturwiss. Ges., 1924, 105, 85—93.
44. *T. Levi-Civita*. Lezioni di calcolo differenziale assoluto, Rome, 1925.
45. *E. Cartan*. La géométrie des espaces de Riemann.— Mem. Soc. Math., 1925, fasc. IX.
46. *A. Einstein*. Geometria no euclidea y fisica.— Rept. mat. hisp. amer., 1926, 1, 72—76.
47. *E. Cartan*. Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann. Paris, 1907; 2 ed. revue et augmentée, 1951.
48. *A. Einstein*. Space — time.— Encycl. Britannica, v. 21, 14e ed., 1929, p. 105—108.
49. *H. Reichenbach*. Philosophie der Raum-Zeit Lehre. Berlin, 1927.
50. *A. Einstein*. Riemanngeometrie mit Aufrechterhaltung des Begriffes des Fernparallelismus.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., 1928, 33, 217—221.
51. *A. Einstein*. Raum, Aether und Feld in der Physik.— Forum. Philos., 1930, 1, 173—180.
52. *A. Einstein*. Theorie des Raumes mit Riemann Metrik und Fernparallelismus.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., 1930, 401—402.
53. *E. T. Whittaker*. On the definition of distance in curved space, and the displacement of spectral lines of distant sources.— Proc. Roy. Soc. London., 1931, 133.
54. *B. Hoffmann*. On general relativity.— Rev. Mod. Phys., 1932, 1, 173—201.
55. *A. Sesmat*. Systèmes de référence et mouvements, v. IV. Principes de la théorie générale. Paris, Hermann, 1937, p. 248—280.
56. *H. P. Robertson*. Geometry as a branch of physics.— In: Albert Einstein, Philosopher-Scientist. P. A. Schilpp. (Ed.). N. Y., 1949, p. 313—332.

57. *K. Menger*. The theory of relativity and geometry.—Ibid., p. 457—474.
58. *A. Einstein*. La relativité et le problème de l'espace (trad. française par M. Solovine). Paris., 1954, p. 151—176.
59. *D. Van Dantzig*. On the relation between geometry and physics and the concept of space-time.— Helv. phys. acta, suppl. IV, juillet 1955, p. 44—45.
60. *J. Tits*. Espaces homogènes et isotropes de la relativité.— Ibid., p. 46—47.
61. *J. Géhéniau, R. Debever*. Les quatorze invariants de courbure de l'espace riemannien à quatre dimensions.— Ibid., p. 101 — 105; Discussion avec L. Infeld, M. Lucini, M<sup>me</sup> Tonnelat.
62. *L. Witten*. Invariants of general relativity and the classification of spaces.— Phys. Rev., January 1959, 113, 357—362.
63. *Max Jammer*. Concepts of space. Cambridge. Harvard Univ. Press, 1954.

### Эйнштейновские уравнения гравитации

3 (95). Эволюция идей Эйнштейна с 1907 г.  
(формулировка двух принципов) до 1915 г.  
(уравнения поля)

Я даю здесь общую историю. Более подробно были или будут изложены следующие вопросы: геометрия и физика, красное смещение и т. д.

*Статья 1907 г.* После получения главных следствий специальной теории относительности Эйнштейн стремился распространить свои идеи на случай ускоренных систем отсчета (общая теория относительности). Его первая статья [2] в этом направлении, опубликованная в 1907 г., относится лишь к системам отсчета равномерно ускоренным.

Он ставит вопрос следующим образом: «Можно ли представить себе, что принцип относительности выполняется и для систем, движущихся относительно друг друга с ускорением?»

Рассматривая случай систем отсчета, движущихся прямолинейно ускоренно, он сразу наталкивается на принцип эквивалентности. Понятия о гравитации и общая теория относительности оказались тесно связанными.

Специальная теория относительности с самого момента своего открытия побудила к исследованию гравитации. Первая идея, уже использованная Пуанкаре и Минковским, заключалась в поиске гравитационного закона, удовлетворяющего принципу специальной относительности,

подобно тому как это было сделано для других физических законов (динамика и т. д.).

Эйнштейн сразу сворачивает с проторенного пути и, влекомый своим сокрушающим гением, начинает подниматься по длинной уединенной тропинке. С самого начала своих размышлений он обнаруживает, что нельзя обращаться с гравитацией как с остальными явлениями. Речь идет не только о нахождении более общего выражения, инвариантного относительно преобразования Лоренца; физические явления навязывают введение новых радикальных идей и, по-видимому, позволяют утверждать, что в рамках специальной теории относительности нет места для надлежащей теории гравитации.

Знаменательно, что подобное утверждение делает автор специальной теории относительности.

На стр. 443 определенно выражается пропорциональность инерциальной и гравитационной масс: «...инерция и тяжесть системы при всех обстоятельствах строго пропорциональны».

Справедливости ради отметим, что несколькими месяцами ранее и независимо Планк [1] также заявил, что «всякая энергия должна тяготеть». Но он ничего не извлек из этого замечания.

На стр. 454 находим принцип эквивалентности: «... в дальнейшем мы будем предполагать полную физическую равноценность гравитационного поля и соответствующего ускорения системы отсчета».

Отсюда следует, что в гравитационном поле явления развиваются как в пространстве без поля при условии отнесения их к системе отсчета, надлежащим образом ускоренной. Отсюда идея, что требование специальной теории относительности (инвариантность относительно преобразований Лоренца) слишком узко; нужно потребовать инвариантность законов при переходе к ускоренным системам отсчета.

Затем Эйнштейн дает (стр. 457) соотношение между временем  $t$  и собственным временем  $\tau$  в приближенной форме

$$d\tau = \left(1 + \frac{\Phi}{c^2}\right) dt.$$

Исследование влияния гравитационного поля на ход часов приводит его к эффекту красного смещения спек-

тральных линий. Случай солнечного источника рассматривается на стр. 459.

Наконец, он рассматривает действие поля на электромагнитные явления, т. е. на уравнения Максвелла; из этого рассмотрения он выводит выражение для скорости света (стр. 461)

$$c = c_0 \left( 1 + \frac{\Phi}{c^2} \right).$$

Он предлагает, таким образом, характеризовать гравитационное поле значением  $c$ .

Итак, статья 1907 г. фундаментальна: она содержит основные идеи. Почему же потребовалось еще примерно восемь лет, чтобы построить общую теорию относительности? Сам Эйнштейн в своей автобиографии объясняет это так: «Главная причина заключается в следующем: не так легко освободиться от представления, что координаты имеют прямой метрический смысл». Кроме того в тот период ему не хватало математических средств; ему пришлось в решающие 1912—1914 гг. привлечь сотрудника (Гроссмана), обладающего большой математической культурой, и предварительно освоить тензорное исчисление. И это демонстрирует нам оригинальность и мощь его гения. Этой же проблемой занимались выдающиеся математики (Пуанкаре, Минковский); они располагали необходимым математическим аппаратом и знали, после указаний Эйнштейна, основные физические идеи. Итак, Эйнштейн могли опередить по чисто математическим причинам; на самом деле он остался практически изолированным до самого конца и в одиночестве построил свою теорию. Я не знаю ни одной аналогичной ситуации в истории физики, даже приблизительной.

*Статьи 1911—1912 гг.* Между 1907 и 1911 гг. Эйнштейн не публикует ничего, относящегося к гравитации. В статьях 1911—1912 гг. он стремится исследовать поля любого рода. В статьях 1911 г. [4] исследуется отклонение  $\Delta$  световых лучей, исходя из выражения для скорости света, выведенного в 1907 г.; мы анализируем эту статью более подробно в томе II. Он не приводит новых идей для общей теории и использует для расчета  $\Delta$  ньютоновский потенциал  $\Phi$ .

В первой статье 1912 г. [5] Эйнштейн сначала показывает, что в трехмерной прямоугольной системе координат

нат, равномерно ускоренной по направлению  $Ox$ , скорость света выражается формулой

$$c = c_0 + ax.$$

Это выражение удовлетворяет уравнению

$$\Delta c = \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} = 0.$$

Он ищет затем уравнение для любого поля с плотностью материи  $\rho$ . Он руководствуется аналогией с уравнением Пуассона, но со следующим замечанием. Скорость  $c$  определяется лишь до постоянного множителя, зависящего от отсчета времени («...  $c$  определено лишь с точностью до постоянного множителя, зависящего от того, какими часами пользуются для измерения в начале координат системы  $K$ »).

Искомое уравнение должно быть однородным по  $c$ ; простейшее уравнение такого рода, соответствующее уравнению Пуассона, имеет вид

$$\Delta c = kc\rho.$$

Вторая статья [6] возвращает нас к влиянию гравитационного поля на уравнения электромагнитного поля, проблеме, уже рассмотренной в 1907 г.; он исследует также влияние на термодинамические величины. Наконец, он дает для полного уравнения поля формулу

$$\Delta c = k \left[ c\sigma + \frac{1}{2k} \frac{\text{grad}^2 c}{c} \right].$$

Итак, 1911—1912 гг. отличаются усилиями найти полевые уравнения в общем случае. (По вопросу о дискуссиях с Абрагамом отсылаю ко II тому). Эйнштейн рассуждает еще в рамках скалярного потенциала, как в теории Ньютона. Таким образом, можно лишь сказать, что Эйнштейн вновь активно занимается этой проблемой, но никакой серьезный прогресс не выделяет эти два года. На нас, знающих дальнейшую историю, содержащееся в этих статьях решение производит даже впечатление несколько искусственного выхода. Современникам должно было казаться, что оно ведет в тупик; отсюда стремление Абрагама и Нордстрема найти решение по другому пути.

*Статьи 1913 г.* В статье [7] появляется геометрия Римана. В специальной теории относительности свободная точка движется прямолинейно и равномерно в согласии

с уравнением

$$\delta \int ds = 0,$$

где

$$ds^2 = - dx^2 - dy^2 - dz^2 + c^2 dt^2.$$

Распространение этого закона на общий случай гравитационного поля любого рода приводит к

$$\delta \int ds = 0,$$

где

$$ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j.$$

Итак, для обобщения физических законов нужно было принять методы абсолютного дифференциального исчисления.

В качестве простого примера он берет закон сохранения импульса и энергии; в специальной теории относительности этот закон пишется

$$\frac{dL_{ij}}{dx^j} = 0$$

(пользуясь современными обозначениями; Эйнштейн тогда еще писал  $\Sigma$ ).

В произвольной системе отсчета это дает в современной записи ковариантное уравнение; см. § (105).

Итак, эта статья вносит фундаментальный вклад: применение ковариантного принципа для выражения физических законов в произвольной системе отсчета (применение тензорного исчисления и геометрии Римана). Пробуждается гениальная интуиция, дремавшая с 1907 г.; она уже не оставит Эйнштейна вплоть до решения проблемы.

Статья ставит совершенно ясно проблему уравнений поля. Нужно найти уравнения, обобщающие уравнение Пуассона

$$\Delta\Phi + 4\chi k\rho = 0.$$

Но гравитационное поле характеризуется не скалярной величиной  $\Phi$  (как в ньютоновской теории или теории Абрагама и т. д.), а тензором  $g_{ij}$ . Это нововведение, носящее печать гения, направляет теорию гравитации в со-

вершено новое русло. Уже нет более речи об обобщении ньютоновского закона сил; теория перестраивается на совершенно новых основах и принимает геометрическую структуру. Затем Эйнштейн отмечает, что нужно заметить скаляр  $\rho$  тензором энергии-импульса.

Итак, искомый закон имеет вид (в моей записи)

$$U_{ij} = \chi T_{ij},$$

где  $U_{ij}$  — дифференциальное выражение, построенное с  $g_{ij}$ . Для руководства при отыскании этого выражения он ставит два условия: не должны участвовать производные порядка выше второго и должен соблюдаться закон сохранения. Эти условия сегодня общепризнаны, и все трактаты воспроизводят их изложение (см. § (71) моей книги), что показывает их классический характер.

Для удовлетворения этим условиям он предлагает уравнение, содержащее выражение тензорного лапласиана. Это, конечно, первая идея, которая должна была прийти на ум.

*Статьи 1914 г.* Статья [9] содержит общий обзор предыдущих соображений (и изложение Гроссманом математических методов); она не знаменует какого-либо значительного прогресса.

В статье [10] Эйнштейн констатирует, что проблема уравнений поля еще не получила удовлетворительного решения. Он говорит на стр. 177: «Однако новая теория относительности... именно должна дать уравнения..., из которых следует вычислять  $g_{\mu\nu}$ ...» И немного ниже: «Мы не смогли выразить в общековариантной форме связь между  $g_{\mu\nu}$  и  $T_{\mu\nu}$ ».

Весьма важная статья [11] — обзор предыдущих идей с уточнениями использованных математических методов — очень любопытна, ибо в ней Эйнштейн выражает сомнения относительно принципа ковариантности. Обобщив уравнения динамики и электромагнетизма (с поляризуемыми средами), он рассматривает проблему уравнений поля. На все остальные законы он налагает принцип ковариантности. Но для уравнений поля он полагает необходимым ограничить всеобщность этого принципа. На стр. 166 он говорит: «После этого представляется необходимым, чтобы дифференциальные уравнения для  $g_{\mu\nu}$  были также общековариантны. Однако мы покажем, что это требование необходимо несколько ограничить, если

мы хотим полностью удовлетворить принципу причинности. Именно, мы докажем, что законы, определяющие течение событий, в гравитационном поле не могут быть общековариантными».

*Статья 1915 г.* В статьях до ноября 1915 г. Эйнштейн смог надлежащим образом описать влияние данного гравитационного поля на явления (электрические, механические и т. д.), существенно опираясь во всех расчетах на принцип эквивалентности. Но он еще не пришел к достаточно удовлетворительной формулировке уравнений поля, т. е. уравнений, которые должны заменить уравнение Пуассона в новой теории. Этот пробел восполняется серией четырех коротких статей, опубликованных в «Известиях Прусской академии наук» [15—17].

В статье [15] он возвращается к идее более общей ковариантности, оставленной «с тяжелым сердцем» за три года до этого: «Так я вернулся к требованию более общей ковариантности уравнений поля, от которой отказался с тяжелым сердцем, когда работал вместе с моим другом Гроссманом. Мы подошли тогда фактически очень близко к излагаемому ниже решению задачи... Излагаемая здесь теория основана на постулате ковариантности всех систем уравнений относительно преобразований с определителем 1».

На стр. 783 этой короткой статьи он предлагает в качестве уравнений поля

$$R_{ij} = -\chi T_{ij}.$$

Мы приближаемся к цели, но недостает еще члена  $1/2 g_{ij}R$ . В статье [16] он применяет уравнения поля в вакууме

$$R_{ij} = 0$$

к движению перигелия Меркурия.

Статья [17] является завершением восьмилетних усилий.

Эйнштейн напоминает, что ранее получил уравнения, содержащие уравнения Ньютона как частный случай, и ковариантные по отношению к произвольным преобразованиям с определителем, равным единице. Затем он открыл, что эти уравнения общековариантны, когда инвариант (скаляр) тензора энергии равен нулю. Тогда можно выбрать систему координат, где  $\sqrt{g} = 1$ , что особенно просто.



Он показывает в этой статье, что можно получить общековариантность, обойдясь без предположений о тензоре материи, если ввести его в уравнение иначе в сравнении с работой [15]. Уравнения для вакуума (на которых основан расчет перигелия; см. [16]) не затрагиваются этим видоизменением.

Затем он излагает полностью свои соображения следующим образом.

Из тензора  $R_{ijhl}$  он выделяет тензор  $R_{ij}$ . В вакууме  $R_{ij} = 0$ .

Записав  $R_{ij}$  как сумму двух членов и полагая  $\sqrt{-g} = 1$ , он упрощает свои уравнения

$$R_{ij} = \frac{\partial \Gamma_{ij}^l}{\partial x_l} + \Gamma_{im}^l \Gamma_{il}^m = 0.$$

Если имеется материя, он берет на стр. 845

$$R_{ij} = -\chi \left( T_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij} T \right),$$

добавляя член  $\frac{1}{2} g_{ij} T$ , требуемый условием сохранения. Это уравнение поля. И он заключает: «Тем самым, наконец, завершено построение общей теории относительности как логической схемы. Постулат относительности в его наиболее общей форме, которая лишает пространственно-временные координаты физического смысла, приводит с железной необходимостью к вполне определенной теории тяготения...»

## Литература

1. *M. Planck*. Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., 13 juin 1907, 542.
2. *A. Einstein*. Ueber das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen.— Jahrb. Radioakt. und Elektron., 1907, 4, 411—462; 5, 98—99.
- 2a. *P. Ehrenfest*, Gleichförmige Rotation starrer Körper und Relativitätstheorie.— Phys. Z., 1909, 10, 918; Collected Scientific Papers, Amsterdam, North Holland Publ., 1959, p. 154.
3. *A. Einstein*. Le principe de relativité et ses conséquences dans la physique moderne.— Arch. sci. phys. et natur. Genève, 1910, ser. 4, 29, 5—28; Ibid., p. 125—244.
- 3a. *A. Einstein*. Zum Ehrenfestschen Paradoxon.— Phys. Z., 1911, 12, 509—510.

4. *A. Einstein*. Ueber den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes.— Ann. Phys., 1911, ser. 4, 35, 898—908.
5. *A. Einstein*. Lichtgeschwindigkeit und Statik des Gravitationsfeldes.— Ann. Phys., 1912, 38, 355—369.
6. *A. Einstein*. Zur Theorie des statischen Gravitationsfeldes.— Ann. Phys., 1912, 38, 443—453.
7. *A. Einstein*. Physikalische Grundlagen einer Gravitationstheorie.— Naturwiss. Ges. Zurich Vierteljahresschr., 58, 84—290.
8. *A. Einstein*. Zum gegenwertigen Stande des Gravitationsproblem.— Phys. Z., 1913, 14, 1249—1266.
9. *A. Einstein, M. Grossmann*. Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und eine Theorie der Gravitation. I. Physikalischer Teil von A. Einstein; II. Mathematischer Teil von M. Grossmann.— Z. Math. Phys., 1914, 62, 225—244 (Einstein), 244—261 (Grossmann).
10. *A. Einstein*. Prinzipielles zur verallgemeinerten Relativitätstheorie und Gravitationstheorie.— Phys. Z., 1914, 15, 176—180.
11. *A. Einstein*. Die formale Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., 1914, 2, 1030—1085.
12. *A. Einstein*. Physikalische Grundlagen und leitende Gedanken für eine Gravitationstheorie.— Schweiz. naturforsch. Ges., 1914, 96.
13. *A. Einstein, M. Grossmann*. Kovarianzeigenschaften der Feldgleichungen der auf die verallgemeinerte Relativitätstheorie gegründeter Gravitationstheorie.— Z. Math. Phys., 1915, 63, 215—225.
14. *A. Einstein*. Grundgedanken der allgemeinen Relativitätstheorie und Anwendung dieser Theorie in der Astronomie.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., 1915, 315.
15. *A. Einstein*. Zur allgemeinen Relativitätstheorie.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., 1915, 33, 778—786, 799—801.
16. *A. Einstein*. Erklärung des Perihelbewegung des Merkur aus der allgemeinen Relativitätstheorie.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., 1915, 831—839.
17. *A. Einstein*. Die Feldgleichungen der Gravitation.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., 25 Nov., 1915, 844—847.

#### 4 (96). Работы Эйнштейна о гравитации с 1915 по 1955 г.

Ниже я даю общий очерк этих работ, перенеся подробный анализ некоторых из них в другие параграфы или другие тома. В ссылках § (95) читатель располагает полной библиографией работ Эйнштейна о гравитации.

Вскоре после открытия уравнений поля Эйнштейн осознал окончательный характер своей теории. Он дает [1] ее общее изложение, которое и сейчас может считаться наилучшим введением к релятивистской теории гравитации. Отметим на стр. 21 знаменитое условие сложения.

Затем он занимается [2] интегрированием своих уравнений, над чем уже работал в 1915 г. ((16) § (95)). Это начало работ над гравитационными волнами.

Мы анализируем в § (97) статью [3] о применении принципа Гамильтона.

Работа [4] представляет собой общее изложение теории относительности в общедоступной форме. Она была переиздана много раз и переведена на многие языки.

В статье [6] Эйнштейн отвечает некоторым комментаторам, ставя себе задачу «...выделять лишь основные идеи, предполагая теорию известной».

В дальнейшем исследования Эйнштейна о гравитации развиваются в трех направлениях. В статье [5] он затрагивает космологические проблемы и предлагает введение знаменитого члена  $\Lambda$ . Но позже открытие расширения Вселенной Хабблом и теоретические работы Фридмана побудили его пересмотреть свою точку зрения. Он отбрасывает член  $\Lambda$ , который ввел скрепя сердце (та же ситуация, как в 1905 г. с общековариантностью); его окончательная позиция по этому вопросу изложена в статье [40]. Мы вернемся к этим вопросам в томе «Космология».

В 1927 г. он начинает серию работ об уравнениях движения, показав, что принцип геодезических не является независимым принципом, как думали до тех пор, а выводится из уравнений поля [17, 30, 33, 39]. Это весьма важный факт для всех теорий поля, и работы по этому вопросу, связанному с вопросом гравитационных волн, весьма многочисленны; мы к ним вернемся в III томе настоящей книги.

Как результат исследований Вейля, Эддингтона, Калузы и Клейна Эйнштейн занялся в конце концов попытками создания единой теории гравитационного и электромагнитного поля [13, 15, 15 bis, 19—25, 28, 29, 31, 37, 38, 40].

По-видимому, именно этот вопрос породил наибольшее число работ. Пока что в мои намерения не входит писать том об этих вопросах (см. мое мнение в предисловии к тому, посвященному проводящим средам). Читатель может просмотреть книги Лихнеровича, М.-А. Тоннела, Хлавати (§ (134)).

## Литература

1. A. Einstein. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie.— Ann. Phys., 1916, 49, 769—822.
2. A. Einstein. Näherungsweise Integration der Feldgleichungen des Gravitation.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., 1916, T. 1, 688—696.
3. A. Einstein. Hamiltonscher Prinzip und allgemeine Relativitätstheorie.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., 1916, T. 2, 1111—1116.
4. A. Einstein. Ueber die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie, gemeinverständlich. Braunschweig, 1917.
5. A. Einstein. Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., 1917, T. 1, 142—152.
6. A. Einstein. Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie.— Ann. Phys., ser. 4, 1918, 55, 242—244.
7. A. Einstein. Gravitationswellen.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., 1918, 154—167.
8. A. Einstein. Der Energiesatz in der allgemeinen Relativitätstheorie.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., 1918, 448—459.
9. A. Einstein. Inwiefern lässt sich die moderne Gravitationstheorie ohne die Relativität begründen? — Naturwissenschaften, 1920, 8, 1010—1011.
10. A. Einstein. The Meaning of Relativity. Engl. transt. Edwin P. Adams. Princeton Univ. Press, 1921.
11. A. Einstein. Geometrie und Erfahrung.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., 1921, T. 1, 123—130.
12. A. Einstein. Eine naheliegende Ergänzung des Fundamentes der gemeinen Relativitätstheorie.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., 1921, T. 1, 261—264.
13. A. Einstein. Theory of the affine field.— Nature, 1923, 112, 448—449.
14. A. Einstein. Zur allgemeinen Relativitätstheorie.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., 1923, 32—38, 76—77.
15. A. Einstein. Zur affinen Feldtheorie.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., Phys.-math. Kl., 1923, 137—140.
- 15 bis. A. Einstein. Einheitliche Feldtheorie von Gravitation und Elektrizität.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., 1925, 414—419.
16. A. Einstein. Formale Beziehung des Riemannschen Krümmungstensors zu den Feldgleichungen der Gravitation.— Math. Ann., 1927, 97, 99—103.
17. A. Einstein. Allgemeine Relativitätstheorie und Bewegungsgesetz. Erst. Teil mit J. Grommer.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., Phys.-math. Kl., 1927, 2—13, 235—245.
18. A. Einstein. Riemanngeometrie mit Aufrechterhaltung des Begriffes des Fern-Parallelismus.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., Phys.-math. Kl., 1928, 217—221.
19. A. Einstein. Neue Möglichkeit für eine einheitliche Feldtheorie von Gravitation und Elektrizität.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., Phys.-math. Kl., 1928, 224—227.
20. A. Einstein. Einheitliche Feldtheorie.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., Phys.-math. Kl., 1929, 2—7.
21. A. Einstein. Einheitliche Feldtheorie und Hamiltonsches Prin-

- zip.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., Phys.-math. Kl., 1929, 156—159.
22. *A. Einstein.* Théorie unitaire du champ physique.— Ann. Inst. H. Poincaré, 1930, 1, 1—24.
  23. *A. Einstein.* Auf die Riemann-Metrik und den Fern-Parallelismus gegründete einheitliche Feldtheorie.— Math. Ann., 1930, 102, 685—697.
  24. *A. Einstein.* Kompatibilität der Feldgleichungen in der einheitlichen Feldtheorie.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., Phys.-math. Kl., 1930, 18—23.
  25. *A. Einstein.* Zwei strenge statische Lösungen der Feldgleichungen der einheitlichen Feldtheorie. Mit W. Mayer.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., Phys.-math. Kl., 1930, 110—120.
  26. *A. Einstein.* Theorie der Raume mit Riemann — Metrik und Fern — Parallelismus.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., Phys. math., Kl., 1930, 401—402.
  27. *A. Einstein.* Zum kosmologischen Problem der allgemeinen Relativitätstheorie.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., Phys.-math. Kl., 1931, 235—237.
  28. *A. Einstein.* Einheitliche Theorie von Gravitation und Elektrizität. Mit W. Mayer.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., Phys.-math. Kl., 1931, 541—557.
  29. *A. Einstein.* Einheitliche Theorie von Gravitation und Elektrizität; 2. Abhandlung. Mit W. Mayer.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., Phys.-math. Kl., 1932, 130—137.
  30. *A. Einstein.* Gravitational equations and the problems of motion. Mit L. Infeld and B. Hoffmann.— Ann. Math., 1938, ser. 2, 39, 65—100.
  31. *A. Einstein.* Generalization of Kaluza's theory of electricity. Mit P. Bergmann.— Ann. Math., 1938, ser. 2, 39, 683—701.
  32. *A. Einstein.* Stationary system with spherical symmetry consisting of many gravitating masses.— Ann. Math. 1939, ser. 2, 40, 922—936.
  33. *A. Einstein.* Gravitational equations and the problems of motion, II, avec L. Infeld.— Ann. Math., 1940, ser. 2, 41, 455—464.
  34. *A. Einstein.* Non-existence of regular stationary solutions of relativistic field equations, avec W. Pauli.— Ann. Math., 1943, ser. 2, 44, 131—137.
  35. *A. Einstein.* Generalization of the relativistic theory of gravitation.— Ann. Math., 1945, ser. 2, 46, 578—584.
  36. *A. Einstein.* Influence of the expansion of space on the gravitation fields surrounding the individual stars, avec E. G. Straus.— Rev. Mod. Phys., 1945, 17, 120—124; Corrections and addition.— Ibid., 18, 148—149.
  37. *A. Einstein.* Generalization of the relativistic theory of gravitation, II. With E. G. Straus.— Ann. Math., 1946, ser. 2, 47, 731—741.
  38. *A. Einstein.* Generalized theory of gravitation.— Rev. Mod. Phys., 1948, 20, 35—39.
  39. *A. Einstein.* Motion of particles in general relativity theory. With Leopold Infeld.— Canad. J. Math., 1949, 3, 209—241.
  40. *A. Einstein.* Sur le problème cosmologique, Théorie de la gravitation généralisée. Trad. française par M. Solovine. Paris, 1951.

## Движение перигелия Меркурия<sup>1</sup>

### 1 (64). Статьи об астрономических наблюдениях

а. *Работы Лаверье и Ньюкома.* Эти работы, фундаментальные по занимающим нас вопросам, анализированы Шаэи [с78 bis], у которого я заимствую многочисленные детали. Существование необъясненного векового движения перигелия Меркурия было *отмечено впервые* Лаверье.

С 1839 г. Лаверье предпринял полную ревизию теории планетных движений и сравнил теоретические результаты с наблюдениями.

Установив теорию движения Земли, он занялся Меркурием и получил следующие значения возмущающего влияния других планет на его перигелий:

Венера	280",61	Сатурн	7,24
Земля	83,61	Уран	0,14
Марс	2,59	Нептун	0,06
Юпитер	152,59		<hr/> 526",83

Сопоставление с наблюдениями выявляет различие в 38" за столетие.

Он выявил также движение перигелия Марса в 25",15. Эта слишком большая величина — следствие принятых им значений масс, позже исправленных. Применение формулы Лаверье к современным значениям масс уменьшает движение примерно до 7". Для Сатурна сравнение теории с наблюдениями дало погрешности, не позволившие Лаверье вынести заключения. Отклонения варьируют от 4 до —5", т. е. меняются на 9".

Ньюком повторил расчеты, подтвердил движение перигелия Меркурия и установил величину в 43". Его исследования не менее важны, чем исследования Лаверье, и Эйнштейн [b79] счел нужным их особо отметить.

б. *Дальнейшие работы.* Дулитл [a54] вновь произвел расчеты возмущений, используя вместо разложения возмущающей функции (Лаверье, Ньюком) метод Гаусса. Его результаты прекрасно совпадают с результатами его предшественников.

---

<sup>1</sup> Н. Arzelis. *Rélativité généralisée. Gravitation*, fasc. II. Paris, 1963. Печатаются главы из книг Арзелье.

Росс [а63] получил  $7'',5$  для Марса, близко к данным Ньюкома.

Гайо [а43 bis] пересмотрел и дополнил теорию Леверье для Сатурна и получил движение его перигелия в  $20''$ .

Хилл [а45 bis], рассмотрев вновь вопрос, наоборот, не нашел различия, превышающего  $1''$ .

Кинле [с45] показал сложность количественных расчетов величины смещения.

Гроссман [с41, 42], исходя из данных Ньюкома, предложил движение перигелия Меркурия в  $38''$ , явно меньшее, чем релятивистское предсказание. Лекорню [с46] подчеркнул этот новый аспект.

Шази [с71] после краткого исторического очерка подтверждает, что число Ньюкома должно быть снижено до величины, предложенной Гроссманом; но это число должно также быть увеличено по другой причине, и, в конечном счете, он предлагает  $42'',24$ .

## 2 (65). Современное состояние вопроса

Клеменс исследовал [с91] движение Меркурия между 1765 и 1937 гг. Он рассматривал также движение Земли и в заключение дал два следующих числа для векового движения [с93, 95]:

Меркурий	$42'',56 \pm 0,94$
Земля	$3'',8 \pm 0,0$

Он считает, что мы не располагаем надлежащими наблюдениями для остальных планет. См. заметки в § (73 bis).

## 3 (66). Краткий обзор нерелятивистских интерпретаций

Подробное исследование этих интерпретаций приводится в книгах Ньюкома [а27], Тиссерана [а30] и Шази [с78 bis]; Шази отмечает, что использовал, кроме книг Ньюкома и Тиссерана, неизданные лекции Пуанкаре, прочитанные в 1906—1907 гг., о «Пределах закона Ньютона». Ознакомление с этими работами является наилучшим введением к оригинальным работам; см. § (73 bis).

Нерелятивистские теории опираются на весьма различные гипотезы, но имеют все примерно общий характер; они были созданы специально для объяснения расхождений между законом Ньютона и наблюдением. Большин-

ство из них относится к типу теорий надуманных (надо объяснить движения перигелия); с гносеологической точки зрения теория Эйнштейна, вытекающая из общих соображений, намного их превосходит.

Мы разделим различные нерелятивистские теории на две большие группы. Одни, называемые ньютоновскими, сохраняют закон Ньютона и выдвигают гипотезы о существовании новых планет, о распределении и величине масс известных планет и т. д. Другие, которые назовем, следуя Шази, экстраньютоновскими, вводят поправки в закон Ньютона; среди них важную роль играют электродинамические теории гравитации. Разумеется, во всех случаях расчеты ведутся по нерелятивистской механике, так что в обычном смысле слова эти теории ньютоновские.

Я ограничусь приведением характеристики каждой теории, не обсуждая и не опровергая ее в деталях. Подобный труд был бы теперь напрасным и бесполезным (и слишком долгим; потребовалась бы глава для каждой теории). *Моя цель — показать, из каких джунглей нас вывел Эйнштейн, а не опровергать ту или иную теорию;* да это и требовало бы астрономических знаний, которых мне недостает. Напомню по этому поводу один часто упускаемый эпистемологический принцип: объяснить совокупность явлений нерелятивистской теорией вовсе не означает, что следует отбросить релятивистскую теорию. Не следует забывать о множественности возможных теорий. Правда, многие авторы знают лишь одно правило: всякое релятивистское объяснение должно быть отброшено, если возможно «классическое» объяснение. Да позволят мне считать это правило весьма жалким и произвольным.

#### 4 (67). Нерелятивистские теории ньютоновского типа

а. *Общие соображения.* Огромный успех закона Ньютона при описании движений планет в целом, включая возмущения (напомним, например, сенсационное открытие Нептуна Леверье), оправдывает первоначальную позицию астрономов относительно необъясненных расхождений: виноват наш способ применения закона Ньютона, а не сам закон.

Леверье писал в 1846 г. в статье о движении Урана: «Изменение законов гравитации было бы последним сред-



ством, к которому позволительно прибегнуть лишь после исчерпывающего рассмотрения других причин, после признания их неспособными вызвать наблюдаемые явления».

Ту же мысль высказал Пикар [а44] в 1905 г., т. е. уже после весьма многочисленных попыток формулировки экстраньютоновских законов: «Не следует удивляться некоторым расхождениям между теорией Луны и Меркурия и наблюдениями; можно полагать, что эти небольшие расхождения следует приписать нашей аналитической немощи, а не самому закону всеобщего тяготения».

Наконец, то же утверждает Бигурден [а53] в 1911 г.: «... остаются некоторые небольшие расхождения, но прошлое дает для будущего непоколебимую уверенность, что причина их будет рано или поздно известна, без необходимости изменения принятого закона всеобщего тяготения».

б. *Распределение масс Солнца.* Ньюком исследует возможное влияние *несферичности Солнца.*

Легкая сплюснутость Солнца, аналогичная, но меньшая, чем сплюснутость Земли, может объяснить движение перигелия. Но необходимое для этого отношение экваториального и полярного диаметров не подтверждается наблюдением. Кроме того, подобная сплюснутость вызвала бы перемещение плоскости орбиты Меркурия того же порядка, что и движение перигелия; это не наблюдается.

На эти же два возражения наталкиваются расчеты, учитывающие *массу солнечной короны.*

*Планета внутри орбиты Меркурия; кольцо планет внутри орбиты Меркурия.* Леверье, которому мы обязаны открытием движения перигелия (§ (65)), пытается интерпретировать его предположением о существовании *новой планеты внутри орбиты Меркурия.* Размещение этой планеты внутри орбиты Меркурия необходимо из-за отсутствия возмущений ею движений Земли и Луны. Леверье вычисляет элементы этой гипотетической планеты; однако наблюдение, блестяще подтвердившее его расчеты в случае Нептуна, не подтверждает этой гипотезы (отметим все же, что некоторым астрономам казалось, будто они видели «возмущающую Меркурий» планету, названную Вулканом). Вычисления Леверье были уточнены Смартом [с44], считавшим, впрочем, эту гипотезу весьма маловероятной.

Для вековых эффектов, подобных движению перигелия, влияние одной планеты можно заменить влиянием

*кольца малых планет.* Доказывают, действительно, следующее положение [78 bis, p. 195 и 207]: круговое и однородное кольцо массы  $m$  и радиуса  $\rho$  вызывает для планеты с массой  $M$ , расположенной на среднем расстоянии  $a$  от Солнца ( $a > \rho$ ), движение перигелия за один оборот

$$\Delta\omega = \frac{3\pi m \rho^2}{2Ma^2}.$$

Ньюком изучил подробно эту гипотезу, рассматривая воздействие гипотетического кольца не только на Меркурий, но и на другие планеты. Он встретился с трудностями (например, для перигелия Марса). Но, как и для одной планеты, прямое наблюдение ничего не обнаружило. Поиск новых планет, близких к Солнцу, производится, главным образом, во время полных затмений. Ранние наблюдения рассмотрены Гиссераном; мы встретимся, в связи с отклонением световых лучей, с более поздними работами (Куртис). Пришлось бы, следовательно, допустить, что речь идет только о ненаблюдаемых телах. Сильную критику вызвал также вопрос об устойчивости подобного кольца.

с. *Гипотеза о спутнике Меркурия.* Возможное влияние подобного спутника рассматривалось Хердтлом [a24]. Эта идея довольно естественна. Действительно, из работ Леверье и Ньюкома известно, что присутствие Луны вызывает движение перигелия центра тяжести системы Земля — Луна (порядка 7" за столетие).

Но гипотетический спутник должен был бы иметь видимый диаметр, больший, чем диаметры спутников Юпитера. Итак, он был бы наблюдаем, а он не обнаружен.

Хердтл изменяет гипотезу, предполагая спутник-кольцо; но тогда существовало бы некоторое влияние на узел Меркурия, не согласующееся с наблюдением.

d. *Кольцо малых планет между Меркурием и Венерой.* Вычисления по этой гипотезе проводились Ньюкомом [a25], нашедшим, что его масса должна была бы равняться сотой доле массы Земли.

e. *Кольцо малых планет между Марсом и Юпитером.* Такая группа малых планет действительно существует. Харцер [a33] и Равене [a34] вычислили массу, которую должны иметь эти планеты, чтобы вызвать искомый эффект. Результаты расходятся с данными, полученными другими методами.

f. *Гипотеза Харцера и Зеелигера о зодиакальном свете.* Явление зодиакального света объясняется предположением, что Солнце окружено диффузной материей линзообразной формы, распространяющейся до Земли. Харцер [a23, 33] думает, что эта материя может иметь достаточную массу, чтобы повлиять на движение планет. Зеелигер [a32, 35, 46, 49, 50] вновь подробно рассматривает эту гипотезу; ему удается уточнить распределение этой материи так, чтобы объяснить движение перигелиев. Его теория мало отличается от теории кольца внутри орбиты Меркурия. Это сравнение сделано самим Зеелигером и Ньюкомом.

Фрейндлих [a61] возражает на том основании, что постулированная Зеелигером плотность этой материи слишком велика по сравнению с другими оценками; должна была бы существовать диффузия света, которая сделала бы эту материю видимой. Зеелигер отвечает [a62], что возражение может быть устранено предположением либо о микроскопических частицах, либо о невидимых блоках размером в несколько метров.

Поскольку идеи о роли гипотетических планет или спутников должны быть отброшены как противоречащие наблюдениям, теория Зеелигера существовала некоторое время как единственная, оставшаяся в ньютоновском плане. С 1915 г. от нее отказывается большинство физиков. Де Ситтер [c5] считает гипотезу Зеелигера лишней из-за теории Эйнштейна. Все же она продолжает свое существование благодаря некоторым авторам-нерелятивистам. Вихерт [c25] еще в 1920 г. считал ее серьезной. Фату [c78] предложил в 1928 г. теорию, воспроизводящую идеи Зеелигера (без ссылки на него).

g. *Гипотеза сопротивляющейся среды.* Если зодиакальный свет вызывается диффузной материей, в которую погружены планеты, можно попытаться учесть сопротивление среды. Идея, упоминаемая впервые Лапласом [a3], возрождена была Лоджем [c17] для объяснения движения Меркурия.

Джефрейс [c19, стр. 103] считал, что эта гипотеза наталкивается на ряд трудностей. Должны получаться величины одинакового порядка для движения перигелия и изменения эксцентricности; однако наблюдение показывает  $43''$  и  $-0'',88$ . Эффект, нуждающийся в объяснении, требовал бы плотности гораздо большей, чем допускает

зодиакальный свет. Наконец, встречаются также трудности с узлом Венеры, и Джефрейс [с19, стр. 145] отмечает, что для узла получается недопустимая скорость, не говоря уже об упомянутой трудности, связанной с плотностью.

Наблюдения над кометами, подходящими очень близко к Солнцу, также приводят к значению плотности, намного ниже необходимой, как показывает Кроммелен [с28].

Джефрейс [с32] возвращается к этой гипотезе еще раз, чтобы показать, что ее нужно отбросить. По-моему, он совершает гносеологическую ошибку, когда пишет: прежде чем говорить, что движение перигелия подтверждает теорию Эйнштейна, надо посмотреть, нет ли других причин.

Пуур [с38] считал, что эта гипотеза, объединенная с подходящим подбором распределения солнечной массы, предпочтительнее теории Эйнштейна.

Зильберштейн [с60] уточняет, что сопротивляющаяся среда может быть либо сжимающимся эфиром, либо материей, состоящей из частиц; эффект сопротивления дает, по его мнению, изменяющуюся фиктивную массу, являющуюся функцией от расстояния  $m(r)$ . Подобный результат, естественный в теории относительности, весьма любопытен при этой гипотезе.

Расчеты по Ньютону для планет, находящихся в сопротивляющейся среде, встречаются во многих работах, и в настоящее время они вновь стали актуальными в связи с искусственными спутниками. Упомяну в качестве примеров опубликованные в разное время статьи Фату [с48], Шази [с51], Вероне [с65], Паркина [с108].

h. *Изменение массы Солнца.* Масса Солнца уменьшается вследствие излучения энергии. Вескан [с89] принимает закон вида

$$M = M_0 e^{-qt} \cong M_0 (1 - qt).$$

Он определяет движение планет при такой изменяющейся центральной массе и получает траектории, аналогичные релятивистским розеткам.

i. *Анизотропная среда.* Хустон [с90], не очень знакомый с литературой вопроса (он думает, что движение перигелия было неизвестно до Эйнштейна), объясняет явление, воображая анизотропную среду, в которой движутся планеты.

ж. *Идеи Лоделя*. Лодель [с100] признает, что наилучшее объяснение дается теорией Эйнштейна; но, по его мнению, эта теория слишком сложна.

к. *Метод расчета Паскье*. Паскье [с61, 62, 63] отвергает использование теории относительности, недостаточно, по его мнению, обоснованной. Он рассуждает в рамках ньютоновской теории и приписывает  $42''$  влиянию других масс. «Но, — говорит он, — при невозможности определить долю возмущения каждой из этих масс мы приписываем всякое дополнительное вмешательство вращению вокруг оси, проходящей через центр Солнца».

### 5 (68). Нерелятивистские теории экстраньютоновского типа <sup>2</sup>

а. *Центральные законы типа  $r^{-n}$ ; работы Холла и Ньюкома*. Сам Ньютон [а1] исследовал влияние замены закона  $r^{-2}$  законом  $r^{-n}$  при  $n$ , несколько большем 2. Он показал, что таким образом получается значение движения перигелия за один период

$$\frac{2\pi}{\sqrt{3-n}} - 2\pi.$$

При  $n < 2$  получается запаздывание. Об этом классическом расчете можно прочитать у Шази [78 bis, р. 187 и 219].

А. Холл [а29] вернулся к этой идее. Определяя  $n$  из движения перигелия Меркурия в  $42', 34$ , он получает

$$n = 2.0000001574,$$

значение, принятое Ньюкомом. Последний, за отсутствием удовлетворительной теории, принимает точку зрения Холла (после обсуждения он отбрасывает все остальные) и использует ее для составления своих таблиц. Согласно Ньюкому, гипотеза Холла, примененная с надлежащим показателем степени, объясняет движение перигелиев Меркурия и Марса и не противоречит движениям Венеры и Земли. Поэтому он использует ее для расчета своих таблиц.

Однако работы Броуна [а43 ter] показывают, что нельзя ее использовать для Луны; пришлось бы изменить пока-

<sup>2</sup> Вот многочисленные темы задач для механиков-теоретиков.

затель степени  $n$ . Но гипотеза представляет интерес лишь в том случае, если  $n$  — универсальная постоянная [78bis, p. 222].

б. *Центральный экспоненциальный закон.* Лаплас [а3] предлагал центральное притяжение, пропорциональное  $e^{-kr}/r^2$ . Его целью было устранение трудностей, возникающих при применении закона Ньютона к бесконечному евклидову пространству. Такой закон, как показал Зеелигер [а32, 35], вызывает движение перигелия, пропорциональное  $\sqrt{a}$ , где  $a$  — радиус-вектор планеты. Коэффициент пропорциональности определяется с тем, чтобы получить движение Меркурия; но для других планет движения намного больше наблюдаемых.

Шази [78bis, p. 226] отмечает, что аналогичные результаты имеются при применении экспоненты к ньютоновскому потенциалу.

с. *Закон Ньютона, произвольно дополненный возмущающей силой (имеющей тангенциальную и радиальную составляющие).* Общие формулы. Теории такого рода весьма многочисленны. Они все являются частными случаями следующего общего утверждения.

К ньютоновскому притяжению  $-kM/r^2$  добавляем возмущающую силу, определяемую тангенциальной составляющей

$$F_t = \frac{kfMv}{c^2r^2} \frac{dr}{dt}$$

и радиальной составляющей

$$F_r = -\frac{kM}{c^2r^2} \left[ bv^2 + d \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{gM}{r} \right],$$

где  $f$ ,  $b$ ,  $d$  и  $g$  — функции от  $r$ . Чисто классическим расчетом (§ (60)) можно показать, что подобный закон сил вызывает движение перигелия

$$\Delta\omega = (2f + 2b + g) \frac{\pi kM}{c^2p},$$

где параметры  $f$ ,  $b$ ,  $g$  можно взять равными их постоянным частям (после разложения в ряд).

Эта формула, не содержащая параметра  $d$ , должна быть сравнимой с

$$\Delta\omega = \frac{6\pi kM}{c^2p}.$$

Итак, если положить

$$2f + 2b + g = 6,$$

получится то же движение, что и у Эйнштейна.

Для расчета, кроме § (60) моей книги, можно посмотреть Хаага [64, § (22), стр. 32] или Шази [78 bis, p. 114], см. также Глейха [с69 bis], Хаага [с58, 66], Лекорню [с59].

Мы увидим связь этого результата с различными теориями.

*Гравитация по Эйнштейну.* Положив  $f = 2$ ,  $b = 2$ ,  $d = -3$ ,  $g = -2$ , получаем дифференциальные уравнения Эйнштейна. Это вытекает из вычислений в § (60).

Мы, таким образом, понимаем, почему бесчисленные предложенные законы силы всегда выявляют, с различными коэффициентами, те же члены, что и уравнения движения, вытекающие из теории Эйнштейна.

*Силы Бертрана.* Положив  $b = 3$ ,  $f = d = g = 0$ , получаем возмущающую силу, предложенную Бертраном [с35]; это центральное притяжение, пропорциональное квадрату скорости

$$F_r = - \frac{3kMv^2}{c^2r^2}.$$

Этот автор, впрочем, придерживается более общей точки зрения и рассматривает силы типа

$$F = - \frac{kM}{r^2} \Phi \left( \frac{v^2}{c^2} \right) = - \frac{kM}{r^2} \left( 1 + \frac{\alpha v^2}{c^2} + \dots \right).$$

Чтобы вновь получить движение перигелия, он полагает  $\alpha = 3$ . Но он добавляет, что второе выражение можно получить исходя из бесконечного множества функций  $\Phi(v^2/c^2)$ , например,

$$\Phi = \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-2}.$$

*Силы Лекорню.* Положив  $f = b = 3/2$ ,  $d = g = 0$ , получаем частный случай законов, предложенных Лекорню [с46]. Корректирующая сила имеет тангенциальную составляющую (в направлении удаления от центра притяжения)

$$F_t = \frac{3kMv}{2c^2r^2} \frac{dr}{dt}$$

и нормальную силу притяжения

$$F_r = - \frac{3kMv^2}{2c^2r^2}.$$

Результирующее возмущение нормально к траектории, направлено внутрь и имеет величину

$$\frac{3kMv \sqrt{v^2 - r'^2}}{2c^2r^2}.$$

*Силы Майяра и Бернса.* Положив  $f = b = d = 0$ ,  $g = 6$ , получаем частный случай законов, предложенных Майяром [с26, 43] и Бернсом [с57]. Возмущение является центральным притяжением, обратным кубу расстояния.

*Силы Соже.* Принимая  $f$  и  $d$  равными нулю, получаем центральные корректирующие силы, предложенные Соже [с75] и содержащие члены  $\frac{1}{r^2}$  и  $\frac{v^2}{c^2r^2}$ .

*Связь с электродинамическими законами.* Мы их рассматриваем дальше — § (69). Отметим только, что их получают, положив:

для закона Гаусса

$$b = 2, \quad d = -3, \quad f = g = 0;$$

для закона Вебера с точностью до второго порядка  $M/r$

$$f = 0, \quad b = 2, \quad d = -3, \quad g = -2;$$

для закона Римана

$$f = 0, \quad b = 1, \quad d = 0, \quad g = -2.$$

Эти значения не удовлетворяют требуемому отношению между  $f$ ,  $b$ ,  $g$ ; мы увидим, действительно, что они не дают корректное значение движения.

*Силы Поповича и Армеллини.* Попович [с67, 87] и Армеллини [с85, 86] предлагают центральную силу вида

$$F = - \frac{kM}{r^2} \left( 1 + \frac{1}{c} \frac{dr}{dt} \right).$$

Шази [с88] считает этот закон несовместимым с фактическими движениями планет.

В отличие от других предложенных законов, он содержит по сравнению с законом Ньютона поправочный член первого порядка относительно  $v/c$ . Откуда возмущения



первого порядка, которые имеют заметную величину, если  $c$  — обычная скорость света? Чтобы согласовать этот закон с наблюдением, нужно приписать  $c$  гораздо большую величину.

d. *Поглощение гравитационного потока.* Армеллини [с93 bis] делает вычисления, предполагая, что сила притяжения уменьшается, когда между притягивающей и притягиваемой массами имеется материальная среда. Для Солнца внешние слои ослабляют действие глубоких слоев; он показывает, что в таком случае падо в расчете заменить центр Солнца точкой, расположенной на расстоянии  $\varepsilon$ .

Новый закон дает для движения перигелия

$$\Delta\omega = 2\pi\varepsilon/p,$$

где  $p$  — параметр орбиты.

Положив  $\varepsilon = 4$  км, он получает  $42''$  для Меркурия и  $1'',5$  для Марса.

Уточним, что после ряда обсуждений, Армеллини признал превосходство теории Эйнштейна — § (88). Мы вернемся к этим вопросам гравитационного потока в III томе.

## 6 (69). Старые электродинамические теории гравитации

a. *Общие соображения.* Идея объединения в общую теорию гравитационных и электрических явлений встречается в зародыше в работах Кулона (тот же закон взаимодействия). Эта идея и в нашу эпоху постоянно занимает умы многочисленных физиков, работающих над едиными теориями. Я здесь касаюсь лишь теорий неэйнштейновского характера, согласно которым гравитация должна сводиться к обычной электромагнитной теории.

Дальнейшие разработки единой теории, преобразующие саму электромагнитную теорию, остаются вне этого исторического очерка.

b. *Попытки Максвелла.* Идея, кажется, впервые рассматривалась Максвеллом [a10]. Два важных момента отличают электрические взаимодействия от ньютоновских. Для последних имеется лишь одна категория масс, и массы одинакового знака притягиваются. В электромагнитной теории Максвелла предполагается, что потенциальная энергия взаимодействия зарядов локализована в среде и имеет положительное значение (например, для непо-

движных зарядов)

$$W = \frac{K_0 E^2}{8\pi} .$$

В случае гравитации мы имели бы для этого выражения отрицательный знак. Это приводит к трудностям, которые легко понять на примере двух масс. Представим себя далеко от двух масс, там, где взаимодействие пренебрежительно малó. Естественно считать, что энергия среды тогда равна нулю. Но тогда, за исключением бесконечности, она везде отрицательна, а в эпоху Максвелла концепция отрицательной энергии казалась противоречивой. Один из способов избежать трудности заключался в допущении существования характеристического энергетического фона среды (эфира); тогда для предыдущего случая энергия записывается ( $H$  — поле гравитации) в виде

$$W = a - bH^2.$$

Но для обеспечения повсюду положительного значения  $W$  надо приписать огромное значение энергии  $a$  среды. Этот результат побудил Максвелла отказаться от распространения законов электромагнетизма на гравитацию: «Я не в состоянии понять, как среда может обладать подобными свойствами, и не могу идти далее в этом направлении в поиске причин тяготения».

Позже (в 1912 г.) Абрагам отмечает другое следствие этой теории. Колебания электрического заряда затухают вследствие испускания излучения; наоборот, материальная масса в силу поглощения излучения должна увеличить свою энергию.

с. *Попытка Лоренца усовершенствовать прежние идеи (Лесажа, Моссотти и т. д.)*. Моссотти [а4], исходя из теории единой электрической жидкости, воображает материальные тела пропитанными электрической жидкостью, различные части которой отталкиваются. Предполагается также, что материальные молекулы отталкиваются; наконец, существуют силы притяжения между материальными молекулами и эфиром. Комбинация этих сил обуславливает гравитацию.

Цельнер [а15] и Вебер согласовывают эти идеи с научными знаниями их эпохи. Все материальные тела содержат одинаковые количества электричества противоположных знаков. Причиной гравитации является неболь-

шая разница между притяжением зарядов различного знака и отталкиванием зарядов одинакового знака. Пусть  $\alpha$  — отталкивание двух единичных зарядов одинакового знака и  $\beta$  — притяжение двух единичных зарядов знаков  $+$  и  $-$ . Для объяснения гравитации при  $\alpha \neq \beta$  достаточно допустить, что  $(\beta - \alpha)/\alpha$  порядка  $10^{-35}$ .

Лоренц в 1900 г. рассматривает теории, предложенные ранее, для объяснения гравитации. Он сначала напоминает о старой теории Лесажа [a2]. По этой теории пустота на самом деле заполнена огромным числом маленьких частиц, быстро движущихся во всех направлениях. Единичная материальная частица испытывает удары, средний эффект которых равен нулю. Но две частицы экранируют друг друга. Лесаж показывает, что результирующий эффект обратно пропорционален квадрату расстояния; см. заметки к § (73 bis).

Лоренц рассматривает эту идею, заменяя частицы Лесажа волновыми пучками лучей типа жестких рентгеновских (он учитывает давление излучения). Но действительный расчет приводит к неприемлемым результатам (энергия должна непрерывно исчезать), и Лоренц отбрасывает эту первую идею. Он возрождает тогда теорию Моссотти в форме Вебера — Цельнера.

Дарвин [a42 bis] и Пуанкаре [b2] исследуют возможность модернизации теории Лесажа, используя давление излучения. Заключение Пуанкаре отрицательно; он показывает, что удары, необходимые для количественного объяснения ньютоновского тяготения, повысили бы температуру Земли на  $10^{13}$  градусов (?!).

Он комментирует также электромагнитную теорию Лоренца.

К этой идее вернулся в 1946 г. Эддингтон в своей «Фундаментальной теории» (стр. 102), основываясь на следующем аргументе. Для двух зарядов с противоположными знаками силовые линии идут от одного заряда к другому; такая система может считаться независимой от остальной Вселенной. Иначе обстоит дело с двумя зарядами одинакового знака. Силовые линии замыкаются на других телах Вселенной; система более не может считаться независимой. Таким образом, Эддингтон приходит к добавлению к обычной электростатической энергии члена

$$Ae^{-r^2/k^2} (A, k — постоянные).$$

d. *Применение к проблемам гравитации законов взаимодействия заряженных частиц.* Мы дали в томе I, § (139) обзор различных законов, предложенных для взаимодействий на расстоянии. Они все были проверены с интересующей нас точки зрения.

*Закон Вебера.* Это центральное притяжение величины

$$-\frac{M}{r^2} \left[ 1 - \frac{2M}{c^2 r} + \frac{2v}{c^2} - \frac{3}{c^2} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 \right].$$

Соответствующие уравнения движения были точно интегрированы Зеегерсом [a9] с помощью эллиптических функций. Эта сила, дающая лишь  $1/3$  правильного движения, изучалась Цельнером [a12], Тиссераном [a13, 20], Бертраном [a21], Шази [78 bis, p. 117]. Гербер ([a37] и [c9]) стремился, чтобы сделать идею приемлемой, обосновать введение множителя 3.

Согласно Уиттеккеру, лишь  $3/8$  движения объясняются законом Вебера.

*Закон Гаусса.* Это центральное притяжение величины

$$-\frac{M}{r^2} \left[ 1 + \frac{2v^2}{c^2} - \frac{3}{c^2} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 \right].$$

Применить его к гравитации пытались Бертран [a21] и Тиссеран [a20].

Таким образом получается лишь  $2/3$  правильного движения.

*Закон Римана.* Возмущающая сила нецентральная. Она имеет тангенциальную компоненту

$$F_t = \frac{2Mv}{c^2 r^2} \frac{dr}{dt}$$

и радиальную компоненту

$$F_r = -\frac{M}{c^2 r^2} \left( v^2 - \frac{2M}{r} \right).$$

Приложение этого закона к гравитации рассмотрено М. Леви [a28] и Бертраном [c50]. Получается лишь  $2/3$  правильного движения.

Согласно Уиттеккеру, замена закона Вебера законом Римана дает  $3/4$  движения.

*Комбинация предыдущих законов.* М. Леви [a28] комбинирует законы Вебера и Римана; надлежащим выбором множителей он получает правильное значение движения.

См. также позднейшие работы Деалю [с73], Свингса [с74, 76], Соже [с75], Майяра и Соже [с77].

*Закон Клаузиуса.* Его приложение к гравитации рассматривалось Оппенгеймером [а31].

*Теория Соколова* [с72]. Предполагается, что небесные тела имеют электрический заряд, пропорциональный их массе. Значит, к силе Ньютона надо добавить силу Кулона. При подходящем выборе отношения заряда к массе автор получает 42" для Меркурия (очевидно) и 0",6 для Марса.

*Теория электрической индукции Декомба* [с55]. Вводятся следующие гипотезы. Солнце электрически заряжено и своим полем поляризует планеты; значит, надо учитывать действие заряженного центра на диполь, что порождает корректирующую силу. Разумеется, можно также учитывать действие поляризации планет на Солнце, Декомб определяет параметры в своей теории, исходя из данного Гроссманом значения 38".

Эту теорию рассматривал также Гержирой [с103]; он показал, что поправка из-за электростатической силы имеет вид

$$\frac{2a^3Q^2}{r^5},$$

где  $a$  — радиус Меркурия,  $Q$  — заряд Солнца. Итак, поправка обратно пропорциональна  $r^5$ . Отметим, что Гержирой склоняется к теории Эйнштейна.

### **7 (70). Специальная теория относительности и гравитация; работы до 1915 г.<sup>3</sup>**

а. *Работы Пуанкаре и Минковского.* В специальной теории относительности все законы должны быть инвариантными относительно преобразований Лоренца. Закон Ньютона о взаимодействии двух движущихся масс не удовлетворяет этому принципу; было естественно после 1905 г. пытаться его модифицировать для обеспечения инвариантности.

Первая попытка в этом направлении принадлежит, кажется, Пуанкаре. В 1905—1906 гг. он [b1,2] рассмотрел следствия из гипотезы Лоренца для гравитации: все силы,

<sup>3</sup> Работы после 1915 г. будут рассмотрены в III томе; см. краткие ссылки в конце параграфа.

какого бы происхождения они не были, должны преобразовываться при изменении системы отсчета как электродинамические. Из этого он выводит, что действие гравитации должно распространяться со скоростью  $c$  (гравитационная волна), и показывает, что наблюдения не противоречат подобной гипотезе (вопреки мнению Лапласа). В таком случае закон Ньютона подлежит изменению. В самом деле, сила не может зависеть только от относительных положений притягивающего и притягиваемого тела в рассматриваемое мгновение; она должна также зависеть от скоростей обоих тел. Наконец, нужно учитывать положение и скорость притягивающего тела не в момент  $t$ , а в некоторый предыдущий момент. Таким образом, он получает силу притяжения (Oeuvres, t. IX, p. 548), имеющую компоненту, параллельную радиусу-вектору, и компоненту, параллельную скорости притягивающего тела.

Так как он не дает уравнений поля, не видно, преодолены ли возражения Максвелла; § (69).

Двумя годами позже, в 1908 г. [b4], Пуанкаре поднимает вопрос, остается ли гравитационная масса пропорциональной массе при больших скоростях, и говорит: «Это такой вопрос, для решения которого нет средств» (Oeuvres, t. IX, p. 577). Он напоминает тогда теорию Лоренца об электромагнитном происхождении гравитации (§ (69 bis)).

Расчет движения перигелия по различным предположенным теориям (в том числе по его собственной) дает ему преуменьшенные значения. Пуанкаре заключает, что движение, предсказанное этими теориями, «не может рассматриваться как аргумент в пользу новой *динамики*, поскольку придется искать другое объяснение для большей части аномалии Меркурия».

Формулы Пуанкаре охватывают, кажется, в качестве частного случая, формулы Минковского [b3, 5, 8, 9]. Последний, для взаимодействия двух материальных точек, дает закон, просто транспонированный из закона электрических зарядов; кроме того, он вводит собственное время одной из точек. Его теория не завершена; как и теория Пуанкаре, она не содержит уравнений поля. Если их написать, транспонируя уравнения электромагнетизма, снова выплывут возражения Максвелла.

Вишневский [b33] предложил позже модификацию теории Минковского: для заряда в покое, действующего

на движущийся со скоростью  $v$  заряд, он умножает ньютоновскую силу на  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ . Для 1913 г., после работ Эйнштейна и Абрагама, это несколько простовато.

б. *Работы Абрагама.* Тем временем, в 1907 г., Эйнштейн направил поиски в другое русло (т. I, § (95)). Но его усилия не увенчались сразу успехом и, казалось, даже заводили в тупик (между 1907 и 1911 гг. он ничего не публикует). По этой причине некоторые физики продолжали поиск гравитационного закона в рамках специальной теории относительности.

Было необходимо внести изменения в идеи Пуанкаре и Минковского. С момента введения концепции распространения гравитации надо было пытаться обобщить уже не закон Кулона, а уравнение Пуассона. Мы уже отмечали, кроме того, потребность в уравнении поля.

Итак, задача заключалась в изменении уравнения

$$\Delta V + 4\pi\rho = 0$$

и уравнения движения

$$F = m\gamma$$

так, чтобы удовлетворить принципу относительности.

Абрагам пытался осуществить эту программу. *Однако на его исследования постоянно влияли результаты Эйнштейна*, которые он стремится сохранить в своих теориях.

Отправной точкой ему служит работа Эйнштейна 1911 г. (т. I, § (95), ссылка [4]).

В основе его изысканий лежат следующие идеи: скорость света зависит от гравитационного потенциала; сила гравитации пропорциональна  $-\text{grad } c$ ; плотность энергии поля пропорциональна  $\frac{1}{c} \text{grad } c$ ; закон гравитации дается дифференциальным уравнением, определяющим  $c$ .

Его теория представлена двумя вариантами, которые он сам назвал первой и второй теориями Абрагама. Итоги теорий гравитации к 1914 г. он подводит в очень интересной работе, *представляющей превосходное руководство по работам той эпохи* [b43]. Абрагам делит различные конкурирующие теории на три категории: векторные теории гравитации, характеризуемые двумя векторами. Сюда относятся электромагнитные теории (Максвелл, Лоренц, Пуанкаре, Минковский), которые мы представили на двух стадиях — до и после создания теории относительности;

скалярные теории (скалярный потенциал, следовательно, векторное поле: первая и вторая теории Абрагама, теории Нордстрема и Ми, вторая теория Нордстрема, теория Кречмана); тензорные теории Эйнштейна.

В библиографии (§ (72b)) я даю список других статей Абрагама, часто публиковавшихся одновременно на немецком и итальянском языках.

Отметим недавнюю попытку возрождения этой теории со стороны Хели [b56].

с. *Работы Ми*. Идеи Ми оказали большое влияние на дальнейшее развитие большинства теорий поля (например, на нелинейные электродинамические). Можно найти изложение теории Ми у Абрагама, у Паули (I, ссылка [6] § (19 bis)), у Вейля [b53] и у Лауэ [b52]. Последняя работа особенно интересна, ибо показывает, как основные идеи Ми по этому вопросу могут быть включены в эйнштейновскую теорию гравитации.

d. *Теория Нордстрема*. Это наиболее удачная теория среди всех созданных до 1915 г. и основанных на специальной теории относительности. Нордстрем, как и Абрагам, пытается изменить уравнение Пуассона и закон динамики.

Теория Нордстрема существует в двух вариантах. Во втором она учитывает принцип эквивалентности, который считается строгим для идеальных статических систем и приближенным для всех других случаев. Она устраняет отрицательные энергии (возражение Максвелла) и предсказывает смещение к красному спектральных линий. Она дает, правда, вращение перигелия, но слишком малое и с обратным знаком. Поскольку в ней скорость света постоянна, отсутствует отклонение света. Итак, эта теория, соблазнительная в рамках специальной теории относительности, противоречит опыту.

e. *Современные исследования*. И сейчас многочисленны физики, считающие возможным интерпретировать гравитацию в рамках специальной теории относительности или в рамках других теорий. Для них теория Эйнштейна либо недопустима (неевклидовы геометрии и т. д.), либо слишком сложна для использования. Отсюда возникновение теорий, предложенных Биркхоффом, Уайтхедом, Мильном, Литлвудом и др., некоторые аспекты которых действительно соблазнительны. Я не могу ограничиться их кратким историческим обзором, как для теорий, оставленных или не представляющих интерес. Предполагаю изло-



жить и обсудить эти идеи в III томе этой книги, который будет специально посвящен вопросам, находящимся в стадии развития. Там же собираюсь обсудить в необходимом объеме вопрос о гравитационных волнах. Предупреждаю сразу читателя об этом; иначе он мог бы подумать, что я своєю вопрос к нескольким расплывчатым ссылкам на старые статьи.

*Примечание.* Мы показали в предыдущей книге (II, § (162)), что использование ньютоновского поля и динамики специальной теории относительности дает движение, но лишь в 7".

Эсклангон [b55], используя ошибочное определение центральных сил, получает *запаздывание* перигелия в одну треть от правильного значения. Подобное для 1936 г. довольно удивительно, но в стиле Эсклангона. Кажется, он написал некоторые статьи, полностью игнорируя уже полученные результаты (суть метода: не хочу их знать).

#### 7 (71). Интерпретация эйнштейновской теории гравитации

а. *Благоприятствующие статьи.* Эйнштейн выводит формулу перигелия, решая приближенно свои уравнения гравитации. Он заканчивает статью так: «Вычисление дает для планеты Меркурий поворот перигелия на 43" в столетие, тогда как астрономы указывают 45"  $\pm$  5" в качестве необъяснимой разницы между наблюдениями и теорией Ньютона. Это означает полное согласие с наблюдениями».

Это совпадение, почти волшебное, принимая во внимание природу теории и объясняемого явления, очень поразило физиков и астрономов. Но, поскольку речь шла о релятивистском объяснении, оно встретило множество возражений. Читатель мог заметить из предыдущих параграфов, что нерелятивистские статьи были весьма многочисленны даже после 1915 г.

Шварцшильд и Дрост, а за ними многие авторы дают полное выражение для  $ds^2$ ; при сферической симметрии приближенным расчетом выводят из него движение перигелия.

Палатини [c13] вновь выводит формулу, используя новое приближенное выражение для  $ds^2$ , которым мы обязаны Леви-Чивита.

Вместо того чтобы исходить из определенного  $ds^2$  и выводить из него движение, Кантелли [с49] поступил наоборот. Он исходил из орбит, подсказанных наблюдениями (здесь кроется тонкость), и ищет соответствующее  $ds^2$ ; он последовательно рассмотрел «кеплеровские» и «эйнштейновские» орбиты.

По совету Оппенгейма Хуфнагель [с21] намеревался применить формулу Эйнштейна для кометы 1882 г. II, доступной как будто проверке (малый перигелий). Незначительность эффекта не позволяет делать заключения ни за, ни против формулы.

Кроммелен [с27, 37] обсуждает различные предложенные до сих пор объяснения и заключает, что объяснение Эйнштейна наилучшее.

Митчел [с96] обсуждает наблюдения, относящиеся к перигелию Земли, и заключает: «поэтому оказывается убедительным, что наблюдаемое движение перигелия как Меркурия, так и Земли отличается от движения по Ньютону на величину, требуемую теорией относительности».

Морган [с92] рассматривает наблюдения, относящиеся к перигелию Земли, и заключает: «По-видимому, убедительно, что наблюдаемое движение перигелия Земли отличается от движения по Ньютону на величину, указанную теорией относительности».

Клеменс [с93, 95] после подробного изучения наблюдений над Меркурием и Землей (см. § (65)) делает вывод о верности формулы Эйнштейна. Вот его данные:

	Меркурий	Земля
Теория Эйнштейна	43",03	3",84
Наблюдение	42",56 ± 0",94	3",8 ± 0",0

Армеллини [с102 bis], пытавшийся сам выдвинуть различные объяснения, говорит: «Как видит читатель, нет недостатка в объяснениях движения перигелия Меркурия. Мы даже несколько задержались на более важных из них; но это сделано с определенной целью показать, что наилучшим является объяснение теорией относительности».

Крупное преимущество теории Эйнштейна состоит в том, что эта величина не произвольна и не определяется *post factum*; она вызывается теорией.

б. *Возражения.* Андерсон [с22] полагал возможным показать, что уравнения Эйнштейна, при правильной ин-

терпретации не предсказывают движение перигелия; это пример автора, который среди многих других лучше понял теорию относительности, чем сам Эйнштейн. Пирсон [с31] указал просто на ошибку Андерсона в вычислениях.

Эсклангон [с29] первым выдвинул следующее часто повторяемое возражение. Он считал некорректным метод, заключающийся в вычислениях по ньютоновской механике с последующим добавлением остатка, вытекающего из теории относительности. Он считал, что, несмотря на совпадение (может быть, случайное), нужно выжидать, пока весь расчет будет произведен релятивистски.

Возражение повторено Бурали-Форти [с69] следующим поразительным образом: из наблюдений получаем движение в  $574''$ ; классическая механика не дает для системы Солнце — Меркурий никакого движения; для возмущений другими планетами в классической механике движение составляет  $532''$ ; недостает  $42''$ ; релятивистская механика дает для системы Солнце — Меркурий движение  $42''$ ; для возмущений другими планетами она дает неизбежно (?) значение, отличное от  $532''$ ; следовательно знаменитая цифра  $42''$  — аргумент *против* теории.

Это неожиданное заключение (скорее комичное) опирается на голословное утверждение, что возмущения, вычисленные релятивистски, дают не  $532''$ ; мы показали противное (§ (60)).

Аргумент Бурали — аргумент математика; он просто душно не ведает, что вся физика основана на понятии порядка величины.

Леру, профессор рациональной механики, начинает свою критику объяснения Эйнштейна [с34] с заявления, что формула получена *в связи* (?) с теорией относительности, но не является ее следствием, не может даже представлять аргумента в ее пользу. Критика основывается на факте, что решение Шварцшильда не единственное. Это вопрос физического смысла переменных, подробно обсужденного в § (с22), не понятого Леру.

Затем он предъявляет [с52] следующее возражение, идентичное, в сущности, с возражением Эсклангона и Бурали-Форти. Согласие между теорией Эйнштейна и наблюдением требует, чтобы возмущения другими планетами давали примерно одинаковую величину в обеих теориях. Но, по мнению Леру, подобная гипотеза противоре-

чит основным идеям Эйнштейна.  $ds^2$  Шварцшильда, определяемый исключительно притягивающим центром, не позволяет учесть другие планеты. Леру забавно заключает: «теория Эйнштейна доводит необъясненный остаток до 531"». Он забывает только, как замечает ему Буль [с54], что для строгого расчета возмущений надо, очевидно, пользоваться другим  $ds^2$ . За неимением этого  $ds^2$  можно для возмущений пользоваться ньютоновской теорией.

Леру [с53] в ответе утверждает, что тогда  $ds^2$  не имеет более четырех измерений, что геометрическое объяснение исчезает (!) и т. д.

Фот Глей [с68] обсуждает формулу Эйнштейна и заключает, что ее проверка недостоверна. По его мнению, даже если формула достоверна, это ничего не доказывает в пользу теории относительности; другие теории дают ту же формулу (Вебер, Риман, Гаусс). Это все та же гносеологическая ошибка.

Гержирой [с103] полагает необходимым, еще в 1956 г., обсудить различные теории, в том числе Декомба (§ (69)), прежде чем заключить, что теория Эйнштейна наилучшая ввиду отсутствия произвола.

с. *Спутники или искусственные планеты; малые планеты.*

Первая работа, насколько мне известно, принадлежит Эсклангону [с94]; это необходимо было бы проверить, ибо идея исторически важна. Он рассматривал различные возможные случаи и показал, что для спутников с малой эксцентricностью и орбитой около границы атмосферы (примерно 500 км) годовое движение составило бы около 10".

Можно связать с этой идеей предложение применить формулу движения к малым планетам. Жилвари [с97] показал, что это возможно для *Икара*, но потребовало бы несколько десятилетий наблюдений.

Лапаз [с101] рассмотрел случай малых планет и дал следующие теоретические данные:

Меркурий	43",03	Аполлон	2",10
Икар	10",05	Адонис	1",80
Гермес	2",65		

Он напоминает отрицательные заключения де Ситтера для Луны, но показывает, что ситуация гораздо лучше

для искусственных спутников. Он особо рассматривал следующие четыре случая, где наблюдения должны быть возможными:

$h$ (средняя высота в км)	$\epsilon$ (эксцентриситет)		
17 000	0,06	146"	
17 000	0,4	194	
7 200	0,02	1250	
10 000	0,25	586	

Согласно Гинзбургу [с101 bis], можно создать достаточно благоприятные условия, чтобы годовое движение превосходило движение перигелия Меркурия.

Винтерберг [с107] показал, что на релятивистское движение перигелия накладывается того же типа, но более серьезный эффект, вызванный сплюснутостью Земли. Он примерно подсчитал, что в этих условиях наблюдение релятивистского эффекта становится затруднительным. На этот вывод мы уже указали § (55с). В приложении он дает классический расчет траекторий для сплюснутой Земли.

*Примечание.* Многие авторы находили движение перигелия, детально исследуя траектории. Я упоминаю здесь об этом лишь для полноты; соответствующая библиография приведена в конце главы VIII. Речь идет о следующих авторах: Форсайт [с23], Морли [с33], Гринхилл [с36], Мортон [с40], Ньюенс [с56], де Жан [с64].

**8 (72). Работы по неэйнштейновским теориям гравитации; эйнштейновские и неэйнштейновские работы по движению перигелия планет**

*Общие соображения.* Казалось бы более естественным дать в конце главы VIII выпуска I историю всех посленьютоновских теорий тяготения. Но практически оказалось очень трудно отделить эту историю от истории вопроса о перигелии Меркурия; работы тесно переплетены. Чаще всего происхождение той или другой теории объясняется только желанием объяснить движение перигелия.

Напротив, история теории Эйнштейна (вып. I, § (95)) может и должна быть отделена от истории изучения движения перигелия, и это вследствие принципиального соображения, на которое уже указывалось. Эволюция идей, которые привели к эйнштейновской теории гравитации,

происходила путем весьма общих рассуждений, восходящих к самой основе представлений; движение перигелия является лишь следствием, конечно, знаменитым, но все же лишь побочным.

Электродинамические теории, основанные на специальной теории относительности, навеяны размышлениями столь же общего характера, и их нельзя отнести, не нарушая справедливости, к теориям, искусственно придуманным. Тем не менее между ними и теорией Эйнштейна существует принципиальное эпистемологическое различие, выявленное Бруншвигом (*Brunschwig, L'expérience humaine et la causalité physique. Paris, 1949, p. 405*) при сравнении Лоренца с Эйнштейном: «Лоренц в какой-то мере оглядывается вокруг себя, чтобы продвинуть вперед результаты, полученные наукой до него; электродинамическая теория гравитации является плодом той физики, которая установилась в XIX в. Существенно важный шаг Эйнштейна представляется скорее как элистропф́, как ретроспекция или размышление в собственном смысле слова. Речь уже идет не о том, чтобы добавить последнюю главу в трактат по современной физике, а о переписывании первых страниц системы мира, о пересмотре до основания всей архитектуры здания, построенного Ньютоном»

## Л и т е р а т у р а

а) Работы, предшествующие статье Эйнштейна 1915 г.  
(за исключением теорий, ссылающихся  
на специальную теорию относительности)

1. *I. Newton. Philosophiae naturalis principia mathematica. Londini, 1686, p. 139.*
2. *Le Sage. Memoire de Berlin pour 1782. Berlin, 1784, p. 404.*
3. *Laplace. Oeuvres complètes. 1880; t. IV, 1845, livre X, chap. VII, p. 314—327.*
4. *F. Mossotti. Sur les forces qui régissent la constitution intérieure des corps. Aperçu pour servir à la détermination de la cause et des lois de l'action moléculaire. Turin, 1836.*
5. *U. J. Le Verrier. Inégalités séculaires.— Ann. Observ. impér. Paris, 1856, 2, 100—105.*
6. *U. J. Le Verrier. Résumé des formules relatives aux mouvements héliocentriques et géocentriques de Mercure.— Ann. Observ. impér. Paris, 1859, 5, 19—32.*
7. *U. J. Le Verrier. Ann. Observ. impér., 1859, 5, 104.*
8. *U. J. Le Verrier. Ann. Observ. impér., 1861, 6.*
9. *Seegers. Inaugural Dissertation. Göttingen, 1864.*

10. *J. C. Maxwell*. A dynamical theory of the electromagnetic field.—*Philos. Trans. Roy. Soc.*, 1865, 155, 459—512; *Scient. Papers*, t. 1, p. 526.
11. *G. Holzmüller*. Ueber die Anwendung der Jacobi — Hamiltonschen Methode auf den Fall der Anziehung nach dem elektrodynamischen Gesetze von Weber.—*Z. Math. Phys.*, 1870, 69—91.
12. *Zöllner*. Ueber die Natur der Kometen. Leipzig, 1872, S. 334.
13. *M. F. Tisserand*. Sur le mouvement des planètes autour du Soleil d'après la loi électrodynamique de Weber.—*C. r. Acad. sci.*, 1872, 175, 760—765.
14. *M. F. Tisserand*. Notices sur les planètes intramercurielles.—*Annuaire du Bureau des Longitudes*, 1882, p. 729—772.
15. *F. Zöllner*. Erklärung der universellen Gravitation aus den statischen Wirkungen der Elektrizität. Leipzig, 1882.
16. *Lehmann-Filhes*. Ueber die Bewegung eines Planeten unter der Annahme eines sich nicht momentan fortpflanzenden Schwerkraft.—*Astron. Nachr.*, 1884, 110, Septembre.
17. *W. Killing*. Die Mechanik in den nicht-euklidischen Raumformen.—*J. reine und angew. Math.*, 1885, 98, 1—48.
18. *A. Auwers*. Sitzber. Akad. Wiss. Berlin, 1886, 1055; *Ibid.*, 1887, 484.
- 18bis. *A. Auwers*. Neue Untersuchungen über den Durchmesser der Sonne.—*Math. Naturwiss.*, 1886, 755—826.
19. *S. Hepperberger*. Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation.—*Sitzber. Akad. Wiss. Wien, Abt. IIa*, 1888, 97, 337—362.
20. *F. Tisserand*. Sur les mouvements des planètes en supposant l'attraction représentée par l'une des lois électrodynamiques de Gauss ou de Weber.—*C. r. Acad. sci.*, 1890, 110, 313—315.
21. *J. Bertrand*. Leçons sur la théorie mathématique de l'électricité. Paris, 1890, p. 183.
22. *A. Auwers*. *Astron. Nachr.*, 1891, 128, 396.
23. *P. Harzer*. Ueber die Bewegung des Merkurperihels.—*Astron. Nachr.*, 1891, 127, N 3030, 82—88.
24. *E. F. Haerdil*. Zur Frage der Perihelbewegung des Planeten Merkur.—*Sitzber. Akad. Wien*, 1894, 103, 713—725.
25. *S. Newcomb*. Sur les variations séculaires des orbites des quatre planètes intérieures.—*C. r. Acad. sci.*, 1894, 119, 983—986.
26. *S. Oppenheim*. *Encycl. mathematischen Wissenschaft*, 1905—1934, t. VI, 2, Abt. B, S. 151.
27. *S. Newcomb*. The elements of the four inner planets and the fundamental constants of astronomy.—*Suppl. to Amer. Ephemeris and Nautical Almanac for 1897*. Washington, 1895.
28. *M. Lèvy*. Sur l'application des lois électrodynamiques au mouvement des planètes.—*C. r. Acad. sci.*, 1890, 110, 545—551.
29. *A. Hall*. A suggestion in the theory of Mercury.—*Astron. J.*, 1895, 24, 49—51.
30. *M. F. Tisserand*. *Traité de mécanique céleste*, 1889, t. II, p. 210; *Ibid.*, 1891, t. IV, p. 449, 537.
- 30bis. *Caillot*. Addition à la théorie du mouvement de Saturne.—*C. r. Acad. sci.*, 1895, 120, 31—37.
31. *S. Oppenheim*. Zur Frage nach der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation.—*Jahrb. Akad. Gymn. Wien*, 1894—1895, 3—28.

32. *H. Seeliger*. Ueber das Newton'sche Gravitationsgesetz.— *Astron. Nachr.*, 1895, 137, N 3273, 130—135.
33. *P. Harzer*. *Astron. Nachr.*, 1896, 141, 39.
34. *G. Ravene*. Ueber die Masse des Astroïden.— *Astron. Nachr.*, 1896, 139, 357—358.
35. *H. Seeliger*. Ueber das Newton'sche Gravitationsgesetz.— *Sitzber. München Akad., Math. Phys. Kl.*, 1896, 26, 373—400.
36. *P. Drude*. Ueber Fernwirkungen.— *Ann. Phys. Chem.*, 1897, 62, 10—49.
37. *P. Gerber*. Die räumliche und zeitliche Ausbereitung der Gravitation.— *Z. Math. Phys.*, 1898, 43, 93—104.
38. *J. Newcomb*. Tables of the four inner planets. Table XVIII: Action of Venus.— *Astron. Papers Washington*, 1898, 6, 108.
39. *H. A. Lorentz*. Considerations on gravitation.— *Proc. Amsterdam*, 1900, 2, 559—574; *Trad. française. Considérations sur la pesanteur.*— *Arch. néerl.*, 1902, ser. II, 7, 325—342.
40. *H. A. Lorentz*. Beschouwingen over de zwaartekracht.— *Versl. Akad. Wet. Amsterdam*. 1900, 8, 602—629.
41. *W. Wien*. Ueber die Möglichkeit einer elektromagnetischen Begründung der Mechanik.— *Ann. Phys.*, 1901, 5, 501—513.
42. *R. Gans*. Gravitation und Elektromagnetismus.— *Phys. Z.*, 1905, 6, 803—805.
- 42 bis. *C. H. Darwin*. The analogy between Lesage's theory of gravitation and the repulsion of light.— *Proc. Roy. Soc. London*, 1905, A76, 387—410.
43. *P. Gerber*. *Ann. Phys.*, 1917, 52, 415—444.
- 43bis. *Gaillot*. *Ann. Observ. Paris*, 1904, 24, 173.
- 43ter. *E. W. Brown*. *Monthly Notices*, 1903, 63, 397; *Ibid.*, 1904, 64, 525, 532.
44. *G. Picard*. *La science moderne et son état actuel*, 1905, p. 89.
45. *E. Anding*. *Encycl. mathematischen Wissenschaft*, 1905, 6, 2. Abt. 14.
- 45bis. *Hill*. *Astron. J.*, 1905, 24, 61.
46. *H. Seeliger*. Ueber die empirischen Glieder in der Theorie der Bewegung der Planeten Mercur, Venus, Erde und Mars.— *Vierteljahr. astron. Ges.*, 1906, 41, 234—240.
47. *H. Osten*. Ueber eine Erklärung der anormalen Bewegung des Merkurperihels.— *Astron. Nachr.*, 1906, 171, N 4088, 119—120.
48. *H. Seeliger*. Das Zodiakallicht und die empirische Glieder in der Bewegung der inneren Planeten.— *Sitzber. München Akad., Math. Phys. Kl.*, 1906, 36, 595—622.
49. *H. Seeliger*. Ueber die sogenannte absolute Bewegung.— *Sitzber. Math. Phys. München*, 1906, 36, 85—137.
50. *H. Seeliger*. Ueber die Anomalien in der Bewegung der inneren Planeten.— *Astron. Nachr.*, 1906, 201, N 4815, 273—280.
51. *F. Wacker*. Ueber Gravitation und Elektromagnetismus. *Diss.*, Tübingen, 1909.
52. *W. de Sitter*. On the bearing of the principle of relativity on gravitational astronomy.— *Monthly Notices RAS*, 1911, 71, 388—415.
53. *Bigourdan*. *L'astronomie*, 1911, p. 363.
54. *E. Doolittle*. The secular variations of the elements of the orbits of the four inner planets computed for the epoch 1850.— *Trans. Amer. Philos. Soc.*, 1912, 22, 37—51, 176—182.



55. *M. Behacker*. Der freie Fall und die Planetenbewegung in Nordströms Gravitationstheorie.— *Phys. Z.*, 1913, 14, 989—992.
56. *B. Caldonazzo*. Trajettorie dei raggi luminosi e dei punti materiali nel campo gravitazionale.— *Nuovo cimento*, 1913, 5, 267.
- 57—58. Сноски исключены автором.
59. *H. A. Lorentz*. La gravitation.— *Scientia*, 1914, 16, 30.
60. *J. Woltjer*. On Seeliger's hypothesis about the anomalies in the motion of inner planets.— *Proc. Akad. Amsterdam*, 1915, 17, 23—37.
61. *E. Freundlich*. Ueber die Erklärung der Anomalien in Planeten-System durch die Gravitationswirkung interplanetarer Massen.— *Astron. Nachr.*, 1915, 201, N 4803, 49—56.
62. *H. Seeliger*. Ueber die Anomalien in der Bewegung der inneren Planeten.— *Astron. Nachr.*, 1915, 201, N 4815, 273—280.
63. *J. Droste*. On the field of a single centre in Einstein's theory of gravitation.— *Proc. Akad. Amsterdam*, juin 1915, 17, 831—839.

б. Работы, предшествующие статье Эйнштейна 1915 г.;  
 Специальная теория относительности  
 и гравитация

1. *H. Poincaré*. *C. r. acad. Sci.*, 1905, 140, 1504—1508; *Oeuvres*, t. IX. Gauthier-Villars, 1954, p. 489—493.
2. *H. Poincaré*. Sur la dynamique de l'électron.— *Rend. Circolo mat. Palermo*, 1906, 21, 129—176; *Oeuvres*, t. IX, p. 494—586 (см. стр. 573—586).
3. *H. Minkowski*. Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern.— *Göttingen Nachr.*, 1908, 53.
4. *H. Poincaré*. La dynamique de l'électron.— *Rev. gén. sci.*, 1908, 19, 386—402; *Oeuvres*, t. IX, p. 551—586.
5. *H. Minkowski*. Raum und Zeit (Conférence au Congrès de Cologne, 21 septembre 1901).— *Phys. Z.*, 1909, 10, 104—111.
6. *F. Wacker*. Ueber Gravitation und Elektromagnetismus. Inaugural Diss., Tübingen, 1909.
7. *A. Sommerfeld*. Zur Relativitätstheorie.— *Ann. Phys.*, 1910, 32, 749—776; *ibid.*, 1910, 33, 650—689 (см. особенно стр. 684—689).
8. *H. Minkowski*. Zwei Abhandlungen über die Grundgleichungen der Elektrodynamik. Leipzig — Berlin, 1910, S. 54.
9. *H. Minkowski*. Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern.— *Math. Ann.*, 1910, 68, 472—525 (см. стр. 522—525).
10. *W. de Sitter*. On the bearing of the principle of relativity on gravitational astronomy.— *Monthly Notices*, 1911, 71, 388—415.
11. *M. Abraham*. Sulla teoria della gravitazione.— *Rend. Accad. Lincei*, 1911, 20, fasc. 12, 671—682.
12. *M. Abraham*. Zur Theorie der Gravitation.— *Phys. Z.*, 1912, 13, 124.
13. *M. Abraham*. Das Elementargesetz der Gravitation.— *Phys. Z.*, 1912, 13, 4—5.
14. *M. Abraham*. *Phys. Z.*, 1912, 13, 176.
15. *M. Abraham*. Der freie Fall.— *Phys. Z.*, 1912, 13, 310—314.
16. *M. Abraham*. Die Erhaltung der Energie und der Materie im Schwerkräftfelde.— *Phys. Z.*, 1912, 13, 311—314.

17. *M. Abraham*. Das Gravitationsfeld.— *Phys. Z.*, 1912, 13, 793—797.
18. *M. Abraham*. Sulle onde luminose e gravitazionale.— *Nuovo cimento*, 1912, ser. 6, 3, 193—209.
19. *M. Abraham*. Eine neue Gravitationstheorie.— *Arch. Math. Phys.*, 1912, ser. 3, 20, 193—209.
20. *M. Abraham*. Una nuova teoria della gravitazione.— *Nuovo cimento*, 1912, 3, 459—481.
21. *M. Abraham*. Relativität und Gravitation. Erwiderung auf eine Bemerkung des Hrn A. Einstein.— *Ann. Phys.*, 1912, 38, 1056—1058.
22. *M. Abraham*. Nochmals Relativität und Gravitation. Bemerkungen zu A. Einstein Erwiderung.— *Ann. Phys.*, 1912, 39, 444—448.
- 22bis. *M. Abraham*. Sulla teoria della gravitazione.— *Atti Real. Accad. Lincei*, 1912, ser. 1, 21, 27—29.
- 22ter. *G. Pavanini*. Prime conseguenze d'una recente teoria della gravitazione.— *Atti. Accad. Lincei*, 1912, 12, 648—655.
23. *M. Abraham*. Sulla conservazione dell'energia e della materia nel campo gravitazionale.— *Ibid.*, p. 432—437.
24. *G. Pavanini*. Prime conseguenze d'una recente teoria della gravitazione.— *Rend. Accad. Lincei*, 1912, 21, 648; *Ibid.*, 1913, 22, 369.
25. *I. Ishiwara*. Zur Theorie der Gravitation.— *Phys. Z.*, 1912, 13, 1189.
26. *A. Einstein*. Bemerkung zu Abraham's Auseinandersetzung: Nochmals Relativität und Gravitation.— *Ann. Phys.*, 1912, 39, 704.
27. *M. Abraham*. *Rend. Accad. Lincei*, 1912, 21, fasc. 1—2, 27, 432.
28. *A. Einstein*. Relativität und Gravitation. Erwiderung auf eine Bemerkung von M. Abraham.— *Ann. Phys.*, 1912, 38, 1059—1064.
29. *G. Nordström*. Relativitätsprinzip und Gravitation.— *Phys. Z.*, 1912, 13, 1126—1129.
30. *G. Mie*. Grundlagen einer Theorie der Materie.— *Ann. Phys.*, 1912, 37, 511—534; *Ibid.*, 1912, 30, N 11, 1—40; *Ibid.*, 1913, 40, N 1, 1—66.
31. *G. Nordström*. Träge und schwere Masse in der Relativitätstheorie.— *Ann. Phys.*, 1913, 40, 856—878.
32. *G. Nordström*. Zur Theorie der Gravitation vom Standpunkt des Relativitätsprinzip.— *Ann. Phys.*, 1913, 42, 533—544.
33. *F. J. de Wisniewski*. Zur Minkowskischen Mechanik.— *Ann. Phys.*, 1913, 40, 387—390; *Ibid.*, p. 668—676.
34. *A. Einstein*. Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblem.— *Phys. Z.*, 1913, 14, 1249—1266.
35. *M. Behacker*. Der freie Fall und Planetenbewegung in Nordströms Gravitationstheorie.— *Phys. Z.*, 1913, 14, 989—992.
36. *B. Caldonazzo*. Trajettori dei raggi luminosi et dei punti materiali nel campo gravitazionale.— *Nuovo cimento*, 1913, ser. 6, 5, 267—300.
- 36bis. *G. Pavanini*. Prime conseguenze di una recente teoria della gravitazione: le disuguaglianze secolari.— *Atti Accad. Lincei*, 1913, 22, 369—376.
- 36ter. *P. Ehrenfest*. On Einstein's theory of the stationary gravitation field.— *Proc. Akad. wet. Amsterdam*, 1913, 15, 1187—1191.

- 36j. *G. Mie*. Bemerkungen zu der Einsteinschen Gravitationstheorie.— *Phys. Z.*, 1914, 15, 115; *Ibid.*, p. 169; *Ibid.*, p. 263.
37. *M. Born*. Der Impuls-Energie Satz in der Elektrodynamik von Gustav Mie.— *Nachr. Göttingen*, 1914, 24—36.
38. *I. Ishiwara*. Grundlagen einer relativistischen elektromagnetischen Gravitationstheorie.— *Phys. Z.*, 1914, 15, 294.
39. *G. Nordström*. Ueber die Möglichkeit das elektromagnetische Feld und das Gravitationsfeld zu vereinigen.— *Phys. Z.*, 1914, 15, 304—306.
40. *G. Nordström*. Ueber den Energiesatz in der Gravitationstheorie.— *Phys. Z.*, 1914, 15, 375—380.
41. *G. Nordström*. Die Fallgesetze und Planetenbewegungen in der Relativitätstheorie.— *Ann. Physik.*, 1914, 43, 1101—1110.
42. *A. Einstein, A. D. Fokker*. Die Nordströmsche Gravitationstheorie vom Standpunkt der absoluten differential Calculus.— *Ann. Physik.*, 1914, 44, 321—328.
43. *M. Abraham*. Neue Gravitationstheorie.— *Jahrb. Radioakt. und Elektron.*, 1914, 11, 470—520.
44. *M. Abraham*. Die neue Mechanik. — *Scientia*, 1913, 15, 8—27.
45. *M. Abraham*. Le principe de la relativité.— *Repts. Gen. Sci.*, 1914, 25, 286—287.
46. *E. Kretschmann*. Eine Theorie der Schwerkraft im Rahmen der ursprünglichen Einsteinschen Relativitätstheorie. Inaugural Dissertation, Berlin, 1914.
47. *M. Abraham*. Sur le problème de la relativité.— *Scientia*, 1914, 16, 101—103.
48. *G. Nordström*. Zur Elektrizitäts- und Gravitationstheorie.— *Ann. Acad. Sci. Fennicae*, 1914, 57A, N 4.
49. *A. Einstein*. Prinzipielles zur verallgemeinerten Relativitätstheorie und Gravitationstheorie.— *Phys. Z.*, 1914, 15, 176—180.
50. *A. Einstein*. Zur Theorie der Gravitation.— *Naturforsch. Ges. Zürich*, 1914, 59, 4—6.
- 50bis. *G. Mie*. Bemerkungen zu der Einsteinschen Gravitationstheorie.— *Phys. Z.*, 1914, 15, 115—122; *Ibid.*, p. 169—176; *Ibid.*, p. 263.
51. *G. Mie*. Das Prinzip von der Relativität des Gravitationspotentials.— *Elster — Geitel — Festschrift*, 1915, S. 252—269.
52. *M. Laue*. *Jahrb. Radioakt. und Elektron.*, 1917, 14, 263.
53. *H. Weyl*. *Raum, Zeit, Materie*. Berlin, Springer, 1918.
- 53 bis. *G. Mie*. Träge und schwere Masse.— *Ann. Phys.*, 1922, 69, N 17, 1—53.
54. *M. Laue*. *Arzeliès. Référence (4) du paragraphe (19 bis)*.
55. *E. Esclangon*. Sur la dynamique de relativité restreinte appliquée aux forces centrales. Cas des planètes.— *C. r. Acad. sci.*, 1936, 202, 1469—1472.
56. *J. Hély*. La notion de masse et la dynamique du point.— *Conf. Ecole Nat. Supér. Génie Maritime*, janvier 1950.

с) Работы, последующие за статьей Эйнштейна 1915 г.  
(за исключением теорий, ссылающихся  
на специальную теорию относительности)

1. *A. Einstein*. Erklärung der Perihelbewegung des Merkur aus der allgemeinen Relativitätstheorie.— *Sitzber. Preuss. Akad. Wiss.*, 1915, 831—839.

2. *A. Einstein*. Hr Einstein sprach über den Grundgedanken der allgemeinen Relativitätstheorie und Anwendung dieser Theorie in der Astronomie.— Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., avril 1915, p. 355 (Лишь указание на сообщение в академии).
3. *J. Droste*. Dissertation. Leyde, 1916.— Proc. Amsterdam, 1916, 19, 203.
4. *L. Seeliger*. Vierteljahrshr. astron. Ges., 1916, 41, 234.
5. *W. de Sitter*. De planetenbeweging en de beweging van de Maan volgens de theorie van Einstein.— Versl. Akad. Amsterdam, 1916, 25, 232—245. Английский перевод Planetary motion and the motion of the moon according to Einstein's theory.— Proc. Akad. Amsterdam, 1916, 19, fasc. 2, 367—380.
6. *W. de Sitter*. On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences.— First paper: Monthly Notices, t. 76, octobre 1916, p. 699—728; Second paper. Ibid., t. 77, decembre 1916, p. 155—184; Third paper: Ibid., 78, novembre 1918, p. 3—28.
- 6 bis. *F. E. Ross*. New elements of Mars.— Astron. Paper, 1917, 9, pt. II, 251—274.
- 6ter. *E. Wiechert*. Phys., Z., 1916, 17, 442.
7. *S. Oppenheim*. Zur Frage der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation.— Ann. Phys., 1917, 53, 163—168.
8. *J. Lense*. Das Newton'sche Gesetz in nichteuklidischen Räumen.— Sitzungsber. Akad. Wien, 1917, 126, 1937—1963.
9. *P. Gerber*. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation.— Ann. Phys., 1917, 52, 415—441.
- 9bis. *W. de Sitter*. Planetary motions and the motion of the moon according to Einstein's theory.— Proc. Akad. Amsterdam, 1917, 19, 367—381.
10. *H. Seeliger*. Bemerkung zu P. Gerber Aufsatz: Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation.— Ann. Phys., 1917, 53, 31—32.
11. *M. Laue*. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation. Bemerkungen zur gleichnamigen Abhandlung von P. Gerber.— Ann. Physik, 1917, 53, 214.
12. *H. Seeliger*. Weitere Bemerkungen zur Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation.— Ann. Phys., 1917, 54, 38—40.
13. *A. Palatini*. Lo spostamento del perielio di Mercurio e la deviazione dei raggi luminosi secondo la teoria di Einstein.— Nuovo cimento, 1917, 14.
14. *H. Jeffreys*. The secular perturbations of the four inner planets.— Monthly Notices, 1917, 77, 112—118.
15. *L. Silberstein*. The motion of the perihelion of Mercury deduced from the classical theory of relativity.— Monthly Notices, 1917, 77, fasc. 6, 503—510.
16. *L. Silberstein*. General relativity without the equivalence hypothesis.— Philos. Mag., 1918, 36, 94—128.
17. *O. Lodge*. Mercury's perihelion progress.— Nature, 1918, 101, 44—45.
18. *O. Lodge*. The motion of perihelion of Mercury.— Nature, 1918, 101, 125—126.
19. *H. Jeffreys*. The motion of the perihelion of Mercury.— Nature, 1918, 101, 103, 145.

20. *H. Jeffreys*. The secular perturbations of the inner planets.—*Philos. Mag.*, 1918, (6), 36, 203—205.
- 20bis. *H. Seeliger*. Ueber den Ursprung der durchdringenden atmosphärischen Strahlung.—*Sitzber. Akad. Math. Phys. Kl. Munchen*, 1918, p. 1—46.
21. *L. Hufnagel*. Die Bahn der grossen Septemberkometen 1882 II unter Zugrundlegung der Einsteinschen Gravitationstheorie.—*Sitzber. Akad. Wiss. Wien, Abt. IIa*, 1919, 128, 1261—1270.
22. *A. Anderson*. On the advance of the perihelion of a planet and the path of a ray of light in the gravitation field of the sun.—*Philos. Mag.*, 1920, 39, 626—628.
23. *A. R. Forsyth*. Arzeliès. Référence (6) paragraphe (109).
24. *Tisserand et Andoyer*. Leçons de cosmographie. 8 ed., 1920, p. 338.
25. *E. Wiechert*. Die Gravitation als elektrodynamische Erscheinung.—*Ann. Phys.*, 1920, 63, 301—381.
26. *L. Maillard*. Hypotheses cosmogoniques nébulaires.—*Compt. rend. Congr. internat. math.*, Strasbourg, 1920, p. 467—490.
27. *A. C. D. Crommelin*. The motion of Mercury's perihelion.—*J. Brit. Astron. Assoc.*, 1920, 30, 123—127.
28. *A. C. D. Crommelin*. Comets with small perihelion distance and the resisting medium.—*Monthly Notices*, 1920, 80, 475—477.
29. *E. Esclangon*. Les preuves astronomiques de la relativité.—*Bull. Astron.*, 1920, 1, fasc. I, 303—329.
30. *M. Laue*. Historisch.-kritisches über die Perihelbewegung der Merkur.—*Naturwissenschaften*, 1920, 8, H. 36, 735—736.
31. *E. S. Pearson*. Advance of perihelion of a planet.—*Philos. Mag.*, 1920, 40, N 237, 342—344.
32. *H. Jeffreys*. On the crucial tests of Einstein's theory of gravitation.—*Monthly Notices*, 0000, 80, 138—154.
- 32bis. *A. D. Fokker*. The geodesic precession; a consequence of Einstein's theory of gravitation.—*Proc. Acad. Amsterdam*, 1921, 23, 729—738.
33. *F. Morley*. Arzeliès. Référence (12), paragraphe (109).
34. *J. Le Roux*. Sur la théorie de la relativité et le mouvement séculaire du périhélie de Mercure.—*C. r. Acad. sci.*, 1921, 172, 1227—1230.
35. *G. Bertrand*. La loi de Newton et la formule d'Einstein pour le périhélie des planètes.—*C. r. Acad. sci.*, 1921, 173, 438—440.
36. *A. G. Greenhill*. Arzeliès. Référence (15), paragraphe (109).
37. *A. C. D. Crommelin*. Relativity and the motion of Mercury's perihelion.—*Nature*, 1921, 106, 787—789.
38. *Ch. L. Poor*. The motion of the planets and the relativity theory.—*Science*, 1921, 54, 30—34.
39. *R. Marcolongo*. La spiegazione dell'accelerazione del perielio di Mercurio secondo la teoria della relatività di Einstein.—*Rend. Semin. mat. Fac. Sci. Roma*, 1921, 6, 61—74.
40. *W. B. Morton*. Arzeliès. Référence (16), paragraphe (109).
41. *W. Grossman*. Die Bewegung des Merkurperihels nach der Arbeiten Newcombs.—*Astron. Nachr.*, 1921, 214, H. 5115, 41—54.
42. *W. Grossman*. Die Bewegung des Merkurperihels.—*Z. Phys.*, 1921, 5, H. 4, 280—284.
43. *Maillard*. Le mouvement quasi-newtonien et la gravitation. Lausanne, 1922.

44. *W. M. Smart*. On the motion of the perihelion of Mercury.—*Monthly Notices*, 1922, 82, 12—19.
45. *H. Kienle*. Die Bewegung der vier inneren Planeten mit besonderer Berücksichtigung der Bewegung des Merkurperihels.—*Naturwissenschaften*, 1922, 10, 217—224; *Ibid.*, p. 246—254.
46. *L. Lecornu*. Quelques remarques sur la relativité.— *C. r. Acad. sci.*, 1922, 174, 337—345.
47. *P. Painlevé*. La théorie classique et la théorie einsteinienne de la gravitation.— *C. r. Acad. sci.*, 1922, 174, 1137—1143.
48. *P. Fatou*. Sur le mouvement d'une planète dans un milieu résistant.— *C. r. Acad. Sci.*, 1922, 174, 1330—1332; *Ibid.*, p. 1162—1165.
49. *E. P. Cantelli*. Lo spazio-tempo delle orbite kepleriane.— *Atti Accad. Lincei*, 1932, 31, 18—26; *Ibid.*, p. 92—94; *Ibid.*, p. 173—178.
50. *G. Bertrand*. La loi de Riemann, le périhélie de Mercure et la déviation de la lumière.— *C. r. Acad. sci.*, 1922, 174, 1687—1689.
51. *J. Chazy*. Sur le mouvement d'une planète dans un milieu résistant.— *C. r. Acad. Sci.*, 1922, 174, 1280—1282.
52. *J. Le Roux*. Sur la gravitation dans la mécanique classique et dans la théorie d'Einstein.— *C. r. Acad. sci.*, 1922, 175, 809—811.
53. *J. Le Roux*. Sur la gravitation des systèmes.— *C. r. Acad. sci.*, 1922, 175, 1135—1136.
- 53bis. *C. Runge*. Ueber die Gravitation ruhender Massen.— *Math. Ann.*, 1922, 85, 222—226.
54. *A. Buhl*. Sur le mouvement séculaire du périhélie de Mercure.— *C. r. Acad. sci.*, 1922, 175, 1040.
55. *L. Décombe*. Calcul direct du déplacement périhélique séculaire des planètes dans l'hypothèse où la gravitation est d'origine électrique. Application à la planète Mercure.— *C. r. Acad. sci.*, 1922, 175, 1194—1196.
56. *M. Nuyens*. Trajectoire d'un point matériel dans le champ d'une sphère matérielle.— *Bull. Sci. Acad. Roy. Belgique*, 1922, 8, 755—766.
57. *G. J. Burns*. Relativity and the motion of perihelis.— *J. Brit. Astron. Assoc.*, 1923, 33, 163—166.
58. *J. Haag*. Le problème des  $n$  corps dans la théorie de la relativité.— *C. r. Acad. sci.*, 1923, 176, 163—166.
59. *L. Lecornu*. Sur l'orbite de Mercure.— *C. r. Acad. sci.*, 1923, 176, 204—205.
60. *L. Silberstein*. Secular motion of the perihelion due to the dragging of a compressible aether.— *Publ. Amer. Astron. Soc.*, 1923, 4, 231—232.
61. *F. Pasquier*. Sur une modification élémentaire de la gravitation newtonienne permettant de faire disparaître le désaccord de cette loi avec le déplacement du périhélie de Mercure.— *Ann. Soc. Sci. Bruxelles*, 1923, 42, fasc. 3—4, 329—337.
62. *E. Pasquier*. Sur une expression simple de l'accélération de Mercure dans le cas du problème des deux corps, avec prise en considération du mouvement du périhélie de la planète.— *C. r. Acad. sci.*, 1923, 176, 498—500.
63. *E. Pasquier*. Sur une modification élémentaire qu'on peut éventuellement appliquer à la gravitation newtonienne pour faire

- disparaître un désaccord qui pourrait exister entre cette loi et le déplacement du périhélie d'une planète quelconque.— Ann. Soc. Sci. Bruxelles, 1924, 43, 66—73.
64. *C. de Jans*. Arzeliers. Référence (32), paragraphe (109).
- 64bis. *A. Wenzl*. Gegen ein Missverständnis der Äquivalenzhypothese.— Ann. Phys., 1923, 72, 457—460.
65. *A. Veronnet*. Evolution de la trajectoire d'une astre dans un milieu résistant.— C. r. Acad. sci., 1923, 177, 749—751.
66. *J. Haag*. Sur une certaine loi de force comprenant comme cas particulier la loi de gravitation einsteinienne.— Nouv. Ann. Math., 1923, sér. 5, 81, 61—73.
67. *M. G. Popovici*. Sur une modification de la loi de Newton — Cou lomb.— Bull. Astron., 1923, 3, fasc. 1, 257—261.
68. *G. von Gleich*. Die allgemeine Relativitätstheorie und das Merkurperihel.— Ann. Phys., 1923, 72, 221—235.
69. *Burali-Forti*. Flessione dei raggi luminosi stellari e spostamento secolare del perielio di Mercurio.— Atti. Ass. Sci. Torino, 1923, 58, N 415, 149—151.
- 69bis. *G. von Gleich*. Die relativistische Perihelstörung.— Astron. Nachr., 1924, 222, N 5308, 50—58.
70. *A. H. Bucherrer*. Die Planetenbewegung auf Grund der Quantentheorie und eine Kritik der Einsteinsche Gravitationsgleichungen, 1 ed., 1926; 2 ed., 1924. Bonn.
71. *J. Chazy*. Sur l'avance du périhélie de Mercure.— C. r. Acad. sci., 1925, 181, 1053—1055.
- 71bis. *G. von Gleich*. Perihelbewegung bei veränderlicher Masse.— Ann. Phys., 1925, 78, 498—504.
72. *D. Grave, G. Sokoloff*. Sur le mouvement du périhélie de Mercure.— Mem. Cl. Sc. Phys. math. Acad. Sc. Ukraine, 1926, 5, fasc. 1, 1—11.
73. *M. Dehalu*. Le mouvement du périhélie de Mercure déduit de certaines lois de gravitation.— Bull. Acad. Belgique, Cl. Sci., 1926, sér. 5, 12, 381—393; Ibid., p. 639.
74. *P. S. Wings*. Les orbites quasi elliptiques, les potentiels riemanniens et les forces centrales.— Bull. Acad. Belgique, Cl. Sci., 1927, sér. 5, 13, 88—99.
75. *M. Sauger*. Extensions énergétiques du potentiel newtonien.— C. r. Acad. sci., 1926, 183, 868—870; Ibid., 1927, 184, 145—146.
76. *P. Swings*. Les potentiels riemanniens et les formes quadratiques einsteiniennes dans le problème des deux corps.— Acad. Belgique Bull. Cl. Sci., 1926, sér. 5, 12, 742—753.
77. *L. Maillard, M. Sauger*. La loi nouvelle de gravitation et les extensions du potentiel newtonien.— Rev. gen. sci., 1927, 38, 48—55.
78. *P. Fatou*. Sur le mouvement du périhélie des planètes.— C. r. Acad. sci., 1928, 186, 65—67.
- 78bis. *J. Chazy*. Arzeliers. Référence (24), paragraphe (19 bis), fascicule 1.
79. *F. E. Brasch*. Einstein's appreciation of Simon Newcomb.— Science, 1929, 69, 248—249.
80. *Th. de Donder*. Application de la gravifique einsteinienne, 1930, p. 22—31.
81. *G. Maneff*. Sur le déplacement du périhélie de Mercure.— C. r. Acad. sci., 1934, 199, 1376—1378.

82. *J. Hély*. Sur une théorie synthétique de la gravitation et de l'électromagnétisme.— C. r. Acad. sci., 1936, **202**, 1659.
83. *J. Hély*. Application d'une théorie synthétique de la relativité aux orbites des planètes.— C. r. Acad. sci., 1936, **202**, 1903—1906.
84. *J. Chazy*. Sur certaines lois de gravitation correctives de la loi de Newton.— C. r. Acad. sci., 1936, **203**, 1127—1130.
85. *G. Armellini*. Problemi fondamentali della cosmogonia e la legge di Newton.— Atti R. Acad. Lincei, 1937, **26**, 209—215.
86. *G. Armellini*. Problemi fondamentali della cosmogonia e la legge di Newton.— Atti Accad. Lincei, 1938, **27**, 609—614.
87. *Popovici*. Sur l'énergie de l'attraction éclairée.— C. r. Acad. sci., 1939, **208**, 2052—2054.
88. *J. Chazy*. Sur une loi corrective de la loi de Newton.— C. r. Acad. sci., 1939, **209**, 133—136.
89. *T. T. Vescan*. Sur les orbites relativistes des planètes.— C. r. Acad. sci., 1939, **209**, 149—151.
90. *R. A. Houstoun*. A relativity query.— Amer. J. Phys., octobre 1942, **10**, 273—274.
91. *G. M. Clemence*. The motion of Mercury 1765—1937.— Astron. Paper Amer. Ephemeris, t. II, pt I, 1943, p. 1—222; cm. crp. 58.
92. *H. R. Morgan*. The earth's perihelion motion.— Astron. J., 1945, **51**, N 1153, 127—129.
- 92bis. *Kat-Chia Cheng*. A simple calculation of the perihelis of Mercury from the principle of equivalence.— Nature, 1945, **155**, 574.
93. *G. M. Clemence*. The relativity effect in planetary motions.— Rev. Mod. Phys., 1947, **19**, 361—364.
- 93bis. *G. Armellini*. Il moto del perielio di Mercurio nell' ipotesi di un assorbimento del flusso gravitazionale attraverso i mezzi materiali.— Rend. Acad. Lincei (8), 1948, N 5, 288—294.
94. *E. Esclangon*. Sur l'avance du périégée dans l'orbite des satellites artificiels de la Terre.— C. r. Acad. sci., 1948, **226**, 23—25.
95. *G. M. Clemence*. Relativity effect in planetary motion.— Proc. Amer. Philos. Soc., 1949, **93**, 532—534.
96. *S. A. Mitchell*. Eclipses of the sun. 1 ed., 1923; 5<sup>e</sup> ed., 1951 (chap. 19), Columbia Univ. Press.
97. *J. J. Gilvarry*. Relativity advances of the perihelia of minor planets.— Publ. Astron. Soc. Pacif., 1953, **65**, 173—178.
98. *D. E. Littlewood*. Proc. Cambridge Philos. Soc., 1953, **49**, 90.
99. *F. Gursey*. Proc. Cambridge Philos. Soc., 1953, **49**, 285.
100. *E. Loedel*. Deduccion directa de los tres efectos cruciales.— Arzeliès. Référence (176), paragraphe (66), fascicule I.
101. *L. La Paz*. Advances of the perigees of Earth-Satellites predicted by general relativity.— Publ. Astron. Soc. Pacif., 1954, **66**, N 388, 13—18.
- 101bis. *V. L. Ginsburg*. Sur l'emploi de satellites artificiels de la Terre pour vérifier la théorie générale de la relativité.— J. exp. theoret. phys. U.R.S.S., 1936, **30**, la lettre à la redaction, p. 213—214.
102. *F. A. E. Pirani*. Proc. Cambridge Philos. Soc., 1955, **51**, 535.
- 102bis. *G. Armellini*. La theoria della relativita nell'astronomia moderna Cinquat'anni di relativita.— Arzeliès. Référence paragraphe (19 bis), p. 335—375.



- 102ter. *G. Burniston Brown*. A theory of action-at-a-distance.— Proc. Phys. Soc., Septembre 1955, 68, 672—678.
103. *E. Gerjuroy*. Feasibility of a non relativistic explanation for the advance of the perihelion of Mercury.— Amer. J. Phys., January 1956, 24, 3—6.
104. *A. Das*. On the perihelion shift in conformally flat space-time.— Nuovo cimento, décembre 1957, 6, 1489—1499.
105. *J. Palacios*. Revision de la teoria de la relatividad.— Rev. Real. Acad. Cienc. Madrid, 1957, 51, 405—427.
106. *M. Cahen*. Trajectoires de Schwarzschild et trajectoires de Newton.— C. r. Acad. sci., 1958, 246, 386—388.
107. *R. Winterberg*. Ueber Prüfung der allgemeinen Relativitätstheorie durch Erdsatelliten.— Nuovo cimento, 1958, 8, N 1, 17—31.
108. *D. G. Parkyn*. Elliptic orbits in a frictional atmosphere.— Amer. J. Phys., octobre 1958, 26, 436—440.
109. *J. Lévy*. Astronomie de position et relativité générale.— Cahiers de physique, novembre 1958, 12, N 99, 437—446.
110. *J. J. Gilvarry*. Verification of general relativity by means of artificial planets.— Nature, mars 1959, 183, 666—667.
111. *F. Winterberg*. Ueber Prüfung der allgemeinen Relativitätstheorie durch Erdsatelliten.— Raketentechnik, marz 1959, p. 33—38.
112. *V. A. Fock*. Arzeliès. Référence (37), paragraphe (19 bis), fascicule I, p. 194—200a.
113. *D. Geissler*. Zum astronomischen Bewegungsproblem in der allgemeinen Relativitätstheorie.— Z. Naturforsch., 1959, 142, N 8, 689—696.
114. *K. Just*. The motion of Mercury according to the theory of Thiry and Lichnerowicz.— Z. Naturforsch., 1959, 14, N 8, 751.
115. *T. Zeuli*. Sul moto intorno al sole di un pianeta di energia relativistica soggetto ad una forza di attrazione generalizzata. Spostamento del perielio.— Atti Accad. Sci. Torino, 1958—1959, 93, N 1, 84—94.
116. *Krotkov, Dicke*. Comparison between theory and observation for the outer planets.— Astron. J., 1959, 64, 157—163.
117. *M. Rudkjbing*. The relativistic periastron motion of «die Her».— Ann. Astrophys., 1959, 22, 1—7.
118. *G. M. Clemence*. Motion of Jupiter and mass of Saturn.— Astron. J., 1960, 65, 21—22.

## Отклонение световых лучей

### 1 (64). Теоретические работы о гравитационном отклонении

а. *Отклонение света в ньютоновской теории*. Уже Ньютон [1] обратил внимание на проблему отклонения света материальными телами: «Вопрос 1. Не действуют ли тела на свет на расстоянии и не изгибают ли этим своим действием его лучей? И (при равных прочих условиях)

не возрастает ли это действие по мере уменьшения расстояния?» Насколько мне известно, Ньютон не углубился в поставленный вопрос.

Первая работа, содержащая точные расчеты, принадлежит Зольднеру [2]. Оставаясь в рамках корпускулярной теории Ньютона, Зольднер вычислил гравитационное отклонение, полагая, что свет состоит из материальных частиц (ненулевой массы), обладающих скоростью  $v$  и подверженных действию ньютоновского поля. Но он ошибочно принимает для потенциала  $2gr$  вместо  $gr$ . В случае Солнца он получает, таким образом,  $0'',84$  для полуотклонения, т. е. значение, общепринятое теперь; мы вернемся к этому немного позже. Результаты Зольднера не оказали влияния на астрономические наблюдения той эпохи и быстро оказались забытыми. Впрочем, их теоретическое оправдание (не говоря об ошибке) отпало вместе с созданием Френелем волновой теории света.

*Примечание.* Привожу расчет по Ньютону в параграфе (90).

б. *Отклонение света в теории Эйнштейна.* Эйнштейн [4], размышляя над своей будущей теорией гравитации, рассматривает сначала случай однородного гравитационного поля (или равномерно ускоренной системы отсчета с ускорением  $\gamma$ , параллельным оси  $O\xi$ ). Он показывает, что скорость света в гравитационном поле потенциала  $\Phi$  должна выражаться так:

$$v = c \left( 1 + \frac{\Phi}{c^2} \right).$$

Отсюда и следует искривление лучей. Принимая во внимание историческую важность его статьи, цитирую:

«Отсюда следует, что световые лучи, распространяющиеся не по оси  $X$ , искривляются гравитационным полем; изменение направления, как легко видеть, составляет  $\frac{\gamma}{c^2} \sin \varphi$  на 1 см пути света, где  $\varphi$  означает угол между направлением силы тяжести и световым лучом».

В 1911 г. [5] Эйнштейн возвращается к этому вопросу, ибо он получил следствия, допускающие проверку. Обращаясь вновь к выражению скорости 1907 г., он, применяя принцип Гюйгенса, получает выражение

$$a = \frac{2kM}{c^2 R}.$$

для отклонения массой  $M$  на расстоянии  $R$  (см. расчет в § (81)). Отсюда знаменательный вывод: «По этой причине луч света, проходящий мимо Солнца, испытал бы отклонение, равное  $4 \cdot 10^{-6} = 0,83$  дуговой секунды».

Он уточняет, что для Юпитера эффект достигает 1/100 от эффекта для Солнца.

Эти расчеты основаны на принципе эквивалентности (всякая энергия, в том числе световая, тяготееет), но с гравитационным потенциалом Ньютона.

В 1916 г. [9] Эйнштейн уже владеет своими уравнениями гравитации. Из них он выводит удвоенное в сравнении с результатом 1911 г. значение отклонения, т. е. современное выражение

$$\alpha = \frac{4kM}{c^2R}.$$

В его расчете используется приближенное выражение для  $ds^2$  (см. § (79 bis)). Для Солнца и Юпитера числа соответственно 1,7 и  $0'',02$ .

Здесь нужно отметить странное обвинение в плагиате, высказанное впервые Ленардом, немецким физиком, хорошо известным своим воинствующим отношением к релятивистским идеям вообще и лично к Эйнштейну в частности (в период нацистского режима он показал это поистине постыдным образом). В 1921 г. он перепечатал частично работу Зольднера (на нее обратил его внимание один астроном), которому он приписал всю заслугу открытия. На основе этой информации Си [91] предположил, что Эйнштейн просто воспроизвел результаты Зольднера. Рассмотрим этот вопрос, следуя Тремплеру [92].

Зольднер воспользовался теорией, разработанной Ньютоном; расчетная ошибка привела к неверному для ньютоновской теории результату. Что полученное им значение впоследствии оправдалось экспериментально, не может логически считаться достижением Зольднера (он не проводил никаких измерений). Единственной его заслугой является идея проверить, может ли оказывать явление отклонения света влияние на астрономические наблюдения; для него не существовало вопроса об использовании отклонения для оправдания какой-либо общей теории света.

Эта работа не цитировалась Эйнштейном, который, вполне возможно, игнорировал ее, как и все другие уче-

ные (она была извлечена из небытия лишь в 1921 г., после всех открытий Эйнштейна). Между статьями Эйнштейна и Зольднера нет никакой связи. В первой фазе своих рассуждений, когда он пользовался ньютоновским потенциалом, Эйнштейн не допустил ошибки Зольднера, а во второй правильное число дано Эйнштейном на основе новой теории, полностью созданной им самим.

Наконец, нельзя забывать, что теория Эйнштейна:

1) совместима с волновой гипотезой и не встречается с возражениями, выдвинутыми против корпускулярной теории Ньютона;

2) находится в основе исследований и открытия явления.

*Следовательно, обвинение в плагиате смехотворно.*

Лихотский [68] думал, что нашел ошибку в расчете Эйнштейна; по его мнению, расчет должен был дать  $0^{\circ}87$ , как и в теории Ньютона. Как ему указал Кофф [69], это произошло потому, что он принял  $g_{44}$  за потенциал  $\Phi$ , тогда как надо брать  $g_{44}/2$ .

Бурали-Форти [88] сделал здесь то же самое замечание, как и в случае движения перигелия. Теория Эйнштейна дает полный наблюдаемый эффект; следовательно, она ошибочна, поскольку не оставляет места для других эффектов (преломление и т. д.). Я вернусь для ответа на это рассуждение.

Разделение эффекта на две составляющие было отмечено несколькими авторами. Мёллер представил этот вопрос особенно интересным способом, из которого следовало, что для постоянной скорости луч и пространственная геодезическая совпадают.

Расчет в изотропных координатах проведен Котлером [79]; я не смог проверить эту ссылку, которую позаимствовал у Шази.

*Примечание.* Несколько работ было посвящено полному расчету траекторий света путем решения дифференциального уравнения, приведенного в § (74); мы их проанализируем в конце гл. VII: Вандерлинден [52], Форсайт [70], Марнегэн [74], де Жан [86] и др.

*Другие теории.* Многочисленные законы, предложенные для видоизменения ньютоновского потенциала в связи с движением перигелия, могут применяться и к отклонению света. Но, без сомнения, этого нельзя делать, если свет является «волновым явлением». *Насколько я знаю, ни одна*

статья подобного рода не появлялась до 1907 г., когда Эйнштейн привлек внимание к этому явлению.

Соже [108 bis] принимает для больших скоростей двойной потенциал против ньютоновского; этим, конечно, он получает эффект Эйнштейна динамическим, чисто классическим расчетом. Аналогичная попытка делается Бертраном [75].

Су Чинг-киан [129], возрождая идею Ченга (ссылка [92 bis] § (72), движение перигелия), получает для отклонения  $6кМ/с^2r$  вместо  $4кМ/с^2r$ . Для Солнца это дает  $2",61$  вместо  $1",75$ , результат лучше согласующийся, по его мнению, с наблюдениями.

## 2 (85). Другие явления отклонения

Единственный до сих пор несомненно наблюдаемый эффект — это отклонение света Солнцем.

а. *Отклонение Юпитером.* Порядок величины этого отклонения уже указан Эйнштейном в 1911 [5] и 1916 г. [9]; он дает значение  $0",02$ .

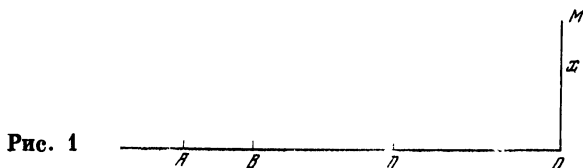
Измерить этот эффект не представляется возможным. Действительно, не бывает затмения Юпитера телом такого же видимого диаметра; следовательно, изображение близкой звезды накроется фотографическим изображением рассеянного ореола диска. Кроме того, точность порядка  $0",02$  в определении положения звезды достижима лишь комбинацией десятков измерений; подобный процесс не может быть использован для изучения быстро проходящего явления.

б. *Двойные звезды; отклонение света одной звезды массой другой звезды.* Кроммелен [44] описал в 1920 г. другое явление, уже, как он говорит, ранее отмеченное Раманом (я не нашел ссылки). Кажущееся расстояние компонент двойной звезды может меняться вследствие отклонения света, если наблюдение производится вблизи Солнца. Но это, по-видимому, недоступно измерению. Шази также делает некоторые замечания о двойных звездах. Другое следствие относится к влиянию звезды  $B$  (рис. 1) радиусом  $R_0$  на наблюдение звезды  $A$ , расположенной явно в том же направлении. Пусть  $D$  — расстояние наблюдателя  $O$  от звезды  $B$ ; предполагаем  $AB \ll D$ . Считаем  $A$  и  $B$  точками. Наблюдатель в  $O$  увидит, в силу эффекта преломления  $\alpha_0$  в  $B$ , не точку  $A$ , а маленький

светлый кружок радиусом

$$\beta = \sqrt{\alpha_0 \frac{R_0}{D}}.$$

На самом деле нельзя различить окружность, ибо она гораздо меньше разрешающей способности телескопов; эффект проявляется лишь в увеличении светимости  $B$ . Если наблюдатель находится в  $M$  на малом расстоянии



от оси ( $x \ll D$ ), он видит вместо  $A$  две звезды  $A'$  и  $A''$  при условии подходящих порядков величин. На это следствие коротко указали Кроммелен [44] в 1920 г. и Хвольсон [101 bis] в 1924 г. Затем его исследовали Эйнштейн [124], Линк [124 bis], Тихов [124 ter], Цвики [124<sup>4</sup>]. Единственное наблюдение, которое можно было бы связать с этим, — наблюдение Хоага [131 bis]. Из позднейших работ назовем статьи Михайлова [141], Идлиса и Гридновой [142]. Особо подчеркнем работу Линка [143]. Он является в настоящее время несомненно наиболее сведущим специалистом по этому вопросу. В его статье, освещающей современное состояние вопроса, имеется библиографический обзор с обсуждением некоторых приоритетных вопросов (в частности, между Эйнштейном и Линком).

### 3 (86). Наблюдение звезд при дневном свете

Полные затмения происходят редко; их наблюдение вызывает необходимость снаряжения дорогостоящих экспедиций с временными установками.

Линдеман [12] предлагает фотографировать звезды днем, используя красные фильтры и соответствующие пластинки.

Цаппа [13] полагает, что метод Линдемана не приведет к успеху.

Хами [72] проводит некоторые опыты. Мнение астрономов о возможности наблюдений при дневном свете, по-видимому, скептическое.

4 (87). Другие явления отклонения  
во время полных затмений; паразитные эффекты

а. *Эффект Курвуазье*. Курвуазье [3, 6] обнаружил носящий его имя сомнительный эффект при обработке большого количества меридиональных наблюдений. Он нашел, что звезды кажутся оттолкнутыми Солнцем относительно их нормального положения на небесной сфере. Сдвиг порядка  $0'',5$  вблизи Солнца,  $0'',1$  на расстоянии  $90^\circ$  и равен нулю при  $180^\circ$ . Речь идет об эмпирическом утверждении без какого-либо физического объяснения. Даже сам эффект недостоверен. Данжон [119] говорит, например: «Следует сохранять по этому поводу сдержанность до более подробной информации».

Согласно Кемпбелу и Тремплеру [111], наблюдения затмения от 21 сентября 1922 г. противоречат существованию годового преломления Курвуазье для наблюдавшейся области.

Крозе [109] полагает, что эффект Курвуазье, если он существует, может быть приписан космическому или земному преломлению; но разброс измерений наводит на сомнения.

Можно также посмотреть статьи Хопмана [97] и Тремплера [103].

б. *Преломление света диффузной материей, окружающей Солнце*. Возможное влияние солнечной атмосферы (или космической пыли вокруг Солнца, или конденсированного эфира) должно было быть, конечно, рассмотрено для этого явления, как и для движения перигелия. Джонкхир [14] по поводу дискуссий с Линдеманом говорит, что следовало выяснить влияние этих преломлений, прежде чем применять теорию Эйнштейна. Того же мнения держатся Ньюваль [37] и Хепербергер [76]. Чейз Лейн Пуур [101] предлагает способ оценки эффекта.

Джефрейс [53] и Данжон [119] показали, что эффект пренебрежительно мал. Цитирую Данжона: «Преломление в солнечной атмосфере не может быть заметным, если нет локальных аномалий. Действительно, плотность этой атмосферы очень мала, поскольку, несмотря на близость к Солнцу, она имеет блеск (корону) намного ниже, чем наша собственная атмосфера. Кроме того, слои одинаковой плотности, считающиеся сферическими, имеют очень слабую кривизну, ибо радиус Солнца в 109 раз больше

радиуса Земли. Солнечные преломления по меньшей мере в 10 раз слабее земных и поэтому ими можно пренебречь».

с. *Аномальное преломление в земной атмосфере.* Речь идет о возможном эффекте, изменяющем всегда учитываемое обычное земное преломление.

Согласно Андерсону [19], полные затмения вызывают изменение температуры воздуха, влияющее на преломление лучей и могущее объяснить эффект Эйнштейна.

Дин [21], Ричардсон [22], Эддингтон [24] показывают, что возможный эффект пренебрежительно мал.

Андерсон [23] признал выдвинутые против его идеи аргументы, но выдвинул другое возражение: эффект изменения плотности.

Кейв [30] считает условия, принятые Андерсоном, механически невозможными.

Кроммелен [41, 42] после обсуждения данных по затмению 1919 г. считает возможные эффекты Андерсона пренебрежительно малыми (не более  $1/20$  эффекта Эйнштейна).

Оранж [54] предлагает учитывать эффекты преломления измерением кажущегося диаметра Луны во время затмения.

Несмотря на эти уточнения, Уард [63] все же приписывал весь эффект Эйнштейна аномальному преломлению.

Чейз Лейн Пуур [101] предложил способ оценки величины эффекта, но Данжон [119] показал, что возможный эффект чрезвычайно мал.

d. *Преломление в лунной атмосфере.* Согласно Ферье [85], окружающий Луну водород может вызвать преломление порядка эффекта Эйнштейна.

e. *Сжатие и искривление пластинок.* Крукс [58] начинает с решительного заявления, что теория Эйнштейна абсурдна. Но существуют факты (вот в чем загвоздка). Тогда он выдвигает интересное возражение: есть ли уверенность, что сдвиг звездных изображений не паразитный эффект обработки и фиксажа пластинок?

Росс [59] показывает, что сжатие и искривление пластинок действительно имеют место и что следует их учитывать.

Слокум [62] считает, что можно пренебречь этими поправками в случае затмения 1919 г. Данжон [119] обращает внимание на то, что эти эффекты тем меньше, чем больше фокусное расстояние. Поэтому следует осудить применение малых инструментов (например,  $f$  порядка метра).



1. *Эффект Саттерли* [49]. Саттерли воображает некоторое взаимодействие световых лучей, аналогичное давлению жидких струй друг на друга. Проходя мимо Луны (рис. 2), например в *M*, луч претерпевает со стороны наружных лучей давление в направлении стрелки, не уравновешенное давлением внутренних лучей (затемнение), откуда следует отклонение света. Никакого расчета не

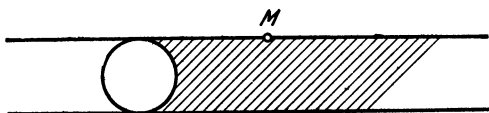


Рис. 2

приводится. Можно его сделать на основе гравитационного взаимодействия между световыми пучками, чем я займусь в III томе. *Априорно* идея не абсурдна.

#### 5 (88). Наблюдения полных солнечных затмений<sup>1</sup>

а. *Первые исследования.* Идея проверки теории во время затмений Солнца принадлежит самому Эйнштейну [5].

Фрейндлих [7], ставший крупным специалистом по этим наблюдениям, исследовал снимки, полученные Ликской обсерваторией во время полного затмения 1901 г. Но полученные с другой целью (поиск планет внутри орбиты Меркурия) пластинки оказались слишком искривленными (Солнце на краю); они не могут быть использованы для измерения эффекта Эйнштейна.

Куртис [8], следуя идее Фрейндлиха, исследовал снимки, полученные в Флинд-Айсленде во время затмения 1908 г. Они также были непригодны для указанной цели, но их изучение дало ценные указания для будущих корректных наблюдений.

Цаппа [13] пишет, что две экспедиции пытались наблюдать полное затмение 1914 г. в России. Немецкая экспедиция (Фрейндлих) не выполнила задачу из-за начавшейся войны; американская экспедиция приступила к

<sup>1</sup> В дальнейшем я стремлюсь приводить в наблюдениях основное. Но анализ работ для неспециалиста зачастую труден. Прошу у читателя снисхождения за возможные в моем изложении ошибки в трактовке (надеюсь, что они касаются лишь деталей). Во всяком случае моя работа может служить лишь гидом при ознакомлении с оригинальными работами.

работе, но во время затмения небо было закрыто облаками.

Во время затмения 1918 г. экспедицию организовала Ликская обсерватория. Результаты были опубликованы Дайсоном [16]; в силу весьма неблагоприятных условий точных измерений провести не удалось.

в. *Затмение 29 мая 1919 г. Общие соображения; приготовления.* Во время этого затмения звездное небо было очень благоприятным для измерений: большое число блестящих звезд, хорошее распределение звезд вокруг Солнца. Такого подходящего звездного неба не было ни при одном из наблюдавшихся до сих пор затмений. Солнце проходило через созвездие Тельца перед частью скопления Гиад. По вычислениям астрономов столь благоприятные условия повторятся не скоро.

Обсерватория Гринвича организовала две экспедиции. Одна обосновалась в Собрале, втором городе штата Цеара, на севере Бразилии, в сухой и теплой зоне. Наблюдателями были Кроммелен и Дэвидсон. Они располагали «астрографическим телескопом», или астрографом типа «Небесная карта» (размер 13'', т. е. 33 см, суженный диафрагмой до 8'', т. е. 20 см, фокусное расстояние 11 футов, т. е. 3,43 м) и камерой с длинным фокусом (размер 4'', т. е. 10 см, фокусное расстояние 19 футов, т. е. 5,80 м). Обе трубы ставились горизонтально на жестких опорах с целостатами. После затмения сняли только зеркала целостатов, а камеры остались на месте. В июле опять собрали зеркала для пластинок сравнения. Контрольных снимков не делали.

Снимки, сделанные с астрографом, были плохого качества (деформация зеркала). Камера в 10 см имела меньшее зеркало, быстрее приходящее в равновесие; снимки были превосходными и дали окончательные результаты.

Другая экспедиция обосновалась на маленьком острове Принципи (принадлежащем Португалии), в Гвинейском заливе, севернее экватора, в 120 милях от африканского побережья. Наблюдателями были Эддингтон и Коттингем. Они располагали астрографом типа «Небесная карта» с целостатом. Снимки, сделанные в начале затмения, не были пригодными для использования из-за легких облаков; снимки в конце затмения были плохого качества. Пластинки для сравнения были сняты одновременно в Оксфорде и на Принципи.

Подробности подготовки приводятся Эддингтоном [24, 25] и Кроммеленом [31] с картой полного затмения.

*Результаты, указанные наблюдателями.* Основным текстом, на основании которого можно ознакомиться с подробностями измерений, является доклад Дайсона, Эддингтона и Дэвидсона [16].

Экспедиция в Собрале сняла две серии пластинок. Снимки с астрографом (экспозиция от 5 до 10 сек) были

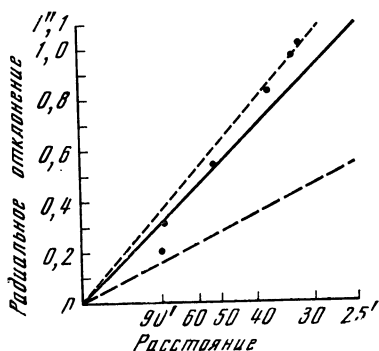


Рис. 3. Отклонение как функция расстояния (из работы, Дайсона, Эддингтона и Дэвидсона [16])

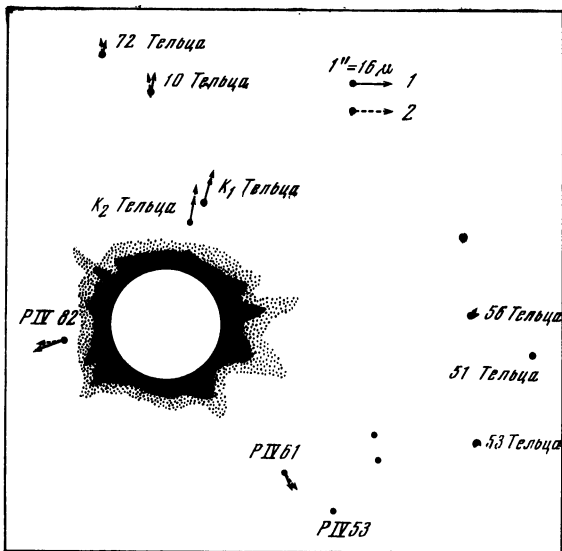
плохими: «Явно расплывчатые и вне фокуса». Дефект регулировки приписывается действию солнечного тепла на зеркало. Обработка измерений дает  $0'',93$ . Авторы приписывают им весьма малый вес и исключают их (попытка корректировки все же дает  $1'',52$ ).

Четырехдюймовый телескоп дал восемь пластинок с экспозицией в 28 сек; семь годных, и их обработка дает в среднем  $1,98 \pm 0'',12$ .

Погода на Принципи менее благоприятствовала наблюдателям. Обработка пластинок последней трети полного затмения дает в среднем  $1,61 \pm 0'',30$ .

Я воспроизвожу на рис. 3 диаграмму сдвига в зависимости от расстояния, приведенную в работе [16] на стр. 332.

*Благоприятные отклики во всем мире.* Это затмение в анналах физики знаменито. Впервые тщательно подготовленные экспедиции сделали надлежащие снимки, позволяющие сравнить теорию Эйнштейна с экспериментом, и результаты оказались благоприятными. Новость об этом телеграфируется Лоренцем [15] Эйнштейну. Вот



**Рис. 4.** Карта звезд, близких к Солнцу во время полного затмения. Указаны наблюдавшиеся отклонения и отклонения, вычисленные по теории Эйнштейна (из статьи А. де ла Бом Плювинеля [33, стр. 491]); 1 — наблюдавшееся отклонение; 2 — вычисленное

текст сообщения (журналу «Naturwissenschaften»), в котором фигурируют три прославленных имени по поводу одного фундаментального наблюдения: «Согласно телеграмме, посланной профессором Лоренцем автору этих строк, английская экспедиция под руководством Эддингтона, направленная для наблюдения за солнечным затмением 29 мая, обнаружила отклонение света на краю солнечного диска, требуемое общей теорией относительности. По предварительной оценке, наблюдаемое значение лежит между 0,9 и 1,8 дуговой секунды. Теория требует 1,7 секунды.

Берлин, 9 октября 1919 г. А. Эйнштейн».

Лондонское королевское общество и Королевское астрономическое общество провели 6 ноября 1919 г. чрезвычайное заседание. Дайсон, Кроммелен, Эддингтон представили результаты, благоприятствующие теории Эйнштейна. Возражали Ньюваль и Зильберштейн. Об этом знаменитом заседании (ежедневные газеты сообщили о

нем под сенсационными заглавиями: революция в науке и т. д.), см. Гринвуд [105 bis], Ф. Франк [130 bis]

Почти повсеместно результат комментировался как успех теории Эйнштейна: Бослер [29], де ла Бом Плювинель [33] (я воспроизвожу один из его графиков на рис. 4), Рассель [34], Лауэ [35], Дэвидсон [36], Дайсон [64].

*Возражения против предыдущей обработки.* Некоторые авторы возвращались к обработке наблюдений 29 мая 1919 г. и приходили часто к разным заключениям.

Цаппа [39] исследовал результаты в Собрале.

Эсклангон [40] вновь рассмотрел исследование Цаппа; он считает, что невозможно дать окончательное заключение.

Зильберштейн [50, 51] и Бауэр [45, 46, 56, 57] независимо отмечали интересный факт: сдвиг на пластинках не является радиальным, имеется поперечная составляющая. Отклонение зависит не только от расстояния  $r$ , но и от углового положения. Бауэр заключает отсюда, что закон Эйнштейна не может быть проверен. Рассель [61] подтверждает существование поперечного сдвига на пластинках Собрала; но он его приписывает деформации зеркала целостата под влиянием теплоты. Учитывая этот эффект, он получает еще лучшее согласие с теорией.

Салэ [104] напоминает, что полученные тринадцатидюймовым телескопом 16 пластинок были уничтожены из-за плохой фокусировки. Но эти пластинки показывали ньютоновское отклонение; их уничтожение неправомерно благоприятствует теории Эйнштейна.

Стромейер [66] отмечает влияние астигматизма целостата на положение изображений; Дайсон [67] считает, что Стромейер преувеличивает это влияние.

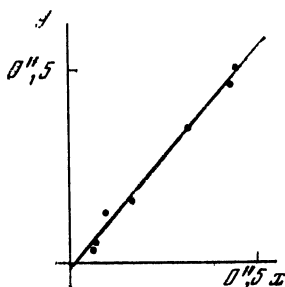
Дингль [82] считает положение с теорией Эйнштейна двусмысленным; необходимы другие наблюдения.

Данжон [115, 119] сохраняет лишь снимки Собрала, полученные 4-дюймовым объективом (10 см). Обработка сдвига семи наблюдавшихся звезд дает ему  $\alpha = 2'',06$  (наблюдатели давали для этих снимков значение  $1'',98$ ). Рис. 5 представляет диаграмму в координатах  $x, y$ . Представляется произволом отбрасывать снимки Принципи только потому, что «они плохого качества»; раз наблюдатели их сохранили, можно было их использовать.

Джексон [114] также настаивает на результатах Собрала и подчеркивает, что они явно выше теоретического значения.

**Заключение.** Кажется естественным исключить снимки, полученные в Собрале астрографом, поскольку обнаружен явный дефект. Наоборот, другие две группы снимков должны быть сохранены. Они дают:  $1,98 \pm 0",12$ ;  $1,61 \pm 0",30$ .

Каждая группа предусматривает вероятную ошибку. Но, очевидно, это вычисление погрешности не учитывает все побочные явления, могущие влиять на отклонение;



**Рис. 5.**  $(x, y)$ -диаграмма измерений, проведенных в Собрале с четырехдюймовым объективом. Обработка по Данжону

действительно, гравитационное отклонение имеет, разумеется, единственное значение между этими крайними. Среднее из этих двух значений, т. е.  $1",79$ , весьма близко к теоретическому.

*с. Затмение 21 сентября 1922 г. Общие соображения; подготовка.* Это затмение наблюдалось несколькими группами астрономов.

Звездное небо было менее благоприятным, чем в 1919 г.; за исключением звезды  $\beta$  Девы, имелись только слабые звезды (величиной от 7,3 до 10,8  $m$ ), зато их было большое количество (около сотни). Схема звезд приводится в статье Эмануелли [83].

Группа Ликской обсерватории (экспедиция Крукса) обосновалась в Валале, на западном побережье Австралии, где полное затмение продолжалось 5 мин; погода была хорошая. Наблюдателями были Кемпбел и Тремплер. Они располагали двумя инструментами. В двух экваториальных сдвоенных камерах с фокусным расстоянием в 15 футов (4,87 м) и отверстием в 5 дюймов (127 мм) помещались пластинки  $43 \times 43$  см, покрывавшие поле со стороной в  $5^\circ,4$ ; экспозиция составляла 2 мин. Двойная камера с фокусным расстоянием в 5 футов (1,52 м) и отверстием в 4 дюйма (100 мм) покрывала поле со стороной  $15^\circ$ .

Сравнительные пластинки были сняты в мае на Таити теми же приборами. Наконец, контрольные пластинки были сняты в мае и сентябре (контрольная область была близка к 70 Змееносца, в 90° от зоны затмения).

В Валале работали также Эвершед и канадская экспедиция под руководством Чанта.

Австралийская экспедиция обосновалась в Кордильо-Даунсе, Южная Австралия (Дауэлл и Дэвидсон).

Английская экспедиция разместилась на острове Рождества, южнее Явы, где продолжительность полного затмения составляла 3 мин.

Подробности приготовлений приводятся Кроммеленом [84]. Наблюдатели были Джонс и Мелот. С завистью читаются письма Джонса [73], в которых описывается местность (примерно в 20 ярдах от берега, среди кокосовых пальм, с крутым лесистым холмом позади... счастливец!).

На острове Рождества обосновалась также германоголландская экспедиция с немецкими наблюдателями Фрейндлихом, Копфом и Хопманом и голландцами Вебером, Гастманом и Вутом.

Из-за облаков экспедиции на острове Рождества закончились настоящей научной катастрофой: не было получено никаких результатов.

*Результаты, полученные экспедицией Ликской обсерватории. Измерения пятнадцатифутовым инструментом.* Совокупность результатов приводится Кемпбелом и Тремплером [94]. Авторы стремились устранить возражения, выдвинутые по поводу затмения 1919 г. (неоднородное освещение поля, искривление снимка во время сушки, аномальные преломления и т. д.). Рис. 6 воспроизводит небесное поле, содержащее 92 звезды; рис. 7 представляет наблюдавшиеся радиальные сдвиги в зависимости от углового расстояния. Кемпбел и Тремплер решают 92 уравнения методом наименьших квадратов. Они получают, таким образом, в среднем  $1,72 \pm 0",11$  (теоретическое значение  $1",745$ ). Отсюда заключение: «...согласие с предсказанием весьма удовлетворительно».

Хопман [97] считает, что заключение Кемпбела и Тремплера (подтверждение теории Эйнштейна) представляет труднодопустимую экстраполяцию. По его мнению, результаты могут также хорошо объясняться эффектом Күрвуазье. Он упоминает о дискуссии по этому вопросу с Эйнштейном, Ланчосом, Зоммерфельдом.

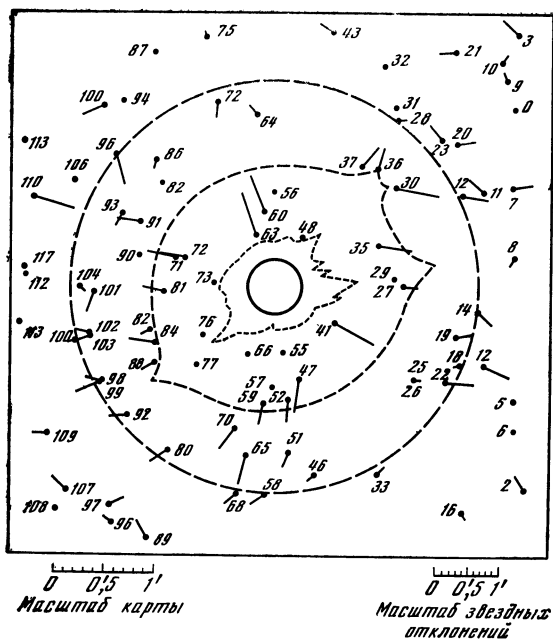


Рис. 6. Звездная карта полного солнечного затмения 21 сентября 1922 г., содержащая 92 фактически измеренные звезды

Наблюдавшиеся относительные отклонения указаны большими стрелками для величин от 2,0 до 3,9 и маленькими стрелками для величин от 1,0 до 2,0; отклонения более слабых величин не учтены. Пунктирная окружность имеет радиус в  $2^{\circ}$  и дает внутренний предел отсечных звезд, для которых среднее отклонение равно нулю. Нарисованы также внешний предел яркой части короны, а также предел самых слабых следов коронарного света. Прямоугольник представляет края пластинки (из статьи Кемпбела и Тремплера [94, стр. 48])

На эту критику отвечает Тремплер [103]; его аргумент, кажется, весьма веский, заключается в том, что интерпретация эффектом Курвуазье требовала бы двух разных масштабов для затмений 1919 и 1922 гг.

Бутарик [98] благоприятно отзываясь о результатах наблюдателей.

Эсклангон [102] оспаривает заключение Кемпбела и Тремплера. Он полагает, что сдвиги на рис. 7, если и не противоречат закону Эйнштейна, не могут рассматриваться как подтверждение. Другие, весьма отличающиеся от эйнштейновского, законы (например  $\sim r$ ) не исключены.



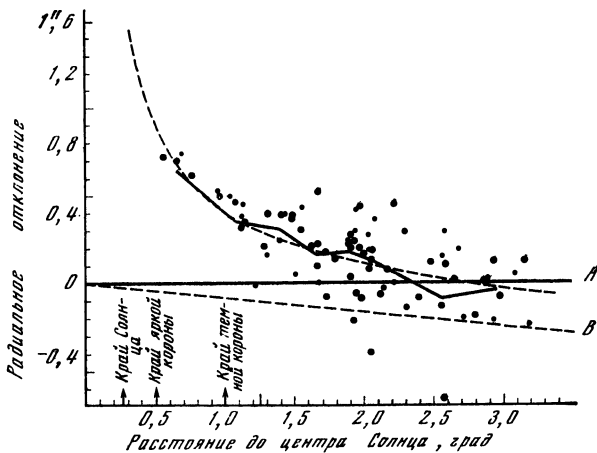


Рис. 7. Наблюдавшиеся радиальные отклонения как функции углового расстояния звезды от центра Солнца

Большие точки представляют звезды величиной от 2,0 до 3,9, а маленькие — величиной от 1,0 до 2,0; звезды меньшей величины не учтены. Ломаная линия соединяет средние группы наблюдавшихся радиальных отклонений. Пунктирная кривая дает значения, предсказанные теорией Эйнштейна. Если отклонения измеряются вертикально, начиная с базисной прямой В, то они абсолютны; если же от базисной прямой А, то они относительны к отсчетным звездам (те, что фактически измерены) (из той же статьи, что и рисунок 6)

Примечание к § (83с), впрочем внутреннее мне статье Эсклангона, полностью подходит к данному случаю.

Данжон [119] производит вновь обработку методом, описанным в § (83с); он получает диаграмму  $(x, y)$  (рис. 8).

Разброс результатов явно больший, чем в 1919 г. (рис. 8). Данжон исключает неправильные точки со слабым весом (подчеркнутые на рисунке); расчет с улучшенной диаграммой дает ему  $2'',00$ . Применение другого метода, использующего контрольные пластинки, дает  $2'',05$ . Фрейндлих [113] предлагает новый способ обработки, дающий значение более  $2''$ .

Тремплер [117] критикует этот способ обработки и настаивает на своем результате. Он упрекает Фрейндлиха в том, что обработке подверглись данные лишь по отдаленным звездам, тогда как в Ликской обсерватории — по всем звездам.

Рис. 8.  $(x, y)$ -диаграмма измерений, проведенных в Валале экспедицией Ликской обсерватории с помощью пятидюймового объектива. Обработка данных по Данжону

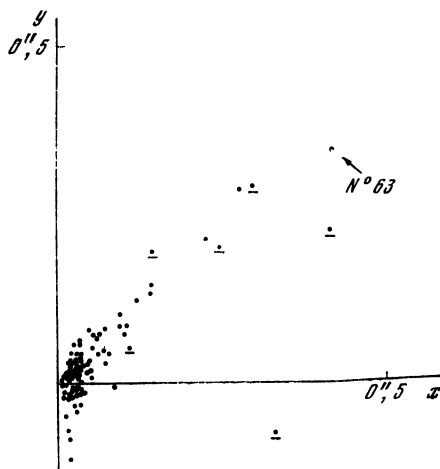
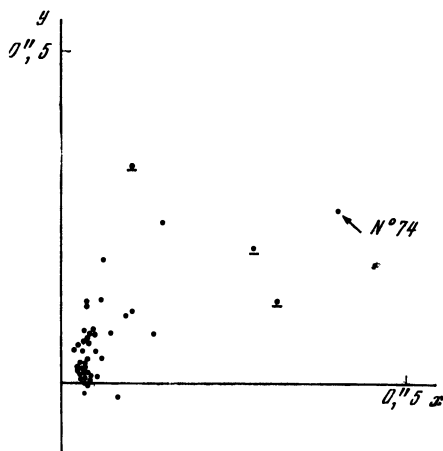


Рис. 9.  $(x, y)$ -диаграмма измерений, проведенных в Валале экспедицией Ликской обсерватории с помощью четырехдюймового объектива. Обработка данных по Данжону



*Измерения пятифутовым инструментом.* Результаты опубликованы лишь в 1928 г. Кемпбелом и Тремплером [111]. Редакция доклада принадлежит Кемпбелу, а измерения и обработка — Тремплеру. Качество наблюдений намного ниже, чем пятнадцатифутовым инструментом (фокусное расстояние в 5 футов слишком мало для подобных измерений), но они относятся к 145 звездам. Тремплер получает в среднем  $1,82 \pm 0,15$ . Заключение бла-

гоприятно для закона Эйнштейна, который, говорят авторы, лучше всего представляет наблюдения.

Данжон [119] возобновляет обработку двумя методами, как он сделал для результатов при 15 футах. График  $(x, y)$  (рис. 9) показывает большой разброс. Исключая «неправильные» звезды, он получает  $2",11$  или  $2",07$ ; однако он подчеркивает более низкое качество наблюдений и воздерживается от заключения.

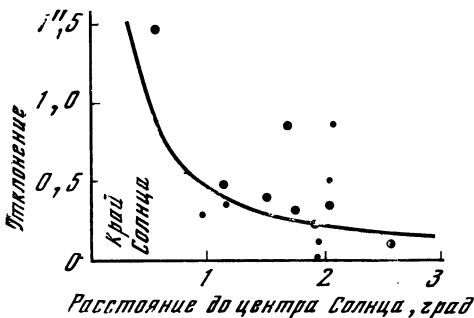


Рис. 10. Затмение 21 сентября 1922 г.; Канадская экспедиция (из работы Юнга [100, стр. 137])

*Результаты Канадской экспедиции.* Они приводятся Юнгом и Чантом [95, 105]; наблюдения сделаны Чантом, обработаны Юнгом.

Рис. 10, взятый из доклада Юнга [100], изображает сдвиг в зависимости от углового расстояния.

Так как расхождения между звездами достигают  $4''$ , этими наблюдениями, по-видимому, трудно воспользоваться. Все же авторы указывают в среднем  $1",86$  и делают заключение, благоприятное для теории.

*Результаты Австралийской экспедиции.* Их анализируют Дэвидсон и Дауэлл [106]; среднее значение —  $1",77$ .

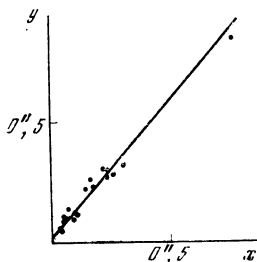
d. *Затмение 9 мая 1929 г. Общие соображения.* Это затмение наблюдалось на Дальнем Востоке несколькими экспедициями. Звездное поле было неблагоприятным; среди 18 достаточно блестящих звезд 17 находились с одной стороны Солнца и лишь одна — с другой.

Немецкая экспедиция Эйнштейновского института (Потсдам) обосновалась в Такангоне, на севере Суматры, на высоте над уровнем моря в 4000 футов. Наблюдателями были Фрейндлих, Клубер, Штробуш. В связи с этим справедливость требует отметить, наравне с Джексоном, [114] большую активность Фрейндлиха в изучении эф-

фекта Эйнштейна. Его первая экспедиция в 1914 г. (Крым) была приостановлена войной. На острове Рождества в 1922 г. плохая погода препятствовала наблюдениям. Другая попытка в 1926 г. терпит неудачу из-за малости звездного поля. Наконец, усилия Фрейндлиха завершаются успехом: условия в Такангоне благоприятные.

Французская экспедиция Страсбургской обсерватории обосновывается в Пауло-Каудоре под руководством Данжона.

**Рис. 11.**  $(x, y)$ -диаграмма результатов Потсдамской экспедиции в Такангоне. Обработка по Данжону



*Результаты Потсдамской экспедиции.* Их опубликовали Фрейндлих, Клубер и Брюн [112, 113]. Их метод обработки приводит к средней величине  $2'',24$  (вместо теоретической  $1'',75$ ).

Тремплер [117] одобрил качество измерений, но критиковал метод обработки. В силу особенности звездного поля (все звезды с одной стороны) измеренные сдвиги сильно зависели от постоянных, приписанных пластинке. Тремплер считал, что результаты Фрейндлиха обязаны систематической погрешности при определении масштабов. Поправка на температуру (разница в  $5^\circ$ ), не учтенная в Потсдаме, меняет результат в благоприятную сторону, и порядок ее величины поддается оценке. Тремплер пересматривает обработку и предлагает  $1,75 \pm 0'',13$ .

Данжон [119] со своей стороны получил  $2,04 \pm 0'',27$ . Я воспроизвожу на рис. 11 его график  $(x, y)$ , который подчеркивает слабую дисперсию измерений. Техника подсчета была систематически изучена Фрейндлихом и Брюном [122], а позже — Финлей-Фрейндлихом и Ледерманом [128]. Согласно последним, задача принятия решения ведет ли подсчет потсдамских результатов к  $1'',75$  или  $2'',2$ , является «грандиозной задачей»; она не может считаться решенной.

е. *Затмение 19 июня 1936 г.* Условия были очень неблагоприятными в том смысле, что измерения можно было проводить только со звездами, расположенными около края пластинки. Тем не менее было предпринято несколько экспедиций.

*Результаты Михайлова.* Советская экспедиция Астрономического института им. Штернберга в Куйбышевке возглавлялась Михайловым [125, 127]. Он нашел  $2,71 \pm \pm 0'',26$ , в 1,55 раза больше нужного, но вследствие

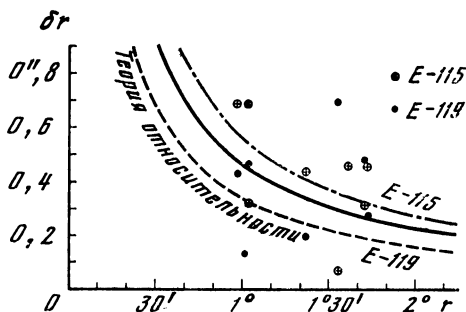


Рис. 12. Затмение 19 июня 1936 г., результаты Матукума (из статьи Матукума [126, рис. 71])

очень неблагоприятных условий этому результату нельзя придавать большое значение.

*Результаты Матукума* [126]. Наблюдения проводились в Козимицу, на северном берегу Хоккайдо (Япония) в Охотском море. Длительность экспозиции 80 сек. Две контрольные пластинки были сняты шестью месяцами позже. Отклонения как функция  $r$  представлены на рис. 12. Матукума признает трудности определения масштаба. Он дал два значения, по одному для каждой контрольной пластинки:  $2,13 \pm 1'',15$  и  $1,28 \pm 2'',67$ , но придавал больший вес первому.

На эти результаты, как и на данные Михайлова, явно влияли неблагоприятные условия.

г. *Затмение 20 мая 1947 г.* Экспедиция, снаряженная Национальным географическим обществом в Вашингтоне, возглавлялась Бисбреком [130, 131]. Она расположилась в Бокаюва (штат Минас-Жейрас, Бразилия), на высоте 2000 футов. Бисбрек дает среднюю величину  $2'',01$ , но признает серьезные трудности, связанные с изменением масштаба. Он говорит, что его результат неоп-

ределенный; отличие от теоретического значения не может считаться установленным.

g. *Затмение 25 февраля 1952 г.* В этот день Хартум (Судан) собрал 18 экспедиций с различными намерениями. За ними последовали коллоквиумы для обсуждения результатов. Некоторые детали можно найти у Овендена [132]. Эффект Эйнштейна измерялся Бисбреком [134], который на этот раз нашел  $1,70 \pm 0",10$ , число, которое он назвал «близким к теоретическому предсказанию». Я уже указывал (§ (83)) на многозначительность этого вывода Бисбрека, сделанного после его измерений 1947 г.

h. *Затмение 30 июня 1954 г.* Группа итальянских, французских, шведских и немецких астрономов собралась на острове Осланд (Швеция), в Балтийском море. Ни одного снимка не было сделано, так как в течение всего полного затмения небо было закрыто облаками.

i. *Последующие затмения.* Лишь для памяти. Никакими результатами не располагаю<sup>2</sup>.

*Некоторые мнения, выраженные в общих работах.* Авторы книг по теории относительности, естественно, благоприятно интерпретируют наблюдения в смысле их согласия с теорией. Но интересно отметить, что антирелятивисты также учитывают релятивистскую формулу и стремятся включить ее в свои теории. Очень редки те, кто предлагает отличающиеся от нее формулы (например, Су Шин-кянг).

В этой области нам представляются особенно ценными мнения астрономов.

Данжон [119], предлагавший значение  $2",06$ , тем не менее писал в 1932 г.: «Разумеется, что нет речи о судьбе теории; победа одержана двенадцать лет тому назад открытием предсказанного эффекта. Что касается количественного согласия теории с фактами, это будет плод терпеливых поправок, примеры которых находим в истории всех великих теорий». Идея о том, что теория должна претерпеть поправки, поддерживалась одно время Эйнштейном, но затем он от нее отказался. В самых последних его работах теоретическое значение  $1",75$  считается окончательным.

---

<sup>2</sup> Результаты наблюдений отклонения световых лучей приведены в таблице. — *Прим. ред.*

Средние наблюдавшиеся отклонения световых лучей вблизи диска Солнца

Затмение	Станция наблюдения и обсерватория, снарядившая экспедицию	Группа наблюдения и обработки	Инструмент		Пластины	Контрольные пластинки	Число звезд	Среднее отклонение, вычисленное наблюдателями или другими лицами, угл. сек	Вероятная ошибка, угл. сек	
			фокусное расстояние	в футах и дюймах						
29 мая 1919 г.	Собрал (Бразилия), Гринвич	Кроммелен Дэвидсон	11	8	Оксфорд То же	—	6—12	0,86 а — 1,98 b — 2,06 (Данжон) с — 2,06 (Цаппа) d — 2,16 (Холман)	±0,1* ±0,12 ±0,20	
			19	4						16 (5—10 сек) 7 (28 сек)
21 сентября 1922 г.	Принсипи (Гвинейский залив), Гринвич	Эддингтон Коттингем	11	8	Принсипи	—	5	1,61	±0,30	
			15	5						Таити (май)
			5	4						То же
			10	6						—
21 сентября 1922 г.	Валал (Австралия), Виктория	Чант, Юнг	5	4	То же	То же	134—143	а — 1,72 b — 2,05 (Данжон) с — 2,12 (Джексон) d — 2,1 (Фрейндлих) а — 1,83 b — 2,07 (Данжон)	±0,11 — — — ±0,15 —	
			10	6						2
21 сентября 1922 г.	Кордильерайс, (Австралия), Гринвич	Дауэлл Дэвидсон	5	3	—	—	14	1,77	±0,3	
			5	3						2

Затмение	Станция наблюдения и observations снарядившая экспедицию	Группа наблюдения и обработки	Инструмент		Число пластинок (время экспозиции)	Пластинки сравнения	Контрольные пластинки	Число звезд	Среднее отклонение, вычисленное наблюдателями или другими лицами, угл. сек	Вероятная ошибка, угл. сек
			расстояние в футах	отверстие в дюймах						
9 мая 1929 г.	Такангон (Суматра), Потсам	Фрейндлих Клюбер Брюн (Гротриан, Штробуш)	28	8	4	—	—	17—18	a — 2,24 b — 1,75 (Гремплер) c — 2,04 (Данжон)	$\pm 0,10$ $\pm 0,13$ —
19 июня 1936 г.	Куйбышевска (СССР), Институт им. Штернберга	Михайлов	20	6	2	—	—	—	2,71	$\pm 0,26^{**}$
20 мая 1947 г.	Козимицу (Япония), Токио	Мацукума	16	8	1	—	—	10	a — 2,13 b — 2,28	$\pm 0,15^{**}$ $\pm 2,67^{**}$
25 февраля 1952 г.	Бокаюва (Бразилия), Иерес Хартум (Судан)	Бисбрек »	20	6	1	—	—	51	2,02	$\pm 0,27^{**}$
			20	6	2	—	—	9—11	1,70	$\pm 0,10$

\* Неправильно обработано; результат отброшен наблюдателями. Поскольку эти измерения дали ньютоновский результат, некоторые авторы произвольно одобрили их отбрасывание. Если сохранить их и вычислить среднее, получим  $1,61 \pm 0''\text{,}30$ .

\*\* Трудности в изменении масштабов; результаты взяты относительно двух пластинок сравнения.

\*\* Искривление зеркала вследствие нагревания.



Специалист по затмениям Митчел [133] пишет в издании 1951 г. своей книги: «Хотя остаются некоторые неувязки, никакой другой эффект или комбинация эффектов не в состоянии объяснить так основательно наблюдаемое искривление световых лучей на снимках затмения, как предсказанный Эйнштейном».

Кудерс [130 ter] считает, что «это предсказание проверено с избытком с 1919 года.... Обсуждение наилучших снимков показывает даже несколько большее отклонение, чем то, которое предсказывает общая теория относительности... В столь тонких экспериментах может вкратиться какая-то систематическая ничтожная погрешность. Но если надо сделать выбор между Ньютоном и Эйнштейном, ответ ясен: отклонение по меньшей мере в два раза больше, чем мог предсказать Ньютон».

Армеллини [135 bis] заканчивает общее обсуждение словами: «В конечном счете можно заключить, что астрономические измерения не только подтверждают искривление световых лучей около Солнца, но и показывают, что величина  $\Delta$  намного ближе к значению, вычисленному Эйнштейном, т. е.  $\Delta = 1",75$ »

## Л и т е р а т у р а

а) Труды, предшествующие работе Эйнштейна

1. *I. Newton*. *Traité d'optique*. Paris, 1955, p. 403.
2. *J. Soldner*. Ueber die Ablenkung eines Lichtstrahls von seiner geradlinigen Bewegung, durch die Attraktion eines Weltkörpers, an welchem er nahe vorbei geht. — *Berliner Astron. Jahrb.*, 1801, 161—172. Воспроизведена частично *Ann. Physik*, 1921, (4), 65, 593—604, с. предисловием П. Ленарда.
3. *E. Courvoisier*. Kimuras phänomen und die «jährliche Refraktion» des Fixsterne. — *Astron. Nachr.*, 1905, 167, 82—106.

б) Труды, следующие за работой Эйнштейна

4. *A. Einstein*. Ueber das Relativitätsprinzip und die aus denselben gezogenen Folgerungen. — *Jahrb. Radioakt. Elektronik*, 1907, 3, 411—462. Voir les pages 454—462; *Ibid.*, 5, 98—99.
5. *A. Einstein*. Ueber den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes. — *Ann. Phys.*, 1911, 35, 898—908.
6. *E. Courvoisier*. Ueber systematische Abweichungen-Sternpositionen im Sinne einer jährlichen Refraktion. — *Beobacht. Ergebn. Kg. Sternwarte Berlin*, 1913, Bd. 15, S. 5—79.
7. *E. F. Freundlich*. Ueber einen Versuch, die von A. Einstein vermutete Ablenkung des Lichtes in Gravitationsfeldern zu prüfen. — *Astron. Nachr.*, 1913, 193, N 4628, 369—372.

8. *H. D. Curtis*. The influence of gravitation on light.— *Astron. Soc. Pacif.*, 1913, 25, 77—81.
9. *A. Einstein*. Die Grundlage des allgemeinen Relativitätstheorie.— *Ann. Phys.*, 1916, 49, N 7, 769—822.
10. *E. Courvoisier*. *Astron. Nachr.*, 1916, 202, 300.
11. *L. Flamm*. Beiträge zur Einsteinschen Gravitationstheorie.— *Phys. Z.*, 1916, 17, 448—454.
12. *F. A. Lindemann*. Daylight photography of stars as a means of testing the equivalence postulate of the theory of relativity.— *Monthly Notices RAS*, 1917, 77, fasc. 2, 140—151.
13. *G. Zappa*. Per una verifica sperimentale della teoria di relatività di Einstein.— *Rend. R. Accad. Lincei*, 1917, 26, fasc. 1, 322—326.
14. *R. Jonckheere*. The apparent deflection of stars near the sun as a proof of Einstein's theory of gravitation.— *Observatory*, mai 1918, 41, N 526, 215—216.
15. *A. Einstein*. Prüfung der allgemeinen Relativitätstheorie.— *Naturwissenschaften*, 1919, 776.
16. *F. W. Dyson*, *A. S. Eddington*, *G. Davidson*. A determination of the deflection of light by the sun's gravitational field from observations made at the total eclipse of May 29, 1919.— *Philos. Trans. Roy. Soc. London*, 1920, 220, 291—333.
17. *O. Lodge*. Gravitation and light.— *Nature*, 1919, 104, 534.
18. *O. Lodge*. Connexion between light and gravitation.— *Philos. Mag.*, 1919, 38, 737.
19. *A. Anderson*. The displacement of light rays passing near the sun.— *Nature*, 1919, 104, N 2614, 354.
20. *O. J. Lodge*. Gravitation and Light.— *Nature*, 1919, 104, 2614.
21. *W. H. Dines*. The deflection of light during a solar eclipse.— *Nature*, 1919, 104, N 2616, 393.
22. *L. F. Richardson*. The deflection of light during a solar eclipse.— *Nature*, 1919, 104, 18, 393—394.
23. *A. Anderson*. Deflection of light during a solar eclipse.— *Nature*, 1919, 104, 372.
24. *A. S. Eddington*. The deflection of light during a solar eclipse.— *Nature*, 1919, 104, 372.
25. *A. S. Eddington*. The total eclipse of 1919, may 29, and the influence of gravitation of light.— *Observ. London*, 1919, 42, 119—122.
26. *C. R. Davidson*, *A. C. D. Crommelin*. *J. Brit. Astron. Assoc.*, 1919, 29, 45—50.
27. *A. Eddington*. *Naturwissenschaften*, 1919, H. 20, 368.
28. *A. S. Eddington*, *E. T. Cottingham*. Photographs of a solar prominence taken during the eclipse of 1919, may 29.— *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, novembre 1919.
29. *J. Bosler*. Le principe de la relativité généralisée et l'éclipse de Soleil du 29 mai 1919.— *Rept. gén. Sci.*, 1919, 30, 669—670.
30. *C. J. P. Cave*. The deflection of light during a solar eclipse.— *Nature*, 1919, 104, N 2617, 413.
31. *A. C. D. Crommelin*. The eclipse of the sun of may 29, 1919.— *Nature*, 1919, 102, 444—446.
32. *A. S. Eddington*, *L. C. D. Crommelin*. The deflection of light during a solar eclipse.— *Nature*, 1919, 104, 372—373.

33. *A. de la Baume Pluvinel*. L'éclipse totale de Soleil du 29 mai 1919 et la théorie d'Einstein.— Bull. Soc. Astron. France, 1919, **33**, 483—494.
34. *H. N. Russel*. Verification of Einstein theory of relativity from the eclipse photographs.— J. Roy. Astron. Soc. Canada, 1919, **13**, 465—468.
35. *M. von Laue*. Zur Prüfung der allgemeinen Relativitätstheorie an der Beobachtung.— Naturwissenschaften, 1920, **8**, 390—391.
36. *C. R. Davidson*. The solar eclipse of May 29, 1919.— Nature, 1920, **104**, 544.
37. *H. F. Newall*. Note on the physical aspect of the Einstein prediction.— Monthly Notices, **8**.
38. *A. C. D. Crommelin, E. T. Cottingham*. Philos. Trans., 1920, **A220**, 291—333.
39. *G. Zappa*. Studio delle lastre di Sabral.— Mem. Soc. Astron. Ital., 1920, **1**, fasc. 2, 140—148.
40. *E. Esclangon*. Les preuves astronomiques de la relativité.— Bull. Astron., 1920, **1**, fasc. I, 303—329.
41. *A. C. D. Crommelin*. Results of the total solar eclipse of May 29 und the relativity theory.— Nature, 1920, **104**, 280—281.
42. *A. C. D. Crommelin*. The deflection of light during a solar eclipse.— Nature, 1919, **104**, 372—373.
43. *A. C. D. Crommelin*. Deflection of light during a solar eclipse.— Nature, 1920, **105**, 8.
44. *A. C. D. Crommelin*. Einsten's deflection of light.— Nature, 1920, **105**, 23—24.
45. *L. A. Bauer*. Note on the posible non-radiality of the observed deflection of light rays during the solar eclipse of May 29, 1919.— Phys. Rev., 1929, **15**, 333—335.
46. *L. A. Bauer*. Further results of analysis of light deflection.— Science, 1929, 147.
47. *F. E. Fournier*. Au sujet des déplacements apparents de quelques étoiles dans l'éclipse totale du Soleil du 29 mai 1919.— C. r. Acad. sci., 1920, **171**, 501—504; Ibid., p. 560—563.
48. *E. Reichenbächer*. Die Krümmung des Lichtstrahles infolge der Gravitation.— Ann. Phys., 1920, **61**, 21—24.
49. *J. Satterly*. The solar eclipse and relativity.— J. Canad. Roy. Astron. Soc., 1920, **14**, 174—175.
50. *L. Silberstein*. The recent eclipse results and Stokes Planck's aether.— Philos. Mag., 1920, **39**, 161—170.
51. *L. Silberstein*. The eclipse results and the contraction of photographic images.— Monthly Notices RAS, 1920, **80**, 630—631.
52. *H. Vanderlinden*. La trajectoire d'un rayon lumineux dans le champ de gravitation d'Einstein — Schwarzschild.— Bull. Cl. Sci. Acad. Roy. Belgique, mars 1920, **6**, 90—97. Arzeliers. Référence, (10), paragraphe (109).
53. *H. Jeffreys*. On the crucial test of Einstein's theory of gravitation.— Monthly Notices. RAS, 1920, **80**, 138—154.
54. *J. A. Orange*. Deflection of light during a solar eclipse.— Nature, 1920, **105**, 8.
55. *L. A. Bauer*. Résumé of observations concerning the solar eclipse of May 29, 1919 and the Einstein effect.— Science, 1920, **51**, N 1317, 301—312.

56. *L. A. Bauer*. Concerning results of observed gravitational light deflection.— *Popular Astron.*, 1920, 28, 519—521
57. *L. A. Bauer*. The results of geophysical observation during the solar eclipse of May 29, 1919 and their bearing upon the Einstein deflection of light.— *Amer. Philos. Soc.*, avril 1920.
58. *B. H. Crookes*. *Chem. News.*, 1920, 121, N 3142, 239.
59. *F. F. Ross*. Image contraction and distortion on photographic plates.— *Astrophys. J.*, 1920, 52, 98—109.
60. *Courvoisier*. *Astron. Nachr.*, 1920, 211, 205.
- 60bis. *F. W. Dyson, A. S. Eddington, G. Davidson*. A determination of the deflection of light by the sun's gravitational field from observations made at the total eclipse of May 29, 1919.— *Philos. Trans.*, 1920, 220, 291—333.
61. *A. W. Russel*. Note on the Sobral eclipse photographs.— *Monthly Notices. RAS*, 1921, 91, 154—164.
62. *F. Slocum*. Photographic distortion on eclipse plates and the Einstein effect.— *Popular Astron.*, 1921, 29, 273—274.
63. *E. P. Ward*. The displacement of star images during the solar eclipse of May 29, 1919.— *Engl. Mechanics*, 1921, 113, 257—258.
64. *F. W. Dyson*. Relativity and the eclipse observation of May, 1919.— *Nature*, 1921, 106, 786—787.
65. *H. Jeffreys*. The effect of gravitation on light.— *Philos. Mag.*, 1928, 42, fasc. 249, 470—471.
66. *C. E. Stromeyer*. Solar eclipse results and the principle of relativity.— *Nature*, 1921, 107, N 2700, 682.
67. *F. W. Dyson*. *Nature*, 1921, 107, 282.
68. *E. Lihotzky*. Zur Frage der Verschiebung der scheinbaren Fixsternorte in Sonnennähe.— *Phys. Z.*, 1921, 22, H. 3, 69—71.
69. *A. Kopff*. Zur Frage der Verschiebung der scheinbaren Fixsternorte in Sonnennähe.— *Phys. Z.*, 1921, 22, H. 17, 405—496.
70. *A. R. Forsyth*. Note on the path of a ray of light in the Einstein relativity theory of gravitational effect.— *Monthly Notices*, 1921, 82, 2—11.
71. *K. Ogura*. Sur la courbure des rayons lumineux dans le champ de gravitation.— *C. r. Acad. sci.*, 1921, 173, 641—644.
72. *A. Hamy*. Sur une propriété des émulsions photographiques et l'enregistrement des étoiles, pendant les éclipses totales de Soleil, en vue de la vérification de l'effet Einstein.— *C. r. Acad. sci.*, 1922, 174, 717—718.
73. *S. Jones*. Christmas Island Eclipse Expedition.— *Observ. London*, 1922, 45, 142—144; *Ibid.*, p. 317—320.
74. *F. D. Murnaghan*. The deflection of a ray of light in the solar gravitational field.— *Philos. Mag.*, mars 1922, 43, 580—588.
75. *G. Bertrand*. La loi de Riemann, le périhélie de Mercure et la déviation de la lumière.— *C. r. Acad. sci.*, 1922, 174, 1687—1689.
76. *J. Hepperberger*. Zur Ablenkung des Lichtes in Gravitationsfeldern.— *Astron. Nachr.*, 1922, 215, H. 5176, 321—322.
77. *W. W. Campbell*. The total solar eclipse of September 21, 1922.— *Astron. Soc. Pacif.*, 1922, 34, 121.
78. *W. W. Campbell*. Success of the Crocker Eclipse Expedition from the Lick Observatory.— *Ibid.*, p. 289.
79. *F. Kottler*. *Encyclop. mathematischen Wissenschaften*, 1922, VI, 2, Abt. B. 22a, 231.

80. *L. Lecornu*. Quelques remarques sur la relativité.— C. r. Acad. sci., 1922, 174, 337.
81. *O. Davidson*. Observation of the Einstein displacement in eclipses of the sun.— Observer, 1922, 224—225.
82. *H. Dingle*. The deflection of light in a gravitational field.— Nature, 1922, 110, N 2759, 389—391.
83. *P. Emmanuelli*. La deviazione dei raggi stellari nel campo gravitazionale del Sole durante l'eclisse totale del 20 Settembre 1920.— Astron. Nachr., 1922, 216, H. 5169, 137—139.
84. *A. C. D. Crommelin*. The total solar eclipse of September 21, 1922.— Nature, 1922, 110, N 2759, 389.
85. *M. Ferrier*. Sur les déviations des rayons lumineux passant au voisinage d'un astre.— C. r. Acad. sci., 1922, 174, 1404—1407.
86. *C. de Jans*. La trajectoire d'un rayon lumineux dans un champ de gravitation à symétrie sphérique.— Mém. Acad. roy. Belgique, 1922 (II), 6, 3—41. Arzeliès. Référence (19), paragraphe (109).
87. *A. D. Ross*. A critical examination of the Einstein eclipse tests.— J. Roy. Soc. Austral., 1923, 10, 17—22.
88. *G. Burali-Forti*. Flessione dei raggi luminosi stellari e spostamento secolare del perielio di Mercurio.— Atti Accad. Sci. Torino, 1923, 58, N 4/5, 149—151.
89. *E. F. Freunlich*. Hollandisch-deutsche Sonnenfinsternis Expedition nach Christmas Island.— Astron. Nachr., 1923, 218, N 5209, 13—16.
90. *A. Palatini*. Sopra la deviazione dei raggi luminosi secondo il punto di vista newtoniano.— Mem. Soc. Astron. Ital., 1923, 2, 3—11.
91. *T. J. J. See*. San Francisco Journal, mai 1923, 13, 20 et 27.
92. *R. Trumpler*. Historical notes on the problem of the light deflection in the sun's gravitational field.— Science, 1923, 58, N 1496, 161—163.
93. *W. H. Pickering*. Simple eclipse observation bearing on relativity.— Popular Astron., 1923, 31, fasc. 6, 388—394.
94. *W. W. Campbell, R. Trumpler*. Observations on the deflection of light in passing through the sun's gravitational field.— Lick Observ. Bull., 1923, 11, N 346, 41—54.
95. *G. A. Chant*. Einstein displacement on the plates taken by the Canadian Party at the Australian eclipse.— Science, 1923, 57, 469.
96. *W. W. Campbell, R. Trumpler*. Observations on the deflection of light in passing through the sun's gravitational field, made during the total solar eclipse of September 21, 1922.— Publ. Astron. Soc. Pacif., 1923, 35, 158—165.
97. *J. Hopmann*. Die Deutung der Ergebnisse der amerikanischen Einstein — Expedition.— Phys. Z., 1923, 24, 476—485.
98. *A. Boutaric*. Einstein et l'éclisse de Soleil de septembre 1922.— Rev. scient., 1923, 492.
99. *T. Banachiewicz*. Effecto eclipsiale de Einstein.—Circul. observ. Cracovie, 1923, N 11, 6.
100. *R. K. Young*. The Canadian eclipse expedition. The measurement of the Einstein plates.— J. Roy. Astron. Soc. Canada, mai 1923, 17, 129—137.
101. *Chas. Lane Poor*. A test for eclipse plates.— Science, 1928, 57, 613—614.

- 101 bis. *O. Chwolson*. Ueber eine mögliche Forme fiktiver Doppelstern.— *Astron. Nachr.*, 1924, **221**, 329.
102. *E. Esclangon*. Sur la déviation einsteinienne des rayons lumineux par le Soleil.— *C. r. Acad. sci.*, 1924, **178**, 196—199.
103. *R. Trumpler*. Preliminary results on the Einstein eclipse test from observations with the five-foot camera.— *Publ. Astron. Soc. Pacif.*, 1924, **36**, N 209, 221—224.
104. *P. Salet*. Les éclipses et la verification de la théorie d'Einstein.— *Bull. Soc. Astron. France*, 1924, 10—20.
105. *C. A. Chant, R. T. Young*. Evidence of the bending of the rays of light on passing the sun, obtained by the Canadian expedition to observe the Australian eclipse.— *Publ. Domin. Astrophys. Observ.*, 1924, **2**, 275—287.
- 105bis. *Th. Greenwood*. Note sur l'éclipse du 29 mai 1919, dans sa traduction de A. S. Eddington. Vues générales sur la théorie de la relativité. Gauthier-Villars, 1924, p. 96—101.
106. *C. R. Davidson, C. F. Dowell*. Determination of the deflection of light by the sun's gravitational field from observations made at Cordillo Downs, South Australia, during the total eclipse of 1922, Sept. 21.— *Monthly Notices RAS*, 1924, **84**, 150—162.
107. *Hamy*. La photographie des étoiles en plein jour.— *C. r. Acad. sci.*, 1925, **180**, 626—629.
108. *Hamy*. Sur l'étude de la photographie des étoiles en plein jour.— *C. r. Acad. sci.*, 1925, **181**, 407—410; *Ibid.*, p. 1026—1028.
- 108bis. *Sauger*. Extensions énergétiques du potentiel newtonien.— *C. r. Acad. sci.*, 1926, **133**, 868—870.
109. *F. Croze*. Les preuves expérimentales des théories de la relativité.— *Rev. gén. sci.*, 1926, **37**, 389—400.
110. *J. Chazy*. Arzeliès. Référence (78bis), paragraph (72), fasc. II, p. 233—256.
111. *W. W. Campbell, R. J. Trumpler*. Observations made with a pair of fivefoot cameras on the light deflections in the sun's gravitational field at the total solas eclipse, of september 21, 1922.— *Lick Observ. Bull.*, 1928, **13**, N 397, 130—160.
112. *E. Freundlich, V. Klüber, V. Brunn*. Ueber die Ablenkung des Lichtes im Schwerefeld der Sonne.— *Abhandl. Preuss. Akad. Wiss. Berlin*, 1931, N 1, 1—61, mit Tafeln.
113. *E. Freundlich, V. Klüber, V. Brunn*. Ergebnisse der Potsdamer Expedition zur Beobachtung der Sonnenfinsternis von 1929, Mai 9, im Takengon (Nordsumatra).— *Z. Astrophys.*, 1931, **3**, 171—198.
114. *J. Jackson*. The deflection of light in the sun's gravitational field.— *Observatory*, 1931, **54**, 292—296.
115. *A. Danjon*. Sur le déplacement apparent des étoiles an voisinage du Soleil éclipsé.— *C. r. Acad. sci.*, 1932, **194**, 252—254.
116. *H. Ludendorff*. Ueber die Ablenkung des Lichtes im Schwerefeld der Sonne.— *Astron. Nachr.*, 1932, **244**, N 5848, 321—330.
- 116bis. *H. Ludendorff*. Erwiderung auf die vorstehende «Bemerkung».— *Astron. Nachr.*, 1932, **244**, 415—416.
117. *R. J. Trumpler*. The deflection of light in the sun's gravitational field.— *Publ. Astron. Soc. Pacif.*, 1932, **44**, 167—173.
118. *G. Darmois*. La theorie einsteinienne de la gravitation. Hermann, 1932, p. 22.

119. *A. Danjon*. Le déplacement apparent des étoiles autour du Soleil éclipié.— *J. phys. rad.*, 1932, ser. 7, 3, 281—301.
120. *R. J. Trumpler*. *Z. Astrophys.*, 1932, 4, 208.
121. *E. Freundlich*. *Z. Astrophys.*, 1932, 4, 321.
122. *E. Freundlich, A. V. Brunn*. Über die Theorie des Versuches der Bestimmung der Lichtablenkung im Schwerfeld der Sonne.— *Z. Astrophys.*, 1933, 6, 216—235.
123. *E. Freundlich*. *Lembang Ann.*, 1933, 5, II.
124. *A. Einstein*. Lens-like action of a star by the deviation of light in a gravitational field.— *Science*, 1936, 84, 506—507.
- 124bis. *F. Link*. Sur les conséquences photométriques de la déviation d'Einstein.— *C. r. Acad. sci.*, 1936, 202, 917—919; *Bull. Astron. Observ.*, Paris, 1937, 10, 73.
- 124ter. *G. A. Tichov*. Sur la déviation des rayons lumineux dans le champ de gravitation des étoiles.— *C. r. Acad. Sci. Moscou*, 1937, 16, 199; *Bull. Pulkova*, 1938, 16, N 130.
- 124<sup>4</sup>. *F. Zwicky*. Nebulae as gravitational lenses.— *Phys. Rev.*, 1937, 51, 290, 679.
125. *A. A. Mikhailov*. Measurement of the deflection of light by the sun's gravitational field during the eclipse of June 19, 1936.— *C. r. Acad. Sci. U.R.S.S.*, 1949, 29, 189—190.
126. *T. Matukuma*. In collaborat. *A. Omiki, S. Yosida, Y. Iwana*. On Einstein effect derived from the observations of the total solar eclipse of June 9.— *Japan. J. Astron. Geophys.*, 1940, 18, N 1, 51—73.
127. *A. A. Michailov*. *Phys. Ber.*, 1941, p. 934.
128. *E. Finlay-Freundlich, W. Ledermann*. The problem of the accurate determination of the relativistic light deflection.— *Monthly Notices*, 1944, 104, N 1, 40—47.
129. *Su Ching-Kiang*. Deflection of light in the gravitational field using Einstein geometry.— *Nature*, 1946, 157, 842.
130. *F. Barrows Colton*. Eclipse hunting in Brazil's ranchland.— *Nat. Geogr. Mag. U.S.A.*, septembre 1947, p. 285—324.
- 130bis. *Ph. Franck*. Einstein, his life and times. N. Y., A. Knopf, 1947; Trad. française par A. George. Einstein, sa vie et son temps. 1950, p. 212—219.
- 130ter. *P. Couderc*. L'expansion de l'univers. Presses Universitaires, 1950, p. 108.
131. *G. Van Biesbroeck*. The Einstein shift at the eclipse of May 20 1947 in Brazil.— *Astron. J.*, 1950, 55, N 1182, 49—53.
- 131bis. *A. Hoag*. A peculiar object in Serpens.— *Astron. J.*, 1950, 55, 378.
132. *M. W. Ovenden*. The solar eclipse of 1952. February 25.— *Sci. Progr.*, 1952, 40, 645—653.
133. *S. A. Mitchell*. Eclipses of the sun. N. Y., Columbia Univ. Press. 1 ed., 1923; 5 ed., 1951 (chap. XVIII, p. 404—434).
134. *G. Van Biesbroeck*. The relativity shift at the 1952 February 25 eclipse of the sun.— *Astron. J.*, 1953, 58, N 1207, 87—88.
135. *E. Loedel*. Deduccion directa de los tres efectos cruciales... *Arzeliès. Référence* (100), paragraphe (72 c.).
- 135bis. *G. Armellini*. La teoria della relativita nell'astronomia moderna. Dans: Cinquant'anni relativita. *Arzeliès. Référence* (102 bis), paragraphe (72), p. 335—375. Voir les pages 356—359.

- 135ter. *R. J. Trumpler*. Observational results on the light deflection and on red-shift in star spectra.— *Helv. phys. acta*, suppl. IV, Jubilee, 1956, p. 106—113.
136. *C. G. McVittie*. *Arzeliès. Référence* (36), paragraphe (19 bis), fasc. 1, 1956, p. 85—94.
137. *J. Palacios*. Revision de la teoria de la relatividad.— *Rev. Real Acad. Cienc. Madrid*, 1957, 51, 405—427.
138. *F. Winterberg*. Überprüfung der allgemeinen Relativitätstheorie durch Erdsatelliten.— *Nuovo cimento*, 1958, 8, N 1, 17—31.
139. *C. Darwin*. The gravity field of a particle.— *Proc. Roy. Soc.*, 1959, 249, 180—194.
140. *V. A. Fock*. *Arzeliès. Référence* (112), paragraphe (72), p. 200—203.
141. *A. A. Michailov*. The deflection of light in the gravitational field on the Sun.— *Monthly Notices*, 1959, 119, 593—608.
142. *G. M. Idlis, S. A. Gridneva*. *Izv. Astr. Inst. Kazachstan*, 1959, 9, 78.
143. *F. Link*. La déviation d'Einstein dans l'astronomie stellaire.— *Bull. Astron. Inst. Czechosl.*, 1961, 12, N 4, 132—136.
144. *E. Finlay-Freundlich*. Der Nachweis der Schwere des Lichtes.— *Naturwissenschaften*, 1960, 47, N 6, 123—127.
145. *H. Kluber*. The determination of Einstein's light deflection the gravitational of the Sun.— *Vistas in Astronomy*, III, London.
146. *G. V. Schrotsky*. De l'influence de la force de pesanteur sur la propagation de la lumière (en russe). — *Dokl. Acad. Nauk U.S.S.R.*, 1962, 144, N 1.
147. *R. L. Lillestrand*. Test of theory of relativity by measurement of gravitational light deflection.— *Proc. 6th Annual Meeting Amer. Astron. Soc.*, N. Y., 1960. N. Y., Mac Millan, 1961, p. 871—898.



## К ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ОСНОВАНИЯМ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Как известно, специальная теория относительности (СТО) базируется на двух постулатах: 1) принцип относительности; 2) постулат о независимости скорости света от выбора системы отсчета. Следствием указанных постулатов является требование лоренц-инвариантности законов. Проверка двух постулатов СТО должна обеспечивать в принципе и проверку лоренц-инвариантности законов. Отдельная проверка следствий лоренц-инвариантности считается важной, так как она указывает границы<sup>1</sup> и точность подтвержденности релятивистских соотношений, однако в принципиальном плане на первое место выдвигается проверка не следствий, а самих постулатов СТО [1—6].

В настоящее время имеется большое число экспериментов, проверяющих отдельные аспекты СТО. Однако, как будет показано ниже, полный набор опытов, проверяющих непосредственно постулаты СТО в традиционной форме, указать не удастся. Попытка восполнить этот пробел наталкивается на значительные экспериментальные трудности, и реализация проверки постулатов СТО в традиционной форме вряд ли в настоящее время осуществима.

Такое положение кажется неудовлетворительным, потому что, несмотря на важность проверки отдельных следствий, подтверждение постулатов имеет большую ценность, так как последние обладают аксиоматической полнотой и из их подтверждения должно следовать, в общем, и подтверждение всего объема теории<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> Под границей здесь подразумевается интервал значений  $\beta$ , для которых проверены релятивистские соотношения.

<sup>2</sup> Некритичное отношение к степени подтвержденности постулатов наносит ущерб и проверке отдельных следствий теории. Действ-

Для преодоления указанных затруднений в работе предлагается выбрать хорошо проверенные следствия СТО как постулаты, дополнив их до аксиоматической полноты. В качестве таких следствий предлагается использовать требование лоренц-инвариантности законов в одной системе отсчета при преобразованиях пространства-времени.

Ниже будет показано, что одно из следствий лоренц-инвариантности, а именно лоренцево сокращение длин, экспериментально не проверено. Для проверки последнего предложен эксперимент типа опыта Майкельсона с движением интерферометра относительно поверхности Земли.

Второй момент в экспериментальном основании СТО, который мы также обсудим, связан с появившимися в последнее время предложениями по постановке опытов первого порядка [7—14] (опыты, ожидаемый эффект в которых пропорционален  $\beta$  в первой степени). Ожидалось, что с помощью этих опытов удастся проверить не только независимость средней скорости света на пути туда и обратно от скорости наблюдателя, как это имеет место в опыте Майкельсона, но и независимость скорости света в каждом из направлений.

Вопрос об опытах первого порядка тесно связан с вопросом одновременности пространственно-разобщенных событий. В галилеевом пространстве можно ввести процедуру синхронизации (например, по способу, предложенному А. Эйнштейном). Однако введение процедуры синхронизации при этом в большой степени произвольно и зависит от соглашения. В случае, когда скорость света на пути туда и обратно не зависит от скорости наблюдателя, независимость скорости света в каждом из направлений, так же как и способ синхронизации, будет зависеть от соглашения. Это обстоятельство дает основание утверждать об отсутствии в этих опытах принципиальных отличий от опытов второго порядка. В частности, будет показано, что опыты первого порядка могут служить лишь косвенной проверкой релятивистского эффекта замедления времени.

---

вительно, предложения по проверке отдельных следствий СТО, особенно если предложенные эксперименты технически сложны, наталкиваются на непонимание, связанное с переоценкой степени подтвержденности постулатов.

В разд. I рассматриваются недостатки традиционной формы проверки СТО, в разд. II предлагается новая форма проверки теории и рассматривается экспериментальный материал; разд. III посвящен обсуждению опытов первого порядка.

## I. Постулаты СТО и форма их проверки

Первый постулат — принцип относительности — утверждает независимость законов от выбора инерциальной системы отсчета [15]. Каждая система отсчета при этом образована совокупностью приборов и эталонов, позволяющих с их помощью приписывать каждому событию четыре числа:  $x, y, z, t$ , а также измерять те величины, в терминах которых описываются явления (массы, заряды, напряженности полей и т. д.). Таким образом, первый постулат утверждает одинаковость математической формы законов, получаемых с помощью движущихся относительно друг друга разных приборных групп.

Второй постулат теории — постулат о независимости скорости света от выбора системы отсчета — дает явный вид преобразований — преобразований Лоренца, связывающих две движущиеся системы отсчета.

Самым характерным обстоятельством в этой схеме построения постулатов СТО является требование, чтобы в разных системах отсчета описывались *одни и те же события*. Именно это обстоятельство дает возможность из данных двух постулатов получить как преобразования Лоренца, так и требование лоренц-инвариантности законов.

При практической проверке первого постулата может оказаться неудобным описывать *одни и те же события* (например, один и тот же волновой фронт) с помощью *разных* систем отсчета, как это требуется аксиоматикой теории. Удобней оказывается описывать каждой системой отсчета свои, но аналогичные для разных систем отсчета процессы (опыты внутри каждой лаборатории с помощью приборных групп, неподвижных относительно своих лабораторий).

Хотя, казалось бы, при этом и проверяется принцип относительности в более «физической» трактовке (невозможность опытами внутри лаборатории обнаружить ее поступательное движение), однако проверка эта не со-

ответствует сформулированному выше принципу относительности.

Далее на нескольких примерах мы проиллюстрируем, что такая подмена эксперимента приведет к тому, что из него нельзя будет получить правильные следствия: 1) преобразования Лоренца; 2) лоренц-инвариантность законов.

#### 1. К нахождению преобразований координат, связывающих две системы отсчета

а) Покажем, что только из факта одинаковости законов внутри каждой из лабораторий нельзя получить явный вид преобразований координат.

Рассмотрим две лаборатории, движущиеся относительно друг друга. Обычно в качестве таких лабораторий выбирают движущуюся по орбите Землю в различных точках траектории, т. е. мысленно рассматривают *два комплекта* таких лабораторий. При этом считают, что наблюдатели в каждой из них могут описывать *свои* явления и сравнивать результаты наблюдений друг с другом.

Пусть в первой, «неподвижной» лаборатории с помощью опытов найдено, что уравнение фронта световой волны в координатах первой системы отсчета имеет вид

$$\left(\frac{\partial\omega_1}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\omega_1}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\omega_1}{\partial z}\right)^2 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial\omega_1}{\partial t}\right)^2 = 0, \quad (1)$$

где  $\omega_1(x, y, z, t)$  — волновая поверхность в первой лаборатории.

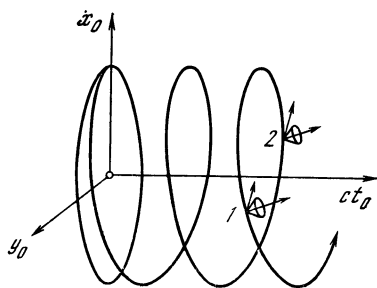
Примем также, что во второй, движущейся лаборатории при описании фронта световой волны в локальной области пространства, ограниченной второй лабораторией, приходят к уравнению аналогичного вида

$$\left(\frac{\partial\omega_2}{\partial x'}\right)^2 + \left(\frac{\partial\omega_2}{\partial y'}\right)^2 + \left(\frac{\partial\omega_2}{\partial z'}\right)^2 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial\omega_2}{\partial t'}\right)^2 = 0, \quad (2)$$

где  $\omega_2(x', y', z', t')$  — волновая поверхность во второй лаборатории.

Мы здесь вынуждены различать волновые поверхности в первой и во второй лабораториях потому, что вследствие несовпадения пространственно-временных областей, занимаемых двумя лабораториями, в каждой из них имеют дело с *разными* волновыми поверхностями, с разными событиями.

Обычно преобразования Лоренца получают из уравнений типа (1) и (2) в случае, когда индексы 1 и 2 при  $\omega$  отсутствуют. Однако это имеет место тогда, когда в двух лабораториях рассматривают *одно* событие (одну световую вспышку). Естественно, что когда в качестве двух лабораторий рассматривают движущуюся по орбите Землю в различных точках ее траектории (а следовательно, и в различных пространственно-временных областях),



**Рис. 1.** Траектория Земли при движении по орбите в пространстве  $x_0, y_0, z_0$  гелиоцентрической системы

В двух разных пространственно-временных точках траектории испускаются световые вспышки (точки 1 и 2). В точке 1 вид первого фронта:  $x_1^2 + y_1^2 - c^2 t_1^2 = 0$ ; в точке 2 вид второго фронта аналогичен:  $x_2'^2 + y_2'^2 - c^2 t_2'^2 = 0$  (результат опыта Майкельсона)

то имеют дело с разными световыми конусами — волновыми поверхностями, с разными событиями (рис. 1):

Из-за того, что  $\omega_1$  и  $\omega_2$  — разные волновые поверхности, из уравнений (1) и (2) нельзя непосредственно получить преобразования координат, связывающих показания приборов в одной лаборатории с показаниями приборов в другой лаборатории, т. е. связь

$$x_j = f_j(x_s) \quad (j, s = 0, 1, 2, 3).$$

*Следовательно, путем локальных измерений внутри каждой из движущихся относительно друг друга лабораторий и сопоставления результатов измерений друг с другом нельзя получить преобразований координат между этими лабораториями.*

б) Покажем теперь, как можно было бы получить преобразования координат, связывающие две системы отсчета.

Предоставим каждому наблюдателю возможность описывать с помощью своих приборов (т. е. в своих координатах) процессы как в своей, так и в другой лаборатории. Результаты этих измерений, полученные разными наблюдателями, сравниваются друг с другом.

Так, например, если «неподвижный» наблюдатель, измеряя фронт световой волны внутри движущейся лаборатории, обнаружит, что этот фронт описывается уравнением вида

$$\left(\frac{\partial\omega_2}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\omega_2}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\omega_2}{\partial z}\right)^2 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial\omega_2}{\partial t}\right)^2 = 0, \quad (3)$$

то из (2) и (3) он придет к выводу, что показания приборов в двух лабораториях (т. е. координаты двух систем отсчета) связаны преобразованиями Лоренца<sup>3</sup>.

Если же «неподвижный» наблюдатель найдет в движущейся лаборатории уравнение вида

$$\left(\frac{\partial\omega_2}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\omega_2}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\omega_2}{\partial z}\right)^2 - \frac{1}{c^2}\left(V\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t}\right)^2\omega_2 = 0, \quad (4)$$

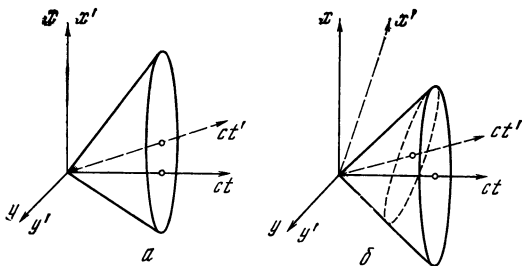
где  $V$  — скорость движущейся лаборатории, то из уравнений (2) и (4) наблюдатель в первой системе отсчета получит преобразования Галилея (рис. 2 и 3).

Уравнение (4) соответствует гипотезе «полностью увлекаемого эфира», т. е. случаю, когда движение окружающих тел (лаборатории) оказывает влияние на процесс распространения света в ее окрестности.

Таким образом, мы видим, что для получения преобразований координат необходимо либо с помощью двух систем отсчета измерять один и тот же волновой фронт, либо иметь дополнительную информацию о влиянии движения окружающих тел на распространение света в вакууме.

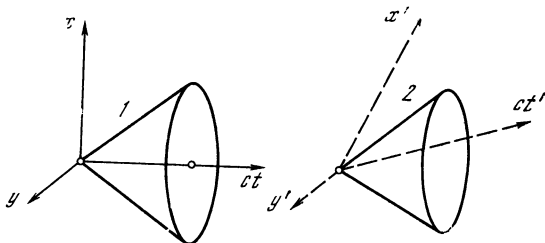
Если мы в качестве движущихся систем отсчета рассматриваем Землю в двух точках ее траектории, то такой возможности описывать один и тот же фронт в двух системах отсчета мы принципиально не имеем (см. рис. 1). Поэтому для получения преобразований координат нам необходима дополнительная информация о влиянии движения окружающих тел на распространение света. Такую информацию могут дать, например, опыты по измерению аберрации звезд. Известно, что возможность уравнения типа (4) исключается наблюдаемой аберрацией звезд. К сожалению, невысокая точность измерения аберрации не позволяет исключить в уравнении фронта световой вол-

<sup>3</sup> Для получения преобразований необходимо также два дополнительных условия: требование линейности преобразований [16], а также требование, чтобы преобразования образовывали группу.



**Рис. 2.** Геометрическое представление преобразований Галилея и Лоренца

*a* — преобразования Галилея:  $x' = x - vt$ ,  $y' = y$ ,  $t' = t$  в пространстве  $x, y, t$  сводятся к наклону оси  $t$  в плоскости  $xt$ . Асимметричный конус в пространстве  $x, y, t$ :  $(x - vt)^2 + y^2 - c^2t^2 = 0$  переходит в пространстве  $x', y', t'$  в симметричный:  $x'^2 + y'^2 - c^2t'^2 = 0$ ; *b* — преобразования Лоренца в пространстве  $x, y, t$  сводятся к наклону осей  $x$  и  $t$  в плоскости  $xt$  и к изменению масштаба для осей  $x$  и  $t$ . Симметричный конус в пространстве  $x, y, t$ :  $x^2 + y^2 - c^2t^2 = 0$  переходит в пространстве  $x', y', t'$  в симметричный.  $x'^2 + y'^2 - c^2t'^2 = 0$



**Рис. 3.** Случай двух пространственно-разобщенных лабораторий

В системе отсчета каждой из лабораторий наблюдаются два симметричных световых конуса 1 и 2. Вид конуса 2 в координатах системы отсчета  $S$  мы из прямых экспериментов не знаем. Например, если прямые замеры вида конуса 2 в координатах  $S$  дают симметричный конус, то системы  $S$  и  $S'$  связаны преобразованиями Лоренца. Если измерения дают асимметричный конус (как на рис. 2, *a*), то  $S$  и  $S'$  связаны преобразованиями Галилея

ны в движущейся лаборатории появление членов  $\sim V^2/c^2$ . Поскольку сами релятивистские эффекты пропорциональны  $\beta^2$ , такая неопределенность является значительной и не позволяет однозначно получать преобразования координат. Ниже (II, § 2, п. «г») будет приведен пример такого нарушения вида уравнения (3).

## 2. К проверке лоренц-инвариантности законов

В предыдущем параграфе мы охарактеризовали ситуацию, возникающую при нахождении вида преобразований координат между двумя системами отсчета.

В этом параграфе обсудим следующий вопрос: позволяют ли современные эксперименты по проверке принципа относительности <sup>4</sup> при уже установленных преобразованиях координат проверить лоренц-инвариантность законов? Ответ: нет, не позволяют.

Для доказательства построим модель с двумя эквивалентными, пространственно-разделенными лабораториями, связанными преобразованиями Лоренца, в которых законы имеют одинаковый вид, но часть законов в каждой из лабораторий инвариантна к одним, а другая часть законов — к другим преобразованиям координат. Это будет автоматически означать отсутствие лоренц-инвариантности законов в каждой из лабораторий.

Возьмем две движущиеся относительно друг друга лаборатории. Примем, что в одной из них, неподвижной, имеет место уравнение (1), описывающее процесс распространения света, а также сохраняется количество движения, определяемое законами классической механики:

$$\sum_i m_i v_{ix} = \text{const}, \quad \sum_i m_i v_{iy} = \text{const}. \quad (5)$$

Предположим далее, что при измерениях за пределами области пространства, занимаемой неподвижной лабораторией, обнаружено нарушение уравнений (5), при этом такое нарушение тем больше, чем ближе исследуемая область пространства к области, занимаемой в данный момент движущейся лабораторией. Положим, что внутри движущейся лаборатории уравнения, описывающие процесс соударения частиц, имеют вид

$$\sum \frac{m_s (v_{sx} + V)}{1 + \frac{v_{sx} V}{c^2}} = \text{const}, \quad \sum \frac{m_s v_{sy} \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{v_{sx} V}{c^2}} = \text{const}, \quad (6)$$

где  $v_{sx}$ ,  $v_{sy}$  — составляющие скорости  $s$ -й частицы в движущейся лаборатории, измеренные с помощью приборов

<sup>4</sup> Опыты, поставленные внутри лаборатории с целью обнаружить ее поступательное движение.



из неподвижной лаборатории;  $V = \beta c$  — скорость движущейся лаборатории.

Распространение света в неподвижной лаборатории описывается уравнением (1). Примем теперь, что за пределами пространства неподвижной лаборатории не обнаружено никакого отклонения от уравнения (1), т. е. определенное путем измерений из неподвижной лаборатории оно имеет такой же вид и в области пространства, занимаемой движущейся лабораторией (уравнение (3)).

Пусть, наконец, система отсчета движущейся лаборатории связана с системой отсчета неподвижной лаборатории преобразованиями Лоренца.

Используя преобразования Лоренца, мы можем найти вид уравнения (6), но уже в координатах движущейся системы отсчета (второй лаборатории). Уравнение (6), описывающее соударение частиц в движущейся лаборатории, в координатах движущейся лаборатории будет

$$\sum_s m_s v'_{sx} = \text{const}, \quad \sum_s m_s v'_{sy} = \text{const}, \quad (7)$$

что совпадает с (5).

В свою очередь преобразования Лоренца не изменят уравнения светового фронта (3) в движущейся лаборатории, т. е. измеренное в координатах движущейся лаборатории оно будет иметь вид (2).

Совпадение уравнений (5) и (1) с (7) и (2) в двух лабораториях означает одинаковость законов в двух лабораториях. При этом уравнения *не инвариантны по отношению к одному преобразованию*. Таким образом, наша цель достигнута.

Понять смысл приведенного примера очень легко, если вспомнить, что подобного рода рассуждения обычно приводятся при обсуждении скорости распространения света в гипотезе «увлекаемого эфира». В этом примере мы как бы имеем «полностью увлекаемый эфир» для механических процессов, который нам позволил обеспечить одинаковый вид законов внутри каждой из лабораторий при отсутствии лоренц-инвариантности их.

### 3. Экспериментальная ситуация при проверке СТО в традиционной форме

Вышесказанное в § 1—2 можно резюмировать следующим образом.

1. Явный вид преобразований координат, связывающих две системы отсчета, можно найти при измерении одного и того же волнового фронта (одних и тех же событий) в координатах этих систем отсчета. Если в качестве двух таких систем отсчета мы рассматриваем Землю в двух точках ее траектории, то мы принципиально такой возможности не имеем.

2. Если в каждой из движущихся лабораторий измеряются разные волновые поверхности, то для получения преобразований координат между системами отсчета этих лабораторий необходима информация о влиянии движения окружающих тел на распространение света в вакууме. Такую информацию в членах первого порядка относительно  $V/c$  дают опыты по измерению абберации звезд. Однако этого недостаточно, так как появление в уравнении светового фронта членов  $V^2/c^2$  приведет к преобразованиям координат, отличающихся от преобразований Лоренца членами  $\sim \beta^2$ , что одного порядка с величинами релятивистских эффектов. Следовательно, традиционным способом преобразования Лоренца не проверяются.

3. Даже в случае, если бы мы имели два экземпляра пространственно-разделенных лабораторий, движущихся относительно друг друга, в которых явления протекают одинаковым образом, и установили, что системы отсчета этих лабораторий связаны преобразованиями Лоренца, то только из этого нельзя было бы непосредственно получить *лоренц-инвариантность* законов, так как в каждой лаборатории описываются *разные* события, что не позволяет установить трансформационные свойства получаемых в каждой из лабораторий законов.

Третий вывод говорит о том, что двух постулатов СТО недостаточно для получения лоренц-инвариантности законов, когда принцип относительности трактуется как «одинаковость протекания процессов в двух лабораториях». Нужно еще быть убежденным, что вид законов не меняется от точки к точке, как это было на примере уравнений (5), (6). Это вызывает необходимость «дотянуться» приборами из неподвижной системы отсчета до движущейся. Но в этом случае в координатах двух сис-

тем отсчета будут описываться одни и те же события, т. е. мы приходим к необходимости проверки первой формулировки принципа относительности!

Итак, для проверки постулатов СТО в традиционной форме нам нужны одна физическая система и две движущиеся системы отсчета, с помощью которых описываются явления в этой физической системе. Ясно, что одна только Земля, движущаяся по орбите, не может обеспечить две системы отсчета, в которых рассматривались бы одни и те же события.

Если в качестве «неподвижной» системы отсчета взять Землю, то нам нужно воссоздать еще и движущуюся относительно Земли с релятивистской скоростью систему отсчета. Реализация такой системы, установление с ее помощью факта тождественности законов в физической системе, с которой экспериментирует неподвижный наблюдатель, с законами, полученными неподвижным наблюдателем, — вряд ли в настоящее время такая программа осуществима.

## II. К экспериментальной проверке СТО

### 1. Лоренц-инвариантность законов

Как было показано в предыдущем разделе, правильные опыты по проверке постулатов СТО трудно поставить, так как трудно реализовать две системы отсчета, движущиеся относительно друг друга с релятивистской скоростью. В связи с этим можно задать вопрос: нельзя ли как-нибудь эти трудности обойти, изменив систему постулатов? Конечно, измененная система должна быть эквивалентна предыдущей.

Прежде чем рассмотреть новый конкретный набор аксиом, обратим внимание на следующее обстоятельство. Принцип относительности мы трактовали как независимость законов физической системы от выбора системы отсчета. Последнее означает инвариантность равенства ну-

лю вариации действия  $\delta S = \delta \int_a^b dS$  при переходе от ко-

ординат одной системы отсчета к другой. Второй постулат дает явный вид этих преобразований — преобразования

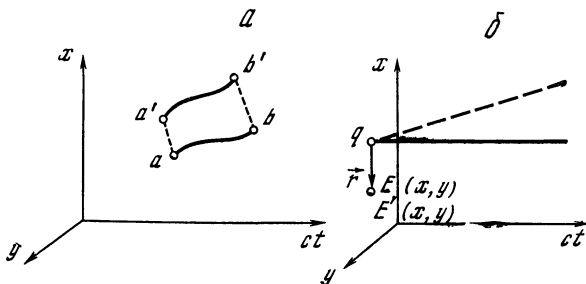


Рис. 4. К лоренц-инвариантности в одной системе отсчета

$a$  — при переходе к новым точкам пространства-времени с помощью преобразований Лоренца линия  $ab$  переходит в линию  $a'b'$ , при этом если линия  $ab$  соответствовала истинной траектории, то и линия  $a'b'$  также будет соответствовать истинной траектории;  $b$  — при преобразовании пространства-времени поле неподвижного заряда  $E(x, y, t)$  перейдет в поле  $E'(x, y, t)$  и будет соответствовать полю движущегося заряда

Лоренца. Постулаты СТО утверждают инвариантность вариации действия при переходе от одной системы отсчета к другой с помощью преобразований Лоренца.

Вместе с тем преобразования Лоренца можно трактовать не как переход к новой системе отсчета, а как переход к новым точкам (событиям) пространства-времени при неизменной системе отсчета<sup>5</sup>. Мировая линия,

вдоль которой берется интеграл  $\int_a^b dS$ , при этом преобразуется в новую мировую линию с помощью лоренцевых преобразований.

Требование, накладываемое принципом относительности, при этом будет уже означать равенство нулю вариации действия  $\delta S = \delta \int_a^b dS$  при переходе от одной миро-

вой линии к другой при неизменной системе отсчета (рис. 4,  $a$ ). Это означает, что если линия  $ab$  была истинной траекторией, то и линия  $a'b'$ , получаемая из первой путем преобразований Лоренца, также будет истинной траекторией.

<sup>5</sup> Математическая эквивалентность двух подходов при изучении инвариантных свойств подчеркивалась неоднократно (см., например, [17, гл. 5; 18, стр. 449; 19; 20, стр. 26, 35]).

Инвариантность вариации действия к преобразованию пространства-времени с помощью преобразований Лоренца приводит в свою очередь к требованию, чтобы все физические величины были соответствующими тензорами преобразования Лоренца. Только теперь физическая величина преобразуется по тензорному правилу не при переходе в новую систему отсчета, а при переходе к новым точкам пространства-времени.

Так, если мы имеем мировую линию неподвижного заряда в виде сплошной прямой (рис. 4, б), при этом в плоскости  $xu$  задана напряженность поля  $E(x, y)$ , то при преобразовании мировой линии с помощью преобразований Лоренца она перейдет в пунктирную и будет соответствовать мировой линии заряда, движущегося относительно системы отсчета. Вектор  $E$ , преобразующийся как компонента тензора электромагнитного поля, будет соответствовать полю движущегося заряда  $E'(x, y)$ .

Таким образом, *требование лоренц-инвариантности законов в одной системе отсчета является математическим выражением релятивистской механики*<sup>6</sup>. Это требование эквивалентно двум постулатам СТО. Действительно, если законы лоренц-инвариантны в одной системе отсчета, то всегда можно найти другую систему отсчета (она будет связана с первой преобразованиями Лоренца), в которой законы не изменят своего вида (первый постулат СТО). С другой стороны, лоренц-инвариантность законов в одной системе отсчета означает, что фронт световой волны в вакууме не может зависеть от скоростей каких-либо окружающих тел и, будучи измерен в координатах движущейся системы отсчета, связанной с неподвижной преобразованиями Лоренца, не изменит своего вида (второй постулат СТО).

Итак, мы видим, что для проверки СТО нет необходимости воссоздавать движущуюся относительно Земли с релятивистской скоростью систему отсчета. Достаточно иметь только одну систему отсчета и убедиться что в ней законы лоренц-инвариантны.

---

<sup>6</sup> Любопытно, что понятие лоренц-инвариантности законов в одной системе отсчета встречает часто непонимание. При этом допускают, что хотя еще ни разу не была воссоздана система отсчета, движущаяся относительно Земли с релятивистской скоростью, лоренц-инвариантность законов как-то была подтверждена и без этого!

## 2. Проверка лоренц-инвариантности законов

Как проверять лоренц-инвариантность законов в одной системе отсчета? Для этого нужно получить явный вид законов в этой системе отсчета и, переписывая их в штрихованных координатах с помощью преобразований Лоренца, убедиться, что они при этом не меняют своего вида.

Лоренц-инвариантное выражение для действия  $S$  будет [21]

$$S = \int_a^b \left\{ \sum_i \left[ -m_i c^2 \sqrt{1 - \beta_i^2} + \frac{e_i}{c} (A v_i) - e_i \varphi \right] + \frac{1}{8\pi} \int (E^2 - H^2) dv \right\} dt, \quad (8)$$

где  $m_i$ ,  $e_i$ ,  $v_i$  — соответственно масса, заряд и скорость  $i$ -й частицы;  $A$ ,  $\varphi$ ,  $E$ ,  $H$  — потенциалы и напряженности электромагнитного поля. Для замкнутой системы будут иметь место 10 законов сохранения (по числу параметров группы преобразований, оставляющих неизменным дей-

ствие  $S = \int_{t_1}^{t_2} L dt$  для замкнутой системы), а именно: за-

кон сохранения энергии-импульса (4 параметра), закон сохранения момента количества движения и центра инерции (6 параметров). Экспериментальная проверка релятивистского вида лагранжиана

$$L = \sum_i \left[ -m_i c^2 \sqrt{1 - \beta_i^2} + \frac{e_i}{c} (A v_i) - e_i \varphi \right] + \frac{1}{8\pi} \int (E^2 - H^2) dv$$

должна состоять из проверки той его части, которая описывает свободные частицы, т. е.  $\sum_i -m_i c^2 \sqrt{1 - \beta_i^2}$ , вто-

рой части, описывающей взаимодействие частиц с полем  $\sum_i \left[ \frac{e_i}{c} (A v_i) - e_i \varphi \right]$  или движение частиц в поле

$\sum_i \left[ -m_i c^2 \sqrt{1 - \beta_i^2} + \frac{e_i}{c} (A v_i) - e_i \varphi \right]$ , и, наконец, третьей

части, описывающей само поле:  $\frac{1}{8\pi} \int (E^2 - H^2) dv$ .

а) Проверка вида лагранжиана для свободных частиц. Поскольку для свободных частиц в уравнении Лагранжа ( $q_s$  — декартовы координаты)

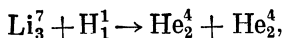
$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial L}{\partial q_s} = 0$$

член  $\partial L / \partial q_s$  равен нулю, то из уравнения для свободных частиц следует, что импульс  $p = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s} = \text{const}$  или что ча-

стицы движутся прямолинейно и равномерно. Такой же вывод следует для свободных частиц в случае нерелятивистской механики. Поэтому проверка вида лагранжиана для свободных частиц должна состоять в проверке законов сохранения, таких как закон сохранения энергии-импульса, закон сохранения момента и центра инерции.

Обычно закон сохранения энергии-импульса проверяется с помощью процессов соударения элементарных частиц. Если движущаяся частица сталкивается с неподвижной частицей равной ей массы (массы покоя), то из закона сохранения энергии-импульса следует, что угол разлета после их столкновения будет острым (угол тем меньше, чем выше скорость налетающей частицы). В нерелятивистской механике этот угол равен  $90^\circ$  вне зависимости от скорости соударения. В работе [22] производилось измерение углов разлета после столкновения. Было отмечено хорошее совпадение их с вычисленными на основе релятивистских соотношений.

Отдельно закон сохранения энергии хорошо проверяется с помощью ядерных реакций. Например, если литий  $\text{Li}_3^7$  подвергнуть бомбардировке протонами



то в результате получают две  $\alpha$ -частицы. Массы всех частиц, участвующих в реакции, можно определить с помощью масс-спектрометра. Измеряя кинетическую энергию протона и  $\alpha$ -частиц и сравнивая ее с энергией, обусловленной дефектом массы, можно проверить закон сохранения энергии. Точность проверки при этом оказывается равной 0,3% [23].

Как пример выполнения закона сохранения энергии-импульса можно привести эффект Комптона. При рас-

сеянии рентгеновских лучей на внешних слабо связанных электронах атома происходит изменение длины волны рассеиваемого излучения. Если угол между первичным и рассеянным пучками лучей равен  $90^\circ$ , то изменение длины волны будет  $\Delta\lambda = 24,655X$ . Экспериментальное определение малых поправок к указанной величине  $\Delta\lambda$  [24] показывает справедливость расчетов по релятивистским соотношениям с точностью  $0,2\%$ .

В области высоких энергий ( $E = 2 \div 10 \text{ Гэв}$ ) на процессе упругих соударений протонов можно показать справедливость закона сохранения энергии-импульса при  $\beta \simeq 0,96$  с точностью  $3\%$  [25] при различных скоростях с. ц. м. относительно системы наблюдения.

б) Проверка лагранжиана для частиц в поле. Из уравнения Лагранжа для  $L = \sum \left[ -m_i c^2 \sqrt{1 - \beta_i^2} + \frac{e_i}{c} (\mathbf{A} \mathbf{v}_i) - e_i \varphi \right]$  получается уравнение для движения заряда в поле

$$\frac{d}{dt} \frac{m_{0i} \mathbf{v}_i}{\sqrt{1 - \beta_i^2}} = e_i \mathbf{E} + \frac{e_i}{c} [\mathbf{v}_i \mathbf{H}], \quad (9)$$

где по определению

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad} \varphi, \quad \mathbf{H} = \text{rot} \mathbf{A}. \quad (10)$$

Из (9) видно, что лоренц-инвариантный вид лагранжиана для частиц в поле приводит к неинвариантности массы заряженной частицы. Последняя возрастает со скоростью пропорционально  $1/\sqrt{1 - \beta^2}$ . Это возрастание должно приводить к тому, что траектория заряженной частицы в поле должна отличаться от траектории в случае постоянства ее массы.

Экспериментальная проверка показала [26], что масса электрона не остается постоянной, а возрастает со скоростью пропорционально  $1/\sqrt{1 - \beta^2}$ .

Вообще экспериментов, в которых измерялась зависимость массы от скорости, было очень много. Так, в работе [27] показано, что зависимость массы от скорости для протонов с  $\beta = 0,81$  подтверждается с точностью  $0,4\%$ . Как отмечается в [12], отклонение от релятивистского вида зависимости массы от скорости на  $0,05\%$  должно было бы привести к полной дефазировке при ускорении электронов в линейном ускорителе. В частности, разра-



ботка новых типов ускорителей (синхрофазотрон, синхроциклотрон, фазотрон) была вызвана тем, что в применявшемся до них ускорителе — циклотроне происходила рассинхронизация процесса ускорения вследствие возрастания масс ускоряемых частиц (протонов, нейтронов,  $\alpha$ -частиц).

в) *Проверка функции Лагранжа для поля.* Из равенств (10) получаются два уравнения Максвелла:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{H} = 0.$$

С другой стороны, из принципа наименьшего действия в случае, когда действие включает член  $\int (E^2 - H^2) dv$ , определяющий само поле, при варьировании потенциалов поля могут быть получены [21] остальные два уравнения Максвелла:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad \operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi\rho.$$

В случае, когда  $\rho = 0$ ,  $\mathbf{j} = 0$  (вакуум), из уравнений Максвелла получается (см. [16, стр. 22]) уравнение распространения вида (1). Из (1) следует, что скорость света в вакууме изотропна, не зависит от скорости источника, а также от скоростей окружающих тел.

Изотропность скорости света в вакууме, начиная с опыта Майкельсона, подтверждается большим числом экспериментов аналогичного вида, поставленных в попытке обнаружения влияния движения Земли на скорость света [28]. Наиболее точный эксперимент был проведен сравнительно недавно [29]. Был сделан вывод, что скорость света изотропна с точностью до  $10^{-7}$ .

В качестве опытов, подтверждающих независимость (с точностью до членов, пропорциональных  $\beta$ ) скорости света в вакууме от скоростей окружающих тел, можно рассматривать опыты по определению аберрации звезд, а также опыт Майкельсона — Гэйла [30]. Если бы свет увлекался движением Земли, то аберрация не наблюдалась. Во втором опыте проверялась степень увлечения света Землей при ее суточном вращении. Луч, обогатый контур в двух направлениях, давал смещение полос интерференции, что означало отсутствие такого увлечения. Как уже отмечалось, точность этих экспериментов недос-

таточно, чтобы исключить появление членов второго порядка относительно  $\beta$  в уравнении фронта световой волны в вакууме. Поскольку релятивистские эффекты сами зависят от  $\beta^2$ , то указанная неопределенность значительна.

Независимость скорости света от скорости источника подтверждена с точностью 0,013% при  $\beta_{и} = 0,99955$  ( $\beta_{и} = v_{и}/c$ , где  $v_{и}$  — скорость источника) [31]. Высокая точность опыта, а также большое значение  $\beta$  позволяют сделать заключение о независимости скорости света от скорости источника не только в членах  $\sim \beta$ , но и в членах более высокого порядка.

Независимость скорости света от скорости вземных источников была подтверждена с точностью 2—12% [32—34].

г) *Лоренцево сокращение длин.* Сокращение длин при традиционном построении СТО является следствием преобразований Лоренца. В нашей схеме преобразования Лоренца не означают переход в новую систему отсчета и служат лишь для конкретизации группы инвариантности при формулировке законов в одной системе отсчета. Однако можно представить, что этими преобразованиями мы пользуемся также и для перехода в новую, движущуюся систему отсчета (явный вид преобразований, заданный таким образом, определяет только способ градуировки пространственно-временных координат движущейся системы отсчета). При этом в новой системе отсчета мы получили бы те же законы, а следовательно, соответственные процессы там должны были бы протекать одинаковым образом с процессами в неподвижной системе отсчета.

Так, если интерферометр Майкельсона в неподвижной системе отсчета при повороте не дает смещения полос, то и движущийся вместе с новой системой отсчета интерферометр также не должен был бы приводить к смещению полос интерференции. Последнее же может быть только тогда, когда продольное плечо движущегося интерферометра сжимается в  $1/\sqrt{1 - \beta^2}$  раз (см., например, [2, стр. 40; 12; 35]). Следовательно, сокращение длин в нашей схеме является следствием лоренц-инвариантности законов.

Говоря об экспериментальной проверке сокращения длин, можно отметить, что обычно в качестве опыта, подтверждающего лоренцево сокращение, указывают опыт Майкельсона с неподвижным относительно Земли интерферометром. Однако, как мы указывали выше (I, § 1), для

того чтобы на основании факта изотропности света внутри лаборатории получить преобразования Лоренца, необходима дополнительная информация (с точностью до  $\beta^2$ ) о влиянии движения окружающих массивных тел (в данном случае — Земли) на распространение света. Так как из современных экспериментов мы такой информации не имеем, то опыт Майкельсона в таком виде нельзя рассматривать как подтверждение лоренцева сокращения длин.

Часто указывают, что необходимость принятия эффекта сокращения длин, исходя из результата опыта Майкельсона, следует из невозможности совместного объяснения таких опытов, как опыт Майкельсона, опыт по измерению аберрации звезд, опыт по проверке независимости скорости света от скорости источника без привлечения эффекта сокращения длин. Покажем на примере, что это не так. Допустим, что в неподвижной относительно звезд системе отсчета свет вблизи окрестности движущейся Земли (под влиянием этого движения) распространяется анизотропно, а именно, скорость его вдоль оси  $x$  (движение Земли тоже по оси  $x$ ) в ту и другую сторону равна  $c/\sqrt{1 - \beta^2}$ ; вдоль оси  $y$  — соответственно  $c$ . В этом случае, как нетрудно показать, будет иметь место как нулевой результат опыта Майкельсона при движущемся интерферометре (интерферометр неподвижен относительно Земли), так и правильное (с точностью до членов  $\sim \beta^2$ ) значение для аберрации. Вместе с тем, поскольку в первой системе отсчета свет распространяется анизотропно, то неподвижный интерферометр (он движется относительно Земли) будет давать смещение полос при повороте (луч вдоль движения Земли проходит путь быстрее поперечного луча). Поэтому наблюдатель на Земле придет к выводу, что сокращение длин имеется, но не лоренцево  $\sim \sqrt{1 - \beta^2}$ , а гораздо большее  $\sim (1 - \beta^2)$ , так как продольный луч вместо того, чтобы отстать (отсутствие сокращения) от поперечного луча или прийти одновременно с ним (лоренцево сокращение), приходит раньше поперечного (сокращение больше лоренцева). Этот пример показывает, что перечисленные опыты не определяют однозначно сокращения длин.

Сокращение длин можно было бы проверить с помощью опыта Майкельсона, но с движущимся относительно Земли интерферометром. Интерферометр на газовых лазерах [29]

при скорости 300 м/сек мог бы подтвердить сокращение длины с точностью 10%. Постановка такого опыта на искусственном спутнике дала бы более надежный результат.

д) *Замедление времени.* Покажем, что из лоренц-инвариантности законов следует замедление времени движущихся часов. Для этого, как и выше, предположим, что мы имеем движущуюся систему отсчета, в которой градуировка осуществлена таким образом, чтобы с неподвижной системой движущаяся система была связана преобразованиями Лоренца. Из-за того, что в неподвижной системе отсчета законы лоренц-инвариантны, в движущейся системе отсчета они будут иметь тот же вид, что и в неподвижной; это значит, что все процессы в движущейся системе отсчета будут протекать одинаково с процессами в неподвижной системе. Если в неподвижной системе отсчета мы имеем разноплечий интерферометр (опыт Кеннеди — Торндайка), который не дает смещения полос интерференции при повороте, то такой же интерферометр, движущийся вместе с новой системой отсчета, также не должен был бы давать смещений полос интерференции. При наличии сокращения длин это возможно только тогда, когда частота источника света движущегося интерферометра претерпевает релятивистское изменение [35], т. е. при наличии замедления времени движущихся часов.

Замедление времени движущихся часов может быть проверено отдельными опытами: путем измерения времени жизни движущихся мезонов, а также с помощью поперечного доплер-эффекта.

Мезон представляет собой нестабильную частицу, которая распадается по прошествии некоторого промежутка (в среднем) времени. Для покоящегося мезона можно измерить время жизни, тормозя поток мезонов в веществе и измеряя интервал времени между актом остановки и актом распада мезона. Для получения времени жизни движущихся мезонов изучают изменение интенсивности мезонов космического происхождения с высотой. Каждому среднему времени жизни мезонов соответствует свой ход изменения интенсивности в зависимости от высоты над поверхностью Земли. Измерения показывают, что время жизни движущихся мезонов увеличивается в  $1/\sqrt{1-\beta^2}$  раз при  $\beta = 0,99$  с точностью 12% [36].

Поперечный доплер-эффект обусловлен замедлением периодического процесса при испускании света движущимся

атомом (в нерелятивистской теории, где указанное замедление отсутствует, поперечного доплер-эффекта нет).

В одном из экспериментов молекулярные ионы водорода ускорялись приложенным напряжением до скорости  $2,8 \cdot 10^6$  м/сек. Соударение последних с атомами водорода приводило к образованию возбужденных состояний. Измерение частоты света при испускании его движущимся атомом позволило проверить замедление времени при  $\beta = 9 \cdot 10^{-3}$  с точностью 5% [37] (более подробный анализ экспериментов указанного типа дан в работах [2, 4, 12]).

Другой тип экспериментов по измерению поперечного доплер-эффекта основан на использовании эффекта Мёссбауэра. На оси вращающегося ротора располагался источник  $\gamma$ -лучей ( $\text{Co}^{57}$ ), излучение которого поглощалось при прохождении фольги из  $\text{Fe}^{57}$ , расположенной на внешнем диаметре ротора [38]. При вращении ротора происходило изменение поглощения, обусловленное сдвигом резонансной частоты поглотителя при движении. Замедление времени было подтверждено при  $\beta = 7 \cdot 10^{-7}$  с точностью 1% [38].

### III. Опыты первого порядка

Как указывалось выше, опытами первого порядка называются опыты, в которых ожидаемый эффект, обусловленный поступательным движением системы наблюдения, пропорционален отношению  $v/c$ , где  $v$  — скорость движения системы наблюдения относительно выделенной системы отсчета. Основным мотивом в предложениях постановки опытов первого порядка является утверждение, что опыты второго порядка (например опыт Майкельсона) дают возможность проверить изотропность средней скорости света на пути туда и обратно, но не позволяют проверить изотропность скорости в отдельности на пути туда и на пути обратно, т. е. не позволяют проверить справедливость принципа относительности не для средней скорости света [7—14, 39—40].

Определение несредней скорости света тесно связано с понятием одновременности пространственно-разобценных событий. Эту взаимосвязь мы рассмотрим ниже.

## 1. Одновременность пространственно-разобщенных событий

Пусть мы имеем координатную сетку, в каждом узле которой расположены часы. Чтобы с помощью этой системы координат описывать события, необходимо связать показания часов, т. е. «синхронизовать» их. Под синхронизацией часто понимают такой способ установки часов, при котором все они показывают «одинаковое время».

Так, если бы мы имели изотропный сигнал, то время его прихода, например из середины отрезка к двум его концам, было бы одинаковым, что давало бы практический рецепт такой синхронизации часов, при которой все они показывали бы «одинаковое время».

Однако, как это отмечал А. Эйнштейн [15, 41], экспериментально может быть проверена изотропность только *средней* скорости на пути туда и обратно, так как измерение скорости и, в частности, проверка независимости скорости (несредней) от направления уже требуют синхронизованного ряда часов. Получается замкнутый логический круг. Синхронизация требует информации о времени прохождения пути; эта же информация о времени запаздывания необходима и для определения скорости (см. также [43]).

Без синхронизации часов мы можем найти только среднюю скорость прохождения сигналом пути туда и обратно, поскольку интервал времени определяется одними часами. Но, как и выше, мы не можем определить, какую часть общего времени сигнал затрачивает на путь «туда» и какую на путь «обратно».

Покажем, что понятие «изотропный сигнал» определяется принятым способом синхронизации.

Пусть мы имеем сигнал, средняя скорость которого изотропна. Это означает, что время, необходимое на прохождение светом пути туда и обратно, не зависит от направления, т. е.

$$\frac{1}{c(\varphi)} + \frac{1}{c(\varphi + \pi)} = \frac{2}{c_0},$$

где  $c_0 = \text{const}$ , а  $c(\varphi)$  — произвольная функция угла  $\varphi$ , заданная в интервале углов от 0 до  $\pi$ . Для  $c(\varphi + \pi)$  имеем

$$c(\varphi + \pi) = \frac{c_0}{2 - \frac{c_0}{c(\varphi)}}.$$

В силу произвольности  $c(\varphi)$ , вообще говоря,  $c(\varphi + \pi) \neq c(\varphi)$ , т. е. мы имеем «неизотропный» сигнал.

Проведем с помощью данного сигнала синхронизацию часов. Пусть

$$c(\varphi) = \frac{c}{1 + \alpha \cos \varphi}, \quad \text{где } \alpha = \text{const.}$$

Когда мы имеем заданную скорость сигнала, то тем самым предполагаем наличие ряда часов, по показаниям которых измеряется скорость сигнала.

После синхронизации часов по какому-то правилу получим новый ряд часов, отличающийся, вообще говоря, от первого ряда. Координатная сетка с первым рядом часов в ее узлах образует систему координат  $S_1$ ; эта же координатная сетка со вторым рядом часов — систему координат  $S_2$ .

В качестве способа синхронизации выберем способ, предложенный Эйнштейном, который заключается в следующем: из начала координат в момент  $t = 0$  по часам, помещенным в начале, посылается сферический фронт сигнала, средняя скорость которого изотропна. После его прихода в точку  $x, y, z$  часы в ней устанавливаются в положение  $t = \frac{1}{c} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ , где  $c$  — средняя скорость сигнала на пути туда и обратно. Поскольку средняя скорость изотропна, а скорость синхронизирующего сигнала по новому ряду часов определяется как  $v(\varphi) \equiv \frac{1}{t} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = c$ , то, естественно, что в новой системе отсчета скорость будет изотропна как на пути «туда», так и на пути «обратно». Следовательно, понятие «изотропный сигнал», если у этого сигнала средняя скорость изотропна, определяется только принятым способом синхронизации.

Следует отметить, что введение процедуры синхронизации с помощью какого-то способа подразумевает *самосогласованность* его (транзитивность), т. е. необходимо, чтобы синхронизация часов по цепочке  $A \rightarrow B \rightarrow C$  приводила к тому же результату, что и с помощью  $A \rightarrow C$  [15]. Можно показать, что высказывание о транзитивности есть высказывание о галилеевом характере пространства. Как известно, в искривленном пространстве такой самосогласованной процедуры синхронизации ввести нельзя.

Получим преобразования типа преобразований Лоренца, связывающих две движущиеся системы отсчета,

с произвольной (но не нарушающей условия транзитивности, а также условия равномерного движения свободного тела) синхронизацией.

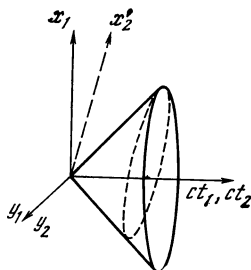
Легко видеть, что этим условием удовлетворяет, например, синхронизация вида (рис. 5)

$$t = \frac{1}{c} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + \alpha \frac{x}{c}, \quad (11)$$

где  $\alpha$  — параметр синхронизации. Переход от системы координат  $S_1$  с  $\alpha = 0$  к системе координат  $S_2$  с  $\alpha \neq 0$  за-

Рис. 5. Геометрическое представление преобразований с введением произвольной синхронизации (преобразования (12))

Преобразования, связанные с переходом от системы координат  $S_1$  с синхронизацией при  $\alpha = 0$  к системе координат  $S_2$  с синхронизацией при  $\alpha \neq 0$ , сводятся к наклону оси  $x$  в плоскости  $xt$ . Преобразованная система координат становится косоугольной



дается преобразованиями

$$t_2 = t_1 + \frac{\alpha x_1}{c}, \quad x_2 = x_1, \quad y_2 = y_1, \quad z_2 = z_1. \quad (12)$$

Здесь  $t_1, x_1, y_1, z_1$  — координаты системы отсчета с  $\alpha = 0$ .

Пусть  $t'_1, x'_1, y'_1, z'_1$  — координаты системы отсчета  $S'_1$ , образованной синхронизацией с  $\alpha = 0$ , которая движется относительно системы  $S_1$  со скоростью  $dx_1/dt_1$ . Преобразования между  $S_1$  и  $S'_1$  будут преобразованиями Лоренца:

$$t'_1 = \frac{t_1 - \frac{x_1}{c^2} \left( \frac{dx_1}{dt_1} \right)}{\sqrt{1 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{dx_1}{dt_1} \right)^2}}, \quad x'_1 = \frac{x_1 - \left( \frac{dx_1}{dt_1} \right) t_1}{\sqrt{1 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{dx_1}{dt_1} \right)^2}}, \quad (13)$$

$$y'_1 = y_1, \quad z'_1 = z_1.$$

Образуем далее систему координат  $S'_2$  с тем же значением параметра синхронизации, что и в  $S_2$  ( $S'_2$  покоится относительно  $S'_1$ ).



Преобразованиями между  $S'_1$  и  $S'_2$  будут

$$t'_2 = t'_1 + \frac{\alpha x'_1}{c}, \quad x'_2 = x'_1, \quad y'_2 = y'_1, \quad z'_2 = z'_1. \quad (14)$$

Из (12)–(14) получим

$$t'_2 = \frac{t_2(1 - 2\alpha\beta_2) - \frac{x_2\beta_2}{c}(1 - \alpha^2)}{\sqrt{(1 - \alpha\beta_2)^2 - \beta_2^2}}, \quad (15)$$

где  $\beta_2 = \frac{1}{c} \frac{dx_2}{dt_2}$ ;  $dx_2/dt_2$  — скорость системы отсчета  $S'_2$  относительно  $S_2$  в координатах системы координат  $S_2$ ,

$$x'_2 = \frac{x_2 - v_2 t_2}{\sqrt{(1 - \alpha\beta_2)^2 - \beta_2^2}}, \quad y'_1 = y_2, \quad z'_2 = z_2. \quad (16)$$

Преобразования (15) и (16) являются преобразованиями, связывающими две движущиеся относительно друг друга системы отсчета с синхронизацией часов в них по (11).

Несложно показать, что преобразования (15) и (16) оставляют неизменным вид уравнения фронта световой волны в координатах системы  $S'_2$  (здесь индексы системы координат  $S_2$  опущены):

$$(x')^2 + (y')^2 + (z')^2 - c^2 \left( t' + \frac{\alpha x'}{c} \right)^2 = 0. \quad (17)$$

Действительно,

$$\begin{aligned} & (x')^2 + (y')^2 + (z')^2 - c^2 \left( t' + \frac{\alpha x'}{c} \right)^2 = \\ &= (x')^2 (1 - \alpha^2) + 2\alpha x' c t' - c^2 (t')^2 + (y')^2 + (z')^2 = \\ &= \frac{(x - vt)^2 (1 - \alpha^2)}{(1 - \alpha\beta)^2 - \beta^2} + \frac{2\alpha (x - vt) [ct(1 - 2\alpha\beta) - x\beta(1 - \alpha^2)]}{(1 - \alpha\beta)^2 - \beta^2} - \\ & - \frac{[ct(1 - 2\alpha\beta) - x\beta(1 - \alpha^2)]^2}{(1 - \alpha\beta)^2 - \beta^2} + y^2 + z^2 = \\ &= \frac{[x^2(1 - \alpha^2) + 2\alpha x c t - c^2 t^2] (1 - 2\alpha\beta - \beta^2 + \alpha^2 \beta^2)}{(1 - \alpha\beta)^2 - \beta^2} + \\ & + y^2 + z^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 \left( t + \frac{\alpha x}{c} \right)^2, \end{aligned}$$

что совпадает с (17).

Можно показать также, что преобразования (15) и (16) образуют группу с параметром группового произведения

$$\beta_3 = \frac{\beta_1 + \beta_2 - 2\alpha\beta_1\beta_2}{1 + \beta_1\beta_2(1 - \alpha^2)}. \quad (18)$$

Получим ряд следствий, вытекающих из (15) и (16).

а) *Сравнение длин.* Длина стержня, покоящегося в системе  $S'_2$ , с точки зрения наблюдателя в системе  $S_2$  будет

$$\Delta x'_2 = \frac{\Delta x_2}{\sqrt{(1 - \alpha\beta_2)^2 - \beta_2^2}}, \quad (19)$$

б) *Сравнение интервалов времени.* Интервал времени покоящихся в системе  $S'_2$  часов с точки зрения наблюдателя в системе  $S_2$  будет ( $\Delta x_2 = v_2 \Delta t_2$ )

$$\Delta t'_2 = \frac{\Delta t_2(1 - 2\alpha\beta_2) - \frac{\Delta x_2\beta_2}{c}(1 - \alpha^2)}{\sqrt{(1 - \alpha\beta_2)^2 - \beta_2^2}} = \Delta t_2 \sqrt{(1 - \alpha\beta_2)^2 - \beta_2^2}. \quad (20)$$

Покажем на примере опыта Майкельсона, что нулевой результат последнего устанавливает лишь взаимосвязь между синхронизацией и изменением длин.

Пусть  $\alpha \neq 0$ . В этом случае скорость распространения фронта световой волны определяется из (17).

Интерферометр движется вдоль оси  $x$  со скоростью  $v$ . Одно плечо его направлено по  $x$ , другое — по  $y$ .

Скорость света вдоль оси  $x$  будет

$$c_1 = \frac{c}{1 + \alpha}, \quad c_2 = \frac{-c}{1 - \alpha}.$$

Время туда и обратно для первого плеча

$$t = l_0\gamma \left( \frac{1}{\frac{c}{1 + \alpha} - v} + \frac{1}{\frac{c}{1 - \alpha} + v} \right) = \frac{2l_0\gamma}{c[(1 - \alpha\beta)^2 + \beta^2]}, \quad (21)$$

где  $\gamma$  — коэффициент изменения продольных размеров тел при их движении. Для второго плеча время определится из условия одновременности прохождения  $x$ -ой составляющей скорости света пути  $x = \frac{1}{2} vt$ , а  $y$ -ой — пути  $y = l_0$ . Подставляя в уравнение (17) (без штрихов) значения  $x$  и  $y$ ,

получаем

$$\frac{v^2 t^2}{4} + l_0^2 - c^2 \left( \frac{t}{2} - \frac{\alpha v t}{2c} \right)^2 = 0,$$

откуда

$$\Delta t = \frac{2l_0}{c \sqrt{(1 - \alpha\beta)^2 - \beta^2}}. \quad (22)$$

Из (22) следует, что ход движущихся часов (в данном случае световых) изменяется пропорционально величине

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{(1 - \alpha\beta)^2 - \beta^2}},$$

что соответствует (20). В свою очередь из (21) и (22) получим

$$\gamma = \sqrt{(1 - \alpha\beta)^2 - \beta^2},$$

что соответствует (19).

Таким образом, мы видим, что изменение длин, а также временных интервалов зависит от параметра  $\alpha$ , значение которого определяется соглашением, т. е. величины изменения длин и интервалов времени определяются соглашением.

В связи с этим представляет интерес рассмотрение предложения Эйнштейна [42] по измерению сокращения длин, которое якобы не зависит от синхронизации.

Предложенный опыт заключается в следующем. Рассматриваются два стержня (длина их при  $v = 0$  одинакова), движущихся вдоль оси  $x$  навстречу друг другу с одинаковой скоростью. Каждый стержень лежит на оси  $x$ . При совпадении переднего конца одного из стержней с задним концом другого на оси  $x$  в месте их совпадения делается отметка. Аналогичная отметка делается и при совпадении двух других концов стержней. Измеряя расстояние между отметками, получим длину, в  $1/\sqrt{1 - \beta^2}$  раз меньшую длины стержней в покое, т. е. подтверждение сокращения длин без использования синхронизации.

Однако это не так, поскольку в вышеизложенном эксперименте уже неявно используется определенный вид синхронизации. Действительно, чтобы убедиться в равенстве

скоростей стержней, движущихся навстречу друг другу, нам необходим ряд часов, по которым измеряются эти скорости. Вид этого ряда будет определяться принятым способом синхронизации. Для одного ряда часов движение стержней будет происходить с одинаковой скоростью, для другого ряда — с разной.

Вышеназванный эффект сокращения длин позволяет, следовательно, проверить вид синхронизации, а именно, если при одинаковых скоростях стержней в опыте две отметки будут лежать на расстоянии  $l\sqrt{1-\beta^2}$ , где  $l$  — длина стержня при  $v=0$ , то, значит, эти скорости измерены по часам, образованным синхронизацией с  $\alpha = 0$ .

Следует отметить, что произвольность синхронизации не означает произвольность введения релятивистских эффектов, таких, например, как эффект сокращения длин, замедления времени и др. Это видно из того, что и в нерелятивистской механике произвольность синхронизации будет приводить к изменению длины стержня при изменении параметра синхронизации  $\alpha$ . Однако если мы зафиксируем значение  $\alpha$  (например положим  $\alpha = 0$ ), то в этом случае в нерелятивистской механике сокращение длин будет отсутствовать, в то время как в релятивистской механике будет иметь место вышеназванное сокращение. Следовательно, наличие релятивистских эффектов столь же реально, как было реально их отсутствие в классической механике.

Пусть мы имеем систему отсчета, в которой часы синхронизированы по какому-то правилу. Рассмотрим наблюдателя, движущегося относительно этой системы отсчета. Как ему описывать явления? Можно выбрать два пути. Первый — использовать для описания часы и координаты первой системы отсчета (так часто и делают, используя гелиоцентрическую систему отсчета). Но, если наблюдатель непременно хочет описывать события относительно себя, он может пользоваться собственной системой отсчета. Часы в ней целесообразно синхронизировать так, чтобы равномерное движение свободного тела сохранялось, а вид уравнений (если это определяется только синхронизацией) был одинаковым с видом в первой системе отсчета. Так, например, для уравнений классической механики вид уравнений сохраняется в случае, когда преобразования координат являются преобразованиями Галилея. Поэтому использование единой одновременности для всех систем от-

счета в случае уравнений классической механики является удобным, а следовательно, и целесообразным <sup>7</sup>.

Релятивистская механика изменила вид уравнений. Поскольку это изменение формулируется в виде требования лоренц-инвариантности законов, то, естественно, вид законов не будет меняться в новой системе отсчета, связанной со старой преобразованиями Лоренца. Поэтому с точки зрения удобства необходимо заменить преобразования Галилея преобразованиями Лоренца с другим значением одновременности в движущейся системе отсчета. При этом, конечно, можно пользоваться и преобразованиями Галилея (или еще какими-либо другими преобразованиями) <sup>8</sup>. Преобразования определяют способ образования движущейся системы отсчета, а именно способ разметки в ней координатной сетки, а также способ образования «синхронизированного» ряда часов. Вид законов при использовании нелоренцевых преобразований будет меняться при переходе к описанию в новой системе отсчета, однако это не будет приводить к нарушению соответствия протекания процессов в двух лабораториях, так как трансформация всех процессов в новой системе отсчета будет одинаковой и их взаимная связь не изменится, что и является гарантией невозможности обнаружения поступательного движения лаборатории с помощью опытов, поставленных в ней [43].

---

<sup>7</sup> В образовании одновременности существенную роль играет запись самих законов, а именно, синхронизация должна быть такой (это неявно предполагается при введении понятия времени), чтобы имели место эти законы. Для законов классической механики этому требованию, как легко видеть, удовлетворяет синхронизация посредством частицы, ускоренной каждый раз одной и той же упругой силой, например, сжатой пружиной. Из законов механики получим, что скорость частицы будет одинаковой во всех направлениях. Синхронизация часов с ее помощью, естественно, не нарушит изотропию скоростей.

При изменении синхронизации вид законов изменится, произойдет нарушение изотропии. Та же пружина будет посылать частицу в зависимости от направления с разной скоростью (по отношению к новому ряду часов). Следовательно, новым законам будем соответствовать новая одновременность.

<sup>8</sup> Это относится не только к изменению одновременности, но и к пространственным преобразованиям, поскольку координатную сетку движущейся системы отсчета можно строить любым образом, лишь бы это построение приводило к однозначной связи новых координат со старыми. Например, совсем необязательно в движущейся системе отсчета брать тот же масштаб, а также тот же способ образования координатной сетки.

Обычно трудность понимания СТО состоит не в появлении в ней релятивистских эффектов, а в относительности их. Но они относительны потому, что мы сами (для удобства описания) требовали этого, что привело к связи движущихся систем отсчета преобразованиями Лоренца. Для преобразований Галилея относительности нет; выделенной будет та система отсчета, время которой мы берем в качестве единого времени.

## 2. Эксперименты первого порядка

Релятивистские эффекты являются эффектами второго порядка относительно  $\beta$ . Наличие этих эффектов обеспечивает невозможность обнаружения поступательного движения опытами, поставленными в движущейся лаборатории. Поскольку в опытах первого порядка ожидаемый эффект пропорционален  $\beta$  в первой степени, то полезно показать, как наличие эффектов второго порядка приводит к компенсации эффектов первого порядка в этих опытах.

а) *Предложение Мёллера* [7, 11]. Если относительно лаборатории перемещается со скоростью  $u$  источник, излучение которого регистрируется в направлении, определяемом единичным вектором  $\mathbf{n}$ , а сама лаборатория движется относительно эфира со скоростью  $v$ , то принимаемая частота в случае отсутствия эффектов замедления времени и сокращения длин будет

$$\nu = \nu_0 \left[ 1 + \frac{(\mathbf{nu})}{c} + \frac{(\mathbf{nu})^2}{c^2} + \frac{(\mathbf{uv})}{c^2} \right], \quad (23)$$

где  $\nu_0$  — собственная частота источника.

Как видно из (23), принимаемая частота зависит как от скорости источника относительно наблюдателя, так и от скорости наблюдателя относительно эфира. Таким образом, изменение скорости наблюдателя относительно эфира будет приводить к изменению принимаемой частоты, что и позволит обнаружить поступательное движение наблюдателя опытами внутри лаборатории.

Один из предложенных экспериментов состоял в следующем. Если на поворотную платформу поместить два молекулярных генератора, пучки молекул (источников излучения) которых направлены навстречу друг другу (рис. 6), и измерить разность частот генераторов в центре платфор-

мы, то для частоты биений будем иметь

$$\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2 = \nu_0 \left[ 1 + \frac{(\mathbf{u}\mathbf{v})}{c^2} \right] - \nu_0 \left[ 1 - \frac{(\mathbf{u}\mathbf{v})}{c^2} \right] = 2\nu_0 \frac{(\mathbf{u}\mathbf{v})}{c^2}, \quad (24)$$

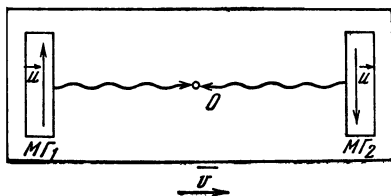
поскольку для предложенного эксперимента  $(\mathbf{u}\mathbf{v}) = 0$ . Как видно, изменение взаимной ориентации  $\mathbf{u}$  и  $\mathbf{v}$  будет приводить к изменению  $\Delta\nu$ . Хотя ожидаемый эффект второго порядка относительно  $c$ , по отношению к скорости лаборатории  $\mathbf{v}$  он первого порядка. Указанный эксперимент был осуществлен [39, 40] и дал нулевой результат.

Покажем, что наличие релятивистского эффекта второго порядка (в данном случае эффекта замедления времени) скомпенсирует ожидаемый эффект первого порядка в этом опыте. Примем, что есть замедление хода часов при их движении относительно эфира, т. е. вместо  $\nu_0$  в (23) запишем  $\nu_0^* \sqrt{1 - \frac{(\mathbf{u} + \mathbf{v})^2}{c^2}}$ . Здесь  $\mathbf{u} + \mathbf{v}$  — скорость источника относительно эфира,  $\nu_0^*$  — собственная частота источника при  $\mathbf{u} + \mathbf{v} = 0$ . Поскольку эталонные часы наблюдателя в свою очередь замедлили ход в  $1 / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  раз, то принятая частота возрастает в такое же число раз, т. е.

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{\nu_0^* \sqrt{1 - \frac{1}{c^2} (\mathbf{u} + \mathbf{v})^2} \left[ 1 + \frac{(\mathbf{u}\mathbf{v})}{c^2} \right]}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \simeq \\ &\simeq \nu_0^* \left[ 1 - \frac{(\mathbf{u} + \mathbf{v})^2}{2c^2} + \frac{v^2}{2c^2} + \frac{(\mathbf{u}\mathbf{v})}{c^2} \right] = \nu_0^* \left[ 1 - \frac{u^2}{2c^2} \right], \end{aligned}$$

Где член  $u^2/2c^2$  описывает известный поперечный доплер-эффект. Следовательно, принимаемая частота при наличии эффекта замедления времени не будет зависеть от скорости лаборатории, что и обеспечивает нулевой результат для этого опыта.

Во втором эксперименте [44], основанном на использовании эффекта Мёссбауэра, на противоположных концах быстровращающегося стержня находились источник  $\text{Co}^{57}$  и поглотитель  $\text{Fe}^{57}$ . В данном случае движется как источник, так и поглотитель. Можно показать [11], что здесь ожидаемая разность частот источника и приемника (поглотитель) будет определяться выражением (24). Ожидаете



**Рис. 6.** Сравнение частот двух молекулярных генераторов (предложение Х. Мёллера)

$MG_1$ ,  $MG_2$  — молекулярные генераторы, расположенные на поворотной платформе;  $O$  — точка сравнения фаз колебаний от двух молекулярных генераторов. В эксперименте сравнивается разность фаз двух колебаний до поворота платформы и после поворота на  $180^\circ$ .  $u$  — скорость движения молекул (источников) в молекулярных генераторах,  $v$  — скорость «эфира»

мое смещение принимаемой частоты должно было привести к изменению поглощения  $\gamma$ -излучения  $Co^{57}$  в  $Fe^{57}$ . Экспериментально не было обнаружено какого-либо изменения поглощения.

Поскольку второй эксперимент основан на той же формуле, что и первый, нулевой результат его обеспечивается эффектом замедления времени (см. также [40]).

б) *Предложение Страховского* [9, 10, 12]. Предложенный опыт заключается в сравнении времени прохождения световым сигналом некоторого пути по воображаемому направлению движения эфира и против него.

На поворотной платформе (рис. 7) расположены два несинхронизированных молекулярных генератора. Сигнал от источника, расположенного в точке  $A$ , попадает в приемник (точка  $B$ ). Если скорость эфира относительно лаборатории —  $v$ , то время, затрачиваемое сигналом на прохождение пути  $AB$ , будет

$$t_1 = \frac{l}{c - v},$$

где  $l$  — расстояние между источником и приемником.

После поворота платформы (для простоты считаем, что перемещается только источник; приемник неподвижен) источник переместится в точку  $C$ . Время, затрачиваемое сигналом на прохождение пути  $CB$ , будет

$$t_2 = \frac{l}{c + v}$$



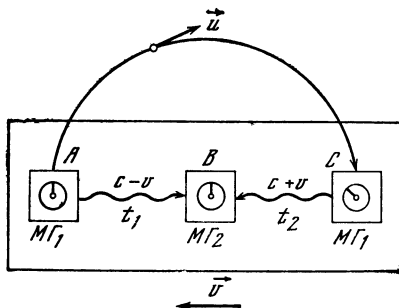


Рис. 7. Опыт по сравнению фаз двух несинхронизированных молекулярных генераторов (предложение Г. М. Страховского)

$МГ_1$ ,  $МГ_2$  — молекулярные генераторы;  $МГ_1$  — источник,  $МГ_2$  — приемник. Производится сравнение в точке  $B$  разности двух фаз колебаний до перемещения источника (положение  $A$ ) и после перемещения (положение  $C$ ).  $u$  — скорость перемещения источника,  $v$  — скорость «эфира»

(в первом случае сигнал распространяется против воображаемого движения эфира, во втором — по движению). Разность времен прохождения будет

$$t_1 - t_2 = \frac{2l}{c} \frac{\beta}{1 - \beta^2}.$$

(Здесь время измеряется по часам, синхронизированным при значении  $\alpha = 0$  в системе отсчета, связанной с предполагаемым эфиром.) Разность времен прохождения приведет к различной (в первом и во втором случаях) разности фаз между принятым сигналом и собственным колебанием приемника, что может быть экспериментально обнаружено.

Разность фаз в первом и во втором случаях (до перемещения и после) обусловлена разностью времен прохождения пути только тогда, когда часы источника при перемещении идут одинаково с часами приемника.

Пусть имеется замедление хода движущихся часов при их движении относительно эфира. Поскольку скорость часов приемника и источника относительно эфира в момент перемещения различна, за время перемещения они прой-

дут разные отрезки времени. Разность времен будет

$$\Delta t = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \int_0^t \sqrt{1 - \frac{1}{c^2} (\mathbf{v} + \mathbf{u})^2} dt \simeq \\ \simeq \int_0^t \left[ \frac{u^2}{2c^2} + \frac{(\mathbf{v}\mathbf{u})}{c^2} \right] dt.$$

Здесь  $\mathbf{u}$  — скорость перемещения источника;  $t$  — время перемещения по неподвижным относительно эфира часам;  $t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  — отрезок времени, пройденный часами приемника при перемещении;  $\int_0^t \sqrt{1 - \frac{1}{c^2} (\mathbf{v} + \mathbf{u})^2} dt$  — отрезок времени, пройденный часами источника при перемещении.

При  $u \rightarrow 0$  (скорость перемещения мала) имеем

$$\Delta t = \int_0^t \frac{(\mathbf{v}\mathbf{u})}{c^2} dt = \int_0^t \frac{\left( \mathbf{v} \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right)}{c^2} dt = \int_0^{2l} \frac{v dx}{c^2} = \frac{2l}{c} \beta.$$

Таким образом, источник отстал от приемника на величину  $2l\beta/c$ . Но это отставание будет скомпенсировано тем, что время прохождения сигналом пути во втором случае на  $2l\beta/c$  меньше, чем в первом, т. е. разность фаз между фазой приемника в случае эффекта замедления времени при повороте платформы не будет меняться.

Вышеприведенные расчеты не иллюстрируют полную компенсацию по скорости  $v$  (скорость относительно «эфира») в членах более высокого порядка, чем  $\beta$ . Это обусловлено тем, что мы пользовались приближенными выражениями (например, (23) правильно с точностью до  $\beta^3$ ), а также тем, что, помимо эффекта замедления времени, мы не учитывали другие эффекты второго порядка, например лоренцево сокращение длин. Наличие такого сокращения приводит к тому, что линейная скорость точек вращающегося и совершающего поступательное движение диска не равна сумме  $v + \mathbf{u}$ , как это предполагалось выше.

Указанными опытами фактически исчерпываются все правильно предложенные опыты первого порядка. В обзоре [12] даны список ошибочных предложений, а также ссылка на их разбор [45].

Резюмируем сказанное. Все предложенные опыты первого порядка дают нулевой результат при допущении замедления хода движущихся часов. Вместе с тем эти опыты нельзя рассматривать в качестве подтверждающих указанное замедление. Последнее обстоятельство связано не с тем, что существуют какие-либо альтернативные гипотезы, а с тем, что мы не в состоянии указать значение  $\beta$ , для которого подтверждено соотношение  $\tau = \tau_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ . Это обусловлено фиктивностью понятия «скорость относительно эфира». Если же результат этих опытов рассматривать с точки зрения наблюдателя, движущегося относительно Земли, то нулевой результат их подтверждал бы замедление времени (для  $\beta$ , определяемого скоростью его относительно Земли) только в том случае, если бы в его системе неподвижная установка также давала нулевой результат. Однако для наблюдателя на Земле такая установка будет уже движущейся, т. е. для фиксирования  $\beta$  в этих опытах необходима постановка дополнительных опытов с движением установки относительно Земли. Вследствие хорошего подтверждения эффекта замедления времени для разных значений  $\beta$  постановка таких дополнительных опытов, по-видимому, нецелесообразна.

## Литература

1. П. Г. Бергман. Введение в теорию относительности. М., ИЛ, 1960.
2. Д. Бом. Специальная теория относительности. М., «Мир», 1967.
3. С. И. Вавилов. Экспериментальные основания теории относительности. — Собрание сочинений, т. 4. М., Изд-во АН СССР, 1956.
4. М.-А. Тоннела. Основы электромагнетизма и теории относительности. М., ИЛ, 1962.
5. В. Пановский, М. Филипс. Классическая электродинамика. М., Физматгиз, 1963.
6. В. Новаку. Введение в электродинамику. М., ИЛ, 1963.
7. С. Møller. Suppl. Nuovo cimento, 1957, 6, 381.
8. М. Ruderfur. Proc. IRE, 1962, 50 (3), pt. 1, 325.
9. Г. М. Страховский. Доклад на Ломоносовских чтениях в МГУ, 1958.
10. Н. Г. Басов, О. Н. Крохин, А. Н. Ораевский, Г. М. Страховский, В. М. Чихачев. УФН, 1961, 75, 3.
11. С. Møller. Proc. Roy. Soc., 1962, A270, 306.
12. Г. М. Страховский, А. В. Успенский. УФН, 1965, 86, 421.
13. М. Ruderfur. Phys. Rev. Letters, 1960, 5, 191.
14. Е. М. Kelly. Science, 1964, 144, (N3625), 1450.
15. А. Einstein. Ann. Phys., 1905, 17, 891.

16. В. А. Фок. Теория пространства, времени и тяготения. М., Физматгиз, 1961.
17. E. Cartan. La théorie des groupes finis et continus et la géométrie différentielle traitées par la méthode du repère mobile. Paris, 1937.
18. Г. А. Зайцев. О связи теории относительности с теорией групп. Дополнение к книге М.-А. Тоннела «Основы электромагнетизма и теории относительности». М., ИЛ, 1962, стр. 447.
19. Г. А. Зайцев. Сборник рецензий «Новые книги за рубежом». М., ИЛ, 1960, Серия А, № 4, 32.
20. И. М. Яглом. Принцип относительности Галилея и неевклидова геометрия. М., «Наука», 1969.
21. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля. М.—Л., «Наука», 1960.
22. P. C. Champion. Proc. Roy. Soc., 1963, A136, 630.
23. N. M. Smith. Phys. Rev., 1939, 56, 548.
24. P. A. Ross, P. Kirpatrick. Phys. Rev., 1934, 46 (8), 668.
25. Д. И. Блохинцев. УФН, 1966, 89, 185.
26. M. Nacken. Ann. Phys., 1935, 25, 313.
27. В. П. Зрелов, А. А. Тяпкин, П. С. Фараго. ЖЭТФ, 1958, 34, 555.
28. У. И. Франкфурт, А. М. Френк. Оптика движущихся тел. М., «Наука», 1972.
29. T. S. Jaseja, A. Javan, J. Murray, C. H. Townes. Phys. Rev., 1964, 133 (5A), 1221.
30. A. A. Michelson, H. G. Gale. Astron. J., 1925, 61, 140.
31. D. Sadeh. Phys. Rev. Letters, 1963, 10, 271.
32. T. Albager, F. I. M. Farley, I. Kjehtman, I. Wallin. Phys. Letters, 1963, 12, 260.
33. W. De-Sitter. Phys. Z., 1913, 14, 429, 1267.
34. А. М. Бонч-Бруевич, В. А. Молчанов. Оптика и спектроскопия, 1956, 1, 113.
35. M. P. Robertson. Rev. Mod. Phys., 1949, 21, 378.
36. Rossi, Hall. Phys. Rev., 1941, 58, 233.
37. H. I. Mandelberg, L. Witten. JOSA, 1962, 52, 529.
38. W. Kundig. Phys. Rev., 1963, 129, 2371.
39. J. P. Cederholm, G. F. Bland, W. W. Howens, C. H. Townes. Phys. Rev. Letters, 1958, 1, 342.
40. J. P. Cederholm, C. H. Townes. Nature, 1950, 184, 1350.
41. A. Einstein. Über die Spezielle und allgemeine Relativitätstheorie. Braunschweig, Verlag von Friedr. Sohn, 1920. Русск. перев.: А. Эйнштейн. Собрание научных трудов, т. 1. М., «Наука», 1965, стр. 542.
42. A. Einstein. Phys. Z., 1911, 12, 509. Русск. перев.: А. Эйнштейн. Собрание научных трудов, т. 1. М. «Наука», 1965, стр. 187.
43. А. А. Тяпкин. УФН, 1972, 106, 617.
44. D. C. Champreney, P. B. Moon. Proc. Phys. Soc., 1961, A77, N 494, 350. Русск. перев.: Эффект Мёссбауэра. М., ИЛ, 1962, стр. 436.
45. P. F. Smith. Proc. IRE, 1962, 60, 1999.

## О ФУНКЦИЯХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ, СОХРАНЯЮЩИХ СВОЙ ВИД ПРИ ПЕРЕХОДЕ ИЗ ОДНОЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ В ДРУГУЮ

Как известно, наличие материальной среды (или системы тел) приводит к появлению выделенной системы отсчета, связанной с этой средой, что соответствует принципиальной возможности обнаружить движение наблюдателя относительно среды.

Можно, однако, показать, что для сред определенного типа приведенное выше утверждение несправедливо. Нахождение класса таких сред имеет определенный методологический интерес для специальной теории относительности, поскольку, если будут указаны все возможные среды, обладающие таким свойством, то тем самым приведенное выше утверждение, являвшееся по существу неявным постулатом, может считаться доказанным для всех остальных физически реализуемых сред.

Движение наблюдателя относительно среды может быть обнаружено лишь в результате измерения каких-либо параметров среды в системе наблюдателя, величина же любого параметра может быть вычислена с помощью функции распределения частиц среды в фазовом пространстве, поскольку именно это распределение (или какой-либо его аналог) полностью описывает состояние системы.

Таким образом, задача об отыскании среды, равномерно-прямолинейное движение относительно которой принципиально невозможно обнаружить, сводится к нахождению таких функций распределения в фазовом пространстве (или их эквивалентов), которые сохраняют свой вид при переходе из одной инерциальной системы в любую другую. Последняя задача становится тривиальной, если известны формулы преобразования функций распределения при таких переходах; в частности, для функции распределения в фазовом пространстве  $g'(\mathbf{p}, \mathbf{r})$ , определяемой соотношением

$$dN_{\mathbf{p},\mathbf{r}} = g(\mathbf{p}, \mathbf{r}) dV_{\mathbf{p}} dV_{\mathbf{r}} = g(\mathbf{p}, \mathbf{r}) d\Omega, \quad (1)$$

где  $dN_{\mathbf{p},\mathbf{r}}$  — число частиц среды, обладающих координатой  $\mathbf{r}$  и импульсом  $\mathbf{p}$  в элементе фазового объема  $d\Omega = dV_p dV_r$ , причем  $dV_p = dp_x dp_y dp_z$  — элемент импульсного пространства,  $dV_r = dx dy dz$ , можно получить [1] следующую формулу преобразования:

$$g(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = g'(\mathbf{p}', \mathbf{r}') = \text{inv}, \quad (2)$$

где штрихованные величины относятся к новой инерциальной системе отсчета, движущейся относительно нештрихованной системы с постоянной скоростью, а  $\mathbf{p}'$  и  $\mathbf{r}'$  связаны с  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{r}$  преобразованиями Лоренца. Кроме того, из (1) и (2) с учетом инвариантности  $dN_{\mathbf{p},\mathbf{r}}$  следует инвариантность элемента фазового объема [1]

$$d\Omega = d\Omega' = \text{inv}. \quad (3)$$

Приведем здесь простой вывод этих соотношений, не используя сложных геометрических образов, привлекаемых в [1]. Согласно [2, стр. 41]

$$\frac{dV_p}{E} = \frac{dV_{p'}}{E'} = \text{inv}, \quad (4)$$

где  $E = c\sqrt{p^2 + m^2c^2}$  — энергия частицы,  $m$  — масса покоя; с другой стороны, для элемента конфигурационного объема  $dV_r$  справедлива формула

$$dV_r = dV_r^0 \sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{mc^2}{E} dV_r^0,$$

где  $v$  — скорость частицы;  $dV_r^0$  — элемент объема, занимаемый частицами в той системе отсчета, где они покоятся. Поскольку  $dV_r^0$  по определению есть величина постоянная, то

$$EdV_r = E' dV_{r'} = \text{inv}. \quad (5)$$

Перемножая (4) и (5), получаем формулу (3), откуда следует и (2).

Зачастую удобно задавать подпространство импульсов с помощью сферических координат, при этом импульсный элемент объема записывается в виде  $dV_p = p^2 dp dO$ , где  $p$  — абсолютная величина вектора  $\mathbf{p}$ , а  $dO$  — элемент телесного угла для направления вектора  $\mathbf{p}$ . В этом случае функция распределения  $\rho(\mathbf{p}, \mathbf{r})$  может быть записана как

$$dN_{\mathbf{p},\mathbf{r}} = \rho(\mathbf{p}, \mathbf{r}) dp dO dV_r. \quad (6)$$

Поскольку в силу (3)  $p^2 dp dO dV_r = \text{inv}$ , то  $\rho(\mathbf{p}, \mathbf{r})/p^2 = \text{inv}$ , и формула преобразования для  $\rho(\mathbf{p}, \mathbf{r})$  имеет вид

$$\rho'(\mathbf{p}', \mathbf{r}') = (p'/p)^2 \rho(\mathbf{p}, \mathbf{r}). \quad (7)$$

Если заменить подпространство импульсов подпространством скоростей, задаваемым с помощью сферических координат (т. е.  $dV_v = v^2 dv dO$ ), то для этого случая можно ввести функцию распределения  $\eta(\mathbf{v}, \mathbf{r})$ , эквивалентную функциям  $g$  и  $\rho$  в смысле полноты описания системы и определяемую соотношением

$$dN_{\mathbf{v}, \mathbf{r}} = \eta(\mathbf{v}, \mathbf{r}) dv dO dV_r. \quad (8)$$

Записав  $d\mathbf{v}$  в виде  $d\mathbf{v} = \frac{m^2 c^6}{E^3} d\mathbf{p}$  и учитывая, что  $p^2 dp dO dV_r = \text{inv}$ , получаем  $\frac{\eta(\mathbf{v}, \mathbf{r})}{p^2 E^3} = \text{inv}$ , или  $\frac{\eta(\mathbf{v}, \mathbf{r})}{v^2 E^3} = \text{inv}$ , откуда следует формула преобразования для  $\eta(\mathbf{v}, \mathbf{r})$ :

$$\eta'(\mathbf{v}', \mathbf{r}') = \left(\frac{p'}{p}\right)^2 \left(\frac{E'}{E}\right)^3 \eta(\mathbf{v}, \mathbf{r}) = \left(\frac{v'}{v}\right)^2 \left(\frac{E'}{E}\right)^5 \eta(\mathbf{v}, \mathbf{r}). \quad (9)$$

Аналогичным образом, вводя функцию распределения  $\mu$  по энергиям так, чтобы она описывала число частиц, обладающих энергией  $E$  и вектором импульса, направление которого лежит в пределах телесного угла  $dO$ , т. е.

$$dN_{E \frac{\mathbf{p}}{p}, \mathbf{r}} = \mu\left(\frac{\mathbf{p}}{p}, \mathbf{r}\right) dE dO dV_r, \quad (10)$$

и записывая  $dE$  в виде  $dE = \frac{pc^2}{E} dp$  с учетом  $p^2 dp dO dV_r = \text{inv}$ , получаем  $\mu\left(E \frac{\mathbf{p}}{p}, \mathbf{r}\right) | pE = \text{inv}$ , откуда следует формула преобразования

$$\mu'\left(E' \frac{\mathbf{p}'}{p'}, \mathbf{r}\right) = \frac{p'E'}{pE} \mu\left(E \frac{\mathbf{p}}{p}, \mathbf{r}\right). \quad (11)$$

Из соотношений (7) и (11) следует формула преобразования распределения числа фотонов фотонного газа по частотам  $\nu$  ( $E = pc = \hbar\nu$ ):

$$\rho'(\nu') = \left(\frac{\nu'}{\nu}\right)^2 \rho(\nu). \quad (12)$$

Располагая этими формулами преобразований, нетрудно получить любую из шестимерных функций распре-

деления для интересующего нас случая. В частности, для функции распределения в фазовом пространстве  $g(\mathbf{p}, \mathbf{r})$  требование сохранения ее вида в любой инерциальной системе состоит в равенстве  $g'(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = g(\mathbf{p}, \mathbf{r})$ , т. е. с учетом (2)  $g(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = g(\mathbf{p}', \mathbf{r}')$ ; поскольку последнее равенство должно выполняться при произвольной скорости одной системы относительно другой, то искомая функция распределения определяется равенством

$$g_0(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = \text{const}, \quad (13)$$

т. е. среды с интересующим нас свойством должны быть однородны в фазовом пространстве. Такое распределение соответствует газу, нагретому до бесконечно большой температуры, что следует, например, из формулы для распределения частиц по импульсам для релятивистского газа при  $T \rightarrow \infty$ , приведенной в [3].

В случае, когда подпространство импульсов задается с помощью сферических координат (6), для соответствующей функции распределения с интересующим нас свойством получаем из (7)

$$\rho_0(p) = \text{const} \cdot p^2. \quad (14)$$

Аналогично для фотонного газа из (12) имеем

$$\rho_0(\mathbf{v}) = \text{const} \cdot v^2, \quad (15)$$

что также соответствует излучению черного тела, нагретого до бесконечно большой температуры, т. е. излучению Релея — Джинса.

Среда, равномерно-прямолинейное движение относительно которой принципиально необнаружимо, не может, естественно, и тормозить (или ускорять) движущееся равномерно тело; в частности, и заряженная частица, движущаяся в поле изотропного излучения Релея — Джинса, не должна испытывать торможения. Это обстоятельство указывает, по-видимому, на существование ограничения применимости результата [2, стр. 263—264] о торможении заряженной частицы в поле произвольного изотропного электромагнитного излучения.

Аналогично приведенным результатам для  $g_0$  и  $\rho_0$  можно получить и функции распределения  $\eta_0(v)$  и  $\mu_0(E)$ ; с учетом требования сохранения вида функций распределе-



ния из (9) и (11) находим

$$\eta_0(v) = \text{const} \cdot \frac{v^2}{(1 - v^2/c^2)^{5/2}}, \quad (16)$$

$$\mu_0(E) = \text{const} \cdot E \sqrt{E^2 - m^2 c^4}. \quad (17)$$

Отметим, что существование сред с функциями распределения вида (13)—(17) вряд ли может быть физической реальностью, поскольку не только температура, но и число частиц среды в единице объема  $N \sim \int \rho(p) dp$  обращается в бесконечность так же, как и средняя энергия в единице объема  $E \sim \int E \mu_0(E) dE$ , однако полученные результаты имеет смысл рассматривать как указание на некоторые новые физические свойства известных моделей и распределений.

## Л и т е р а т у р а

1. Д. Л. Синдж. Релятивистский газ. М., Физматгиз, 1960, стр. 27.
2. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля. М., Физматгиз, 1960.
3. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Статистическая физика. М., Физматгиз, 1964, стр. 396.

ПО ПОВОДУ КНИГИ Л. БРИЛЛЮЭНА  
«НОВЫЙ ВЗГЛЯД  
НА ТЕОРИЮ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ»

В рецензируемой книге [1] Л. Бриллюэн — французский физик, известный своими работами по термодинамике и по приложениям теории информации к некоторым физическим и техническим задачам — рассматривает некоторые основные положения теории относительности и предлагает новый, как он думает, взгляд на теорию относительности.

Бриллюэн не отрицает фундаментального значения специальной теории относительности для современной физики. Он пишет: «Великое множество экспериментов в области электромагнетизма, оптики и в других областях физики показало справедливость этого принципа частной теории относительности» (стр. 27). И далее: «Все предыдущие соотношения точно проверены экспериментами, а формула (1.4) стала знаменитой в связи с ядерными превращениями и изобретением ядерной бомбы. «Первая», или «частная», теория относительности является фундаментальным открытием» (стр. 29).

Тем не менее Бриллюэн на основании своих рассмотрений предлагает, как он полагает, новую, точную формулировку «частного принципа относительности» (гл. 5, § 5, стр. 92).

Что же касается общей теории относительности, то позиция его сводится по существу к полному ее отрицанию. Он пишет: «Все физики считают, что столь небольшое число экспериментов (всего лишь три) — действительно скудный результат для столь большого количества произведенных вычислений. Общая теория относительности — блестящий пример великолепной математической теории, построенной на песке и ведущей ко все большему нагромождению математики в космологии (типичный пример научной фантастики)» (стр. 28).

Ниже будет показано, что взгляды Бриллюэна основаны на неправильном понимании некоторых основных положений теории относительности, а также на использовании ряда устаревших экспериментов или неточной их интерпретации.

Так как его взгляды отличаются наибольшим «радикализмом» по отношению к общей теории относительности, целесообразно прежде всего рассмотреть взгляды Бриллюэна именно на эту теорию.

Точка зрения Бриллюэна на эту теорию не изложена им систематически. Его высказывания по поводу общей теории относительности встречаются в различных главах, где наряду с теорией гравитации рассматриваются также и другие вопросы, не имеющие к этой теории никакого отношения. В утверждениях Бриллюэна есть повторения и противоречия. Так, например, наряду с полным отрицанием общей теории относительности в его книге можно найти и более осторожные высказывания: «Специальная теория относительности Эйнштейна представляет собой выдающееся достижение; что же касается так называемой общей теории относительности, то мы увидим, что ее можно рассматривать только как некоторое приближение и оно, несомненно, нуждается в тщательном пересмотре» (стр. 86).

Критику общей теории относительности Бриллюэн начинает с утверждения, что неевклидов характер пространственно-временного континуума не доказан. Другими словами, он считает недоказанной основную идею общей теории относительности. Он пишет: «В общем необходимость рассмотрения искривленного пространственно-временного мира еще не доказана; физическое значение общей теории относительности пока очень не ясно» (стр. 84).

Бриллюэн повторяет эту мысль во многих местах своей книги. Так, он пишет: «Эйнштейн пришел к выводу о необходимости ввести понятие искривленного пространства-времени, которое было положено в основу его общей теории относительности. Мы не видим необходимости для введения такой кривизны четырехмерного мира» (стр. 116).

Бриллюэн не приводит, однако, какие-либо имеющие физическое содержание аргументы, с помощью которых можно было бы действительно обосновать эти утверждения. Вместе с тем он даже не рассматривает те исходные положения, которые приводят к идее о неевклидовом характере пространственно-временного континуума.

Неизбежность этой идеи подробно рассмотрена во многих монографиях [2], поэтому здесь мы ограничимся только немногими замечаниями по этому вопросу.

Как известно, в гравитационном поле не может быть введена глобальная инерциальная система отсчета. В этом поле, в отличие от электромагнитного поля, могут быть введены только локальные инерциальные системы отсчета, которые ускоренно движутся друг относительно друга, если только расстояние между ними не бесконечно мало. Таким образом, в гравитационном поле есть только локальная лоренц-инвариантность. Исходя из этого, а также других хорошо известных соображений и принципа эквивалентности, Эйнштейн сформулировал идею о кривизне пространства-времени. Здесь наблюдается аналогия с двумерной неевклидовой поверхностью. На такой поверхности (например на поверхности шара или эллипсоида) также можно ввести только локальную декартову систему координат, но нельзя ввести подобную систему глобально.

В 1956 г. Уитама, исходя из локальной лоренц-инвариантности в гравитационном поле, т. е. из зависимости параметров группы Лоренца от криволинейных координат, показал, что необходимым следствием этого обстоятельства является кривизна пространства-времени. Эта работа имеет большое значение [3].

К сказанному следует добавить, что последовательная теория гравитации должна носить нелинейный характер. Это обстоятельство подчеркивают Я. Б. Зельдович и И. Д. Новиков в упоминавшейся выше монографии. В самом деле, поле двух тел на большом расстоянии меньше суммы полей каждого тела в отдельности из-за гравитационного дефекта массы. Отсюда следует неизбежность нелинейного характера теории гравитации.

Всем этим требованиям полностью удовлетворяет теория гравитационного поля Эйнштейна.

Бриллюэн, однако, не замечает всего этого. Продолжая свою критику общей теории относительности, он не соглашается с утверждением Эйнштейна: «В общей теории относительности пространственные и временные величины не могут быть определены так, чтобы разности пространственных координат могли быть измерены непосредственно единичным масштабом, а разности временных — посредством стандартных часов».

Бриллюэн пишет: «Очень рискованное утверждение противоречащее любым, основанным на результатах экспериментов научным представлениям. Следовало бы сказать о том, как выполнить упомянутое измерение. Иначе слова «пространство» и «время» теряют всякий физический смысл. Позже мы вернемся к этому принципиальному затруднению» (стр. 76).

Однако утверждение Эйнштейна абсолютно правильно. Если пространственно-временной континуум носит неевклидов характер, то разности пространственных и временных координат не могут иметь непосредственного смысла пространственных расстояний и промежутков времени. Требование Бриллюэна придать им такой смысл эквивалентно требованию построить евклидову декартову систему координат на поверхности шара или эллипсоида. Как известно, пространственные расстояния на такой поверхности, измеренные вдоль координатных линий, определяются соотношениями:

$$ds_1 = \sqrt{g_{11}}dx^1, \quad ds_2 = \sqrt{g_{22}}dx^2.$$

Эти же соотношения имеют место также и на плоской поверхности, но только в случае криволинейной системы координат.

Бриллюэн возвращается к этому вопросу в § 7 гл. 4.

Приведя здесь несколько известных форм решения Шварцшильда, получающихся одно из другого простым преобразованием координат, Бриллюэн пишет: «Сравнение формул (4.3), (4.5) и (4.7) ясно показывает, к каким трудностям приводит сверхобобщение Эйнштейна. Может возникнуть вопрос: а является ли решение (4.7) наиболее подходящим? Каким образом можно проверить, что это решение действительно соответствует измерениям длины и времени, произведенным в гравитационном поле в покоящейся лаборатории? Выводы такого рода не могут быть получены из математических соображений, они требуют тщательного анализа фактических условий эксперимента» (стр. 80). Здесь повторяется та же ошибка. Ввиду неевклидова характера пространственно-временного континуума просто не существует такой формы решения Шварцшильда, в которой величины  $\Delta r = r_2 - r_1$  и  $\Delta t = t_2 - t_1$  имели бы одновременно смысл пространственных расстояний и промежутков времени. Таким образом, Бриллюэн требует невозможного.

В действительности все формы решения Шварцшильда совершенно равноценны, ибо они, как это следует из содержания общей теории относительности, инвариантным образом связаны с действительными промежутками времени и пространственными расстояниями. Ниже мы вернемся к этому вопросу.

Во многих местах своей книги Бриллюэн настаивает на применении к общей теории относительности «анализа операций», который затем, по его мнению, разрешит возникшие здесь проблемы. Так, например, он пишет: «Подобный детальный анализ операций, согласно Бриджмену, крайне необходим; он, по-видимому, до сих пор не был сделан» (стр. 81).

Сам Бриллюэн не сделал, однако, попытки провести подобный «анализ операций». Вместе с тем никакой «анализ операций» не сможет придать переменным  $x^0, x^1, x^2, x^3$  смысл, противоречащий значению этих переменных в общей теории относительности. Другими словами, никакой «анализ операций» не сможет придать переменным  $x^0, x^1, x^2, x^3$  непосредственный смысл «промежутков времени» и «пространственных расстояний». Вместе с тем проблема установления связи между переменными  $x^0, x^1, x^2, x^3$ , с одной стороны, и истинными промежутками времени и пространственными расстояниями — с другой, действительно существует в общей теории относительности.

Имеется много работ, в которых рассматривается эта проблема в полном соответствии с подлинным содержанием общей теории относительности.

Как обстоит дело с решением этой проблемы? Мы будем оперировать со стандартными идеальными часами, определение которых дано во многих работах. Ход таких часов не должен, в частности, зависеть от внешних сил, следовательно, маятниковые часы не допускаются. Согласно общей теории относительности собственное (действительное) время, отсчитываемое движущимися часами, пропорционально длине пройденного ими времени-подобной мировой линии, т. е.

$$\tau = \int_0^{x^0} \sqrt{g_{00} + 2g_{i0} \frac{dx^i}{dx^0} + g_{nm} \frac{dx^n}{dx^0} \frac{dx^m}{dx^0}} dx^0, \quad (1)$$

$$i = 1, 2, 3; n, m = 1, 2, 3,$$

В частном случае, когда часы покоятся в заданной системе координат, будем иметь

$$\tau = \int \sqrt{g_{00}} dx^0. \quad (2)$$

Заметим, что интегралы (1) и (2) инвариантны и не зависят от того, с помощью каких координат произведена параметризация пространственно-временного континуума.

Эту формулу можно считать в настоящее время экспериментально доказанной. Как известно, экспериментальные исследования, связанные с эффектом Мёссбауэра (температурное красное смещение), показали, что релятивистское замедление времени зависит только от скорости и не зависит от ускорения движущихся часов, если сравнивать их показания с показаниями неподвижных (в инерциальной системе координат) часов, мимо которых они в данный момент пролетают.

Таким образом, изменение показаний часов может вычисляться по формуле

$$\tau = \int \sqrt{1 - \frac{v(t)^2}{c^2}} dt, \quad (3)$$

которую следует считать справедливой до ускорений, достигающих величин до  $10^{14} g$ , а может быть, и вполне точной. Пересчет формулы (3) к системе координат, в которой часы покоятся, приводит к формуле (2)<sup>1</sup>.

В самом деле, как формула (2), так и формула (3) дают длину одной и той же времени-подобной мировой линии в различных системах координат. Но так как длина мировой линии является инвариантом, то справедливость сказанного становится очевидной для случая псевдоевклидова пространственно-временного континуума. Естественно перенести этот результат на случай неевклидова континуума. Отметим, что, как показал Е. Вигнер, использование системы стандартных часов, зеркал и световых сигналов дает возможность измерять длины не только времени-подобных мировых линий, но и величины пространственно-подобных интервалов, метрику и непосредственно кривизну пространственно-временного континуума [5].

<sup>1</sup> Обзор экспериментальных работ как по температурному, так и по гравитационному смещениям дан во многих монографиях. См., например, [4].

Работа Е. Вигнера интересна, так как она является существенным шагом вперед в решении рассматриваемой проблемы.

Другие авторы для установления связи между координатными параметрами  $x^0, x^1, x^2, x^3$  и действительными промежутками времени и пространственными расстояниями предлагали тетрадный метод, метод одиночного наблюдателя и т. д. Обзор этих методов дан в статье [6]. Мы не будем здесь на них останавливаться.

Отметим следующее. Как известно, в случае слабого поля можно принять

$$g_{ik} = \delta_{ik} + h_{ik}.$$

Здесь  $\delta_{ik}$  — метрика Лоренца — Минковского и  $h_{ik} \ll 1$ .

В рассматриваемом случае можно (с точностью до малых более высокого порядка) производить «евклидовы измерения» пространственно-временных координат, рассматривая  $h_{ik}$  как компоненты поля в псевдоевклидовом континууме специальной теории относительности.

Итак, вопреки мнению Бриллюэна, «система операций» по измерению промежутков времени и пространственных расстояний в общей теории относительности уже давно разрабатывается, причем в полном соответствии с физическим содержанием этой теории. Тем не менее проблема определения расстояний и промежутков времени по параметрам  $x^0, x^1, x^2, x^3$  не может еще считаться полностью разрешенной во всей ее общности. Все это хорошо известно и неоднократно отмечалось во многих монографиях и руководствах [7].

В § 3 и 4 гл. 7 Бриллюэн предлагает, по аналогии с электростатикой, некую модель статического гравитационного поля, используя при этом понятие отрицательной массы. Эта модель неприемлема хотя бы потому, что она построена в плоском псевдоевклидовом пространстве-времени.

Переходя к вопросу об экспериментальной проверке общей теории относительности, Бриллюэн совершенно не учитывает, что следствиями общей теории относительности являются как закон тяготения Ньютона, так и уравнения движения тяготеющих масс. Бриллюэн не учитывает также, что при наличии электромагнитного поля, заданного тензором энергии-импульса  $T_{ik}$ , уравнения Пойнтинга становятся следствиями основных уравнений общей те-



рии относительности<sup>2</sup>. Что же касается нестационарного решения Фридмана, подтвержденного наблюдениями (хаббловское красное смещение далеких объектов), то Бриллюэн это решение, как, впрочем, и всю релятивистскую астрофизику, относит к области «научной фантастики». Несколько ниже мы вернемся к точке зрения Бриллюэна на релятивистскую астрофизику.

В своей критике общей теории относительности Бриллюэн придает особое значение утверждению, что экспериментальное подтверждение трех предсказанных этой теорией эффектов ненадежно и что эти эффекты могут быть объяснены из физических соображений, не связанных с общей теорией относительности. Вот что он пишет: «Экспериментальное «подтверждение» общей теории относительности составляет:

1. Наблюдаемое во время затмений отклонение лучей света, проходящих вблизи Солнца. Эти эксперименты являются очень неточными: индивидуальная ошибка достигает 100%, а средняя — 30%. Теория этого эффекта не является неуязвимой, поскольку предполагает наличие абсолютного вакуума вблизи Солнца, тогда как можно наблюдать очень мощные извержения вещества и излучения из Солнца.

2. Смещение перигелия Меркурия. Согласие с теорией, по-видимому хорошее, однако, как показал Дикке [13], оно является в значительной мере случайным.

3. Красное смещение спектральных линий в гравитационном поле. Результаты экспериментов Паунда согласуются с теорией с точностью до 1%, однако, используя значение массы  $h\nu/c^2$  кванта  $h\nu$ , с помощью очень простых рассуждений можно получить тот же результат.

Вывод: нет никаких экспериментальных фактов, подтверждающих громоздкую в математическом отношении теорию Эйнштейна. Все, что сделано после Эйнштейна, представляет математически сложные обобщения, дополнения или видоизменения, не имеющие экспериментального подтверждения. Научная фантастика в области космологии— это, откровенно говоря, очень интересная, но гипотетическая вещь.

---

<sup>2</sup> Это вытекает из того обстоятельства, что уравнения  $\nabla_k T^{ik} = 0$  являются следствием гравитационных уравнений Эйнштейна.

В общем, необходимость рассмотрения искривленного пространственно-временного мира еще не доказана; физическое значение общей теории относительности очень неясно» (стр. 83).

Рассмотрим эти высказывания Л. Бриллюэна. Начнем с отклонения лучей света, проходящих вблизи Солнца. Здесь прежде всего необходимо отметить, что приведенные Бриллюэном данные о пределах возможных ошибок в результатах наблюдений сильно устарели.

Редактор перевода в своем примечании справедливо отмечает: «Отклонение луча света в поле Солнца при первых наблюдениях имело действительно довольно «размытый» результат, но последние наблюдения (1968—1970 гг.) дают гарантию, что ошибка не превышает 4%».

Бриллюэн снова возвращается к этому вопросу в последней главе книги: «Например, Эйнштейн предсказывает отклонение луча света, проходящего около поверхности Солнца; однако тот же результат можно получить, рассматривая луч света как поток фотонов с энергией  $h\nu$  и массой  $h\nu/c^2$ . Различие лишь в численном коэффициенте: результат Эйнштейна в два раза превышает величину, полученную путем рассмотрения фотонов. Экспериментальные данные в этой области очень бедны и имеют погрешность до 100%; подробный анализ старых результатов можно найти в книге Шази [3]; новые эксперименты не лучше. Беспристрастное рассмотрение этих экспериментов показывает, что здесь существенную роль играют многочисленные причины, вызывающие искажения результатов; наиболее вероятной известной нам причиной являются турбулентные потоки в солнечной атмосфере. Опыты Шапино [1], несомненно, более надежны, чем наблюдение отклонений лучей света.

Подчеркнем также возможное влияние солнечного ветра, образующегося в результате превращения примерно десяти миллионов тонн вещества в секунду в энергию излучения» (стр. 131).

Итак, Бриллюэн утверждает, что «тот же результат можно получить другим путем, причем «результат Эйнштейна» будет лишь в «два раза превышать величину», полученную этим другим путем. Хорош «тот же результат».

В приведенной цитате Бриллюэн оперирует устаревшими экспериментальными данными, что выше уже было отмечено. Что же касается различных указанных Брил-

люэном факторов (включая «солнечный ветер»), то было бы весьма странно, если бы эти факторы давали отклонение луча света в поле тяготения Солнца в нужном направлении и на величину, предсказанную теорией Эйнштейна.

Американский ученый Шапиро предложил метод, основанный на эффекте запаздывания электромагнитной волны из-за ее отклонения в поле тяготения Солнца. Это дает возможность вычислить величину отклонения. Наблюдения производились следующим образом. Радиолокатор посылал сигнал к Венере и Меркурию, когда они находились почти за диском Солнца, и далее с помощью атомных часов наблюдалась задержка сигнала, прошедшего вблизи поверхности Солнца. Обработка результатов привела к хорошему совпадению полученного эффекта с предсказанным общей теорией относительности. Ошибка не более  $\sim 5-10\%$ .

Наблюдение эффекта отклонения лучей света в поле тяготения Солнца очень затруднено, эффект этот мал и здесь возможны различные случайные ошибки. Однако вся совокупность имеющихся экспериментов говорит, вопреки Бриллюэну, определенно в пользу общей теории относительности как в качественном, так и в количественном отношении.

Перейдем теперь к эффекту смещения перигелия Меркурия. Бриллюэн, как мы видели, утверждает, что, «как показал Дикке [13], оно является в значительной мере случайным» (стр. 83).

Бриллюэн возвращается к этому вопросу в последней главе своей книги. Он пишет: «Сплюсненность Солнца, открытая Дикке, вызывает возмущения, которые наверняка сводят на нет согласие теории с экспериментом для Меркурия» (стр. 132).

Однако ничего подобного в статье 1967 г., на которую ссылается Бриллюэн, Дикке не утверждал.

Редактор перевода в примечании на стр. 132 справедливо отметил: «Наблюдения Дикке, к результату которых он сам относился достаточно осторожно, могут объяснить самое большее 8—20% смещения перигелия Меркурия» (стр. 132).

Обратимся теперь к последней работе Дикке, опубликованной в США, 1970 [8]. Дикке утверждает: «Мы покажем правдоподобность того, что причиной таких возмущений (дающих около 4" в столетие) является несферичность Солнца».

Таким образом, на долю релятивистского эффекта остается 39" в столетие вместо вычисленных 43". Но ведь эти 43" были вычислены в предположении сферически-симметричного гравитационного поля Солнца. Если это поле не обладает сферической симметрией, то, очевидно, так же должна ставиться и релятивистская задача. Так как дополнительные смещения перигелия Меркурия в 4" в столетие объясняются по Дикке ньютоновским гравитационным полем, не обладающим сферической симметрией, то, очевидно, к тому же результату приведет и релятивистская теория, поскольку в первом приближении сам закон гравитации Ньютона есть следствие гравитационных уравнений Эйнштейна.

Подробный анализ имеющихся экспериментальных данных по релятивистскому смещению перигелия Меркурия и других планет Солнечной системы производился многими авторами [7, гл. 10].

Несмотря на трудности наблюдения и возможные ошибки в наблюдениях и вычислениях, все имеющиеся данные говорят совершенно определенно в пользу общей теории относительности. Результаты расчетов и наблюдений находятся, вопреки мнению Бриллюэна, в очень хорошем согласии друг с другом, причем не только для Меркурия, но и для других планет Солнечной системы.

Остановимся теперь на предсказанном общей теорией относительности эффекте гравитационного смещения. Как известно, этот эффект в экспериментах Паунда и др. согласуется с теорией с точностью до 1%, что можно рассматривать как блестящее подтверждение одного из выводов общей теории относительности.

Однако Бриллюэн с этим не согласен. Он получает формулу для гравитационного смещения, исходя из соотношений  $E = mc^2$ ,  $m = h\nu/c^2$  и предполагая, что гравитационное поле может быть взято в ньютоновском приближении. Другими словами, Бриллюэн рассматривает фотон как частицу, имеющую массу  $m = h\nu/c^2$ , которая свободно падает в гравитационном поле. Пройдя разность потенциалов  $\Phi$ , фотон должен изменить свою энергию, а следовательно, и частоту, отсюда получается формула  $\delta\nu/\nu = \Phi/c^2$ .

Приведенный вывод формулы для гравитационного смещения не нов. Он встречается у многих авторов, опубликовавших свои работы намного раньше Бриллюэна (см., например, монографию Вертхайма [4]).

Так или иначе, исходя из своего вывода, Бриллюэн приходит к следующим, далеко идущим обобщениям: «Эйнштейн пришел к выводу о необходимости ввести понятие искривленного пространства-времени, которое было положено в основу его общей теории относительности. Мы не видим необходимости для введения такой кривизны четырехмерного мира, потому что квантовые условия дают другой ответ» (стр. 116). И далее: «Мы используем атомные часы, свойства которых определяются законами квантовой механики... Эти часы могут (как мы увидим в § 4 ) быть подвержены воздействию поля тяготения, но они, «нечувствительны» к гравитационному потенциалу ... Гравитационное красное смещение обусловлено только движением фотонов» (стр. 116).

По поводу этих высказываний Бриллюэна необходимо, прежде всего, заметить следующее. Совершенно неверно утверждение о том, что якобы введение кривизны пространства-времени обусловлено наличием гравитационного смещения. В действительности неизбежность введения этой кривизны обусловлена совершенно другими причинами, на которых мы выше кратко остановились. Самó гравитационное смещение было предсказано общей теорией относительности задолго до того, как оно фактически было обнаружено в экспериментах. Далее, эффект гравитационного смещения может быть обнаружен путем непосредственного измерения смещений спектральных линий, без всякого обращения к атомным часам. Что же касается темпа хода атомных часов, то он должен, согласно общей теории относительности, также зависеть от гравитационного потенциала как от него зависит частота излучения атома.

Вместе с тем вопрос о сущности гравитационного смещения слишком важен для понимания общей теории относительности, поэтому на нем необходимо остановиться подробнее.

Рассмотрим классический пример с вращающейся системой координат  $S$ . В этой системе координат действует гравитационное поле, обуславливающее замедление темпа хода часов, находящихся на расстоянии  $r$  от оси вращения. Соответствующая формула имеет вид

$$\tau = \frac{t}{\sqrt{1 + \frac{2\Phi}{c^2}}} \quad (4)$$

Здесь  $\Phi = -1/2 \omega^2 r^2$ , причем  $\omega$  — угловая скорость вращения системы  $S$  относительно инерциальной системы координат  $K$ . Формула (4) есть следствие: а) принципа эквивалентности, б) преобразования Лоренца и в) твердо установленного факта независимости темпа хода стандартных часов от их ускорения, если наблюдение за этими часами ведется из инерциальной системы координат, в которой отсутствует гравитационное поле<sup>3</sup>.

Реален ли этот процесс? Для наблюдателей в инерциальной системе  $K$  безусловно — да. Но так как этот процесс инвариантен, то он остается реальным и для наблюдателей в неинерциальной системе  $S$ .

Рассмотрим, однако, этот вопрос подробнее. Пусть имеются трое совершенно одинаковых часов  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Часы  $A$  покоятся в точке  $r = 0$  системы  $S$ , а часы  $B$  — на расстоянии  $r$  от часов  $A$ . Пусть часы  $C$  вначале покоятся рядом с часами  $A$ , причем их показания совпадают. Затем часы  $C$  отправляются в путешествие по прямой линии к часам  $B$  и, достигнув их, тотчас же отправляются в обратное путешествие к часам  $A$ . В момент прибытия часов  $C$  к часам  $A$  наблюдатель в  $S$  установит разность их показаний, равную  $\Delta t_{\text{путешеств}}^C$ , затем эксперимент повторяется с тем, однако, различием, что часы  $C$ , прибыв к часам  $B$ , остаются там на некоторое время (сколь угодно большое) и затем возвращаются к часам  $A$ . Теперь наблюдатель в  $S$  убедился, что разность показаний часов  $A$  и  $C$  будет больше, чем  $\Delta t_{\text{путешеств}}^C$ . Этот результат наблюдатель в  $S$  сможет объяснить только тем, что часы  $C$ , находясь некоторое время в области более низкого потенциала, действительно шли медленнее часов  $A$ . Этот ( $ABC$ ) эксперимент инвариантен, поэтому он имеет объективное значение (точно к таким же выводам придут наблюдатели в инерциальной системе  $K$ ).

Возникает вопрос, не имеют ли место одновременно эффект зависимости темпа хода часов от гравитационного потенциала и эффект, указанный Бриллюэном? На этот вопрос может быть дан только отрицательный ответ, ибо

<sup>3</sup> В упоминавшихся выше экспериментах Хейя и др. независимость темпа хода «стандартных часов» от ускорения была установлена для ускорений, достигающих величины  $10^{14} g$ , но есть все основания полагать, что это утверждение совершенно точно при любых ускорениях.

приведенное выше предположение прямым образом противоречило бы результатам опытов Хейя и др.

Отметим, что к аналогичным выводам реальности гравитационного смещения можно прийти, рассматривая случай ускоренно и прямолинейно движущейся системы координат относительно заданной инерциальной системы. Анализ этого случая сложен.

Как в свете изложенного может быть понят вывод Бриллюэна? Бриллюэн пользуется выражением специальной теории относительности  $m = h\nu/c^2$  для инертной массы фотона, затем он применяет слабый принцип эквивалентности, считая инертную массу фотона равной его гравитационной массе, и, наконец, он вводит гравитационное поле в ньютоновском приближении, хотя это приближение несовместимо со специальной теорией относительности. Во всяком случае в ньютоновском приближении полная энергия частицы, с отличной от нуля (хотя и сколь угодно малой) массой покоя, не меняется при свободном падении этой частицы. Конечно, было бы нелепо приписывать фотону отдельно кинетическую и потенциальную энергии, но вполне естественно считать, в духе принципа соответствия, что полная энергия фотона при его движении в ньютоновском гравитационном поле не меняется.

В действительности только общая теория относительности дает возможность рассчитать изменение энергии фотона при его движении в гравитационном поле. Потеря энергии фотоном на гравитационное излучение приводит к формуле

$$\frac{\delta\nu}{\nu} \approx \frac{\gamma h}{8\pi c^6},$$

а гравитационное смещение на расстоянии ( $c \cdot 1$  сек) см равно

$$\frac{\delta\nu}{\nu} \sim \frac{\Delta\Phi}{c^2} = \frac{\Phi(c \cdot 1) - \Phi(0)}{c^2}.$$

Результаты расчетов по обеим формулам могут различаться на несколько порядков.

Итак, объяснить гравитационное смещение потерей энергии фотоном на гравитационное излучение невозможно.

Мы приходим, таким образом, к выводу, что природа гравитационного смещения заключается в зависимости

*относительного* темпа хода часов, в данной системе координат, от величины гравитационного потенциала, как это утверждал Эйнштейн.

Таким образом, вопреки мнению Бриллюэна, эксперименты Паунда и др. должны рассматриваться поэтому как подтверждение одного из выводов общей теории относительности.

Остановимся теперь вкратце на высказываниях Бриллюэна по поводу релятивистской астрофизики. Бриллюэн полностью отрицает какое-либо познавательное значение релятивистской астрофизики. Не скупясь на выражения он во многих местах своей книги относит эту научную дисциплину к «научной фантастике» или «мифотворчеству», не приводя при этом никаких аргументов в обоснование этой своей «ультрарадикальной» точки зрения.

В действительности, однако, нестационарное решение гравитационных уравнений Эйнштейна получило удивительное подтверждение в наблюдениях.

В начале 20-х годов Слифор установил, что в спектрах *всех* галактик наблюдается красное смещение. Основываясь на этом результате, Хаббл в 1929 г. в свою очередь нашел, что с увеличением расстояния красное смещение увеличивается. Наблюдения Слифора и Хаббла были продолжены рядом исследователей (Мильтон и др.), при этом был использован, в частности, 508-сантиметровый рефлектор Паломарской обсерватории. В результате новых наблюдений расстояния от Земли до галактик пришлось сильно увеличить по сравнению с данными Хаббла, однако в целом закон Хаббла подтвердился. Сейчас мы убеждены, что все галактики с огромной скоростью удаляются друг от друга. Были найдены космические объекты (например группа галактик в созвездии Гидры), удаляющиеся от нас с гигантской скоростью — красное смещение этих галактик указывало на одну пятую скорости света. Сравнительно недавно для ряда квазаров (ЗСУ и др.) Шмидт нашел красное смещение, соответствующее трем пятым скорости света!

Итак, наблюдения находятся в согласии с нестационарным решением уравнений Эйнштейна. Следует заметить также, что открытие нейтронных звезд, реликтового излучения горячей Вселенной, а также такие возможные космические явления, как гравитационный коллапс, выделение грандиозных количеств энергии и др., могут быть адекватно поняты на основе общей теории относительности.



Таким образом, вопреки мнению Бриллюэна, релятивистская астрофизика имеет в действительности громадное познавательное значение. Конечно, это наука еще очень молодая. Многие положения носят пока характер смелых предварительных гипотез. Но таков путь развития всякой науки.

Сама теория гравитационного поля выдвинула ряд новых проблем, еще ждущих своего решения. Среди этих проблем основной является проблема законов сохранения. Однако Бриллюэн даже не упоминает об этих действительно существующих проблемах.

В заключение остановимся кратко на высказываниях Бриллюэна по поводу специальной теории относительности.

Во второй главе, после ряда довольно сильных упрощений, Бриллюэн получает приближенную формулу (2.24) для полной энергии системы, состоящей из движущейся заряженной частицы и некоторого числа неподвижных заряженных частиц. Эту формулу Бриллюэн странным образом противопоставляет точной формуле (2.3), относящейся к совсем другому случаю, а именно к случаю единственной неподвижной заряженной частицы.

В третьей главе Бриллюэн пишет: «В работах Эйнштейна, по предположению, используются источники чрезвычайно коротких сигналов, и часы точно измеряют промежутки времени между их посылкой и возвращением к наблюдателю. Одним словом, часы Эйнштейна являются элементом радарной системы, и поэтому условия, необходимые для их работы, весьма отличны от условий работы эталона частоты. Хорошо известно, что для излучения очень коротких импульсов необходимо использовать очень широкую полосу частот, а не просто одну частоту. Условия, необходимые для точного излучения данного импульса, гораздо строже и значительно сложнее, чем условия для поддержания определенной частоты эталона» (стр. 55).

Однако синхронизация часов в специальной теории относительности вовсе не требует посылки очень коротких импульсов. Она может быть произведена, например, таким образом. Часы, расположенные в точке, имеющей координату  $x_k$  (заранее измеренную), получают сигнал, испущенный часами, расположенными в начале системы координат в момент  $t_k$  (заранее обусловленный). Время прихода сиг-

нала, очевидно, будет равно  $t_k + \frac{x_k}{c}$ . Отметим также, что для синхронизации часов в специальной теории относительности можно вообще обойтись без всяких световых сигналов. Для этой цели можно воспользоваться такой давно известной «операцией», как медленный перенос часов, с учетом поправки на замедление времени, связанное с конечной скоростью их движения.

Таким образом, утверждение Бриллюэна, что атомные часы якобы «не эйнштейновские часы» (стр. 55), ничем не обосновано. В действительности это вполне «эйнштейновские часы» в том смысле, что они вполне применимы в любых ситуациях, рассматриваемых в теории относительности.

В наибольшей степени «радикализм» Бриллюэна проявляется в обсуждении понятия инерциальной системы отсчета. Он пишет: «Рассмотрим этот вопрос более подробно. Для запуска какого-либо снаряда требуется машина — катапульта, ружье или пушка. Эта машина связана с системой отсчета. Машина испытывает отдачу, поэтому система отсчета, не имеющая массы (идеал геометров), улетела бы прочь! Нам же нужна неподвижная и устойчивая система отсчета, для чего ее необходимо наделить бесконечной массой. Таким образом, мы приходим к выводу, что положения Бора, приведенные в § 1, имеют значение даже для классической механики» (стр. 68).

По поводу этого высказывания Бриллюэна редактор перевода в своем примечании совершенно справедливо указывает: «В этом рассуждении, чтобы можно было применить третий закон Ньютона, предполагается, что машина связана с системой отсчета, в которой она покоится. Но можно взять вторую систему отсчета, неподвижную относительно первой, хотя и не связанную с ней механически. Тогда ничего трагического не произойдет: эта последняя система отсчета не „улетит прочь“» (стр. 68).

Разумеется, целый ряд вопросов изложен в книге Бриллюэна правильно. Например, верно изложена квантовая теория эффекта Доплера, принадлежащая Шредингеру (гл. 5); нельзя не согласиться также со следующим утверждением Бриллюэна: «Многие попытки строгой логической аксиоматизации, радовавшие теоретиков короткое время, пришлось оставить под натиском новых открытий. Дирак, фон Нейман и многие другие ученые де-

ляли все возможное, чтобы направить поток научных фактов в желаемое русло, но он снова и снова выходил за установленные для него пределы» (стр. 26).

Тем не менее в целом книга основана на неправильном понимании некоторых основных положений теории относительности, что привело автора ко многим утверждениям, которые нельзя считать справедливыми.

## Л и т е р а т у р а

1. Л. Бриллюэн. Новый взгляд на теорию относительности. М., «Мир», 1972.
2. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков. Релятивистская астрофизика. М., «Наука», 1967, гл. 2.
3. В. Л. Адамский. УФН, 1961, 65, вып. 4.
4. Э. Вертхайм. Эффект Мёссбауэра. М., «Мир», 1968.
5. Е. Вигнер. Этюды о симметрии. М., «Мир», 1970.
6. Н. В. Мицкевич. Системы отсчета и конструктивный подход к наблюдениям в общей теории относительности.— Эйнштейновский сборник, 1971. М., «Наука», 1972.
7. В. А. Брунберг. Релятивистская небесная механика. М., «Наука», 1972, стр. 132—136, 189—191.
8. Р. Дикке. Гравитация и вселенная. М., «Мир», 1972.

УДК 530.12

**Новые материалы о дискуссии Эйнштейна и Фридмана по релятивистской космологии.** Френкель В. Я. «Эйнштейновский сборник, 1973». М., «Наука», 1974, стр. 5.

Приводится и комментируется не известное ранее письмо А. А. Фридмана Эйнштейну, а также письмо Фридмана П. Эренфесту. Библ. 12 назв.

УДК 530.12

**Гелиоцентрическая система и общая теория относительности (от Коперника до Эйнштейна).** Гинзбург В. Л. «Эйнштейновский сборник, 1973». М., «Наука», 1974, стр. 19.

Показано, что ясное понимание относительности движения и устранение возражений против движения Земли так же, как и развитие гелиоцентрической системы, вошли в современную науку и высоко оценены создателем общей теории относительности. На основе анализа работ Эйнштейна выяснены связь и взаимозависимость учения Коперника и Эйнштейна в современной науке. Библ. 76 назв.

УДК 530.12

**Сверхсветовые движения и специальная теория относительности.** Киржниц Д. А., Сазонов В. Н. «Эйнштейновский сборник, 1973». М., «Наука», 1974, стр. 84.

Вводная статья к подборке переводных оригинальных работ. Отмечается, что единственное возражение против сверхсветовых движений, переносящих информацию, лежит вне СТО и относится к принципу причинности. Подчеркивается, что групповая скорость у многих реально существующих физических систем больше скорости света. Однако движение волнового пакета с такой скоростью нельзя использовать для переноса информации, и поэтому оно не нарушает причинности. Подробно обсуждаются тахионы — гипотетические частицы, имеющие групповую скорость больше скорости света. Илл. 5. Библ. 52 назв.

УДК 530.12

**Частицы за световым барьером.** Биланюк О., Сударшан Е. «Эйнштейновский сборник, 1973». М., «Наука», 1974, стр. 112.

Популярная статья, описывающая основные свойства тахионов. Илл. 5. Библ. 16 назв.

УДК 530.12

**О возможности существования частиц, движущихся быстрее света.** Фейнберг Дж. «Эйнштейновский сборник, 1973». Изд-во «Наука», 1974, стр. 134.

Обсуждается возможность описания в рамках СТО частиц, имеющих пространственно-подобный 4-импульс. Предложена квантовая лоренц-инвариантная теория поля взаимодействующих бесспиновых частиц с квантованием по статистике Ферми. Илл. 2. Табл. 1. Библ. 9 назв.

УДК 530.12

**Причинность и сверхсветовые частицы.** Чонка П. Л. «Эйнштейновский сборник, 1973». М., «Наука», 1974, стр. 178.

Подробно рассматриваются вопросы причинности. Утверждается, что ограничения, вытекающие из принципа причинности, не исключают сверхсветовых движений с переносом информации. Илл. 2. Библ. 4 назв.

УДК 530.12

**Нарушение причинности и нестабильность в сверхплотном веществе.** Б л а д м а н С. А., Р у д е р м а н М. А. «Эйнштейновский сборник, 1973». М., «Наука», 1974, стр. 190.

Скорость низкочастотных звуковых волн в сверхплотном веществе может превзойти скорость света, только если это вещество нестабильно относительно рождения пар. В реальном веществе, если оно стабильно, не ожидается появление не причинного звука. Библ. 7 назв.

УДК 530.12

**Фотографирование тел, движущихся с релятивистскими скоростями.** У г а р о в В. А. «Эйнштейновский сборник, 1973». М., «Наука», 1974, стр. 201.

Впервые удалось качественно проверить на эксперименте выводы «мысленных» опытов, касающихся видимой формы тел, движущихся с релятивистскими скоростями. Илл. 4. Библ. 2 назв.

УДК 530.12

**О возрастающем значении общей теории относительности для астрономии.** Ч а н д р а с е к х а р С. «Эйнштейновский сборник, 1973». М., «Наука», 1974, стр. 207.

Галлеевская лекция 1972 г. Теоретические и наблюдательные открытия последних лет в астрономии, в частности черных дыр, существенно расширяют область применения ОТО. Илл. 2. Библ. 27 назв.

УДК 530.12

**Второе начало термодинамики и специальная теория относительности.** Х а б е г е р К. «Эйнштейновский сборник, 1973». М., «Наука», 1974, стр. 229.

Термодинамика обобщается таким образом, что она может быть применена также и к рассмотрению теплообмена между телами, находящимися в относительном движении. Из постулатов, допускающих физическую проверку, выводится инвариантность энтропии. Предлагается однозначное определение температуры на основе обобщенных формулировок второго начала Клаузиуса и Кельвина, эквивалентность которых доказывается. Илл. 4. Табл. 1. Библ. 9 назв.

УДК 530.12

**Исторические и библиографические заметки.** А р з е л ь е А. «Эйнштейновский сборник, 1973». М., «Наука», 1974, стр. 267.

В сжатой форме изложены принцип эквивалентности и неевклидовы геометрия и физика. Специальный раздел посвящен уравнениям гравитации и работам Эйнштейна с 1911 по 1915 г. Значительное внимание уделено истории изучения движения перигелия Меркурия. Автор выделяет статьи об астрономических наблюдениях, нерелятивистских теориях ньютоновского типа, каждый раздел сопровождается обширной библиографией. Илл. 12 Табл. 1.

УДК 530.12

**К экспериментальным основаниям специальной теории относительности.** А н и с о в и ч К. В. «Эйнштейновский сборник, 1973». М., «Наука», 1974, стр. 360.

Рассмотрены экспериментальные основания специальной теории относительности. Показано, что традиционная форма проверки постулатов имеет недостатки. Проверку всего объема теории предлагается строить на постулате лоренц-инвариантности законов. Обсуждается вопрос о понятии одновременности пространственно-разобщенных событий с предложениями по постановке опытов первого порядка. Илл. 7. Библ. 45 назв.

УДК 530.12

**О функциях распределения, сохраняющих свой вид при переходе из одной инерциальной системы в другую.** К а п л а н А. Е. «Эйнштейновский сборник, 1973». М., «Наука», 1974, стр. 396.

Приведены формулы преобразования различных функций распределения при переходе из одной инерциальной системы координат в другую. Показано, что существуют функции распределения, которые сохраняют свой вид при таких переходах; движение наблюдателя с постоянной скоростью относительно среды с соответствующим распределением частиц принципиально необнаружимо. Отмечено, что такого рода «релятивистски-инвариантными» средами являются газ при бесконечно большой температуре и изотропное излучение Релея — Джинса. Библ. 3 назв.

УДК 530.12

**По поводу книги Л. Бриллюэна «Новый взгляд на теорию относительности».** Г о л ь д е н б л а т И. И. «Эйнштейновский сборник, 1973». М., «Наука», 1974, стр. 401.

Дана рецензия на книгу Л. Бриллюэна. Библ. 8 назв.

## **Эйнштейновский сборник, 1973**

**Утверждено к печати**

**Эйнштейновским комитетом АН СССР**

**Редактор В. А. Никифоровский**

**Художественный редактор Н. Н. Власик**

**Технический редактор П. С. Кашина**

**Сдано в набор 10/VI 1974 г.**

**Подписано к печати 1/х 1974 г.**

**Формат 84×108<sup>1</sup>/<sub>32</sub>. Бумага № 1**

**Усл. печ. л. 22,26. Уч.-изд. л. 23,1**

**Тираж 8700. Т-13250. Тип. зак. 765.**

**Цена 1 р. 87 к.**

**Издательство «Наука»**

**103717 ГСП, Москва, К-62, Подсосенский пер., 21**

**2-я типография Издательства «Наука»,**

**121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 10**

**ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»  
ГОТОВЯТСЯ К ПЕЧАТИ  
КНИГИ:**

**ПЛАНК МАКС.  
ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ**  
50 л. 3 р. 90 к.

Избранные труды Макса Планка, одного из создателей современной физики, содержат около ста статей. Сюда вошли его работы по основаниям термодинамики, статистической физики, термодинамической теории разбавленных растворов, квантовой теории, специальной теории относительности, а также по общим вопросам физики и истории физики. Большинство статей на русском языке публикуется впервые.

**ПРОБЛЕМЫ  
СОВРЕМЕННОЙ  
ФИЗИКИ**  
Сборник  
памяти академика  
Б. П. Константинова  
30 л. 2 р. 45 к.

В сборник включены статьи, отражающие достижения советских ученых, развивающих идеи Б. П. Константинова в некоторых областях физической химии, физики плазмы, астрофизики, голографии.

**ТЕОРИЯ  
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ  
И ГРАВИТАЦИЯ**  
10 л. 80 к.

Сборник посвящен актуальным проблемам общей теории относительности (ОТО) и гравитации. Рассматриваются вопросы взаимодействия гравитационных и электромагнитных волн. Дается описание геометрических свойств систем отсчета. Обсуждаются проблемы динамики спинорной материи в ОТО. Изучаются некоторые точные решения системы уравнений Эйнштейна и других полей.

**ИМЕЮТСЯ В ПРОДАЖЕ КНИГИ:**

**ЭЙНШТЕЙН А.**  
Собрание  
научных трудов

Т. 2. Работы по теории относительности. 1921—1955. 1966. 879 стр. 1 р. 50 к.

Т. 3. Статьи по теории броуновского движения, термодинамике и по теории квантов. 1966. 632 стр. 1 р. 50 к.



**ЭЙНШТЕЙНОВСКИЙ СБОРНИК**

1971. 287 стр. 1 р. 67 к.

**ЭЙНШТЕЙНОВСКИЙ СБОРНИК**

1972. 399 стр. 1р. 80 к.

**ЭЙНШТЕЙНОВСКИЙ СБОРНИК**

1973. 390 стр. 1 р. 87 к.

**Для получения книг почтой заказа просим направлять по адресу:**

117464 МОСКВА, В-464, Мичуринский проспект, 12, магазин «Книга — почтой» Центральной конторы «Академкнига»;

197110 ЛЕНИНГРАД, П-110, Петрозаводская ул., 7, магазин «Книга — почтой» Северо-Западной конторы «Академкнига» или в ближайшие магазины «Академкнига».

**Адреса магазинов «Академкнига»:**

480391 Алма-Ата, ул. Фурманова, 91/97; 370005 Баку, ул. Джапаридзе, 13; 320005 Днепропетровск, проспект Гагарина, 24; 734001 Душанбе, проспект Ленина, 95; 664033 Иркутск, 33, ул. Лермонтова, 303; 252030 Киев, ул. Ленина, 42; 277012 Кишинев, ул. Пушкина, 31; 443002 Куйбышев, проспект Ленина, 2; 1921104 Ленинград, Д-120, Литейный проспект, 57; 199164 Ленинград, Менделеевская линия, 1; 199004 Ленинград, 9 линия, 16; 103009 Москва, ул. Горького, 8; 117312 Москва, ул. Вавилова, 55/7; 630090 Новосибирск, Академгородок, Морской проспект, 22; 630076 Новосибирск, 91, Красный проспект, 51; 620151 Свердловск, ул. Мамина-Сибиряка, 137; 700029 Ташкент, ул. К. Маркса, 29; 700029 Ташкент, Л-29, ул. Ленина, 73; 700100 Ташкент, ул. Шота Руставели, 43; 634050 Томск, наб. реки Ушайки, 18; 450075 Уфа, Коммунистическая ул., 49; 450075 Уфа, проспект Октября, 129; 720001 Фрунзе, бульвар Дзержинского, 42; 310003 Харьков, Уфимский пер., 4/6.

---