

**В. Л. ГРАНОВСКИЙ**

# **ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ГАЗЕ**

**УСТАНОВИВШИЙСЯ ТОК**

Под редакцией

**Л. А. СЕНА и В. Е. ГОЛАНТА**



**ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»  
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
МОСКВА 1971**

Электрический ток в газе. Установившийся ток, Грановский В. Л., под ред. Л. А. Сена и В. Е. Голанта, Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1971.

В книге рассматриваются различные виды установившегося тока в газе при разных давлениях и составе газа. Первая глава посвящена движению заряженных частиц в вакууме в электрических и магнитных полях разной конфигурации, как без учета, так и с учетом объемного заряда. Далее рассматривается влияние газа, проявляющееся в изменении характера движения частиц и в возникновении объемной ионизации. В последующих главах излагаются свойства плазмы — основные ее характеристики, условия существования, явления переноса и т. п. Отдельно рассматриваются плазма изотермическая (находящаяся в термодинамическом равновесии или близком к нему состоянии), квазиизотермическая, реализуемая в положительном столбе дуги высокого давления, и неизотермическая.

Остальная часть книги посвящена конкретным формам установившегося тока в газе — тлеющему разряду, дуге низкого и высокого давления — и процессам, связанным с прохождением электрического тока через газ или ему сопутствующим. Сюда, в частности, относятся процессы на катоде и аноде, динамика газа и связанное с ней перераспределение плотности газа, взаимодействие ионизованного газа, через который протекает ток, и его собственного магнитного поля с внешним продольным и поперечным магнитным полем.

В книге в равной мере уделено внимание результатам как теоретических, так и экспериментальных исследований. Значительная часть содержащихся в книге материалов публиковалась только в периодической советской и зарубежной литературе и в книгах ранее не излагалась.

Табл. 42. Рис. 269. Библ. назв. 988.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие .....	6
Введение. Классификация видов электрического тока в газах .....	9
Глава I. Установившийся ток в высоком вакууме (В. Л. Грановский) .....	15
§ 1. Движение носителя заряда во внешнем поле .....	16
§ 2. Элементарный ток при движении одной заряженной частицы .....	25
§ 3. Ток заряженных частиц в вакууме в отсутствие заметных объемных зарядов .....	27
§ 4. Ток в вакууме при наличии объемных зарядов .....	31
§ 5. Поперечные действия собственных полей тока в вакууме .....	43
Глава II. Несамостоятельный ток в газе (В. Л. Грановский) .....	47
А. Несамостоятельные токи без ионизационного усиления .....	48
§ 6. Токи при слабой объемной ионизации .....	48
§ 7. Сильная объемная ионизация, вызывающая искажение электрического поля .....	54
§ 8. Ток, поступающий в газ через заданную поверхность .....	60
§ 9. Биполярный ток носителей, поступающих в промежуток извне .....	67
Б. Несамостоятельные токи с ионизационным усилением .....	68
§ 10. Ионизационное (газовое) усиление .....	68
§ 11. Коэффициенты ионизации электронными ударами $\alpha$ и $\eta$ .....	70
§ 12. Усиление электронными ударами. Случай однородного поля .....	81
§ 13. Усиление электронными ударами. Случай неоднородного поля .....	86
§ 14. Усиление несамостоятельного тока электронными и ионными процессами .....	90
§ 15. Усиление тока электронными и фотонными процессами .....	95
Глава III. Общие свойства плазмы (В. Л. Грановский, А. К. Мусин) .....	99
§ 16. Определение. Виды плазмы .....	99
§ 17. Поляризация плазмы в электрическом поле .....	102
§ 18. Электропроводность плазмы в постоянном поле .....	110
§ 19. Теплопроводность плазмы .....	117
§ 20. Магнитные свойства плазмы .....	128
§ 21. Уравнения переноса для плазмы в магнитном поле .....	134
Глава IV. Изотермическая (равновесная) плазма (В. Л. Грановский, А. К. Мусин) .....	142
§ 22. Определение. Условия существования .....	142
§ 23. Термодинамические функции плазмы .....	144
§ 24. Ионизация в равновесной плазме .....	159
§ 25. Электропроводность изотермической плазмы .....	173
§ 26. Потоки в равновесной плазме .....	181
Глава V. Положительный столб электрической дуги высокого давления (квази-изотермическая плазма) (В. Л. Грановский, А. К. Мусин) .....	189
§ 27. Состояние плазмы в дуге высокого давления .....	189
§ 28. Степень ионизации и функция распределения электронов .....	202
§ 29. Характеристики положительного столба .....	210
§ 30. Положительный столб дуги, стабилизированной стенками .....	222
§ 31. Положительный столб дуги, горящей в свободной атмосфере .....	225
§ 32. Положительный столб электрической дуги, стабилизированной потоком газа .....	230

<b>Глава VI. Положительный столб тлеющего разряда и дуги низкого давления</b> (В. С. Голубев)	235
§ 33. Общая физическая картина процессов в положительном столбе	235
§ 34. Теория положительного столба низкого давления при малой плотности тока	239
§ 35. Экспериментальные исследования положительного столба низкого давления при малой плотности тока	250
§ 36. Излучение положительного столба	257
§ 37. О функции распределения электронов по энергиям в положительном столбе	272
§ 38. Положительный столб при средних давлениях газа и больших плотностях тока	276
§ 39. Физические границы существования различных режимов положительного столба низкого давления	288
<b>Глава VII. Тлеющий разряд</b> (Г. С. Солнцев)	292
§ 40. Общее описание тлеющего разряда	292
§ 41. Основные теории катодных частей тлеющего разряда	300
§ 42. Нормальный тлеющий разряд	306
§ 43. Аномальный тлеющий разряд	310
§ 44. Отрицательное тлеющее свечение и фарадеево темное пространство	313
§ 45. Элементы теории отрицательного свечения и фарадеева темного пространства	326
§ 46. Разновидности тлеющего разряда	328
<b>Глава VIII. Электрическая дуга низкого давления, поддерживаемая накалившимся катодом</b> (С. Д. Гвоздовец)	333
§ 47. Определение и общие свойства разряда	333
§ 48. Количественные оценки	336
§ 49. Экспериментальный материал, вольтамперные характеристики и свечение ДК при различных давлениях и токах	341
§ 50. Теория свободного режима катодного слоя, учитывающая влияние электронов плазмы и начальных скоростей заряженных частиц	345
§ 51. Теория свободного режима дуги	350
<b>Глава IX. Электрическая дуга низкого давления с холодным катодом</b> (И. А. Лукацкая, В. И. Разовский, Г. Г. Тимофеева)	353
§ 52. Определение дуги низкого давления; основные области дуги	353
§ 53. Феноменология катодного пятна дуги	354
§ 54. Некоторые представления о механизме эмиссии катода дуги низкого давления	366
§ 55. Баланс энергии на катоде сильноточной дуги	377
§ 56. Обратное движение катодного пятна дуги низкого давления	381
§ 57. Пространство низковольтной дуги	383
§ 58. Анодная область при низком давлении	386
§ 59. Взаимодействие соседних областей тока	398
<b>Глава X. Электрическая дуга высокого давления</b> (И. А. Васильева, Э. И. Асиновский)	403
§ 60. Введение	403
§ 61. Явления на катоде	405
§ 62. Явления на аноде	411
§ 63. Излучение дуги высокого давления	416
<b>Глава XI. Действие электрического тока на состояние газа</b> (Г. Г. Тимофеева)	426
§ 64. Нагрев газа и связанное с ним перераспределение плотности газа	427
§ 65. Перераспределение плотности однородного газа, связанное с направленным движением электронов и ионов в электрическом поле	430
§ 66. Перераспределение плотности газа при изменении сечения положительного столба	441
§ 67. Разделение двухкомпонентной смеси газов, связанное с направленным движением электронов и ионов в электрическом поле	450

Глава XII. Действие магнитного поля на электрический ток в газе (В. С. Голубев, А. К. Мусин)	460
§ 68. Влияние магнитного поля на коэффициенты диффузии и подвижности заряженных частиц	460
§ 69. Положительный столб низкого давления в слабом продольном магнитном поле	462
§ 70. Неустойчивость положительного столба низкого давления в сильном продольном магнитном поле	466
§ 71. Дуга низкого давления в металлических камерах в продольном магнитном поле	473
§ 72. Пеннинговский (Филлипсовский) разряд	476
§ 73. Электрический ток в поперечном магнитном поле	479
Примечания	491
Литература	526

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемая книга прошла сложный и нелегкий путь, прежде чем она вышла в свет и предстала перед читателем. В 1952 г. В. Л. Грановским был опубликован первый том фундаментальной монографии «Электрический ток в газе», содержащей общие вопросы электродинамики газов. Эта книга, подобно которой по глубине содержания, широкому охвату явлений и высокому научному уровню не было во всей мировой литературе по газовой электронике, сразу же стала настольной книгой не только советских, но и зарубежных физиков, работающих в этой области. Завершив работу над первым томом, Вениамин Львович приступил к написанию второго, который должен был содержать описание конкретных форм стационарного и нестационарного электрического тока в газе. Большое личное горе прервало начатую работу. Когда спустя несколько лет В. Л. Грановский возобновил ее, стало ясно, что за это время так много нового сделано в науке, что уложить намеченное содержание в один том уже невозможно. Тогда он решил создать еще два тома, первый из которых должен был содержать все виды установившегося тока, а второй — неустановившегося. Учитывая огромный объем предстоящей работы, В. Л. Грановский пригласил принять участие в подготовке книги ряд своих учеников, а также Г. С. Солнцева, предварительно разработав детальный план первого тома, общий план и разбивку по главам второго.

К моменту трагической гибели В. Л. Грановского (6 мая 1964 г.) были полностью готовы написанные им самим Введение и первые две главы; вчерне была написана значительная часть остальных глав, причем некоторые из них были просмотрены В. Л. Грановским и обсуждены с их авторами.

Для того чтобы столь значительный и нужный труд не пропал даром, мы согласились, по просьбе В. И. Пружининой-Грановской, взять на себя ответственность за редактирование и подготовку книги к изданию.

Во время подготовки книги к коллективу авторов любезно согласился присоединиться проф. С. Д. Гвоздовер, взявший на себя труд написания главы, посвященной дуге низкого давления с накалимым катодом.

Перед нами встала весьма сложная задача, имея лишь план книги и отдельные главы, писавшиеся авторами независимо друг от друга, попытаться объединить весь этот материал в одно целое. Трудность усугублялась тем обстоятельством, что, поскольку с момента выхода первого тома прошло почти два десятилетия, книгу нельзя было рассматривать как его непосредственное продолжение. Поэтому решено было подготовить к печати данную книгу как независимый труд, сохранив лишь в некоторой степени прием-

ственность с первым томом. Различие манеры и стиля изложения участников авторского коллектива, среди которых были и экспериментаторы и теоретики, сделало практически неосуществимым приведение всех глав к одному уровню. Поэтому мы вынуждены были ограничить свои функции и смириться с известной «автономией» отдельных глав, что, впрочем, позволяет читателю изучать те вопросы, которые его непосредственно интересуют, без необходимости читать предыдущие главы. Это до некоторой степени приближает книгу к распространенному в настоящее время типу книг, в которых в рамках общего плана отдельные главы пишутся разными авторами независимо друг от друга. Несмотря на сравнительно большой объем книги, вероятно, не все, что составляет ее содержание, изложено достаточно полно, а некоторые вопросы, быть может, вообще остались неосвещенными. В частности, вопросы, связанные с физикой плазмы, излагаются главным образом постольку, поскольку они являются существенными для конкретных форм электрического тока в газе. Поэтому многие важные результаты, полученные в процессе быстрого развития физики плазмы в последние годы, в книгу не вошли. Так, например, совершенно не рассматриваются специфические проблемы, связанные с методами получения и исследования высокотемпературной плазмы. Это представляется нам вполне оправданным, поскольку за последние годы высокотемпературной плазме посвящено большое число специальных книг, написанных на различном уровне, от популярных брошюр до фундаментальных монографий.

Нам кажется, что несмотря на указанные обстоятельства, обширный материал, заключенный в данной книге, окажется полезным значительному кругу физиков и инженеров как работающих в области газовой электроники, так и приступающих к ее изучению.

Как уже указывалось, в создании книги принял участие большой коллектив авторов, работа которых распределялась следующим образом.

Введение и первые две главы написаны В. Л. Грановским, гл. III—V — совместно В. Л. Грановским и А. К. Мусиным, гл. VI написана В. С. Голубевым, гл. VII — Г. С. Солнцевым, гл. VIII — С. Д. Гвоздовером. Первые два параграфа гл. IX написаны И. А. Лукацкой, §§ 54—56 — В. И. Раховским, §§ 57—59 — Г. Г. Тимофеевой. Гл. X написана И. А. Васильевой (§§ 60—62) и Э. И. Асиновским (§ 63), гл. XI — Г. Г. Тимофеевой, гл. XII — В. С. Голубевым (§§ 68—72) и А. К. Мусиным (§ 73).

В заключение мы считаем нужным принести благодарность проф. Б. Н. Клярфельду и проф. В. А. Фабриканту, оказавшим весьма существенную помощь при редактировании книги.

Особо следует отметить огромный труд по сбору всего литературного материала и организации работы над книгой, который выполнила В. И. Пружинина-Грановская.

*Л. А. Сена и В. Е. Голант*

# КЛАССИФИКАЦИЯ ВИДОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА В ГАЗАХ

Электрические токи в газах разнообразны во многих отношениях. Они могут различаться между собой не только по величине и длительности, но и по происходящим в них физическим процессам, в первую очередь по тем процессам, которыми обусловлена электрическая проводимость газа, т. е. появление в нем свободных носителей заряда. Различие в механизме возникновения и поддержания проводимости отражается как во «внешнем виде» явления (т. е. в интенсивности, спектре, пространственном и временном распределении его излучения), так и в его электрических характеристиках — внешних (вольтамперная, вольтсекундная и другие характеристики) и внутренних (пространственное и временное распределение электрического поля, плотности тока, объемных зарядов, концентраций электронов и ионов и т. д.). Поэтому мы говорим о различных видах или формах электрического тока в газе. Это же, хотя и в меньшей степени, относится к току в вакууме; напротив, в постоянных проводниках (например, в металлах) таких качественно различных видов тока нет.

Ввиду такого разнообразия видов тока в газах и вакууме систематическое изучение их требует, прежде всего, классификации, которую естественно проводить либо по внешним (феноменологическим) признакам различных видов тока, либо по существу происходящих физических процессов. В дальнейшем делается попытка такой классификации. В основе ее лежат факторы, обуславливающие проводимость газа, а именно: а) число таких факторов; б) место их действия (в газе или в граничащих с ним телах); в) физическая сущность этих факторов, т. е. виды основных элементарных процессов, обуславливающих появление свободных электронов и ионов; г) наличие и природа вторичных факторов, усиливающих проводимость, т. е. вторичных процессов, способствующих появлению свободных носителей. Кроме того, учтены и некоторые основные общезначимые признаки, как, например, зависимость или независимость явлений от времени.

Не претендуя на логическую строгость и полноту предлагаемой классификации, попытаемся все же по указанным признакам систематизировать перечень важнейших видов тока в газах.

Прежде всего, токи проводимости в газе делятся на *самостоятельные* и *несамостоятельные*. Это деление связано с основным свойством газа — быть непроводником тока в нормальном состоянии. Вследствие этого свойства газа для возникновения в нем тока проводимости требуется: а) появление в газе свободных носителей заряда (электронов и ионов), т. е. возникновение проводимости; б) сообщение этим носителям направленного движения.

В постоянных проводниках (металлах, электролитах и т. д.) электрическое поле, вызывая электрический ток, выполняет одну только вторичную функцию — вносит некоторую направленность в хаотическое движение носителей заряда. Если в газе наложенное на него электрическое поле осуществляет обе функции в такой степени, что для обеспечения тока достаточно поддерживать только это поле, то такой ток называется *самостоятельным*. В других случаях поле в газе, хотя и может создавать новые носители заряда, но в количестве, недостаточном для восполнения их ухода на электроды,

стенки или убьли вследствие рекомбинации. В этих случаях для поддержания тока в газе необходим внешний источник ионизации, устранение которого приводит к исчезновению тока. Такой ток называют *несамостоятельным*.

Все сказанное относится как к газу, так и к вакууму, т. е., практически говоря, к газу, разреженному до такой степени, что его оставшиеся молекулы уже не влияют в заметной степени на прохождение тока. Но характер и условия возникновения самостоятельного и самостоятельного тока в вакуумном и в газовом промежутке во многом различны.

*Несамостоятельный ток в вакууме* осуществляется либо потоком ионов (в ускорителях, в масс-спектрографах), либо потоком электронов (в электронных приборах разнообразных типов), либо в редких случаях одновременно теми и другими. Как ионы, так и электроны поступают в вакуумный промежуток извне: ионы — в большинстве случаев из области пространства или части аппаратуры, заполненной газом; электроны (а в некоторых особых случаях и ионы) — из электродов (катода, эмиттера). Электронные токи в вакууме в зависимости от способа происхождения делятся на термоэлектронные, фотоэлектронные, вторичноэлектронные.

*Несамостоятельный ток в газе* также может состоять из электронов, ионов и тех и других вместе. Носители заряда могут не только поступать в газ извне, но и возникать в самом газе в результате его ионизации.

Из возможных классов самостоятельных токов в газе отметим два.

1. Основным источником свободных носителей заряда является электрод. Обычно это катод, накаливаемый (в газотронах, тиратронах и т. д.) или освещенный (в газонаполненных фотоэлементах), испускающий ток электронов. Газ либо ослабляет этот ток, если приложенное электрическое поле слабо и столкновения с молекулами только тормозят движение электронов, либо, наоборот, усиливает его, если электроны ускоряются полем и ионизуют молекулы газа.

2. Основным источником свободных электронов и ионов является сам газ, наполняющий промежуток. Газ может ионизоваться: электромагнитным (ультрафиолетовым или рентгеновским) излучением какого-либо внешнего излучателя (в атмосфере, в несамосветящихся туманностях, в ионизационных камерах), потоком заряженных частиц (от радиоактивных веществ или космическими лучами) и, наконец, вследствие высокой температуры самого газа, поддерживаемой внутренними процессами в газе — химическими (в пламени) или ядерными (в звездах). Кроме того, свободные электроны и ионы могут оставаться в газе от самостоятельного тока, ранее протекавшего по нему (остаточная проводимость). Возникающий во всех этих случаях ток также может быть усилен путем ударной ионизации (например, в счетчиках заряженных частиц).

*Самостоятельный ток* равным образом может иметь место и в вакууме, и в газе. Холодная (автоэлектронная) эмиссия в вакууме относится по определению к самостоятельным токам: для ее возникновения достаточно создать между электродами сильное электрическое поле. Но случаи самостоятельного тока в газе неизмеримо разнообразнее. Во всех них участвуют как электроны, так и ионы, возникающие и в газе, и (во многих случаях) на электродах. Поэтому классификационные признаки здесь целесообразно выбрать иными. В первую очередь самостоятельные токи, как и все вообще физические явления, можно разделить по основному критерию динамики — по протеканию явления во времени — на установившиеся и неуставившиеся.

К *установившимся токам*, строго говоря, следует относить только токи, сила которых не меняется с течением времени ( $i = \text{const}$ ); тогда всякий ток, сила которого переменна во времени, следовало бы считать *неустановившимся*. Такое разделение было бы оправданным в электродинамике сред с постоянной проводимостью. Однако в области электрических токов в га-

зах, где не только ток, но и сама проводимость может изменяться и не только по величине, но и по природе поддерживающих ее процессов, такое разделение не соответствовало бы существу явлений. Один и тот же вид тока в газе, например дуга, может иметь место и при постоянной, и при переменной силе тока. В последнем случае наблюдается ряд явлений, характерных для процесса, переменного во времени, и отсутствующих в дуге постоянного тока, например гистерезис дуги; но качественно вид тока один и тот же в обоих случаях — дуга; процессы, поддерживающие проводимость газа, по существу не меняются. Такие токи мы будем называть *почти установившимися (квазистационарными)*. При классификации различных форм тока эта группа отнесена к установившимся токам. Иными словами, к установившимся токам отнесены те, которые могут существовать при постоянной силе тока. К неустановившимся же токам мы относим только те виды тока, которые установившимися не могут быть вовсе.

За основу дальнейшей классификации мы примем электропроводность газа\*) и обуславливающие ее процессы. По этим признакам можно установить следующие группы и виды самостоятельных токов.

*Установившиеся* (а также и почти установившиеся) самостоятельные токи в газе протекают между электродами, поддерживающими электрическое поле в газе. Это поле может быть обусловлено в основном поверхностными зарядами на электродах, но может быть также существенно изменено объемными зарядами, возникшими в самом газе в процессе развития тока. В зависимости от этого установившиеся самостоятельные токи распадаются дальше на две большие группы.

1. Электрическое поле, не искаженное существенно объемными зарядами, мы находим, прежде всего, в *темном* (таунсендовском) токе. Это — самостоятельный ток, протекающий в однородном или слабо неоднородном поле электродов. Плотность этого тока настолько мала, что он не сопровождается заметным свечением (отсюда название); по той же причине и плотность объемных зарядов так мала, что они не искажают поля электродов в заметной степени. Такой ток имеет место преимущественно при низком давлении газа.

Второй вид самостоятельного тока в поле электродов, мало искаженном объемным зарядом, представляет собой *корона*. Она возникает в сильно неоднородном поле электродов большой кривизны; поэтому объемные заряды, значительно больше, чем в предыдущем случае, искажают это поле сравнительно немного. Корона имеет место преимущественно при высоком давлении газа.

2. Поле, в высокой степени искаженное объемными зарядами, характерно для наиболее распространенных форм тока в газе: *тлеющего* разряда и *дуги*. В обоих случаях электрическое поле обладает наибольшей напряженностью в ограниченной области у катода, имеющей определенную длину  $l_k$ . Различие между этими формами тока устанавливается по величине падения потенциала в катодной области (катодного падения потенциала)

$$U_k = \int_0^{l_k} E dx.$$
 Если  $U_k \gg U_i$  — ионизационного потенциала газа, то мы

имеем дело с тлеющим разрядом; если же  $U_k \lesssim U_i$ , то — с дугой. Это различие связано с различием процессов эмиссии электронов катодом и различием в поперечной неоднородности тока.

Особое место занимают формы самостоятельного тока, лишенные вовсе катодного падения, что связано с наличием слоя поверхностных зарядов

\*) Понятие электропроводности газа при самостоятельном токе не так просто, как у постоянных проводников, поскольку вольтамперная характеристика такого тока не только нелинейна, но зависит от протекания процесса во времени ({1}, § 78).

на полупроводящей пленке, находящейся на поверхности катода. Сходные во многих отношениях с тлеющим разрядом, они, однако, отличаются от него отсутствием его наиболее характерной части — области катодного падения потенциала.

Классификация *неустановившихся* форм тока в газе должна основываться на поведении его электропроводности: изменяется ли она вместе с током, и если меняется, то как именно: только по величине, или по роду поддерживающих ее процессов. По этому признаку нестационарные токи делятся на следующие группы.

*Изменение тока при постоянной проводимости газа.* В этом случае ток меняется, как и в постоянных проводниках, при изменении действующего в газе электрического поля. Последнее может происходить в двух случаях.

1. Меняется внешнее напряжение, приложенное к газовому промежутку; при этом изменение его происходит быстро — за время, малое по сравнению со средним временем появления новых электронов и ионов в газе. *Однократное* изменение напряжения означает короткий импульс тока в газе, *периодическое* — высокочастотный ток в газе. При достаточно высокой частоте и постоянной амплитуде поля такие характеристики, как концентрация ионов, средняя концентрация электронов, температура электронов (или изотропная часть функции их распределения по скоростям  $f_e(c)$ ), излучение газа, остаются постоянными. Это во многих отношениях сближает ВЧ-токи постоянной амплитуды с установившимся током, хотя с точки зрения теории электромагнитного поля это — неустановившиеся токи. Мы поэтому выделяем этот вид тока в газе в самостоятельную группу, промежуточную между стационарными и нестационарными токами.

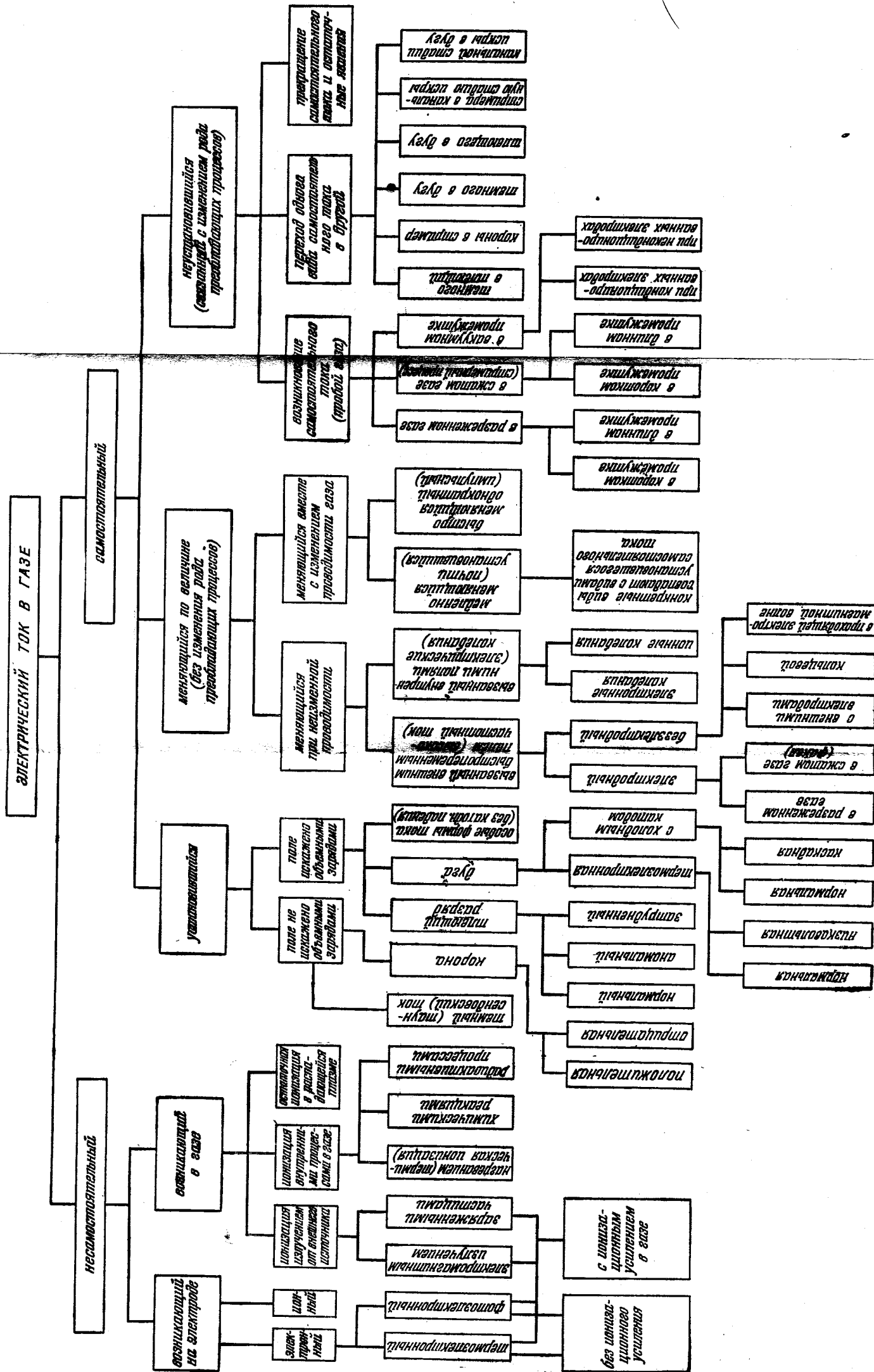
Для ВЧ-токов характерно, что они могут возникнуть и поддерживаться в газе без помощи электродов, в отличие от ранее рассмотренных видов тока. Поэтому естественно разделить ВЧ-токи в газе, прежде всего, на электродные и безэлектродные формы. К электродным формам следует отнести ВЧ-токи в газовых промежутках низкого давления (в ВЧ-разрядниках) и ВЧ-токи, наблюдаемые при высоком давлении в форме факела («факельный разряд»).

К безэлектродным формам ВЧ-тока относятся ток с внешними электродами, расположенными за пределами газового промежутка, кольцевой ток, возникающий в вихревом индукционном электрическом поле, и, наконец, электрические токи в проходящей электромагнитной волне, движущейся в ионизованном газе (например, в волноводе).

2. Перераспределяются объемные заряды в газе, и потому меняется образующее ими собственное (самосогласованное) электрическое поле; в результате этого ток также меняется. При периодическом смещении заряда возникают колебания тока; в зависимости от того, колеблются ли только электроны или электроны и ионы, мы различаем электронные и ионные колебания. Это — широкий класс разнообразных явлений, имеющих существенное значение для понимания многих процессов, происходящих в газах. Обычно эти колебания происходят в плазме дуги или тлеющего тока, накладываясь на основной ток. Но некоторые виды их могут существовать и самостоятельно, например в плазме термического происхождения. Поэтому они включены в табл. В.1 в виде отдельной группы.

*Изменение тока при изменяющейся проводимости газа со временем.* Такое изменение происходит, если усиливается или ослабевает по какой-либо причине интенсивность процессов ионизации или деионизации. При этом предполагается, что преобладающие виды элементарных процессов остаются теми же самыми, и потому вид самостоятельного тока не изменяется. Важнейший случай этого представляет собой изменение напряженности электрического поля, действующего в газе, на время, достаточное для появления

Таблица В.1



новых электронов и ионов путем ударной ионизации. Баланс элементарных процессов нарушается: ускорение зарядов не компенсируется потерями скорости при столкновениях, ионизация — деионизацией. Вследствие этого концентрации носителей, распределения их скоростей и зависящие от них величины становятся функциями времени. Усиление поля означает в большинстве случаев усиленную ионизацию и повышение электропроводности газа; ослабление поля — снижение последней (§ 1, § 79).

Среди подобных процессов мы можем выделить две группы.

1. Процессы, при которых изменения параметров происходят настолько медленно, что состояние газа и процессов в нем в каждый момент времени близки к установившимся (квазистационарные). Поскольку при этом вид тока не меняется, нет оснований выделять квазистационарные токи в отдельную группу. Мы относим их к тем же видам стационарных токов, что и соответствующие им виды постоянных токов.

2. Переходные процессы, соответствующие резкому однократному изменению основного фактора ионизации (например, электрического поля) от одного (начального) значения до другого (конечного). Анализ подобных процессов позволяет войти в сущность динамики данной формы тока в газе.

*Переход одного вида самостоятельного тока в другой.* Такие переходы происходят, если изменившиеся условия протекания тока приводят к замене основного элементарного процесса появления носителей заряда другим процессом. Сюда можно отнести случаи перехода темного (таунсендовского) тока в тлеющий, темного или тлеющего тока в дугу, короны в стример, стримера в канальную стадию искры и т. д.

*Появление самостоятельного тока в газе (пробой газа).* Этот случай (называемый также «зажиганием») связан с появлением значительной проводимости в газе, ранее не проводившем сколько-нибудь значительного тока или не проводившем вовсе.

1. Самостоятельный ток возникает («зажигается») в газе, не содержавшем предварительно никаких носителей заряда (пробой неионизованного газа). Практически для начала пробоя нужно, чтобы в газовом промежутке появился хотя бы один свободный электрон. Поэтому, по крайней мере в принципе, этот случай может быть включен в следующий.

2. Возникновение самостоятельного тока происходит в газе, содержащем свободные носители заряда. При этом возможны два случая.

а) Свободные носители заряда появляются под действием постороннего фактора; этот случай означает переход несамостоятельного тока в самостоятельный. Конкретные формы этого процесса могут в свою очередь различаться в зависимости от условий, при которых происходит пробой: сжатый газ, разреженный газ или отсутствие газа (высокий вакуум). Начальная стадия процесса (появление самостоятельного тока), которую мы здесь имеем в виду, в дальнейшем перерастает в другие стадии — переход одной формы самостоятельного тока в другую.

б) Свободные носители остались от предыдущего прохождения самостоятельного тока — случай «повторного зажигания».

Процессом, обратным возникновению самостоятельного тока в газе, является его прекращение («гашение»). С ним связано явление остаточной проводимости и ее распада (деионизации газа), а также различные виды остаточных токов (как, например, обратные токи ионных вентиля и т. д.). Казалось бы, этот процесс, как отличающийся только направлением от процесса пробоя газа, должен быть включен вместе с последним в одну группу нестационарных явлений. Однако в действительности протекание этих процессов глубоко различно; они различаются своим механизмом, а потому и темпом: в то время как пробой газа происходит за время движения электронных лавин и может быть порядка  $10^{-7}$  сек и даже меньше, исчезновение

газовой проводимости длится гораздо дольше ( $10^{-5}$  сек и более), так как определяется временем движения ионов. Поэтому мы относим исчезновение проводимости в газе и остаточные токи к группе процессов при меняющейся проводимости.

Все перечисленные выше формы тока в газе можно свести в табл. В. 1. К приведенной классификации нужно сделать следующие замечания.

1. Она относится к токам в целом, а не к отдельным областям тока или отдельным явлениям в них. Поэтому такие области, как плазма, коронирующий слой и т. д., здесь не фигурируют, тем более, что некоторые из них (например, плазма) могут встречаться у различных видов тока в газе.

2. Признаки, определяющие вид тока, не обязательно применимы к каждой его области. Так, например, корона является видом самостоятельного тока; в то же время в ее внешней зоне проводимость поддерживается только ионами, поступающими из коронирующего слоя, и следовательно, не является самостоятельной. Другой пример: тлеющий разряд и дуга относятся к токам, в которых поле искажено объемным зарядом; однако в однородном положительном столбе (как дуги, так и тлеющего разряда) объемные заряды сравнительно невелики и создают только слабое поле в радиальном направлении, не сказываясь заметно на основном продольном поле.

3. Признаки, использованные в этой классификации, в большей своей части, не являются альтернативными. Поэтому табл. В.1 уже сейчас не является ни бесспорной, ни исчерпывающей. Несомненно, что со временем ее придется изменять и пополнять.

Настоящая книга посвящена описанию основных свойств различных видов установившегося тока в газе.

## УСТАНОВИВШИЙСЯ ТОК В ВЫСОКОМ ВАКУУМЕ

Высоким вакуумом в современной физике и технике называется такая степень разрежения в какой-либо области пространства, при которой сохранившиеся в ней остатки газа не играют заметной роли в происходящих здесь процессах. Мы рассматриваем в этой книге электрический ток, т. е. движение носителей зарядов (электронов, ионов). Высокий вакуум в этом случае характеризуется тем, что электроны и ионы пролетают рассматриваемую область пространства практически без столкновений. Это имеет место, если средняя длина свободного пробега частиц  $\lambda$  значительно превышает тот линейный размер области  $l$ , который существует для происходящего в ней процесса ( $\lambda \gg l$ ).

Считая, что  $\lambda$  должно быть по крайней мере порядка  $10l$ , можем определить максимальную концентрацию молекул газа  $n_g$  из выражения  $\lambda = 1/n_g s$ , где  $s$  — эффективное сечение столкновений частиц. Полагая  $s$  порядка  $10^{-15} \text{ см}^2$  и  $l$  равным  $100 \text{ см}$ , найдем, что концентрация  $n_g$  должна быть не более  $10^{12} \text{ см}^{-3}$ . При комнатной температуре ( $T_g \approx 300^\circ \text{K}$ ) это соответствует давлению  $p = n_g k T_g \approx 3 \cdot 10^{-5} \text{ мм рт. ст.}$ . Давление порядка  $10^{-6} \text{ мм рт. ст.}$  в большинстве вопросов, рассматриваемых в современной технике, считается высоким вакуумом; чем меньше размеры области, тем выше граница давлений, подходящих под это определение \*).

Электрический ток в высоком вакууме рассматривается в этой книге по двум причинам: а) как простейший предельный случай тока в газе; б) как случай, который часто реализуется в отдельных областях газового промежутка, размеры которых меньше длины свободного пробега.

Ток электрических зарядов в вакууме (прилагательное «высокий» в дальнейшем опускаем) возможен только при введении носителей зарядов (ионов и электронов) извне; возникновение носителей зарядов в рассматриваемых нами явлениях не происходит. Они поступают в токопроводящий вакуумный промежуток либо из какого-либо электрода этого промежутка (электроны — из катода, ионы — из анода), либо из какого-либо внешнего тела или группы тел (например, из другого объема, наполненного ионизованным газом (плазмой), и здесь только приобретают определенное движение.

«Элементарными процессами», из которых создается ток, являются движения отдельных носителей. Каждое такое движение вызывает изменение микрополя в газе и потому сопровождается микроскопическими токами смещения (§ 2).

Движение зарядов в вакууме определяется, помимо начальных скоростей, только действующими здесь электрическим и магнитным полями \*\*).

\* ) Напротив, в астрономических туманностях гораздо более высокую степень разрежения газа нельзя считать высоким вакуумом, так как размеры самой туманности много больше длин свободного пробега частиц в ней.

\*\* ) Такой классический подход достаточен во всех вопросах газовой электроники, кроме теории элементарных процессов, где требуется квантовомеханическое рассмотрение (1), гл. III—VII).

Если концентрация движущихся носителей  $n = j/e_0 u$  невелика и они не искажают заметно электрического и магнитного полей, создаваемых электродами и другими внешними телами, то каждый носитель движется во внешнем поле независимо от других (§ 1). В этом случае можно ограничиться «одноэлектронным» рассмотрением (т. е. решать «задачу одного тела»), введя число участвующих носителей просто множителем. Если же концентрация носителей велика, то помимо действия на них внешнего поля следует учитывать также взаимодействие между ними, которое может совершенно изменить характер их движения (§ 3).

### § 1. Движение носителя заряда во внешнем поле \*)

В вакуумном промежутке, где существует электрическое поле напряженности  $E$  и магнитное поле напряженности  $H$  (известные как функции точки), на носитель заряда действует сила Лоренца

$$F = e_0 \left\{ E + \left[ \frac{c}{c_0} H \right] \right\}, \quad (1.1)$$

изменяющая его движение по закону

$$\frac{d(mc)}{dt} = F, \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (c/c_0)^2}}. \quad (1.2)$$

Пока скорость движения носителя  $c \ll c_0$  (скорости света в вакууме), его масса постоянна \*\*) и сила  $F$  заставляет его двигаться с ускорением

$$a \equiv \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{e_0}{m} \left\{ E + \left[ \frac{c}{c_0} H \right] \right\}. \quad (1.3)$$

Если начальное положение (т. е. место появления носителя в поле), характеризуемое радиус-вектором  $r_1 = r(0)$ , и начальная скорость  $c_1 = dr(0)/dt$  известны, то можно определить все дальнейшее движение носителя (траекторию, скорость, время пролета и другие характеристики движения). Если оба поля постоянны во времени, то каждый носитель заряда, появившийся в той же точке с той же начальной скоростью, совершит движение по одной и той же траектории.

1. Движение заряженной частицы в постоянном электрическом поле \*\*\*). Поскольку магнитного поля нет ( $H = \text{const} = 0$  и  $\partial H / \partial t = 0$ ), электрическое поле постоянно во времени и потенциально:  $E = -\nabla \varphi$  [1]. В этом случае уравнение движения

$$a \equiv \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{e_0}{m} E \quad (1.4)$$

имеет известный интеграл энергии

$$\frac{m}{2} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 - \frac{m}{2} \left( \frac{dr}{dt} \right)_1^2 = e_0 \varphi_1 - e_0 \varphi = e_0 U, \quad U = \varphi_1 - \varphi. \quad (1.5)$$

\*) Положения и формулы этого параграфа применимы и к движению отдельного носителя заряда в газе в промежутке между двумя последовательными столкновениями с другими частицами.

\*\*) У электронов это имеет место до энергий порядка  $10^4$  эв, у ионов — до  $10^6$  эв. При электрических токах в газах электроны больших энергий возникают в редких случаях (например, при пробое сильно разреженных газов); ионы больших энергий практически вовсе не возникают. Поэтому в этой книге движения частиц предполагаются нерелятивистскими.

\*\*\*). Сюда относится и тот случай, когда электрическое поле медленно меняется во времени, так что за время движения частицы разности потенциалов  $U$  на пути ее пролета изменяются мало:  $\Delta U \ll U$ .

Отсюда скорость движения в каждой точке

$$c \equiv \left| \frac{dx}{dt} \right| = \sqrt{c_1^2 + \frac{2e_0}{m} (\varphi_1 - \varphi)}. \quad (1.6)$$

определяется по абсолютной величине (при заданной начальной скорости) только пройденной разностью потенциалов и не зависит от конфигурации поля (от вида функции  $E(r)$ ). Если поле тормозит движение частицы ( $e_0 (\varphi_1 - \varphi) < 0$ ), то последняя может достичь только таких точек поля, где  $c$  — действительно, т. е. где  $e_0 (\varphi - \varphi_1) \leq mc_1^2/2$  \*). Формула (1.6) упрощается, если начальная кинетическая энергия  $mc_1^2/2$  мала по сравнению с положительной работой поля над движущейся частицей  $e_0 U$ ; тогда

$$c \approx \sqrt{2 \frac{e_0}{m} U}. \quad (1.6')$$

В случае электронов и ионов имеем соответственно

$$c_e (\text{см/сек}) = 5,95 \cdot 10^7 \sqrt{U(\text{в})},$$

$$c_p (\text{см/сек}) = 1,39 \cdot 10^8 \sqrt{\frac{Z}{M} U(\text{в})}$$

( $M$  — молекулярный вес иона,  $Z$  — его кратность).

Другие характеристики движения (форма траектории, длительность полета) определяются просто только в отдельных частных случаях.

1.1. Носитель заряда движется вдоль прямой, совпадающей с силовой линией поля:  $c \parallel c_1 \parallel E$ . Это может иметь место, если все силовые линии прямые (поле между параллельными плоскостями, коаксиальными цилиндрами или концентрическими шарами) или по крайней мере часть силовых линий такова (в полях, обладающих осью или плоскостью симметрии, линии, совпадающие с этими элементами симметрии) и если начальная скорость  $c_1$  направлена вдоль одной из этих прямых. Примем, кроме того, что на протяжении всего пути поле не меняет направление на противоположное (потенциал изменяется монотонно). Время пролета пути  $x$  находим из (1.6):

$$\tau = \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{c_1^2 + \frac{2e_0}{m} (\varphi_1 - \varphi)}} = \sqrt{\frac{m}{2e_0}} \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{U_1 + U(x)}}, \quad (1.7)$$

где  $U_1 = mc_1^2/2e_0$  — выраженная в вольтах начальная энергия частицы. Если на протяжении большей части пути  $U \gg U_1$  и потому начальной скоростью частицы можно пренебречь, то

$$\tau \approx \sqrt{\frac{m}{2e_0}} \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{U(x)}}. \quad (1.7')$$

В однородном поле  $U = Ex$  и

$$\tau = \sqrt{\frac{2mx}{e_0 E}} = \sqrt{\frac{2m}{e_0 U}} x. \quad (1.7'')$$

\*) Это соображение не относится к прохождению носителей через потенциальные барьеры атомных размеров, например при холодной эмиссии из металлов, где требуется квантовомеханическое рассмотрение ([1], § 41).

Для электронов и ионов это дает

$$\tau_e (\text{сек}) = 3,37 \cdot 10^{-8} \sqrt{\frac{x (\text{см})}{E (\text{э/см})}} = 3,37 \cdot 10^{-8} \frac{1}{\sqrt{U (\text{э})}} x (\text{см}),$$

$$\tau_p (\text{сек}) = 1,44 \cdot 10^{-8} \sqrt{\frac{M x (\text{см})}{Z E (\text{э/см})}} = 1,44 \cdot 10^{-8} \sqrt{\frac{M}{Z U (\text{э})}} x (\text{см}).$$

Формулы (1.7) и (1.7') применимы к вычислению времени пролета и при наличии объемного заряда. Если распределение потенциала на протяжении пути  $x$  немонотонно, то для вычисления  $\tau$  по формулам (1.7), (1.7') следует разделить путь на участки, где направление  $E$  не меняется.

1.2. Силовые линии поля прямые; направление начальной скорости произвольно. а) *Простейший случай — однородное поле.* Примем прямую, проходящую через начало пути частицы в направлении вектора  $E$ , за ось  $x$ , плоскость, проходящую через  $E$  и начальную скорость  $c_1$ , — за плоскость  $xz$ . Интегрирование уравнения движения приводит к

$$x = \frac{1}{2} \frac{e_0}{m} E t^2 + (c_1 \cos \alpha) t, \quad z = (c_1 \sin \alpha) t. \quad (1.8)$$

Траектория движения — ветвь параболы с осью, параллельной  $E$ , параметром  $p = 2b \sin^2 \alpha$  и вершиной в точке с координатами  $x = -b \cos^2 \alpha$  и  $z = -b \sin 2\alpha$ , где  $b = mc_1^2 / 2e_0 E$  — расстояние, на котором в данном поле частица приобрела бы кинетическую энергию, равную  $mc_1^2/2$ . Поскольку перемещения по  $x$  и  $z$  взаимно независимы, время пролета можно вычислить по формуле (1.7).

б) *Случай сферически симметричного поля \**). Движение частицы в поле центральных сил  $F$ , направленных к точке  $C$  (рис. 1.1), подчиняется, помимо закона сохранения энергии

$$\frac{1}{2} mc^2 + e_0 \Phi = \text{const},$$

Рис. 1.1. Движение заряженной частицы в поле центральных сил  $F$ .

также закону площадей: в любой точке  $S$  траектории

$$r_S c \sin \alpha = \text{const}; \quad (1.9)$$

поэтому наибольшая скорость  $c_{\text{max}}$  и начальная скорость  $c_1$  связаны соотношением  $c_{\text{max}}/c_1 = p/r_{\text{min}}$ , где  $p$  — прицельное расстояние ({1}, (51,7)). Траектория выражается уравнением (16,3) в {1}. Если напряженность поля  $E$  убывает с расстоянием, как  $r^{-2}$ , то траектория движения — гипербола, лежащая в плоскости, проходящей через  $c$  и  $c_1$ , ее действительная ось совпадает с направлением  $CP$ . Параметр и эксцентриситет этой гиперболы определяются уравнениями (16,8) и (16,9) в {1}.

в) *Случай поля с осевой симметрией* (поле между коаксиальными цилиндрами). В этом случае целесообразно разложить начальную скорость  $c_1$  на компоненты, параллельную и перпендикулярную оси симметрии:  $c_1 \parallel$  и  $c_1 \perp$  ({1}, § 51). Движение параллельно оси поля происходит с неизменной ско-

\*) Этот случай подробно изучен в общей механике. Некоторые относящиеся к нему вопросы освещены в классической теории упругих взаимодействий частиц ({1}, § 16) и в теории зондов ({1}, § 51).

ростью  $c_1 \parallel$ ; движение же в плоскости, перпендикулярной оси, можно рассматривать как движение в поле центральных сил и применять к нему изложенные выше соображения, причем роль начальной скорости будет играть величина  $c_1 \perp$ .

Более сложные случаи движения заряженной частицы в электрическом поле рассматриваются в [2, 3] и особенно в электронной оптике (см., например, [4, 5]).

2. Движение заряженной частицы в постоянном магнитном поле ( $H \neq 0$ ,  $E = 0$ ). В магнитном поле испытываемое частицей ускорение

$$a = \frac{e_0}{m} \left[ \frac{c}{c_0} H \right] \quad (1.10)$$

направлено перпендикулярно скорости частицы; это — нормальное (центростремительное) ускорение. За время  $dt$  оно вызывает изменение направления скорости на угол

$$d\varphi = \frac{|dc|}{c} = \frac{e_0}{mc_0} H \sin \vartheta dt,$$

где  $\vartheta$  — угол между  $c$  и  $H$ . Соответствующая этому мгновенная угловая скорость поворота направления полета частицы

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{e_0}{mc_0} H \sin \vartheta \quad (1.11)$$

пропорциональна напряженности поля и не зависит от скорости движения. По абсолютной величине скорость частицы в магнитном поле не меняется, поскольку действующая сила все время перпендикулярна перемещению. Следовательно, кинетическая энергия частицы остается постоянной: магнитное поле не совершает работы над движущимся зарядом.

2.1. Поле однородно и постоянно. а) Начальная скорость движущейся частицы параллельна магнитному полю ( $c_1 \parallel H$ ). Нормальное ускорение  $a = 0$ ; поле не действует на движение частицы, остающееся прямолинейным и равномерным со скоростью  $c_1$ .

б) Начальная скорость перпендикулярна полю ( $c_1 \perp H$ ). Нормальное ускорение  $a$  и мгновенная угловая скорость

$$\omega = \frac{e_0}{mc_0} H \quad (1.11')$$

постоянны по величине, а  $\omega$  — и по направлению. Движение частицы (рис. 1.2) происходит в плоскости, перпендикулярной  $H$ ; траектория — окружность радиуса

$$R_L = \frac{mc_0 c_1}{e_0 H} \quad (1.12)$$

или

$$R_L = \frac{mc_0}{e_0 H^2} [c_1 H]. \quad (1.12')$$

В случае электронов угловая частота обращения («гиромангнитная частота») и радиус траектории равны

$$\omega_e (\text{сек}^{-1}) = 1,76 \cdot 10^7 H (\text{э}),$$

$$R_{Le} (\text{см}) = \frac{3,4 \sqrt{K_e (\text{э})}}{H (\text{э})};$$

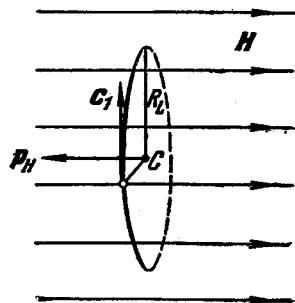


Рис. 1.2. Движение положительного заряда в однородном магнитном поле в случае  $c_1 \perp H$ .

$PH$  — магнитный момент частицы. При отрицательном заряде направление обращения противоположное, направление  $PH$  — то же.

в случае  $Z$ -кратных ионов

$$|\omega_p (\text{сек}^{-1})| = 0,96 \cdot 10^4 \frac{Z}{M} H (\text{э}),$$

$$R_{Lp} (\text{см}) = \frac{146 \sqrt{MK_p (\text{э})}}{ZH (\text{э})}$$

( $K$  — кинетическая энергия частицы).

Период обращения, как и частота, зависит только от напряженности поля  $H$  и рода частицы:

$$\tau = \frac{2\pi mc_0}{e_0 H}. \quad (1.13)$$

У электронов

$$\tau_e (\text{сек}) = \frac{3,56 \cdot 10^{-7}}{H (\text{э})}.$$

Направление обращения зависит от знака заряда согласно (1.11'). У отрицательных частиц оно совпадает с установленным (техническим) направлением тока, образующего магнитное поле; у положительных частиц — обратно ему.

Заряд  $e_0$ , движущийся по окружности радиуса  $R_L$ , эквивалентен круговому току

$$i = \frac{e_0}{\tau} = \frac{e_0^2 H}{2\pi mc_0}$$

с магнитным моментом

$$p_H = \frac{i\pi R_L^2}{c_0} = \frac{mc_1^2}{2H} = \frac{K}{H}. \quad (1.14)$$

Рис. 1.3. Движение положительного заряда в однородном магнитном поле в случае когда  $c_1$  наклонена под произвольным углом  $\phi$  к  $H$ .

При этом  $p_H$  всегда антипараллелен  $H$ . Следовательно, магнитный момент  $p_H$  определяется кинетической энергией частицы  $K$  и напряженностью поля  $H$ . При данной энергии  $K$  он не зависит ни от рода частицы, ни даже от знака ее заряда.

в) *Общий случай:* начальная скорость  $c_1$  образует с направлением  $H$  произвольный угол  $\phi$ . Разлагая  $c_1$  на компоненты вдоль поля  $c_{1\parallel} = c_1 \cos \phi$  и перпендикулярно полю  $c_{1\perp} = c_1 \sin \phi$ , находим, что первая из них под действием поля меняться не будет, и поэтому в направлении  $H$  движение будет равномерно со скоростью  $c_1 \cos \phi$ . В плоскости же, перпендикулярной  $H$ , движение происходит по окружности радиуса  $R_L = mc_{1\perp} c_0 / e_0 H$  с угловой частотой (1.11'), не зависящей от угла  $\phi$ . Результирующее движение (рис. 1.3) происходит по винтовой линии, ось которой параллельна  $H$ . Если начало координат взять в начальной точке движения, ось  $x$  — параллельно  $H$ , ось  $z$  — в плоскости  $c_1$ ,  $H$ , ось  $y$  — перпендикулярно плоскости  $c_1$ ,  $H$ , то уравнения этого движения, легко выводимые из (1.3), таковы:

$$x = (c_1 \cos \phi) t, \quad y = R_L (1 - \cos \omega t), \quad z = R_L \sin \omega t. \quad (1.15)$$

Через равные промежутки времени  $\tau$  и интервалы длины

$$h = (c_1 \cos \phi) \tau = \frac{2\pi mc_0 c_1 \cos \phi}{e_0 H} \quad (1.16)$$

частица возвращается на ту же силовую линию, с которой началось ее движение, в промежутках удаляясь от нее не более чем на  $2R_L$  в одну и ту же сторону.

Постоянными при движении частицы по винтовой линии остаются величины обеих компонент скорости  $c_{1\parallel}$  и  $c_{1\perp}$ ; следовательно, постоянен и модуль скорости  $|c_1| = \sqrt{c_{1\perp}^2 + c_{1\parallel}^2}$  и угол ее наклона  $\vartheta$  к силовым линиям, так как  $\operatorname{tg} \vartheta = c_{1\perp}/c_{1\parallel}$ . Магнитный момент  $p_H$  в этом случае определяется не всей скоростью  $c_1$  и кинетической энергией  $K$ , а только окружной скоростью  $c_{1\perp} = c_1 \sin \vartheta$  и соответственной частью энергии  $K_{\perp} = K \sin^2 \vartheta$ :

$$p_H = |K_{\perp}|/H. \quad (1.17)$$

Таким образом, в однородном магнитном поле заряженная частица может неограниченно перемещаться только вдоль линий поля; перпендикулярно полю частица движется по окружности, радиус которой тем меньше, чем сильнее поле.

2.2. Магнитное поле неоднородно. Возможные здесь движения заряженных частиц разнообразны; общая теория их сложна. Ограничимся поэтому только некоторыми частными случаями.

а) *Напряженность поля меняется в направлении силовых линий:  $\operatorname{grad} H \parallel H$ .* Силовые линии не параллельны между собой; для определенности предположим, что они сгущаются в направлении  $H$  (рис. 1.4) и что поле обладает осевой симметрией. Кроме того, примем, что неоднородность поля невелика, так что на расстоянии порядка  $R_L$  относительное изменение напряженности незначительно:  $R_L |\operatorname{grad} H| \ll H$ . Примем ось симметрии поля за ось  $z$ . В силу осевой симметрии  $H$  имеет две компоненты  $H_z$  и  $H_r$  ( $H_\theta = 0$ ). Если частица начала движение из точки, лежащей на оси  $z$ , со скоростью  $c_1$  под углом  $\vartheta$  к оси, то под действием компоненты  $H_z$  компонента скорости  $c_{\perp}$  в плоскости  $xy$  будет поворачиваться, как и в однородном поле. Но наличие радиальной компоненты  $H_r$  заставит  $c_{\perp}$  и  $c_{\parallel}$  изменяться по величине во время движения. Действительно, на частицу в рассматриваемом случае действует в направлении оси  $z$  сила  $F_z = \frac{e_0}{c_0} c_{\perp} H_r$ . Величину  $H_r$  можно выразить через  $\partial H_z / \partial z$ , воспользовавшись уравнением непрерывности

$$\operatorname{div} H = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_r) + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0,$$

поскольку  $H_\theta = 0$  и  $\partial/\partial \vartheta = 0$ . На данном участке траектории частица движется вокруг оси  $z$  на некотором расстоянии  $R_L$ . На этом расстоянии величину  $H_r$  можно вычислить, учитывая, что при сделанных предположениях в пределах круга радиуса  $R_L$   $\partial H_z / \partial z$  постоянно. Тогда, интегрируя предыдущее уравнение по  $r$  в пределах от 0 до  $R_L$ , находим

$$H_r = -\frac{1}{2} R_L \frac{\partial H_z}{\partial z} \approx -\frac{1}{2} R_L \frac{dH_z}{dz}.$$

Отсюда

$$F_z = -\frac{1}{2} \frac{e_0}{c_0} c_{\perp} R_L \frac{dH_z}{dz},$$

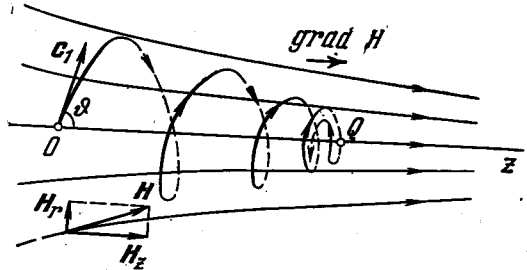


Рис. 1.4. Движение заряженной частицы в неоднородном магнитном поле, сгущающемся в направлении  $H$ .

$\operatorname{grad} H \parallel H$ ,  $O$  — начало траектории,  $Q$  — место «отражения» частицы.

или, заменяя  $R_L$  его выражением (1.12),

$$F_z = -\frac{1}{2} mc_{\perp}^2 \frac{1}{H} \frac{dH_z}{dz} = -\frac{K_{\perp}}{H} \frac{dH_z}{dz} = -P_H \frac{dH_z}{dz}.$$

Направление этой силы обратно градиенту поля. Если поле усиливается ( $dH_z/dz > 0$ ), то сила  $F_z$  тормозит движение частицы вдоль  $z$  и в конце концов может заставить ее повернуть обратно \*).

Под действием этой силы  $c_{\parallel}$  и  $K_{\parallel}$  будут уменьшаться по пути от точки  $O$  (начало пути) к  $Q$  (место отражения). Действительно, на пути  $dz$  сила  $F_z$  совершает работу  $F_z dz$ , которая приводит к увеличению кинетической энергии движения вдоль  $z$ :  $dK_{\parallel} = F_z dz$ . А так как полная энергия частицы  $K = |K_{\parallel} + K_{\perp}|$  при движении в магнитном поле не меняется, то  $K_{\perp}$  соответственно уменьшается:  $dK_{\perp} = -F_z dz$ . Заменяя  $F_z$  его выражением, находим

$$dK_{\perp} = -dK_{\parallel} = \frac{K_{\perp}}{H} \frac{dH_z}{dz} dz.$$

Отсюда находим, что  $K_{\perp}/H = \text{const}$ ; по мере продвижения в область более сильного поля  $K_{\perp}$ , а следовательно, и окружная скорость  $c_{\perp}$  растут; растет и частота оборотов  $\omega$ , тогда как радиус витков  $R_L$ , время обращения  $\tau$  и продольная скорость  $c_{\parallel}$  падают. Отношение  $K_{\perp}/H$  остается инвариантным во время движения.

Рис. 1.5. Движение отрицательного заряда в магнитном поле, сгущающемся в направлении, перпендикулярном  $H$ .

Вектор  $H$  направлен вверх от рисунка,  $O$  — начало траектории,  $C$  — ведущий центр. При положительном заряде направление дрейфа противоположное.

б) Поле усиливается в направлении, перпендикулярном к силовым линиям:  $\text{grad } H \perp H$ . Предполагается, что  $H$  постоянно по направлению, но не по величине: силовые линии — параллельные прямые, сгущающиеся с одной стороны.

Положим снова, что неоднородность поля невелика ( $R_L |\text{grad } H| \ll H$ ); ограничимся случаем начальной скорости, перпендикулярной полю (рис. 1.5). Под действием поля частица, как и в однородном поле, описывает дугу вокруг силовых линий. Однако радиус кривизны  $R_L$  будет попеременно то увеличиваться, то уменьшаться, так как частица в своем движении будет попадать в места с разной напряженностью поля ( $R_L \sim H^{-1}$ ). Вследствие этого траектория частицы не замкнется, а образует петли, периодически повторяющиеся через равные промежутки (трохоида). Движение по такой траектории может быть разложено на два: обращение по окружности некоторого среднего радиуса вокруг так называемого «ведущего центра»  $C$  и равномерное прямолинейное перемещение («дрейф») этого центра в направлении, перпендикулярном  $H$  и  $\text{grad } H$ . При одновременном движении многих частиц основной интерес представляет именно дрейф их ведущих центров, так как у всех частиц одного рода он происходит в одном направлении и является общим переносным движением всей совокупности частиц. Скорость этого дрейфа

$$u_d = -\frac{c_0}{e_0 H^2} K_{\perp} \text{grad } H. \quad (1.18)$$

Отрицательные частицы при этом дрейфуют в направлении  $[H \text{ grad } H]$ , а положительные — в обратном направлении. Вывод выражения (1.18) см.

\*) На этом основано отражение заряженных частиц от мест усиления магнитного поля, применяемое (искусственно) в так называемых «магнитных пробках».

в {1}, [2, 3]. Более общее и строгое рассмотрение движения частиц в неоднородном магнитном поле см. в [6, 7] \*).

в) *Влияние кривизны силовых линий магнитного поля («центробежный дрейф»)*. В неоднородном магнитном поле наряду с рассмотренным выше «градиентным дрейфом», обусловленным пространственной неоднородностью величины магнитного поля, в случае искривления магнитных силовых линий возникает дрейфовое движение, обусловленное изменением направления магнитного поля, — центробежный дрейф. Направление и величину скорости центробежного дрейфа можно найти, если воспользоваться соотношением, связывающим силу  $F$ , действующую на носитель заряда в магнитном поле  $H$ , и скорость его ведущего центра  $u_C$  [8—10]:

$$u_C = \frac{c_0}{e_0 H^2} [FH]. \quad (1.19)$$

Если центр циклотронной окружности движется вдоль искривленной силовой линии, то можно считать, что на него действует центробежная сила

$$F_C = \frac{mc_{\parallel}^2}{\rho^2} \rho, \quad (1.20)$$

где  $\rho$  — радиус кривизны, направленный от центра кривизны к данной точке силовой линии,  $c_{\parallel}$  — тангенциальная составляющая скорости частицы. Подставляя выражение для  $F_C$  (1.20) в формулу (1.19), получим для скорости центробежного дрейфа

$$u_C = \frac{mc_0 c_{\parallel}^2}{e_0 H^2 \rho^2} [\rho H]. \quad (1.21)$$

Заметим, что величину и направление скорости градиентного дрейфа также можно определить при помощи формулы (1.19), если принять, что на заряженную частицу в неоднородном магнитном поле действует сила

$$F_g = -p_H \text{grad } H, \quad (1.22)$$

где  $p_H = mc_{\perp}^2/2H$  — магнитный момент циклотронной орбиты. Тогда скорость градиентного дрейфа представится в виде

$$u_g = \frac{mc_0 c_{\perp}^2}{2e_0 H^2} [H \text{grad } H] \quad (1.23)$$

(ср. с формулой (1.18)).

С учетом формул (1.20) и (1.22) получаем, что общая скорость дрейфа  $u_d$  в случае искривления силовых линий магнитного поля равна

$$u_d = \frac{c_0 m}{e_0 H^2} \left\{ \frac{c_{\perp}^2}{2H} [H \text{grad } H] + \frac{c_{\parallel}^2}{\rho^2} [\rho H] \right\}. \quad (1.24)$$

Из формул (1.21), (1.23) и (1.24) видно, что отрицательные и положительные частицы дрейфуют в противоположных направлениях, т. е. в неоднородном магнитном поле за счет дрейфового движения возникают дрейфовые электрические токи:

$$j_d = \sum e_0 n u_d = \frac{c_0}{H^2} \sum n m \left\{ \frac{c_{\perp}^2}{2H} [H \text{grad } H] + \frac{c_{\parallel}^2}{\rho^2} [\rho H] \right\}. \quad (1.25)$$

\*) Движения заряженных частиц в аксиально симметричных полях исследуются также в электронной и ионной оптике [4], однако обычно здесь рассматриваются только дуги траекторий, не превышающие одного витка.

Используя выражения для продольного и поперечного давлений ( $p_{\parallel} = nmc_{\parallel}^2$ ,  $p_{\perp} = nmc_{\perp}^2/2$ ), для дрейфового тока можно написать:

$$j_d = \frac{c_0}{H^2} \left\{ \frac{p_{\perp}}{H} [H \operatorname{grad} H] + \frac{p_{\parallel}}{c^2} [\rho H] \right\}, \quad (1.26)$$

т. е. градиентный ток (дрейф) определяется поперечным давлением, а центробежный — продольным.

3. Частица движется одновременно в электрическом и магнитном полях. Очевидно, что при наличии обоих полей движения еще разнообразнее и сложнее. Ограничимся и здесь простейшими случаями: примем оба поля постоянными и однородными.

3.1. Напряженности обоих полей взаимно перпендикулярны ( $E \perp H$ ). Частица, вначале находившаяся в точке А (рис. 1.6),

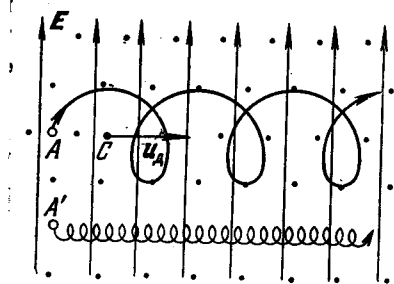


Рис. 1.6. Движение зарядов в скрещенных E и H полях.

Вектор H направлен вверх от рисунка. Верхняя кривая — движение положительного иона; нижняя кривая — движение электрона. Окружные компоненты обоих движений различны, дрейфовые — одинаковы.

ускоряется электрическим полем и одновременно отклоняется магнитным полем. После поворота ее движения в обратную сторону скорость ее под действием E начнет замедляться; вследствие этого уменьшится и радиус кривизны. После нового поворота движение вновь ускорится, а радиус кривизны увеличивается и т. д. В результате траектория частицы, как и на рис. 1.5, описывает петли; движение снова складывается из обращения по окружности и дрейфа ведущего центра. В данном случае дрейф перпендикулярен E и H; его скорость

$$u_d = c_0 \frac{[EH]}{H^2}, \quad |u_d| = c_0 \frac{E}{H}, \quad (1.27)$$

не зависит ни от скорости, ни от рода частицы, ни даже от знака ее заряда.

Эти выводы легко доказываются из общего закона движения (1.1), в котором нужно сделать подстановку  $c = dr/dt = c' + u_d$ , где  $u_d = \text{const}$  определяется выражением (1.27). Подставляя

$$c = c' + c_0 \frac{[EH]}{H^2} \quad (1.28)$$

в (1.1) и учитывая, что  $E = \text{const}$ ,  $H = \text{const}$  и  $E \perp H$ , а потому  $(EH) = 0$ , вместо (1.1) найдем \*)

$$m \frac{dc'}{dt} = \frac{e_0}{c_0} [c'H].$$

Это уравнение, не содержащее E, представляет собой уравнение движения частицы в постоянном магнитном поле; как известно, оно описывает движение частицы по окружности вокруг направления H как оси с частотой  $\omega = e_0 H/mc_0$  и скоростью  $c'$ .

\*) Подставляя в (1.1)  $c = c' + u_d$ , находим в левой части  $m dc'/dt$ , так как  $u_d = \text{const}$  и  $du_d/dt = 0$ . В правой части члены  $e_0 E$  и  $\frac{c_0}{c_0} [u_d H]$  взаимно сокращаются, так как  $[u_d H] = \frac{c_0}{H^2} [[EH] H]$ , что с учетом  $(EH) = 0$  сводится к  $[u_d H] = \frac{c_0}{H^2} EH^2 = -\alpha E$ .

Следовательно, скорость  $\mathbf{c}$  действительно складывается из скорости кругового движения  $\mathbf{c}'$  и постоянной скорости дрейфа  $\mathbf{u}_d$  по (1.27)\*).

Формула (1.27) справедлива, пока вычисленная по ней скорость  $\mathbf{u}_d \ll \ll c_0$ . Этим накладывается предел на напряженности полей, к которым она применима ( $E$  должно быть не слишком велико,  $H$  — не слишком мало).

3.2.  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  образуют произвольный угол  $\gamma$ . В этом случае целесообразно разложить  $\mathbf{E}$  на две составляющие: параллельную магнитному полю  $E_{\parallel} = E \cos \gamma$  и перпендикулярную  $E_{\perp} = E \sin \gamma$ . Составляющая  $E_{\perp}$  вызовет дрейф частицы со скоростью  $\mathbf{u}_d = c_0 \mathbf{E}_{\perp} / H$ . Составляющая  $E_{\parallel}$ , параллельная  $\mathbf{H}$ , вызовет ускоренное движение частицы вдоль магнитных силовых линий.

## § 2. Элементарный ток при движении одной заряженной частицы

Движущийся заряд представляет собой электрический ток (по Лоренцу — конвекционный ток). Если рассмотреть какую-либо плоскость, через которую этот заряд проходит за время  $\Delta t$ , то сила конвекционного тока через эту поверхность в течение этого времени велика, а в остальное время равна нулю.

Однако, помимо конвекционного тока, с движущимся зарядом связан также ток смещения во всем окружающем пространстве. Заряженная частица, находящаяся во внешнем электрическом поле, искажает последнее (рис. 1.7). При движении частицы искажение поля перемещается вместе с ней. Напряженность результирующего поля  $\mathbf{e} = \mathbf{E} + \mathbf{e}_0$ , где в данном случае под  $\mathbf{E}$  следует подразумевать приложенное внешнее поле, а под  $\mathbf{e}_0$  — поле пролетающей частицы; величина  $\mathbf{e}$  в каждой точке меняется со временем, особенно вблизи самой частицы, так как здесь  $\mathbf{e}_0$  изменяется особенно сильно. Поэтому, определяя электрический ток, связанный с движением одной частицы, следует рассматривать полный ток  $i$  как сумму тока конвекционного и тока смещения. Действительно, из теоремы о непрерывности полного тока следует, что ток  $i$  во внешней цепи равен полному току в промежутке между электродами.

Рассмотрим узкий промежуток между плоскопараллельными электродами (рис. 1.8), длина которого  $l$  много меньше поперечных размеров электродов, и проведем цилиндрическую поверхность  $MNPQ$ , основания которой  $MN$  и  $PQ$  параллельны поверхностям электродов. Согласно названной теореме полный ток сквозь эту поверхность равен нулю:

$$i = \int j_i dS = \int \left( j + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial t} \right) dS = 0.$$

\*) Альфвен [6] обобщил этот случай, рассмотрев движение частицы под действием магнитного поля  $\mathbf{H}$  и произвольной силы  $\mathbf{f}$ . В этом случае ведущий центр дрейфует со скоростью

$$\mathbf{u}_d = - \frac{c_0}{e_0 H^2} [\mathbf{H} \mathbf{f}].$$

Движение, описанное в тексте, получается отсюда при  $\mathbf{f} = e_0 \mathbf{E}$ .

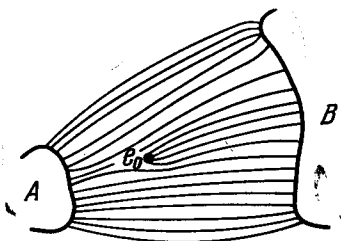


Рис. 1.7. Искажение электрического поля между электродами зарядом отдельного носителя  $e_0$ .

Пренебрегая полным током через боковую поверхность цилиндра, получим, что полный ток через площадь  $MN$  равен полному току через сечение электрода  $PQ$ , а так как в последнем током смещения можно пренебречь по сравнению с током проводимости, то

$$i = \int_{(MN)} j_t dS = \int_{(PQ)} j dS.$$

Отсюда следует, что ток во внешней цепи течет не только в те моменты времени, когда носитель заряда слетает с одного из электродов или достигает второго, но и в течение всего времени полета носителя между электродами. По существу явлений этот ток есть результат электростатического влияния движущегося заряда на электроды, т. е. меняющегося со временем перераспределения зарядов на электродах под действием поля движущейся частицы. Последнее вызывает появление на поверхности каждого электрода добавочных зарядов, разноименных с зарядом летящей частицы; количество этих зарядов во время полета убывает на электроде, от которого удаляются частицы, и увеличивается — на противоположном электроде. Это перемещение распределения зарядов на электродах и осуществляется током во внешней цепи. Силу этого тока как функцию времени проще всего рассчитать из энергетических соображений следующим образом ([6], § 47).

Рис. 1.8. К расчету тока между плоскими электродами.

За время  $dt$  частица  $e_0$ , перемещаясь на  $dS$  в произвольном направлении, совершает работу  $dA = e_0 E dS$ . Эта работа совершается за счет источника тока, поддерживающего поле в промежутке, и равна  $dA = U i dt$ . Следовательно,  $e_0 E dS = U i dt$ , откуда

$$i = e_0 \frac{E}{U} \frac{dS}{dt} = e_0 \frac{E}{U} c. \quad (2.1)$$

Заметим, что скорость  $c$  в данной точке есть функция напряжения  $U$ ; напротив, отношение  $E/U$  от  $U$  не зависит, поскольку при изменении напряжения  $U$  между электродами  $E$  в каждой точке меняется пропорционально последнему. Равенство, получающееся из (2.1) при  $U = 1$ , в литературе часто называют теоремой Рамо—Шокли [11]. Оно применимо не только к основным электродам, поддерживающим ток в промежутке (катод — анод), но при известных условиях и к вспомогательным электродам (см. примечание 1, стр. 491).

Рассмотрим частный случай однородного поля между плоскопараллельными электродами. В этом случае  $U = El$  и

$$i = \frac{e_0 c}{l} \cos \alpha, \quad (2.2)$$

где  $\alpha$  — угол между  $E$  и  $c$ . В частности, при  $\alpha = 0$   $i = e_0 c/l$ . Если летящая частица — электрон, то

$$i_e(a) = 0,951 \cdot 10^{-11} \frac{1}{l(\text{см})} \sqrt{U(\text{в})}.$$

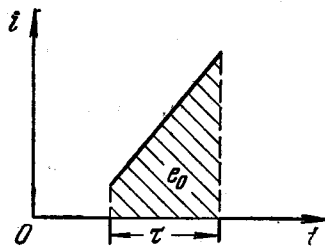
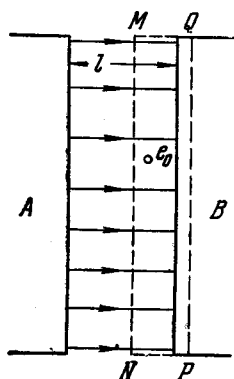


Рис. 1.9. Импульс тока при пролете одного носителя заряда в однородном поле.

В однородном поле  $c$ , а следовательно, и  $i$  за время полета частицы линейно растут со временем. График импульса тока, связанного с пролетом одной частицы в однородном поле, представлен на рис. 1.9. Если начальной скоростью частицы можно пренебречь, то  $c = (e_0 E/m)t$  (см. формулу (1.8)) и

$$i(t) = \frac{e_0^2 E}{ml} t = \frac{e_0^2 U}{ml^2} t^2. \quad (2.3)$$

Средняя сила тока за время  $\tau$

$$\bar{i} = \frac{e_0}{l} \bar{c} = \frac{e_0}{l} \sqrt{\frac{e_0 U}{2m}} = \frac{e_0}{\tau}. \quad (2.4)$$

У электронов и ионов получаем тогда

$$\bar{i}_e(a) = 0,476 \cdot 10^{-11} \frac{1}{l(\text{см})} \sqrt{U(\text{в})},$$

$$\bar{i}_{p,n}(a) = 1,11 \cdot 10^{-13} \frac{1}{l(\text{см})} \sqrt{\frac{ZU(\text{в})}{M}}.$$

### § 3. Ток заряженных частиц в вакууме в отсутствие заметных объемных зарядов

Рассмотрим две плоскости ( $A$  и  $B$ , см. рис. 1.8), между которыми действует постоянное однородное электрическое поле  $E$ ; разность потенциалов между ними  $\varphi_A - \varphi_B = U$ . Плоскость  $A$  служит источником носителей одного знака (это может быть либо катод, испускающий электроны, либо сложный анод, испускающий положительные ионы, либо диафрагма или сетка, сквозь которую проходит поток ионов); для определенности положим их заряд равным  $+e_0$ . Положим, что средний поток этих носителей сквозь единицу площади  $A$  за единицу времени  $v_0 = j_0/e_0$  известен; известно также их распределение по скоростям в плоскости  $A$   $f_0(u, v, w)$ . Какова сила тока, достигающего плоскости  $B$ ?

Ток сквозь плоскость  $B$  состоит из элементарных импульсов, рассмотренных в § 2, часто следующих друг за другом. Последовательность этих импульсов хаотична, и потому ток через  $B$  непостоянен. Однако если величина  $v_0$  остается постоянной, то ток  $i$  через плоскость  $B$  можно представить как постоянный ток  $i_0$ , на который налагаются флуктуации тока  $\delta i$ . Средний ток  $\bar{i}$  определяется просто, если плотность потока частиц настолько невелика, что образуемый ими объемный заряд незначительно изменяет поле между  $A$  и  $B$  и влиянием этого заряда на поле между электродами можно пренебречь. Чтобы получить подробную картину явлений, мы не ограничимся только определением  $\bar{i}$ , а найдем также распределение скоростей носителей заряда в различных сечениях промежутка, пользуясь методами, изложенными в §§ 3 и 4 в {1}. Задача распадается на два случая: а) ускоряющее поле; б) тормозящее поле.

\*) Для проверки можно вычислить импульс тока, вызываемый пролетом заряженной частицы между электродами за время  $\tau$ , подставляя  $i(t)$  и  $\tau$  из формул (2.3) и (1.7'')

$$\int_0^\tau i dt = \int_0^{\sqrt{\frac{2m}{e_0 U}} l} \frac{e_0^2}{m} \frac{U}{l^2} t dt = \frac{e_0^2 U}{ml^2} \frac{1}{2} \frac{2ml^2}{e_0 U} = e_0,$$

что и следовало ожидать.

1. Ток заряженных частиц в ускоряющем поле ( $e_0 U > 0$ ). Предполагаем, что электрическая сила, действующая на частицы, направлена от  $A$  к  $B$  (см. рис. 1.8); ускорение частиц  $a = e_0 E/m$  направлено так же \*). Задачу рассматриваем как одномерную.

Распределение скоростей частиц, поступающих из  $A$ , примем максвелловским односторонним ( $\{1\}$ , §§ 8 и 40). Примем ось  $x$  направленной от  $A$  к  $B$ , так что  $a > 0$ ; начало координат возьмем в плоскости  $A$ ; обозначим потенциал в сечении  $x$  через  $\varphi(x)$ , в плоскости  $A$  — через  $\varphi_0$ , компоненту скорости по оси  $x$  — через  $u$ . Функция распределения частиц  $F = n f$  зависит только от  $x$  и  $u$ . Краевое условие для  $F$  на плоскости  $A$  напишем так:

$$F(0, u) = g \exp(-hu^2) \text{ при } u \geq 0, \quad (3.1)$$

$$F(0, u) = 0 \quad \text{при } u < 0. \quad (3.2)$$

Здесь  $h = m/(2kT)$ ;  $g$  определяется из выражения для полного потока частиц из плоскости  $A$   $\int_0^\infty u F(0, u) du = v_0$ , откуда

$$g = 2hv_0 = \frac{mv_0}{kT}. \quad (3.3)$$

Предполагаем, что в плоскости  $B$  отражения частиц и вторичной эмиссии их не происходит; следовательно, если расстояние  $AB = l$ , то второе краевое условие, которому подчинено  $F(x, u)$ , таково:

$$F(l, u) = 0 \text{ при } u < 0. \quad (3.4)$$

Каковы  $n(x)$  и  $f(x, u)$  в любой точке промежутка и какова средняя плотность тока  $j$ ?

Кинетическое уравнение (см. уравнение (5.14) в  $\{1\}$ ), определяющее функцию  $F(x, u)$ , в рассматриваемом случае упрощается:  $\partial F/\partial t = 0$  (стационарная задача);  $\nabla F = u \partial F/\partial x$ , так как  $\partial F/\partial y = \partial F/\partial z = 0$ ;

$$\frac{e_0}{m} \left\{ E + \left[ \frac{r_0}{c_0} H \right] \right\} \nabla F = a \frac{\partial F}{\partial u},$$

так как  $H = 0$  и  $a$  параллельно оси  $x$ ; следующий член исчезает, так как при малой плотности зарядов мы пренебрегаем парным взаимодействием между ними; последние два члена также отпадают, так как в вакуумном промежутке возникновения заряженных частиц не происходит. Поэтому кинетическое уравнение сводится к

$$u \frac{\partial F}{\partial x} + a \frac{\partial F}{\partial u} = 0. \quad (3.5)$$

Решением уравнения (3.5) является любая функция от  $u^2 - 2ax$ , которая удовлетворяет краевым условиям (3.1), (3.2), (3.4) и уравнению непрерывности тока  $\text{div } j = 0$ , принимающему здесь вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \int_0^\infty u F(x, u) du \right\} = 0 \quad \text{или} \quad \int_0^\infty u F(x, u) du = \text{const}. \quad (3.6)$$

Всем этим условиям удовлетворяет разрывная функция

$$F(x, u) = g \exp(-h(u^2 - 2ax)) = g \exp(2ahx) \exp(-hu^2) \text{ при } u \geq u_{\min}, \quad (3.7)$$

$$F(x, u) = 0 \quad \text{при } u < u_{\min},$$

\*) Если эмиттируемые частицы — электроны, то ускоряющее их поле направлено от  $B$  к  $A$ .

где

$$u_{\min} = \sqrt{2ax} = \sqrt{2 \frac{e_0}{m} Ex} = \sqrt{2 \frac{e_0}{m} (\varphi_0 - \varphi)} \quad (3.8)$$

— скорость, которую приобретают в сечении  $x$  частицы, вылетающие из  $A$  без начальной скорости \*). Плотность тока, согласно решению (3.7),

$$\bar{j} = e_0 \int_0^{\infty} u F(x, u) du = e_0 \frac{g}{2h} = e_0 v_0 \quad (3.9)$$

не зависит от расстояния и равна току частиц, испускаемых из  $A$ . Этот результат физически следует прямо из исходных предположений, поскольку в ускоряющем поле при отсутствии отражения у электрода  $B$  ни одна частица не возвращается обратно к  $A$ .

Концентрация частиц в сечении  $x$ , как следует из (3.7), равна

$$\begin{aligned} n(x) &= \int_{u_{\min}}^{\infty} F(x, u) du = \\ &= \frac{g}{2} \sqrt{\frac{\pi}{h}} \exp(2ahx) [1 - \Phi(\sqrt{2ahx})] = \\ &= \frac{2v_0}{c} e^{\eta} [1 - \Phi(\sqrt{\eta})], \end{aligned} \quad (3.10)$$

где  $\bar{c} = \sqrt{8kT/\pi m}$  — среднеарифметическая скорость,  $\eta = 2ahx = e_0(\varphi_0 - \varphi)/kT$ ,  $\Phi$  — функция ошибок (рис. 1.10, кривая 1).

Наконец, из (3.7) и (3.10) можно вычислить функцию распределения по скоростям:

$$\begin{aligned} f(x, u) &\equiv \frac{F(x, u)}{n(x)} = \frac{4}{\pi c} \frac{\exp(-hu^2)}{[1 - \Phi(\sqrt{\eta})]} \quad \text{при } u \geq u_{\min}, \\ f(x, u) &= 0 \quad \text{при } u < u_{\min}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Изменение распределения скоростей частиц по мере удаления от источника  $A$  качественно представлено на рис. 1.11. С ростом  $x$  скорости частиц растут, а разброс скоростей уменьшается; концентрация частиц также падает.

**2. Ток заряженных частиц в тормозящем поле ( $e_0 U < 0$ ).** Поле имеет направление, противоположное первому случаю; ускорение частиц  $a < 0$ , т. е. направлено от  $B$  к  $A$  (рис. 1.8). Распределение скоростей и поток частиц, вылетающих из  $A$  в направлении к  $B$ , принимаем теми же, что и в первом случае. Краевое условие (3.1) и величины  $v_0$ ,  $T$ ,  $h$  и  $g$  остаются без изменений. Неизменно также краевое условие (3.4): у электрода  $B$  отражения и вторичной эмиссии не происходит. Но условие (3.2) здесь не имеет места: тормозящее поле заставляет часть носителей возвращаться обратно к  $A$ , и потому

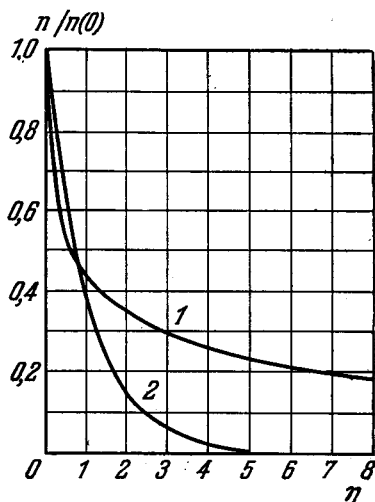


Рис. 1.10. Относительная концентрация заряженных частиц на различных расстояниях от источника ( $\eta = e_0 Ex/kT = -e_0 \Delta\varphi/kT$ ).

1 — в ускоряющем поле ( $e_0 U > 0$ );  
2 — в тормозящем поле ( $e_0 U < 0$ ) при  $\eta_B = 10$ .

\*) Скоростей, меньших  $u_{\min}$ , в сечении  $x$  при данных условиях, очевидно, не может быть.

во всех сечениях, кроме  $B$ , есть частицы, летящие к  $A$  ( $u < 0$ ). Минимальной по алгебраическому значению (максимальной по абсолютной величине) отрицательной скоростью  $u_{\min}$  обладают в сечении  $x$  частицы, почти достигшие  $B$  и вернувшиеся обратно под действием поля. Их кинетическая энергия в сечении  $x$   $mu^2/2 = e_0 E (l - x)$ , и потому

$$u_{\min} = -\sqrt{2 \frac{e_0}{m} E (l - x)} = -\sqrt{2 \frac{e_0}{m} (\Phi_B - \Phi)}, \quad (3.12)$$

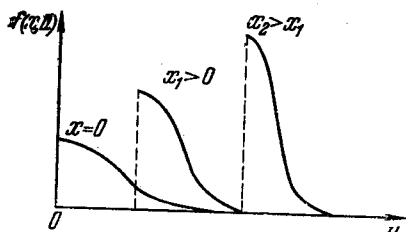
где  $\Phi_B$  — потенциал воспринимающего электрода  $B$ .

Кинетическое уравнение сохраняет вид (3.5) с тем только отличием, что здесь знак  $a$  противоположен первому случаю ( $a < 0$ ). Поэтому и решение его, удовлетворяющее крайним условиям и уравнению непрерывности тока, есть та же разрывная функция (3.7), где, однако, в отличие от случая ускоряющего поля,  $a < 0$  и  $u_{\min}$  определяется формулой (3.12) вместо прежней (3.8).

Плотность тока

$$\begin{aligned} \bar{j} &= e_0 \int_0^{\infty} u F(x, u) du = \\ &= e_0 v_0 \exp\left(-\frac{e_0 E l}{kT}\right) = j_0 \exp \frac{e_0 U}{kT} \quad (3.13) \end{aligned}$$

Рис. 1.11. Примерное распределение скоростей частиц в ускоряющем поле на различных расстояниях от источника.



и в этом случае, разумеется, постоянна по всему промежутку; но в отличие от случая ускоряющего поля, она меньше эмиссионного тока  $j_0$  на множитель  $\exp(e_0 U/kT) < 1$  \*).

Концентрация частиц в сечении  $x$

$$\begin{aligned} n(x) &= \int_{u_{\min}}^{\infty} F(x, u) du = \\ &= \frac{g}{2} \sqrt{\frac{\pi}{h}} \exp(-2ahx) [1 + \Phi(\sqrt{2ah(l-x)})] = \\ &= \frac{2v_0}{c} e^{-\eta} [1 + \Phi(\sqrt{\eta_B - \eta})], \quad (3.14) \end{aligned}$$

где  $\eta_B = 2ahl$ .

У электрода  $B$   $n(l) = \frac{2v_0}{c} e^{-\eta_B}$ . Как и в первом случае, здесь концентрация заряженных частиц падает по направлению от  $A$  к  $B$ , но по иному закону (рис. 1.10, кривая 2).

Распределение скоростей частиц в различных сечениях имеет вид

$$\begin{aligned} f(x, u) &\equiv \frac{F(x, u)}{n(x)} = \frac{4}{\pi c} \frac{\exp(-hu^2)}{[1 + \Phi(\sqrt{\eta_B - \eta})]} \quad \text{при } u \geq u_{\min}, \\ f(x, u) &= 0 \quad \text{при } u < u_{\min} \quad (3.15) \end{aligned}$$

и иллюстрируется рис. 1.12.

\*) Этот результат, как и (3.9), может быть получен без исследования кинетического уравнения, а прямо из начального распределения скоростей (3.1) и условия, что электрода  $B$  достигают только те частицы, у которых вначале  $mu^2/2 \geq |e_0 U|$ .

Отметим предельный случай  $\eta_B = -\infty$ , электрод  $B$  отталкивает все частицы, ток  $j = 0$  (ср. (3.13)). В этом случае на любом расстоянии  $x < l$

$$n(x) = \frac{4v_0}{c} e^{-\eta} = n_0 e^{-\eta} = n_0 \exp\left(-\frac{e_0 E x}{kT}\right) \quad \text{и} \quad f(x, u) = \frac{2}{\pi c} \exp\left(-\frac{mu^2}{2kT}\right)$$

при  $-\infty < u < +\infty$ ; во всем промежутке имеет место бальцмановское распределение концентрации и максвелловское распределение скоростей. При  $\eta_B < \infty$  и  $j \neq 0$  это не имеет места; распределение концентраций частиц не определяется законом Больцмана, и ссылка на последний, нередко встречающаяся при упрощенных выводах формулы (3.13), не обоснована, поскольку этот закон распределения относится лишь к равновесным состояниям. Им можно приближенно пользоваться только в случае  $j \ll j_0$ .

Сопоставив формулы (3.9) и (3.13), получаем вольтамперную характеристику рассматриваемого вида тока:

$$\begin{aligned} j &= j_0 \exp \frac{e_0 U}{kT} & \text{при} & \quad e_0 U < 0, \\ j &= j_0 = \text{const} & \text{при} & \quad e_0 U > 0 \end{aligned} \quad (3.16)$$

(рис. 1.13). Левую часть кривой (при  $e_0 U < 0$ ) называют иногда начальным током {1—7}, правую — током насыщения. Действительный ход обычно отличается от теоретического в двух отношениях: а) вследствие неполной однородности эмиттирующего электрода острый перелом кривой сглаживается; б) вследствие контактной разности потенциалов  $\Delta\varphi_k$  между электродами кривая сдвигается параллельно оси абсцисс на величину  $\Delta\varphi_k$  [12].

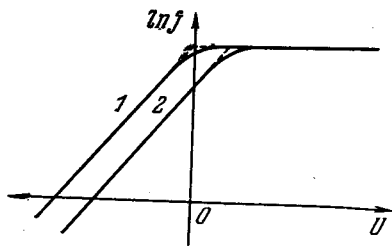


Рис. 1.13. Вольтамперная характеристика слабого тока между плоскими электродами без заметных объемных зарядов в полулогарифмическом масштабе в отсутствие (1) и при наличии (2) контактной разности потенциалов  $\Delta\varphi_k$ .

Штриховые линии — теоретический ход кривых, сплошные линии — реальный ход кривых.

Изложенная выше теория относится к потоку частиц одного вида; но она применима и к более сложным случаям, например к биполярным токам, поскольку при малых концентрациях частиц их движения взаимно независимы. В этом случае токи нескольких различных видов частиц алгебраически складываются; приведенные выше соображения и формулы относятся к току частиц каждого вида в отдельности.

#### § 4. Ток в вакууме при наличии объемных зарядов

Если концентрация заряженных частиц между электродами значительна, то движение частиц определяется не только внешним электрическим полем (полем

электродов), но и взаимодействием между самими частицами. Эти взаимодействия для удобства анализа разделяют на близкие (парные) взаимодействия, рассматриваемые как столкновения, и дальние взаимодействия ({1}, § 5). Тормозящее сечение парных взаимодействий заряженных

частиц порядка  $10^{-13}$  см<sup>2</sup> или менее и быстро убывает с ростом их скоростей: соответствующая этому длина релаксации распределения скоростей (см. формулу (49,5) в {1})

$$L \approx 0,25 \cdot 10^{14} \frac{U^2}{n} \left( \ln \frac{2 \cdot 10^7 U}{n^{1/2}} \right)^{-1},$$

где  $U = kT/e_0$ ,  $T$  — температура,  $n$  — концентрация частиц. В ускоряющем поле даже при средней энергии частиц  $\sim 1$  эв и  $n \sim 10^{11}$  см<sup>-3</sup>  $L \approx 40$  см, что превышает обычно расстояние между электродами; поэтому влиянием парных взаимодействий на распределение частиц можно пренебречь. В тормозящем поле  $L$  может быть значительно меньше; например, при эмиссии электронов катодом с  $T = 1100$  °K,  $U_e = 0,1$  эв и начальной концентрацией  $n$  порядка  $10^{11}$  см<sup>-3</sup> в тормозящем поле  $L \approx 0,5$  см. Однако в наиболее важном случае тока, ограниченного объемным зарядом, область тормозящего поля обычно простирается на еще меньшие расстояния, поэтому и в этом случае роль парных взаимодействий можно пренебречь.

Дальние взаимодействия заряженных частиц учитываются как электрическое поле заряда, непрерывно распределенного в пространстве. Это добавочное поле может значительно искажать поле между электродами; напряженность и потенциал результирующего поля

$$E = E_1 + E_2, \quad \varphi = \varphi_1 + \varphi_2, \quad (4.1)$$

где  $E_1$  и  $\varphi_1$  характеризуют поле поверхностных зарядов на электродах,  $E_2$  и  $\varphi_2$  — поле объемного заряда \*). Поэтому результирующее поле определяется не только поверхностными зарядами на электродах, но и объемными зарядами по уравнению Пуассона:

$$\nabla E = -\Delta \varphi = 4\pi\rho. \quad (4.2)$$

Электроды (см. рис. 1.8) определяют только краевое условие

$$\varphi_A - \varphi_B = U. \quad (4.3)$$

Плотность объемного заряда выражается через концентрацию частиц уравнением

$$\rho = e_0 n(r, t) = e_0 \int_{u_{\min}}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(r, c, t) du dv dw. \quad (4.4)$$

Функция распределения, как и выше (§ 3), подчинена кинетическому уравнению (3.5).

Три уравнения (4.2), (4.4), (3.5) и соответствующие им краевые условия (3.1), (3.4) и (4.3) позволяют в принципе полностью решить любую задачу о токе зарядов в вакууме. Строго это сделано, однако, только в отдельных частных случаях.

**1. Установившийся ток частиц одного знака между плоскопараллельными электродами** [1, 13—17]. Примем для определенности знак зарядов положительным; в случае отрицательных зарядов (электроны) формулы отличаются только знаком у величин  $e_0$ ,  $\rho$ ,  $j$ ,  $\varphi$ . Начальное распределение скоростей частиц принимаем максвелловским (краевое условие (3.1)).

Распределение потенциала в промежутке между электродами показано на рис. 1.14; потенциал эмиттирующего электрода принят за нуль. Пря-

\*) Последнее нередко называют самосогласованным полем, чтобы подчеркнуть двустороннюю связь между ним и движением заряженных частиц.

мая 1 — потенциал приложенного извне поля  $\varphi_1$ ; при плоских электродах  $\varphi_1$  линейно зависит от расстояния  $x$ . Кривая 2 — потенциал поля  $\varphi_2$  частиц, находящихся между электродами. Наложение  $\varphi_2$  на  $\varphi_1$  дает результирующее поле  $\varphi$ . При этом возможны два случая.

1.1. Объемный заряд создает сравнительно слабое поле:  $|\varphi_2| < |\varphi_1|$ . В таком случае  $\varphi = |\varphi_1 + \varphi_2| < 0$  во всех точках; кривая  $\varphi(x)$  не имеет максимума, а идет монотонно на всем протяжении. Этот случай представлен на рис. 1.14 кривой 3. Напряженность поля  $E$  направлена всюду к собирающему электроду, и потому поле на всем протяжении от  $x = 0$  до  $x = l$  является ускоряющим. В этом случае все частицы, вылетевшие из эмиттера, достигают коллектора; сила тока при всех напряжениях одинакова. Это — режим *тока насыщения*; он повторяет случай 1, рассмотренный в § 3, поэтому на нем останавливаться нет надобности.

1.2. Объемный заряд создает сравнительно сильное поле. В начальной части пути  $|\varphi_2| > |\varphi_1|$ . На этом участке  $\varphi > 0$ ; кривая  $\varphi(x)$  здесь поднимается над уровнем  $\varphi = 0$  (кривая 4) и в точке  $x = x_0$  имеет максимум  $\varphi = \varphi_{\max}$ . Поле на участке от  $x = 0$  до  $x = x_0$  является тормозящим и потому задерживает частицы, энергия которых недостаточна для преодоления барьера  $\varphi_{\max}$ . На участке от  $x = x_0$  до  $x = l$  поле, наоборот, ускоряет частицы и потому все частицы, прошедшие через максимум  $\varphi_{\max}$ , далее попадают на коллектирующий электрод. Ток на последний меньше тока насыщения и зависит от того, насколько  $\varphi_1$  больше  $\varphi_2$ , т. е. от приложенного напряжения. Это — режим тока, ограниченного объемным зарядом. Остановимся на нем подробнее.

Сечение  $x_0$ , в котором потенциальная энергия частиц максимальна, делит промежуток на две области: тормозящее поле (область I) и ускоряющее поле (область II). В обозначениях § 3 это сечение по отношению к области I играет роль плоскости B (коллектора), а по отношению к области II — роль плоскости A (эмиттера).

В обеих частях связь между потенциалом и объемным зарядом определяется уравнением Пуассона (4.2); объемный заряд определяется через функцию распределения уравнением (4.4), а сама функция — формулой (3.7).

Различие между обеими областями в уравнении (4.4) проявляется только в нижнем пределе скоростей  $u_{\min}$ . Именно, если относить потенциал в любом сечении к потенциалу  $\varphi_{\max}$ , то, согласно (3.12), в области I

$$u_{\min} = - \sqrt{2 \frac{e_0}{m} (\varphi_{\max} - \varphi)}, \quad (4.5)$$

а в области II, согласно (3.8),

$$u_{\min} = \sqrt{2 \frac{e_0}{m} (\varphi_{\max} - \varphi)^*}. \quad (4.6)$$

\*) Если рассматриваемые заряды отрицательны (электроны), то здесь и в дальнейшем вместо  $\varphi_{\max} - \varphi$  входит  $\varphi - \varphi_{\max}$ .

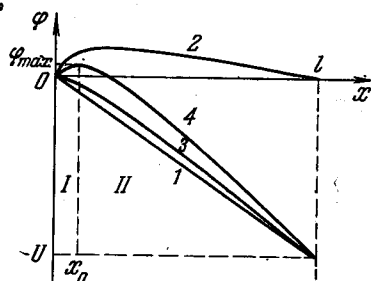


Рис. 1.14. Распределение потенциала в вакуумном промежутке при наличии тока положительных зарядов.

1 — потенциал приложенного поля; 2 — потенциал поля объемных зарядов; 3 — потенциал результирующего поля без максимума потенциала (режим тока насыщения); 4 — потенциал результирующего поля с максимумом потенциала (режим тока, ограниченного объемным зарядом). При токе отрицательных зарядов рисунок перевернуть снизу вверх.

Поэтому, согласно (4.4), (3.7), (4.5) и (4.6),

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{mj}{kT} \exp \frac{e_0(\varphi_{\max} - \varphi)}{kT} \int_{\pm \sqrt{\frac{2e_0}{m}(\varphi_{\max} - \varphi)}}^{\infty} \exp \left( -\frac{mu^2}{2kT} \right) du = \\ &= \sqrt{\frac{2m}{kT}} j \exp \frac{e_0(\varphi_{\max} - \varphi)}{kT} \int_{\pm \sqrt{\frac{e_0}{kT}(\varphi_{\max} - \varphi)}}^{\infty} \exp(-\xi^2) d\xi, \quad (4.7) \end{aligned}$$

где  $\xi = u \sqrt{m/2kT}$ . Здесь и в дальнейшем верхний знак нижнего предела интеграла относится к области I, нижний знак — к области II.

Как видно отсюда, плотность объемного заряда в промежутке зависит от плотности тока  $j$  и от распределения скоростей эмиттируемых частиц (от  $T$ ).

Подставляем (4.7) в уравнение Пуассона:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -4\pi \sqrt{\frac{2m}{kT}} j \exp \frac{e_0(\varphi_{\max} - \varphi)}{kT} \int_{\pm \sqrt{\frac{e_0}{kT}(\varphi_{\max} - \varphi)}}^{\infty} \exp(-\xi^2) d\xi. \quad (4.8)$$

Вводим безразмерные переменные

$$\eta = \frac{e_0(\varphi_{\max} - \varphi)}{kT}, \quad \xi = 2L(x - x_0), \quad (4.9)$$

где

$$L = 2 \left( \frac{\pi}{2kT} \right)^{1/4} m^{1/4} (je_0)^{1/2}. \quad (4.10)$$

Уравнение (4.8) переходит в

$$\frac{d^2\eta}{d\xi^2} = 2e^\eta [1 \pm \Phi(\sqrt{\eta})]. \quad (4.11)$$

При  $\xi = 0$   $\eta = 0$  и  $d\eta/d\xi = 0$ . С учетом этих условий интегрирование уравнения (4.11) дает

$$\xi = \int_0^\eta \frac{d\eta}{[e^\eta - 1 \pm e^\eta \Phi(\eta) \mp 2\sqrt{\eta}/\sqrt{\pi}]^{1/2}}. \quad (4.12)$$

Функция  $\xi(\eta)$  табулирована (табл. 1.1) и аппроксимируется следующими формулами:

при  $\xi < 0$  (в области I)

$$\begin{aligned} \xi &= -2,55389 + \sqrt{2} \exp\left(-\frac{1}{2}\eta\right) - 0,0123 \exp(-\eta) + \\ &+ \frac{1}{3\sqrt{2}} \left( \sqrt{\frac{\eta}{\pi}} + 1 \right) \exp\left(-\frac{3}{2}\eta\right); \quad (4.13) \end{aligned}$$

при  $\xi > 0$  (в области II)

$$\xi = 1,25520\eta^{1/4} + 1,66854\eta^{1/4} - 0,56880 - 0,1677\eta^{-1/4}. \quad (4.14)$$

Таблица 1.1

Изменение потенциала в плоском вакуумном диоде, когда ток ограничен объемным зарядом, а начальные скорости электронов распределены по Максвеллу

Предельное значение  $-\xi_m = [-\xi]_{\eta=\infty} = 2,554$ .

I. Область между катодом и минимумом потенциала

$\eta$	$-\xi$	$\xi/\xi_m$	$\eta$	$-\xi$	$\xi/\xi_m$	$\eta$	$-\xi$	$\xi/\xi_m$
0,005	0,1395	0,05462	0,55	1,266	0,4957	2,7	2,180	0,8533
0,006	0,1527	0,05980	0,6	1,312	0,5137	2,8	2,199	0,8610
0,007	0,1647	0,06451	0,65	1,355	0,5305	2,9	2,217	0,8682
0,008	0,1759	0,06888	0,70	1,396	0,5466	3,0	2,234	0,8749
0,009	0,1863	0,07292	0,75	1,434	0,5615	3,1	2,249	0,8804
0,010	0,1962	0,07680	0,80	1,470	0,5753	3,2	2,265	0,8870
0,011	0,2056	0,08051	0,85	1,505	0,5891	3,3	2,279	0,8920
0,012	0,2145	0,08400	0,9	1,538	0,6024	3,4	2,293	0,8976
0,013	0,2231	0,08738	0,95	1,569	0,6141	3,5	2,306	0,9031
0,014	0,2313	0,09059	1,0	1,600	0,6262	3,6	2,318	0,9075
0,015	0,2393	0,09369	1,1	1,656	0,6484	3,8	2,341	0,9164
0,02	0,2753	0,10781	1,15	1,682	0,6584	4,0	2,362	0,9247
0,025	0,3067	0,1201	1,2	1,708	0,6689	4,2	2,380	0,9319
0,03	0,3350	0,1312	1,25	1,732	0,6783	4,4	2,396	0,9380
0,04	0,3848	0,1507	1,3	1,756	0,6877	4,6	2,411	0,9441
0,045	0,4071	0,1594	1,35	1,779	0,6966	4,8	2,425	0,9496
0,05	0,4281	0,1676	1,4	1,801	0,7049	5,0	2,438	0,9546
0,06	0,4670	0,1828	1,45	1,822	0,7132	5,5	2,463	0,9646
0,07	0,5024	0,1967	1,5	1,842	0,7209	6,0	2,483	0,9723
0,08	0,5350	0,2095	1,6	1,881	0,7364	6,5	2,499	0,9784
0,09	0,5655	0,2214	1,7	1,917	0,7508	7,0	2,511	0,9834
0,1	0,5941	0,2326	1,8	1,952	0,7641	7,5	2,521	0,9873
0,15	0,717	0,2807	1,9	1,983	0,7763	8,0	2,528	0,9900
0,2	0,817	0,3199	2,0	2,013	0,7879	9,0	2,538	0,9939
0,25	0,903	0,3535	2,1	2,042	0,7996	10,0	2,544	0,9961
0,3	0,979	0,3833	2,2	2,068	0,8095	12,0	2,550	0,9983
0,35	1,046	0,4095	2,3	2,093	0,8195	14,0	2,553	0,9994
0,4	1,108	0,4338	2,4	2,117	0,8289	16,0	2,553	0,9994
0,45	1,165	0,4561	2,5	2,139	0,8378			
0,5	1,217	0,4765	2,6	2,160	0,8455			

II. Область между минимумом потенциала и анодом

$\eta$	$\xi$	$\xi/\xi_m$	$\eta$	$\xi$	$\xi/\xi_m$	$\eta$	$\xi$	$\xi/\xi_m$
0,01	0,2036	0,07973	0,90	2,216	0,8677	6,00	6,842	2,679
0,02	0,2903	0,11368	1,00	2,352	0,9208	6,50	7,193	2,816
0,03	0,3576	0,1400	1,10	2,483	0,9723	7,00	7,535	2,950
0,04	0,4148	0,1624	1,20	2,611	1,0221	7,50	7,869	3,081
0,05	0,4657	0,1823	1,40	2,854	1,1174	8,00	8,197	3,209
0,06	0,5121	0,2005	1,60	3,084	1,208	9,00	8,832	3,458
0,07	0,5549	0,2173	1,80	3,304	1,293	10,0	9,447	3,699
0,08	0,5952	0,2331	2,00	3,516	1,377	11,0	10,042	3,932
0,09	0,6331	0,2479	2,20	3,719	1,456	12,0	10,621	4,158
0,10	0,6693	0,2621	2,40	3,916	1,553	13,0	11,185	4,379
0,15	0,8296	0,3248	2,60	4,107	1,608	14,0	11,735	4,595
0,20	0,9675	0,3788	2,80	4,294	1,681	15,0	12,275	4,806
0,25	1,0909	0,4271	3,00	4,475	1,752	16,0	12,803	5,013
0,30	1,2042	0,4715	3,20	4,653	1,822	18,0	13,831	5,415
0,35	1,3098	0,5128	3,40	4,827	1,890	20,0	14,82	5,803
0,40	1,4093	0,5518	3,60	4,996	1,956	25,0	17,20	6,733
0,45	1,503	0,5886	3,80	5,163	2,022	30,0	19,43	7,608
0,50	1,594	0,6240	4,00	5,327	2,086	35,0	21,55	8,439
0,60	1,763	0,6905	4,50	5,726	2,242	40,0	23,59	9,236
0,70	1,922	0,7525	5,00	6,109	2,392	45,0	25,57	10,011
0,80	2,072	0,8112	5,50	6,481	2,538	50,0	27,48	10,76

Таблица 1.1 (продолжение)

$\eta$	$\xi$	$\xi/\xi_m$	$\eta$	$\xi$	$\xi/\xi_m$	$\eta$	$\xi$	$\xi/\xi_m$
60,0	31,14	12,19	150,0	59,09	23,13	600,0	159,89	62,60
70,0	34,65	13,57	200,0	72,48	28,38	700,0	178,9	70,04
80,0	38,01	14,88	300,0	86,87	37,93	800,0	197,1	77,19
90,0	41,25	16,15	400,0	119,19	46,67	900,0	214,8	84,11
100,0	44,41	17,39	500,0	140,06	54,84	1000,0	232,1	90,86

При большом ускоряющем напряжении ( $\eta \gg 1$ ) в (4.14) можно в качестве первого приближения сохранить только первый член разложения  $\xi = \frac{2\sqrt{2}}{3} \pi^{1/2} \eta^{1/2}$  или, переходя к переменным  $x$  и  $\varphi$ :

$$\varphi_{\max} - \varphi = (9\pi j)^{1/2} \left( \frac{m}{2e_0} \right)^{1/2} (x - x_0)^{3/2}, \quad (4.15)$$

откуда

$$j = \frac{\sqrt{2}}{9\pi} \sqrt{\frac{e_0}{m}} \frac{(\varphi_{\max} - \varphi)^{3/2}}{(x - x_0)^2}. \quad (4.16)$$

Соотношение (4.15) показывает распределение потенциалов в промежутке при данной плотности тока  $j_0$ . Последнюю величину можно вычислить, если применить (4.16) к плоскости  $B$ , т. е. вместо  $x - x_0$  поставить  $l$ , вместо  $\varphi - \varphi_{\max}$  поставить  $U$  и, таким образом, пренебречь  $x_0$  по сравнению с  $l$  и  $\varphi_{\max}$  по сравнению с  $U$ . Тогда

$$j = \frac{\sqrt{2}}{9\pi} \sqrt{\frac{e_0}{m}} \frac{U^{3/2}}{l^2} \quad (4.17)$$

— обычная формула «закона трех вторых» (формула Чайльда — Ленгмюра [18, 19] \*).

Более точное приближение получаем, сохранив в (4.14) два члена разложения; тогда

$$j = \frac{\sqrt{2}}{9\pi} \sqrt{\frac{e_0}{m}} \frac{(\varphi_{\max} - \varphi)^{3/2}}{(x - x_0)^2} \left[ 1 + 2,66 \sqrt{\frac{kT}{e_0 (\varphi_{\max} - \varphi)}} \right]. \quad (4.18)$$

Полученные формулы позволяют найти полную картину явлений, если известны длина промежутка  $l$ , плотность проходящего в нем тока  $j$  и состояние эмиттера (его температура  $T$  и плотность тока эмиссии  $j_0$ ); в частности, по ним можно рассчитать и напряжение, которое должно быть в этом случае приложено к промежутку.

Прежде всего по  $j_0$  и  $j$  можно найти значение  $\eta = \eta_A$  у поверхности катода, применяя к области I соображения п. 2 § 3. Согласно (3.13)

$$\eta_A = \ln \frac{j_0}{j}. \quad (4.19)$$

\*) Эта формула вводится в большинстве учебников непосредственно из уравнений

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -4\pi\rho, \quad j = \rho v = \text{const}, \quad \frac{mv^2}{2} = -e_0\varphi$$

и краевого условия:  $d\varphi/dx = 0$  и  $U = 0$  при  $x = 0$ . Такой вывод, отбрасывающий с самого начала представление о начальных скоростях частиц и потенциальном барьере на их пути, краток, но физически неполноценен, так как не поясняет основного: каким образом ток в промежутке может быть меньше тока эмиссии.

Отсюда находим высоту потенциального барьера  $\varphi_{\max}$  над потенциалом эмиттера  $A$ :

$$\varphi_{\max} - \varphi_A = \eta_A \frac{kT}{e_0} = \frac{T}{11600} \ln \frac{j_0}{j}. \quad (4.20)$$

Высота барьера зависит от распределения скоростей эмиттируемых частиц (пропорциональна  $T$ ) и от того, какая часть тока эмиссии доходит до коллектора.

Далее, пользуясь таблицей или графиком функции  $\xi(\eta)$ , найдем значение  $\xi = \xi_A$ , относящееся к  $A$ . Чтобы отсюда перейти к  $x$ , нужно предварительно вычислить величину  $L$  по (4.10). У электронов и однократно заряженных ионов эта величина равна

$$L_e (\text{см}^{-1}) = 4,59 \cdot 10^5 T^{-1/2} [j (\text{а/см}^2)]^{1/2},$$

$$L_p (\text{см}^{-1}) = 3,01 \cdot 10^6 T^{-1/2} M^{1/2} [j (\text{а/см}^2)]^{1/2}.$$

Тогда, зная  $x = x_A$ , соответствующее плоскости  $A$  (например,  $x_A = 0$ ), находим положение потенциального максимума

$$x_0 = x_A - \frac{\xi_A}{2L}. \quad (4.21)$$

Далее, пользуясь снова зависимостью  $\xi(\eta)$  или какой-либо ее аппроксимацией, например (4.16) или более точной (4.18), можем вычислить потенциал любой точки промежутка, поскольку  $x_0$  и  $\varphi_{\max}$  уже известны. В частности, взяв  $x = x_B = x_A + l$ , найдем  $\xi_B$ , а по нему — величину  $\eta_B$  и потенциал  $\varphi_B$  коллектора  $B$ ; наконец, найдем  $\varphi_B - \varphi_A = U$  — напряжение на промежутке.

В работе [15] этим методом просчитаны некоторые параметры для электронного тока в промежутке  $l = 0,5 \text{ см}$  с катодом из вольфрама при  $T = 2400^\circ \text{К}$ ,  $j_0 = 0,16 \text{ а/см}^2$  при различной плотности тока:

$j/j_0$	$j, \text{ а/см}^2$	$\varphi_{\max}, \text{ в}$	$\varphi_B, \text{ в}$	$x_0, \text{ см}$	$j/j'$
0,001	0,16	-1,43	2,5	0,074	4,22
0,01	1,6	-0,95	24,4	0,0224	1,424
0,1	16	-0,48	131,6	0,0062	1,113
1,0	160	0,00	645,0	0,0000	1,045

Эти результаты показывают, что высота барьера практически не превышает  $1 \div 1,5 \text{ в}$ , а ширина области тормозящего поля  $l$  мала по сравнению со всем промежутком  $l$ . В последнем столбце приведено отношение токов, вычисленных строго ( $j$ ) и по приближенной формуле (4.17) ( $j'$ ); при малых ускоряющих напряжениях расхождение значительно (до четырех раз) и вычисления по (4.17) недопустимы. Напротив, при напряжении порядка  $10^2 \text{ в}$  и выше (а если не требуется большой точности — то и при  $\sim 10^1 \text{ в}$ ) формулой (4.17) можно пользоваться. Нам неоднократно придется к ней обращаться; поэтому приведем ее практические выражения:

$$j_e (\text{а/см}^2) = 2,34 \cdot 10^{-6} \frac{U^{1/2} (\text{в})}{l^2 (\text{см}^2)},$$

$$j_{p, n} (\text{а/см}^2) = 5,46 \cdot 10^{-8} \frac{U^{1/2} (\text{в})}{\sqrt{M} l^2 (\text{см}^2)}.$$

График, представляющий плотность электронного тока при разных  $U$  и  $l$ , изображен на рис. 1.15 \*). Ток, приблизительно подчиняющийся уравнению

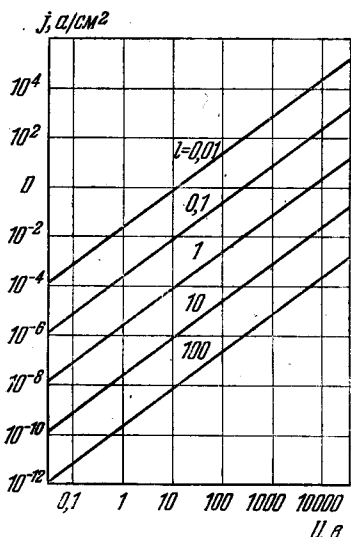


Рис. 1.15. Плотность электронного тока, ограниченного объемным зарядом, в плоском промежутке при различных  $l$  по приближенному уравнению (4.17).

(4.17), часто называют током, ограниченным объемным зарядом. Согласно (4.17) его плотность  $j$  *всецело* определяется напряжением  $U$  и длиной  $l$  и совсем не зависит от тока эмиссии и температуры  $T$ . Как мы видели, это неточно и получается в пренебрежении потенциальным барьером  $\Phi_{\max}$  в промежутке. Последнее допустимо как вычислительное приближение, но физическая картина явления этим смазывается и становится непонятным, почему значительная часть частиц, вылетевших из  $A$ , не долетает до  $B$ . Общий ход вольтамперной характеристики тока при наличии заметных объемных зарядов представлен на рис. 1.16.

Весьма специальный случай ограниченного объемным зарядом тока электронов, обладающих одинаковыми начальными скоростями (без распределения скоростей), рассмотрен в работах [20—22].

## 2. Ток между неплоскими электродами.

2.1. Случай коаксиальных цилиндрических электродов. Этот случай подробно разобран Ленгмюром и Блоджет [23, 24], а также Богуславским

[25] в первом приближении без учета распределения скоростей частиц и в предположении, что на поверхности эмиттирующего электрода  $E = -d\phi/dr = 0$ . Если эмиссия происходит с внутреннего электрода радиуса  $r_1$ , то сила тока  $i$  связана с потенциалом и радиусом произвольного сечения формулой

$$i = \frac{2\sqrt{2}}{9} \sqrt{\frac{e_0}{m}} l \frac{(\Phi_1 - \Phi)^{3/2}}{r\beta^2 (r/r_1)}, \quad (4.22)$$

где  $l$  — длина промежутка,  $\beta^2$  — трансцендентная функция, для которой Ленгмюр и Блоджет [23, 24] и Богуславский [25] нашли выражения в виде рядов (табл. 1.2). В том случае, если эмиттирует внешний цилиндр радиуса  $r_2$ , в (4.22) вместо  $\Phi_1$  и  $r_1$  входят  $\Phi_2$  и  $r_2$ ; функция  $\beta^2$  имеет иной вид (см. таблицу, где она обозначена  $(-\beta)^2$ ).

Другое, вероятно, более точное выражение силы тока между цилиндрическими электродами, учитывающее распределение скоростей частиц и существование потенциального барьера, приведено в работе Ленгмюра [26] без строгого вывода:

$$i = \frac{2\sqrt{2}}{9r\beta^2} \sqrt{\frac{e_0}{m}} l \left[ \Phi_{\max} - \Phi + \frac{U_0}{4} \left( \ln \frac{\Phi_1 - \Phi}{\chi U_0} \right)^2 \right]^{3/2}, \quad (4.23)$$

где  $U_0 = 3kT/2e_0$ ,  $\chi$  — коэффициент, лежащий между 1 и 2, значение которого предлагается определять эмпирически.

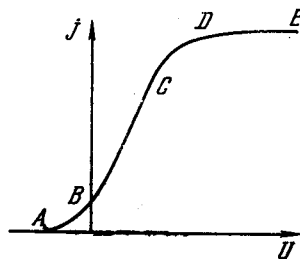


Рис. 1.16. Вольтамперная характеристика тока в вакууме при значительных объемных зарядах.

$AB$  — начальный ток (в тормозящем поле);  $BC$  — ток, ограниченный объемным зарядом;  $CD$  — переходный участок;  $DE$  — ток насыщения.

\*) При определении плотности ионного тока значения  $j$ , найденные по рис. 1.15, нужно разделить на  $42,9\sqrt{M}$ .

Таблица 1.2

Функции  $\beta^2$  и  $(-\beta)^2$  в «законе трех вторых» для коаксиальных цилиндров

$\frac{r}{r_K}$ или $\frac{r_K}{r}$	$\beta^2$	$(-\beta)^2$	$\frac{r}{r_K}$ или $\frac{r_K}{r}$	$\beta^2$	$(-\beta)^2$	$\frac{r}{r_K}$ или $\frac{r_K}{r}$	$\beta^2$	$(-\beta)^2$
1,00	0,00000	0,00000	2,9	0,4980	2,7214	12,0	1,0122	50,559
1,01	0,00010	0,00010	3,0	0,5170	2,9814	14,0	1,0352	65,352
1,02	0,00039	0,00040	3,2	0,5526	3,5293	16,0	1,0513	81,203
1,04	0,00149	0,00159	3,4	0,5851	4,1126	18,0	1,0630	97,997
1,06	0,00324	0,00356	3,6	0,6148	4,7298	20,0	1,0715	115,64
1,08	0,00557	0,00630	3,8	0,6420	5,3795	30,0	1,0908	214,42
1,10	0,00842	0,00980	4,0	0,6671	6,0601	40,0	1,0946	327,01
1,15	0,01747	0,02186	4,2	0,6902	6,7705	50,0	1,0936	450,23
1,2	0,02875	0,03849	4,4	0,7115	7,5096	60,0	1,0910	582,14
1,3	0,05589	0,08504	4,6	0,7313	8,2763	70,0	1,0878	721,43
1,4	0,08672	0,14856	4,8	0,7496	9,0696	80,0	1,0845	867,11
1,5	0,11934	0,2282	5,0	0,7666	9,8887	90,0	1,0813	1018,5
1,6	0,1525	0,3233	5,2	0,7825	10,733	100,0	1,0783	1174,9
1,7	0,1854	0,4332	5,4	0,7973	11,601	120,0	1,0726	1501,4
1,8	0,2177	0,5572	5,6	0,8111	12,493	140,0	1,0677	1843,5
1,9	0,2491	0,6947	5,8	0,8241	13,407	160,0	1,0634	2199,4
2,0	0,2793	0,8454	6,0	0,8362	14,343	180,0	1,0596	2567,3
2,1	0,3083	1,0086	6,5	0,8635	16,777	200,0	1,0562	2946,1
2,2	0,3361	1,1840	7,0	0,8870	19,337	250,0	1,0494	3934,4
2,3	0,3626	1,3812	7,5	0,9074	22,015	300,0	1,0440	4973,0
2,4	0,3879	1,5697	8,0	0,9253	24,805	350,0	1,0397	6054,1
2,5	0,4121	1,7792	8,5	0,9410	27,701	400,0	1,0362	7172,1
2,6	0,4351	1,9995	9,0	0,9548	30,698	500,0	1,0307	9502,2
2,7	0,4571	2,2301	9,5	0,9672	33,791	$\infty$	1,0000	$\infty$
2,8	0,4780	2,4708	10,0	0,9782	36,976			

Подсчет показывает, что две поправки в (4.23) ( $\beta^2$ , зависящая от распределения объемного заряда, и  $\frac{U_0}{4} \left( \ln \frac{\Phi_1 - \Phi}{\chi U_0} \right)^2$ , учитывающая начальные скорости частиц) в значительной степени компенсируются взаимно. Поэтому лучшим приближением к (4.23), чем формула (4.22), является простое выражение

$$i = \frac{2\sqrt{2}}{9} \sqrt{\frac{e_0}{m}} l \frac{(\Phi_1 - \Phi)^{3/2}}{r} \quad (4.24)$$

неплохо согласующееся с данными опыта. Подробнее об этом см. в [26]. Теория электронного тока между коаксиальными цилиндрами при равных начальных скоростях электронов дана в [27].

2.2. Случай концентрических шаровых электродов. Этот случай также рассмотрен Ленгмюром и Блуджет \*) при тех же предположениях, какие сделаны при выводе формул (4.17) и (4.22): на поверхности эмиттирующего электрода начальные скорости частиц равны нулю и  $E = -d\Phi/dr = 0$ . Связь между  $\Phi$ ,  $r$  и силой тока при этом дается уравнением

$$i = \frac{4\sqrt{2}}{9} \sqrt{\frac{e_0}{m}} \frac{(\Phi_1 - \Phi)^{3/2}}{\alpha^2(r/r_1)} \quad (4.25)$$

где  $\alpha^2(r/r_1)$  — трансцендентная функция, разложенная в ряд и табулированная (табл. 1.3). Специальный случай равных конечных начальных скоростей см. в [28].

\*) См. [23, 24], а также [29].

Таблица 1.3

Функция  $\alpha^2$  в «законе трех вторых» для концентрических сфер

$\frac{r}{r_K}$ или $\frac{r_K}{r}$	$\alpha^2$	$(-\alpha^2)$	$\frac{r}{r_K}$ или $\frac{r_K}{r}$	$\alpha^2$	$(-\alpha^2)$	$\frac{r}{r_K}$ или $\frac{r_K}{r}$	$\alpha^2$	$(-\alpha^2)$
1,0	0,0000	0,0000	3,4	0,783	3,421	30	2,713	178,2
1,05	0,0023	0,0024	3,6	0,836	3,913	40	2,944	279,6
1,1	0,0086	0,0096	3,8	0,886	4,429	50	3,120	395,3
1,15	0,0180	0,0213	4,0	0,934	4,968	60	3,261	523,6
1,2	0,0299	0,0372	4,2	0,979	5,528	70	3,380	663,3
1,25	0,0437	0,0571	4,4	1,022	6,109	80	3,482	813,7
1,3	0,0591	0,0809	4,6	1,063	6,712	90	3,572	974,1
1,35	0,0756	0,1084	4,8	1,103	7,334	100	3,652	1 144
1,4	0,0931	0,1396	5,0	1,141	7,976	120	3,788	1 509
1,45	0,1114	0,1740	5,2	1,178	8,636	140	3,903	1 907
1,5	0,1302	0,2118	5,4	1,213	9,315	160	4,002	2 333
1,6	0,1688	0,2968	5,6	1,247	10,01	180	4,089	2 790
1,7	0,208	0,394	5,8	1,280	10,73	200	4,166	3 270
1,8	0,248	0,502	6,0	1,311	11,46	250	4,329	4 582
1,9	0,287	0,621	6,5	1,385	13,35	300	4,462	6 031
2,0	0,326	0,750	7,0	1,453	15,35	350	4,573	7 610
2,1	0,364	0,888	7,5	1,516	17,44	400	4,669	9 303
2,2	0,402	1,036	8,0	1,575	19,62	500	4,829	13 015
2,3	0,438	1,193	8,5	1,630	21,89	600	4,960	
2,4	0,474	1,358	9,0	1,682	24,25	800	5,165	
2,5	0,509	1,531	9,5	1,731	26,68	1 000	5,324	
2,6	0,543	1,712	10	1,777	29,19	1 500	5,610	
2,7	0,576	1,901	12	1,938	39,98	2 000	5,812	
2,8	0,608	2,098	14	2,073	51,86	5 000	6,453	
2,9	0,639	2,302	16	2,189	64,74	10 000	6,933	
3,0	0,669	2,512	18	2,289	78,56	30 000	7,693	
3,2	0,727	2,954	20	2,378	93,24	100 000	8,523	

**3. Биполярный ток между плоскими электродами.** В физике тока в газе нередко встречаются случаи движения электронов и положительных ионов навстречу друг другу, при которых длина пути их в направлении тока  $l$  значительно меньше средней длины свободного пробега  $\lambda$ . Закономерности таких токов можно найти теоретически, рассмотрев биполярный ток в вакууме. В зависимости от места появления ионов в промежутке здесь можно выделить разные случаи: а) ионы вступают в рассматриваемый промежуток только с одной поверхности; б) ионы появляются во всем промежутке.

Полное рассмотрение задачи требует во всех случаях нахождения двух функций распределения: электронов  $F_e(r, c) = n_e(r) f_e(c)$  и ионов  $F_p = n_p f_p$ , определяемых двумя кинетическими уравнениями вида (3.5). Напряженность электрического поля  $E$  определяется объемными зарядами по уравнению Пуассона (4.2), принимающему в данном случае вид

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -4\pi(\rho_p - \rho_e). \quad (4.26)$$

Плотности объемных зарядов  $\rho_p, \rho_e$  связаны с функциями распределения  $F_p, F_e$  уравнениями вида (4.4). Дальнейшие соотношения и краевые условия зависят от конкретного случая. Остановимся сначала на случае появления ионов только на поверхности эмиттера.

Пользуемся снова обозначениями рис. 1.8. Движение электронов начинается у плоскости  $A$  ( $x = 0$ ), движение ионов — у плоскости  $B$  ( $x = l$ ); поле  $E$  направлено от  $B$  к  $A$ ,  $\varphi(A) = 0$ ,  $\varphi(B) = \varphi_B$ \*). Краевые условия,

\*) Плоскость  $B$  не обязательно совпадает с поверхностью анода, и потому вообще  $\varphi_B \neq U$ .

помимо потенциалов, налагаются также на функции распределения скоростей; у электронов — это условия эмиссии с катода  $A$  с максвелловским распределением при температуре  $T$  (3.1) — (3.3) и отсутствия отражения от анода (3.4); у ионов — симметричные этому условия эмиссии в плоскости  $B$  и отсутствия отражения от катода  $A$ .

Фактически эта задача решена Ленгмюром [30] в первом приближении без учета начальных скоростей, т. е. в приближении, соответствующем «закону трех вторых» и формуле (4.17). В таком случае скорости электронов на катоде и ионов на аноде принимаются просто равными нулю:

$$\begin{aligned} u_e &= 0 \text{ при } x = 0, \\ u_p &= 0 \text{ при } x = l. \end{aligned} \quad (4.27)$$

В произвольном сечении  $x$  скорости электронов и ионов определяются по формуле (1.5) ( $mu^2/2 = e_0\varphi$ ):

$$u_e = \sqrt{2 \frac{e_0}{m_e} \varphi}, \quad u_p = \sqrt{2 \frac{e_0}{m_p} (\varphi_B - \varphi)}. \quad (4.28)$$

Относительно электрического поля в этом приближении принимают, что у поверхности катода

$$E = -\frac{d\varphi}{dx} = 0 \text{ при } x = 0 \quad (4.29)$$

(см. сноску на стр. 36). Объемные заряды  $\rho_p$ ,  $\rho_e$  можно выразить через токи ионов и электронов и их скорости:

$$\rho_p = \frac{i_p}{u_p} = \frac{i_p}{\sqrt{2 \frac{e_0}{m_p} (\varphi_B - \varphi)}}, \quad (4.30)$$

$$\rho_e = \frac{i_e}{u_e} = \frac{i_e}{\sqrt{2 \frac{e_0}{m_e} \varphi}}. \quad (4.31)$$

Подставим выражения (4.30), (4.31) в (4.26) и введем безразмерные переменные:

$$\psi = \frac{\varphi}{U}, \quad \chi = \frac{x}{l}, \quad \alpha = \frac{i_p}{i_e} \sqrt{\frac{m_p}{m_e}}, \quad (4.32)$$

а также величину

$$j_0 = \frac{\sqrt{2}}{9\pi} \sqrt{\frac{e_0}{m_e}} \frac{U^{3/2}}{l^2},$$

которая, согласно (4.17), равна плотности чисто электронного тока в данном промежутке, вычисленной при тех же предположениях. В этих обозначениях уравнение Пуассона (4.26) принимает вид

$$\frac{d^2\psi}{d\chi^2} = \frac{4}{9} \frac{i_e}{j_0} [\psi^{-1/2} - \alpha (\psi_B - \psi)^{-1/2}]. \quad (4.33)$$

Его интегрирование при краевом условии (4.29) дает связь между напряженностью поля и потенциалом во всем промежутке:

$$\frac{d\psi}{d\chi} = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{j_e}{j_0}} \{ \psi^{1/2} + \alpha [(\psi_B - \psi)^{1/2} - \psi_B^{1/2}] \}. \quad (4.34)$$

\*)  $d\psi/d\chi = (d\varphi/dx)/(U/l) = -E(x)/(U/l)$  — взятая с обратным знаком безразмерная напряженность поля.

На поверхности  $B$ , эмиттирующей ионы,  $\chi = \chi_B$ ,  $\psi = \psi_B$  и, согласно (4.34),

$$\left(\frac{d\psi}{d\chi}\right)_B = \frac{4}{3} \left[ \frac{j_e}{j_0} (1 - \alpha) \psi_B \right]^{1/2}. \quad (4.34')$$

Так как  $E$  и  $d\psi/d\chi$  нигде в промежутке не могут быть мнимыми, то значение  $\alpha \leq 1$ ; следовательно,  $j_p \leq j_e \sqrt{m_e/m_p}$ , т. е. плотность ионного тока в промежутке не может быть больше чем  $\sqrt{m_p/m_e}$ -я часть от плотности электронного тока. Уточним теперь положение эмиттера ионов.

3.1. Эмиттер ионов совпадает с анодом:  $x_B = l$ ,  $\chi_B = 1$ ,  $\psi_B = 1$ . Подставляем в (4.34)  $\psi_B = 1$  и интегрируем:

$$\chi = \frac{3}{4} \left( \frac{j_0}{j_e} \right)^{1/2} \int_0^\psi \{ \psi^{1/2} + \alpha [(1 - \psi)^{1/2} - 1] \}^{-1/2} d\psi. \quad (4.35)$$

При  $\chi = 1$  должно быть  $\psi = 1$ . Из (4.35) находим в этом случае

$$\left( \frac{j_e}{j_0} \right)^{1/2} = \frac{3}{4} \int_0^1 \{ \psi^{1/2} + \alpha [(1 - \psi)^{1/2} - 1] \}^{-1/2} d\psi. \quad (4.36)$$

По этой формуле вычислены следующие значения  $j_e/j_0$  при разных  $\alpha$ :

$\alpha$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	1,0
$j_e/j_0$	1,000	1,084	1,187	1,324	1,519	1,664	1,861

Таким образом, при наибольшем ионном токе из анода ( $\alpha = 1$ ) электронный ток в промежутке всего в 1,861 раза больше, чем в отсутствие положительных ионов. Этот результат не зависит ни от размеров промежутка, ни от приложенного к нему напряжения. При этом максимальная плотность ионного тока  $j_{p \max} = 1,861 \sqrt{m_e/m_p} j_0$ , т. е. еще в  $\sqrt{m_p/m_e}$  раз меньше. Очевидно, что она, как и  $j_e$ , определяется объемными зарядами вблизи эмиттирующего электрода (в данном случае анода). Подставив значение  $j_0/j_e$  в (4.35), мы можем теперь по этой формуле построить распределение потенциала по длине промежутка, зависящее от одного параметра  $\alpha$  (см. табл. 1 в [30]).

3.2. Эмиттер ионов не совпадает с анодом:  $x_B < l$ ,  $\chi_B < 1$ . В этом случае место удаления электронов из промежутка расположено на некотором расстоянии от анода. При этом усиление электронного тока зависит и от места расположения эмиттера ионов; если  $\chi_B = 0,444$  (эмиттер находится от катода на расстоянии 0,444  $l$ ), то усиление максимально и в 1,54 раза больше, чем при эмиссии ионов прямо с анода ( $\chi_B = 1$ ).

Заметим, что предельный ток носителей каждого знака, пропускаемый данным промежутком при заданном напряжении, увеличивается не более чем в два-три раза при встречном потоке носителей другого знака. На первый взгляд можно было бы ожидать гораздо большего эффекта вследствие нейтрализации электронного объемного заряда ионами, и наоборот. Однако следует помнить, что плотность объемного заряда электронов больше всего вблизи катода; но здесь положительные ионы движутся уже с наибольшими скоростями и потому сравнительно слабо компенсируют отрицательный объемный заряд. Аналогичное относится и к положительному объемному

заряду у эмиттера ионов. Ограниченная компенсация объемного заряда носителей одного знака носителями противоположного знака вытекает из уравнения (4.34'), являющегося в свою очередь следствием граничного условия (4.29).

Нейтрализация объемного заряда носителями противоположного знака рассматривалась также и в других работах при несколько иных предположениях. В работе [31] эмиттером ионов является граница плазмы; принимается, что именно здесь  $d\varphi/dx = |E| = 0$ . Такое отличие в краевом условии поля от рассмотренного выше ( $E = 0$  у катода) связано с тем, что в [31] разбирается случай холодного катода, не эмиттирующего электронов вовсе в отсутствие поля у его поверхности, тогда как эмиссия ионов плазмой происходит все время и при  $E = 0$ . В работе [32] теория биполярного тока развивается в предположении, что ионы распределены в пространстве по закону Больцмана, относящемуся к равновесным распределениям. Остается неясным, в какой мере такое допущение возможно при наличии тока, отбрасываемого от промежутка.

Случай биполярного тока при возникновении ионов во всем промежутке рассмотрен ниже в § 9.

## § 5. Поперечные действия собственных полей тока в вакууме

Теория тока в вакууме, изложенная в предыдущем параграфе, учитывает влияние собственного электрического поля движущихся зарядов на их продольное распределение и возникающие отсюда ограничения величины протекающего тока. Эта теория, однако, не учитывает поперечных эффектов собственного поля зарядов. Поэтому она, строго говоря, применима только к конфигурациям, в которых поля, плотность зарядов и их движения являются функциями только одной координаты (токи между плоскопараллельными, коаксиально-цилиндрическими или концентрическими сферическими электродами, равномерно распределенные по всему сечению промежутка). Но при ограниченной ширине или неравномерном распределении потока зарядов поперечное действие их собственного электрического поля должно сказываться на их распределении и движении. Что касается магнитного поля движущихся зарядов и его влияния, то оно в изложенных выше теориях вообще никак не учитывалось. Ниже вкратце рассматриваются оба эти вопроса.

**1. Поперечное действие собственного электрического поля.** Рассмотрим для простоты узкий поток одноименных зарядов, движущихся по инерции со скоростью  $c$  вдоль оси  $x$ , например электронный луч (рис. 1.17). Собственное поле движущихся зарядов  $E_z$  сообщает заряженным частицам дополнительное движение в радиальном направлении — «расталкивание» частиц. В результате пучок частиц расширяется по мере своего движения. Это уширение или расхождение (дивергенцию) пучка называют иногда его «рассеянием»; однако оно не есть результат парных взаимодействий частиц (как, например, рассеяние пучка электронов молекулами вещества), а определяется «дальними» взаимодействиями данной частицы со всеми остальными частицами пучка, описываемыми результирующим полем  $E_z$  (§ 1, § 5). Напряженность поля  $E_z$  на поверхности пучка выражается просто только в простейшем случае пучка кругового сечения с постоянной по сечению плотностью тока  $j = i/\pi r^2 = e_0 N_1 c/\pi r^2$ , где  $N_1$  — число частиц на 1 см длины пучка. В силу осевой симметрии такого пучка  $E_z$  в каждой точке поверхности пучка направлено по радиусу  $r$  ( $E_z = E_r$ ) и не зависит от азимута, т. е. в данном сечении постоянно. Выделим из пучка элемент  $MN$  длины  $dx$  на расстоянии  $x$  от начала пучка. Применяя к этому элементу теорему Гаусса,

найдем:  $E_r \cdot 2\pi r dx = 4\pi e_0 N_1 dx$ , откуда, заметив, что  $e_0 N_1 = i/c$ , найдем

$$E_r = \frac{2e_0 N_1}{r} = \frac{2i}{c} \frac{1}{r}. \quad (5.1)$$

Сила, действующая со стороны этого поля на каждую частицу

$$F_{E_r} = E_r \cdot e_0 = \frac{2e_0^2 N_1}{r} = \frac{2ie_0}{c} \frac{1}{r}, \quad (5.2)$$

является основным, но не единственным фактором, определяющим расхождение пучка (при классическом рассмотрении вопроса). Наряду с ней на

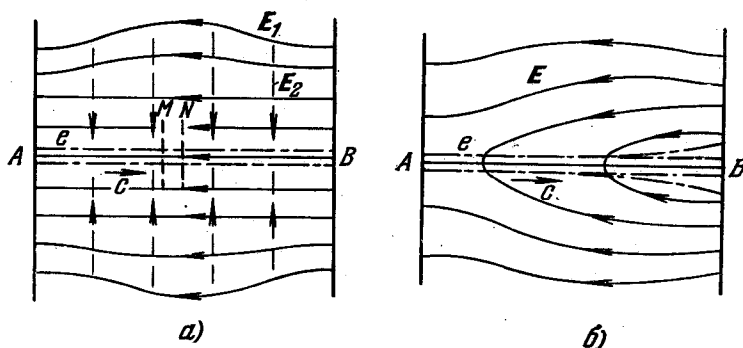


Рис. 1.17. Искажение электрического поля электронным пучком  $e$ .

а) Поле  $E_1$ , приложенное к промежутку (сплошные линии), и поле объемных зарядов в пучке  $E_2$  (штриховые линии); б) результирующее поле  $E$ . Штрих-пунктиром изображены границы электронного пучка.

величину расхождения влияет еще другая сила, создаваемая магнитным полем тока, величину которой мы должны также определить.

**2. Собственное магнитное поле тока в вакууме.** Поток электронов или ионов в вакууме, наблюдаемый с помощью посторонней (т. е. не движущейся вместе с ним) аппаратуры, образует вокруг себя, как и другой вид электрического тока, магнитное поле \*). Оно подчиняется общим законам магнитного поля — закону Био — Савара — и уравнению «полного тока» в интегральной и дифференциальной формах:

$$\oint_L \mathbf{H}_L d\mathbf{L} = 4\pi \int_S \mathbf{j}_n dS, \quad \text{rot } \mathbf{H} = 4\pi \mathbf{j}_n.$$

Если поток заряженных частиц — прямолинейный, то его магнитное поле имеет структуру, присущую магнитному полю любого прямого тока: его силовые линии — окружности, перпендикулярные оси тока, центры которых лежат на этой оси; его напряженность  $H = 0$  на оси пучка, растет от оси к периферии пучка и, наконец, за пределами пучка убывает как  $r^{-1}$  ( $r$  — расстояние от оси). Точный закон зависимости  $H(r)$  в пределах самого пучка зависит от распределения тока в нем. Но магнитное поле не только зависит от распределения тока по сечению пучка, но и само влияет на это распределение. Действие это обратно описанному выше действию собственного электрического поля: магнитное поле потока частиц вызывает его сжатие к оси. Это сжатие, по существу, не связано с движением носителей заряда и поэтому является электродинамическим эффектом. Его можно представить как результат взаимного притяжения параллельных токов. В представле-

\*) Экспериментально магнитное поле электронного пучка в вакууме было впервые обнаружено А. Ф. Иоффе.

ниях теории поля Фарадея — Максвелла это явление можно описать так же, как результат сжатия трубки тока магнитным давлением, максимальным на периферии тока и убывающим по направлению к оси тока.

Рассмотрим его упрощенно в простейшем случае пучка круглого сечения с равномерно распределенной по сечению плотностью тока. Магнитное поле на поверхности пучка  $H = 2i/c_0 r$  действует на движущуюся здесь частицу с силой  $F_{Hr}$ , направленной по радиусу внутрь пучка и равной

$$F_{Hr} = -H \frac{c}{c_0} e_0 = -\frac{2ice_0}{rc_0^2} = -\frac{2e_0^2 N_1}{r} \frac{c^2}{c_0^2}. \quad (5.3)$$

Результирующая сила, действующая на частицу,

$$F_r = F_{Er} - F_{Hr} = \frac{2ie_0}{rc} \left(1 - \frac{c^2}{c_0^2}\right) = \frac{2e_0^2 N_1}{r} \left(1 - \frac{c^2}{c_0^2}\right) \quad (5.4)$$

меньше, чем сила электростатического отталкивания  $F_{Er}$  \*). Однако эта сила всегда больше нуля; следовательно, пучок всегда расширяется при движении. Подставив (5.4) в (1.2), находим уравнение движения частицы в радиальном направлении. Интегрируя его, найдем время  $t$ , в течение которого частица удалится от оси с начального расстояния  $r_0$  до  $r > r_0$  [33, 34] \*\*):

$$t = \sqrt{\frac{mc}{ie_0(1 - c^2/c_0^2)}} \frac{r}{2c_0} \int_{r_0}^r \frac{dr}{\sqrt{\ln(r/r_0)}}. \quad (5.5)$$

К моменту  $t$  частица находится на расстоянии  $x = ct$  от начала пучка. Заменяя в (5.5)  $t$  через  $x$ , радиус пучка — через его относительное уширение  $R = r/r_0$  и скорость  $c$  — через ускоряющее напряжение  $U$ , получаем окончательно

$$x = \sqrt{\frac{mc_0}{4\pi e_0}} \left[ \frac{2}{c_0^2} \frac{e_0}{m} U + \left( \frac{1}{c_0^2} \frac{e_0}{m} U \right)^{3/4} \int_0^R \frac{dR}{\sqrt{\ln R}} \right]. \quad (5.6)$$

Номограмма, построенная по этой формуле, и способ вычисления уширения пучка по ней при данных  $x$ ,  $U$  и  $j_0$  даны на рис. 6.13 в книге [34]. Так, электронный луч при  $U = 20$  кэВ и начальной плотности тока  $j_0 = 0,3$  ма/мм<sup>2</sup> на расстоянии  $x = 100$  см расширяется в 2,9 раза.

**3. Магнитное сжатие биполярного тока.** Если ток вдоль оси  $x$  складывается из двух встречных потоков разноименных частиц — электронов и положительных ионов, так что  $c_e \uparrow \uparrow x$ ,  $c_p \uparrow \downarrow x$ ,  $i = i_e + i_p$ , то магнитные поля обоих токов складываются:  $H_r = H_{re} + H_{rp}$ , а собственные электрические поля, напротив, ослабляются:  $E_r = E_{rp} - E_{re}$ . В частности, если количества электронов и ионов на единицу длины пучка равны:  $N_{1e} = N_{1p}$ , то объемные заряды их взаимно нейтрализуются (квазинейтральный пучок). В этом случае

\*) По теории относительности разложение сил взаимодействия в пучке движущихся зарядов на электрическую и магнитную компоненты зависит от выбора системы отсчета. Если последняя движется вместе с зарядами пучка, то существует только электрическая сила  $F_{Er}$ . Движение потока частиц изменяет эту силу вследствие изменения масштаба расстояний при движении и связанного с этим изменения плотности зарядов в пучке. В тексте здесь и дальше все изложение связано не с движущейся вместе с частицами, а с неподвижной (лабораторной) системой отсчета.

\*\*)  $r_0$  — начальный радиус пучка; в реальных устройствах, например в электронной «пешке», это может быть радиус отверстия выходной диафрагмы.

электрическое поле  $E_r$  исчезает, «расталкивающая» сила  $F_E$  отсутствует, уширения пучка не происходит, [но магнитное поле  $H_r$  и вызываемая им сжимающая сила  $F_H$  остаются. Поэтому такой биполярный ток со скомпенсированным объемным зарядом под действием собственного магнитного поля должен сжиматься. Беннет [35] рассмотрел магнитное сжатие биполярного квазинейтрального пучка в вакууме при определенных предположениях относительно распределения радиальных компонент скоростей электронов и ионов (те и другие предполагаются распределенными по закону Максвелла с разными температурами). В этом случае стационарное распределение частиц в пучке таково:

$$n(r) = \frac{n_0}{[1 + bn_0 r^2]^2}, \quad |b| = \frac{\pi e_0^2 (c_e + c_p)^2}{2kc_0^2 (T_e + T_p)},$$

где  $n_0$  — максимальная концентрация частиц (при  $r = 0$ ). Такое сжатие тока собственным магнитным полем, называемое в литературе «пинч-эффектом», широко известно в газовой плазме и описано в гл. XII.

## НЕСАМОСТОЯТЕЛЬНЫЙ ТОК В ГАЗЕ

Несамостоятельный ток по своему определению характеризуется тем, что для его поддержания необходимо (хотя и недостаточно) введение в газ свободных носителей заряда извне либо воздействие какого-нибудь внешнего ионизирующего фактора, вызывающего появление таких носителей в самом газе. Как указано во Введении, это может происходить либо на электродах или стенках (эмиссия или поверхностная ионизация), либо в самом газе (объемная ионизация). Наличие такого фактора (внешнего ионизатора) поддерживает в промежутке несамостоятельную проводимость. Носители (электроны и ионы), появляющиеся в промежутке непосредственно под действием этого внешнего фактора, называются *первичными электронами или ионами*.

Для того чтобы в такой среде возникла не только проводимость, но и ток, необходимо еще второе условие — наличие электрического поля или иных факторов, могущих сообщить первичным электронам и ионам направленное движение (например, разности концентраций или давлений и т. д.).

Но если электрическое поле достаточно сильно, то ускорение им первичных электронов может повысить их кинетическую энергию до величины, достаточной для ударной ионизации молекул. Появление вследствие этого вторичных электронов и ионов приводит к усилению тока в газовом промежутке — так называемое *ионизационное, или газовое усиление*. Результирующий ток может во много раз превышать первичный ток; это значит, что вторичных носителей, возникающих вследствие ударной ионизации, много больше, чем первичных. Однако, несмотря на это, ток остается несамостоятельным; он отличается от самостоятельного тока тем, что прекращение действия внешнего ионизатора вызывает прекращение тока \*).

Несамостоятельные токи без ионизационного усиления раньше представляли себе как слабые токи. Однако знакомство с токами в термически ионизованных средах опрокинуло такое представление. Уже в действующих теперь моделях магнитогидродинамических генераторов протекают длительно токи порядка тысячи ампер. В солнечной и звездных атмосферах несамостоятельные токи также должны достигать больших величин (см., например, [I. 6]). Роль стороннего фактора здесь сводится к восполнению потерь энергии веществом и поддержанию его температуры на уровне, достаточном для интенсивной термической ионизации. Таким фактором в пламенах и топливных магнитогидродинамических генераторах являются химические реакции (горение), в звездных атмосферах — ядерные реакции.

Мы рассмотрим сначала несамостоятельные токи без ионизационного усиления (§§ 6—9), затем токи с ионизационным усилением (§§ 10 и 11).

\*) К несамостоятельным токам с ионизационным усилением формально относятся и токи в приборах с подогретым катодом (например, в газотронах, тиратронах), так как они прекращаются, если перестать накачивать катод. Однако целый ряд явлений (наличие определенного напряжения зажигания, падающая вольтамперная характеристика, структура и свойства плазмы и анодной области) сближают этот вид тока с дугой низкого давления. Некоторые авторы называют его поэтому «полусамостоятельным» током.

## А. НЕСАМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ ТОКИ БЕЗ ИОНИЗАЦИОННОГО УСИЛЕНИЯ

### § 6. Токи при слабой объемной ионизации

Сюда относятся несамостоятельные токи, возникающие в газах под действием излучения и постоянного электрического поля: вертикальные токи в атмосфере Земли (вероятно, и других планет), вызываемые нормальным электрическим полем планеты и ионизацией атмосферы проникающим космическим излучением, а также радиоактивными веществами; далее, токи, возникающие в ионизационных камерах под действием ионизирующего излучения и служащие для измерения его интенсивности. Это — один из простейших видов электрического тока в газе, сравнительно наиболее полно исследованный. Основы учения о таком токе дал Д. Д. Томсон ({5}, т. 1, гл. IV; см. также [1, 2]).

1. **Основные предпосылки и уравнения теории.** Рассмотрим здесь теорию установившегося несамостоятельного тока ( $\partial/\partial t = 0$ ), несколько ограничив задачу следующими предположениями.

1) Газ ионизуется под действием внешнего фактора, воздействующего на него во всем объеме между электродами; число пар носителей заряда, образуемых в  $1 \text{ см}^3$  за  $1 \text{ сек}$ ,  $v_i = \text{const}$ .

2) Положительные и отрицательные носители образуются только однозарядными:  $|e_p| = |e_n| = e_0$  и только одного рода каждого знака \*) и, следовательно, в равном количестве:  $(v_i)_p = (v_i)_n = v_i$ .

3) Носители исчезают на электродах и в объеме газа, в последнем случае — по закону  $v_r = \beta_r n_p n_n$ .

4) Между электродами поддерживается постоянное напряжение  $U$ . Приведенная напряженность поля  $E/p$ \*\*) недостаточна, чтобы вызвать заметную вторичную ионизацию электронными ударами\*\*\*), т. е. среднее число ионизаций  $z_i$ , производимое одним электроном в единицу времени, практически равно нулю.

5) Концентрация носителей мала, так что не вызывает значительных искажений электрического поля \*\*\*\*).

6) Направленное движение носителей (дрейф) вызывается только электрическим полем; действием других факторов, в частности диффузией, пренебрегаем.

7) Давление газа таково, что  $\lambda_{p,n} \ll l$ . В связи с этим полагаем скорости дрейфа носителей пропорциональными напряженности электрического поля.

8) На электродах не происходит ни эмиссии первичной или вторичной, ни отражения носителей.

Строгое решение задачи требует нахождения функций распределения носителей по скоростям для вычисления  $\beta_r$ ,  $n_p$  и  $n_n$ . Однако поскольку удар-

\*) Отрицательными носителями могут быть либо свободные электроны, либо однозарядные ионы. Индекс  $n$  означает в этой главе отрицательные носители независимо от их рода.

\*\*) В действительности следует брать отношение  $E/p_0$  ( $p_0$  — давление, приведенное к  $0^\circ \text{C}$ ), поскольку  $p$  при данной концентрации газа зависит от температуры  $T_g$ . При температурах, не столь отличающихся от  $0^\circ \text{C}$ , соответствующая поправка составляет несколько процентов. В дальнейшем, где это не вызывает недоразумений, мы сохраним в формулах обозначение  $p$  без индекса.

\*\*\*). Практически у большинства газов это условие соблюдается при  $E/p < < 10^6 \cdot (\text{см} \cdot \text{мм рт. ст.})^{-1}$ .

\*\*\*\*) Наибольшее искажение поля возникает, если в межэлектродном промежутке присутствуют только носители одного знака, например положительные. Если  $n_p = \text{const}$  по всему промежутку, а  $n_n = 0$ , то поле объемных зарядов  $E_2$  наиболее сильно у электродов, где  $E_2 = 2\pi n_p e_0 l$ . Внешнее поле  $E_1$  искажается мало, если  $E_2 \ll E_1$  или  $n_p \ll E_1/2\pi l e_0 = U/2\pi l^2 e_0$ . Численную оценку см. ниже в § 7.

ной ионизации не происходит (предположение 4)), а  $\beta_r$ ,  $n_p$  и  $n_n$  не так критично зависят от распределения скоростей, как  $z_i$ , то можно обойтись без функций распределения по скоростям и пользоваться только концентрациями носителей и их средними скоростями. Тогда отпадает надобность в кинетическом уравнении; достаточно воспользоваться уравнением баланса носителей заряда (4.2) в {1} и выражением средней скорости носителей.

Уравнения баланса положительных и отрицательных носителей с учетом предположений 1) — 3) имеют вид

$$\nabla(nu)_{p,n} - v_i + \beta_r n_p n_n = 0. \quad (6.1)$$

Уравнения направленного движения носителей в силу предположений 6) и 7) сводятся к

$$u_{p,n} = \pm b_{p,n} E. \quad (6.2)$$

Электрическое поле определяется общим уравнением Пуассона (4.2)  $\nabla E = 4\pi\rho$ , которое, согласно предположению 5), сводится к

$$\nabla E = 0. \quad (6.3)$$

Плотности токов

$$\begin{aligned} j_p &= e_0 n_p u_p, & j_n &= -e_0 n_n u_n, \\ j &= j_p + j_n = e_0 (n_p u_p - n_n u_n) \end{aligned} \quad (6.4)$$

с учетом (6.2) переходят в

$$j_p = e_0 n_p b_p E, \quad j_n = e_0 n_n b_n E, \quad j = e_0 (n_p b_p + n_n b_n) E. \quad (6.5)$$

Коэффициенты  $\beta_r$ ,  $b_p$  и  $b_n$  уравнений заданы родом и состоянием газа; величина  $v_i$  определяется, помимо этого, еще интенсивностью ионизирующего агента.

Краевые условия тока заданы у электродов предположением 8) \*):

$$j_p = 0, \quad j = j_n \quad \text{на аноде,} \quad (6.6)$$

$$j_n = 0, \quad j = j_p \quad \text{на катоде.} \quad (6.7)$$

Из уравнения (6.1) следует  $\nabla(n_p u_p) = \nabla(n_n u_n)$  или

$$\nabla(n_p u_p - n_n u_n) = 0, \quad (6.8)$$

откуда в силу (6.4) приходим к уравнению непрерывности тока

$$\nabla j = \nabla(j_p + j_n) = 0, \quad (6.9)$$

которое в простейших случаях плоской, цилиндрической и сферической симметрии дает

$$jr^\alpha = \text{const}, \quad (6.10)$$

где  $\alpha = 0, 1$  или  $2$  в названных трех конфигурациях.

Переходим теперь к рассмотрению конкретных случаев.

2. Ток между плоскопараллельными электродами. Предположения 1) — 8) сделанные выше, дополняем представлением о конфигурации электродов и поля. Считаем электроды плоскопараллельными (рис. 2.1), краевыми эффектами пренебрегаем. Кроме того, положим для простоты, что газ ионизируется

\*) Эти краевые условия равнозначны предположению, что концентрация носителей каждого знака у одноименного с ними электрода равна нулю.

2.3. Сильное электрическое поле. Если поле настолько сильно, что уводит практически все ионы, появляющиеся в газе, то в балансе ионов можно пренебречь объемной рекомбинацией. Уравнение (6.1) или (6.11) сводится к  $dj_p/dx = e_0 v_i$ , откуда, учитывая краевое условие (6.6), находим

$$j_p = e_0 v_i x, \quad j_n = e_0 v_i (l - x), \quad j = e_0 v_i l. \quad (6.16)$$

Как плотности токов, так и концентрации носителей обоих видов линейно возрастают вдоль промежутка в направлении движения каждого из них (рис. 2.2). Результирующий ток

$$i_{\text{зас}} = jS = e_0 v_i l S = e_0 v_i V \quad (6.16')$$

равен сумме зарядов всех ионов одного знака, возникающих в объеме газа  $V$  за 1 сек. Он не зависит от приложенного напряжения и называется *током насыщения*; это — наибольший ток, какой можно получить при данных условиях ионизации, если в газе не происходит вторичной ионизации ударом электронов. Он пропорционален действию ионизирующего фактора (излучения) и потому используется для измерения интенсивности последнего в ионизационных камерах. Скорости дрейфа носителей  $u_p$  и  $u_n$  здесь по-прежнему пропорциональны  $E$ . Независимость токов  $j_p$ ,  $j_n$  и  $j$  от  $E$  означает, что с ростом напряжения  $U$  и  $E$  концентрации  $n_p$  и  $n_n$  в каждой точке убывают как  $E^{-1}$ .

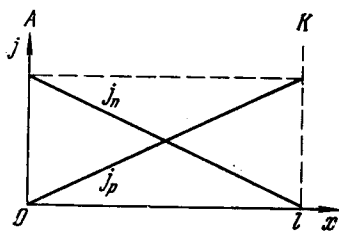


Рис. 2.2. Распределение токов положительных и отрицательных зарядов в плоском промежутке в режиме тока насыщения.

Общий ход вольтамперной характеристики тока, показанный на рис. 2.3 (кривая  $OABC$ ), распадается на три части: начальный участок  $OA$ , соответствующий уравнению (6.14) и подчиняющийся закону Ома, участок  $BC$  — ток насыщения по (6.16') и переходная часть  $AB$ , которую следует рассчитать по (6.12). На этом же рисунке представлены также примерные графики зависимостей  $n_p$ ,  $n_n$ ,  $u_p$ ,  $u_n$  от напряжения  $U$  и поля  $E$ . При этом нужно помнить, что  $j$ ,  $u_p$  и  $u_n$  во всех точках разрядного промежутка одинаковы, а масштаб кривых  $n_p$  и  $n_n$  может меняться от точки к точке.

3. Другие конфигурации электродов. Изложенные результаты могут быть легко распространены и на другие конфигурации электродов, например сферические и цилиндрические, какие нередко применяются в ионизационных камерах.

Так, рассмотрим промежуток с цилиндрической конфигурацией: катод радиуса  $r_1$  (внутри), анод радиуса  $r_2$  (снаружи), высота электродов  $h$ . Уравнение баланса ионов (6.1) имеет вид \*)

$$\mp \frac{1}{e_0 r} \frac{d(rj_{p,n})}{dr} - v_i + \beta_r n_p n_n = 0, \quad r_1 \leq r \leq r_2. \quad (6.17)$$

\*) Знак минус соответствует току положительных ионов, знак плюс — току электронов и отрицательных ионов.

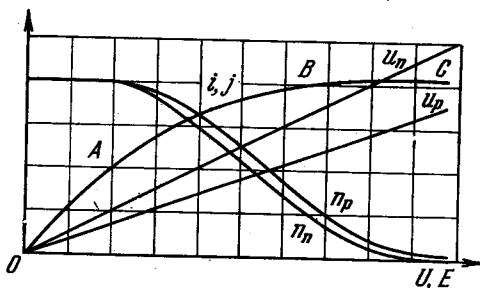


Рис. 2.3. Ход тока  $i$  и плотности  $j$ , концентраций  $n_p$  и  $n_n$  и направленных скоростей ( $u_p$  и  $u_n$ ) с ростом  $U$  и  $E$  ( $b_n > b_p$ ).

В случае слабых полей (омическая проводимость) концентрации по-прежнему выражаются формулой (6.13). По формуле (6.5), заметив, что  $E(r) = U/r \ln(r_2/r_1)$ , находим  $j$  и далее

$$i = 2\pi h r j = 2\pi h e_0 \sqrt{\frac{\nu_i}{\beta_r}} (b_p + b_n) \frac{U}{\ln(r_2/r_1)}. \quad (6.18)$$

Сопротивление

$$\mathcal{R} = \frac{U}{i} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi h e_0 (b_p + b_n)} \sqrt{\frac{\beta_r}{\nu_i}}.$$

В случае сильных полей (ток насыщения) мы снова приходим к (6.16'):  $i = e_0 \nu_i V$ . Распределение тока положительных ионов по длине промежутка при этом находим из (6.17), отбрасывая последний (рекомбинационный) член и учитывая краевое условие (6.6):

$$r j_p(r) = e_0 \nu_i \frac{(r_2^2 - r^2)}{2}, \quad i_p = \pi h e_0 \nu_i (r_2^2 - r_1^2).$$

Аналогичным образом находим и ток отрицательных зарядов:

$$i_n(r) = \pi h e_0 \nu_i (r^2 - r_1^2).$$

Полный ток, очевидно,

$$i = i_p + i_n = \pi h e_0 \nu_i (r_2^2 - r_1^2)$$

не зависит от  $r$ . Линейная зависимость (6.16') плоского промежутка здесь заменяется квадратичной.

Общий вид кривой  $i(U)$  аналогичен плоскому случаю, т. е. выражается кривой  $OABC$  рис. 2.4. Насыщение достигается тем раньше, чем более разрежен газ. Сама величина тока насыщения также зависит от давления газа; именно, если поглощение ионизирующего излучения в газе слабо (это предполагается гипотезой  $\nu_i = \text{const}$ , так как иначе ионизация  $\nu_i$  не могла бы быть однородной во всем объеме), то  $\nu_i$  пропорционально давлению газа. Поэтому, если ход зависимости  $i(U)$  при каком-либо давлении  $p_1$  выразится кривой 1 рис. 2.4, то при другом, большем давлении ее ход представится кривой 2.

Все эти закономерности проявляются в работе ионизационных камер, однако в последних явления осложняются неоднородной ионизацией и вторичными электронами со стенок. Подробнее об этом см. специальную литературу, например [3—5].

4. Некоторые обобщения теории. Если отказаться от части предположений, положенных в основу выше изложенной теории, то можно сделать некоторые обобщения. Так, при сравнительно сильных полях ( $E/p \gg 10^1$  в (см.м.м. рт.ст.)<sup>-1</sup>) целесообразно изменить предположение 7), так как при этом и у электронов, и у ионов скорость дрейфа пропорциональна скорее  $\sqrt{E}$ , чем  $E$  (см. {1}, гл. IX). Если для общности принять  $u_{p,n} = b_{p,n}^1 E^k$  ( $k \neq 1$ ), то при достаточно большой объемной ионизации найдем

$$i = e_0 (n_p b_p^1 + n_n b_n^1) S \left( \frac{U}{l} \right)^k.$$

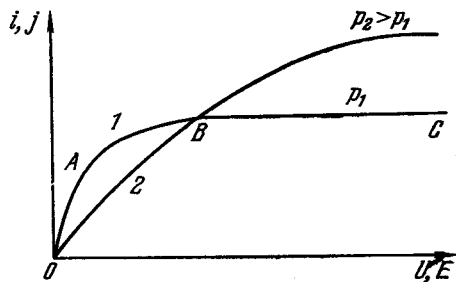


Рис. 2.4. Вольтамперная характеристика тока фотоионизации при двух разных давлениях ( $p_2 > p_1$ ).

Это выражение заменит закон Ома в начальной части вольтамперной характеристики. На существовании и величине тока насыщения новое предположение не отразится. Зато отказ от предположения 8) и вытекающих из него крайних условий (6.6) и (6.7) может изменить дело и в этом отношении. Пусть часть носителей, например положительных ионов, достигнув катода, вызывает здесь вторичную эмиссию электронов. Коэффициент вторичной эмиссии  $\gamma$  при малых энергиях падающих ионов невелик ( $\gamma \ll 1$ ), но все же  $\gamma > 0$  и растет с ростом энергии ионов, которая в свою очередь увеличивается вместе с  $E$ . Но результирующий ток у катода складывается из тока ионов и тока вторичных электронов ( $i = i_p + i_{e2}$ ) и последние добавляются в любом сечении к электронам, возникшим непосредственно в газе. Поэтому  $i$  будет расти с  $U$  и тогда, когда все электроны и ионы будут отводиться из газа к электродам; следовательно, настоящего насыщения ( $di/dU = 0$ ) наблюдаться не будет. Ток в этом случае можно вместо (6.16') оценить по формуле

$$i = e_0 v_i (1 + \gamma) V.$$

Появлению носителей у одноименного электрода может способствовать и явление диффузии (см. ниже п. 4 § 7). Однако диффузия заряженных частиц против направления электрической силы  $e_0 E$  по мере усиления последней не растет, а ослабевает. Поэтому, в отличие от вторичной эмиссии, диффузия носителей может только несколько отодвинуть насыщение тока к более высоким напряжениям, но не снять его вовсе. Эту поправку нужно сделать, рассматривая соображения, расчеты и кривые по этому вопросу в работе [1], стр. 8.

### § 7. Сильная объемная ионизация, вызывающая искажение электрического поля

Важным обобщением теории несамостоятельного тока является учет возмущения поля объемными зарядами, появляющимися при значительной ионизации.

Если газ сильно ионизован и концентрации ионов каждого знака не малы, то электрическое поле в нем существенно искажается объемными зарядами. Это имеет место, если напряженность собственного поля находящихся в газе зарядов  $E_2$  становится сравнимой с напряженностью  $E_1$  поля, приложенного извне (ср. § 4). Для оценки условий, при которых это имеет место, воспользуемся уравнением поля  $\Delta \phi = -4\pi \rho$  (см. (4.2)). В плоском слое толщиной  $l$ , заполненном равномерно объемным зарядом плотности  $\rho$ , разность потенциалов между границами (при условии, что напряженность поля на одной из них равна нулю)  $U = 2\pi \rho l^2$ ; отсюда  $n_{p,n} \approx U/(2\pi e_0 l^2)$ . При  $U \approx 1000$  в и  $l \approx 10$  см ( $E \approx 100$  в/см) это дает  $n_{p,n} \approx 10^7$  см<sup>-3</sup> или  $\rho \approx 10^{-12}$  к/см<sup>3</sup>; уже при такой концентрации поле в 100 в/см будет сильно искажено. Если, например, давление газа порядка атмосферного и токи ионные, то в этом поле направленные скорости  $u \approx 10^2$  см/сек и, следовательно, плотность тока, вызывающая заметное искажение поля,  $j \approx 10^{-10}$  а/см<sup>2</sup>.

Наличие объемного заряда, заметно влияющего на электрическое поле между электродами, при несамостоятельном токе не меняет основных процессов, вызывающих ток, но отражается на деталях явлений и управляющих ими количественных закономерностях.

1. Искажения поля между плоскими электродами при токе насыщения. Распределение концентраций ионов обоих знаков вытекает из распределения токов (6.16):

$$n_p = \frac{i_p}{e_0 b_p E} = \frac{v_i}{b_p E} x, \quad n_n = \frac{i_n}{e_0 b_n E} = \frac{v_i}{b_n E} (l - x),$$

откуда

$$\rho = e_0 (n_p - n_n) = e_0 \frac{v_i}{E} \left( \frac{x}{b_p} - \frac{l-x}{b_n} \right) = \frac{e_0 v_i}{E} \left[ x \left( \frac{1}{b_p} + \frac{1}{b_n} \right) - \frac{l}{b_n} \right].$$

Подставляя это в уравнение поля (4.2), получаем

$$E \frac{dE}{dx} = \frac{1}{2} \frac{d(E^2)}{dx} = 4\pi e_0 v_i \left[ x \left( \frac{1}{b_p} + \frac{1}{b_n} \right) - \frac{l}{b_n} \right]. \quad (7.1)$$

Интегрируя это уравнение, находим

$$E = \sqrt{4\pi e_0 v_i \left( \frac{1}{b_p} + \frac{1}{b_n} \right) x^2 - \frac{8\pi l v_i e_0}{b_n} x + C}, \quad (7.2)$$

где постоянная интегрирования  $C = E^2(0)$  ( $E(0)$  — напряженность поля у анода). Второе интегрирование равенства (7.2) приводит к выражению для распределения потенциала  $\varphi(x)$ ; условие  $\int_0^l E dx = U$  позволяет определить постоянную  $C$ .

Напряженность поля между электродами имеет минимум; его положение  $x_{\min}$  определяется условием  $dE/dx = 0$ . Согласно (7.1)

$$x_{\min} \left( \frac{1}{b_p} + \frac{1}{b_n} \right) = \frac{l}{b_n},$$

откуда

$$\frac{x_{\min}}{b_p} = \frac{l - x_{\min}}{b_n},$$

т. е. расстояния этой точки от обоих электродов пропорциональны подвижностям ионов того же знака. В этой точке плотность объемного заряда равна нулю; в сторону анода преобладает отрицательный заряд, в сторону катода — положительный. Распределение всех трех величин  $\varphi$ ,  $E$ ,  $\rho$  между электродами графически представлено на рис. 2.5.

2. Общий случай — ток не насыщен. При более слабом электрическом поле, когда ток в промежутке не насыщен и объемной рекомбинацией ионов пренебрегать нельзя, распределение объемного заряда и поля не выражается так просто.

2.1. Качественная картина распределения поля и зарядов. Качественно явление можно представить по Томсону ([5], т. 1, § 44) следующим образом. Межэлектродное пространство можно приближенно разделить на три области (рис. 2.6). В средней из них (область II между  $P$  и  $Q$ ) до известной степени осуществляется случай, рассмотренный выше в п. 2.1 § 6: газ квазинейтрален ( $n_p = n_n$ ), объемный заряд отсутствует, поле однородно, ионизация молекул полностью уравновешивается объемной рекомбинацией ионов и ток подчиняется закону Ома. Газ в этой области находится в состоянии плазмы. В двух других областях I и III, прилежащих к электродам, напротив, отсутствует объемная рекомбинация, распределение зарядов и поля соответствует случаю п. 2.3 § 6 (ток насыщения); у каждого электрода преобладает объемный заряд противоположного знака.

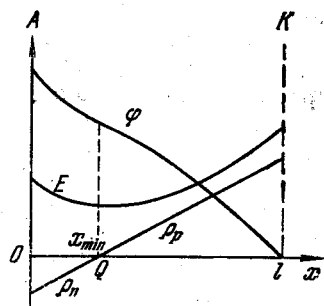


Рис. 2.5. Распределение потенциала  $\varphi$ , напряженности поля  $E$  и  $\rho$  объемного заряда в режиме тока насыщения.

Распределение  $\rho$ ,  $E$  и  $\varphi$  во всем промежутке примерно можно передать кривыми рис. 2.6.

Толщину приэлектродных областей объемного заряда  $I$  и  $III$  Томсон оценивал из следующих соображений. Рассмотрим ток положительных ионов в точке  $P$ , лежащей на границе областей  $I$  и  $II$ . Плотность этого тока

$$j_p = j \frac{b_p}{b_p + b_n},$$

как и во всей области  $II$ . Этот ток должен в точку  $P$  прийти из области  $I$ .

Пусть толщина последней есть  $\delta_a$ ;  $j_p$  не может быть больше, чем  $e_0 v_i \delta_a$ . Если бы в слое  $I$  не происходило вовсе объемной рекомбинации и все возникающие здесь ионы достигали бы  $P$ , то через  $P$  протекал бы ток насыщения слоя  $I$  плотности  $e_0 v_i \delta_a$ . Поэтому в действительном случае  $j_p$  не может быть больше  $e_0 v_i \delta_a$ . Условие

$$j_p = j \frac{b_p}{b_p + b_n} \leq e_0 v_i \delta_a,$$

или

$$\delta_a \geq \frac{j}{e_0 v_i} \frac{b_p}{b_p + b_n} \quad (7.3)$$

определяет наименьшую возможную толщину слоя  $I$  у анода. Аналогичным образом определяется и толщина слоя у катода:

$$j_n = j \frac{b_n}{b_p + b_n} \leq e_0 v_i \delta_k, \quad \text{или} \quad \delta_k \geq \frac{j}{e_0 v_i} \frac{b_n}{b_p + b_n}^* \quad (7.3')$$

Таким образом, и в общем случае картина распределения заряда и поля, представленная на рис. 2.6, сходна с распределением при токе насыщения (рис. 2.5), с тем существенным отличием, что отсутствие объемного заряда, имеющее место при токе насыщения в одной точке  $Q$ , в общем случае распространяется на целую область  $PQ$ , во всех точках которой  $\rho = 0$  и  $E = \text{const}$ . По мере повышения напряжения область  $PQ$  сжимается и при достижении насыщения тока  $PQ$  сокращается до одной точки  $Q$ .

2.2. Количественная теория распределения поля и зарядов. Приближенная теория Томсона основана на описанной выше картине разделения промежутка на три области: плазму  $II$  и слои объемных зарядов  $I$  и  $III$ . В плазме концентрации носителей и напряженность поля, согласно (6.13) и (6.14), равны

$$n_n = n_p = \sqrt{\frac{v_i}{\beta_r}}, \quad E = \frac{j}{e_0 (b_p + b_n)} \sqrt{\frac{\beta_r}{v_i}}.$$

Обе величины  $n$  и  $E$  постоянны на всем протяжении этой области. Слои у электродов находятся в режиме тока насыщения. Здесь напряженность поля  $E$  выражается формулой (7.2). Входящая в нее константа  $C$  определяется тем, что на границе слоя  $I$  или  $III$  с плазмой (в слое  $I$  — при  $x = \delta_a$ , в слое  $III$  — при  $x = l - \delta_k$ ) выражение напряженности (7.2) должно пе-

\*) Знак равенства в (7.3) и (7.3') был бы справедлив, если бы поле  $E$  во всей толще слоев  $I$  и  $III$  было бы значительно сильнее, чем в плазме (область  $II$ ), и рекомбинация совсем не успевала бы происходить. Однако в действительности  $E$  только постепенно растет, а рекомбинация постепенно падает по мере удаления от границ плазмы. Поэтому оценки по равенствам (7.3) и (7.3') преуменьшены.

рейти в (6.14). При этом значения  $\delta_a$  и  $\delta_k$  вычисляются приближенно по равенствам (7.3) и (7.3'). Так как  $C$  в (7.2) равно  $E$  у анода, то, вычислив таким образом  $E_a$  и сравнив его со значением  $E = E_{\min}$  в плазме, выраженным через (6.14), найдем

$$E_a = E_{\min} \left\{ 1 + \frac{4\pi e_0}{\beta_r} \frac{b_p}{b_n} (b_p + b_n) \right\}^{1/2}. \quad (7.4)$$

Аналогично найдем поле у катода

$$E_k = E_{\min} \left\{ 1 + \frac{4\pi e_0}{\beta_r} \frac{b_n}{b_p} (b_p + b_n) \right\}^{1/2}. \quad (7.4')$$

Из этих формул видно, что  $E_a > E_{\min}$  и  $E_k > E_{\min}$ . На протяжении каждого из слоев поле  $E$  растет от  $E_{\min}$  на границе с плазмой до значений (7.4) или (7.4') вблизи соответствующих электродов. Оценка показывает, что при  $b_n = b_p \approx 1 \text{ см}^2/(\text{с} \cdot \text{сек})$ ,  $\beta_r \approx 10^{-6} \text{ см}^3/\text{сек}$  (ионы в воздухе при  $p \approx 1 \text{ атм}$ ) второй член в скобках в (7.4) оказывается порядка 1%, т. е. заметного отклонения от однородности поля нет. Но в чистых инертных газах, где отрицательные носители — электроны, при давлениях более низких ( $p \leq 10^{-1} \text{ атм}$ ) второй член сильно превышает первый, который может быть отброшен. Тогда оказывается, что  $E_a/E_k \approx b_p/b_n$ , а падения напряжения на каждом из слоев с учетом (7.3) и (7.3')  $U_a/U_k \approx b_p^2/b_n^2$ . Более строгая теория явления основывается на тех же уравнениях (6.4) — (6.5) и тех же краевых условиях (6.6) и (6.7), что и теория слабых токов (§ 6); однако уравнение поля (6.3) теперь должно учитывать роль объемных зарядов:

$$\frac{dE}{dx} = 4\pi e_0 (n_p - n_n). \quad (7.5)$$

Сравнительно подробно разработана теория, пренебрегающая диффузией носителей, в которой уравнение тока имеет вид

$$j = e_0 n_p b_p E + e_0 n_n b_n E. \quad (7.6)$$

Исключая из (6.1), (6.2) и (6.4)  $n_p$ ,  $n_n$ ,  $j_p$ ,  $j_n$ , приходим к уравнению, определяющему распределение поля в промежутке в зависимости от интенсивности ионизации  $\nu_i$  и плотности отбираемого тока  $j$ :

$$\frac{b_\Lambda}{8\pi e_0} \frac{d^2(E^2)}{dx^2} = \nu_i - \frac{\beta_r}{e_0^2 E^2 (b_p + b_n)^2} \left( j - \frac{1}{8\pi} b_n \frac{d(E^2)}{dx} \right) \left( j + \frac{1}{8\pi} b_p \frac{d(E^2)}{dx} \right)^*, \quad (7.7)$$

где  $b_\Lambda^{-1} = b_p^{-1} + b_n^{-1}$ . Уравнение (7.7) проинтегрировано в частных случаях, например при  $b_n = b_p$  (см. {5}, т. 1, § 43) или при  $\beta_r/(4\pi e_0 (b_p + b_n)) = 1$  — условию, соответствующем высокому давлению газа и теории рекомбинации Ланжевена (ср. {1}, § 65). Более общие случаи исследованы методом последовательных приближений Ми [6] или рядами (Зеелитер [7]); обзор старых работ по этому вопросу см. в [1, 2]. Распределение поля, найденное путем последовательных приближений, представлено графически на рис. 2.7; параметром кривых служит отношение  $i/i_{\text{нас}}^{**}$ . При  $i/i_{\text{нас}} \geq 0,6$  объемные заряды искажают поле во всем промежутке; но уже при  $i/i_{\text{нас}} = 0,2$  поле однородно в большей части промежутка и объемные заряды сосредоточены в приэлектродных областях. Описанная выше картина разделения промежутка на три области — плазму и приэлектродные слои объемного заряда (см. рис. 2.6) —

\*) Случай тока насыщения получается отсюда, если мы в правой части (7.7) можем пренебречь вторым членом, содержащим  $\beta_r$ , по сравнению с первым  $\nu_i$ . Интегрируя оставшееся уравнение при заданных краевых условиях, мы приходим к распределению (7.1).

\*\*) Здесь, как и в § 6, предполагается, что конфигурация поля и тока одномерная (все  $\partial/\partial y = \partial/\partial z = 0$ ), т. е. краевыми эффектами можно пренебречь.

является, таким образом, приближением, годным, пока ток в промежутке не превысил  $\approx 20\%$  тока насыщения. Экспериментальное подтверждение такого разделения поля в промежутке на три отчетливо выраженные области дают наблюдения над распределением потенциала в пламенах с чистыми (реактивными) и не сильно нагретыми электродами. Обзор старых работ в этом направлении (Уилсона, Бекера, Э. Маркса и др.) и некоторые весьма наглядные кривые распределения см. в [1]. Однако кривые эти дают только качественное подтверждение изложенной выше картины; количественная интерпретация их затруднена несовершенством измерительной методики того времени.

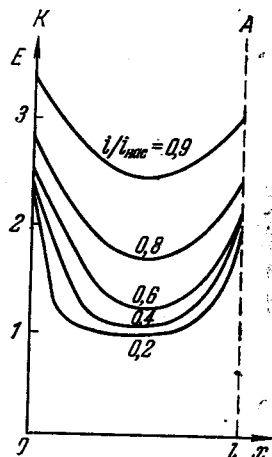


Рис. 2.7. Распределение поля между электродами в зависимости от степени насыщения тока  $i/i_{\text{нас}}$  [6].

**3. Функция распределения поля  $E(x)$ .** Функция распределения содержит в качестве параметра ток  $i$  или плотность тока  $j$ . Интегрирование ее по всей длине промежутка дает вольтамперную характеристику промежутка  $U(i)$ . Эта задача решалась разными методами в работах [5], [6, 7] и др. Результаты этих расчетов практически совпадают. Ввиду сложности выражения характеристики в целом предложены приближенные выражения для отдельных ее участков: при  $i/i_{\text{нас}} \leq 0,6$  можно принять  $U = \mathcal{R}i(1 + c i/i_{\text{нас}})$  или

$$\frac{U}{\mathcal{R}i_{\text{нас}}} = \frac{i}{i_{\text{нас}}} + c \left( \frac{i}{i_{\text{нас}}} \right)^2, \quad (7.8)$$

где  $\mathcal{R}$  — сопротивление промежутка при слабом поле, определяемое (6.15),  $c$  — постоянная, зависящая от рода газа; при  $i/i_{\text{нас}} \geq 0,7$

$$\frac{U}{\mathcal{R}i_{\text{нас}}} = 0,828 \delta \sqrt{\frac{i/i_{\text{нас}}}{1 - i/i_{\text{нас}}}},$$

где  $\delta$  — другая постоянная, также определяемая родом газа; наконец, при  $i/i_{\text{нас}} > 0,94$

$$\frac{U}{\mathcal{R}i_{\text{нас}}} = \frac{i/i_{\text{нас}}}{\sqrt{1 - i/i_{\text{нас}}}}.$$

Отсюда видно, что характеристика данного промежутка с данным газом, построенная в относительных единицах ( $i/i_{\text{нас}} = f(U/\mathcal{R}i_{\text{нас}})$ ), не зависит от  $i_{\text{нас}}$ , т. е. от интенсивности ионизации  $\nu_i$ . Характеристика тока оказывается омической при  $i/i_{\text{нас}} \leq 0,15 \div 0,2$ .

Экспериментальная проверка теории, проведенная Зеemanом [8] при облучении промежутка рентгеновскими лучами, дала прекрасное подтверждение расчетов Ми [6] и Зеелигера [7], основанных на изложенных выше представлениях; приближенный расчет Томсона [5] несколько хуже согласуется с экспериментами, хотя расхождение нигде не превышает  $2 \div 3\%$  (рис. 2.8).

**4. Влияние диффузии носителей.** Как видно из предыдущего, концентрации ионов в приэлектродных слоях (а в режиме насыщения во всем промежутке) распределены неравномерно. Существование градиентов концентраций приводит к диффузии ионов, которая должна налагаться на их движение под действием поля. Поскольку концентрация носителей каждого знака растет в направлении их потока, а диффузия происходит в сторону уменьшения концентрации, ток диффузии направлен противоположно току поля. Вследствие диффузии часть носителей уходит из промежутка к противоположному

электроду; этим создается дополнительный вид потерь носителей в промежутке \*) и уменьшается их наличие. Поэтому диффузия носителей снижает ток, протекающий через промежуток при данном напряжении.

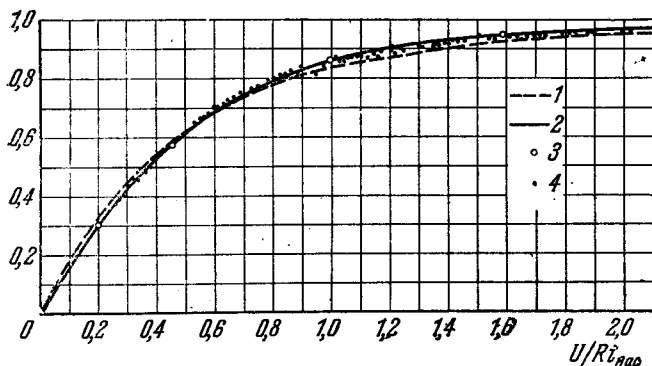


Рис. 2.8. Вольтамперная характеристика несамостоятельного тока без учета диффузии [1].

Кривая 1 — рассчитана по Томсону [5]; 2 — по Ми [6]; 3 — по Зеелигеру [7]; 4 — экспериментальные точки по Зеemannу [8].

Количественная теория, учитывающая диффузию носителей, исходит из тех же уравнений (6.1) — (6.5), но сохраняет в уравнениях движения (6.2) и (6.3) как члены  $bE$ , так и диффузионные  $\left(-\frac{1}{n} D \frac{dn}{dx}\right)$ . Строгое решение задачи в общем виде нам неизвестно. Приближенное решение ее при малых токах (начальная часть характеристики) и при токах, близких к насыщению, можно найти в виде рядов (Яффе [10, 11]). На рис. 2.9 показаны основные результаты этой теории в конкретном случае (воздух) в безразмерных координатах: приведенная плотность тока  $j^* = j/j_{\text{нас}}$  как функция приведенного напряжения  $U^* = \frac{b_p + b_n}{l^2 \sqrt{v_i \beta_r}} U$ ; параметром семейства

кривых служит приведенная длина промежутка  $l^* = l [v_i \beta_r / 36 D^2]^{1/4}$ . Начальные и конечные участки кривых вычислены, промежуточные интерполированы. При  $l^* = \infty$ , что соответствует отсутствию диффузии ( $D = 0$ ), кривая совпадает с вычисленной по более простым теориям, не учитывавшим диффузии (см. выше п.2). Заметные отступления от такого хода начинаются при  $l^* \leq 3^{**}$ ). Чем выше роль диффузии (меньше  $l^*$ ), тем меньше ток при данном напряжении и тем медленнее приближается он к насыщению. Кривые рис. 2.9 показывают, какие напряжения  $U$  надо применять, чтобы получить в заданных условиях

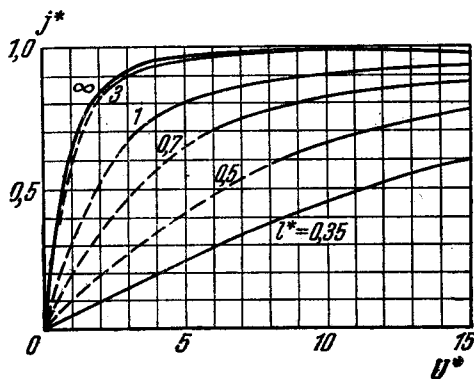


Рис. 2.9. Вольтамперные характеристики с учетом диффузии в безразмерных координатах ( $j^*$  и  $U^*$ ) при различных  $l^*$ , рассчитанные по Яффе [10].

\*) Потери носителей заряда вследствие диффузии относятся к их рекомбинационным потерям как  $D^2/\beta_r v_i l^4$  (Лавженен [9]), где  $D$  — коэффициент диффузии носителей (принято  $D_p = D_n = D$ ).

\*\*) В цитированных выше опытах Зеemannа [8] было  $l^* > 10.6$ , и потому отклонения от теорий, не учитывавших диффузию, естественно, не наблюдалось.

требуемую степень насыщения тока, и от чего зависит требуемое  $U$ . В частности, выражения приведенных тока и напряжения показывают, что при увеличении длины промежутка  $l$  в два раза мы получим тот же приведенный ток  $i/i_{\text{нас}}$  (т. е. в два раза большую плотность тока, поскольку  $j_{\text{нас}}$  в два раза больше), если увеличим приложенное напряжение в четыре раза.

Таким образом, правила подобия, имеющие место при таких токах, не соответствуют правилам, изложенным в {1}, §9. Это вызывается существенной ролью квадратичного процесса объемной рекомбинации в рассматриваемом виде токов, что не соответствует условиям применимости указанных правил подобия.

## § 8. Ток, поступающий в газ через заданную поверхность

Переходим к случаям несамостоятельного тока в газе, при которых носители заряда не возникают в объеме газа, а поступают в него извне через заданные поверхности, которые можно рассматривать как реальные или условные эмиттеры заряженных частиц. Сюда относятся: а) электронные токи из накаливаемых или освещенных катодов, находящихся в газовой среде, если электрическое поле, направляющее их движение, недостаточно сильно, чтобы вызывать ударную ионизацию молекул газа (токи в вакууме, рассмотренные в §§ 3 и 4, входят сюда как частные случаи); б) токи во внешней зоне электрической короны, по отношению к которой граница коронирующего слоя является эмиттером ионов; в) токи в слоях объемного заряда у электродов, зондов или стенок трубки, куда носители (электроны или ионы) поступают из плазмы; в этих случаях эмиттером служит граница между слоем и плазмой.

Нередко эти токи двуполярны; носители заряда поступают в газ с разных сторон и движутся в противоположных направлениях. Так, например, если в слое положительного объемного заряда у отрицательного электрода (катода, сетки, зонда) из плазмы поступает поток положительных ионов, то с противоположной стороны (из электрода) в тот же слой может поступать поток электронов, выбитых из электродов ударами ионов. Но если плотность тока носителей одного знака («основных») много больше, чем другого («неосновных»), то вторыми в некоторых случаях можно пренебречь и считать ток униполярным. Рассмотрению таких униполярных токов посвящен этот параграф. Биполярные токи рассматриваются в следующем параграфе.

Униполярный ток в газе характеризуется следующими чертами. С одного из электродов (эммиттера — реального или условного) в газ поступает поток носителей одного знака с плотностью  $v_{\text{em}} = j_{\text{em}}/e_0$ . Эти носители направляются полем  $E$  к противоположному электроду (коллектору). В объеме газа не происходит ионизации, а на коллекторе нет вторичной эмиссии; не происходит, следовательно, и рекомбинации, так как носителям одного знака рекомбинировать не с чем\*). Ток считаем установившимся ( $\partial/\partial t = 0$ ), поэтому сила тока носителей в любом сечении, перпендикулярном току, постоянна.

1. Слабая эмиссия ( $j_{\text{em}} < 10^{-10}$  а/см<sup>2</sup>). В этом случае объемный заряд незначителен и его полем можно пренебречь. В вакууме при такой эмиссии шел бы ток насыщения при любом напряжении  $U > 0$  и даже при  $U = 0$ : все эмиттированные носители достигли бы коллектора за счет своих начальных скоростей. В газе же движению носителей по направлению к коллектору препятствуют их столкновения с молекулами газа, рассеивающие их во все стороны. Вероятность рассеяния под разными углами различна и опреде-

\*) Может происходить изменение рода носителей при неизменном знаке заряда, например в случае электронной эмиссии — захват электронов молекулами с образованием молекулярных ионов. Здесь не рассматривается кинетика такого процесса; предполагается, что в переносе тока участвуют носители только одного рода (в данном случае либо электроны, либо отрицательные ионы).

ляется кривыми  $\sigma(\phi)$  (§1, гл. IV); однако после нескольких столкновений устанавливается стационарное распределение скоростей, в котором на основное изотропное хаотическое движение накладывается небольшая направленная составляющая, пропорциональная приложенному внешнему напряжению. В результате значительная часть носителей, отразившись от молекул газа, возвращается обратно к эмиттеру (ток обратной диффузии) {5}. На эмиттирующей поверхности имеет место условие: ток носителей, движущихся от эмиттера к газу, есть ток эмиссии с плотностью  $j_{em}$ . Строгое решение задачи, подобное проведенному в §§ 3 и 4, требует еще знания распределения скоростей эмиттируемых носителей, которое должно служить краевым условием для распределения скоростей носителей в газе; последнее нужно найти из кинетического уравнения, учитывающего столкновение носителей заряда с молекулами. Упрощенное решение получается легко, если принять, что: а) распределение скоростей носителей в газе мало отличается от максвелловского; б) скорость их направленного движения в газе является функцией  $E$ . В таком случае для нахождения тока в промежутке достаточно уравнения непрерывности тока (6.9) и краевых условий тока на электродах. На поверхности электрода-эмиттера краевое условие должно быть заменено. На единицу поверхности эмиттера, излучающего ежесекундно  $j_{em}/e_0$  носителей, из газа возвращается ежесекундно  $n\bar{c}/4$  носителей, где  $n$  — их концентрация в газе у поверхности эмиттера,  $\bar{c} = \sqrt{8kT/\pi m}$  — среднеарифметическая скорость; поэтому плотность результирующего тока на этой поверхности

$$j = j_{em} - e_0 n \bar{c} / 4. \quad (8.1)$$

Это уравнение заменяет одно из условий (6.6) или (6.7) в зависимости от знака эмиттируемых частиц.

1.1. Плоская конфигурация электродов. При плоской конфигурации электродов плотность тока в самом газе и из поверхности эмиттера та же самая ( $j = \text{const}$ ) и равна  $j = e_0 n u = e_0 n f(E)$ . Отсюда  $n = j/e_0 f(E)$ . Поскольку не только  $j$ , но и  $E = \text{const}$  (поле не искажено), то и  $n = \text{const}$  во всем промежутке. Подставляя это значение  $n$  в (8.1), находим

$$j = \frac{j_{em}}{1 + \bar{c}/4f(E)} \quad \text{или} \quad i = \frac{i_{em}}{1 + \bar{c}/4f(E)}. \quad (8.2)$$

В частности, если  $u = f(E) = bE = bU/l$ , то

$$i = i_{em} \frac{U}{U + \bar{c}l/4b}. \quad (8.3)$$

Величина  $\bar{c}$  зависит от рода эмиттируемых частиц. Если это электроны, то  $\bar{c}$  здесь ненамного меньше средней скорости эмиттируемых электронов, так как, отразившись к катоду после одного или нескольких упругих столкновений с молекулами, они потеряли лишь небольшую часть своей кинетической энергии. У термоэлектронов  $\bar{c}$  соответствует  $10^{-1}$  эв, у фотоэлектронов — единицам электронвольт. Если это ионы, то  $\bar{c}$  определяется температурой газа.

Из (8.2) видно, что ток, достигающий коллектора, вообще меньше тока эмиссии и при  $E = 0$  ток вовсе отсутствует. С ростом приложенного электрического поля  $i$  приближается к  $i_{em}$ ; когда скорость дрейфа становится равной  $\bar{c}$ ,  $i$  достигает 80% от  $i_{em}$ . Зависимость  $i$  от напряжения  $U$  сходна с вольтамперной характеристикой тока объемной ионизации (§ 6); здесь есть и омический участок (при  $U \ll \bar{c}l/4b$ ), и ток насыщения (при  $U > \bar{c}l/4b$ ); но причина, вызывающая эту зависимость, здесь совершенно другая — не рекомбинация носителей, а задержка их движения столкновениями с молекулами.

1.2. Цилиндрическая конфигурация электродов. В этом случае общий результат (8.2) остается в силе, поскольку он выводится из общего краевого условия (8.1) и может быть применен к любой конфигурации, где  $E$  постоянно по всей поверхности эмиттера. Но в самом промежутке поле неоднородно:  $E = U/r \ln(r_2/r_1)$ . Поэтому в (8.1) нужно подставить значение  $E$  на поверхности эмиттера, в результате

$$i = \frac{i_{em}}{1 + \frac{\bar{c}}{4f(U/r_{em} \ln(r_2/r_1))}},$$

где  $r_{em} = r_1$  или  $r_2$ , в зависимости от того, какой из электродов эмиттирует. В частном случае, если  $u = bE$ , находим [14]

$$i = \frac{i_{em}}{1 + A/U}, \quad A = \frac{\bar{c} r_{em} \ln(r_2/r_1)}{4b}. \quad (8.4)$$

Как и в плоском случае, чем выше давление, тем большее напряжение требуется, чтобы приблизиться к току насыщения.

Так, если  $\bar{c}_e \approx 10^7$  см/сек, то, принимая при атмосферном давлении  $b_e \approx 10^4$  см<sup>2</sup>/(в·сек), найдем, что к току насыщения мы приблизимся при  $E \approx 10^3$  в/см. Эти соображения были экспериментально подтверждены в работах Бредбюри [3] и Глотова [12].

На рис. 2.10 показаны характеристики фотоэлектронного тока из плоского катода при  $l = 3$  см. В высоком вакууме насыщение достигается при  $U = 120$  в (кривая 1); при наполнении водородом насыщение еще не достигнуто при 750 в (кривая 2) [3]. При дальнейшем повышении давления характеристики все более снижаются.

2. Эмиссионные токи произвольной плотности. Плотность объемного заряда может быть значительной и распределение

Рис. 2.10. Характеристика тока фотоэмиссии из плоского катода.

Кривая 1 — в вакууме; 2 — в водороде при  $p = 30$  мм рт. ст. [3].

заряда и поля — неравномерным. Однако диффузией носителей пренебрегаем, как в пп. 1 и 2 § 7.

При вычислении тока и поля здесь также будем оперировать прямоконцентрациями и средними направленными скоростями носителей, не обращаясь к их распределению по скоростям.

Уравнение баланса носителей (6.5) при сделанных предположениях сводится к (6.8):  $\nabla(nu) = \nabla j = 0$ , которое в данном случае является уравнением непрерывности униполярного тока (6.9). В случаях плоской, цилиндрической или сферической конфигурации электродов отсюда следует (6.10)

$$nur^\alpha = jr^\alpha/e_0 = \text{const},$$

где  $\alpha = 0, 1$  или  $2$ . Уравнение поля (4.2) принимает вид

$$\nabla E = 4\pi e_0 n = 4\pi j/u. \quad (8.5)$$

Начало координат выбираем на эмиттирующей поверхности. Условие 8) (см. п. 1 § 6) на электроде-коллекторе остается неизменным. Кроме того, в ряде случаев можно ввести упрощающее допущение \*):

$$E = -\nabla\phi = 0 \text{ при } x = 0. \quad (8.6)$$

\*) Как это предполагается и в элементарной теории тока в вакууме (см. сноску на стр. 36). Это предположение в обоих случаях справедливо при достаточно интенсивной эмиссии (см. ниже).

Уравнение движения записывается по-разному в зависимости от рода носителей и степени разряжения газа. Краевое условие (8.1) здесь остается в силе.

2.1. Ток при низком давлении газа. Этот случай сводится к уже рассмотренной теории тока в вакууме (§ 4), когда  $\lambda_{p,n} \gg l$  и столкновениями носителей с молекулами газа на всем пути  $l$  можно пренебречь. Уравнением движения в этом случае является интеграл энергии  $mu^2/2 + e_0 \varphi(x) = \text{const}$ . Вольтамперная характеристика тока, если сделать упрощение (8.6), имеет известный вид «закона трех вторых» (4.17).

Несколько иные результаты получаются при среднем и высоком давлении газа.

2.2. Ток ионов при высоком давлении (низкое значение  $E/p$ ). Движение определяется законом подвижностей:  $u = bE$  ( $b = \text{const}$ ). Диффузией носителей пренебрегаем. При слабых полях  $E$  это может служить источником заметных погрешностей, так как поступление носителей с одной стороны в промежуток приводит, естественно, к большим градиентам концентрации и потому к большей роли диффузии, чем при объемной ионизации.

Плоскопараллельные электроды. Краевыми эффектами пренебрегаем; задачу рассматриваем как одномерную. В таком случае (8.5) переходит в  $E \, dE/dx = 4\pi j/b$ , откуда

$$E = \sqrt{\frac{8\pi j x}{b} + C_1}, \quad (8.7)$$

где  $C_1 = E^2(0)$  — квадрату напряженности поля на эмиттере. Второе интегрирование (8.7) приводит, как в п. 1 § 7, к выражению  $\varphi(x)$ , из которого при  $x = l$  находим

$$\varphi(0) - \varphi(l) \equiv U = \frac{b}{12\pi j} \left[ \left( \frac{8\pi j x}{b} + C_1 \right)^{3/2} - C_1^{3/2} \right]. \quad (8.8)$$

Это выражение позволяет в принципе выразить  $C_1$ , т. е.  $E(0)$  через  $U$  и  $j$ . Однако, в отличие от случая тока насыщения при объемной ионизации газа (см. п. 1 § 7), где  $U$  и  $j$  должны быть заданы независимо (так как  $j_{\text{нас}}$  определяется не напряжением  $U$ , а интенсивностью ионизации  $\nu_i$ ), здесь между  $E(0)$  и  $j$  есть еще одно соотношение — через краевое условие (8.1). Действительно, на поверхности эмиттера имеет место  $j = e_0 n b E(0) = e_0 n b \sqrt{C_1}$ . Исключая отсюда и из (8.1) величину  $e_0 n$ , найдем

$$C_1 = E^2(0) = \left( \frac{j}{j_{\text{ем}} - j} - \frac{\bar{c}}{4b} \right)^2.$$

или

$$E(0) = \frac{\bar{c}}{4b(j_{\text{ем}}/j - 1)}. \quad (8.9)$$

Из (8.9) видно, что в данном случае, как и при токе в вакууме, поле на поверхности эмиттера тем слабее, чем меньшая часть эмиссионного тока уходит к коллектору. Подставив (8.9) в (8.7), получаем

$$E(x) = \sqrt{\frac{8\pi j x}{b} + \left( \frac{j}{j_{\text{ем}} - j} - \frac{\bar{c}}{4b} \right)^2}. \quad (8.7')$$

Проинтегрировав (8.7') в пределах от 0 до  $l$ , найдем выражение напряжения  $U$  в зависимости от эмиссии ( $j_{\text{ем}}$ ,  $\bar{c}$ ), отбираемого тока ( $j$ ), размеров промежутка ( $l$ ) и рода газа ( $b$ ); оно представляет собой вольтамперную характеристику рассматриваемого тока.

Приближенно эта характеристика, как и в случае тока в вакууме, может быть получена в предположении, что  $j \ll j_{em}$  и поэтому  $E(0) \rightarrow 0$ . В этом случае (8.7) переходит в  $E = \sqrt{8\pi j x/b}$ , что легко интегрируется:

$$\varphi(0) - \varphi(x) = \left( \frac{32\pi}{9} \frac{j}{b} \right)^{1/2} x^{3/2}; \quad (8.10)$$

переходя к  $x = l$ ,  $\varphi(0) - \varphi(l) = U$ , находим отсюда

$$j \text{ (a/cm}^2\text{)} = \frac{9}{32\pi} \frac{b}{l^3} U^2 = 3,12 \cdot 10^{-3} b \text{ (cm}^2\text{/(e} \cdot \text{сек))} \frac{U^2 \text{ (e)}}{l^3 \text{ (cm)}} \quad (8.11)$$

(см. [5], т. 1, § 50, а также [4]).

Эта формула сходна с «законом трех вторых» (4.17); она отличается от последнего тем, что напряжение  $U$  и длина промежутка  $l$  входят в несколько иных степенях, а также тем, что род газа вместо удельного заряда ионов  $e_0/m_p$  характеризуется подвижностью ионов  $b$ . Как и в случае тока в вакууме, плотность несамостоятельного тока в каждом газе полностью определяется напряжением и расстоянием между электродами только при определенной эмиссии, когда  $E(0) = 0$ . В других случаях формула (8.11) справедлива только приближенно. При  $j_{em}$  большей, чем требует условие  $E(0) = 0$ , около эмиттера образуется потенциальный барьер (как в вакууме), заставляющий часть поступающих носителей возвращаться обратно.

При выводе (8.11) не учитывалась также диффузия носителей. Возможно, что поэтому экспериментальная проверка этой формулы при низких напряжениях не дает ей хорошего подтверждения (см. [1], §§ 10 и 11).

**Электроды — коаксиальные цилиндры.** Этот практически важный случай (корона вокруг прямого провода, цилиндрический зонд в ионизованном газе) рассмотрен в целом ряде работ [1, 4, 13]. Пренебрежем краевыми эффектами; введем цилиндрические координаты; обозначим силу тока на единицу длины цилиндра через  $i_1$ . Тогда уравнение поля (8.5) принимает вид

$$\frac{1}{r} \frac{d(Er)}{dr} = \frac{2i_1}{bEr}, \quad \text{или} \quad \frac{d(Er)^2}{dr} = \frac{4i_1}{b} r, \quad (8.12)$$

откуда вместо (8.7) получаем

$$E = \frac{\sqrt{(2i_1/b)r^2 + C_1}}{r} = \sqrt{\frac{2i_1}{b} + \frac{C_1}{r^2}}. \quad (8.13)$$

Как и в плоском случае, наличие тока эмиссии вызывает отклонение поля от распределения, определяемого поверхностными зарядами на электродах ( $E = \sqrt{C_1/r}$ ); это отклонение от гиперболического закона тем больше, чем сильнее ток.

Константу  $C_1$  и напряженность поля на поверхности эмиттера  $E_{em}$  находим (как и в плоской задаче) из краевого условия (8.1). Вытекающее из него выражение в данном случае имеет вид

$$i = \frac{i_{em}}{(1 + \bar{c}/4bE_{em})},$$

откуда

$$E_{em} = \frac{\bar{c}}{4b \left( \frac{i_{em}}{i} - 1 \right)}. \quad (8.14)$$

Предположим, что эмиттирует внутренний цилиндр с радиусом  $r_1$ , а внешний цилиндр с радиусом  $r_2$  является коллектором. В этом случае (8.14) применяется к внутреннему цилиндру:  $E_{em} = E_1$ . Если внешний цилиндр

расположен далеко от внутреннего ( $r_2 \gg r_1$ ), то на больших расстояниях при  $C_1/r^2 \ll 2i_1/b$  напряженность поля стремится не к нулю, а к постоянной величине:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} E = E_\infty = \sqrt{\frac{2i_1}{b}}. \quad (8.15)$$

Через величины  $E_1$  и  $E_\infty$  можно выразить константу  $C_1$  в (8.13):

$$C_1 = r_1^2 (E_1^2 - E_\infty^2),$$

а напряженность поля в любой точке

$$E(r) = \sqrt{E_\infty^2 + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 (E_1^2 - E_\infty^2)}. \quad (8.13')$$

Как видно из (8.14) и (8.15), напряженности поля на поверхности эмиттера ( $E_1$ ) и вдали от него ( $E_\infty$ ) определяются разными факторами:  $E_\infty$  — абсолютной величиной тока через газ, а  $E_1$  — тем, какая доля эмиссионного тока уходит на коллектор. Поэтому  $E_1$  может быть и больше, и меньше  $E_\infty$ ; в соответствии с этим  $E$  во всем промежутке монотонно падает или, наоборот, монотонно растет от эмиттера к коллектору (в отличие от электростатического поля в диэлектрике).

Уравнение (8.13) или (8.13') можно проинтегрировать и отсюда найти напряжение на промежутке. Получающиеся решения см. в [3], т. 2, § 10 и в [14]. Если  $E_1 > E_\infty$ , то

$$U = r_1 \left\{ \sqrt{E_1^2 + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 E_\infty^2} - \sqrt{E_1^2 + E_\infty^2} + E_1 \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \frac{E_1 + \sqrt{E_1^2 + E_\infty^2}}{E_1 + \sqrt{E_1^2 + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 E_\infty^2}} \right) \right\}, \quad (8.16)$$

при  $i_1 = 0$  (и, следовательно,  $E_\infty = 0$ ) мы получаем отсюда электростатический случай. Наоборот, при сильной эмиссии, когда  $E_1 = 0$ , находим

$$U = E_\infty \left\{ \sqrt{r_2^2 - r_1^2} - r_1 \operatorname{arccos} \left( \frac{r_1}{r_2} \right) \right\}^{1/2},$$

откуда, заменив  $E_\infty$ , согласно (8.15), через  $\sqrt{2i_1/b}$ , можно вывести

$$i_1 = \frac{bU^2}{2r_1^2} \left\{ \sqrt{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1} - \operatorname{arccos} \left( \frac{r_1}{r_2} \right) \right\}^{-1/2} \quad (8.17)$$

— уравнение, соответствующее (8.10) в плоской задаче.

2.3. Ток электронов; ток ионов при промежуточных давлениях (высокое значение  $E/p$ ). В этих случаях правильнее считать, что направленная скорость носителей и пропорциональна  $\sqrt{E}$ :

$$u = b' \sqrt{E}, \quad (8.18)$$

как это показывает формула (54,14) в {1}, относящаяся к электронам, и формула (57,11) в {1}, относящаяся к ионам и вытекающая из «эстафетной» теории движения заряда в газе [15, 16]. Согласно последней у ионов  $b_p' = 4,5 \cdot 10^3 u_p / \sqrt{Mp}$ , например у ионов  $\text{Hg}^+$   $b_p' = 3,3 \cdot 10^3 / \sqrt{p}$ .

Ограничимся здесь плоской задачей и избыточной эмиссией носителей, так что  $E(0) \rightarrow 0$ . Уравнение поля (8.5) переходит в

$$\sqrt{E} \frac{dE}{dx} = \frac{4\pi j}{b'}. \quad (8.19)$$

Интегрируя его при условии  $E(0) = 0$ , находим

$$E = \left( \frac{6\pi j}{b'} \right)^{1/2} x^{1/2}. \quad (8.20)$$

Второе интегрирование дает

$$\varphi = -\frac{3}{5} \left( \frac{6\pi j}{b'} \right)^{1/2} x^{3/2}. \quad (8.21)$$

Отсюда, переходя к  $x = l$ ,  $\varphi = -U$ , получаем уравнение вольтамперной характеристики в виде

$$j(a/\text{см}^2) = \frac{5}{18\pi} \sqrt{\frac{5}{3}} b' \frac{U^{3/2}}{l^{3/2}} = 0,114 b' (\text{см}^2/(\text{в} \cdot \text{сек})) \frac{U^{3/2}(\text{в})}{l^{3/2}(\text{см})} \quad (8.22)$$

— уравнение, среднее между (4.17) и (8.11). В конкретном случае ионов  $\text{Hg}^+$  получается [15]

$$j(a/\text{см}^2) = 1,25 \cdot 10^{-7} U^{3/2}(\text{в}) l^{-3/2}(\text{см}) p^{-1/2}(\text{мм рт. ст.}).$$

Все три уравнения (4.17), (8.11) и (8.22) могут быть представлены в общей форме

$$j = A \frac{U^m}{l^k}, \quad (8.23)$$

где в случае вакуума ( $\lambda_{p,n} \gg l$ )  $m = 3/2$ ,  $k = 2$ ; в случае низкого давления (высокое  $E/p$ )  $m = 3/2$ ,  $k = 5/2$ ; наконец, в случае высокого давления (низкое  $E/p$ )  $m = 2$ ,  $k = 3$ .

**3. Экспериментальное исследование распределения потенциала.** Исследование распределения потенциала при протекании несамостоятельного

униполярного (ионного) тока было произведено путем снятия кривой распределения энергий ионов, вышедших из исследуемого промежутка, в работе Иванченко и Сена [17]. Положительные ионы  $\text{Hg}^+$  из плазмы  $\Pi$  ртутной дуги низкого давления, проникавшей за анод  $A$  дуги (рис. 2.11, а), вытягивались электрическим полем к отрицательному электроду  $\mathcal{E}$ . В плоском промежутке между границей плазмы  $\Pi$  и поверхностью  $\mathcal{E}$  поддерживался несамостоятельный ионный ток. Ионы, проникавшие через отверстие в  $\mathcal{E}$  к коллектору  $K$ , анализировались здесь по энергиям тормозящим полем. Наличие ионов с энер-

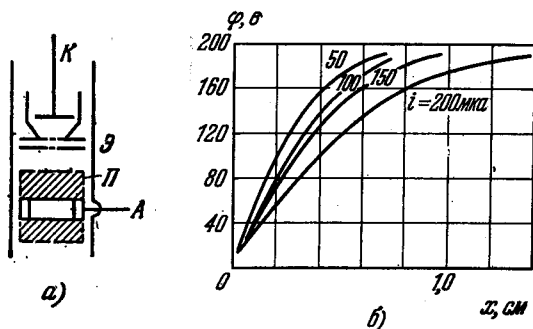


Рис. 2.11. Распределение потенциала при токе положительных ионов из плазмы на отрицательный электрод [17].

а) Схема опыта:  $A$  — анод дуги,  $\Pi$  — плазма,  $\mathcal{E}$  — отрицательный электрод,  $K$  — коллектор; б) кривые  $\varphi(x)$  при  $U_{\mathcal{E}} = -200$  в относительно плазмы ( $x$  и  $\varphi$  отсчитываются от  $\mathcal{E}$ ).

гиями, меньшими  $U_{\mathcal{E}} = \varphi_{\Pi} - \varphi_{\mathcal{E}}$ , истолковывалось как результат однократной перезарядки части ионов на пути от  $\Pi$  к  $\mathcal{E}$ . Из общего тока ионов  $i_0$  на расстоянии  $\leq x$  от электрода  $\mathcal{E}$  возникала вследствие перезарядки часть  $i = i_0 e^{-x/\lambda_u}$ , где  $\lambda_u$  — длина пробега перезарядки. Эти ионы обладали энергией  $\geq e_0 \varphi_x$  (принято  $\varphi_{\mathcal{E}} = 0$ ). Снимая кривую  $i(U)$  и определяя  $x$ , соответствующий данному  $i$ , можно найти  $\varphi(x)$ . На рис. 2.11, б приведены кривые распределения потенциала между  $\Pi$  и  $\mathcal{E}$ , отсчитываемые от  $\mathcal{E}$ , при

$U_{\mathcal{E}} = -200$  в, давлении  $p \approx 10^{-3}$  мм рт. ст. и разных величинах ионного тока (регулирувшегося током дуги). Вид кривых указывает на наличие объемного заряда, протяженность которого зависит от силы тока, а также на то, что у границы слоя и плазмы (действующего «эмиттера» ионов)  $E \approx 0$ . От давления газа (в пределах  $0,3 \div 4 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.) распределение поля не зависело. Это показывает, что режим тока близок к току в вакууме (случай «закона трех вторых» Ленгмюра). Однако сопоставление в одном случае экспериментальной кривой с рассчитанной по Ленгмюру, а также определенной из этой кривой толщины слоя с наблюдаемой визуальной толщиной темной области между границей светящейся плазмы  $\Pi$  и  $\mathcal{E}$  показало систематическое расхождение около 20%. Авторы считают это ошибкой метода, вероятно, из-за ошибки в  $\lambda_u$  перезарядки.

### § 9. Биполярный ток носителей, поступающих в промежуток извне

Сюда относится случай встречных потоков носителей разных знаков, появляющихся в данном промежутке путем диффузии или инъекции их из других областей или вследствие первичной и вторичной эмиссии из электродов. Одновременное наличие носителей двух разных знаков приводит к частичной компенсации их объемных зарядов, а потому влияет на распределение зарядов и поля в промежутке и на величину результирующего тока. Из множества встречающихся случаев некоторые были проанализированы [18]. Ввиду отсутствия общей теории такого тока приведем здесь два отдельных случая.

1. Низкое давление газа ( $\lambda_{p,n} \gg l$ ). Случай двух встречных потоков носителей разных знаков, эмиттируемых из электродов и движущихся навстречу друг другу без столкновения между собой или с молекулами газа, представляет собой биполярный ток в вакууме. Он может, однако, осуществиться и в газе, если разрежение его настолько велико, что  $\lambda_{p,n} \gg l$  (длины промежутка). Этот случай изложен в § 4. Ленгмюр рассмотрел (в той же работе [1.30]) и другой случай тока между плоскопараллельными электродами, в котором электроны поступают в рассматриваемый промежуток извне (из катода), а положительные ионы возникают равномерно по всей толщине промежутка. По существу это промежуточный случай: носители одного знака возникают на границе носителей другого знака (в самом объеме). Происходящие при этом усиление электронного тока и перераспределение поля между электродами зависят от интенсивности ионообразования  $\nu_i$  (см<sup>-3</sup>/сек) (у Ленгмюра обозначено  $S$ ). Если  $\nu_i = \nu_{i1} = j_{\text{енас}}/e_0 l$  ( $\nu_{i1}$  — число ионов, возникающих на электроде,  $j_{\text{енас}}$  — плотность электронного тока насыщения в данном промежутке в отсутствие ионов), то распределение потенциалов выражается параболой  $\varphi = -Ux^2/l^2$ . Напряженность поля при  $x = 0$   $E(0) = 0$ . Электронный ток на анод усиливается по сравнению с  $j_{\text{енас}}$  в  $9/\pi = 2,865$  раза.

При всяком другом  $\nu_i \neq \nu_{i1}$  распределение потенциалов также выражается параболой, но другим уравнением

$$\varphi = -U \frac{x}{l} \left[ 1 - \left( \frac{\nu_i}{\nu_{i1}} \right)^{1/2} \left( 1 - \frac{x}{l} \right) \right] \quad (9.1)$$

(на рис. 2.12 представлено семейство таких кривых при разных относительных интенсивностях ионизации  $\nu_i/\nu_{i1}$ ). Если  $\nu_i < \nu_{i1}$ , то  $E > 0$  во всех точках, потенциал меняется монотонно. Если же  $\nu_i > \nu_{i1}$ , то в распределении потенциала появляется максимум тем более высокий, чем выше  $\nu_i$ . При ионизации газа одновременно с ионами образуются и вторичные электроны с малыми скоростями. Последние будут улавливаться в области максимума потенциала и снижать этот максимум, превращая его в плоский участок

(«плато») кривой  $\phi(x)$ . Высота этого плато определится условием равенства между числом вновь возникающих здесь вторичных электронов и числом уходящих отсюда против электрической силы за счет своих начальных скоростей. Положительные ионы возникают здесь в том же количестве и все уходят отсюда, так как этому способствует электрическое поле. Поэтому в

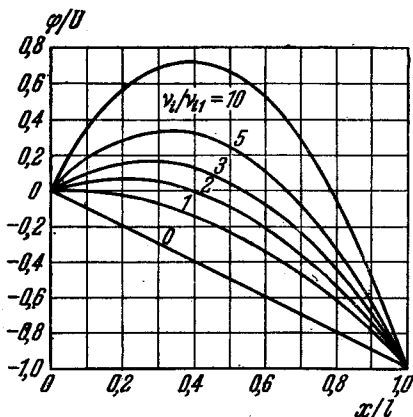


Рис. 2.12. Распределение потенциала при биполярном токе и равномерном образовании ионов в газовом промежутке при различных  $\nu_i/\nu_{i1}$ .

этой области электроны и ионы должны находиться в равных концентрациях. Следовательно, здесь снова возникает в части промежутка газовая плазма.

**2. Высокое давление газа** ( $\lambda_{p,n} \ll l$ ,  $u = bE$ ). Теория тока носителей, вводимых в газовый промежуток извне, в условиях режима подвижностей ( $u$  пропорционально  $E$ ) должна вытекать из общего уравнения (7.7) с дополнительным предположением об отсутствии объемной ионизации ( $\nu_i = 0$ ) и добавочными краевыми условиями. Однако в такой общей форме задача еще не решена. Исследован частный случай, когда подвижности ионов равны:

$$b_p = b_n = b; \quad (9.2)$$

коэффициент рекомбинации имеет значение, равное

$$\beta_r = 4\pi e_0 (b_p + b_n) = 8\pi e_0 b; \quad (9.3)$$

напряженность поля у обоих электродов падает до нуля:

$$E = 0 \text{ при } x = 0 \text{ и } x = l. \quad (9.4)$$

Промежуток предполагаем плоским; краевыми эффектами пренебрегаем. Теория этого случая (см. примечание 2, стр. 493) приводит к следующему выражению вольтамперной характеристики:

$$j = \frac{8}{\pi^3} \frac{b}{l^3} U^2. \quad (9.5)$$

Эта формула сходна с вольтамперной характеристикой униполярного тока при аналогичных условиях (8.11): ток зависит от напряжения, длины промежутка и подвижности ионов в тех же степенях. Различаются они только численным коэффициентом. При прочих равных условиях биполярный ток в  $8/\pi^3 : 9/32\pi = 256/9\pi^2 = 2,88$  раза больше униполярного. Распределение напряженности поля  $E$  оказывается симметричным относительно середины промежутка, где  $E$  достигает максимума и падает к краям, достигая у электродов нуля. Но этот результат есть следствие предположения о равенстве подвижностей  $b_n$  и  $b_p$  и вряд ли имеет общее значение.

## Б. НЕСАМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ ТОКИ С ИОНИЗАЦИОННЫМ УСИЛЕНИЕМ

### § 10. Ионизационное (газовое) усиление

Ток насыщения в газе, т. е. стабилизация несамостоятельного тока на определенном уровне ( $di/dU = 0$ ) сохраняется лишь в ограниченном интервале напряжений. При дальнейшем усилении электрического поля в газовом промежутке ток снова начинает возрастать (рис. 2.13, участок  $CD$ ), как пока-

зал впервые Столетов [19]. В режиме тока насыщения (участок  $BC$ ) все носители заряда, возникающие в промежутке или попадающие в него извне, вытягиваются из него полем. Поэтому дальнейший рост тока при более сильном поле обусловлен появлением в промежутке новых свободных носителей тока (в основном электронов) вследствие ионизации молекул газа ударами первоначально возникших (первичных) электронов, разогнанных электрическим полем до энергии, достаточной для ионизации (Таунсенд [20, 21]). Мерой интенсивности этого процесса обычно служит коэффициент  $\alpha$ , равный среднему числу новых электронов, образуемых каждым электроном (первичным или вторичным) путем ионизации молекул газа на 1 см пути в направлении действующей на него электрической силы (т. е. в направлении  $-E$ ). Вместо  $\alpha$  интенсивность процесса ионизации иногда измеряют другой величиной  $\eta = \alpha/E$ , выражающей среднее число актов ионизации, совершаемых одним электроном при прохождении им разности потенциалов в 1 в.

Однако ионизация молекул электронами ударами — не единственный, хотя и важнейший процесс усиления тока в газе. Вторым таким процессом первоначально предлагалось (также Таунсендом) считать ионизацию молекул ударами положительных ионов, характеризующую коэффициентом  $\beta$ , — выходом новых электронов на 1 см пути положительного иона в направлении поля. Но, как мы сейчас знаем, этот способ ионизации может играть существенную роль только в немногих специальных случаях (сильно разреженный газ, высокое напряжение). Гораздо важнее процесс образования вторичных электронов положительными ионами на электродах (катоде, управляющих сетках) или стенках (§ 44). Интенсивность его измеряется коэффициентом  $\gamma$  — средним выходом вторичных электронов на один положительный ион, достигший электрода. Наряду с ним во многих случаях существенны и другие элементарные процессы, приводящие к выходу свободных электронов из твердых тел, граничащих с газом. Здесь в первую очередь нужно указать на фотоэффект под действием излучения, возникшего в газе при прохождении тока в нем. Количество фотонов, образующихся в газе и способных вызвать фотоэффект на электродах и стенках, при известных условиях пропорционально числу положительных ионов, образующихся в газе за то же время. Поэтому нередко относят количество фотоэлектронов, образующихся таким путем на катоде, не к числу фотонов, а к числу положительных ионов, достигших катода за то же время \*). Поскольку эта величина тоже относится к одному положительному иону, ее также обозначают буквой  $\gamma$ , но с индексом  $\nu$  ( $\gamma_\nu$ ). Все  $\gamma$  — величины безразмерные (в отличие от  $\alpha$ ).

Наряду с указанными процессами может играть роль освобождение электронов из катода или стенок непосредственно ударами быстрых атомов, возбужденных в результате резонансной перезарядки, а также возбужденными атомами (преимущественно метастабильными).

Все процессы освобождения вторичных электронов из электродов или стенок в результате прохождения электронного или ионного тока в газе, объединяются общим наименованием « $\gamma$ -процессов». Производимое ими

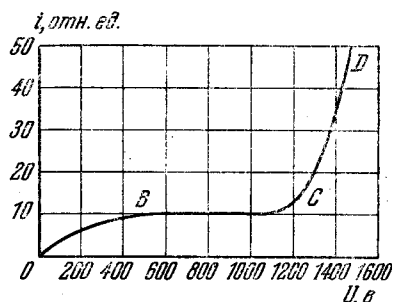


Рис. 2.13. Зависимость  $i(U)$  несамостоятельного тока [19].

Участок  $BC$  — ток насыщения,  $CD$  — ток с ионизационным усилением.

\*) Это отношение не связано непосредственно с существом процесса, но его легче определить практически и оно удобно для расчета усиления тока и построения теории пробоя.

усиление тока налагается на усиление, вызываемое ионизацией электронными ударами, которое по аналогии можно назвать  $\alpha$ -процессом (см. ниже §§ 13 и 14).

В результате происходящих в газе  $\alpha$ -процессов, а иногда и происходящих на катоде  $\gamma$ -процессов к току эмиссии или первичной ионизации  $i_1$  добавляется ток вторичных носителей — электронов и ионов —  $i_2$ . Результирующий ток  $i = i_1 + i_2$  оказывается больше первичного  $i_1$ . Отношение

$$k = i/i_1 = (i_1 + i_2)/i_1 \quad (10.1)$$

называется коэффициентом ионизационного или газового усиления [22]. Однако, несмотря на наличие вторичных ионизационных процессов, ток  $i$  остается несамостоятельным, если при устранении внешнего фактора, вызывающего первичный ток  $i_1$ , результирующий ток  $i$  также исчезает \*).

Способ экспериментального определения  $k$  зависит, в частности, от природы первичного тока  $i_1$ . Если  $i_1$  есть ток эмиссии или инъекции, то  $k$  нужно определять как отношение тока в газонаполненной промежулке к току эмиссии, т. е. к току в том же промежутке, эвакуированном насколько возможно (освобожденном от наполнявшего его газа) при всех прочих равных условиях, в частности при тех же воздействиях на электроды (накал, облучение) и той же активности электродов:

$$k_1 = i/i_{em}.$$

Если же первичный ток  $i_1$  обусловлен непосредственно объемной ионизацией газа (например, излучением), то коэффициент усиления  $k$  следует определять иначе — как отношение тока в газе при данном напряжении  $U$  к току в газе при всех тех же условиях, но более низком напряжении, соответствующем режиму тока насыщения:

$$k_2 = i(U)/i_{нас}.$$

## § 11. Коэффициенты ионизации электронными ударами $\alpha$ и $\eta$

Строгая теория несамостоятельного тока с ионизационным усилением должна основываться на применении полного кинетического уравнения (4.1) в {1} с сохранением в нем не только членов  $a$  и  $b$ , учитывающих столкновения, но и  $i$  (учет ионизации) и  $r$  (учет рекомбинации). Известные нам теории еще не доведены до этого уровня и опираются на уравнения баланса носителей заряда с использованием кинетических коэффициентов, в первую очередь  $\alpha$  или  $\eta$ ; через них выражается и коэффициент ионизационного усиления  $k$ .

Кинетическое уравнение (к тому же сокращенное) используется только для нахождения распределения электронов по скоростям  $f_e$ , по которому вычисляется  $\alpha$ . Большое значение, которое имеет величина  $\alpha$  во многих разделах газовой электроники, помимо ионизационного усиления несамостоятельных токов, вызвало многочисленные теоретические и экспериментальные определения этой величины, частично освещенные в {1}, §§ 61 и 62.

1. Теоретический расчет  $\alpha$ . Расчет  $\alpha$  основан на использовании распределения скоростей электронов  $f_e(c)$  в данных условиях и кривой сечения ионизации  $s_i(c)$  данного газа [23, 24]. Он может быть сведен к вычислению средней частоты ионизации одним электроном  $z_i$  ( $сек^{-1}$ ) и скорости дрейфа электронов

\* ) Повышая напряжение еще дальше, мы приходим к тому, что ток становится самостоятельным, т. е. не исчезает после устранения ионизирующего фактора (происходит «пробой» газового промежутка).

в электрическом поле  $u_e$ , так как  $\alpha = z_i/u_e$ . При этом

$$z_i = n_g \int_{\sqrt{\frac{2e_0 U_i}{m_e}}}^{\infty} s_i(c) 4\pi f_{e0}(c) c^3 dc, \quad (11.1)$$

$$u_e = -\frac{4\pi}{3} \int_0^{\infty} f_{e1}(c) c^3 dc = -\frac{4\pi}{3} \frac{e_0}{m_e} E \int \lambda^* c^2 \frac{\partial f_{e0}}{\partial c} dc,$$

где  $f_{e0}$  и  $f_{e1}$  — изотропная и направленная части функции распределения электронов  $f_e(c)$  (см. уравнение (61,3) в {1}),  $U_i$  — потенциал ионизации. Примерно этим путем вычислены значения  $\alpha$  для водорода в работе [25].

Почти все приведенные до сих пор расчеты  $\alpha$  предполагают, что распределение скоростей электронов  $f_e$  установилось в соответствии с напряженностью поля  $E$ . В таком случае в данном газе при заданной концентрации газа  $n_g$  (т. е. заданном давлении  $p_0$ ) распределение  $f_e$ , а следовательно, и  $\alpha$  однозначно определяются величиной  $E$ . Зная компоненты  $f_e$ ,  $f_{e0}$  и  $f_{e1}$  при данных условиях (газ,  $p_0$ ,  $E$ ) и зная  $s_i(c)$  данного газа, находим величину  $\alpha$  установившегося значения  $\alpha$  в данном газе при заданных  $p_0$  и  $E$ . Оно является в каждом газе однозначной функцией  $p_0$  и  $E$  вида \*)

$$\alpha = p_0 F\left(\frac{E}{p_0}\right). \quad (11.2)$$

Частный случай ее — предложенная Таунсендом формула

$$\frac{\alpha}{p_0} = \frac{1}{\lambda_{e1}} \exp\left(-\frac{U_i}{\lambda_{e1} E/p_0}\right) = A \exp\left(-B \frac{p_0}{E}\right), \quad (11.3)$$

где  $\lambda_{e1}$  — длина свободного пробега электрона при  $p = 1$  мм рт. ст. Соотношения (11.1) и (11.2) показывают, что величина  $\alpha/p_0$  (но не само  $\alpha$ ) удовлетворяет правилам подобия ({1}, § 9).

С общей формулой (11.2) согласуется вывод, вытекающий из опытов Столетова [19, 26]: при разрежении газа (т. е. уменьшении  $p_0$ ) величина  $\alpha$  проходит через максимум при определенном значении  $E/p_0 = S$ , зависящем только от рода газа. Это значение  $E/p_0$  определяется из условия

$$F\left(\frac{E}{p_0}\right) - \frac{E}{p_0} F'\left(\frac{E}{p_0}\right) = 0 \quad (11.4)$$

и называется постоянной Столетова. Доказательство и способ графического нахождения  $E/p_0$  даны Таунсендом (см. {1}, § 61).

Заметим, что выражения  $\alpha$  вида (11.2) получаются при различных предположениях о зависимости  $s_i(c)$ , в частности при линейной аппроксимации  $s_i = A(U_e - U_i)$  и даже при простейшем допущении  $s_i = \text{const}$  для любого  $U_e \gg U_i$  (оно лежит в основе вывода формулы (11.3)). Это значит, что прохождение  $\alpha(p_0)$  через максимум не обязательно связано с наличием максимума в зависимости  $s_i(c)$ . Об этом же говорит и то обстоятельство, что какого-либо экстремума в зависимости  $\alpha$  от  $E$  из (11.2), вообще говоря, не вытекает. Наличие максимума в зависимости  $\alpha$  от  $p_0$  обусловлено двояким влиянием  $p_0$  (и связанной с ним длины свободного пробега электронов  $\lambda_e$ ) на  $\alpha$ : при понижении  $p_0$  (т. е. с ростом  $\lambda_e$ ) уменьшается частота столкновений электрона с молекулами газа, но одновременно увеличивается средняя энергия, до которой разгоняются электроны в данном поле  $E$ .

\*) В литературе часто представляют  $\alpha$  как функцию давления  $p$ , при котором проводились измерения, вместо приведенного к 0 °C давления  $p_0$ , что, конечно, неправильно, так как  $p$  при данном  $n_g$  зависит еще от температуры газа  $T_g$  (см. сноску на стр. 48).

Учет немонотонной зависимости  $s_i(c)$  приводит к тому, что  $\alpha$  должно проходить через максимум и при изменении  $E$ ; другими словами, не только  $\alpha$ , но и  $\alpha/p_0 = F(E/p_0)$  должно спадать при больших  $E/p_0$ . Такие выражения  $\alpha/p_0$  действительно получаются, если  $s_i(c)$  в формуле (61,3) в {1} заменить какой-либо функцией с максимумом. Ниже мы вернемся к возможным следствиям такого хода вероятности ионизации при больших скоростях.

Величину  $\eta = \alpha/E$  можно найти, если известно  $\alpha/p_0 = F(E/p_0)$  как частное  $\alpha/p_0 : E/p_0$ . Поскольку и  $\alpha/p_0$ , и  $E/p_0$  не изменяются при соблюдении

условий подобия, то и  $\eta$  (в отличие от  $\alpha$ ) остается неизменной при этих условиях. При  $E/p_0 = S \partial \eta / \partial (E/p_0) = 0$ , согласно (11.4); при этом  $\eta$  проходит через максимум и затем спадает. Это дает удобный способ определения постоянной Столетова как абсциссы максимума  $\eta(E/p_0)$ .

В электроотрицательных газах ионизация молекул осложняется вторичным процессом захвата свободных электронов молекулами с образованием отрицательных ионов ({1}, §§ 37 и 64). Мерой интенсивности последнего процесса служит величина  $\chi$  — вероятность захвата свободного электрона молекулой, отнесенная к 1 сек, имеющая ту же размерность, что  $z_i$ , и вычисляемая аналогично последней (см. (64,2) в {1}). Наряду с  $\chi$  процесс захвата электронов можно выражать также другим

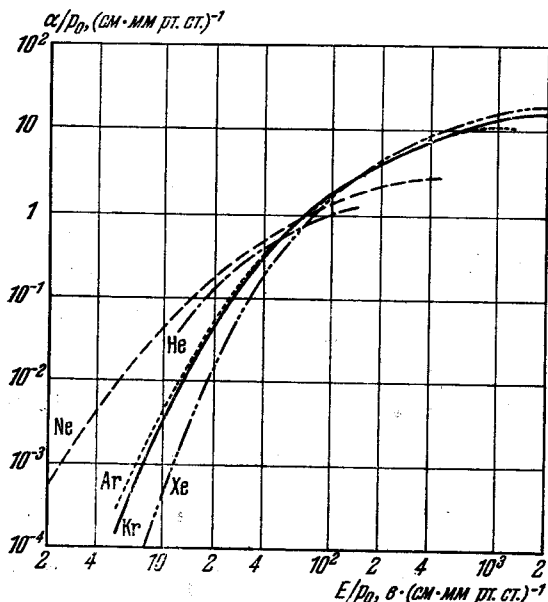


Рис. 2.14. Значения  $\alpha/p_0 = F(E/p_0)$  в инертных газах [28].

коэффициентом  $\alpha$  ( $\text{см}^{-1}$ ), представляющим собой вероятность захвата на пути в 1 см в направлении  $E$ . Это — величина, аналогичная  $\alpha$  и вычисляемая аналогично ей ( $\alpha = \chi/u_e$ ). Приведенная величина  $\alpha/p_0$  подчиняется законам подобия; некоторые данные о ней см. в [27]. При наличии явления захвата результирующая скорость образования новых свободных электронов определяется разностью скоростей этих двух процессов — ионизации и захвата. Проведение такого подсчета см. ниже в § 12.

2. Методы экспериментального определения  $\alpha$ . Эти методы описаны в § 62 в {1}, там же приведены кривые  $\alpha/p_0 = F(E/p_0)$  в газах Ne, Ar,  $\text{H}_2$  и  $\text{N}_2$  при значениях  $E/p_0$  до  $300 \div 800 \text{ в} \cdot (\text{см} \cdot \text{мм рт. ст.})^{-1}$ . Приведем здесь некоторые дополнительные данные об  $\alpha$  и  $\eta$ . Они также относятся к установившимся значениям  $\alpha = \alpha_c$  при данных  $E$  и  $p_0$  [34—36, 38].

В табл. 2.1 и на рис. 2.14 приведены данные об  $\alpha/p_0$  в чистых инертных газах в более широком диапазоне значений  $E/p_0$  (Крюйтхофф [28]). В обследованном интервале  $E/p_0$  ход кривых  $\alpha/p_0$  монотонный; однако он заставляет предполагать, что при еще больших  $E/p_0$  (практически при низких давлениях газов) эти кривые должны пройти через максимумы. Такой максимум был действительно обнаружен у Ar в работе [29] и у  $\text{H}_2$  в работах [30, 31]. Падение величины  $\alpha$  в сильных полях (большие  $E/p_0$ ) обусловлено тем, что при этом электроны разгоняются до сравнительно больших энергий (100 эв и выше), а при этих энергиях сечение ионизации  $s_i$ , пройдя через максимум, начинает уменьшаться.

Таблица 2.1

Приведенная интенсивность ионизации  $\alpha/p_0$   
 ((см·мм рт. ст.)<sup>-1</sup>) и среднее число актов ионизации  $\eta$  (10<sup>2</sup> с<sup>-1</sup>)  
 в инертных газах при разных  $E/p_0$  (с·(см·мм рт. ст.)<sup>-1</sup>)

$\frac{E}{p_0}$	Неон		Аргон		Криптон		Ксенон	
	$\alpha/p_0$	$\eta$	$\alpha/p_0$	$\eta$	$\alpha/p_0$	$\eta$	$\alpha/p_0$	$\eta$
2	0,00062	0,031						
2,2	0,00079	0,036						
2,5	0,00115	0,046						
2,8	0,00157	0,056						
3,2	0,00231	0,072						
3,6	0,00316	0,088						
4,0	0,00424	0,106						
4,5	0,00593	0,132						
5,0	0,00795	0,159	0,00024	0,0048	0,000155	0,0031		
5,5	0,0104	0,189	0,000368	0,0067	0,000242	0,0044		
6	0,01326	0,221	0,000558	0,0093	0,000366	0,0061		
7	0,0203	0,290	0,00113	0,0161	0,00077	0,0110		
8	0,02888	0,361	0,002335	0,0259	0,00144	0,0180	0,000192	0,0024
9	0,0387	0,430	0,00346	0,0384	0,00253	0,0281	0,00036	0,0040
10	0,0499	0,499	0,00576	0,0576	0,00414	0,0414	0,00064	0,0064
11	0,0640	0,563	0,00886	0,0805	0,00647	0,0587	0,00109	0,0098
12	0,0745	0,621	0,0129	0,1075	0,00946	0,0789	0,00172	0,0143
14	0,104	0,723	0,0239	0,171	0,0185	0,132	0,00385	0,0275
16	0,13	0,811	0,0384	0,240	0,0317	0,198	0,0076	0,0476
18	0,16	0,889	0,056	0,311	0,0486	0,270	0,01345	0,0749
20	0,1915	0,958	0,0766	0,383	0,069	0,345	0,0218	0,1091
22	0,203	1,019	0,10	0,454	0,093	0,422	0,0295	0,1478
25	0,275	1,099	0,140	0,561	0,134	0,535	0,0543	0,2136
28	0,327	1,166	0,188	0,672	0,18	0,644	0,0804	0,2869
32	0,396	1,239	0,261	0,816	0,25	0,782	0,1264	0,395
36	0,467	1,297	0,338	0,939	0,33	0,917	0,182	0,506
40	0,540	1,346	0,430	1,076	0,418	1,045	0,247	0,619
45	0,627	1,392	0,549	1,220	0,536	1,191	0,339	0,754
50	0,712	1,424	0,672	1,343	0,661	1,321	0,441	0,882
60	0,88	1,464	0,928	1,546	0,927	1,545	0,666	1,110
70	1,035	1,478	1,187	1,695	1,20	1,711	0,92	1,315
80	1,197	1,494	1,444	1,805	1,45	1,838	1,8	1,497
90	1,34	1,494	1,7046	1,894	1,75	1,946	1,50	1,664
100	1,489	1,489	1,977	2,035	2,035	2,035	1,804	1,804
120	1,75	1,461	2,50	2,079	2,55	2,193	2,40	2,000
140	1,99	1,426	3,00	2,142	3,20	2,288	3,01	2,152
160	2,22	1,386	3,485	2,177	3,77	2,354	3,66	2,280
180	2,42	1,344	3,96	2,204	4,31	2,399	4,30	2,384
200	2,596	1,298	4,43	2,213	4,834	2,417	4,96	2,470
240	2,89	1,204	5,28	2,199	5,80	2,416	6,19	2,577
280	3,14	1,120	6,03	2,154	6,67	2,383	7,37	2,635
320	3,32	1,034	6,71	2,097	7,50	2,343	8,47	2,645
360	3,45	0,958	7,34	2,036	8,27	2,294	9,46	2,622
400	3,56	0,890	7,90	1,975	8,94	2,236	10,40	2,600
450			8,50	1,891	9,70	2,159	11,53	2,565
500			9,07	1,814	10,45	2,089	12,525	2,505
600			10,03	1,672	11,71	1,951	14,50	2,417
700			10,78	1,540	12,715	1,815	16,08	2,298
800			11,4	1,423	13,52	1,690	17,50	2,184
900			11,88	1,320	14,151	1,573	18,70	2,074
1000			12,28	1,228	14,67	1,467	19,77	1,977
1200			12,85	1,074	15,40	1,284	21,55	1,795
1400			13,3	0,952	15,94	1,138	22,9	1,637
1600			13,65	0,854	16,3	1,019	23,9	1,495
1800					16,6	0,922	24,8	1,377
2000					16,78	0,839	25,24	1,267
2400							26,1	

В табл. 2.2 собраны данные об  $\alpha/p_0 = F(E/p_0)$  для молекулярных газов — воздуха, азота, кислорода, особенно подробные при низких  $E/p_0 = 30 \div 40$ , близких к условиям пробоя при атмосферном давлении [28—31]; эти данные относятся к технически очищенным газам (кроме данных для азота), ибо возможны примеси паров ртути. При определении  $\alpha$  в электро-

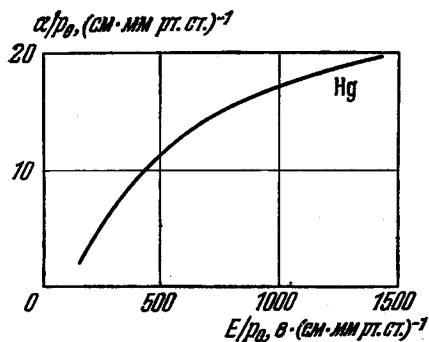


Рис. 2.15. Значения  $\alpha/p_0 = F(E/p_0)$  в парах ртути [39].

отрицательных газах (в частности, в кислороде и воздухе) приходится учитывать захват части электронов молекулами [39, 40, 42]. На рис. 2.15 дана зависимость  $\alpha/p_0$  от  $E/p_0$  в парах ртути при больших  $E/p_0$  [39]. Значения  $\alpha/p_0$  оказываются большими, чем в чистом  $N_2$ , при тех же  $E/p_0$ . Это объясняет, почему наличие примеси Hg приводит к повышению измеренных в  $N_2$  значений  $\alpha/p_0$  [33].

Для использования экспериментальных данных об  $\alpha$  в расчетах был предложен ряд эмпирических формул зависимости  $\alpha/p_0$  от  $E/p_0$ . Эти формулы годны только в ограниченных диапазонах значений  $E/p_0$ . Ниже приводится небольшая сводка таких формул в применении к данным о некоторых (преимущественно молекулярных) газах.

Формула	Газ	Диапазон значений $E/p_0$	Константы		Где и по каким данным вычислены константы
			A	B	
$A \exp\left(-B \frac{E_0}{E}\right)$ (Таунсенд)	$H_2$	45 + 154	2,8	127	{6} по данным [30]
	$H_2$	150 + 600	5	130	[40]
	$N_2$	27 + 200	8,8	275	[41] по данным [42, 43]
	$N_2$	100 + 600	12	342	[40]
	Воздух	36 + 180	8,6	254	[41] по данным [42, 44]
	$H_2O$	150 + 1000	13	290	[40]
	$CO_2$	500 + 1000	20	466	[40]
	Ag	100 + 600	12	180	[40]
	He	3 + 10	3	25	[40]
	He	20 + 150	3	34	[40]
	Hg	200 + 600	20	370	[41] по данным [29, 39]
$A \exp\left(+B \frac{E}{p_0}\right)$	$O_2$	27,5 + 75			[27]
	$N_2$	20 + 36	$3,3 \cdot 10^{-7}$	0,265	[41] по данным [42, 43]
	Воздух	20 + 36	$2,7 \cdot 10^{-8}$	0,35	[41] по данным [42, 44]
$A \left(\frac{E}{p_0} - B\right)^2$	$N_2$	45 + 150	$1,2 \cdot 10^{-4}$	30	[41] по данным [32, 43]
	Воздух	30 + 140	$1,24 \cdot 10^{-4}$	28,5	[41] по данным [42, 44]
$A \sqrt{\frac{E}{p_0}} - B$	$N_2$	120 + 350	0,54	5	[41]
	$N_2$	200 + 1000	0,21	3,65	[41]

В довольно широком диапазоне применима формула Таунсенда (11.3); с большей точностью можно передать результаты измерений, применяя на меньших участках другие, полностью эмпирические формулы:

при  $E/p_0 \leq 40$  в·(см·мм рт.ст.)<sup>-1</sup>

$$\frac{\alpha}{p_0} = A \exp\left(+B \frac{E}{p_0}\right);$$

Таблица 2.2

Приведенная интенсивность ионизации  $\alpha/p_0$  ((см·мм рт. ст.)<sup>-1</sup>) в молекулярных газах при разных  $E/p_0$  (в·(см·мм рт. ст.)<sup>-1</sup>) по данным различных авторов

$\frac{E}{P_0}$	Воздух		Азот			Кислород
	[15]	[16]	[15]	[17]	[18]	[15]
20		0,000034		0,000087		
22		0,000052				
24		0,000134				
25			0,00009			
26		0,000234	0,00022	0,000258		
27			0,00041			
28		0,000430	0,00060	0,00045		
29			0,00081			
30		0,000910	0,00112	0,00091		
31	0,00152	0,00136	0,00150			0,00110
32	0,00204	0,00201	0,00190	0,0020		0,00335
33	0,00309	0,00305	0,00245			0,00720
34	0,0044	0,00459	0,00315	0,0028		0,0128
35	0,0059	0,00605	0,00385	0,0030		0,026
36	0,0076	0,00820	0,00475	0,0044		0,0285
38	0,0120	0,0071	0,0071	0,0052		0,0465
40	0,0168	0,0167	0,0100	0,0073		0,064
44				0,0107		
45	0,0335		0,0208	0,0135		0,105
50	0,057	0,0554	0,0373			0,153
59				0,0934	0,119	
60	0,130	0,127	0,087			0,280
65					0,213	
68				0,145		
70	0,235	0,224	0,162			0,435
78				0,283	0,28	
80	0,365	0,340	0,260			0,61
88				0,41		
90	0,51	0,491	0,375			0,79
94					0,405	
100	0,68	0,637	0,505	0,70		0,97
108				0,729		
110	0,85	0,806	0,65	0,73		1,16
115					0,61	
120	1,05	1,007	0,80	0,95		1,37
127				1,13		
130	1,23	1,236	0,98			1,55
137				1,27		
140	1,40	1,47	1,15	1,40	0,96	1,75
142				1,45		
150	1,60		1,32			1,93
156				1,64		
160	1,83	1,76	1,50		1,2	2,13
166				2,02		
176				2,35		
180	2,25		1,95			2,48
195					1,9	
196				2,52		
198					2,0	
200	2,60		2,25			2,85
215				3,07	2,2	
230				3,20		
250	3,50		3,15	3,50	2,7	3,65
270				4,00		
290					3,4	
300	4,36		3,90			4,4

Таблица 2.2 (продолжение)

$\frac{E}{p_0}$	Воздух		Азот			Кислород
	[15]	[16]	[15]	[17]	[18]	[15]
310				4,40		
320					3,6	
350	5,10		4,53	4,93	4,0	5,1
400	5,8		5,2	5,50		
440					4,4	
450	6,5		5,7	6,00		
500	7,0		6,1	6,23	5,16	
530					5,19	
660					6,2	
750				8,78		
800					7,19	
1000				10,8	7,58	

при  $40 < E/p_0 < 150$  в  $(\text{см} \cdot \text{мм рт. ст.})^{-1}$

$$\frac{\alpha}{p_0} = A \left( \frac{E}{p_0} - B \right)^2;$$

при  $E/p_0 > 150$  в  $(\text{см} \cdot \text{мм рт. ст.})^{-1}$

$$\frac{\alpha}{p_0} = A \sqrt{\frac{E}{p_0}} - B.$$

В обзоре [40], в книге [10] и в работе [46] приведены также кривые  $\alpha/p_0 = F(E/p_0)$  других молекулярных газов:  $D_2$ ,  $CO_2$ ,  $H_2O$ ,  $HCl$ ,  $SF_6$ ,  $CH_4$ ,  $CCl_4$ ,  $C_2H_5$ ,  $OH$ ,  $CCl_2$ ,  $F_2$ ,  $C_6H_6$  и т. д.

Сравнение данных об  $\alpha/p_0$  при равных  $E/p_0$  в инертных и в молекулярных газах (см. табл. 2.2) показывает, что в инертных газах ионизация электронным ударом наблюдается при более сильных полях, чем в молекулярных газах, несмотря на более высокие ионизационные потенциалы первых. Так, в неоне ( $U_i = 21,6$  в)  $\alpha/p_0 \approx 10^{-4} (\text{см} \cdot \text{мм рт. ст.})^{-1}$  найдено уже при  $E/p_0 = 2$  в  $(\text{см} \cdot \text{мм рт. ст.})^{-1}$ , в то время как в азоте и воздухе  $\alpha/p_0$  такого порядка наблюдается только в полях в 10 раз более сильных (при  $E/p_0 \approx 20 \div 30$  в  $(\text{см} \cdot \text{мм рт. ст.})^{-1}$ ). Причиной этого являются большие потери энергии электронами в молекулярных газах при неупругих ударах, приводящих к возбуждению колебательных и вращательных уровней в молекулах, для чего достаточны энергии  $\leq 1$  эв. Такие процессы в инертных газах практически отсутствуют (поскольку молекулы в них могут появиться только как вторичные продукты процессов прохождения тока) и потому при том же поле электроны в инертных газах достигают более высоких скоростей и раньше может появиться новая ионизация.

В то же время кривые ионизационного усиления (вольтамперные характеристики) в инертных газах при слабых полях обнаруживают «тонкую структуру» отступления от экспоненциального хода. Они появляются вследствие потери частью ускоряемых электронов своей энергии при возбуждении молекул газа и достижения ими энергии ионизации позднее, чем электронами, не испытавшими неупругих ударов до ионизации. Такие отклонения от экспоненциальной зависимости  $i(U)$  в виде ступенек в начальной части кривой наблюдал Крюйтхофф [28] в Ne при  $p = 8,5$  мм рт. ст. и  $E = 10$  в/мм ( $E/p_0 = 11,8$  в  $(\text{см} \cdot \text{мм рт. ст.})^{-1}$ ) на участке кривой  $U = 21 \div 100$  в. Еще сильнее выражена эта «тонкая структура» вольтамперной характеристики в смеси двух одноатомных газов, из которых метастабильный уровень одного

превышает энергию ионизации другого, например Ne ( $U_{\text{мет}} = 16,5 \text{ e}$ ) и Ar ( $U_i = 15,8 \text{ e}$ ). На рис. 2.16 приведены вольтамперные характеристики смеси Ne + Ar при различных содержаниях Ar от 0 до 10% по данным Крюйтхоффа и Пеннинга [47]. Сильнее всего выражена «тонкая структура» при добавлении к неону 0,1% аргона, когда и ионизационное усиление  $k$  оказывается наибольшим \*).

Что касается величины  $\eta = \alpha/E$ , то ее ход в зависимости от  $E/p_0$  несколько отличен от  $\alpha/p_0$ ;  $\eta$  проходит через максимум и начинает спадать уже при  $E/p_0 = 50 \div 500 \text{ e} \cdot (\text{см} \cdot \text{мм рт. ст.})^{-1}$ . На рис. 2.17 приведены данные об  $\eta$  из обзора Дрюйвестейна и Пеннинга [49].

Графики  $\alpha/p_0 = F(E/p_0)$  и  $\eta = F(E/p_0) / (E/p_0)$  позволяют определить значение постоянной Столетова  $S$ . Приводим здесь ее значения у некоторых газов, выведенные из кривых работы [28] или рекомендованные в обзоре [40].

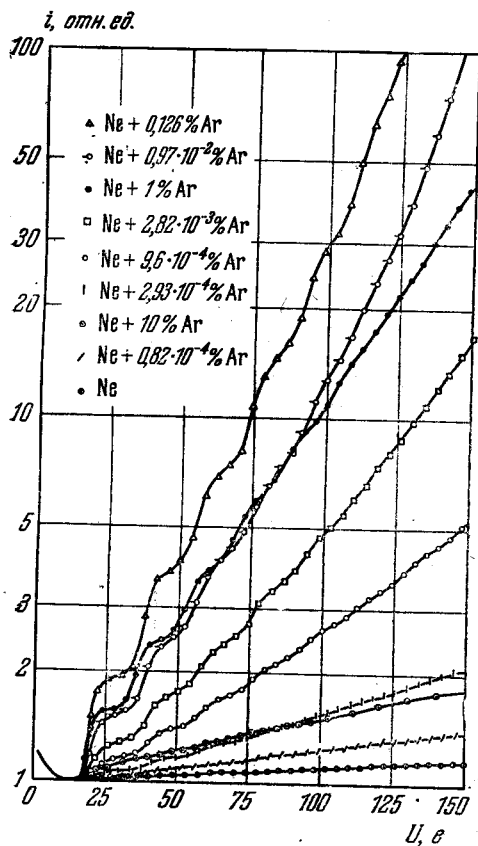


Рис. 2.16. Ионизационное усиление смеси Ne + Ar при  $E/p_0 = 3,36 \text{ e} \cdot (\text{см} \cdot \text{мм рт. ст.})^{-1}$  и разных концентрациях Ar [47].

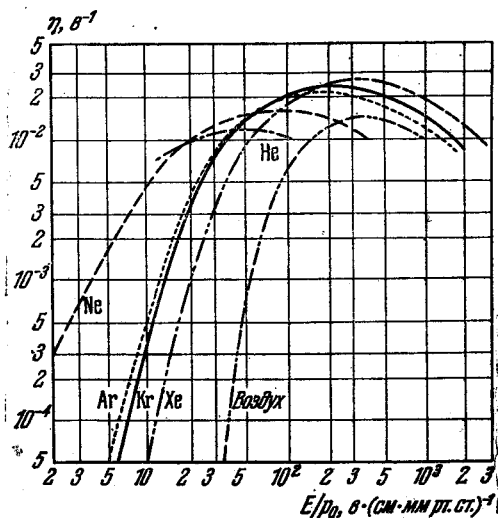


Рис. 2.17. Значения  $\eta$  в зависимости от  $E/p_0$  в инертных газах и воздухе [49].

**3. Процесс установления коэффициентов  $\alpha$  и  $\eta$ .** Выше указывалось, что данные о величинах  $\alpha(E/p_0)$  и  $\eta(E/p_0)$ , приводимые в литературе, и формулы для их вычислений относятся к их установившимся значениям  $\alpha_c$  и  $\eta_c$  в данном газе при данных  $p_0$  и  $E$ . Используя эти величины и выражения для расчета тока в газе, нередко предполагают, что заданная где-либо в газе напряженность поля  $E$  тем самым определяет и величины  $\alpha$  и  $\eta$  в этом месте. Такое предположение означает пренебрежение процессом установления этих величин. Остановимся на этом вопросе.

Из самих определений величин  $\alpha$  и  $\eta$  следует, что они связаны с направленным движением электронов в электрическом поле. В таком поле

\*) Большой обзор работ (преимущественно американских) по определению  $\alpha$  и связанных с ним явлений и обсуждение их содержит книга Леба [48].

Газ	He	Ne	Ar	Kr	Xe	Hg	Воздух	N <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>
$S = E/p_0$ , $10^2 \text{ в. (см. мм рт. ст.)}^{-1}$	0,45 [28]	1,0 [28]	2,0 [28]	2,2 [28]	3,2 [28]	2,0 [40]	3,6 [40]	3,5 [40]	5,0 [40]

движение электронов и, в частности, распределение их по скоростям  $f_e(c)$  устанавливается не сразу. Возьмем простейший случай: электроны, эмитируемые с малыми начальными скоростями плоским катодом, поступают в однородное поле ( $E = \text{const}$ ). И в этом случае  $f_e(c)$  непостоянно: оно меняется вместе с расстоянием  $x$  от катода и

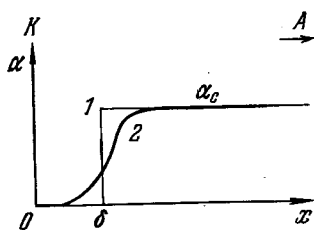


Рис. 2.18. Установление величины  $\alpha$  у катода.

1 — упрощенная кривая, 2 — истинная кривая.

только постепенно устанавливается на некотором расстоянии (длине релаксации)  $L$  (см. {1}, § 49). При этом вначале, пока нет электронов с энергией  $e_0 U_i$ ,  $\alpha = \eta = 0$ ; затем  $\alpha$  и  $\eta$  постепенно поднимаются до своих конечных значений  $\alpha_c$  и  $\eta_c$  (рис. 2.18, кривая 2). Поэтому для расчета усиления тока нужно прежде всего узнать меняющуюся с расстоянием  $x$  функцию распределения  $f_e(c, x, E)$ . Ее можно найти, используя кинетическое уравнение электронного газа с соответствующими упрощениями \*); например, в уравнении (47,8) в {1} нужно положить  $\partial/\partial t = 0$  (стационарность),  $\nabla = \partial/\partial x$  (одномерность),  $s_r = Q_r^{tr} = s_A = 0$  (отсутствие рекомбинации и захвата электронов). Далее, зная  $f_e(c, x, E)$ , можно вычислить  $\alpha$ , которая также является функцией не только  $E$ , но и  $x$ . В качестве первого приближения к этому заменяют непрерывную функцию  $\alpha(x)$  разрывной (рис. 2.18, кривая 1): на некотором протяжении считают энергии всех электронов недостаточной для ионизации и  $\alpha = \eta = 0$ ; на остальном пути (при  $x > \delta$ ) величинам  $\alpha$  и  $\eta$  приписывают их установившиеся значения  $\alpha_c$  и  $\eta_c$ . Такое приближение в плоской одномерной задаче эквивалентно уменьшению длины промежутка  $l$  на величину  $\delta$  или уменьшению напряжения  $U$  на  $U_\delta = \delta \cdot E$ .

Длина  $\delta$  должна быть связана с длиной релаксации  $L$  и с ионизационным потенциалом газа  $U_i$ . Приблизленно  $\delta$  вычисляют как расстояние, на котором электроны в данном поле  $E$  могут набирать энергию ионизации  $e_0 U_i$ :  $\delta = U_i/E$ . Такая оценка не учитывает других потерь энергии электронами (упругих, на возбуждение и т. д.) и того, что ионизуют не все электроны, а только наиболее быстрые из них.

Данные о величине  $U_\delta = \delta \cdot E$  в инертных газах приведены на рис. 2.19 [49]. Судя по этим данным, в инертных газах при  $E/p_0 \leq 100 \text{ в. (см. мм рт. ст.)}^{-1}$  поправка  $U_\delta$  действительно близка к  $U_i$ , а следовательно,  $\delta$  к  $U_i/E$ . Роль этих поправок значительна при низких давлениях газа  $p_0$ , близких к максимуму  $\alpha$ , так как при этом напряжения, поддерживающие несамостоятельные токи, невелики. При более высоких давлениях, когда  $L$  мало, а применяемые напряжения велики, этими поправками можно пренебречь.

Изложенные выше соображения об установлении распределения  $f_e$  и величин  $\alpha_c$  и  $\eta_c$  предполагают, что в любом электрическом поле  $E$  стационарное распределение скоростей электронов  $f_e$  в конце концов установится. Но так ли это в действительности? Распределение скоростей электронов определяется двумя факторами: ускоряющим электрическим полем и тормозя-

\*) Попытка такого рода сделана в работе [50].

щими столкновениями различного рода — упругими, возбуждающими, ионизирующими и т. д. Стационарное распределение может установиться, если суммарные потери энергии электронами возрастают при увеличении их скорости во всем диапазоне доступных им скоростей. Если этого нет, если после достижения некоторой скорости  $c_{кр}$  потери энергии начинают убывать, то электроны, достигнув этой скорости, будут в дальнейшем не тормозиться, а, напротив, ускоряться дальше. Вместо режима устанавливающегося движения они переходят в режим непрерывного ускорения. Часть распределения скоростей, соответствующая  $c > c_{кр}$ , должна все время смещаться в сторону больших скоростей, пока продолжается движение электронов \*).

Возможность такого непрерывного ускорения электронов в газе связана с тем, что сечения всех видов электронных столкновений (упругих, возбуждающих, ионизирующих и т. д.) при достаточно больших скоростях падают с ростом скорости ( $\{1\}$ , гл. II—IV). Так, у атомарного водорода  $H$  общее сечение  $s$  убывает начиная с 36 эв, а сечение ионизации  $s_i$  (в этом вопросе особенно важное) — начиная с 80 эв. Поэтому электроны, достигшие в  $H$  энергии  $K_e > 80$  эв, при дальнейшем ускорении будут испытывать все меньшие потери энергии и ускоряться до тех пор, пока не ударятся об анод или не вылетят из ускоряющего поля. Примерно таковы же условия и в молекулярном водороде  $H_2$ :  $s_i$  максимально при  $K_e = 75$  эв. Могут ли электроны достичь в водороде таких скоростей? Пусть в нем действует электрическое поле  $E = 1000$  в/см. Определив длину свободного пробега электрона  $\lambda_e$  в  $H_2$  по данным о сечении  $H_2$  [23], найдем следующие оценки:

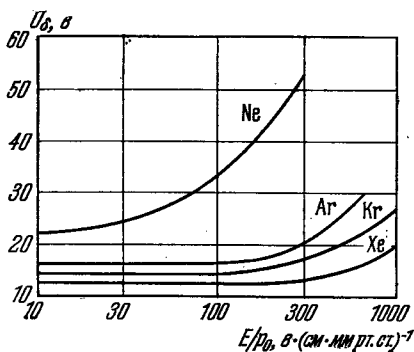


Рис. 2.19. Поправка  $U_8$  при разных  $E/p_0$  в инертных газах [49].

$p_0$ , мм рт. ст.	1000	100	10	1
$E/p_0$ , в·(см·мм рт.ст.) <sup>-1</sup>	1	10	100	1000
$\lambda_e$ , см	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-2}$
$E\lambda_e$ , в	0,02	0,2	2	30

Таким образом, при  $p_0 = 1$  мм рт. ст. электроны в среднем на длине одного свободного пробега приобретут энергию в 30 эв. При этих условиях около 5% электронов пройдут без столкновений (или со слабыми отклонениями) путь достаточный, чтобы приобрести энергию  $\geq 90$  эв и перейти в режим

\*) Возникновение такого режима можно пояснить простой механической аналогией с движением тела под действием постоянной силы  $F$  в сопротивляющейся среде. Если сопротивление среды пропорционально скорости тела в  $n$ -й степени ( $F_{сопр} = -kc^n$ ), где  $n > 0$ , то в ходе движения устанавливается скорость  $c_\infty = |F/k|^{1/n}$ . Эта скорость тем больше и устанавливается тем позже, чем меньше  $n$ . Если, начиная с некоторой  $c = c_{кр}$ ,  $F_{сопр}$  убывает (при  $c < c_{кр}$   $n_1 > 0$ , при  $c \geq c_{кр}$   $n_2 < 0$ ), то результат зависит от величины силы  $F$ . Если  $F > k_{кр}^{n_1}$ , так что тело достигает скорости  $c_{кр}$ , то дальше оно уже не затормозится, так как сила сопротивления начнет уменьшаться, а тело будет двигаться с возрастающим ускорением.

непрерывного ускорения. Такие условия можно осуществить, взяв промежуток длиной в  $1 \div 2$  мм и приложив к нему напряжение  $U = 100 \div 200$  в; пробоя при этих условиях не произойдет. Еще легче это осуществить в неоднородном поле, например между коаксиальными цилиндрами; при тонком внутреннем электроде в нем можно получить еще более сильные поля, не вызывая пробоя.

В других газах явления осложняются тем, что быстрые электроны с  $c > c_{кр}$ , при меньшей вероятности отрыва внешнего электрона, могут возбуждать и отрывать следующие глубже расположенные электроны, что увеличивает общую потерю энергии при их столкновениях с молекулами. По-видимому, переход в режим непрерывного ускорения в остальных газах требует достижения электронами высоких энергий \*).

Таким образом, возможны условия, при которых совокупность электронов в газе распадается на две части: часть электронов, скорости которых не превышают некоторого предела, приобретает установившееся распределение скоростей; другая часть электронов, напротив, образует поток, движущийся со все возрастающей скоростью. В результате общее распределение скоростей электронов  $f_e(c)$  оказывается неустановившимся: оно меняется вдоль пути электронного потока так, что часть его, соответствующая наиболее быстрым электронам, все время смещается в сторону больших скоростей. Эти быстрые («убегающие») электроны значительную часть своей энергии уже не расходуют в газе, а передают аноду или уносят из поля.

Величина  $\alpha$ , определяемая распределением  $f_e(c)$ , в этих условиях также не может быть установившейся. Она меняется вдоль направления поля; кроме того, она меньше, чем была бы, если бы распределение  $f_e$  было стационарным, т. е. если бы электроны всю энергию, приобретаемую от поля, оставляли бы в газе. Лёб и его школа [48] таким образом объясняют максимум  $\alpha$  при уменьшении  $p_0$ . С этой точки зрения все значения  $\alpha$  и  $\alpha/p_0$  при  $E/p_0 > S$  (константы Столетова) являются неравновесными, связанными с неустановившимся распределением скоростей электронов.

Действительно, в рассмотренном нами примере с водородом значение  $E/p_0$ , при котором доля «убегающих» электронов может стать значительной, превышает значение константы Столетова  $S$  в водороде. Следует помнить, что уже значения  $E/p_0 = S$  представляют собой сильные поля (порядка  $10^3$  в·(см·мм рт. ст.)<sup>-1</sup>), превышающие те, при которых газ в длинных промежутках пробивается \*\*). Поэтому, чтобы осуществить неравновесные значения  $\alpha$ , связанные с потоком непрерывно ускоряемых электронов, что требует еще больших  $E/p_0$ , нужны специальные условия: низкое давление газа  $p_0$  и короткий промежуток или сильно неоднородное поле.

Однако такое истолкование физического смысла максимума  $\alpha$  и константы Столетова  $S$  не является доказанным и единственно возможным. Более того, как уже отмечалось выше в п. 2, с ним не согласуется отсутствие максимума в зависимости  $\alpha$  от  $E$ , который должен был бы иметь место при рассматриваемом объяснении. Вопрос требует дальнейшего выяснения.

\*) Режим непрерывного ускорения электронов подробно рассматривался в полностью ионизованных газах, где основной вид столкновений электронов — это кулоновские взаимодействия заряженных частиц, сечения которых убывают с ростом скорости частиц, начиная с малых скоростей (см. [51—53]). В литературе, посвященной таким плазмам, это явление получило название «убегания» электронов.

\*\*) Характеристикой сильного поля в газе является не столько его напряженность  $E$ , сколько «приведенная напряженность»  $E/p_0$ , которой определяются скорости, приобретаемые электронами и ионами, а отсюда и возможность ударной ионизации, пробоя и т. п. Пробой газов при атмосферном давлении и  $l \approx 1$  см происходит при  $E/p_0 \approx 10^4$  в·(см·мм рт. ст.)<sup>-1</sup>.

## § 12. Усиление электронными ударами. Случай однородного поля

1. Лавинообразное нарастание ионизации. Рассмотрим усиление тока в газовом промежутке, производимое ионизацией газа ударами электронов ( $\alpha$ -процесс). Усиление значительно, если электроны, появляющиеся в этом промежутке, производят в среднем не менее одного акта ионизации:  $\alpha \cdot l \geq 1$ .

Предположим, что это условие выполнено с большим превышением. В этом случае появление в какой-либо точке  $A$  данного промежутка одного свободного электрона приведет к тому, что на расстоянии  $x$  от этой точки в направлении движения электронов окажется не один, а в среднем

$$n(x) = \exp \int_0^x \alpha d\xi \quad (12.1)$$

свободных электронов \*).

В простейшем случае, если поле однородно ( $E = \text{const}$ ) и газ однороден (температура, плотность и состав газа постоянны) во всем промежутке,  $\alpha$  обычно также принимают постоянным:  $\alpha = \text{const}$  (см. выше п. 3 § 11). Тогда среднее число свободных электронов на расстоянии  $x$  от начала

$$n(x) = \exp(\alpha x). \quad (12.2)$$

Так, например, если  $\alpha = 2 \text{ см}^{-1}$ , то ожидаемое число электронов будет:

$x, \text{ см}$	1	2	3
$n(x), \text{ см}^{-3}$	7,35	54	400

К одному первичному электрону добавляется  $\exp(\alpha x) - 1$  новых, возникших в ходе  $\alpha$ -процесса. Крутой рост их числа с расстоянием обусловлен тем, что наряду с первичным электроном ионизуют газ (с той же интенсивностью) и все вновь появляющиеся вторичные электроны. Группу свободных электронов, возникающую таким образом вследствие появления вначале одного первичного электрона, называют *электронной лавиной*. В образовании таких лавин каждым первичным электроном и состоит основной процесс усиления тока в газе. Коэффициент усиления в этом случае показывает среднее число электронов, доходящих до анода в одной лавине.

2. Экспериментальное наблюдение образования лавин. Экспериментально образование отдельных электронных лавин можно наблюдать, используя для этого конденсацию водяных паров на электронах в камере Вильсона (Петер [54]). Первичные электроны в камере можно производить ионизирующим излучением. Образующиеся ими электронные лавины становятся видимыми вследствие образования на них туманных следов при адиабатном расширении влажного газа в камере.

На рис. 2.20 приведены фотографии группы электронных лавин, полученные таким образом. На правом краю снимков, соответствующих месту впуска ионизирующего излучения в камеру, лавины возникли гуще, чем слева.

\*) Предположим, что на расстоянии  $\xi$  от  $A$  число электронов стало равным  $n$ . Тогда на интервале от  $\xi$  до  $\xi + d\xi$  их число увеличится в среднем на  $dn = \alpha n d\xi$ . Разделив это равенство на  $n$  и интегрируя, находим  $\ln(n(x)/n(0)) = \int_0^x \alpha d\xi$ ; так как, по предположению,  $n(0) = 1$ , то  $n(x) = \exp \int_0^x \alpha d\xi$ . Разумеется, это — статистические средние значения.

Это соответствует постепенному поглощению ионизирующего излучения при его распространении в газе камеры. Расширение лавин в поперечном направлении по мере их роста обусловлено диффузией вторичных электронов.

**3. Усиление тока при постоянном коэффициенте ионизации.** Рассмотрим усиление электронного тока в простейшем случае:  $\alpha = \text{const}$ . Такое допущение подразумевает наличие сразу нескольких предположений: плоскопараллельные электроды; пренебрежение краевыми эффектами; токи слабые и потому полем пространственных зарядов можно пренебречь \*); процессом

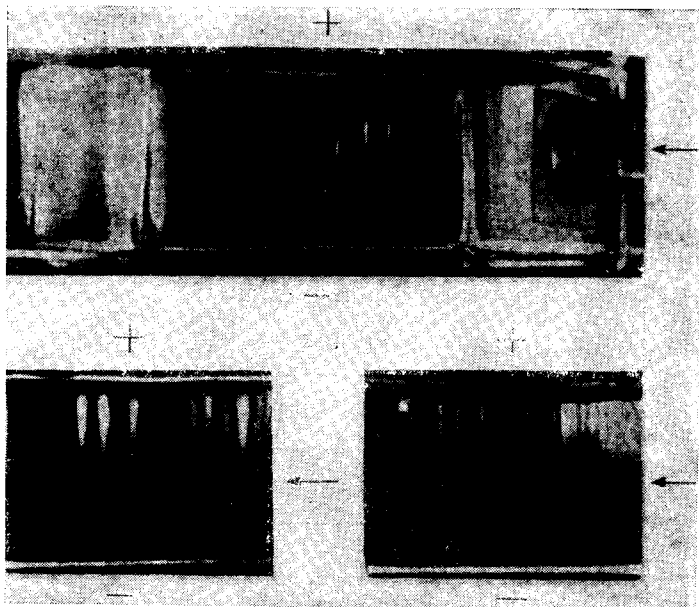


Рис. 2.20. Фотографии образования электронных лавин в камере Вильсона, вызванных первичными фотоэлектронами [54].

Впуск ионизирующего излучения справа.

установления  $\alpha$  также пренебрегаем (см. п. 3 § 11). Коэффициент усиления тока в этом случае находится элементарно.

**3.1. Первичный процесс — электронная эмиссия из катода.** Все первичные электроны появляются в этом случае на поверхности катода и проходят в газе равные пути  $l$ . Поэтому коэффициент усиления также постоянен:

$$k_1 = \exp(\alpha l) \quad (12.3)$$

или, если заменить  $\alpha$  через  $\eta E$ , то

$$k_1 = \exp(\eta U).$$

Анодный ток в этом случае

$$i = i_{\text{em}} \exp(\alpha l) = i_{\text{em}} \exp(\eta U). \quad (12.4)$$

\*) Границы допустимых токов при таком пренебрежении см. выше в § 7.

К этому уже выражению можно прийти и из общего уравнения баланса электронов (6.1), сводящегося в данном случае к

$$\frac{d(n_e u_e)}{dx} = v_i,$$

где  $v_i$  — число ионизаций, происходящих в  $1 \text{ см}^3$  в  $1 \text{ сек}$ . С другой стороны, в объеме основанием  $1 \text{ см}^2$  и высотой  $dx$ , куда ежесекундно входит  $n_e u_e$  электронов, в  $1 \text{ сек}$  образуется  $\alpha n_e u_e dx$  новых электронов. Следовательно,

$$v_i = \alpha n_e u_e = \frac{d(n_e u_e)}{dx}$$

или, заменив  $n_e u_e$  на  $j_e/e_0$ , получим  $dj_e/dx = \alpha j_e$ . Разделяя переменные, интегрируя в пределах от 0 до  $l$  и учитывая, что  $j_e(0) = j_{\text{ем}}$ , снова приходим к (12.4).

3.2. Первичный процесс — объемная ионизация газа. Предположим, что газ ионизируется внешним ионизатором равномерно; скорость ионизации  $v_i = \text{const}$ . В этом случае ток к аноду

$$i = e_0 v_{i0} S \frac{\exp(\alpha l) - 1}{\alpha} = i_{\text{нас}} \frac{\exp(\alpha l) - 1}{\alpha l} = i_{\text{нас}} \frac{\exp(\eta U) - 1}{\eta U} \quad (12.5)$$

где  $S$  — площадь электродов \*). Коэффициент усиления

$$k_2 = \frac{\exp(\alpha l) - 1}{\alpha l}. \quad (12.6)$$

Сравнение степени усиления тока эмиссии и объемной ионизации показывает, что  $k_2$  при равных  $\alpha l$  всегда меньше  $k_1$ , так как большая часть лавин проходит во втором случае меньшие пути, чем в первом. При  $\alpha l \gg 1$   $k_2 \approx \approx k_1/\alpha l$ .

Чтобы найти зависимость  $k$  от рода и состояния газа и от электрического режима, надо в (12.3) и (12.6) выразить  $\alpha$  через характеристики газа и поля. Так, если заменить  $\alpha$  его выражением (11.3) по Таунсенду:

$$\alpha = A p_0 \exp\left(-\frac{B p_0}{E}\right)$$

\*) Доказательства: в слое сечением  $S$  между  $x$  и  $x + dx$  в  $1 \text{ сек}$  возникает  $v_{i0} S dx$  электронов с общим зарядом  $e_0 v_{i0} S dx$ , которые до анода пройдут расстояние  $l - x$  и дойдут усиленными в  $\exp(\alpha(l-x))$  раз. Общий ток на анод

$$i = \int_0^l e_0 v_{i0} S \exp(\alpha(l-x)) dx = e_0 v_{i0} S \frac{\exp(\alpha l) - 1}{\alpha} = i_{\text{нас}} \frac{\exp(\alpha l) - 1}{\alpha l}.$$

То же можно получить, исходя из уравнения баланса электронов

$$\frac{d(n_e u_e)}{dx} = v_i.$$

В данном случае  $v_i = v_{i0} + \alpha n_e u_e$ . Подставляя это выражение в уравнение баланса электронов и разделяя переменные, находим

$$\frac{d(n_e u_e)}{v_{i0} + \alpha n_e u_e} = dx;$$

откуда, интегрируя в пределах от 0 до  $l$ , найдем после преобразования

$$\alpha(n_e u_e) = v_{i0}(\exp(\alpha l) - 1) \quad \text{или} \quad \frac{i}{i_{\text{нас}}} = \frac{\exp(\alpha l) - 1}{\alpha l}.$$

( $A, B$  — константы), то в случае первичного эмиссионного тока

$$k = \exp \left[ A p_0 l \exp \left( - \frac{B p_0}{U} \right) \right] = \exp \left[ A p_0 l \exp \left( - \frac{B p_0 l}{U} \right) \right]. \quad (12.7)$$

Это выражение показывает, что  $k$  при данных  $p_0$  и  $l$  круто растет с ростом  $U$ ; наоборот, при данном  $U$   $k$  падает при возрастании  $p_0$  и  $l$ . Аналогично можно преобразовать и (12.6). Величина  $k$  подчиняется правилам подобия (§ 9): в разных по размерам, но геометрически подобных промежутках при одинаковых веществах в промежутке и на электродах  $k$  одинаково, если  $U$  и произведение  $p_0 \cdot l$  одинаковы.

4. Учет непостоянства коэффициента ионизации электронов. Все эти выводы предполагают, в частности, что  $\alpha = \text{const}$  во всем промежутке. Однако допущение  $\alpha = \text{const}$  даже в однородном поле означает пренебрежение процессом установления распределения скоростей электронов. Более точное вычисление требует учета постепенного нарастания скоростей электронов,

а вместе с ними и  $\alpha(x)$ , и замены произведения  $\alpha l$  интегралом  $\int_0^l \alpha(x) dx$ .

Первым приближением к этому является замена непрерывной функции  $\alpha(x)$  ступенчатой (п. 3 § 11):  $\alpha = 0$  при  $x < \delta$ ,  $\alpha = \alpha_0$  при  $x \geq \delta$ . В таком случае

$$\int_0^l \alpha(x) dx = \alpha_0 (l - \delta),$$

или (в переменных  $\eta$  и  $U$ )

$$\int_0^l \alpha(dx) = \eta_0 (U - U_\delta).$$

В результате выражения коэффициента усиления вместо (12.3) и (12.6) принимают вид:

в случае первичного эмиссионного тока

$$k = \exp(\alpha(l - \delta)) = \exp(\eta(U - U_\delta)); \quad (12.8)$$

в случае первичной объемной ионизации

$$k = \frac{\exp(\alpha(l - \delta)) - 1}{\alpha(l - \delta)} = \frac{\exp(\eta(U - U_\delta)) - 1}{\eta(U - U_\delta)}. \quad (12.9)$$

5. Усиление электронного тока в электроотрицательных газах. В электроотрицательных газах результирующий ток к аноду складывается из тока электронов  $i_e$  и тока отрицательных ионов  $i_n$ . Рост электронного тока определяется встречными процессами освобождения электронов вследствие ионизации молекул и исчезновения свободных электронов при захвате их нейтральными молекулами. Поэтому усиление первичного тока электронов будет иным, чем в электроположительных газах [55].

5.1. Первый процесс — электронная эмиссия. Первичные электроны появляются только на катоде; плотность тока эмиссии  $j_{\text{em}}$ . В газе ионизация происходит только при ударах электронов. Баланс числа электронов в элементе объема  $1 \text{ см}^2 \cdot dx$

$$dn_e = \alpha n_e dx - a n_e dx = (\alpha - a) n_e dx,$$

где  $a$  — вероятность захвата электрона на пути в  $1 \text{ см}$ ; следовательно,

$$\frac{dn_e}{dx} = (\alpha - a) n_e \quad \text{или} \quad \frac{dj_e}{dx} = (\alpha - a) j_e.$$

Интегрируя это уравнение в предположениях  $\alpha = \text{const}$  и  $a = \text{const}$  при

краевом условии  $j_e(0) = j_{em}$ , находим

$$j_e(x) = j_{em} \exp((\alpha - a)x). \quad (12.10)$$

Баланс отрицательных ионов определяется только процессом захвата электронов; в том же элементе объема  $dn_n = an_e dx$ , откуда  $dj_n/dx = aj_n$ . Краевое условие здесь другое: ионов катод не испускает, поэтому при  $x = 0$   $j_n(0) = 0$ . Заменяя  $j_e$  через (12.10) и интегрируя, находим

$$j_n(x) = \frac{aj_{em}}{\alpha - a} [\exp((\alpha - a)x) - 1]. \quad (12.11)$$

Плотность результирующего тока отрицательных частиц \*):

$$j_-(x) = j_e(x) + j_n(x) = \frac{j_{em}}{\alpha - a} [\alpha \exp((\alpha - a)x) - a]. \quad (12.12)$$

При  $x = l$  (на аноде) это выражение даст плотность полного тока  $j$ , так как здесь  $j_p = 0$  и  $j = j_e(l) + j_n(l)$ :

$$j = \frac{j_{em}}{\alpha - a} [\alpha \exp((\alpha - a)l) - a].$$

Коэффициент усиления

$$k = \frac{\alpha \exp((\alpha - a)l) - a}{\alpha - a}. \quad (12.13)$$

Из (12.12) и (12.13) видно, что рост тока с  $a$  и  $l$  должен обнаруживать отклонения от экспоненциального хода, т. е. от прямой в логарифмическом масштабе. На рис. 2.21 показана зависимость тока в электроотрицательных

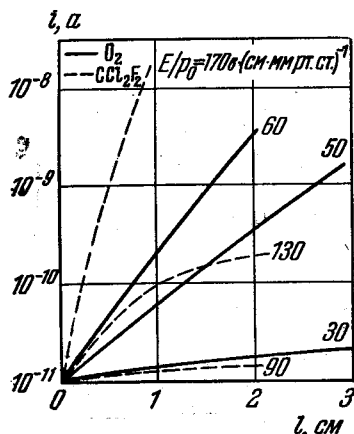


Рис. 2.21. Результирующий ток в электроотрицательных газах в зависимости от  $l$  при различных значениях  $E/p_0$  [27].

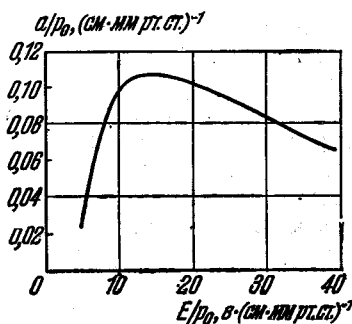


Рис. 2.22. Приведенный коэффициент захвата  $a/p_0$  как функция  $E/p_0$  в кислороде [56].

газах (кислороде и фреоне ( $\text{CCl}_2\text{F}_2$ )) от длины промежутка  $l$  при разных  $E/p_0$  в логарифмическом масштабе по данным [27]. Все кривые действительно отклоняются книзу (от касательных, проведенных к этим кривым в начальной точке). Их отклонение от экспоненты позволяет оценить вероятность захвата электронов  $a$ .

На рис. 2.22 приведена зависимость  $a/p_0$  от  $E/p_0$  в чистом кислороде по данным [56]. Некоторые данные об  $a/p_0$  в других молекулярных газах приведены в книге [10].

5.2. Первичный процесс — объемная ионизация. В газе происходят три объемных процесса: первичная ионизация, характе-

\*) Плотность тока положительных ионов  $j_p$  найдем, как всегда, из условия непрерывности тока:  $j_p = j - (j_e + j_n)$ .

ризуемая  $v_i = \text{const}$ , вторичная ионизация ударами электронов и захват электронов. Уравнение баланса электронов:  $\frac{dj_e}{dx} = e_0 v_i + (\alpha - a) j_e$ ; краевое условие на катоде: эмиссии электронов нет, т. е.  $j_e(0) = 0$ . Это дает

$$j_e(x) = \frac{e_0 v_i}{\alpha - a} (\exp((\alpha - a)x) - 1).$$

Остальные уравнения баланса и краевые условия — без изменения (как в случае эмиссионного тока). Решая задачу далее аналогично предыдущему случаю, найдем плотность полного тока в промежутке

$$j = \frac{j_{\text{нас}}}{(\alpha - a)l} \left[ \frac{\alpha \exp((\alpha - a)l) - a}{\alpha - a} - (al + 1) \right]. \quad (12.14)$$

Далее находим коэффициент усиления

$$k = \frac{1}{(\alpha - a)l} \left[ \frac{\alpha \exp((\alpha - a)l) - a}{\alpha - a} - (al + 1) \right]. \quad (12.15)$$

При  $a = 0$  оно переходит в выражение (12.6).

### § 13. Усиление электронными ударами. Случай неоднородного поля

1. Особенности усиления в неоднородном поле. Неоднородность поля, рассматриваемая в этом параграфе, может быть вызвана и конфигурацией электронов, и объемными зарядами в газе. Процесс ионизационного усиления в таком поле в нескольких отношениях может отличаться от случая однородного поля.

1) Постепенное изменение распределения скоростей электронов  $f_e(c)$  и связанное с ним установление величины  $\alpha$ , происходящее в однородном поле только в начале промежутка, здесь имеет место всюду, где напряженность  $E$  меняется. Это может привести, в частности, к эффекту полярности усиления.

2) Даже при малом отставании распределения скоростей электронов от изменения  $E$  коэффициент  $\alpha$  не постоянен, а меняется от точки к точке вместе с изменением  $E$ .

3) Если силовые линии поля не прямые, то пути движения лавин могут отклоняться от силовых линий вследствие инерции носителей. Кроме того, длины путей лавин и распределения потенциала вдоль них, а потому и коэффициенты усиления в лавинах, начинающихся в разных точках одной и той же эквипотенциальной поверхности, могут быть разными.

Остановимся сначала на вопросах 1) и 2). Как уже отмечалось в п. 3§ 12, величина  $\alpha$  устанавливается вместе с распределением скоростей электронов  $f_e$  на некотором расстоянии  $\delta$  (длине релаксации  $L$ ). В однородном поле это происходит только у катода, а затем устанавливается равновесное значение  $\alpha_c$ , определяемое напряженностью  $E$ . В неоднородном поле  $E$  меняется, в общем случае, во всем промежутке. В связи с этим распределение скоростей  $f_e$  перестраивается на всем пути потока электронов; так как на расстоянии  $L$  напряженность  $E$  также меняется, то  $f_e$  нигде не успевает установиться в соответствии с полем  $E$ . Поэтому на  $f_e$ , и все зависящие от нее величины, в том числе  $\alpha$  и  $\eta$ , влияет не только напряженность поля  $E$  в данной точке, но и ход ее на предшествовавшем участке движения электронного потока, иначе говоря, ее пространственная производная. Рассмотрим для определенности поле, усиливающееся в определенном направлении, например в направлении оси  $x$ :  $\partial E / \partial x > 0$ . Это имеет место, например, между плоским электродом в начале координат при  $x = 0$  и заостренным электродом при  $x = l$ . Если плоскость является катодом, а острое анодом (+), то элек-

троны движутся в сторону усиливающегося поля. При этом они в каждую точку, например  $M$ , попадают из участка с более слабым полем и потому сохраняют распределение, сдвинутое в сторону меньших скоростей, чем это соответствовало бы  $E$  в данной точке. Следовательно, и  $\alpha$  в каждой точке оказывается меньшим, чем  $\alpha_c$  при данном  $E$  в этой точке.

Изменим теперь полярность электродов: пусть острие служит катодом (—). Тогда электроны движутся от острия к плоскости в сторону ослабления поля; в ту же точку они попадут из области более сильного поля и потому сохраняют в  $M$  скорости большие, чем соответствующие полю  $E$  в точке  $M$ . Поэтому и  $\alpha$  будет в этом случае в  $M$  больше, чем  $\alpha_c$ . В результате усиление тока в одном и том же промежутке при том же напряжении  $U$  должно зависеть от направления, в котором приложено напряжение; именно, оно должно быть больше при острие, служащем катодом (отрицательная полярность), чем при острие-аноде (положительная полярность). Это свойство вольтамперной характеристики промежутка называют *эффектом полярности*. Он является следствием отставания электронных скоростей от изменения электрического поля.

Из этих рассуждений следует, что распределение скоростей электронов будет успевать перестраиваться в соответствии с полем ( $f_e$  будет квазистационарно) и будет слабым, если на расстоянии длины релаксации  $L$  напряженность поля мало меняется по относительной величине:

$$L \operatorname{div} E \ll E. \quad (13.1)$$

Тогда в каждой точке поля  $\alpha = \alpha_c$ . Если же условие (13.1) нарушено, то  $f_e$  не будет квазистационарно; эффект полярности должен быть заметным. Так как  $L$  растет по мере разрежения газа, то нестационарность  $f_e$  и  $\alpha$  и эффект полярности в данном промежутке должны возрастать при разрежении газа.

При соблюдении условия (13.1) коэффициент усиления в каждой лавине

$$k = \exp \int_{\xi_1}^{\xi_2} \alpha(\xi) d\xi, \quad (13.2)$$

где  $\xi$  отсчитывается вдоль пути лавины,  $\xi_1$  и  $\xi_2$  — его начальная и конечная координаты. Выражение (13.2) применимо и в случаях, где неоднородность полей вызвана конфигурацией электродов, и в случаях полей, искаженных объемными зарядами.

**2. Первичный эмиссионный ток.** Если в рассматриваемом неоднородном электрическом поле условие (13.1) выполнено, то  $\alpha$  и  $\eta$  в нем должны быть функциями точки: их значения  $\alpha(r)$ ,  $\eta(r)$  однозначно определяются величиной  $E(r)$ . В этом случае можно ионизационное усиление вычислять, исходя из формулы (12.1); интегрирование нужно вести вдоль пути движения электронных лавин. Сравнительно просты случаи плоской симметрии (поле искажено объемными зарядами), осевой симметрии (электроды — длинные коаксиальные цилиндры) и шаровой симметрии (электроды — концентрические сферы). При этих конфигурациях силовые линии прямые \*) и потому лавины движутся вдоль них; длины путей, проходимых всеми лавинами, и распределение полей вдоль них одинаковы, а отсюда и коэффициенты усиления одинаковы. Поэтому, как бы ни был распределен первичный ток по поверхности эмиттера, ток с каждого элемента эмиттера усиливается в одинаковое число раз и можно рассматривать усиление всего первичного тока в целом. В таком случае  $\alpha$ , как и  $E$ , — функция только расстояния  $r$  точки от

\*) Мы пренебрегаем краевыми эффектами и, следовательно, предполагаем линейные размеры электродов большими и поверхности их не имеющими срезов или отверстий.

элемента (плоскости, оси, центра) симметрии и не зависит от направления  $E$ . Если  $r_1$  и  $r_2$  — радиусы внутреннего и внешнего электродов, то коэффициенты усиления

$$\text{при внутреннем эмиттере } k_- = \exp \int_{r_1}^{r_2} \alpha(r) dr;$$

$$\text{при внешнем эмиттере } k_+ = \exp \int_{r_2}^{r_1} \alpha(r) (-dr) = k_-.$$

В силу принятого выше условия (13.1) эффекта полярности нет.

Чтобы раскрыть далее выражение (13.2), нужно подставить в него зависимость  $\alpha$  от  $E$ . Если она может быть передана, например, формулой Таунсенда (11.3), то

$$k = \exp \left[ A p_0 \int_{r_1}^{r_2} \exp \left( -B \frac{p_0}{E} \right) dr \right]. \quad (13.3)$$

Рассмотрим частные случаи.

2.1. Ц и л и н д р и ч е с к а я к о н ф и г у р а ц и я. Электроды — коаксиальные цилиндры радиусов  $r_1$  и  $r_2$ . Полем объемных зарядов пренебрегаем. Подставляя в  $k$  выражение  $E$  в виде  $E(r) = U / (r \ln(r_2/r_1))$  и выполнив интегрирование, найдем

$$k = \exp \left\{ \frac{AU}{B \ln(r_2/r_1)} [\exp(-B'r_1) - \exp(-B'r_2)] \right\}, \quad \text{где } B' = \frac{B p_0 \ln(r_2/r_1)}{U},$$

или

$$k = \exp \left\{ \frac{A}{B} r_1 E(r_1) [\exp(-B p_0 / E(r_1)) - \exp(-B p_0 / E(r_2))] \right\}. \quad (13.4)$$

При сужении промежутка между электродами ( $r_2 - r_1 \ll r_1$ ) выражение (13.4) переходит в

$$k = \exp [A p_0 (r_2 - r_1) \exp(-B p_0 / E(r_1))],$$

т. е. в выражение, соответствующее плоскому промежутку длины  $l = r_2 - r_1$  (ср. (12.7)). Если же, напротив,  $r_2 \gg r_1$ , то вторым членом в (13.4) можно пренебречь. В таком случае усиление определяется практически только радиусом  $r_1$  меньшего электрода, вблизи которого поле сильнее и происходит в основном вся ударная ионизация.

Экспериментальное исследование ионизационного усиления в цилиндрическом промежутке имеет общее значение в связи с вопросом об установлении  $f_e$  и  $\alpha$  в неоднородном поле.

Исследование усиления фототока в цилиндрической камере, наполненной водородом [50], при давлениях от  $10^{-2}$  до  $10$  мм рт. ст.,  $r_k = 3,1$  мм и  $11$  мм,  $r_a = 87$  мм и напряжениях до  $320$  в показало, что усиление максимально при  $p \approx 10^{-1}$  мм рт. ст. При малых  $p$  (порядка  $10^{-2}$  мм рт. ст.) и больших  $p$  (порядка  $10$  мм рт. ст.) измеренные усиления согласуются с вычисленными по формуле (13.2), причем значения  $\alpha$  брались из опытов [30]. При  $p$ , близких к оптимуму ( $10^{-1} \div 1$  мм рт. ст.) измеренные  $k = i/i_{em}$  больше вычисленных в несколько раз. Такие отклонения указывают на нарушение квазистационарности распределения скоростей  $f_e$  и возникающего отсюда увеличения  $\alpha$  сравнительно с  $\alpha_s$ ; этого и следовало ожидать при отрицательной полярности напряжения в этих опытах (см. выше п. 1)\*.

\*) Лёб в книге [48] отказывается от такого понимания неравновесности  $\alpha$  в неоднородном поле в пользу представления о понижении ионизации при больших скоростях электронов (см. выше п. 3 § 12).

Значительно лучшее согласие с опытом вплоть до  $p = 0,2 \div 0,3$  мм рт. ст. дали значения  $\alpha$ , вычисленные с учетом неустановившегося распределения скоростей электронов  $f_e$ , найденного численным решением кинетического уравнения, составленного для этой задачи. При этом расчете оказалось, в частности, что вычисленные таким путем  $\alpha$  возрастают от катода (внутреннего цилиндра) к охватывающему его аноду, в то время как  $E$  и связанное с ним стационарное значение  $\alpha_c$  в этом направлении убывают. На опыте это важное заключение проверено не было.

В работе [57] опыты в неоднородном поле проводились в  $H_2$  и воздухе и были расширены до  $p = 1000$  мм рт. ст. и  $E_k = 20$  кВ/см; усиление первичного тока поднималось вплоть до пробоя газа. Наибольшие отступления измеренной величины  $k$  от  $\exp \int \alpha_c dx$  наблюдались также при давлениях, близких к максимуму  $\alpha(x)$ . Обсуждение результатов работ [50, 57] с использованием более новых данных о величинах  $\alpha_c$ , произведенное в работе [51], снова подтвердило отклонение значений  $\alpha$ , наблюдаемых при усилении тока в неоднородном поле, от  $\alpha_c$  при  $E/p_0 > S$ . Определенные при этом значения  $\alpha$  оказываются зависящими не только от  $E$ , но и от длины промежутка  $l$ .

Если сам факт отклонения  $\alpha$  от  $\alpha_c$  в неоднородном поле установлен, то по данным обеих работ [50, 57] эти отклонения почти не зависят от направления поля; эффект полярности, который наблюдался в обеих работах, не превышал 10%. Это объяснялось тем, что при положительной полярности (внутренний анод) большая часть электронов, приближаясь снаружи к аноду малых размеров, вследствие рассеивающих столкновений с молекулами не попадает сразу на анод, а проходит более длинные пути, диффундируя в зоне анода, и производит здесь дополнительную ионизацию. Этим компенсируется меньшая величина  $\alpha$  по сравнению со случаем отрицательной полярности, где при большем  $\alpha$  электроны сразу попадают на большой анод, подходя к нему изнутри, и потому проходят меньший путь. Однако при таком толковании близкое совпадение величин  $k_+$  и  $k_-$  выглядит случайным. Выяснения этого вопроса приходится ожидать от новых исследований.

2.2. С ф е р и ч е с к а я к о н ф и г у р а ц и я. Electroды — сферы радиусом  $r_1$  и  $r_2$ . Если объемными зарядами можно пренебречь, то напряженность поля  $E(r) = CU/r^2$ , где  $C = r_1 r_2 / (r_2 - r_1)$  — емкость между электродами. Коэффициент усиления вычисляем по (13.3), куда подставляем выражение  $E(r)$ :

$$k = \exp \left\{ \pi A \sqrt{\frac{CU p_0}{B}} \left[ \Phi \left( \sqrt{\frac{B p_0}{CU}} r_2 \right) - \Phi \left( \sqrt{\frac{B p_0}{CU}} r_1 \right) \right] \right\}, \quad (13.5)$$

где  $\Phi = \frac{1}{\pi} \int \exp(-x^2) dx$  — «функция ошибок».

2.3. П р о и з в о л ь н а я к о н ф и г у р а ц и я э л е к т р о д о в. Силовые линии в общем случае — не прямые линии; пути электронных лавин могут в сильно разреженном газе заметно отличаться от силовых линий. Кроме того, длины путей, начинающихся на различных участках поверхности катода, вообще говоря, различны. От элемента поверхности катода  $dS$ , испускающего ток  $j_{em} dS$ , до анода доходит ток  $j_{emk} dS$ , где  $j_{em}$  и  $k$  зависят от рассматриваемого элемента. Общий анодный ток

$$i = \int j_{emk} dS$$

и коэффициент усиления

$$\bar{k} = \frac{\int j_{emk} dS}{\int j_{em} dS} \quad (13.6)$$

зависят не только от газа и электрического поля в нем, но и от распределения эмиссионного тока по поверхности катода. А так как последнее зависит от микроструктуры и состояния поверхности катода, то обычно это распределение неизвестно и вычисление усиления по формуле (13.6) реально неосуществимо. Практически поэтому коэффициент усиления при произвольной конфигурации электродов приходится определять экспериментально.

Значительно проще те случаи, когда электрическое поле сконцентрировано на небольшом участке поверхности катода и потому усиление тока эмиссии с этого участка резко преобладает над токами с остальных участков. В таком случае можно приблизительно оценить ток в промежутке по току с этого участка. Один из таких случаев представляет собой ток между конфокальными параболоидами, исследованный в работе [58]. Здесь поле, наиболее сильное по общей оси параболоидов, меняется вдоль этой оси по закону

$$E(x) = \frac{U}{(F_1 + x) \ln(F_1/F_2)}$$

( $x$  — расстояние от вершины внутреннего параболоида,  $F_1$  и  $F_2$  — фокусные расстояния обоих параболоидов), сходному со случаем цилиндрических электродов (п. 2.1). Если внутренний электрод достаточно «заострен» (в работе [58] его радиус закругления составлял 0,05 мм), то практически существен ток именно с острия и к нему можно применить квазистационарный расчет по формуле (13.4). Опыты в водороде подтвердили пригодность такого расчета при малых  $E/p_0$  (низкое  $U$ ,  $p_0$  близко к 1 атм); при понижении давления появлялись возрастающие отклонения от квазистационарности, как и в других случаях.

**3. Первичный ток объемной ионизации.** В этом случае наибольший практический интерес представляет ионизационное усиление тока, возникающего под действием излучения в цилиндрической камере (электроды — коаксиальные цилиндры радиусов  $r_1$  и  $r_2$ , их длина  $h \gg r_2$ ). Выделим в объеме газа слой между  $r$  и  $r + dr$ , возникающий в нем ток  $e_0 v_i(r) 2\pi h r dr$  усиливается

по пути к аноду в  $\exp \left[ - \int_{r_1}^{r_2} \alpha(\rho) d\rho \right]$  раз. Общий ток к аноду

$$i = 2\pi h e_0 \int_{r_1}^{r_2} dr v_i(r) r \exp \left[ - \int_{r_1}^{r_2} \alpha(\rho) d\rho \right]. \quad (13.7)$$

Здесь вместо  $\alpha(\rho)$  следует подставить  $\alpha(E/p_0)$ , соответствующее данному газу, а  $E$  заменить через  $U/(r \ln(r_2/r_1))$ , поскольку можно считать поле неискаженным объемными зарядами.

#### § 14. Усиление несамостоятельного тока электронными и ионными процессами

**1. Ионизация газа положительными ионами.** Наряду с ионизацией газа электронными ударами в усилении тока, протекающего в газовом промежутке, могут играть существенную роль и другие процессы объемной или поверхностной ионизации. Особенно важны здесь процессы, при которых появление новых свободных электронов вызывается частицами, возникающими при развитии электронной лавины вместе с электронами. Такие процессы образуют своего рода механизм обратной связи между появлением первичных электронов и образованием лавин. При достаточной интенсивности таких процессов усиление несамостоятельного тока может перейти в «самовозбуждение» самостоятельного тока.

Первое представление о таком механизме принадлежит Таунсенду [56], предположившему, что молекулы газа в электрическом поле могут ионизоваться, наряду с электронами, также и положительными ионами. Интенсивность ионизации ударами положительных ионов характеризовалась коэффициентом  $\beta$  (см<sup>-1</sup>) — числом новых свободных электронов, образуемых одним ионом на пути в 1 см в направлении поля.

При наличии двух таких механизмов новой ионизации ( $\alpha$ - и  $\beta$ -процессов) уравнения баланса носителей имеют вид

$$\frac{dj_e}{dx} = \alpha j_e + \beta j_p, \quad (14.1)$$

$$\frac{dj_p}{dx} = -\alpha j_e - \beta j_p. \quad (14.2)$$

Если катод эмиттирует первичный ток плотности  $j_{em}$ , то краевое условие на катоде: при  $x = 0$   $j_e(0) = j_{em}$ . На аноде эмиссии не происходит, и потому второе краевое условие: при  $x = l$   $j_p(l) = 0$ . Плотность общего тока  $j = j_e + j_p = j_e(l)$ .

Решение уравнений баланса носителей при данных краевых условиях позволяет вычислить плотности электронного и ионного токов, а также общего тока \*). Находим

$$j = j_{em} \frac{(\alpha - \beta) \exp((\alpha - \beta)l)}{\alpha - \beta \exp((\alpha - \beta)l)} \quad (14.3)$$

и коэффициент усиления тока

$$k = \frac{j}{j_{em}} = \frac{(1 - \beta/\alpha) \exp((\alpha - \beta)l)}{1 - (\beta/\alpha) \exp((\alpha - \beta)l)}. \quad (14.4)$$

Однако при тех значениях  $E/p_0$ , которые практически осуществляются, в газах, объемная ионизация положительными ионами обладает ничтожной вероятностью, вследствие чего выражение (14.4) переходит в (12.3), характеризующее усиление только электронным ударом. Поэтому трудно указать реальные условия, при которых объемная ионизация положительными ионами действительно играла бы существенную роль.

**2. Эмиссия электронов из катода под действием положительных ионов.** Значительно большую роль в усилении несамостоятельного тока, чем объемная ионизация газа положительными ионами, может играть поступление в газ электронов, освобождаемых из граничащих с газом тел, в первую очередь из катода. Среди различных процессов, приводящих к дополнительной эмиссии электронов катодом и объединяемых общим названием  $\gamma$ -процессов, наибольшее внимание уделялось освобождению электронов из металла под действием положительных ионов, достигающих металла ( $\gamma$ -процесс). Сведения об этом процессе и его характеристике — коэффициенте  $\gamma$ , равном среднему числу вылетающих электронов на один падающий ион, а также основные физические представления о существовании этого процесса изложены в {1}, § 44 \*\*). Более поздние данные см. в [48] и {10}.

Данные о  $\gamma$ , относящиеся к различным металлам и налетающим ионам, представляют, как и характеристики других элементарных процессов, в функ-

\*) Решение, весьма несложное, производится путем исключения одной из переменных (например,  $j_p$ ). Общий интеграл получающегося при этом дифференциального уравнения второго порядка содержит две произвольные постоянные, которые определяются из краевых условий.

\*\*) В {1}, § 44 выход вторичных электронов на один ион обозначен  $\gamma$ ; здесь и в дальнейшем мы обозначаем эту величину  $\gamma$ , в отличие от выхода фотоэлектронов, который при пересчете их также на один ион обозначают  $\gamma_v$ .

ции от кинетической энергии, участвующей в нем частицы (иона \*). Однако для расчета токов в газах нужно знать среднее значение  $\bar{\gamma}$  при данных условиях, которое зависит, помимо характеристик элементарного процесса, еще и от распределения скоростей ионов  $f(c)$ :

$$\bar{\gamma} = \int \gamma(c) f_p(c) dc. \quad (14.5)$$

Последнее определяется условиями в газе и, в частности, действующим в нем полем  $E$  или его приведенным значением  $E/p_0$ . Но сведений о распределении скоростей ионов в газах в зависимости от  $E/p_0$  и других условий очень мало

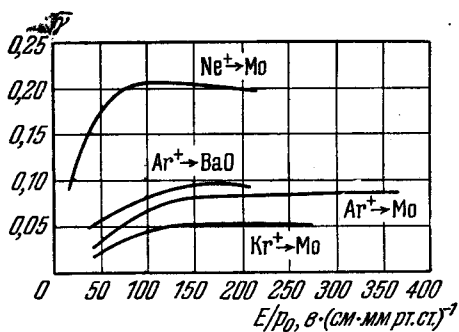


Рис. 2.23. Выход вторичных электронов  $\bar{\gamma}$  на один положительный ион на катоде из чистого Мо, а также на катоде, частично покрытом BaO.

и вычисления по формуле (14.5) в большинстве случаев не могут быть выполнены. Поэтому большое значение имеют экспериментальные данные о средних значениях  $\bar{\gamma}$  в различных газах в зависимости непосредственно от  $E/p_0$ . В отличие от значений  $\gamma$  при разных скоростях ионов, измеряемых в опытах с более или менее монокинетическими пучками \*\*),  $\bar{\gamma}$  определяется обычно по усилению несамостоятельного тока при разных  $E/p_0$  (аналогично измерению  $\alpha$ ), см. ниже п. 3, или по напряжению пробоя [64]. Однако при этом находится обычно весь выход вторичных электронов на катоде  $\gamma^{***}$ ) без подразделения на отдельные элементарные процессы

или на различные частицы, вызвавшие их освобождение (ионы, фотоны, возбужденные атомы и т. д.). Поэтому многие детали кривых  $\bar{\gamma} = F(E/p_0)$ , полученные в разных работах, например подъем кривой или сравнительно узкий максимум при низких  $E/p_0$ , обусловлены не ударами ионов, а другими явлениями, прежде всего фотоэффектом.

Данные о  $\bar{\gamma} = F(E/p_0)$  ионов разных газов, падающих на поверхность разных металлов, приведены в обзоре [49] (данные старые и не проанализированные) и в книгах [10], [48]. В качестве примера приводим на рис. 2.23  $\bar{\gamma}$  при падении ионов инертных газов на чистый молибденовый катод, а также на катод, частично покрытый BaO [37].

### 3. Усиление тока эмиссии при наличии $\alpha$ - и $\gamma$ -процессов.

3.1. Электроположительный газ. Рассмотрим промежуток между плоскопараллельными электродами. Катод эмитирует электроны, которые вызывают ионизацию газа ( $\alpha$ -процесс); возникающие в газе положительные ионы, достигая катода, освобождают здесь вторичные электроны ( $\gamma$ -процесс). Поле в промежутке считаем однородным (пренебрегаем краевыми эффектами и объемными зарядами);  $\alpha$  также считаем постоянным (процессом установления  $\alpha$  тем самым пренебрегаем). Какова сила тока в промежутке?

В газовом промежутке происходит то же самое, что и в отсутствие  $\gamma$ -процесса. Поэтому уравнения баланса в промежутке те же, что и в п. 2.1 § 12,

\*) Данные о  $\gamma$  при различных сочетаниях ионов и металлов приведены в книге [10], а также в обзоре Литтла [59].

\*\*) Многочисленные данные такого рода опубликованы в работах Хэгструма [60—63], проведенных на поверхностях металлов с регулируемой степенью чистоты вплоть до атомночистых (т. е. не содержащих даже мономолекулярных слоев адсорбированных газов).

\*\*\*) Некоторые авторы, например Генгер [41], обозначают его  $\Gamma$ . В литературе его нередко называют «вторым коэффициентом Таунсенда».

но нужны оба уравнения баланса электронов и положительных ионов:

$$dj_e/dx = \alpha j_e, \quad (14.6)$$

$$dj_p/dx = -\alpha j_e; \quad (14.7)$$

$j_e$  и  $j_p$  связаны уравнением непрерывности

$$j_e + j_p = j = \text{const.}$$

Краевое условие на аноде также не меняется:

$$j_p = 0, \quad j_e = j \quad \text{при} \quad x = l. \quad (14.8)$$

Но на катоде условие изменилось: к первичной эмиссии электронов  $j_{em}$  добавляется ток вторичной эмиссии, пропорциональный току падающих сюда ионов:

$$j_e(0) = j_{em} + \gamma j_p(0) \quad \text{при} \quad x = 0. \quad (14.9)$$

Решение уравнений (14.6) и (14.7) при краевых условиях (14.8) и (14.9) приводит к следующим выражениям:

$$i_e(x) = i_{em} \frac{\exp(\alpha x)}{1 - \gamma(\exp(\alpha l) - 1)}, \quad (14.10)$$

$$i_p(x) = i_{em} \frac{\exp(\alpha l) - \exp(\alpha x)}{1 - \gamma(\exp(\alpha l) - 1)}. \quad (14.11)$$

Как и в предшествующих случаях, электронная компонента тока усиливается при приближении к аноду, ионная компонента усиливается в обратном направлении (рис. 2.24).

Полный ток

$$i = i_{em} \frac{\exp(\alpha l)}{1 - \gamma(\exp(\alpha l) - 1)} \quad (14.12)$$

и, следовательно, коэффициент усиления тока \*)

$$k = \frac{\exp(\alpha l)}{1 - \gamma(\exp(\alpha l) - 1)}. \quad (14.13)$$

При  $\gamma = 0$  возвращаемся к  $k = \exp(\alpha l)$  (формуле (12.3)). Усиление растет не только  $\alpha$ , но и  $\gamma$ . Зависимость  $i$  (и  $k$ ) от  $\alpha l$  остается экспоненциальной, только пока  $\gamma(\exp(\alpha l) - 1) \ll 1$  или  $\alpha l \ll \ln(1 + 1/\gamma)$ . При дальнейшем увеличении  $\alpha l$  ток возрастает круче, чем по экспоненциальному закону. Отклонение кривой  $k(\alpha l)$  от экспоненты позволяет определить величину  $\gamma$ . Когда  $\alpha l$  достигнет значения, при котором

$$\gamma(\exp(\alpha l) - 1) = 1,$$

ток в промежутке должен возрасти неограниченно (см. (14.12)). Фактически величина  $i$  будет ограничиваться другими факторами, здесь неучтенными,

\*) Соотношения (14.10) — (14.13) выводятся из (14.6) — (14.9) следующим образом. Из (14.6) получаем  $j_e(x) = C \exp(\alpha x)$ , где  $C = j_e(0)$ . Далее, согласно (14.8),  $j = j_e(l) = C \exp(\alpha l)$ . В таком случае  $j_p = j - j_e = C(\exp(\alpha l) - \exp(\alpha x))$ . На катоде, где  $x = 0$ ,  $j_p(0) = C(\exp(\alpha l) - 1)$ . Подставляем это выражение  $j_p(0)$  в (14.9)  $j_e(0) = C = j_{em} + \gamma C(\exp(\alpha l) - 1)$ ; отсюда находим

$$C = j_e(0) = \frac{j_{em}}{1 - \gamma(\exp(\alpha l) - 1)}.$$

Подставляя это значение  $C$  в выражения  $j_e$ ,  $j_p$  и  $j$ , приходим к формулам (14.10) — (14.13). Существуют и другие выводы, основанные на рассмотрении последовательных циклов усиления в промежутке и на катоде.

но от величины первичного тока  $i_{em}$  она не будет зависеть. Это означает переход от несамостоятельного тока к самостоятельному, т. е. пробой газового промежутка.

Существование такого значения  $l$ , при котором при всех прочих равных условиях (данные  $E$ ,  $p_0$  и т. д.)  $i$  возрастает неограниченно, свидетельствует о наличии двух разных процессов ионизации в промежутке; при одном только  $\alpha$ -процессе  $i$  конечно при любом  $l$ .

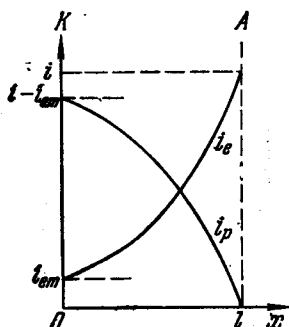


Рис. 2.24. Распределение электронного и ионного токов в промежутке при наличии эмиссии из катода и ионизационного усиления в газе.

3.2. Электроотрицательный газ. Этот случай является сочетанием случаев, рассмотренных в п. 3 § 12 и п. 3.1. Он отличается от случая электроположительного газа тем, что в газе наряду с ионизацией происходит и захват свободных электронов, характеризуемый коэффициентом  $a$  (см. п. 3 § 12). Система уравнений, описывающих процессы в газе:

уравнения баланса носителей

$$dj_e/dx = (\alpha - a)j_e,$$

$$dj_n/dx = aj_e,$$

$$dj_p/dx = -\alpha j_e;$$

уравнение непрерывности тока

$$j_e + j_p + j_n = j = \text{const.}$$

Краевые условия: на катоде происходит эмиссия электронов, как и в предыдущем случае, при  $x = 0$

$$j_e(0) = j_{em} + \gamma \cdot j_p(0);$$

эмиссии отрицательных ионов нет,  $j_n(0) = 0$ ; на аноде нет эмиссии положительных ионов, при  $x = l$

$$j_p(l) = 0.$$

В этом случае ток в промежутке \*)

$$i = i_{em} \frac{\exp((\alpha - a)l) - a/\alpha}{(1 - a/\alpha) \left\{ 1 - \frac{\gamma}{1 - a/\alpha} [\exp((\alpha - a)l) - 1] \right\}}. \quad (14.14)$$

При  $a = 0$  это выражение переходит в (14.12), при  $\gamma = 0$  — в (12.12). Зависимость тока от длины промежутка в основном сходна с представляемой формулой (14.12): при возрастании  $l$  и  $E/p_0$  ток вначале растет по кривой, близкой к экспоненте, а затем отклоняется от нее вверх. Иллюстрацией этого случая могут служить кривые усиления тока в кислороде, полученные в работе [44] и показанные на рис. 2.25.

4. Усиление тока объемной ионизации  $\alpha$ - и  $\gamma$ -процессами. Исследование относящихся сюда случаев, как мы уже видели выше, отличается от усиления тока эмиссии только определенными изменениями в уравнении баланса электронов в газе и в краевом условии на катоде.

4.1. Электроположительный газ. В газе — два процесса: первичная ионизация ( $v_i$ ) и  $\alpha$ -процесс; на катоде —  $\gamma$ -процесс.

Уравнения баланса носителей в газе, как в п. 3.2 § 12:

$$dj_e/dx = e_0 v_i + \alpha j_e, \quad dj_p/dx = -\alpha j_e.$$

\*) Доказательство сходно с выводом формулы (14.12), с заменой  $j_e$  в выражении  $j_p = j - j_e$  на сумму  $j_e + j_n$ , вычисляемую как в п. 3 § 12.

Краевые условия:

на катоде ( $x = 0$ )

$$j_e(0) = \gamma j_p(0),$$

на аноде ( $x = l$ )

$$j_p(l) = 0.$$

Находим плотность тока и коэффициент усиления\*) в промежутке:

$$j = \frac{e_0 v_i}{\alpha} \left[ \frac{\exp(\alpha l)}{1 - \gamma (\exp(\alpha l) - 1)} - 1 \right],$$

$$k = \frac{j}{j_{\text{нас}}} = \frac{1}{\alpha l} \left[ \frac{\exp(\alpha l)}{1 - \gamma (\exp(\alpha l) - 1)} - 1 \right], \quad (14.15)$$

так как  $e_0 v_i l = j_{\text{нас}}$ .

4.2. Электроотрицательный газ. В газе — три процесса: первичная ионизация ( $v_i$ ),  $\alpha$ -процесс и захват электронов ( $a$ ); на катоде —  $\gamma$ -процесс.

Уравнения баланса носителей в газе, как в п. 5.2 § 12:

$$dj_e/dx = e_0 v_i + (\alpha - a) j_e, \quad dj_n/dx = a j_e,$$

$$dj_p/dx = -\alpha j_e.$$

Краевые условия:

при  $x = 0$

$$j_e(0) = \gamma j_p(0), \quad j_n(0) = 0,$$

при  $x = l$

$$j_p(l) = 0.$$

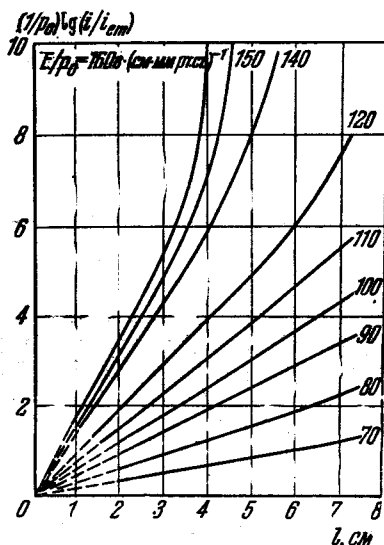


Рис. 2.25. Усиление несамостоятельного тока в зависимости от  $l$  и  $E/\rho_0$  в воздухе при наличии  $\gamma$ -процесса на катоде [44].

Действуя по аналогии с предыдущими примерами, находим выражения тока в промежутке и коэффициента усиления:

$$k = \frac{j}{j_{\text{нас}}} = \frac{1}{\alpha l} \left\{ \frac{(1 - \gamma \alpha l) \left[ \exp(\alpha l) \left( 1 + \frac{a}{\alpha} \right) - \frac{a}{\alpha} \right]}{1 - \gamma \left( 1 + \frac{a}{\alpha} \right) (\exp(\alpha l) - 1)} - (1 + \alpha l) \right\}. \quad (14.16)$$

При  $\gamma = 0$  это выражение переходит в (12.12); при  $a = 0$  — в (14.15).

### § 15. Усиление тока электронными и фотонными процессами

Наряду с освобождением электронов из катода под действием положительных ионов существуют и другие вторичные процессы, также приводящие к дополнительной электронной эмиссии. Это — в первую очередь фотоэффект, вызываемый излучением газа, в котором развиваются электронные лавины. Электроны, ускоряемые электрическим полем, не только ионизуют, но и возбуждают молекулы газа. Более того, число возбуждаемых молекул обычно

\*) Ход доказательства аналогичен примененному в п. 3.1, однако из-за различий в уравнениях баланса электронов в обоих случаях промежуточные и конечные формулы получаются также разными.

значительно превышает число ионизируемых, так как не только критические потенциалы возбуждения уровней  $U_a$  меньше потенциалов ионизации  $U_i$ , и потому многие электроны, не могущие ионизовать молекулы, могут их возбуждать, но и сечения возбуждения отдельных уровней  $s_a$  нередко бывают больше сечения ионизации  $s_i$ . Это хорошо видно из кривых рис. 2.26, показывающих, как распределяются потери энергии электронами, ускоряемыми в газе, между различными видами столкновений: упругими ( $el$ ), возбуждающими ( $a$ ), ионизирующими ( $i$ ). Эти кривые [49] имеют скорее качественное,

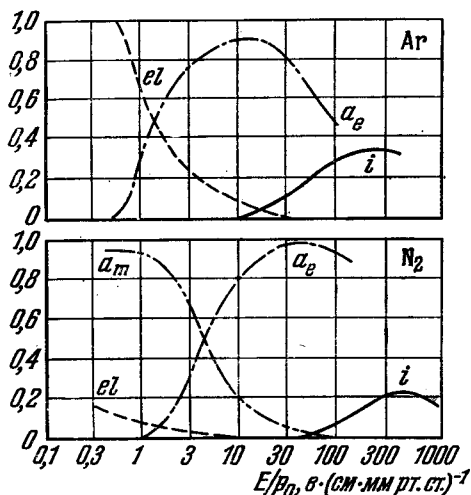


Рис. 2.26. Распределение потерь энергии электронных потоков в газах в зависимости от  $E/p_0$  в аргоне и в азоте [49].

$el$  — упругие потери;  $a_e$  — потери на возбуждение электронных уровней;  $a_m$  — потери на возбуждение молекулярных уровней;  $i$  — потери на ионизацию.

оно, чем количественное значение; они показывают, что вплоть до  $E/p_0$  порядка  $10^2$  в·(см·мм рт. ст.)<sup>-1</sup> возбуждение газа намного превосходит его ионизацию. Фотоны, испускаемые при последующем высвечивании возбужденных атомов, вылетают во всех направлениях. Часть из них обязательно попадает на катод. Порог фотоэффекта металлов редко превышает 4,5 э; энергии же фотонов, излучаемых атомами всех газов (кроме щелочных металлов) при переходе на основной уровень, редко меньше этой величины, а обычно превышают ее. Поэтому появление фотоэлектронов, эмиттируемых катодом, в таких условиях весьма вероятно. Помимо фотоэффекта на катode, фотоны, сопутствующие развитию электронной лавины в газе, могут вызывать фотоионизацию самого газа. Это возможно, если энергия хотя бы части возникающих в газе фотонов больше или равна энергии ионизации молекул. Существование такого ионизирующего

излучения при прохождении электронных лавин установлено экспериментально.

Оба процесса — фотоэффект на катode и фотоионизация газа — должны приводить к усилению электронного тока в газе.

**1. Усиление при вторичном фотоэффекте.** Рассмотрим усиление электронного тока, эмиттируемого катодом вследствие ионизации газа электронными ударами и фотоэффекта из катода, вызванного излучением газа. Расчет устанавливающегося тока в этом случае требует рассмотрения кинетики двух потоков — электронного и фотонного. Предположим для простоты, что испускается только один род фотонов, вызывающих фотоэффект \*). Обозначим через  $\Phi$  (см<sup>-1</sup>) среднее число таких фотонов, производимых одним электроном на пути в 1 см вдоль силовых линий; через  $g$  — среднюю долю этих фотонов, попадающих на катод \*),  $[g]=0$ ; через  $S$  — поток фотонов, проходящих по направлению к катоду через 1 см<sup>2</sup> за 1 сек. Учтем, что излучение

\*) На самом деле возникают, конечно, фотоны разных частот  $\nu$ . Величины  $\delta$  и  $\mu$ , появляющиеся далее в этом расчете, являются эффективными (средними взвешенными) значениями, относящимися ко всей совокупности фотонов, участвующих в процессе.

\*\*) «Геометрический фактор»  $g$  в простейшем случае отсутствует диффузии излучения определяется телесным углом, под которым виден катод из данной точки. Это — функция точки  $g(x)$ ; здесь для упрощения рассматриваем среднее значение  $g$ .

может частично поглощаться в газе; коэффициент поглощения обозначим  $\mu$ . Рассматриваем простейшую плоскую конфигурацию; катод — при  $x = 0$ , анод — при  $x = l$ . Поле считаем однородным, коэффициенты  $\alpha$  и  $\phi$  — постоянными, ток — установившимся.

Баланс электронов выражается по-прежнему:

$$dj_e/dx = \alpha j_e. \quad (15.1)$$

Составим баланс фотонов в слое толщины  $dx$ . Изменение потока  $S$  в сторону катода (т. е. в направлении  $-x$ ) при перемещении на  $dx$  в этом направлении (т. е. величина  $-dS$ ) складывается из числа фотонов, возникших в этом слое и испущенных в направлении к катоду, и из ослабления потока вследствие поглощения. В рассматриваемый слой площадью  $1 \text{ см}^2$  ежесекундно вступает  $j_e/e_0$  электронов, которые образуют в нем  $j_e \phi dx/e_0$  фотонов; из них  $g j_e \phi dx/e_0$  направляются в сторону катода. Ослабление потока  $S$  вследствие поглощения в слое  $dx$  равно  $-\mu S dx$ . Поэтому  $-dS = g \phi j_e dx/e_0 - \mu S dx$  или

$$\frac{dS}{dx} = -\frac{g \phi j_e}{e_0} + \mu S. \quad (15.2)$$

Таковы два уравнения для переменных  $j_e$  и  $S$ .

Краевое условие на катоде должно учитывать оба вида эмиссии: первичную  $j_{em}$  и вторичную фотоэмиссию. Обозначим средний выход фотоэффекта на катоде через  $\delta$  (электронов/фотон). Тогда краевое условие для  $j_e$  на катоде таково:

$$\text{при } x = 0 \quad j_e(0) = j_{em} + e_0 \delta S(0). \quad (15.3)$$

На аноде краевое условие наложено на величину  $S$ : так как от анода рассматриваемое излучение не идет (отражением его от анода пренебрегаем), то

$$\text{при } x = l \quad S = 0. \quad (15.4)$$

Решение уравнений (15.1) и (15.2) при краевых условиях (15.3) и (15.4) проводится тем же способом, какой применен в §§ 12 и 14.

Ток в промежутке

$$j = j_{em} \frac{\exp(\alpha l)}{1 - \frac{g \phi \delta}{\alpha - \mu} [\exp((\alpha - \mu) l) - 1]} \quad (15.5)$$

(вывод см. в примечании 3, стр. 494).

Ток усиливается с ростом  $\phi$ ,  $\delta$  и  $g$  и падает при усилении поглощения излучения  $\mu$ . При  $\alpha = \mu$  усиление

$$k = \frac{\exp(\alpha l)}{1 - g \phi \delta}.$$

**2. Усиление при вторичной фотоионизации газа.** Появление излучения, ионизирующего газ, при ионизации этого же газа ударами электронов было в целом ряде экспериментальных работ [1, 65—69]. Появление таких фотонов возможно в результате целого ряда процессов (см. {1}, § 32). Если фотоионизации подвергается невозбужденная молекула, то фотон должен обладать энергией, не меньшей  $U_i$ . Такие фотоны не могут появляться вследствие высвечивания возбужденных нейтральных молекул. Они могут быть результатом либо рекомбинационного излучения (маловероятного при низких степенях ионизации газа), либо излучения линий возбужденного иона. Фотоионизация невозбужденных молекул возможна также в смеси газов, если потенциал ионизации  $U_i$  одной из компонент (например, Ar) меньше

потенциала возбуждения другой (например, Ne или He). Ступенчатая фотоионизация (ионизация молекулы, предварительно возбужденной в другом акте) возможна и фотонами меньшей энергии. В этом случае возбуждение электронными ударами молекул второй компоненты может привести в дальнейшем к фотоионизации молекул первой компоненты.

Фотоионизация газа собственным излучением может также способствовать усилению тока в нем, как, например, фотоэффект на катоде. Попытку построить теорию усиления тока фотоионизацией вместе с  $\alpha$ -процессом сделал Лбб (см. [48], стр. 804). В своей весьма приближенной теории он исходит из того, что больше всего фотонов (любых, в том числе и ионизирующих), как и электронов, и ионов, возникает в конце промежутка вблизи анода, где электронные лавины достигают максимального развития; поэтому в ней учитывается ионизация газа в каждом элементе объема только фотонами, возникающими вблизи анода. В результате получается выражение коэффициента усиления тока, сходное с (15.5).

Более строгая теория должна учитывать ионизацию газа в каждом элементе объема, вызываемую фотонами, приходящими отовсюду, из всех элементов промежутка. Это приведет к интегро-дифференциальному уравнению, связывающему генерацию новых электронов и фотонов.

# ГЛАВА III

## ОБЩИЕ СВОЙСТВА ПЛАЗМЫ

### § 16. Определение. Виды плазмы

Во многих видах электрического тока в газах мы встречаем протяженные области, заполненные газом, состояние которого отличается: а) заметной степенью ионизации  $x_i$ ; б) квазинейтральностью, т. е. приблизительным ра-

венством концентраций носителей зарядов обоих знаков:  $n_e \approx \sum_{Z=1}^m n_p^{(Z)} Z$ .

За таким газом, ионизованным и квазинейтральным, в литературе закрепилось наименование «плазма» [I.30]. Выясним физический смысл условий а) и б).

Ионизованный газ может называться плазмой, если он обладает особой внутренней «структурой», которая и обуславливает специфические «плазменные» свойства газа. Эта структура проявляется в виде локальных зон с нарушенной квазинейтральностью, существование которых поддерживается тепловым движением носителей зарядов, конкурирующим со стремлением зарядов противоположного знака сблизиться. Размер таких областей, в которых заряды могут разделиться под действием теплового движения, характеризуется так называемым *радиусом экранирования*, или *дебаевским радиусом* (§ 17). В простейшем случае (однозарядные ионы,  $T_e = T_p = T$ ) радиус экранирования равен  $r_D = \left( \frac{kT}{8\pi e_0^2 n_e} \right)^{1/2}$ . Очевидно, что для сохранения ква-

зинейтральности плазмы размеры дебаевских зон  $r_D$  должны быть много меньше размеров области  $l_p$ , занимаемой плазмой, т. е. мы приходим к естественному критерию плазменного состояния:  $r_D \ll l_p$ . Таким образом, вопрос о том, обладает или не обладает ионизованный газ свойствами плазмы, зависит не только от концентрации заряженных частиц и их температуры, но и от размеров области, занимаемой плазмой. В самом деле,

$$n_{e \min} = \frac{kT}{8\pi e_0^2 l_p^2}$$

и при  $l_p \sim 10$  см,  $T \sim 10^4$  °K минимальная  $n_{e \min} \sim 10^3$  см<sup>-3</sup>, а при  $l_p \sim 1$  см и  $T \sim 10^4$  °K  $n_{e \min} \sim 10^5$  см<sup>-3</sup>.

Если в плазме все или почти полностью ионизованной плазмы, то свойства такой плазмы определяются целиком свойствами состав-ляющих ее ионного и электронного газов. Это бывает, например, в «высокотемпературной» плазме и практической «низкотемпературной» плазме, которая рас-считывается как «ионизованный газ». Если же плазма вела себя как «слабоионизованная», то ее свойства определяются в основном свойствами электронов, чтобы рассеяние электронов на молекулах, т. е.

$$n_p s_{ep}^* \gg n_g s_{eg}^* \quad \text{или} \quad x_i \gg \frac{s_{eg}^*}{s_{ep}^*}.$$

Здесь  $s_{ep}^*$  и  $s_{eg}^*$  — эффективные сечения

характеризующие рассеяние электронов на ионах и молекулах.

электронов соответственно с ионами и нейтральными атомами в данном процессе переноса (см. примечание 4, стр. 494). Обычно  $s_{eg}^* \sim 10^{-15} \text{ см}^2$ , а при  $T \sim 10^4 \text{ К}$  ( $\sim 1 \text{ эв}$ ) величина  $s_{ep}^* \sim 10^{-13} \text{ см}^2$ . Таким образом, по отношению к процессам, связанным с длиной свободного пролета электрона, которая определяет такие важные характеристики плазмы, как электропроводность, электронную теплопроводность и др., газ может вести себя как сильно ионизованный уже при степени ионизации  $x_i \gtrsim 10^{-2}$  (порядка 1%). В случаях, когда выполняется условие, противоположное (16.1), плазму можно считать слабо ионизованной.

Условие «квазинейтральности» означает, что потенциальная энергия заряженной частицы в электрическом поле, возникающем из-за разделения зарядов в области  $l_p$ , мала по сравнению с ее тепловой энергией:  $e_0 \phi \sim 4\pi e_0^2 \times |n_p - n_e| l_p^2 \ll kT$ . Другими словами, плазма в области  $l_p$  является «квазинейтральной», если  $|n_p - n_e| / n_e \ll (r_D / l_p)^2$ . Таким образом, чем больше размеры области  $l_p$ , тем ближе должны быть средние концентрации  $n_p$  и  $n_e$ .

Проведенное выше уточнение понятия плазмы может создать представление о ней, как охватывающей сравнительно узкий круг объектов со специально выбранными свойствами. В действительности же этот круг весьма широк. При высоких температурах всякий газ становится плазмой, поэтому большая часть небесных тел (все видимые звезды, значительная часть газовых туманностей) состоит из плазмы; можно считать плазму одним из основных состояний вещества во Вселенной. Как одна из областей самостоятельного тока в газе плазма также не является особым частным случаем. Напротив, весь межэлектродный промежуток, кроме областей, прилежащих к электродам или стенкам, где сказывается возмущающее действие последних, заполняется плазмой. Поэтому правильно рассматривать плазму как характерное состояние газовых проводников в отсутствие возмущений со стороны граничащих с ними твердых или жидких тел (электродов или стенок).

Плазма, как видно из ее определения, есть особое состояние вещества, в простейшем случае однородного, химически простого газа. Но поскольку она всегда состоит из частиц различных родов, ее можно рассматривать как смесь нескольких разных газов: газов нормальных и возбужденных нейтральных молекул и атомов, электронного, фотонного и ионного газов.

Одной из существенных характеристик смеси газов является распределение скоростей частиц этих газов. Если газовая смесь находится в состоянии теплового равновесия или близком к нему, то скорости молекул каждой из ее компонент распределены по закону Максвелла и температуры компонент равны. Плазма, удовлетворяющая условию

$$T_e = T_p = T_g = \dots = T \quad (16.2)$$

причем  $T$  повсюду одинакова:  $\text{grad } T = 0$ ), называется *изотермической* плазмой. При этом подразумевается, что все равновесные процессы в плазме, как и химические (например, процессы диссоциации и рекомбинации между атомами и молекулами, ионизации и рекомбинации атомов, ионами и электронами), равно как и общие свойства плазмы (например, средняя тепловая скорость компонент, излучение, электропроводность, теплопроводность), являются однозначными функциями температуры.

В реальных условиях такое полное равновесие не имеет места, так как наличие конечности размеров области, занятой плазмой, в результате наличия заряженных и нейтральных частиц, излучения и потоков тепла

электронов  
ионов  
и нейтральных атомов  
и молекул  
и фотонов  
и других частиц  
и энергии  
и импульса  
и других характеристик  
и свойств  
и параметров  
и т.д.

в окружающее плазму пространство возникают разности концентраций и температур между центральными областями и периферией, т. е. тепловое равновесие постоянно нарушается. Однако может случиться, что температуры компонент плазмы  $T_e$ ,  $T_p$ ,  $T_g$ , ... хотя и меняются от точки к точке, но в каждой точке между собой приблизительно равны. Если при этом выполняются следующие условия: а) столкновения между электронами и тяжелыми частицами происходят настолько часто, что электроны успевают передавать избыточную энергию, передаваемую при отдельном столкновении; б) процесс ионизации в плазме почти полностью уравнивается обратным ему процессом рекомбинации, так что лишь небольшая часть носителей зарядов теряется вследствие диффузии; в) большая часть возбужденных атомов отдает свою энергию при неупругих столкновениях II рода, а большая часть излученной энергии не выходит за пределы плазмы и поглощается в самой плазме, то речь идет о *почти изотермической* (или *квазиизотермической*) плазме. Плазма, которая не отвечает этим условиям и в которой распределения скоростей частиц отдельных ее компонент существенно не максвелловские или температуры компонент не равны между собой ( $T_e \neq T_p \neq T_g$ ), называется *неизотермической*. Возможность существования такого вида плазмы обусловлена тем, что: а) приток энергии от внешнего источника (электрического поля) к плазме происходит через некоторые из компонент смеси (в первую очередь и в основном через электроны); б) передача энергии к другим компонентам смеси (к нейтральному газу и ионам) происходит с конечной скоростью.

В зависимости от масштаба температур компонент плазмы различают еще две группы плазм: *низкотемпературные* и *высокотемпературные* плазмы. К первым относятся плазмы, в которых происходят процессы во внешних электронных оболочках атомов или молекул (возбуждение, ионизация, диссоциация и обратные им процессы), но не затрагиваются глубокие электронные оболочки и не имеют места ядерные процессы. В них средняя энергия теплового движения частиц не превышает энергии ионизации:  $kT \lesssim \lesssim e_0 U_i \sim 10 \text{ эв}$ , что соответствует  $T \lesssim 10^5 \text{ }^\circ\text{K}$ . Такие плазмы встречаются во всевозможных видах электрических токов в газе на Земле, в ее атмосфере, во внешних оболочках звезд (в частности, Солнца), а также в современной технике. В дальнейшем изложении рассматриваются только низкотемпературные плазмы. В высокотемпературных плазмах, где  $T \gtrsim 10^6 \text{ }^\circ\text{K}$  (энергия частиц  $\gtrsim 10^2 \text{ эв}$ ), возбуждаются внутренние электронные оболочки и могут происходить различные ядерные процессы. Такие плазмы в этой книге не рассматриваются. Примеры различных плазм содержатся в табл. 3.1.

Изотермические или, точнее, почти изотермические плазмы мы находим в звездных атмосферах, различных видах пламени и других телах, где ионизация газа возникает вследствие высокой температуры; далее — в положительном столбе дуги высокого давления, где также приблизительно выполняются условия термического равновесия (гл. IV и V).

Примерами неизотермической плазмы являются отрицательное свечение (гл. VII) и положительный столб дуги или тлеющего тока в разреженных газах (гл. VI) и некоторые другие случаи самостоятельных токов при низком давлении газа.

Поскольку всякая плазма есть ионизованный газ, многие свойства, например электропроводность, теплопроводность, электрическая и магнитная проницаемость, подчиняются в них одинаковым закономерностям и во многих случаях изучаются сходными методами. Эти свойства рассматриваются далее в первую очередь. Различие изотермической, квазиизотермической и неизотермической плазм обусловлено различными условиями их существования. Поэтому вопросы возникновения, поддержания и исчезно-

Типичные пара

	Газ	$p$ , атм	$i$ , а	$j$ , а/см <sup>2</sup>	$l_p$ , см	$T_g$ , $10^3$ К
<b>А. Плазма в космическом пространстве</b>						
Межзвездная среда	H	$< 10^{-17}$	—	—	$> 10^{18}$	
Солнечная корона	H	$10^{-8} + 10^{-12}$	—	—	$10^{10} + 10^{11}$	
Фотосфера Солнца	H	$10^{-4}$	—	—	$10^8$	
Ионосфера (слой F)	воздух	$10^{-8} + 10^{-10}$	—	—	$10^8 + 10^7$	
Ионосфера (слой E)	воздух	$10^{-8} + 10^{-7}$	—	—	$10^8$	
<b>Б. Плазма в газоразрядных приборах</b>						
Положительный столб дуги в выпрямителе	Hg	$5 \cdot 10^{-6}$	$10^3$	0,1	10	0,4
Положительный столб дуги в газосветной лампе	Ne	$10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	1	0,4
Положительный столб дуги в люминесцентной лампе	Hg (+ Ar)	$10^{-6}$ (+ $5 \cdot 10^{-3}$ )	0,3	0,1	1	0,3
Положительный столб тлеющего разряда	воздух	$10^{-3}$	$10^{-3}$	$10^{-3}$	1	0,3
Положительный столб электрической дуги	воздух	1	10	$10^3$	1	6
Положительный столб лампы высокого давления	Hg	1	1	1	1	6
Положительный столб лампы сверхвысокого давления	Hg	$10^2$	1	$10^3$	0,1	8

Примечание. Таблица имеет иллюстративный характер. Большинство параметров дано в деллах, значения приводятся с точностью примерно до единицы в первом знаке.

вения плазмы, баланс заряженных частиц и баланс энергии в этих случаях различны и должны в применении к различным видам плазм рассматриваться раздельно (гл. IV—VII).

### § 17. Поляризация плазмы в электрическом поле

Рассмотрим сначала поляризацию плазмы в самосогласованном поле. Каждая заряженная частица типа  $\alpha$  в плазме создает вокруг себя неравномерно заряженное облако с избытком зарядов противоположного знака. За пределами этого ионного облака, в целом нейтрального, электрическое поле близко к нулю, так как облако экранирует заряд частицы, находящейся в центре. Плазма оказывается поляризованной. Задачу о поляризации плазмы рассмотрим, следуя теории Дебая — Хюккеля, разработанной для электролитов. Будем предполагать, что распределение концентраций заряженных частиц описывается формулой Больцмана с потенциальной энергией  $Z_\alpha e_0 \phi(r)$ , где  $\phi(r)$  — потенциал электрического поля в окрестности данной частицы:

$$n_\alpha(r) = n_{\alpha 0} \exp\left(-\frac{Z_\alpha e_0 \phi(r)}{kT_\alpha}\right). \quad (17.1)$$

При  $r \rightarrow \infty$  (что соответствует  $\phi \rightarrow 0$ ) концентрация частиц  $\alpha$  в облаке переходит в среднюю, т. е.  $n_\alpha(r) = n_{\alpha 0}$  (средней плотности частиц  $\alpha$  в плаз-

Таблица 3.1

метры плазмы

$n_g, \text{см}^{-3}$	$T_e, 10^3 \text{°K}$	$n_e, \text{см}^{-3}$	$\bar{c}_e, \text{см/сек}$	$\bar{u}_e, \text{см/сек}$	$\bar{u}_e/\bar{c}_e$	$\lambda_e, \text{см}$	$v_e^*, \text{сек}^{-1}$	$\sigma, \text{ом}^{-1}\cdot\text{см}^{-1}$
$10^9 + 10^{10}$ $10^{12} + 10^{13}$	$0,1 + 10$ $10^3$ 5 $1 + 2$ 0,3	$10^{-3} + 10$ $10^4 + 10^8$ $10^{14}$ $10^5 + 10^8$ $10^8$	$7 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^7$ $7 \cdot 10^8$ $4 \cdot 10^7$ $(2 + 3) \cdot 10^7$ $10^7$	— — — — —	— — — — —	$10^{11} + 10^{13}$ $10^9 + 10^{13}$ $5 \cdot 10^{-3}$ $10^4 + 10^5$ $10^2 + 10^3$	$10^{-3} + 10^{-5}$ $10^{-4} + 1$ $10^{10}$ $10^2 + 10^3$ $10^4 + 10^5$	$10^{-2} + 10$ $10^4$ 1 $10^{-1}$ $10^{-2} + 10^{-4}$
$10^{14}$	10	$10^{11}$	$7 \cdot 10^7$	$10^7$	0,1	1	$10^8$	0,1
$3 \cdot 10^{15}$	20	$10^{11}$	$10^8$	$10^8$	$10^{-2}$	$10^{-2}$	$10^{10}$	$10^{-2}$
$3 \cdot 10^{14}$ ( $+10^{17}$ )	10	$10^{12}$	$7 \cdot 10^7$	$10^8$	$10^{-2}$	$10^{-2}$	$10^{10}$	$10^{-2}$
$3 \cdot 10^{16}$	10	$10^{16}$	$7 \cdot 10^4$	$10^8$	$10^{-2}$	$10^{-2}$	$10^{10}$	$10^{-4}$
$10^{18}$	6	$10^{14}$	$5 \cdot 10^7$	$10^8$	$10^{-2}$	$10^{-4}$	$10^{11}$	1
$10^{19}$	6	$10^{16}$	$5 \cdot 10^7$	$10^8$	$10^{-2}$	$10^{-4}$	$10^{11}$	1
$10^{20}$	8	$10^{17}$	$6 \cdot 10^7$	$10^8$	$10^{-4}$	$10^{-6}$	$10^{14}$	$10^{-1}$

с точностью до порядка. Только для некоторых величин, изменяющихся в относительно узких пре-

ме). Электрический потенциал  $\phi(r)$  удовлетворяет уравнению Пуассона и определяется плотностью зарядов в облаке:

$$\Delta\phi = -4\pi e_0 \sum Z_\alpha n_{\alpha 0} \exp\left(-\frac{Z_\alpha e_0 \phi}{kT_\alpha}\right). \quad (17.2)$$

В этом уравнении, описывающем «самосогласованное» электростатическое поле в плазме, величина  $\phi(r)$  имеет смысл среднего по времени значения потенциала, так как распределение Больцмана (17.1), определяя вероятность распределения заряженных частиц в поле с потенциалом  $\phi(r)$ , дает усредненное по времени значение концентрации в точке. Однако для простоты можно воспользоваться линейным приближением к экспоненциальным функциям в (17.2), когда среднее значение функции эквивалентно функции от среднего значения. Линейное приближение, т. е. представление концентрации  $n_\alpha(r)$  в виде

$$n_\alpha(r) \approx n_{\alpha 0} \left(1 - \frac{Z_\alpha e_0 \phi(r)}{kT_\alpha}\right), \quad (17.3)$$

допустимо при условии малости показателя экспоненты. Это эквивалентно требованию близости свойств плазмы к свойствам совершенного газа, т. е. условию малости средней энергии электростатического взаимодействия

между частицами по сравнению с их средней кинетической энергией:

$$\frac{(Z_{\alpha} e_0)^2 n_{\alpha 0}^{1/2}}{kT_{\alpha}} \ll 1. \quad (17.4)$$

Если воспользоваться разложением (17.3) и условием квазинейтральности плазмы в среднем  $\sum Z_{\alpha} n_{\alpha 0} = 0$ , то уравнение, определяющее потенциал ионного облака, принимает простой вид

$$\Delta \varphi = 4\pi e_0^2 \varphi \sum \frac{Z_{\alpha}^2 n_{\alpha 0}}{kT_{\alpha}}. \quad (17.5)$$

Ионное облако в среднем сферически симметрично. Фундаментальное центрально симметричное решение уравнения (17.5) запишется в виде

$$\varphi(r) = \text{const} \cdot \frac{1}{r} \exp\left(-\frac{r}{r_D}\right), \quad r_D = \left[4\pi e_0^2 \sum \frac{Z_{\alpha}^2 n_{\alpha 0}}{kT_{\alpha}}\right]^{-1/2}. \quad (17.6)$$

При достаточно малых  $r$  ( $r/r_D \ll 1$ ) потенциал  $\varphi \approx Z_{\alpha} e_0 / r$ . Таким образом,

$$\varphi = \frac{Z_{\alpha} e_0}{r} \exp\left(-\frac{r}{r_D}\right), \quad (17.7)$$

т. е. в квазинейтральной плазме на расстояниях от данного заряда, больших  $r_D$ , поле становится малым (экранируется противоположным зарядом электронного (ионного) облака).

Рассмотрим структуру дебаевского потенциала (17.7) вблизи центра сферы, представив его в форме

$$\varphi(r) = \frac{Z_{\alpha} e_0}{r} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(r/r_D)^k}{k!}. \quad (17.8)$$

При  $r \rightarrow 0$  все члены в (17.8), кроме первых двух, обращаются в нуль. Очевидно, что первый член ( $Z_{\alpha} e_0 / r$ ) определяет кулоновское поле центрального заряда  $Z_{\alpha} e_0$ ; второй член ( $-Z_{\alpha} e_0 / r_D$ ) имеет смысл потенциала, создаваемого всеми зарядами ионного облака в точке нахождения заряда  $Z_{\alpha} e_0$ .

Расстояние  $r_D$  (радиус Дебая — Хюккеля) по порядку величины определяет масштаб спонтанного разделения зарядов в плазме (размеры экранирующего облака) и называется радиусом экранирования или поляризационной длиной.

Для изотермической плазмы ( $T_{\alpha} \equiv T$ ), состоящей из электронов и положительных ионов с зарядами  $Z_{\alpha} e_0$ , можно написать

$$r_D = \left[ \frac{kT}{4\pi e_0^2 n_{e0} (1 + Z^*)} \right]^{1/2}, \quad Z^* = \frac{\sum Z_{\alpha}^2 n_{\alpha 0}}{n_{e0}}. \quad (17.9)$$

Величина  $Z^*$  имеет смысл эффективного заряда ионов. На рис. 3.1 приведены значения дебаевского радиуса для изотермической плазмы с однозарядными ионами.

В неизотермической плазме, состоящей из электронов и положительных ионов одного сорта (с зарядом  $Ze_0$ ),

$$r_D = \left[ \frac{kT_e kT_p}{4\pi e_0^2 (n_{e0} kT_p + n_{p0} Z^2 kT_e)} \right]^{1/2}. \quad (17.10)$$

В сильно неизотермической плазме с горячими электронами ( $T_e \gg T_p$ ) радиус экранирования определяется концентрацией и температурой более холодных ионов:

$$r_D = r_{Dp} = \left[ \frac{kT_p}{4\pi (Ze_0)^2 n_{p0}} \right]^{1/2}.$$

В общем случае длина поляризации плазмы в целом  $r_D$  складывается из поляризационных длин  $r_{D\alpha}$  компонент плазмы по закону

$$r_D = \left( \sum r_{D\alpha}^2 \right)^{-1/2}, \quad r_{D\alpha} = \left[ \frac{kT_\alpha}{4\pi (Z_\alpha e_0)^2 n_{\alpha 0}} \right]^{1/2}. \quad (17.11)$$

Очевидно, что при различных изменениях и колебаниях концентраций носителей зарядов и спонтанных отклонениях от квазинейтральности в областях протяженностью более одного дебаевского радиуса возникают значительные силы, быстро восстанавливающие электрическую нейтральность. В самом деле, потенциальная энергия заряженной частицы  $\beta$  в электростатическом поле пространственного заряда толщиной  $r$  будет

$$Z_\beta e_0 \Phi \sim -4\pi e_0^2 Z_\beta \sum Z_\alpha n_\alpha r^2 \approx 4\pi e_0^2 Z_\beta r^2 \sum n_{\alpha 0} \frac{Z_\alpha e_0 \Phi}{kT_\alpha} \quad (17.12)$$

и становится сравнимой со средней тепловой энергией  $\sim kT_\alpha$  при  $r \sim r_D$  и быстро растет с увеличением  $r$ . Поэтому если разность потенциалов не поддерживается извне (нет внешних электрических полей), заряженные частицы перераспределяются так, что плазма быстро приходит в состояние электрической нейтральности. Этот процесс, естественно, идет со скоростью хаотического движения частиц, т. е. время установления поляризационной структуры плазмы (дебаевских экранирующих сфер)  $r_{D\alpha}$  по порядку величины определяется отношением длины экранировки  $r_{D\alpha}$  к средней тепловой скорости  $\bar{c}_\alpha \sim \left( \frac{kT_\alpha}{m_\alpha} \right)^{1/2}$ . В изотер-

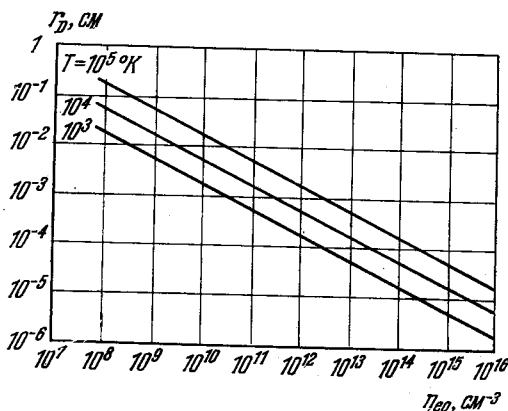


Рис. 3.1. Зависимость  $r_D$  ( $n_{e0}$ ) в изотермической плазме при различных температурах.

мической плазме для времени релаксации  $\tau_{D\alpha}$  можно написать

$$\tau_{D\alpha} \sim \frac{r_{D\alpha}}{\bar{c}_\alpha} \sim \left[ \frac{m_\alpha}{n_{\alpha 0} (Z_\alpha e_0)^2} \right]^{1/2}. \quad (17.13)$$

Величина  $\omega_{p\alpha} \sim \tau_{D\alpha}^{-1}$  — плазменная частота частиц  $\alpha$  — характеризует колебания соответствующих объемных зарядов. Наиболее высокочастотные колебания в силу своей малой массы совершают электроны:

$$\omega_{pe} = \left( \frac{4\pi e_0^2 n_{e0}}{m_e} \right)^{1/2} \approx 5,65 \cdot 10^4 \sqrt{n_{e0}}. \quad (17.14)$$

При контакте плазмы с изолированной твердой поверхностью (стенкой) электроны, обладающие большими скоростями в силу своей высокой

подвижности, в большем количестве, чем ионы, попадают на стенку, в результате чего стенка оказывается заряженной отрицательно. В газе вблизи стенки образуется нейтрализующий этот отрицательный заряд защитный слой положительного заряда, внутри которого нарушается электрическая нейтральность. Электрическое поле в этом слое направлено от газа к стенке, т. е. положительные ионы ускоряются по направлению к стенке; электроны, напротив, тормозятся. В установившемся режиме электронный ток на стенку равен ионному, несмотря на огромную разницу в подвижностях, и полный ток на стенку равен нулю:

$$\sum_{\alpha} j_{\alpha w} = 0. \quad (17.15)$$

Оценим толщину пристеночного слоя  $\delta$ . Со стороны плазмы к границе слоя подходит электронный ток с плотностью

$$j_e = e_0 n_e \int_0^{\infty} c_n f_e(c_n) dc_n \quad (17.16)$$

( $c_n$  — нормальная скорость). Электрическое поле внутри слоя большую часть электронов возвращает обратно в плазму, и до стенки доходят лишь электроны со скоростями  $c_n \geq c_{\min} = (2e_0 U_\delta / m_e)^{1/2}$ , где  $U_\delta$  — падение потенциала в слое, т. е. электронный ток на стенку оказывается равным

$$j_{ew} = e_0 n_e \int_{c_{\min}}^{\infty} c_n f_e(c_n) dc_n. \quad (17.17)$$

Ионный ток со стороны плазмы

$$j_p = e_0 n_p \int_0^{\infty} c_n f_p(c_n) dc_n \quad (17.18)$$

полностью достигает стенки, причем в силу (17.15)  $j_p \equiv j_{pw} = -j_{ew}$ .

Отношение электронного тока к ионному можно записать в виде  $|j_e/j_p| = j_e/j_{ew}$ , откуда получаем уравнение, определяющее падение потенциала в слое  $U_\delta$ :

$$\left| \frac{j_e}{j_p} \right| = \frac{\int_0^{\infty} c_n f_e(c_n) dc_n}{\int_{\left(\frac{2e_0 U_\delta}{m_e}\right)^{1/2}}^{\infty} c_n f_e(c_n) dc_n}. \quad (17.19)$$

В случае максвелловского распределения скоростей электронов после интегрирования в (17.19) получаем

$$U_\delta = \frac{kT_e}{e_0} \ln \left| \frac{j_e}{j_p} \right| \sim \frac{kT_e}{e_0} \ln \left( \frac{m_p}{m_e} \right)^{1/2}. \quad (17.20)$$

Таким образом, потенциальная энергия электронов в пределах защитного слоя изменяется на величину

$$U_\delta e_0 \sim \frac{kT_e}{2} \ln \left( \frac{m_p}{m_e} \right) \gg kT_e, \quad (17.21)$$

т. е. толщина пристеночного слоя положительного заряда несколько превышает дебаевский радиус.

Поляризационная структура плазмы может в принципе оказывать влияние на полную внутреннюю энергию, от которой зависят термодинамические характеристики плазмы. Энергия электростатического взаимодействия зарядов  $Z_\alpha e_0$  со средней концентрацией  $n_{\alpha 0}$

$$W_\phi = \frac{1}{2} \sum Z_\alpha e_0 n_{\alpha 0} \phi, \quad (17.22)$$

где  $\phi$  — потенциал поля, создаваемого всеми зарядами системы в точке расположения заряда  $\alpha$ . Согласно представлению плазменного потенциала в виде (17.8) величина  $\phi \approx -Z_\alpha e_0 / r_D$ . Учитывая выражения для поляризационной длины (17.9), для электростатической энергии изотермической плазмы можно записать

$$W_\phi = -e_0^3 \left( \frac{\pi}{kT} \right)^{1/2} \left( \sum n_{\alpha 0} Z_\alpha^2 \right)^{1/2} = - \left( \frac{\pi}{kT} \right)^{1/2} [e_0^2 n_{e0} (1 + Z^*)]^{1/2}. \quad (17.23)$$

Полная свободная энергия такой плазмы  $F = F_0 - F_\phi$ , где  $F_0$  — свободная энергия единицы объема совершенного (идеального) газа, а учитывающий отклонение от идеальности член  $F_\phi$  может быть найден из соотношения

$$F_\phi = -T \int_{T \rightarrow \infty}^T T^{-1} W_\phi(T) dT, \quad (17.24)$$

причем в силу того, что  $\lim_{T \rightarrow \infty} W_\phi(T) = 0$ , постоянная интегрирования равна нулю [1]. В результате свободная энергия плазмы (на единицу объема)

$$F = F_0 + \frac{2}{3} \left( \frac{\pi}{kT} \right)^{1/2} [e_0^2 n_{e0} (1 + Z^*)]^{1/2}. \quad (17.25)$$

Давление  $p = -\partial(FV)/\partial V$ , где  $V$  — объем, занимаемый плазмой, определится из (17.25):

$$p = kT \sum n_{\alpha 0} - \frac{2}{3} \left( \frac{\pi}{kT} \right)^{1/2} [e_0^2 n_{e0} (1 + Z^*)]^{1/2}. \quad (17.26)$$

Аналогично могут быть найдены другие термодинамические величины, характеризующие плазму: химический потенциал (единицы объема)  $\mu = F + p$ , энтропия  $S = -\partial F / \partial T$ , полная внутренняя энергия  $W = F + TS$ , тепловая функция  $H = W + p$ , теплоемкости плазмы  $c_p = (\partial W / \partial T)_p$  и  $c_v = (\partial W / \partial T)_v$ . Более подробно о термодинамических функциях плазмы см. в § 23. Здесь отметим лишь, что во всех практически встречающихся случаях поляризационная поправка к термодинамическим функциям весьма мала.

Рассмотрим теперь, что происходит при наложении на плазму постоянно-го однородного электрического поля (рис. 3.2). В отсутствие плазмы между электродами появилось бы поле напряженности  $E_0 = U_0 / l$  ( $l$  — расстояние между обкладками, краевыми эффектами пренебрегаем). Такова же напряженность поля и в плазме в момент его наложения. Но это поле немедленно вызывает в плазме направленные токи носителей зарядов — ток проводимости  $j_0$ .

Вследствие громадной разницы в подвижностях электронов и ионов вблизи катода сразу начинает возникать слой, из которого электроны ушли и где поэтому остается положительный объемный заряд. Ток проводимости в пределах этого слоя становится униполярным током ионов; в остальной плазме он остается дипольным. Напряженность поля  $E_0$  в слое  $\delta$  усили-

вается по сравнению с  $E_0$ ; в остальной плазме она, наоборот, соответственно снижается, так как часть поля, создаваемого зарядами на катоде, экранируется слоем объемного заряда. Величина  $U_0 = \int_0^l E(x) dx$  все время остается

постоянной. Поскольку напряженность поля меняется со временем, то в обеих областях к току проводимости добавляется ток смещения  $j_t = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial t}$ . По мере того как электроны отступают, толщина слоя объемного заряда  $\delta$  растет; также растет и падающее на нем напряжение  $U_\delta = \int_0^\delta E dx$ , в то

время как напряжение в плазме  $U_p = \int_\delta^l E dx$  падает. Наконец, при достижении

слоем некоторой толщины  $\delta$  величина  $U_\delta$  становится почти равной полному напряжению  $U_0$ , приложенному к электродам. Тогда напряжение в остальной части промежутка (в плазме)  $U_p = U_0 - U_\delta \approx 0$ , т. е. поле в плазме  $E_p$  практически исчезает.

Потенциал распределяется в промежутке согласно рис. 3.2, почти все падение потенциала сосредоточено в слое  $\delta$ . Через промежуток течет постоянный ток проводимости: в слое  $\delta$  — униполярный ионный ток, направляемый полем  $E_\delta$ , в плазме — дипольный ток, обусловленный слабым полем  $E_p$  и хаотическим тепловым движением частиц. На электрод А из плазмы поступает в основном электронный ток, так как средняя скорость хаотического движения электронов  $\bar{v}_e$  значительно больше, чем ионная  $\bar{v}_p$ . Через границу между плазмой и слоем проходит, наоборот, лишь ионный ток, так как электроны, проходящие эту границу, заворачиваются полем слоя обратно в плазму. Время установления стационарного состояния  $\tau \sim \delta / b_e E_0$ ; если, например  $\delta \sim 1$  см,  $u_e = b_e E_0 \sim 10^7$  см/сек, то  $\tau \sim 10^{-7}$  сек. За это время ионы успеют отойти от А на ничтожное расстояние ( $\sim 10^{-2} \div 10^{-3}$  см), и сколько-нибудь заметного падения потенциала у электрода А не возникает. Ток смещения после установления стационарного состояния исчезает (подробнее о процессе установления стационарного состояния см. [2]).

Различие векторов напряженности электрического поля  $E$  и электрической индукции  $D$  обусловлено поляризацией среды, т. е. существованием суммарного электрического момента единицы объема (вектора поляризации)  $P: D = E + 4\pi P$ . Если принять, что вектор поляризации пропорционален напряженности поля, то  $D = (1 + 4\pi\epsilon_0) E \equiv \epsilon E$ , т. е. поляризация среды связана с напряженностью электрического поля соотношением  $P = \frac{1}{4\pi} (\epsilon - 1) E$ .

Электрическая поляризация обычных (не ионизованных) газов при не слишком высоких давлениях пренебрежимо мала в силу чрезвычайной мало-

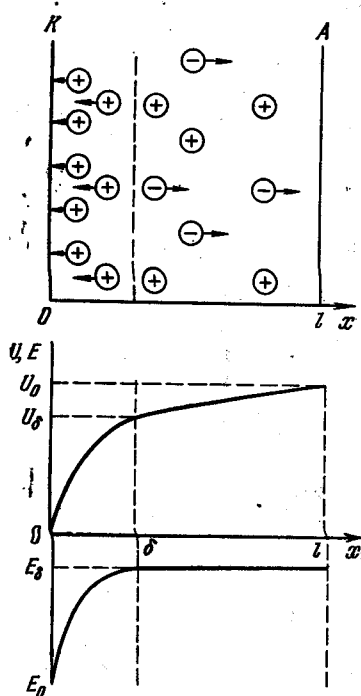


Рис. 3.2. Распределение потенциала  $U(x)$  и напряженности электрического поля  $E(x)$  в промежутке катод — анод.

Основное падение потенциала и максимальное поле в слое  $\delta$ .

Электрическая поляризация обычных (не ионизованных) газов при не слишком высоких давлениях пренебрежимо мала в силу чрезвычайной мало-

сти электрической восприимчивости молекул большинства газов ( $\beta \sim 10^{-24} \text{ см}^3$ ). В результате при  $n_g \lesssim 10^{19} \text{ см}^{-3}$  электрическая восприимчивость газа  $\kappa_g = n_g \beta \lesssim 10^{-5}$ , т. е. практически  $D = E$ .

В плазме с ее относительно свободно перемещающимися носителями зарядов дело обстоит иначе. Свободные заряды, особенно электроны, под влиянием даже сравнительно небольших полей могут сильно смещаться, в результате чего возникают значительные электрические моменты. Для качественного анализа этого явления представим плотность полного электронного тока  $j_e$  в виде суммы токов поляризации и проводимости:

$$j_e = \frac{\partial P}{\partial t} + \sigma E = \sigma E + i\omega \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} E \quad (\text{при } E = E_0 e^{i\omega t}). \quad (17.27)$$

С другой стороны,  $j_e = e_0 n_e u_e$ , т. е.

$$\varepsilon = 1 + \frac{4\pi e_0 n_e}{\omega E} \text{Im}(u_e), \quad \sigma = e n_e \text{Re}(u_e), \quad (17.28)$$

где  $\text{Im}(u_e)$  и  $\text{Re}(u_e)$  — соответственно мнимая и действительная части функции  $u_e$ . Направленная скорость электронов может быть найдена из уравнения движения, усредненного по всем электронам (это усреднение эквивалентно переходу к среднему макроскопическому электрическому полю [3, 4]):

$$m_e \frac{d}{dt} u_e = eE(t) - m_e u_e \nu_e^*. \quad (17.29)$$

Здесь  $\nu_e^*$  — эффективная частота соударений. За время порядка  $(\nu_e^*)^{-1}$  устанавливается регулярный режим (не зависящий от начальных условий). Установившаяся направленная скорость электронов имеет вид

$$u_e(t) = E(t) \left\{ \frac{e_0 \nu_e^*}{m_e (\omega^2 + \nu_e^{*2})} - i \frac{e_0 \omega}{m_e (\omega^2 + \nu_e^{*2})} \right\}, \quad (17.30)$$

откуда для электрической проницаемости и электропроводности плазмы получаем соответственно

$$\varepsilon = 1 - \frac{4\pi e_0^2 n_e}{m_e (\omega^2 + \nu_e^{*2})}, \quad (17.31)$$

$$\sigma = \frac{e_0^2 n_e \nu_e^*}{m_e (\omega^2 + \nu_e^{*2})}.$$

Таким образом, эффективная электрическая проницаемость плазмы оказывается меньше электрической проницаемости вакуума. Это связано с вызванными внешним электрическим полем колебаниями носителей зарядов (электронов): образующиеся в результате этих колебаний пространственные заряды частично экранируют внешнее поле. Инерционные механические колебания свободных зарядов в плазме приводят к эффектам, аналогичным индукционным эффектам в электрических цепях. Более строгое рассмотрение на основе кинетического уравнения приводит к следующим выражениям [5—8]:

$$\varepsilon = 1 - \frac{4\pi e_0^2 n_e}{m_e (\omega^2 + \nu_e^{*2})} K_\varepsilon, \quad \sigma = \frac{e_0^2 n_e \nu_e^*}{m_e (\omega^2 + \nu_e^{*2})} K_\sigma. \quad (17.32)$$

Таблица 3.2

К коэффициентам  $K_\varepsilon$  и  $K_\sigma$ 

$\omega/\nu_e^*$	$K_\varepsilon^g$	$K_\varepsilon^p, e$	$K_\varepsilon^p$	$K_\sigma^g$	$K_\sigma^p, e$	$K_\sigma^p$
0	1,51	4,59	19,8	1,13	1,96	3,39
$10^{-2}$	1,51	4,59	19,5	1,13	1,95	3,38
$10^{-1}$	1,48	4,34	11,1	1,12	1,86	2,12
1	1,07	1,41	1,52	0,94	0,72	0,68
10	1,0	0,99	0,98	0,99	0,92	0,78
$\infty$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

Эти выражения совпадают по виду с элементарными формулами (17.31) и отличаются от них лишь безразмерными коэффициентами  $K_e$  и  $K_a$ , которые зависят от отношения  $\omega/v_e$  и учитывают дисперсию частоты соударений электронов  $v_e^* = v_e^*(c)$  (табл. 3.2). Коэффициенты  $K_e^g$  и  $K_a^g$  соответствуют столкновениям электронов преимущественно с нейтральными атомами \*) (слабо ионизованный газ),  $K_e^p$  и  $K_a^p$  относятся к столкновениям электронов с ионами (электронно-ионный газ Лоренца, см. § 18),  $K_e^{p,e}$  и  $K_a^{p,e}$ , помимо столкновений электронов с ионами, учитывают также межэлектронное взаимодействие (реальная сильно ионизованная плазма с однозарядными ионами).

Столкновения электронов между собой, изменяя распределение электрического тока по электронам с различными скоростями (уменьшая роль быстрых электронов в переносе тока), существенно уменьшают величины  $K_e^{p,e}$  и  $K_a^{p,e}$ , которые, однако (при не слишком высоких частотах), остаются все же заметно больше единицы. Лишь при очень высоких частотах поля ( $\omega/v_e \rightarrow \infty$ ), когда направленная скорость электронов  $u_e$  практически не зависит от частоты столкновений  $v_e^*$  (электроны изменяют свою направленную скорость под действием внешнего поля, не успев испытать ни одного столкновения), коэффициенты  $K_e$  и  $K_a \rightarrow 1$  [9] \*\*).

## § 18. Электропроводность плазмы в постоянном поле

1. Электропроводность газа Лоренца. Направленное движение заряженных частиц плазмы и электрический ток вызываются электрическим полем, градиентами концентрации и энергии частиц. В однородной плазме при несамостоятельном токе (ионизация поддерживается каким-либо сторонним фактором) и слабом поле, не влияющем заметно на распределение носителей зарядов по абсолютным величинам скоростей, электрическое поле и градиенты только направляют их движение. Механизм формирования направленных потоков частиц в плазме был рассмотрен в {1}. В основе физической модели, принимаемой при определении проводимости плазмы, лежат представления кинетической теории свободного пролета, согласно которым: а) ток через плазму переносится главным образом электронами в силу их большой подвижности  $b_e$  (величина  $b_e$  на несколько порядков превышает подвижность ионов  $b_p$ ); б) времена столкновений электрона с компонентами плазмы малы по сравнению с временем его свободного пролета, т. е. преобладающую часть времени электрон движется как свободная частица; в) свободный пробег электрона определяется его столкновениями со всеми компонентами плазмы — нейтральными и заряженными частицами.

Следует отметить, что взаимные электронные столкновения не влияют непосредственно на проводимость плазмы, так как полное изменение импульса электронного газа при таком взаимодействии равно нулю. Однако столкновения электронов друг с другом влияют на их распределение по скоростям, а электроны, обладающие различными скоростями, вносят различный вклад в электрический ток. Электропроводность плазмы оказывается зависящей от распределения электрического тока по электронам различных скоростей, так как это распределение влияет на импульс, передаваемый электронами ионам и нейтральным атомам, т. е. на сопротивление электронному току.

\*) В табл. 3.2 величины  $K_e^g$  и  $K_a^g$  даны для модели «жестких сфер», что означает  $\sigma_{eg}^* = \text{const}$  (другие случаи см. в примечании 5, стр. 500)

\*\*) Свойства электрической проницаемости плазмы и эффекты, связанные с пространственной и временной дисперсиями (в неоднородных и переменных электрических полях) рассмотрены в [5—13].

В одномерном случае в установившемся режиме кинетическое уравнение для электронной компоненты плазмы, в которой действует электрическое поле  $E \parallel x$ , примет форму (§ 21)

$$\frac{e_0 E}{m_e} \frac{\partial}{\partial u} (n_e f_e) + u \frac{\partial}{\partial x} (n_e f_e) = n_g n_e c \iint (f'_e - f_e) a da d\varphi + n_p n_e c \iint (f'_e - f_e) a da d\varphi + n_e n_e \iiint (f'_e f'_e - f_e f_e) c_r b db d\omega d\varphi. \quad (18.1)$$

Решение этого уравнения — функция распределения электронов  $f_e$  — дает число электронов в единице объема пространства скоростей:

$$dN_e = n_e f_e(u, v, w; x, y, z) du dv dw. \quad (18.2)$$

Величина  $f'_e = f'_e(u', v', w'; x, y, z)$  имеет смысл функции распределения налетающих электронов после соударения. Функции распределения  $f'_e$  и  $f''_e$  аналогично относятся к ударяемым электронам. Величина  $c_r$  представляет собой относительную скорость двух соударяющихся электронов;  $a$  и  $b$  — параметры соударения;  $\varphi$  — азимут;  $d\omega$  — элемент фазового объема. Интегралы в правой части уравнения (18.1) описывают соответственно столкновения электронов с атомами ( $n_g$ ), ионами ( $n_p$ ), электронами ( $n_e$ ).

Рассматривать дополнительно кинетические уравнения для ионов и атомов не имеет смысла, так как в первом и довольно хорошем приближении ионы и атомы из-за своей большой массы могут считаться неподвижными. Это обстоятельство позволяет значительно упростить два первых интеграла столкновений. Однако это упрощение нельзя провести в третьем столкновительном члене, описывающем электрон-электронное взаимодействие. Поэтому рассмотрим сначала идеализованный газ без электрон-электронного взаимодействия (газ Лоренца), а затем перейдем к реальному газу.

Приближение газа Лоренца соответствует либо слабо ионизованному газу, в котором взаимодействием электронов между собой можно пренебречь по сравнению с взаимодействием электронов с нейтральными атомами, либо противоположному случаю полностью ионизованного газа, состоящего из электронов и положительных ионов с очень большим эффективным зарядом, в котором взаимодействия электронов между собой также несущественны.

Функцию распределения  $f_e$  удобно искать в виде ряда по зональным шаровым функциями от  $u$ , причем можно ограничиться двумя первыми членами (§ 47):

$$f_e = f_{e0}(c, x) + u f_{e1}(c, x), \quad (18.3)$$

где

$$f_{e0} = (c_m \sqrt{\pi})^{-3} \exp\left(-\frac{u^2 + v^2 + w^2}{c_m^2}\right)$$

— невозмущенная функция распределения ( $c_m = \sqrt{2kT_e/m_e}$  — наиболее вероятная скорость электронов); функция  $f_{e1}$  является поправкой, превращающей невозмущенную симметричную относительно компонент скорости функцию  $f_{e0}$  в искомое несимметричное распределение  $f_e$ . Предполагается, что возмущение  $f_{e1}$  мало по сравнению с  $f_e$  и  $f_{e0}$ . В правой части уравнения (18.1) в результате подстановки (18.3) после интегрирования по  $\varphi$  от 0 до  $2\pi$  появятся интегральные выражения вида (см. примечание 4, стр. 495)

$$s_{e\alpha}(c) = 2\pi \int_0^\pi (1 - \cos \theta) \mathcal{J}(\theta) \sin \theta d\theta, \quad (18.4)$$

( $\alpha = p, g$ ;  $\mathcal{J}(\theta)$  — интенсивность рассеяния). Величины  $s_{e\alpha}(c)$  обладают размерностью площади и имеют смысл поперечного сечения соответствующих рассеивающих центров (сечения переноса, или транспортные сечения).

Производные, входящие в левую часть кинетического уравнения, определяются невозмущенной функцией распределения  $f_{e0}$ :

$$\frac{\partial}{\partial u}(n_e f_{e0}) = -n_e \frac{2u}{c_m^2} f_{e0}, \quad \frac{\partial}{\partial x}(n_e f_{e0}) = \frac{\partial n_e}{\partial x} f_{e0} + \left( \frac{c^2}{c_m^2} - \frac{3}{2} \right) \frac{1}{T_e} \frac{\partial T_e}{\partial x} n_e f_{e0}.$$

Используя эти соотношения, нетрудно с помощью (18.1) получить возмущенную часть функции распределения для лоренцевского газа [89]

$$f_{e1}(c) = f_{e0} \left[ \frac{2e_0 E}{m_e c_m^2} - \frac{1}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial x} - \frac{1}{T_e} \frac{\partial T_e}{\partial x} \left( \frac{c^2}{c_m^2} - \frac{3}{2} \right) \right] \frac{\lambda(c)}{c}, \quad (18.5)$$

где  $\lambda(c) = [n_g s_{eg}(c) + n_p s_{ep}(c)]^{-1}$ . С помощью  $f_{e1}$  может быть определена плотность электронного тока

$$j_e = e_0 n_e u = e_0 n_e \frac{4\pi}{3} \int_0^\infty c^4 f_{e1}(c) dc.$$

Подставляя (18.5), найдем

$$j_e = \frac{e_0^2 n_e \lambda_1}{m_e c_m} E - \frac{1}{2} \frac{e_0 \lambda_1 c_m}{u} \frac{\partial n_e}{\partial x} - \frac{e_0 n_e c_m}{2 T_e} \frac{\partial T_e}{\partial x} \left( \lambda_3 - \frac{3}{2} \lambda_1 \right), \quad (18.6)$$

где

$$\lambda_k = \frac{8\pi}{3} \int_0^\infty \lambda(c) \left( \frac{c}{c_m} \right)^k c^2 f_{e0} dc \quad (k = 1, 3).$$

Первое слагаемое в (18.6) определяет движение электронов под воздействием электрического поля. Для случая однородной плазмы (когда  $\frac{\partial n_e}{\partial x} = \frac{\partial T_e}{\partial x} = 0$ ) это слагаемое дает электропроводность лоренцевского газа

$$\sigma_e = n_e e_0 b_e = \frac{e_0^2 n_e \lambda_0}{m_e c_m}, \quad \lambda_0 = \lambda_1 = \frac{8}{3 \sqrt{\pi}} \int_0^\infty \left( \frac{c}{c_m} \right)^3 \exp \left( -\frac{c^2}{c_m^2} \right) dc [n_g s_{eg}(c) + n_p s_{ep}(c)] c_m \quad (18.7)$$

(здесь  $b_e$  — подвижность электронов (см. {1})).

Второе слагаемое в (18.6) определяет диффузионный ток под действием градиента концентрации, третье — диффузионный ток, связанный с градиентом температуры. Коэффициент диффузии электронов лоренцевского газа, определяемый вторым слагаемым, равен

$$D_e = \frac{1}{3} \lambda_0 c_m \sim \frac{k T_e}{e} b_e. \quad (18.8)$$

Следует заметить, что соотношение между коэффициентом диффузии и подвижностью (18.8) справедливо при произвольном законе взаимодействия электронов с тяжелыми частицами, если симметричная часть функции распределения является максвелловской (см. {1}).

**2. Электропроводность реальной плазмы.** Электропроводность (18.7) и плотность тока (18.6) относятся к идеализированному газу Лоренца с не взаимодействующими электронами. В реальном газе взаимодействие электронов между собой также оказывает влияние на функцию поправки  $f_{e1}(c)$ , так как должны учитываться любые отклонения электрона в фазовом пространстве, в том числе вызванные соседними электронами.

Взаимодействие электронов между собой в реальном газе хотя и не изменяет полного импульса электронного газа, однако приводит к изменению распределения электронов по скоростям, что оказывает непосредственное влияние на электропроводность плазмы, так как электроны, обладающие различными скоростями, вносят различный вклад в электрический ток.

Очевидно, что наибольшей электропроводностью обладает лоренцевский газ, состоящий из положительных ионов и электронов, так как в таком газе электрический ток в основном переносится быстрыми электронами, плохо передающими импульс тяжелым частицам из-за малых сечений взаимодействия, уменьшающихся с ростом скорости (см. примечание 4).

Взаимодействие электронов между собой учитывается третьим членом правой части уравнения (18.1). Для упрощения кинетического уравнения можно воспользоваться преобразованием Ландсгофа [14, 15], при помощи которого из электронного интеграла взаимодействия можно исключить величину  $u$ , благодаря чему функцию распределения электронов  $f_e(c)$

Таблица 3.3

Детерминантные элементы  $I_{ml}$ 

	$s_{g,p}^*(3)$	$s_{g,p}^*(5)$	$s_{g,p}^*(7)$	$s_{g,p}^*(9)$	$s_{g,p}^*(11)$	$\sqrt{2}s_e^{*(1)}(5)$	$\sqrt{2}s_e^{*(1)}(7)$	$\sqrt{2}s_e^{*(1)}(9)$
$I_{00}$	1	—	—	—	—	—	—	—
$I_{10}$	5/2	—1	—	—	—	—	—	—
$I_{11}$	25/4	—5	1	—	—	1/2	—	—
$I_{20}$	35/8	—7/2	1/2	—	—	—	—	—
$I_{21}$	175/16	—105/8	19/4	—1/2	—	7/8	—1/4	—
$I_{22}$	1225/64	—245/8	133/8	—7/2	1/4	77/32	—7/8	1/8

по-прежнему можно искать в форме разложения (18.3). В результате  $n$ -е приближение для электропроводности однородной ( $\nabla n_e = 0$ ) реальной плазмы представится в виде [16]

$$\sigma^{(n)} = \frac{e_0^2 n_e}{m_e c m} \frac{1}{n_g} \left[ I_{00} + \sum_{k=1}^n (-1)^k I_{k0} \frac{\Delta_{k0}^{(n)}}{\Delta_{00}^{(n)}} \right]^{-1}, \quad (18.9)$$

где  $\Delta_{m0}^{(n)}$  — минор элемента  $I_{m0}$  детерминанта  $\Delta^{(n)} = \{I_{ml}\}$ ;  $m, l = 0, 1, \dots, n$ ;  $I_{ml} = I_{lm}$ . В частности, первые приближения имеют соответственно вид

$$\sigma^{(0)} = \frac{e_0^2 n_e}{m_e c m} \frac{1}{n_g} I_{00}^{-1}, \quad (18.10)$$

$$\sigma^{(1)} = \frac{e_0^2 n_e}{m_e c m} \frac{1}{n_g} \left( I_{00} - I_{10} \frac{I_{10}}{I_{11}} \right)^{-1}, \quad (18.11)$$

$$\sigma^{(2)} = \frac{e_0^2 n_e}{m_e c m} \frac{1}{n_g} \left( I_{00} - I_{10} \frac{I_{10} I_{22} - I_{20} I_{21}}{I_{11} I_{22} - I_{21}^2} + I_{20} \frac{I_{10} I_{21} - I_{20} I_{11}}{I_{11} I_{22} - I_{21}^2} \right)^{-1}. \quad (18.12)$$

Для получения численных значений величины  $\sigma$  необходимо знание детерминантных элементов  $I_{kl}$ . Эти элементы определяются при помощи табл. 3.3 как суммы величин из верхней строки, взятых с коэффициентами, стоящими в соответствующей элементу  $I_{kl}$  строке \*). Для сокращения

\*) В табл. 3.3 включены элементы  $I_{ml}$ , необходимые для вычисления первых трех приближений коэффициента электропроводности  $\sigma$ . Например:

$$I_{00} = 1 s_{g,p}^*(3) = 1 \int_0^\infty \left[ s_{eg}(z) + \frac{n_p}{n_g} s_{ep}(z) \right] z^3 F(z) dz,$$

$$I_{10} = \frac{5}{2} s_{g,p}^*(3) - 1 s_{g,p}^*(5),$$

$$I_{11} = \frac{25}{4} s_{g,p}^*(3) - 5 s_{g,p}^*(5) + 1 s_{g,p}^*(7) + \frac{\sqrt{2}}{2} s_e^{*(1)}(5)$$

и т. д.

записи в табл. 3.3 используются следующие обозначения:

$$s_{g,p}^*(k) = \int_0^\infty \left[ s_{eg}(z) + \frac{n_p}{n_g} s_{ep}(z) \right] z^k F(z) dz, \quad (18.13)$$

$$s_{ee}^{(n)}(k) = \int_0^\infty \frac{n_e}{n_g} s_{ee}^{(n)}(q) q^k F(q) dq, \quad (18.14)$$

где

$$s_{ee}^{(n)}(q) = 2\pi \int_{b_1}^{b_2} (1 - \cos^{2n}\theta) b db, \quad q = \frac{c_r}{\sqrt{2}c_m},$$

$$z = \frac{c}{c_m}, \quad F(x) = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} x^2 e^{-x^2} \quad (x = z, q)$$

(см. также примечание 4).

Таким образом, нулевое приближение  $\sigma^{(0)}$ , содержащее лишь  $I_{00}$ , соответствует простейшей формуле Ланжевена

$$\sigma^{(0)} = \frac{e_0^2 n_e}{m_e c_m} (n_g s_{eg}^* + n_p s_{ep}^*)^{-1}, \quad (18.15)$$

в которой использованы усредненные по электронной функции распределения сечения  $s_{eg}^*$  и  $s_{ep}^*$ :

$$s_{eg}^* = \int_0^\infty s_{eg}(z) z^3 F(z) dz, \quad s_{ep}^* = \int_0^\infty s_{ep}(z) z^3 F(z) dz, \quad (18.16)$$

и не учитывается электрон-электронное взаимодействие.

Взяв отношение  $K_\sigma^{(n)} \equiv \sigma^{(n)}/\sigma^{(0)}$ , можно вычислить коэффициент, определяющий поправку на электрон-электронное взаимодействие и дисперсию частоты электронных столкновений. Если величины  $K_\sigma^{(n)}$  вычислены при некоторых условиях (давлениях и температурах), то путем их интерполяции можно в широких пределах находить электропроводность, используя простую формулу (18.15):

$$\sigma^{(n)} = K_\sigma^{(n)} \frac{e_0^2 n_e}{m_e c_m} (n_g s_{eg}^* + n_p s_{ep}^*)^{-1}, \quad (18.17)$$

где усредненные сечения  $s_{eg}^*$  и  $s_{ep}^*$  определяются выражениями (18.16). Коэффициент  $K_\sigma^{(n)}$ , характеризующий взаимодействие электронов друг с другом и учитывающий корреляцию углов рассеяния электронов при столкновениях электронов с атомами и ионами, имеет вид

$$K_\sigma^{(n)} = \left[ 1 + \sum_{k=1}^n (-1)^k \frac{I_{k0}}{I_{00}} \frac{\Delta_{k0}^{(n)}}{\Delta_{00}^{(n)}} \right]^{-1}. \quad (18.18)$$

О численных значениях коэффициента  $K_\sigma^{(n)}$  см. в примечании 5, стр. 500.

Приведенные в этом разделе формулы для электропроводности пригодны при любых степенях ионизации газа. В предельных случаях сильно и очень слабо ионизованных газов общие формулы существенно упрощаются.

3. Электропроводность при малых и высоких степенях ионизации. При малых степенях ионизации, когда выполняется условие

$$n_g s_{eg}^* \gg n_i s_{ep}^* + n_e s_{ee}^*, \quad (18.19)$$

электрон-ионными и электрон-электронными столкновениями можно пренебречь по сравнению со столкновениями электронов с нейтральными атомами. При этом для электропроводности газа, согласно (18.17), можно записать:

$$\sigma^g = K_\sigma^g \frac{e_0^2 n_e}{m_e c_m} (n_g s_{eg}^*)^{-1} \approx K_\sigma^g \frac{4,6 \cdot 10^3}{s_{eg}^* \sqrt{T_e}} x_e \quad \left( x_e \approx \frac{n_e}{n_g} \ll 1 \right) \quad (18.20)$$

( $\sigma$  — в  $\text{сек}^{-1}$ ,  $s^*$  — в  $\text{см}^2$ ,  $T_e$  — в  $^\circ\text{K}$ .)

Таким образом, в слабо ионизованной плазме электропроводность прямо пропорциональна степени ионизации газа, т. е. пропорциональна концентрации электронов и обратно пропорциональна концентрации нейтральных атомов. Проводимость газа существенно зависит также от усредненного по функции распределения сечения атомов  $s_{eg}^*$  и величины коэффициента  $K_\sigma^g$ . Для численных оценок  $K_\sigma^g$  и  $s_{eg}^*$  необходимо знание вида зависимости сечения переноса  $s_{eg}$  от относительной скорости сталкивающихся частиц (см. примечания 4 и 5).

В случае высоких степеней ионизации, когда

$$n_g s_{eg}^* \ll n_p s_{ep}^* + n_e s_{ee}^*, \quad (18.21)$$

столкновениями электронов с нейтральными атомами можно пренебречь, и электропроводность определяется электрон-ионными и электрон-электронными столкновениями, т. е. газ ведет себя как полностью ионизованный. В силу большого радиуса действия кулоновских сил усредненные сечения электрон-ионных столкновений  $s_{ep}^*$  могут значительно (на два-четыре порядка) превышать сечения столкновений электронов с нейтральными атомами  $s_{eg}^*$ , и условие (18.21) начинает выполняться задолго до того, как степень ионизации действительно приблизится к единице. Из формулы (18.17) получаем для электропроводности полностью ионизованного газа

$$\sigma^{p,e} = K_\sigma^{p,e} \frac{e_0^2 n_e}{m_e c_m} (n_p s_{ep}^*)^{-1}, \quad (18.22)$$

где коэффициент  $K_\sigma^{p,e}$  учитывает электрон-электронное взаимодействие (см. табл. 3.2 и [4—9]).

Воспользовавшись для электрон-ионного сечения переноса  $s_{ep}$  (с) выражением (12) примечания 4, пренебрегая в логарифмическом члене отличием хаотической скорости электронов  $c$  от наиболее вероятной  $c_m$ , получим для усредненного электрон-ионного сечения

$$s_{ep}^* = \frac{8}{3 \sqrt{\pi}} \int_0^\infty s_{ep}(z) z^5 e^{-z^2} dz \approx \frac{4 \sqrt{\pi}}{3} \left( \frac{\bar{Z} e_0^2}{k T_e} \right)^2 \Lambda_1 \approx \\ \approx 6,6 \cdot 10^{-8} \left( \frac{\bar{Z}}{T_e} \right)^2 \Lambda_1 (\text{см}^2) \quad (T_e \text{ в } ^\circ\text{K}). \quad (18.23)$$

Электропроводность сильно ионизованной плазмы (18.22) принимает вид

$$\sigma^{p,e} \approx \frac{3 K_\sigma^{p,e} (k T_e)^{1/2} n_e}{4 \sqrt{2\pi} \sqrt{m_e} \Lambda_1 n_p (\bar{Z} e_0)^2} \approx 7 \cdot 10^7 \frac{K_\sigma^{p,e} T_e^{1/2}}{\bar{Z} \Lambda_1} (\text{сек}^{-1}). \quad (18.24)$$

Здесь использованы обозначения:

$$\Lambda_1 = \frac{1}{2} \ln \left[ 1 + \left( \frac{a_1}{a_0} \right)^2 \right] \approx \ln \frac{a_1}{a_0}, \quad a_0 = \frac{\bar{Z} e_0^2}{2kT_e}, \quad a_1 = \max(r_D, \bar{r}_p), \quad (18.25)$$

$$\bar{r}_p = \left( \frac{4}{3} \pi \right)^{-1/3} n_p^{-1/3}, \quad r_D = \left[ \frac{kT_e kT_p}{4\pi n_e e_0^2 (\bar{Z} kT_e + kT_p)} \right]^{1/2}, \quad \bar{Z} = \frac{n_e}{n_p} = \frac{n_e}{\sum_Z n_p^{(Z)}}.$$

Значения  $\Lambda_1 \approx \ln(a_1/a_0)$  приведены в табл. П.1 примечания 4 для важнейшего случая  $\bar{Z} = 1$  \*). Коэффициент  $K_{\sigma}^{p,e}$  можно определить из соотношения (18.18), используя те же упрощения, что при выводе формулы (18.23) (см. примечание 5). При этом оказывается, что коэффициент  $K_{\sigma}^{p,e}$  можно представить в виде

$$K_{\sigma}^{p,e} = K_{\sigma}^p K_{\sigma}^e, \quad (18.26)$$

где  $K_{\sigma}^p = 3,39$  (см. табл. 3.2 и [4, 5]), а учитывающий электрон-электронное взаимодействие коэффициент поправки  $K_{\sigma}^e$  представляет собой медленно изменяющуюся функцию среднего заряда ионов

Таблица 3.4  
Коэффициенты  $K_{\sigma}^e$  и  $K_{\sigma}^{p,e}$

$\bar{Z}$	1	2	4	16	$\infty$
$K_{\sigma}^e$	0,58	0,68	0,78	0,92	1
$K_{\sigma}^{p,e}$	1,96	2,31	2,64	3,12	3,39

$$\bar{Z} = \frac{1}{\sum_Z n_p^{(Z)}} \sum_Z n_p^{(Z)} Z, \quad \text{асимптотически}$$

стремящуюся к единице при  $Z \rightarrow \infty$  [17] (табл. 3.4).

Таким образом, только в случае газа, состоящего из электронов и положительных ионов с очень большим средним (эффективным) зарядом, электрон-электрон-

ные столкновения становятся несущественными по сравнению с электрон-ионными столкновениями, т. е. полностью реализуется модель лоренцевского газа, когда  $K_{\sigma}^e = 1$  и  $K_{\sigma}^{p,e} = K_{\sigma}^p = 3,39$ .

Согласно формуле (18.24) электропроводность сильно ионизованного газа в силу квазинейтральности плазмы ( $n_e \approx \bar{Z} n_p$ ) почти не зависит от концентрации электронов  $n_e$  (от  $n_e$  через максимальный параметр  $a_1$  слабо зависит лишь кулоновский логарифм  $\Lambda_1$ , см. табл. П.1 примечания 4) и сильно растет с температурой электронов ( $\sim T_e^{3/2}$ ). При одинаковых  $T_e$  электропроводность различных сильно ионизованных газов практически одинакова и от рода газа и давления зависит лишь постольку, поскольку от них зависит электронная температура. Для иллюстрации в табл. 3.5 приведены примеры

\*) Величина  $\bar{Z}$  имеет смысл среднего заряда ионов:

$$n_e = \sum_Z n_p^{(Z)} Z = \bar{Z} n_p, \quad n_p = \sum_Z n_p^{(Z)}.$$

Если известно точное распределение ионов с различными зарядами (см. § 24), то в (18.22) вместо  $n_p s_{ep}^*(\bar{Z})$  можно использовать  $\sum_Z n_p^{(Z)} s_{ep}^*(Z)$ . Тогда в (18.24) вместо

$\Lambda_1(\bar{Z}) n_p \bar{Z}^2$  будет  $\sum_Z \Lambda_1(Z) n_p^{(Z)} Z^2$ ; в выражении для  $r_D$  вместо  $\bar{Z}$  появится эффективный за-

ряд ионов  $Z^* = \frac{\sum_Z n_p^{(Z)} Z^2}{\sum_Z n_p^{(Z)} Z}$  (см. § 17).

Таблица 3.5  
Электропроводность сильно ионизованного  
газа  $\sigma$  ( $\text{ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ )

$n_e, \text{см}^{-3}$	$T_e, ^\circ\text{K}$				
	$1,16 \cdot 10^4$ (1 ат)	$1,16 \cdot 10^5$ (10 ат)	$1,16 \cdot 10^6$ ( $10^2$ ат)	$3 \cdot 10^2$ Cu	$3 \cdot 10^3$ C
$10^{12}$	$1,9 \cdot 10^1$	$4,6 \cdot 10^2$	$3,1 \cdot 10^3$	$5,8 \cdot 10^1$	$1,2 \cdot 10^2$
$10^{15}$	$2,3 \cdot 10^1$	$6 \cdot 10^2$	$3,7 \cdot 10^3$		

электропроводности сильно ионизованного газа, вычисленные по формуле (18.24), и для сравнения электропроводности меди и графита.

Проводимости порядка  $10^1 \text{ ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$  экспериментально достигаются, например, в ртутных дугах низкого давления при больших силах тока.

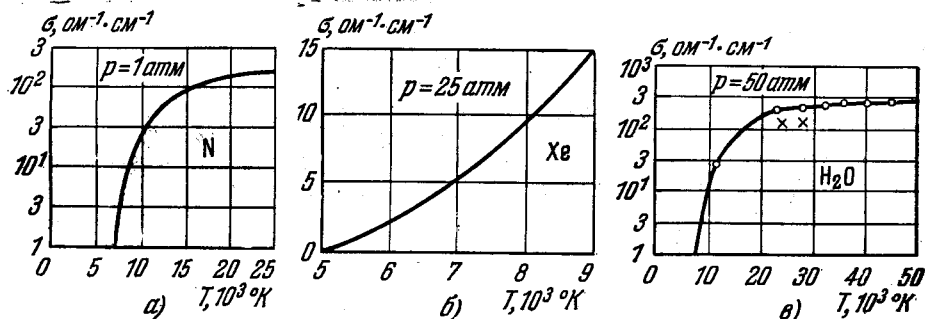


Рис. 3.3. Электропроводность плазмы азота (а), ксенона (б) и водяных паров (в).

Сплошная кривая — теоретическая; кружки [32] и крестики [51] — измерения в электрической дуге.

При высоких давлениях и больших токах могут быть достигнуты еще более высокие значения проводимости. В качестве примера на рис. 3.3 приведены зависимости электропроводности плазмы от температуры для азота (а), ксенона (б) и водяных паров (в). Интересно отметить, что при изменении температуры от  $2 \cdot 10^4$  до  $4 \cdot 10^4$  °K электропроводность (на рис. 3.3, в, например) возрастает немного более чем в два раза, тогда как в интервале  $T_e = (1 \div 2) \cdot 10^4$  °K электропроводность увеличилась более чем на порядок. Такое замедление роста электропроводности при высоких температурах объясняется замедлением роста концентрации электронов в условиях, близких к полной однократной ионизации газа, в то время как вторая ионизация еще несущественна.

## § 19. Теплопроводность плазмы

1. Виды теплопроводности плазмы. При наличии в среде градиентов температуры в ней происходит перенос всех видов внутренней энергии, связанных с температурой вещества, от мест с более высокой температурой к местам с более низкой температурой. Плотность потока энергии в изотропном веществе пропорциональна и антипараллельна градиенту температуры:

$$I_T = -\chi \text{ grad } T. \quad (19.1)$$

Коэффициент пропорциональности  $\chi$  — коэффициент теплопроводности среды — зависит от состояния среды, в частности от ее температуры.

Из самого определения процесса теплопроводности следует, что он может происходить только при неравновесном состоянии вещества. В частности, распределение скоростей частиц может не подчиняться закону Максвелла. Строгая теория переноса внутренней энергии (теплопроводности), как и других явлений переноса, требует учета имеющихся при этом отступлений от максвелловского распределения (см. ниже п. 2 § 19).

Упрощенная теория теплопроводности исходит из предположения, что разности температур в веществе невелики по сравнению с абсолютной величиной температуры и что вблизи каждой точки состояние вещества можно считать равновесным, соответствующим местной температуре  $T(r)$ . Последнее допущение означает, в частности, что распределение скоростей в каждой точке является максвелловским, соответствующим местной температуре.

В этих предположениях элементарная кинетическая теория газов приводит к выражениям, связывающим коэффициент теплопроводности газа  $\chi$  с другими его характеристиками:

$$\chi = \eta c_v = D \rho c_v = D \frac{\partial W_1}{\partial T}, \quad (19.2)$$

и, следовательно,

$$I_T = -D \frac{\partial W_1}{\partial T} \text{ grad } T. \quad (19.3)$$

Здесь  $D$  — коэффициент диффузии (самодиффузии) газа,  $c_v$  — удельная теплоемкость при постоянном объеме,  $\rho$  — плотность,  $\eta$  — динамическая вязкость,  $W_1$  — внутренняя энергия, отнесенная к единице объема газа.

При низких температурах  $W_1$  содержит энергию поступательного движения атомов и (в многоатомных газах) энергию вращательного и колебательного движения атомов в молекулах. При высоких температурах сюда добавляются значительно большие слагаемые: энергии ионизации, возбуждения и диссоциации газа. Число частиц, участвующих в переносе энергии, также возрастает вследствие ионизации и диссоциации газа. Наконец, и эффективный коэффициент диффузии меняется, так как появляются электроны, длина пробега и тепловые скорости которых значительно больше, чем у молекул газа. По всем этим причинам коэффициент теплопроводности плазмы становится значительно выше теплопроводности холодного, неионизованного газа. Теплопроводность плазмы может быть представлена в виде суммы величин трансляционной теплопроводности  $\chi_{tr}$  (молекул  $\chi_m$ , атомов  $\chi_a$ , ионов  $\chi_p$  и электронов  $\chi_e$ ), теплопроводности, обусловленной передачей энергии возбуждения  $\chi_w$ , а также диссоциативной  $\chi_d$  и ионизационной (амбиполярной)  $\chi_{am}$  теплопроводностей, связанных с диффузией энергий диссоциации и ионизации.

В системе тяжелых частиц внутреннюю энергию единицы объема для компоненты  $\alpha$ , согласно элементарной кинетической теории, можно записать в виде

$$W_{1\alpha} = n_\alpha \frac{1}{2} k T_\alpha f_\alpha^*. \quad (19.4)$$

Здесь  $f_\alpha^* = f_{tr\alpha} + f_{in\alpha}$  — эффективное число степеней свободы частицы  $\alpha$  ( $f_{tr} = 3$  — число поступательных степеней свободы, величина  $f_{in}$  соответствует внутренним степеням свободы).

Согласно формулам (19.2) и (19.4) для трансляционной теплопроводности компоненты  $\alpha$  получаем ( $\alpha = m, a, p, e$ ):

$$\chi_\alpha = \frac{1}{2} D_\alpha n_\alpha k f_\alpha^* \approx \frac{k}{6} n_\alpha \lambda_{\alpha} \bar{c}_\alpha f_\alpha^*. \quad (19.5)$$

Здесь  $\bar{c}_\alpha = (8kT_\alpha/\pi m_\alpha)^{1/2}$  — средняя арифметическая скорость частицы  $\alpha$ ,  $\lambda_\alpha$  — длина свободного пробега.

Динамическая вязкость газа  $\eta = \nu \rho$  ( $\nu$  — кинематическая вязкость) определяется той же длиной свободного пробега, что и коэффициент диффузии, поэтому теплопроводность компоненты  $\alpha$  можно выразить следующим образом:

$$\chi_{\alpha} = \frac{1}{2} \frac{\eta_{\alpha}}{m_{\alpha}} k f_{\alpha}^*. \quad (19.6)$$

Трансляционная теплопроводность системы, состоящей из компонент  $\alpha$ , выражается в виде суммы теплопроводностей отдельных компонент:

$$\chi_{tr} = \sum_{\alpha} \chi_{\alpha}. \quad (19.7)$$

Для вычисления части теплопроводности  $\chi_w$ , зависящей от передачи энергии возбуждения, нужно положить  $W_{1w} = n_m \sum_k W_k A_k$ , где  $W_k$  — возможные значения энергии молекул,  $A_k$  — их вероятности. Отсюда

$$\chi_w = D_m n_m \sum_k W_k \frac{dA_k}{dT}. \quad (19.8)$$

По этой формуле можно оценить роль каждого возбужденного состояния в переносе тепла; такая оценка, произведенная в отношении ртутной плазмы при  $T \lesssim 10^4$  °К, показывает, что путем передачи энергии возбуждения переносится на три порядка меньше энергии, чем в виде кинетической энергии [19].

Ионизационная теплопроводность (теплопроводность за счет амбиполярной диффузии) связана с тем, что совместная диффузия ионов и электронов в направлении уменьшения температуры приводит к выделению энергии при рекомбинации в областях с более низкой температурой. Внутреннюю энергию единицы объема, связанную с ионизацией, можно представить в виде

$$W_{1am} = e_0 U_i n_p, \quad (19.9)$$

где  $U_i$  — ионизационный потенциал,  $n_p$  — концентрация ионов. Тогда, согласно формуле (19.2), по аналогии с трансляционной теплопроводностью  $\chi_{tr}$  амбиполярная (ионизационная) теплопроводность запишется в форме

$$\chi_{am} \approx 2D_p e_0 U_i \frac{\partial n_p}{\partial T}, \quad (19.10)$$

так как для коэффициента амбиполярной диффузии приближенно можно принять (при  $T_e \approx T_p$ ), используя соотношение  $D_{\alpha}/b_{\alpha} = kT_{\alpha}/e_0$ :

$$D_{am} = \frac{b_p D_e + b_e D_p}{b_e + b_p} \approx D_p + b_p \frac{D_e}{b_e} = 2D_p. \quad (19.11)$$

Здесь  $D_p$  и  $D_e$  — коэффициенты диффузии ионов и электронов;  $b_p$ ,  $b_e$  — их подвижности.

При высоких давлениях, когда коэффициент диффузии ионов мал, ионизационная теплопроводность невелика. Например, при  $p \sim 1$  атм и  $T \lesssim 10^4$  °К амбиполярная (ионизационная) теплопроводность  $\chi_{am}$  мала по сравнению с атомной трансляционной теплопроводностью  $\chi_{\alpha}$ . При низких давлениях ионизационная теплопроводность может оказаться значительной. В виде примера приводим на рис. 3.4 данные об ионизационной теплопроводности паров Hg при разных давлениях. Для сравнения на этом же рисунке приведена «классическая» (атомная трансляционная) теплопроводность в тех

же условиях. Общая теплопроводность плазмы может превышать трансляционную («классическую») во много раз.

## 2. Электронная теплопроводность.

2.1. Теплопроводность лоренцевского газа. Если теплопроводностью ионов  $\chi_p$  часто можно пренебречь по сравнению с другими видами трансляционной теплопроводности, то электронная теплопроводность  $\chi_e$  в силу большой подвижности электронов всегда существенна, а при высоких температурах становится определяющей (рис. 3.5).

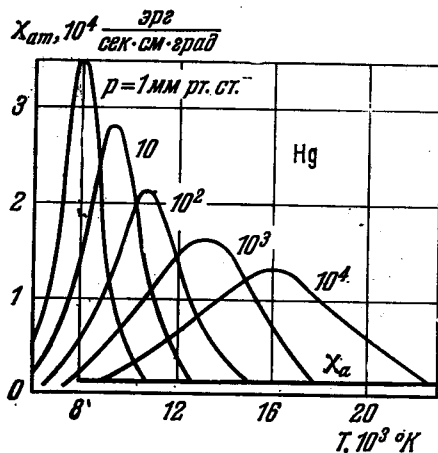


Рис. 3.4. Ионизационная теплопроводность паров ртути при разных давлениях.

Аналогично электропроводности, электронную теплопроводность плазмы можно представить в замкнутом виде в случае лоренцевского газа, т. е. газа с не взаимодействующими друг с другом электронами (см. § 18). В случае низких степеней ионизации ( $n_{p\text{сер}} \ll n_{g\text{сег}}$ ) трансляционная теплопроводность электронов с учетом термодиффузии, согласно элементарной кинетической теории, запишется в форме

$$\chi_e = \frac{1}{2} D_e n_e k (f_{tr} + \alpha_T) \quad (f_{tr} = 3). \quad (19.12)$$

Термодиффузионный коэффициент  $\alpha_T = \frac{T}{D} \frac{\partial D}{\partial T}$ , определяющий термодиффузию и диффузионную теплопроводность, для частиц, сила взаимодействия которых  $F \sim r^{-n}$ , имеет вид [20]

$$\alpha_T = (5 - n)/2 (n - 1). \quad (19.13)$$

В случае взаимодействия жестких упругих шаров  $n \rightarrow \infty$ , и  $\alpha_T = -1/2$ ; для кулоновского взаимодействия  $n = 2$ , т. е.  $\alpha_T = 3/2$ .

Поскольку речь идет о слабо ионизованном газе, преобладают столкновения электронов с нейтральными атомами. В первом (довольно грубом) приближении можно принять  $n \rightarrow \infty$ , т. е.  $\alpha_T \approx -1/2$ , чему соответствует электронная теплопроводность

$$\chi_e \approx \frac{5}{4} D_e n_e k \approx \frac{5}{12} \lambda_e \bar{c}_e n_e k. \quad (19.14)$$

При высоких степенях ионизации, когда элементарная теория неприменима, электронную теплопроводность можно определить методом, аналогичным использованному в § 18 при определении электропроводности.

Рассмотрим цилиндрически симметричную плазму, вдоль оси которой протекает электрический ток и в которой имеет место перенос тепла в радиальном направлении. Аналогично предыдущему функцию распределения электронов представим в виде  $f_e(c) \approx f_{e0}(c) + u f_{e1}(c)$ , где невозмущенная

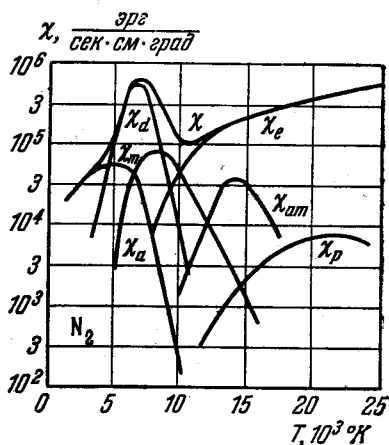


Рис. 3.5. Теплопроводность азотной плазмы  $\chi$  и ее компонент  $\chi_m$ ,  $\chi_a$ ,  $\chi_p$ ,  $\chi_e$ ,  $\chi_d$  и  $\chi_{am}$  при  $p_e = 1 \text{ атм}$  [21].

функция распределения  $f_{e0}(c) = (1/\pi c_m^2)^{1/2} \exp(-c^2/c_m^2)$ . Малое возмущение  $f_{e1}(c)$  находим из кинетического уравнения вида (18.1), решение которого после преобразований, аналогичных проведенным в § 18, в случае цилиндрической симметрии представится в форме [31]

$$f_{e1}(c) = \frac{\lambda(c)}{c} \left\{ \frac{2}{c_m^2} \frac{e_0 E_r}{m_e} + \left[ \frac{T_e}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T_e} - \frac{3}{2} \right] \frac{1}{T_e} \left( -\frac{\partial T_e}{\partial r} \right) + \left( \frac{c}{c_m} \right)^2 \frac{1}{T_e} \left( -\frac{\partial T_e}{\partial r} \right) \right\} f_{e0}(c), \quad (19.15)$$

где

$$\lambda(c) = [n_g s_{eg}(c) + n_p s_{ep}(c)]^{-1},$$

( $s_{eg}$  и  $s_{ep}$  — электрон-атомные и электрон-ионные сечения переноса, см. примечание 4, стр. 495),  $E_r$  — радиальное электрическое поле.

По определению мощность, приходящаяся на единицу поверхности (тепловой поток), представляется в виде

$$I_{T_e} = \chi_e \left( -\frac{\partial T_e}{\partial r} \right) = n_e m_e \frac{1}{6} \int_0^\infty c^4 f_{e1}(c) 4\pi c^2 dc. \quad (19.16)$$

В отсутствие электрического тока в направлении теплопередачи плотность электронного тока

$$i_{er} = e_0 n_e \frac{1}{3} \int_0^\infty c^2 f_{e1}(c) 4\pi c^2 dc \quad (19.17)$$

можно считать равной нулю \*). Из этого условия, согласно (19.15), находим для радиального электрического поля

$$E_r = -\frac{k}{e_0} \left[ \frac{T_e}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T_e} - \frac{3}{2} + A \right] \left( -\frac{\partial T_e}{\partial r} \right), \quad (19.18)$$

где  $A = \lambda_3/\lambda_1$ ;

$$\lambda_k = \int_0^\infty \lambda(c) (c/c_m)^k F_0 dc \quad (k=1,3), \quad F_0(c) = \frac{8\pi c^2}{3} f_{e0}.$$

Радиальное электрическое поле  $E_r$  ускоряет электроны в направлении оси тока, а ионы — в направлении внешних, более холодных областей плазмы.

\*) Вообще говоря, следует считать

$$i_{er} + i_{pr} = 0, \quad (I)$$

где  $i_{er}$  и  $i_{pr}$  — соответственно электронный и ионный токи в радиальном направлении. При условии независимости свободной длины пролета от скорости для  $i_{er}$  и  $i_{pr}$  можно написать

$$i_{er} = en_e b_e E_r + e_0 D_e \frac{\partial n_e}{\partial T_e} \left( -\frac{\partial T_e}{\partial r} \right) + e_0 D_e \frac{1}{2} \frac{n_e}{T_e} \left( -\frac{\partial T_e}{\partial r} \right), \quad (II)$$

$$i_{pr} = e_0 n_p b_p E_r - e_0 D_p \frac{\partial n_p}{\partial T} \left( -\frac{\partial T_p}{\partial r} \right) + e_0 D_p \frac{1}{2} \frac{n_p}{T_p} \left( -\frac{\partial T_p}{\partial r} \right), \quad (III)$$

где  $D_e$ ,  $D_p$  — соответственно коэффициенты диффузии электронов и ионов. Из условия (I) и соотношений (II) и (III) для радиального электрического поля находим

$$E_r = -\frac{D_e - D_p}{b_e + b_p} \frac{1}{T_e} \left[ \frac{T_e}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T_e} + \frac{1}{2} \right] \left( -\frac{\partial T_e}{\partial r} \right), \quad (IV)$$

что качественно согласуется с формулой (19.20) в силу  $b_p \ll b_e$ ,  $D_p \ll D_e$  и соотношения  $b_e/D_e = e_0/kT_e$ .

Выражение для возмущающей функции  $f_{e1}$  с учетом (19.18) примет вид

$$f_{e1}(c) = \frac{\lambda(c)}{c} \left[ \left( \frac{c}{c_m} \right)^2 - A \right] \frac{1}{T_e} \left( -\frac{\partial T_e}{\partial r} \right) f_{e0}(c). \quad (19.19)$$

Тогда, согласно соотношению (19.16), электронная теплопроводность  $\chi_e$  будет равна

$$\chi_e = n_e k c_m \lambda_\chi, \quad (19.20)$$

где величина  $\lambda_\chi$  имеет вид

$$\lambda_\chi = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{\lambda(c)}{c_m} \left( \frac{c}{c_m} \right)^5 \left[ \left( \frac{c}{c_m} \right)^2 - A \right] e^{-\left( \frac{c}{c_m} \right)^2} dc, \quad (19.21)$$

$$\lambda(c) = [n_g s_{eg}(c) + n_p s_{ep}(c)]^{-1}. \quad (19.22)$$

Величина  $\lambda_\chi$  имеет смысл эффективной длины свободного пробега электрона относительно процесса переноса тепла.

При достаточно высоких степенях ионизации, когда  $n_p s_{ep} \gg n_g s_{eg}$  (сильно ионизованная плазма) можно получить коэффициент теплопроводности в аналитическом виде, если пренебречь зависимостью от скорости логарифмического члена в электрон-ионном сечении переноса  $s_{ep}(c)$  (см. § 18 и примечание 4). Тогда интеграл в (19.21) может быть приближенно вычислен, и для коэффициента теплопроводности сильно ионизованной плазмы получаем

$$\chi_e \approx \frac{k}{\pi \sqrt{m_e}} \frac{(2kT_e)^{3/2} \bar{Z}}{(e_0^2 \bar{Z})^2 \ln(a_1/a_0)} \approx 3,5 \cdot 10^{-5} \frac{T_e^{5/2}}{\bar{Z} \ln(a_1/a_0)}. \quad (19.23)$$

Здесь

$$a_1 = \max(r_D, \bar{r}_p), \quad r_D = \left[ \frac{kT_e kT_p}{4\pi e_0^2 n_e (\bar{Z} kT_e + kT_p)} \right]^{1/2}, \quad \bar{r}_p = \left( \frac{4\pi}{3} \right)^{-1/2} n_p^{-1/2},$$

$$a_0 = \frac{\bar{Z} e_0^2}{m_e c_m^2}, \quad c_m = \left( \frac{2kT_e}{m_e} \right)^{1/2}, \quad \bar{Z} = \frac{n_e}{n_p} = \frac{\sum_Z n_p^{(Z)} Z}{\sum_Z n_p^{(Z)}}.$$

Некоторые значения  $\ln(a_1/a_0)$  приведены в табл. П.1 примечания 1.

2.2. Электронная теплопроводность реальной плазмы. В реальной плазме на процесс переноса тепла оказывает влияние взаимодействие электронов между собой (см. § 18). Это влияние приближенно можно учесть, исходя из кинетического уравнения с учетом электрон-электронного интеграла взаимодействия, причем  $n$ -е приближение к электронной теплопроводности реальной плазмы можно привести к виду, аналогичному (19.20):

$$\chi_e^{(n)} = n_e k c_m \lambda_\chi^{(n)}. \quad (19.24)$$

Здесь величина  $\lambda_\chi^{(n)}$  имеет смысл  $n$ -го приближения к усредненной длине свободного пролета электрона в процессе переноса тепла. Первые приближения к этой величине имеют вид

$$\lambda_\chi^{(0)} = 0, \quad (19.25)$$

$$\lambda_\chi^{(1)} = \frac{25\sqrt{\pi}}{16} n_g^{-1} I_{11}^{-1}, \quad (19.26)$$

$$\lambda_\chi^{(2)} = \frac{25\sqrt{\pi}}{16} n_g^{-1} \left( I_{11} - I_{21} \frac{I_{21}}{I_{22}} \right)^{-1}, \quad (19.27)$$

и т. д. [90]. Об элементах  $I_{kl}$  см. § 18 табл. 3.3.

При высоких степенях ионизации, когда  $n_e (s_{ep}^* + s_{ee}^*) \gg n_e s_{e1}^*$  («сильно ионизованная плазма»), электронная теплопроводность определяется взаимодействием электронов с ионами и друг с другом. В этом случае электронная теплопроводность не зависит явно от концентрации электронов  $n_e$  (если пренебречь слабой зависимостью от  $n_e$  сечений переноса  $s_{ep}$  и  $s_{ee}$  через дебаевский радиус  $r_D$ , стоящий под знаком логарифма).

Аналогично тому, как это сделано при определении электропроводности, теплопроводность сильно ионизованной реальной плазмы можно выразить через теплопроводность лоренцевского газа (19.23):

$$\chi_e = K_{\chi}^e \cdot 3,5 \cdot 10^{-5} \frac{T_e^{3/2}}{\bar{Z}^2 \ln(a_1/a_0)}. \quad (19.28)$$

Коэффициент  $K_{\chi}^e$ , аналогично коэффициенту  $K_{\sigma}^e$  (п.3 §18), учитывает электрон-электронные взаимодействия, причем функция  $K_{\chi}^e(\bar{Z})$ , так же как и  $K_{\sigma}^e(\bar{Z})$  (см. табл. 3.4), монотонно растет с ростом среднего заряда ионов

$\bar{Z} = \frac{1}{\sum n_p^{(Z)}} \sum_Z n_p^{(Z)} Z$ , достигая единицы при  $\bar{Z} \rightarrow \infty$  [17]. Некоторые значения  $K_{\chi}^e(\bar{Z})$  приведены в табл. 3.6.

Как видно из табл. 3.6 и формулы (19.28), при  $\bar{Z} = 1$  электрон-электронное взаимодействие более чем в четыре раза снижает теплопроводность реальной

Таблица 3.6

Коэффициент поправки  $K_{\chi}^e$ 

$\bar{Z}$	1	2	4	16	$\infty$
$K_{\chi}^e$	0,22	0,36	0,51	0,79	1

плазмы по сравнению с теплопроводностью лоренцевского газа, в котором взаимодействие электронов друг с другом несущественно. Как и в случае электропроводности, электрон-электронное взаимодействие уменьшает долю быстрых электронов, участвующих в процессе переноса, что резко снижает эффективность переноса.

3. Значения теплопроводности плазмы и ее экспериментальное определение. На рис. 3.5 приведены трансляционные теплопроводности молекул  $\chi_m$ , атомов  $\chi_a$ , ионов  $\chi_p$ , электронов  $\chi_e$ , а также диссоциативная  $\chi_d$  и ионизационная (амбиполярная)  $\chi_{am}$  теплопроводности азотной плазмы при атмосферном давлении [21]. Электронная теплопроводность при небольших температурах (малые степени ионизации) рассчитана по формуле (19.14), при более высоких температурах (высокие степени ионизации) — по формуле (19.28). В промежуточной области проведено графическое интерполирование. Полная теплопроводность представляет собой сумму всех видов теплопроводности (теплопроводность за счет передачи энергии возбуждения мала и не показана на рисунке).

При сравнительно небольших температурах  $T = 5 \cdot 10^3 \div 10^4$  °К основной вклад в теплопроводность дает диссоциативный член  $\chi_d$ , а при больших температурах  $T \gtrsim 10^4$  °К главную роль играет трансляционная теплопроводность электронов  $\chi_e$ , в то время как остальные члены уменьшаются, перейдя через максимум. Немонотонный ход полного коэффициента теплопроводности связан с резко выраженным максимумом диссоциативной

теплопроводности. Этот эффект отсутствует в одноатомных газах, теплопроводность которых монотонно растет с температурой (рис. 3.6), где приведены полная, ионизационная, атомная и электронная трансляционные теплопроводности ксенона.

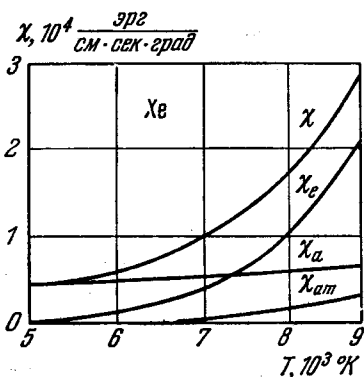
Экспериментальные работы по определению теплопроводности плазм довольно немногочисленны. Одним из наиболее распространенных методов измерения теплопроводности газа при не очень высоких температурах ( $T_g \leq 2,5 \cdot 10^3 \text{ K}$ ) является «метод нагретой нити», при котором теплопроводность оценивается по температурной зависимости количества тепла, перенесенного газом от накаливаемой нити к охлаждаемой стенке. Количество тепла, переносимое газом от нити к стенке, дается выражением

$$W_x = \frac{2\pi}{\ln(R_1/R_2)} \int_{T_1}^{T_2} \chi(T) dT, \quad (19.29)$$

откуда при условии малости изменения диаметра нити для коэффициента теплопроводности можно написать

$$\chi = \frac{\ln(R_1/R_2)}{2\pi} \frac{d}{dT} (W_x \delta T_2). \quad (19.30)$$

Рис. 3.6. Теплопроводность плазмы ксенона  $\chi$  и ее компонент  $\chi_e$ ,  $\chi_a$ ,  $\chi_{ат}$  при  $p = 25 \text{ ат.м}$  [21].



Здесь  $R_1$ ,  $T_1$  и  $R_2$ ,  $T_2$  — соответственно радиус и температура стенки и нити;  $\delta T_2$  определяется разностью температур нити и окружающего газа. При использовании этого метода влияние сопутствующих механизмов переноса тепла — конвекции и излучения — можно свести к минимуму. На рис. 3.7 приведены результаты измерения теплопроводности гелиевой плазмы методом нагретой нити \*).

Теплопроводность газов при более высоких температурах, например плазмы электрических токов в газе, определяется часто «методом электропроводности», который заключается в том, что используется уравнение баланса энергии в положительном столбе электрической дуги в форме (см. гл. V):

$$\text{div } \chi \text{ grad } T + \sigma E^2 = 0 \quad (19.31)$$

В случае цилиндрической симметрии, если пренебречь влиянием приэлектродных областей, теплопроводность плазмы может быть просто

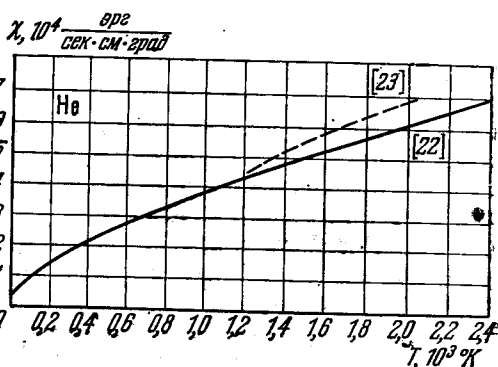


Рис. 3.7. Теплопроводность гелиевой плазмы при  $p = 1 \text{ ат.м}$ , измеренная методом нагретой нити по данным [22, 23].

\* ) Результаты работы [22] более достоверны, в то время как данные [23], по-видимому, завышены, так как в этой работе не учитывались некоторые механизмы потерь тепла, например отвод тепла с концов нити и др.

выражена через ее электропроводность:

$$\chi = -E^2 \int_0^R \frac{\sigma(r) dr}{r dT/dr}. \quad (19.32)$$

Здесь  $T = T(r)$  — известное радиальное распределение температуры газа в положительном столбе. Этот метод использовался для определения теплопроводности многих газов при высоких температурах [24–27], причем, как правило, экспериментальные значения теплопроводности заметно превосходили теоретические. Такое расхождение может быть обусловлено влиянием не учтенных в (19.34) механизмов потерь тепла — излучения и конвекции.

С уменьшением радиуса дуги  $R$  роль этих механизмов переноса энергии должна уменьшаться, и в пределе при  $R \rightarrow 0$  следует ожидать сближения экспериментального значения теплопроводности с теоретическим. В работе [28], с целью исключить влияние дополнительных механизмов переноса энергии, были проведены измерения теплопроводности плазмы в положительном столбе стабилизированной дуги при различных диаметрах стабилизирующего канала (рис. 3.8). Видно, что с уменьшением диаметра дуги и температуры зависимость  $\chi = \chi(T)$  приближается к теоретической.

В работе [29] разработан «микроволновой метод» определения собственно электронной теплопроводности, при котором электронный газ селективно нагревается модулированными импульсами микрорадиоволн. При этом использовались две модификации метода: «переходная», при которой с помощью фотоумножителя определяется время, необходимое для распространения тепла от нагретого объема плазмы к холодным областям, и «стационарная», основанная на анализе квазистационарного распределения температуры в не-нагреваемых областях плазмы, в то время как некоторый (небольшой) объем подвергается непрерывному нагреву. На рис. 3.9 показана экспериментально

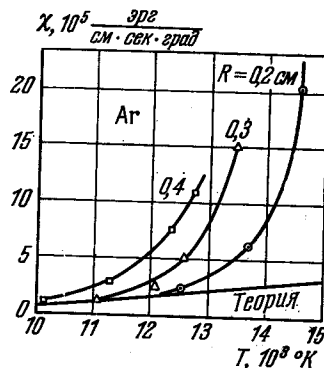


Рис. 3.8. Теплопроводность аргонной плазмы при различных диаметрах стабилизирующей дуги [28].

Таблица 3.7

Условия эксперимента по определению теплопроводности Хе и Не (см. рис. 3.9)

Кривая	Газ	$p, \text{ мм. рт. ст.}$	Момент послесвечения, $10^{-6} \text{ сек}$	$n_e 10^{12}, \text{ см}^{-3}$ (эксперимент)	$\nu_e^*, 10^8 \text{ сек}^{-1}$ (эксперимент)
1	Хе	2,0	2	2,8	3,4
2	Хе	2,0	3	1,7	2,0
3	Хе	2,0	4	1,0	1,8
4	Хе	1,1	3	1,0	2,4
5	Хе	2,0	5	0,6	1,5
6	Не	11,2	3	0,5	0,4
7	Хе	3,2	3	0,4	2,0
8	Хе	2,0	6	0,4	1,8
9	Хе	4,0	3	0,3	2,2

определенная теплопроводность Хе (1–5 и 7–9) и Не (6) как функция мощности нагревающей радиоволны. Условия эксперимента приведены в табл. 3.7.

Таблица 3.8

## Теплопроводность Ne и He

Газ	$p$ , мм рт. ст.	Момент после свечения, $10^{-4}$ сек	$n_e$ , $10^{12}$ см $^{-3}$ (экспери- мент)	$\tau_e$ , $10^{-6}$ сек (экспери- мент)	$T_{e0}$ , $10^4$ K	$\chi_e$ , $\frac{\text{эрг}}{\text{сек} \cdot \text{см} \cdot \text{град}}$ (экспери- мент)	$\chi_e$ , $\frac{\text{эрг}}{\text{сек} \cdot \text{см} \cdot \text{град}}$ (теория)
Ne	1,0	0,4	1,1	3,5	3,6+4,0	1,99	1,06+1,30
Ne	5,2	1,0	1,5	3,4	2,9+5,5	2,38	2,10+2,65
Ne	5,2	2,0	0,5	5,8	3,2+3,6	0,86	0,70+0,96
Ne	9,5	1,0	1,1	3,8	4,5+5,2	1,63	1,7+2,4
Ne	9,5	2,0	0,4	5,6	3	0,72	0,61
Ne	14,5	1,3	1,4	2,5	3,2+3,8	1,85	0,86+1,23
Ne	14,5	2,8	0,4	7,9	3	0,53	0,60
Ne	21,4	1,2	0,9	3,2	3,3+4,0	1,22	0,84+1,30
Ne	21,4	1,7	0,4	2,7	3	0,66	0,61
He	5,3	0,7	0,9	0,5	3	0,68	0,69
He	5,3	0,9	0,6	0,7	3	0,5	0,63

Очевидно, что в условиях микроволнового эксперимента (селективный нагрев электронов) теплопроводность газа определяется в основном электронами, несмотря на сравнительно небольшую степень ионизации ( $10^{-5} + 10^{-6}$ ).

В самом деле, при одинаковой концентрации электронов теплопроводность практически не зависит от давления газа (кривые 3 и 4, 8 и 9 на рис. 3.9 и в табл. 3.7) и массы атома (кривые 5, 6, 7), в то время как изменения концентрации электронов существенно влияют на величину теплопроводности (кривые 2 и 7; 3, 5 и 8). Измеренные микроволновым методом значения электронной теплопроводности совпадают по порядку величины с теоретическими \*).

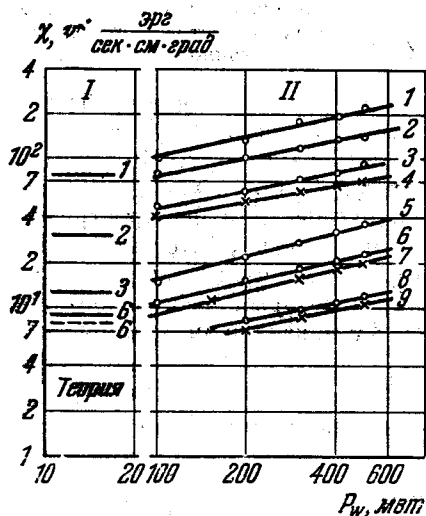
В табл. 3.8 приведены теоретические и экспериментальные значения коэффициента электронной теплопроводности Ne и He («стационарный» вариант микроволнового метода [30]).

4. Соотношение Видемана — Франца. Электропроводность и теплопроводность электронного газа можно записать в виде, удобном для сравнения:

$$\sigma_e = \frac{e^2 n_e}{m_e c_m} \lambda_e, \quad \chi_e = n_e k c_m \lambda_e. \quad (19.33)$$

Рис. 3.9. Теплопроводность плазмы ксенона и неона в зависимости от мощности нагревающей волны [29].

I — «стационарный» метод, II — «переходный» метод (см. табл. 3.7.)



Различие двух эффективных длин свободного пробега  $\lambda_e$  и  $\lambda_x$  связано с тем, что электропроводность характеризуется переносом электрических зарядов,

\*) В случае Ne совпадение оказывается более точным. Это связано с тем, что начальное значение электронной температуры в неоновой плазме было известно с большей определенностью.

величина которых не зависит от скорости электронов  $c$ , в то время как в процессе теплопроводности переносится кинетическая энергия, зависящая от  $c$ . Только в случае, когда длина свободного пробега не зависит от  $c$ , обе длины пробега  $\lambda_e$  и  $\lambda_x$  совпадают. Из формул для коэффициентов электропроводности и электронной теплопроводности непосредственно следует соотношение Видемана — Франца

$$\frac{\chi_e}{\sigma_e} = \frac{\lambda_x}{\lambda_e} \cdot 2T_e \left( \frac{k}{e_0 \lambda} \right)^2. \quad (19.34)$$

Оно принимает известную форму (первый множитель равен единице) лишь при условии, что газ рассматривается как газ Лоренца, а центры рассеяния представляют собой жесткие упругие сферы. При этом величины  $\lambda_x$  и  $\lambda_e$  можно считать не зависящими от  $c$  и, следовательно, равными. В любом другом случае, в частности в случае реальной плазмы, отношение длин свободного пробега

$$R_\lambda \equiv \lambda_x / \lambda_e \neq 1.$$

Если считать, что  $\lambda(c) \sim c^n$ , то величина  $R_\lambda$  монотонно возрастает с ростом показателя степени  $n$ . Эта зависимость приведена в табл. 3.9 [31].

Таблица 3.9

Отношение  $R_\lambda = \lambda_x / \lambda_e$ 

$n$	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3
$R_\lambda$	$\frac{10}{4}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$

В случае сильно ионизованной плазмы, если пренебречь логарифмической зависимостью электрон-ионного сечения переноса  $s_{ep}$  от  $c$ , величина показателя  $n \approx 4$ , т. е.  $R_\lambda = 2$ . При этом особенно сильно влияние электронов, обладающих высокой скоростью. В плазме электрической дуги при высоком давлении (область температур  $T_e = (5 \div 15) \cdot 10^3$  °K) отношение  $R_\lambda \approx 2$  и слабо зависит от температуры.

В реальной плазме при не слишком высокой температуре, когда имеются неионизованные атомы, на эффект рассеяния на ионах накладывается рассеяние на атомах, что приводит к сдвигу  $n$  в сторону меньших значений, т. е. ведет к тому, что  $R_\lambda \rightarrow 1$ . Если сечение переноса нейтральных атомов относительно столкновений с электронами, обладающими большими скоростями, в отличие от ионного сечения переноса, сильно растет со скоростью, то в среднем влияние рассеяния на ионах может оказаться менее существенным, чем рассеяние на нейтральных атомах, и величина  $R_\lambda$  становится меньше единицы. Это может иметь место, например, в плазме инертных газов. Величина  $R_\lambda$ , однако, и в этом случае не опускается ниже 0,6. В других случаях, как правило, значения  $R_\lambda$  лежат между 1 и 2 \*).

\*) Величина  $R_\lambda$  теряет смысл при  $n < -3$ , так как в этом случае интегралы в  $\lambda_e$  и  $\lambda_x$  расходятся при  $c \rightarrow 0$ . При этом поправка  $f_{e1}(c)$  к невозмущенной функции распределения  $f_{e0}(c)$  при  $c \rightarrow 0$  перестает быть малой по сравнению с  $f_{e0}$ , что существенно для применимости метода, использованного при вычислении  $f_{e1}$ .

## § 20. Магнитные свойства плазмы

1. **Магнитные проницаемость и восприимчивость.** Магнитное поле, в противоположность электрическому, может длительно существовать в плазме, оставаясь постоянным и однородным и не вызывая неоднородностей в самой плазме \*). Наличие плазмы сказывается только в небольшом изменении напряженности магнитного поля  $H$ , которая несколько ослабляется по сравнению с ее значением в вакууме, так как плазма диамагнитна ( $B = H + 4\pi M = H(1 + 4\pi\chi_m) = \mu H < H$ , т. е. магнитная проницаемость  $\mu < 1$ , магнитная восприимчивость  $\chi_m < 0$ ).

Рассмотрим возникновение диамагнетизма плазмы при различных соотношениях между длинами свободного пробега  $\lambda_\alpha$  и ларморовскими радиусами  $R_{L\alpha} = m_\alpha c_\alpha / e_0 H$  ( $\alpha = e, p$ ).

1.1. **Низкое давление.** Длина свободного пробега ионов  $\lambda_p$  (и тем более электронов  $\lambda_e$ ) много больше радиусов кривизны траекторий в магнитном поле ( $\lambda_p \gg R_{Lp}$ ;  $\lambda_e \gg R_{Le}$ ). При этом столкновениями носителей зарядов с молекулами и друг с другом можно пренебречь. Носители зарядов описывают в плоскости, перпендикулярной  $H$ , окружности вокруг силовых линий. Магнитный момент этих круговых орбит

$$-p_{H\alpha} = \frac{i_\alpha Q_\alpha}{c_0} = \frac{e_0 f_\alpha}{c_0} \pi R_{L\alpha}^2 = \frac{m_\alpha c_{\perp\alpha}^2}{2H}, \quad (20.1)$$

где  $Q_\alpha$  — площадь кругового сегмента, ограниченного траекторией носителя  $\alpha$ , частота оборотов  $f_\alpha = c_{\perp\alpha} / 2\pi R_{L\alpha}$ , ларморовский радиус частицы  $R_{L\alpha} = c_{\perp\alpha} m_\alpha / e_0 H$ . Таким образом, магнитный момент зависит только от «поперечной» кинетической энергии частицы, соответствующей ее движению в плоскости, перпендикулярной  $H$ , и от величины магнитного поля. Он не зависит, в частности, от знака заряда носителя: как у электронов, так и у положительных ионов магнитный момент направлен против внешнего поля.

Магнитный момент единицы объема плазмы создается как ионами, так и электронами:

$$M = - \sum_e \frac{m_e c_{\perp e}^2}{2H} - \sum_p \frac{m_p c_{\perp p}^2}{2H}. \quad (20.2)$$

Если скорости электронов и ионов распределены по закону Максвелла, то \*\*)

$$\begin{aligned} \sum_e \frac{m_e c_{\perp e}^2}{2} &= n_e \frac{m_e c_{\perp e}^2}{2} = n_e k T_e, \\ \sum_p \frac{m_p c_{\perp p}^2}{2} &= n_p \frac{m_p c_{\perp p}^2}{2} = n_p k T_p. \end{aligned} \quad (20.3)$$

Следовательно, намагничение плазмы, измеряемое магнитным моментом единицы объема, составит

$$M = - \frac{n_e k T_e + n_p k T_p}{H} = - \frac{1}{H} (p_p + p_e), \quad (20.4)$$

где  $p_\alpha = n_\alpha k T_\alpha$  — парциальное давление газа частиц  $\alpha$ .

\*) Сказанное относится к неподвижной плазме. О действии магнитного поля на движущуюся плазму см. § 73.

\*\*) Здесь  $m_\alpha c_{\perp\alpha}^2 / 2 = k T_\alpha$ , а не  $3/2 k T_\alpha$ , так как учитывается движение только по двум степеням свободы (в плоскости, перпендикулярной  $H$ ).

Для магнитной восприимчивости плазмы имеем

$$\kappa_m = \frac{M}{H} \approx - \frac{n_e k (T_e + T_p)}{H^2}, \quad (20.5)$$

откуда магнитная проницаемость

$$\mu = 1 + 4\pi\kappa_m \approx 1 - \frac{4\pi n_e k (T_e + T_p)}{H^2}. \quad (20.6)$$

В изотермической плазме, где  $T_e = \frac{3}{2}T_p$ , вклад электронов и ионов в диамагнетизм плазмы одинаков. В газоразрядной плазме низкого давления, где обычно  $T_e \gg T_p$ , магнитные свойства плазмы определяются в основном электронами.

1.2. Высокое давление, т. е.  $\lambda_e \ll R_{Le}$ . Магнитный момент, создаваемый одним электроном, приближенно представится в виде

$$-p_{He} = \frac{e_0 c \lambda_e}{2\lambda_e} 2Q_e, \quad (20.7)$$

где  $Q_e$  — площадь кругового сегмента, ограниченного траекторией электрона:

$$Q_e = \frac{1}{4} R_{Le}^2 \left( \frac{\lambda_e}{R_{Le}} - \sin \frac{\lambda_e}{R_{Le}} \right) \approx \frac{\lambda_e^3}{24 R_{Le}}. \quad (20.8)$$

Поскольку в этом случае магнитный момент электронных траекторий оказывается гораздо больше, чем у ионных траекторий, из (20.7) и (20.8) можно сразу получить магнитные восприимчивость и проницаемость плазмы:

$$\kappa_m \approx \frac{n_e p_{He}}{H} = - \frac{e_0^2 n_e \lambda_e^2}{24 m_e}, \quad \mu = 1 - \frac{\pi e_0^2 n_e \lambda_e^2}{6 m_e}. \quad (20.9)$$

В отличие от случая низкого давления газа, магнитный момент здесь пропорционален полю, а магнитная восприимчивость не зависит от магнитного поля; обе величины не зависят (явно) от скорости электронов (эта зависимость может проявиться через длину свободного пробега  $\lambda_e$ , вообще говоря, зависящую от  $c_e$ ; см. примечание 4, стр. 495).

Графическое представление магнитного момента единицы объема  $M$  и магнитной восприимчивости плазмы  $\kappa_m$  в зависимости от величины магнитного поля  $H$  при постоянном давлении дано на рис. 3.10. Магнитный момент плазмы  $M$  при любом  $H$  направлен противоположно внешнему полю. По абсолютной величине  $M$  сначала растет (вплоть до  $H = H_m$ ). Это связано с тем, что электроны движутся по прерываемым столкновениями криволинейным траекториям, ограничивающим вначале тем большую площадь, чем сильнее поле. Поэтому при  $H < H_m$  момент  $M < 0$  и  $\partial M / \partial H < 0$ , т. е. плазма диамагнитна как абсолютно, так и дифференциально. При более сильных полях ( $H \geq H_m$ ) модуль магнитного момента, достигнув максимума, начинает уменьшаться, что связано с уменьшением площади, ограниченной траекториями электронов при увеличении кривизны траекторий в сильных полях. Поэтому, хотя по-прежнему  $M < 0$ , производная  $\partial M / \partial H > 0$ . Точка экстремума  $H_m$  соответствует приблизительно  $\lambda_e = R_{Le}$ .

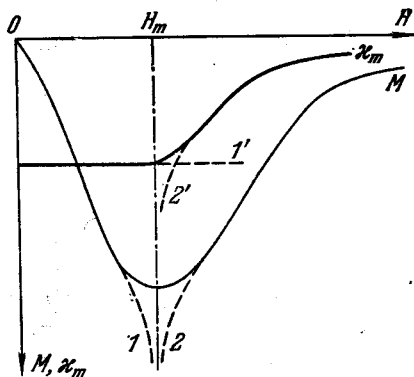


Рис. 3.10. Зависимость магнитного момента единицы объема  $M$  и магнитной восприимчивости плазмы  $\kappa_m$  от магнитного поля при постоянном давлении.

Штриховые линии 1 и 1' — соответствуют формуле (20.9) (высокие давления), 2 и 2' — формуле (20.5) (низкие давления).

Магнитная восприимчивость плазмы  $\kappa_m$  при малых  $H$  (точнее, при малых  $H/p$ ) не зависит от  $H$ , причем  $\kappa_m \sim 1/p^2$ . Порядок величины  $\kappa_m$  (при  $H < H_m$  восприимчивость  $\kappa_m = \text{const}$ ) можно оценить с помощью (20.9):  $\kappa_m \approx -3,12 \cdot 10^{-14} \lambda_e^2 n_e$ , и при  $\lambda_e \sim 1 \div 2 \text{ см}$ ,  $n_e \sim 10^{10} \text{ см}^{-3}$  величина  $|\kappa_m| \sim 10^{-3}$ , т. е.  $\mu \approx 0,99$ . Таким образом, магнитное поле в этих условиях ослабляется на 1% по сравнению с полем в вакууме. В плазме инертных газов с их малыми эффективными сечениями магнитная восприимчивость должна быть несколько больше (по модулю). Разумеется, при сильно выраженном эффекте Рамзауэра — Таунсенда при определении длины свободного пробега электронов эффективное сечение необходимо усреднять по функции распределения электронов по скоростям (см. примечание 4).

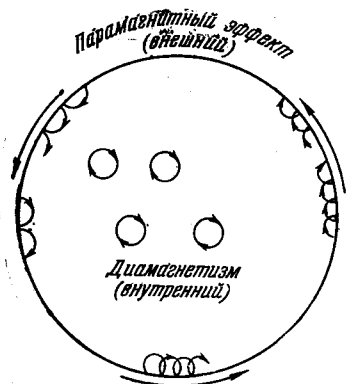


Рис. 3.11. Движение электронов в проводнике конечных размеров.

Магнитное поле перпендикулярно плоскости рисунка. Замянутые и спиральные траектории — соответственно внутренний диамагнитный и внешний парамагнитный эффекты, компенсирующие друг друга. Внешний парамагнитный эффект уменьшается, если заряженные частицы поглощаются на границе (рекомбинируют).

В области  $H > H_m$  магнитная восприимчивость плазмы начинает падать (по модулю) и при достаточно больших  $H/p$  («низкие давления»)  $|\kappa_m| \sim H^{-2}$ . При этом восприимчивость плазмы  $\kappa_m$  тем больше (по модулю), чем выше температура электронов  $T_e$  (величина  $T_e$  растет с уменьшением давления газа и радиуса трубки, см. гл. VI). При увеличении электрического тока, протекающего через плазму, независимо от величины магнитного поля (и давления газа) модуль магнитной восприимчивости плазмы возрастает. Это связано с тем, что всегда  $|\kappa_m| \sim n_e$ , а с ростом электрического тока обычно увеличивается и  $n_e$ .

**2. Экспериментальные наблюдения магнитных свойств ионизованного газа.** Согласно классической теории в системе, находящейся в термодинамическом равновесии и содержащей свободные заряды, движущиеся изотропно, макроскопический магнитный момент создаваться не может, и магнитная проницаемость такой системы тождественно совпадает с единицей. Так, по

аналогичному вопросу о магнитных свойствах электронного газа в металле Бор [33] указал, что в металлическом проводнике конечных размеров внутренний диамагнетизм свободных электронов компенсируется краевым эффектом — током обратного направления, образуемым электронами, отражающимися от границ области (рис. 3.11). Соответствующий (внешний) парамагнитный момент, пропорциональный площади, охватываемой создающим его током, равен суммарному внутреннему диамагнитному моменту. В результате подобной компенсации система в целом не получает в магнитном поле никакого момента, т. е. полная магнитная восприимчивость системы равна нулю. Это связано, очевидно, с тем, что в системе конечных размеров изотропность теплового движения поддерживается именно отражением частиц от границ системы. Если изотропность движения зарядов нарушается, например, вследствие того, что не все свободные заряды отражаются от стенок (часть из них может рекомбинировать, достигнув стенки), то внешний парамагнитный момент не может полностью компенсировать внутренний диамагнитный.

Таким образом, магнитная восприимчивость системы зависит от крайних условий. Например, плазма положительного столба низкого давления, в которой почти каждый электрон, достигнув стенки, рекомбинирует с положительным ионом, обладает заметной диамагнитной восприимчивостью

[19]. При полном отсутствии отражения зарядов от стенок магнитные проницаемость и восприимчивость плазмы равны внутренним, определяемым формулами (20.5) — (20.9). В реальных условиях значения магнитной восприимчивости, в зависимости от краевых условий, лежат между нулем и этими максимальными значениями.

Экспериментальные данные о магнитных свойствах ионизованных газов начинаются с восходящих еще к Фарадею наблюдений диамагнетизма пламени [34]. В неоднородном магнитном поле пламя ведет себя, как диамагнитное вещество: выталкивается в область более слабого поля.

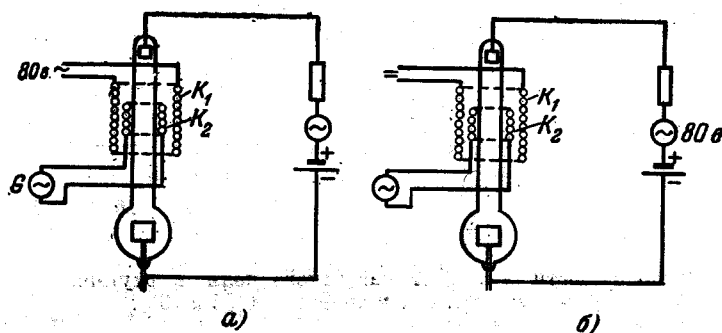


Рис. 3.12. Схема наблюдений магнитных свойств плазмы низкого давления [35].

а) Постоянный ток, пульсирующее магнитное поле; б) пульсирующий ток, постоянное магнитное поле;  $K_1$  — внешняя катушка (источник  $H$ -поля);  $K_2$  — внутренняя катушка (для измерения  $H$ -потока);  $G$  — измерительный прибор (вибрационный гальванометр).

Количественное исследование магнетизма неравновесной плазмы низкого давления содержится в обстоятельной работе [35]. На рис. 3.12 показаны две схемы опытов, примененных в этой работе. По первой схеме (рис. 3.12, а) в цилиндрической трубке с накаливаемым катодом и разреженным газом (Hg) поддерживается дуга постоянного тока. Посредством катушки  $K_1$  на плазму (положительный столб дуги) налагается переменное продольное магнитное поле  $H = H_0 \sin \omega t$ . В катушке  $K_2$  при этом индуцируется переменная электродвижущая сила

$$\mathcal{E}_2 = -n_2 \frac{d\Phi_2}{dt} = -n_2 Q \frac{d}{dt} \mu H, \quad (20.10)$$

где  $n_2$  — число витков в катушке  $K_2$ ,  $Q$  — площадь сечения катушки. Уже с этой простой схемой получается основной качественный результат: э.д.с.  $\mathcal{E}_2$ , индуцируемая в катушке  $K_2$  в отсутствие дуги в трубке, на 0,1 ÷ 1% превышает э.д.с., индуцируемую в катушке  $K_2$  при включенной дуге, что объясняется диамагнетизмом разреженного газа, возникшем при его ионизации.

Для количественных исследований удобнее вторая схема (рис. 3.12, б), по которой напряженность магнитного поля, действующего на плазму, остается постоянной, но зато на постоянный ток дуги в трубке налагается переменная составляющая. Этим модулируется концентрация электронов, что вызывает модуляцию магнитной индукции в плазме  $B$ , которая изменяется, таким образом, за счет изменения величины магнитной проницаемости, а не напряженности магнитного поля  $H$ .

На рис. 3.13, а представлена измеренная в этих опытах зависимость намагничения плазмы  $M$  от напряженности поля; на рис. 3.13, б — вычисленная отсюда магнитная восприимчивость плазмы  $\chi_m$  в тех же условиях. Обе

найденные зависимости качественно хорошо согласуются с изложенными выше соображениями классической теории.

В слабых магнитных полях преобладает эффект столкновений электронов и ионов с атомами газа;  $|M|$  растет пропорционально  $H$ , восприимчивость  $\kappa_m$  практически постоянна. В более сильных полях (приблизительно начиная

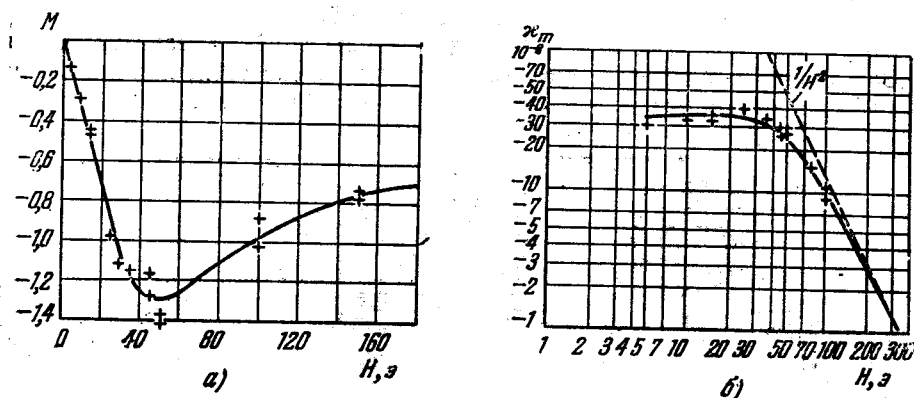


Рис. 3.13. Зависимости  $M$  и  $\kappa_m$  от магнитного поля в ртутной плазме при  $p = 3 \text{ мм рт. ст.}$  и токе  $i = 0,55 \text{ а}$  [35].

с 60 э), когда радиусы кривизны траекторий электронов становятся меньше их средней длины свободного пробега, ход явления приближается к ожидаемому в отсутствие столкновений:  $|M|$  убывает с ростом поля,  $|\kappa_m|$  также падает, причем зависимость  $\kappa_m$  от  $H$  приближается к виду  $|\kappa_m| \sim H^{-2}$ . Экспериментальная зависимость величины  $\kappa_m$  от давления газа при слабых полях также качественно (рис. 3.14) согласуется с выводами теории.

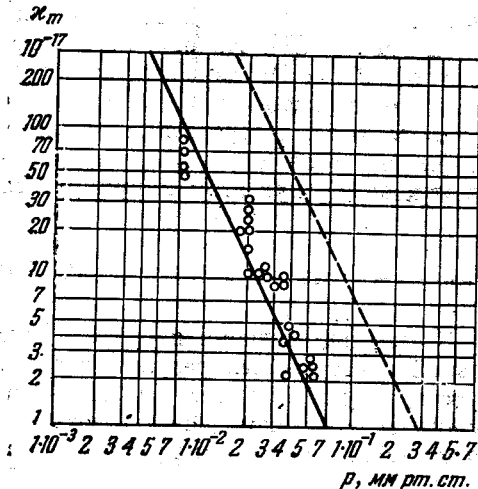


Рис. 3.14. Зависимость магнитной восприимчивости плазмы  $\kappa_m$  от давления.

Штриховая кривая — теоретическая по формуле (20.9), сплошная кривая и точки — результаты измерений [35].

состоянию, в то же время уменьшает и ее магнитную восприимчивость (по абсолютной величине).

Для того чтобы приблизить теоретические значения восприимчивости плазмы к экспериментальным, необходимо учесть электроны, отраженные

Таким образом, имеет место хорошее качественное согласие результатов эксперимента с теоретическими представлениями. Однако вычисленные по формуле (20.9) абсолютные значения  $\kappa_m$  примерно в 20 раз превосходят измеренные. Как уже указывалось, это объясняется влиянием краевых условий, вызывающих возникновение внешнего парамагнитного момента. Как это расхождение, так и сам факт быстрого снижения  $|\kappa_m|$  с ростом давления газа показывают, насколько существенно для проявления диамагнетизма плазмы степень ее отклонения от равновесного состояния: увеличение давления газа, повышающее хаотичность движения в ней, замедляющее уход зарядов из плазмы к стенкам и электродам и приближающее плазму к равновесному

от стенки электрическим полем защитного пристеночного слоя (см. § 17). Поток электронов, достигающих стенки и нейтрализующихся на ней, составляет небольшую долю всех летящих к стенке электронов и пропорционален  $D_{am} R^2 u_{де}$  ( $D_{am} = (D_e b_p + D_p b_e)/(b_e + b_p)$  — коэффициент амбиполярной диффузии;  $R$  — радиус трубки;  $u_{де} = \frac{D_{am}}{n_e} \frac{dn_e}{dr}$  — скорость дрейфа электронов).

Отношение числа этих рекомбинирующих на стенке электронов к числу электронов, отраженных полем пространственного заряда, в опытах [35] не превышало  $\sim 10^{-2}$ . Численные оценки с учетом отраженных электронов приводят экспериментальные результаты в соответствие с теоретическими (с точностью до ошибок эксперимента).

**3. Диамагнитный ток в плазме.** Как было показано в предыдущем разделе, внутренний диамагнетизм плазмы возникает благодаря циклотронному вращению заряженных частиц, магнитный момент которого, независимо от знака заряда, всегда направлен против внешнего поля  $H_{ex}$  и ослабляет его. Обусловленное циклотронным вращением внутреннее магнитное поле  $H_{in} = 4\pi \chi_m H_{ex} = 4\pi \sum n_\alpha R_{H\alpha}$ , где магнитный момент  $R_{H\alpha} =$

$= -H_{ex} \frac{m_\alpha c_{\perp\alpha}^2}{2H_{ex}^2}$ . С внутренним полем  $H_{in}$  связан электрический ток

$$j_H = \frac{c_0}{4\pi} \text{rot } H_{in} = c_0 \text{rot} \sum_\alpha \frac{n_\alpha m_\alpha c_{\perp\alpha}^2}{2H_{ex}^2} H_{ex}. \quad (20.11)$$

Величину  $j_H$  можно выразить через поперечное давление  $p_\perp = \sum_\alpha n_\alpha k T_{\perp\alpha} = -\frac{1}{2} \sum_\alpha n_\alpha m_\alpha c_{\perp\alpha}^2$  (см. формулы (20.3)):

$$j_H = c_0 \text{rot} \left( \frac{p_\perp}{H_{ex}^2} \right) H_{ex}. \quad (20.12)$$

Электрический ток  $j_H$ , обусловленный вращением заряженных частиц в магнитном поле, называется током намагничивания или диамагнитным током. Возникновение этого тока является специфическим свойством неоднородной плазмы, определяющим ее поведение в магнитном поле. Так, в разреженной (без столкновений) неоднородной плазме при взаимодействии диамагнитного тока с внешним магнитным полем появляется сила  $F_{jH}$ , эквивалентная градиенту гидродинамического давления (рис. 3.15). Аналогичные силы, согласно (20.12), возникают в случаях неоднородностей температуры заряженных частиц или внешнего магнитного поля.

Движущие силы, вызывающие диамагнитный ток, [можно выявить, воспользовавшись векторным тождеством [36]

$$\text{rot } \varphi a = \varphi \text{rot } a + [\text{grad } \varphi, a]. \quad (20.13)$$

После применения (20.13) выражение (20.12) приведет к виду

$$j_H = -\frac{c_0}{H^2} \left\{ p_\perp \text{rot } H + [\nabla p_\perp, H] - \frac{2p_\perp}{H} [\nabla |H|, H] \right\}. \quad (20.14)$$

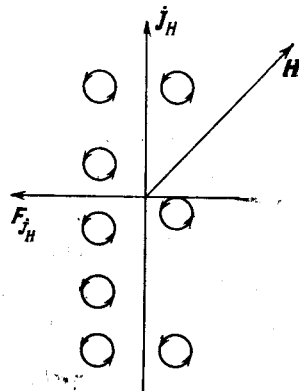


Рис. 3.15. Схема возникновения диамагнитного тока  $j_H$  и силы  $F_{jH}$  в разреженной неоднородной плазме.

При достаточно медленных изменениях внешних полей, когда токами смещения можно пренебречь, полная плотность тока  $\mathbf{j} \approx \frac{c_0}{4\pi} \operatorname{rot} \mathbf{H}$ , что в сочетании с (20.14) (в отсутствие других токов) приводит к выражению, связывающему поперечное давление  $p_{\perp}$  с внешним магнитным полем:

$$\left(\frac{H^2}{4\pi} + p_{\perp}\right) \operatorname{rot} \mathbf{H} = \left[\left(\frac{p_{\perp}}{H^2} \nabla H^2 - \nabla p_{\perp}\right) \mathbf{H}\right]. \quad (20.15)$$

Величина  $F^* = \frac{p_{\perp}}{H^2} \nabla H^2 - \nabla p_{\perp}$  имеет смысл движущей силы, пропорциональной э.д.с., обуславливающей возникновение диамагнитного тока.

## § 21. Уравнения переноса для плазмы в магнитном поле

1. Кинетическое уравнение плазмы. При исследовании процессов переноса в плазме исходят из кинетического уравнения, описывающего изменение плотности распределения частиц в фазовом пространстве координат — импульсов (скоростей). Число частиц типа  $\alpha$  в элементе объема фазового пространства  $d\Omega = d\mathbf{r} \cdot d\mathbf{c}$  запишется в виде  $dN_{\alpha} = f_{\alpha} d\Omega$ , где функция распределения  $f_{\alpha}(t, \mathbf{r}, \mathbf{c})$  описывает плотность распределения частиц в пространстве  $\Omega$ . В отсутствие столкновений число частиц в некотором объеме  $\Delta\Omega$  изменяется только за счет потока частиц, втекающих в этот объем через окружающую его замкнутую поверхность  $\Sigma$ :

$$\frac{d}{dt} \int_{\Delta\Omega} f_{\alpha} d\Omega = \oint_{\Sigma} (\mathbf{N}_{\alpha} \cdot \mathbf{n}) d\Sigma = - \int_{\Delta\Omega} \operatorname{div} \mathbf{N}_{\alpha} d\Omega. \quad (21.1)$$

Представляя шестимерный поток  $\mathbf{N}_{\alpha}$  в виде суммы потоков в пространстве координат и пространстве скоростей, получим «бесстолкновительное» кинетическое уравнение в форме уравнения неразрывности в шестимерном фазовом пространстве:

$$\frac{\partial f_{\alpha}}{\partial t} + \operatorname{div}_r \mathbf{N}_r + \operatorname{div}_c \mathbf{N}_c = 0, \quad \mathbf{N}_r = c f_{\alpha}, \quad \mathbf{N}_c = \frac{dc}{dt} f_{\alpha}, \quad \frac{dc}{dt} = \frac{\mathbf{F}_{ex}}{m_{\alpha}}, \quad (21.2)$$

где внешняя сила

$$\mathbf{F}_{ex} = e_{\alpha} \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c_0} [\mathbf{c} \mathbf{B}] \right\}. \quad (21.3)$$

Влияние столкновений на функцию распределения описывается обычно специальным столкновительным членом, вводимым в правую часть кинетического уравнения {1},

$$\frac{\delta f_{\alpha}(c_{\alpha})}{\delta t} = \sum_{\beta} n_{\alpha} n_{\beta} \int_{\Omega_{\beta}} \int_{\Omega_{\alpha}} [f_{\alpha}(c'_{\alpha}) f_{\beta}(c'_{\beta}) - f_{\alpha}(c_{\alpha}) f_{\beta}(c_{\beta})] c_r \sigma_{\alpha\beta}(c_r, \vartheta) d\Omega_{\beta} d\vartheta, \quad (21.4)$$

где суммирование распространено на различные виды столкновений частицы сорта  $\alpha$  с другими частицами, присутствующими в плазме; интегрирование производится по всем углам рассеяния ( $\vartheta$ ) и по пространству скоростей частиц, с которыми происходят столкновения ( $\Omega_{\beta}$ ), функции  $f_{\alpha}(c_{\alpha})$ ,  $f_{\beta}(c_{\beta})$  под интегралом записаны для скоростей частиц до столкновения, функции  $f_{\alpha}(c'_{\alpha})$ ,  $f_{\beta}(c'_{\beta})$  — для скоростей частиц после столкновения,  $c_r = |\mathbf{c}_{\alpha} - \mathbf{c}_{\beta}|$  — относительная скорость,  $\sigma_{\alpha\beta}(c_r, \vartheta)$  — дифференциальное сечение рассеяния при столкновениях частиц сорта  $\alpha$  и  $\beta$ .

Столкновительный член, описывающий влияние кулоновских столкновений, может быть упрощен в связи с тем, что преобладающую роль в этих

столкновениях играют далекие взаимодействия [37—39]. Далекие столкновения приводят к малым изменениям скорости, которые в сумме могут быть сведены к трению и диффузии в пространстве скоростей. Выражение для столкновительного члена принимает вид [38, 39] (см. также [40—44])

$$\frac{\delta f_\alpha}{\delta t} = -\operatorname{div}_c N_\alpha = \frac{e}{c} \frac{\partial}{\partial c_i} N_{\alpha i};$$

$$N_{\alpha i} = \sum_{\beta, k} 2\pi \Lambda_{\alpha\beta} \frac{e_\alpha^2 e_\beta^2}{m_\alpha} \int_{\Omega_\beta} U_{ik} \left( \frac{f_\alpha}{m_\beta} \frac{\partial f_\beta(c_\beta)}{\partial c_{\beta k}} - \frac{f_\beta}{m_\alpha} \frac{\partial f_\alpha(c_\alpha)}{\partial c_{\alpha k}} \right) d\Omega_\beta, \quad (21.5)$$

где  $U_{ik} = \delta_{ik} \frac{1}{c_r} - \frac{c_{ri} c_{rk}}{c_r^3}$ ,  $\delta_{ik}$ —символ Кронекера,  $c_r = c_\alpha - c_\beta$ ,  $\Lambda$ —кулоновский логарифм (см. примечание 4, стр. 495).

С учетом выражений  $F_{ex}$  и  $\delta f_\alpha / \delta t$  кинетическое уравнение для заряженных частиц плазмы может быть представлено в виде

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \operatorname{div}_r (c f_\alpha) + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \operatorname{div}_c \left\{ \left( E + \frac{1}{c_0} [c B] \right) f_\alpha \right\} + \operatorname{div}_c N_\alpha = 0. \quad (21.6)$$

Столкновительный член в форме (21.5) справедлив для кулоновских столкновений при условии, что электронная температура отличается от ионной не очень значительно. При больших отличиях  $\left( \frac{T_e}{T_p} > 10^2 \div 10^3 \right)$  это выражение должно быть модифицировано. В этих условиях необходимо учитывать поляризацию плазмы; существенным становится взаимодействие частиц с плазменными колебаниями [45—47, 52, 53]\*).

2. Плазма в гидромагнитном приближении. Во многих задачах современной технической физики при выполнении определенных условий нет необходимости рассматривать уравнения переноса для каждой из компонент плазмы в отдельности, и основные черты явления определяются поведением плазмы как целого. В таких случаях плазму можно рассматривать как сплошную («однокомпонентную») среду, взаимодействующую с внешними полями. Поэтому движение плазмы во внешних полях, связанное со взаимодействием электромагнитных и гидродинамических явлений, следует рассматривать на основе совместной системы уравнений движения сплошной среды и электромагнитного поля [1.6], [39, 54—56].

2.1. Уравнения магнитной гидродинамики. Уравнения, описывающие движение плазмы как сплошной среды, записываются в виде законов сохранения массы, количества движения и энергии

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho u = 0, \quad \rho \frac{du}{dt} = \operatorname{div} P + \rho_e E + \frac{1}{c_0} [jB],$$

$$\rho \frac{d}{dt} \left( W_1 + \frac{u^2}{2} \right) = -\operatorname{div} Q + \operatorname{div} (uP) + (jE). \quad (21.7)$$

Величина  $\operatorname{div} P$  является вектором и представляет собой плотность сил давления и вязкости ( $P(p_{ik})$ —кинетический тензор напряжений). В уравнении энергии первый член справа выражает рассеяние энергии, связанное с теплопроводностью; второй член дает изменение энергии за счет работы внешних напряжений; третий член учитывает нагревание плазмы протекающими в ней электрическими токами. Вид характеризующих среду функций  $W_1$ ,

\*) Заметим, что в [48—50] получены выводы о пренебрежимо малом влиянии плазменных колебаний на кинетические коэффициенты. Однако это справедливо лишь для изотермической плазмы, когда  $T_e \approx T_p$  [52, 53].

$P$  и  $Q$  зависит от свойств среды, в частности от условий движения частиц в плазме (см. примечание 6, стр. 502).

Для преобразования электромагнитных членов уравнений импульсов и энергии воспользуемся уравнениями Максвелла {1}. Плотность электромагнитной силы  $f_B$  запишем в виде

$$f_B = \rho_e E + \frac{1}{c_0} [jB] = \left( \frac{1}{4\pi} \nabla D \right) E + \frac{1}{4\pi} \left[ \left( \text{rot } H - \frac{1}{c_0} \frac{\partial D}{\partial t} \right) B \right] \approx \frac{1}{4\pi} [\text{rot } H B]. \quad (21.8)$$

Джоулевский член в (21.7) с учетом закона Ома в форме  $j = \sigma E$  примет вид

$$E \cdot j = \frac{v_m}{4\pi} (\text{rot } H)^2, \quad v_m = \frac{c_0^2}{4\pi\mu\sigma}. \quad (21.9)$$

К системе гидродинамических уравнений (21.7) надо присоединить уравнение индукции, описывающее изменение магнитного поля в движущейся плазме. Плотность тока в движущейся со скоростью  $u$  среде в неподвижной системе координат равна

$$j = \rho_e u + \sigma \left\{ E + \frac{1}{c_0} [uB] \right\} \approx \sigma \left\{ E + \frac{1}{c_0} [uB] \right\}. \quad (21.10)$$

В силу равенств

$$\frac{4\pi}{c_0} j = \text{rot } H - \frac{1}{c_0} \frac{\partial D}{\partial t} \approx \text{rot } H, \quad \text{rot } E = - \frac{1}{c_0} \frac{\partial B}{\partial t}$$

после применения операции  $\text{rot}$  выражение (21.10) переходит в соотношение

$$\text{rot } v_m \text{rot } H = - \frac{\partial B}{\partial t} + \text{rot } [uB], \quad (21.11)$$

представляющее собой уравнение индукции — одно из основных уравнений магнитной гидродинамики. Если проводимость  $\sigma$  изотропна, то с учетом векторного тождества  $\text{rot } \text{rot } A = -\nabla^2 A + \text{grad } \text{div } A$  [36] в силу соленоидальности магнитного поля ( $\nabla B = 0$ ) уравнение индукции принимает форму

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \text{rot } [uB] + v_m \nabla^2 H. \quad (21.12)$$

Для полноты системы уравнений, описывающих движение плазмы во внешних полях, необходимо добавить уравнение состояния газа, характеризующее связь между газокINETическим давлением, плотностью и температурой. Если плазма в термодинамическом отношении является совершенным газом, т. е. электростатическая энергия заряженных частиц мала по сравнению с их средней тепловой энергией, температура и внутренняя энергия определяются соотношениями

$$p = R\rho T, \quad W_1 = c_V T = \frac{p}{\rho(\gamma_c - 1)} \quad \left( \gamma_c = \frac{c_p}{c_V} = \frac{R + c_V}{c_V} \right). \quad (21.13)$$

Таким образом, полная система уравнений магнитной гидродинамики имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \left( u_k \frac{\partial}{\partial x_k} \right) u = & - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_k} \left( p + \frac{B^2}{8\pi} \right) + \frac{1}{4\pi\rho} \left( H_k \frac{\partial}{\partial x_k} \right) B + \frac{v_m}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x_k^2} + \\ & + \left[ \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \right] \left( \frac{\xi}{\rho} + \frac{v}{3} \right), \\ \frac{\partial B}{\partial t} + \left( u_k \frac{\partial}{\partial x_k} \right) B = & \left( B_k \frac{\partial}{\partial x_k} \right) u + v_m \frac{\partial^2 H}{\partial x_k^2} - B \frac{\partial u_k}{\partial x_k}, \end{aligned} \quad (21.14)$$

$$\rho T \left\{ \frac{\partial W_1}{\partial t} + \left( u_k \frac{\partial}{\partial x_k} \right) W_1 \right\} = p_{ik} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \chi \frac{\partial T}{\partial x_k} \right) + \frac{v_m}{4\pi} (\text{rot}_k \mathbf{H})^2,$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \left( u_k \frac{\partial \rho}{\partial x_k} \right) = 0, \quad p = R\rho T, \quad \frac{\partial B_k}{\partial x_k} = 0.$$

При небольших скоростях плазмы, когда  $M \ll 1$  ( $M = u/v_s$  — число Маха), эффекты, связанные со сжимаемостью среды, пренебрежимо малы. Тогда  $\rho \approx \text{const}$ , т. е.  $\partial \rho / \partial x_k = 0$ , и система (21.14) значительно упрощается. В этих условиях решение уравнений импульсов и магнитной индукции можно искать независимо от уравнения энергии, которое служит теперь для определения поля температур при известных распределениях скорости и магнитного поля.

2.2. Границы применимости гидромагнитного приближения. Рассмотрим подробнее условия, при которых справедливы магнитогидродинамические уравнения (21.14).

1) Плотность тока в движущейся плазме принята в форме (21.10), где связь между током и электрическим полем определяется той же проводимостью  $\sigma$ , что и при постоянном токе. Это справедливо, если период изменения поля велик по сравнению с временами, характерными для микроскопического механизма проводимости, т. е.

$$\omega_{E,B} \tau_e \ll 1, \quad (21.15)$$

где  $\omega_{E,B}$  — частота внешнего поля,  $\tau_e$  — время свободного пролета электрона. Относительно самой проводимости  $\sigma$  предполагается, что она изотропна, тогда как в действительности закон Ома выражается более сложным образом, нежели (21.10), в результате чего величина  $\sigma$  оказывается зависящей от величины и направления магнитного поля (см. § 73); однако этой зависимостью можно пренебречь при условии

$$\omega_{Le} \tau_e \ll 1 \quad \left( \omega_{Le} = \frac{e_0 H}{m_e c_0} \right). \quad (21.16)$$

3) Принято, что токами смещения можно пренебречь по сравнению с токами проводимости, что эквивалентно условию

$$\frac{1}{4\pi} \frac{\partial D}{\partial t} / \sigma E \sim \frac{\omega_{E,B}}{4\pi \sigma} \ll 1. \quad (21.17)$$

4) Опущен член  $\rho_e u$ , соответствующий конвекционным токам. Этот член мал по сравнению с током проводимости, если

$$\frac{\rho_e c_0}{\sigma E} \sim \frac{c_0 \sigma}{4\pi \sigma l} \ll 1 \quad (21.18)$$

5) В (21.8) принято, что плотность электрической силы пренебрежимо мала, т.

$$\frac{\rho_e E}{\frac{1}{c_0} j B} \sim \frac{\mu E^2 / l}{B^2 / l} = \left( \frac{E}{B} \right)^2 \mu \ll 1. \quad (21.19)$$

Проведем численные оценки условий 1) — 5). Выполнимость условия 1) при частоте внешнего поля  $\omega_{E,B} \lesssim 10^8 \text{ сек}^{-1}$  обеспечивается при временах свободного пролета электронов  $\tau_e \lesssim 10^{-7} \text{ сек}$ . Хаотические (средние) скорости электронов проводимости  $\bar{v}_e \gtrsim 10^8 \text{ см/сек}$ , т. е.  $\tau_e \lesssim 10^{-7} \text{ сек}$  при давлениях газа  $p \gtrsim 10^2 \text{ мм рт. ст.}$

Для выполнения условия 2) при средних скоростях электронов  $\bar{v}_e \sim 10^8 \text{ см/сек}$  и магнитных полях  $B \gtrsim 10^2 \text{ гс}$  давление газа не должно быть

меньше  $10^2$  мм рт. ст., а при  $B \geq 10^3$  гс давление газа должно составлять несколько миллиметров ртутного столба и выше.

Условие 3) при частотах  $\omega_E \lesssim 10^6$  сек<sup>-1</sup> легко выполняется при значениях проводимости плазмы  $\sigma \gtrsim 10^{10}$  сек<sup>-1</sup>  $\sim 10^{-2}$  ом<sup>-1</sup>·см<sup>-1</sup>.

Справедливость условия 4) при  $l \sim 1$  см,  $\sigma \sim 10^{10}$  сек<sup>-1</sup> обеспечивается при скоростях течения плазмы  $u \lesssim 10^8$  см/сек.

Условие 5) будет заведомо выполнено, если при индукции магнитного поля  $B \lesssim 10^2$  гс напряженность электрического поля  $E$  не превышает  $3 \cdot 10^2$  в/см. При больших значениях  $B$  верхний предел для  $E$  соответственно возрастает: для  $B \sim 10^3$  гс должно быть  $E \lesssim 3 \cdot 10^3$  в/см и т. д.

Из приведенных оценок очевидно, что условия 3) и 4) не являются серьезными ограничениями: в достаточно хороших проводниках, к которым относится плазма, почти во всех представляющих практический интерес случаях проводимости  $\sigma \gtrsim 10^{10}$  сек<sup>-1</sup>; скорости же течения плазмы, достигнутые в земных условиях экспериментально и получающиеся из теории при разумных предположениях относительно величин электрических токов, магнитных полей и градиентов давления, редко превышают  $\sim 10^8$  см/сек.

Что касается условий 1) и 5), то они накладывают некоторые ограничения на плотность ионизованного газа (снизу) и величину внешнего электрического поля (сверху). Ограничение сверху на величину напряженности электрического поля  $E$  может быть существенным, если движение происходит в слабых магнитных полях.

Однако наиболее жестким оказывается условие 2), ограничивающее снизу плотность газа. Увеличение магнитного поля поднимает нижний предел плотности, т. е. в сильных магнитных полях и разреженных газах условие 2) может нарушаться. В этих случаях необходимо учитывать анизотропию проводимости и других коэффициентов переноса (теплопроводности, вязкости), т. е. их зависимость от величины и направления магнитного поля. При этом для получения достоверных результатов при исследовании поведения плазмы следует пользоваться более сложными уравнениями магнитной плазмодинамики (см. следующий раздел) и обобщенным законом Ома (см. § 73).

Таким образом, при фиксированных газокINETическом давлении и электрическом поле условия 5) и 2) устанавливают соответственно нижний и верхний пределы для величины индукции магнитного поля, при которой еще применимо «гидромагнитное приближение».

**4. Магнитная плазмодинамика.** Как отмечено в предыдущем разделе, одним из важнейших условий применимости магнитогидродинамического описания плазмы является требование  $\omega_e \tau_e \ll 1$ ; однако часто практический интерес представляет случай произвольного  $\omega_e \tau_e$ , когда вязкость, теплопроводность и электропроводность плазмы зависят от направления и величины магнитного поля и являются тензорами. Двухкомпонентная модель плазмы, учитывающая зависимость кинетических коэффициентов от магнитного поля (см., например, [52, 53, 57—59]), довольно сложна. Во многих практически важных случаях (например, при описании поведения плазмы в магнитогазодинамических генераторах, плазменных ускорителях и т. д.) достаточна одножидкостная модель плазмы, но с учетом анизотропии коэффициентов переноса. Такая модель рассмотрена в [60]. Температура  $T$ , давление  $p$ , тензор вязких напряжений  $\{p_{ik}\}$ , вектор потока тепла  $Q$  и средняя скорость  $u$  определены для смеси газов. Уравнения сохранения массы, импульса и энергии также записаны для смеси. При этом тензор напряжений и вектор потока тепла не расшифрованы. Однако такая форма законов сохранения мало пригодна для решения конкретных задач. Более удобна форма записи, при которой вязкие члены и поток тепла выражены через компоненты скорости [61].

Во многих практически важных случаях геометрия задачи такова, что направление магнитного поля может считаться заранее известным и соответствующее направление является выделенным. В такой специальной системе координат, в которой магнитное поле направлено по оси  $z$ , компоненты тензора вязких напряжений имеют вид:

$$\begin{aligned} p_{zz} &= -\eta e_{zz}, \\ p_{xx} &= -\eta \left\{ b'_2 e_{xx} + \frac{1}{2} (b'_2 - 1) e_{zz} - 2\omega_p \tau_p b''_2 e_{xy} \right\}, \\ p_{yy} &= -\eta \left\{ b'_2 e_{yy} + \frac{1}{2} (b'_2 - 1) e_{zz} + 2\omega_p \tau_p b''_2 e_{xy} \right\}, \\ p_{xy} &= p_{yx} = -\eta \{ b'_2 e_{xy} - \omega_p \tau_p b''_2 (e_{xx} - e_{yy}) \}, \\ p_{xz} &= p_{zx} = -\eta \{ b'_1 e_{xz} - \omega_p \tau_p + b''_1 e_{yz} \}, \\ p_{yz} &= p_{zy} = -\eta \{ b'_1 e_{yz} + \omega_p \tau_p b''_1 e_{xz} \}, \end{aligned} \quad (21.20)$$

где \*)

$$\begin{aligned} e_{ik} &= \frac{\partial c_i}{\partial x_k} + \frac{\partial c_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \sum \frac{\partial c_m}{\partial x_m}, \quad \eta = \frac{2}{3} p_p \tau_p, \\ b'_1 &= \left( 1 + \frac{4}{9} \omega_p^2 \tau_p^2 \right)^{-1}, \quad b''_1 = \frac{2}{3} \left( 1 + \frac{4}{9} \omega_p^2 \tau_p^2 \right)^{-1}, \\ b'_2 &= \left( 1 + \frac{16}{9} \omega_p^2 \tau_p^2 \right)^{-1}, \quad b''_2 = \frac{2}{3} \left( 1 + \frac{16}{9} \omega_p^2 \tau_p^2 \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (21.21)$$

Поток тепла, в отличие от вязких напряжений, где основной вклад принадлежит ионам (вязкость электронов в  $(m_p/m_e)^{1/2}$  раз меньше), определяется как ионами, так и электронами. В той же специальной системе координат компоненты потока тепла имеют вид:

$$\begin{aligned} Q_z &= -\chi \left( \frac{\partial T}{\partial z} + \beta j_z \right), \\ Q_x &= -\chi \left( \chi' \frac{\partial T}{\partial x} + \omega_e \tau_e \chi'' \frac{\partial T}{\partial y} + \beta' j_x + \omega_e \tau_e \beta'' j_y \right), \\ Q_y &= -\chi \left( \chi' \frac{\partial T}{\partial y} - \omega_e \tau_e \chi'' \frac{\partial T}{\partial x} + \beta' j_y - \omega_e \tau_e \beta'' j_x \right), \end{aligned} \quad (21.22)$$

где

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{pkTe}{m_e}, \quad \beta = \frac{0,45 T_p B}{\omega_p \tau_p \mu}, \\ \beta' &= (3,24 \omega_e^2 \tau_e^2 + 1,7) \frac{T_e B \Delta_e}{\omega_e \tau_e \mu}, \quad \beta'' = (0,95 \omega_p^2 \tau_p^2 + 1,9) \frac{T_e B \Delta_e}{\omega_e \tau_e \mu}, \\ \chi' &= (1,5 \omega_e^2 \tau_e^2 + 3,8) \Delta_e + \frac{\omega_p \tau_p}{\omega_e \tau_e} (0,6 \omega_p^2 \tau_p^2 + 0,8) \Delta_p, \\ \chi'' &= (0,8 \omega_e^2 \tau_e^2 + 6,9) \Delta_e + \left( \frac{\omega_p \tau_p}{\omega_e \tau_e} \right)^2 (0,8 \omega_p^2 \tau_p^2 + 1,3) \Delta_p, \\ \Delta_e^{-1} &= \omega_e^4 \tau_e^4 + 14,8 \omega_e^2 \tau_e^2 + 3,8, \quad \Delta_p^{-1} = \omega_p^4 \tau_p^4 + 2,7 \omega_p^2 \tau_p^2 + 0,7. \end{aligned} \quad (21.23)$$

\*) Если при определении поправки к функции распределения воспользоваться не одним [60], а двумя первыми членами разложения по полиномам Сонина [57], то можно получить более точные выражения для величин  $\eta$ ,  $b'_k$  и  $b''_k$ . Однако максимальное различие между этими двумя приближениями (при  $\omega_e \tau_e \gg 1$ ) не превышает 20%, а при  $\omega_e \tau_e \sim 1$  различие  $\lesssim 5\%$ , в то время как сложность формул резко возрастает.

После подстановки выражений для  $p_{1k}$  и  $Q$  в уравнения импульсов и энергии получаются уравнения магнитной плазмодинамики, учитывающие анизотропию коэффициентов переноса:

$$\begin{aligned} \rho \frac{du_x}{dt} = & -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \eta \left[ \frac{2}{3} b'_2 \left( 2 \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_y}{\partial y} - \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \right. \right. \\ & + \frac{1}{3} (b'_2 - 1) \left( 2 \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) - 2\omega_p \tau_p b'_2 \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \left. \right] \left. \right\} + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \eta \left[ b'_2 \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) - 2\omega_p \tau_p b'_2 \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \right] \right\} + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \eta \left[ b'_1 \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) - \omega_p \tau_p b'_1 \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \right] \right\} + \frac{1}{c_0} j_y B_z, \quad (21.24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{du_y}{dt} = & -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \eta \left[ b'_2 \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) - 2\omega_p \tau_p b'_2 \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \right] \right\} + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \eta \left[ \frac{2}{3} b'_2 \left( 2 \frac{\partial u_y}{\partial y} - \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{1}{3} (b'_2 - 1) \left( 2 \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + \right. \right. \\ & + 2\omega_p \tau_p b'_2 \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \left. \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \eta \left[ b'_1 \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) + \right. \right. \\ & + \omega_p \tau_p b'_1 \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \left. \right] \right\} - \frac{1}{c_0} j_x B_z, \quad (21.25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{du_z}{dt} = & -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \eta \left[ b'_1 \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) - \omega_p \tau_p b'_1 \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \right] \right\} + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \eta \left[ b'_1 \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) + \omega_p \tau_p b'_1 \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{2}{3} \eta \left( 2 \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \right\}. \quad (21.26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho c_v \frac{dT}{dt} = & c_v T \frac{m_p}{2e_0} \nabla \mathbf{j} + (\mathbf{j} \mathbf{E}) + \frac{1}{c_0} [\mathbf{j} \mathbf{u}]_z B_z - p \nabla \mathbf{u} - \eta b'_2 \left[ 2 \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right)^2 - (\nabla \mathbf{u})^2 \right] - \\ & - \frac{1}{3} \eta \left( 3 \frac{\partial u_z}{\partial z} - \nabla \mathbf{u} \right) \left[ (b'_2 - 1) \nabla \mathbf{u} + (4 - 3b'_2) \frac{\partial u_z}{\partial z} \right] - \\ & - 2\eta \omega_p \tau_p \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) (b'_2 - b'_2) - \eta \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right)^2 b'_2 - \\ & - \eta b'_1 \left[ \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right)^2 \right] + \nabla (\chi \cdot \chi' \cdot \nabla T) + \frac{\partial}{\partial z} \chi (1 - \chi') \frac{\partial T}{\partial z} + \\ & + \nabla (\chi \beta' j) + \frac{\partial}{\partial z} (\beta' - \beta'') \chi j_z + \chi' \left( \frac{\partial}{\partial x} \chi \omega_e \tau_e \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \chi \omega_e \tau_e \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \\ & + \beta'' \left( \frac{\partial}{\partial x} \chi \omega_e \tau_e j_y - \frac{\partial}{\partial y} \chi \omega_e \tau_e j_x \right). \quad (21.27) \end{aligned}$$

Дополнительные члены, присутствующие в уравнениях плазмодинамики, соответствуют физическим эффектам, которые не описываются обычной магнитной гидродинамикой. В [62] исследован простейший случай течения Куэтта (стационарное движение плазмы между параллельными пластинами, одна из которых неподвижна, в то время как другая равномерно движется в своей плоскости) в гальваническом приближении, когда индуцированные

магнитные поля пренебрежимо малы по сравнению с внешним магнитным полем, т. е. магнитное число Рейнольдса  $Re_m = ul/v_m \ll 1$ . Эта форма течения представляет интерес как приближенно моделирующая ламинарный пограничный слой. Из специфичных эффектов, возникающих только в приближении магнитной плазмодинамики, следует отметить возникновение градиента давления и движения газа в направлении, перпендикулярном скорости пластины, из-за чего профиль скорости становится нелинейным. Интересно также появление составляющей электрического тока, параллельной скорости движения пластины. В целом уравнения магнитной плазмодинамики (21.24)–(21.27) аналогичны по форме рассмотренным в п.2 гидромагнитным уравнениям для вязкой плазмы, а при их исследовании применимы обычные методы.

## ИЗОТЕРМИЧЕСКАЯ (РАВНОВЕСНАЯ) ПЛАЗМА

## § 22. Определение. Условия существования

Изотермической мы будем называть плазму, находящуюся в состоянии термодинамического равновесия; в ней температуры всех процессов и компонент равны одной и той же величине ( $T_e = T_p = T_g = \dots = T$ ), которую можно считать общей температурой плазмы (см. § 27). В состояние изотермической плазмы переходит всякий газ, изолированный в тепловом отношении от окружающих тел и нагретый до температуры, при которой происходит значительная термическая ионизация (от нескольких тысяч градусов Кельвина и выше). Из условия термодинамического равновесия такой плазмы вытекает ряд следствий.

1) К изотермической плазме применимы, помимо понятия температуры, также все остальные понятия термодинамики, такие как теплоемкость  $c$ , энтропия  $S$ , свободная энергия  $F$ , термодинамический потенциал  $\Phi$  и т. д. (см. § 23).

2) Так как все частицы плазмы (кроме фотонов) подчиняются классической статистике (это относится и к электронам, поскольку концентрации их в газовой плазме недостаточны для того, чтобы наступило вырождение электронного газа в смысле статистики Ферми), то наивероятнейшие распределения частиц по скоростям и энергиям заранее известны: максвелловское распределение по скоростям и больцмановское распределение по потенциальным энергиям (заряженных частиц) или внутренним энергиям (атомных систем). Следовательно, если температура плазмы найдена, то функции распределения  $f_e$ ,  $f_p$  и т. д. можно считать известными. Концентрации  $n_e$ ,  $n_p$  и т. д. определяются при этом путем исследования общих условий равновесия многокомпонентных систем (см. §§ 24 и 25). Не только концентрации и функции распределения частиц, но и все остальные характеристики изотермической плазмы — механические, термические, электрические — в отсутствие внешних силовых полей определяются веществом, образующим плазму, и (в случае химически однородного вещества) двумя параметрами, задающими состояние газа; обычно такими параметрами служат давление и температура \*). Поэтому применение методов и аппарата кинетики (кинетического уравнения,  $H$ -теоремы и т. д.) для расчета характеристик изотермической плазмы излишне. Основная задача при расчете свойств изотермической плазмы состоит в определении ее давления и температуры. В отсутствие теплового обмена с окружающими телами температура определяется количеством ранее сообщенного плазме тепла; при наличии установившегося теплообмена — равновесием между приходом и расходом тепла.

3) В изотермической (термодинамически равновесной) плазме каждый прямой элементарный процесс находится в равновесии с обратным ему процессом, т. е. скорости прямого и обратного процессов равны: излучение урав-

\*) Если это смесь химически различных веществ, то, помимо двух названных параметров, должны быть известны и концентрации компонент смеси (см. § 25).

новешено поглощением, ионизация — рекомбинацией, возбуждение ударами частиц — неупругими ударами II рода и т. д. Такое совершенное равновесие носит название детального равновесия (см. {1}, § 14).

Плазма, полностью изотермическая (т. е. температура которой постоянна на всем ее протяжении), может существовать длительно только в условиях, обеспечивающих ее тепловую изоляцию от окружающего пространства. Обычно плазма горячее окружающих ее тел и потому отдает теплоту вовне путем излучения, теплопроводности и т. д. Неизбежным следствием этого является падение температуры от центральных областей к периферии плазмы, т. е. нарушение ее тепловой однородности ( $\text{grad } T \neq 0$ ). Такая плазма уже не является вполне изотермической; в ней происходят явления переноса тепла и другие виды течений. Строго говоря, в состоянии полного термодинамического равновесия может находиться лишь однородная изотермическая совокупность частиц, в которой отсутствуют любые процессы переноса тепла, массы, количества движения и вероятность всех возможных энергетических состояний удовлетворяет распределению Больцмана. Эти условия характеризуют черное тело и могут приближенно осуществляться в плазме, в которой имеется равновесие процессов обмена энергией, в том числе и процессов поглощения и излучения. Однако во многих практически встречающихся случаях и при наличии процессов переноса можно приближенно применять формулы, полученные для условий равновесия (закон распределения Больцмана, уравнения ионизации типа уравнения Саха и т. п.). При этом следует использовать локальное значение температуры рассматриваемого слоя плазмы. Чем дальше расположен этот слой от поверхностного слоя, граничащего с окружающей средой, тем ближе состояние плазмы к равновесному. Критерием применимости допущения о равновесии в плазме при наличии процессов переноса может служить неравенство

$$\lambda_X |\text{grad } X| / X \ll 1, \quad (22.1)$$

где  $X$  — величина, изменение которой определяет скорость процесса переноса (температура — при переносе тепла, концентрация — при переносе массы и т. п.), могущего внести наибольший вклад в нарушение равновесия;  $\lambda_X$  — свободный пробег частицы, относящийся к данному процессу.

Физический смысл условия (22.1) заключается в том, что за время между соседними столкновениями или на расстоянии порядка длины свободного пробега, характеризующей процесс переноса, соответствующий параметр плазмы (температура, концентрация и т. д.) претерпевает малое отклонение от равновесного состояния. Другими словами, процессами, нарушающими термодинамическое равновесие, являются процессы, при которых энергия системы односторонне уменьшается или увеличивается; если такие процессы происходят значительно реже, чем процессы, связанные с обменом энергией, то отклонение от равновесия невелико. В этих случаях можно пользоваться упрощенным способом рассмотрения плазмы как квазиизотермической среды: считать, что плазма в каждой точке находится в состоянии теплового равновесия, соответствующем местной температуре  $T$ ; сама же температура является непрерывной функцией координат.

Так поступают и при рассмотрении плазм, поддерживаемых неэлектрическими источниками энергии (случай несамостоятельной проводимости газов, например звездная плазма), и в случае плазмы самостоятельного тока (например, положительный столб дуги высокого давления). Во всех этих случаях можно исходить из теплового баланса плазмы; но в отличие от вполне изотермической плазмы, здесь приходится искать в плазме не просто значение температуры в произвольной точке, а пространственное распределение температур. Примером такой квазиизотермической плазмы может

служить положительный столб дуги высокого давления при достаточно высокой концентрации заряженных частиц (см. гл. V).

В этой главе мы обсудим основные термодинамические функции, используемые в теории электрического тока в газе и характеризующие состояние и состав изотермической плазмы (§ 23); рассмотрим процессы ионизации, определяющие ионизационное равновесие, степень ионизации и распределение ионов с различными зарядами (§ 24); приведем примеры вычисления ионизационного состояния и электропроводности многокомпонентных плазменных смесей (§ 25); выясним законы, которым подчиняются потоки массы и энергии, нейтральных и заряженных частиц в равновесной изотермической плазме (§ 26).

### § 23. Термодинамические функции плазмы \*)

#### 1. Статистическая сумма по состояниям.

1.1. Термодинамические функции и статистическая сумма. Вероятность состояния термодинамически равновесной плазмы характеризуется каноническим распределением Гиббса [III.1], определяемым энергетическим спектром  $\{E_k\}$  (допустимыми значениями энергии, которые может иметь система):

$$w_k = g_k \exp [-(E_k - F)/kT], \quad (23.1)$$

где  $w_k$  — вероятность состояния с энергией  $E_k$ ,  $F$  — свободная энергия,  $g_k$  — статистический вес состояния  $k$ , определяющий число физически различных состояний с одной и той же энергией  $E_k$ . С вероятностью, равной единице, система находится в одном из возможных состояний  $w_k$ , т. е.

$$\sum_k w_k = \exp(F/kT) \sum_k g_k \exp(-E_k/kT) = 1. \quad (23.2)$$

Для свободной энергии  $F$  на одну частицу из (23.2) можно написать

$$F = -kT \ln \sum_k g_k \exp(-E_k/kT) \equiv -kT \ln \mathcal{Z}. \quad (23.3)$$

Стоящая под знаком логарифма в (23.3) величина  $\mathcal{Z} = \sum_k g_k \exp(-E_k/kT)$  называется статистической суммой по состояниям; все термодинамические функции плазмы выражаются через  $\mathcal{Z}$ .

Внутренняя энергия как усредненная по статистическому распределению энергия состояния (средняя энергия плазмы) \*\*):

$$W = \sum_k w_k E_k = \sum_k g_k E_k \exp \frac{F - E_k}{kT} = kT^2 \frac{\partial \ln \mathcal{Z}}{\partial T}. \quad (23.4)$$

Энтропия как среднее значение логарифма статистического распределения:

$$S = -\sum_k w_k \ln w_k = -\frac{\partial F}{\partial T} = k \ln \mathcal{Z} + kT \frac{\partial \ln \mathcal{Z}}{\partial T}. \quad (23.5)$$

Энтальпия системы (теплосодержание, или тепловая функция):

$$H = kTN \left( 1 + \frac{\partial \ln \mathcal{Z}}{\partial \ln T} \right), \quad (23.6)$$

где  $N$  — полное число частиц в системе.

\*) Этот параграф не является попыткой изложить термодинамику плазмы; он содержит только краткое описание важнейших термодинамических функций изотермической плазмы, используемых в теории электрического тока в газе.

\*\*) По смыслу среднего значения усредненное по статистическому распределению значение произвольной величины  $X$  найдется в виде  $X = \sum_k w_k X_k$ .

Термодинамический и химический потенциалы:

$$\Phi = H - TS = F + kTN, \quad \mu = \left( \frac{\partial \Phi}{\partial N} \right)_{p, T} = \left( \frac{\partial F}{\partial N} \right)_{T, V}. \quad (23.7)$$

Энергию  $k$ -го состояния частицы]  $E_k$  можно приближенно представить как сумму энергий поступательного, вращательного и колебательного движений, а также энергий электронного возбуждения и ионизации (диссоциации) частицы. Поэтому статистическую сумму по состояниям  $\mathcal{L}$  можно представить в виде произведения

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{tr} \mathcal{L}_{rot} \mathcal{L}_{osc} \mathcal{L}_{el} \exp(-E_j/kT), \quad (23.8)$$

где  $E_j$  — энергия ионизации (диссоциации) частицы.

Для суммы по состояниям поступательного движения частиц с энергией  $E_{tr} = (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)/2m$ , которое всегда квазиклассично [III.1], можно написать

$$\mathcal{L}_{tr} = \left( \frac{1}{2\pi\hbar} \right)^3 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[ -\frac{(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)}{2mkT} \right] dp_x dp_y dp_z dV = \left( \frac{mkT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} V. \quad (23.9)$$

Энергия вращающейся молекулы (жесткий ротатор)

$$E_{rot} = \frac{\hbar^2}{2I} n_{rot} (n_{rot} + 1),$$

где  $I = mr^2$  — момент инерции,  $m = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$  — приведенная масса (для двухатомной молекулы),  $r$  — равновесное расстояние между атомами,  $n_{rot}$  — вращательное квантовое число. Сумма по состояниям вращательного движения запишется в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{rot} &= \sum_{n_{rot}} (2n_{rot} + 1) \exp \left[ -\frac{\hbar^2}{2I} \frac{n_{rot} (n_{rot} + 1)}{kT} \right] \approx \\ &\approx \int_0^\infty (2n_{rot} + 1) \exp \left( -\frac{\hbar^2 n_{rot}^2}{2kTI} \right) dn_{rot} \approx \frac{2IkT}{\hbar^2}. \end{aligned} \quad (23.10)$$

Множитель  $2n_{rot} + 1$  учитывает вырождение вращательных уровней по направлениям момента вращения. Если молекула состоит из двух одинаковых атомов, то величину  $\mathcal{L}_{rot}$  следует разделить на 2, так как каждое из состояний следует учитывать только один раз. Последнее приближенное равенство в (23.10) справедливо, если расстояние между атомами и момент инерции молекулы приблизительно можно считать постоянными \*). В противном случае следует учитывать зависимость  $I = I(n_{rot})$  [1].

Колебательные состояния молекулы характеризуются энергетическим спектром гармонического осциллятора  $E_{osc} = \hbar\nu (n_{osc} + 1/2)$ , где  $\nu$  — собственная частота осциллятора,  $n_{osc}$  — колебательное квантовое число. Сумму по состояниям колебательного движения в случае малых (гармонических)

\*) При достаточно высоких температурах, когда квант вращательной энергии  $\hbar^2/2I \ll kT$ , в сумме (23.10) основную роль играют члены с большими  $n_{rot}$ . При больших  $n_{rot}$  вращение молекул квазиклассично, поэтому статистическую сумму  $\mathcal{L}_{rot}$  можно заменить классическим интегралом. Условие  $\hbar^2/2I \ll kT$  практически всегда выполняется. Значения  $\hbar^2/2Ik$  для различных молекул равны соответственно: 85,4 °K ( $H_2$ ); 43 °K ( $D_2$ ); 15,2 °K ( $HCl$ ); 2,9 °K ( $N_2$ ); 2,4 °K ( $NO$ ); 2,1 °K ( $O_2$ ) и т. д.

колебаний и  $\nu \neq \nu(n_{\text{osc}})$  можно представить в виде

$$\mathcal{Z}_{\text{osc}} = \sum_{n_{\text{osc}}} \exp \left[ -\frac{h\nu(n_{\text{osc}} + 1/2)}{kT} \right] = \frac{\exp(-h\nu/2kT)}{1 - \exp(-h\nu/kT)}. \quad (23.11)$$

В случае необходимости (при высоких температурах) можно учесть ангармоничность осциллятора (см. ниже п. 2) \*).

Электронная статистическая сумма  $\mathcal{Z}_{\text{el}}$  должна учитывать все компоненты тонкой структуры нормального терма рассматриваемого атома, так как интервалы этой структуры могут быть сравнимы с  $kT$  \*\*):

$$\mathcal{Z}_{\text{el}} = \sum_J g_J \exp(-E_J/kT). \quad (23.12)$$

Статистический вес состояния  $g_J = 2J + 1$ , где  $J$  — полный момент атома, учитывает вырождение каждого уровня с данным  $J$  по направлениям полного момента; при одних и тех же спине  $S$  и орбитальном моменте  $L$  компоненты тонкой структуры отличаются значениями момента атома. В случае расщепления саундеровской связи в атоме [2] уровни, которые отличаются друг от друга только взаимной ориентацией спина и орбитального момента, могут быть объединены в один мультиплет. В этом случае энергия состояния  $E_J$  имеет смысл средней энергии мультиплета; статистический вес такого объединенного уровня  $g_J = 2J + 1 = (2L + 1)(2S + 1)$ . Энергии и моменты возбужденных электронных состояний, необходимых для вычисления электронной статистической суммы, приведены для некоторых атомов в табл. 4.1 \*\*\*).

Выражение для электронной статистической суммы (23.12) можно существенно упростить в двух предельных случаях. При очень высоких температурах, существенно превышающих все энергии мультиплетного расщепления (см. сноску \*\*), в (23.12) множители  $\exp(-E_J/kT) \approx 1$ , и электронная статистическая сумма совпадает с полным числом компонент тонкой структуры:  $\mathcal{Z}_{\text{el}} = (2S + 1)(2L + 1)$ . В противоположном случае малых температур, значительно меньших интервалов тонкой структуры, в сумме (23.12) всеми членами можно пренебречь по сравнению с членом  $E_J = 0$  (нормальный уровень — наиболее низкая компонента тонкой структуры). Тогда  $\mathcal{Z}_{\text{el}} = 2J + 1$ , где  $J$  — полный момент атома в нормальном состоянии \*\*\*\*).

В общем случае, когда температура плазмы мала по сравнению с энергией ионизации  $E_i$  ( $\min E_i = 3,89$  эв для Cs;  $\max E_i = 24,58$  эв для He),

\*) Колебательные состояния начинают проявляться при более высоких температурах, чем вращение молекулы, так как расстояния между колебательными уровнями значительно больше расстояний между уровнями вращательной структуры термов. Значения  $h\nu/k$  для различных молекул равны соответственно:  $6 \cdot 10^3$  °K ( $\text{H}_2$ );  $4,3 \cdot 10^3$  °K ( $\text{N}_2$ );  $2,7 \cdot 10^3$  °K ( $\text{NO}$ );  $2,2 \cdot 10^3$  °K ( $\text{O}_2$ ) и т. д.

\*\*) Например, величины  $E_J/k$  для триплетного нормального терма O составляют 230- и 320 °K, для квинтетного нормального терма Fe — от  $6 \cdot 10^2$  до  $1,4 \cdot 10^3$  °K, для дублетного нормального терма Cl —  $1,3 \cdot 10^3$  °K.

\*\*\*) Разница между компонентами мультиплета (тонкая структура) тем больше, чем больше электронов в атоме. У легких атомов мультиплетное расщепление мало и соединение уровней в мультиплет законно. В тяжелых атомах мультиплетное расщепление того же порядка, что и разница между самими мультиплетами. При этом схема с выделенными мультиплетами, строго говоря, незаконна, однако для приближенных термодинамических расчетов ею часто пользуются, условно объединяя уровни с одинаковыми  $s$  и  $L$  в один мультиплет, см. табл. 4.1 (величины энергий, спинов и орбитальных моментов электронных состояний в табл. 4.1. взяты из спектроскопических данных) [71].

\*\*\*\*) При ядерном спине атома  $N_n \neq 0$  атомные уровни дополнительно расщепляются (сверхтонкое расщепление) [2]. Интервалы сверхтонкой структуры ( $10^{-1}$ – $10$  °K) малы по сравнению с температурой плазмы, поэтому разностями энергий компонент сверхтонкого мультиплета при вычислении статистической суммы можно пренебречь. Однако это расщепление следует учитывать как увеличение кратности вырождения всех уровней в  $\mathcal{Z}_{\text{el}}$  в  $2N_n + 1$  раз.

слагаемые электронной статистической суммы (23.12) быстро уменьшаются, так как энергии возбуждения электронных уровней растут и приближаются к энергии ионизации. Однако вблизи ионизационного предела имеется бесконечно много возбужденных уровней с энергией, близкой к энергии ионизации, каждый из которых дает в сумме (23.12) член, хотя и малый, но все же отличный от нуля. В результате полная статистическая сумма расходится. В самом деле, энергия электронного возбуждения (для водородоподобного атома)  $E_J(n) = J(1 - n^{-2})$ , где  $n$  — главное квантовое число, и электронная статистическая сумма

$$\mathcal{L}_{el} = \sum_{n=1}^{\infty} 2n^2 \exp[-J(1 - n^{-2})/kT] \quad (23.13)$$

расходится. Однако такая расходимость в чистом виде может реализоваться лишь для изолированного атома в неограниченном пространстве. В реальной плазме число возбужденных уровней в атоме всегда конечно, так как электронные орбиты, радиусы которых возрастают с приближением энергий возбуждения к энергии ионизации, начинают перекрываться. Поэтому не имеет смысла учитывать слишком далекие возбужденные уровни, и суммирование (23.13) следует вести до некоторого максимального значения квантового числа  $n_{\max}$  \*). Электростатическое взаимодействие внешних электронных оболочек атомов в плазме друг с другом и близлежащими ионами проявляется в виде быстро флуктуирующих микрополей, которые приводят к слиянию верхних возбужденных уровней. Это происходит тогда, когда интервалы между соседними уровнями  $\Delta E_J(n) \approx e_0^2/n^3 r_B$  становятся равными энергии, приобретаемой атомом в микрополях с амплитудой  $E_0 \approx e_0 n_p^{1/2}$ . Здесь  $r_B$  — радиус боровской орбиты ( $r_B = \hbar^2/m_e e_0^2 = 0,529 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ ),  $n_p^{-1/2}$  — среднее расстояние между ионами в плазме. Эффективный дипольный момент водородоподобного атома  $p^* = e_0 n^2 r_B$  ( $n^2 r_B$  — радиус орбиты с главным квантовым числом  $n$ ), т. е. энергия такого атома в поле  $E_0$  будет  $W_0 = e_0^2 n_e^{1/2} r_B n^2$ . Приравнивая эту энергию интервалу  $\Delta E_J(n)$ , получаем для максимального квантового числа

$$n_{\max} \approx r_B^{-1/2} n_e^{-1/4} \quad (n_e \approx n_p). \quad (23.14)$$

Статистическое рассмотрение быстро меняющихся микрополей дает дополнительный множитель  $1/2$  [3]

$$n_{\max} \approx \frac{1}{2} r_B^{-1/2} n_e^{-1/4} \approx 1,04 \cdot 10^3 n_e^{-1/4}. \quad (23.15)$$

Таким образом, если при  $n_e \sim 10^{10} \text{ см}^{-3}$  для вычисления статистической суммы (23.12) следует учесть не менее чем  $10^2$  слагаемых, то при  $n_e \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$  в (23.12) достаточно взять лишь 10 членов.

Ограничение для числа членов в электронной статистической сумме можно получить также, исходя из несколько иных предпосылок. Например, можно принять, что дебаевская поляризация плазмы (см. § 17) ограничивает радиус электронных орбит, на которых электроны еще связаны со своим атомом. В [4] получено простое выражение для максимального квантового числа с учетом дебаевской поляризации плазмы (из условия, что радиус электронной орбиты  $n_{\max}^2 r_B$  не должен превосходить дебаевский радиус  $r_D$ ):

$$n_{\max}^2 \leq \frac{r_D}{r_B} = \left[ \frac{kT}{4\pi e_0^2 (n_e + \sum_p \frac{Z^2}{Z} r_p^2)} \right]^{1/2} = \left[ \frac{kT}{4\pi e_0^2 n_e (1 + Z^*) r_B^2} \right]^{1/2}, \quad (23.16)$$

\*) Справедливая лишь для водорода формула (23.13) пригодна для приближенных оценок и в других случаях: высоко возбужденный атом можно считать водородоподобным, так как взаимодействие атомного остатка с далеким возбужденным электроном почти эквивалентно взаимодействию точечных зарядов.

Таблица 4.1

## Энергии и моменты возбужденных состояний

Элемент	Нейтральный атом			Однозарядный ион		
	Основное состояние	Энергия ионизации, эв	Возбужденные состояния и энергии возбуждения, эв	Основное состояние	Энергия ионизации, эв	Возбужденные состояния и энергии возбуждения, эв
H <sup>1</sup>	<sup>2</sup> S	13,595	<sup>2</sup> S (10,15); <sup>2</sup> P (10,15)	—	—	—
He <sup>2</sup>	<sup>1</sup> S	24,580	<sup>3</sup> S (19,14); <sup>1</sup> S (20,5); <sup>3</sup> P (20,96); <sup>2</sup> P (21,13)	<sup>2</sup> S	54,403	<sup>2</sup> S (40,9); <sup>2</sup> P (40,9)
Li <sup>3</sup>	<sup>2</sup> S	5,390	<sup>2</sup> P (1,84)	<sup>1</sup> S	75,619	<sup>3</sup> S (58,8)
Be <sup>4</sup>	<sup>1</sup> S	9,320	<sup>3</sup> P (2,71); <sup>1</sup> P (5,25)	<sup>2</sup> S	18,206	<sup>2</sup> P (4,0)
B <sup>5</sup>	<sup>2</sup> P	8,296	<sup>4</sup> P (3,57); <sup>2</sup> S (4,94)	<sup>1</sup> S	25,149	<sup>2</sup> P (9,2)
C <sup>6</sup>	<sup>3</sup> P	11,264	<sup>1</sup> D (1,3); <sup>1</sup> S (2,7); <sup>5</sup> S (4,16)	<sup>2</sup> P	24,376	<sup>2</sup> P (5,2); <sup>2</sup> D (9,2); <sup>3</sup> S (11,95)
N <sup>7</sup>	<sup>4</sup> S	14,54	<sup>2</sup> D (2,2); <sup>2</sup> P (3,6)	<sup>3</sup> P	29,605	<sup>1</sup> D (1,89); <sup>1</sup> S (4,03)
O <sup>8</sup>	<sup>3</sup> P	13,614	<sup>1</sup> D (2,0); <sup>1</sup> S (4,2)	<sup>4</sup> S	35,146	<sup>2</sup> D (3,3); <sup>2</sup> P (4,9)
F <sup>9</sup>	<sup>2</sup> P	17,418	<sup>4</sup> P (12,69); <sup>2</sup> P (12,98)	<sup>3</sup> P	34,98	<sup>3</sup> P (20,3); <sup>5</sup> S (21,6); <sup>3</sup> S (22,5)
Ne <sup>10</sup>	<sup>1</sup> S	21,559	<sup>3</sup> P (16,62); <sup>1</sup> P (16,84)	<sup>2</sup> P	41,07	<sup>2</sup> S (26,8); <sup>4</sup> P (27,0); <sup>2</sup> P (27,6)
Na <sup>11</sup>	<sup>2</sup> S	5,138	<sup>2</sup> P (2,10)	<sup>1</sup> S	47,29	<sup>3</sup> P (32,5); <sup>1</sup> P (32,5)
Mg <sup>12</sup>	<sup>1</sup> S	7,644	<sup>3</sup> P (2,71); <sup>1</sup> P (4,33)	<sup>2</sup> S	15,03	<sup>2</sup> P (4,4); <sup>2</sup> S (8,3); <sup>2</sup> D (8,3)
Al <sup>13</sup>	<sup>2</sup> P	5,984	<sup>2</sup> S (3,13); <sup>4</sup> P (3,5); <sup>2</sup> D (4,0); <sup>2</sup> P (4,0)	<sup>1</sup> S	18,823	<sup>3</sup> P (4,7)
Si <sup>14</sup>	<sup>3</sup> P	8,149	<sup>1</sup> D (0,80); <sup>1</sup> S (1,92); <sup>3</sup> P (4,93)	<sup>2</sup> P	16,34	<sup>2</sup> D (6,84); <sup>2</sup> S (8,09)
K <sup>19</sup>	<sup>2</sup> S	4,339	<sup>2</sup> P (1,61); <sup>2</sup> S (2,60); <sup>2</sup> D (2,65); <sup>2</sup> P (3,07)	<sup>1</sup> S	31,81	<sup>3</sup> P (20,2); <sup>1</sup> P (20,2)
Pb <sup>37</sup>	<sup>2</sup> S	4,176	<sup>2</sup> P (1,56); <sup>2</sup> D (2,38); <sup>2</sup> S (2,48); <sup>2</sup> P (2,94)	<sup>1</sup> S	27,5	<sup>3</sup> P (17); <sup>1</sup> P (18)
Cs <sup>55</sup>	<sup>2</sup> S	3,893	<sup>2</sup> P (1,38); <sup>2</sup> D (1,80); <sup>2</sup> S (2,28); <sup>2</sup> P (2,70)	<sup>1</sup> S	25,1	<sup>3</sup> P (14); <sup>1</sup> P (16)

где  $Z$  — кратность заряда иона,  $Z^*$  — эффективный заряд иона. Эта формула, пригодная, как и сама теория поляризации, при не слишком больших  $n_e$ , почти во всем диапазоне применимости (вплоть до  $n_e \sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ) дает, как показано в [5], несколько завышенные значения  $n_{\text{max}}$ . В [6] приводится формула, дающая лучшие результаты, полученная с учетом вероятности перехода валентного электрона к ближайшему иону (максимальным считается радиус электронной орбиты, близкий к среднему расстоянию между частицами):

$$n_{\text{max}}^2 \lesssim \frac{1}{r_B} \left( \frac{4\pi}{3} n_p \right)^{-1/2}. \quad (23.17)$$

Рис. 4.1. Статистические суммы по внутренним состояниям молекул  $\text{N}_2$ , атомов N и ионов  $\text{N}^+$  в зависимости от температуры.

сумма молекул более чем на два порядка превышает статистические суммы атомов и даже ионов.

В качестве примера на рис. 4.1 изображены статистические суммы молекул, атомов и ионов азота в зависимости от температуры [1]. Видно, что при достаточно высоких температурах статистическая сумма молекул более чем на два порядка превышает статистические суммы атомов и даже ионов.

1.2. Реакции расщепления. Рассмотрим реакцию расщепления частицы (это может быть диссоциация молекулы или ионизация атома):  $n_1 + n_2 \rightleftharpoons n_3$ . Массовые концентрации продуктов реакции

$$c_1 = (m_1/m_3) x, \quad c_2 = (m_2/m_3) x, \quad c_3 = 1 - x. \quad (23.18)$$

Здесь  $m_\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, 3$ ) — масса каждой из реагирующих частиц,  $x = n_1/(n_2 + n_3)$  — степень расщепления. Парциальные давления компонент

$$p_1 = p_2 = px/(1+x), \quad p_3 = p(1-x)/(1+x).$$

Химический потенциал реагирующей смеси  $\mu$  равен сумме химических потенциалов компонент, взятых с коэффициентами, совпадающими с их массовыми концентрациями:  $\mu = \sum \mu_\alpha c_\alpha$ . Химические потенциалы компонент (на единицу массы частицы  $\alpha$ )

$$\mu_\alpha = \frac{kT}{m_\alpha} \left\{ \frac{E_j}{kT} - \ln \left[ \left( \frac{2\pi m_\alpha kT}{h^2} \right)^{3/2} \frac{kT}{p_\alpha} \mathcal{Z}_\alpha \right] \right\}. \quad (23.19)$$

Для химического потенциала смеси получим, используя выражения для степени расщепления  $x$  и парциальных давлений  $p_\alpha$ :

$$\mu = \frac{kT}{m_3} x \left\{ \frac{E_j}{kT} - \ln \left[ \mathcal{Z}_1 \left( \frac{2\pi m_1 kT}{h^2} \right)^{3/2} \frac{kT}{p} \left( \frac{1+x}{x} \right) - \right. \right. \quad (23.20)$$

$$\left. \left. - \ln \left[ \mathcal{Z}_2 \left( \frac{2\pi m_2 kT}{h^2} \right)^{3/2} \frac{kT}{p} \left( \frac{1+x}{x} \right) \right] \right\} - \frac{kT}{m_3} (1-x) \ln \left[ \mathcal{Z}_3 \left( \frac{2\pi m_3 kT}{h^2} \right)^{3/2} \frac{kT}{p} \left( \frac{1+x}{1-x} \right) \right].$$

В равновесном состоянии химический потенциал смеси минимален, т. е.  $(\partial\mu/\partial x)_{T=\text{const}} = 0$ . Из этого условия и выражения (23.20) получается уравнение реакции равновесного расщепления:

$$\frac{x^2}{1-x^2} = \frac{\mathcal{Z}_1 \cdot \mathcal{Z}_2}{\mathcal{Z}_3} \left( \frac{2\pi m_1 m_2 kT}{m_3 h^2} \right)^{3/2} \frac{kT}{p} \exp \left( -\frac{E_j}{kT} \right). \quad (23.21)$$

В случае диссоциации  $E_j = E_d$ , в случае ионизации  $E_j = E_i$ . В последнем случае можно принять  $\mathcal{Z}_1 = 2$  (для электрона);  $m_3 = m_2 + m_1 \approx m_2$ . Тогда для равновесной степени ионизации одноатомного газа ( $\mathcal{Z}_{\text{tot}} \cdot \mathcal{Z}_{\text{osc}} = 1$ ) получается уравнение Саха — Эггерта [7, 8]

$$\frac{x_i^2}{1-x_i^2} = \frac{2\mathcal{Z}_{ef}}{\mathcal{Z}_{es}} \left( \frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} \frac{kT}{p} \exp \left( -\frac{E_i}{kT} \right), \quad (23.22)$$

где  $\mathcal{Z}_{ef}$  и  $\mathcal{Z}_{es}$  — электронные статистические суммы соответственно конечного иона и исходного атома или иона.

При вычислении электронных статистических сумм для расчета равновесной ионизации обычно достаточно учитывать статистический вес основного состояния ( $g_{0f}$ ) для каждого конечного иона и статистические веса основного ( $g_{0s}$ ) и первого возбужденного состояния ( $g_{1s}$ ) для исходного атома (иона):

$$\frac{x_i^2}{1-x_i^2} = \frac{2g_{0f} (2\pi m_e kT/h^2)^{3/2}}{g_{0s} + g_{1s} \exp(-E_1/kT)} \cdot \frac{kT}{p} \exp \left( -\frac{E_i}{kT} \right). \quad (23.23)$$

Здесь  $E_1 = E_{J=1}$  — энергия первого возбуждения исходного атома или иона. При не слишком высоких температурах ( $kT < E_1$ ) вторым членом в знаменателе правой части (23.23) можно пренебречь по сравнению с первым, и отношение электронных статистических сумм конечного и исходного ионов  $\mathcal{Z}_{ef}/\mathcal{Z}_{es}$  сводится к отношению статистических весов основных состояний

этих частиц

$$\frac{x_i^2}{1 - x_i^2} = \frac{2g_{0i}}{g_{0s}} \left( \frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{1/2} \frac{kT}{p} \exp \left( - \frac{E_i}{kT} \right). \quad (23.24)$$

Отношение статистических весов основных состояний  $g_{0i}/g_{0s}$  и энергии ионизации некоторых газов приведены в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Энергии ионизации  $E_i$  и отношения статистических весов основного состояния  $g_{0i}/g_{0s}$  для различных газов

Газ	Cs	K	Na	NO	O <sub>2</sub>	H <sub>2</sub> O	ОН	H
$E_i$ , эв $g_{0i}/g_{0s}$	3,893 [9] 1/2 [15]	4,339 [9] 1/2 [15]	5,138 [9] 1/2 [15]	9,250 [10] —	12,075 [11] 4/3 [16]	12,590 [11] 2 [16]	13,180 [12] 3/4 [16]	13,595 [12] 1/2 [15]
Газ	O	CO <sub>2</sub>	CO	H <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	Ar	He	
$E_i$ , эв $g_{0i}/g_{0s}$	13,614 [9] 4/9 [15]	13,790 [11] 2 [17]	14,010 [11] 2 [16]	15,427 [13] 2 [16]	15,600 [14] 2 [16]	15,755 [9] 6 [15]	24,580 [9] 2 [15]	

**2. Внутренняя энергия плазмы.** Термодинамические функции газов в условиях равновесной диссоциации и ионизации изучены достаточно хорошо. Имеются таблицы и графики термодинамических функций азота [18—21], кислорода [18, 22], водорода [18, 21, 23, 24], аргона [21, 25] и других газов [21, 26], составленные для широкого диапазона температур и давлений. Эти данные обладают достаточной точностью, так как соответствующие статистические суммы, через которые выражаются термодинамические функции компонент плазмы (см. п. 1), могут быть вычислены непосредственным суммированием по уровням энергии, известным с большой точностью из спектроскопических измерений [27, 28]. Однако эти результаты существуют лишь в виде таблиц и графиков, и их трудно представить в простой аналитической форме \*).

Заслуживает внимания метод, примененный в работе [33], при котором равновесный состав газа и все термодинамические функции выражаются не через константу равновесия и соответствующие статистические суммы, а через степени диссоциации и ионизации, имеющие ясный физический смысл, а также через обычные переменные — давление и температуру. Это позволяет представить окончательные выражения в замкнутой аналитической форме, удобной как для расчетов, так и для качественного анализа. Этим методом можно рассчитывать термодинамические функции одноатомных и двухатомных газов до температур  $(1,5 \div 4,5) \cdot 10^4$  °K в широком диапазоне давлений. Метод может быть обобщен на случай смеси нескольких газов.

**2.1. Состав газа (степени ионизации и диссоциации) в условиях равновесия.** Рассмотрим единичный объем газа, в котором находится  $n_{aa}$  двухатомных молекул  $A_2$ ,  $2n_a$  — диссоциированных атомов  $A$ , из которых  $2n_e$  однократно ионизовано, т. е. в единице объема газа содержится еще  $2n_e$  электронов. Между всеми степенями свободы

\*) Существуют приближенные аналитические выражения для термодинамических функций чистых газов, пригодные для численных расчетов [28—32] (см. примечание 7, стр. 504), однако коэффициенты в этих формулах различны для различных веществ, и пользоваться ими не всегда удобно.

различных частиц (молекул, атомов, ионов и электронов) имеется полное термодинамическое равновесие. Плотность такого газа

$$\rho = m_{aa}n_{aa} + m_a 2(n_a - n_e) + m_p 2n_e + m_e 2n_e = m_{aa}(n_{aa} + n_a), \quad (23.25)$$

так как  $m_{aa} = 2m_a = 2(m_p + m_e)$ .

Степень диссоциации газа  $x_d$  как отношение массы продиссоциировавшего газа ко всей массе газа в единице объема будет

$$x_d = \frac{m_a 2n_a}{m_{aa}n_{aa} + m_a 2n_a} = \frac{n_a}{n_{aa} + n_a}. \quad (23.26)$$

Для степени ионизации  $x_i$  как отношения массы заряженных частиц, находящихся в газе, ко всей массе продиссоциировавшего газа можно записать

$$x_i = \frac{m_p 2n_e + m_e 2n_e}{m_a 2n_a} = \frac{n_e}{n_a}. \quad (23.27)$$

В соответствии с законом Дальтона полное давление газа равно сумме парциальных давлений компонент, т. е. в рассматриваемом случае

$$p = kT \Sigma n_\alpha = kT (n_{aa} + 2n_a + 2n_e). \quad (23.28)$$

Используя (23.24) — (23.27), уравнение состояния реагирующего двухатомного газа можно записать в виде

$$p = [1 + x_d(1 + 2x_i)] \rho R_{aa} T, \quad (23.29)$$

где  $R_{aa}$  — газовая постоянная. В случае одноатомного газа следует принять  $x_d = 1$ ,  $R_a = 2R_{aa}$ , т. е.

$$p = (1 + x_i) \rho R_a T. \quad (23.30)$$

В условиях термодинамического равновесия, когда скорость каждого прямого процесса, происходящего в газе, равна скорости соответствующего обратного процесса, для рассматриваемого единичного объема газа на основании закона действующих масс можно записать:

$$\frac{2n_a 2n_a}{n_{aa}} = \frac{\mathcal{L}_a^2}{\mathcal{L}_{aa}} \frac{1}{V} \exp\left(-\frac{E_d}{kT}\right), \quad \frac{2n_e^2}{2(n_a - n_e)} = \frac{\mathcal{L}_p \mathcal{L}_e}{\mathcal{L}_a} \frac{1}{V} \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right), \quad (23.31)$$

где  $\mathcal{L}_\alpha$  ( $\alpha = a, aa, p, e$ ) — соответствующие статистические суммы. Учитывая выражения (23.26) — (23.28), правые части (23.31) можно преобразовать к виду

$$\frac{x_d^2}{(1 - x_d)} \frac{1}{[1 + x_d(1 + 2x_i)]} = \frac{kT}{pV} \frac{\mathcal{L}_a^2}{\mathcal{L}_{aa}} \exp\left(-\frac{E_d}{kT}\right), \quad (23.32)$$

$$\frac{x_d x_i^2}{(1 - x_i^2) [1 + x_d(1 + 2x_i)]} = \frac{kT}{pV} \frac{\mathcal{L}_p \mathcal{L}_e}{\mathcal{L}_a} \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right).$$

Систему уравнений (23.32) можно разрешить относительно  $x_d$  и  $x_i$ , если учесть, что, как правило, к началу ионизации двухатомный газ оказывается практически полностью диссоциированным. Поэтому можно приближенно считать, что в области диссоциации  $x_i \approx 0$ . При этом из (23.32) получаются простые соотношения, описывающие состав газа в условиях

термодинамического равновесия:

$$\begin{aligned} x_d &= (1 + A_d^{-1})^{-1/2}, & A_d &= \frac{kT}{pV} \frac{\mathcal{L}_a^2}{\mathcal{L}_{aa}} \exp\left(-\frac{E_d}{kT}\right), \\ x_i &= [1 + (1 + x_d)(2x_d A_i)^{-1}]^{-1/2}, & A_i &= \frac{kT}{pV} \frac{\mathcal{L}_p \mathcal{L}_e}{\mathcal{L}_a} \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right). \end{aligned} \quad (23.33)$$

В одноатомном газе  $x_d = 1$  и  $x_i = (1 + A_i^{-1})^{-1/2}$ .

В случае совершенного газа статистические суммы  $\mathcal{L}_a$  приближенно можно представить в виде

$$\mathcal{L}_a = \left(\frac{2\pi m_a kT}{h^2}\right)^{3/2} V \mathcal{L}_{\text{rot}} \mathcal{L}_{\text{osc}} g_{0a} [1 + (g_a \exp \theta_a)^{-1}], \quad (23.34)$$

где  $\theta_a = E_a/kT$ . Произведение статистических сумм  $\mathcal{L}_{\text{rot}} \mathcal{L}_{\text{osc}}$  для вращательных и колебательных степеней свободы отлично от единицы лишь для многоатомных частиц. Для двухатомной молекулы внутренние степени свободы с хорошим приближением описываются моделью жесткий ротатор — ангармонический осциллятор. В этом случае

$$\mathcal{L}_{\text{rot}} \mathcal{L}_{\text{osc}} = \frac{T}{\beta T_{\text{rot}}} \frac{\exp \theta}{(\exp \theta - 1)} \left[1 + \chi_0 \frac{\theta \exp 2\theta}{(\exp \theta - 1)^2}\right], \quad (23.35)$$

где  $\theta = T_{\text{osc}}/T$ ;  $T_{\text{rot}}$ ,  $T_{\text{osc}}$ ,  $\beta$ ,  $\chi_0$  — некоторые постоянные [33].

Используя (23.33) — (23.35), равновесные степени диссоциации и ионизации газа можно привести к удобному для расчетов виду:

$$x_d = \left\{1 + \frac{C_d p \exp(\theta + E_d/kT)}{T^{3/2} (\exp \theta - 1)} \left[1 + \chi_0 \frac{\theta \exp 2\theta}{(\exp \theta - 1)^2}\right] [1 + g_a^{-1} \exp(-\theta_a)^{-2}]\right\}^{-1/2}, \quad (23.36)$$

$$x_i = \left\{1 + \frac{(1 + x_d) C_i p \exp(E_i/kT)}{2x_d T^{3/2}} \left[\frac{1 + g_a^{-1} \exp(-\theta_a)}{1 + g_p^{-1} \exp(-\theta_p)}\right]\right\}^{-1/2},$$

где  $\theta_a = E_a/kT$ ;  $\theta_p = E_p/kT$ ;  $C_d$  и  $C_i$  — постоянные. Необходимые при

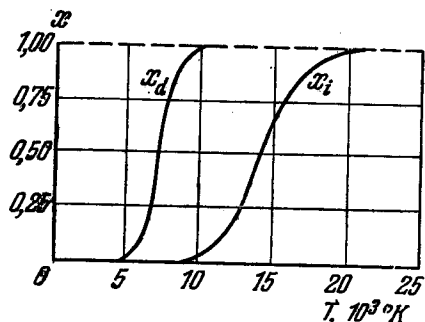


Рис. 4.2. Степени диссоциации  $x_d$  и ионизации  $x_i$  в азотной плазме при давлении  $p = 1$  атм в зависимости от температуры.

расчете  $x_d$  и  $x_i$  постоянные для некоторых газов приведены в табл. 4.3 \*). На рис. 4.2 в качестве примера приведена зависимость величин  $x_d$  и  $x_i$  от температуры в азотной плазме.

2.2. Внутренняя энергия. Внутренняя энергия плазмы  $W$  складывается в основном из энергии ионизации, энергии возбуждения и кинетической энергии теплового движения. В многоатомных газах сюда добавляются квантованные энергии вращения молекул в целом и колебаний атомов внутри молекул, а также энергия, связанная с диссоциацией молекул. Кванты энергии колебаний ( $\sim 10^{-1}$  эв) и особенно вращений молекул ( $\sim 10^{-3}$  эв)

сравнительно невелики; поэтому увеличение скоростей этих движений при нагревании газа не сильно меняет его внутреннюю энергию.

\*) При вычислении табл. 4.3 были использованы спектроскопические данные [19, 21].

Таблица 4.3

Термодинамические постоянные одноатомных, двухатомных и ионных газов

Газ	H <sub>2</sub> , H, H <sup>+</sup>	N <sub>2</sub> , N, N <sup>+</sup>	O <sub>2</sub> , O, O <sup>+</sup>	NO	Ar, Ar <sup>+</sup>
$R$ , кал/г·моль	0,98522	0,07907	0,062077	0,066200	0,049731
$T_{osc}$ , °K	6154,3	3374,3	2256,6	2719,2	—
$\chi_0$	0,027485	0,0061594	0,0076469	0,0073930	—
$\frac{E_d}{k}$ , °K	51	113	59	75	—
	591	257	336	505	—
$g_a$	0,25000	0,3200	1,800	—	0,1
$\frac{E_a}{k}$ , °K	118	27	22	—	1,4·10 <sup>5</sup>
	350	659	832	—	—
$\frac{E_i}{k}$ , °K	157	168	157	—	182
	781	840	036	—	890
$g_p$	0	1,8000	0,4000	—	1,0
$\frac{E_p}{k}$ , °K	22	22	38	—	1,7·10 <sup>5</sup>
	0	037	589	—	—
$C_d$ , град <sup>3/2</sup> /атм	0,53980	0,091540	0,061842	0,34800	—
$C_i$ , град <sup>3/2</sup> /атм	3,036·10 <sup>6</sup>	6,742·10 <sup>5</sup>	3,413·10 <sup>6</sup>	—	2,528·10 <sup>5</sup>

Для единицы объема двухатомного частично диссоциированного и ионизованного газа внутреннюю энергию можно записать как сумму внутренних энергий компонент и энергий диссоциации и ионизации:

$$W = n_\alpha W_\alpha + n_a E_d + 2n_e E_i, \quad (23.37)$$

где  $\alpha = A_2, A, A^+, e$ ;  $E_d$  и  $E_i$  — соответственно энергия диссоциации молекулы  $A_2$  и энергия первой ионизации атома  $A$ . Внутренняя энергия на одну частицу  $\alpha$ -компоненты связана с соответствующей статистической суммой  $\mathcal{Z}_\alpha$ :

$$W_\alpha = kT^2 \frac{\partial \ln \mathcal{Z}_\alpha}{\partial T}. \quad (23.38)$$

Учитывая (23.34), (23.35), (23.38), после суммирования в (23.37) для внутренней энергии получаем выражение

$$W = kT \left[ n_{\alpha\alpha} \left( \frac{5}{2} + \varepsilon_0 \right) + (n_a - n_e) (3 + 2\varepsilon_a) - n_e (3 + 2\varepsilon_p) + \right. \\ \left. + 3n_e + n_a \frac{E_d}{kT} + 2n_e \frac{E_i}{kT} \right], \quad (23.39)$$

где  $\varepsilon_0$  соответствует энергии ангармонических колебаний:

$$\varepsilon_0 = \frac{\theta}{(\exp \theta - 1)} \left[ 1 + \frac{\chi_0 \exp 2\theta}{(\exp \theta - 1)^2} \left( \frac{\theta \exp \theta}{\exp \theta - 1} + \frac{3\theta}{\exp \theta - 1} - 1 \right) \right] \left[ 1 + \frac{\chi_0 \theta \exp 2\theta}{(\exp \theta - 1)^3} \right]^{-1}; \quad (23.40)$$

$\varepsilon_a$  и  $\varepsilon_p$  соответствуют энергии электронного возбуждения атомов и ионов:

$$\varepsilon_a = \theta_a (1 + g_a \exp \theta_a)^{-1}, \quad \theta_a = E_a/kT, \\ \varepsilon_p = \theta_p (1 + g_p \exp \theta_p)^{-1}, \quad \theta_p = E_p/kT \quad (23.41)$$

(см. табл. 4.3). Учитывая выражения для давления, степеней ионизации и диссоциации двухатомного газа, для удельной внутренней энергии такого

газа можно написать:

$$W_1^{(2)} = R_{aa} T \left[ \frac{5+x_d}{2} + 3x_d x_i + (1-x_d) \varepsilon_o + 2x_d (1-x_i) \varepsilon_a + \right. \\ \left. + 2x_d x_i \varepsilon_p + x_d \frac{E_d}{kT} + 2x_d x_i \frac{E_i}{kT} \right]. \quad (23.42a)$$

В одноатомном газе  $E_d = 0$  и  $x_d = 1$ , т. е. удельная внутренняя энергия одноатомного газа

$$W_1^{(1)} = R_a T \left[ \frac{3}{2} (1+x_i) + (1-x_i) \varepsilon_a + x_i \varepsilon_p + x_i \frac{E_i}{kT} \right], \quad (23.42b)$$

где  $R_a = 2R_{aa}$ . На рис. 4.3 изображены для примера удельная энергия (в эрг/г) и плотность внутренней энергии (в эрг/см<sup>3</sup>) азотной плазмы.

**3. Теплоемкость плазмы.** При увеличении температуры энергия, приходящаяся на каждую степень свободы, возрастает, что ведет к увеличению внутренней энергии. Рост внутренней энергии с повышением  $T$  характеризуется теплоемкостью вещества при постоянном объеме  $c_V = (\partial W / \partial T)_{V=\text{const.}}$ .

В классическом совершенном газе, согласно «закону равнораспределения» [III.1], на каждую переменную в полной энергии молекулы  $E(p, q)$  приходится по равной доле  $(k/2)$  в теплоемкости газа  $c_V$ . Полная энергия молекулы (сумма потенциальной и кинетической энергий) равна

$$E = E_0 + \sum_{i,k} a_{ik} q_i q_k + \sum_{i,k} b_{ik} p_i p_k.$$

Здесь  $E_0$  — потенциальная энергия взаимодействия атомов в положении равновесия, второй член — квадратичная функция координат, определяющих отклонения атомов от положения равновесия, третий член — квадратичная функция всех импульсов. Число переменных (координат)  $l_{\text{osc}}$  в потенциальной квадратичной функции (число колебательных степеней свободы) определяется числом атомов в молекуле  $n$ . Из  $3n$  степеней свободы  $n$ -атомной молекулы 3 приходятся на поступательное движение и 3 (для нелинейной молекулы) или 2 (для линейной \*) — на вращение

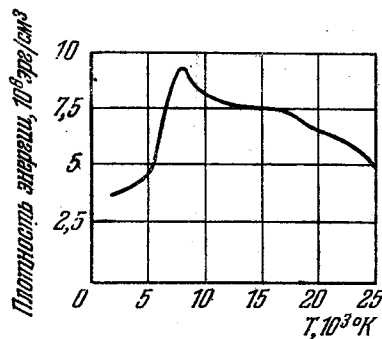
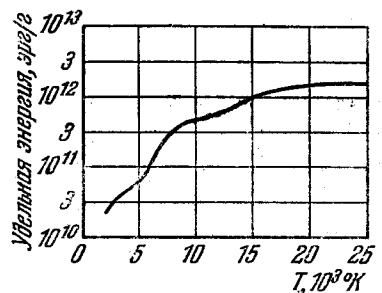


Рис. 4.3. Удельная энергия и плотность внутренней энергии азотной плазмы в зависимости от температуры.

молекулы в целом, т. е. для нелинейной молекулы  $l_{\text{osc}} = 3n - 6$ , для линейной  $l_{\text{osc}} = 3n - 5$ . Число переменных (импульсов) в кинетической квадратичной функции  $l_{\text{tr}} = 3n$  — полному числу степеней свободы. Таким образом, число переменных в полной энергии молекулы  $E(p, q)$  составит  $l = 6n - 6$  для нелинейных молекул и  $l = 6n - 5$  — для линейных \*\*).

\*) В линейной молекуле все атомы расположены по одной прямой (в частности, при  $n = 2$ ).

\*\*) Разумеется, это справедливо при  $n \geq 2$ ; при  $n = 1$  (одноатомный газ) число колебательных степеней свободы  $l_{\text{osc}} = 0$  и  $l = l_{\text{osc}} + 3n = 3$  — числу поступательных степеней свободы.

Теплоемкости газа линейно растут с  $l$ :

$$c_v = l \frac{k}{2}, \quad c_p = c_v + k = (2 + l) \frac{k}{2}, \quad (23.43a)$$

т. е. классический газ обладает постоянной (не зависящей от температуры) теплоемкостью:

$$c_v = c_{tr} + c_{osc} + c_{rot}, \quad c_p = c_{tr} + c_{osc} + c_{rot} + k, \quad (23.43b)$$

где  $c_{tr} = 3k/2$ ;  $c_{rot} = 3k/2$ ,  $c_{osc} = (3n - 6)k$  — для нелинейных,  $c_{osc} = (3n - 5)k$ ,  $c_{rot} = k$  — для линейных молекул. В одноатомном газе  $c_{osc} = c_{rot} = 0$  и  $c_v = c_{tr} = 3k/2$ , т. е. молярные (отнесенные к 1 молю) теплоемкости будут равны  $c_v = (3/2)kN_A = (3/2)R \approx 3 \text{ кал/(г·моль)}$  и  $c_p = c_v + R \approx 5 \text{ кал/(г·моль)}$ . У двухатомных и многоатомных молекул к трансляционной теплоемкости прибавятся  $c_{osc}$  и  $c_{rot}$ , представляющие собой величины того же порядка.

Масштаб картины совершенно меняется при переходе к высоким температурам, когда возникает плазма. Молекулы газа ионизируются, диссоциируют на атомы; кроме того, в них возбуждаются электронные уровни. Каждый из этих процессов требует во много раз большей энергии ( $\sim 1 \div 10 \text{ эв}$ ), чем возбуждение колебаний или вращения молекул или чем их поступательное движение (энергия последнего  $\sim 10^{-2} \text{ эв}$  при комнатной температуре и  $\sim 1 \text{ эв}$  при  $T \sim 10^4 \text{ °K}$ ). Кроме того, при этом вместо одной движущейся частицы появляется две или несколько (в зависимости от степени ионизации или диссоциации), что эквивалентно увеличению числа степеней свободы на каждую первоначально взятую молекулу. Вследствие этого кинетическая энергия поступательного движения в газе увеличится:

$$W_{tr} = (n'/2) N_A k T = (n'/2) RT,$$

где  $n' = 3(1 + x_i)$  в случае ионизации газа (аналогично и в случае диссоциации). Но это гораздо меньше сказывается на внутренней энергии газа и на его теплоемкости, чем сама энергия, затрачиваемая на его ионизацию и диссоциацию. Благодаря этим процессам энергия плазмы при повышении  $T$  растет, задерживаясь на температурах, соответствующих максимуму одно-, двух-, трех- (и т. д.) кратной ионизации. Отсюда следует, что теплоемкость плазмы  $c_v = (\partial W / \partial t)_v$  должна быть гораздо выше, чем у неионизованного газа, так как к классической трансляционной теплоемкости добавляется во много раз большая величина, которую можно назвать «ионизационной» теплоемкостью. При температурах, при которых существенна многократная ионизация ( $T \gtrsim 10^4 \text{ °K}$ ), теплоемкость плазмы должна быть немонотонной функцией  $T$ .

В качестве примера приводим на рис. 4.4. теплоемкость  $c_p$  паров ртути, представленную в единицах  $R/2 \approx 1 \text{ кал/(г·моль)}$ , т. е., иначе говоря, эквивалентное «число степеней свободы» на 1 молекулу, представленное как функция температуры [34]. Видно, что энергия, которая должна быть подведена

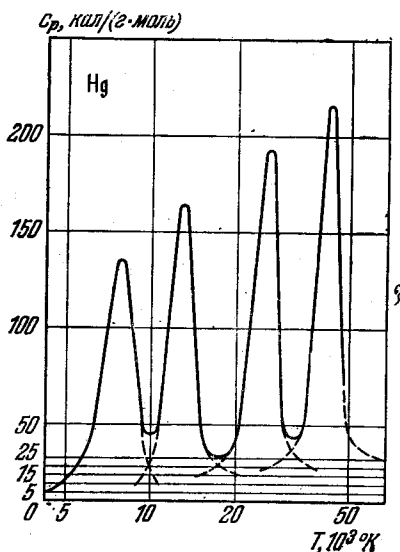


Рис. 4.4. Теплоемкость паров ртути  $c_p$  в зависимости от температуры.

к газу для того, чтобы его нагреть, при высокой температуре благодаря ионизации во много раз превышает значение  $c_p \approx 5 \text{ кал}/(\text{г} \cdot \text{моль})$ , соответствующее низким температурам. Теплоемкость достигает при этом значений порядка нескольких единиц на  $10^3 \cdot R/2$  \*). Теплоемкость проходит через локальный максимум каждый раз, когда степень одно-, двух-, трехкратной ионизации газа составляет  $0,6 \div 0,7$  от ее максимальной величины, и через минимум каждый раз, когда число ионов данной степени ионизации уже не меняется заметно.

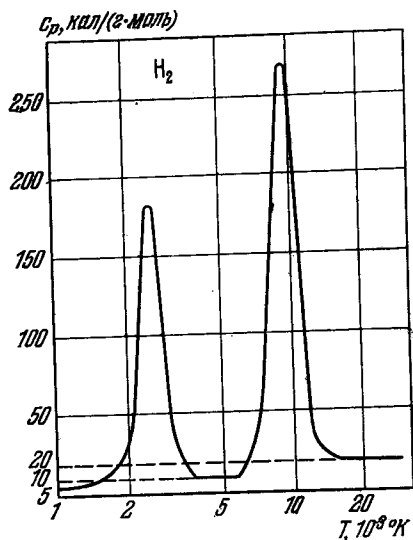


Рис. 4.5. Теплоемкость водородной плазмы  $c_p$  в зависимости от температуры.

У многоатомных газов наряду с ионизацией существенную роль играет также процесс диссоциации молекул, связанный с поглощением добавочного количества тепла —  $E_d$  на каждую диссоциированную молекулу \*\*).

Наиболее простой и в то же время характерный и важный случай представляет собой водородная плазма, где число всех возможных видов увеличения количества частиц (кроме, разумеется, ядерных процессов) сводится к трем процессам ионизации ( $\text{H}_2 \rightleftharpoons \text{H}_2^+ + e$ ,  $\text{H} \rightleftharpoons \text{H}^+ + e$  и  $\text{H}_2^+ \rightleftharpoons 2\text{H}^+ + e$ ) и одному процессу диссоциации ( $\text{H}_2 \rightleftharpoons 2\text{H}$ ). В этом случае теплоемкость плазмы имеет ход, представленный на рис. 4.5 [34].

В простом случае однократной ионизации можно получить аналитические выражения для теплоемкостей плазмы. Исходя из выражений для внутренней энергии (23.42) и (23.43) и равновесного состава плазмы (23.33), находим для удельной теплоемкости при постоянном объеме одноатомного ( $c_V^{(1)}$ ) и двухатомного газов ( $c_V^{(2)}$ )

$$\frac{c_V^{(1)}}{R_a} = \frac{1}{R_a} \left( \frac{\partial W_1}{\partial T} \right)_V = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} x_i + (1 - x_i) C_a + x_i C_p + x_i (1 - x_i) \frac{(B - 1)^2}{(2 - x_i)^2}, \quad (23.44)$$

$$\begin{aligned} \frac{c_V^{(2)}}{R_{aa}} &= \frac{1}{R_{aa}} \left( \frac{\partial W_1}{\partial T} \right)_V = \frac{5 + x_d}{2} + 3x_d x_i + (1 - x_d) C_o + 2x_d (1 - x_i) C_a + \\ &+ 2x_d x_i C_p + \frac{x_d (1 - x_d)}{2 - x_d} (A - 1) [A - 1 + 2x_i (B - 1)] + \frac{2x_d x_i (1 - x_i) (B - 1)^2}{2 - x_i}. \end{aligned}$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$A(T) = \frac{E_d}{kT} + \frac{3}{2} - \varepsilon_o + 2\varepsilon_a, \quad B(T) = \frac{E_i}{kT} + \frac{5}{2} - \varepsilon_a + \varepsilon_p,$$

$$C_a = \frac{\partial(T\varepsilon_a)}{\partial T} = g_a \theta_a^2 \exp \theta_a (1 + g_a \exp \theta_a)^{-2}, \quad (23.45)$$

$$C_p = \frac{\partial(T\varepsilon_p)}{\partial T} = g_p \theta_p^2 \exp \theta_p (1 + g_p \exp \theta_p)^{-2},$$

\*) Численные величины  $c$  в  $\text{кал}/(\text{г} \cdot \text{моль})$  и  $(c : R/2)$  приблизительно равны между собой, так как  $R/2 = N_A k/2 \approx 0,99 \text{ кал}/(\text{г} \cdot \text{моль})$ .

\*\*) Энергии диссоциации, например, двухатомных молекул составляют: 2,5 эв ( $\text{Cl}_2$ ); 4,48 эв ( $\text{H}_2$ ); 5,09 эв ( $\text{O}_2$ ); 5,25 эв ( $\text{NO}$ ); 7,34 эв ( $\text{N}_2$ ); 8,45 эв ( $\text{CO}$ ) и т. д.

$$C_o = \frac{\partial (T\varepsilon_o)}{\partial T} = \frac{\theta^2 \exp 2\theta}{(\exp \theta - 1)^2} \left\{ 1 + \frac{\chi_o \exp 2\theta}{(\exp \theta - 1)^2} \left[ \frac{\theta \exp \theta}{(\exp \theta - 1)} + \frac{9\theta}{(\exp \theta - 1)} - 2 - \frac{4}{\exp \theta} \times \right. \right. \\ \left. \times \left( 1 - \frac{\theta}{\exp \theta - 1} \right) \right] + \frac{\chi_o^2 \exp 4\theta}{(\exp \theta - 1)^4} \left[ \frac{4\theta^2}{(\exp \theta - 1)^2} - \exp(-\theta) \right] \right\} \left[ 1 + \frac{\chi_o \theta \exp 2\theta}{(\exp \theta - 1)^2} \right]^3.$$

Удельную теплоемкость при постоянном давлении можно рассчитать непосредственно:  $c_p = (\partial h / \partial T)_{p=\text{const}}$ , где  $h = W_1 + p/\rho$  — удельная энтальпия:

$$h^{(1)} = R_a T \left[ \frac{5}{2} + \frac{5}{2} x_i + (1 - x_i) \varepsilon_a + x_i \varepsilon_p + x_i \frac{E_i}{kT} \right], \quad (23.46)$$

$$h^{(2)} = R_{aa} T \left[ \frac{7 + 3x_d}{2} + 5x_d x_i + (1 - x_d) \varepsilon_o + 2x_d (1 - x_i) \varepsilon_a + \right. \\ \left. + 2x_d x_i \varepsilon_p + \frac{x_d E_d}{kT} + \frac{2x_d x_i E_i}{kT} \right].$$

Таким образом, для одноатомного и двухатомного газов соответственно получаем

$$\frac{c_p^{(1)}}{R_a} = \frac{5}{2} + \frac{5}{2} x_i + (1 - x_i) C_a + x_i C_p + \frac{x_i (1 - x_i^2) B^2}{2}, \\ \frac{c_p^{(2)}}{R_{aa}} = \frac{7 + 3x_d}{2} + 5x_d x_i + (1 - x_d) C_o + 2x_d (1 - x_i) C_a + \\ + 2x_d x_i C_p + \frac{x_d}{2} (1 - x_d^2) A (A + 2x_i B) + x_d x_i (1 - x_i^2) B^2. \quad (23.47)$$

При помощи выражений (23.44) и (23.47) для теплоемкостей плазмы можно вычислить их отношение  $\gamma_c = c_p/c_v$ , определяющее режимы течений совершенного газа.

**4. Скорость звука в плазме.** Скорость звука  $v_s$  определяется соотношением

$$v_s^2 = (\partial p / \partial \rho)_{S=\text{const}}, \quad (23.48)$$

где  $S$  — энтропия газа. В условиях термодинамического равновесия связь между тепловой функцией и энтропией дается выражением

$$T dS = dh - dp/\rho. \quad (23.49)$$

Воспользовавшись выражениями для давления в диссоциирующем и ионизованном газе (23.29), (23.28) и удельной энтальпии (23.46), соотношение (23.49) можно записать в виде уравнения в полных дифференциалах

$$\frac{dS}{R_{aa}} = \left[ \frac{7 + 3x_d}{2} + 5x_d x_i + (1 - x_d) C_o + 2x_d (1 - x_i) C_a + 2x_d x_i C_p \right] \frac{dT}{T} - \\ - [1 + x_d (1 + 2x_i)] \frac{dp}{\rho} + Ad(x_d) + 2Bd(x_d x_i), \quad (23.50)$$

откуда для удельной энтропии одноатомного и двухатомного газов соответственно получаем

$$\frac{S^{(1)}}{R_a} = \left( \frac{5}{2} + \frac{5}{2} x_i \right) \ln T - (1 - x_i) \ln p + (1 - x_i) S_a + x_i S_p + \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \ln \frac{C_d}{4} \right) + \\ + \left[ (1 + x_i) \ln (1 + x_i) - (1 - x_i) \ln (1 - x_i) - x_i \ln 2x_i - \frac{x_i}{2} \left( \ln \frac{C_i}{4} - \frac{5}{2} \right) \right], \quad (23.51)$$

$$\frac{S^{(2)}}{R_{aa}} = \left( \frac{7+3x_d}{2} + 5x_dx_i \right) \ln T - [1 + x_d(1+2x_i)] \ln p + (1-x_d) S_o + \\ + 2x_d(1-x_i) S_a + 2x_dx_i S_p + [(1+x_d) \ln(1+x_d) - (1-x_d) \ln(1-x_d) - \\ - 2x_d \ln 2x_d + x_d \left( \frac{3}{2} - \ln \frac{C_d}{4} \right)] + 2x_d \left[ (1+x_i) \ln(1+x_i) - \right. \\ \left. - (1-x_i) \ln(1-x_i) - 2x_i \ln 2x_i + x_i \left( \frac{5}{2} - \ln \frac{C_i}{4} \right) \right].$$

Здесь  $S_\alpha \equiv e_\alpha + \ln \mathcal{L}_\alpha$  ( $\alpha = o, a, p$ ).

Скорость звука можно найти из (23.50), положив  $dS = 0$  и вычислив  $\partial p / \partial \rho$ , исключив при этом  $dT$ ,  $dx_d$  и  $d(x_i x_d)$ . Для скорости звука в плазме одноатомного и двухатомного газов получим

$$v_s^{(1)} = \left[ \frac{\gamma_c (1+x_i) R_a T}{1 + \delta^{(1)}} \right]^{1/2}, \quad v_s^{(2)} = \left\{ \frac{\gamma_c [1 + x_d(1+2x_i)] R_{aa} T}{1 + \delta^{(2)}} \right\}^{1/2}, \quad (23.52)$$

где  $\gamma_c = c_p / c_v$  — отношение удельных теплоемкостей,

$$\delta^{(1)} = 2x_i(1-x_i), \quad \delta^{(2)} = \left[ (1-x_d)^2 \left( x_dx_i + \frac{x_d}{2} \right) + x_dx_i(1-x_i^2) \right] \times \\ \times [1 + x_d(1+2x_i)]^{-1}. \quad (23.53)$$

Величина  $\delta^{(2)}$  не превосходит  $1/8$ , а  $\max \delta^{(1)} = 1$ .

Отношение теплоемкостей в плазме, в которой все химические реакции «заморожены», можно рассчитать при помощи выражений (23.47) и (23.44), учитывая в них лишь первые члены:

$$\gamma_{co}^{(1)} = \frac{5}{3}, \quad \gamma_{co}^{(2)} = \frac{7 + x_{d0}(3 + 10x_{i0})}{5 + x_{d0}(1 + 6x_{i0})}. \quad (23.54)$$

Здесь  $x_{i0}$  и  $x_{d0}$  — «замороженные» степени ионизации и диссоциации.

Приведенные в этом параграфе выражения в области диссоциации верны для плазмы двухатомных газов, молекулы которых состоят как из одинаковых, так и из разных атомов, а в области возбуждения колебательных степеней свободы справедливы и для плазм, состоящих из многоатомных молекул. В последнем случае (число атомов в молекуле  $n > 2$ ) полный вклад колебательных степеней свободы в термодинамические функции плазмы равен сумме  $3n - 5$  слагаемых для линейных и  $3n - 6$  слагаемых для нелинейных молекул. При этом каждое из этих слагаемых описывается приведенными выше соответствующими формулами.

При выводе аналитических выражений для термодинамических функций плазмы не учитывалась ионизация двухатомных молекул, а также возбуждение высоких (выше третьего) электронных уровней энергии атомов и их ионов. Кроме того, при вычислении удельных теплоемкостей предполагалось, что реакции диссоциации и ионизации идут независимо друг от друга. Эти обычные допущения при сравнительно небольших плотностях плазмы приводят к относительным ошибкам  $\sim 1\%$ . При высоких плотностях плазмы относительные ошибки возрастают из-за отклонения свойств реального газа от свойств совершенного газа, состоящего из не взаимодействующих частиц. Кулоновское взаимодействие в плазме, заметное при больших плотностях, приводит к увеличению ошибки. Например, для водорода при  $T \sim 10^4$  °K и  $p \sim 5 \cdot 10^8$  атм относительная ошибка в определении термодинамических функций может достигать  $\sim 20\%$ .

## § 24. Ионизация в равновесной плазме

**1. Степень однократной ионизации.** Степень ионизации  $x_i$  любого газа, находящегося в состоянии термодинамического равновесия и не подверженного действию каких-либо дополнительных внешних факторов (например, сильного ионизирующего излучения), однозначно определяется родом газа, температурой и давлением. Поэтому для нахождения этой величины нет надобности рассматривать детально определяющие ее процессы ионизации и рекомбинации, а можно воспользоваться условиями равновесия многокомпонентных систем, развитыми в термодинамике. Величины  $x_i$ , а также концентрации свободных электронов  $n_e$  и ионов  $n_p$  в изотермической плазме рассчитываются путем рассмотрения термической ионизации как обратимой реакции диссоциации газа (см. § 23). Если температура газа не превышает  $\sim 10^4$  K, то в основном имеет место однократная ионизация частиц газа:  $P_0 \rightleftharpoons P_1 + e^-$ ; в электроположительных газах, где захват электронов молекулами  $P_0 + e^- \rightarrow P_{-1}$  с образованием отрицательных ионов отсутствует,  $n_e \approx n_p$  и степень ионизации газа означает отношение  $n_e$  (или  $n_p$ ) к начальной концентрации молекул  $n_\Sigma : x_e = n_e/n_\Sigma = n_e/(n_g + n_p)$ .

Процесс однократной ионизации  $P_0 \rightleftharpoons P_1 + e^-$  описывается законом действия масс  $n_e n_p / n_g = K_0(T)$  с константой однократной ионизации

$$K_0(T) = \frac{n_e n_p}{n_g} = \frac{2g_p}{g_g} \left( \frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{1/2} \exp \left( -\frac{E_0}{kT} \right). \quad (24.1)$$

После подстановки численных значений универсальных констант этому выражению (уравнению Саха) можно придать удобный для расчетов вид

$$\frac{n_e n_p}{n_g} = \frac{2g_p}{g_g} 3 \cdot 10^{21} T^{1/2} \exp \left( -\frac{E_0}{kT} \right). \quad (24.2)$$

Здесь  $E_0$  и  $T$  — энергия первой ионизации и ионизационная температура. Уравнение однократной ионизации можно представить в другой форме — для степени электронной ионизации  $x_e$ :

$$\frac{x_e^2}{1 - x_e^2} = 4,9 \cdot 10^{-4} \frac{g_p}{g_g} \frac{T^{1/2}}{p} \exp \left( -\frac{1,16 \cdot 10^4 U_0}{T} \right), \quad (24.3)$$

где  $x_e = n_e/(n_g + n_p)$ ,  $U_0$  — потенциал первой ионизации в вольтах,  $T$  — ионизационная температура в °K,  $p$  — давление в мм рт. ст. Таким образом, степень ионизации  $x_e$  растет с температурой и падает при повышении давления.

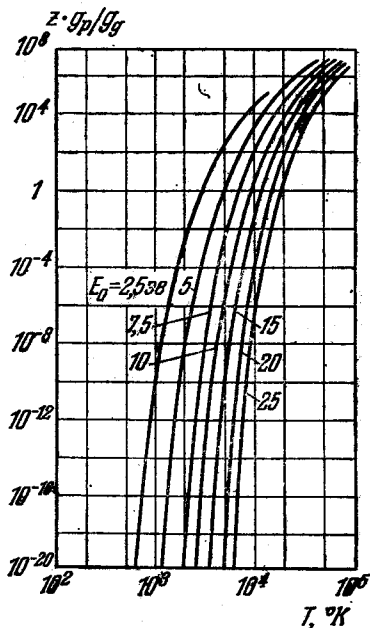


Рис. 4.6. Номограмма для определения степени электронной ионизации  $x_e$ .

Степень электронной ионизации при заданных  $U_0$ ,  $p$  и  $T$  можно определить при помощи номограммы, приведенной на рис. 4.6 \*):

$$x_e(T) = (1 + p/z(T))^{-1/2}. \quad (24.4)$$

В часто встречающихся на практике случаях малой степени ионизации ( $x_e \ll 1$ ) величиной  $x_e^2$  можно пренебречь по сравнению с единицей, и выражение (24.3) упрощается:

$$x_e \approx 2,22 \cdot 10^{-2} \left( \frac{g_p}{g_g} \right)^{1/2} \frac{T^{3/4}}{p^{1/2}} \exp \left( - \frac{5,8 \cdot 10^3 U_0}{T} \right). \quad (24.5)$$

При этом концентрация свободных электронов  $n_e \approx n_p \approx n_g x_i$ , т. е.

$$n_e \approx 1,6 \cdot 10^{14} \left( \frac{g_p}{g_g} \right)^{1/2} p^{1/2} T^{3/4} \exp \left( - \frac{5,8 \cdot 10^3 U_0}{T} \right). \quad (24.6)$$

При вычислении малых степеней ионизации удобна номограмма рис. 4.7 {3}. (При  $p/z \geq 10$  степень ионизации  $x_e = \sqrt{z/p}$ ,  $z \equiv p x_e^2 / (1 - x_e^2)$ .) Увеличение температуры  $T$  приводит к росту  $x_e$  и  $n_e$ ; аналогично действует уменьшение потенциала ионизации  $U_0$ ; что касается давления, то при фиксированных  $T$  и  $U_0$  повышение давления  $p$  ведет к увеличению  $n_e$ , в то время как степень ионизации  $x_e$  падает. В качестве примера на рис. 4.8 приведены вычисленные по формуле (24.3) степени ионизации паров ртути и натрия при  $p = 1$  мм рт. ст., а также паров ртути, водорода и гелия при  $p = 1 \cdot 10^4$  мм рт. ст.

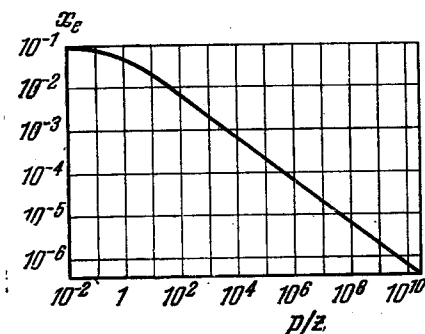


Рис. 4.7. Номограмма для вычисления степени электронной ионизации  $x_e$  при  $x_e \ll 1$ .

При  $p/z \gg 1$   $x_e(T) \approx \sqrt{z/p}$ .

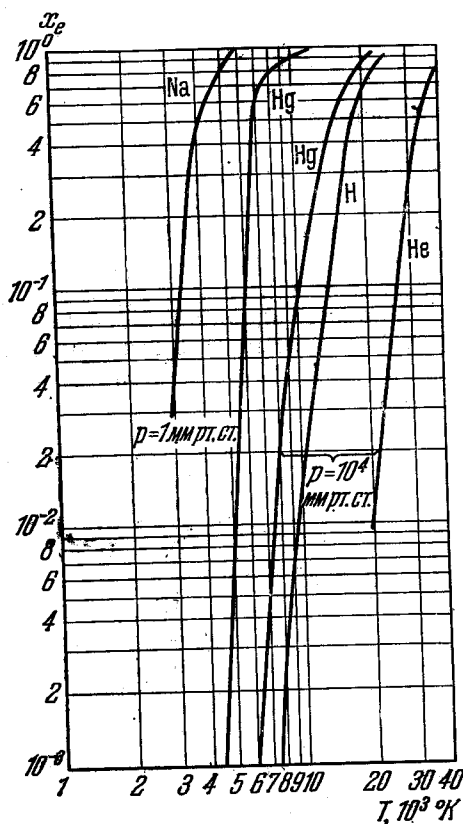


Рис. 4.8. Степени ионизации паров Na, Hg, H и He при различных давлениях в зависимости от температуры.

Кривые показывают, как уменьшается степень ионизации газа  $x_e$  при

\*) Номограмма рис. 4.6 построена по графику рис. 38 в {3} с исправлением допущенной там ошибки: при построении графика  $z = f(T)$  не был учтен множитель  $2g_p/g_g$ , что может дать ошибку вплоть до порядка. На рис. 4.6 коэффициент 2 введен в  $z$ , величину  $g_p/g_g$  следует вычислить отдельно (см. также табл. 4.2) и разделить на нее отсчет по номограмме.

постоянной температуре с ростом давления; видно также, что с ростом ионизационного потенциала  $U_0$  от 10,4 (Hg) до 13,6 e (H), т. е. на 30%, степень ионизации при той же температуре снижается почти на порядок. Еще большая разница между степенями ионизации Na ( $U_0 = 5,24$  e) и He ( $U_0 = 24,58$  e) при одной и той же температуре.

**2. Многократная ионизация; основные уравнения.** При достижении высоких температур ( $T \gtrsim 10^4$  °K), когда  $x_e$  близко к единице, явления усложняются. Становится вероятной повторная ионизация атома, уже однажды ионизованного, и образование двухкратно заряженных ионов:  $P_1 + e^- \rightleftharpoons P_2 + 2e^-$ . При этих условиях, очевидно,  $n_e \neq n_p$ . Концентрация ионов  $n_p$  складывается из концентрации однозарядных ионов  $n_1$  и двухзарядных ионов  $n_2$ ; их сумма, разумеется, не может превзойти начальной концентрации атомов  $n_\Sigma$ . Напротив, концентрация электронов  $n_e = n_1 + 2n_2$  в электроположительном газе может стать больше  $n_\Sigma$ .

Ионизация газа может характеризоваться степенью ионной ионизации  $x_p = n_p/n_\Sigma = (n_1 + n_2)/(n_0 + n_1 + n_2)$ , которая приближившись к единице, далее заметно не меняется. В качестве примера на рис. 4.9, а и б изображена зависимость степени ионной ионизации  $x_p$  атомов Hg от температуры. Там же представлены относительные концентрации атомов Hg на различных уровнях возбуждения. Видно, что с ростом температуры возбужденные атомы

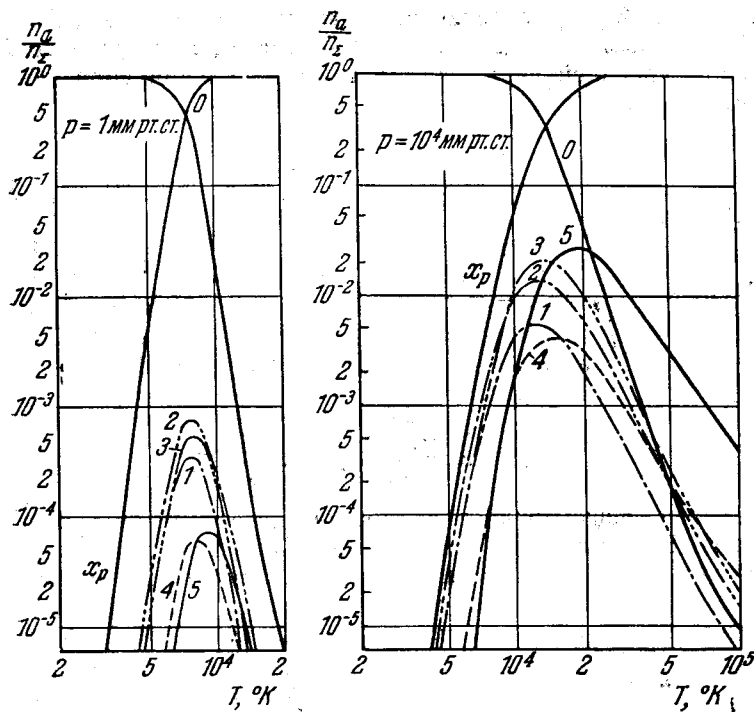


Рис. 4.9. Относительные концентрации атомов  $n_a/n_\Sigma$  на различных уровнях возбуждения и степень ионной ионизации в плазме ртутной дуги  $x_p$  в зависимости от температуры при давлении  $p=1$  мм рт. ст. и  $10^4$  мм рт. ст.

Кривая 0 — терм  $6^1S_0$ ; 1 —  $6^3P_0$ ; 2 —  $6^3P_1$ ; 3 —  $6^3P_2$ ; 4 — все термы между 6,1 и 8,1 эв; 5 — термы между 8,1 и 9,8 эв.

уступают место ионам. От ионной следует отличать электронную ионизацию ( $x_e = n_e/n_\Sigma$  — среднее число свободных электронов, приходящихся на 1 молекулу газа). Эта величина может быть больше единицы.

Дальнейшее повышение температуры во всех газах (кроме  $H_2$  и  $He$ ) приводит к появлению ионов с еще более высокими зарядами  $n_3$ ,  $n_4$  и т. д. В этих случаях  $n_\Sigma = \sum n_Z$ ,  $n_e = \sum Z \cdot n_Z$ . Степень электронной ионизации  $x_e$  при этом может значительно превышать единицу. Ход этих величин при повышении температуры плазмы качественно представлен на рис. 4.10. Начиная с температур  $\sim 10^4$  °K, газ становится полностью ионизованным ( $x_p \approx 1$ ). Однако состав ионов при дальнейшем повышении температуры непрерывно меняется — увеличивается концентрация многократных ионов за счет ионов с малым числом зарядов.

**2.1. Электронная степень ионизации.** Теория многократной ионизации в плазме, при помощи которой можно определить степени ионизации и концентрации ионов с различными зарядами, основывается на рассмотрении всевозможных ступенчатых процессов ионизации и захвата электронов в системе, состоящей из электронов и тяжелых частиц с различными зарядами [1.10], [35].

Пусть имеется газ, в целом электрически нейтральный, состоящий из электронов и тяжелых частиц  $P$ . Если такая система находится в ионизационном равновесии, в ней идут всевозможные процессы ионизации и захвата электронов типа  $P_Z \rightleftharpoons P_{Z+1} + e^-$  с константами равновесия  $K_Z = n_e \cdot n_{Z+1} / n_Z$ , где  $n_e$  — концентрация электронов,  $n_Z$  — концентрация частиц  $P$  с зарядом  $Z$  ( $Z$  — целые числа, выражающие заряд частицы в единицах заряда электрона  $e_0$ , причем  $Z > 0$  обозначает положительный заряд,  $Z = 0$  соответствует нейтральным частицам, а  $Z < 0$  — частицам с отрицательным зарядом). В силу квазинейтральности системы и условия сохранения полного числа частиц можно написать

$$n_e = \sum Z n_Z, \quad n_\Sigma = \sum n_Z, \quad (24.7)$$

где  $n_\Sigma$  — начальная концентрация всех частиц  $P$ . Из закона действия масс  $K_Z = n_e \cdot n_{Z+1} / n_Z$  вытекает рекуррентное соотношение

$$n_Z = \frac{K_{Z-1}}{n_e} n_{Z-1} = \frac{K_{Z-1}}{n_e} \frac{K_{Z-2}}{n_e} n_{Z-2} = \dots = n_0 \prod_{m=0}^{Z-1} \frac{K_m}{n_e}. \quad (24.8)$$

Формулы (24.7) и (24.8) позволяют для электронной степени ионизации  $x_e = n_e / n_\Sigma$  написать выражение

$$\frac{n_e}{n_\Sigma} = \sum_Z Z \prod_{m=0}^{Z-1} \frac{K_m}{n_e} / \sum_Z \prod_{m=0}^{Z-1} \frac{K_m}{n_e}. \quad (24.9)$$

Это — наиболее общее уравнение, описывающее ионизацию в рассматриваемой системе. Будем считать далее, что рассматриваемая система ведет себя в термодинамическом отношении как совершенный газ. В плазме электрических токов, даже при высоких давлениях, из-за высоких температур плотность частиц достаточно мала для того, чтобы газ можно было считать совершенным (см. § 17). Тем не менее пролетающие электроны могут испытывать заметное воздействие далеко простирающихся кулоновских сил. Несмотря на бесконечный радиус действия этих сил, благодаря поляризационной экранировке в плазме (см. § 17) сечение взаимодействия  $Z$ -кратно заряженного иона с электроном  $s_{eZ}(c)$  конечно (см. формулу (12) примечания 4, стр. 495). Если принять, что скорость электрона  $c \approx c_m = (2kT_e/m_e)^{1/2}$ , и ввести средний

заряд ионов  $\bar{Z} = \sum_Z n_Z \cdot Z / \sum_Z n_Z$ , то

$$s_{e\bar{Z}} = \frac{2\pi (\bar{Z}e_0^2)^2}{(2kT_e)^2} \ln \left[ 1 + \left( \frac{r_D}{a_0} \right)^2 \right] \approx \pi \left( \frac{\bar{Z}e_0^2}{kT_e} \right)^2 \ln \frac{r_D}{a_0}. \quad (24.10)$$

Здесь

$$a_0 = \frac{\bar{Z}e_0^2}{m_e c^2}, \quad r_D = \left[ \frac{kT}{4\pi e_0^2 n_e (1 + \bar{Z})} \right]^{1/2}$$

(величины  $\ln(r_D/a_0)$  для случая  $\bar{Z} = 1$  приведены в табл. П.1 примечания 4).

Эффективный объем заряженных частиц  $V_Z = \frac{4\pi}{3} \left( \frac{s_e \bar{Z}}{\pi} \right)^{3/2} \cdot V \cdot \sum_Z n_Z$ . Электро-

статическое взаимодействие заряженных частиц мало, если эффективный объем  $V_Z$  намного меньше полного объема  $V$ , т. е.

$$\frac{V_Z}{V} \approx \frac{4\pi (\bar{Z}e_0^2)^3 \sum_Z n_Z}{3 (kT_e)^3} \ln^{3/2} \left( \frac{r_D}{a_0} \right) \ll 1. \quad (24.11)$$

В такой системе электростатическая энергия мала, и полная внутренняя энергия совпадает с тепловой.

Константы равновесия ионизационных процессов  $K_Z$ , входящие в уравнение (24.9), в случае совершенного газа имеют вид

$$K_Z = \frac{2g_{Z+1}}{g_Z} \left( \frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left( - \frac{E_Z}{kT} \right), \quad (24.12)$$

где  $m_e$  — масса электрона,  $k$  и  $h$  — постоянные Больцмана и Планка,  $T$  — абсолютная температура,  $g_Z$  и  $E_Z$  — статистический вес и энергия ионизации  $Z$ -кратно заряженного иона. Связь между  $E_Z$  и  $E_0$  приближенно можно представить в виде

$$E_Z - E_0 \approx Ze_0^2/r_Z, \quad (24.13)$$

где  $r_Z$  — эффективный радиус  $Z$ -кратного иона, т. е. энергия ионизации увеличивается за счет электростатического поля, образованного зарядом частицы  $Ze_0$  \*). При помощи выражений (24.12) и (24.13) произведениям в (24.9) можно придать симметричную форму:

$$\prod_{m=0}^{Z-1} \frac{K_m}{n_e} = \frac{g_Z}{g_0} \exp \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\sigma_d} \right)^2 - \frac{(Z-y)^2}{2\sigma_d^2} \right], \quad (24.14)$$

где приняты следующие обозначения:

$$y = \sigma_d^2 \ln \frac{K}{n_e} + \frac{1}{2}, \quad \sigma_d^2 = \frac{r_Z kT}{e_0^2}, \quad K = \frac{K_0 g_0}{g_1} = 2 \left( \frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left( - \frac{E_0}{kT} \right). \quad (24.15)$$

\*) Для частиц, состоящих из многих атомов, соотношение (24.13) выполняется до тех пор, пока все атомы в частице не ионизованы однократно. Дальнейший рост заряда частиц ведет к аналогичной связи между  $E_Z$  и  $E_0$  в форме  $E_Z - E_0 \sim E_1 + Ze_0^2/r_Z$ , где  $E_1$  — энергия, необходимая для отрыва второго электрона от атома внутри частицы, и т. д. Для атомов соотношение (24.13) приближенно верно в пределах каждой электронной оболочки [36]. При переходе к более глубоким электронным оболочкам скачком уменьшается эффективный радиус атома, так что  $r_Z$  — характеристический размер соответствующей электронной оболочки.

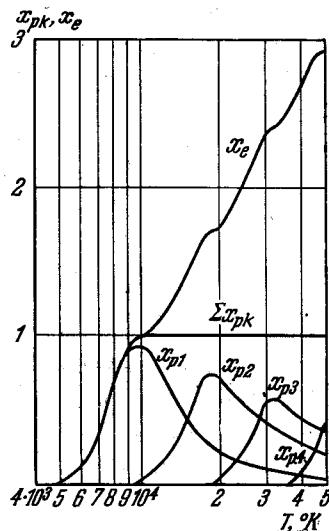


Рис. 4.10. Электронная  $x_e$  и ионные  $x_{pk}$  (различной кратности) степени ионизации в зависимости от температуры.

$$\Sigma x_{pk} = x_{p1} + x_{p2} + \dots$$

Фундаментальному уравнению ионизации (24.9) при помощи (24.14) можно придать удобный для исследования вид

$$\frac{n_e}{n_\Sigma} = y + \sigma_d^2 \frac{d}{dy} \ln \sum_Z g_Z \exp \left[ -\frac{(Z-y)^2}{2\sigma_d^2} \right]. \quad (24.16)$$

Уравнение (24.16) полностью описывает ионизацию в плазме, состоящей из электронов и однородных невзаимодействующих тяжелых частиц  $P_Z$ , и применимо при любых значениях  $\sigma_d^2$ . Однако в таком виде оно удобно лишь при малых  $\sigma_d^2$ , когда ряд быстро сходится. При больших  $\sigma_d^2$  удобна другая форма ионизационного уравнения (см. примечание 8, стр. 507):

$$\frac{n_e}{n_\Sigma} = y + \sigma_d^2 \frac{d}{dy} \ln \theta_3(y; \sigma_d^2), \quad (24.17)$$

где  $\theta_3(y; \sigma_d^2)$  — одна из эллиптических  $\theta$ -функций \*):

$$\theta_3(y; \sigma_d^2) = 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \exp[-2(\pi m \sigma_d)^2] \cos 2\pi m y. \quad (24.18)$$

Ионизационные уравнения (24.16) и (24.17) эквивалентны и выбор той или иной формы определяется конкретными условиями задачи, а именно — величиной  $\sigma_d^2$ ; при малых  $\sigma_d^2$  следует пользоваться уравнением (24.16), при больших  $\sigma_d^2$  — уравнением (24.17). В п. 3 из общих уравнений (24.16) и (24.17) мы выведем простые асимптотические формулы, а сейчас выясним физический смысл величин  $y$  и  $\sigma_d^2$ .

2.2. Вероятностное распределение ионов с различными зарядами. Используя выражения (24.7), (24.8) и (24.14), получим закон распределения ионов с различными зарядами

$$\frac{n_Z}{n_\Sigma} = g_Z \exp \left[ -\frac{(Z-y)^2}{2\sigma_d^2} \right] / \sum_Z g_Z \exp \left[ -\frac{(Z-y)^2}{2\sigma_d^2} \right]. \quad (24.19)$$

Если воспользоваться сделанным в примечании 8 замечанием о статистических весах и считать, что заряд ионов  $Z$  изменяется непрерывно, после интегрирования в знаменателе (24.19) будем иметь

$$\frac{n_Z}{n_\Sigma} = \frac{1}{\sigma_d \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(Z-y)^2}{2\sigma_d^2} \right], \quad (24.20)$$

т. е.  $n_Z/n_\Sigma$  как функция от  $Z$  принимает максимальное значение при  $Z = y$  и имеет точки перегиба  $Z_{1,2} = y \mp \sigma_d$ .

Таким образом, при сделанных предположениях концентрации ионов с различными зарядами подчиняются нормальному закону Гаусса. Математическое ожидание величины заряда

$$M(Z) = \int_{-\infty}^{\infty} Z \frac{n_Z}{n_\Sigma} dZ = y, \quad (24.21)$$

\*) По определению  $\theta_3(y; p) \equiv \sum p^m \exp(i2\pi m y)$  [37—39]. В нашем случае  $p = \exp(-2\pi^2 \sigma_d^2)$ . Для сокращения записи второй аргумент мы обозначаем  $\sigma_d^2$  вместо  $\exp(-2\pi^2 \sigma_d^2)$ .  $\theta$ -функции подробно табулированы ([39], см. также примечание 10, стр. 510).

т. е.  $y$  имеет смысл центра распределения или некоторого «среднего» заряда. Дисперсия распределения или мера рассеяния зарядов

$$D(Z) = M[Z - M(Z)]^2 = \sigma_d^2, \quad (24.22)$$

т. е.  $\sigma_d^2$  является мерой отклонения зарядов ионов от среднего заряда  $y$ . Особенно прост физический смысл величины  $\sigma_d = \sqrt{D(Z)}$ :  $\sigma_d$  есть число зарядов между средним зарядом  $\bar{Z} = y$  и зарядом, соответствующим точке перегиба  $Z_1 = y - \sigma_d$  или  $Z_2 = y + \sigma_d$ . Число ионов с зарядами от  $Z_1 = y - \sigma_d$  до  $Z_2 = y + \sigma_d$ , т. е. на интервале длиной  $2\sigma_d$  с центром в точке  $\bar{Z} = y$ , составляет около 0,7 от общего числа частиц (рис. 4.11).

Выяснив смысл величин  $\sigma_d^2$  и  $y$ , вернемся к точному закону распределения зарядов (24.19): распределение (24.19) можно считать нормальным распределением вероятностей для ступенчатой функции с поправкой на статистические веса  $g_Z(Z)$ . Закон распределения (24.19) можно представить в более компактном виде, перейдя от суммы к интегралу по формуле Эйлера (см. примечание 8):

$$\frac{n_Z}{n_\Sigma} = \frac{\exp[-(Z-y)^2/2\sigma_d^2]}{\sigma_d \sqrt{2\pi} \theta_3(y; \sigma_d^2)}. \quad (24.23)$$

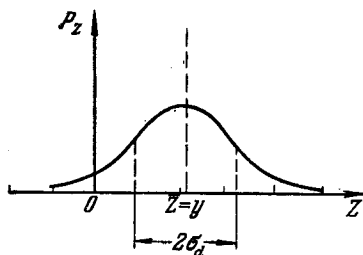


Рис. 4.11. Вероятностное распределение ионов с различными зарядами.

$\bar{Z} = y$  — средний заряд ионов,  $2\sigma_d$  — расстояние между точками перегиба кривой распределения.

Соотношение (24.23) представляет собой нормальное распределение вероятностей для функции, определенной на дискретном точечном множестве (см. рис. 4.11).

Исследуем теперь асимптотические приближения, вытекающие из точных ионизационных уравнений (24.16) и (24.17) при больших и малых дисперсиях  $\sigma_d^2$ .

**3. Степень ионизации при различных распределениях ионов.** При больших дисперсиях осуществляется плавное распределение ионов с различными зарядами. Из определения  $\theta_3$ -функции (24.18) видно, что при  $\sigma_d^2 \gg \sigma_{d0}^2 \equiv 1/2\pi$  ряд во втором члене правой части уравнения (24.17) быстро сходится и всеми членами ряда можно пренебречь по сравнению с первым (при  $m = 1$ ). Раскрывая в (24.17) член, содержащий логарифмическую производную (обозначим его через  $R$ ), получим

$$\frac{n_e}{n_\Sigma} = y - 4\pi\sigma_d^2 \exp[-2(\pi\sigma_d)^2] \sin 2\pi y, \quad \sigma_d^2 \gg \sigma_{d0}^2 \equiv \frac{1}{2\pi}. \quad (24.24)$$

Отсюда видно, что уже при  $\sigma_d^2 = 2\sigma_{d0}^2 = 1/\pi$  абсолютная величина второго члена в правой части (24.24) мала ( $|R| \leq 4e^{-2\pi} \sim 10^{-2}$ ) и быстро уменьшается с ростом  $\sigma_d^2$ . При больших значениях  $y$ , очевидно,  $|R| \ll y$ . При  $y \rightarrow 0$  уравнение (24.24) можно записать в виде

$$\frac{n_e}{n_\Sigma} = y [1 - 2(2\pi\sigma_d)^2 \exp(-2\pi^2\sigma_d^2)], \quad (24.25)$$

откуда следует, что и при малых  $y$  величиной  $R$  можно пренебречь. Пренебрегая в (24.24) и (24.25) величиной  $R$  по сравнению с  $y = \sigma_d^2 \ln(K/n_e) + 1/2$  (см. (24.15)), получим выражение для степени ионизации, справедливое при больших дисперсиях:

$$\frac{n_e}{n_\Sigma} = \sigma_d^2 \ln \frac{K}{n_e} + \frac{1}{2}, \quad \sigma_d^2 \geq 2\sigma_{d0}^2 = \frac{1}{\pi}. \quad (24.26)$$

Закон распределения концентраций ионов с различными зарядами при этих условиях, как это вытекает из (24.18) и (24.23), в силу того, что  $\theta_s(y; \sigma_d^2) - 1 \lesssim 5 \cdot 10^{-3}$ , очень близок к нормальному гауссовскому закону (24.20). Из условия  $\sigma_d^2 \geq 2\sigma_{d0}^2$ , т. е.  $2\sigma_d \geq 2/\sqrt{\pi} \sim 1$ , следует, что длина интервала

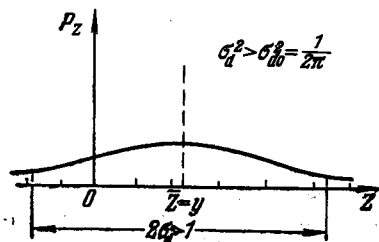


Рис. 4.12. Плавное распределение ионов с различными зарядами.

Дисперсия распределения велика ( $2\sigma_d > 1$ ), т. е. число определяющих процессов ионизации больше единицы.

между точками перегиба вероятностной кривой распределения больше единицы (рис. 4.12), т. е. число определяющих процессов ионизации превышает единицу. Определяющими мы будем называть такие ионизационные процессы, в которых участвуют ионы, обладающие зарядами от  $Z_1 = y - \sigma_d$  до  $Z_2 = y + \sigma_d$  и составляющие около 0,7 от общего числа тяжелых частиц в системе.

Знак зарядов ионов, участвующих в определяющих процессах ионизации, зависит от соотношения между центром распределения зарядов  $y = n_e/n_\Sigma$  и величиной  $\sigma_d$ . При  $y > \sigma_d$  в определяющих ионизационных процессах будут участвовать только положительно заряженные ионы и электроны; при

$y \leq \sigma_d$  в ионизационном равновесии начинают играть заметную роль отрицательно заряженные ионы, а при  $y \ll \sigma_d$  число отрицательных и положительных ионов, участвующих в определяющих процессах, будет приблизительно одинаковым. Большие дисперсии и плавное распределение ионов с различными зарядами могут реализоваться в тех случаях, когда частицы состоят из многих атомов \*). Некоторые следствия, вытекающие из уравнения (24.26), см. в примечании 9, стр. 509.

Малые дисперсии обуславливают острый максимум в распределении ионов с различными зарядами. Из формулы (24.20) следует, что отношение числа частиц со средним зарядом  $\bar{Z} = y$  к числу частиц, заряд которых отличается от среднего на единицу, равно

$$n_y/n_{y+1} = e^{1/2\sigma_d^2} = e^\pi, \quad \sigma_d^2 = \sigma_{d0}^2 \equiv 1/2\pi,$$

и резко возрастает с уменьшением дисперсии. Это означает, что при  $\sigma_d^2 \lesssim \sigma_{d0}^2/2 = 1/4\pi$  концентрация частиц с зарядами, далекими от среднего, будет чрезвычайно мала (см. рис. 4.13). Это позволяет после некоторых преобразований получить из (24.19) ионизационное уравнение, определяющее

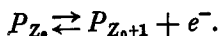
\*) Например, это могут быть субмикроскопические частицы, состоящие из атомов металла или углерода. Такие частицы (с радиусом  $r_Z \sim 10^{-7} + 10^{-8}$  см) могут существовать в металлических и углеводородных плазмах [40—42], и именно их ионизационной деятельностью можно объяснить аномально высокую ионизацию таких плазм [43—45].

распределение ионных зарядов при малых дисперсиях:

$$\frac{n_Z}{n_\Sigma} = \frac{\exp[-(Z_0 - y)^2/2\sigma_d^2]}{\exp[-(Z_0 - y)^2/2\sigma_d^2] + \exp[(Z_0 + 1 - y)^2/2\sigma_d^2]},$$

$$\sigma_d^2 \lesssim \frac{\sigma_{d0}^2}{2}, \quad y \in (Z_0, Z_0 + 1). \quad (24.27)$$

Отсюда видно, что существенную роль в ионизационных процессах могут играть лишь ионы с зарядами  $Z_0$  и  $Z_0 + 1$ . Выделение двух главных членов, соответствующих зарядам  $Z_0$  и  $Z_0 + 1$ , означает, что ионизационное равновесие в плазме определяется одним основным процессом ионизации



Малые дисперсии и острое распределение ионов реализуется в тех случаях, когда тяжелые частицы представляют собой одиночные атомы или молекулы. При этом, когда определяющей является лишь одна реакция ионизации, несущественно, насколько точно реализуется связь между различными энергиями ионизации типа (24.13). Поэтому выражение  $\sigma_d^2 = r_z k T / e_0^2$  лучше представить как  $\sigma_d^2 = Z k T / (E_Z - E_0)$ , что удобно в случае системы, состоящей из атомов, для которых известны энергии ионизации  $E_Z$  и  $E_0$ . В ионизационное уравнение теперь вновь можно ввести статистические веса  $g_{Z_0}$  и  $g_{Z_0+1}$ . Из (24.16), оставив два центральных члена с ближайшими к  $y$  значениями  $Z_0$  ( $Z_0 \leq y \leq Z_0 + 1$ ), получим

$$\frac{n_e}{n_\Sigma} = \frac{Z_0 + (Z_0 + 1)(K_{Z_0}/n_e)}{1 + K_{Z_0}/n_e}, \quad \sigma_d^2 \lesssim \frac{1}{2} \sigma_{d0}^2, \quad (24.28)$$

$$K_{Z_0} = \frac{2g_{Z_0+1}}{g_{Z_0}} \left( \frac{2\pi m_e k T}{h^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_{Z_0}}{k T}\right).$$

В частном случае  $Z_0 = 0$  из (24.28) получаем уравнение Саха для однократной ионизации вместе с границами его применимости:

$$\frac{n_e}{n_\Sigma} = \frac{K_0/n_e}{1 + K_0/n_e}, \quad \sigma_d^2 \lesssim \frac{1}{2} \sigma_{d0}^2, \quad y \lesssim 1. \quad (24.29)$$

Это уравнение можно получить также непосредственно из рассмотрения процесса первой ионизации атомов  $P_0 \rightleftharpoons P_1 + e^-$  (см. также п. 1.2 § 23).

Общие ионизационные уравнения (24.16) и (24.17), справедливые при любых значениях дисперсии  $\sigma_d^2$ , нецелесообразно применять в предельных случаях больших или малых дисперсий, когда можно пользоваться рассмотренными в этом пункте простыми асимптотическими формулами. Однако на интервале  $\sigma_d^2 \in (\sigma_{d0}^2/2 \div 2\sigma_{d0}^2)$ , разделяющем оба асимптотических приближения, следует применять общие ионизационные уравнения (24.16) и (24.17). При этом удобно пользоваться специальными таблицами, приведенными в примечании 10, стр. 510. Там же рассмотрены некоторые свойства ионизационных уравнений, облегчающие их применение.

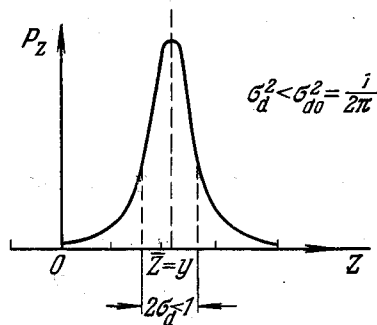


Рис. 4.13. Острое распределение ионов с различными зарядами. Дисперсия [распределения] мала ( $2\sigma_d < 1$ ), т. е. ионизационное равновесие определяется одним основным процессом ионизации.

4. Процессы ионизации, определяющие ионизационное равновесие. Пусть источниками электронов в плазме являются атомы, характеризующиеся определенными энергиями ионизации  $E_Z$ . Тогда для не слишком высоких температур  $kT \lesssim (E_Z - E_0)/4\pi Z$  при любом заряде ионов  $Z$  справедливо неравенство  $\sigma_d^2 \lesssim \sigma_{d0}^2/2 = 1/4\pi$ , где  $\sigma_d^2 = ZkT/(E_Z - E_0)$ , что соответствует случаю малых дисперсий, рассмотренному выше в п. 3. При этом выполняются условия применимости ионизационных уравнений (24.27) и (24.28). Обозначим левую часть уравнения (24.27) символом  $X_Z \equiv n_Z/n_\Sigma$ . Из закона действия масс при помощи соотношений (24.7) — (24.9) получим систему уравнений, определяющих величины  $X_Z$  как рекурсивные функции (величины, зависящие от предыдущего «состояния»):

$$X_Z = X_{Z+1} N \sum_Z \frac{Z X_Z}{K_Z (1 + \sum_Z Z X_Z)}. \quad (24.30)$$

Здесь  $N = \sum_Z (1 + Z) n_Z$  — общая концентрация частиц в плазме, включая электронную концентрацию.

Из уравнения (24.30) следует соотношение, связывающее  $X_{Z_0}$  и  $X_{Z_0+1}$ :

$$X_{Z_0+1}^2 + X_{Z_0+1} (X_{Z_0} - 1) + \frac{X_{Z_0}^2 K_{Z_0}(T)}{K_{Z_0-1}(T)} = 0, \quad (24.31)$$

откуда, разрешая относительно  $X_{Z_0}$ , находим:

$$X_{Z_0} = \frac{K_{Z_0-1}(T) X_{Z_0+1}}{2K_{Z_0}(T)} \left[ \sqrt{1 + \frac{4K_{Z_0}(1 - X_{Z_0+1})}{X_{Z_0+1} K_{Z_0-1}}} - 1 \right]. \quad (24.32)$$

Здесь, как и в п. 3, величина  $Z_0$  соответствует основному процессу ионизации  $P_{Z_0} \rightleftharpoons P_{Z_0+1} + e^-$ , определяющему ионизационное равновесие. Аналогично для величины  $X_{Z_0+1}$  можно написать

$$X_{Z_0+1} = \frac{1}{2} (1 - X_{Z_0}) \left[ 1 + \left( 1 - \frac{4X_{Z_0}^2 K_{Z_0}}{K_{Z_0-1} (1 - X_{Z_0})^2} \right)^{1/2} \right], \quad (24.33)$$

откуда следует, что при заметной  $(Z_0 + 1)$ -кратной ионизации  $Z_0$ -кратная ионизация далеко не достигает единицы (иначе правая часть (24.33) теряет смысл). Физический смысл этого связан с тем, что следующая ионизация начинается задолго до того, как предыдущая приблизится к единице.

При помощи формул (24.33) и (24.32) можно выделить области, в которых основную роль в ионизационных процессах играют ионы с определенными зарядами  $Z_0$ . Так, например, границы областей, в которых с точностью до некоторого  $\epsilon$  величиной  $X_{Z_0+1}$  можно пренебречь по сравнению с  $X_{Z_0}$ , описываются уравнениями типа  $X_{Z_0} = X_{Z_0}(T, \epsilon)$  (эти уравнения получаются из (24.32) подстановкой  $\epsilon$  вместо  $X_{Z_0+1}$ ). Каждой такой области соответствует определенная величина  $Z_0$ .

Далее по формулам (24.27) и (24.28) находится степень электронной ионизации  $n_e/n_\Sigma$  и распределение ионов с различными зарядами  $n_Z/n_\Sigma$ . Например, в случае ксенона в температурном интервале  $T = (2,5 \div 3) \cdot 10^4$  °K при  $p \sim 1$  мм рт. ст. величина среднего заряда ионов  $\bar{Z} = \bar{y} \in (1 \div 2)$ , т. е.  $Z_0 = 1$ . Это означает, что с точностью до  $\epsilon < \exp(-1/2\sigma_{d0}^2) = e^{-\pi}$  величинами  $X_0$  и  $X_2$  можно пренебречь по сравнению с  $X_1$  и  $X_2$ , т. е. определяющей в ионизационных процессах является реакция  $P_1 \rightleftharpoons P_2 + e^-$ .

Ионизационные уравнения (24.28) и (24.27) принимают соответственно вид

$$\frac{n_e}{n_\Sigma} = \frac{1 + 2K_1/n_e}{1 + K_1/n_e}, \quad (24.34)$$

$$\frac{n_Z}{n_\Sigma} = \frac{\exp[-(Z-y)^2/2\sigma_d^2(Z)]}{\exp[-(1-y)^2/2\sigma_d^2(Z)] + \exp[-(2-y)^2/2\sigma_d^2(Z)]}. \quad (24.35)$$

Здесь

$$y = \sigma_d^2(Z) \ln \frac{K}{n_e} + \frac{1}{2}, \quad \sigma_d^2(Z) = \frac{ZkT}{E_Z - E_0},$$

$$K = 2 \left( \frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right) \exp \left( -\frac{E_0}{kT} \right), \quad K_1 = K \frac{g_2}{g_1} \exp \frac{E_0 - E_1}{kT}.$$

На рис. 4.14 изображены области, рассчитанные для ксенона [46], в которых с некоторой заданной точностью  $\varepsilon$  отсутствуют ионы той или иной кратности: в области I имеются только нейтральные атомы и однократные ионы; в области II — только однократные и двукратные ионы; в области III — только двукратные и трехкратные ионы; в области IV существуют три сорта частиц — нейтральные атомы, однократные и двукратные ионы; в области V имеются тоже три сорта частиц, но других — однократные, двукратные и трехкратные ионы. Незаштрихованные области соответствуют величине  $\varepsilon = 10^{-2}$ , заштрихованные —  $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-2}$ . Области существования ионов с различными зарядами не зависят от давления. С ростом температуры эти области перекрываются и их границы асимптотически приближаются к соответствующим предельным значениям степеней ионизации, определяемых величиной  $\lim_{T \rightarrow \infty} (K_Z/K_{Z-1})$ .

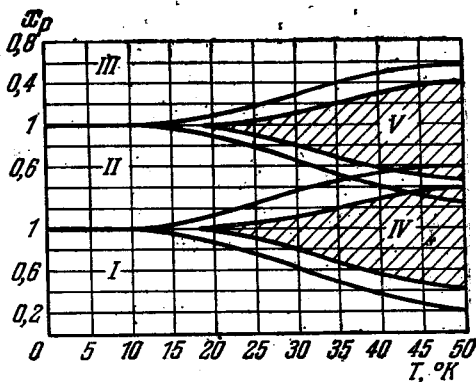


Рис. 4.14. Ионизационные области в ксеноновой плазме с различными определяющими процессами ионизации.

Область I — основным процессом ионизации является  $P_0 \rightleftharpoons P_1 + e^-$ ; II —  $P_1 \rightleftharpoons P_2 + e^-$ ; III —  $P_2 \rightleftharpoons P_3 + e^-$ ; IV — два определяющих процесса:  $P_0 \rightleftharpoons P_1 + e^-$  и  $P_1 \rightleftharpoons P_2 + e^-$ ; V —  $P_1 \rightleftharpoons P_2 + e^-$  и  $P_2 \rightleftharpoons P_3 + e^-$ .

**5. Ионизационное равновесие и снижение потенциала ионизации при высоких давлениях.** В достаточно плотном газе в результате взаимодействия частиц газа ионизационное равновесие смещается в сторону увеличения числа ионов и электронов [47, 48]. Рассмотрим это влияние взаимодействия частиц на ионизационное равновесие в изотермической плазме.

**5.1. Ионизационное равновесие в слабо ионизованном газе.** Пусть степень электронной ионизации  $x_e = n_e/(n_p + n_g) \ll 1$ . При ионизационном равновесии в смеси ионного, электронного и нейтрального газов выполняется равенство

$$\mu_g = \mu_e + \mu_p, \quad (24.36)$$

где  $\mu_\alpha$  ( $\alpha = g, e, p$ ) — соответственно химические потенциалы газа нейтральных атомов, электронного и ионного газов. Свободную энергию такой смеси можно представить в форме (см. примечание 11, стр. 512)

$$F = \Sigma F_{\alpha 0} + pV \left[ n_g \left( b - \frac{a}{kT} \right) + 2n_p \left( b' - \frac{a'}{kT} \right) + 2n_e \left( b'' - \frac{2a'}{kT} \right) \right]. \quad (24.37)$$

Здесь  $F_{\alpha 0}$  — свободная энергия совершенного газа частиц  $\alpha = g, e, p$ ;  $V$  — объем, занимаемый плазмой;  $b$  и  $a$  — постоянные Ван-дер-Ваальса для данного вида атомов;  $b''$  и  $b'$  — величины, соответствующие «взаимной проницаемости» взаимодействующих частиц ( $b'' \sim b' \sim b$ );  $a' = 2\pi e_0^2 \beta / r_\alpha$ , где  $\beta$  — коэффициент поляризации атома,  $r_\alpha$  — радиус атома.

При малых изменениях внешних условий изменение свободной энергии при постоянном объеме равно изменению термодинамического потенциала при постоянном давлении, т. е. для термодинамического потенциала рассматриваемой смеси газов можно написать

$$\Phi = \sum \Phi_{\alpha 0} + \left(b - \frac{a}{kT}\right) n_g V p_g + 2 \left(b' - \frac{a'}{kT}\right) n_p V p_p + 2 \left(b'' - \frac{2a'}{kT}\right) n_e V p_e, \quad (24.38)$$

где  $p_\alpha$  — парциальные давления совершенного газа частиц  $\alpha$ .

Химические потенциалы частиц  $\alpha$  представятся в виде

$$\begin{aligned} \mu_g &= \mu_{g0} + \left(b - \frac{a}{kT}\right) p_g, \\ \mu_{g0} &= kT \left\{ \ln p_g - \ln \left[ \left( \frac{m_g kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \sum_k \exp \left( -\frac{E_{gk}}{kT} \right) \right] - \ln kT \right\}, \\ \mu_p &= \mu_{p0} + 2 \left(b' - \frac{a'}{kT}\right) p_p, \\ \mu_{p0} &= kT \left\{ \ln p_p - \ln \left[ \left( \frac{m_p kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \sum_k \exp \left( -\frac{E_{pk}}{kT} \right) \right] - \ln kT \right\}, \\ \mu_e &= \mu_{e0} + 2 \left(b'' - \frac{2a'}{kT}\right) p_e, \quad \mu_{e0} = kT \left\{ \ln p_e - \ln \left[ 2 \left( \frac{m_e kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \right] - \ln kT \right\}. \end{aligned} \quad (24.39)$$

При вычислении сумм по состояниям атомов и ионов следует учесть, что в рассматриваемых условиях большинство частиц находится в нормальном состоянии. После подстановки величин  $\mu_\alpha$  в (24.36) это равенство приводится к виду

$$\begin{aligned} \frac{n_g}{n_e n_p} &= K_0^{-1}(T) \exp \left( -\frac{f_0}{kT} \right), \\ f_0 &= \left[ (b - 2b' - 2b'') + \frac{6a' - a}{kT} \right] p_g. \end{aligned} \quad (24.40)$$

Величина  $K_0(T)$  представляет собой обычную константу равновесия для процесса однократной ионизации в совершенном газе (24.1). В результате эффективная энергия первой ионизации оказывается уменьшенной на величину  $f_0$ .

Для степени ионизации газа можно написать, приняв  $p_g \approx p$ ,

$$x_e = \left[ 1 + \frac{p K_0^{-1}}{kT} \exp \left( -\frac{f_0}{kT} \right) \right]^{-1}. \quad (24.41)$$

При малых давлениях, когда  $f_0/kT \ll 1$  и  $\exp \left( -\frac{f_0}{kT} \right) \sim 1$ , выражение (24.41) дает формулу Саха. При этом с ростом давления степень ионизации и электропроводность плазмы уменьшаются (см. п. 1). В противном случае высоких давлений основную роль играет экспоненциальный множитель, и при увеличении давления степень ионизации и электропроводность плазмы

растут. Минимум функции  $x_e = x_e(p)$  достигается при значении  $p^*$ , равном

$$p^* = \frac{(kT)^2}{kT(b - 2b' - 2b'') + (6a' - a)}. \quad (24.42)$$

При  $T = 3 \cdot 10^3$  °К величина  $p^* \sim 50$  атм.

Таким образом, при давлениях  $p \ll p^*$  применимы ионизационные формулы для газов не взаимодействующих частиц, согласно которым с ростом давления степень ионизации уменьшается.

При более высоких давлениях  $p \gtrsim p^*$  следует пользоваться более точными формулами (24.40), (24.41), учитывающими взаимодействие частиц плазмы; при этом степень ионизации увеличивается с ростом давления.

На рис. 4.15 проведено сравнение эксперимента [49] с результатом расчета по формулам (24.40) и (24.41). В эксперименте в результате адиабатического сжатия воздуха от  $9 \cdot 10^2$  до  $9 \cdot 10^3$  атм температура воздуха повышалась от  $1,7 \cdot 10^3$  до  $2,7 \cdot 10^3$  °К. При этих условиях в основном ионизируется окись азота ( $U_0 = 9,5$  е). Теоретическая кривая 2 качественно повторяет ход экспериментальной кривой 1 и проходит довольно близко от нее.

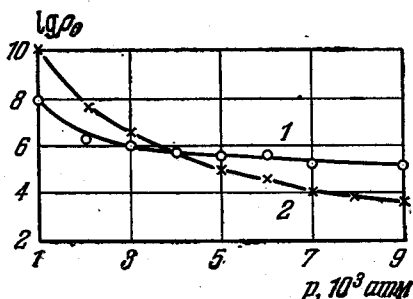


Рис. 4.15. Удельное сопротивление плазмы, созданной адиабатическим сжатием воздуха, в зависимости от давления.

Кривая 1 — эксперимент [49]; кривая 2 — рассчитана по формулам (24.40), (24.41).

5.2. Ионизационное равновесие в полностью ионизованном газе. Пусть теперь газ полностью ионизован и состоит из электронов и положительных ионов как однократно, так и двукратно заряженных. Ионизационное равновесие в такой системе описывается равенством

$$\mu_1 = \mu_2 + \mu_e. \quad (24.43)$$

Для свободной энергии системы можно записать

$$F = \sum F_{\alpha 0} - \frac{2}{3} (e_0 V)^3 \sqrt{\frac{\pi}{kT}} (\sum n_{\alpha} Z_{\alpha}^2)^{1/2}. \quad (24.44)$$

Химические потенциалы частиц  $\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, e$ ) найдутся из соотношения

$$\mu_{\alpha} = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial F}{\partial n_{\alpha}} \right)_{T=\text{const}} = \mu_{\alpha 0} - \frac{e_0^3 Z_{\alpha}^2}{kT} \sqrt{\pi} (\sum p_{\alpha} Z_{\alpha}^2)^{1/2}. \quad (24.45)$$

Из равенств (24.43) и (24.45) для равновесных концентраций получаем

$$\frac{n_1}{n_2 n_e} = K_1^{-1}(T) \exp \left[ - \frac{4e_0^3 \sqrt{\pi} (\sum p_{\alpha} Z_{\alpha}^2)^{1/2}}{(kT)^2} \right]. \quad (24.46)$$

Здесь  $K_1(T)$  — константа равновесия процесса двукратной ионизации в газе не взаимодействующих частиц (см. (24.12),  $Z = 1$ ). При не очень высоких температурах, когда концентрация двукратно заряженных ионов невелика и  $p_e \approx p_1 \approx p/2$ , ионизационное уравнение принимает вид

$$\frac{n_1}{n_2 n_e} = K_1^{-1}(T) \exp \left[ - \frac{4e_0^3 \sqrt{\pi p}}{(kT)^2} \right]. \quad (24.47)$$

При малых давлениях формула (24.47) упрощается и принимает обычный вид

$$\frac{n_1}{n_2 n_e} = K_1^{-1}(T), \quad (24.48)$$

т. е. с ростом давления степень ионизации и концентрация двукратно заряженных ионов довольно быстро уменьшаются. При более высоких давлениях, когда становится заметным влияние экспоненциального множителя в (24.47), концентрация двукратно заряженных ионов уменьшается значительно медленнее с ростом давления, а при давлениях, больших некоторого критического,

$$p^* = (kT)^4 / 16\pi e_0^6 \quad (24.49)$$

экспоненциальный множитель становится определяющим, и концентрация двукратно заряженных ионов, согласно (24.47), возрастает при увеличении давления \*).

5.3. С н и ж е н и е э н е р г и и и о н и з а ц и и. В результате взаимодействия микрополей заряженных частиц, окружающих нейтральный атом, распределение потенциала вокруг ядра атома изменяется, что приводит к эффективному снижению потенциального барьера, который преодолевает электрон при ионизации атома. Это снижение энергии ионизации обусловлено теми же эффектами, что и ограничение числа членов, дающих вклад в статистические суммы по состоянию атомов и ионов (см. п. 3 § 23): снижением энергии конечного состояния при кулоновском взаимодействии и слиянием высших возбужденных уровней.

Первый эффект связан с дебаевской поляризацией плазмы и приводит к снижению энергии ионизации, равному сумме кулоновских энергий иона и электрона внутри дебаевской сферы (в первом приближении можно считать, что вне дебаевской сферы потенциал частицы пренебрежимо мал, и для ионизации атома достаточно удалить электрон за пределы дебаевской сферы). Плотность электростатической энергии в плазме  $W_{\varphi 1} = -kT/8\pi r_D^3$ , где  $r_D$  — дебаевский радиус экранирования ( $r_D = \sqrt{kT/4\pi e_0^2 n_e (1 + Z^*)}$ ); эффективное зарядное число  $Z^* = \sum_Z n_p^{(Z)} Z^2 / \sum_Z n_p^{(Z)} Z$ . На одну частицу приходится  $W_{\varphi 1}/n_e = -\sqrt{\pi} e_0^3 \sqrt{n_e/kT} (Z^* + 1)^{1/2}$ , т. е. снижение энергии ионизации, вызванное поляризацией плазмы, представится в виде (для первой ионизации)

$$\Delta E_i = \sqrt{8\pi} e_0^3 \sqrt{n_e/kT}. \quad (24.50)$$

Второй эффект, обусловленный слиянием высших уровней, связан с флуктуациями микрополей, возбуждаемых окружающими атом заряженными частицами, и обратно пропорционален среднему расстоянию между ионами  $\bar{r}_p = (3/4\pi)^{1/2} n_p^{-1/3}$ . Эффект снижения энергии ионизации из-за влияния микрополей окружающих атом частиц детально рассмотрен в [4], где при помощи квантовомеханических методов исследовано распределение плотности электронов вокруг атома в плазме и получена формула для снижения энергии ионизации, которую можно привести к виду (для первой ионизации)

$$\Delta E_i(\infty) = 6,7 \cdot 10^{-7} n_e^{1/3} + 0,37 \cdot 10^{-7} (n_e/T)^{1/2}. \quad (24.51)$$

Первый член, обратно пропорциональный  $r_p \sim n_e^{-1/3}$ , обусловлен электростатическим взаимодействием электронных оболочек атома с ближайшими

\*) Строго говоря, при очень высоких давлениях  $p \gg p^*$  (при  $T \sim 10^4$  °K  $p^* \sim 20$  атм) выражение (24.44) перестает быть применимым. Однако и в этих условиях ионизационное уравнение (24.47) является более точным, чем уравнение вида (24.48), которое совсем не учитывает влияния взаимодействия частиц на ионизационное равновесие.

ионами; второй член, обратно пропорциональный дебаевскому радиусу  $r_D \sim (kT/n_e)^{1/2}$ , учитывает экранировку электростатического поля иона окружающими зарядами (поляризацию плазмы).

В работе [6] приведена формула, полученная в пренебрежении эффектом поляризации (с учетом только электростатического взаимодействия ионов):

$$\Delta E_i(\infty) = 7 \cdot 10^{-7} n_e^{1/2}, \quad (24.52)$$

что практически совпадает с первым членом формулы (24.51).

Изменение потенциала ионизации становится заметным при концентрациях электронов  $n_e \gtrsim 10^{15} \text{ см}^{-3}$ . При тех плотностях заряженных частиц и температурах, когда дебаевский радиус по порядку величины близок к среднему расстоянию между ионами, влияние эффекта поляризации слабо выражено. Если же радиус экранирования меньше среднего расстояния между ионами, т. е. внутри дебаевской сферы не попадает ни одного иона, то теория поляризации неприменима, и второй член в формуле (24.51) следует отбросить.

На рис. 4.16 показаны области температур и электронных концентраций, в которых применима (слева от каждой наклонной прямой) или неприменима (справа от прямой) теория поляризации. Роль параметра для границы применимости теории поляризации играют эффективное зарядное число ионов  $Z^*$  и отношение среднего расстояния между ионами к дебаевскому радиусу

$$r_p/r_D = [(1 + Z^*) e_0^2 / kT]^{1/2} (36\pi n_e)^{1/2}. \quad (24.53)$$

На практике при значениях  $n_e$  и  $T$ , лежащих в области применимости теории поляризации ( $r_p/r_D < 1$ ), для оценки величины снижения энергии ионизации  $\Delta E_i$  следует пользоваться полной формулой (24.51). В случае значений  $n_e$  и  $T$ , при которых теория поляризации неприменима ( $r_p/r_D > 1$ ), хорошие результаты дает упрощенная формула (24.52). Например, при экспериментальных исследованиях плазмы мощной электрической дуги [III.32], [50] выполнялось условие  $r_p/r_D > 1$ , и в условиях преобладающей роли электростатического взаимодействия с удовлетворительной точностью была установлена справедливость приближенной формулы (24.52 \*).

## § 25. Электропроводность изотермической плазмы

1. Электропроводность однородной плазмы. Общие закономерности и формулы, относящиеся к электропроводности плазмы (см. § 18), применимы также и в случае изотермической плазмы. В простом случае однородной плазмы, состоящей из электронов  $n_e$ , нейтральных  $n_g$  и ионизованных  $n_p$  атомов

\*) В этих работах исследовалась сильно ионизованная плазма электрической дуги большой мощности с диаметром 0,2 см со стабилизацией водяным вихрем. Сила тока от  $2 \cdot 10^3$  до  $1,5 \cdot 10^3$  а, температура на оси от  $3 \cdot 10^4$  до  $5 \cdot 10^4$  °К.

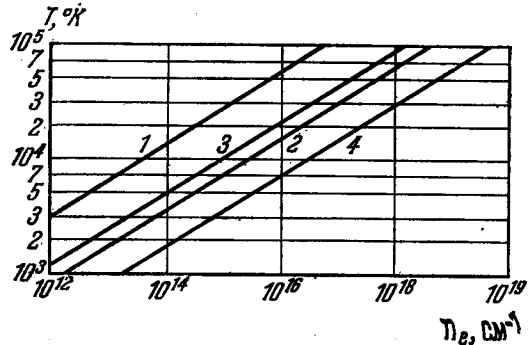


Рис. 4.16. Область применимости представлений о дебаевской поляризации плазмы.

Слева от каждой прямой эти представления применимы, справа — нет. 1 —  $r_D/r_p = 2$ ,  $Z^* = 1$ ; 2 —  $r_D/r_p = 1$ ,  $Z^* = 1$ ; 3 —  $r_D/r_p = 1$ ,  $Z^* = 2$ ; 4 —  $r_D/r_p = 1/1,5$ ,  $Z^* = 1$ .

одного сорта, коэффициент электропроводности можно представить в форме

$$\sigma = K_\sigma \frac{e_0^2 n_e}{m_e (v_{eg}^* + v_{ep}^*)}, \quad (25.1)$$

где коэффициент  $K_\sigma$  зависит от отношения  $v_{ep}^*/v_{eg}^*$  и включает в себя члены, учитывающие взаимодействие электронов между собой (см. § 18 и примечание 5, стр. 500). Эффективная частота столкновений электронов с частицами  $\alpha$  ( $\alpha = g, p$ ) может быть представлена в виде

$$v_{e\alpha}^* = c_m n_\alpha s_{e\alpha}^*, \quad c_m = (2kT_e/m_e)^{1/2}, \quad (25.2)$$

где  $s_{e\alpha}^*$  — усредненное по распределению электронов по скоростям эффективное сечение взаимодействия электронов с частицами  $\alpha$  относительно процесса электропроводности («сечение электропроводности»):

$$s_{e\alpha}^* = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \int_0^\infty s_{e\alpha}(z) z^5 e^{-z^2} dz, \quad z = c/c_m. \quad (25.3)$$

Здесь  $s_{e\alpha}$  — сечение передачи импульса (см. примечание 4, стр. 495).

Формуле электропроводности (25.1) с учетом (25.2) можно придать обычный вид, удобный для расчетов:

$$\sigma = K_\sigma \frac{e_0^2 n_e}{\sqrt{2kT_e m_e}} (n_g s_{eg}^* + n_p s_{ep}^*)^{-1} \approx \frac{4.6 \cdot 10^2 K_\sigma n_e}{T_e^{1/2} (n_g s_{eg}^* + n_p s_{ep}^*)}. \quad (25.4)$$

Подставляя в (25.4) вместо  $n_e$  ее выражение через  $T_e$  по соответствующей ионизационной формуле, можно определить электропроводность изотермической плазмы как функцию температуры. Рассмотрим два частных случая.

1.1. Слабая ионизация. Отношение длин пробега:

$$\frac{n_g s_{eg}^*}{n_p s_{ep}^*} \gg 1. \quad (25.5)$$

При этом основные носители тока — свободные электроны — тормозятся и рассеиваются в основном при столкновениях с нейтральными атомами. Связь концентрации свободных электронов  $n_e$  с температурой дается уравнением Саха в форме (23.24). В этих условиях из (25.4) находим

$$\sigma^g = \frac{A_\sigma (kT)^{1/4}}{n_g^{1/2} s_{eg}^*} \exp\left(-\frac{E_i}{2kT}\right), \quad (25.6)$$

где

$$A_\sigma = 16 (3g_g h^{3/2})^{-1} e_0^2 K_\sigma^g g_p (2m_e/\pi)^{1/2} \approx 3.4 \cdot 10^{14} (g_n/g_g) K_\sigma^g,$$

$E_i$  — энергия ионизации атомов; относительно  $K_\sigma^g$  см. § 18 и примечание 5. Из (25.6) видно, что при неизменной плотности газа проводимость плазмы весьма быстро растет с ростом ее температуры. Наоборот, возрастающее сжатие газа (рост  $n_g$ ) при неизменной температуре вызывает постепенное понижение его проводимости (пропорционально  $n_g^{-1/2}$ ), что связано с уменьшением подвижности электронов при увеличении давления.

1.2. Сильная ионизация. Электроны рассеиваются и тормозятся в основном при столкновениях с ионами:

$$\frac{n_p s_{ep}^*}{n_g s_{eg}^*} \gg 1. \quad (25.7)$$

При этом степень ионизации может быть далека от единицы — неравенство (25.7) будет выполняться за счет большой величины кулоновского сечения  $s_{ep}^*$  по сравнению с  $s_{eg}^*$ . Для численных оценок электропроводности можно использовать выражение вида (случай однозарядных ионов)

$$\sigma^{p,e} = \frac{K_o^{p,e} n_e e_{0i}^2}{n_p s_{ep}^* \sqrt{2kTm_e}}, \quad (25.8)$$

где  $K_o^{p,e} = 1,96$  (см. § 18, табл. 3.4, средний заряд ионов  $\bar{Z} = 1$ ), а эффективное сечение электрон-ионного взаимодействия — сечение электропроводности (см. § 18 и примечание 4) равно

$$s_{ep}^* = \frac{2\sqrt{\pi}}{3} \left( \frac{e_0^2}{kT} \right)^2 \ln \left\{ 1 + \left[ \frac{(kT)^{3/4}}{e_0^3 (\pi n_e)^{1/4}} \right]^2 \right\} \approx \frac{4\sqrt{\pi}}{3} \left( \frac{e_0^2}{kT} \right)^2 \ln \frac{(kT)^{3/4}}{e_0^3 (\pi n_e)^{1/4}} \quad (25.9)$$

(некоторые значения логарифма из (25.9) приведены в табл. П.1 примечания 4). Это так называемая «предельная проводимость» плазмы — максимальная возможная при степени ионизации  $x_e \lesssim 1$ . В этих условиях благодаря уменьшению сечения  $s_{ep}^*$  проводимость растет с температурой, однако довольно медленно — приближительно как  $T_e^{3/2}$  (значительно медленнее, чем при малых степенях ионизации). Зависимость  $\sigma$  от степени сжатия газа здесь также меняется: вместо убывания — очень слабое возрастание проводимости с ростом первоначальной концентрации нейтральных атомов (за счет увеличения концентрации электронов при фиксированной степени ионизации).

**2. Электропроводность плазмы, состоящей из смеси газов \*).** Во многих практически важных случаях приходится иметь дело с плазмой, возникшей в смеси различных газов, которые могут сильно отличаться друг от друга своими свойствами.

Например, при газомagnetном преобразовании тепловой и кинетической энергии движущегося газа в электрическую энергию и обратно (магнито-гидродинамические динамомашин и плазменные ускорители) требование низкой температуры и химической инертности рабочего вещества (во избежание разрушения стенок канала ускорителя или генератора) приходится сочетать с желанием получить как можно более высокую электропроводность движущегося газа, а значит, и более высокий коэффициент преобразования энергии (см. § 73). Один из возможных путей решения этой проблемы — использование смеси инертных газов (Ar, Ne) с парами щелочных металлов (Cs, K, Na), имеющих наименьшие энергии ионизации (соответственно 3,89; 4,34; 5,15 эв).

В МГД-генераторах, работающих на продуктах химического горения, и в жидкостных реактивных двигателях приходится иметь дело с гораздо более сложными плазменными смесями, состоящими из десятков компонент (так называемые пламена). При этом, помимо естественных составляющих, в таких смесях могут присутствовать и щелочные металлы, применяемые с целью увеличения концентрации свободных электронов, и представители галогенов (Cl, Br и др.), роль которых сводится к захвату свободных электронов и уменьшению их концентрации в смеси, что бывает иногда весьма желательным.

Непосредственным обобщением формулы (25.4) для проводимости однородной плазмы в случае неполностью ионизованного газа, состоящего из раз-

\*) Имеются в виду не физические различные компоненты (газы электронные, ионные с различными зарядами, из нейтральных атомов, фотонов и т. д.), которые образуются и в химически однородном газе при его ионизации, а химически различные исходные газы.

личного типа нейтральных и заряженных частиц, является выражение

$$\sigma = \frac{K_0 n_e e_0^2}{\sqrt{2m_e kT_e}} \left[ \sum_k n_{gk} s_{gk}^* + \sum_Z n_p^{(Z)} s_{ep}^{*(Z)} \right]^{-1}. \quad (25.10)$$

В предельном случае полностью ионизованного газа, состоящего из электронов и положительных ионов с различными зарядами  $Z$ , выражение для коэффициента электропроводности плазменной смеси (25.10) приобретает простую форму

$$\sigma \approx \frac{e_0^2 K_0}{\sqrt{2m_e kT_e}} (Z^* s_{ep}^*)^{-1}. \quad (25.11)$$

Эффективное сечение однократно заряженного иона  $s_{ep}^*$  дается формулой (25.9), а эффективный заряд  $Z^*$  определяется из соотношения

$$Z^* = \frac{1}{n_e} \sum_Z n_p^{(Z)} Z^2 = \sum_Z n_p^{(Z)} Z^2 / \sum_Z n_p^{(Z)} Z \quad (25.12)$$

(о распределении ионов с различными зарядами см. § 24).

В общем случае при численной оценке величины проводимости плазменной смеси возникает необходимость определения состава такой смеси: концентраций электронов, положительных и отрицательных ионов, нейтральных атомов и молекул всех типов.

**2.1. Состав многокомпонентной плазмы.** Пусть есть плазма, состоящая из  $n$  компонент, в том числе  $k$  молекулярных и  $l$  атомарных, так что  $n = l + k$ . Любая компонента может быть ионизована от 1 до  $m$  раз. Состав такой плазмы, находящейся в состоянии квазинейтральности и термодинамического равновесия, определится при помощи системы уравнений, которую можно разбить на шесть групп [51, 57]:

1) Система уравнений равновесной диссоциации, проходящей по схеме  $\gamma(pq) \rightleftharpoons \alpha p + \beta q$ :

$$K_{dj} = (kT)^{\alpha+\beta-\gamma} \left( \frac{n_p^\alpha n_q^\beta}{n_{pq}^\gamma} \right)_j, \quad j = 1, 2, \dots, k. \quad (25.13)$$

Здесь  $K_{dj}$  — константа диссоциации  $j$ -й компоненты;  $\alpha, \beta, \gamma$  — числа молей соответствующих веществ.

2) Система уравнений равновесной  $Z$ -кратной ионизации (с учетом того, что наряду с атомами могут ионизоваться также молекулы и радикалы):

$$\frac{n_e n_{pi}^{(Z)}}{n_{pi}^{(Z-1)}} = \frac{2\mathcal{L}_{pi}^{(Z)}}{\mathcal{L}_{pi}^{(Z-1)}} \left( \frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{1/2} \exp \left( -\frac{E_{Zi} - \Delta E_{Zi}}{kT} \right), \quad (25.14)$$

где  $n_e$  и  $n_{pi}^{(Z)}$  — концентрации электронов и  $Z$ -кратно заряженных положительных ионов типа  $i$ ;  $Z = 1, 2, \dots, m$ ;  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $\Delta E_{Zi}$  — снижение энергии  $Z$ -кратной ионизации (см. § 24);  $\mathcal{L}_{pi}^{(Z)}$  — статистическая сумма по состояниям  $Z$ -кратно заряженного иона (см. § 23).

3) Система уравнений равновесного образования отрицательных ионов (составляется аналогично системе равновесной ионизации (25.14)):

$$\frac{n_e n_{gj}}{n_{nj}} = \frac{2\mathcal{L}_{gj}}{\mathcal{L}_{nj}} \left( \frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{1/2} \exp \left( -\frac{E_j}{kT} \right). \quad (25.15)$$

Здесь также следует учитывать, что электроны могут захватываться как атомами, так и молекулами и радикалами [52, 53]. Величина  $E_j$  — это энергия

связи, или сродство к электрону;  $\mathcal{L}_{nj}$  — статистическая сумма по состояниям отрицательного иона типа  $j$ . В силу быстрого затухания поля сил, в котором движется захваченный электрон отрицательного иона ( $\sim r^{-6}$ ), число возбужденных состояний отрицательного иона невелико [52]. Некоторые отрицательные ионы вовсе не обладают возбужденными состояниями (например, ионы  $H^-$ ,  $Cl^-$ ).

4) Система уравнений баланса компонент смеси (закон действия масс):

$$\left(\frac{q_R}{q_Q}\right) = \left(\frac{A_R}{A_Q}\right) \frac{\sum_R \alpha p_{R\alpha}}{\sum_Q \beta p_{Q\beta}}, \quad j = 1, 2, \dots, (l-1). \quad (25.16)$$

Здесь  $q_R$ ,  $q_Q$  — весовые доли химических элементов  $R$  и  $Q$ , общее число которых в плазме равно  $l$ ;  $A_R$ ,  $A_Q$  — атомные веса элементов  $R$  и  $Q$ ;  $\sum_Q \beta p_{Q\beta}$  —

суммы парциальных давлений компонент, содержащих элемент  $Q$  или  $R$ , где  $\alpha$  и  $\beta$  — числа молей соответствующих компонент.

5) Уравнение сохранения заряда (условие квазинейтральности плазмы):

$$\sum_j \sum_Z n_{pj}^{(Z)} Z = n_e + \sum_j n_{nj}. \quad (25.17)$$

6) Уравнение суммарного давления (условие сохранения числа частиц):

$$n_\Sigma = n_e + \sum_j \left( n_{gj} + n_{nj} + \sum_Z n_{pj}^{(Z)} \right). \quad (25.18)$$

Таким образом, полная система уравнений состоит из  $k + nm + n + 1 + 1 + (l-1) = 1 + n(m+2)$  уравнений для определения неизвестных  $n_e$ ,  $n_{gj}^{a,m}$ ;  $n_{pj}^{a,m}$ ,  $n_{nj}^{a,m}$  (индекс «а» относится к атомам, «m» — к молекулам). Число неизвестных равно  $1 + k + l + km + lm + k + l = 1 + n(m+2)$ , т. е. система уравнений (25.13) — (25.18) является замкнутой.

В качестве простого примера на рис. 4.17 приведен состав азотной плазмы в зависимости от температуры при давлении  $p = 1$  атм.

Важным примером многокомпонентных плазменных смесей являются водородные и углеводородные пламена. В табл. 4.4 приведен химический состав и температуры таких плазм [17].

Ионизация и электропроводность в зонах реакции водородных и углеводородных пламен составляют  $n_e = 10^{12} \div 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ;  $\sigma = 10^{-3} \div 10^{-1} \text{ ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$  [54—56], в то время как равновесные ионизация и электропроводность не превышают  $n_e \approx 2 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$  и  $\sigma \approx 3,5 \cdot 10^{-5} \text{ ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$  (ацетилен с кислородом). Небольшие количества щелочных металлов ( $\sim 1\%$  по весу) резко повышают концентрацию электронов и электропроводность таких плазм (см. табл. 4.5).

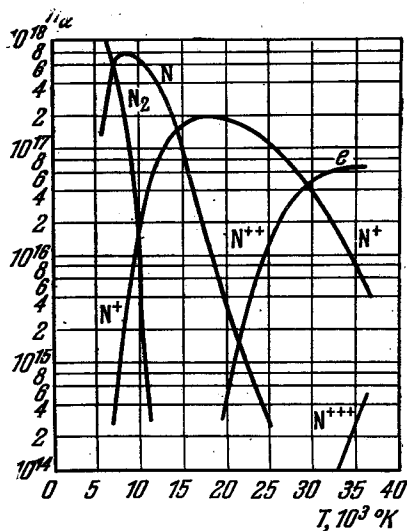


Рис. 4.17. Состав азотной плазмы при  $p = 1$  атм.

В общем случае для нахождения решения системы (25.13) — (25.18) можно использовать методы, примененные в [57] при определении состава смеси диссоциирующих газов.

2.2. Электронное давление при малых степенях ионизации. В общем случае при высоких температурах для определения ионизации и электропроводности плазменной смеси следует искать решение совместной системы уравнений химических и ионизационных равновесий (см. п. 2.1). При достаточно малой степени ионизации на первом этапе можно пренебречь ионизацией компонент и при помощи уравнений химических реакций определить состав плазмы, а затем рассчитать степени ионизации каждой из компонент в отдельности. Такой способ расчета применим в области температур и давлений, в которой вторая ионизация еще не существенна и образуются лишь однократно заряженные ионы наиболее легко ионизирующейся компоненты, например область  $p \sim 1 \text{ атм}$ ,  $T = (1 \div 5) \cdot 10^3 \text{ }^\circ\text{K}$  [17].

При постоянном давлении константы равновесия реакций ионизации  $P_i \rightleftharpoons P_{pi} + e$  и образования отрицательных ионов  $P_{nj} \rightleftharpoons P_j + e$  можно

Таблица 4.4

Химический состав и температура продуктов сгорания различных горючих смесей при давлении  $p = 1 \text{ атм}$  и начальной температуре  $3 \cdot 10^3 \text{ }^\circ\text{K}$  ( $\beta$  — объемный процент горючего в исходной смеси)

Горючая смесь	Водород — воздух	Водород — кислород	Ацетилен — воздух	Ацетилен — кислород	Оксид угле- рода — кисло- род (+0,449 воды)
$\beta$	29,6	69,3	9,3	28,2	66,7
$T, 10^3 \text{ }^\circ\text{K}$	2,4	3,1	2,6	3,2	3,0
Парци- альные давления компо- нент $P_{\alpha},$ <i>атм</i>	NO $2,729 \cdot 10^{-3}$ O <sub>2</sub> $5,006 \cdot 10^{-3}$ H <sub>2</sub> O $3,24 \cdot 10^{-1}$ OH $6,178 \cdot 10^{-3}$ H $1,859 \cdot 10^{-3}$ O $3,618 \cdot 10^{-3}$ CO <sub>2</sub> — CO — H <sub>2</sub> $1,552 \cdot 10^{-2}$ N <sub>2</sub> $0,644$	— $4,48 \cdot 10^{-2}$ $5,95 \cdot 10^{-2}$ $9,50 \cdot 10^{-2}$ $7,63 \cdot 10^{-2}$ $3,17 \cdot 10^{-2}$ — — — $1,57 \cdot 10^{-1}$ —	$3,270 \cdot 10^{-3}$ $3,71 \cdot 10^{-3}$ $8,92 \cdot 10^{-2}$ $5,74 \cdot 10^{-3}$ $3,79 \cdot 10^{-3}$ $1,34 \cdot 10^{-3}$ $9,72 \cdot 10^{-2}$ $8,56 \cdot 10^{-2}$ $1,22 \cdot 10^{-2}$ 0,696	— $2,45 \cdot 10^{-1}$ $1,18 \cdot 10^{-1}$ $8,61 \cdot 10^{-2}$ $4,13 \cdot 10^{-2}$ $1,16 \cdot 10^{-1}$ $1,57 \cdot 10^{-1}$ $2,15 \cdot 10^{-2}$ $2,07 \cdot 10^{-2}$ —	— $1,51 \cdot 10^{-1}$ $1,33 \cdot 10^{-3}$ $6,10 \cdot 10^{-3}$ $1,64 \cdot 10^{-2}$ $3,87 \cdot 10^{-2}$ $4,59 \cdot 10^{-1}$ $3,43 \cdot 10^{-1}$ $1,35 \cdot 10^{-4}$ —

Таблица 4.5

Концентрация электронов  $n_e$  (в  $\text{см}^{-3}$ ) и электропроводность  $\sigma$  (в  $\text{ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ ) для продуктов сгорания с примесью  $\sim 1\%$  по весу Cs, K и Na при давлении  $p = 1 \text{ атм}$

Горючая смесь	$T, 10^3 \text{ }^\circ\text{K}$	Cs		K		Na	
		$n_e$	$\sigma$	$n_e$	$\sigma$	$n_e$	$\sigma$
Водород — воздух	2,4	$9,3 \cdot 10^{13}$	$8,6 \cdot 10^{-2}$	$5,9 \cdot 10^{13}$	$5,1 \cdot 10^{-2}$	$1,1 \cdot 10^{13}$	$9,5 \cdot 10^{-3}$
Водород — кислород	3,1	$5,6 \cdot 10^{14}$	$3,6 \cdot 10^{-1}$	$4,7 \cdot 10^{14}$	$3,1 \cdot 10^{-1}$	$1,4 \cdot 10^{14}$	$9,4 \cdot 10^{-2}$
Ацетилен — воздух	2,6	$2 \cdot 10^{14}$	$3,5 \cdot 10^{-1}$	$1,4 \cdot 10^{14}$	$2,1 \cdot 10^{-1}$	$2,9 \cdot 10^{13}$	$4,7 \cdot 10^{-2}$
Ацетилен — кислород	3,2	$1 \cdot 10^{15}$	1,5	$9,5 \cdot 10^{14}$	1,3	$3 \cdot 10^{14}$	$4,3 \cdot 10^{-1}$
Оксид углерода — кислород	3	$7,2 \cdot 10^{14}$	1,3	$5,8 \cdot 10^{14}$	1	$1,6 \cdot 10^{14}$	$3 \cdot 10^{-1}$

выразить через парциальные давления компонент

$$K_i = p_{pi} p_e / p_i, \quad K_j = p_j p_e / p_{nj}. \quad (25.19)$$

Условия квазинейтральности, сохранения вещества и закон Дальтона:

$$\sum p_{pi} = p_e + \sum p_{nj}, \quad p_i^0 = \frac{N_i^0}{N_i^0} (p_i + p_{pi}), \quad p = \sum (p_i + p_{pi}) + \sum (p_j + p_{nj}) + p_e, \quad (25.20)$$

где  $p_i^0, p_j^0$  — начальные парциальные давления ионизирующихся и захватывающих электроны компонент  $N_i^0, N_j^0, N_i, N_j$  — начальные и конечные числа молей, приводят к соотношению, связывающему парциальные давления компонент смеси:

$$p_e = \left(1 - \frac{p_e}{p}\right) \left(\sum_i \frac{K_i p_i^0}{K_i + p_e} + \sum_j \frac{p_j^0 p_e}{K_j + p_e}\right). \quad (25.21)$$

В отсутствие легко ионизирующихся веществ константы ионизации  $K_i$  значительно меньше, а константы процессов захвата электронов  $K_j$  значительно больше \*) давления электронного газа  $p_e$ , что позволяет написать для давления электронного газа при малой степени ионизации

$$p_e \approx \left[\sum_i K_i p_i^0 \left(1 + \sum_j p_j^0 K_j^{-1}\right)^{-1}\right]^{1/2}. \quad (25.22)$$

В отсутствие электроотрицательных атомов  $p_j^0 = 0$  и электронное давление  $p_e \approx \left(\sum_i K_i p_i^0\right)^{1/2}$ . Константы равновесия  $K_{i,j}$  ионизации ( $i$ ) и захвата электронов ( $j$ ) можно рассчитать при помощи приближенного уравнения

$$K_{i,j} = \frac{2g_{0f}}{g_{0s}} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{E_{i,j}}{kT}\right), \quad (25.23)$$

где  $E_{i,j}$  — энергия ионизации ( $i$ ) или сродство к электрону ( $j$ );  $T$  — температура в °K;  $g_{0f}, g_{0s}$  — статистические веса основных состояний конечного иона (электроотрицательного атома) и начального атома (отрицательного иона) (значения  $g_{0f}/g_{0s}$  для некоторых газов приведены в табл. 4.2).

В соотношении (25.23) не учитываются вклады в статистические суммы электронных возбужденных уровней (это вполне допустимо при сравнительно невысоких температурах  $T = (1 \div 5) \cdot 10^3$  °K (см. § 23), а также вращательные  $\mathcal{L}_{\text{rot}}$  и колебательные  $\mathcal{L}_{\text{osc}}$  статистические суммы молекул и их ионов (при  $T = (1 \div 5) \cdot 10^3$  °K отношение  $\mathcal{L}_{\text{rot}}$  и  $\mathcal{L}_{\text{osc}}$  молекул и их ионов близко к единице [60]).

2.3. Электропроводность плазменной смеси при малых степенях ионизации. При появлении в плазменной смеси легко ионизирующихся веществ (например, щелочных металлов) даже в сравнительно малых количествах концентрация электронов увеличивается и растет с

\*) Значения энергий электронного сродства  $E_j$  обычно не превышают  $\sim 2$  эв. Например, для OH  $E_j = 1,735$  эв [54], для O величина  $E_j = 1,465$  эв [58, 59]; для O<sub>2</sub>  $E_j = 0,87$  эв [60].

увеличением концентрации легко ионизирующейся компоненты \*). Электропроводность смеси можно представить в форме (см. п. 1)

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}} K_{\sigma} \frac{e_0^2 n_e}{p_0 s_e^*} \left( \frac{kT}{m_e} \right)^{1/2}, \quad (25.24)$$

где  $s_e^* = (1/n_0) \sum n_k s_{ek}^*$  — эквивалентное сечение электропроводности;  $n_0$  и  $p_0$  — концентрация атомов и парциальное давление основной компоненты;  $s_{ek}^*$  — усредненные по функции распределения сечения столкновений электронов с атомами компоненты смеси  $k$  («сечения электропроводности», см. § 18 и примечание 4). С увеличением концентрации щелочного металла электропроводность смеси сначала растет за счет увеличения концентрации электронов, а затем начинает падать из-за увеличения эквивалентного сечения  $s_e^*$ , так как сечения щелочных металлов значительно превышают сечения других газов (см. примечание 4). В результате при некотором количестве щелочного металла электропроводность плазменной смеси достигает максимума, и дальнейшее увеличение легко ионизирующейся компоненты нецелесообразно [17,65].

Рассмотрим влияние различных факторов на величину и положение максимума электропроводности. Пусть плазма состоит из двух нейтральных компонент: основного газа ( $n_0$ ,  $p_0$ ,  $s_{e0}^*$ ) и примеси паров щелочного металла ( $n_1$ ,  $p_1$ ,  $s_{e1}^*$ ), электронов и положительных ионов ( $n_p$ ,  $p_p$ ,  $s_{ep}^*$ ). Ионизацией основной компоненты можно пренебречь по сравнению с ионизацией примеси (при не слишком высоких температурах  $T = (1 \div 5) \cdot 10^3$  °K. Электропроводность такой смеси (25.24) с учетом (25.18) и (25.20) можно представить как функцию электронного давления  $p_e$ :

$$\sigma \approx \frac{K_{\sigma}}{\sqrt{2}} \frac{e_0^2 p_e}{V m_e k T} \left[ \frac{(s_{e1}^* - s_{e0}^*) p_e^2}{K_1} + (s_{ep}^* - 2s_{e0}^*) p_e + p_0 s_{e0}^* \right]^{-1}. \quad (25.25)$$

Если пренебречь зависимостью сечения  $s_{ep}^*$  от электронного давления  $p_e$ , то из условия  $\partial \sigma / \partial p_e = 0$  можно получить парциальное давление электронов  $p_e^*$ , при котором достигается экстремум (максимум) электропроводности:

$$p_e^* = \frac{1}{2} \left( \frac{p_0 K_1 s_{e0}^*}{s_{e1}^* - s_{e0}^*} \right)^{1/2}. \quad (25.26)$$

При помощи выражения для оптимального электронного давления и соотношений (25.19) и (25.20) оптимальное отношение  $\chi^*$  веса легко ионизирующейся примеси к весу основного газа запишется в виде

$$\chi^* = \left( \frac{M_1}{M_0} \right) \left[ \frac{s_{e0}^*}{s_{e1}^* - s_{e0}^*} + \sqrt{\frac{K_1 s_{e0}^*}{p_0 (s_{e1}^* - s_{e0}^*)}} \right] / \left[ 1 - 2 \sqrt{\frac{K_1 s_{e0}^*}{p_0 (s_{e1}^* - s_{e0}^*)}} - \frac{s_{e0}^*}{s_{e1}^* - s_{e0}^*} \right]. \quad (25.27)$$

Здесь  $M_1$  и  $M_0$  — молекулярные веса примеси и основного газа. Оптимальное содержание примеси  $\chi^*$  уменьшается с ростом давления  $p_0$  и возрастает при

\*) В общем случае начальная концентрация щелочных металлов может уменьшаться из-за соединения с другими компонентами плазменной смеси, что приведет в свою очередь к снижению концентраций электронов. Например, часто образуются гидроокиси  $C_2OH$  [61, 62],  $KOH$  [63, 64],  $NaOH$  [62]. В [17] была проведена приближенная оценка количества щелочных металлов, связанного с гидроокисями, и показано, что если в кислородных пламенах ( $T \gtrsim 3 \cdot 10^3$  °K) количество гидроокисей щелочных металлов пренебрежимо мало, то в воздушных пламенах ( $T \lesssim 2,5 \cdot 10^3$  °K) количество связанного K достигает ~10%, а Cs ~30%.

повышении температуры из-за увеличения константы равновесия  $K_1$  (при условии, что можно пренебречь зависимостью сечений электропроводности  $s_{ek}^*$  от температуры). Выражение (25.27) упрощается, если выполняются условия  $[K_1 s_{e0}^*/(s_{e1}^* - s_{e0}^*) p_0]^{1/2} \ll 1$  и  $s_{e0}^*/s_{e1}^* \ll 1$ . Тогда  $\chi^* \approx (M_1/M_0) s_{e0}^*/(s_{e1}^* - s_{e0}^*) \approx (M_1/M_0) (s_{e0}^*/s_{e1}^*)$ , (25.28) что практически совпадает с соотношением  $n_1/n_0 = s_{e0}^*/s_{e1}^*$ , полученным в [66].

В табл. 4.6 приведены величины оптимального содержания примеси в плазме инертных газов  $\chi_0 = \chi^*/(1 + \chi^*)$  и соответствующие максимальные электропроводности  $\sigma_{\max}$  ( $p_0 = 1$  атм;  $T = 3 \cdot 10^3$  °К). Значение  $\chi_0$  существенно зависит от основного газа смеси: если для смеси Ar с K и Cs величина  $\chi_0$  невелика (менее 1%), то для смеси  $N_2$  с Cs значение  $\chi_0$  достигает  $\sim 8\%$ , а для смеси He с Cs величина  $\chi_0 \approx 37\%$ . При этом максимальная проводимость  $\sigma_{\max}$  заметно меньше, чем в случае Ar.

В табл. 4.7 приведены оптимальные весовые доли Cs, K, Na и соответствующие максимальные электропроводности многокомпонентных водородных и углеводородных плазменных смесей с эффективным молекулярным весом  $M^*$  и эквивалентным сечением  $s_e^*$ . В отличие от случая инертных газов (табл. 4.6), значения  $\chi_0$  здесь чрезмерно велики (особенно для Cs), а максимальная электропроводность при практически допустимых величинах  $\chi_0 \lesssim 5\%$  сравнительно мала ( $\sigma_{\max} \lesssim 2$  ом<sup>-1</sup>·см<sup>-1</sup>).

Таблица 4.6

Оптимальная весовая доля примеси  $\chi_0$  (в %) и максимальная электропроводность  $\sigma_{\max}$  (в ом<sup>-1</sup>·см<sup>-1</sup>) для различных смесей при  $p = 1$  атм и  $T = 3 \cdot 10^3$  °К

Смесь	$\chi_0$	$\sigma_{\max}$
Ar + Cs	0,22	5,20
Ar + K	0,06	3,57
He + Cs	37,00	2,71
He + K	14,80	1,50
$N_2$ + Cs	7,95	2,71
$N_2$ + K	2,42	1,50
$N_2$ + Na	1,85	0,44

Таблица 4.7

Оптимальное содержание примеси  $\chi_0$  (в %) цезия, калия, натрия и максимальная электропроводность  $\sigma_{\max}$  (в ом<sup>-1</sup>·см<sup>-1</sup>) для продуктов сгорания горючих смесей

Горючая смесь	T, °К	M*	$\frac{s_e^*}{10^{-18}}$ см <sup>2</sup>	Cs		K		Na	
				$\chi_0$	$\sigma_{\max}$	$\chi_0$	$\sigma_{\max}$	$\chi_0$	$\sigma_{\max}$
Водород — воздух	$2,4 \cdot 10^3$	24,3	2,7	30,0	0,27	11,0	0,10	9,5	0,0
Водород — кислород	$3,1 \cdot 10^3$	14,6	4,2	54,0	1,83	26,7	0,79	24,0	0,29
Ацетилен — воздух	$2,6 \cdot 10^3$	25,2	1,3	15,6	0,74	5,2	0,30	4,2	0,06
Ацетилен — кислород	$3,2 \cdot 10^3$	26,3	1,5	18,4	3,38	6,0	1,85	4,9	0,60
Окись углерода — кислород	$3 \cdot 10^3$	35,4	1,0	9,3	2,36	2,9	1,41	2,3	0,33

## § 26. Поток в равновесной плазме

1. Термодинамические силы. В общем случае плазма представляет собой смесь частиц различных типов, перемещающихся под действием внешних или внутренних сил. Количество движения центра инерции смеси можно представить как сумму импульсов каждой из компонент, т. е.

$$\rho u = \sum \rho_\alpha u_\alpha, \quad \rho = \sum \rho_\alpha, \quad (26.1)$$

где  $\rho$  — плотность смеси,  $\rho_\alpha$  и  $u_\alpha$  — плотность и скорость компоненты  $\alpha$ ,  $u$  — скорость центра инерции смеси.

Поток массы компоненты  $\alpha$  относительно общего центра инерции запишется в виде

$$I_\alpha = \rho_\alpha (u_\alpha - u), \quad \sum I_\alpha = 0. \quad (26.2)$$

Относительные концентрации компонент определяются как отношение плотностей

$$C_\alpha = \rho_\alpha / \rho, \quad \sum C_\alpha = 1. \quad (26.3)$$

Плотность компоненты  $\alpha$  может измениться в результате притока или ухода частиц из данной точки и появления или исчезновения частиц  $\alpha$  в химических реакциях:

$$\partial \rho_\alpha / \partial t = -\operatorname{div} \rho_\alpha u_\alpha + R_\alpha, \quad (26.4)$$

где  $R_\alpha$  — масса, прореагировавшая в единицу времени в единице объема. Поскольку при химических превращениях не создается новая масса, то после суммирования в (26.4) по  $\alpha$  получаем

$$\partial \rho / \partial t = -\operatorname{div} \rho u, \quad \sum R_\alpha = 0. \quad (26.5)$$

Центр инерции системы приобретает импульс под действием внешних сил  $F_\alpha$  и градиента давления  $\nabla p$ :

$$\rho \, du/dt = -\nabla p + \sum F_\alpha \rho_\alpha. \quad (26.6)$$

Здесь  $F_\alpha$  рассчитана на единицу массы, т. е. имеет смысл ускорения. Умножив уравнение импульсов (26.6) на скорость центра инерции системы  $u$ , получим уравнение кинетической энергии

$$(\rho/2) \, du^2/dt = -(u \nabla p) + (u \sum F_\alpha \rho_\alpha). \quad (26.7)$$

Для изменения тепловой энергии системы, учитывая уравнение неразрывности (26.5), можно записать

$$\rho \frac{dq}{dt} = \rho \left( \frac{dW}{dt} + p \frac{dV}{dt} \right) = -\operatorname{div} W_T + \sum (F_\alpha I_\alpha). \quad (26.8)$$

Здесь  $V = \rho^{-1}$  — удельный объем;  $W_T$  — тепловой поток, включающий перенос тепла в процессе теплопроводности и энергию, переносимую потоками массы. Члены в левой части уравнения (26.8) учитывают изменение внутренней энергии  $W$  и работу сжатия. Последний член в правой части уравнения представляет собой потенциальную энергию, превращенную в теплоту потоками массы  $I_\alpha$ .

Сумма уравнений (26.7) и (26.8) дает изменение полной энергии в единице объема:

$$\rho \frac{d}{dt} \left( q + \frac{1}{2} u^2 \right) = -\operatorname{div} (pu + W_T) + \sum \rho_\alpha (F_\alpha u_\alpha). \quad (26.9)$$

Дополнительную информацию о тепловом потоке и потоке масс можно получить при помощи второго закона термодинамики. Записанный в форме уравнения Гиббса, этот закон имеет вид

$$\frac{dq}{dt} = \frac{dW}{dt} + p \frac{dV}{dt} = T \frac{dS}{dt} + \sum \mu_\alpha \frac{dC_\alpha}{dt}, \quad (26.10)$$

где  $S$  — энтропия единицы массы,  $\mu_\alpha$  — химический потенциал единицы массы компоненты  $\alpha$ . Из уравнений (26.10) и (26.8) следует

$$\rho T \frac{dS}{dt} = -\operatorname{div} W_T + \sum (F_\alpha I_\alpha) - \rho \sum \mu_\alpha \frac{dC_\alpha}{dt}. \quad (26.11)$$

Изменение относительной концентрации  $C_\alpha$  в силу (26.3) и (26.4) можно записать в виде

$$\frac{dC_\alpha}{dt} = \frac{1}{\rho} R_\alpha - \frac{1}{\rho} \operatorname{div} I_\alpha, \quad (26.12)$$

и член с химическим потенциалом в уравнении (26.11) можно представить в виде суммы

$$\rho \sum \mu_\alpha dC_\alpha/dt = \sum \mu_\alpha R_\alpha - \sum \mu_\alpha \operatorname{div} I_\alpha. \quad (26.13)$$

Уравнению энтропии (26.11) можно придать теперь форму

$$\rho \frac{dS}{dt} = -\operatorname{div} \frac{1}{T} (W_T - \sum \mu_\alpha I_\alpha) + \frac{1}{T} \left\{ -\left( \frac{W_T}{T} \nabla T \right) + \right. \\ \left. + \sum \left( I_\alpha \left[ F_\alpha - T \nabla \frac{\mu_\alpha}{T} \right] \right) + \sum \mu_\alpha R_\alpha \right\}. \quad (26.14)$$

Член  $\sum \mu_\alpha R_\alpha$  учитывает химические свойства компонент системы и описывает отклонения от химического равновесия. Если в каждой точке системы установилось термодинамическое равновесие, то этот член исчезает. Остальные слагаемые в фигурных скобках (произведения теплового потока  $W_T$  и потока массы  $I_\alpha$  соответственно на  $T^{-1} \cdot \nabla T$  и  $F_\alpha - T \nabla (\mu_\alpha/T)$ ) являются причиной возникновения соответствующих потоков, т. е. представляют собой некоторый аналог обычных сил, в связи с чем их можно назвать «термодинамическими силами».

В качестве первого приближения можно принять линейную зависимость между потоками и вызывающими их «силами» [67]:

$$I_\alpha = \sum_{k=0}^n L_{\alpha k} \Phi_k, \quad W_T = \sum_{k=0}^n L_{0k} \Phi_k. \quad (26.15)$$

Здесь  $n$  — число компонент  $\alpha$ , символы  $\Phi_k$  обозначают термодинамические силы:

$$\Phi_0 = -T^{-1} \nabla T, \quad \Phi_\alpha = F_\alpha - T \nabla (\mu_\alpha/T). \quad (26.16)$$

Согласно соотношениям (26.2)

$$\sum_\alpha I_\alpha = \sum_{\alpha, k} L_{\alpha k} \Phi_k = 0, \quad (26.17)$$

что возможно при условии, что сумма коэффициентов, относящихся к одной и той же силе, обращается в нуль, т. е.  $\sum_\alpha L_{\alpha k} = 0$ . Кроме того, согласно статистическим соотношениям взаимности Онзагера, матрица коэффициентов  $\{L_{\beta k}\}$  симметричная, т. е.  $L_{\beta k} = L_{k\beta}$  ( $\beta = 0, \alpha; \alpha = 1, \dots, n; k = 0, 1, \dots, n$ ) [III.1]. С учетом свойств коэффициентов  $L_{\beta k}$  соотношения (26.15) можно записать в виде

$$I_\alpha = \sum_{k=1}^{n-1} L_{\alpha k} (\Phi_k - \Phi_n) + L_{\alpha 0} \Phi_0, \quad W_T = \sum_{k=1}^{n-1} L_{0k} (\Phi_k - \Phi_n) + L_{00} \Phi_0. \quad (26.18)$$

В выражении (26.16) для термодинамических сил  $\Phi_k$  входит потенциал Гиббса  $\mu_\alpha$ . Для единицы массы компоненты  $\alpha$

$$\mu_\alpha = h_\alpha - TS_\alpha = W_\alpha + pV_\alpha - TS_\alpha, \quad (26.19)$$

где  $h_\alpha$  — энтальпия,  $V_\alpha$  — удельный объем  $\alpha$ -компоненты, находящейся под полным давлением, т. е.

$$V_\alpha = \frac{p_\alpha}{p} \frac{1}{\rho_\alpha}, \quad pV_\alpha = \frac{p_\alpha}{\rho_\alpha} = \frac{kT}{m_\alpha}. \quad (26.20)$$

Статистическая механика дает для термодинамических параметров состояния  $\alpha$ -компоненты, приведенных к единице массы:

$$W_\alpha = \frac{kT^2}{m_\alpha} \frac{\partial}{\partial T} \ln \mathcal{Z}_\alpha, \quad (26.21)$$

$$S_\alpha = \frac{k}{m_\alpha} \ln \mathcal{Z}_\alpha + \frac{W_\alpha}{T}, \quad (26.22)$$

$$h_\alpha = W_\alpha + \frac{kT}{m_\alpha}, \quad (26.23)$$

$$\mu_\alpha = h_\alpha - TS_\alpha, \quad (26.24)$$

где  $\mathcal{Z}_\alpha$  — статистическая сумма по внутренним состояниям, включающая вращательное, колебательное, электронное возбуждения (см. § 23).

Используя эти выражения для параметров состояния, можно вычислить термодинамические силы

$$\Phi_\alpha = F_\alpha - T \nabla \frac{\mu_\alpha}{T} = F_\alpha - \frac{1}{\rho_\alpha} \nabla p_\alpha + \frac{h_\alpha}{T} \nabla T \quad (26.25)$$

и определить потоки массы компонент системы и тепловой поток, сведя их к соотношениям между термодинамическими силами и соответствующими коэффициентами  $L_{jk}$ .

## 2. Потоки в двухкомпонентном газе.

2.1. Потоки массы и энергии. Пусть газ состоит из двух компонент. В этом частном случае уравнения (26.17) с учетом выражения для термодинамических сил (26.25) приобретают вид

$$I_1 = -I_2 = L_{11} \left( F_1 - F_2 - \frac{1}{\rho_1} \nabla p_1 + \frac{1}{\rho_2} \nabla p_2 \right) + \\ + L_{11} (h_1 - h_2) \frac{1}{T} \nabla T - L_{10} \frac{1}{T} \nabla T, \quad (26.26)$$

$$W_T = L_{10} \left( F_1 - F_2 - \frac{1}{\rho_1} \nabla p_1 + \frac{1}{\rho_2} \nabla p_2 \right) + L_{10} (h_1 - h_2) \frac{1}{T} \nabla T - L_{00} \frac{1}{T} \nabla T. \quad (26.27)$$

Поток энергии  $W_T$  отличен от нуля, даже если  $\nabla T = 0$ , но другие механические силы действуют, так как каждый из массовых потоков может переносить разное количество энергии.

Пусть избыточная энергия, переносимая единицей массы потока  $I_1$  (теплота переноса), равна  $Q_W$ , причем величина  $Q_W$  может быть как отрицательной, так и положительной. Значение  $Q_W$  найдется из (26.26) и (26.27) при условии  $\nabla T = 0$ :

$$Q_W = W_T / I_1 = L_{10} / L_{11}. \quad (26.28)$$

Из уравнений (26.26) и (26.27) с учетом (26.28) находим связь между потоками тепла и массы:

$$W_T = Q_W I_1 - (L_{00} - L_{11} Q_W^2) T^{-1} \nabla T, \quad (26.29)$$

т. е. энергия передается как потоком массы, так и посредством теплового контакта. Если в однородной двухкомпонентной системе внешние силы отсутствуют, но  $\nabla T \neq 0$ , то, согласно уравнению (26.27), возникает чисто тепловой поток

$$W_T = -[L_{00} - L_{11}(h_1 - h_2)] T^{-1} \nabla T = [L_{00} - Q_W(h_1 - h_2) L_{11}] T^{-1} \nabla T = -\chi \nabla T, \quad (26.30)$$

где  $\chi$  — коэффициент теплопроводности (см. § 19). При этом, как это видно из уравнения (26.29), часть энергии, равная

$$W_{TD} = Q_W I_{TD} = -Q_W L_{11} (Q_W - h_1 + h_2) T^{-1} \nabla T, \quad (26.31)$$

переносится термодиффузионным потоком

$$I_{TD} = -L_{11} (Q_W - h_1 + h_2) T^{-1} \nabla T. \quad (26.32)$$

Остальная часть потока энергии, связанная с тепловым контактом и совпадающая с последним членом выражения (26.29),

$$W_{T0} = (L_{00} - L_{11} Q_W^2) T^{-1} \nabla T = -\chi_0 \nabla T, \quad (26.33)$$

устанавливается после того, как термодиффузионный поток прекращается в результате возникновения градиента концентрации \*).

Для окончательного вычисления потоков остается определить коэффициенты  $L_{11}$  и  $Q_W$ . Для этого можно сравнить содержащие эти коэффициенты уравнения для потока энергии с аналогичными уравнениями, вытекающими из кинетической теории для смеси двух газов в отсутствие внешних сил:

$$W_T = \rho D \left( \frac{\alpha_T k T}{\bar{m}} + h_1 - h_2 \right) \nabla C_1 - \chi \nabla T = F_1 \left( \frac{\alpha_T k T}{\bar{m}} + h_1 - h_2 \right) - \chi_0 \nabla T, \quad (26.34)$$

$$F_1 = -\rho D \nabla C_1 - \alpha_T \rho D C_1 C_2 T^{-1} \nabla T. \quad (26.35)$$

Здесь  $D$  — коэффициент взаимной диффузии компонент,  $\alpha_T = \frac{T}{D} \frac{\partial D}{\partial T}$  — коэффициент термодиффузии,  $\chi$  — коэффициент теплопроводности, включающий теплопроводность, обусловленную термодиффузией,  $\bar{m} = m_1 C_2 + m_2 C_1$ . Сравнение коэффициентов в уравнениях (26.34) и (26.27) дает

$$L_{11} = \rho D \bar{m} C_1 C_2 / k T, \quad Q_W = \frac{\alpha_T k T}{\bar{m}} + (h_1 - h_2). \quad (26.36)$$

Подставив эти значения в (26.26) и (26.27), можно получить окончательные выражения для потоков массы и тепла

$$I_1 = -I_2 = \rho \frac{D \bar{m}}{k T} C_1 C_2 \left( F_1 - F_2 - \frac{1}{\rho_1} \nabla p_1 + \frac{1}{\rho_2} \nabla p_2 - \frac{\alpha_T k T}{\bar{m}} T^{-1} \nabla T \right), \quad (26.37)$$

$$W_T = \rho D \frac{\bar{m}}{k T} C_1 C_2 \left( \frac{\alpha_T k T}{\bar{m}} + h_1 - h_2 \right) \left( F_1 - F_2 - \frac{1}{\rho_1} \nabla p_1 + \frac{1}{\rho_2} \nabla p_2 \right) - \chi \nabla T = \left( \frac{\alpha_T k T}{\bar{m}} + h_1 - h_2 \right) I_1 - \chi_0 \nabla T. \quad (26.38)$$

\*) Следует отметить, что из экспериментальных измерений теплопроводности обычно получается величина  $\chi_0$  (при  $I_{TD} = 0$ ), тогда как теоретические вычисления дают величину  $\chi$ .

В случае компонент с одинаковой энтальпией (например, при одинаковом атомном весе)  $h_1 - h_2 = 0$ , и диффузионные потоки несут теплоту переноса

$$Q_w = \alpha_T kT / \bar{m}. \quad (26.39)$$

Если компоненты газа могут вступать в химические реакции (например, диссоциировать, рекомбинировать и ионизоваться), то даже в стационарном состоянии  $\text{div } I_\alpha \neq 0$ , так как частицы каждой из компонент могут появляться или исчезать в химических реакциях:

$$\text{div } I_\alpha = \Gamma_\alpha. \quad (26.40)$$

Если в таком газе поддерживается температурный градиент, то в областях с более высокой температурой выше степень расщепления (диссоциации и ионизации) и относительная концентрация более легкой компоненты  $C_1$ . В результате, согласно уравнению (26.37), возникают слабый термодиффузионный и сильный диффузионный потоки. Отдельные атомы (ионы) диффундируют в более холодные области и там рекомбинируют, а молекулы (нейтральные атомы) перемещаются в области с более высокой температурой и там диссоциируют (ионизуются). При этом термодиффузионный и диффузионный потоки остаются стационарными, т. е. устанавливается динамическое равновесие: избыток атомов ( $-\nabla I_\alpha$ ) рекомбинирует в соответствии с величиной ( $-\Gamma_\alpha$ ), в то время как равная этой величине масса молекул ( $\nabla I_m$ ) покидает рассматриваемый объем в обратном направлении:

$$\nabla I_\alpha + \nabla I_m = 0, \quad \Gamma_\alpha = -\Gamma_m. \quad (26.41)$$

Потоки атомов и молекул переносят энтальпию соответственно (на единицу массы)

$$h_\alpha = \frac{5}{2} \frac{kT}{m_\alpha} + W_\alpha + \frac{1}{2} \frac{W_d}{m_\alpha}, \quad h_m = \frac{5}{2} \frac{kT}{m_m} + W_m, \quad (26.42)$$

где  $W_\alpha$  — энергия электронного возбуждения,  $W_m$  — энергия возбуждения колебательных, вращательных и электронных уровней в молекуле,  $W_d$  — энергия диссоциации. Если пренебречь величиной  $\alpha_T kT / \bar{m}$ , то потоку  $I_\alpha$  соответствует теплота переноса:

$$Q_w \approx h_\alpha - h_m = \frac{1}{2m_\alpha} \left( \frac{5}{2} kT + W_d \right) + W_\alpha - W_m, \quad (26.43)$$

что равно количеству энергии, необходимой для переноса единицы массы. Относительная концентрация атомов при химическом равновесии и постоянном давлении зависит от температуры:

$$\nabla C_\alpha = (\partial C_\alpha / \partial T)_p \nabla T. \quad (26.44)$$

Окончательно для потоков массы и энергии, описывающих состояние реагирующего двухкомпонентного газа, получаем

$$I_\alpha = -I_m = - \left( \rho D \frac{\partial C_\alpha}{\partial T} + \alpha_T \rho D C_\alpha C_m \frac{1}{T} \right) \nabla T, \quad (26.45)$$

$$W_T = \left[ \frac{1}{2m_\alpha} \left( \frac{5}{2} kT + W_d \right) + W_\alpha - W_m + \frac{\alpha_T kT}{m} \right] I_\alpha - \chi \nabla T. \quad (26.46)$$

Объединяя выражения (26.45) и (26.46), получаем для теплового потока

$$W_T = - \left\{ \left( \frac{5}{2} \frac{kT}{m_m} + \frac{W_d}{m_m} + W_\alpha - W_m + \frac{\alpha_T kT}{m} \right) \rho D \left( \frac{\partial C_\alpha}{\partial T} + \alpha \frac{C_\alpha C_m}{T} \right) + \chi_0 \right\} \times \nabla T = -\chi_T \nabla T, \quad (26.47)$$

где величина  $\chi_\Sigma$ , равная выражению в фигурных скобках, имеет смысл полного коэффициента теплопроводности для реагирующего двухатомного газа. Часто наиболее важной составляющей коэффициента  $\chi_\Sigma$  является член

$$\chi_d \equiv \frac{W_d}{m_m} \rho D \frac{\partial C_a}{\partial T}, \quad (26.48)$$

описывающий диффузию энергии диссоциации (ионизации). Величина этого члена может на порядок превосходить остальные члены (см. § 19).

2.2. Электрический ток в двухкомпонентной плазме\*). Пусть плазма состоит из положительных ионов и электронов. В установившемся режиме плотность электрического тока в силу равенства массовых потоков ( $I_p = -I_e$ ) составляет

$$\begin{aligned} j = j_e + j_p &= e_0 n_p u_p - e_0 n_e u_e = \frac{e_0}{m_p} I_p - \frac{e_0}{m_e} I_e + e_0 (n_p - n_e) u = \\ &= -e_0 \left( \frac{1}{m_p} + \frac{1}{m_e} \right) I_e. \end{aligned} \quad (26.49)$$

Здесь мы считаем, что  $n_e \approx n_p$ , т. е. выполняются условия квазинейтральности (см. § 17). Подставив в (26.49) выражения (26.37) для потока массы  $I_1 \equiv I_e$  и учитывая, что

$$\rho_e^{-1} \nabla p_e + \rho_p^{-1} \nabla p_p = (\rho_e^{-1} + \rho_p^{-1}) \nabla p_p \approx \rho_e^{-1} \nabla p_p,$$

получим

$$j = e_0 (m_p^{-1} + m_e^{-1}) L_{11} [F_e - F_p - \rho_e^{-1} \nabla p_p - (Q_w - h_1 + h_2) T^{-1} \nabla T]. \quad (26.50)$$

Роль внешних сил  $F_e$  и  $F_p$  могут играть электрические и магнитные силы

$$F_\alpha = \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \left\{ E_{ex} + \frac{1}{c_0} [u_\alpha B] \right\} \quad (\alpha = e, p). \quad (26.51)$$

Используем теперь соотношения

$$\begin{aligned} \rho_e + \rho_p &= \rho, \quad p_e = p_p = p/2, \\ u_e &= u - (m_p/e_0 \rho) j, \quad u_p = u + (m_e/e_0 \rho) j; \end{aligned} \quad (26.52)$$

и уравнение движения для всей плазмы в целом

$$\rho \frac{du}{dt} = -\nabla p + \frac{1}{c_0} [jB], \quad (26.53)$$

куда в силу квазинейтральности плазмы напряженность внешнего электрического поля  $E_{ex}$  явно не входит. Подставив соотношения (26.52) и (26.53) в (26.50), получим для полной плотности тока в плазме выражение

$$j = \sigma \left\{ E_{ex} + \frac{1}{c_0} [uB] - \frac{1}{e_0 n_e} \left( \frac{m_p - m_e}{m_p + m_e} \right) \left( \frac{1}{c_0} [jB] - \frac{1}{2} \nabla p \right) + \frac{\alpha_T k T}{2e_0} \nabla T \right\}, \quad (26.54)$$

представляющее собой обобщенный закон Ома. Коэффициент электропроводности  $\sigma$  здесь имеет вид

$$\sigma = e_0^2 \left( \frac{1}{m_e} + \frac{1}{m_p} \right)^2 L_{11} = e_0^2 \left( \frac{1}{m_p} + \frac{1}{m_e} \right)^2 \rho D \frac{\bar{m} C_e C_p}{k T}. \quad (26.55)$$

\*) Об электрическом токе в трехкомпонентной плазме и тензоре электропроводности см. в § 73.

Согласно (26.54) электрический ток в плазме может создаваться:

1) напряженностью эффективного электрического поля  $E^* = E_{ex} + \frac{1}{c_0} [uB]$ , где член  $E_B = \frac{1}{c_0} [uB]$  — электрическое поле, индуцированное при движении плазмы в магнитном поле;

2) электрическим полем Холла  $E_H = \frac{(m_p - m_e)}{(m_p + m_e)} \frac{[j \cdot B]}{\rho n_e c_0}$ , которое исчезает при равенстве масс  $m_p = m_e$ \*). Физический смысл этого исчезновения связан с тем, что при  $m_p = m_e = m$  относительные скорости положительных ионов и электронов в системе координат, связанной с плазмой, равны и противоположны:  $c_{re} = -c_{re} = (m/e_0 \rho) j$ . Создаваемые ими электрические поля Холла также равны и противоположны; в результате полное поле Холла обращается в нуль;

3) эквивалентным электрическим полем электронного давления  $E_p = [(m_p - m_e)/(m_p + m_e)] \nabla p / 2e_0 n_e$ , также обращающимся в нуль при равенстве масс  $m_p = m_e$ ;

4) температурным электрическим полем  $E_T = (\alpha_T k T / 2e_0) \nabla T$ .

При рассмотрении быстрых движений (колебаний) плазмы становятся существенными инерционные электрические поля, пропорциональные  $dc_e/dt$  и  $dc_p/dt$ .

Величины  $E_H$ ,  $E_p$ ,  $E_T$ , которые условно называют напряженностями электрического поля, по своей физической природе не являются электрическими полями, хотя и эквивалентны им (могут компенсироваться ими).

Для потока энергии в двухкомпонентной плазме из выражений (26.38) и (26.49) получим, пренебрегая отношением масс  $m_e/m_p$  по сравнению с единицей:

$$W_T = \left( -\frac{\alpha_T k T}{2m_e} + h_e - h_p \right) \frac{m_e}{e_0} j - \chi_0 \nabla T. \quad (26.56)$$

Используя выражение для энтальпий  $h_p$  и  $h_e$  и образовав  $\text{div } W_T$ , получим, пренебрегая энергией возбуждения ионов:

$$\text{div } W_T = - \left( \frac{\alpha_T + 5}{2e_0} \right) k (j \nabla T) - \text{div } (\chi_0 \nabla T), \quad (26.57)$$

т. е. электрический ток влияет на энергетический баланс только в случае, когда имеется составляющая электрического тока, параллельная градиенту температуры.

\*) Например, в электролитах  $E_H = 0$ , если  $m_p = m_n$ .

## ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЙ СТОЛБ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ (КВАЗИИЗОТЕРМИЧЕСКАЯ ПЛАЗМА)

### § 27. Состояние плазмы в дуге высокого давления

**1. Температура и равновесие в плазме положительного столба.** Положительным столбом дуги называется область прохождения самостоятельного тока в газе, простирающаяся между приэлектродными (катодной и анодной) областями, и, в отличие от последних, не связанная жестко с электродами. При некотором увеличении расстояния между электродами настолько же увеличивается длина положительного столба, в то время как размеры приэлектродных областей существенно не меняются. Поскольку в положительном столбе отсутствуют (или играют второстепенную роль) явления, связанные непосредственно с электродами, т. е. с переходом тока из твердой (или жидкой) среды в газообразную, то процессы, происходящие в положительном столбе, характерны именно для прохождения самостоятельного тока в газе.

В зависимости от характера процессов, происходящих в положительном столбе, различают однородный положительный столб, где эти процессы одинаковы на всем протяжении столба, и слоистый столб, где характер процессов периодически меняется по длине столба. В дуге высокого давления столб обычно однороден.

Форма положительного столба зависит от внешних факторов, определяющих условия теплоотдачи столба во внешнее пространство. При постоянстве этих условий и постоянной силе тока форма столба также стабильна. Используются три основных метода стабилизации положительного столба дуги.

1) *Стабилизация стенками* — например, в дуге, горящей в прямой цилиндрической трубке, длина которой значительно превышает ее диаметр; в этом случае столб принимает форму цилиндрического шнура.

2) *Стабилизация потоком газа или жидкости* — дуга, горящая в свободной газовой атмосфере или обдуваемая потоками газа (жидкости). В первом случае (свободная атмосфера) дуга сама вызывает конвекционные течения газа; во втором случае эти течения создаются принудительно. Если эти течения пересекают столб дуги, последний изгибается и принимает форму, определившую само название «дуга»; если же течения параллельны оси дуги (дуга в продольном потоке), или касательны к столбу (дуга, обдуваемая газовым или жидкостным вихрем), то столб сохраняет форму прямого цилиндра. Этот последний случай во многом сходен со стабилизацией стенками, однако теплообмен с окружающей средой при этом более интенсивный. Кроме того, внутри дуги возникают гидродинамические течения, которые могут повлиять на режим горения дуги.

3) *Стабилизация электродами* — «короткая дуга». В этом случае столб принимает обычно форму эллипсоида вращения.

Наиболее исследован первый случай (дуга, стабилизированная стенками), осуществленный, например, в дуговых лампах высокого и сверхвысокого давлений, наполненных парами ртути или инертными газами. В этой

главе излагается теория положительного столба, относящаяся к этому случаю и в некоторой степени к дуге, обдуваемой тангенциально (§ 30), а также к дуге, стабилизированной конвективными (§ 31) и газодинамическими продольными потоками (§ 32).

Электрические дуги высокого давления характеризуются значительной силой тока (от одного до многих сотен ампер) и высокой температурой плазмы ( $T \sim 10^4$  °K). При этом всякое дополнительное охлаждение дуги (принудительное охлаждение электродов или столба дуги) ведет к повышению температуры плазмы (так называемый «парадокс Штеенбека»). Этот эффект наглядно появился в работе [1], в которой описаны эксперименты с дугой, горящей между угольными электродами в атмосфере аргона при давлении  $p = 1$  атм: при уменьшении диаметра трубки от 7 до 4 мм в результате охлаждающего влияния стенок температура плазмы повышается приблизительно на 1000 °K (от  $11 \cdot 10^3$  до  $12 \cdot 10^3$  °K при токе  $i = 50$  а).

Не менее эффективно охлаждение электродов. Например, в работе [2] при токах  $i = (1 \div 3) \cdot 10^3$  а и  $p = 1$  атм температура плазмы дуги в аргоне составляла  $T \approx 11 \cdot 10^3$  °K, в то время как в работах [3—7] температура плазмы достигала  $T = (16 \div 18) \cdot 10^3$  °K при тех же токах. Столь же высокая температура получена в работе [8] (при токе  $i = 4 \cdot 10^2$  а). Такое различие температур (более чем в 1,5 раза) можно объяснить, по-видимому, тем, что, в отличие от [2], в экспериментах [3—8] интенсивно охлаждался анод дуги.

Весьма высокие температуры плазмы достигнуты в дугах, стабилизированных водяным вихрем; в экспериментах [9] температура плазмы на оси столба, интенсивно охлаждаемого тангенциальным водяным потоком, достигала  $T \approx 5 \cdot 10^4$  °K. Этот эффект «повышения температуры при охлаждении» связан с тем, что при охлаждении внешних слоев столба дуги электропроводность этих слоев резко падает и электрический ток начинает протекать в более узком канале. Естественно, что в проводнике меньшего сечения выделяется больше тепла, и тонкий канал «охлаждаемой» дуги нагревается до более высокой температуры (при прежней силе тока).

Вообще говоря, вопрос о температуре плазмы в электрической дуге даже «высокого давления» ( $p \gtrsim 1$  атм) вовсе не прост. В общем случае (в отсутствие термодинамического равновесия в плазме) следует различать следующие условные «температуры» [2, 10].

1) *Температура газа тяжелых частиц*  $T_g$ . Если распределение тяжелых частиц по скоростям — максвелловское, т. е.

$$f_g(c) = 4\pi n_g \left( \frac{m_g}{2\pi kT} \right)^{3/2} c^2 \exp \left( -\frac{m_g c^2}{2kT} \right), \quad (27.1)$$

то параметр распределения  $T$  и называется температурой газа  $T_g$ . Если же распределение  $f_g(c)$  — не максвелловское, то температура газа вводится соотношением

$$T_g = m_g \bar{c}^2 / 3k. \quad (27.2)$$

2) *Температура электронов*  $T_e$ . Величина  $T_e$  определяется аналогично  $T_g$ , причем, вообще говоря,  $T_e \neq T_g$ .

3) *Температура заселения*  $T_w$ . Эта величина характеризует эффективность механизмов, определяющих заселенность  $k$ -го уровня атома (молекулы)  $n_k$ :

$$n_k = n_0 \frac{g_k}{g_0} \exp \left( -\frac{E_k}{kT_w} \right), \quad (27.3)$$

т. е.  $T_w$  совпадает с температурой равновесной плазмы, в которой при том же значении заселенности основного состояния  $n_0$  достигается такая же заселенность  $k$ -го уровня  $n_k$ .

4) *Температура распределения  $T_d$* . Может случиться, что распределение заселенности некоторой группы энергетических уровней атомов (молекул) является экспоненциальным (типа больцмановского), т. е.

$$\frac{n_k}{n_s} = \frac{g_k}{g_s} \exp \frac{E_s - E_k}{kT_d}, \quad (27.4)$$

в то время как заселенности некоторых других уровней не подчиняются закону (27.4). Тогда параметр распределения  $T_d$  называется *температурой распределения*, а распределение (27.4) — *квазибольцмановским*. Если заселенность основного уровня  $n_0$  не подчиняется закону (27.4), то температура распределения  $T_d$  может сильно отличаться от температуры заселения  $T_w$  для данной группы уровней.

5) *Температура ионизации  $T_i$* . Величина  $T_i$  характеризует эффективность механизмов ионизации, действующих в плазме, т. е. является температурным параметром в ионизационном уравнении типа уравнения Саха

$$\frac{n_e n_p}{n_g} = \frac{2\mathcal{Z}_p(T_w)}{\mathcal{Z}_g(T_w)} \left( \frac{2\pi m k T_i}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left( - \frac{E_i}{kT_i} \right).$$

Здесь

(27.5)

$$\mathcal{Z}_\alpha(T_w) = \sum g_k \exp(-E_k/kT_w)$$

— статистические суммы по состоянию атомов ( $\alpha = g$ ) и ионов ( $\alpha = p$ ). Таким образом, температура ионизации  $T_i$  равна температуре равновесной плазмы, при которой достигается та же степень ионизации.

В термодинамически равновесной плазме, характеризуемой температурой  $T$ , все «температуры» равны этой величине:

$$T_e = T_g = T_i = T_w = T_d = T. \quad (27.6)$$

Нарушение равенства (27.6) хотя бы одной из температур означает отклонение состояния плазмы от равновесия.

В электрических дугах низкого давления ( $p \lesssim 10^{-1}$  атм) и при малых токах ( $i \lesssim 1$  а) плазма положительного столба в любых газах существенно неравновесна; в частности  $T_e \neq T_g$  (см. гл. VI). При увеличении давления и силы тока величины  $T_e$  и  $T_g$  быстро сближаются [11, 12]. Однако скорость сближения существенно зависит от рода и состава газа, в котором горит дуга. Например, в ртутной дуге  $T_e \approx T_g$  уже при давлении  $p \sim 10^2$  мм рт. ст. [11] (рис. 5.1), в то время как в воздухе температуры электронов и газа практически совпадают лишь при  $p \gtrsim 0,8$  атм [12].

Таким образом, можно считать, что в плазме воздуха и паров металлов при давлении  $p \gtrsim 1$  атм устанавливается равновесие, т. е. выполняется условие (27.6). Что касается инертных газов, то вследствие малой величины сечений атомов этих газов относительно соударений II рода в плазме положительного столба могут преобладать фотопроцессы (излучение не будет поглощаться в плазме), и заселенности возбужденных уровней могут не следовать закону Больцмана [13]. В результате состояние плазмы положительного столба дуги, горящей в инертном газе, может заметно отличаться от равновесного даже при давлении  $p \gtrsim 1$  атм. Тем не менее довольно распространено мнение, согласно которому при давлении  $p \gtrsim 1$  атм плазма любого газа при любой силе тока безусловно равновесна (см., например, [3—7,

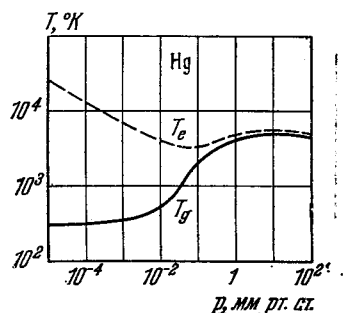


Рис. 5.1. Температура электронов  $T_e$  и газа тяжелых частиц  $T_g$  в положительном столбе ртутной дуги в зависимости от давления  $p$ .

14—25)). Многие авторы применяют в своих исследованиях методы диагностики, пригодные лишь для равновесной плазмы, исключая всякую возможность отклонения состояния плазмы в дуге высокого давления от равновесия. Однако если это допустимо при больших силах тока (например, в [3—7] исследования проводились в инертных газах при  $p \geq 1$  атм и токах  $i = (1 \div 5) \cdot 10^2$  а; в [14—17] речь идет о сильноточных дугах с  $i = 10^2 \div 10^3$  а), то при сравнительно малых токах (например, в [18—25]  $i = 1 \div 10$  а) предположение о равновесии в плазме положительного столба

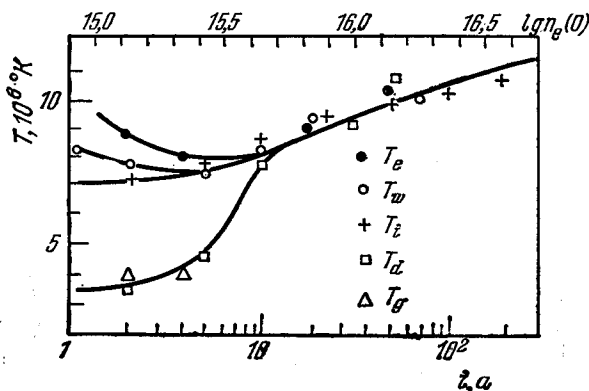


Рис. 5.2. Различные температуры в положительном столбе дуги, горящей в чистом Ar (или в смеси Ar + H<sub>2</sub>) в зависимости от силы тока  $i$  (или концентрации электронов на оси столба  $n_e(0)$ ).

дуги, горящей в инертном газе, даже при  $p \sim 1$  атм требует специального обоснования или экспериментальной проверки. В самом деле, в обстоятельной работе [2], поставленной именно с целью экспериментальной проверки применимости представлений о локальном равновесии к плазме дуги в инертных газах, с достоверностью показано, например, что плазма дуги в чистом аргоне или смеси аргона с водородом при давлении  $p = 1$  атм при токах  $i < 10$  а не находится в состоянии равновесия \*) (см. также [42]).

Отклонение от равновесного состояния проявляется в следующем.

1) Температура электронов  $T_e$  значительно превышает температуру газа  $T_g$  (приблизительно в 2,5 раза), т. е. в плазме не устанавливается единое для всех частиц распределение по кинетическим энергиям.

2) Распределение атомов по возбужденным уровням не подчиняется закону Больцмана, однако для группы уровней можно ввести температуру распределения  $T_d$ , которая оказывается близкой к  $T_g$ .

3) Ионизационная температура  $T_i$  (параметр ионизационного уравнения (27.5)) не совпадает ни с температурой электронов, ни с температурой тяжелых частиц  $T_g$ .

В интервале токов от  $i = 0,3$  а (концентрация электронов на оси столба  $n_e(0) \approx 3 \cdot 10^{14}$  см<sup>-3</sup>) до  $i = 4$  а ( $n_e(0) \approx 2,5 \cdot 10^{15}$  см<sup>-3</sup>) все «температуры» в плазме слабо зависят от величины тока и довольно сильно отличаются друг от друга. Начиная с  $i = 4$  а с ростом тока температуры  $T_g$  и  $T_d$  быстро растут и при  $i \sim 10$  а ( $n_e(0) \approx 5 \cdot 10^{15}$  см<sup>-3</sup>) все температуры практически сравниваются, т. е. плазма переходит в равновесное состояние и в ней устанавливается единая температура  $T$  (рис. 5.2). При дальнейшем увеличении тока (и концентрации  $n_e(0)$ ) температура плазмы растет, достигая  $11 \cdot 10^3$  К при  $i \approx 2 \cdot 10^2$  а.

Еще более разительно обнаруженное в [2] отклонение состояния плазмы от равновесного в дуге, горящей при атмосферном давлении в гелии и в смеси гелия, неона и водорода — в этом случае все температуры сравниваются при значительно больших токах и концентрациях электронов, чем в аргоне (рис. 5.3). При малых токах  $i \leq 10$  а температура заселения  $T_w \leq T_e$  и

\*) По-видимому, это справедливо также для плазмы дуги в водороде, так как состояние водородной плазмы близко к состоянию плазмы аргона с примесью водорода ( $\approx 5\%$ ) при одних и тех же давлениях и силах тока [2, 26, 27].

в два-три раза превышает температуру распределения  $T_d \approx T_g$ . Гелиевая плазма остается неравновесной до токов  $i \approx 2 \cdot 10^2$  а и  $n_e(0) \approx 3 \cdot 10^{16}$  см<sup>-3</sup>. Введение паров металлов в достаточном количестве ( $\geq 1\%$ ) в плазму дуги, как и следовало ожидать, способствует более быстрому установлению равновесия — например, плазма дуги с плавящимися дюралевыми электродами, независимо от рода основного газа, равновесна при токах  $i \geq 30$  а [2].

2. Кинетические температуры компонент плазмы в электрическом поле. Как было отмечено, термическое равновесие может считаться полным, если вероятности всех энергетических состояний подчиняются закону распределения Больцмана, что в полной мере может осуществляться только в полностью изолированной или бесконечно протяженной плазме («черное тело»). Всякая утечка энергии из плазмы или поступление ее извне приводят к появлению потоков внутри плазмы, что в свою очередь ведет к нарушению равновесия. Это имеет место, например, в плазме положительного столба электрической дуги, внешнее электрическое поле которой может существенно нарушить равновесие кинетических температур компонент плазмы.

В силу своей большей, чем у ионов, подвижности энергию внешнего электрического поля воспринимают в основном электроны. В отсутствие столкновений с тяжелыми частицами эта энергия проявляется в форме кинетической энергии направленного движения и не приводит к увеличению температуры. При столкновениях с тяжелыми частицами вектор скорости электрического дрейфа электронов, ориентированный против электрического поля, испытывает в среднем хаотическое рассеяние по всем направлениям, что приводит к превращению кинетической энергии электрического дрейфа в хаотическую энергию теплового движения электронов. Полное трансляционное равновесие электронов, т. е. равновесное распределение электронов по скоростям с единой электронной температурой, устанавливается после небольшого числа столкновений [28]. Время установления электронной температуры можно оценить, исходя из кинетического уравнения с учетом электрон-электронных взаимодействий (§ 18; см. также {1}, § 49).

В однородной стационарной плазме ( $\nabla n_e = 0$ ,  $\partial/\partial t = 0$ ) в отсутствие внешних сил величина  $L_{ee}$ , определяющая масштаб расстояния, на котором распределение электронов  $f_e(e)$  существенно изменяется, представится в виде

$$L_{ee} \approx [\sqrt{m_e/m_g} \sum n_a s_{ea} + \sqrt{2} n_e s_{ee}]^{-1}. \quad (27.7)$$

Коэффициент  $\sqrt{2}$  учитывает зависимость частоты столкновений от средней относительной скорости сталкивающихся частиц  $s_e$ : при столкновениях электронов с тяжелыми частицами  $s_e \approx s_g$ , а при электрон-электронных столкновениях  $s_e = \sqrt{2} s_e$ . Множитель  $\sqrt{m_e/m_g}$  связан с неблагоприятными условиями передачи энергии при упругом соударении электрона с тяжелой частицей — в таких столкновениях передается в среднем доля энергии порядка  $2m_e/m_g$ , в то время как в столкновениях электронов между собой в среднем передается около половины энергии налетевшего электрона. В простейшем случае

$$\sum n_a s_{ea} = n_g s_{eg} + n_p s_{ep},$$

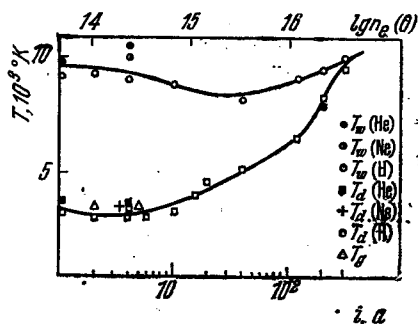


Рис. 5.3. Различные температуры в плазме дуги, горящей в смеси He + Ne + H<sub>2</sub> в зависимости от силы тока  $i$  (или концентрации электронов на оси дуги  $n_e(0)$ ).

т. е. в силу того, что  $s_{ee}^* \approx s_{ep}^*$  (см. § 18) и

$$n_e \approx n_p, \quad \sqrt{m_e/m_g} \ll 1,$$

основную роль играют электрон-атомные и электрон-электронные столкновения.

В случае заметной ионизации электронное распределение устанавливается в результате взаимодействий электронов между собой: так как обычно  $s_{ee}^*/s_{eg}^* = 10^2 + 10^3$ ,

$$\sqrt{m_e/m_g} = 10^{-2} + 10^{-3},$$

то уже при степенях ионизации  $n_e/n_g \gtrsim 10^{-3}$  будет

$$L_{ee} \approx \left[ \sqrt{\frac{m_e}{m_g}} n_g s_{eg}^* + \sqrt{2} n_e s_{ee}^* \right]^{-1} \approx 1/\sqrt{2} n_e s_{ee}^*. \quad (27.8)$$

При максвелловском распределении усредненное сечение  $s_{ee}^*$  (см. § 18) имеет вид

$$s_{ee}^* = \frac{8 \sqrt{\pi} e_0^4}{3 m_e^2 c_m^4} \ln \left[ \left( \frac{r_D}{a_0} \right)^2 + 1 \right] \approx \frac{16 \sqrt{\pi} e_0^4}{3 m_e^2 c_m^4} \ln \frac{r_D}{a_0}, \quad (27.9)$$

где

$$c_m = \sqrt{\frac{2kT_e}{m_e}}, \quad r_D = \sqrt{\frac{kT_e kT_p}{4\pi n_e e_0^2 (kT_e + kT_p)}}$$

— дебаевский радиус,  $a_0 = e_0^2/m_e c_m^2$  (некоторые значения  $\ln(r_D/a_0)$  приведены в табл. П.1 примечания 4).

Таким образом, расстояние и время, на протяжении которых распределение электронов по скоростям практически устанавливается, приближенно представляется в виде

$$L_{ee} \approx \frac{3(kT_e/e_0^2)^2}{4 \sqrt{2\pi} n_e \ln(r_D/a_0)}, \quad \tau_{ee} \approx \frac{L_{ee}}{c_m} \approx \frac{3 \sqrt{(kT_e)^3 m_e}}{8 \sqrt{\pi} n_e e_0^4 \ln(r_D/a_0)}, \quad (27.10)$$

т. е. время и длина релаксации распределения электронных скоростей возрастают с ростом температуры электронов, но уменьшаются при увеличении их концентрации. Поэтому в условиях, далеких от полной ионизации газа, увеличение температуры электронов приводит обычно к уменьшению  $L_{ee}$  и  $\tau_{ee}$ , так как при этом в гораздо большей степени возрастает концентрация электронов (см. § 29). Величины  $L_{ee}$  и  $\tau_{ee}$  уменьшаются также с ростом давления газа  $p$  и плотности тока  $j$ , так как концентрация  $n_e$  (при прочих равных условиях) возрастает при увеличении  $p$  и  $j$ .

Процесс установления электронной температуры можно рассмотреть также с точки зрения перераспределения скоростей электронов при взаимодействии электронов с локальными колебаниями пространственного заряда и электрического поля. Переменные поля с (плазменной) частотой  $\omega_{pe} = (4\pi n_e e_0^2/m_e)^{1/2} \approx 5,6 \cdot 10^4 \sqrt{n_e}$ , возникающие в плазме в результате спонтанных локальных (в пределах дебаевской сферы) нарушений квазинейтральности (см. § 17), хаотически ускоряют или замедляют пролетающие электроны, что приводит к установлению некоторого равновесного распределения скоростей. Такая форма взаимодействия электронов не сводится к парным («близким») взаимодействиям при непосредственных «столкновениях», но представляет собой коллективные («далекие») взаимодействия, проявляющиеся в возмущениях действующего на электроны электрического поля.

Длина и время релаксации, найденные на основе этих представлений [29], практически совпадают с полученными из теории парных столкновений.

При сколько-нибудь значительных концентрациях электронов распределение скоростей устанавливается довольно быстро. При температуре  $T_e \sim 10^4$  К и концентрации  $n_e \sim 10^{12}$  см<sup>-3</sup> (например, пары ртути при давлении  $p \sim 10^{-2}$  мм рт. ст.), согласно (27.10), длина и время релаксации  $L_{ee} \approx 3$  см и  $\tau_{ee} \approx 5 \cdot 10^{-8}$  сек, а при  $n_e \sim 10^{14}$  см<sup>-3</sup> величина  $L_{ee} \approx 3 \cdot 10^{-2}$  см и  $\tau_{ee} \approx 5 \cdot 10^{-10}$  сек. Эксперимент дает как правило (по крайней мере при небольших концентрациях  $n_e = 10^8 \div 10^{13}$  см<sup>-3</sup>) еще более низкие значения  $L_{ee}$ , чем формула (27.10) (§1, § 53).

Дальнейшее выравнивание температур (между электронами и газом тяжелых частиц) происходит значительно более медленно. Как уже упоминалось, доля передаваемой энергии в этих столкновениях составляет  $2m_e/m_g$ , причем электроны отдают тяжелым частицам часть своей избыточной, но не полной энергии. Поэтому для установления температурного равновесия между тяжелыми частицами и электронами нужно число соударений порядка  $m_g/m_e = 10^3 \div 10^6$  и соответственно большее время релаксации  $\tau_{eg} \sim (m_g/m_e) \tau_{ee} = 10^{-3} \div 10^{-7}$  сек.

Электроны непрерывно получают энергию от электрического поля и теряют ее при столкновениях с тяжелыми частицами. В результате взаимодействия этих конкурирующих процессов поступления и рассеивания энергии устанавливается электронная температура, несколько превышающая температуру тяжелых частиц  $T_p \approx T_g^*$ ). При этом энергия, получаемая электронным газом в единице объема и в единицу времени, равна энергии, отдаваемой электронами газу тяжелых частиц:

$$e_0 n_e b_e E^2 + \bar{c}_e e_0 n_e \sum_k n_{ak} s_{ak} U_k = \\ = 2 \frac{m_e}{m_g} \frac{3}{2} k (T_e - T_g) \nu_e n_e + \bar{c}_e n_e n_g e_0 \sum_k s_k^* U_k. \quad (27.11)$$

Первый член левой части соответствует энергии, сообщаемой электронам внешним электрическим полем  $E$  ( $b_e$  — подвижность электронов); второй член — энергия, приобретаемая электронами при неупругих ударах II рода ( $n_{ak}$  — концентрация возбужденных атомов,  $s_{ak}^*$  — эффективное сечение при соответствующем ударе II рода;  $U_k$  — потенциал возбуждения  $k$ -го уровня). Первый член правой части определяет потерю энергии при упругих столкновениях электронов с тяжелыми частицами ( $\nu_e$  — частота этих столкновений); второй член учитывает неупругие потери. Соответствующая задача рассматривалась в [30] с учетом всех возбужденных уровней. Во всей полноте задача довольно сложна и требует применения численных методов.

Для качественных оценок уравнение баланса (27.11) можно упростить, заменив возбужденные уровни некоторым эффективным (таким уровнем часто служит один из метастабильных уровней). Учитывая также, что

$$b_e \approx \frac{e_0 \lambda_e}{m_e \bar{c}_e}, \quad \nu_e = \bar{c}_e / \lambda_e, \quad \bar{c}_e = (8kT_e / \pi m_e)^{1/2},$$

для относительной разности температур можно написать

$$1 - \frac{T_g}{T_e} \approx \frac{3\pi}{32} \frac{m_g}{m_e} \left[ \left( \frac{e_0 \lambda_e}{(3/2) k T_e} \right)^2 + \frac{e_0 U^*}{k T_e} \left( \frac{m_e}{m_g} \right) \lambda_e \left( \frac{1}{\lambda_{II}} - \frac{1}{\lambda_I} \right) \right], \quad (27.12)$$

\*) Возрастание температуры тяжелых частиц ограничено теплообменом с окружающей средой.

где  $U^*$  — потенциал возбуждения эффективного уровня;  $\lambda_{II} = (n_a \bar{s}_a)^{-1}$  — эффективная длина свободного пролета электрона относительно неупругих ударов II рода ( $n_a$  — концентрация возбужденных атомов,  $\bar{s}_a$  — среднее эффективное сечение неупругих ударов II рода с потенциалом  $U^*$ );  $\lambda_I = (n_0 \bar{s}^*)^{-1}$  — эффективная длина свободного пролета электрона относительно возбуждения атома на уровень  $U^*$  ( $n_0$  — концентрация нейтральных атомов,  $\bar{s}^*$  — среднее эффективное сечение возбуждения на уровень  $U^*$ ).

Величина в квадратных скобках в правой части (27.12) имеет смысл отношения энергии, приобретаемой электроном в электрическом поле на длине свободного пролета,  $W_E = \lambda_e e_0 E$ , к кинетической энергии его хаотического движения  $W_T = (3/2) k T_e$ . Благодаря множителю  $m_g/m_e \gg 1$  (следствие неблагоприятных условий передачи энергии при столкновениях электрона с тяжелой частицей) даже при малой величине отношения  $W_E/W_T$  относительная разность температур электронов и тяжелых частиц может быть значительной. При прочих равных условиях с увеличением давления (уменьшением длины свободного пробега  $\lambda_e$ ) и уменьшением напряженности электрического поля  $E$  температуры электронов и тяжелых частиц сближаются.

Если второй член в фигурных скобках (27.11) обращается в нуль (равновесие между неупругими ударами I и II рода) или же им можно пренебречь по сравнению с первым (этому способствует множитель  $m_e/m_g$ ), т. е. если существенны только упругие удары, то отклонение от температурного равновесия пропорционально квадрату отношения  $E/p$ , играющему вообще большую роль в теории электрического тока в газе. В условиях, когда неупругие удары существенны (например, в молекулярных газах и при низких давлениях в различных видах самостоятельного тока), относительная разность температур растет медленнее, чем  $(E/p)^2$ , и вообще не является однозначной функцией  $E/p$ , а зависит также от плотности тока, от которой зависит концентрация возбужденных атомов  $n_a$  и других факторов, определяющих  $n_a$ .

При достаточно высоких давлениях, когда убыль быстрых электронов в процессах возбуждения и ионизации компенсируется воспроизводством быстрых электронов в процессах тушения электронным ударом и рекомбинации в тройных столкновениях, критерий близости кинетических температур компонент плазмы сводится к неравенству

$$\frac{3\pi}{32} \frac{m_g}{m_e} \left( \frac{W_E}{W_T} \right)^2 \ll 1. \quad (27.13)$$

Например, при  $E \sim 10$  в/см,  $\lambda_e = (1 \div 3) \cdot 10^{-4}$  см,  $T_e = (1 \div 3) 10^4$  °К,  $m_g/m_e \sim 10^4$  величина

$$\left( 1 - \frac{T_g}{T_e} \right) \approx \frac{3\pi}{32} \frac{m_g}{m_e} \left( \frac{W_E}{W_T} \right)^2 \sim 10^{-2} \ll 1,$$

т. е. состояние плазмы в этом случае весьма близко к термическому равновесию. Такие условия осуществляются в плазме электрических дуг высокого давления при достаточно больших токах (например, в Ag при  $i \geq 10$  а, в He — при  $i \geq 10^2$  а, см. п. 1). Как показывают расчет и экспериментальные измерения (см., например, [III.31], [2, 31]), в центральных областях положительного столба таких дуг разность температур  $\Delta T = T_e - T_g$  составляет несколько десятков градусов (при  $T_e \sim 10^4$  °К). К периферии положительного столба, по мере охлаждения электронов и уменьшения степени ионизации, эта разность возрастает, но при температурах  $T_e \geq 10^3$  °К не превышает нескольких сотен градусов. И лишь в самых далеких поверх-

ностных слоях положительного столба, в связи с сильным уменьшением температур и концентраций ионов и электронов, температура электронов начинает сильно отличаться от температуры газа.

3. Возбужденные атомы в равновесной плазме. При строгом равновесии в достаточно плотной и протяженной плазме, пронизанной черным излучением соответствующей температуры, температура заселения  $T_w$  совпадает с электронной температурой  $T_e \approx T_g$ . Это означает, что концентрация атомов  $n_k^{\text{eq}}$  в  $k$ -м возбужденном состоянии с энергией возбуждения  $E_k$  (индекс eq обозначает равновесие) удовлетворяет уравнению Больцмана для распределения частиц по энергиям (формула (27.3)). В этих условиях имеет место детальное равновесие между процессами фотовозбуждения и фотоизлучения, а также между процессами возбуждения электронным ударом и неупругими столкновениями II рода (см. {1}, § 14).

Частота спонтанных и вынужденных переходов с излучением под действием поля излучения определяется формулой Эйнштейна

$$\nu_v = A_v n_k^{\text{eq}} \left[ 1 - \exp \left( - \frac{h\nu}{kT_w} \right) \right]^{-1} = \frac{A_v n_0 g_k \exp(-E_k/kT_w)}{g_0 [1 - \exp(-h\nu/kT_w)]}, \quad (27.14)$$

где  $A_v$  — вероятность соответствующего перехода, отнесенная к единице времени.

Частота процессов поглощения  $\nu_{wv}$  (с возбуждением) в случае черного излучения определяется выражением

$$\nu_{wv} = n_0 A_v \frac{g_k}{g_0} \frac{c_0^3}{8\pi h \nu^3} U_v = \frac{n_0 A_v g_k c_0^3}{2g_0 h \nu^3} B_v, \quad (27.15)$$

где  $U_v = 4\pi B_v/c_0$  — плотность энергии поля черного излучения;  $B_v$  — интенсивность излучения равновесной плазмы.

Частота возбуждений электронным ударом  $\nu_{we}$  при равновесии определяется выражением

$$\nu_{we} = n_e n_0 \int_{c_{ew}}^{\infty} c f_{e0}(c) s_{ew}(c) dc, \quad (27.16)$$

где  $f_{e0}(c)$  — невозмущенная (максвелловская) функция распределения электронных скоростей;  $s_{ew}(c)$  — эффективное сечение возбуждения электронным ударом; нижний предел интегрирования  $c_{ew}$  соответствует минимальной энергии, при которой еще происходит возбуждение:  $E_a = \frac{1}{2} m_e c_{ew}^2$  (при скоростях электронов  $c_e < c_{ew}$  эффективное сечение  $s_{ew} = 0$  и возбуждения не происходит). В простом случае независимости эффективного сечения от скорости электронов ( $s_{ew} = \text{const}$ ) после интегрирования в (27.16) получаем

$$\nu_{we} = \frac{4n_e n_0 s_{ew} (E_k + kT_w)}{(2\pi m_e kT_w)^{3/2} \exp(-E_k/kT_w)}. \quad (27.17)$$

Частота гасящих ударов (столкновения II рода) определяется эффективным коэффициентом гашения  $S^*$ :

$$\nu_s = S^* n_e n_k^{\text{eq}}. \quad (27.18)$$

Если в плазме осуществляются условия, при которых процессы излучения и поглощения, электронного возбуждения и гашения полностью компенсируют друг друга, то выполняется каждое из равенств  $\nu_v = \nu_{wv}$  и  $\nu_{we} = \nu_s$ .

в отдельности, откуда

$$B_v = \frac{2h\nu^3 \exp(-E_k/kT_w)}{c_0^2 [1 - \exp(-h\nu/kT_w)]}, \quad S^* = \frac{4g_0 s_{ew} (E_k + kT_w)}{g_k (2\pi m_e kT_w)^{1/2}}. \quad (27.19)$$

Если плазма занимает относительно небольшой объем и излучение, пронизывающее плазму, не полностью в ней поглощается, то число возбужденных атомов уменьшается и интенсивность излучения плазмы  $I_v < B_v$ . При этом закон распределения Больцмана (27.3) уже не выполняется, давая завышенные значения концентрации возбужденных атомов. Фотопроцессы, так же как и столкновения I и II рода, уже не уравнивают друг друга, как при детальном равновесии. Общее равновесие в этих условиях достигается в результате совмещенного равенства  $\nu_v + \nu_{we} = \nu_{wv} + \nu_s$ , т. е.

$$\frac{A_v n_k}{1 - \exp(-h\nu/kT_w)} + \frac{4n_e n_k g_0 s_{ew} (E_k + kT_w)}{g_k (2\pi m_e kT_w)^{1/2}} = \frac{A_v n_0 I_v g_k c_0^2}{2g_0 h\nu^3} + \frac{4n_e n_0 s_{ew} (E_k + kT_w) \exp(-E_k/kT_w)}{(2\pi m_e kT_w)^{1/2}}. \quad (27.20)$$

В реальных условиях концентрация возбужденных атомов  $n_k$  может быть близка к концентрации  $n_k^{eq}$ , рассчитанной по равновесной формуле (27.3), при достаточной «оптической толщине» плазмы, которая зависит от коэффициента поглощения излучения на единицу длины  $\kappa_v$ , зависящего в свою очередь от частоты излучения. Особенно хорошо поглощается резонансное излучение, плотность которого велика, и вблизи резонансных линий интенсивность излучения плазмы  $I_v$  близка к интенсивности черного излучения  $B_v$ , уже при толщине плазменного слоя  $l_p = 10^{-1} \div 10^{-2}$  см (при давлениях  $p \sim 1$  атм). Излучение при переходах с далеких термов в основное состояние почти полностью поглощается в слое плазмы толщиной порядка диаметра разряда ( $\sim 1 \div 10$  см). Переходы между высоколежащими уровнями дают излучение с малой плотностью, которое практически не поглощается в плазме и теряется.

Если частота возбуждающих электронных ударов (столкновения I рода) велика и близка к частоте гасящих столкновений (удары II рода), то разность этих частот — частота излучающих переходов — мала по сравнению с частотой возбуждающих и гасящих столкновений. При этом неравновесие между фотопроцессами излучения и возбуждения уже не так существенно и не может сильно изменить (уменьшить) концентрацию возбужденных атомов  $n_k$ , которая в этих условиях близка к равновесной концентрации  $n_k^{eq}$ , удовлетворяющей закону (27.3). Этим условиям соответствует неравенство  $\nu_{wv} \ll \ll \nu_{we}$ , т. е.

$$4n_e (g_0/g_k) (s_{ew}/A_v) (E_k + kT_w) [1 - \exp(-h\nu/kT_w)] (2\pi m_e kT_w)^{-1/2} \gg 1, \quad (27.21)$$

или, после подстановки численных значений постоянных,

$$3 \cdot 10^7 A_v^{-1} n_e s_{ew} (E_k + kT_w) \gg 1, \quad (27.22)$$

где энергия  $(E_k + kT_w)$  выражена в электронвольтах.

Таким образом, условия возбуждения в плазме тем ближе к условиям возбуждения при черном (равновесном) излучении, чем выше концентрация электронов  $n_e$ , эффективное сечение возбуждения электронным ударом  $s_{ew}$ , энергия возбуждения  $E_k$  и температура заселения  $T_w$  и чем меньше вероятность излучения соответствующей линии  $A_v$ . Например, при сечении воз-

буждения  $s_{ew} \sim 10^{-16} \text{ см}^2$ , вероятности излучения  $A_v \sim 10^6 \text{ сек}^{-1}$ , энергии возбуждения  $E_k$  в несколько электронвольт неравенство (27.22) будет выполняться, если концентрация электронов  $n_e \geq 10^{15} \text{ см}^{-3}$ . При меньших концентрациях и больших вероятностях излучения истинная концентрация возбужденных атомов  $n_k$  может сильно отличаться от величины  $n_k^{eq}$ , определяемой формулой (27.3) (всегда  $n_k \leq n_k^{eq}$ ).

Ступенчатые возбуждения, особенно возбуждения с резонансного уровня, являются процессами, приближающими  $n_k$  к величине  $n_k^{eq}$ . Хотя заселенность верхних уровней значительно меньше заселенности основного состояния, но энергия возбуждения с этих уровней мала, и участвовать в процессе ступенчатого возбуждения могут сравнительно медленные электроны. Условия выполнения неравенства (27.22) при наличии ступенчатого возбуждения улучшаются, чему способствует также большая величина  $s_{ew}$  в этих процессах, что связано с большим радиусом орбит возбужденных электронов. Так, например, в работе [32], где рассчитаны условия равновесия в плазме электрического тока в парах ртути, показано, что учет возбуждения только из основного состояния дает сильные отклонения от равновесия, и лишь учет возбуждения с резонансного уровня, увеличивая левую часть неравенства (27.22) в 2,5 раза, приближает условия возбуждения в плазме к равновесным.

В периферийных областях плазмы интенсивность линий значительно меньше соответствующей термическому равновесию, из-за чего могут создаваться условия, нарушающие справедливость равновесного закона (27.3). Однако во многих практически важных случаях, например в электрических дугах высокого давления, при больших силах токов, в результате влияния ступенчатого возбуждения (особенно в присутствии атомов металлов) и флуоресценции процессы возбуждения близки к равновесным. По мере увеличения ионизации газа число всех неионизованных молекул и, в частности, число  $n_0$  падает. Поэтому с ростом температуры концентрация атомов на любом уровне возбуждения вначале круто растет, пока число атомов в нормальном состоянии остается практически неизменным, а затем, пройдя через максимум, почти также круто спадает, уступая место ионизованным атомам.

В качестве примера на рис. 4.9 приведены вычисленные в работе [33] распределения атомов по различным уровням возбуждения в ртутной плазме при давлении  $p = 1 \text{ мм рт. ст.}$  и различных температурах. Относительные концентрации разных уровней достигают максимума при  $T_e = (7 \div 9) \cdot 10^3 \text{ °K}$  и затем падают. На том же рисунке для сравнения приведена кривая степени ионизации газа. В более сжатом газе при равных температурах относительная концентрация возбужденных атомов выше; при достаточно высоких  $T \geq 10^4 \text{ °K}$  возбужденных атомов значительно больше, чем нормальных (см. рис. 4.9, относящийся к  $p = 1 \cdot 10^4 \text{ мм рт. ст.}$  [34]).

**4. Ионизационное равновесие в плазме.** Если в замкнутой (изолированной от окружающей среды) системе стационарное состояние эквивалентно термодинамическому равновесному, то для открытых систем это выполняется далеко не всегда. В открытых системах стационарное состояние совпадает с состоянием термодинамического равновесия, если выполняется принцип детального равновесия, т. е. каждые прямой и обратный процессы идут по одному и тому же пути с равными скоростями.

Пусть в плазме происходят процессы ионизации излучением и электронным ударом со скоростями соответственно

$$K_z^i(Z, T_i) n_Z \mathcal{J} \quad \text{и} \quad K_e^i(Z, T_i) n_Z n_e$$

и рекомбинация с излучением и в тройных столкновениях (электрон — ион —

электрон) со скоростями

$$K_{\mathcal{I}}^r(Z, T_i) n_{Z+1} n_e \quad \text{и} \quad K_e^r(Z, T_i) n_{Z+1} n_e^2.$$

Здесь  $K_{\mathcal{I}}^{i,r}(Z, T_i)$  и  $K_e^{i,r}(Z, T_i)$  — константы скоростей соответствующих процессов (функции ионизационной температуры  $T_i$  и заряда иона  $Z$ ) — не зависят от концентрации электронов  $n_e$  и  $Z$ -кратно заряженных ионов  $n_Z$ ;  $\mathcal{I}$  — интенсивность излучения.

Если состояние плазмы является стационарным, то скорости ионизации и рекомбинации равны, т. е.

$$K_{\mathcal{I}}^i(Z, T_i) n_Z \mathcal{I} + K_e^i(Z, T_i) n_Z n_e = K_{\mathcal{I}}^r(Z, T_i) n_{Z+1} n_e + K_e^r(Z, T_i) n_{Z+1} n_e^2, \quad (27.23)$$

откуда для  $Z + 1$ -кратной ионизации получаем закон действия масс в виде

$$\frac{n_e n_{Z+1}}{n_Z} = \frac{K_e^i n_e + K_{\mathcal{I}}^i \mathcal{I}}{K_e^r n_e + K_{\mathcal{I}}^r} \equiv K_Z(T_i, n_e). \quad (27.24)$$

Здесь величина  $K_Z(T_i, n_e)$  — константа равновесия, зависящая, вообще говоря, от концентрации электронов  $n_e$ .

Если ионизация и рекомбинация в плазме идут по «детально-равновесным» каналам, т. е. если, например, ионизация электронным ударом уравновешивается рекомбинацией при тройных столкновениях ( $K_{\mathcal{I}}^i = K_{\mathcal{I}}^r = 0$ ) или фотоионизация полностью компенсируется рекомбинацией в двойных столкновениях с излучением ( $K_e^i = K_e^r = 0$ ), то условие равновесия  $Z + 1$ -кратной ионизации примет вид

$$n_e n_{Z+1} / n_Z = K_Z(T_i), \quad (27.25)$$

Где константа равновесия  $K_Z(T_i) = K_e^i / K_e^r = K_{\mathcal{I}}^i \mathcal{I} / K_{\mathcal{I}}^r$  уже не зависит от концентрации электронов и является функцией только температуры.

В случае совершенной (идеальной) плазмы, где энергия электростатического взаимодействия между ионами и электронами мала по сравнению со средней энергией их хаотического движения \*), константа такого абсолютного равновесия

$$K_Z = \frac{g_e g_{Z+1}}{g_Z} \left( \frac{2\pi m_e k T}{h^2} \right)^{3/2} \exp(-E_Z / k T_i),$$

(см. § 23), и уравнение  $Z + 1$ -кратной ионизации принимает форму

$$\frac{n_e n_{Z+1}}{n_Z} = \frac{g_e g_{Z+1}}{g_Z} \left( \frac{2\pi m_e k T_i}{h^2} \right)^{3/2} \exp(-E_Z / k T_i). \quad (27.26)$$

Здесь  $g_e = 2$  и  $g_Z$  — соответственно статистический вес электрона и  $Z$ -кратно заряженного иона (в общем случае — статистическая сумма по внутренним состояниям),  $E_Z$  — энергия ионизации  $Z$ -кратно заряженного иона.

Ионизационная температура  $T_i$  в формуле (27.26) близка к температуре электронов ( $T_i \lesssim T_e$ , см. п. 1). Такое ионизационное равновесие устанавливается в замкнутой системе, в которой излучение полностью поглощается

\*) Совершенный газ при кулоновском взаимодействии характеризуется условием:  $kT \gg Z e_0^2 n_e^{1/2} = Z^{1/2} e_0^2 n_Z^{1/2}$ . При этом пространственные заряды, образующиеся вокруг заряженных частиц, мало искажают их электростатическое поле, т. е. внутри дебаевской сферы находится много частиц, так как дебаевский радиус  $r_D = (kT / 8\pi n_e e_0^2)^{1/2} \gg n_e^{-1/2}$  (см. § 17).

и автоматически обеспечивается излучательное равновесие. В противоположном случае открытой системы ионизация может находиться в равновесии с рекомбинацией, идущей по другому пути. Например, ионизация в достаточно плотной плазме может протекать под воздействием внешнего коротковолнового излучения и компенсироваться рекомбинацией при тройных столкновениях ( $K_e^i = K_z^r = 0$ ), т. е.  $n_e n_{Z+1} / n_Z = K_z^i J / K_e^r n_e$ . Константа равновесия в этих условиях  $K_Z = K_z^i J / K_e^r n_e$  вновь зависит от концентрации электронов.

В разреженной плазме или при протекании слабого электрического тока (малые степени ионизации) может реализоваться обратный случай открытой системы — полный выход излучения, когда рекомбинация при двойных столкновениях с излучением уравновешена ионизацией электронным ударом ( $K_z^i = K_e^r = 0$ ). В этих условиях (ударная ионизация и рекомбинация с излучением) равновесные формулы типа (27.26) дают завышенные значения электронной концентрации, причем погрешность может достигать нескольких порядков (см. § 28). Константа ионизационного равновесия  $K_Z = K_e^i n_e / K_z^r$  при этом зависит от концентрации электронов, в то время как степень  $Z+1$ -кратной ионизации от концентрации электронов не зависит (формула Элве́рта [35]):

$$\frac{n_{Z+1}}{n_Z} = \left(\frac{3}{4}\right)^{3/2} \frac{h_N E_H^2 kT}{2\alpha^3 N E_Z^3 q} \exp\left(-\frac{E_Z}{kT}\right). \quad (27.27)$$

Здесь  $\alpha = e_0^2 / c_0 \hbar \approx 1/137$  — постоянная тонкой структуры;  $N$  — число валентных электронов;  $h_N$  — квантовое число орбиты валентных электронов;  $E_H$  — энергия ионизации атома водорода; величина  $q = (1,4 \div 4)$ .

Формула (27.27) получена при условии, что ионизацией с возбужденных состояний можно полностью пренебречь по сравнению с ионизацией с основного уровня. При этом степень ионизации в разреженной плазме оказывается не зависящей от концентрации электронов. Однако даже в полностью прозрачной плазме на степень ионизации оказывает влияние нарушение равновесного распределения электронов по скоростям, вызванное взаимодействием с неравновесной системой атомов и зависящее от концентрации электронов. При этом учет связанно-связанных переходов с возбужденных уровней на основное состояние показывает, что вклад этих переходов может значительно превосходить вклад прямой рекомбинации с излучением [30].

В [36] предложен критерий, согласно которому плазма находится в ионизационном равновесии, если концентрация электронов превышает некоторую критическую концентрацию  $n_e^* \sim 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , не зависящую ни от степени ионизации, ни от геометрических размеров системы. Однако для локального термодинамического равновесия требуется, чтобы скорости столкновительных процессов значительно превышали скорости излучательных процессов. Эти скорости существенно зависят от степени реабсорбции излучения, т. е. от плотности поглощающих атомов и размеров области, занимаемой плазмой, степени ионизации и сечений этих процессов [30, 37–40].

При фиксированной концентрации электронов увеличение концентрации атомов в основном состоянии  $n_0$  уменьшает степень ионизации и, следовательно, уменьшает роль столкновительных процессов. С другой стороны, увеличение  $n_0$  ведет к росту реабсорбции излучения, т. е. уменьшает роль излучательных процессов. Поэтому часто трудно определить, в какую сторону сдвинется равновесие.

Несколько иначе обстоит дело с концентрацией электронов  $n_e$ . Чаще всего с увеличением  $n_e$  скорости столкновительных процессов растут быстрее скоростей излучательных процессов, поэтому можно считать, что рост  $n_e$  приближает состояние плазмы к равновесному (см. п. 1).

В общем случае промежуточных концентраций электронов, когда скорости трехчастичной и двойной (с излучением) рекомбинаций сравнимы между собой, ни одна из предельных формул (27.26) и (27.27), строго говоря, неприменима.

## § 28. Степень ионизации и функция распределения электронов

### 1. Уравнение ионизации при произвольной функции распределения.

Как уже отмечалось, уравнение Саха, которым часто пользуются при определении степени ионизации и концентрации электронов в плазме, справедливо лишь в условиях термического равновесия. Например, если электроны распределены не по Максвеллу, истинная степень ионизации может сильно отличаться от той, которую дает формула Саха. Различие особенно велико, если в распределении нет «хвоста» — недостает быстрых электронов. В этих условиях формула Саха и ее обобщения (см. § 24) приводят к совершенно неправильным результатам (см. ниже). Однако даже при наличии максвелловского распределения возможно большое отклонение истинного значения степени ионизации от даваемого формулой Саха, если излучение уходит из системы, не поглощаясь — одного максвелловского распределения недостаточно, чтобы обеспечить термическое равновесие.

В работе [41] получено обобщенное ионизационное уравнение, которое допускает использование стационарных неравновесных распределений. При выводе ионизационного уравнения были приняты следующие допущения:

- 1) можно пренебречь неупругими ион-ионными, атом-атомными, ион-атомными столкновениями;
- 2) многократная ионизация одним электронным столкновением пренебрежимо мала;
- 3) несущественны электрон-атомные и электрон-ионные неупругие неионизирующие столкновения;
- 4) энергетические уровни атома можно приближенно заменить одним эффективным энергетическим уровнем (см. § 27).

При устойчивом равновесии частота процессов ионизации электронным ударом и излучением равна частоте процессов рекомбинации. Уравнение, описывающее ионизацию в плазме при произвольной функции распределения электронов, можно представить в форме

$$\frac{n_{Z+1}n_e}{n_Z} = \frac{S_{Z,Z+1} + (Q_{Z,Z+1}/n_e)}{S_{Z+1,Z} + (Q_{Z+1,Z} + g_{Z+1,Z}I)/n_e}, \quad (28.1)$$

где приняты следующие обозначения:

$$S_{Z,Z+1} \equiv \int_0^\infty f(W_s) \left( \frac{2W_s}{m_e} \right)^{1/2} dW_s \int_0^{W_s - W_Z} s_{Z+1}^{Z+1}(W_i, W_s) dW_i \quad (28.2)$$

характеризует процесс ионизации электронным ударом;

$$Q_{Z,Z+1} \equiv \int_Z^\infty \psi_{Z+1}^{Z+1}(\nu) I(\nu) d\nu \quad (28.3)$$

характеризует эффективность ионизации излучением;

$$S_{Z+1,Z} \equiv \int_0^\infty \int_0^\infty f(W_i) f(W_f) \left( \frac{2W_i}{m_e} \right)^{1/2} \left( \frac{2W_f}{m_e} \right)^{1/2} s_{Z+1}^{Z+1}(W_i, W_f) dW_i dW_f \quad (28.4)$$

характеризует рекомбинацию в тройных столкновениях;

$$Q_{Z+1,Z} \equiv \int_0^{\infty} f(W_i) \alpha_{Z+1}^Z(W_i) dW_i, \quad g_{Z+1,Z} \equiv \int_0^{\infty} f(W_i) \beta_{Z+1}^Z(W_i) dW_i \quad (28.5)$$

определяют процессы захвата и спонтанного вылета электронов.

Здесь  $W_s$  — начальная энергия ионизирующего электрона;  $W_i$  — энергия выбитого электрона;  $W_f$  — конечная энергия ионизирующего электрона (после столкновения);  $f(W)$  — нормированная электронная функция распределения;  $s_Z^{Z+1}$  — сечение ионизации;  $s_{Z+1}^Z$  — сечение рекомбинации;  $\psi_Z^{Z+1}$  — вероятность того, что  $Z$ -кратно ионизованный атом поглотит квант излучения единичной интенсивности;  $I = \int \mathcal{I}(\theta) d\omega$ , где  $\mathcal{I}$  — интенсивность излучения (энергия единицы объема в секунду);  $\alpha_{Z+1}^Z$  — вероятность (на электрон за секунду) того, что электрон из энергетического интервала  $(W_i, W_i + dW_i)$  будет захвачен или испущен спонтанно;  $\beta_{Z+1}^Z$  — вероятность индуцированного захвата.

Исходя из принципа детального равновесия, можно записать:

$$\frac{16\pi m_e}{h} \frac{g_{Z+1}}{g_Z} W_i W_f s_{Z+1}^Z(W_i, W_f) = W_s s_Z^{Z+1}(W_i, W_f), \quad (28.6)$$

$$\frac{\alpha_{Z+1}^Z}{\beta_{Z+1}^Z} = \frac{2h\nu^3}{c_0^2}, \quad \frac{\psi_Z^{Z+1}}{\alpha_{Z+1}^Z} = \frac{(m_e c_0)^2}{(h\nu)^3} \frac{g_{Z+1}}{g_Z} \nu_i \quad (28.7)$$

$\nu_i$  — скорость, соответствующая энергии  $W_i$ . Первое выражение (28.7) следует из того, что отношение индуцированной эмиссии к спонтанной равно фотонному числу заполнения; выражение (28.6) и второе выражение (28.7) означают, что отношение вероятностей прямых и обратных процессов равно отношению фазовых объемов, занятых начальным и конечным состояниями, что следует из инвариантности процессов по отношению к изменению знака времени.

Для сечения захвата электрона ионизованным водородоподобным атомом можно написать [43]:

$$s_1 = 1,6 \cdot 10^{-32} (Z^2/W_i) \sum_{n=1}^{\infty} A(n), \quad (28.8)$$

где  $W_i$  — энергия сталкивающегося электрона в эргах;  $A(n)$  — константа, зависящая от главного квантового числа. Можно получить оценку ряда в (28.8), аппроксимируя его суммой геометрической прогрессии:

$0,5 < \sum_1^{\infty} A(n) < 1,34$ . Используя выражение для  $s_1$ , получим

$$\alpha_{Z+1}^Z = \left( \frac{2W_i}{m_e} \right)^{1/2} s_1 = \frac{(4 \cdot 7 \cdot 10^{13} \sum_1^{\infty} A(n) \cdot 1,6 \cdot 10^{-32}) Z^2}{W_i^{1/2}} \equiv \frac{a Z^2}{W_i^{1/2}}, \quad (28.9)$$

$$\beta_{Z+1}^Z(W_i) = \frac{c_0^2 Z^2 a}{2h\nu^3 W_i^{1/2}}, \quad (28.10)$$

$$\psi_Z^{Z+1}(\nu) = \frac{m_e^{1/2} \sqrt{2} c_0^2 a Z^2 g_{Z+1}}{h^3 \nu^3 g_Z}. \quad (28.11)$$

Если принять  $\sum_1^{\infty} A(n) \approx 1$ , то  $a \approx 7,5 \cdot 10^{-19}$ .

Далее мы рассмотрим некоторые состояния плазмы, при которых можно получить достаточно простые выражения для величин (28.2) — (28.5) в ионизационном уравнении (28.1) и сделать численные оценки.

1.1. Ионизация при равновесном распределении и электронов. Пусть распределение электронов максвелловское, а излучение подчиняется закону Планка. Тогда для величин (28.2) — (28.5) можно написать, считая, что  $W_Z/kT \gg 1$  [41]:

$$S_{Z, Z+1} = \eta \left[ \frac{(kT)^{3/2}}{W_Z^2} \right] \exp \left( - \frac{e_0 U_Z}{kT_e} \right), \quad \eta \equiv \left( \frac{2}{m_e} \right)^{1/2} e_0^4 2\pi^{1/2} \approx 8,8 \cdot 10^{-24}, \quad (28.12)$$

$$Q_{Z, Z+1} = \left( \frac{g_{Z+1}}{g_Z} \right) \xi Z^2 kT \exp \left( - \frac{e_0 U_Z}{kT_e} \right), \quad \xi = \frac{8\pi m_e^2}{h^3} \left( \frac{2}{m_e} \right)^{1/2} a \approx 2,5 \cdot 10^{21}, \quad (28.13)$$

$$S_{Z+1, Z} = \frac{g_Z}{g_{Z+1}} \frac{G}{kT_e W_Z^2}, \quad G = \frac{h^3 e_0^4}{2\pi m_e^2} \approx 2,9 \cdot 10^{-63}, \quad (28.14)$$

$$Q_{Z+1, Z} = \frac{2aZ^2}{(\pi kT_e)^{1/2}}, \quad (28.15)$$

$$g_{Z+1, Z} = \frac{2aZ^2}{(\pi kT_e)^{1/2}} \exp \left( - \frac{e_0 U_Z}{kT_e} \right) \frac{T_*}{T_* + T_e}. \quad (28.16)$$

Здесь  $T_*$  — температура излучения,  $T_e$  — электронная температура.

Если величиной  $I$  (v) можно пренебречь из-за низкой температуры излучения (или при низких давлениях), то уравнение ионизации (28.1) принимает вид

$$\frac{n_{Z+1} n_e}{n_Z} = \frac{S_{Z, Z+1}}{S_{Z+1, Z} + (1/n_e) Q_{Z+1, Z}}. \quad (28.17)$$

Если  $n_e$  достаточно мало, то величиной  $S_{Z+1, Z}$  можно пренебречь. Это справедливо при условии

$$n_e \ll \frac{Q_{Z+1, Z}}{S_{Z+1, Z}} = \frac{4\pi^{1/2} a m_e^2 U_H^2}{h^3 e_0^2} \frac{g_{Z+1}}{g_Z} Z^2 (kT)^{1/2} \approx 10^{15} Z^6 T^{1/2}, \quad (28.18)$$

что при  $T \sim 10^4$  °K,  $Z = 1$  дает  $n_e \ll 10^{17}$  см<sup>-3</sup> (здесь принято для оценки  $U_Z \approx Z^2 U_H$ , где  $U_H$  — потенциал ионизации водорода). В этих условиях

$$n_{Z+1}/n_Z = S_{Z, Z+1}/Q_{Z+1, Z} \neq f(n_e). \quad (28.19)$$

Это выражение в случае максвелловского распределения дает формулу Элверта (27.27), полученную для солнечной короны.

Если  $n_e > 10^{17}$  см<sup>-3</sup> (например, внутри звезд), то ионизационное уравнение (28.17) примет вид

$$n_{Z+1} n_e / n_Z = S_{Z, Z+1} / S_{Z+1, Z} \quad (28.20)$$

и при максвелловском распределении перейдет в формулу Саха (27.26).

В случае излучения, температура которого близка к температуре электронов, при  $n_e \ll 10^{18}$  см<sup>-3</sup> членами, учитывающими столкновения, можно пренебречь (например, фотосфера Солнца, газовые туманности). Учитывая,

что  $W_Z/kT \gg 1$  и можно пренебречь членом с  $g_{Z+1,Z}$ , из (28.1) получим

$$n_{Z+1}n_e/n_Z = Q_{Z,Z+1}/Q_{Z+1,Z}. \quad (28.21)$$

Если плазма излучает как черное тело, то формула (28.21) переходит в уравнение Саха.

1.2. Ионизация при неравновесных распределениях. Рассмотрим влияние формы функции распределения на степень ионизации и концентрации электронов.

1) Пусть плазма находится в однородном электрическом поле. Если электроны с постоянной скоростью поступают в плазму и с той же скоростью уходят (число частиц сохраняется), и если электроны испытывают большое число упругих столкновений, их энергия распределена по закону Дрьювестейна {1}, [44]:

$$f(W)dW = A \exp(-BW^2) W^{1/2} dW, \quad (28.22)$$

$$B = 0,548/\bar{W}^2, \quad \bar{W} = 0,427 E e_0 \lambda_e (m_g/m_e)^{1/2}, \quad A = 2 \cdot 0,5196/\bar{W}^{1/2}.$$

Здесь  $\bar{W}$  — средняя энергия;  $\lambda_e$  — длина свободного пробега электрона;  $E$  — напряженность электрического поля. Подставляя это распределение в (28.2) — (28.5) и полагая  $e_0 U_Z \gg \bar{W}$ , получим

$$S_{Z+1,Z} = \frac{g_Z}{g_{Z+1}} \frac{\pi^{3/2}}{32} \frac{h^3 e_0^4}{(e_0 U_H)^3 m_e^3} \frac{A^2}{B Z^4}, \quad (28.23)$$

$$S_{Z,Z+1} = \left(\frac{2}{m_e}\right)^{1/2} \pi e_0^4 \frac{A \exp(-B(e_0 U_Z)^2)}{4B^2 (e_0 U_Z)^4}, \quad Q_{Z+1,Z} = \frac{1}{2} a \pi^{1/2} \left(\frac{A}{B^{1/2}}\right) Z^2.$$

Условие, при котором можно отбросить  $S_{Z+1,Z}$ , принимает вид

$$n_e \ll \frac{Q_{Z+1,Z}}{S_{Z+1,Z}} = \frac{16 U_H^2 m_e^3}{\pi h^3 e^2} \frac{g_{Z+1}}{g_Z} Z^6 \frac{B^{1/2} a}{A}. \quad (28.24)$$

Если положить  $\bar{W} = 3/2 kT$ , то для концентрации электронов получим критерий

$$n_e \ll \frac{16 U_H^2 m_e^3 a}{\pi h^3 e^2} \frac{g_{Z+1}}{g_Z} Z^6 (kT)^{1/2} \approx 10^{15} Z^6 T^{1/2}, \quad (28.25)$$

что совпадает с условием (28.18) для максвелловского распределения. Считая, что условие (28.25) выполняется, получим

$$\frac{n_{Z+1}n_e}{n_Z} = n_e \frac{S_{Z,Z+1}}{Q_{Z+1,Z}} = \frac{n_e \pi^{1/2} \exp[-B(e_0 U_Z)^2] e_0^4}{(2m_e)^{1/2} a Z^2 (e U_Z)^4 B^{1/2}}. \quad (28.26)$$

Для удобства сравнения будем считать, что средняя энергия распределения Дрьювестейна равна средней энергии максвелловского распределения, так что  $\bar{W} = 3/2 kT$ . Примем далее

$$T \sim 10^4 \text{ }^\circ\text{K}, \quad g_{Z+1}/g_Z \sim 1, \quad n_e \sim 10^{14} \text{ см}^{-3}, \quad U_Z \sim 10 \text{ в.}$$

В этих условиях, согласно формуле (28.26),  $n_p n_e/n_g \sim 10^3 \text{ см}^{-3}$ , в то время как уравнение Саха (27.26) в этих же условиях дает  $n_p n_e/n_g \sim 10^{16} \text{ см}^{-3}$ , т. е. результаты отличаются на 13 порядков. Это отличие обусловлено тем, что в распределении (28.22) отсутствует «хвост» — число быстрых электронов значительно меньше, чем при максвелловском распределении.

2) В переменном электрическом поле частоты  $\omega$  энергия электронов распределяется по закону [45]

$$f(W) dW = A \exp(-W/kT) W^{1/2} dW, \quad T' = \left(1 + \frac{\alpha}{x'}\right) T, \\ \alpha = \frac{m_g}{12m_e} \left(\frac{e_0 E \lambda_e}{kT}\right)^2, \quad x' = \frac{m_e (\omega \lambda_e)}{2kT}, \quad (28.27)$$

справедливому при условии  $x' \geq \alpha$ . Подставляя это распределение в (28.19), получим

$$\frac{n_{Z+1} n_e}{n_Z} = \frac{\pi n_e (2/m_e)^{1/2} e_0^2 kT' e^{-e_0 U_Z / kT'}}{a U_Z^2}, \quad (28.28)$$

что при прежних значениях параметров плазмы ( $T \sim 10^4$  °K,  $n_e \sim 10^{14}$  см<sup>-3</sup>,  $U_Z \sim 10$  в) дает  $n_p n_e / n_g \sim 10^{13}$  см<sup>-3</sup>. Это на три порядка отличается от того, что получается из закона Саха (27.26). Важно отметить, что правая часть формулы Саха (27.26) не зависит явно от  $n_e$ , в то время как в случае неравновесных распределений (28.26) и (28.28) величина  $n_{Z+1} n_e / n_Z$  прямо пропорциональна  $n_e$ .

Таким образом, при неравновесных функциях распределения формулы типа Саха (см. § 24) могут давать результаты, далекие от действительности. Исходя из такой чувствительности степени ионизации к форме функции распределения электронов, можно, по-видимому, разработать экспериментальные методы определения функций распределения.

**4. Функция распределения электронов в положительном столбе.** Рассмотрим функцию распределения электронов по энергиям в плазме положительного столба с учетом межэлектронных взаимодействий, упругих соударений с атомами и неупругих соударений I и II рода. При этом интервал энергий электронов удобно разделить на две области: область I (от нуля до энергии возбуждения первого уровня  $E_1$ ) и область II (от энергии возбуждения первого уровня и выше).

В области I вид функции распределения определяют межэлектронные соударения и упругие соударения электронов с атомами. Влиянием неупругих ударов I и II рода на функцию распределения в области I можно пренебречь.

Кинетическое уравнение в области I имеет вид

$$\frac{e_0 E}{m_e} \frac{\partial f_e}{\partial c} = \left(\frac{\delta f_e}{\delta t}\right)_{\text{упр}} + \left(\frac{\delta f_e}{\delta t}\right)_{ee}. \quad (28.29)$$

Если искать функцию распределения в виде

$$f_e(c) = f_{e0}(c) + f_{e1}(c) \cos \varphi, \quad (28.30)$$

то получается система уравнений для определения  $f_{e0}$  и  $f_{e1}$ . Если считать, что основным процессом в области I являются межэлектронные соударения, то решение для  $f_{e0}$  имеет вид [46]

$$f_{e0}(u) = \exp \left\{ - \int_0^u \frac{v_{ee} A(V\bar{x}) + v_{eg} \frac{x^2}{\tilde{\lambda}(x)}}{v_{ee} A(V\bar{x}) + v_{eE} \tilde{\lambda}(x) x} dx \right\} \times \\ \times \left\{ C_1 + C_2 \int_0^u \frac{dz}{1 + \frac{v_{eE}}{v_{ee}} \tilde{\lambda}(z) z} \exp \left[ \int_0^z \frac{v_{ee} A(V\bar{x}) + v_{eg} \frac{x^2}{\tilde{\lambda}(x)}}{v_{ee} A(V\bar{x}) + v_{eE} \tilde{\lambda}(x) x} dx \right] \right\}. \quad (28.31)$$

Здесь

$$u = \frac{m_e c^2}{2kT_e}, \quad v_{eg} = \frac{m_e}{m_g} \frac{\sqrt{2kT_e/m_e}}{\lambda_0}, \quad v_{eE} = \frac{1}{6} \left( \frac{e_0 E \lambda_0}{kT_e} \right)^2 \frac{\sqrt{2kT_e/m_e}}{\lambda_0},$$

$$v_{ee} = \frac{4\pi e_0^4 n_e}{m_e^2 (2kT_e/m_e)^{3/2}} \ln \Lambda, \quad \Lambda = \frac{k^{3/2} T_e T^{1/2}}{e_0^3 n_e^{1/2}}, \quad A(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[ \int_0^x e^{-y^2} dy - x e^{-x^2} \right],$$

$$\tilde{\lambda}(u) = \frac{\lambda(u)}{\lambda_0} = \lambda(u) \frac{v_{eg}}{\sqrt{\frac{2kT_e}{m_e} \frac{m_e}{m_g}}}; \quad (28.32)$$

$\lambda(u)$  — длина свободного пробега относительно передачи импульса. Параметры  $v$  имеют размерность частот, и их величина определяет влияние соответствующего процесса на вид функции распределения;  $C_1$  и  $C_2$  — константы интегрирования. Если можно пренебречь неупругими процессами, то  $C_2 = 0$ ; в таком виде  $f_{e0}(u)$  была получена в работе [47]. При больших  $u$  функция распределения  $f_{e0}(u)$  может заметно отличаться от максвелловской уже в области I.

В области II неупругие соударения электронов с атомами играют решающую роль [48]. Кинетическое уравнение в этой области имеет вид

$$\frac{e_0 E}{m_e} \frac{\partial f_e}{\partial c} = \left( \frac{\delta f_e}{\delta t} \right)_{\text{упр}} + \sum \left( \frac{\delta f_e}{\delta t} \right)_{k \text{ неупр}} + \left( \frac{\delta f_e}{\delta t} \right)_{ee}. \quad (28.33)$$

Величина  $(\delta f_e / \delta t)_{k \text{ неупр}}$  представляет собой разность между числом электронов, уходящих из объема фазового пространства, соответствующего скорости  $c$ , и числом электронов, приходящих в элемент объема  $d\Omega$  из объема  $d\Omega'$ , соответствующего скорости  $c'$ , причем  $m_e c^2 / 2 = m_e c'^2 / 2 + E_k$ , где  $E_k$  — энергия возбуждения  $k$ -го уровня.

Аналогично тому, как вычисляется член  $(\delta f / \delta t)_{\text{упр}}$  (см. {1}), можно получить, используя принцип детального равновесия:

$$\left( \frac{\delta f_e}{\delta t} \right)_{k \text{ неупр}} = c S_{0k}(c) \left[ n_0 f_{e0}(c) - \frac{g_0}{g_k} n_k f_{e0}(c') \right] + \cos \varphi \left[ c S_{0k}(c) n_0 f_{e1}(c) - \right. \\ \left. - 2\pi \frac{g_0}{g_k} c n_k f_{e1}(c') \int_0^\pi \sigma_{0k}(c, \varphi) \cos \varphi \sin \varphi d\varphi \right], \quad (28.34)$$

где  $S_{0k}$  и  $\sigma_{0k}(c, \varphi)$  — полное и дифференциальное сечения неупругих соударений с возбуждением уровня  $k$ ;  $n_0$  и  $n_k$  — концентрации нормальных атомов и атомов в состоянии  $k$ ;  $g_0$  и  $g_k$  — статистические веса соответствующих уровней. Если принять  $A(\sqrt{m_e / 2kT_e} c) \approx 1$ , что с большой степенью точности выполняется в области II, и пренебречь влиянием неупругих ударов на направленную часть функции распределения \*), для  $f_{e0}$  получим уравнение вида

$$\frac{1}{c^2} \frac{d}{dc} \left[ \frac{m_e c^4}{m_g \lambda(c)} f_{e0} + \frac{e_0 E^2 c \lambda(c)}{3m_e^2} \frac{df_{ee}}{dc} \right] + \frac{1}{c^2} \frac{d}{dc} \left[ c^2 v_{ee}(c) \left( \frac{kT_e}{m_e} \frac{df_{e0}}{dc} + c f_{e0} \right) \right] - \\ - \sum_k c S_{0k}(c) \left[ n_0 f_{e0}(c) - \frac{g_0}{g_p} n_k f_{e0}(c') \right] = 0. \quad (28.35)$$

\*) Это справедливо во всех случаях, когда неупругое сечение значительно меньше упругого (например, в инертных газах). Однако для некоторых газов (например, для Hg) такое пренебрежение незаконно.

Уравнение (28.35) необходимо дополнить уравнениями баланса для концентраций возбужденных атомов  $n_k$  и определять  $f_{e0}$  и  $n_k$  совместно из такой системы уравнений. Решение этой довольно сложной задачи может быть упрощено, если:

а) влияние ударов II рода на функцию распределения мало (это имеет место, например, в инертных газах);

б) влиянием поля и упругими столкновениями электронов с атомами можно пренебречь по сравнению с межэлектронными взаимодействиями. Если при этом  $k$  нижних уровней разрушаются в основном за счет ударов II рода, заселенность на этих уровнях будет бальцовановской, а функция распределения — максвелловской вплоть до энергий, соответствующих началу возбуждения более высоких уровней. Этот случай может осуществляться, например, в парах металлов [49].

Рассмотрим случай а) — положительный столб в инертном газе. Решение уравнения (28.35) можно представить в форме [50]

$$f_{e0}(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} n_e \left( \frac{m_e}{2kT_e} \right)^{3/2} V(u) \left[ c + \int_{u_1}^u \frac{du}{V^2(u)} \int_u^\infty V(u) R(u) du \right] e^{-\frac{1}{2} \int_{u_1}^u p(u) du}. \quad (28.36)$$

Здесь

$$V(u) \approx Q^{-1/4} \exp \left( - \int_{-b}^u Q^{1/2}(x) dx \right) \text{ при } u \geq (2v_{ee}/v_{eg}^*)^{1/2},$$

$$Q(u) = \frac{v_{eg}^*}{2v_{ee}} \frac{u}{\tilde{\lambda}^*(u) \left[ 1 + \frac{v_{eE}}{v_{ee}} u \tilde{\lambda}(u) \right]} + \frac{1}{4} \left[ \frac{v_{ee} + v_{eg} \left( -\frac{u^2}{\tilde{\lambda}(u)} \right)}{v_{ee} + v_{eE} u \tilde{\lambda}(u)} \right], \quad (28.37)$$

$$b = \frac{1}{4a^2} \left( 1 + \frac{v_{eg}}{v_{ee}} \cdot \frac{u_1^2}{\tilde{\lambda}(u_1)} \right)^2 / \left( 1 + \frac{v_{eg}}{v_{ee}} u_1 \tilde{\lambda}(u_1) \right)^2,$$

$$a^2 = \frac{v_{eg}^*}{2v_{ee}} \frac{u_1}{\left[ 1 + \frac{v_{eE}}{v_{ee}} u_1 \tilde{\lambda}(u_1) \right]}, \quad p(u) = \frac{1 + \frac{v_{eg}}{v_{ee}} \frac{u^2}{\tilde{\lambda}(u)}}{1 + \frac{v_{eE}}{v_{ee}} u \tilde{\lambda}(u)},$$

$u_1 = \frac{m_e c_1^2}{2kT_e}$  соответствует порогу возбуждения; величина  $\tilde{\lambda}^*(u)$  имеет смысл безразмерной длины свободного пролета электрона относительно неупругих соударений и определяется соотношениями

$$\tilde{\lambda}^*(u) = \frac{1}{\lambda_0^*} \left[ n_0 \sum_k S_{0k}(u) \right]^{-1}, \quad \lambda_0^* = \frac{1}{v_{eg}^*} \sqrt{\frac{2kT_e}{m_e}}, \quad (28.38)$$

где  $v_{eg}^*$  — частота неупругих столкновений. Величины, не отмеченные звездочкой, по-прежнему относятся к процессам, связанным с передачей импульса.

При возрастании концентрации электронов распределение (28.36) переходит в максвелловское. Это следует из того, что отношения  $v_{eg}/v_{ee}$ ,  $v_{eg}/v_{ee}$  стремятся к нулю при увеличении  $n_e$ . Тогда  $Q \rightarrow 1/4$ ;  $p(u) \rightarrow 1$ ,  $b \rightarrow \infty$ . Легко видеть, что при этом  $f_{e0}(u) \rightarrow e^{-u}$ . При небольших токах, когда концентрация электронов мала, отношение частот  $v_{eg}^*/2v_{ee}$  велико, и функция

распределения в области порога возбуждения и выше будет спадать гораздо быстрее, чем максвелловская. Для того чтобы функция распределения была близкой к максвелловской, необходимо, чтобы параметр  $v_{eg}^*/2v_{ee}$  был достаточно мал.

Таким образом, столкновения электронов друг с другом способствуют установлению равновесного распределения, в то время как упругие и неупругие соударения электронов с атомами газа ведут к нарушению этого распределения. Введя эффективное сечение взаимодействия электронов с атомами  $s_{eg}^*$  и «коэффициент неупругости»  $\delta$  \*), критерий близости распределения электронов к равновесному (максвелловскому) можно записать в виде

$$n_e s_{ee}^* \gg \delta (2m_e/m_g) n_g s_{eg}^*. \quad (28.39)$$

Например, в плазме положительного столба дуги в инертных газах ( $T_e \sim 10^4$  °K;  $m_e/m_g = (10^{-5} \div 10^{-4})$ ;  $s_{ee}^* \sim 10^{-14}$  см<sup>2</sup>;  $s_{eg}^* \sim 10^{-15}$  см<sup>2</sup>;  $\delta \sim 10$ ) критерий достижения электронами равновесного распределения сводится к условию  $n_e/n_g \gtrsim 10^{-4}$ . При атмосферном давлении в этих условиях  $n_g \sim 10^{13}$  см<sup>-3</sup>, т. е. электроны распределяются по Максвеллу лишь при  $n_e \gtrsim 10^{14}$  см<sup>-3</sup>. При этом максвелловская форма распределения приблизительно сохраняется вплоть до энергий электронов

$$E_e^* \sim \left( \frac{v_{ee}}{\delta v_{eg}} \frac{m_e^2}{2} \right)^{1/2}. \quad (28.40)$$

Для приведенного выше примера плазмы дуги в инертных газах это составит  $E_e^* \approx 20$  эв.

При больших энергиях электронов отклонения от максвелловского распределения увеличиваются (в сторону уменьшения числа быстрых электронов), и функция распределения спадает быстрее, приближаясь постепенно к дрювстейновской, т. е.

$$f_e(c) \rightarrow C_1 \exp[-C_2 (mc_e^2/E\lambda_e)^2], \quad (28.41)$$

а при еще больших энергиях электронов ( $E_e \gtrsim 10^2$ ) проявляется эффект «убегания» электронов (см. [52—54]). Плазму, в которой выполняется условие (28.39), т. е. межэлектронные столкновения играют главную роль, можно назвать «сильно ионизованной», хотя степень ионизации в такой плазме может быть относительно небольшой (в примере плазмы инертных газов критерий сильной ионизации (28.39) выполняется при  $x_e \gtrsim 10^{-4}$ ). В противоположном случае слабо ионизованной плазмы, когда межэлектронные столкновения несущественны по сравнению со столкновениями электрон — атом,

\*) Коэффициент  $\delta$  определяется долей энергии, передаваемой в среднем электроном при столкновении с тяжелой частицей. При чисто упругих столкновениях (например, в слабо ионизованном газе при сравнительно невысокой температуре электронов  $T_e \sim 10^3$  °K  $\sim 10^{-1}$  эв) величина  $\delta \sim 1$ . Если становятся возможными (с ростом  $T_e$ ) неупругие соударения (возбуждение вращательных, колебательных, электронных уровней, ионизация), то средняя доля передаваемой электроном энергии растет и коэффициент неупругости  $\delta > 1$  (см., например, [51], где  $\delta \approx 20$ ).

В молекулярных газах величина  $\delta \sim 10$ , т. е. значительно выше, чем в одноатомных. При резком увеличении ионизации неупругие потери возрастают ( $\delta \gtrsim 10^2$ ); при дальнейшем росте  $T_e$  величина  $\delta$  снова уменьшается, приближаясь к единице, и при полной ионизации атомов газа по-прежнему  $\delta \sim 1$ . Коэффициент  $\delta$  может быть рассчитан теоретически (см., например, [30, 37—40]). Значения  $\delta$  завуабулированы в [11], однако надо иметь в виду, что эти величины взяты, как правило, из экспериментов с низкой концентрацией электронов, когда функция распределения могла сильно отличаться от равновесной. Поэтому эти значения  $\delta$  следует с осторожностью применять к случаям с высокими значениями  $n_e$ .

т. е. выполняется условие, противоположное (28.39), отклонения от равновесного распределения могут быть довольно велики, особенно в области высоких энергий (выше первого потенциала возбуждения). В этих условиях «нехватки» быстрых электронов роль прямой ионизации мала по сравнению с ролью ступенчатой ионизации [41]. При этом, как показано в пп. 1—3, использование равновесных уравнений ионизации в этих условиях может привести к значительным ошибкам. С уменьшением внешнего электрического поля  $E_{ex}$  распределение электронов в слабо ионизованной плазме будет приближаться к максвелловскому, и при условии  $E_{ex} \ll E_{in}$ , где  $E_{in} = 3kT_e m_e \nu_e^* \delta / e_0 m_g c_m$  («внутреннее поле») [III.4], функция распределения мало отличается от равновесной.

Что касается функции распределения тяжелых частиц, то равновесное распределение может быть нарушено из-за неупругих взаимодействий тяжелых частиц друг с другом или же в результате химических реакций с энергией активации, превышающей  $kT_g$  [55]. Одновременно эти же механизмы ведут к отклонению распределения заселенностей вращательных и колебательных уровней молекул от максвелловского (см. [IV.16]). Если подобных аномалий в спектре молекул нет, то, по-видимому, можно считать, что отклонения распределений тяжелых частиц от равновесного незначительны. Например, в работе [2] в экспериментах с плазмой дуги в инертных газах при  $p \sim 1$  атм и токах  $i = 1-10^2$  а такие аномалии в спектре молекул примеси (CN) полностью отсутствовали, откуда можно сделать вывод о близости функции распределения тяжелых частиц к максвелловской.

## § 29. Характеристики положительного столба

1. Распределение температуры и электропроводности плазмы в положительном столбе. Как показано в § 27, в плазме положительного столба электрических дуг высокого давления ( $p \gtrsim 1$  атм) с большими плотностями тока, обеспечивающими достаточно высокие концентрации электронов, даже в атмосфере инертных газов (в Ar при  $n_e \gtrsim 5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  и токе  $i \gtrsim 10$  а, в He при  $n_e \gtrsim 3 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$  и токе  $i \gtrsim 10^2$  а) все температуры частиц и процессов возбуждения и ионизации сравниваются, по крайней мере в центральных областях положительного столба, и состояние плазмы в этих областях близко к равновесному. При этом небольшие примеси паров металлов ( $\gtrsim 1\%$  от общей концентрации атомов) резко приближают момент наступления равновесия, а при концентрации металлической примеси  $\gtrsim 10\%$  из-за больших сечений атомов примеси (на два порядка превышающих сечения атомов инертных газов) состояние плазмы целиком определяется атомами металла, и равновесие наступает при гораздо меньших токах и концентрациях электронов. В дальнейшем мы будем рассматривать дуги, в которых выполняются условия равновесия (по крайней мере, в центральных областях положительного столба).

Для приближенного описания процессов в положительном столбе таких дуг можно рассматривать плазму столба как квазиизотермическую, свойства которой определяются ее давлением и температурой. При этом, в отличие от изотермической плазмы, в которой всюду  $\text{grad } T \approx 0$  (см. гл. IV), в квазиизотермической плазме температура может меняться от точки к точке, однако в каждой точке сохраняется локальное равновесие с одной и той же равновесной температурой для всех частиц и процессов.

Что касается давления в такой плазме, то оно подчиняется закону Дальтона, т. е.  $\sum_{\alpha} p_{\alpha} = kT \sum_{\alpha} n_{\alpha}$ , где  $p_{\alpha}$  — парциальное давление частиц  $\alpha$  ( $\alpha = e, p, g$ ). Однако в реальной дуге в результате сжимающего действия маг-

нитного поля тока дуги (см. гл. XII) давление в столбе может несколько увеличиться (пинч-эффект):

$$\Delta p \sim i^2 / \pi r_*^2 c_0^2. \quad (29.1)$$

Здесь  $i$  — ток дуги;  $r_*$  — некоторый эффективный радиус столба, определяющий сечение, через которое протекает основная часть тока, и зависящий, вообще говоря, от рода газа (см. ниже). Приняв  $r_* \sim 1$  см и  $i \sim 10^2$  а, получим при давлении  $p \sim 1$  атм, что отношение  $\Delta p/p \sim 10^{-4}$ . Поэтому влиянием пинч-эффекта на давление в плазме положительного столба при  $p \gtrsim 1$  атм и токах  $i \lesssim 10^3$  а можно пренебречь.

Несколько более существенным может оказаться влияние радиальных потоков тепловой энергии в столбе дуги, которые могут создать дополнительное давление [56]

$$\Delta p \sim \chi T / \bar{c} r_*. \quad (29.2)$$

Здесь  $\chi$  — коэффициент теплопроводности;  $\bar{c}$  — средняя тепловая скорость. При температуре газа  $T \sim 10^4$  °К величина  $\chi \sim 10^5$  г·см/сек<sup>3</sup> в Аг и  $\chi \sim 10^6$  г·см/сек<sup>3</sup> в Не (см. § 19). Если принять  $r_* \sim 1$  см, то относительное изменение давления из-за тепловых потоков составит  $\Delta p/p \lesssim 10^{-2}$ . Если точность, с которой измеряется температура или концентрация частиц в плазме, не выше 10%, то влиянием тепловых потоков на давление в положительном столбе можно пренебречь.

При достаточном расстоянии между электродами дуги («длинная дуга») можно считать, что положительный столб в продольном направлении однороден. Эта однородность резко нарушается лишь при переходе в анодную и катодную области. При этом, в отличие от центральных областей положительного столба, в этих переходных зонах (так же как, по-видимому, и в непосредственной близости к электродам) отклонения от равновесия усиливаются с ростом тока, несмотря на увеличение концентрации электронов. Протяженность переходных зон, в которых плазма, по-видимому, при любых токах остается неравновесной, зависит от рода газа, в котором горит дуга. Если в воздухе и парах металлов протяженность этих зон невелика ( $\sim 0,1 \div 0,3$  см), то в инертных газах переходные зоны могут занимать заметную часть дуги (до  $1,5 \div 2$  см).

На рис. 5.4 показано продольное распределение концентрации электронов в аргонной дуге [57]. Возрастание концентрации электронов в переходных зонах (почти на порядок) свидетельствует о соответствующем увеличении ионизационной температуры в этих областях (приблизительно на  $(1,5 \div 2) \cdot 10^3$  °К). Протяженность переходных неравновесных зон не зависит от общей длины дуги (кроме случаев «короткой дуги», когда расстояние между электродами меньше или порядка максимальной суммарной длины переходных зон). Поэтому в достаточно длинных дугах ( $l \gtrsim 3$  см) центральные области положительного столба можно считать однородными по длине и рассматривать распределение характеристик плазмы лишь по сечению столба.

Прежде всего рассмотрим распределение температуры по сечению положительного столба, от которого в условиях локального термического равновесия зависят распределения и других параметров плазмы (концентраций заряженных и нейтральных частиц, электропроводности, интенсивностей спектральных линий и фона и др.).

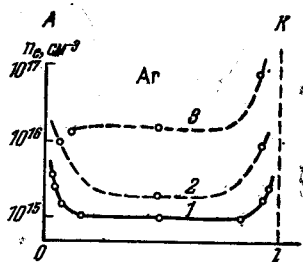


Рис. 5.4. Продольное распределение концентрации электронов на оси положительного столба в аргонной дуге.

1 —  $i = 4$  а; 2 —  $i = 35$  а; 3 —  $i = 200$  а.

Температура плазмы определяется балансом процессов выделения и потери тепла в ней. Единственный источник нагрева газа в дуге — это протекающий по нему ток \*), выделяющий в каждом элементе объема  $dV$  положительного столба мощность  $dP = jE_z dV$ . Эта мощность расходуется на нагрев газа и на излучение. В установившемся режиме она равна сумме потерь тепла путем теплопроводности ( $dP_x$ ), конвекции ( $dP_c$ ) и излучения ( $dP_{\text{ж}}$ ).

$$dP = jE_z dV = dP_x + dP_c + dP_{\text{ж}}. \quad (29.3)$$

Конвекционные движения газа в дуге высокого давления всегда существуют. В горизонтальной дуге, горящей в открытом воздухе, они вызывают изгиб столба дуги, обусловивший ее форму, давшую дуге ее название. Но даже в закрытом сосуде при вертикальном расположении дуги имеет место конвекция: подъем газа в центральной части трубки и опускание вдоль стенок. Ее можно сделать видимой и сфотографировать с помощью твердых частиц, накаливаемых дугой [58, 59]. Однако роль конвекции в тепловом балансе столба дуги в этом случае невелика. Эленбаас оценивает ее в конкретном примере (дуга в парах Hg, диаметр трубки  $2R = 3,3$  см,  $l = 15,5$  см, количество Hg  $\sim 11,5$  мг/см, мощность  $\sim 4 \cdot 10^2$  вт) и находит, что из 23 вт/см конвекцией отводится всего 0,7 вт/см \*\*), тогда как на теплопроводность приходится  $\sim 10$  вт/см, а на излучение —  $\sim 12$  вт/см.

Для проверки роли конвекции в тепловом балансе дуги Кенти произвел прямой опыт, состоявший в измерении анодного напряжения дуги в двух случаях: в неподвижной лампе и в лампе, свободно падающей (где конвекция отсутствует) [60]. Разница в анодном напряжении лампы в обоих случаях была менее 1%. Поэтому в уравнении баланса (29.3) членом  $dP_c$  можно пренебречь.

Предположим, что столб дуги и все его параметры обладают цилиндрической симметрией. Представим в уравнении (29.3) все члены в виде функций радиуса-вектора точки  $r$  и температуры в ней. В левой части равенства  $j(r) = n_e(r) e_0 b_e E_z$  (ионным током пренебрегаем). В обычных дугах степень ионизации газа  $x_e \ll 1$ ; принимая, что имеет место максвелловское распределение электронов по скоростям (см. § 28), можно использовать уравнение Саха, представив его в виде

$$n_e = C_1 p^{1/2} T^{1/2} \exp(-e_0 U_i / 2kT), \quad C_1 = 1,6 \cdot 10^4 \sqrt{g_p / g_g}. \quad (29.4)$$

Подвижность электронов

$$b_e \approx \frac{e_0}{m_e \nu_e^*} = C_2 p^{-1} T^{1/2}, \quad C_2 = \frac{e_0}{s_e} \sqrt{k / 3m_e}.$$

Следовательно,

$$j(r) = C_3 E_z p^{-1/2} T^{1/2} \exp(-e_0 U_i / 2kT), \quad C_3 = e_0 C_1 C_2. \quad (29.5)$$

Если столб разделить на элементы единичной длины с сечением  $2\pi r dr$ , то

$$dP = 2\pi r dr C_3 E_z^2 p^{-1/2} T^{1/2} \exp(-e_0 U_i / 2kT). \quad (29.6)$$

\*) Мы не рассматриваем здесь случаев дуг в газовых смесях, сопровождающихся химическими реакциями с выделением тепла.

\*\*) С учетом несколько больших конвекционных потерь у нижнего электрода лампы, где происходит нагревание холодного газа, поступающего от стенок, эта величина возрастает до 1,6 вт/см.

Мощность, теряемая таким элементом путем теплопроводности,

$$dP_x = d \left[ 2\pi r \chi(T) \frac{dT}{dr} \right] = 2\pi \frac{d}{dr} \left[ r \chi(T) \frac{dT}{dr} \right] dr, \quad (29.7)$$

где  $\chi(T)$  — коэффициент теплопроводности плазмы — есть функция температуры (см. § 19).

Наконец, мощность, излучаемую рассматриваемым элементом объема, можно определить, пренебрегая самопоглощением (реабсорбцией) излучения, как сумму энергий фотонов, излучаемых возбужденными атомами в этом элементе:

$$dP_{\mathcal{R}} = 2\pi r dr \sum_k n_k e_0 U_k A_k, \quad (29.8)$$

где  $k$  означает порядковый номер возбужденного уровня,  $n_k$  — концентрацию атомов, возбужденных до  $k$ -го уровня,  $U_k$  — соответствующий потенциал возбуждения,  $A_k \sim 1/\tau_k$  — вероятность излучения в единицу времени,  $\tau_k$  — продолжительность существования соответствующего возбужденного состояния. В состоянии термического равновесия концентрация возбужденных атомов распределяется согласно закону Больцмана (27.3). Заменив для упрощения различные возбужденные уровни одним эквивалентным уровнем с эффективным потенциалом возбуждения  $U^*$ , относительным статистическим весом  $g^*$  и вероятностью излучения  $A^*$ , напомним

$$\begin{aligned} dP_{\mathcal{R}} &= 2\pi dr e_0 n_0 A^* U^* g^* \exp(-e_0 U^*/kT) = \\ &= 2\pi r dr C_4 p T^{-1} \exp(-e_0 U^*/kT), \quad C_4 = \frac{e_0}{k} A U^* g^*. \end{aligned} \quad (29.9)$$

Подставляя (29.6), (29.7) и (29.9) в (29.3) и сократив на  $2\pi r dr$ , найдем

$$C_3 E_z^2 p^{-1/2} T^{1/2} \exp\left(-\frac{e_0 U_i}{2kT}\right) = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \chi \frac{dT}{dr} \right) + C_4 p T^{-1} \exp\left(-\frac{e_0 U^*}{kT}\right). \quad (29.10)$$

Это дифференциальное уравнение, определяющее  $T$  как функцию  $r$  в положительном столбе высокого давления, называется *уравнением Эленбааса*. В этом уравнении  $\chi(T)$  должна быть задана как известная функция  $T$ . Давление газа  $p$  также предполагается известным. В запаянных трубках (лампах) с заданным количеством газа («дозированные лампы») вместо  $p$  фиксирована другая величина:  $m_1$  — количество (масса) газа на единицу длины трубки. Величины  $m_1$  и  $p$  связаны между собой соотношением

$$m_1 = \int_0^R \rho 2\pi r dr = \frac{2\pi m_g}{k} p \int_0^R \frac{r dr}{T(r)} = \frac{2\pi m_g}{k} R^2 p \int_0^1 \frac{x dx}{T(x)}. \quad (29.11)$$

Давление газа в запаянных трубках постоянно во всей трубке, но, в отличие от  $m_1$ , может меняться при изменении режима дуги (например, силы тока). Поэтому можно рассматривать уравнение (29.10) либо с параметром  $p$ , либо не вводить его вовсе и заменить концентрацию атомов  $n_g$  в каждой точке величиной  $C' = n_g \frac{T}{m_1}$ . Имеем

$$2\pi m_g \int_0^R n_g r dr = 2\pi m_g C' m_1 \int_0^R \frac{r dr}{T(r)} = m_1, \quad (29.12)$$

откуда

$$C' = \frac{1}{2\pi m_g \int_0^R r dr / T(r)}. \quad (29.13)$$

Это несколько (не очень существенно) изменит вид уравнения (29.10). После того как решение найдено, его необходимо нормировать: в первом случае — с помощью соотношения (29.11), во втором случае — с помощью (29.13). Нормировка становится излишней, если давление  $p$ , устанавливающееся в трубке, определяется как-либо иначе (например, из опыта \*).

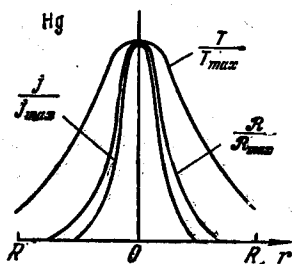


Рис. 5.5. Распределение относительной температуры, относительной плотности тока и относительной яркости свечения (желтая линия ртути,  $\lambda = 5780 \text{ \AA}$ ) по сечению положительного столба ртутной дуги, горящей в трубке радиуса  $R$ .

Крайевые условия, которым должна удовлетворять  $T(r)$ , таковы: а) на оси трубки  $T$  конечно; кроме того, в силу осевой симметрии столба  $dT/dr = 0$ ; б) у стенок трубки (при  $r = R$ )  $T = T_w$  (температура стенок). Последняя определяется условиями теплообмена трубки с внешней средой. В случае дуги, горящей в открытом пространстве, это условие заменяется через  $T = T_{ex}$  при  $r \rightarrow \infty$ ; однако это требование не определяет однозначно решения уравнения (29.10) (см. § 31).

Уравнение (29.10) проинтегрировано численно в упрощающем предположении, что коэффициент теплопроводности  $\chi$  не зависит от температуры в [61—64] и в несколько более точном приближении ( $\chi = \chi_0 T^\alpha$ ) — в [65—67]; в этих работах принято  $\alpha \approx 0,82$ . Это приближение также неточно и допустимо только в ограниченных пределах изменения температуры (см. § 19). Однако вычисленное этим путем распределение температур, вероятно, близко к действительному распределению в столбе дуги, стабилизированной стенками.

В качестве примера приводим на рис. 5.5 распределение  $T$  в столбе дуги в Hg при  $p \sim 1 \text{ атм}$ , вычисленное в работе [32] в предположении  $E = \text{const}$  в сечении столба. Так как температурой в этих условиях определяется и проводимость газа, и плотность излучения в нем, то на том же графике показано также распределение плотности тока  $j(r)$  и яркости излучения  $\mathcal{R}(r)$ . Оказывается, что  $\sim 99,4\%$  тока проходит через область, где  $T \geq 0,67 T_{\max}$ , и  $\sim 99,9\%$  излучения приходится на ту же область \*\*). Следовательно, проводящая и светящаяся зоны столба дуги гораздо уже, чем нагретая область. Крутым спаданием  $\mathcal{R}(r)/\mathcal{R}_{\max} = j(r)$  объясняются, в частности, сравнительно резкие видимые очертания канала дуги.

При увеличении тока «световой радиус» дуги  $r_{\mathcal{R}}$  растет — сначала быстро, а затем его рост замедляется. На рис. 5.6 штриховой линией изображена зависимость светового радиуса положительного столба дуги в аргоне от силы тока при  $p \sim 1 \text{ атм}$  [2] \*\*\*).

\*) В опытах Эленбааса в лампах помещалось разное дозированное количество ртути. При работе лампы стенки разогревались и в зависимости от создавшегося внутри давления (больше или меньше атмосферного) трубка либо несколько раздувалась, либо сжималась. Так определялась масса, при которой давление равнялось атмосферному.

\*\*) Кривая  $\mathcal{R}(r)$  на рис. 5.5 соответствует желтой линии ртути ( $\lambda = 5780 \text{ \AA}$ ). Вообще говоря, для различных излучателей в одних и тех же условиях скорость спада кривой яркости излучения может быть различной.

\*\*\*) Световой радиус положительного столба в данном случае измерен по излучению линий Ag I.

При токах  $i < 20$  а положительный столб довольно однороден по длине и цилиндрически симметричен. Когда ток достигает значения  $i \approx 20$  а, резко стягиваются (контрагируют) области столба, прилежащие к электродам. При этом анодное окончание столба отделяется от анода темным пространством, в то время как катодная зона столба вплотную примыкает к катоду. Если ток растет еще более, то вблизи катода появляется плазменный диск, образованный встречными потоками плазмы из области перетяжек у обоих электродов. Эти потоки плазмы вызваны повышением давления в области перетяжек, обусловленным электромагнитными силами (пинч-эффект) [68] и в еще большей мере реактивными термическими силами [56]. Далее плазменный диск смещается к аноду, так как мощность катодного потока плазмы растет быстрее, и при  $i \approx 50$  а, достигнув анода, диск исчезает. При этом почти исчезает также сужение столба у анода, но анодное темное пространство сохраняется. Как было уже отмечено, световой радиус соответствует границе центральной зоны положительного столба, внутри которой температура плазмы весьма близка к максимальной, отличаясь от нее не более чем на 10–30%. Например, световой радиус положительного столба дуги в смеси  $\text{Ag} + \text{H}_2$  при  $i = 50$  а ( $p = 1$  атм) составляет  $r_{\text{св}} \approx 0,4$  см, что соответствует границе области, внутри которой температура  $T \geq 0,8T_{\text{max}}$  (рис. 5.7.).

Аналогично световому ведет себя и «электронный радиус» положительного столба — концентрация заряженных частиц, как и следует ожидать,

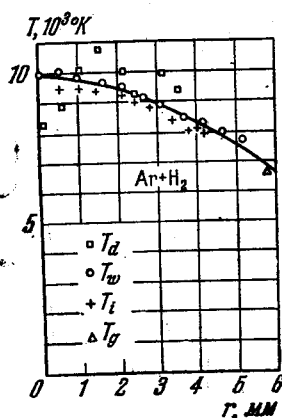


Рис. 5.7. Распределение температуры по свечению положительного столба дуги, горящей в смеси  $\text{Ag} + \text{H}_2$  при  $i = 50$  а.

Сплошная линия проходит через средние значения  $T$ .

а их максимум — к единице, то экспериментальные точки, соответствующие различным режимам горения дуги, группируются весьма близко друг от друга

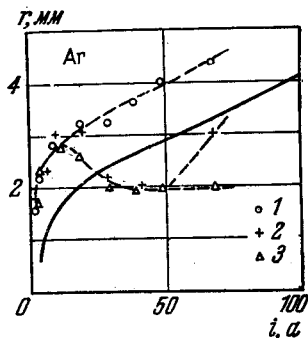


Рис. 5.6. «Радиус проводимости»  $r_{1/2}$ , определяемый соотношением  $\sigma(r_{1/2}) = 1/2 \sigma(0)$  (сплошная линия) и «световой радиус»  $r_{\text{св}}$  (штриховые линии) в зависимости от силы тока  $i$  в аргонной дуге.

1 — середина положительного столба; 2 — область дуги, прилегающая к аноду; 3 — прикаточная область.

также спадает значительно быстрее температуры. Это отчетливо видно из рис. 5.8, на котором представлены радиальные распределения концентрации электронов в положительном столбе дуги в смеси  $\text{Ag} + \text{H}_2$  при различных силах тока и  $p = 1$  атм. Например, при токе  $i = 40$  а электронный радиус  $r_e \approx 0,3$  см, что соответствует температуре  $T \sim 0,9 \cdot 10^4$  К, в то время как максимальная температура на оси столба составляет  $T_{\text{max}} \approx 1 \cdot 10^4$  К. При больших токах концентрация электронов быстрее спадает на границе, мало изменяясь в центральных областях столба — см., например, кривую на рис. 5.8, соответствующую току  $i = 2 \cdot 10^2$  а.

В соответствии с изменением концентрации электронов изменяется и электропроводность плазмы. На рис. 5.9 представлены радиальные распределения электропроводности плазмы в столбе дуги, горящей в смеси  $\text{Ag} + \text{H}_2$ . Эти радиальные распределения электропроводности обладают замечательным свойством: их форма не зависит от режима горения дуги. В самом деле, если эти распределения пронормировать к одной и той же полуширине,

(рис. 5.10). На оси абсцисс отложены значения относительного радиуса  $R_r = r/r_{1/2}$ , где  $r_{1/2}$  — расстояние от оси дуги, на котором проводимость плазмы падает вдвое [ $\sigma(r_{1/2}) = \sigma(0)/2$ ]. На оси ординат — относительная электропроводность  $R_\sigma(R_r) = \sigma(r)/\sigma(0)$ . Функция  $R_\sigma(R_r)$  спадает очень

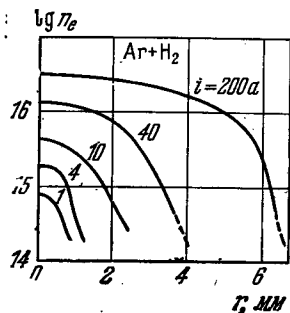


Рис. 5.8. Распределение концентрации электронов по сечению положительного столба дуги в смеси  $\text{Ar} + \text{H}_2$  (5%) при разных  $i$ .

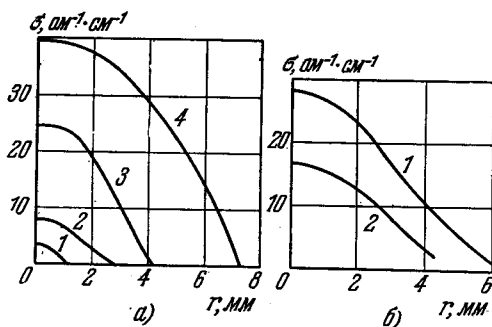


Рис. 5.9. Распределение электропроводности плазмы положительного столба дуги, горящей в смеси  $\text{Ar} + \text{H}_2$ .

а) 5%  $\text{H}_2$  при  $i = 4a(1)$ ,  $10a(2)$ ,  $40a(3)$  и  $200a(4)$ ;  
б) 1%  $\text{H}_2$  при  $i = 50a(1)$  и 20%  $\text{H}_2$  при  $i = 50a(2)$ .

быстро с ростом  $R_r$  и может быть аппроксимирована некоторой экспонентой. Хорошие результаты дает функция

$$R_\sigma(R_r) = \exp(-R_r^a \ln 2) \quad \text{при} \quad a = e \quad (29.14)$$

— см. штриховую кривую на рис. 5.10, вокруг которой довольно тесно группируются экспериментальные точки [2]. Эта формула, хотя и является эмпирической, не содержит, однако, неопределенных коэффициентов, что позволяет использовать ее для определения распределений электропроводности в положительном столбе \*).

Для того чтобы вычислить величину  $r_{1/2}$ , можно воспользоваться соотношением, связывающим силу тока в дуге  $i$  с напряженностью электрического поля в положительном столбе и электропроводностью на оси столба  $\sigma(0)$ :

$$i \approx 2\pi r_{1/2}^2 \sigma(0) E \int_0^{R_r^*} R_\sigma(R_r) R_r dR_r \approx 1,2 \pi r_{1/2}^2 \sigma(0) E; \quad (29.15)$$

здесь  $R_r^* = 2$  характеризует область столба, через которую протекает основная часть тока дуги. Это означает, другими словами, что ток, протекающий в положительном столбе, равен току в однородном цилиндрическом проводнике радиуса  $r_* \approx 1,1 r_{1/2}$ , проводимость которого равна  $\sigma(0)$ .

Таким образом, для вычисления распределения  $R_\sigma(R_r)$  по формуле (29.14) достаточно измерить непосредственно  $\sigma(0)$ ,  $E$ ,  $i$  и определить  $r_{1/2}$  из соотношения (29.15). Благодаря постоянству формы определения  $R_\sigma(R_r)$  величину  $r_{1/2}$  можно принять в качестве «радиуса электропроводности» положительного столба (см. § 31).

\*) Строго говоря, применимость указанного метода экспериментально установлена в [2] непосредственно лишь для дуги, горящей в смеси  $\text{Ar} + \text{H}_2$ . Для его обоснования в случаях других газов требуются дополнительные исследования. Возможно, что наилучшая аппроксимация будет достигнута при других значениях  $a$  в формуле (29.14) (см. также § 31).

2. Правила подобия столба дуги высокого давления. Подобными называются дуги, отличающиеся между собой размерами, но геометрически подобные и в соответственных точках которых распределения скоростей частиц совпадают. Если распределения скоростей всех частиц подчиняются закону Максвелла, то для совпадения функций распределения достаточно равенства температур в соответственных точках. Условия, при которых в положительном столбе дуги высокого давления это имеет место, можно найти из уравнения (29.10). Для удобства сравнения преобразуем это уравнение к безразмерной независимой переменной  $x = r/R$ :

$$C_3 E_z^2 p^{-1/2} R^2 T^{3/2} \exp\left(-\frac{e_0 U_i}{2kT}\right) = \frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left(x \chi \frac{dT}{dx}\right) + C_4 p R^2 T^{-1} \exp\left(-\frac{e_0 U^*}{kT}\right). \quad (29.16)$$

В подобных дугах соответственным точкам отвечают одинаковые значения  $x$ . Требование физического подобия сводится к тому, чтобы функция  $T(x)$  была в подобных дугах одинакова. Уравнение (29.16) дает одинаковые решения  $T(x)$  при разных размерах столба (разных  $R$ ), если коэффициенты уравнения (29.16) при этом постоянны (не зависят от  $R$ ), т. е. если

$$E_z^2 p^{-1/2} R^2 = \text{const}, \quad p R^2 = \text{const}. \quad (29.17)$$

Первое условие вместе с равенством температур означает, что, согласно (29.5), мощность  $dP$ , выделяемая в соответственных элементах столба, одинакова; отсюда, интегрируя  $dP$  по всему сечению столба, находим, что и  $P_1$  (мощность на единицу длины столба) также одинакова в подобных дугах:

$$P_1 = iE = \text{const}. \quad (29.18)$$

Физический смысл второго условия (29.17) ясен из (29.11): если обе дуги горят в одном и том же газе ( $m_g = \text{const}$ ) и  $T(x)$  также одинакова, то равенство величин  $pR^2$  означает, что масса газа на единицу длины столба ( $m_1$ ) также одинакова в обоих случаях:

$$m_1 = \text{const}. \quad (29.19)$$

Напротив, давление газа при подобных условиях обратно пропорционально  $R^2$ , а следовательно — сечению трубки. В силу равенства температур в соответствующих точках подобных дуг плотность газа  $\rho$  также обратно пропорциональна сечению трубки \*).

\* ) Условия подобия дуг высокого давления (29.18) и (29.19), выведенные Эленбаасом [32, 69], отличны от условий подобия токов, изложенных в {1}, § 9. Это различие обусловлено различием физических предпосылок. Правила подобия, рассмотренные в {1}, § 9, имеют место, если в газе отсутствуют ступенчатая ионизация, объемная рекомбинация и другие квадратичные, кубичные и т. д. процессы. Наоборот, правила подобия дуг высокого давления, рассмотренные в этом параграфе, справедливы в условиях локального температурного равновесия, когда такие процессы, как ступенчатая ионизация и объемная рекомбинация, не только имеют место, но и играют преобладающую роль.

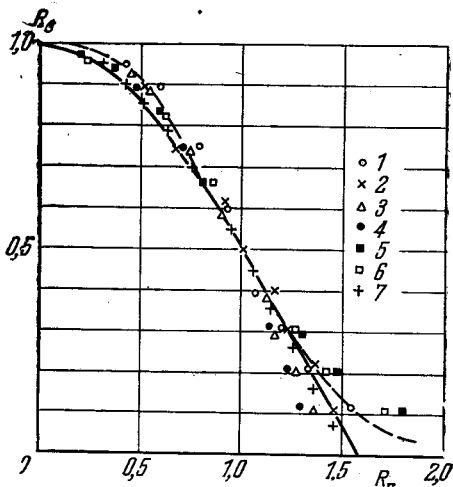


Рис. 5.10. Относительная электропроводность  $R_\sigma = \sigma(r)/\sigma(0)$  плазмы положительного столба в зависимости от относительного радиуса  $R_r = r/r_{1/2}$  ( $r_{1/2}$  — «радиус электропроводности»):

1 —  $i = 4$  а (Ar + 5% H<sub>2</sub>); 2 —  $i = 10$  а (Ar + 5% H<sub>2</sub>); 3 —  $i = 40$  а (Ar + 5% H<sub>2</sub>); 4 —  $i = 50$  а (Ar + 1% H<sub>2</sub>); 5 —  $i = 50$  а (Ar + 20% H<sub>2</sub>); 6 —  $i = 200$  а (Ar + 5% H<sub>2</sub>); 7 —  $i = 200$  а (воздух + 30% C). Штриховая кривая изображает функцию  $R_\sigma = \exp(-R_r^2 \ln 2)$ . Сплошная кривая —  $R_\sigma = J_0(1,521 R_r)$  (см. § 31).

Из (29.17) находим далее, исключая  $p$ , что в подобных дугах

$$ER^{1/2} = \text{const.} \quad (29.20)$$

Отсюда и из (29.18) находим

$$iR^{-3/2} = \text{const.} \quad (29.21)$$

Наконец, в силу того, что плотность тока  $j$  в каждой точке пропорциональна  $i/R^2$ , из (29.21) следует

$$jR^{1/2} = \text{const.} \quad (29.22)$$

Что касается напряжения  $U$  и мощности  $P$ , относящихся ко всему положительному столбу, то в длинных, цилиндрически симметричных дугах они не столь характерны, как величины  $E_z$  и  $P_1$ , отнесенные к единице длины столба, поскольку тепловой режим в таких дугах определяется именно этими величинами; изменение длины столба при сохранении  $E_z = \text{const}$  на его режим не влияет. Если, однако, потребовать строгого геометрического подобия дуг, при котором длина положительного столба пропорциональна его радиусу, т. е.

$$lR^{-1} = \text{const.}, \quad (29.23)$$

то из (29.20) и (29.23) следует

$$UR^{1/2} = \text{const.}, \quad (29.24)$$

а из (29.18) и (29.23) или из (29.21) и (29.24) найдем

$$PR^{-1} = \text{const.} \quad (29.25)$$

Сопоставим теперь обе группы правил подобия: в отсутствие квадратичных процессов, рассмотренных в {1}, § 9, и в квазиизотермической плазме:

Характеристика положительного столба	В отсутствие квадратичных процессов	В квазиизотермической плазме
Сила тока $i$	const	$\sim R^{1/2}$
Плотность тока $j$ в соответственных точках	$\sim R^{-2}$	$\sim R^{-1/2}$
Продольная напряженность поля $E_z$	$\sim R^{-1}$	$\sim R^{-3/2}$
Напряжение на всем столбе $U$	const	$\sim R^{-1/2}$
Мощность на единицу длины $P_1$	$\sim R^{-1}$	const
Мощность во всем столбе $P$	const	$\sim R$
Давление газа $p$	$\sim R^{-1}$	$\sim R^{-2}$
Температура $T$ в соответственных точках	const	const
Плотность газа $\rho$	$\sim R^{-1}$	$\sim R^{-2}$
Масса газа на единицу длины $m_1$	$\sim R$	const

3. Электрические характеристики дуги. Типичные характеристики электрической дуги получены в [2]. В этой работе исследовались дуги, горящие в инертных газах с небольшими примесями водорода при  $p \approx 1$  атм. Сила тока изменялась от 0,5 до 300 а (при  $i \leq 0,5$  а дуга переходила в тлеющий ток). Использовались электроды из угля (при  $i \leq 70$  а) и графита (при  $i > 70$  а). Диаметры электродов были тем больше, чем выше сила тока дуги (анод от 0,1 до 1,2 см, катод — от 0,02 до 1,2 см). Зависимость полного напряжения на дуге от длины дугового промежутка  $U(l)$  представлена на рис. 5.11. Видно, что характеристика  $U(l)$  существенно нелинейна при  $l \leq 0,7$  см. Это связано с тем, что в коротких дугах ( $l < 0,7$  см) однородного положительного столба практически нет и весь дуговой промежуток заполнен приэлектродными областями (см. п. 1). При  $l > 0,7$  см появляется более или менее однородный по длине положительный столб и величина приложенного напряжения линейно растет с увеличением длины дуги.

По наклону линейной части характеристики  $U = U(l)$  можно определить напряженность электрического поля  $E$  в положительном столбе. С увеличением тока дуги величина  $E$  сначала быстро падает, а затем (при токах  $i \geq 10^2 a$ ) практически не меняется (рис. 5.12). При изменении состава газа напряженность поля в столбе также изменяется: например, в чистом Ag величина  $E$  меньше, чем в смеси Ag + He, в чистом He — больше; однако характер зависимости напряженности поля от силы тока  $E(i)$  сохраняется. Вольтамперная характеристика дуги  $U = U(i)$  имеет как падающую ветвь, так и возрастающую (рис. 5.13). При изменении состава газа, диаметра электродов, интенсивности охлаждения (например, скорости потока газа, обдувающего положительный столб) вольтамперная характеристика может несколько деформироваться и сместиться, однако ее общий ход сохраняется. Из рис. 5.12 и 5.13 видно, что в инертных газах, в отличие от случая воздушных дуг, возрастающая ветвь вольтамперной характеристики обусловлена не столько увеличением напряженности электрического поля в столбе при больших токах, сколько ростом суммы приэлектродных падений напряжения. Эта величина, которую можно найти, экстраполируя линейную часть характеристики  $U(l)$  (см. рис. 5.11) к значению  $l = 0$ , возрастает

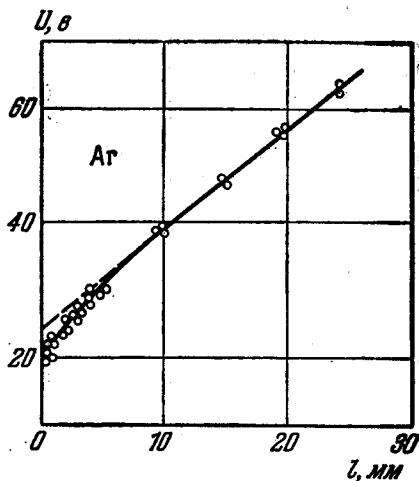


Рис. 5.11. Падение потенциала в аргонной дуге в зависимости от расстояния между электродами (при  $i = 4a$ ).

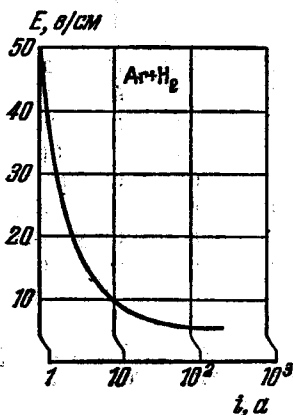


Рис. 5.12. Напряженность электрического поля в положительном столбе дуги, горящей в смеси Ag + H<sub>2</sub> (5%), в зависимости от силы тока.

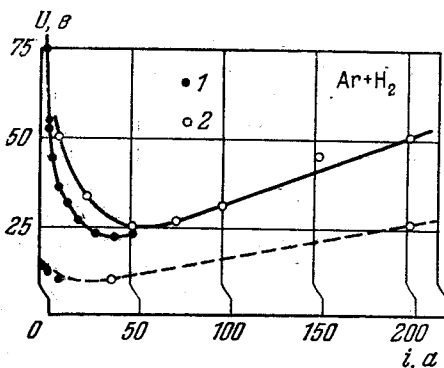


Рис. 5.13. Вольтамперная характеристика электрической дуги, горящей в смеси Ag + H<sub>2</sub> (сплошная линия), и сумма прианодного и прикатодного падений потенциала в зависимости от силы тока (штриховая линия).

Эксперименты при диаметре катода 2 мм (1) и 6 мм (2).

при увеличении силы тока — см. рис. 5.13, штриховая линия. Сплошной линией на этом рисунке показана вольтамперная характеристика  $U(i)$  дуги в смеси Ag + H<sub>2</sub>.

Возрастающая ветвь характеристики  $U(i)$  в инертных газах начинается при токах  $i \sim 50$  а, т. е. значительно раньше, чем в воздушных дугах, где  $i \geq 10^3$  а [70]. Возрастание функции  $U(i)$  при больших токах связано с тем, что с увеличением тока растет число катодных пятен, которые могут покрыть практически всю поверхность катода. После этого при дальнейшем росте полного тока возрастает плотность тока вблизи катода, а вместе с ней — и напряженность поля в этой области.

В результате падение напряжения на дуге в целом увеличивается. При одинаковых размерах анода и катода

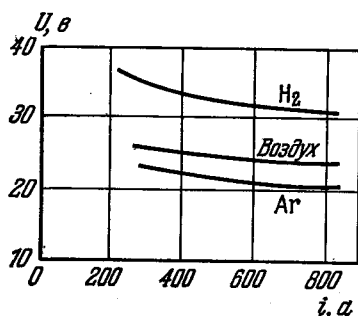


Рис. 5.14. Вольтамперные характеристики дуг, горящих в различных газах.

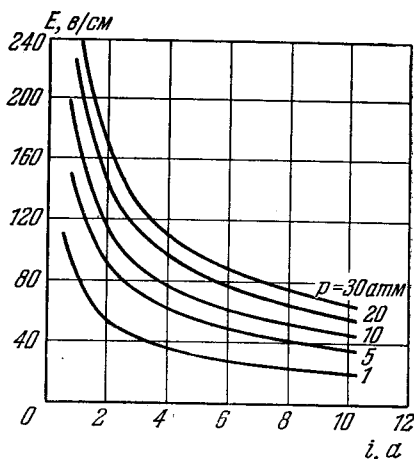


Рис. 5.15. Вольтамперные характеристики воздушной дуги при различных давлениях.

причиной возрастания напряжения на дуге может служить заполнение анода анодными пятнами, диаметр которых значительно превосходит размеры катодных пятен. При этом минимум напряжения дуги смещается пропорционально диаметру анода [71].

На вольтамперную характеристику дуги, так же как и на другие ее параметры, огромное влияние оказывают условия охлаждения (способ стабилизации и состав атмосферы, в которой горит дуга). Чем сильнее охлаждается дуга, тем выше напряженность электрического поля, которая обеспечивает заданный ток. Это связано с тем, что при повышенном теплоотводе для стационарного существования дуги необходимо усиленное выделение тепла в дуге, что достигается (при фиксированном токе) увеличением электрического поля в положительном столбе. Поэтому, в частности, градиент потенциала в положительном столбе тем выше, чем больше теплопроводность газа, в котором горит дуга [72].

Аналогично ведут себя вольтамперные характеристики дуг, горящих в различных газах (рис. 5.14) [73]: выше всех лежит характеристика водородной дуги (теплопроводность  $\chi = 1,7 \cdot 10^{-3}$  вт/см·град), ниже — характеристика дуги в аргоне ( $\chi = 1,6 \cdot 10^{-4}$  вт/см·град); между ними располагается характеристика воздушной дуги ( $\chi = 2,2 \cdot 10^{-4}$  вт/см·град).

Увеличение давления газа также ведет к улучшению теплообмена с окружающей средой, в результате чего напряжение дуги также возрастает. При этом в силу того, что приэлектродные падения слабо зависят от условий теплоотвода, увеличение напряжения дуги обусловлено в основном ростом напряженности поля в положительном столбе (рис. 5.15 [72]).

При обдувании электрической дуги потоком газа или при быстром перемещении дуги (например, во внешнем магнитном поле), когда положительный столб интенсивно охлаждается, напряженность электрического поля  $E$  в столбе также возрастает. Зависимость величины  $E$  от скорости

движения дуги  $v$  можно представить в виде [74]

$$E = a_1(v + a_2)/\sqrt{i}, \quad (29.26)$$

где  $a_1$  и  $a_2$  — постоянные, определяемые экспериментально (по данным [74] для дуги, движущейся в воздухе,  $a_1 = 9,2$ ;  $a_2 = 10$ );  $i$  — ток дуги в а;  $v$  — в м/сек;  $E$  — в в/см (рис. 5.16).

При охлаждении дуги продольным потоком газа напряженность электрического поля в положительном столбе довольно сильно возрастает при увеличении давления и мало меняется с ростом тока. Абсолютные значения напряженности электрического поля в положительном столбе при таком способе стабилизации довольно высоки. Они могут быть приближенно вычислены по эмпирической формуле

$$E = k p^n i^m, \quad (29.27)$$

где  $k$ ,  $n$ ,  $m$  — постоянные, зависящие от рода газа [76]. Например, для дуги, обдуваемой потоком (продольным) сжатого воздуха,  $k = 149$ ,  $n = 0,38$ ,  $m = 0,008$  ( $p$  — в атм;  $i$  — в а;  $E$  — в в/см).

Мы видели, что характеристики дуги и положительного столба существенно зависят от способа стабилизации. Теоретическое описание дуги в общем случае встречает значительные математические трудности. Это заставляет для качественных и сравнительных оценок использовать различные эмпирические и полуэмпирические формулы, содержащие определяемые из опыта константы, зависящие от состава атмосферы, в которой горит дуга, размеров, интенсивности охлаждения и материала электродов, длины межэлектродного промежутка, способа охлаждения положительного столба и т. д. Помимо приведенных выше, при обработке экспериментальных данных успешно используется полученная еще Айртон [77] эмпирическая формула, пригодная для электрических дуг без возрастающей ветви вольтамперной характеристики:

$$U = a_1 + a_2 l + (a_3 + a_4 l)/i, \quad (29.28)$$

$$|E| \approx dU/dl = a_2 + a_4/i.$$

Здесь  $a_k$  ( $k = 1, \dots, 4$ ) — постоянные,  $l$  — длина дуги;  $U$  — напряжение дуги;  $E$  — напряженность поля в положительном столбе (в достаточно длинных дугах, в которых сумма приэлектродных падений потенциала, не превышающая обычно  $\sim 20$  в, слабо влияет на полное напряжение дуги). Линейная зависимость напряжения  $U$  от длины дуги  $l$  (в длинных дугах), практическое постоянство напряженности электрического поля в положительном столбе при больших токах и другие свойства характеристик дуги, вытекающие из формул (29.28), качественно хорошо подтверждаются экспериментальными (см. соответствующие рисунки в этом разделе). При удачном выборе постоянных можно получить даже неплохое количественное совпадение с данными эксперимента. Однако такой подход обладает очевидными недостатками — помимо того, что все константы существенно зависят от условий эксперимента, они скрывают в себе взаимодействие элементарных процессов, определяющих поведение дуги.

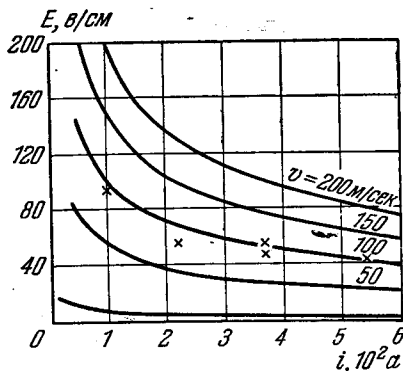


Рис. 5.16. Вольтамперные характеристики движущейся дуги.

Крестиками обозначены экспериментальные данные [75] (при  $v \sim 100$  м/сек).

Ниже (§§ 30—32) изложена теория положительного столба электрических дуг, стабилизированных различными способами, учитывающая основные электрические, тепловые и механические процессы, определяющие свойства положительного столба.

Упрощенная модель дуги (канальная модель положительного столба), требующая использования «принципа минимума выделяемой энергии», рассмотрена в примечании 12, стр. 513.

### § 30. Положительный столб дуги, стабилизированной стенками

1. Перенос тепла в положительном столбе. Здесь мы рассмотрим положительный столб электрической дуги, горящей в узкой трубке. В этих условиях влиянием конвективных потоков на энергетический баланс дуги можно пренебречь (см. § 29), и основными механизмами переноса тепла в положительном столбе являются излучение и теплопроводность.

Излучение из объема положительного столба складывается из тормозного и рекомбинационного излучения, а также излучения возбужденных атомов (см. §§ 27 и 63). Завышенную оценку мощности, отводимой из столба тормозным и рекомбинационным излучением, можно получить, если воспользоваться интегральными формулами для полностью ионизованной плазмы [78, 79].

Джоулево тепло определяется выражением  $P_{дж} = j^2 \sigma$ . При  $kT \lesssim 1$  эв и  $n_e \lesssim 10^{17} \text{ см}^{-3}$  (что соответствует атмосферному давлению при температуре  $T \lesssim 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$ ) отношения  $P_{\text{торм}}/P_{дж}$  и  $P_{\text{рек}}/P_{дж} \lesssim 0,2$  при плотности тока  $j \gtrsim 10^3 \text{ а/см}^2$ . Рекомбинация при давлениях порядка атмосферного и выше осуществляется в основном в тройных столкновениях иона с двумя электронами. При атмосферном давлении актов рекомбинации в тройных столкновениях примерно в  $10^2$  раз больше, чем актов рекомбинации с излучением; с ростом давления их отношение увеличивается [80], т. е. доля рекомбинационного излучения падает.

Более или менее точную оценку интегральной энергии, уносимой из канала излучением возбужденных атомов (с учетом реабсорбции излучения) можно получить при помощи [81—86]. Здесь можно ограничиться завышенной оценкой по формуле Стефана — Больцмана  $P_{\mathcal{A}} = 5,71 \cdot 10^{-12} T^4 \pi r_{\mathcal{A}} \text{ вт/см}$ , которая дает потери энергии несколько большие, чем в действительности. При  $T \sim 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$ ,  $r_{\mathcal{A}} \sim 1 \text{ см}$  («световой радиус») и мощности разряда на единицу длины  $P_1 = Ei \gtrsim 10^8 \text{ вт/см}$  отношение  $P_{\mathcal{A}}/P_1 \lesssim 0,3$ , т. е. для достаточно сильноточных и мощных дуг роль излучения в балансе энергии невелика \*).

Поток тепла в радиальном направлении  $Q_r = \chi dT/dr$  складывается в основном из потоков за счет классической теплопроводности нейтральных атомов, электронной теплопроводности, переноса тепла на внутренних степенях свободы (возбуждение и ионизация) и переноса энергии за счет диффузии излучения.

В условиях, типичных для дуги высокого давления, т. е. при малых степенях ионизации  $x_e \lesssim 10^{-2}$  и сравнительно невысоких температурах  $T \lesssim 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$  основную роль играет классическая теплопроводность атомов (см. § 19).

Будем считать, что плазма столба дуги представляет собой трехкомпонентную газовую смесь из электронов, однозарядных ионов и нейтральных

\*) Это справедливо для плазмы без примесей с низкими потенциалами ионизации и возбуждения (например, щелочные металлы). Присутствие таких примесей может существенно увеличить потери энергии на излучение [81—86].

атомов, в любой точке плазма электрически нейтральна ( $n_e \approx n_p$ ), кинетические температуры компонент совпадают:  $T_e \approx T_p \approx T_g = T$ . В достаточно узкой трубке при однородном по длине столбе конвективные потоки практически отсутствуют.

В случае цилиндрической симметрии уравнение энергетического баланса запишется в виде

$$-\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \chi \frac{dT}{dr} \right) = \sigma E^2. \quad (30.1)$$

В § 29 было отмечено, что дуговой разряд контрагирует в узкий шнур с довольно резко выраженной границей между токопроводящей зоной — каналом и внешней зоной — оболочкой, где плотность тока  $j \rightarrow 0$  (см. п. 1 § 29). Обозначим граничный радиус между этими областями  $r_0$ . Радиус канала можно определить из условия, что при  $r = r_0$  степень ионизации  $x_e = n_e / (n_g + n_p)$  равна некоторой определенной величине  $x_{e0}$ . Знание  $x_{e0}$  позволяет при помощи ионизационного уравнения определить температуру на границе канала  $T_0 = T(r_0)$  (\*). Величину степени ионизации  $x_{e0}$  на границе токопроводящей зоны  $r_0$ , следуя [89], определим из условия, что в области канала дуги частота упругих столкновений электронов с ионами  $\nu_{ep}$  превышает частоту упругих столкновений электронов с нейтральными атомами  $\nu_{eg}$ . Полагая  $T_0 \sim 5 \cdot 10^3$  °K,  $s_{eg} \sim 10^{-15}$  см<sup>3</sup>, получим, что условие  $\nu_{ep} \geq \nu_{eg}$  выполняется при  $x_e \approx n_e/n_g \geq 10^{-3}$  (сильно ионизованная плазма). При меньших радиусах температура возрастает и  $s_{ep}$  падает, однако степень ионизации растет быстрее, и соотношение  $\nu_{ep} > \nu_{eg}$  тем более выполняется.

**2. Вольтамерные характеристики дуги.** Введя в уравнение энергетического баланса (30.1) выражения для электропроводности  $\sigma = \sigma_* T^{1/2}$  (§ 18) и теплопроводности  $\chi = \chi_* T^{1/2}$  (§ 19), получим уравнение относительно температуры. Для однозначности решения на границе между каналом и оболочкой ( $r = r_0$ ) и на стенке разрядной трубки ( $r = r_w$ ) следует задать граничные условия. При  $r = r_0$  задана температура  $T = T_0$ ; на границе областей температура и тепловой поток сохраняют непрерывность:

$$T_1|_{r=r_0} = T_2|_{r=r_0} = T_0, \quad dT_1/dr|_{r=r_0} = dT_2/dr|_{r=r_0}. \quad (30.2)$$

На стенке разрядной трубки можно принять [89]

$$-\chi_0 dT_2/dr|_{r=r_w} = \eta_T (T_2^n - T_{ex}^n)|_{r=r_w}. \quad (30.3)$$

Здесь индексы 1 и 2 относятся соответственно к величинам во внутренней и наружной областях дуги;  $T_{ex}$  — температура окружающей трубку среды. Показатель  $n$  при температурах стенки  $T_w \lesssim 10^3$  °K в условиях охлаждения ее воздухом близок к 3/2 и растет с увеличением температуры стенки за счет теплоотдачи излучением. Коэффициент теплоотдачи при обычных условиях естественного охлаждения составляет  $\eta_T = 10^3 \div 10^4$  эрг · (сек · см<sup>2</sup> · град)<sup>-1</sup>. С ростом интенсивности охлаждения (например, водой)  $\eta_T \rightarrow \infty$ , и (30.3) переходит в условие постоянства температуры на стенке [32, 88]:

$$T_2|_{r=r_w} = T_{ex}. \quad (30.4)$$

\*) В условиях приближенного локального термодинамического равновесия в качестве ионизационного уравнения можно использовать уравнение Саха (см. §§ 27 — 29).

В целях сокращения записи и удобства сравнения подобных дуг целесообразно ввести безразмерные параметры и переменные:

$$\begin{aligned} x &= \frac{r}{r_w}, & y &= \left( \frac{T}{T_{\text{ex}}} \right)^{1/2}, & h &= \frac{2}{3} \frac{\chi_*}{r_w \eta_T} T_{\text{ex}}^{1/2-n}, \\ \alpha &= r_w E \left( \frac{3}{2} \frac{\sigma_*}{\chi_*} \right)^{1/2}, & \beta &= \frac{4}{3} \pi \chi_* T_{\text{ex}}^{1/2}, & \delta &= r_w \left( \frac{2}{3} \frac{\sigma_*}{\chi_*} \right)^{1/2}, \\ \bar{i} &= i/i_0, & \bar{E} &= E/E_0, & \bar{P} &= P/P_0, \\ i_0 &= \delta \beta, & E_0 &= \delta^{-1}, & P_0 &= i_0 E_0 = \beta. \end{aligned} \quad (30.5)$$

В этих обозначениях решение уравнения (30.1) для «внутренней» ( $r \leq r_0$ ,

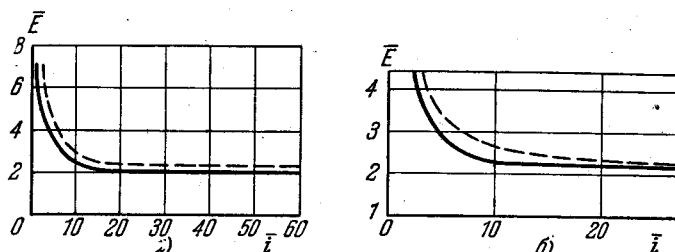


Рис. 5.17. Вольтамперные характеристики дуги в различных режимах.

а)  $y_0 = 30$ ; б)  $y_0 = 20$ . Штриховые кривые —  $h = 0$ ; сплошные —  $h = 0,3$ .

индекс 1) и «внешней» ( $r_0 \leq r \leq r_w$ , индекс 2) зон положительного столба принимает форму [89]

$$y_1 = C_1 J_0(\alpha x), \quad C_1 = y_0 / J_0(\alpha x_0), \quad (30.6)$$

$$y_2 = - \frac{y_0}{J_0(\alpha x_0)} J_1(\alpha x_0) \alpha x_0 \ln x + (1 - h C_2)^{3/2} n, \quad (30.7)$$

где  $J_0$  и  $J_1$  — функции Бесселя порядка 0 и 1;  $C_2 = -C_1 J_1(\alpha x_0) \alpha x_0$ .

Вольтамперная характеристика дуги и зависимость граничного радиуса  $r_0$  от мощности, приходящейся на единицу длины столба, представляются в виде

$$\bar{P} = \bar{E} x_0 \frac{J_1(\bar{E} x_0)}{J_0(\bar{E} x_0)} y_0, \quad x_0 = \exp \left[ - \frac{y_0 - (1 + h \bar{P})^{3/2} n}{\bar{P}} \right]. \quad (30.8)$$

Из (30.8) видно, что  $x_0 \rightarrow 1$  при  $\bar{P} \rightarrow (y_0^{2n/3} - 1)/h = \bar{P}_{r_w}$ , т. е. «сильно ионизованная» зона положительного столба достигает стенки разрядной трубки при конечной мощности разряда. При мощностях, больших  $\bar{P}_{r_w}$ , решение (30.8) теряет смысл.

Полагая  $h = 0$ , получаем решение, соответствующее другому условию на стенке:  $T(r_w) = T_{\text{ex}}$ ; при этом из (30.8) следует, что  $r_0$  не может достигнуть стенки ( $r_w$ ) при конечной мощности разряда. Это объясняется тем, что теплоотвод при заданной температуре стенки бесконечен (интенсивное охлаждение).

Из (30.7) следует, что при  $h = 0$  вольтамперная характеристика имеет минимум. Если  $h \neq 0$ , то вплоть до достижения стенки разрядной трубки ионизованной зоной характеристика имеет падающий характер. Таким образом, вид граничного условия существенно влияет на форму характеристики разряда (рис. 5.17).

После того как ионизованная зона столба достигает стенки разрядной трубки, внешняя зона исчезает и вся трубка заполняется «сильно ионизованной» плазмой. Теперь решением является функция (30.6), где постоянная  $C_1$  определяется из краевого условия (30.3).

При  $n \approx 3/2$  (охлаждение стенки воздухом при  $T_w \lesssim 10^3$  °K) вольт-амперная характеристика представляется в виде

$$\bar{i} = \frac{J_1(\bar{E})}{J_0(\bar{E}) - h\bar{E}J_1(\bar{E})}. \quad (30.9)$$

В этих условиях для устойчивого существования дуги необходимо, чтобы температура стенки была не ниже температуры границы ионизации  $T_0$ :  $y_1(1) \geq y_0$ ; при этом мощность разряда  $\bar{P} \geq \bar{P}_{rw} = \frac{y_0 - 1}{h}$ . Характеристика имеет слабо возрастающий характер; сила тока  $\bar{i} \rightarrow \infty$  при  $J_0(E) [EJ_1(E) \rightarrow h]$ .

Возможны два режима разряда. Если разрядная трубка сообщается с атмосферой, то давление и величина  $T_0$  не зависят от тока. Если же разрядная трубка запаяна, то давление и температура границы ионизации  $T_0$  растут с током, при этом величина  $p(i)$  определяется из условия сохранения массы газа в разрядной трубке. Рис. 5.17 относится к случаю  $dT_0/di = 0$ .

### § 31. Положительный столб дуги, горящей в свободной атмосфере

**1. Процессы переноса энергии в различных зонах положительного столба.** В этом параграфе рассматривается электрическая дуга, горящая в условиях естественной конвекции (в свободной атмосфере или в очень широкой трубке). Основные параметры положительного столба такой дуги определяются системой уравнений энергетического баланса и гидродинамического движения плазмы дуги

$$-\nabla(\chi \nabla T) + P_{\mathcal{A}}(T) + \rho c_p(u \nabla T) = \sigma E^2, \quad (31.1)$$

$$-(\nabla \eta \nabla) u = \nabla p - \rho g. \quad (31.2)$$

Здесь  $T$  и  $u$  — температура и скорость движения плазмы;  $\sigma$ ,  $\chi$ ,  $\eta$ ,  $c_p$ ,  $\rho$  — электропроводность, теплопроводность, вязкость, удельная теплоемкость и плотность плазмы, являющиеся функциями  $T$ ;  $E$  — напряженность электрического поля;  $P_{\mathcal{A}}(T)$  — энергия, отводимая из единицы объема плазмы посредством излучения;  $g$  — ускорение свободного падения. Будем считать, что все параметры плазмы являются известными функциями температуры (см. гл. III и IV).

Решение системы уравнений (31.1), (31.2) сопряжено со значительными математическими трудностями, что вынуждает вводить упрощающие предположения. Например, в [90] член  $\rho c_p(u \text{ grad } T)$ , отображающий конвективный вынос тепла, был заменен некоторой специальной функцией от  $T$ , не содержащей  $u$ . Это свело задачу к одному уравнению (31.1), решение которого было найдено численным методом. В [91], напротив, считался известным вид радиального распределения температуры  $T(r)$  и искалось решение только уравнения (31.2). Недостатком подобных способов решения является использование при расчете более или менее произвольных функций, что придает исследованиям чисто описательный характер.

В работе [92] была проведена детальная оценка относительной роли процессов преобразования и переноса энергии в различных областях положительного столба свободно горящей дуги и выявлена возможность выделения ряда зон, внутри которых можно пренебречь тем или иным процессом.

1) Процесс теплопроводности играет существенную роль практически во всех зонах, что обусловлено большими радиальными градиентами температуры \*).

2) Излучение плазмы при атмосферном давлении составляет лишь небольшую долю энергии, преобразуемой в дуге, так как даже при очень высоких температурах плотность плазмы убывает столь быстро, что доля излучения остается малой [III.21]. Расчеты для дуги в азоте показывают, что даже при силе тока  $10^2$  а потери на излучение не превышают 20% от полной мощности дуги [93]. Эксперименты с угольной дугой в воздухе также свидетельствуют о малой роли излучения [94, 95]. Поэтому для упрощения расчетов можно принять  $P_{\text{ж}}(T) = 0$  (см. также § 30).

3) Распределение электрической мощности по сечению дуги определяется в основном радиальным распределением электропроводности  $\sigma(r)$ , так как продольный градиент поля  $E$  в проводящей части положительного столба практически постоянен. Учитывая, что электропроводность плазмы резко падает с уменьшением температуры, с достаточной степенью точности можно принять  $\sigma \approx 0$  при  $T \leq T_1$ , где  $T_1$  — некоторая критическая температура.

4) Конвективный теплоотвод, описываемый в уравнении (31.1) членом  $\rho c_p(uVT)$ , практически отсутствует в центральных зонах положительного столба [96, 97]. Это объясняется, во-первых, малой плотностью газа при высоких температурах ( $\rho \sim \frac{1}{T}$ ), во-вторых, тем, что, как показывает эксперимент [97—100], в центральных зонах положительного столба изотермические поверхности и скорость восходящих газовых потоков приблизительно параллельны оси столба (а следовательно, и друг другу), так что скалярное произведение  $(uVT) \approx 0$ . Поэтому можно считать, что при температурах, превышающих некоторую величину  $T_2$ , конвективный теплоотвод, отсутствует. Для теоретического определения величины  $T_2$  потребовалось бы найти решение системы уравнений (31.1) — (31.2). Поэтому при выборе конкретного значения  $T_2$  приходится основываться на экспериментальных данных распределения температуры и скорости газового потока в положительном столбе дуги, которых, к сожалению, мало. Заметим, что уменьшение или увеличение  $T_2$  на  $5 \cdot 10^3$  °К мало сказывается на окончательных результатах вычислений, а при изменении силы тока на порядок величины значение температуры  $T_2$  изменяется не более чем в два раза [101]. Можно считать, например, что для электрических дуг в воздухе  $T_2 = (3 \div 4) \cdot 10^3$  °К при силах тока до  $40 \div 50$  а и  $T_2 = (5 \div 6) \cdot 10^3$  при токах от 50 до 300 а.

Таким образом, естественно разделить положительный столб свободно горящей дуги на три зоны:

I. *Центральная проводящая зона.* В ее пределах происходит выделение электрической энергии, которая в процессе теплопроводности отводится во внешние части дуги. Центральная зона простирается от оси дуги до изотермической поверхности  $T_1$ .

II. *Промежуточная зона.* Концентрация электронов и ионов в этой зоне по сравнению с центральной зоной I пренебрежимо мала, так что можно положить в ней  $\sigma \approx 0$ . Перенос тепла в этой зоне обусловлен процессом теплопроводности. Промежуточная зона ограничена изотермическими поверхностями  $T_1$  и  $T_2$  ( $T_1 > T_2$ ).

III. *Внешняя зона конвекции.* Источников энергии в этой зоне нет ( $\sigma = 0$ ). Перенос тепла обусловлен как теплопроводностью, так и конвекцией. В пределах внешней зоны происходит спад температуры от  $T_2$  до  $T_{\text{ex}}$ , где  $T_{\text{ex}}$  — температура окружающей среды.

\*) Исключение составляют самые внешние части столба с температурой, близкой к температуре окружающей среды, где преобладает конвективный теплоотвод.

Так как в пределах двух внутренних зон изотермические поверхности и направление скорости газового потока параллельны оси дуги, то значение температуры в любой точке этих зон однозначно определяется расстоянием от оси. Принимая также во внимание, что продольный градиент поля  $E$  почти не меняется вдоль столба дуги, уравнение (31.1) для внутренних зон можно записать в виде

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \chi \frac{dT}{dr} \right) + \sigma E^2 = 0. \quad (31.3)$$

В этом уравнении не содержатся величины, зависящие от скорости газового потока, что позволяет искать решение независимо от гидродинамического уравнения (31.2). Одно из граничных условий для уравнения (31.3) вытекает из цилиндрической симметрии столба и имеет вид

$$(dT/dr)_{r=0} = 0. \quad (31.4)$$

Для отыскания граничного условия на внешней границе второй зоны рассмотрим теплообмен между внешней поверхностью плазменного цилиндра радиуса  $r_2$  ( $r_2 = r|_{T=T_2}$ ) и окружающей средой. Тепловой поток с единицы поверхности цилиндра температуры  $T_2$  в случае свободной турбулентной конвекции дается выражением [102]

$$Q(T_2) = C_0 \chi g^{1/4} \beta^{1/4} (\rho/\eta)^{1/4} (Pr)^{1/2} (T_2 - T_{ex})^{1/4}, \quad (31.5)$$

где  $\chi$ ,  $\eta$ ,  $\rho$ ,  $\beta$  и  $Pr$  — теплопроводность, динамическая вязкость, плотность, коэффициент объемного расширения и критерий Прандтля ( $Pr = c_p \eta / \chi$ ), отнесенные к температуре  $(T_2 + T_{ex})/2$ ,  $C_0$  — постоянная, не зависящая от свойств газа. Как показано в [101], соотношение (31.5) пригодно и для описания конвективного теплообвода от положительного столба дуги \*). При этом в качестве граничного условия для внешней поверхности промежуточной зоны II может служить равенство

$$(dT/dr)_{T=T_2} = -Q(T_2)/\chi(T_2), \quad (31.6)$$

которое совместно с (31.4) однозначно определяет решение уравнения (31.3).

2. Связь между напряженностью поля и силой тока в положительном столбе. Так как коэффициент теплопроводности плазмы является сложной функцией температуры (см. § 19), то для решения уравнения (31.3) удобно ввести «обобщенный коэффициент» теплопроводности [103, 104]

$$S(T) = \int_{T_2}^T \chi(T) dT. \quad (31.7)$$

Заменяя в уравнении (31.3) температуру величиной  $S$  из соотношения (31.7), получим

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dS}{dr} \right) + \sigma E^2 = 0. \quad (31.8)$$

Граничные условия (31.4) и (31.6) примут вид

$$dS/dr|_{r=0} = 0, \quad (31.9)$$

$$dS/dr|_{S=0} = Q. \quad (31.10)$$

\*) Используя экспериментальные данные [101], можно определить постоянную  $C_0$  с помощью соотношений (31.5), (31.6) и, независимо, из соотношений (31.5), (31.23). Оба способа дают близкие величины, что позволяет принять для воздуха  $C_0 \approx 3$ . Можно ожидать, что и для других газов будет  $C_0 \approx 3$ , так как в случае конвекции от поверхности твердых тел постоянная  $C_0$  не зависит от свойств газа.

Входящая в уравнение (31.8) электропроводность плазмы  $\sigma$  должна рассматриваться теперь как функция от  $S$  (вместо  $T$ ) и легко может быть рассчитана, если известны зависимости  $\sigma(T)$  и  $\chi(T)$  (см. §§ 18, 19).

В качестве примера на рис. 5.18 изображена функция  $\sigma = \sigma(S)$  для азота \*), вид которой характерен для плазмы и других газов. Случай а) соответствует  $T_2 = 4 \cdot 10^3$  °K (слаботочные дуги), случай б) —  $T_2 = 6 \cdot 10^3$  °K (сильноточные дуги). Аналитически зависимость  $\sigma(S)$  можно приближенно представить с помощью кусочно-линейной функции [100, 105]

$$\sigma(S) = \begin{cases} 0 & \text{при } S_1 \geq S, \\ a^2 (S - S_1) & \text{при } S' \geq S \geq S_1, \end{cases} \quad (31.11)$$

где  $a$  и  $S_1$  — постоянные коэффициенты, однозначно определяемые при данной аппроксимации методом наименьших квадратов. Температура  $T_1$ , которой соответствует величина  $S_1$ , имеет смысл границы проводящей зоны. Погрешность, возникающая в результате приближения (31.11), минимальная, если в качестве верхней границы аппроксимируемого интервала принять  $S' = S(T_0)$ , где  $T_0$  — температура на оси дуги, т. е. если для каждого значения силы тока проводить отдельная аппроксимация [106].

Для упрощения расчетов, а также потому, что  $T_0$  заранее неизвестна, целесообразно рассчитывать коэффициенты  $a$  и  $S_1$  при двух фиксированных значениях  $S'$ , одно из которых соответствует степени ионизации плазмы  $x_e \sim 10^{-3}$  (слаботочные дуги,  $i = 1 \div 10^2$  а), а другое —  $x_e \sim 10^{-2}$  (сильноточные дуги,  $i = 10^2 \div 10^3$  а). Физический смысл выбора в качестве критерия степени ионизации связан с ее определяющей ролью в форме кривой  $\sigma(S)$  (см. также § 30). Приведенные выше значения  $x_e$  обеспечивают достаточно высокую

точность аппроксимации (31.11) в довольно широких интервалах изменения  $S$  [92].

С учетом (31.11) уравнение (31.8) для центральной зоны принимает форму

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dS}{dr} \right) + a^2 (S - S_1) E^2 = 0. \quad (31.12)$$

Решение этого уравнения, приспособленное к условию (31.9), имеет вид

$$S = S_1 + K J_0(aEr), \quad (31.13)$$

где  $J_0$  — функция Бесселя первого рода нулевого порядка;  $K$  — постоянная интегрирования. Из (31.13) можно определить границу центральной зоны, т. е.  $r_1 = r|_{S=S_1}$ : при  $S = S_1$  величина  $J_0(aEr_1) = 0$ , т. е.  $aEr_1 \approx 2,405$ , откуда

$$r_1 = 2,405/Ea \quad (31.14)$$

\*) При расчете  $\sigma = \sigma(S)$  использовалась экспериментальная кривая  $\chi = \chi(T)$  на [III.24].

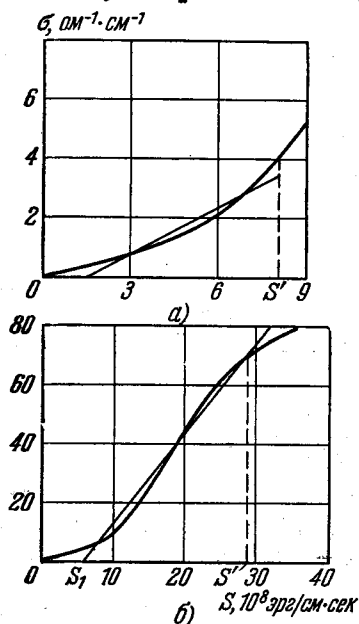


Рис. 5.18. Зависимость электропроводности плазмы положительного столба от «обобщенной теплопроводности»  $S(T) = \int_{T_2}^T \chi(T) dT$ .

а) Слаботочные дуги ( $T_2 \approx 4 \cdot 10^3$  °K,  $S = 8 \cdot 10^8$  эрг/см.сек); б) сильноточные дуги ( $T_2 = 6 \cdot 10^3$  °K,  $S' = 28 \cdot 10^8$  эрг/см.сек).

(2,405 — первый корень уравнения  $J_0(x) = 0$ ). Значение производной  $dS/dr$  в точке  $r = r_1$  найдется в виде

$$dS/dr|_{r=r_1} = -aEKJ_1(aEr_1) \approx -0,519aEK, \quad (31.15)$$

где  $J_1$  — функция Бесселя первого рода первого порядка ( $J_1(2,405) \approx 0,519$ ). Из уравнения (31.8) для промежуточной зоны

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dS}{dr} \right) = 0 \quad (31.16)$$

получаем

$$dS/dr = K_1/r. \quad (31.17)$$

Из условия непрерывности теплового потока на границе между центральной и промежуточной зонами следует равенство производных (31.15) и (31.17), вычисленных в точке  $r_1$ :

$$(dS/dr)_{r=r_1} = -0,519aEK = K_1/r_1. \quad (31.18)$$

Из (31.14) следует, что  $K_1 = -1,248 K$ , т. е.

$$dS/dr = -1,248 K/r. \quad (31.19)$$

Интегрирование (31.19) дает

$$S = 1,248 K \ln(r_2/r), \quad (31.20)$$

где  $r_2 = r|_{T=T_2}$  (при  $T = T_2$  величина  $S = 0$ ). Радиус промежуточной зоны  $r_2$  можно выразить через  $K$ , воспользовавшись условием (31.10) и соотношением (31.19):

$$r_2 = 1,248 K/Q. \quad (31.21)$$

Далее следует определить постоянную  $K$ . На границе между центральной и промежуточной зонами, т. е. при  $r = r_1$ , величина  $S = S_1$ . Подставив в (31.20) значение  $r_1$  согласно (31.14) и значение  $r_2$  согласно (31.21), получим

$$S_1 = 1,248 K \ln(0,519 aEK/Q). \quad (31.22)$$

Равенство (31.22) является довольно простым трансцендентным уравнением относительно  $K$ , и его решение можно найти с любой степенью точности.

Чтобы установить зависимость между напряженностью электрического поля  $E$  и силой тока в дуге  $i$ , можно воспользоваться соотношением, представляющим баланс энергии на внешней границе промежуточной зоны:

$$iE = 2\pi r_2 Q. \quad (31.23)$$

Тогда из (31.21) и (31.23) следует

$$i = 7,841 K/E. \quad (31.24)$$

При этом  $K = f(E)$  (см. (31.22)). Соотношения (31.13), (31.20), (31.24) совместно с (31.7), (31.14), (31.21) и (31.22) характеризуют положительный столб свободно горящей дуги и дают возможность вычислить распределение температур во внутренних зонах столба и установить связь между напряженностью электрического поля и силой тока в дуге. Параметры  $a$ ,  $S_1$  и  $Q$  могут быть рассчитаны, если известен состав плазмы положительного столба.

**3. Распределение электропроводности в положительном столбе свободно горящей дуги.** В [2, 107] экспериментально установлено, что в дуге, горящей в атмосфере  $Ag + H_2$ , величина относительной электропроводности  $R_0(R_1)$  не зависит от силы тока и концентрации водорода (см. § 29, рис. 5.10).

Относительная электропроводность  $R_e$  и приведенный радиус  $R_r$  («радиус электропроводности», см. § 29) определяются отношениями

$$R_e = \sigma(r)/\sigma(0), \quad R_r = r/r_{1/2}, \quad (31.25)$$

где  $r_{1/2}$  соответствует условию

$$\sigma(r_{1/2}) = \sigma(0)/2. \quad (31.26)$$

Из соотношений (31.11), (31.13) следует, что

$$\sigma(r) = a^2 K J_0(aEr), \quad (31.27)$$

откуда, учитывая, что  $J_0(0) = 1$ , получаем

$$R_e(r) = J_0(aEr). \quad (31.28)$$

Значение  $r_{1/2}$  определяется при помощи (31.26) и (31.27):

$$r_{1/2} = 1,521/aE \quad (31.29)$$

(1,521 — первый корень уравнения  $J_0(x) = 0,5$ ). Из (31.28) и (31.29) следует

$$R_e(R_r) = J_0(1,521 R_r). \quad (31.30)$$

Таким образом, в приближении (31.11) радиальное распределение относительной электропроводности  $R_e(R_r)$  не зависит от силы тока и состава плазмы, что хорошо согласуется с экспериментальными данными [2, 107] \*). На рис. 5.10 проведено сравнение экспериментальных [2, 99, 107] и теоретических значений  $R_e(R_r)$ . Сплошная кривая, вычисленная по (31.30), соответствует угольной дуге в воздухе при силе тока  $\sim 2 \cdot 10^2$  а, для которой в [99] измерены распределения температуры и концентрации электронов \*\*). Из рис. 5.10 видно, что экспериментальные значения  $R_e(R_r)$  как для дуги, горящей в смеси аргона с водородом, так и для угольной дуги в воздухе хорошо согласуются с соотношением (31.30); небольшие расхождения можно отнести на счет приближенного характера аппроксимации (31.11). Штриховая кривая построена по эмпирической формуле  $R_e(R_r) = \exp(-R_r^2 \ln 2)$  (см. § 29).

## § 32. Положительный столб электрической дуги, стабилизированной потоком газа

Как уже указывалось (см. § 27), одним из наиболее эффективных способов стабилизации дуги является охлаждение ее продольным потоком газа. При этом передача энергии электрического поля потоку газа происходит в основном в положительном столбе дуги. Поэтому свойства газового потока определяются процессами, протекающими в положительном столбе, и, наоборот, стабилизирующий поток оказывает сильное влияние на свойства столба и поведение дуги в целом. Взаимодействие электрической дуги и стабилизирующего газового потока описывается системой газодинамических уравнений, детальный анализ которой представляет значительные математические трудности. Решения, позволяющие оценить влияние газового потока на ха-

\*) По данным [108] видно, что степень ионизации плазмы в [2, 107] порядка  $10^{-1}$ , что делает возможным приближение (31.11).

\*\*) Точность расчета электропроводности была проконтролирована путем интегрирования  $\sigma(r)$  по сечению столба и умножения полученной величины на измеренную в [109] напряженность электрического поля в такой дуге ( $\sim 10$  в/см). Это дает силу тока, равную 213 а, что весьма близко к действительной ( $\sim 200$  а).

характеристики электрической дуги, можно получить, лишь приняв ряд упрощающих предположений.

Рассмотрим электрическую дугу, горящую в потоке несжимаемого идеального газа с постоянной теплопроводностью  $\chi$ , движущемся вдоль оси цилиндрического канала радиуса  $R$ . Принимая во внимание сильную зависимость электропроводности плазмы от температуры и резко неравномерное распределение температуры по сечению столба дуги (см. § 29), зависимость электропроводности от температуры  $T$  в положительном столбе аппроксимируем кусочно-линейной функцией вида

$$\sigma = \begin{cases} 0 & \text{при } T \leq T_*, \\ b(T - T_*) & \text{при } T \geq T_*. \end{cases} \quad (32.1)$$

Это довольно грубое приближение, однако оно позволяет учитывать распределение плотности тока по сечению положительного столба и изменение напряженности электрического поля  $E$  вдоль оси столба [110].

Даже в предположении (32.1), сильно упрощающем задачу, в общем случае решение не удастся получить в аналитическом виде. Решение существенно упрощается в простом предельном случае канала, целиком заполненного движущейся электропроводной плазмой, вдоль оси которого течет электрический ток  $i$ . Распределение температуры по сечению и длине положительного столба такой дуги определяется выражением (см. примечание 13, стр. 517)

$$T(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0(\mu_n z) \exp \left\{ \int_0^z (a_* E^2 - \mu_n^2 a^2) dz \right\} + T_*. \quad (32.2)$$

Здесь  $a^2 = \pi \chi l / c_p Q_m$ ,  $a_* = \pi R^2 b l / c_p Q_m$ ,  $\chi$  — теплопроводность плазмы,  $l$  — длина дуги (канала, заполненного плазмой),  $c_p$  — теплоемкость плазмы,  $Q_m$  — массовый расход газа в потоке,  $R$  — радиус канала,  $b$  — константа в (32.1);  $E(z)$  — напряженность поля в дуге, зависящая от продольной координаты  $z$ ;  $A_n$  — коэффициенты Фурье разложения функции  $T(r, 0) - T_*$  в ряд по функциям Бесселя нулевого порядка  $J_0(\mu_n r)$ ;  $\mu_n$  — корни уравнения  $J_0(\mu_n) = 0$ ;  $z$  и  $r$  — безразмерные координаты.

Для окончательного вычисления распределения температуры  $T(r, z)$  необходимо определить  $E = E(z)$ . Из условия постоянства силы тока по длине канала

$$i = 2\pi \sqrt{a_*} b R^2 E \exp \left[ \int_a^z a_* E^2 dz \right] \int_0^{\xi_0(z)} (T - T_*) \exp \left[ - \int_0^z a_* E^2 dz \right] r dr, \quad (32.3)$$

где  $\xi_0(z)$  — уравнение поверхности, отделяющей дугу от неэлектропроводной части канала, с учетом (32.2) можно получить уравнение

$$\begin{aligned} \frac{dE^2}{dz} + 2a_* E^4 - 2E^2 \sum_1^{\infty} A_n \mu_n J_1(\mu_n) a^2 \times \\ \times \exp(-\mu_n^2 a^2 z) \Bigg| \sum_1^{\infty} \frac{A_n}{\mu_n} J_1(\mu_n) \exp(-\mu_n^2 a^2 z) = 0, \end{aligned} \quad (32.4)$$

решение которого может быть найдено обычными методами численного анализа (в уравнении (32.4) принято  $\xi_0(z) = 1$ , т. е. весь канал заполнен электропроводным газом).

При условии  $A_1 = T(0, 0) - T_* \equiv T_0$  и все  $A_n = 0$  при  $n > 1$  распределение температуры  $T(r, z)$  и падение потенциала  $U(z)$  в положительном столбе выражаются особенно просто. В этом случае уравнение (32.4) имеет решение вида

$$E^2 = E_0^2 [1 - (1 - M_E) \exp(-2a_* E_0^2 z)]^{-1}, \quad (32.5)$$

$$M_E = (E_0/E(0))^2, \quad E_0^2 = \mu_1^2 \chi / b R^2.$$

Согласно формуле (32.5) с ростом длины дуги или уменьшением расхода газа  $E \rightarrow E_0$ . Следовательно,  $E_0 = (\mu_1/R)(\chi/b)^{1/2}$  — напряженность электрического поля в положительном столбе дуги, горящей в неподвижном газе. Для падения потенциала на длине  $lz$  имеем

$$U(z) = \int_0^z lE(x) dx = lE_0 \left\{ z + \frac{1}{a_* E_0} \ln \frac{1 + [1 - (1 - M_E) \exp(-2a_* E_0^2 z)]^{1/2}}{1 + M_E^{1/2}} \right\}. \quad (32.6)$$

Из уравнения (32.2) и (32.5) находим для распределения температуры

$$T(r, z) = T_0 \left[ \frac{1 - (1 - M_E) \exp(-2a_* E_0^2 z)}{M_E} \right]^{1/2} J_0(\mu, r) + T_*. \quad (32.7)$$

С ростом длины канала или при уменьшении расхода газа распределение температуры по радиусу канала стремится к пределу

$$\lim_{\substack{l \rightarrow \infty \\ Q_m \rightarrow 0}} [T(r, z) - T_*] = \frac{J_0(\mu, r) \cdot i}{2\pi R J_1(\mu_1) (b\chi)^{1/2}} \equiv T(r) - T_*, \quad (32.8)$$

который можно рассматривать как распределение температуры в столбе дуги, горящей в неподвижном газе. Направление изменения температуры вдоль столба зависит от знака величины  $(1 - M_E)$ . При  $M_E < 1$  температура плазмы по мере движения вдоль канала растет, а при  $M_E > 1$  падает. Как показывает (32.5), в первом случае напряженность электрического поля с ростом  $z$  уменьшается. Следовательно, мощность, приходящаяся на единицу длины дуги, уменьшается, в то время как передача тепла к стенке канала возрастает. С ростом  $M_E$  мощность на единицу длины положительного столба сравнивается с мощностью, отдаваемой потоком газа стенке канала (при  $M_E = 1$ ). При дальнейшем увеличении  $M_E$  мощности дуги недостаточно для поддержания температуры газа, и с ростом  $z$  температура падает, а напряженность электрического поля растет.

Таким образом, величина  $M_E$  характеризует режим дуги, стабилизированной продольным потоком газа. Значения  $M_E$  определяются равенством

$$M_E = 4\pi J_1^2(\mu_1) R^2 T_0^2 \chi b i^{-2}. \quad (32.9)$$

Величины  $\chi$  и  $b$  характеризуют физические свойства газа;  $R$  определяет геометрический размер канала. Средняя температура  $T - T_*$  в сечении  $z = 1$

равна

$$\overline{T - T_*} = 2 \int_0^1 [T(r, 1) - T_*] r dr = \frac{2J_1(\mu_1)}{\mu_1} T_0 \left[ \frac{1 - (1 - M_E) \exp(-2\mu_1^2)}{M_E} \right]. \quad (32.10)$$

Коэффициент преобразования энергии в стабилизированной дуге  $\eta_w$  определяется как отношение количества тепла, затрачиваемого на повышение температуры газа (в единицу времени), к мощности положительного столба. Из уравнений (32.6) и (32.8) следует, что

$$\begin{aligned} \eta_w &= \xi \left[ \left( \frac{\delta}{M_E} \right)^{1/2} - 1 \right] \left[ 1 + \frac{1}{\mu_1^2 a^2} \ln \frac{1 + \delta^{1/2}}{1 + M_E^{1/2}} \right]^{1/2}, \\ \xi &= 2J_1(\mu_1) C_p T_0 Q_m R b^{1/2} / \mu_1^2 i \chi^{1/2}, \\ \delta &= 1 - (1 - M_E) \exp(-2\mu_1^2 a^2). \end{aligned} \quad (32.11)$$

Уравнения (32.6), (32.10), (32.11) показывают, что падение потенциала, среднемассовая температура и коэффициент преобразования энергии в положительном столбе дуги, стабилизированной продольным потоком газа, зависят от радиуса и длины канала, свойств газа, массового расхода и температуры газа в начальном сечении канала. На рис. 5.19 приведены графики зависимостей  $\overline{T - T_*}$ ,  $\eta_w$ ,  $U$  от длины канала, рассчитанные по формулам (32.6), (32.10) и (32.11)\*.

Вольтамперная характеристика, определяемая формулой (32.5) (в более общем случае — уравнением (32.4)), является растущей при всех значениях силы тока, если распределение температуры в начальном сечении остается постоянным [110]. В самом деле, в этом случае вольтамперная характеристика определяется уравнением

$$\begin{aligned} 2\pi b R^2 E \exp \left( \int_0^z a E^2 dz \right) S_* &= i, \\ S_* &= \sum_{n=1}^{\infty} A_n \int_0^1 J_0(\mu_n r) \exp(-\mu_n^2 a^2 z) r dr. \end{aligned} \quad (32.12)$$

Величина  $S_* > 0$  от  $i$  не зависит. Логарифмируя обе части уравнения (32.12) и дифференцируя по  $\ln i$ , находим

$$\frac{1}{E^2} \frac{\partial E^2}{\partial \ln i} + 2a \int_0^z \frac{\partial E^2}{\partial \ln i} dz = 2. \quad (32.13)$$

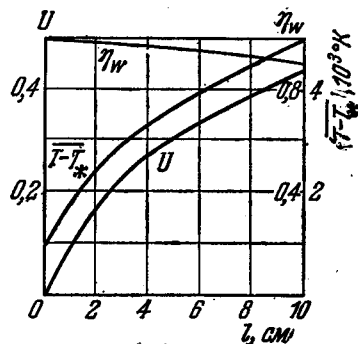


Рис. 5.19. Зависимость падения потенциала  $U$ , средней температуры  $\overline{T - T_*}$  и коэффициента преобразования энергии  $\eta_w$  от длины положительного столба дуги, стабилизированной продольным потоком газа.

\*) При расчете были приняты следующие значения:  $c_p = 10^8 \text{ эрг} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{град}$ ;  $\chi = 5 \cdot 10^6 \text{ эрг} \cdot \text{сек}^{-1} \cdot \text{град}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ ;  $b = 10^9 \text{ сек}^{-1} \cdot \text{град}^{-1}$ ;  $T_0 = 2 \cdot 10^3 \text{ }^\circ\text{K}$ ;  $R = 0,5 \text{ см}$ ;  $i = 10^{13} \text{ см}^{3/2} \cdot \text{г}^{1/2} \cdot \text{сек}^{-2}$ ;  $Q_m = 10 \text{ г} \cdot \text{сек}^{-1}$  [110].

Из (32.13) следует, что  $\left(\frac{\partial E^2}{\partial \ln i}\right)_{z=0} > 0$  и производные по  $z$  величин

$$\int_0^z \frac{\partial E^2}{\partial \ln i} dz \quad \text{и} \quad \frac{1}{E^2} \frac{\partial E^2}{\partial \ln i}, \quad (32.14)$$

если они тождественно не равны нулю, имеют разные знаки. Если бы, начиная с некоторого значения  $z$ , величина  $\partial E^2 / \partial \ln i$  стала отрицательной, то производные по  $z$  величин (32.14) имели бы одинаковые знаки, что невозможно. Поэтому величина  $\partial E^2 / \partial \ln i$  положительна. Отсюда следует, что с ростом силы тока падение потенциала на дуге также растет.

Таким образом, если в дуге, стабилизированной потоком газа, имеется столь сильно охлаждаемый участок, что, несмотря на рост силы тока, распределение температуры в нем остается постоянным, положительный столб дуги, следующий за этим участком, имеет восходящую вольтамперную характеристику. С другой стороны, в длинных дугах, где основная доля падения потенциала относится к положительному столбу, наличие падающего участка вольтамперной характеристики при малых токах связано, по-видимому, с изменением распределения температуры (при изменении величины тока) в начале положительного столба благодаря приэлектродным процессам.

# ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЙ СТОЛБ ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА И ДУГИ НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ

## § 33. Общая физическая картина процессов в положительном столбе

**1. Определения.** Плазму называют *активной*, если в ней все время происходит процесс ионизации (в отличие от распадающейся плазмы, см. {1}, § 60).

Мы будем рассматривать *неизотермическую плазму*, в которой за счет внешнего источника энергии поддерживается высокая электронная температура по сравнению с температурой других компонент плазмы. Источником энергии может служить либо электрическое поле (поддерживаемое зарядами, поступающими из внешней цепи, или индуцированное вследствие движения газа поперек магнитного поля), либо коротковолновое электромагнитное излучение (ультрафиолетовое, рентгеновское или  $\gamma$ -излучение). Температура газа  $T_g$  может быть много ниже температуры электронов  $T_e$ , если скорость отвода тепла из газа путем теплопроводности и конвекции значительно превышает скорость передачи энергии теплового движения от электронов к газу. Другой причиной, из-за которой  $T_g \ll T_e$ , может служить малость времени существования плазмы по сравнению со временем нагрева газа.

Примером активной неизотермической плазмы является положительный столб в разреженном газе. *Положительным столбом (ПС)* называют ту часть области прохождения стационарного самостоятельного тока в газе, в которой не действуют непосредственно краевые эффекты, связанные с электродами. Положительный столб заполняет все расстояние, остающееся между электродными областями промежутка (между анодом и катодом). Поэтому ПС не имеет определенной длины. Его протяженность может быть гораздо больше приэлектродных областей (в длинных межэлектродных промежутках); напротив, при сближении между собой катода и анода длина ПС может снизиться до нуля — ПС исчезает. В тлеющем токе ПС ограничен со стороны катода фарадеевым темным пространством и со стороны анода — областью анодного падения (см. гл. VII). В дуге низкого давления ПС расположен между областями катодного и анодного падений. С физической точки зрения положительный столб тлеющего тока и дуги низкого давления ничем не отличаются, если плотности тока и давление газа в них одинаковы.

**2. Феноменология ПС.** Внешне однородный ПС представляет собой область тока в газе с равномерным вдоль оси свечением, цвет которого зависит от рода газа и давления: при давлении  $p \geq 10$  мм рт. ст. ПС контрагирует к оси трубки, превращаясь в токовый шнур, оторванный от стенок трубки.

Плотность тока и концентрация заряженных частиц в ПС низкого давления имеют радиальное распределение, обладающее максимумом в центре и практически нулевым значением — у стенок. Точно так же распределена интенсивность свечения ПС. Все параметры в однородном ПС не зависят от продольной координаты: потенциал линейно растет по длине ПС (если двигаться от катода к аноду). В ПС существует радиальное поле довольно большой величины (порядка осевого и больше); оно равно нулю на оси ПС и максимумально у стенок.

При некоторых условиях (в определенном диапазоне токов и давлений, зависящих от рода газа) ПС может не быть однородным по длине: в таком столбе его физические параметры (электрические поля, концентрация заряженных частиц, электронная температура, интенсивность свечения) являются периодическими функциями продольной координаты. Области наиболее яркого свечения периодически неоднородного ПС называются *стратами*. Чаще всего эти страты движутся от анода к катоду, причем скорость их движения так велика, что сам факт наличия страт можно обнаружить только специальными методами — регистрируя интенсивность свечения ПС с помощью фотоумножителя и осциллографа, фотографируя ПС с помощью скоростной кинокамеры и т. д. Внешне ПС с движущимися стратами выглядит как однородный по длине.

Мы будем здесь рассматривать только однородный (по оси) положительный столб ( $E_z = \text{const}$ ); однако отметим, что средние (усредненные вдоль оси) характеристики слоистого положительного столба практически совпадают с характеристиками однородного положительного столба, вычисленными по теории однородного ПС для данных условий.

**3. Основные элементарные процессы в ПС.** Остановимся здесь вкратце на основных физических процессах, характеризующих стационарный ПС низкого давления.

Основным условием существования стационарного ПС является поддержание постоянной во времени концентрации заряженных частиц в нем. Баланс числа заряженных частиц и возбужденных атомов в ПС связан с балансом энергии, которая поступает в положительный столб через посредство продольного (токового) электрического поля. Кроме того, в ПС должна соблюдаться непрерывность тока.

Если стенки трубки состоят из диэлектрика, то через каждое сечение ПС должен протекать один и тот же ток:  $i = \text{const}$  (мы здесь и везде далее, если не оговорено иное, имеем в виду ПС в трубке с диэлектрическими стенками)\*). В этом случае условие  $i = \text{const}$  относится не только к положительному столбу, но и к катодной и анодной областям.

Баланс числа заряженных частиц в ПС поддерживается ионизацией нейтральных или возбужденных атомов газа быстрыми электронами. Эта ионизация компенсирует исчезновение заряженных частиц (электронов и ионов) вследствие ухода их на стенки трубки (свободным полетом при  $p < 10^{-2} \div 10^{-1}$  мм рт. ст., диффузией при  $p > 10^{-1}$  мм рт. ст.) или рекомбинации в объеме (при повышении концентрации заряженных частиц, давления газа или наложении продольного магнитного поля).

В ПС низкого давления не соблюдается принцип детального равновесия (см. {1}) в процессах, управляющих балансом числа заряженных частиц. Так, скорость процесса ионизации электронным ударом — рекомбинации в тройном столкновении двух электронов и иона — пренебрежимо мала по сравнению со скоростью прямого процесса. Баланс числа заряженных частиц в ПС низкого давления осуществляется в каждом сечении столба путем следующего стационарного цикла: ионизация в объеме — биполярный ток

\*) Если стенки трубки состоят из проводника [1], то условие  $i = \text{const}$  относится к системе: положительный столб + стенки. По стенкам тоже протекает электрический ток. Поскольку для существования положительного столба нужно продольное электрическое поле, то потенциал плазмы на оси столба повышается от катода к аноду. Если стенки изолированы от катода и анода, то их потенциал установится на уровне, определяемом условием:  $\oint j_w dS = 0$ , где  $j_w$  — плотность тока из плазмы на стенки,  $S$  — площадь стенок. Величина потенциала стенок должна установиться ниже потенциала анода, но выше потенциала катода. В областях столба, прилегающих к аноду, преобладает ионный ток из плазмы на стенки, поскольку стенки здесь находятся под более низким потенциалом, чем плазма; в областях, прилегающих к катоду, преобладает электронный ток.

ионов и электронов к стенкам — рекомбинация на стенках — поток нейтрального газа внутрь объема.

Баланс энергии в ПС поддерживается поступлением энергии от продольного электрического поля, которое нагревает прежде всего электроны (как наиболее легкие из заряженных частиц) и в меньшей степени ионы. Те и другие расходуют полученную энергию, взаимодействуя с атомами газа, с возбужденными атомами и между собой.

Обмен энергией между электронами, а иногда и более сложный физический процесс (см. § 37), приводит к установлению максвелловского распределения электронов по скоростям. Быстрые электроны из «хвоста» функции распределения электронов могут возбуждать и ионизовать атомы, что приводит к непрерывной утечке быстрых электронов из электронного ансамбля и, вообще говоря, в какой-то мере возмущает максвелловское распределение. Кроме потерь энергии электронов на возбуждение и ионизацию, часть их энергии уходит на нагрев газа и часть непосредственно передается стенкам (см. § 34).

Из-за большой разницы в массах электронов и атомов, а также из-за теплопроводности газа в ПС низкого давления устанавливается электронная температура  $T_e$ , в  $30 \div 300$  раз превышающая температуру газа  $T_g$ . Температура ионов  $T_p$  при этом практически равна температуре газа;  $T_e \approx 10^4 \div 10^5$  °K,  $T_p \approx T_g \approx 3 \cdot 10^2 \div 10^3$  °K (если не включать энергию направленного движения ионов вдоль поля в их «температуру»). При повышении давления (точнее, плотности) газа температура электронов снижается из-за уменьшения длины свободного пробега электронов и повышения числа актов ступенчатой ионизации; температура атомов газа растет из-за увеличения их частоты столкновений с электронами, и при давлении  $10 \div 100$  мм рт. ст. неизотермический ПС постепенно превращается в контрагированный (сжатый в шнур) почти изотермический ПС (см. гл. V). Контракция ПС при этом способствует токовый нагрев газа у оси, приводящий к уменьшению плотности газа и вследствие этого — к повышению электронной температуры и проводимости у оси, и, следовательно, к возрастанию концентрации электронов и плотности тока у оси.

Энергия, ушедшая на возбуждение, частично уходит из ПС в виде излучения резонансных и нерезонансных линий; эта доля энергии при некоторых давлениях может быть велика (§ 36).

**4. Условия стационарности.** Устанавливаемое в ПС значение электронной температуры определяется всегда условием баланса концентраций заряженных частиц, состоящего в равенстве числа актов ионизации и числа потерянных в единицу времени частиц. Величина  $T_e$  постоянна по длине и сечению ПС из-за высокой электронной теплопроводности (при низких давлениях газа).

Устанавливаемое в ПС значение продольной напряженности электрического поля ( $E_z \approx 1 \div 10$  в/см) соответствует установившемуся значению электронной температуры ( $T_e \approx 1 \div 10$  эв).

Устанавливаемое в ПС значение концентрации электронов  $n_e$  определяется величиной [плотности электрического тока  $j$ , которая в свою очередь определяется, наряду с газовым промежутком (длиной, сечением, наполняющим газом \*), краевыми условиями), также и внешней цепью — ее э.д.с. и сопротивлением (§ 34). Концентрация электронов и плотность тока в ПС постоянны по длине, но являются сильными функциями радиуса в сечении с максимумом на оси.

В широких пределах изменения тока ПС ( $10^{-4} \div 1$  а) напряженность продольного электрического поля ПС не зависит от величины тока, пока

\* Роль газа в данном случае характеризуется подвижностью электронов в нем.

при увеличении тока не станут играть заметную роль ступенчатые и нелинейные процессы (ступенчатая ионизация, объемная рекомбинация).

В силу свойства квазинейтральности плазмы концентрации электронов и положительных ионов почти равны друг другу (при  $n_e > 10^6 \div 10^8 \text{ см}^{-3}$ , см. § 39); однако приосевые области ПС всегда заряжены положительно по сравнению с пристеночными областями из-за большей подвижности электронов, уходящих на стенки и заряжающих их отрицательным по отношению к плазме зарядом.

Так как в силу условия стационарности ПС плотности электронных и ионных токов на диэлектрическую стенку трубки одинаковы, притормаживание электронов и ускорение ионов для выравнивания электронного и ионного стеночного токов осуществляется радиальным электрическим полем, которое создается некоторым избытком положительных ионов концентрации  $n_p$  у оси ПС; но при этом  $(n_p - n_e)/n_p \ll 1$ , так что квазинейтральность плазмы не нарушается (если только  $n_p \gg 10^6 \div 10^8 \text{ см}^{-3}$ ).

Электрический ток в ПС переносится параллельно оси ПС путем дрейфа ионов по направлению осевого электрического поля, и электронов — против этого поля. Дрейфовая скорость электронов много больше дрейфовой скорости ионов, и практически весь ток переносится электронами. Однако, этот факт не приводит к нарушению нейтральности плазмы в осевом направлении (т. е.  $n_e(z) = n_p(z) = \text{const}$ ).

Уход электронов из каждого данного участка ПС тотчас же восполняется их приходом из соседнего более близкого к катоду участка; в прикатодные области ПС поступает со стороны катода в единицу времени ровно столько электронов, сколько необходимо для поддержания заданной величины электрического тока в ПС. Аналогично этому столько ионов, сколько необходимо для поддержания ионной компоненты тока, поступает в единицу времени из прианодных областей ПС (из области анодного падения). Концентрация заряженных частиц в ПС определяется при низком давлении газа и при малых токах (когда роль объемной рекомбинации невелика) величиной тока и продольного электрического поля; в первом приближении она пропорциональна величине тока. Характеристики ПС при этих же условиях, если нет также ступенчатой ионизации, не зависят от величины тока и концентрации заряженных частиц.

**5. Границы существования ПС.** При росте силы тока в ПС растет концентрация электронов, увеличивается концентрация возбужденных атомов и роль ступенчатой ионизации. Это приводит к понижению электронной температуры и продольного электрического поля. Но вместе с тем на оси ПС происходит разогрев газа, что приводит к уменьшению его плотности у оси, а это ведет в свою очередь к росту электронной температуры у оси, к росту проводимости плазмы у оси ПС и к контракции (сжатию) ПС.

В обычной контракции важен момент появления значительной объемной рекомбинации. Поэтому давление, соответствующее появлению контракции, зависит от рекомбинации. У электроотрицательных газов это давление гораздо ниже.

Дальнейшее возрастание тока приводит к сжатию ПС в еще более узкий шнур под действием собственного магнитного поля тока, к так называемому «пинч-эффекту» [2]. Пинч-эффект может способствовать значительному нагреву плазмы в столбе. Однако появляющаяся электродинамическая неустойчивость плазменного, контрагированного вследствие пинч-эффекта шнура, не позволяет поддерживать стационарный электрический ток в газе в этих условиях.

При уменьшении тока ПС наступают условия, при которых концентрация заряженных частиц недостаточна для обеспечения квазинейтральности плазмы; этот вид ПС называется «субнормальным» (см. § 34).

При уменьшении давления газа наступает момент, когда числа атомов газа недостаточно для поддержания баланса числа ионизаций и ухода ионов на стенки; при этом давлении и ниже существование ПС невозможно [3].

Итак, укажем область параметров, в которой возможно существование нормального ПС низкого давления (при диаметрах трубок  $2R \approx 1 \div 10$  см): а) давление газа  $p \approx 10^{-4} \div 10$  мм рт. ст.; б) ток разряда  $i \approx 10^{-5} \div 10^3$  а (при этом концентрация электронов  $n_e \approx 10^7 \div 10^{13}$  см<sup>-3</sup>). Более точно этот диапазон параметров можно указать, зная род газа и диаметр трубки.

### § 34. Теория положительного столба низкого давления при малой плотности тока

1. **Параметры ПС.** Мы здесь будем рассматривать теорию ПС при давлениях  $p \leq 1$  мм рт. ст. и плотностях тока  $j \approx 10^{-3} \div 1$  а/см<sup>2</sup>, когда несущественны ступенчатые процессы, захват электронов молекулами, объемная рекомбинация, нагрев газа у оси ПС; при этих условиях плазма квазинейтральна.

Теория ПС связывает *внутренние параметры* ПС с заданными *внешними параметрами*. Такими заданными параметрами являются: радиус трубки  $R$ ; род газа (определяющий: потенциал ионизации  $U_i$ , потенциалы возбуждения  $U_a$ , массу ионов  $m_p$ , подвижность ионов  $b_p$ , сечения упругих и неупругих соударений электронов с атомами); давление газа  $p$ ; температура трубки  $T_w$ . Приэлектродные падения потенциала, а также внешняя цепь, питающая ток в трубке (ее э.д.с.  $\mathcal{E}$  и сопротивление  $\mathcal{R}$ ), вместе с самой трубкой определяют ток  $i$  в ней. Поскольку подбором величины  $\mathcal{E}$  и  $\mathcal{R}$  легко установить любую величину  $i$ , ее можно считать заданным параметром ПС.

Внутренними параметрами ПС (они непосредственно не зависят от желания экспериментатора, но определяются процессами в ПС и величинами независимых параметров) являются: электронная температура  $T_e$  или (в случае немаксвелловского распределения) вид функции распределения электронов по скоростям  $f_e(c)$ ; напряженность продольного электрического поля  $E_z$ ; концентрация электронов  $n_e(r)$ . Зная эти три основных параметра ПС, легко найти любой другой его параметр, например: частоту ионизации  $z_i$  электронными ударами, плотность стеночного тока  $j_w = j_{pw} = j_{ew}$ , температуру ионов  $T_p$  и газа  $T_g$ , концентрацию возбужденных атомов (молекул)  $n_a(r)$ , мощность, уносимую из ПС путем излучения, а также теряемую в объеме на нагрев газа и на стенках заряженными частицами, радиальное электрическое поле  $E_r(r)$ .

#### 2. Основные предположения теории ПС низкого давления.

- 1) ПС в осевом направлении однороден и стационарен во времени.
- 2) ПС состоит из смеси нейтральных атомов (или молекул), ионов и электронов (трехкомпонентная плазма). Наличие возбужденных атомов и процессов излучения при малых плотностях тока, рассматриваемых в данной теории ( $j \leq 10^{-1}$  а/см<sup>2</sup>), не играет существенной роли в механизме ПС и поэтому в этой теории не учитывается.
- 3) Распределение электронов и нейтральных атомов по скоростям — максвелловское с соответствующими температурами  $T_e$  и  $T_g$  (максвелловское распределение электронов на самом деле не всегда имеет место (см. § 37)).
- 4) Вся энергия поступает в ПС от электронов, ускоренных в осевом электрическом поле  $E_z$  (т. е. не рассматриваются, например, такие возможности, как облучение ПС посторонним источником какого-то излучения и т. п.).
- 5) Плазма ПС квазинейтральна:  $n_e \approx n_p = n$  (это накладывает ограничение снизу на величину  $n_e$ :  $n_e > 10^7 \div 10^8$  см<sup>-3</sup>; ПС с меньшими  $n_e$  рассматривается в теории «субнормального» ПС).

6) Ионизируются невозбужденные атомы, каждый ударом одного электрона. Поэтому скорость ионизации  $v_i$  пропорциональна концентрации электронов  $v_i = z_i n_e$ . Ступенчатой ионизацией пренебрегается.

7) Рекомбинация ионов и электронов происходит практически только на стенках. Объемной рекомбинацией пренебрегается. Это накладывает ограничение на плотность электронов ( $n_e < 10^{12} \div 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ).

8) Электронная температура  $T_e$  постоянна по сечению столба; это объясняется большой величиной электронной теплопроводности при малых плотностях газа ( $p < 1 \div 10 \text{ мм рт. ст.}$ ), рассматриваемых в данной теории, и отражением большинства электронов от стенок.

Движение электронов в направлении оси ПС описывается формулой подвижности

$$u_{ez} = b_e E_z,$$

где  $u_{ez}$  — средняя скорость движения электронов в направлении оси ПС;

$$b_e = e_0 \lambda_e / m_e c, \quad (34.1)$$

— коэффициент подвижности электронов. Формула подвижности применима для не слишком малых плотностей газа, а именно, при условии {1}

$$e_0 \lambda_e E_z \leq k T_e$$

что практически, однако, соблюдается при всех тех плотностях газа, когда ПС может устойчиво существовать (§ 39).

При рассмотрении ПС в литературе без доказательств принимается [4] больцмановское распределение концентраций электронов по сечению ПС

$$n_e(r) = n_e(0) \exp(e_0 \Phi(r) / k T_e). \quad (34.2)$$

Физически больцмановское распределение электронов связано с тем, что они движутся к стенкам в задерживающем электрическом поле, образованном отрицательным зарядом стенок. Этот заряд создают наиболее быстрые электроны, которые могут преодолеть «потенциальный барьер» по пути к стенкам. В стационарном состоянии токи электронов и ионов на стенке одинаковы, и величина этого тока определяется более тяжелыми (по сравнению с электронами) ионами, движущимися в ускоряющем поле к стенкам. В квазинейтральной плазме концентрации электронов и ионов одинаковы, поэтому из условия равенства потоков следует равенство скоростей ионов и электронов к стенкам; эта скорость, определяемая радиальным электрическим полем и массой иона, много меньше хаотической тепловой скорости электронов. Таким образом, скорость движения электронов в задерживающем радиальном поле много меньше их тепловой скорости; это и является обоснованием использования больцмановского распределения (34.2).

3. Определение внутренних параметров ПС. Для определения основных внутренних параметров ПС  $T_e$ ,  $z_i$ ,  $E_z$ ,  $n_e$  требуется четыре уравнения; эти четыре уравнения распадаются на две пары, в каждой из которых одно уравнение следует из условий стационарности, а другое — из перечисленных выше предположений [5].

3.1. Уравнение баланса носителей заряда. Число ионов, образованных в единицу времени в объеме ПС на единице его длины, должно быть равно числу ионов, ушедших из стенки за это время:

$$e_0 \int_0^R 2\pi r n_e(r) z_i dr = 2\pi R j_{pw}, \quad (34.3)$$

где  $j_{pw}$  — плотность ионного тока на стенки (равная плотности электронного тока в силу стационарности ПС и квазинейтральности плазмы).

3.2. Уравнение для частоты ионизации:  $z_i = f(p, T_e, U_i)$ . В случае максвелловского распределения электронов по скоростям и при линейной аппроксимации зависимости сечения ионизации  $s_i$  от энергии электрона  $U: s_i(U) = a(U - U_i)$ , где  $U > U_i$ ,  $a = \text{const}$ , выраженная в  $\text{см}^2/\text{е}$  (такая аппроксимация применима в большинстве случаев, так как  $kT_e \ll e_0 U_i$ , а линейный ход  $s_i(U)$  наблюдается до значений  $U \approx 2U_i$ ), частота прямой ионизации электронным ударом

$$z_i = an_g \frac{6 \cdot 10^2}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{2kT_e}{m_e} \right)^{1/2} \frac{m_e}{e_0} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{e_0 U_i}{kT_e} \right) \exp \left( - \frac{e_0 U_i}{kT_e} \right), \quad (34.4)$$

где  $n_g$  — концентрация атомов (см. формулу (61,5) в {1}).

Пара уравнений (34.3) и (34.4) достаточна для определения  $z_i$  и  $T_e$ , которые оказываются не зависящими от  $n_e$ .

3.3. Баланс энергии на единицу длины столба:

$$iE_z = P_w + P_a + P_g. \quad (34.5)$$

Здесь  $iE_z$  — мощность, затрачиваемая осевым электрическим полем на нагрев электронов (и поддержание этим всего баланса энергий);  $P_w$  — мощность, уносимая на стенки;  $P_a$  — мощность, которая расходуется на возбуждение;  $P_g$  — мощность, идущая на нагрев газа.

Уравнение (34.5) содержит зависимость  $iE_z = f(p, n_e, T_e)$ .

3.4. Уравнение подвижности. Если пренебречь вкладом ионного тока \*) в общий ток ПС и нагревом газа на оси ПС, то

$$i = e_0 \int_0^R 2\pi r n_e(r) u_{ez} dr = 2\pi e_0 b_e E_z \int_0^R r n_e(r) dr, \quad (34.6)$$

где  $b_e$  дается уравнением (34.1),  $u_{ez}$  — дрейфовая скорость электронов в направлении поля  $E_z$ .

Из уравнения (34.5) и (34.6) определяются величины  $E_z$  и  $n_e$ . Найденное из (34.5) значение  $E_z$  не зависит от  $n_e$ , так как входящие в правую часть (34.5) величины пропорциональны  $n_e$  (если пренебрегается ступенчатыми процессами), а из (34.6) следует, что  $i \sim n_e$ , т. е. левая часть (34.5) также пропорциональна  $n_e$ .

4. Две области давлений ПС. Обозначим через  $u_{pr}(r', r)$  скорость иона в радиальном направлении на расстоянии  $r$  от оси, если он образовался на расстоянии  $r'$  от нее, через  $\lambda_p$  — длину свободного пробега иона.

Область давлений газа, при которой применима теория ПС низкого давления, можно разделить на две части.

Область диффузионного режима ПС ( $\lambda_p \ll R$ ,  $p \approx 10^{-1} \div 10$  мм рт.ст.) — область применимости теории Шоттки [7]. При этом

$$u_{pr} = - \frac{D_p}{n_p} \frac{dn_p}{dr} + b_r E_r, \quad \lambda_r E_r \ll T_g, \quad (34.7)$$

\*) Движение положительных ионов под действием поля  $E$  по направлению к катоду приводит к появлению осевого градиента давления (от анода к катоду) газа в ПС, так как ионы сообщают газу в приосевых областях небольшую скорость по направлению к катоду [6]; вблизи стенок газ перетекает к аноду. Если ПС поддерживается в смеси газов, то вблизи катода появляется избыток атомов газа с наименьшим потенциалом ионизации. Это явление называется катодорезом (см. гл. XI).

где  $D_p$  — коэффициент диффузии ионов,  $b_p$  — коэффициент подвижности ионов.

В области низких давлений ( $\lambda_p \gg R$ ,  $p \approx 10^{-4} \div 10^{-2}$  мм рт. ст.) возможен режим «свободного полета» [4] ионов на стенке. При этом

$$u_{pr}(r', r) = \sqrt{\frac{2e_0}{m_p} [\varphi(r') - \varphi(r)]} \quad (34.8)$$

5. Диффузионный режим ПС. Уравнение баланса носителей заряда (34.3) следует из уравнения непрерывности

$$\operatorname{div}(n_e \mathbf{u}_e) = z_i n_e. \quad (34.9)$$

Уравнение (34.9) означает, что в каждой точке ПС скорость ионизации равна скорости ухода носителей путем диффузии к стенкам.

Составим уравнение движения ионов и электронов (для радиального направления):

$$u_{er} = -b_e E_r - \frac{1}{n_e} D_e \frac{dn_e}{dr},$$

$$u_{pr} = b_p E_r - \frac{1}{n_p} D_p \frac{dn_p}{dr}.$$

Так как ПС однороден в осевом направлении ( $\partial/\partial z = 0$ ) и стационарен во времени, то из (34.9) следует

$$n_e u_{er} = n_p u_{pr}.$$

При достаточно больших  $n_e$  ПС квазинейтрален:  $n_e \approx n_p$ . Как показано в [8] (см. § 38), условие  $n_e \approx n_p = n$  соблюдается уже при  $n_e > 10^8 \div 10^9$  см<sup>-3</sup>. Поэтому вместо равенства  $n_e u_{er} = n_p u_{pr}$  можно написать  $u_{er} = u_{pr} = u_r$ . Отсюда и из уравнений движения ионов и электронов находим ( $D_{am} = (b_p D_e + b_e D_p)/(b_e + b_p)$ )

$$n u_r = -D_{am} \frac{dn}{dr}, \quad E_r = -\frac{D_e - D_p}{b_e - b_p} \frac{1}{n} \frac{dn}{dr} \approx -\frac{kT_e}{e_0} \frac{1}{n} \frac{dn}{dr}, \quad (34.10)$$

так как  $b_e \gg b_p$ ,  $D_e \gg D_p$ ,  $D_e = b_e (kT_e/e_0)$ . Подставляя выражения (34.10) в уравнение (34.9), имеем

$$\frac{d^2 n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dn}{dr} + \frac{z_i}{D_{am}} n = 0. \quad (34.11)$$

Ограниченным при  $r = 0$  решением уравнения (34.11) является функция Бесселя  $J_0$ :

$$n(r) = n(0) J_0(r_1 \sqrt{z_i/D_{am}}). \quad (34.12)$$

В первом приближении можно принять простое краевое условие

$$n(R) = 0; \quad (34.13)$$

тогда

$$R \sqrt{z_i/D_{am}} = 2,405, \quad (34.14)$$

откуда

$$n(r) = n(0) J_0\left(2,4 \frac{r}{R}\right). \quad (34.15)$$

Грановским [9] было применено более точное краевое условие в случае диффузионного положительного столба: отраженный от стенок трубки поток ионов равен нулю. Выведенное в [9] краевое условие на стенках при некоторых упрощениях имеет вид

$$n(R) = -\lambda_p \frac{dn(R)}{dr}. \quad (34.16)$$

Условие (34.16) означает, что концентрация носителей у стенок не равна нулю, но достаточно мала, если режим ПС диффузионный ( $\lambda_p \ll R$ ):

$$\frac{n(R)}{n(0)} \approx \frac{\lambda_p}{R} \frac{T_e}{T_p}. \quad (34.17)$$

При использовании краевого условия (34.16), как показано в [9], условие баланса носителей (34.14) уточняется:

$$R \sqrt{\frac{z_i}{D_{am}}} = \frac{2,405}{1 + 0,82 (\lambda_p/R) (T_e/T_p)}. \quad (34.18)$$

Необходимо заметить, что поправка в (34.18) к условию (34.13) верна лишь в области давлений диффузионного диапазона, т. е. при выполнении условия (34.7).

Уравнение частоты ионизации (34.4) дает возможность, используя условие (34.14) или (34.18), получить значение электронной температуры в ПС в функции от  $pR$ . Пренебрегая для простоты малой поправкой в уравнении (34.18), используем (34.14). Подставив  $z_i$  из (34.14) в (34.4), получим для  $T_e$  уравнение

$$\sqrt{\frac{kT_e}{e_0 U_i}} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{e_0 U_i}{kT_e}\right) \exp\left(-\frac{e_0 U_i}{kT_e}\right) 1,16 \cdot 10^7 (CpR)^2 = 1, \quad (34.19)$$

где

$$C^2 = \frac{3,5 \cdot 10^{16} a \sqrt{U}}{b_{p1}}, \quad (34.20)$$

$b_{p1}$  — коэффициент подвижности ионов при  $p = 1$  мм. рт. ст.,  $R$  — в см,  $p$  — в мм рт. ст., остальное — в практических единицах. На рис. 6.1 дана кривая  $T_e/U_i = f(CpR)$ , найденная численным решением уравнения (34.19); эта кривая универсальна относительно рода газа. Ниже даны значения константы  $C$  для ряда газов:

Газ	He	Ne	Ar	Hg	N <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	Cs
$C$	$3,9 \cdot 10^{-3}$	$5,9 \cdot 10^{-3}$	$5,3 \cdot 10^{-2}$	$1,1 \cdot 10^{-1}$	$3,5 \cdot 10^{-2}$	$1,05 \cdot 10^{-2}$	$2,9 \cdot 10^{-2}$	$1,2 \cdot 10^{-1}$

Отметим, что при  $pR < 10^{-1}$  мм рт. ст. · см пользоваться кривой рис. 6.1 для определения  $T_e$  не следует, так как в этой области теория диффузионного решения строго неприменима (условия (34.7) не выполняются).

Продольное поле  $E_z$  можно определить по формуле

$$E_z = 1,51 \sqrt{\kappa^* / \lambda_e} U_e, \quad (34.21)$$

где  $U_e$  — температура электронов в вольтах,  $\lambda_e$  — в см \*). Эта формула следует из уравнения баланса энергии (34.5), если под  $\kappa^* = \kappa^*(T_e)$  понимать среднюю суммарную долю потерь электронов, уходящую на нагрев газа в упругих столкновениях, на стенки, на неупругие столкновения (см. [3]). Так как  $T_e = T_e(pR)$  и  $\lambda_e \sim 1/p$ , то из (34.21) следует, что

$$E_z/p = f(pR).$$

Концентрация электронов в диффузионном ПС может быть определена из уравнения (34.6) с использованием (34.15):

$$i = 0,43n(0)e_0b_eE_z. \quad (34.22)$$

Зная теперь основные зависящие параметры ( $T_e$ ,  $E_z$ ,  $n_e$ ), можно определить все прочие интересующие нас характеристики ПС. Так как  $E_z = -d\varphi(r)/dr$ , то из (34.10) следует

$$\frac{n(r)}{n(0)} = \exp \frac{e_0\varphi(r)}{kT_e}. \quad (34.2)$$

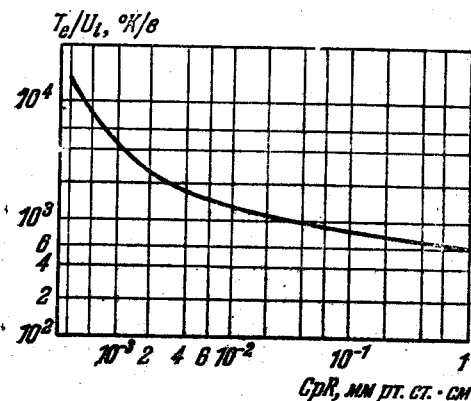


Рис. 6.1. Теоретическая зависимость  $T_e/U_i = f(CpR)$ , дающая значение электронной температуры в диффузионном положительном столбе.

Мы видим, что в теории диффузионного ПС из условия амбиполярности следует (с точностью до членов порядка  $b_p/b_e$  в показателе экспоненты) бoльцмановское распределение концентрации заряженных частиц по радиусу. Это объясняется тем, что электроны диффундируют к стенкам против силы электрического поля, созданного отрицательным зарядом стенок и определяемого из (34.2), при условии (34.15) формулой

$$\varphi(r) = \frac{kT_e}{e_0} \ln \left[ J_0 \left( 2,4 \frac{r}{R} \right) \right]. \quad (34.23)$$

Отсюда при  $r \rightarrow R$  находим  $\varphi(r) \rightarrow -\infty$ . Этот физически невозможный результат показывает, что для вычисления  $E_z$  приближенное краевое условие (34.15) непригодно. При более точном краевом условии (34.16) число 2,4 нужно заменить правой частью выражения (34.18), после чего приближенно получим

$$\varphi(R) = \frac{kT_e}{e_0} \ln \left[ 1,97 \frac{\lambda_p}{R} \frac{T_e}{T_p} J_1(2,4) \right]. \quad (34.24)$$

Ток положительных ионов на стенки определяется из (34.10) и (34.15):

$$j_{pw} = e_0 n(R) u_{pr}(R) = e_0 D_{am} \frac{dn(R)}{dr} = 2,4 J_1(2,4) \frac{e_0 n(0) D_{am}}{R}. \quad (34.25)$$

6. Теория ПС низкого давления (ионы достигают стенок в режиме «свободного полета»). В этой теории делается предположение, что электроны по сечению ПС распределены по Больцману, так как средняя скорость их направленного движения к стенкам или по оси много меньше их хаотической

\*) Численный коэффициент в формуле (34.21) относится к случаю максвелловского распределения электронов при прямой пропорциональности длины свободного пробега электрона его скорости. При другой зависимости от скорости численный коэффициент будет несколько иным (см. [10]).

тепловой скорости. Кроме того, предполагается, что ионы имеют очень малую энергию хаотического движения по сравнению с энергией направленного движения, которую они получают в радиальном поле ПС по направлению к стенкам. Таким образом, скорость иона в точке  $r$  дается выражением (34.8), если  $\lambda_p \gg R$ . Остальные предположения указаны выше в п. 2.

Уравнение баланса плазмы (34.3) в этой теории выводится из уравнения Пуассона

$$\nabla_r^2 \varphi = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d\varphi}{dr} \right) = -4\pi e_0 (n_p - n_e). \quad (34.26)$$

Скорость ионов  $u_{pr}(r', r)$ , родившихся в произвольной точке  $r'$  и пришедших под действием радиального поля в точку  $r$ , дается выражением (34.8) в случае  $\lambda_p \gg R$ ; различные области давлений в ПС ( $\lambda_p = R$ ,  $\lambda_p \gg R$ ,  $\lambda_p \ll R$ ) различаются видом функции  $u_{pr}(r', r)$ .

Если плотность ионов, генерируемых в точке  $r'$  в 1 сек, есть  $z_i n_e(r')$ , то их плотность при прохождении точки  $r$ , как показывает простое геометрическое рассмотрение, равна

$$dn_p = z_i n_e(r') \frac{r' dr'}{r u_{pr}(r', r)}. \quad (34.27)$$

Полная плотность ионов в точке  $r$

$$n_p(r) = \int_0^r dn = \frac{1}{r} \int_0^r \frac{z_i n_e(r') r' dr'}{u_{pr}(r', r)}. \quad (34.28)$$

Обозначив через  $\eta = -e_0 \varphi / k T_e$  и  $\eta' = e_0 \varphi' / k T_e$  безразмерные потенциалы, используя для  $n_e$  соотношение Больцмана (34.2)

$$n_e(r) = n_e(0) \exp(-\eta(r))$$

и введя безразмерные радиусы

$$s = z_i \left( \frac{m_p}{2kT_e} \right)^{1/2} r, \quad s' = z_i \left( \frac{m_p}{2kT_e} \right)^{1/2} r',$$

можно преобразовать уравнение Пуассона к виду

$$\frac{m_p z_i^2}{8\pi e_0^2 n_e(0)} \nabla_s^2 \eta + e^{-\eta} - \frac{1}{s} \int_0^s s' e^{-\eta'} [\eta - \eta']^{-1/2} ds' = 0. \quad (34.29)$$

Уравнение (34.27) называется в [4] «уравнением плазмы и слоя». В плазме последние два члена левой части этого уравнения, соответствующие концентрации электронов и ионов, близки друг к другу и каждый из них много больше члена, содержащего  $\nabla_s^2 \eta$  \*). Поэтому в уравнении для плазмы можно

\*) Действительно, из (34.24) следует такая оценка:

$$\left| \frac{\nabla_r^2 \varphi}{4\pi e_0 n_p} \right| \sim \frac{\varphi / R^2}{4\pi e_0 n_p} \sim \frac{k T_e}{4\pi e_0^2 n_p} \frac{1}{R^2} = \left( \frac{z_D}{R} \right)^2 \ll 1,$$

где  $n_p \gg 10^7 \text{ см}^{-3}$ ,  $R \approx 1 \text{ см}$ ,  $T_e \approx 10^4 \text{ К}$ ,  $r_D$  — дебаевский радиус,  $\varphi \approx k T_e / e_0$ . Лишь вблизи стенок, где потенциал начинает круто изменяться, величина  $\nabla_r^2 \varphi$  возрастает:  $|\nabla_r^2 \varphi| \sim \varphi / \delta_w$ , где  $\delta_w$  — размер пристеночного слоя, имеющий порядок величины дебаевского радиуса.

пренебречь членом  $\nabla_z^2 \eta$ , и оно примет вид

$$e^{-\eta} - \frac{1}{s} \int_0^s e^{-\eta'} [\eta - \eta']^{-1/2} ds' = 0. \quad (34.30)$$

В области слоя у стенок трубки и в переходной области плазма — слой, где  $n_e < n_p$  в уравнении (34.27) нельзя пренебрегать никаким слагаемым. Толщина слоя в обычных условиях ПС ( $n_p \gg 10^{-8} \text{ см}^{-3}$ ) мала по сравнению с радиусом трубки, и почти все сечение трубки занято плазмой\*).

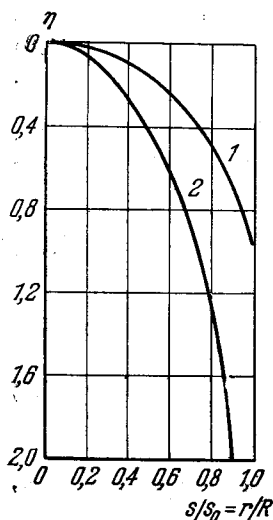


Рис. 6.2. Радиальное распределение потенциала плазмы в случае  $\lambda_p \gg R$  (кривая 1) и  $\lambda_p \ll R$  (кривая 2), вычисленное по теории Тонкса и Ленгмюра [4].

Уравнение (34.27) решается в виде ряда  $s = \eta^{1/2} (1 - 0,2 \eta - 0,026061 \eta^2 - 0,0064894 \eta^3 - \dots)$

(рис. 6.2). При некотором  $\eta = \eta_0$  и соответствующем ему  $s = s_0$   $dn/ds \rightarrow \infty$ . Уравнение плазмы (34.28) применимо лишь при  $\eta < \eta_0$  и  $s < s_0$ , так как на цилиндре ( $s_0, \eta_0$ ) член с  $\nabla_z^2 \eta$  уравнения (34.27) уже нельзя отбрасывать. Поэтому  $s = s_0$  означает границу между плазмой и слоем. Чтобы найти ее, приравняв, используя (34.29), нулю производную  $ds/d\eta$ , найдем

$$\eta_0 = 1,155, \quad s_0 = 0,7722. \quad (34.30)$$

Если толщина слоя мала, то  $s = s_0$  соответствует радиусу  $r = R$  (плазма простирается почти до  $R$ ). В этом случае из (34.30) имеем

$$z_i R = s_0 \sqrt{2kT_e/m_p} = 0,426 \cdot 10^6 \sqrt{T_e m_e/m_p}. \quad (34.31)$$

Отсюда видно, что уравнение баланса плазмы (34.31) в случае низких давлений ( $\lambda_p \gg R$ ) дает другую связь между  $z_i, R$  и  $T_e$ , нежели в случае давлений диффузионного диапазона.

Скорость ухода носителей из плазмы определяется ионным током на стенки, плотность которого

$$j_{pw} = \frac{s_0 e_0}{\pi} \sqrt{\frac{2k}{m_p} \frac{N_e}{R^2} \frac{\sqrt{T_e}}{R}}, \quad (34.32)$$

где  $N_e$  — число электронов на единицу длины ПС. Уравнения частоты ионизации (34.4) и подвижности (34.6) в случае  $\lambda_p \gg R$  остаются без изменения.

Система уравнений (34.4), (34.5), (34.31) и (34.32) описывает свойства ПС низкого давления; но аналитическое решение ее и вычисление параметров плазмы с ее помощью затруднительно. Сделав ряд предположений (см. ниже) Клярфельд [13] дал решение этой системы уравнений и получил прямые выражения основных параметров положительного столба низкого давления. В уравнении (34.5) при низких давлениях газа ( $p \approx 10^{-4} \div 10^{-3} \text{ мм рт. ст.}$ ) можно принять

$$P_a \approx 0, \quad P_g \approx 0, \quad P_w = 2\pi R j_{pw} \left[ U_i + \frac{kT_e}{e_0} \left( 2 + \ln \sqrt{\frac{m_p}{m_e}} \right) \right]. \quad (34.33)$$

\*) В случае  $\lambda_p \gg R$  толщина слоя дается в теории Тонкса и Ленгмюра довольно сложным выражением, но для оценки можно ее определять из уравнения Пуассона и падения потенциала у стенок [12]

$$U_{sw} = \frac{1}{2} \frac{kT_e}{e_0} \ln \left( \frac{m_p}{m_e} \frac{T_e}{T_p} \right).$$

Здесь член  $U_i$  выражает энергию, выделяющуюся на стенках при рекомбинации; член  $2kT_e/e_0$  — энергию потока электронов нормально к стенкам;  $(kT_e/e_0) \ln \sqrt{m_p/m_e}$  — энергию иона, которую он набирает при прохождении падения потенциала в слое.

При упрощающих предположениях:  $iE_z = P_w$ ,  $P_a = P_g = 0$  и

$$U_i + 2 \frac{kT_e}{e_0} \approx 2U_i$$

система уравнений (34.3) — (34.5), (34.31) и (34.32) имеет такое решение:

$$T_e = \frac{e_0 U_i}{k \ln \left[ \frac{4RC_0 U_i}{s_0 \sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{m_p}{m_e}} \right]}, \quad C_0 = \text{const} \cdot p; \quad (34.34)$$

$$z_i = \frac{s_0}{R} \sqrt{\frac{2k}{m_p}} \sqrt{T_e}; \quad (34.35)$$

$$N_e = \frac{i \sqrt{2R \sqrt{m_e m_p}}}{e_0^{1/2} (\sqrt{\pi} \cdot 0,75 \lambda_e s_0 [U_i + (2 + \ln \sqrt{m_p/m_e}) kT_e/e_0]^{1/2}}; \quad (34.36)$$

$$j_{pw} = \sqrt{\frac{m_e}{m_p}} \frac{i \sqrt{s_0 k T_e}}{\sqrt{0,75 \pi^{1/2} R^{1/2}} \sqrt{e_0 \lambda_e [U_i + (2 + \ln \sqrt{m_p/m_e}) kT_e/e_0]^{1/2}}}; \quad (34.37)$$

$$E_z = \sqrt{\frac{m_e}{\pi m_p}} \frac{k s_0 T_e [U_i + (2 + \ln \sqrt{m_p/m_e}) kT_e/e_0]}{0,75 R \lambda_e e_0}. \quad (34.38)$$

Эти формулы дают в аналитической форме выражение параметров ПС очень низкого давления ( $p \leq 10^{-3}$  мм рт. ст.); их сравнение с данными эксперимента обнаруживает хорошее согласие (§ 35) в ограниченном диапазоне давлений и токов.

**7. ПС промежуточных давлений.** Общая [4] теория также позволяет рассмотреть случай промежуточных давлений ( $\lambda_p \sim R$ ). Дифференциальное уравнение баланса заряженных частиц удобно представить в виде

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} [r u_{pr} e^{-\eta}] = z_i e^{-\eta}. \quad (34.39)$$

В случае промежуточных давлений дрейфовая скорость ионов, как показал Фрост [14], хорошо аппроксимируется формулой

$$u_{pr} = \frac{b_{p1} E_r}{(1 + a E_r/p)^{1/2}}, \quad (34.40)$$

где  $b_{p1}$  и  $a$  — константы, зависящие от рода газа. В работе [15] уравнение (34.39) с учетом (34.40) проинтегрировано численно, причем полагалось  $T_p = T_g$ . В результате получено уравнение баланса плазмы для промежуточной области давлений:

$$z_i R = 0,24 \sqrt{\frac{2kT_g}{m_p}} \frac{\lambda_p}{R} \frac{T_e}{T_g} \left[ 2,4 - 0,71 \lg \left( 2,8 \frac{\lambda_p}{R} \frac{T_e}{T_g} + 1 \right)^2 \right]. \quad (34.41)$$

Это уравнение представляет собой уточнение уравнения (34.18).

**8. Замечания.** Кроме основных зависимых параметров ПС  $n_e$ ,  $j_{pw}$ ,  $T_e$ ,  $E_z$ ,  $z_i$ , часто нужно знать другие параметры.

8.1. Температура ионов  $T_p$ . В большинстве случаев направленная скорость ионов (особенно радиальная скорость) значительно превышает их хаотическую скорость. Направленная скорость ионов определяется либо из уравнения подвижности ионов, если  $\lambda_p \ll R$ , либо из выражения (34.8), если  $\lambda_p \gg R$ . Степень немонокинетичности ионов (температура ионов  $T_p$ ) определяется температурой газа  $T_g$ .

8.2. Температура газа  $T_g$ . Величина температуры газа может быть найдена из баланса энергии всех компонент плазмы положительного столба, в том числе из уравнения теплопроводности газа (см. п. 4 § 38). В случае низкого давления ( $p \leq 1$  мм рт. ст.) и небольших токов ( $j < 0,1$  а/см<sup>2</sup>) температура газа ненамного выше температуры стенок трубки \*).

8.3. Концентрация возбужденных атомов. Концентрация  $n_a$  возбужденных атомов, которые в случае отсутствия ступенчатых процессов не влияют на баланс заряженных частиц, может быть найдена, если известны  $n_e$  и  $T_e$ , сечение возбуждения и время жизни возбужденного атома (см. § 36).

Отметим в заключение, что в рамках теории положительного столба низкого давления величины  $T_e$ ,  $E_z$  и  $E_r$  не зависят от силы тока  $i$  и от концентрации заряженных частиц  $n_e$ .

9. ПС в электроотрицательных газах и при наличии разных сортов ионов. ПС с отрицательными ионами ( $n_n \neq 0$ ), например в галогенах или в кислороде, исследовался в работах [17—26]. Однако в настоящее время нет достаточно полной и непротиворечивой теории ПС в электроотрицательных газах. Качественно можно утверждать, что вследствие захвата электронов атомами электроотрицательного газа, т. е. благодаря дополнительному механизму потерь электронов в электроотрицательном газе с тем же потенциалом ионизации, что и в электроположительном, величина электронной температуры и продольного поля должны быть выше, чем в электроположительном газе.

Результаты расчетов параметров положительного столба в смеси газов приведены в работах [27—30] (Ag + Hg) и в [31] (Ne + Na); теория ПС, в котором имеется несколько сортов ионов, рассмотрена в работе [32].

10. Устойчивость существования ПС при низких давлениях газа. В работе [33] показано, что при значениях  $pR$  ниже некоторого значения  $(pR)_{кр}$  ПС существовать не может; при понижении  $pR$  возрастает  $T_e$ , но скорость ионизации  $z_i$  не возрастает экспоненциально (см. {1}) все время, а из-за наличия максимума в зависимости сечения ионизации от энергии электрона рост  $z_i$  замедляется; в то же время при понижении  $pR$  скорость ухода ионов на стенки растет, и при некотором  $pR$  она превышает возможную в этих условиях скорость ионизации; существование ПС прекращается. Тот факт, что причиной прекращения существования ПС при малых  $pR$  является немонотонный энергетический ход сечения ионизации, подтверждается экспериментально тем, что эффект имеет место независимо от плотности тока, в том числе и при малых плотностях тока.

Во всех теориях ПС при подсчете частоты ионизации сечение ионизации аппроксимировали прямой; если учесть действительную форму сечения, то можно попытаться количественно определить  $(pR)_{кр}$ . С достаточной степенью точности сечение ионизации  $s_i$  можно аппроксимировать выражением

$$s_i(U) = s_{i \max} \frac{U - U_i}{U_{\max} - U_i} \exp \left[ - \frac{U - U_{\max}}{U_{\max} - U_i} \right],$$

\*) Так, в ртути при  $p = 1,8$  мм рт. ст.,  $R = 2$  см,  $i = 0,3$  а  $T_g(0) - T_g(R) = 16,4^\circ\text{C}$  согласно расчету [16].

где  $s_{i\max}$  — максимальное значение  $s_i$ , которому соответствует энергия электрона  $U_{\max}$ .

Подставив  $s_i$  в выражение для частоты ионизации:

$$z_i = \int_0^{\infty} n_g s_i(c) c_e f_e(c) dc_e,$$

где  $c_e = \sqrt{2U/m_e}$ ,  $f_e(c)$  — максвелловская функция распределения, можно получить

$$z_i = A s_{i\max} \sqrt{U_e} \frac{1 + U_e (1/U_{\max} - U_i) + (2/U_i)}{[1 + U_e (U_{\max} - U_i)]^3} \exp(-U_i/U_e),$$

где  $A = \text{const}$ , зависящая от выбора единиц измерения;  $U_e$  — электронная температура в вольтах.

С другой стороны,  $z_i$  связана с электронной температурой и радиусом трубки через уравнение баланса плазмы (34.31)

$$z_i = \frac{B}{R} \sqrt{U_e},$$

где  $B = \text{const}$ , зависящая от  $m_p$  и единиц измерения. Приравняв правые части обоих выражений для  $z_i$ , получим уравнение для определения  $U_e$  в ПС низкого давления: решение  $U_e = f(pR)$  этого уравнения неоднозначно; имеется некоторое  $pR = (pR)_{\text{кр}}$  такое, что при  $(pR) < (pR)_{\text{кр}}$  решение не существует. Найденные таким образом  $(pR)_{\text{кр}}$  по порядку величины в некоторых случаях согласуются с экспериментальными результатами Клярфельда, приведенными в [33]:

Газ	Hg	K	Ar	Ne	He
$(pR)_{\text{кр}}, \text{ мм рт.ст.см}$	0,079	0,21	0,27	1,56	8,66
$(pR)_0, \text{ мм рт.ст.см}$	0,11	0,48	4,8	15,0	50,0

11. Субнормальный положительный столб. При очень малых плотностях тока существование положительного столба прекращается из-за роста слоя объемного заряда у стенок трубки. Когда размеры слоя сравниваются с размерами радиуса трубки, область квазинейтральной плазмы у оси трубки исчезает; режим амбиполярной диффузии переходит в режим свободной диффузии электронов к стенкам. (Вследствие малой концентрации заряженных частиц поле объемного заряда ионов недостаточно для создания режима двуполярной диффузии.) Так как электроны начинают диффундировать на стенки с большой скоростью, необходима большая частота ионизации; следовательно, нужна большая электронная температура и большее продольное электрическое поле. При этом положительный столб уже не является квазинейтральной плазмой.

Эксперименты [34, 35] показали, что при понижении плотности тока до  $10^{-6} \text{ а/см}^2$  продольное поле  $E_z$  внезапно начинает возрастать \*).

В [34] найдена из условия нарушения квазинейтральности плазмы плотность тока, ниже которой начинается аномальный рост  $E_z$ . Пусть кон-

\*) Опыты проводились с парами Hg при давлении 0,76 мм рт. ст. в трубке с  $2R = 5 \text{ см}$ .

центрация электронов  $n_e$  распределена по радиусу трубки параболически \*):

$$n_e(r) = n_e(0) (1 - r^2/R^2).$$

Так как, с другой стороны,

$$n_e(r) = n_e(0) \exp[-e_0 U(r)/kT_e],$$

то из уравнения Пуассона и из кривой  $n_e(r)$  можно найти разность  $\delta n$  концентраций ионов и электронов, являющуюся мерой отклонения от квазинейтральности:

$$\delta n(r) = n_p - n_e = \frac{kT_e}{\pi e_0^2} \frac{R^2}{(R^2 - r^2)^2}. \quad (34.42)$$

С другой стороны, из уравнения подвижности имеем

$$n_e(r) = \frac{2i(8m_e kT_e(\pi))^{1/2}}{\pi R^2 e_0^2 \lambda_e E_z} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right).$$

Квазинейтральность нарушается при некотором  $r \geq r_{гр}$ , когда  $\delta n \geq n_e$ :

$$r_{гр} = R [1 - 1,9 \cdot 10^{-3} (E_z \lambda_e(i)^{1/2} T_e^{1/2})^{1/2}],$$

где  $E_z$  — в в/см,  $\lambda_e$  — в см,  $T_e$  — в °K,  $i$  — в а.

Главную роль в величине  $r_{гр}$  играет изменение  $i$ . Из экспериментов [35] следует, что рост  $E_z$  начинается при  $r_{гр}$  порядка  $R$ , т. е. тогда, когда условие квазинейтральности становится неприменимым к большей части сечения трубки.

Строгий анализ вопроса о переходе режима амбиполярной диффузии в режим свободной диффузии при малых концентрациях носителей и малых плотностях токов дан в работах [8, 36], где развивается общая теория ПС без ограничений, накладываемых квазинейтральностью. Рассмотренные в этих работах вопросы представляют более широкий интерес, чем только теория положительного столба малых токов; в частности, теория, изложенная в [8], применима к рассмотрению процессов пробоя в начальной стадии, когда еще мала концентрация электронов и не образовалась квазинейтральная плазма; другие примеры: корона низкого давления между большими близко расположенными электродами; ореолы вокруг стержня контрагированного ПС и т. д.

Из работы [8] следует наглядный качественный критерий перехода режима амбиполярной диффузии в режим свободной диффузии электронов: если дебаевский радиус электронного газа велик:

$$r_D \geq R, \quad r_D = \sqrt{\frac{kT_e}{4\pi n_e e_0^2}},$$

то диффузия перестает быть амбиполярной. При этом на основании изложенных выше соображений положительный столб становится «субнормальным».

### § 35. Экспериментальные исследования положительного столба низкого давления при малой плотности тока

Исследованиям ПС посвящено большое число работ. Значительная часть их [11, 13, 15, 37—60] была проведена в условиях, при которых выполняются основные предположения теории положительного столба (34.3), (34.4) о прямой ионизации электронным ударом, об отсутствии рекомбина-

\*) Это является достаточно хорошим приближением.

ции в объеме и о наличии максвелловского распределения электронов. Они дали сведения об основных параметрах ПС при разных условиях и показали, что в умеренном диапазоне плотностей тока ( $10^{-3} \div 10^{-1}$  а/см<sup>2</sup>) при давлениях  $10^{-4} \div 1$  мм рт. ст. теория положительного столба, изложенная в § 34, приближенно верна.

Как отмечено в [5] и [41], в большинстве случаев в ПС существуют страты (в основном — бегущие страты) — слои резкой осевой неоднородности всех параметров ПС. Мы здесь не будем останавливаться на этом большом и специальном вопросе, поскольку усредненные во времени стационарные параметры ПС хорошо соответствуют теории, предполагающей осевую однородность [5], а также потому, что в данной книге не рассматриваются нестационарные процессы, примером которых являются страты.

1. Измерение  $T_e$ . Результаты измерения [13, 39, 40] электронной температуры  $T_e$  как функции  $pR$  в разных газах представлены на рис. 6.3. Эти измерения были проведены методом зонда Ленгмюра в том диапазоне давлений, где этот метод применим ( $p < 1$  мм рт. ст.).  $T_e$  падает с ростом  $pR$ ,

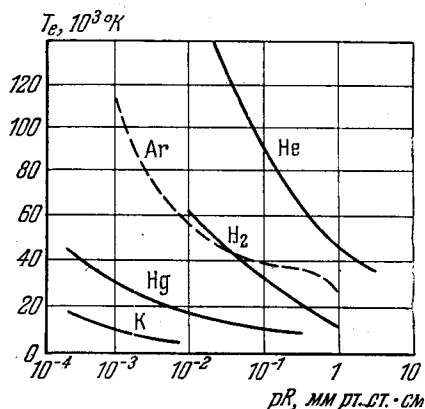


Рис. 6.3. Экспериментально найденные значения электронной температуры в положительном столбе разных газов.

He:  $2R = 2$  см,  $i = 0,3$  а [13]; K:  $2R = 3,2$  см,  $i = 1$  а [13]; Hg:  $2R = 3,2$  см,  $i = 3$  а [13]; Ar:  $2R = 1,95$  см,  $i = 0,1$  а [39]; H<sub>2</sub>:  $2R = 3,2$  см,  $i = 0,3$  а [40].

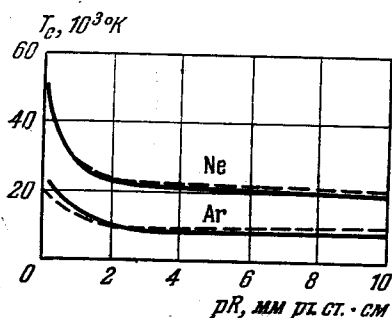


Рис. 6.4. Сравнение экспериментальных значений  $T_e = f(pR)$  [19, 61] (сплошные кривые) и рассчитанных по теории Шоттки [7] (штриховые) с помощью рис. 6.1.

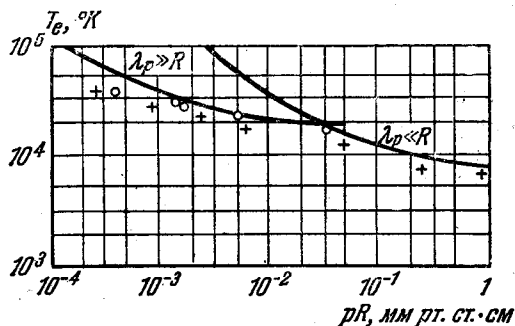


Рис. 6.5. Сравнение экспериментальных данных  $T_e$  [44, 48] (точки) с теорией Ленгмюра и Тонкса [4] (сплошные кривые) [42].

что ясно физически: с увеличением  $pR$  затрудняются потери заряженных частиц на стенках, т. е. время жизни частиц увеличивается, и для поддержания стационарного состояния нужна меньшая скорость ионизации, а с ней — и меньшая электронная температура (см. § 34).

Сравнение экспериментальных значений  $T_e = f(pR)$  с рассчитанными по диффузионной теории (§ 34) приведены на рис. 6.4. На рис. 6.5 производится также же сравнение результатов эксперимента [44, 48] с теорией [4] в широком диапазоне давлений, проведенное Вассеррабом [42]. Приведенные данные говорят об удовлетворительном согласии эксперимента и теории в диапазоне давлений  $10^{-4} \div 1$  мм рт. ст. В этих экспериментах токи ПС составили  $10^{-2} \div 1$  а, диаметры трубок были  $1 \div 3$  см. В этом диапазоне токов  $i$

зависимости  $T_e = f(i)$  не наблюдалось, что также согласуется с предположением теории об отсутствии ступенчатых процессов.

На рис. 6.6 приведены результаты Дрювестейна [62] по измерению  $U_e = f(r)$ ; эти измерения оправдывают необоснованное теоретически предположение теории о том, что  $T_e(r) = \text{const.}$  Можно считать, что постоянство  $T_e$  по сечению связано с высокой теплопроводностью электронного газа и краевым условием для электронной температуры у стенок трубки, заряженных отрицательно и отражающих практически все электроны [13].

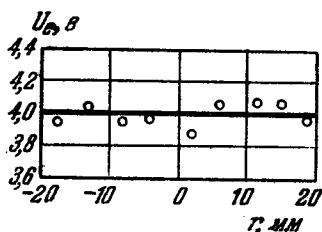


Рис. 6.6. Зависимость  $U_e$  от текущего радиуса  $r$  ( $2R = 40$  мм) [62].

**2. Измерение  $\varphi(r)$ .** Измерения потенциала плазмы по радиусу столба [4, 13] также находятся в хорошем согласии с теорией (рис. 6.7). Эти исследования проведены методом зондов Ленгмюра. Разность потенциалов между осью положительного столба и границей плазмы и слоя может составлять величину порядка десятка вольт, а напряженность радиального электрического поля — от единиц до десятка вольт на сантиметр.

**3. Исследование  $E_z$ .** Исследования напряженности продольного электрического поля  $E_z$  в положительном столбе в разных газах [45, 50] дали результаты, часть которых представлена на рис. 6.8—6.14. Эти данные трудно сопоставлять с теорией, если неизвестна такая важная величина, как доля суммарных (в основном неупругих) потерь энергии электронов  $\kappa^* = \kappa^*(T_e)$  при столкновении с атомами (т. е. баланс энергии электронов в ПС). Вопрос о нахождении  $\kappa^*$  рассмотрен в § 36.

Экспериментальные данные о  $E_z$  дают возможность определить  $\kappa^*$ , если одновременно измерялась  $T_e$  и известна длина свободного пробега электронов в данном газе. В этом смысле лучше всего экспериментальные результаты, представленные в виде  $T_e = f(E_z/p)$  (рис. 6.8).

Кривые  $E_z/p = f(pR)$  (рис. 6.9)

качественно ведут себя в соответствии с формулой (34.21), из которой следует

$$\frac{E_z}{p} \sim \sqrt{\kappa^*(T_e)} \frac{T_e}{\lambda_e(T_e)}.$$

Так как  $T_e(pR)$  падает с ростом  $pR$ , то величина  $\kappa^*(T_e)$  должна еще сильнее падать с ростом  $pR$  вследствие сильной зависимости от  $T_e$  (рис. 6.10), кроме того длина свободного пробега электронов  $\lambda_e$  зависит от рода газа. В парах ртути  $\lambda_e(T_e) \sim T_e^{1/2}$  {1} и  $E_z/p$  в целом падает с ростом  $pR$ : в He  $\lambda_e(T_e) = \text{const}$  и  $E_z/p$  также падает с увеличением  $pR$  (см. рис. 6.9). В таких газах, как Ar, Kr, Xe (см. {1}), кривые  $E_z/p = f(pR)$  должны падать менее круто при  $T_e \geq 10^4$  °K.

Кривые  $E_z = f(p)$  изменяются немонотонно при изменении  $p$  (рис. 6.11), что связано прежде всего с эффектом Рамзауэра (в области роста  $1/\lambda_e = f(T_e)$

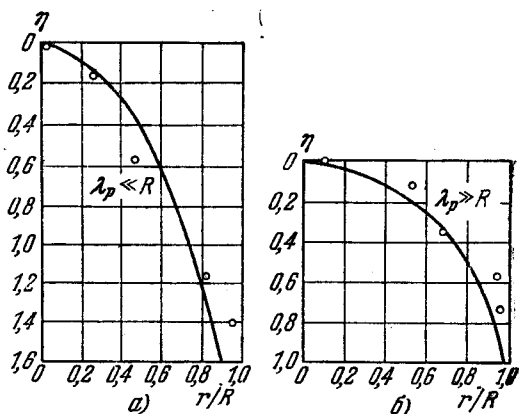


Рис. 6.7. Радиальное распределение потенциала плазмы [4].

а)  $\lambda_p \ll R$ ,  $2R = 3,1$  см,  $p = 5,4 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.,  $T_e = 19\,900$  °K; б)  $\lambda_p \gg R$ ,  $2R = 3,1$  см,  $p = 0,2 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.,  $T_e = 33\,800$  °K.

при  $T_e > 0,5 \cdot 10^4$  °K в Ne, Ar, Kr, He, Hg, K). Пример зависимости  $E_z = f(R)$  дан на рис. 6.12. Монотонный спад этих кривых понятен из тех же соображений, что и спад кривых

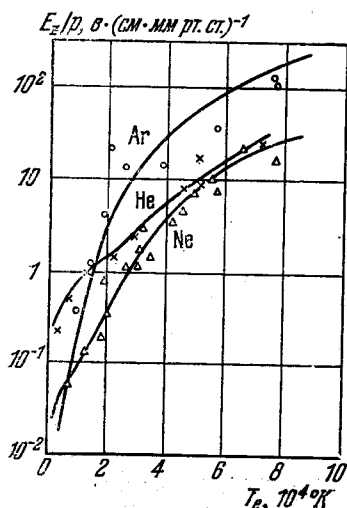


Рис. 6.8. Зависимость  $E_z/p$  от  $T_e$  в условиях положительного столба [12].

Сплошные линии — расчет.

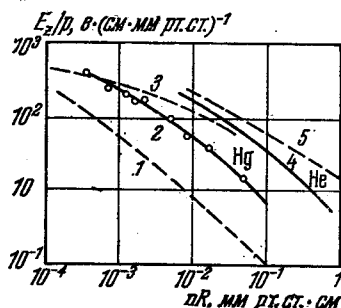


Рис. 6.9. Экспериментальные данные о  $E_z/p = f(pR)$  в Hg (2) [44—46] и He (4) [47].

Кривые 1 и 3 — расчет без учета и с учетом упругих потерь соответственно для Hg; 5 — расчет с учетом неупругих потерь для He.

сильным влиянием концентрации возбужденных атомов  $n_a$  на величину  $\chi^*$ ;  $n_a$  определяется величиной тока (см. § 36).

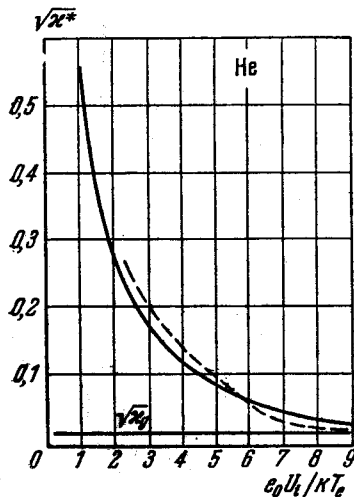


Рис. 6.10. Сравнение рассчитанных (сплошная кривая) и экспериментальных (штриховая) значений  $V_x^*$  [51].

$\chi_e^*$  — средняя доля энергии, теряемой в упругом соударении электрона.

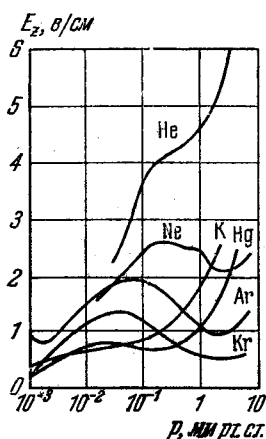


Рис. 6.11. Продольный градиент потенциала в положительном столбе по экспериментальным данным Кларфелда [45, 46] ( $2R = 2$  см,  $i = 0,3$  а).

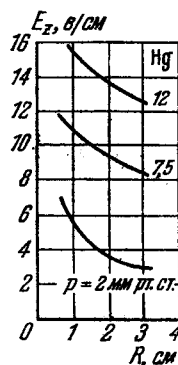


Рис. 6.12. Зависимость продольного градиента потенциала положительного столба в Hg от радиуса трубки при разных давлениях [48].

Приведем также эмпирическую формулу Эленбааса [53], относящуюся к Hg при  $p = 0,3 \div 3$  мм рт. ст.,  $i = 0,5 \div 8$  а,  $R = 6 \div 27$  мм:

$$E_z = 0,28 / (R^{0,69} i^{0,12}),$$

где  $E_z$  — в в/см,  $R$  — в мм,  $i$  — в ма. К сожалению, полных данных о  $E_z$  в разных газах и в широком диапазоне величин  $p$ ,  $R$ ,  $i$  довольно мало.

Отметим особо ПС в молекулярных газах. В этих газах очень велики неупругие потери на возбуждение молекулярных уровней — электронным ударом: величина  $\kappa^*$  для них на один-два порядка выше, чем в атомарных

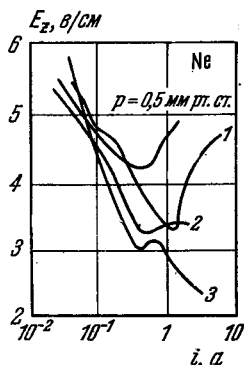


Рис. 6.13. Зависимость продольного градиента потенциала положительного столба в Ne от силы тока при разных давлениях [49].

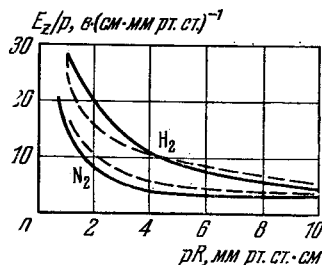


Рис. 6.14. Сравнение теоретических (штриховые линии) и экспериментальных (сплошные) значений  $E_z/p$  в молекулярных газах  $H_2$  и  $N_2$  [5].

газах [50]. Поэтому в молекулярных газах положительный столб характеризуется высоким значением  $E_z$ . Газы  $O_2$ ,  $N_2$ ,  $H_2O$ ,  $H_2$ , воздух исследованы в работах [55—57] \*). Данные о  $E_z$  в  $H_2$  и  $N_2$  приведены на рис. 6.14, где они сравниваются с расчетом по теории Шоттки. Оказалось, что и для молекулярных газов закон подобия  $E_z/p = f(pR)$  в определенных условиях хорошо выполняется.

4. Определение  $n_e(r)$ . Концентрация электронов на оси ПС  $n_e(0)$  приблизительно пропорциональна току. Из формулы (34.6) следует

$$i = e_0 b_e E_z n_e(0) 2\pi \int_0^R r J_0 \left( \mu \frac{r}{R} \right) dr = \\ = 2\pi R^2 J_1(\mu) e_0 b_e E_z n_e(0) \approx 1,36 e_0 b_e E_z R^2 n_e(0).$$

при  $\mu = 2,405$ . Если  $E_z = f(n_e)$ , то  $n(0) \sim i$ ; но при наличии ступенчатой ионизации  $T_e = f(n_e)$ ,  $E_z = f(n_e)$  и может наблюдаться отступление от пропорциональности между  $n_e(0)$  и  $i$ . На рис. 6.15 даны результаты зондовых исследований [60] зависимости  $n_e(0) = f(p, i)$  в парах Hg при плотностях тока меньше  $0,3 \text{ а/см}^2$ . На рис. 6.16, а и б приведены результаты исследований [59]  $n_e(0) = f(i)$  и  $n_e(R) = f(i)$  в Hg при больших плотностях тока.

Как видно из рис. 6.16, а  $n_e(0)$  растет пропорционально только при малых токах; при токах порядка  $1 \text{ а}$  ( $j \approx 10 \text{ а/см}^2$ )  $n_e(0)$  начинает падать. Это происходит вследствие разогрева газа на оси ПС, приводящего к уменьшению плотности газа на оси и к увеличению подвижности электронов  $b_e$ .

\*) Явления в положительном столбе молекулярных газов часто осложнены еще наличием отрицательных ионов и захватом электронов (см. § 38).

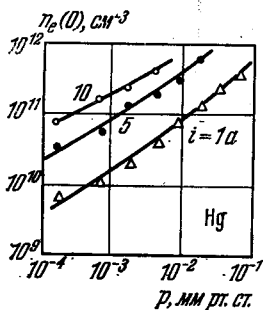


Рис. 6.15. Концентрация электронов на оси положительного столба в парах ртути в зависимости от давления паров при разных значениях силы тока [60] ( $2R = 6,5 \text{ см}$ ).

При  $j \leq 1 \text{ а/см}^2$  можно считать, что  $n_e(0) \sim i$ . Радиальное распределение  $n_e(r)$  при этом близко к даваемому теорией Шоттки (рис. 6.17) [44].

Общее число заряженных частиц на единицу длины ПС (и с ним —  $n_e$ ) при  $p < 10^{-2} \text{ мм рт. ст.}$  растет при увеличении тока быстрее, чем по

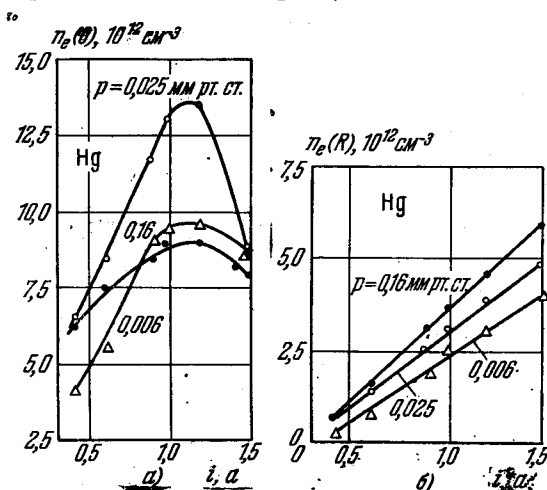


Рис. 6.16. Концентрация электронов на оси (а) и у стенок (б) в зависимости от тока при разных давлениях положительного столба в парах Hg [59] ( $2R = 0,4 \text{ см}$ ).

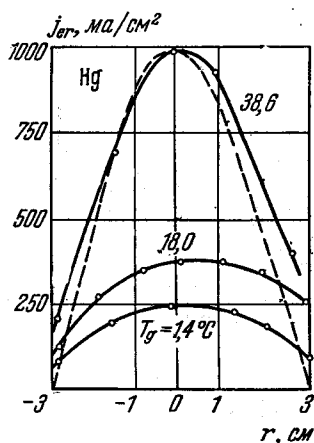


Рис. 6.17. Радиальное распределение плотности хаотического электронного тока в положительном столбе в парах Hg на зонд (пропорционального электронной концентрации) [44].

Цифры у кривых — температура ванны, определяющая давление паров Hg. Штриховая кривая — функция  $j_{er}(r) = j_{er}(0)J_0(2,4r/R)$ .

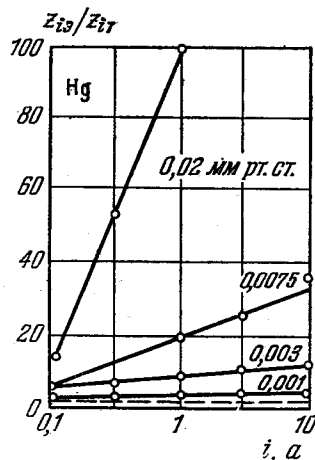


Рис. 6.18. Отношение измеренной частоты ионизации  $z_{iz}$  к  $z_{it}$ , рассчитанной по формуле (34,4), в зависимости от силы тока при разных давлениях паров Hg [11].

Штриховая кривая — расчет.

закону прямой пропорциональности, как это показано Клярфельдом [13, 60]. При низких давлениях газа ( $p \leq 10^{-2} \text{ мм рт. ст.}$ ) величина  $N_e$  хорошо аппроксимируется эмпирическим соотношением [60]

$$N_e = \alpha R^2 \beta^2 \frac{n_e(0) + n_e(R)}{2},$$

где  $\beta^2 = (1 - \delta_w/R)^2$ ,  $\delta_w$  — толщина слоя у стенок.

Зондовые измерения Клярфельда показали, что отношение  $N_e/i$  возрастает на 50% при увеличении тока трубки от 0,1 до 10 а ( $2R = 3,2$  см, пары Hg). Легко показать на основании (34.6), что

$$\frac{N_e}{i} = 2,95 \cdot 10^9 \frac{\sqrt{T_e}}{E_z \lambda_e}, \quad (35.1)$$

где  $N_e$  — в  $\text{см}^{-3}$ ,  $i$  — в а,  $T_e$  — в  $^\circ\text{K}$ ,  $E_z$  — в  $\text{в/см}$ ,  $\lambda_e$  — в см (формула (35.1) справедлива при  $\lambda_p \gg R$ ). При малых давлениях ( $p < 10^{-3}$  мм рт. ст.) увеличение  $N_e/i$  с ростом  $i$  вызвано уменьшением  $\lambda_e$  из-за роста частоты электронных соударений и соударений электронов с возбужденными атомами. При  $p > 10^{-3}$  мм рт. ст. большую роль в  $N_e/i$  начинает играть уменьшение  $E_z$  при росте  $i$  из-за появления ступенчатой ионизации (см. § 38).

5. Определение  $z_i$ . Частота ионизации в ПС низкого давления (где частицы теряются только на стенках) определяется из измеренного стеночного тока  $j_{pw}$  с помощью соотношения:

$$z_i = \frac{2\pi R j_{pw}}{N_e} \quad (35.2)$$

(см. § 34).

Экспериментальное определение величины  $z_i$  производилось [11, 13] путем измерения  $j_{pw}$ ,  $N_e$  и использования соотношения (35.2). Теоретическое значение величины  $z_i$  в случае ПС низкого давления ( $\lambda_p \gg R$ ) дается в теории Ленгмюра и Тонкса формулой (34.31); в случае ПС при  $\lambda_p \ll R$  для определения  $z_i$  применима формула (34.14). Если ионизация только прямая, то ее частота может быть вычислена по формуле (34.4).

На рис. 6.18 представлены результаты [11] определения  $z_{is}/z_{it} = f(i, p)$ . При  $p < 10^{-3}$  мм рт. ст.  $z_{is}/z_{it} = 4 = \text{const}$  при изменении  $i$  (штриховая кривая); следовательно, только при таких малых давлениях в парах Hg нет ступенчатой ионизации; то, что  $z_{is} = 4z_{it}$ , можно объяснить неточным знанием величин сечений электронных столкновений. При  $p > 10^{-3}$  мм рт. ст.  $z_{is}/z_{it}$  растет с ростом  $i$ , что свидетельствует о преобладании ступенчатой ионизации. Следовательно, теория § 34, предусматривающая только прямую ионизацию, применима в случае Hg при достаточно малых плотностях тока ( $j < 10^{-1}$  а/см<sup>2</sup>) и давлениях  $p < 10^{-2}$  мм рт. ст.

6. Измерение  $j_{pw}$ . Экспериментальные данные [58] (рис. 6.19) о  $j_{pw}$  при  $p < 10^{-2}$  мм рт. ст. хорошо согласуются с теорией Тонкса и Ленгмюра, согласно которой

$$j_{pw} = 2s_0 \left( \frac{m_e}{m_g} \right)^{1/2} j_{er}(0),$$

где

$$j_{er}(0) = n_e(0) c_e e_0 / 4.$$

При увеличении давления до 1 мм рт. ст. и выше  $j_{pw}$  начинает падать [13] из-за заметного влияния объемной рекомбинации и одновременного уменьшения диффузии к стенкам (рис. 6.20).

Итак, экспериментальные данные показывают, что в определенной области давлений ( $p = 10^{-4} \div 1$  мм рт. ст.) и токов ( $j = 10^{-3} \div 1$  а/см<sup>2</sup>) теория ПС (§ 34), учитывающая только прямую ионизацию, хорошо согласуется с экспериментом \*).

\*) При давлениях  $10^{-4} \div 10^{-3}$  мм рт. ст. в ртутном ПС согласие теории и эксперимента количественное; такое же согласие в случае инертных газов относится к диапазону давлений  $10^{-3} \div 10^{-2}$  мм рт. ст.

Приведем примеры из работы Клярфельда [13], иллюстрирующей прекрасное согласие формул (34.34) — (34.38) с экспериментальными

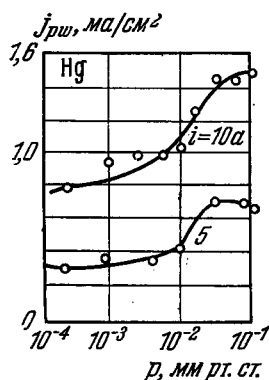


Рис. 6.19. Зависимость плотности ионного тока на стенке от давления Hg при двух значениях тока [58] ( $2R = 6,5$  см).

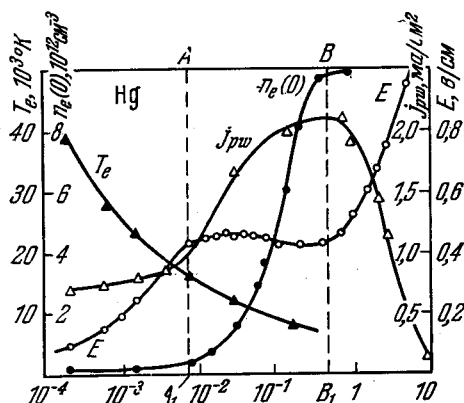


Рис. 6.20. Параметры положительного столба, измеренные в парах ртути [13].

$R = 1,6$  см; прямая  $AA'$  соответствует условию  $\lambda_p = R$ ; прямая  $BB'$  соответствует началу контракции вследствие объемной рекомбинации;  $i = 3$  а.

результатами, полученными в условиях, когда предпосылки теории Тонкса и Ленгмюра хорошо выполняются.

1) Hg:  $p = 2,2 \cdot 10^{-4}$  мм рт. ст.,  $R = 1,6$  см,  $i = 3$  а

Параметры ПС	$T_e, ^\circ K$	$z_i, \text{сек}^{-1}$	$N_e, \text{см}^{-1}$	$j_{pш}, \text{ма/см}^2$	$E_z, \text{в/см}$
Теория	$5,45 \cdot 10^4$	$1,03 \cdot 10^5$	$4,5 \cdot 10^{11}$	0,72	0,95
Эксперимент	$4 \cdot 10^4$	$0,84 \cdot 10^5$	$5,2 \cdot 10^{11}$	0,69	1,06

2) He:  $p = 2 \cdot 10^{-2}$  мм рт. ст.,  $R = 1$  см,  $i = 0,3$  а

Параметры ПС	$T_e, ^\circ K$	$z_i, \text{сек}^{-1}$	$N_e, \text{см}^{-1}$	$j_{pш}, \text{ма/см}^2$	$E_z, \text{в/см}$
Теория	$1,65 \cdot 10^5$	$2,0 \cdot 10^6$	$2,3 \cdot 10^{10}$	1,2	2,3
Эксперимент	$1,41 \cdot 10^5$	$1,5 \cdot 10^6$	$2,7 \cdot 10^{10}$	1,0	2,4

Для дальнейшей проверки правильности предпосылок теории ПС (§ 34) нужны тщательные исследования формы функции распределения электронов по скоростям (см. § 37), расчет числа возбужденных атомов и частоты ступенчатых процессов (ступенчатого возбуждения и ионизации) (см. § 36).

### § 36. Излучение положительного столба

Изучение вопросов, связанных с выходом излучения из плазмы положительного столба, а также с образованием и разрушением возбужденных атомов, совершенно необходимо для создания теории положительного столба в любом диапазоне токов и плотностей газа.

В определенном диапазоне малых плотностей газа ( $10^{-2} \div 1$  мм рт. ст.) и малых плотностей токов ( $j < 10^{-1}$  а/см<sup>2</sup>) выход излучения определяет основные

потери энергии положительным столбом, а рост концентрации возбужденных атомов при увеличении плотности тока приводит к сильному возрастанию вклада ступенчатых процессов возбуждения (ионизации) и рекомбинации в баланс числа заряженных частиц. При больших концентрациях электронов наступает равновесие прямых и обратных процессов в балансе числа заряженных частиц и возбужденных атомов, нарушаемое в известной степени уходом излучения из объема. ПС в этих условиях становится «больцмановским излучателем».

Несмотря на рост поглощения излучения в объеме плазмы с ростом концентрации поглощающих атомов и концентрации возбужденных и ионизованных атомов, уход излучения из объема может при этом увеличиваться вследствие уширения контуров спектральных линий и переходов энергии излучения из центра линии в ее крылья в процессе переноса излучения в плазме.

В предельном случае очень больших плотностей нейтральных, возбужденных и ионизованных атомов плазмы ее излучение приобретает спектральное распределение, соответствующее излучению черного тела (спектральные линии сильно уширяются, возрастает интенсивность рекомбинационных континуумов). В положительном столбе низких и средних давлений ( $p = 10^{-5} \div 10^2$  мм рт. ст.) и  $j = 10^{-4} \div 10$  а/см<sup>2</sup> такая ситуация, однако, не возникает; даже в почти изотермической плазме дуг высокого и сверхвысокого давления (см. гл. X) излучение еще отличается от «черного».

**1. Излучение ПС низких и средних давлений.** Излучение положительного столба низких и средних давлений имеет линейчатый характер [64]; энергия, уносимая в областях рекомбинационных континуумов, очень мала по сравнению с энергией, уносимой в линиях \*); Энергия, уносимая в единицу времени излучением, соответствующим переходу возбужденного атома из состояния  $m$  в состояние  $k$ , в отсутствие поглощения есть

$$J_{mk} = h\nu_{mk}n_m A_{mk}, \quad (36.1)$$

где  $h$  — постоянная Планка,  $\nu_{mk}$  — частота кванта,  $n_m$  — концентрация атомов в состоянии  $m$ ,  $A_{mk}$  — вероятность перехода  $m \rightarrow k$  (атомная константа, определяемая теоретически из квантовой механики или экспериментально {1}).

При наличии поглощения излучения атомами, находящимися на уровне  $k$  с последующим возбуждением уровня  $m$  (реабсорбция), интенсивность излучения, выходящего через границу плазмы, можно найти в общем случае, лишь решив интегральное уравнение переноса излучения [65, 66]. Особенно сильно реабсорбируются линии, соответствующие переходу на основной уровень  $k = 1$  — резонансные линии, так как концентрация нормальных атомов обычно на несколько порядков выше концентрации возбужденных атомов.

В положительном столбе низкого давления концентрации возбужденных атомов настолько малы, что реабсорбция нерезонансных линий практически отсутствует, и при расчете их интенсивности можно пользоваться формулой (36.1).

**2. Уравнение баланса числа возбужденных атомов.** Как видно из формулы (36.1), интенсивность линии так же зависит от условий разряда, как и концентрация возбужденных атомов  $n_m$ . Эту величину можно рассчитать с помощью уравнения баланса возбужденных атомов [V.30], [3], которое в

\*) Энергия континуума, соответствующего тормозному излучению, пренебрежимо мала в условиях положительного столба, так как концентрации электронов и ионов еще недостаточно велики [65].

общем случае записывается в виде

$$D_m \nabla^2 n_m = \left\{ n_e^2 (j_{\infty m} + \alpha_{\infty m}) + n_e \sum_{k \neq m} n_k j_{km} + \sum_{k > m} n_k A_{km} + \sum_{k < m} n_k \alpha_{km} \right\} - \\ - \left\{ n_m n_e (j_{m\infty} + \sum_{k \neq m} j_{mk}) + n_m \sum_{k < m} A_{mk} + n_m \sum_{k > m} (\alpha_{mk} + \alpha_{m\infty}) \right\}. \quad (36.2)$$

Здесь  $D_m$  — коэффициент диффузии возбужденных атомов; выражение, стоящее в первых фигурных скобках, представляет число атомов, приходящих на уровень  $m$  (в  $1 \text{ см}^3$  в  $1 \text{ сек}$ ); выражение во вторых фигурных скобках — число атомов, уходящих с уровня  $m$  на все другие уровни. Величина  $j_{\infty m}$  есть коэффициент рекомбинации на уровень  $m$  в тройном столкновении  $e - e - p$  (поэтому  $j_{\infty m} \sim n_e$ );  $\alpha_{\infty m}$  — коэффициент радиационной рекомбинации на уровень  $m$ ;  $j_{km}$  — вероятность возбуждения ( $k < m$ ) или тушения ( $k > m$ ) электронным ударом;  $A_{km}$  — вероятность спонтанного перехода с излучением на уровень  $m$ ;  $\alpha_{km}$  — вероятность оптического возбуждения уровня  $k$  на уровень  $m$ ;  $j_{m\infty}$  — вероятность ионизации атома, находящегося на уровне  $m$ , электронным ударом;  $\alpha_{m\infty}$  — вероятность фотоионизации с уровня  $m$ . Суммирование в (36.2) производится до некоторого верхнего уровня  $k_0$ , определяемого снижением потенциала ионизации атомов в плазме.

Система уравнений (36.2) для всех  $m$  должна решаться совместно, включая уравнение для ионизованных атомов ( $m = 0$ ). Однако эти уравнения в полном виде решать очень громоздко; кроме того, в настоящее время еще недостаточно данных о сечениях возбуждения, ионизации, рекомбинации. Поэтому уравнения (36.2) решают упрощенно, в зависимости от конкретных условий в плазме.

2.1. Положительный столб низкого давления. В ПС низкого давления и относительно малой концентрации электронов ( $n_e < 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ) условия существенно неравновесны, прямые процессы возбуждения и ионизации в стационарном состоянии уравниваются не обратными им процессами тушения и рекомбинации, а процессами высвечивания атомов с выходом излучения и процессами диффузии заряженных частиц (и метастабилей) к стенкам.

Концентрация возбужденных атомов в ПС низкого давления определяется из уравнения баланса (36.2) в пренебрежении членами, описывающими рекомбинацию, тушение, оптическое возбуждение, ступенчатое возбуждение. В некоторых простых случаях достаточно рассматривать только два дискретных уровня в атоме: 1 — основной и 2 — первый возбужденный, остальные уровни могут быть либо слишком высоко энергетически, либо быть в равновесии с электронами (см. ниже). В этом случае уравнение (36.2) сильно упрощается:

$$n_2 (A_{21} + n_e j_{21}) = n_1 n_e j_{12}, \quad (36.3)$$

отсюда

$$n_2 = n_1 n_e \frac{j_{12}}{A_{21} + n_e j_{21}}. \quad (36.4)$$

Интенсивность спектральной линии, соответствующая переходу  $m \rightarrow n$ , в случае отсутствия рекомбинации, согласно (36.1), равна \*)

$$J_{mn} = h \nu_{mn} n_e n_1 j_{1m} \frac{A_{mn}}{\sum_{k < m} A_{mk}}.$$

\*) Сюда же можно включить рекомбинацию в тройном столкновении  $e - e - p$ .

Если  $A_{mn} \gg A_{mk}$  ( $k \neq n$ ), то

$$\mathcal{I}_{mn} = C_m n_e n_1 h \nu_{mn}, \quad (36.5)$$

где

$$C_m = a \int_{U_m}^{\infty} s_{mn}(U) F_e(U) \sqrt{U} dU, \quad (36.6)$$

$a = \text{const}$ ,  $U_m$  — пороговый потенциал возбуждения уровня  $m$ ,  $U$  — энергия электрона,  $F_e(U)$  — функция распределения электронов по энергиям.

Для вычисления фактора  $C_m$  удобно пользоваться для сечения  $s_{mn}$  эмпирической аппроксимацией Фабриканта [64]

$$s_{1m}(U) = (s_{1m})_{\max} \frac{U - U_m}{U_{\max} - U_m} \exp \left( 1 - \frac{U - U_m}{U_{\max} - U_m} \right), \quad (36.7)$$

где  $U_{\max}$  — энергия электрона, соответствующая максимуму сечения  $(s_{1m})_{\max}$ . В случае максвелловской функции распределения  $F_e(U)$  имеем

$$C_m = 1,8 \cdot 10^8 (s_{1m})_{\max} \sqrt{U_e} f_1(U_e, U_m, U_{\max}), \quad (36.6')$$

где

$$f_1 = \frac{b-1}{b^3} \left[ 2 + b \frac{U_m}{U_e} \right] \exp \left( -\frac{U_m}{U_e} \right),$$

$$b = 1 + U_e / (U_{\max} - U_m), \quad U_e \text{ — в } \text{В}, \quad s_{mn} \text{ — в } \text{см}^2.$$

Формула (36.5) показывает, что число актов излучения равно числу актов возбуждения атомов электронным ударом (ударов I рода) и не зависит от вероятности испускания. Из формулы (36.5) следуют такие качественные закономерности:

1) с ростом давления величина  $\mathcal{I}_{mn}$  должна проходить через максимум, так как при этом растет  $n_e$ , но падает  $U_e$ ;

2) при  $U_m/U_e \gg 1$  отношение интенсивностей двух линий, начинающихся с разных уровней  $m$ ,  $m'$  и имеющих подобные функции возбуждения  $s_{1m}(U) \sim s_{1m'}(U)$ , пропорционально  $\exp [-(U_m - U_{m'})/U_e]$ ;

3) если  $U_m \approx U_{m'}$  и  $s_{1m}(U) \sim s_{1m'}(U)$ , то отношение интенсивностей двух линий с потенциалами возбуждения  $U_m$  и  $U_{m'}$  равно  $(s_{1m})_{\max}/(s_{1m'})_{\max} = g_m/g_{m'}$  (при малых  $U_e \{1\}$ ), где  $g_m$  и  $g_{m'}$  — статистические веса соответствующих уровней.

Это отношение совпадает со случаем больцмановского излучения (см. (36.16)), однако совпадение случайное и связано с зависимостью сечения возбуждения от статистического веса уровня. Заселенности уровней  $m$  и  $m'$  в данном случае определяются не соотношением Больцмана, а вероятностями испускания (см. (36.3)). Не рассматривая пока вопроса об интенсивности резонансного излучения и о концентрации резонансно-возбужденных уровней (так как здесь важно учитывать реабсорбцию излучения), остановимся еще на вопросе о концентрации метастабилей.

Положительный столб в инертных газах и в парах ртути даже при малых давлениях имеет относительно большую концентрацию метастабилей. Это связано с тем, что вероятность высвечивания метастабилей  $A_{mn}$  очень мала и продолжительность их жизни определяется в основном скоростью их диффузии к стенкам. Нужно отметить и неупругие процессы, приводящие к разрушению метастабилей, особенно процессы, приводящие к переходу с метастабильного на близкий излучающий уровень, например в ртути переходы с уровней  $6^3P_0$  и  $6^3P_2$  на  $6^3P_1$ , с которого излучается резонансная

линия. Большая концентрация метастабилей приводит к заметной роли ступенчатых процессов (ионизации, возбуждения) даже при малых плотностях газа.

Простой приближенный подсчет концентрации метастабилей ПС низкого давления был проведен Фабрикантом [64]. При расчете приняты следующие упрощающие предположения:

1) возбуждение метастабильных состояний происходит из основного состояния электронным ударом; «заселением» их переходами с верхних уровней пренебрегаем;

2) разрушение метастабилей происходит ударами II рода с приходом в основное состояние; имеется также диффузионный уход метастабилей на стенки трубки.

Уравнение баланса числа метастабилей имеет вид

$$D_m \nabla^2 n_m = - \left[ \alpha_m n_1 \left( \frac{n_e(r)}{n_e(0)} \right) - \beta_m n_m \left( \frac{n_e(r)}{n_e(0)} \right) \right], \quad (36.2')$$

где  $D_m$  — коэффициент диффузии метастабилей;  $\alpha_m, \beta_m$  — частоты ударов I и II родов соответственно на оси ПС,  $n_e(0)$  — концентрация электронов на оси. Из (36.1) видно, что  $\alpha_m \sim j_{1m}$ .

Из соотношения Клейна — Росселанда {1} следует

$$\alpha_m = \beta_m \frac{g_m}{g_1} \exp \left( - \frac{e_0 U_m}{k T_e} \right), \quad (36.8)$$

где  $U_m$  — потенциал возбуждения метастабильного и основного уровней соответственно.  $g_m, g_1$  — статистические веса метастабильного и основного уровней соответственно.

Введем новые переменные:

$$y_m(x) = \frac{n_m}{n_1} \frac{g_1}{g_m} \exp \frac{e_0 U_m}{k T_e} = \frac{n_m}{n_{m \text{ равн}}}, \quad (36.9)$$

где  $n_{m \text{ равн}}$  — равновесная концентрация метастабилей,

$$n_{m \text{ равн}} = n_1 \frac{g_m}{g_1} \exp \left( - \frac{e_0 U_m}{k T_e} \right), \quad (36.10)$$

и  $x = r/R$  — безразмерный радиус. Функция  $y_m(x)$  характеризует распределение метастабилей по сечению. Обозначим

$$B_m = \beta_m \frac{R^2}{D_m} = \mu^2 \beta_m \tau_m, \quad (36.11)$$

где  $\mu = 2,405\dots$ ,  $\tau_m$  — диффузионное время жизни метастабилей. Тогда уравнение (36.2') примет вид

$$\frac{d^2 y_m}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy_m}{dx} - B_m y_m \left( \frac{n_e(x)}{n_e(0)} \right) = - B_m \frac{n_e(x)}{n_e(0)}. \quad (36.12)$$

Краевые условия для уравнения (36.12) следует записать так:

$$\frac{dy_m(0)}{dx} = 0, \quad y_m(1) = 0.$$

Радиальное распределение концентрации носителей имеет обычный вид

$$\frac{n_e(x)}{n_e(0)} = J_0(\mu x).$$

Уравнение (36.12) приобретает вид

$$\frac{d^2 y_m}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy_m}{dx} - B_m J_0(\mu x) y_m = -B_m J_0(\mu x). \quad (36.13)$$

Распределение  $y_m(x)$  вычислялось из (36.13) путем численного интегрирования.

Легко видеть непосредственно из (36.13), что при  $B_m \rightarrow \infty$  (когда диффузия метастабилей к стенкам не играет роли и имеется детальное равновесие между ударами I и II родов) распределение метастабилей по радиусу имеет П-образную форму:

$$y_m = 1 \quad \text{при } x \leq 1, \quad y_m = 0 \quad \text{при } x > 1.$$

Число метастабилей на 1 см длины столба

$$N_m = 2\pi \int_0^R n_m(r) r dr.$$

Как показано в [64], величина  $N_m$  приближенно выражается так:

$$N_m = 1,4 R^2 n_{\text{равн}} \frac{B_m}{\mu^2 + 0,66 B_m}. \quad (36.14)$$

Усредненная по сечению концентрация

$$\bar{n}_m = 0,44 n_{\text{равн}} \frac{B_m}{\mu^2 + 0,66 B_m}. \quad (36.15)$$

Выражения (36.14) и (36.15) верны с точностью до 10% при  $B_m < 50$ . При  $B_m \gg 50$  можно пользоваться формулой (36.10) для равновесной концентрации. Величина  $B_m \sim j\rho$ , так как  $B_m \sim \beta_m/D_m$ ;  $\beta_m \sim n_e \sim j$ ;  $D_m \sim 1/\rho$ . Поэтому с ростом произведения  $j\rho$  величина  $\bar{n}_m$  растет и стремится к равновесному значению. Коэффициент пропорциональности  $k$  в выражении  $B_m = k j\rho$  зависит от рода газа.

Знание концентрации возбужденных атомов в ПС низкого давления позволяет определить среднюю долю  $\kappa^*$  потерь энергии электрона при одном столкновении с атомом газа; величина  $\kappa^*$  включает в себя все виды потерь. Величина  $\kappa^*$  имеет важное значение в теории ПС низкого давления (§ 34): она характеризует баланс энергии ПС и связывает продольное электрическое поле  $E_z$  с электронной температурой  $T_e$ . Функция  $\kappa^* = f(T_e)$  в условиях ПС низкого давления может быть найдена расчетом, подобным расчету Ленерта [51], учитывавшего неупругие потери энергии на все возбужденные состояния в He в предположении максвелловского распределения электронов по скоростям. Расчет производился по следующей формуле:

$$\kappa^* = \kappa_g + \kappa_a + \kappa_w,$$

где  $\kappa_g = 2m_e/m_g$  — средняя доля энергии, теряемой в упругом соударении электрона;  $\kappa_a = \left( \sum_k e_0 U_k z_k \right) / \left( \frac{3}{2} k T_e U_{eg} \right)$  — средняя доля энергии, теряемой в возбуждающих соударениях электронов ( $U_k$  — потенциал возбуждения  $k$ -го уровня,  $z_k$  — средняя частота возбуждения  $k$ -го уровня);  $\kappa_w$  — доля потерь энергии на стенках.

Вычисление  $\kappa_a$  велось на основании экспериментальных данных {1} о сечениях возбуждения с использованием эмпирической формулы Фабри-

канта (36.7) для энергетической зависимости сечения возбуждения. Учитывалось только два важнейших уровня:  $U_1 = 19,5 \text{ e}$  ( $U_{1\max} = 20 \text{ e}$ );  $U_2 = 20,2 \text{ e}$  ( $U_{2\max} = 28 \text{ e}$ ). При подсчете частоты возбуждающих столкновений производилось усреднение по максвелловскому распределению.

Результаты подсчета  $\kappa^*(T_e)$  представлены на рис. 6.10, где они сравниваются с экспериментальными данными [51]. Как видно из рис. 6.10, согласие эксперимента и расчета неплохое; следовательно, в ПС низкого давления ( $p < 10^{-1} \text{ мм рт. ст.}$ ) законно пренебрежение ударами II рода при подсчете величины  $\kappa^*$ .

Детальный расчет величины  $E/p = f(T_e)$  в He, Ne и Ar дал Мирдель [12]. В его расчете предполагалось, что мощность, выделяемая в ПС при протекании электрического тока, расходуется на нагрев газа ( $P_g$ ) и на неупругие потери (возбуждение и ионизацию атомов —  $P_a$ ). Поэтому этот расчет неприменим к случаю низких давлений, когда существенны также потери на стенках ( $p < 10^{-2} \text{ мм рт. ст.}$ ).

Результаты расчета [12] представлены на рис. 6.8 и сравнены с экспериментальными данными; это сравнение свидетельствует о применимости соотношений (36.3), (36.5) в случае ПС низкого давления.

2.2. Положительный столб — б о л ь ц м а н о в с к и й и з л у ч а т е л ь. При достаточно больших плотностях газа и плотностях тока, величины которых зависят от рода газа, в ПС приближенно наступает равновесие между прямыми и обратными процессами, и прежде всего между ударами I и II рода. Вклад членов с диффузией возбужденных атомов и с выходом излучения в уравнение (36.2) становится относительно малым, и в силу принципа детального равновесия {1} концентрация возбужденных атомов удовлетворяет больцмановскому распределению

$$n_m = n_1 \frac{g_m}{g_1} \exp \left( - \frac{e_0 U_m}{k T_e} \right). \quad (36.16)$$

Интенсивность излучения (в отсутствие реабсорбции) определяется формулой (36.1) при  $n_m$ , определяемом (36.16).

Отметим, что в молекулярных газах устанавливается равновесие низко расположенных вращательных и колебательных уровней (с энергиями возбуждения порядка  $10^{-2} \div 10^{-1} \text{ эв}$ ) с нормальными молекулами, выражаемое формулой Больцмана, в которой стоит температура газа. По интенсивности линий молекулярного спектра определяют с помощью соотношения Больцмана температуру газа [67].

2.3. Положительный столб в общем случае. Решение уравнений (36.2) в общем случае, когда нужно учитывать все члены и все уровни, весьма затруднительно. Поэтому в ряде работ рассматриваются двухуровневые и трехуровневые схемы атомов, при этом в уравнении (36.2) сохраняют только наибольшие по величине члены. Двухуровневая схема применяется при расчете ПС, например в парах щелочных металлов, с большой электронной концентрацией, когда можно выделить первый возбужденный уровень (резонансный), а все остальные возбужденные уровни рассматриваются в ионизационном равновесии с непрерывным спектром [3, 68]. Трехуровневая схема применялась для расчета ПС в инертных газах [69]. В этой схеме рассматривались как первый возбужденный уровень группы метастабильных уровней ( $2P^5 \ 3P$  в Ne,  $3P^5 \ 4P$  в Ar), так второй возбужденный уровень — все более высоко расположенные уровни. При этом излучение с резонансных уровней считалось запертым, так как эффективное время жизни резонансно-возбужденного состояния вследствие реабсорбции гораздо больше времени высвечивания. В уравнениях баланса типа (36.2) пренебрегалось тушением резонансных уровней

электронным ударом с переходом на основной уровень, но учитывались переходы с этих уровней на все остальные (в том числе и в непрерывный спектр) за счет соударений с нейтральными атомами. Из-за отсутствия экспериментальных данных о сечениях ступенчатого возбуждения и ступенчатой ионизации последние оценивались по классической формуле Томсона {1}

$$s = N \frac{\pi e_0^4}{U} \left( \frac{1}{U_n} - \frac{1}{U} \right), \quad (36.17)$$

где  $U$  — энергия электрона,  $N$  — число электронов в оболочке, ионизация которой рассматривается,  $U_n$  — потенциал ионизации уровня  $n$ . Подобные классические оценки хорошо себя оправдывают при рассмотрении сложных случаев теории ПС [3, 68, 70]. Вычисление вероятностей электронных переходов производится в [69] с учетом вычисленной в работе [V.50] функции распределения электронов по скоростям (отличающейся от максвелловской). Результаты расчета концентрации возбужденных атомов удовлетворительно согласуются с результатами эксперимента [71—73] (см. ниже).

**3. Реабсорбция излучения ПС.** Реабсорбцией излучения называется поглощение квантов энергии  $h\nu_{mk}$ , соответствующих переходу с уровня  $m$  на уровень  $k$ , атомами, переходящими на уровень  $k$ , при этом атомы переходят путем оптического возбуждения на уровень  $m$  и снова могут излучить квант  $h\nu_{mk}$  (если не произойдет тушения или дальнейшего возбуждения электронным ударом, или оптического возбуждения на более высокий уровень и т. п.).

Для заметной реабсорбции необходимо, чтобы длина свободного пробега кванта, определяемая сечением поглощения и концентрацией атомов на уровне  $k$ , была меньше размеров плазмы. Наиболее существенна реабсорбция резонансных линий ( $k = 1$ ), так как обычно концентрация нормальных атомов на много порядков больше концентрации возбужденных атомов. В случае плазмы с высокой степенью ионизации велика концентрация возбужденных атомов, и необходимо при расчетах учитывать реабсорбцию не только резонансного излучения.

Подсчет концентрации возбужденных атомов на резонансных уровнях (или на любых других уровнях в случае реабсорбции) является сложной задачей, требующей привлечения аппарата теории переноса излучения в газе [V.37, V.40, V.75]. Первое приближение к теории этого вопроса, позволяющее понять некоторые качественные особенности диффузии излучения, было сделано в работах [64, 74]. Пусть коэффициент поглощения излучения  $\gamma$  не зависит от длины волны излучения для всей линии, т. е. контур линии прямоугольный ( $\gamma = 1/\lambda_r$ ,  $\lambda_r$  — длина свободного пробега кванта,  $\mathcal{I} = \mathcal{I}_0 \exp(-\gamma x)$  — интенсивность излучения, прошедшего расстояние  $x$ ); пусть  $\tau_r$  — естественная продолжительность жизни атома на резонансном уровне. В этом случае процесс переноса излучения носит диффузионный характер (т. е.  $\lambda_r = \text{const}$ ), и коэффициент диффузии, по аналогии с обычной газовой кинетикой, равен

$$D_r = \frac{1}{3} \frac{\lambda_r^2}{(\tau_r + \tau')}, \quad (36.18)$$

где  $\tau' = \lambda_r/c$  — время пролета кванта,  $\tau_r + \tau'$  — суммарное время между двумя актами захвата кванта. Обычно в условиях ПС  $\tau' \ll \tau_r$  и (36.18) принимает вид

$$D_r = \frac{1}{3} \frac{1}{\gamma^2 \tau_r}. \quad (36.18')$$

Выражение (36.18') показывает принципиальное отличие диффузии излучения от диффузии частиц газа: скорость диффузии излучения определяется не  $\tau'$  (время движения кванта), а  $\tau$ , (время пребывания его в связанном состоянии). Это упрощенное рассмотрение применимо, однако, лишь в случае малых оптических толщин плазмы ( $\gamma x < 10$ ), когда еще можно приближенно заменить истинный контур линии на прямоугольный, пренебрегая изменением формы этого контура по мере увеличения оптической толщины плазмы.

В строгой теории [66, 75] учитывается, что фотон каждой частоты (в пределах контура линии) имеет свой коэффициент поглощения, вследствие чего при диффузии фотонов происходит изменение их распределения по спектру. Спектральное распределение в результирующем потоке является функцией координат, коэффициенты поглощения и средний свободный пробег — также функции координат. Концентрация резонансно-возбужденных атомов при стационарном переносе излучения описывается интегральным уравнением (36.19), которое выведено при следующих предположениях:

- 1) все атомы имеют один резонансный уровень;
- 2) диффузией атомов можно пренебречь по сравнению с диффузией фотонов;
- 3) концентрация нормальных атомов существенно больше концентрации возбужденных атомов и в силу этого постоянна;
- 4) отрицательная абсорбция отсутствует;
- 5) время пробега фотона мало по сравнению со временем возбуждения;
- 6) частота испускаемого кванта не зависит от частоты поглощенного кванта.

Пусть  $y(\mathbf{r})$  аналогично (36.9) — концентрация возбужденных атомов в точке с координатой  $\mathbf{r}$ , отнесенная к равновесной (больцмановской) концентрации. Тогда интегральное уравнение, которому удовлетворяет функция  $y(\mathbf{r})$ , имеет вид [66]

$$y(\mathbf{r}) = \frac{1}{1 + \beta(\mathbf{r})} \int_V y(\mathbf{r}') \left[ \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty E_\nu \gamma_\nu \frac{e^{-\gamma_\nu r} (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2} d\nu \right] d\mathbf{r}' \frac{\beta(\mathbf{r}')}{1 + \beta(\mathbf{r}')}, \quad (36.19)$$

где  $\beta(\mathbf{r}) = n_e(\mathbf{r})j_{21}/A_{21}$  — отношение вероятности удара II рода (тушения) к вероятности спонтанного оптического перехода (учтены ударные и оптические переходы лишь между двумя энергетическими уровнями);  $E_\nu$  — функция, описывающая спектральное распределение фотонов в линии излучения;  $\gamma_\nu$  — коэффициент поглощения фотона частоты  $\nu$ ;  $V$  — объем плазмы.

Из уравнения (36.19) сразу видно, что при  $\beta(\mathbf{r}) \gg 1$   $y(\mathbf{r}) \rightarrow 1$ , т. е. в случае, когда преобладают электронные (ударные) переходы над оптическими, концентрация резонансно-возбужденных атомов соответствует больцмановскому распределению. В случае, когда оптические переходы играют заметную роль ( $\beta < 1$ ), решение уравнения (36.19) представляет математически очень громоздкую задачу. В работе [V.40] предложен приближенный метод решения уравнения (36.19); согласно этому методу

$$y(\mathbf{r}) \approx \frac{\beta(\mathbf{r})}{\beta(\mathbf{r}) + \theta(\mathbf{r})}, \quad (36.19')$$

где  $\theta(\mathbf{r})$  — вероятность вылета фотона из точки  $\mathbf{r}$  за пределы разрядного объема; так, для оси разряда при  $\gamma_0 R \gg 10$  ( $\gamma_0$  — коэффициент поглощения в центре линии,  $R$  — радиус разряда)

$$\theta(0) = \frac{\sqrt{\pi}}{4\gamma_0 R \sqrt{\ln(\gamma_0 R)}}. \quad (36.20)$$

Величина коэффициента поглощения  $\gamma_0$  и  $\gamma$ , зависит от механизма уширения линии.

3.1. Доплеровская форма спектральной линии. Она имеет место при малых плотностях газа и малых концентрациях электронов:

$$\gamma_v = \gamma_0 \exp \left[ - \left( \frac{2(v - v_0)}{\Delta v_D} \sqrt{\ln 2} \right)^2 \right], \quad (36.21)$$

где

$$\gamma_0 = \frac{\lambda_0^3 n_g}{8\pi} \frac{g_2}{g_1} \frac{1}{\sqrt{\pi c_g \tau_r}}, \quad \Delta v_D = \frac{c}{\lambda_D} \left( \frac{c_g}{c} \right)$$

( $c_g = \sqrt{2kT_g/m_g}$ ),  $g_2$  и  $g_1$  — статистические веса резонансного и основного уровней,  $\lambda_0$  — длина волны излучения в центре линии,  $\Delta v_D$  — полуширина линии.

3.2. Дисперсионная форма спектральной линии. Она имеет место при «уширении давлением», т. е. ударами атомов, либо при уширении электронным ударом. К дисперсионной форме приводит также естественное уширение

$$\gamma_v = \frac{\gamma_0}{1 + [2(v - v_0)/\Delta v_c]^2}. \quad (36.22)$$

В случае естественного уширения

$$\gamma_0 = \frac{\lambda_0^3 n_g}{2\pi} \frac{g_2}{g_1}, \quad \Delta v_c = \frac{1}{\tau_r}.$$

В случае уширения давлением или электронами величина  $\Delta v_c$  определяется концентрацией атомов или электронов; так, при уширении электронами  $\Delta v_c \sim n_e$  [76]. Даже при малых давлениях газа форма линии в крыльях является дисперсионной, хотя центральная часть линии описывается доплеровской формой (36.21).

Процесс диффузии резонансного излучения удобно характеризовать средние временем  $\bar{t}(R)$ , необходимым для смещения фотона на расстояние, большее чем  $R$ . Так, в случае цилиндрической формы плазмы при однородном распределении излучающих атомов (первое приближение к случаю положительного столба) теория [V.37] для доплеровской формы линии дает

$$\bar{t}(R) = 1,1 \tau_r \gamma_0 R \sqrt{\ln(\gamma_0 R)} \quad (\gamma_0 R \gg 1). \quad (36.23)$$

Экспериментальные исследования [77, 78] показали, что теория диффузии резонансного излучения адекватна эксперименту в пределах точности последнего (в [77] проверялись соотношения (36.19) и (36.23), в [78] проверялось соотношение (36.23)).

4. Экспериментальные данные об излучении положительного столба и о концентрации возбужденных атомов. Оптические исследования положительного столба позволяют наиболее полно понять его механизм (в сочетании с электрическими методами). В частности, такие эксперименты дают возможность судить о характере ионизации (прямая она или ступенчатая), о характере объемной рекомбинации, о форме функции распределения электронов по скоростям, о балансе энергии ПС. К настоящему времени проведено недостаточное количество экспериментальных исследований оптических свойств ПС, особенно при средних давлениях газа порядка  $10^{-2} \div 10$  мм рт. ст.

4.1. ПС в инертных газах. ПС в Ne, Ar при давлениях  $0,1 \div 30$  мм рт. ст. исследовался в работах [71, 73, 79]. Диапазон токов ПС составлял  $10 \div 400$  ма, радиус трубки  $R = 1,2$  см. Концентрация метастабильных атомов измерялась на уровнях  $2P^5 3S \{^1P_1; ^3P_{0,1,2}\}$  (Ne) и  $3P^5 4S$  (Ar). По измеренной абсолютной интенсивности линий, соответствующих

переходам  $3P^5 4P \rightarrow 3P^5 4S$  с использованием известных значений абсолютной вероятности переходов, найдены концентрации возбужденных атомов на уровнях  $3P^5 4P$  в Ag [72]. Одновременно с этими оптическими измерениями производились зондовые измерения концентрации электронов  $n_e$ , электронной температуры  $T_e$  и продольного электрического поля  $E_z$ . Результаты измерений в Ag приведены в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Результаты измерения параметров ПС в Ag [74]

$p$ , мм рт.ст.	$i$ , а	$n_e$ , $10^{11}$ см $^{-3}$	$T_e$ , $10^4$ °K	$E_z$ , в/см	$n_a$ , $10^8$ см $^{-3}$ на уровне $3P^5 4P$ (суммарно)	$n_a$ , $10^{11}$ см $^{-3}$ на уровне $3P^5 4S$ (суммарно)
0,18	0,2	1,8	1,8	—	2,8	1,4
	0,4	4,0	1,8	—	7,5	1,8
1,0	0,025	1,2	2,5	1,6	0,43	0,66
	0,05	2,5	2,2	1,3	0,87	0,54
	0,1	4,3	1,9	0,8	1,54	0,58
	0,2	9,0	1,7	0,8	3,3	1,5
	0,4	17	1,4	0,7	3,54	1,5
3,0	0,025	2,5	2,5	1,7	0,51	0,83
	0,05	4,4	2,3	1,3	1,09	0,92
	0,1	9,6	2,8	1,1	2,34	0,74
	0,2	18	1,7	0,8	2,85	0,8
	0,4	33	1,4	0,8	2,3	0,53
5,0	0,025	2,7	2,5	2,2	0,58	0,72
	0,05	6,0	2,2	1,8	0,85	1,24
	0,1	12	1,8	1,5	1,9	1,3
	0,2	22	1,6	1,1	3,1	1,4
	0,4	46	1,3	1,0	1,6	0,88
10,0	0,025	6,0	2,1	4,0	0,46	0,86
	0,05	9,2	1,7	3,3	1,1	1,3
	0,1	18	1,5	2,3	1,55	0,7
	0,2	41	1,3	1,5	1,56	0,86
	0,4	65	1,2	1,2	1,45	0,4

Измерения полуширин линий [73] показало, что линии, излучаемые с высоких уровней, имеют, кроме доплеровского, добавочное ударное уширение, зависящее от давления, что подтверждает заметную роль тушащих и возбуждающих соударений с нормальными атомами, которые учитывались при теоретическом анализе [69]. Рассмотрение процессов возбуждения и тушения [69, 71] показало, что основным процессом заселения уровней  $2P^5 3P$  (Ne) и  $3P^5 4P$  (Ag) является ступенчатое возбуждение электронным ударом метастабильных уровней  $2P^5 3S$  (Ne) и  $3P^5 4S$  (Ag).

Сравнение измеренных концентраций метастабильных атомов  $n_a$  в Ne и Ag с рассчитанной в предположении о максвелловском распределении электронов, проведенное в работе [79] с помощью метода, который предложен Фабрикантом [64], показало, что вычисленная концентрация на порядок

меньше найденной экспериментально. Это можно объяснить отсутствием максвелловского распределения электронов по скоростям (см. § 36); отличие же измеренных  $n_a$  от Больцмановских значений еще больше. Таким образом, в ПС в инертных газах при токах 1 а и давлениях  $10^{-1} \div 30$  мм рт. ст.

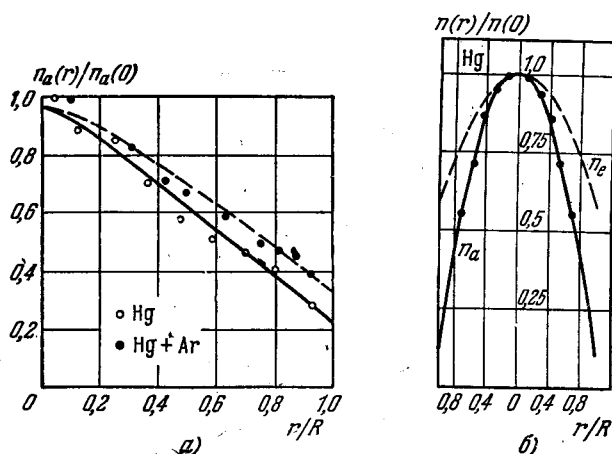


Рис. 6.21. Радиальное распределение концентрации возбужденных атомов в ртутном положительном столбе низкого давления по данным [77] (а) и [64] (б).

Для сравнения приведено распределение  $n_e$ .

бужденных атомов ртути на уровнях  $6^3P_{0,1,2}$ , а также радиальное распределение концентрации возбужденных атомов  $6^3P_1$  (рис. 6.21, а). На рис. 6.21, б показано радиальное распределение этих же атомов, измеренное в работе [64] методом люминесцирующего зонда; как видно из сравнения рис. 6.21, а и б, обе кривые имеют одинаковый ход.

Измерение абсолютного значения мощности излучения резонансной линии Hg 2537 Å ( $6^3P_1 \rightarrow 6^1S_0$ ) с единицы длины ПС ( $P_{a1}$ ) с одновременным измерением концентрации резонансных атомов  $6^3P_1$ , приходящейся на единицу длины ПС ( $N_a$ ), позволили в работе [77] определить эффективную вероятность испускания фотонов этой длины волны

$$A_{\text{эфф}} = \frac{P_{a1}}{N_a h\nu}, \quad (36.24)$$

где  $P_{a1}$  — мощность, излучаемая возбужденными атомами на рассматриваемом уровне.

Поскольку  $A_{\text{эфф}} = 2/\bar{l}(R)$ , где  $\bar{l}(R)$  определено формулой (36.23), то имеется возможность сравнить теоретические значения  $A_{\text{эфф}}$ , найденные с помощью различных теорий (или приближений), с результатами эксперимента.

В табл. 6.2 приводятся результаты измерений осевой концентрации резонансно-возбужденных атомов ртути, полученные в работе [80]; легко убедиться, что эти концентрации далеки от равновесных. На рис. 6.22 даны результаты измерения  $A_{\text{эфф}}$  по [77]. В табл. 6.3 приводится сравнение различных теоретических значений  $A_{\text{эфф}}$  с экспериментальными [77].

Как видно из табл. 6.3, вычисленное значение величины  $A_{\text{эфф}}$  слабо зависит от строгости расчета; это связано с интегральным характером  $A_{\text{эфф}}$ . При добавлении аргона ( $p = 4$  мм рт. ст.) в ПС величина  $A_{\text{эфф}}$  несколько возрастает из-за ударного («лоренцевского») уширения линии аргоном.

Таблица 6.2

Концентрация возбужденных атомов  $n_a$  ( $10^3 \text{ см}^{-3}$ ) по данным [80]

$i, a$ $p, \text{ мм рт. ст.}$	$6^3P_0$					$6^3P_1$					$6^3P_2$				
	7	13	25	48	90	7	13	25	48	90	8	13	25	48	90
0,45	2,5	3,0	2,8	2,7	2,4	0,19	0,65	1,5	2,0	2,2	0,60	0,82	0,85	0,88	1,0
0,7	3,0	3,2	3,2	2,8	2,6	0,32	0,96	2,1	2,5	2,5	0,73	0,91	1,0	1,0	1,0
1,0	3,4	3,4	3,7	3,3	2,8	0,50	1,2	2,4	2,8	2,7	0,87	0,97	1,0	1,1	1,2
1,3	3,6	3,6	3,4	3,3	3,0	0,62	1,4	2,5	2,9	3,1	1,0	0,97	1,0	1,2	1,3

Добавка аргона приводит также к некоторому изменению кривой радиального распределения  $n_a(r)$  (рис. 6.21, а).

Экспериментально найденные значения  $n_a$  (табл. 6.2) сравниваются в [80] с расчетными; в расчете учитывались электронные переходы между

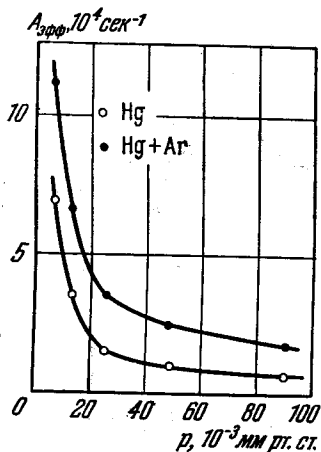


Рис. 6.22. Эффективная вероятность вылета кванта резонансного излучения из ртутного положительного столба [77].

Таблица 6.3

Сравнение расчетных значений  $A_{эфф}$  с экспериментальными, измеренными при  $p = 7 \cdot 10^{-3} \text{ мм рт. ст.}$ ,  $t = 0,45 \text{ а}$  (расчет при  $\gamma_0 R = 50$ , доплеровский контур)

	$A_{эфф} \cdot 10^4 \text{ сек}^{-1}$
Расчет по теории [V.37]	0,83
Расчет по теории [66]	0,65
$A_{эфф} = \frac{1}{3} \frac{1}{(\gamma R) + \tau_r}$ [74]	0,61
Эксперимент [77]	
Hg	0,66
Hg + Ar	1,1

соседними подуровнями системы  $6^3P_{0,1,2}$  и между каждым из этих уровней и уровнем  $6^1S_0$ .

В вероятностях оптических переходов (см. уравнение баланса (36.2)) учитывалась реабсорбция, так что вместо  $A$  использовалась в расчетах величина  $A_{эфф}$ , найденная экспериментально в [70]. Сечения ступенчатых возбуждений приняты были классическими (типа (36.1)). Найденные таким образом расчетные величины значительно превышают экспериментальные, что свидетельствует об отсутствии максвелловского распределения, принятого при расчете (см. § 37).

Таким образом, в обычных условиях ПС в парах ртути концентрация возбужденных атомов далека от равновесной. Однако она выше, чем в случае инертных газов, что связано с более низкими потенциалами возбуждения атома ртути.

4.3. ПС в парах щелочных металлов. Исследования концентрации возбужденных атомов в ПС паров щелочных металлов (Cs, K) [81, 82], показали, что даже при умеренных плотностях токов ( $j \approx 1 \text{ а/см}^2$ ) концентрация низших возбужденных уровней является равновесной, что связано с низким потенциалом возбуждения и большими электрон-

ными концентрациями, которые наблюдаются в ПС при таких плотностях токов. Иными словами, ПС в парах щелочных металлов при  $j \approx 1 \text{ а/см}^2$  с точки зрения равновесности концентрации возбужденных атомов был подобен ПС в парах ртути с  $j \approx 10 \text{ а/см}^2$  и ПС в инертных газах с  $j \approx 30 \text{ а/см}^2$ .

Измерения в ПС в парах натрия при малых плотностях тока ( $j = 0,02 \div 0,1 \text{ а/см}^2$ ) и при низких давлениях ( $p = 10^{-3} \div 10^{-2} \text{ мм рт. ст.}$ ) [64] показали, что в этих условиях, как и следовало ожидать, ПС далек от равновесия, и интенсивность излучения D-линии Na хорошо описывается формулой (36.1) (рис. 6.23). При сравнении с формулой (36.4) использовалось известное сечение возбуждения  $(\sigma_{12})_{\max} = 110 \text{ см}^2/\text{см}^3$ ,  $U_{\max} = U_m = 5 \text{ в}$  и измеренные зондовым методом значения  $U_e$ .

5. Вклад излучения в баланс энергии ПС. Как отмечалось в § 34, полную теорию ПС (особенно нахождение  $E_z$ ) даже в случае малых плотностей газа (диффузионный ПС) невозможно дать, если неизвестна доля энергии, уносимая излучением ПС. В широком диапазоне давлений ( $10^{-3} \div 10^{-1} \text{ мм рт. ст.}$ ) эта доля может быть очень велика [13]. Теоретический подсчет концентрации возбужденных атомов и мощности, уносимой излучением, затруднен вследствие реабсорбции резонансного излучения; даже теоретические работы последних лет дают лишь грубые результаты [75, 80], что связано со следующими обстоятельствами:

1) отсутствие максвелловского распределения электронов с энергиями порядка потенциалов возбуждения (см. § 37);

2) неточное знание всех сечений возбуждения, особенно для ступенчатого возбуждения;

3) сложность и громоздкость комплексной задачи о расчете ПС в целом (с учетом выхода излучения и истинной функции распределения электронов по скоростям). В общем виде эта задача до настоящего времени не решена.

Поэтому большое значение имеют экспериментальные исследования вклада энергии излучения в общую величину энергии, теряемой положительным столбом в единицу времени. В работе [83] измерялась общая энергия излучения как резонансных, так и нерезонансных линий ПС в Ne, He, Ar,

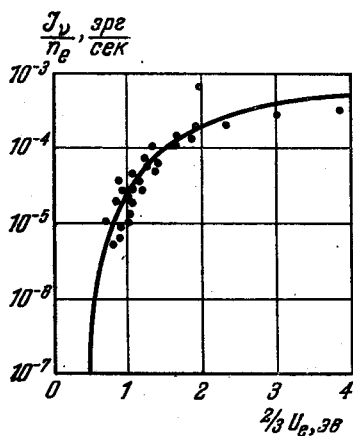


Рис. 6.23. Интенсивность излучения положительного столба в парах Na при равных  $U_e$  [77].

в смеси Na с инертными газами при давлениях газа до  $10 \text{ мм рт. ст.}$  и при токах до  $0,2 \text{ а}$ : обнаружено, что при низких давлениях вплоть до давлений порядка  $1 \text{ мм рт. ст.}$  потери энергии на излучение преобладают над другими видами потерь (нагрев пара, уход ионов на стенки). Тщательные измерения энергии излучения произведены в [84]. Баланс энергии ПС в парах цезия исследовался в работе [81] и в смеси Cs + Ar — в работе [III.85]. В работе [81] давление паров менялось в пределах  $10^{-3} \div 3 \text{ мм рт. ст.}$ , ток — в пределах  $10^{-1} \div 4 \text{ а}$ . Энергия, уносимая излучением, измерялась с помощью фокусировки света от  $1 \text{ см}$  длины ПС на калиброванный термостолбик. Измерения показали, что почти вся энергия уносится в резонансных линиях. В работе [III.85] фотоэлектрическим методом найдено, что вклад излучения (главным образом резонансного) велик при малых

плотностях паров Cs ( $n_{\text{Cs}} \approx 10^{13} \div 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_{\text{Ar}} \approx 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ), но при больших значениях  $n_{\text{Cs}}$  доля энергии, уносимой излучением, заметно падает. Как

упоминалось выше, измерения мощности резонансного излучения ПС в парах ртути низкого давления делались в работе [77] с помощью фотоэлемента. Измерения мощности излучения ртутного ПС высокого давления производились в работе [85], где показано, что в этих условиях велика доля энергии, уносимой нерезонансными линиями.

Косвенное определение мощности, приходящейся на выход излучения, производилось в работах [13, 86] с помощью измерений полной мощности  $iE_z$ , рассеиваемой единицей длины ПС, и вычитания из этой величины измеренных значений мощности, теряемой на стенках ( $P_w$ ) и в объеме ( $P_g$ ). Величина  $P_w$  определялась по измеренной величине стеночного тока (см. § 35), величина  $P_g$  — по измеренной температуре газа как функции радиуса. Такие же измерения  $P_g$  производились в работе [III.85].

Результаты всех этих измерений баланса энергии ПС хорошо описываются качественными диаграммами Клярфельда [13] (рис. 6.24). На этих

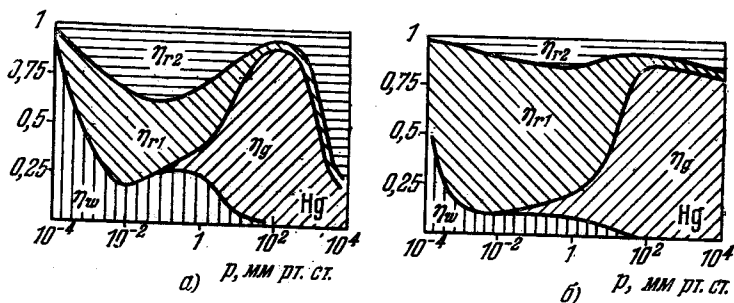


Рис. 6.24. Относительный вклад различных механизмов потерь мощности положительного столба в зависимости от давления газа [13].

а)  $i \approx 1$  а; б)  $i \approx 10$  а.

диаграммах по оси абсцисс отложена величина давления газа в ПС (при данном токе), по оси ординат — относительные величины всех видов потерь мощности ПС: потери на стенке ( $\eta_w$ ), потери на нагрев газа ( $\eta_g$ ), потери на выход резонансного ( $\eta_{r1}$ ) и нерезонансного ( $\eta_{r2}$ ) излучения. Сумма всех этих величин равна единице.

Потери на стенках велики только при малых давлениях газа, когда концентрация нейтральных атомов мала, упругие потери в объеме на нагрев газа ( $\eta_g$ ) малы; число возбуждающих соударений того же порядка, что и число ионизирующих, но энергия возбуждения меньше, чем энергия ионизации (которая в конечном счете уносится на стенки). Величина  $\eta_w$  несколько возрастает при давлении  $10^{-1} \div 1$  мм рт. ст. Это объясняется тем, что при данном токе концентрация электронов в ПС увеличивается с ростом давления (см. § 34) и величина стеночного тока  $j_{pw} = e_0 D_{am} (dn_c/dr)_R$ , а вместе с ней и  $P_w$  вследствие этого проходят через максимум, так как  $D_{am}$  падает с ростом давления.

Величина упругих потерь на нагрев газа ( $\eta_g$ ) при малых давлениях растет с увеличением давления, так как увеличивается частота упругих столкновений электронов с атомами газа. При больших давлениях ( $p > 10^2$  мм рт. ст.) величина  $\eta_g$  падает из-за большой роли нерезонансного излучения, выход которого возрастает вследствие увеличения концентрации возбужденных атомов и возрастания частоты ступенчатых возбуждений.

Мощность резонансного излучения  $\eta_{r1}$  с увеличением давления газа возрастает, так как увеличивается концентрация нормальных атомов и электронов, т. е. растет число возбуждающих соударений. В то же время при малых давлениях еще мала роль ударов II рода (тушений), разрушающих резонансно-возбужденные состояния. При дальнейшем росте давления

увеличивается частота тушащих соударений, концентрация резонансно-возбужденных атомов стремится к равновесной; мощность резонансного излучения определяется, с одной стороны, величиной этой концентрации, возрастающей с ростом плотности газа, с другой стороны, условиями выхода резонансного излучения из объема ПС, ухудшающимися по мере роста концентрации нормальных атомов. (Это связано с уменьшением «длины свободного пробега» кванта; при больших плотностях излучают только поверхностные слои газа.) При достаточно больших оптических плотностях мощность излучения, уносимая в центральной части резонансной линии, определяется формулой Планка для излучения черного тела с температурой  $T_e$ ; поскольку ширина резонансной линии сравнительно невелика, то доля резонансного излучения при больших давлениях (когда условия в ПС близки к равновесным) невелика по сравнению с долей нерезонансного излучения (которое переносится многими линиями). Контракция ПС осложняет картину выхода резонансного излучения из-за самообращения резонансных линий, когда слои холодного газа поглощают резонансное излучение в центре линии и пропускают в крыльях линии [87].

Мощность излучения, уносимого в нерезонансных линиях, мала по сравнению с мощностью резонансного излучения при низких давлениях газа (см. рис. 6.24). С ростом давления газа увеличивается концентрация нормальных атомов и концентрация электронов, растет также частота ступенчатого возбуждения. Поэтому доля нерезонансного излучения  $\eta_{r2}$  сначала возрастает. При дальнейшем увеличении плотности газа ( $p > 1$  мм рт. ст.) величина  $\eta_{r2}$  начинает падать (главным образом из-за уменьшения электронной температуры (см. (36.5) и (36.6')), а также из-за увеличения частоты тушащих соударений); затем (при  $p > 10^2$  мм рт. ст.) она снова растет, так как условия в ПС приближаются к равновесным, сумма концентраций возбуждаемых атомов на уровнях, излучающих нерезонансные линии, становится в некоторых случаях больше концентрации резонансно-возбужденных атомов; а так как нерезонансное излучение мало реабсорбировано, его вклад становится выше, чем вклад резонансного излучения. Другая причина относительного роста  $\eta_{r2}$  — уменьшение величины  $\eta_g$  из-за нагрева газа на оси контрагированного при этих давлениях ПС: нагрев газа приводит к уменьшению плотности в пнуре и к уменьшению величины  $(T_e - T_g)/T_g$ , которой пропорциональна мощность упругих потерь, т. е. величина  $\eta_g$ .

Более детальное изложение вопросов, связанных с излучением ПС и спектроскопией плазмы, имеется в специальных монографиях [76], сборнике [67] и фундаментальных работах [V.38, V.40, V.75].

### § 37. О функции распределения электронов по энергиям в положительном столбе

1. «Парадокс Ленгмюра». Первые экспериментальные исследования ПС зондовым методом [4, 44, 62], проводившиеся при низких плотностях газа ( $p = 10^{-3} \div 10^{-4}$  мм рт. ст.) и средних значениях тока ( $i = 1 \div 3$  а), показали, что в этих условиях функция распределения электронов максвелловская: об этом свидетельствовал линейный вид полулогарифмических зондовых характеристик, а также согласие рассчитанной в предположении максвелловского распределения частоты ионизации с измеренной экспериментально скоростью потерь зарядов на стенках. Недавние прямые измерения вида функции распределения электронов в ртутном ПС зондовым методом [6] показали, что максвелловский вид функции наблюдался лишь при давлениях газа ниже  $10^{-2}$  мм рт. ст.; при больших давлениях распределения электронов было меньше, чем в максвелловском распределении (при энергии порядка потенциала возбуждения и выше). Этот результат верен только в

однородном по длине ПС, т. е. в областях его, достаточно удаленных от катода. Измерения вида функции распределения вблизи катода [88] показали, что при  $p < 10^{-2}$  мм рт. ст. здесь имеется избыток быстрых электронов.

Еще в измерениях Ленгмюра [4] было обнаружено, что в разряде низкого давления максвелловский характер функции распределения наблюдается в условиях, когда частота электрон-электронных соударений, которые должны являться основной причиной «максвеллизации», была недостаточно велика для этого: максвелловское распределение устанавливалось на некотором расстоянии от катода, гораздо меньшем, нежели длина свободного пробега электрона относительно столкновений с электронами. Это явление названо «парадоксом Ленгмюра», так как факт наличия максвелловского распределения электронов нельзя объяснить с помощью кинетического уравнения, учитывающего столкновения электронов с частицами в плазме.

Ленгмюр [4] выдвинул гипотезу, что объяснение этому парадоксу следует искать в плазменных (ленгмюровских) колебаниях, во взаимодействии электронов с электрическими полями, возникающими при ленгмюровских колебаниях плазмы. Эксперименты Габора [89] показали, что в пристеночном слое ПС низкого давления генерируются интенсивные колебания ленгмюровской частоты; эти колебания могут распространяться в плазме и, взаимодействуя с электронами, способствовать их «максвеллизации».

В теоретических работах [90, 91] намечались пути решения задачи о «парадоксе Ленгмюра», до настоящего времени еще не решенной до конца. В работе [90] показано, что наличие пучков электронов в плазме или «горбиков» на «хвосте» их функции распределения (например, в катодной области ПС) приводят к раскачке ленгмюровских колебаний. В работе [91] уточняются детали этого процесса с учетом конечности амплитуды возникающих колебаний, а также развивается теория «слабо турбулентной» бесстолкновительной плазмы, позволяющая в первом приближении найти не только влияние электронов на плазменную волну, но и обратное влияние плазменной волны на функцию распределения электронов, а именно «расползание» «горбиков» на «хвосте» функции распределения. Однако найденная в [91] функция распределения электронов имеет форму «плато», но не максвелловской функции.

**2. Обзор теорий.** Эксперимент [89] и теория [90, 91] применимы лишь к случаю «бесстолкновительной» плазмы, т. е. в условиях, когда

$$\nu_{eg} = \frac{\bar{c}_e}{\lambda_{eg}} \ll \omega_0 = \sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{m_e}}, \quad \text{или} \quad \lambda_{eg} \gg r_D,$$

где  $\nu_{eg}$  — частота столкновений электронов с атомами,  $\omega_0$  — ленгмюровская частота,  $r_D$  — дебаевский радиус экранирования.

Это условие в случае ртутной плазмы приводит при  $n_e = 10^{12}$  см<sup>-3</sup> к оценке:  $p \ll 3$  мм рт. ст. Поэтому в случае ПС с давлением газа порядка 1 мм рт. ст. и выше или при малых плотностях тока можно ожидать, что описанный механизм «максвеллизации» действовать не будет, и функция распределения электронов должна описываться кинетическим уравнением, учитывающим столкновения электронов с частицами и не учитывающим их взаимодействие с плазменными колебаниями.

Решение этой задачи без учета неупругих столкновений электронов с атомами дано в работах [II.24], [10,92]. Кинетическое уравнение в этих работах решается для пространственно однородной плазмы; вид найденной функции распределения \*) электронов по скоростям определяется характером

\*) Речь идет о симметричной части функции распределения; несимметричная часть, вызываемая процессами переноса (диффузия, проводимость), считается малой добавкой к основной — симметричной части.

энергетической зависимости сечения упругого рассеяния электронов на атомах {1}. Лишь в одном частном случае, когда это сечение изменяется обратно пропорционально скорости электронов, функция распределения оказывается максвелловской:

$$f_e(c) = \left( \frac{m_e}{2\pi k T_e} \right)^{3/2} \exp \left( - \frac{m_e c^2}{2k T_e} \right).$$

В случае, когда сечение не зависит от энергии ( $\lambda_{eg} = \text{const}$ ) и при «больших» электрических полях

$$e_0 E_z \lambda_{eg} \gg \sqrt{\frac{m_e}{m_g}} k T_g$$

имеет место так называемое «распределение Дрюивестейна»

$$f_e(c) = \text{const} \cdot \exp \left[ - 3 \frac{m_e}{m_g} \left( \frac{m_e c^2 / 2}{e_0 E_z \lambda_{eg}} \right)^2 \right].$$

Учет неупругих столкновений электронов (приводящих к возбуждению и ионизации) производился в работах [II.24, V.11], [93], удары II рода не учитывались.

Решение кинетического уравнения в этих работах осуществляется приближенным (квазиклассическим) методом; найденная функция распределения выражается сложной кусочно-непрерывной функцией для разных диапазонов энергий электронов:

$$\frac{m_e c_e^2}{2} \leq U_a, \quad U_a \leq \frac{m_e c_e^2}{2} \leq U_i, \quad U_i < \frac{m_e c_e^2}{2},$$

где  $U_a$  — потенциал возбуждения,  $U_i$  — потенциал ионизации (учитывается только один возбужденный уровень). В этой функции распределения быстрых электронов (с энергиями порядка потенциалов возбуждения и ионизации) меньше, чем в функции распределения, найденной при учете одних только упругих столкновений электронов; это объясняется потерями электронов при возбуждении и переходами их в медленную энергетическую группу при ионизации.

Электрон-электронные столкновения, особенно эффективные при низких энергиях электронов и при больших электронных концентрациях, способствуют установлению максвелловского распределения [V.46,] [94, 95]. В работе [90] был выведен стокновительный член кинетического уравнения, описывающий электрон-электронные столкновения; в [V.46] это уравнение решено приближенно; из вида решения следует, что в области малых энергий электронов ( $m_e c_e^2 / 2 < U_a$ ) функция распределения электронов близка к максвелловской, особенно при достаточно больших электронных концентрациях. В области энергий порядка  $U_a$  и  $U_i$  распределение обеднено электронами по сравнению с максвелловским, так как сечение электрон-электронного кулоновского взаимодействия при таких энергиях мало. В работах [V.48], [93] дается наглядный качественный критерий, с помощью которого можно судить о характере функции распределения электронов в данном диапазоне энергий: необходимое условие существования максвелловского распределения у группы электронов скорости  $c_e$  состоит в одновременном выполнении неравенств

$$\tau_{ee} \ll \tau^*, \quad \tau_{ee} \ll \tau_{eg}, \quad \tau_{ee} \ll \tau_{eE},$$

где

$$\tau_{ee} = \frac{m_e^2 c^3}{4\pi e_0^4 n_e \ln[(4^{1/2} T_e T_g^{1/2} / (e_0^3 \lambda_e^{1/2}))]}$$

— время обмена энергии электрона в столкновении с электроном;  $\tau_{eE} = m_e c_e / e_0 E$  — время взаимодействия электрона с электрическим полем, в течение которого электрон приобретает скорость  $c_e$  под действием ускорения  $e_0 E / m_e$ . При больших  $E$  электроны будут сильно ускоряться, не успевая обмениваться между собой энергией, что вызовет отклонение от максвелловского распределения;  $\tau^*$ ,  $\tau_{eg}$  — время потери энергии электрона при неупругом и упругом столкновениях соответственно. Эти неравенства не являются достаточными условиями наличия максвелловского распределения, так как электрическое поле может искажать энергетическое распределение электронов даже при их выполнении. Если эти неравенства не выполняются, то можно ожидать, вообще говоря, отсутствия максвелловского распределения. Оценки показывают, что в большинстве случаев ПС при давлениях газа, превышающих  $10^{-1}$  мм рт. ст. и в обычном для эксперимента диапазоне концентраций электронов ( $n_e \approx 10^{10} \div 10^{12}$  см $^{-3}$ ) приведенные неравенства не выполняются в области энергий порядка потенциала возбуждения и выше и выполняются при энергиях ниже потенциала возбуждения.

**3. Обзор экспериментальных работ.** Экспериментальные данные о виде функции распределения электронов в условиях, соответствующих упомянутым теориям, содержатся в работах [V.48], [6, 88, 96]. В работе [96] наблюдалась немаксвелловская функция распределения в аргоне ( $p = 1 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.), обедненная быстрыми электронами.

Тонкая экспериментальная методика снятия функции распределения электронов в ртутном ПС в диапазоне энергий до 12 э (потенциал ионизации ртути 10,2 э) была применена Каганом с сотрудниками [71—73]. Использовался зондовый метод с радиочастотным двойным дифференцированием зондового тока как функции потенциала зонда. При давлениях  $p = 2,5 \cdot 10^{-2}$  и  $5 \cdot 10^{-2}$  мм рт. ст. наблюдавшаяся функция распределения имела меньше быстрых электронов, чем максвелловская, что находится в качественном согласии с теорией [V.46].

Измерения концентраций возбужденных атомов в ПС, проводившиеся в работах [69, 79, 80], оказалось трудно согласовать с теорией, основанной на предположении о максвелловском распределении электронов: подсчитанные в этом предположении концентрации на порядок превышали измеренные. Более точный учет истинного вида функции распределения, произведенный в [69], позволил получить согласие расчета и эксперимента в пределах фактора 2. Контракцию ПС средних давлений также можно попытаться объяснить [97] немаксвелловским видом функции распределения электронов и наличием ступенчатого возбуждения (см. § 38).

**4. Учет ударов II рода.** Вид функции распределения электронов в ПС при наличии ударов II рода исследовался теоретически только в работах [V.30], [68]. Из физических соображений ясно, что при большой роли электронных ударов II рода (большие  $n_g$ ,  $n_e$ ) выход излучения из объема ПС может привести к отклонению от максвелловского распределения, так как он нарушает равновесие между ударами I и II рода: ударов I рода должно быть больше, и они приводят к обеднению функции распределения быстрыми электронами.

Результаты [V.30] показывают, что при наличии больцмановского равновесия дискретных уровней атомов распределение электронов должно быть максвелловским. С уменьшением степени ионизации ( $n_e < 10^{12}$  см $^{-3}$ )  $f_e(c)$  может отличаться от максвелловской функции распределения.

Эксперимент [III.85] позволяет косвенно судить о функции распределения электронов в случае большой роли ударов II рода: исследовался ПС в аргоне ( $n_{Ar} = 10^{13} \div 10^{19}$  см $^{-3}$ ) с цезием ( $n_{Cs} = 10^{13} \div 10^{16}$  см $^{-3}$ ); характерные параметры плазмы были:  $n_e \approx 10^{13} \div 10^{14}$  см $^{-3}$ ,  $T_e \approx 0,2 \div 0,3$  эв. В этих условиях электроны находились в ионизационном равновесии (в со-

ответствии с формулой Саха (38.2) при  $T = T_e$  с атомами Cs. В этих условиях, согласно (37.4), следует ожидать максвелловского распределения электронов. Экспериментально это подтверждается совпадением (в пределах погрешностей опыта) значений электронной температуры, измеренной по интенсивности рекомбинационного континуума (в радиационную рекомбинацию основной вклад вносят самые медленные электроны), и, с другой стороны, методом двойного зонда (дающего среднюю энергию распределения электронов в диапазоне энергий, соответствующих потенциалу «плавающего» зонда, т. е. в несколько раз превышающих среднюю энергию распределения).

В заключение этого параграфа отметим, что теоретическая сторона вопроса о функции распределения электронов в ПС находится в настоящее время в состоянии разработок. Экспериментальных данных по этому вопросу также недостаточно, чтобы ответить на него в общем виде. Можно лишь утверждать, что чем выше концентрация электронов (ориентировочно  $n_e > 10^{12} \div 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , в зависимости от рода газа) и чем больше толщина плазмы ПС (ориентировочно  $> 10^{-1} \text{ см}$ ), тем ближе распределение электронов к максвелловскому.

### § 38. Положительный столб при средних давлениях газа и больших плотностях тока

1. Качественное описание ПС средних давлений. При давлениях газа выше  $1 \div 10 \text{ мм рт. ст.}$  в плазме ПС начинают играть важную роль процессы, которые незаметны в ПС низких давлений и не учитываются теорией такого ПС:

1) возрастает роль ступенчатых процессов (возбуждение, ионизация, гашение, рекомбинация);

2) увеличивается частота ударов II рода вследствие роста концентрации электронов, и плазма приближается к детальному равновесию (при повышении давления газа полный ток ПС предположим неизменным и имеющим величину порядка  $1 \div 10 \text{ а}$ );

3) возрастает роль объемной рекомбинации в процессах потерь носителей, уменьшается роль амбиполярной диффузии (абсолютно и относительно);

4) заметно нагревается нейтральный газ, особенно в центральных областях ПС вследствие увеличения мощности, передаваемой газу от электронов упругими ударами;

5) уменьшается электронная теплопроводность, что должно приводить к радиальной неоднородности электронной температуры (с максимумом на оси ПС);

6) уменьшается выход излучения, особенно из приосевых областей ПС, что эквивалентно уменьшению неупругих потерь энергий электронов.

Теория ПС в этих условиях должна отличаться от теории ПС низких давлений с учетом всех этих процессов в соответствующих уравнениях баланса (числа частиц, импульса и энергии компонент плазмы).

Внешние параметры ПС остаются те же самые, что и указанные в § 34; из внутренних параметров наиболее существенными являются четыре величины:  $T_e = T_e(r)$ ,  $n_e = n_e(r)$ ,  $T_g = T_g(r)$ ,  $E_z$ . Параметры  $n_e(r)$  и  $T_g(r)$  имеют сильную радиальную зависимость, которая должна быть найдена из уравнений теории.

Четыре основных параметра ПС можно найти из четырех основных уравнений баланса \*).

\*) Для определения входящих в эти уравнения неизвестных второстепенных параметров плазмы нужно использовать вспомогательные уравнения.

1) Уравнение баланса числа заряженных частиц дает связь  $n_e$  и  $T_e$ . В общем случае для решения этого дифференциального уравнения необходимо решить систему уравнений баланса концентрации возбужденных атомов на всех уровнях.

2) Уравнение баланса энергии электронов дает связь между  $T_e$ ,  $E_z$ ,  $T_g$ . В общем случае для нахождения этой связи необходимо рассчитать потери энергии на выход излучения. Для определения плотности газа в шнуре необходимо использовать уравнение Клапейрона.

3) Уравнение баланса энергии газа позволяет связать  $n_e$ ,  $T_e$  и  $T_g$ .

4) Закон Ома для плазмы ПС связывает полный ток с  $n_e$  и  $E_z$ . Для определения величины полного тока необходимо использовать уравнение внешней цепи, но в большинстве случаев можно считать ток заданной величиной, так как сопротивление плазмы ПС, как правило, много меньше сопротивления внешней нагрузки.

Совместное решение этой системы уравнений должно дать значение параметров ПС средних давлений при разных внешних условиях (плотность газа, род газа, ток, диаметр трубки). Однако к настоящему времени такая полная теория ПС средних давлений не построена, главным образом из-за громоздкости задачи.

Остановимся на современном состоянии отдельных вопросов теории.

2. Баланс числа частиц. Полная система уравнений баланса ионизованных и возбужденных атомов имеет вид (36.2). В случае ионов (электронов) коэффициент диффузии  $D_m$  следует заменить коэффициентом амбиполярной диффузии  $D_{am}$ . Уравнение баланса числа заряженных частиц формально можно записать в виде

$$-D_{am}\nabla^2 n_e = S n_e - \alpha_r n_e^2, \quad (38.1)$$

где  $S = S(n_e, T_e)$  — суммарная скорость ступенчатой ионизации со всех уровней, включая фотоионизацию;  $\alpha_r = \alpha_r(n_e, T_e)$  — эффективный коэффициент рекомбинации, учитывающий все виды рекомбинации. Величины  $S$  и  $\alpha_r$  вычислялись в случае водорода и цезия приближенно в работах [3, 68, 98]; в работе [98] они затабулированы в случае цезиевой плазмы. Точное вычисление этих величин в настоящее время невозможно из-за отсутствия данных о сечениях ступенчатых возбуждений.

В случае, когда роль амбиполярной диффузии мала (большие плотности газа и большие концентрации заряженных частиц), т. е. когда выполняется неравенство

$$|D_{am}\nabla^2 n_e| \ll |S n_e|, \quad |\alpha_r n_e^2|,$$

уравнение (38.1) приобретает вид

$$S n_e = \alpha_r n_e^2. \quad (38.1')$$

Из этого уравнения следует, что  $n_e = n_e(T_e)$ . При достаточно больших концентрациях электронов, таких, что  $n_e > n_{e\text{кр}}$  условие (38.1') дает связь между  $n_e$  и  $T_e$  в виде формулы Саха {1}:

$$n_e^2 = \frac{2g_p}{g_g} \left( \frac{2\pi m_e k}{h^2} \right)^{3/2} (n_g - n_e) T_e^{3/2} \exp \left( -\frac{e_0 U_i}{k T_e} \right), \quad (38.2)$$

где  $g_p$ ,  $g_g$  — соответствующие статистические веса положительного иона и атома,  $h$  — постоянная Планка.

В случае цезия  $n_{e\text{кр}} \approx 10^{13} \text{ см}^{-3}$  [98], в случае водорода  $n_{e\text{кр}} \approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$  [V.85]; величина  $n_{e\text{кр}}$  определяется энергетической высотой первого возбужденного уровня: чем выше этот уровень, тем при большей концентрации электронов может установиться детальное равновесие прямых и обратных

процессов. При меньших концентрациях электронов ( $n_e \ll n_{e\text{кр}}$ ) большую роль начинают играть излучательные переходы между возбужденными уровнями и связь между  $n_e$  и  $T_e$  становится более сложной [V.30, V.35].

Если диффузия играет заметную роль, то решение уравнения баланса (38.1) возможно только совместно с другими уравнениями ПС, так как заранее неизвестен эффективный диаметр шнура, или форма радиального распределения концентрации заряженных частиц. В работе [99] сделана попытка решить уравнение (38.1) без учета рекомбинации и в предположении нормального диффузионного распределения заряженных частиц по радиусу; учитывался ступенчатый характер ионизации (газ — ртуть).

Расчеты [99] показали, что с ростом концентрации носителей падает электронная температура, что вызвано как бы уменьшением эффективного потенциала ионизации атомов, так как ионизируются в основном возбужденные атомы.

В работах [100, 101] рассмотрены простые случаи уравнения (38.1), имеющие незначительную область применимости, но представляющие иллюстративный интерес.

В работе [100] в уравнении баланса носителей учтена двухступенчатая ионизация:

$$D_{\text{ам}} \nabla^2 n_e + \frac{1}{\tau} n_e - \alpha n_e^2 = 0,$$

где  $1/\tau$  — скорость прямой ионизации;  $\alpha n_e$  — частота двухступенчатой ионизации (т. е. ионизации возбужденных атомов, концентрация которых принята пропорциональной концентрации электронов).

Рассмотрен цилиндрический и плоский случаи. В цилиндрическом случае вводятся безразмерные переменные:  $\rho = r/\sqrt{D_{\text{ам}}\tau}$ ,  $n = n_e(r)/n_e(0)$ ,  $\nu = \alpha\tau n_e(0)$  — отношение частоты двухступенчатой ионизации и прямой. Геометрические условия  $n(0) = 1$ ,  $dn(0)/dr = 0$ ,  $n(R/\sqrt{D_{\text{ам}}\tau}) = 0$ . Уравнение баланса носителей просто решается в предельных случаях.

1)  $\nu \ll 1$  — преобладает прямая ионизация. Решение ищется в виде:  $n(\rho) = J_0(\rho) + \nu n_1(\rho)$ . При подстановке этого выражения в уравнение баланса получаем

$$n_1(\rho) = C_1(\rho)J_0(\rho) + C_2(\rho)N_0(\rho),$$

где

$$C_1(\rho) = \frac{\pi}{2} \int_0^\rho t J_0^2(t) N_0(t) dt, \quad C_2(\rho) = -\frac{\pi}{2} \int_0^\rho t J_0^3(t) dt.$$

Введя величину  $\tau_1$ , такую, что  $R/\sqrt{D_{\text{ам}}\tau_1} = 2,4$  ( $\tau_1$  — время диффузии заряженной частицы к стенкам), из граничного условия  $n(R/\sqrt{D_{\text{ам}}\tau_1}) = 0$  можно получить:  $\tau/\tau_1 = 1 + 0,724\nu$ .

2)  $\nu \gg 1$  — преобладает двухступенчатая ионизация. Введем новую переменную  $z = \rho\sqrt{\nu}$ . Решение для  $n(\rho) = n(z)$  имеет вид ряда

$$n(z) = a_0 + a_2 z^2 + a_4 z^4 + \dots,$$

где

$$a_2 = -\frac{a_0^2}{2^2}, \quad a_4 = -\frac{2a_0a_2}{4^2}, \quad a_6 = -\frac{2a_0a_4 + a_2^2}{6^2}.$$

Вид  $n = n(z)$  изображен на рис. 6.25. Первый нуль функции при  $\nu \gg 1$  находится при  $z = 2,92$ , откуда

$$R/\sqrt{D_{\text{ам}}\tau} = 2,92/\sqrt{\nu}.$$

Введем опять величину  $\tau_1 = (1/D_{am}) (R/2,4)^2$ ; тогда из предыдущего равенства следует

$$\frac{\tau}{\tau_1} = \left( \frac{2,4}{2,92} \right)^2 v = 0,675 v.$$

На рис. 6.26 изображен «эквивалентный радиус положительного столба Шоттки», имеющего ту же электронную температуру  $T_e$ , что и ПС со ступенчатой ионизацией. Этот рисунок позволяет определить уменьшение  $T_e$  при росте частоты ступенчатой ионизации. Результаты аналогичных исследований влияния ступенчатой ионизации на свойства ПС приведены также в работах [11, 102, 103].

Зеелигер [104] учел в уравнении баланса заряженных частиц объемную рекомбинацию:

$$D_{am} \nabla^2 n_e + \frac{1}{\tau} n_e - \alpha_r n_e^2 = 0,$$

где  $\alpha_r$  — коэффициент рекомбинации. Для решения этого уравнения также вводится параметр  $v = \tau \alpha_r n_e(0)$ . В случае  $v < 1$  решение ищется в виде степенного ряда; при этом радиальное распределение носителей оказывается мало отличающимся от  $J_0(2,4r/R)$  при нулевом граничном условии. При  $v > 1$  не найдено общее решение, но физически ясно, что радиальное распределение будет «П-образным» в большей части сечения ПС (особенно при  $v \gg 1$ ), так как диффузия играет роль только у стенок; в большей части ПС  $n(r) = 1/\tau \alpha_r = \text{const}$ . Только вблизи

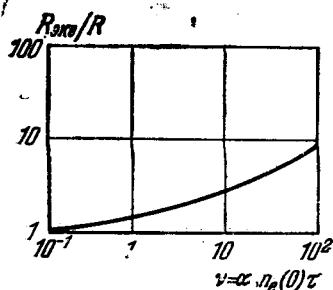


Рис. 6.26. Отношение «эквивалентного радиуса положительного столба Шоттки»  $R_{\text{экв}}$  к реальному  $R$  при наличии ступенчатой ионизации [100].

Этот случай осуществляется чаще всего в парах щелочных металлов и в смеси этих паров с инертным газом [III.85], [101, 105, 106].

3. Баланс энергии электронов. Уравнение баланса энергии электронов ПС можно представить в виде

$$-\text{div} \left( \frac{3}{2} D_e n_e k \nabla T_e \right) = \frac{n_e e_0^2 E^2}{m_e (v_{eg} + v_{ep})} - \frac{3}{2} k (T_e - T_g) \kappa_{eg} v_{eg} n_e - \frac{3}{2} k (T_e - T_p) \kappa_{ep} v_{ep} n_e - P_{\text{неупр}}, \quad (38.3)$$

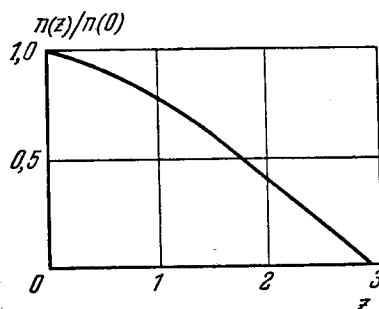


Рис. 6.25. Форма радиального распределения при наличии ступенчатой ионизации [100].

$z = r \sqrt{\alpha_r n_e(0)/D_{am}}$ ,  $\alpha$  — коэффициент ступенчатой ионизации.

стенки, в области толщиной порядка  $\sqrt{1/(\tau D_{am})}$ , концентрация носителей изменяется от  $1/(\tau \alpha_r)$  до 0. Величины  $1/\tau$ ,  $T_e$ ,  $E_z$  и  $n_e(0)$  баланса энергии связаны еще уравнением подвижности, что позволяет в принципе рассчитать этот вид ПС, если известен коэффициент рекомбинации  $\alpha_r = f(T_e, p)$ . Однако эта задача не имеет практического значения, так как реальный ПС с большим давлением газа и с большой плотностью тока не описывается уравнением баланса носителей, предложенным в [104].

Таким образом, задача о балансе числа носителей заряда в ПС средних давлений в общем случае не решена. Наибольший интерес представляет частный случай ПС с большими концентрациями электронов, когда можно просто пользоваться соотношением Саха (38.2).

где левая часть выражает потери энергии за счет электронной теплопроводности ( $D_e$  — коэффициент диффузии электронов), первый член правой части выражает джоулев нагрев электронов электрическим полем, второй и третий члены соответствуют потерям энергии электронов на нагрев атомов и ионов. Член  $P_{\text{неупр}}$  учитывает неупругие потери энергии электронов на ионизацию и возбуждение, а также приобретение энергии при рекомбинации и ударах II рода.

Для вычисления члена  $P_{\text{неупр}}$  необходимо знать концентрации возбужденных атомов и сечения соответствующих процессов. В предельном слу-

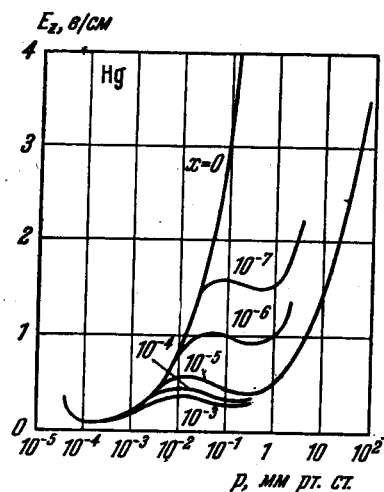


Рис. 6.27. Продольный градиент потенциала в положительном столбе в Hg как функция давления при разных степенях ионизации [99].

чае детального равновесия этот член равен мощности, выносимой уходящим из единицы объема плазмы излучением; если излучение сильно реабсорбировано («заперто»), то можно положить  $P_{\text{неупр}} \approx 0$ . Этот случай имеет место при больших концентрациях электронов, например в ПС в парах щелочных металлов с большой добавкой инертного газа. Как показали детальные расчеты [65], в случае стационарной аргоно-цезиевой плазмы потери на излучение на порядок меньше упругих потерь. В общем случае качественное представление о роли члена  $P_{\text{неупр}}$  дают «диаграммы Клярфельда» (рис. 6.24). В случае ртутного ПС средних давлений уравнение баланса энергии (38.3) было решено с расчетом неупругих потерь в работе [99]; из этого решения найдена величина продольного поля  $E_z$  (см. рис. 6.27). Как видно из этого рисунка, по мере увеличения концентрации электронов ( $n_e \sim x$ ) величина  $E_z$  падает, что вызвано ростом концентрации возбужденных атомов, в связи с чем рас-

тет роль ступенчатых процессов и падает мощность  $P_{\text{неупр}}$ . Расчет [99] представляет интерес только в случае ПС в узких трубках, когда в уходе заряженных частиц основную роль играет диффузия к стенкам, а не объемная рекомбинация. В случае, когда объемная рекомбинация уравнивает ступенчатую ионизацию и выполняются условия, близкие к детальному равновесию, т. е. когда  $P_{\text{неупр}} \approx 0$ , величина  $E_z$  должна расти с ростом  $n_e$ , так как рост  $n_e$  сопровождается ростом  $T_e$  (между  $n_e$  и  $T_e$  выполняется соотношение Саха или аналогичное ему, т. е.  $n_e$  не является возрастающей функцией  $T_e$ ; рост  $T_e$  возможен только при увеличении  $E_z$ , как это видно из уравнения (38.3).

Для определения доли потерь энергии на нагрев ионов, существенной при большой степени ионизации плазмы ПС, необходимо учесть уравнение баланса энергии ионов, аналогичное уравнению (38.3). Масса иона близка или равна массе атома, поэтому потери энергии ионов на нагрев атомов очень велики ( $\kappa_{pi} \sim 1$ ); кроме того, из-за большой массы иона нагрев ионов электрическим полем невелик, и основную энергию ионы получают в упругих столкновениях с электронами. Таким образом, температуру ионов в плазме ПС средних давлений с большим основанием можно считать равной температуре атомов; потери энергии электронов на нагрев ионов в случае, когда это важно, можно легко рассчитать.

Оценка величины левой части уравнения (38.3) показывает, что электронная теплопроводность начинает приводить к потерям энергии, сравнимым с упругими потерями на нагрев газа, если граница столба имеет очень

малую толщину

$$L < \lambda_e \sqrt{\frac{mg}{m_e}} \sqrt{1 - \sqrt{\frac{\kappa_1^*}{\kappa_2^*}}},$$

где  $\kappa_1^*$  — суммарная доля потерь энергии электронов в плазме,  $\kappa_2^*$  — вне плазмы ( $\kappa_1^* > \kappa_2^*$ ); предполагается, что электроны в плазме и вне плазмы находятся в одном и том же «греющем» поле  $E_z$ . Приведенная оценка показывает, что при сильной контракции (шнуровании) ПС в уравнении баланса энергии электронов необходимо учитывать электронную теплопроводность (совместно с расчетом неупругих потерь  $P_{\text{неупр}}$ , позволяющим найти величину  $\kappa^*$ ). Однако к настоящему времени не имеется работ, посвященных теории ПС средних давлений, в которых учитывается электронная теплопроводность.

4. Баланс энергии нейтрального газа. В ПС средних давлений мощность, передаваемая нейтральному газу от электронов, гораздо больше, чем в ПС низких давлений, из-за большой частоты столкновений электронов с атомами и большой концентрации электронов. Уменьшение температуропроводности при повышении плотности газа способствует вместе с ростом мощности нагрева газа значительному увеличению температуры газа. Температура газа определяется из уравнения баланса энергии газа

$$-\operatorname{div}(\chi \nabla T_g) = \frac{3}{2}k(T_e - T_g)\kappa_{eg}v_{eg}n_e + \frac{3}{2}k(T_e - T_p)\kappa_{pg}v_{pg}n_p,$$

где  $\chi$  — коэффициент теплопроводности газа.

Повышение температуры газа максимально на оси ПС, так как тепло теряется на стенках трубки (которые в свою очередь отдают тепло окружающей их среде). Поэтому плотность газа на оси ПС понижается в соответствии с уравнением состояния газа, так как давление газа по сечению ПС постоянно (в силу того, что отсутствуют значительные радиальные потоки газа). При большой степени ионизации газа необходимо учитывать, что по сечению ПС постоянным является сумма парциальных давлений атомов, электронов и ионов, поэтому плотность атомов на оси шнура на самом деле еще меньше.

Эффект уменьшения плотности газа на оси ПС вследствие нагрева является, по-видимому, одной из основных причин контракции (сжатия ПС на оси).

Задача о нагреве газа на оси ПС без учета контракции (в качестве первого приближения) решена количественно в работе [38].

Уравнение баланса тепла газа цилиндрического ПС имеет вид

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \chi \frac{dT_g}{dr} \right) + Q = 0,$$

здесь  $Q$  — тепло, выделяющееся в газе за счет столкновений атомов газа с электронами.

Распределение источников тепла в ПС

$$Q(r) = Q(0)J_0(2,4 r/R)$$

подобно распределению плотности тока и отсутствию контракции ПС,  $\chi$  есть функция  $T_g$ :

$$\chi = \chi_1 T_g,$$

где  $\chi_1$  зависит от рода газа. В случае ртути  $\chi_1 = 1,57 \cdot 10^{-2} \text{ вт}/(\text{см} \cdot \text{град}^2)$ .

При этих предположениях уравнение баланса тепла имеет решение

$$T_g(r) = \left[ T^2(R) + \frac{2}{\chi_1} \frac{Q(0)}{5,8} R^2 J_0 \left( 2,4 \frac{r}{R} \right) \right]^{1/2};$$

для Hg

$$Q(0) = 2,8 \cdot 10^3 \sqrt{T_e} j(0) (p/T_g)^{1/2}$$

( $T_e$  можно рассчитать по формуле (34.19)).

На рис. 6.28 даны результаты проведенных таким образом расчетов [38]  $T_e(0)$  в парах Hg. Как видно из этого рисунка, уравнивание  $T_e$  и  $T_g$  при токе  $j \approx 10 \text{ см}^2$  наступает на уровне  $T_e = T_g \approx 6,5 \cdot 10^3 \text{ }^\circ\text{K}$  при  $p \approx 10 \text{ мм рт. ст.}$ ; при меньшей плотности тока уравнивание температур наступает при больших давлениях \*).

Изложенная теория неприменима в условиях контрагированного ПС. В действительности шнур контрагирует, и выделение тепла  $Q(0)$  на оси шнура увеличивается; но увеличивается и отвод тепла за счет увеличения градиента температуры газа  $\nabla T_g$ ; однако увеличение  $Q$  происходит квадратично с уменьшением радиуса шнура, а увеличение отвода тепла — линейно, поэтому в итоге  $T_g$  повышается с ростом давления быстрее, чем по изложенной простой теории.

Нетрудно видеть, что в газе с малым транспортным сечением рассеяния электронов  $s_{eg}$ , с большой массой атомов и с малым потенциалом ионизации  $T_g$  повышается с ростом давления медленнее, чем в газе с большим сечением, малой массой атомов и большим потенциалом ионизации. Действительно, скорость нагрева единицы объема газа за счет упругих столкновений с электронами есть

$$Q = \frac{3}{2} k (T_e - T_g) \kappa_{eg} v_{eg} n_e;$$

чем больше  $s_{eg}$ , тем больше  $v_{eg} = s_{eg} c_e$  и тем сильнее греется нейтральный газ.

5. О контракции ПС средних давлений. При давлениях свыше  $1 \div 10 \text{ мм рт. ст.}$  (в зависимости от рода газа и силы тока) ПС контрагирует, т.е. сжимается к оси; форма радиального распределения плотности тока и носителей заряда становится «колоколообразной» (см. рис. 6.31), в отличие от приблизительно параболической формы, которая наблюдалась при низких давлениях.

Существует несколько возможных причин контракции: в настоящее время не имеется достаточного количества экспериментальных данных, чтобы построить количественную теорию контракции.

Основная причина контракции, по нашему мнению, состоит в увеличении относительной роли ступенчатых процессов, объемной рекомбинации и ударов II рода при увеличении плотности газа и одновременном росте концентрации электронов (даже при постоянной силе тока ПС). Необходимо учитывать, что объемная рекомбинация является сложным процессом, включающим в себя не только радиационную рекомбинацию в парных столкновениях, скорость которой зависит только от электронной температуры и прямо пропорциональна электронной концентрации {1}, но и рекомбинации в тройном соударении двух электронов и одного иона (процесс, об-

\*) Приведенное значение  $T_e = T_g = 6,5 \cdot 10^3 \text{ }^\circ\text{K}$  близко к экспериментально наблюдаемому значению температуры изотермического ПС (см. гл. IV).

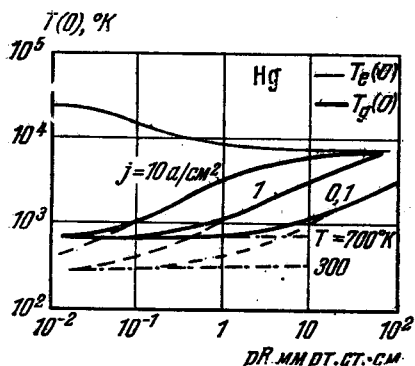


Рис. 6.28. Изменение температуры электронов  $T_e$  и газа  $T_g$  на оси положительного столба (пары Hg) в зависимости от  $pR$  при разных плотностях тока  $j$  [38].

Горизонтальные штрих-пунктирные прямые соответствуют разным значениям температуры стенок.

ратный процессу ионизации нормального или возбужденного атома электронным ударом).

При концентрациях электронов порядка  $10^{13} \text{ см}^{-3}$  и выше процесс рекомбинации в таком тройном соударении становится преобладающим [98]; в то же время сильно возрастает роль ступенчатой ионизации; электроны плазмы и атомы в верхних возбужденных состояниях приближаются к термодинамическому равновесию. В предельном случае достаточно больших электронных концентраций на оси ПС существует однозначная (и очень сильная) зависимость электронной концентрации от температуры, выражаемая соотношением Саха или несколько иным соотношением (при меньших концентрациях); чем выше электронная температура, тем выше концентрация (зависимость экспоненциальна). На оси шнура электронная температура несколько выше, чем на периферии вследствие уменьшения плотности газа на оси, вызываемой нагревом газа; электронная теплопроводность при рассматриваемых средних давлениях газа уже не может обеспечить выравнивание электронной температуры по сечению ПС, как это имеет место при низких давлениях газа.

В балансе носителей заряда у приосевых областей шнура разность между скоростями ионизации  $Sn^2$  и рекомбинации  $\alpha_r n^2$  положительна и компенсируется амбиполярной диффузией к периферии шнура

$$-D_{\text{ам}} \nabla^2 n - Sn^2 - \alpha_r n^2 = 0.$$

В этих областях, как видно из приведенного уравнения баланса, кривая  $n(r)$  выпукла вверх:  $\nabla^2 n < 0$ . В периферийных областях  $S(n(0))$  падает, поэтому разность  $S n^2 - \alpha_r n^2 < 0$  величина  $\nabla^2 n > 0$ , кривая  $n(r)$  выпукла вниз. Точка перегиба, приблизительно определяемая условием  $\nabla^2 n = 0$  ( $S n^2 - \alpha_r n^2 = 0$ ), дает характерный радиус контрагированного шнура.

Если средний диаметр шнура случайно станет меньше, чем в установившемся состоянии, то усиление нагрева газа приведет к возрастанию электронной температуры в шнуре; но этот избыток электронной температуры за счет усиления электронной теплопроводности (при сжатии шнура) распределяется на периферийные участки шнура, и диаметр шнура возвращается к прежнему значению. Если же диаметр шнура случайно станет больше, чем в установившемся состоянии, то из-за уменьшения скорости потерь тепла газом путем теплопроводности (вследствие увеличения характерного размера, т. е. диаметра шнура) произойдет местный нагрев газа в центральных областях шнура, здесь возрастет электронная температура, а электронная теплопроводность не сможет выровнять ее по сечению шнура, так как размер стал больше; концентрация электронов в центральных областях шнура возрастет, возрастет и плотность тока, а вследствие постоянства полного тока шнура площадь сечения шнура уменьшится, т. е. диаметр его вернется к установившемуся значению.

При таких плотностях газа и тока, когда условия в плазме ПС далеки от ионизационно-рекомбинационного равновесия, большую роль в механизме контракции должно играть, по-видимому, отклонение функции распределения электронов от максвелловской на периферии ПС [98]. В ПС инертных газов при давлениях  $10 \div 20 \text{ мм рт. ст.}$  и при плотностях токов порядка  $0,1 \text{ а/см}^2$  (см. § 36) ступенчатые процессы уже играют заметную роль: возбуждение высоких уровней и ионизация происходят ступенчато-электронным ударом с нижних возбужденных уровней; заселенность нижних возбужденных уровней очень чувствительна к форме «хвоста» функции распределения, который при малых концентрациях электронов (на периферии ПС) обеднен быстрыми электронами (см. § 37). Поэтому скорость ступенчатой ионизации на периферии ПС меньше, чем в приосевых областях;

вследствие этого, как показали расчеты [97], наступает контракция ПС (причем уход электронов из ПС происходит главным образом путем амбиполярной диффузии).

Иной механизм контракции, вероятно, наблюдается при больших (порядка  $10^3 \div 10^3$  мм рт. ст.) давлениях газа и малых токах ПС. В работе [107], в которой исследовался ПС в чистых инертных газах с малой примесью азота при давлениях до 200 мм рт. ст. и при токах от  $5 \cdot 10^{-3}$  до 1 а, наблюдалась ярко выраженная контракция ПС, внезапно наступающая при увеличении тока до  $10^{-3} \div 10^{-2}$  а; в этих условиях контракцию можно объяснить преобладанием диссоциативной рекомбинации на периферии шнура. При этом в приосевых областях ПС электронная температура и температура газа выше, чем в периферийных областях; в более холодных областях более вероятно образование молекулярных ионов, поэтому на периферии возрастает (по сравнению с центром) скорость диссоциативной рекомбинации. Заряженные частицы выходят из шнура за счет амбиполярной диффузии и рекомбинируют на границах шнура. Эта точка зрения развивается в работе [108], где построена теория контракции ПС в предположении переменных по радиусу коэффициентов рекомбинации  $\alpha_r$  и диффузии  $D_{am}$ .

Причинами непостоянства  $\alpha_r$  и  $D_{am}$  предполагаются ступенчатая ионизация, а также влияние молекулярных ионов и отрицательных ионов; электронная температура считается постоянной по сечению.

Более строгое объяснение [109] контракции, имеющей место в условиях экспериментов [107], состоит в следующем: можно найти граничное значение давления газа и соответствующей ему плотности тока, начиная с которой однородный по сечению трубки ПС станет неустойчивым и произойдет контракция тока в узкий шнур. Флуктуация (например, увеличение) электронной концентрации в каком-то объеме однородного ПС приводит к увеличению в этом объеме температуры газа и вследствие этого к уменьшению плотности газа в этом месте; это приводит к возрастанию электронной температуры, и, следовательно, к увеличению скорости ионизации, т. е. к дальнейшему росту положительной флуктуации электронной концентрации. С другой стороны, такая флуктуация концентрации электронов вызывает увеличение тока ПС, вследствие чего возрастает падение напряжения на внешнем сопротивлении цепи тока ПС; из-за этого падает напряженность продольного электрического поля в ПС и электронная температура, а поэтому и скорость ионизации уменьшается. Таким образом, нагрев газа является причиной, приводящей к росту флуктуации  $n_e$ , а реакция внешней цепи является стабилизирующим фактором. При достаточно больших плотностях тока нагрев газа становится существенным, и неустойчивость развивается — ПС контрагирует. Решение линеаризованных нестационарных уравнений баланса числа носителей заряда (с учетом только прямой ионизации и амбиполярной диффузии) и баланса энергии газа позволяет найти границу устойчивости  $i_{pkr} = f(pR)$  [109], качественно согласующуюся с результатами экспериментов [107]. Теория контракции [110], не учитывающая нагрева газа, плохо согласуется с данными эксперимента. Большой интерес представляет объяснение контрагированного состояния ПС влиянием электрон-ионных столкновений.

Таким образом, появление неустойчивости ПС средних давлений уже при малых плотностях тока, приводящей к контракции, связано с нагревом газа; существование стационарного контрагированного ПС обусловлено, по-видимому, преобладанием ступенчатых процессов и объемной рекомбинации, а также конечным значением теплопроводностей газа и электронов.

6. Экспериментальные исследования ПС средних давлений. Основными экспериментальными работами в этой области давлений являются исследования ПС в инертных газах [71—73, 79, 107], в парах ртути [112] и в смеси

инертного газа с парами щелочного металла [III.85], [105, 106]. Во всех экспериментах, как правило, ПС был в большей или меньшей степени контрагирован.

В работе [79] исследовался ПС в Ne и Ar при  $p = 1 \div 10$  мм рт. ст.,  $2R = 2$  см,  $i = 0,05 \div 0,4$  а. Определялась концентрация возбужденных

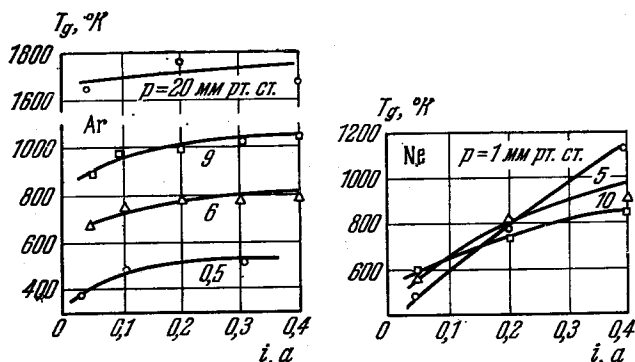


Рис. 6.29. Зависимость температуры газа на оси положительного столба в Ar и Ne от тока при разных давлениях.

атомов и температура газа  $T_g$ ; последняя измерялась по доплеровскому уширению спектральных линий. Найдено, что в Ar  $T_g = 1,8 \cdot 10^3$  °K при  $p = 20$  мм рт. ст. и  $i = 0,1 \div 0,4$  а;  $T_g = 800$  °K при  $p = 6$  мм рт. ст. и тех же токах. В Ne  $T_g$  растет от 600 до 900 °K при увеличении давления от 5 до 20 мм рт. ст. и тока от 0,05 до 0,4 а (рис. 6.29). Измеренные концентрации возбужденных атомов оказались на порядок ниже, чем рассчитанные по известным сечениям возбуждения в предположении максвелловского распределения электронов по скоростям. Это расхождение может быть объяснено немасвелловским характером распределения электронов по скоростям (см. § 37).

В работах [III.85], [105, 106] проводились систематические исследования различных параметров ПС в смеси инертных газов с парами щелочных металлов (цезия, калия). Эти эксперименты важны с точки зрения изучения свойств так называемой «неравновесной плазмы», т. е. плазмы с довольно большой плотностью нейтрального газа ( $0,1 \div 1$  атм), в которой большое значение проводимости ( $1 \div 10$  ом $^{-1}$ ·см $^{-1}$ ) обеспечивается

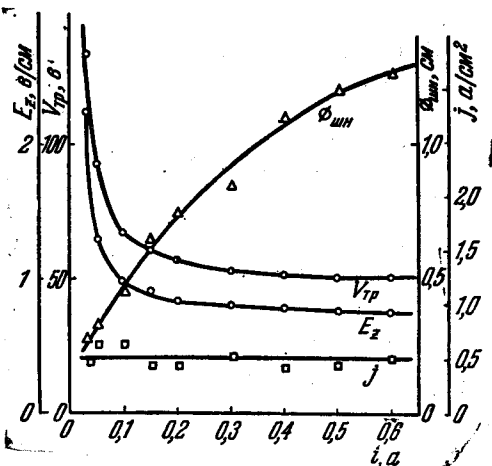


Рис. 6.30. Зависимость диаметра шнура, напряжения горения трубки, продольного электрического поля и плотности тока от силы тока положительного столба в вольге с цезием [III.85].

$2R = 2$  см,  $p_{Ar} = 80$  мм рт. ст.,  $p_{Cs} = 5 \cdot 10^{-2}$  мм рт. ст.

за счет высокой концентрации электронов, превышающей на много порядков концентрацию, рассчитанную по формуле Саха с температурой газа. Это связано с тем, что температура электронов значительно превышает температуру газа: высокое значение электронной температуры обусловлено нагревом

электронов в электрическом поле ПС, а относительно меньшая величина температуры газа связана либо с отводом тепла [III.85], [106], либо с коротким временем существования импульсного ПС [105]. Как показано в гл. IV, лишь при плотностях токов  $10 \div 100 \text{ а/см}^2$  и давлениях газа  $1 \div 10 \text{ атм}$  температура газа в ПС почти совпадает с температурой электронов, и плазму можно считать равновесной.

Работы [III.85], [105, 106], позволяют сравнить с экспериментом теоретическую картину процессов ПС средних давлений, изложенную выше

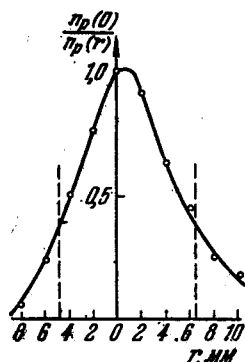


Рис. 6.31. Радиальное распределение концентрации ионов по сечению положительного столба в аргоне с цезием, найденное зондовым методом [III.85].

$p_{\text{Ar}} = 80 \text{ мм рт. ст.}$ ,  $p_{\text{Cs}} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ мм рт. ст.}$ ,  $2R = 1 \text{ см}$ . Штриховые линии соответствуют видимым границам шнура.

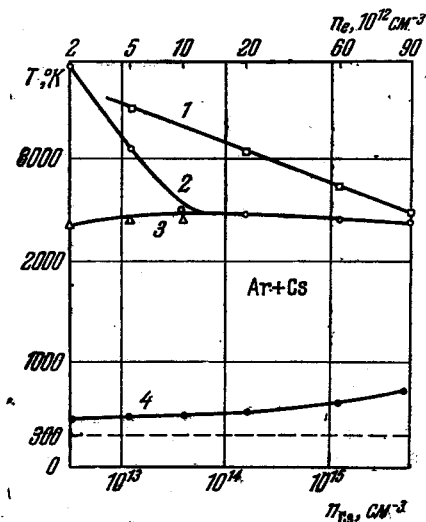


Рис. 6.32. Измеренные значения  $T_e$  и  $T_g$  в положительном столбе Ar + Cs-смеси [III.85] ( $p_{\text{Ar}} = 80 \text{ мм рт. ст.}$ ).

1 — значения  $T_e$ , вычисленные по формуле значений  $n_e$ ; 2 — значения  $T_e$ , измеренные по интенсивности рекомбинационного континуума Cs; 3 — значения  $T_e$ , измеренные методом двойного зонда; 4 — значения  $T_g$ . Штриховая прямая соответствует комнатной температуре.

в пп. 1—5, в предельном случае больших концентраций электронов, когда наступает приблизительное равновесие прямых и обратных электронных процессов, лишь слабо нарушаемое диффузией, теплопроводностью и излучением.

Рис. 6.30 и 6.31 иллюстрируют сильную контракцию ПС в рассматриваемых условиях; характерно, что эффективная площадь шнура\*) меняется прямо пропорционально току, т. е. плотность тока в шнуре почти не меняется (рис. 6.30). Это обстоятельство тесно связано с постоянством продольной напряженности электрического поля  $E_z$  ПС при изменении тока, величина  $E_z$  определяет величину электронной температуры  $T_e$  согласно формуле (34.21); величина  $T_e$  однозначно определяет концентрацию электронов (например, по формуле Саха (38.2)).

Измерения  $T_e$  и  $n_e$  показали, что формула Саха применима, начиная с концентрации электронов  $5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$  (рис. 6.32 и 6.33). При увеличении концентрации атомов цезия, т. е. вещества, в котором только и происходит по-

\*) Она определялась по величине видимого диаметра светящегося шнура.

низация (аргон имеет гораздо более высокий потенциал ионизации  $U_{iAr} = 15,6$  в, чем цезий —  $U_{iCs} = 3,9$  в), шнур слегка сужается (при сохранении постоянной силы тока), электрическое поле слегка возрастает, электронная температура уменьшается, но концентрация электронов растет (рис. 6.33).

Поведение всех этих параметров, а также температуры газа на оси шнура (рис. 6.34 и 6.32) при изменении  $n_{Ar}$  и  $n_{Cs}$  хорошо согласуется с представлениями, изложенными в пп. 1—5.

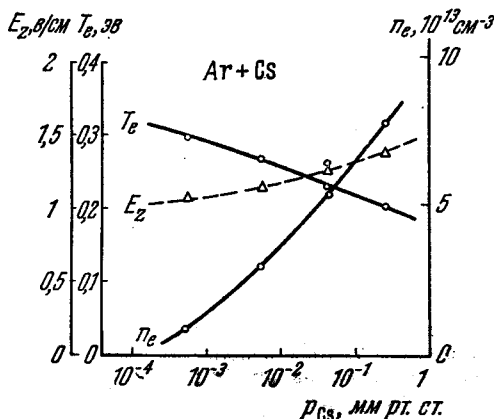


Рис. 6.33. Зависимость параметров положительного столба Ar + Cs-смеси от давления паров цезия [III.85].

$p_{Ar} = 240 \text{ мм рт. ст.}$ ,  $i = 0,5 \text{ а}$ ,  $R = 1,0 \text{ см}$ .

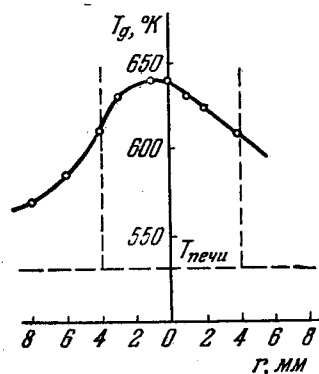


Рис. 6.34. Радиальное распределение температуры газа по сечению положительного столба Ar + Cs-смеси [III.85].

$p_{Ar} = 80 \text{ мм рт. ст.}$ ,  $p_{Cs} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ мм рт. ст.}$ ,  $R = 1 \text{ см}$ . Вертикальные штриховые линии соответствуют видимым границам шнура.

**7. Экспериментальные исследования ПС больших токов.** В работах Молера [III.73], [81, 113, 114] проведены исследования ПС в парах цезия при  $p = 10^{-3} \div 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ мм рт. ст.}$ ;  $i = 0,15 \div 1 \text{ а}$ . Для паров Cs эти токи можно считать большими, так как концентрация электронов при таких токах  $n_e \approx 10^{13} \div 10^{14} \text{ см}^{-3}$  вследствие низкого потенциала ионизации паров Cs. Большие плотности токов ( $j \approx 10^2 \text{ а/см}^2$ ) достигались за счет создания ПС в узких (капиллярных) трубках. В работе [59] исследовался ПС в парах Hg при плотностях тока  $3,3 \div 11,6 \text{ а/см}^2$ ;  $p = 6 \cdot 10^{-3} \div 1,6 \cdot 10^{-1} \text{ мм рт. ст.}$ ,  $2R = 0,4 \text{ см}$ .

Зондовым методом измерялись  $T_e$ ,  $n_e$ ,  $E_z$  у оси и у стенок трубки. Результаты измерения  $n_e = f(i)$  представлены на рис. 6.16; результаты измерений  $T_e = f(i)$  у оси и у стенок трубки представлены на рис. 6.35. Внешний вид кривых  $T_e(i)$  схож с видом теоретической кривой  $T_e(i)$  рис. 6.5; но если первоначальное падение  $T_e(i)$  можно объяснить ступенчатой ионизацией, то последующее возрастание  $T_e$  у оси с ростом  $i$  (следовательно, и  $n$ ) прежде всего объясняется разрежением газа у оси за счет нагрева протекающим током.

При очень низких давлениях ( $> 10^{-4} \text{ мм рт. ст.}$ ) и токах до  $10 \text{ а}$  в исследовании [111] наблюдалась нестабильность существования ПС при повышении тока до некоторого критического: из-за малой концентрации нейтральных атомов степень ионизации газа на оси велика (чтобы перенести данный ток); скорость ухода ионов на стенки трубки может превысить скорость возвращения в объем нейтральных атомов, образовавшихся в резуль-

тате рекомбинации ионов на стенках; в результате сильного разрежения газа существование ПС прекращается.

Авторы [111] не анализируют причин погасания дуги при разрежении. Более точно причины прекращения существования ПС при низких давлениях установлены в [33] (см. § 34).

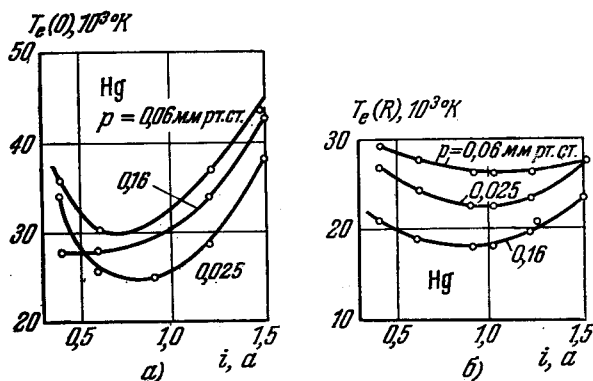


Рис. 6.35. Измеренная зависимость электронной температуры на оси (а) и у стенок (б) от тока в положительном столбе при разных давлениях паров Hg [59] ( $2R = 0,4$  см).

При очень больших плотностях тока ( $> 10$  A/cm²) начинает играть роль собственное магнитное поле тока, в результате чего ПС контрагирует (так называемый «пинч-эффект») [2].

### § 39. Физические границы существования различных режимов положительного столба низкого давления

Как видно из предыдущего, обычный ПС низкого давления, описываемый теорией Шоттки или более общей теорией Тонкса и Ленгмюра, существует для каждого данного газа в определенной области физических параметров  $p$ ,  $j$  и  $R$ .

Прежде всего существует нижняя граница по давлению (см. п. 10 § 34). В случае Hg  $(pR)_{\min} = 7,9 \cdot 10^{-5}$  мм рт. ст. · см ( $R = 1$  см).

На рис. 6.36 в плоскости ( $p$ ,  $j$ ) отложены различные характерные граничные линии, определяющие области существования и типы ПС в парах ртути. Прямая  $p = 7,9 \cdot 10^{-5}$  мм рт. ст. дает нижнюю по давлению границу существования ПС. На самом деле, как это показано экспериментально [27] (см. § 34), ПС не может существовать уже при большем давлении:  $p = 1,1 \cdot 10^{-4}$  мм рт. ст. Так что все линии рисунка являются лишь иллюстративными, дающими границы параметров ПС по порядку величины.

Другая вертикальная прямая 2 делит плоскость ( $p$ ,  $j$ ) на две части: левее нее давления настолько малы, что  $\lambda_p > R$  и осуществляется режим «свободного полета» ионов; правее нее при  $\lambda_p < R$  осуществляется диффузионный режим Шоттки. При  $\lambda_p \approx R$  имеет место промежуточный режим (см. § 34). В случае Hg уравнение прямой 2 имеет вид

$$p = \frac{\lambda_{p1}}{R} \approx \frac{10^{-3}}{R} \text{ мм рт. ст.} \quad (39.1)$$

Третья вертикальная прямая 3 указывает границу по давлению, начиная с которой возможна радиальная неоднородность электронной тем-

пературы из-за ослабления электронной теплопроводности, а вместе с ней и появляется возможность контракции ПС. Положение этой границы можно установить из таких качественных соображений: начиная с этого давления, отвод тепла электронного газа за счет электронной теплопроводности становится недостаточно велик по сравнению с потерями на нейтральных атомах, поэтому появляется некоторый градиент электронной температуры  $\nabla T_e$ . Скорость отвода тепла за счет электронной теплопроводности в единицу времени из единицы объема есть

$$- \nabla (k D_e n_e \nabla T_e),$$

где  $k D_e n_e$  — коэффициент электронной теплопроводности. Скорость потерь энергии при столкновениях есть  $\frac{3}{2} \kappa^* k T_e \nu_{eg} n_e$ . При давлении, определяемом прямой 3, обе скорости равны:

$$| \nabla (k D_e n_e \nabla T_e) | \approx \frac{3}{2} \kappa^* k T_e \nu_{eg} n_e. \quad (39.2)$$

При качественной оценке можно положить

$$\nabla (k D_e n_e \nabla T_e) \approx \kappa \lambda_e \bar{c}_e n_e T_e / R^2, \quad (39.3)$$

так как  $R$  — наибольший характерный размер. Тогда получаем уравнение прямой 3

$$p = \lambda_{e1} / (R \sqrt{\kappa^*}). \quad (39.4)$$

На основании (34.21) это условие можно преобразовать так:

$$R E_z \approx 2 U_e; \quad (39.5)$$

следовательно, при  $p > 0,2$  мм рт. ст. в парах Hg возможна контракция, что наблюдалось экспериментально [85] (см. рис. 6.20).

В плоскости  $(p, j)$  имеются линии, ограничивающие области существования ПС по току. Прежде всего, при малых плотностях тока ПС становится «субнормальным» (см. § 39). Эту граничную плотность тока можно оценить, приравняв радиус трубки и радиус Дебая для электронного газа:

$$R^2 = k T_e / (4 \pi e^2 n_e). \quad (39.6)$$

Значения  $\bar{u}_e = f(pR)$  приведены в {1}. Из формул (39.5) и (39.6)

$$j_{гр}(pR) = \frac{1}{3 \cdot 10^9} \frac{k T_e(pR) \bar{u}_e(pR)}{4 \pi e^2 R^2}. \quad (39.7)$$

Кривая 4 рис. 6.36 построена по уравнению (39.7) с использованием данных {1} об  $\bar{u}_e$  и  $T_e$  для Hg. Ниже этой кривой ПС является субнормальным. На

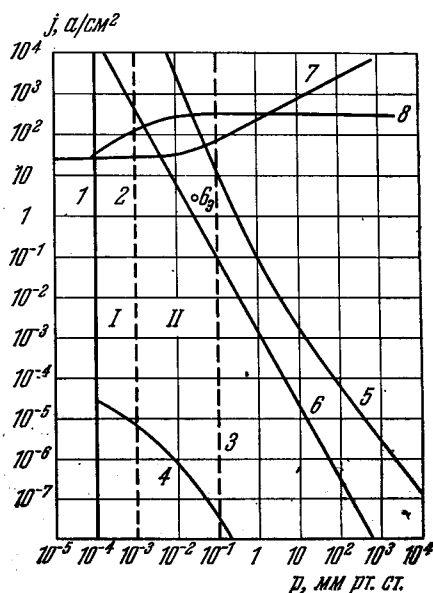


Рис. 6.36. Характерные границы существования различных режимов положительного столба в парах Hg при разных давлениях паров и плотностях тока ( $R = 1$  см).

1 — экспериментально найденная [33] нижняя по давлению граница существования ПС; 2 — прямая, удовлетворяющая условию  $\lambda_p = R$ ; 3 — граница, правее которой возможна контракция из-за появления радиального градиента  $T_e$ ; 4 — линия, ниже которой столб становится субнормальным, по экспериментальным данным [35]; 5 — линия, правее которой объемная рекомбинация преобладает над амбулярной диффузией в балансе потерь носителей; 6 — линия, правее которой существен нагрев газа и возможна контракция ( $\phi_{gr}$  — экспериментальная точка [85], правее которой наблюдалась контракция); 7 — граница, выше которой столб контрагирует вследствие пинч-эффекта; 8 — линия, выше которой газ в положительном столбе полностью ионизован.

этом основании

$$\bar{u}_e = b_e E_z \sim \lambda_e E_z / \sqrt{T_e}, \quad T_e \sim \lambda_e E_z / \sqrt{\kappa^*},$$

имеем

$$j_{\text{гр}} \sim \frac{1}{\sqrt[4]{\kappa^*}} \left( \frac{E_z}{pR} \right)^{1/2}, \quad (39.8)$$

при  $j < j_{\text{гр}}$  ПС не представляет собой квазинейтральную плазму.

При больших плотностях тока концентрация заряженных частиц становится большой, и скорость их исчезновения за счет объемной рекомбинации  $\beta n$  сравнивается со скоростью диффузии:

$$\beta n = (2,4)^2 D_{\text{ам}} / R^2. \quad (39.9)$$

При этом плазма ПС начинает приближаться по своим свойствам к равновесной плазме, так как процессы ионизации уравновешиваются обратными им процессами рекомбинации. Считая  $\beta = 6 \cdot 10^{11} U_e^{-3/4} \text{ см}^3/\text{сек}$  [23]\*), можно определить уравнение граничной кривой (кривая 5 рис. 6.36), правее которой преобладает рекомбинация. Величина  $j_{\text{гр}}$  зависит от  $p$  и  $R$  следующим образом:

$$j_{\text{гр}} \sim D_{\text{ам}} \bar{u}_e / (R^2 \beta) \sim E_z / (pR)^2. \quad (39.10)$$

При больших токах и давлениях становится существенным нагрев нейтрального газа из-за недостаточной теплопроводности газа по сравнению со скоростью джоулева нагрева (т. е. передачи энергии в упругих ударах электронов).

Границу, определяющую существенный нагрев газа, найдем, приравняв скорость упругих потерь скорости отвода тепла путем теплопроводности:

$$\kappa^* k T_e \nabla n_e \approx |k n_g D_g \nabla^2 T_g| \approx k n_g D_g \frac{|\Delta T_g|}{R^2},$$

где  $\Delta T_g \sim T_g(0) - T_g(R) \sim T_g(R)$  (для определенности); откуда

$$\kappa^* \frac{T_e}{T_g} \frac{\bar{c}_e}{\bar{c}_g} \frac{n_e}{n_{g1}} \frac{R^2}{\lambda_{e1} \lambda_{g1}} \bar{p} \approx 1,$$

где  $n_{g1} = 3,5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ . Из этого соотношения следует

$$j_{\text{гр}} p R^2 = \kappa^* \frac{T_e}{T_g} \frac{\bar{c}_e}{\bar{c}_g} \frac{e_0 \bar{u}_e (pR)}{\lambda_{e1} \lambda_{g1} n_{g1}}.$$

Кривая 6 рис. 6.36 построена по этой формуле с учетом данных об  $\bar{u}_e(pR)$ .

В области значений  $(j, p)$ , лежащих правее и выше линии 6, становится существенным нагрев газа. При большом превышении параметрами  $j, p$  их граничных значений, определяемых линией 6, плазма ПС становится изотермичной (см. гл. IV).

Правее кривых 6 и 3 (одновременно) возможна контракция вследствие нагрева газа и ухудшения электронной теплопроводности. Точка 6<sub>э</sub> — результат эксперимента [85]: правее ее наблюдалась контракция.

При очень больших токах появляется пинч-эффект. Это происходит, когда электродинамическая сила магнитного давления, создаваемая токовым полем, становится больше силы газокINETического давления:

$$H^2/8\pi = k(n_e T_e + n_p T_p + n_g T_g),$$

\*) На самом деле вследствие появления ступенчатой рекомбинации  $\beta$  будет больше, т. е.  $j_{\text{гр}}$  будет еще меньше.

где

$$H = \frac{0,2i}{R} = 0,2\pi jR,$$

отсюда

$$j_{\text{гр}} = 2,8 \cdot 10^2 \sqrt{p/R},$$

где  $j$  — в  $\text{а/см}^2$ ,  $p$  — в  $\text{мм рт. ст.}$ . Прямая 7 на рис. 6.36 представляет границу появления пинч-эффекта. Для плотностей токов, больших, чем определяемые прямой 7, ПС контрагирован вследствие пинч-эффекта.

Кривая 8 рис. 6.36 означает границу, выше которой плазма ПС практически полностью ионизована. Приближенно эту границу можно определить из соотношения  $j = e_0 n_e \bar{u}_e$ ; считая  $n_e \approx n_g$ , находим

$$j_{\text{гр}} = 5,5 \cdot 10^{-3} p \bar{u}_e,$$

где значения  $\bar{u}_e$  взяты из данных {1}.

Итак, на рис. 6.36 области I и II, ограниченные прямыми 1, 4, 2, 7 и 2, 4, 3, 6, 7 соответственно, дают представление о диапазоне значений параметров  $j$ ,  $p$ , в котором возможно существование ПС низкого давления.

В случаях других газов диапазон этих параметров изменяется: так, прямая 1 в случае He лежит почти на три порядка правее; положение прямой 7 не зависит от рода газа; прямая 3 в случае He лежит при  $p = 10 \text{ мм рт. ст.}$ ; прямая 4 в случае He лежит выше, чем в случае Hg; прямые 5, 6 также лежат выше.

Рассмотренная нами неизотермическая плазма положительного столба является одним из часто встречающихся примеров электрического тока в газе. В случае низкого давления газа (когда нет еще контракции) определяющее значение для свойств плазмы, создаваемой этим током, имеет наличие граничных поверхностей (в данном случае — диэлектрических стенок); ПС при этом сильно неизотермичен ( $T_e \gg T_g$ ). При средних давлениях газа ( $p \sim 10 \div 10^3 \text{ мм рт. ст.}$ ), когда имеется контракция, главной отличительной особенностью ПС остается его неизотермичность, т. е. превышение электронной температуры над температурой тяжелых компонент плазмы (ионов, атомов). Лишь при высоких давлениях ( $p > 1 \text{ атм}$ ) различие температур почти исчезает, но изотермичной плазма положительного столба принципиально не может стать, так как поток энергии направлен от электрического поля к электронам, а от них — к другим компонентам плазмы.

## ТЛЕЮЩИЙ РАЗРЯД

## § 40. Общее описание тлеющего разряда

**Тлеющий разряд** — самостоятельный электрический разряд в газе с холодными электродами при токах  $10^{-5} \div 1$  а, имеющий характерную структуру в виде чередующихся светящихся участков различного цвета и различной интенсивности свечения. Характерной чертой тлеющего разряда является большая величина падения потенциала вблизи катода, составляющая  $10^3$  в и выше, в то время как в дуговом разряде она имеет порядок величины потенциала ионизации газа (порядка  $10$  в). В зарубежной литературе эта форма разряда называется glow discharge, Glimmentladung.

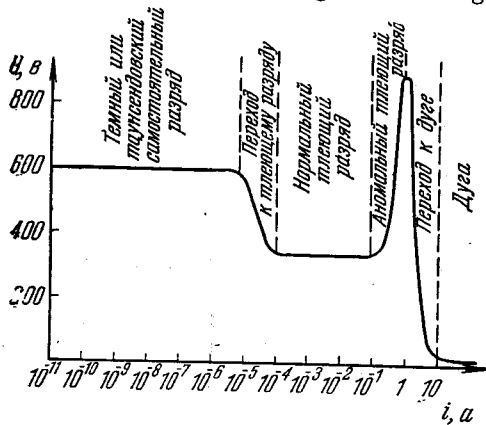


Рис. 7.1. Вольтамперная характеристика различных видов разряда в неоне с медными электродами [1].

$p = 1$  мм рт. ст., длина разрядной трубки  $l = 50$  см.

Специфической особенностью тлеющего разряда по сравнению с таунсендовским разрядом (разряд с холодными электродами и очень малой плотностью тока) является значительная роль электрического поля объемных зарядов. Это приводит к неравномерному распределению потенциала в разрядном промежутке и к существенному отличию напряжения зажигания от напряжения горения разряда.

Недавно Клярфельдом с сотрудниками [15, 53, 54] на основании обширного экспериментального материала предложена новая классификация и терминология тлеющего разряда, согласно которой таунсендовский разряд рассматривается как разновидность тлеющего разряда. Новая классификация тлеющих раз-

рядов, имеющая ряд серьезных преимуществ (см. § 46), пока не получила широкого распространения. Поэтому, для того чтобы не вносить возможности разного толкования явлений и процессов в тлеющем разряде по сравнению с большим числом работ, посвященных этому типу разряда до настоящего времени, мы будем использовать прежнюю общепринятую терминологию. Более подробно вопрос о новой классификации электрических разрядов при низких давлениях будет рассмотрен ниже в разделе, посвященном разновидностям тлеющего разряда (см. § 46).

Место тлеющего разряда среди других типов разряда можно представить с помощью рис. 7.1, на котором приведена типичная вольтамперная характеристика разряда в неоне при давлении 1 мм рт. ст. с медным катодом площадью  $10$  см<sup>2</sup> [1]. При токах  $10^{-5} \div 10^{-4}$  а существует переходная форма от темного таунсендовского разряда к нормальному тлеющему разряду, характеризующаяся падающим участком вольтамперной характеристики.

В диапазоне токов  $10^{-4} \div 10^{-1}$  а имеет место нормальный тлеющий разряд, вольтамперная характеристика которого представляет прямую, параллельную оси тока. Таким образом, в нормальном тлеющем разряде напря-

жение между электродами не зависит от силы тока. В нормальном тлеющем разряде только часть поверхности катода покрыта разрядом; с увеличением силы тока часть поверхности, занимаемая разрядом, возрастает так, что плотность тока остается постоянной. Природа сил, вызывающих расширение поверхности катода, принимающей участие в разряде, остается пока невыясненной. Постоянство напряжения горения нормального тлеющего разряда при изменении в широких пределах разрядного тока используется в газоразрядных стабилизаторах напряжения — приборах, поддерживающих постоянной величину входного напряжения при изменении потребляемого схемой тока.

При токах, больших  $10^{-2} \div 10^{-1}$  а, возникает аномальный тлеющий разряд с возрастающей вольтамперной характеристикой. При еще больших токах наблюдается переход от тлеющего разряда к дуге с падающей вольтамперной характеристикой. Аномальный тлеющий разряд занимает всю поверхность катода, и поэтому при увеличении силы тока плотность тока также возрастает.

Характерная структура нормального тлеющего разряда показана на рис. 7.2. На этом же рисунке приведено распределение по длине разряда интенсивности свечения  $\mathcal{I}$ , потенциала  $\varphi$ , напряженности поля  $E$  и плотностей зарядов и токов положительных ионов и электронов  $\rho_p$  и  $\rho_e$ ,  $j_p$  и  $j_e$ . К катоду примыкают катодные части разряда, затем следует положительный столб, вблизи анода расположена сравнительно короткая анодная область.

Основные процессы, обеспечивающие самостоятельный разряд, происходят в катодных частях разряда и на самом катоде. Тлеющий разряд не может существовать без этих частей. При изменении положения катода в пространстве катодные части перемещаются вместе с ним, не изменяя своей структуры. Положительный столб, напротив, не является существенной частью разряда. Если при существующем разряде приближать анод к катоду, то сокращается именно эта область разряда. Анодные части также не являются необходимыми для существования разряда, они представляют собой переходную область между положительным столбом и металлическим анодом.

В катодных частях разряда преобладающим является направленное движение заряженных частиц (электронов и положительных ионов), тогда как положительный столб представляет собой типичный пример газоразрядной неизотермической плазмы, в которой доминирует хаотическое движение зарядов. В соответствии с этим роль стенок, ограничивающих ионизованный газ в катодных частях, незначительна, а в положительном столбе она является существенной.

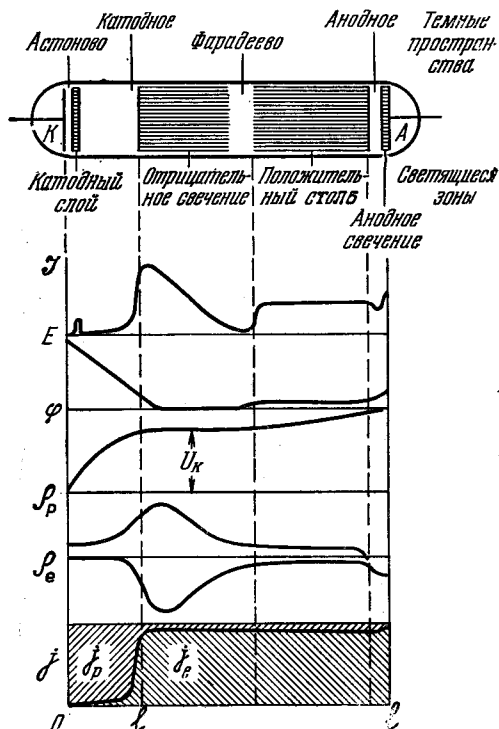


Рис. 7.2. Структура тлеющего разряда и распределения интенсивности свечения  $\mathcal{I}$ , напряженности поля  $E$ , потенциала  $\varphi$ , плотностей зарядов и токов положительных ионов и электронов  $\rho_p$  и  $\rho_e$ ,  $j_p$  и  $j_e$ .

Прежде чем переходить к описанию явлений, происходящих в различных областях тлеющего разряда, остановимся коротко на общем характере процессов, обеспечивающих существование самостоятельного разряда.

Из катода эмиттируются электроны вследствие бомбардировки его поверхности ионами, ускоренными сильным полем вблизи катода, и быстрыми атомами, а также вследствие фотоэффекта, возникающего благодаря излучению атомов в разряде. Эти электроны, ускоряясь в направлении анода, приобретают энергию, достаточную для ионизации атомов. Новые электроны, возникшие при ионизации газа, снова ускоряются полем, а положительные ионы летят к катоду и, падая на его поверхность, вызывают эмиссию новых электронов.

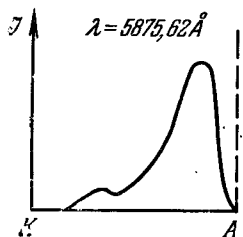
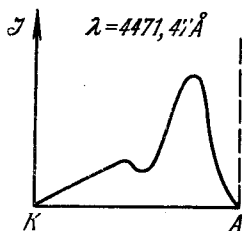


Рис. 7.3. Распределение интенсивности  $I$  двух линий спектра гелия в катодных частях тлеющего разряда [3].

$p = 0,93$  мм рт. ст.,  
 $U = 400$  в.

Если условия ионизации газа в катодных частях и возникновения электронов из катода таковы, что каждый эмиттируемый катодом электрон производит столько актов ионизации и возбуждения атомов, что в результате фотоэффекта и бомбардировки катода ионами и атомами возникает новый электрон с катода, то имеет место динамическое равновесие вновь возникающих зарядов и уходящих на катод или в положительный столб. Таким образом происходит самоподдержание процесса, разряд не зависит от посторонних источников ионизации, т. е. является самостоятельным. Роль положительного столба заключается в том, чтобы обеспечить замкнутую цепь тока в разряде. Если анод придвинут к катоду так близко, что остаются только катодные части, то замкнутая цепь тока обеспечена без положительного столба, условия регенерации заряженных частиц выполнены, и тлеющий разряд может существовать. При дальнейшем приближении анода разряд либо прекращается (гаснет), так как условия восстановления зарядов не выполнены, либо требует для своего существования более высокого анодного напряжения, при котором идут более интенсивно процессы, необходимые для самоподдержания разряда (затрудненный разряд). Как видно из рис. 7.2, в тлеющем разряде можно выделить несколько характерных областей.

Непосредственно к катоду примыкает темное астоново пространство. Электроны, эмиттируемые катодом, имеют малые скорости (порядка электрон-вольта), которые недостаточны для возбуждения атомов газа, и поэтому вблизи катода во всех газах имеется область, где свечение газа отсутствует. В сильном электрическом поле электроны ускоряются и, пройдя астоново темное пространство, приобретают энергию, достаточную для возбуждения атомов. Светящаяся область за астоновым темным пространством соответствует энергиям электронов, близким к максимуму функции возбуждения атомов данного газа. Ионизации газа в этой области еще нет, так как вероятность ионизации при этих энергиях еще мала. Эту область называют первым катодным слоем или катодной светящейся пленкой. Излучение имеет линейчатый спектр. На рис. 7.3 в логарифмическом масштабе показано распределение интенсивности свечения двух линий гелия с  $\lambda = 4471,47$  Å и  $\lambda = 5875,62$  Å [3]. Ближайший к катоду максимум соответствует катодной светящейся пленке. Максимум свечения линий, характеризующихся более высоким энергетическим уровнем, расположен дальше от катода.

За катодной светящейся пленкой следует катодное темное пространство, называемое также гитторфовым или круковским темным пространством.

Иногда катодным темным пространством называют всю область от катода до границы следующей части — отрицательного тлеющего свечения. На эту область приходится значительная доля напряжения, называемая катодным падением потенциала; напряженность поля здесь значительно выше, чем в других частях разряда. В этой области свечение газа слабее, так как энергия электронов значительно выше энергии максимума функции возбуждения. Эта энергия достаточна для того, чтобы вызвать ионизацию газа.

При низких значениях катодного падения потенциала ионизация газа происходит, главным образом, при соударениях электронов с атомами. При высоких катодных падениях и низких давлениях газа известную роль может играть ионизация газа положительными ионами и быстрыми нейтральными атомами, возникающими благодаря перезарядке [4], [II.16]. С возрастанием напряжения зона максимальной ионизации сдвигается к катоду.

Возникающие при ионизации атомов электроны ускоряются полем и движутся в сторону анода к границе отрицательного тлеющего свечения. Положительные ионы также ускоряются полем и летят к катоду. Поток ионов, направляющихся к катоду, можно наблюдать по вызываемому ими свечению газа за катодом, если в катод сделать отверстия. В этом случае ионы пролетают в закатодное пространство, образуя закатодные или каналовые лучи. Если на их пути поставить цилиндр Фарадея и подавать на него положительный потенциал, тормозящий ионы, то получают данные об энергии ионов [1]. Аналогичным образом, изучая поток электронов через отверстие в аноде, придвинутом к границе катодных частей разряда, можно получить сведения о распределении электронов по энергиям [6, 31].

При низких давлениях и высоких анодных напряжениях (аномальный разряд) поток электронов, движущихся к границе отрицательного свечения, почти моноэнергетичный с энергией, равной  $e_0 U_K$ . При более высоких давлениях и низких напряжениях энергии электронов лежат в широком диапазоне, максимум кривой распределения по энергиям находится вблизи  $e_0 U_K$ .

Скорость движения ионов значительно меньше скорости движения электронов, благодаря чему в области катодного темного пространства возникает избыточный объемный заряд, образуемый положительными ионами. Этот объемный заряд сильно искажает электрическое поле в этой области. На рис. 7.4 показано изменение характера распределения поля с увеличением тока [7]. При фиксированном давлении газа и потенциале анода разрядный ток изменяется от 5 до 60 мка. Чем выше сила тока, тем сильнее искажение поля и больше напряженность поля вблизи катода.

Вопрос о распределении поля в тлеющем разряде, представляющего суперпозицию внешнего поля и поля объемного заряда, является важным вопросом для теории этого типа разряда. Для измерения величины поля применяются различные методы. Оптический метод основан на расщеплении энергетических уровней электронов в атоме под действием электрического поля (эффект Штарка) [8, 9]. Практическая безынерционность позволила использовать его для исследования времени формирования катодных частей разряда [9].

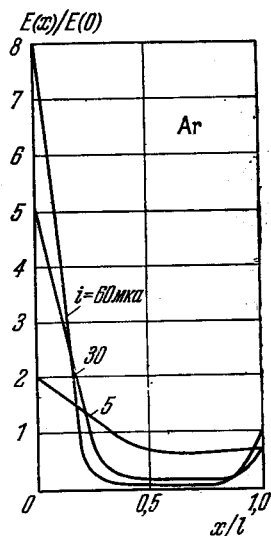


Рис. 7.4. Распределение электрического поля  $E$  по длине промежутка при различных значениях разрядного тока  $i$  в аргоне [7].

$$p = 0,1 \text{ мм рт. ст.}, U = 200 \text{ в}, l_K = 20 \text{ см}, E(0) = U/l_K = 10 \text{ в/см.}$$

К электрическим методам относятся метод зондов [1], включая применение накаливаемого зонда [10], экранированного зонда [32] и способ, использующий отклонение электронного пучка, пересекающего разряд в плоскости, перпендикулярной оси разряда [11—14].

В нормальном тлеющем разряде величина катодного падения потенциала  $U_k$  определяется родом газа и материалом катода (табл. 7.1).  $U_k$  зависит от степени чистоты газа и материала катода, а также отсутствия

Таблица 7.1

Катодное падение потенциала  $U_k$  (в) в нормальном тлеющем разряде в различных газах [3], [1]

Катод	Газ														
	Воз- дух	Ar	He	H <sub>2</sub>	Hg	Ne	Kr	Xe	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	CO	CO <sub>2</sub>	Cl <sub>2</sub>	NH <sub>3</sub>	
Al	229	100	140	170	245	120	—	—	180	311	—	—	280	—	
Ag	280	130	162 {3} 184 [94]	216	318	150 {3} 170 [94]	—	—	233	—	—	—	—	—	
Au	285	130 {3} 196 [94]	165 {3} 180 [94]	247	—	158 {3} 184 [94]	—	—	233	—	—	—	—	—	
Ba	—	93 {3} 82 [75]	86	—	—	86	—	71	157	—	—	—	—	—	
Bi	272	136	137	240	—	—	—	—	210	—	—	—	—	—	
C	424	—	—	280	475	—	—	—	—	—	575	—	—	—	
Ca	—	93	86	—	—	86	—	—	157	—	—	—	—	—	
Cd	266	119 {3} 123 [94]	167	200	—	160	—	—	213	—	—	—	—	—	
Co	380	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Cu	370	130	177 {3} 204 [94]	214	447	220 {3} 200 [94] 148 [75]	—	—	208	—	484	460	—	385	
Fe	269	165	150 {3} 131 [75]	250	298	150 {3} 129 [75]	215	306	215	290	—	—	—	—	
Hg	—	—	143	337	340 {3} 250 [95]	—	—	—	226	—	—	—	—	—	
Ir	380	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
K	180	64	59	94	—	68	—	—	170	—	—	—	—	—	
Mo	—	145 [94] 100 [75]	171 [94] 109 [75]	—	353	115 {3} 107+102 [75]	115	133,6	—	—	—	—	—	—	
Mg	224	119	125	153	—	94	—	—	188	310	—	—	—	—	
Na	200	—	80	185	—	75	—	—	178	—	—	—	—	—	
Ni	226	131 {3} 160 [94] 181 [96] 136 [75]	158 {3} 181 [94] 144 [75]	211	275	140 {3} 172 [94] 140+136 [75]	166	196,5	197	—	—	—	—	—	
Pb	207	124	177	223	—	172	—	—	210	—	—	—	—	—	
Pd	421	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Pt	277	131 {3} 136 [58]	165 {3} 194 [94]	276	340	152 {3} 178 [94]	—	—	216	364	490	475	275	370	
Sb	269	136	—	252	—	—	—	—	225	—	—	—	—	—	
Sn	266	124	—	226	—	—	—	—	216	—	—	—	—	—	
Sr	—	93	86	—	—	—	—	—	157	—	—	—	—	—	
Ta	—	156	171	—	—	158 [94] 106 [75]	—	—	—	—	—	—	—	—	
Th	—	—	—	—	—	125	—	—	—	—	—	—	—	—	
Ti	—	99	115	—	—	114	106	109	—	—	—	—	—	—	
W	—	140	155	—	305	125 {3} 153 [94] 111 [75]	—	—	—	—	—	—	—	—	
Zn	277	119	143	184	—	—	—	—	216	354	480	410	—	330	

неоднородностей на его поверхности. Этим объясняются расхождения, получаемые разными авторами. Для катодов из щелочных металлов  $U_k$  имеет низкие значения благодаря малой работе выхода. При одном и том же катоде  $U_k$  в молекулярных газах выше, чем в инертных.

Особенно большие трудности представляют измерения при химически активных катодах. Чистяков предложил применять для оценки чистоты поверхности бариевого катода величину тока послеразрядной эмиссии (один из видов экзотермической эмиссии). Уменьшение тока послеразрядной эмиссии катода от  $10^{-13}$  до  $10^{-17}$  а, соответствующее устранению поверхностных включений ВаО, приводит к изменению  $U_k$  в аргоне от 61 до 82 в [75—77].

Своеобразный характер имеет катодное падение потенциала в неоне. В отличие от других газов, наблюдается заметная зависимость  $U_k$  от давления. При изменении давления от 15 до 60 мм рт. ст.  $U_k$  изменяется от 111,6 до 103,8 в. Этот эффект, очевидно, связан с повышением роли ступенчатых процессов. В аргоне и гелии также обнаружена зависимость  $U_k$  от давления, но она выражена значительно слабее, чем в неоне [75, 78, 79].

Как показали Зайцев, Рейхрудель и Спивак, на процессы в катодных частях и, следовательно, на катодное падение потенциала оказывают влияние метастабильные атомы, что особенно заметно в смесях газов, например в неоне с примесью аргона, в аргоне с примесью паров ртути [80, 81]. При облучении катодных частей разряда светом, приводящим к разрушению метастабильных атомов,  $U_k$  изменяется на несколько вольт. Для поддержания постоянной величины тока в разряде необходимо, чтобы уменьшение ионизации газа вследствие разрушения метастабильных атомов было скомпенсировано усилением прямой ионизации электронным ударом, а для этого должно измениться  $U_k$ .

Кроме катодного падения потенциала  $U_k$ , нормальный тлеющий разряд характеризуется также нормальной плотностью тока  $j$  (точнее отношением

Таблица 7.2

Плотность тока  
 $j/p^2$  (мкА·(см·мм рт. ст.)<sup>-2</sup>)  
в нормальном тлеющем разряде {10}

Катод	Газ							
	Воз- дух	Ar	H <sub>2</sub>	He	Hg	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	Ne
Al	330	—	90	—	4	—	—	—
Au	570	—	110	—	—	—	—	—
Cu	240	—	64	—	15	—	—	—
Fe	—	160	72	2,2	8	400	—	6
Mg	—	20	—	3	—	—	—	5
Pt	—	150	90	5	—	380	550	18

Таблица 7.3

Ширина катодного падения потенциала  
 $pl_k$  (см·мм рт. ст.) в нормальном  
тлеющем разряде {10}

Катод	Газ							
	Воз- дух	Ar	H <sub>2</sub>	He	Hg	N <sub>2</sub>	Ne	O <sub>2</sub>
Al	0,25	0,29	0,72	1,32	0,33	0,31	0,64	0,24
C	—	—	0,9	—	0,69	—	—	—
Cd	—	—	0,87	—	—	—	—	—
Cu	0,23	—	0,8	—	0,6	—	—	—
Fe	0,52	0,33	0,9	1,30	0,34	0,42	0,72	0,31
Mg	—	—	0,61	1,45	—	0,35	—	0,25
Hg	—	—	0,9	—	—	—	—	—
Ni	—	—	0,9	—	0,4	—	—	—
Pb	—	—	0,84	—	—	—	—	—
Pt	—	—	1,0	—	—	—	—	—
Zn	—	—	0,8	—	—	—	—	—

$j/p^2$ ) и шириной темного катодного пространства  $l_k$  при давлении 1 мм рт. ст. (или произведением  $pl_k$ ). Эти величины для разных газов и материалов катода приведены в табл. 7.2 и 7.3 {10}. В аномальном тлеющем разряде  $pl_k$  падает с увеличением  $U_k$ , а  $j/p^2$  резко возрастает (рис. 7.5) [16].

За областью катодного темного пространства следует отрицательное тлеющее свечение. Эта часть разряда имеет резкую границу со стороны катода и размытую со стороны анода. В ней электрическое поле мало. Ионизованный газ представляет собою почти квазинейтральную плазму, которая пронизывается потоком быстрых электронов из катодного темного пространства. На роль быстрых электронов в этой области указывает прямая связь между энергией электронов и длиной отрицательного тлеющего свечения (рис. 7.6) [17]. Кроме быстрых электронов, в отрицательном тлеющем свечении имеется значительное число медленных электронов, испытавших в катодном темном пространстве неупругие столкновения и потерявших при этом большую часть своей энергии. Эти электроны обладают энергиями, близкими к максимуму функции возбуждения, и вызывают свечение газа с линейчатым спектром, определяемым природой атомов. Кроме того, излучение отрицательного свечения может быть вызвано рекомбинацией зарядов, вероятность которой велика у медленных электронов.

В сторону анода напряженность поля несколько возрастает, и интенсивность свечения этой области разряда постепенно падает вследствие уменьшения вероятности рекомбинации.

Роль ионов, возникающих в отрицательном свечении и диффундирующих в катодное темное пространство, по-видимому, невелика для поддержания нормального разряда. Их значение возрастает в аномальных разрядах с большой плотностью тока.

Следующее за отрицательным тлеющим свечением фарадеево темное пространство является переходной областью от катодных частей к положительному столбу. Здесь электроны приобретают энергию в слабом электрическом поле, но эта энергия проявляется в их хаотическом движении. В начале положительного столба она возрастает настолько, что имеет место заметное возбуждение и ионизация атомов газа электронами. Существенное отличие фарадеева темного пространства от катодного темного пространства состоит в том, что в первом энергия электронов слишком мала для возникновения свечения газа, а в последнем — слишком велика [1].

Положительный столб тлеющего разряда представляет собой плазму с малой (относительно катодного темного пространства) напряженностью поля. При стационарном токе величина напряженности поля устанавливается такой, чтобы компенсировать потери заряженных частиц. Эти потери обусловлены либо диффузией электронов и ионов на стенки трубки (если длина положительного столба значительно больше его диаметра) или на анод и в катодные области (в случае короткого положительного столба), либо рекомбинацией носителей зарядов в объеме {1}. При очень низких давлениях газа, когда длина свободного пробега ионов  $\lambda_p$  больше радиуса трубки, частицы движутся к стенкам в режиме «свободного падения» [VI.13] и рекомбинируют на поверхности трубки.

Таким образом, положительный столб можно рассматривать как самостоятельную область разряда, существующую в известной степени независимо от катодных частей.

Положительный столб бывает не только в тлеющем разряде, но и в дуге низкого давления с накалимым катодом (гл. VIII). Плазма высокочастотного разряда также во многом напоминает положительный столб. Свойства положительного столба в различных видах разряда низкого давления в значительной степени идентичны; они рассмотрены в гл. VI.

Во многих случаях (по мнению некоторых исследователей, в большинстве случаев) положительный столб имеет слоистую структуру в виде неподвижных или движущихся вдоль оси трубки слоев, называемых стратами [98, 99].

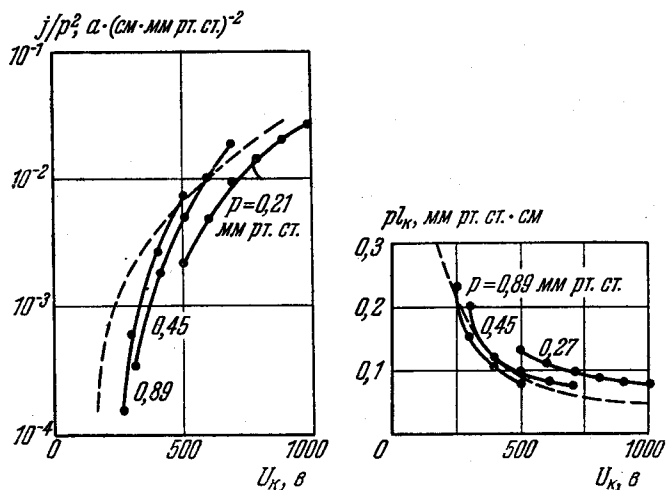


Рис. 7.5. Зависимость  $j/p^2$  и  $p l_K$  от катодного падения потенциала  $U_K$  в аргоне с железным катодом [16].

Штриховые линии соответствуют данным [34, 35].

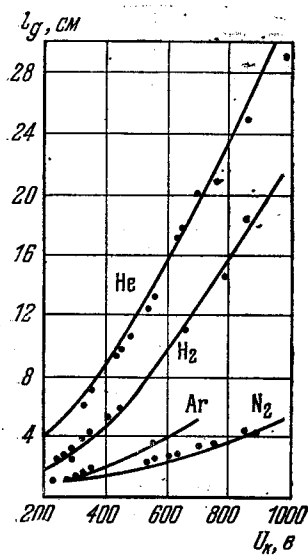


Рис. 7.6. Зависимость длины отрицательного тлеющего свечения  $l_g$  от величины катодного падения потенциала  $U_K$  [17].

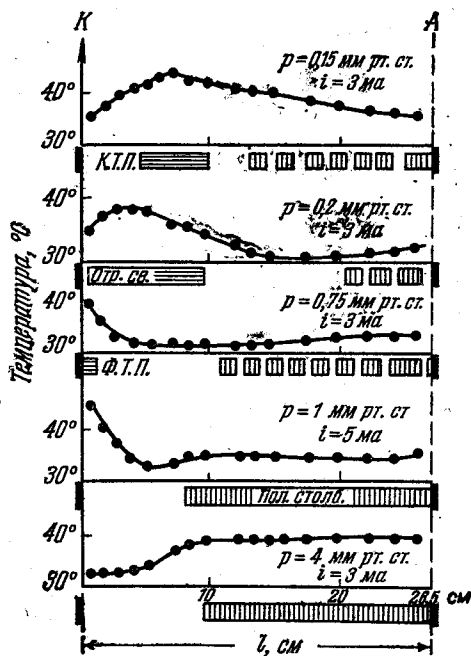


Рис. 7.7. Распределение температуры стенок разрядной трубки с водородом [19].

Под каждым из графиков схематически представлена структура разряда.

Вблизи анода имеется сравнительно узкое темное пространство и анодное свечение. Появление этих частей связано с граничными условиями на аноде [VI.50], [52]. Электроны притягиваются анодом, положительные ионы отталкиваются. Перед анодом образуется отрицательный объемный заряд, вызывающий изменение потенциала порядка потенциала ионизации газа. Измерения поля в этой области проведены Чонди [18], применявшим для этой цели электронный пучок. Если приблизить анод к катоду настолько, что он попадает в фарадеево темное пространство, то анодное падение потенциала исчезает.

Результаты, характеризующие в известной степени энергетическое состояние ионизованного газа в разных частях разряда, получили Чиплонкар и Джоши [19], измерявшие температуру стеклянных стенок разрядной трубки с водородом при давлениях  $0,15 \div 4$  мм рт. ст. (рис. 7.7). При высоких давлениях область катодного темного пространства не наблюдается, и максимум  $T$  соответствует положительному столбу, здесь же максимальная яркость свечения газа. При более низких давлениях, когда становится видимым темное катодное пространство, максимум  $T$  лежит вблизи катода. Заряженные частицы получают от поля в этой области большую часть своей энергии. Основным фактором, определяющим  $T$  стенки, является число соударений, испытываемых частицами в этой области. При еще более низких давлениях число соударений в катодном темном пространстве падает, максимум  $T$  сдвигается в область отрицательного тлеющего свечения.

Цвет различных частей разряда зависит от газа, в котором он происходит [1]. Чаще всего разряд происходит с металлическими электродами. Но он может существовать также с покрытыми стеклом металлическими электродами или с неметаллическими электродами. Электропроводность неметаллических электродов или стекла связана с их нагреванием в разряде [20]. Физические процессы на поверхности таких электродов недостаточно изучены.

#### § 41. Основные теории катодных частей тлеющего разряда

Процессы в области катодного падения потенциала являются основными процессами, обеспечивающими существование этого вида разряда. Они значительно отличаются от процессов в положительном столбе. Поэтому их можно рассматривать отдельно. Конечно, для получения вольтамперной характеристики разряда необходимо знание как тех, так и других процессов. Но если ограничиться рассмотрением катодного падения потенциала  $U_k$  как функции плотности тока  $j$ , то можно оставить в стороне явления в положительном столбе и прианодных частях разряда. Такой подход тем более обоснован, что сами процессы в катодных частях и на самом катоде являются весьма сложными и еще недостаточно экспериментально изученными.

В работах [1, 4, 5, 21] изложен обзор исследований, посвященных теоретическому рассмотрению катодного падения потенциала в нормальном и аномальном тлеющих разрядах.

Рассмотрим более подробно постановку задачи о теории катодного падения потенциала в тлеющем разряде [21]. Предположим, что разряд диаметром  $2a$  ограничен плоскопараллельными электродами диаметром  $2R$  на расстоянии  $l$  друг от друга. Давление газа и параметры внешней цепи выбраны такими, что  $2a \leq 2R$ , а область катодного падения потенциала  $l_k$  значительно меньше диаметра разряда ( $2a \gg l_k$ ). Таким образом, задача охватывает как случай нормального тлеющего разряда ( $2a < 2R$ ), так и аномального разряда ( $2a = 2R$ ). Основные процессы развиваются в направлении оси разряда  $Ox$  (задача одномерная), катод расположен при  $x = 0$ , анод при  $x = l$ . Областью катодного падения потенциала обычно называют

область разряда от катода до точки  $x = l_k$ , в которой напряженность поля падает до нуля.

Теория должна дать ответ на вопрос о распределении потенциала  $\varphi(x)$ , напряженности электрического поля  $E(x)$ , объемного заряда  $\rho(x)$ , концентрации электронов  $n_e(x)$  и ионов  $n_p(x)$ , скорости дрейфа электронов  $u_e(x)$  и ионов  $u_p(x)$  в направлении поля, плотности электронного  $j_e(x)$  и ионного  $j_p(x)$  токов. Эти параметры связаны между собой следующими соотношениями:

$$E(x) = -d\varphi(x)/dx, \quad (41.1)$$

$$dE(x)/dx = 4\pi\rho(x), \quad (41.2)$$

$$\rho(x) = e_0[n_p(x) - n_e(x)], \quad (41.3)$$

$$j_p(x) + j_e(x) = j, \quad (41.4)$$

$$j_e(x) = e_0 u_e(x) n_e(x), \quad (41.5)$$

$$j_p(x) = e_0 u_p(x) n_p(x). \quad (41.6)$$

Имеем шесть уравнений (два из которых являются дифференциальными) и девять неизвестных:  $\varphi(x)$ ,  $E(x)$ ,  $\rho(x)$ ,  $n_e(x)$ ,  $n_p(x)$ ,  $u_e(x)$ ,  $u_p(x)$ ,  $j_e(x)$ ,  $j_p(x)$ . Уравнения (41.1) — (41.3) часто объединяют в одно уравнение второго порядка — уравнение Пуассона

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} = -4\pi[n_p(x) - n_e(x)]. \quad (41.1')$$

Если возникают  $\nu$  различных типов ионов, то в уравнения (41.3) и (41.4)

вместо  $n_p$  и  $j_p$  войдут  $\sum_{m=1}^{\nu} n_{pm}$  и  $\sum_{m=1}^{\nu} j_{pm}$ , а общее число уравнений (41.1) — (41.6) увеличится на  $(\nu - 1)$ . Соответственно возрастает число неизвестных до  $6 + 3\nu$ .

Более строгое рассмотрение требует включения вместо средних скоростей дрейфа электронов  $u_e$  и ионов  $u_p$  функций распределения по скоростям  $f_e$  и  $f_p$ . Тогда вместо уравнений (41.5) и (41.6) следует написать:

$$j_e(x) = e_0 n_e(x) \int_0^{\infty} u f_e(u, x) du, \quad (41.5')$$

$$j_p(x) = e_0 n_p(x) \int_0^{\infty} u f_p(u, x) du. \quad (41.6')$$

Система уравнений (41.1) — (41.6) справедлива для любой среды с объемными электрическими зарядами, помещенной во внешнее поле.

Для конкретной задачи необходимо указать соотношения, связывающие  $n_e$ ,  $n_p$ ,  $u_e$ ,  $u_p$ ,  $E$  (или  $\varphi$ ) и граничные условия, т. е. установить характер движения носителей зарядов в электрическом поле и условия их возникновения и исчезновения в объеме и на границах. Эти соотношения дополняют систему уравнений (41.1) — (41.6). Главная трудность построения теории катодных областей разряда заключается в недостаточном знании механизма движения зарядов и процессов их образования и уничтожения, иными словами, характера взаимодействия зарядов с нейтральным газом и граничными поверхностями в электрическом поле. Задача еще более усложняется необходимостью учитывать влияние излучения, возникающего в различных областях разряда. Влиянием магнитного поля тока на движение зарядов можно пренебречь в области катодного падения потенциала. Так, при

$U_K \approx 200$  в,  $p = 1$  мм рт. ст. действие магнитного поля на движение электронов в  $10^6 \div 10^7$  раз слабее действия электрического поля; при  $U_K \approx 10^4$  в это число уменьшается, но все же составляет  $10^3 \div 10^4$  раз [21].

Уравнение (41.1), определяющее потенциальное поле, применимо только к стационарному или квазистационарному тлеющему разряду, в котором вихревое поле отсутствует или очень мало.

В уравнение (41.2) должна входить диэлектрическая проницаемость среды  $\epsilon$ , которая является функцией частоты в переменном электрическом поле. Однако если ограничиться постоянным или медленно меняющимися полями, то  $\epsilon$  можно считать постоянной величиной. Для ионизованного газа можно принять  $\epsilon = 1$  (это справедливо, если ионизованный газ не находится в сильном магнитном поле).

Уравнение (41.4) представляет полный ток в каждой точке разряда как постоянную величину и указывает на отсутствие потоков зарядов в поперечном направлении, что связано с предположением об одномерной задаче.

Уравнения (41.5) и (41.6) включают как дрейф зарядов в электрическом поле, так и диффузию их. Оценим роль диффузионных токов электронов и ионов. Пренебрегая термодиффузией, можно считать, что они вызываются только неравномерным распределением зарядов вдоль оси. Скорость движения зарядов в диффузионном потоке

$$u_D = \left| \frac{1}{n} D \frac{dn}{dx} \right|,$$

а скорость дрейфа

$$u_n = bE.$$

Согласно уравнению Эйнштейна коэффициент диффузии  $D = bkT/e_0$ ; отсюда

$$u_D = \frac{bkT}{e_0} \frac{1}{n} \frac{dn}{dx} = \frac{bkT}{e_0} \frac{d(\ln n)}{dx} \approx \frac{bkT}{e_0} 2,3 \frac{\Delta \lg n}{l},$$

и

$$\frac{u_D}{u_n} = 2,3 \frac{kT}{e_0 E} \frac{\Delta \lg n}{l}.$$

В области катодного падения потенциала можно приближенно принять  $E \cdot l_K \approx U_K \approx 10^2$  в,  $\Delta \lg n \approx 1 \div 3$ . Для электронов  $kT_e/e_0 \approx 0,1 \div 1$  в; отсюда

$$(u_D/u_n)_e \approx (0,2 - 7) 10^{-2};$$

для ионов в этой области разряда  $kT_p/e_0 \approx 0,03 \div 0,1$  в и

$$(u_D/u_n)_p \approx (0,07 \div 0,7) 10^{-2}.$$

Таким образом, диффузионный ток зарядов в области, где имеется сильное электрическое поле, значительно меньше дрейфового тока, и его можно поэтому в первом приближении не принимать во внимание.

Иначе обстоит дело в частях разряда, где напряженность поля мала. Например, в отрицательном свечении и фарадеевом пространстве  $E$  не превышает  $0,1 \div 1$  в/см. Поэтому  $u_D/u_n > 1$ , и диффузионные потоки в этих областях играют важную роль (см. § 45).

К шести приведенным выше уравнениям следует добавить еще три уравнения. Одно из них является уравнением баланса числа электронов (иногда оно называется уравнением Таунсенда)

$$dj_e/dx = \alpha(x) j_e(x) + \beta(x) j_p(x), \quad (41.7)$$

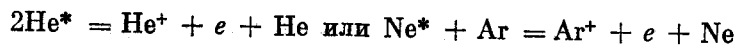
где  $\alpha$  — коэффициент ионизации газа электронным ударом (первый коэффициент Таунсенда),  $\beta$  — коэффициент ионизации газа положительными ионами и быстрыми нейтральными частицами:

$$\alpha(x) = \Phi[\varphi(x), E(x)/p], \quad \beta(x) = \chi[\varphi(x), E(x)/p]. \quad (41.7')$$

В нормальном тлеющем разряде ( $U_k \approx 200$  в) вероятность ионизации положительными ионами составляет около  $(1 \div 3) \cdot 10^{-3}$ , но в аномальном разряде (например, при  $U_k \approx 10^4$  в) она достигает 0,2 и становится более высокой, чем ионизация электронным ударом [1], [21]. В сильно аномальных разрядах ( $U_k = (2 \div 3) \cdot 10^4$  в) ионизация атомов газа положительными ионами является основным способом ионизации.

Коэффициенты ионизации  $\alpha$  и  $\beta$  представлены как функции  $\Phi$  и  $\chi$  напряженности поля и потенциала потому, что при сильно неоднородном поле отсутствует установившееся движение зарядов. Следовательно, энергия частицы при ее движении в резко меняющемся поле зависит как от напряженности поля в данной точке, так и от пройденной частицей разности потенциалов. Подробнее о характере движения зарядов в таких условиях будет сказано ниже при объяснении уравнений подвижности (41.10) и (41.11).

Дополнительным источником ионизации в инертных газах и их смесях являются метастабильные атомы, например,



и т. п. Эффективность этих процессов особенно велика при больших плотностях тока. Если говорить о чистых инертных газах, то наибольшее число метастабильных атомов образуется при  $E/p \approx 10$  в/(см·мм рт. ст.) [2]. Ионизация газа, вызываемая метастабильными атомами, приводит к тому, что напряженность поля получается более низкой, чем по теории, учитывающей только прямую ионизацию. А это приводит к более высоким значениям  $l_k$  и меньшим значениям  $j$ .

Ступенчатой ионизацией, фотоионизацией газа в объеме и ионизацией ударами II рода обычно пренебрегают (за исключением разряда в некоторых смесях газов). Рекомбинацию зарядов в объеме также не принимают во внимание, так как вероятность этого процесса в области катодного падения мала, хотя в отрицательном свечении с ней следует считаться.

Таким образом, уравнение (41.7) характеризует возникновение новых зарядов путем прямой ионизации атомов газа электронами (в нормальном разряде) или ионами (в сильном аномальном разряде).

Так как в систему уравнений (41.1) — (41.7) входят три дифференциальных уравнения первого порядка, то для решения необходимы три граничных условия. Обычно их дают в виде [21]:

$$\begin{aligned} 1) \quad & \varphi(0) = 0, \\ 2) \quad & j_e(0) = \gamma(U_k) j_p(0), \\ 3) \quad & j_e(l_k) = j, \end{aligned} \quad (41.8)$$

где  $U_k = \int_0^{l_k} E(x) dx$ , а  $l_k$  определяется из  $E(l_k) = 0$ .

Второе условие характеризует процессы возникновения электронов на поверхности катода; при этом часто принимают  $\gamma = \text{const}$ . Третье условие говорит о том, что отсутствует движение положительных ионов в области катодного падения потенциала со стороны анода, т. е. все ионы, принимающие участие в образовании вторичных электронов на катоде, рождаются в

области  $0 < x < l_k$ . Это условие хорошо выполняется при малой плотности тока ( $j/p^2 < 10^{-2} \text{ а. (см. мм рт. ст.)}^{-2}$ ). Если же плотность тока велика (аномальный тлеющий разряд), то необходимо принять во внимание поток положительных ионов из области отрицательного тлеющего свечения в катодное темное пространство, и третье граничное условие получает вид

$$j_p = \delta j_e,$$

где  $j_p$  — плотность тока положительных ионов из отрицательного свечения в катодное темное пространство, а  $j_e$  — плотность тока электронов, влетающих в отрицательное свечение со стороны катода. Коэффициент  $\delta$  называется коэффициентом эффективности плазмы [4, 5, 21, 30, 45].

Иногда вместо уравнения баланса электронов (41.7) и второго граничного условия (41.8) используют соотношение

$$\gamma \left( \exp \int_0^{l_k} \alpha dx - 1 \right) = 1. \quad (41.9)$$

Оно является условием стационарности разряда. Физический смысл его заключается в том, что каждый вышедший из катода электрон вследствие производимой им ионизации газа на пути от катода до  $l_k$  и ускорения полем возникших при этом ионов вызывает появление нового электрона благодаря  $\gamma$ -процессам на катоде. Условие (41.9) справедливо для нормального и слабо аномального тлеющего разряда.

Для сильно аномального разряда с учетом ионизации газа ионами (коэффициент ионизации  $\beta$ ) и потока ионов из отрицательного свечения (коэффициент  $\delta$ ) это соотношение имеет более сложный вид:

$$\left[ (1 + \delta) \exp \int_0^{l_k} (\alpha - \beta) dx \right]^{-1} = \frac{\gamma}{1 + \gamma} + \int_0^{l_k} \frac{\beta dx}{\exp \int_0^x (\alpha - \beta) dx}. \quad (41.9')$$

Под коэффициентом  $\gamma$  понимают отношение числа электронов, эмиттируемых поверхностью катода под действием различных факторов, к числу приходящих на катод ионов:

$$\gamma = \gamma_p + \gamma_g + \gamma_v.$$

Здесь  $\gamma_p$  характеризует эмиссию электронов из катода под действием ударов ионов,  $\gamma_g$  — эмиссию электронов при взаимодействии поверхности катода с быстрыми нейтральными частицами газа, образующимися при процессе перезарядки,  $\gamma_v$  — фотоэмиссию электронов под действием квантов света, излучаемых возбужденными атомами в разряде. Роль этих факторов оценивается различно разными исследователями (см. ниже).

Последние два уравнения системы представляют собою соотношения, связывающие средние направленные скорости электронов  $u_e$  и ионов  $u_p$  с напряженностью поля  $E$  и потенциалом точки  $\varphi$  (уравнения подвижности):

$$u_e = F[\varphi(x), E(x)/p], \quad (41.10)$$

$$u_p = G[\varphi(x), E(x)/p]. \quad (41.11)$$

В большом числе теоретических и экспериментальных работ, посвященных исследованию движения электронов и ионов в электрическом поле,

получены значения скорости дрейфа в зависимости от напряженности поля  $E$  (или  $E/p$ ). Это связано с тем, что под скоростью дрейфа обычно понимают среднюю скорость установившегося движения заряженных частиц в однородном (по пространству и времени) электрическом поле. При этом частицы движутся с постоянной скоростью, так как энергию, приобретаемую на длине свободного пробега от поля, они полностью отдают при столкновениях с атомами или молекулами газа. Баланс энергии, полученной электроном от поля и теряемой при взаимодействии с атомами, не изменяется при переходе электронов в другую точку пространства, так как поле однородное.

Характер движения зарядов может быть существенно другим, если это движение происходит в неоднородном поле, причем степень неоднородности такова, что изменение поля на длине свободного пробега сравнимо с самой величиной поля. Электрон или ион при своем движении попадает в точку, где напряженность поля иная; энергия, получаемая им на длине свободного пробега от поля, определяется пройденной при этом разностью потенциалов  $U$ . Если движение заряда происходит в направлении уменьшения поля (например, при движении электрона в области катодного падения потенциала), то он приобретает в среднем от поля больше энергии, чем отдает при взаимодействии с атомами газа. Таким образом, движение его является неустановившимся в каждой точке. Благодаря избытку энергии скорости электронов в катодных частях разряда оказываются большими, чем вычисленные на основании теоретических или экспериментальных данных о движении частиц, полученных в предположении установившегося движения. Для ионов, перемещающихся из области с меньшей напряженностью поля в сторону большей напряженности поля имеет место, очевидно, обратное явление. Их скорости оказываются меньшими, чем при расчете по данным для стационарного движения.

Такой характер движения зарядов является в некоторой степени промежуточным между дрейфом в среде с «трением», определяемым величиной  $E/p$ , и свободным движением без взаимодействия с частицами среды, определяемым пройденной разностью потенциалов  $U$ . Поэтому уравнения подвижности (41.10) и (41.11) представляют собой функции как напряженности поля  $E(x)$ , так и потенциала в точке  $\varphi(x)$ .

Каган и Перель [25], решая кинетическое уравнение для функции распределения ионов по скоростям, получили формулу для средней направленной скорости ионов  $u_p(x)$ , предполагая, что сечение перезарядки  $s_u$  не зависит от скорости иона. Из нее следует, что влияние неоднородного поля на дрейф ионов в условиях, когда основным механизмом их движения является процесс перезарядки [II.21], можно не принимать во внимание, если

$$\frac{1}{s_u E(x)} \frac{dE(x)}{dx} \ll 1. \quad (41.12)$$

Из данных о распределении поля вблизи катода, полученных с помощью зондирования разряда электронным пучком (рис. 7.8), можно оценить условия, при которых характер движения ионов является промежуточным между установившимся дрейфом и режимом свободного движения в электрическом поле без столкновений [14]. Для азота при давлении 0,1 мм рт. ст.

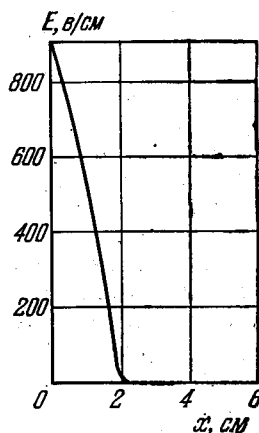


Рис. 7.8. Электрическое поле  $E$  вблизи катода в азоте с алюминиевыми электродами [14].

$p = 0,1$  мм рт. ст.,  $i = 10$  ма.

сечение перезарядки  $s_u$  составляет примерно  $6 \text{ см}^2/\text{см}^3$ . При токе  $10 \text{ ма}$  получим для разных расстояний  $x$  от катода:

$x, \text{ см}$	2	1,8	1,3	0,9	0,4
$\frac{1}{s_u E} \frac{dE}{dx}$	1,32	0,45	0,19	0,12	0,09

Вблизи границы катодного падения потенциала со стороны отрицательного свечения, где имеется сильно неоднородное поле, условие (41.12) не выполнено. При малых расстояниях от катода неоднородность поля более слабая, условие (41.12) удовлетворяется, и можно считать движение ионов стационарным.

Вопрос о правильности использования для теории катодных частей результатов, полученных в однородном электрическом поле, касается не только уравнений подвижности (41.10), (41.11), но и соотношений (41.7') для коэффициентов ионизации  $\alpha$  и  $\beta$ .

В области отрицательного тлеющего свечения, несмотря на малую напряженность поля, происходит ионизация газа быстрыми электронами, получившими энергию от поля в катодном темном пространстве, величина которой определяется пройденной разностью потенциалов. Отсюда ясно, что коэффициент ионизации  $\alpha$  зависит при неоднородном поле не только от напряженности поля в данной точке, но и от разности потенциалов. Особенно важно учитывать этот эффект при изучении тлеющих разрядов с большим катодным падением (больше  $1 \text{ кэ}$ ). Отрицательное тлеющее свечение в них расположено на расстоянии нескольких длин свободного пробега электрона от катода. Скорость электронов и их ионизирующая способность определяются в основном пройденной разностью потенциалов.

Система уравнений (41.1) — (41.7), (41.10) и (41.11) является слишком сложной для определения с ее помощью параметров тлеющего заряда в широком диапазоне плотностей тока, в основном из-за недостаточных знаний элементарных процессов в однородных и неоднородных электрических полях.

Все работы по теории катодного падения можно разделить на две группы. В первую из них входят работы, в которых теория основана на процессах, происходящих только на катоде и в катодном темном пространстве. Они дают удовлетворительные результаты для объяснения нормального тлеющего разряда и слаботоочного аномального тлеющего разряда, но перестают быть применимыми для сильноточного аномального разряда. Вторая группа работ ставит целью объяснить процессы в сильноточном аномальном разряде, когда плотность тока в сотни и тысячи раз выше, чем в нормальном разряде. При больших плотностях тока и высоких напряженностях поля изменяется характер процессов как на катоде, так и в объеме разряда. При этом оказывается необходимым принимать во внимание процессы не только в катодном темном пространстве, но и в отрицательном тлеющем свечении.

## § 42. Нормальный тлеющий разряд

Наиболее простой способ рассмотрения процессов в катодных частях нормального и слабо аномального тлеющего разряда предложен Энгелем и Штеенбеком {3}. В его основе лежит предположение о линейной зависимости напряженности поля от расстояния в катодном темном пространстве:

$$E(x) = E(0) [1 - x/l_k], \quad (42.1)$$

где  $E(0)$  — напряженность поля у поверхности катода,  $l_k$  — длина об-

ласти катодного падения потенциала. Это предположение хорошо подтверждается прямыми измерениями распределения поля в тлеющем разряде с помощью зондирования его электронным пучком [11—14].

Электроны возникают на катоде вследствие эмиссии под действием бомбардировки положительными ионами ( $\gamma = \gamma_p$ ). Пренебрегая пространственным зарядом электронов вследствие их большой подвижности\*) и используя (41.2), (41.3) и (42.1), получаем

$$e_0 n_p = \frac{1}{4\pi} \frac{E(0)}{l_k} = e_0 n_p(0) = \frac{j_p(0)}{u_p(0)} = \frac{j_p(0)}{b_p E(0)}. \quad (42.2)$$

Из (41.4) с учетом условия 2) из (41.8) имеем

$$j = j_e + j_p = j_p(0)(1 + \gamma) = \frac{b_p E^2(0)}{4\pi l_k} (1 + \gamma).$$

Формулы (41.1) и (42.1) дают  $U_k = E(0) l_k/2$ , и, следовательно,

$$j = \frac{b_p U_k^2}{\pi l_k^3} (1 + \gamma). \quad (42.3)$$

Решая это уравнение совместно с условием стационарности разряда (41.9) и считая

$$\frac{\alpha}{p} = A \exp\left(-B \frac{p}{E}\right),$$

где  $A$  и  $B$  — постоянные величины, получаем соотношение между  $j$  и  $U_k$ , которое представляет вольтамперную характеристику области катодного падения тлеющего разряда. С ее помощью можно определить  $U_k$  и  $j/p^2$  в нормальном тлеющем разряде, а затем с помощью (42.3) рассчитать длину области катодного падения потенциала  $l_k$ .

Один из авторов этой теории [VI.22] считает, что численное совпадение результатов расчета и эксперимента носит большей частью случайный характер. Однако качественно теория правильно отражает явления, хотя и содержит ряд упрощающих предположений. Слабым местом теории является постулирование линейной зависимости напряженности поля от расстояния (42.1) и грубо приближенный вид уравнения подвижности.

Уорд [26] отказался от предположения о линейной зависимости напряженности поля от расстояния, получаемой из эксперимента, и применил для решения системы уравнений электронную счетную машину. При этом использованы следующие соотношения, связывающие коэффициент ионизации  $\alpha$  и скорости дрейфа электронов и ионов с напряженностью поля:

$$\alpha(x)/p = A \exp[-B(p/E(x))^{1/2}], \quad u_e(x) = b_e E(x), \quad u_p = b_p E(x). \quad (42.4)$$

Получено распределение потенциала, поля, плотности тока и зарядов во всем разрядном промежутке, включая положительный столб, качественно согласующееся с экспериментальным (рис. 7.9). Расчет проведен для  $pl = 1 \text{ см} \cdot \text{мм рт. ст.}$  (а) и  $pl = 10 \text{ см} \cdot \text{мм рт. ст.}$  (б).

Для большего  $pl$  граница отрицательного тлеющего свечения сдвигается к катоду. Поле в плазме положительного столба возрастает, что приводит к возрастанию напряжения, падающего на эту область разряда. Так как решение получено без учета диффузионных токов на стенки, то истинное поле в положительном столбе должно быть еще выше.

\*) Условие  $n_p \gg n_e$  может быть нарушено вблизи самого катода, где скорости электронов незначительны и, возможно,  $n_e > n_p$  (особенно в сильно аномальных разрядах), а также в области отрицательного свечения.

В более новой работе [27] проведены расчеты  $U_K$ ,  $j/p^2$ ,  $p l_K$  и  $p l_a$  ( $l_a$  — длина астонова темного пространства) в инертных газах, а также в водороде и азоте.

В отличие от предыдущей работы использовано эмпирическое выражение скорости дрейфа ионов, хорошо соответствующее опубликованным

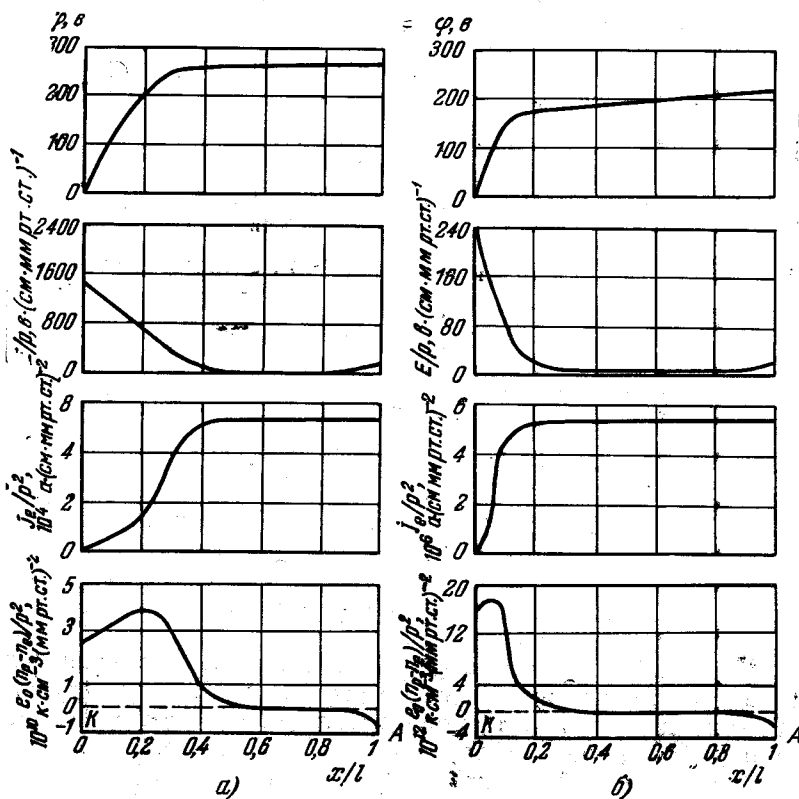


Рис. 7.9. Теоретическое распределение потенциала  $\phi$ , электрического поля  $E/p$ , плотности электронного тока  $j_e/p$  и объемного заряда  $\rho_0 (n_p - n_e)/p^2$  в тлеющем разряде в аргоне [26].

а)  $pl = 1$  см·мм рт. ст.; б)  $pl = 10$  см·мм рт. ст.

экспериментальным данным:

$$u_p(x) = b_p E(x) p^{-1} [1 - CE(x) p^{-1}] \quad \text{для } E/p \leq W_1, \quad (42.5)$$

$$u_p(x) = b_p E^{1/2}(x) p^{-1/2} [1 - DE^{-1/2}(x) p^{1/2}] \quad \text{для } E/p > W_1,$$

где  $b_p$ ,  $b_p$ ,  $C$ ,  $D$  и  $W_1$  — постоянные величины для данного газа. Для электронов автор по-прежнему принимает  $u_e(x) = b_e E(x)$ . Система уравнений (41.2) — (41.6) сводится к соотношению

$$\frac{dE(x)}{dx} = 4\pi \left[ \frac{j - j_e(x)}{u_p(x)} - \frac{j_e(x)}{u_e(x)} \right], \quad (42.6)$$

которое решается совместно с уравнением баланса частиц (41.7) и выражениями для  $u_e$ ,  $u_p$ , а при граничных условиях  $j_e(l) = j$  и  $j_e(0) = j_e^* + \gamma j_p(0)$  ( $j_e^*$  — плотность тока, вызванного посторонним ионизатором). Если  $j_e^*/j_e$

мало по сравнению с  $\gamma$ , то изменение  $j_e^*$  мало влияет на результаты расчетов (в расчетах принято  $j_e^* = 10^{-12}$  а/см<sup>2</sup>).

Теория показывает линейное распределение поля вблизи катода. Экстраполяция прямой  $E(x)$  к оси  $Ox$  дает значение  $l_k$ , а потенциал в точке  $x = l_k$  равен катодному падению потенциала  $U_k$ . Расстояние, на котором энергия

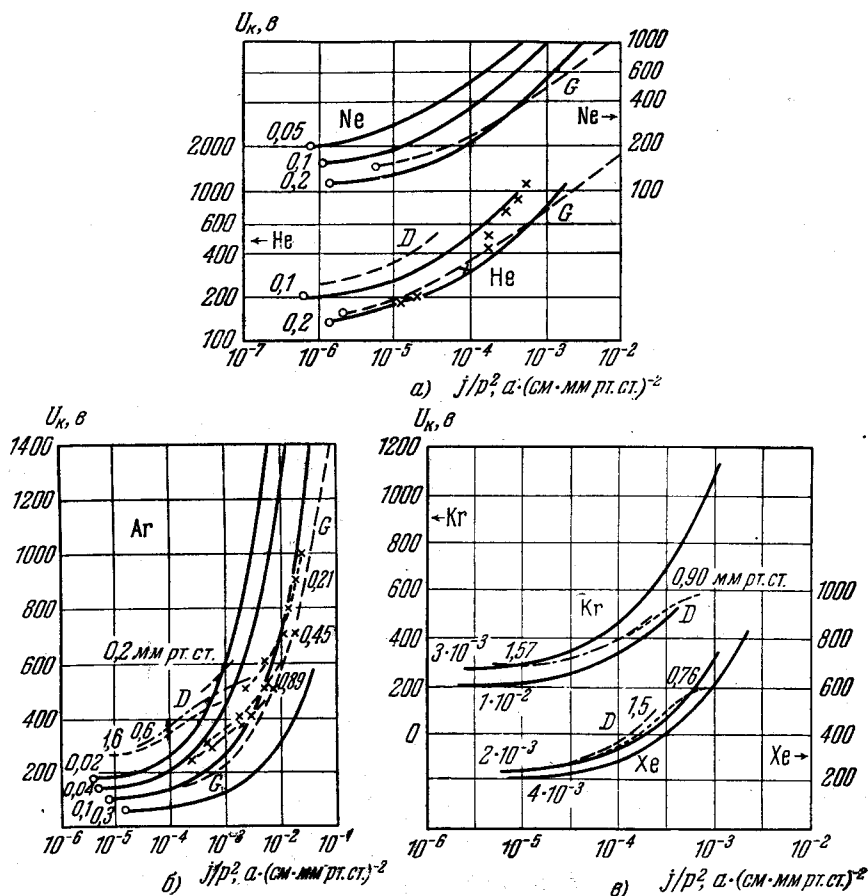


Рис. 7.10. Сравнение вычисленного (сплошные линии) и измеренного (штриховые) катодного падения потенциала  $U_k$  в зависимости от  $j/p^2$  для гелия и неона (а), аргона (б), криптона и ксенона (в) [27].

Сплошные кривые рассчитаны при значениях  $\gamma$ , указанных на кривых. Кривые G являются усредненными данными работ [34, 35]. D взяты из работы [51]. Крестиками обозначены результаты измерений Гюнтершульце [34, 35] (а) и Вадареу с сотрудниками [16] (б). Кружки — значения  $U_k$  при нормальном тлеющем разряде. Цифры у штриховых кривых на рис. б и в) указывают давления газа, при которых выполнены измерения.

электрона соответствует самому низкому потенциалу возбуждения атомов газа, определяет величину астонова темного пространства  $l_a$ .

Изменение  $U_k$  в зависимости от  $j/p^2$  для гелия, неона, аргона, криптона и ксенона показано на рис. 7.10; там же указаны известные экспериментальные данные. На рис. 7.11 приведены результаты для  $pl_k$  и  $pl_a$  в гелии. Параметром для теоретических кривых является коэффициент  $\gamma$ , который при сильных полях является функцией катодного падения  $U_k$  или плотности тока  $j$ . Расчетные кривые близки к экспериментальным данным, полученным различными авторами.

Таблица 7.4

Сопоставление экспериментальных и теоретических значений  $U_K$ ,  $j/p^2$  и  $p l_K$  [27]

Газ	$U_K$ , в		$j/p^2$ , мка·(см·мм рт.ст.) <sup>-2</sup>		$p l_K$ , мм рт.ст.·см	
	эксперимент	расчет	эксперимент	расчет	эксперимент	расчет
He	59÷177	143	2÷5	1,6	1,3÷1,45	2,6
Ne	75÷220	154	5÷18	1,2	0,64÷1,62	2,1
Ar	64÷165	146	20÷160	4,5	0,29÷0,33	0,9
Kr	215	196	43	2,1	0,26	1,1
Xe	306	212	16	6,2	0,23	0,7
H <sub>2</sub>	94÷276	195	64÷110	23	0,16—1,0	1,5
N <sub>2</sub>	157÷233	213	380÷400	15	0,31—0,42	0,7

Некоторый произвол в выборе величины  $\gamma$  не позволяет сопоставить расчетные данные с экспериментальными для катодов из различных материалов. В табл. 7.4 приведены вычисленные для нормального тлеющего разряда величины  $U_K$ ,  $j/p^2$  и  $p l_K$  и измеренные значения при различных катодах.

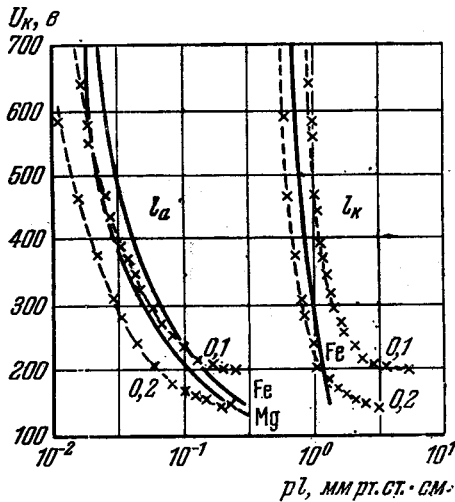


Рис. 7.11. Сравнение вычисленных (штриховые кривые с крестиками) и измеренных (сплошные) длин области катодного падения потенциала  $l_K$  и астонова темного пространства  $l_a$  в зависимости от катодного падения потенциала  $U_K$  в гелии [27].

Сплошные кривые представляют результаты измерений [34, 35] с катодами из железа и магния, на штриховых кривых указаны значения  $\gamma$ .

#### § 43. Аномальный тлеющий разряд

В аномальных тлеющих разрядах протекают сильные токи и имеется сильное электрическое поле в катодном темном пространстве. Поэтому для объяснения этого вида разряда необходимо рассмотреть процессы, способствующие повышению эмиссии катода и усилению ионизации газа в объеме.

Одно из объяснений существования аномальных разрядов основано на увеличении коэффициента вторичной эмиссии катода  $\gamma$  за счет фотоэффекта под действием излучения ультрафиолетовой области спектра из катодного темного пространства и отрицательного тлеющего свечения [12].

Плотность тока электронов из катода складывается из электронов, выбитых положительными ионами, и электронов, освобожденных из катода путем фотоэффекта:

$$j_e(0) = \gamma_p j_p(0) + \gamma_v f_a n_v j_e(0) + \gamma_g f_g n_g j_{eg}. \quad (43.1)$$

Здесь  $\gamma_p$  — число электронов, вылетающих из катода под действием положительных ионов, отнесенное к числу ионов, приходящих на катод;  $\gamma_v$  — квантовый выход фотоэффекта в электронах на падающий квант частоты  $\nu$ ;  $f_a$  — часть фотонов, образованных в катодном темном пространстве, которые достигают катода;  $f_g$  — часть фотонов из отрицательного свечения, дос-

тигающих катода;  $n_{\text{sd}}$  — количество фотонов с  $h\nu > \varphi_m$  (работы выхода), приходящихся на один электрон в катодном темном пространстве;  $n_{\text{sg}}$  — число таких фотонов, приходящихся на один электрон в отрицательном свечении;  $j_{\text{eg}}$  — плотность электронного тока в отрицательном свечении.

Теория Энгеля и Литтла [VI.50], [12], в основе которой лежит фотоэффект под действием излучения разряда, позволяет рассчитать  $p l_k$  и  $j/p^2$  в зависимости от катодного падения потенциала  $U_k$ . На рис. 7.12 сопоставлены результаты такого расчета для тлеющего разряда в азоте с железным

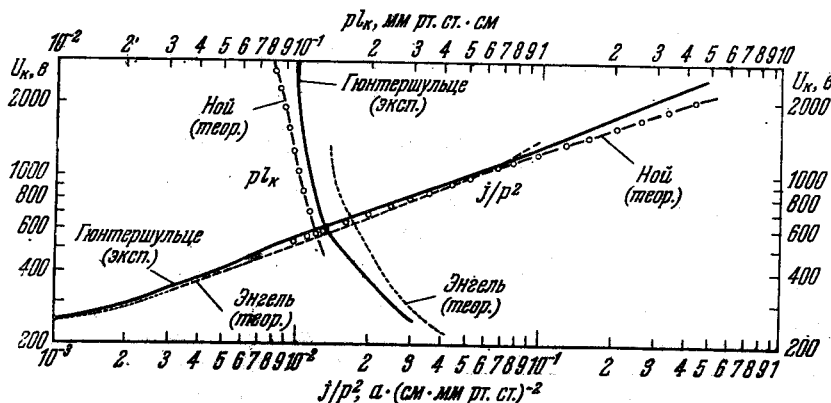


Рис. 7.12. Сопоставление расчетов катодного падения потенциала  $U_k$  Энгеля [VI.50], [12] и Ной [4,5] (штриховые кривые) как функции  $j/p^2$  и  $p l_k$  с экспериментальными данными Гюнтершульце [34, 35] (сплошные кривые) для тлеющего разряда в азоте с железным катодом.

катодом и экспериментальные данные Гюнтершульце (см. [VI.50] [4, 5, 12, 34, 35]). В случае гелия и азота получается удовлетворительное согласие теории и эксперимента при изменении тока на два-три порядка.

Особенно сильное действие фотоэффекта должно проявляться при полых катодах, выполненных в виде цилиндра, или сферического сегмента, или двух параллельных пластин. При таких формах катодов геометрические факторы  $f_d$  и  $f_g$  близки к единице.

Бадареу [28], Ной [4, 5], Ханцше [21] выражают сомнение в том, что увеличение тока в аномальном разряде вызывается фотоэмиссией катода. Опыты в парах ртути [28] показали, что вклад фотоэффекта в эмиссию электронов катодом невелик, при этом он возрастает с понижением давления газа и с увеличением анодного напряжения. Ной [4, 5] считает, что  $\gamma$ , никогда не превышает 10% эмиссии катода.

Кроме изучения роли фотоэффекта в аномальном разряде, Бадареу с сотрудниками [3, 16] убедительно показали большую роль перезарядки в механизме движения ионов [II.16], которая приводит к появлению в разряде быстрых атомов и молекул, способных вызвать увеличение коэффициента  $\gamma$  и ионизацию газа в объеме. При таких условиях необходимо учитывать неустановившийся характер движения ионов в неравномерном поле, особенно вблизи границы отрицательного тлеющего свечения.

Другое объяснение существования сильноточных аномальных разрядов заключается в том, что эмиссия электронов из катода возрастает из-за усиления потока ионов из отрицательного тлеющего свечения, характеризующего коэффициентом эффективности плазмы  $\delta$  (см. выше). При этом необходимо учитывать неравновесный характер движения электронов, проявляющийся в виде зависимости коэффициента ионизации  $\alpha$  не только от напряженности

поля в данной<sup>1</sup> точке разряда, но и от пройденной [электроном разности потенциалов:  $\alpha(E/p, U)$ ].

Ной [4, 5], предполагая линейный ход изменения поля в катодной области  $E(x) = 2(1 - x/l_k) \cdot E$ , получил следующее выражение, связывающее средний коэффициент ионизации  $\bar{\alpha}$  с напряженностью поля  $\bar{E}$  и разностью потенциалов  $U$ :

$$\frac{\bar{\alpha}}{p} = \left\{ A' \frac{\bar{E}}{\bar{E}^*} \exp\left(\frac{\bar{E}^*}{2\bar{E}} - \frac{\bar{E}}{2\bar{E}^*}\right) + \frac{\bar{s}_i}{p} \right\} \exp\left(-\frac{\bar{E}^*}{\bar{E}}\right), \quad (43.2)$$

где

$$i(U) = \frac{1}{l_k} \int_0^{l_k} s_i(U) dx, \quad U(x) = \frac{2U_k}{l_k} \left(x - \frac{x^2}{2l_k}\right), \quad E = \frac{U_k}{l_k}.$$

( $s_i(U)$  представляет дифференциальную ионизацию для электрона с энергией  $e_0 U$ ).

Константы  $A'$  и  $\bar{E}^*$  приведены в табл. 7.5. Если средняя напряженность поля  $\bar{E}$  в катодном темном пространстве превышает  $5\bar{E}$ , то вместо сложной формулы (43.2) можно принять

Таблица 7.5

Значения констант  $\bar{E}^*/p$  и  $A'$  для разных газов

Константы	Газ			
	He	Ar	Ne	N <sub>2</sub>
$\bar{E}^*/p, e \text{ (см} \cdot \text{мм рт. ст.)}^{-1}$	50	200	150	350
$A', \text{ (см} \cdot \text{мм рт. ст.)}^{-1}$	0,63	1,7	3,6	4,3

$$\bar{\alpha} \approx \bar{s}_i(U) = \frac{1}{l_k} \int_0^{l_k} s_i dx,$$

так как при таких сильных полях ионизация практически определяется пройденной электроном разностью потенциалов  $U$ .

Представляет интерес охватить процессы в разрядах от нормального и слаботоочного аномального, в которых указанные факторы не имеют

большого значения, до сильнотоочных аномальных разрядов, где они играют важную роль [4, 5]. Плотность тока при этом меняется на несколько порядков величины. Такой широкий подход наталкивается, естественно, на ряд трудностей, связанных с необходимостью найти аналитическую зависимость  $\alpha$ ,  $\delta$  и  $\gamma$  от величины напряженности электрического поля и потенциала.

Единый метод рассмотрения тлеющих разрядов в широком диапазоне тока от нормального до сильно аномального требует более строгого учета характера  $\gamma$ -процессов на катоде и их зависимости от энергии частиц, падающих на катод. Если считать незначительной роль фотоэффекта на катоде, то  $\gamma = \gamma_p + \gamma_g$  (здесь  $\gamma_p$  — коэффициент вторичной эмиссии электронов из катода под действием ударов положительными ионами, а  $\gamma_g$  — коэффициент вторичной эмиссии при бомбардировке катода нейтральными атомами).

Механизм освобождения электрона из катода под действием положительного иона объясняют либо «потенциальным вырыванием» либо «кинетическим вырыванием» {1}, [4, 5].

Одно из объяснений потенциального вырывания электронов заключается в уменьшении ширины потенциального барьера на поверхности металла, вызываемом электрическим полем положительного иона. При этом увеличивается роль туннельного эффекта, что проявляется в усилении холодной эмиссии. Чем выше потенциальная энергия иона, тем больше  $\gamma_p$ . Например, при бомбардировке молибдена различными ионами гелия ( $\text{He}^+$ ,  $\text{He}^{++}$ ,  $\text{He}_2^+$ ) получаются разные  $\gamma_p$ : для  $\text{He}^{++}$   $\gamma_p = 0,72$ , для  $\text{He}^+$   $\gamma_p = 0,25$  и для  $\text{He}_2^+$   $\gamma_p = 0,13$  [VI.23] независимо от кинетической энергии ионов. Слабая зависимость  $\gamma_p$  от скорости иона получена также [29] для эмиссии электро-

нов из чистого вольфрама под действием однозарядных ионов  $\text{He}^+$ ,  $\text{Ne}^+$ ,  $\text{Ar}^+$ ,  $\text{Kr}^+$  и  $\text{Xe}^+$  (рис. 7.13). Эти данные дают основание считать  $\gamma_p$  постоянной величиной, которая почти не зависит от кинетической энергии иона, если эта энергия не очень велика. Поэтому для тлеющего разряда в нормальном или слабо аномальном режиме, можно принять  $\gamma_p = \text{const} = 10^{-3} \div 10^{-1}$  (разной для различных ионов и материала катода).

При переходе к сильно аномальному разряду, в котором имеются сильные электрические поля ( $10^3 \div 10^4$  в/см), уже нельзя считать  $\gamma_p = \text{const}$ , так как начинает проявляться механизм кинетического вырывания электронов, [связанный с кинетической энергией иона {1}].

Так как механизм движения ионов осуществляется путем перезарядки, то при движении одного положительного заряда образуется несколько (в зависимости от давления газа) быстрых атомов. Они имеют импульс, направленный к катоду, и, если их энергия достаточно велика, могут вызвать кинетическое вырывание электронов из катода. При этом роль быстрых атомов оказывается значительной, так как их число больше числа ионов, а  $\gamma_p \approx \gamma_g$ .

Таким образом, удастся объяснить явления в сильноточных разрядах без привлечения фотоэффекта.

На рис. 7.12 экспериментальные данные Гюнтершульце [34, 35] сопоставлены с расчетами по теории Энгеля с учетом фотоэффекта и с расчетами по теории Ноя, принимающей во внимание усиление эмиссии катода при больших энергиях бомбардирующих катод ионов и атомов, а также поток ионов из отрицательного свечения. Оба расчета достаточно хорошо согласуются с результатами измерений. Следует отметить, что расчеты Ноя показывают соответствие теории и эксперимента при более высоких значениях катодного падения потенциала  $U_k$ , чем вычисления Энгеля и Литтла.

Для окончательного ответа на вопрос о роли различных процессов в сильноточных аномальных разрядах необходимо ставить эксперименты, позволяющие оценить значение каждого процесса в отдельности. Возможно, что окажется эффективным метод импульсно-частотных характеристик тлеющего разряда, который позволяет, используя эквивалентную схему и воздействуя на разряд переменным полем, оценить характерное время некоторых процессов и тем самым выяснить их механизм [36, 37].

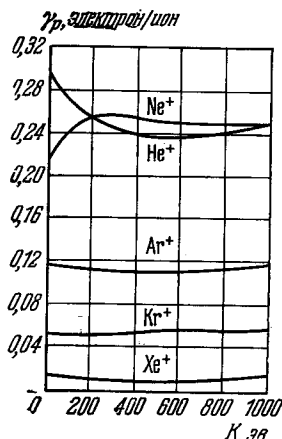


Рис. 7.13. Коэффициент вторичной эмиссии  $\gamma_p$  для случая однозарядных ионов в основном состоянии на чистой поверхности вольфрама в зависимости от кинетической энергии иона  $K$  [29].

#### § 44. Отрицательное тлеющее свечение и фарадеево темное пространство

Эти части тлеющего разряда расположены между областью катодного падения потенциала и положительным столбом разряда, поэтому следует ожидать, что в отрицательном тлеющем свечении и фарадеевом темном пространстве будут проявляться характерные особенности как области катодного падения потенциала, так и положительного столба. Информацию о процессах в этих частях разряда можно получить на основании спектроскопических исследований, зондовых измерений и анализа влияния внешнего микроволнового излучения. Наибольшее число экспериментальных исследований отрицательного свечения и фарадеева темного пространства проведено в гелии. В этом газе получена наиболее полная картина процессов.

Излучение света может быть вызвано как возбуждением атомов электронным ударом, так и рекомбинационным свечением. Остановимся более подробно на излучении отрицательного свечения разряда в гелии при давлениях  $5 \div 70$  мм рт. ст. [38].

Относительное распределение интенсивности свечения атомов и молекул гелия показано на рис. 7.14. Ближе к катоду расположен максимум излучения атомарного гелия, положение этого максимума зависит от уровня энергии возбужденного состояния атома. Для молекулярного спектра положение максимума излучения разных полос почти одно и то же, и этот максимум лежит дальше от катода по сравнению с максимумом атомарного излучения. Излучение атомарных линий обусловлено прямым возбуждением атомов электронами и частично рекомбинацией ионов гелия. Роль рекомбинации возрастает по мере удаления от катода и увеличения давления газа. Излучение молекулярного гелия вызвано почти исключительно рекомбинацией молекулярных ионов.

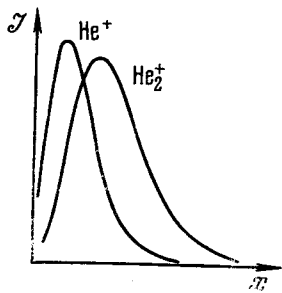


Рис. 7.14. Распределение интенсивности излучения атомарного и молекулярного гелия в катодных частях разряда [38].

Атомарные ионы  $\text{He}^+$  возникают в области катодного падения потенциала. Значительная часть их диффундирует в область отрицательного свечения, где электрическое поле мало, и исчезает там путем рекомбинации или превращения в молекулярные ионы. Чем дальше от катода, тем большую долю всех ионов составляют молекулярные ионы  $\text{He}_2^+$ . Однако последние также исчезают, главным образом, вследствие рекомбинации. На некотором расстоянии от

катода имеется максимальная плотность молекулярных ионов. Превращение атомарных ионов в молекулярные приводит к появлению двух максимумов, показанных на рис. 7.14.

Расчет пространственного распределения интенсивности молекулярного излучения возможен только на достаточно больших расстояниях от катода, где можно считать все ионы молекулярными. Уравнение непрерывности для молекулярных ионов  $\text{He}_2^+$  с учетом их диффузии вдоль оси разряда и объемной рекомбинации имеет вид

$$\partial [\text{He}_2^+] / \partial t = D (\partial^2 [\text{He}_2^+] / \partial x^2) - \alpha_r n_e [\text{He}_2^+], \quad (44.1)$$

где  $D$  — коэффициент диффузии ионов  $\text{He}_2^+$ ,  $\alpha_r$  — коэффициент объемной рекомбинации их с электронами.

Предположим, что основным рекомбинационным процессом является ударная рекомбинация с излучением [VI.98], [39], которая происходит с участием двух электронов:



где  $\text{He}_2^*$  — возбужденная молекула гелия. При таком процессе  $\alpha_r = C n_e$ . Принимая во внимание условие квазинейтральности плазмы, получаем для стационарного разряда:

$$\partial [\text{He}_2^+] / \partial t = D (\partial^2 [\text{He}_2^+] / \partial x^2) - C [\text{He}_2^+]^2 = 0. \quad (44.3)$$

Решение (44.3) имеет вид

$$1/[\text{He}_2^+] = (C/2D)^{1/2} x + 1/[\text{He}_2^+(0)], \quad (44.4)$$

где  $[\text{He}_2^+(0)]$  — концентрация молекулярных ионов на таком наименьшем расстоянии от катода, где можно считать все ионы молекулярными.

Экспериментально обнаружено, что если молекулярное излучение обусловлено рекомбинацией электрона с молекулой, то его интенсивность  $\mathcal{I}$  пропорциональна концентрации электронов и молекулярных ионов [40], откуда следует

$$1/\mathcal{I}^{1/2} \approx (C/2D)^{1/2}x + 1/[\text{He}_2^+(0)]. \quad (44.5)$$

Величина  $1/\mathcal{I}^{1/2}$  является линейной функцией расстояния. Экспериментальная проверка показывает, что это выполняется, начиная с расстояния от катода, при котором  $\mathcal{I} = 0,3 \mathcal{I}_{\text{max}}$ , и кончая расстоянием, где  $\mathcal{I} \sim 0,02 \mathcal{I}_{\text{max}}$ , т. е. на достаточно большом участке отрицательного свечения (рис. 7.15). Эта область расширяется при повышении давления газа.

Таким образом, в условиях эксперимента ( $p = 5 \div 70$  мм рт. ст.) основное значение в отрицательном тлеющем свечении в гелии имеет ударно-излучательная рекомбинация молекулярных ионов, а роль диссоциативной рекомбинации мала. Этот результат согласуется с тем, что интенсивность атомарного излучения имеет только один максимум, тогда как диссоциативная рекомбинация должна была бы привести к появлению второго максимума.

Можно предположить, что в излучении He известную роль играет возбуждение медленными электронами метастабильных молекул, которые образуются при соударении двух атомов в невозбужденном состоянии и одного возбужденного атома в метастабильном состоянии [1]. Однако проводившиеся в гелии эксперименты по изучению влияния микроволнового поля на излучение отрицательного тлеющего свечения показывают, что это не так. На рис. 7.16 показано, как изменяется интенсивность свечения атомарной линии  $\lambda = 3705 \text{ \AA}$  и молекулярной полосы  $\lambda = 4650 \text{ \AA}$  при действии на разряд поля сверхвысокочастотной волны с частотой  $2450 \text{ Мгц}$  [38].

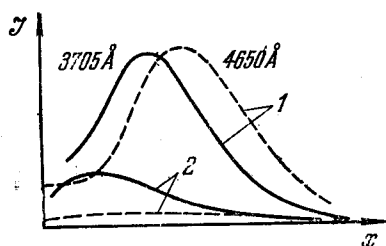


Рис. 7.16. Эффект гашения излучения атомов ( $\lambda = 3705 \text{ \AA}$ ) и молекул ( $\lambda = 4650 \text{ \AA}$ ) гелия под влиянием СВЧ-поля [38].

Кривые 1 получены без облучения отрицательного свечения СВЧ-полем; кривые 2 — при облучении СВЧ-полем;  $p = 5$  мм рт. ст., частота поля  $2450 \text{ Мгц}$ .

Это объясняется тем, что на близких расстояниях от катода большее значение имеет излучение атомов, возбужденных электронным ударом, по сравнению с излучением при рекомбинации.

При понижении давления гелия уменьшается относительная концентрация молекул  $\text{He}_2$  и возрастает количество атомарного гелия. В соответствии с этим изменяется характер излучения.

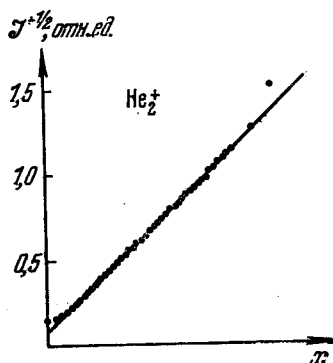


Рис. 7.15. Ход интенсивности свечения молекулярного гелия в зависимости от расстояния от катода [38].

Поле СВЧ-волны вызывает значительное уменьшение интенсивности как атомарного, так и молекулярного излучения, которое объясняется уменьшением коэффициента объемной рекомбинации благодаря нагреванию электронов [39]. Уменьшение интенсивности свечения молекулярного излучения при увеличении СВЧ-мощности показывает, что основную роль играет рекомбинационное излучение. Заметно, что при больших расстояниях от катода гашение свечения атомов происходит в большей степени, чем вблизи катода.

Поле СВЧ-волны вызывает значительное уменьшение интенсивности как атомарного, так и молекулярного излучения, которое объясняется уменьшением коэффициента объемной рекомбинации благодаря нагреванию электронов [39]. Уменьшение интенсивности свечения молекулярного излучения при увеличении СВЧ-мощности показывает, что основную роль играет рекомбинационное излучение. Заметно, что при больших расстояниях от катода гашение свечения атомов происходит в большей степени, чем вблизи катода.

В области отрицательного свечения наблюдаются также дуговые и искровые спектральные линии с высоким потенциалом возбуждения. В гелии при давлении около 1 мм рт. ст. наблюдалось свечение линии He II с  $\lambda = 4686 \text{ \AA}$ , которая имеет потенциал возбуждения 75,3 э [41]. В аргоне также обнаружено излучение, соответствующее высоким уровням возбуждения атомов [1]. Это является доказательством того, что имеется поток быстрых электронов, которые приобрели большую энергию в области катодного падения потенциала и проникли в отрицательное свечение, где поле мало.

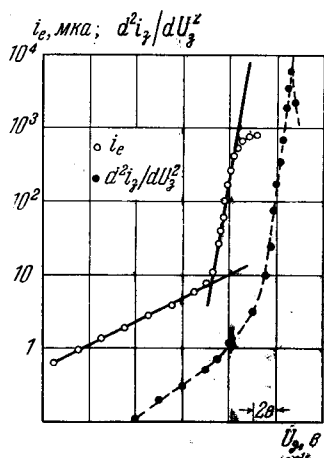


Рис. 7.17. Сопоставление хода характеристики электронного тока  $i_e$  на зонд и второй производной зондового тока  $d^2 i_a / dU_a^2$  в гелии [84].

$p = 1 \text{ мм рт. ст.}, i = 800 \text{ мкА.}$

В фарадеевом темном пространстве интенсивность излучения света мала и обусловлена в основном столкновениями второго рода медленных электронов с метастабильными атомами, диффундирующими сюда из отрицательного свечения [80], а также поглощением резонансного излучения из других частей разряда.

Ценную информацию о процессах в отрицательном свечении дает метод зондов. Его применимость для изучения плазмы при наличии потока быстрых электронов не является строго обоснованной. Эту трудность обходят, используя так называемый экранированный зонд [32] (который позволяет проводить зондовые измерения при наличии направленного потока зарядов), либо располагая зонд на таком удалении от границы отрицательного свечения со стороны катода, где ток быстрых электронов мал и не влияет на зондовую характеристику.

Вид характеристики электронного тока на зонд в полулогарифмическом масштабе показан на рис. 7.17 сплошной линией. Нарушение прямолинейного хода характеристики в области малых токов говорит об отсутствии максвел-

ловского распределения электронов по энергиям в этой части разряда. Зондовую характеристику аппроксимируют двумя прямолинейными участками. Некоторые исследователи интерпретируют такой вид характеристики наличием в отрицательном свечении, кроме направленного потока быстрых электронов, еще двух групп электронов с максвелловским распределением по энергиям в каждой группе, имеющих различное происхождение, среднюю энергию и концентрацию [32, 60, 90, 100].

Остановимся на результатах, полученных в гелии методом экранированного зонда [32].

Быстрые электроны, приходящие из области катодного падения потенциала, обычно называются первичными электронами. Кроме них, присутствуют вторичные электроны с температурой от 3 до 5 эв и «конечные» медленные электроны с температурой нескольких десятых электронвольта (рис. 7.18).

С удалением от края отрицательного свечения, обращенного к катоду, температура как вторичных, так и медленных электронов убывает (рис. 7.18).

Концентрация вторичных электронов имеет величину порядка  $10^7 \text{ см}^{-3}$ , а конечных — порядка  $10^9 \div 10^{10} \text{ см}^{-3}$  (давление гелия 0,58 мм рт. ст., диаметр трубки 2,7 см, разрядный ток 600 мкА).

Более полные сведения о параметрах плазмы отрицательного свечения в гелии вдоль его длины получены в работах Булкина, Орлова, Солнцева и Довженко [84, 89]. Основное внимание уделено группе медленных электронов, концентрация которых в условиях опытов (давление 0,8 ÷ 1,5 мм рт. ст., ток разряда 600 ÷ 1000 мкА, Мо-катод, диаметр трубки 2,7 см)

на два-три порядка превышает концентрацию вторичных электронов. В отличие от [32] измерения выполнены на большом участке отрицательного свечения. Наряду с обычным методом зондов использован метод второй производной тока по напряжению (рис. 7.17 и 7.24), что позволяет избежать некоторого произвола при аппроксимации ионной части зондовой характеристики для введения поправки на ионный ток.

Вид функции распределения электронов на разных расстояниях от начала отрицательного свечения показан на рис. 7.19. Для каждого расстояния ясно виден избыток быстрых электронов по сравнению с максвелловским распределением (штриховая линия), вызванный группой вторичных электронов.

На рис. 7.20 и 7.21 показано распределение эффективной температуры  $T_{\text{эфф}}$  электронов и потенциала пространства  $\phi$  (расстояние отсчитывается от границы отрицательного свечения со стороны катода).  $T_{\text{эфф}}$  соответствует средней энергии, которая определена из функции распределения электронов, полученной методом второй производной зондового тока. Так как концентрация медленных электронов значительно превосходит концентрацию вторичных электронов, то по существу  $T_{\text{эфф}}$  является температурой медленных (конечных) электронов.

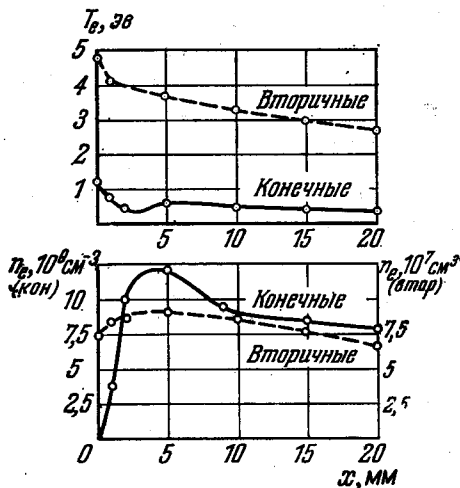


Рис. 7.18. Изменение температуры и концентрации электронов разных групп в отрицательном свечении в гелии вдоль оси разряда [32].

$p = 0,58$  мм рт. ст.,  $i = 600$  мка,  $2R = 27$  мм.

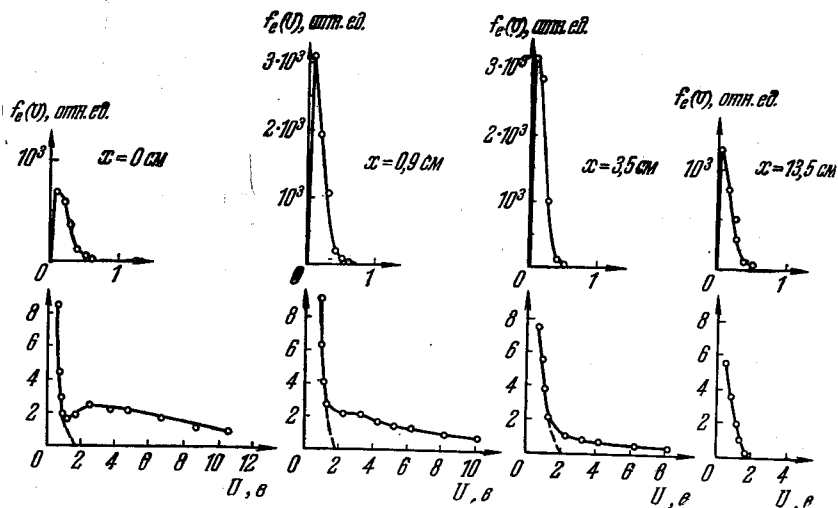


Рис. 7.19. Функция распределения электронов по энергиям при разных расстояниях от границы отрицательного свечения со стороны катода в гелии [84].

Штриховые линии показывают максвелловское распределение;  $p = 1,5$  мм рт. ст.,  $i = 1$  ма.

$T_{\text{эфф}}$  не изменяется вдоль длины отрицательного свечения (за исключением небольшого участка, примыкающего к катодному темному пространству)

нее зависит от тока разряда. Это объясняется тем, что механизм потерь энергии электронами одинаков на разных расстояниях от катода. Небольшое повышение  $T_{\text{эфф}}$  связано с возрастанием электрического поля вблизи катодной границы отрицательного свечения. На рис. 7.22 сопоставлены результаты измерений  $T_{\text{эфф}}$  в гелии, полученные разными авторами. Чем выше давление газа, тем ниже  $T_{\text{эфф}}$ .

Концентрация медленных электронов имеет максимум вблизи катодного темного пространства, вызванный ослаблением пучка электронов по мере

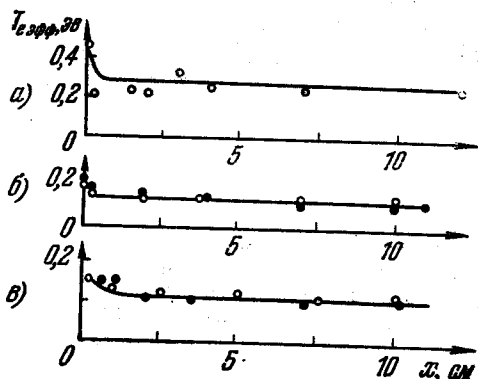


Рис. 7.20. Зависимость эффективной температуры электронов от расстояния от границы отрицательного свечения со стороны катода в гелии [84, 89].

а)  $p = 0,8$  мм рт. ст.,  $i = 600$  мка; б)  $p = 1$  мм рт. ст.,  $i = 600$  мка (светлые кружки) и  $i = 800$  мка (темные кружки); в)  $p = 1,5$  мм рт. ст.,  $i = 600$  мка (светлые кружки) и  $i = 1000$  мка (темные кружки).

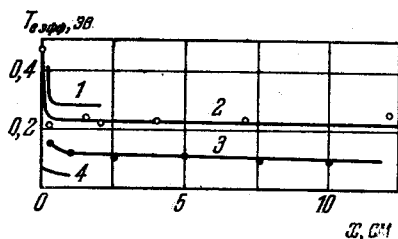


Рис. 7.22. Распределение эффективной температуры электронов в отрицательном свечении в гелии.

1 —  $p = 0,58$  мм рт. ст.,  $i = 600$  мка [32];  
2 —  $p = 0,8$  мм рт. ст.,  $i = 600$  мка [84];  
3 —  $p = 1,5$  мм рт. ст.,  $i = 600$  мка [84];  
4 —  $p = 4$  мм рт. ст.,  $i = 8$  ма [42].

удаления от катодной границы свечения (рис. 7.23); убывание концентрации электронов в направлении к аноду происходит приблизительно по экспоненциальному закону. Большому разрядному току соответствует большая концентрация электронов [84, 89].

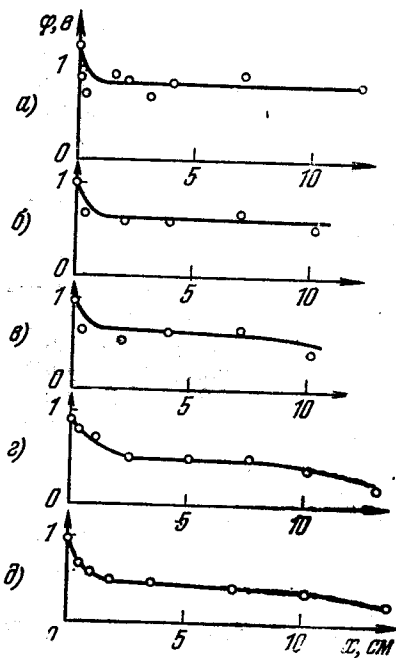


Рис. 7.21. Распределение потенциала в отрицательном свечении в гелии [84].

а)  $p = 0,8$  мм рт. ст.,  $i = 600$  мка; б)  $p = 1$  мм рт. ст.,  $i = 600$  мка; в)  $p = 1$  мм рт. ст.,  $i = 800$  мка; г)  $p = 1,5$  мм рт. ст.,  $i = 600$  мка; д)  $p = 1,5$  мм рт. ст.,  $i = 1000$  мка.

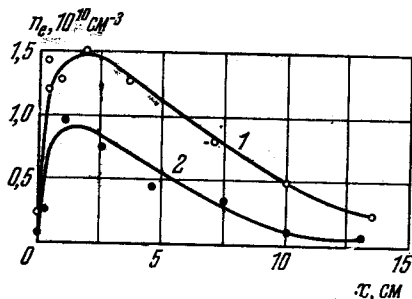


Рис. 7.23. Распределение концентрации медленных электронов в отрицательном свечении в гелии [84, 89].

1 —  $p = 1,5$  мм рт. ст.,  $i = 1000$  мка;  
2 —  $p = 1,5$  мм рт. ст.,  $i = 600$  мка.

Из вида зондовых характеристик (рис. 7.24 и табл. 7.6) следует, что среди электронов имеет место максвелловское распределение по энергиям в диапазоне энергий до  $(5 \div 6) T_{e\text{эфф}}$  \*). Этот результат можно понять, если сопоставить времена релаксации энергии электронов при электрон-электронных  $\tau_{ee}$  и электрон-атомных  $\tau_{eg}$  соударениях или обратные им величины  $1/\tau_{ee} = \nu_{ee}$  и  $1/\tau_{eg} = (2m_e/m_g) \nu_{eg}$  ( $\nu_{ee}$  — частота электрон-электронных,  $\nu_{eg}$  — частота электрон-атомных соударений,  $m_e$  и  $m_g$  — масса электрона и масса атома) [91]. В табл. 7.6 приведено такое сопоставление по данным о  $T_{e\text{эфф}}$  и  $n_e$  из разных работ для разряда в гелии и неоне. Можно сделать вывод, что вследствие малого  $T_{e\text{эфф}}$  и высокой  $n_e$  основную роль в установлении функции распределения играют электрон-электронные взаимодействия [84, 89].

Этим объясняется характерная особенность плазмы отрицательного свечения при  $\lambda_e < 2R$  (диффузионный режим) — максвелловское распределение по энергиям основной массы электронов. Эта группа определяет величину средней энергии электронов, их подвижности и коэффициента диффузии в этой области разряда. Ионизация и возбуждение атомов газа зависят от электронов пучка и малочисленных, но более энергичных, чем конечные, вторичных электронов, являющихся как бы промежуточным звеном в еще недостаточно ясном процессе перехода энергии пучка электронов в энергию хаотического движения электронов плазмы.

Причиной, вызывающей излишек быстрых электронов, является механизм возникновения электронов в этой области под действием потока первичных электронов высокой энергии из катодного темного пространства. Первичные электроны при ионизации атома испытывают малое рассеяние, почти не изменяют направление движения и, потеряв часть своей энергии, продолжают двигаться в направлении к аноду. Вторичные электроны, образующиеся при ионизации газа электронами пучка, имеют почти равную вероятность вылета в разных направлениях {1} и их движение сразу после возникновения имеет хаотический характер. Сталкиваясь с атомами, быстрые электроны из этой группы в свою очередь производят ионизацию и возбуждение атомов и, потеряв энергию, становятся медленными электронами. Так как электрическое поле мало, то и вторичные и медленные электроны движутся главным образом путем диффузии. По мере удаления от катода, благодаря уменьшению

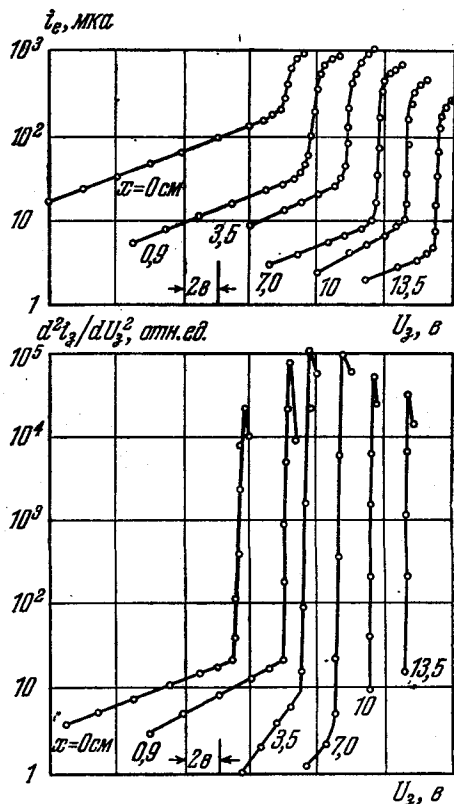


Рис. 7.24. Вид зондовых характеристик  $i_e(U_2)$  и вторых производных  $d^2 i_e / d U_2^2$  при разных расстояниях от границы отрицательного свечения со стороны катода в гелии [84];

$p = 1,5 \text{ мм рт. ст.}, i = 1000 \text{ мкА.}$

\*) Оно немного искажено вторичными электронами и электронами пучка, число которых относительно мало.

Таблица 7.6

Сопоставление роли электрон-электронных и электрон-атомных соударений в плазме отрицательного свечения

Газ, давление, ток	Расстояние от начала свечения $x$ , см	$T_e$ эфф. эв	$n_e$ , см <sup>-3</sup>	$\frac{2m_e}{m_g} v_{eg}$ , сек <sup>-1</sup>	$v_{ee}$ , сек <sup>-1</sup>	$v_{ee} / \left( \frac{2m_e}{m_g} v_{eg} \right)$
Гелий, 0,58 мм рт.ст., 0,6 ма [32]	0,5	0,3	$7,5 \cdot 10^9$	$10^5$	$1,7 \cdot 10^6$	17
	1,0	0,3	$1,0 \cdot 10^{10}$	$10^5$	$2,3 \cdot 10^6$	23
	1,5	0,3	$1,2 \cdot 10^{10}$	$10^5$	$2,7 \cdot 10^6$	27
	2,0	0,3	$1,2 \cdot 10^{10}$	$10^5$	$2,7 \cdot 10^6$	27
Гелий, 0,75 мм рт.ст., 2,2 ма [82]	3,0	0,06	$3,5 \cdot 10^{10}$	$5,5 \cdot 10^4$	$6,5 \cdot 10^7$	1180
	5,0	0,05	$7,0 \cdot 10^{10}$	$5,0 \cdot 10^4$	$1,6 \cdot 10^8$	3200
	10,0	0,05	$3,0 \cdot 10^{10}$	$5,0 \cdot 10^4$	$7,5 \cdot 10^7$	1500
	15,0	0,06	$2,5 \cdot 10^{10}$	$5,5 \cdot 10^4$	$3,1 \cdot 10^7$	560
Гелий, 1,0 мм рт.ст., 0,8 ма [84, 89]	2,0	0,18	$4,1 \cdot 10^9$	$1,3 \cdot 10^5$	$2,0 \cdot 10^6$	16
	4,0	0,17	$3,4 \cdot 10^9$	$1,2 \cdot 10^5$	$1,7 \cdot 10^6$	14
	7,0	0,14	$1,7 \cdot 10^9$	$1,1 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^6$	11
	10,0	0,14	$9,8 \cdot 10^8$	$1,1 \cdot 10^5$	$7,1 \cdot 10^5$	6,5
Гелий, 1,5 мм рт.ст., 1 ма [84, 89]	0,9	0,14	$1,3 \cdot 10^{10}$	$1,6 \cdot 10^5$	$8,2 \cdot 10^6$	51
	3,5	0,10	$1,3 \cdot 10^{10}$	$1,4 \cdot 10^5$	$1,3 \cdot 10^7$	93
	7,0	0,10	$8,0 \cdot 10^9$	$1,4 \cdot 10^5$	$8,1 \cdot 10^6$	56
	10,0	0,10	$5,0 \cdot 10^9$	$1,4 \cdot 10^5$	$4,5 \cdot 10^6$	32
	13,5	0,12	$2,0 \cdot 10^9$	$1,6 \cdot 10^5$	$1,8 \cdot 10^6$	11
Гелий, 4 мм рт.ст., 8 ма [42]	0,5	0,04	$2,0 \cdot 10^{11}$	$2,3 \cdot 10^5$	$5,6 \cdot 10^8$	2400
	0,7	0,04	$6,0 \cdot 10^{11}$	$2,3 \cdot 10^5$	$1,5 \cdot 10^9$	6500
	0,9	0,04	$8,2 \cdot 10^{11}$	$2,3 \cdot 10^5$	$2,0 \cdot 10^9$	8700
	1,1	0,04	$4,0 \cdot 10^{11}$	$2,3 \cdot 10^5$	$1,0 \cdot 10^9$	4400
Неон, 0,2 мм рт.ст., $u = 1600$ е [82]	2,5	0,40	$1,0 \cdot 10^{10}$	$2,0 \cdot 10^3$	$1,5 \cdot 10^8$	750
	5,0	0,40	$3,0 \cdot 10^{10}$	$2,0 \cdot 10^3$	$4,3 \cdot 10^8$	2100
	10,0	0,45	$1,5 \cdot 10^{10}$	$2,1 \cdot 10^3$	$1,8 \cdot 10^8$	850
	15,0	0,50	$1,0 \cdot 10^{10}$	$2,3 \cdot 10^3$	$1,0 \cdot 10^8$	430
Неон, 0,5 мм рт.ст., 1 ма [84, 89]	0,4	0,62	$1,7 \cdot 10^9$	$6,0 \cdot 10^3$	$1,5 \cdot 10^5$	25
	1,7	0,35	$2,2 \cdot 10^9$	$4,4 \cdot 10^3$	$4,4 \cdot 10^5$	100
	3,0	0,42	$2,5 \cdot 10^9$	$5,2 \cdot 10^3$	$2,1 \cdot 10^5$	40
	6,0	0,41	$1,0 \cdot 10^9$	$5,2 \cdot 10^3$	$1,6 \cdot 10^5$	31
	7,5	0,49	$3,8 \cdot 10^8$	$5,6 \cdot 10^3$	$5,0 \cdot 10^4$	9

энергии и плотности тока электронов пучка, число вторичных электронов уменьшается, а их температура спадает, приближаясь к температуре медленных конечных электронов, т. е., по существу, две группы сливаются в одну.

Таким образом, плазма отрицательного свечения образуется путем трансформации энергии направленного потока первичных электронов из области катодного падения потенциала в энергию ионизации и возбуждения атомов газа и хаотического движения электронов плазмы.

Описанная выше интерпретация результатов зондовых измерений как наличие двух групп электронов с максвелловским распределением по энергиям в каждой из них помогает получить общее представление об энергетическом состоянии электронов плазмы отрицательного свечения и его происхождении, однако по ряду причин ее нельзя признать удачной.

1) Если в группе медленных электронов прямолинейный участок охватывает диапазон энергий, значительно превышающий среднюю энергию, полученную из наклона зондовой характеристики, то для вторичных электронов это условие часто не выполнено.

2) Концентрация медленных электронов на несколько порядков величины выше, чем вторичных.

3) Самостоятельное существование в одной области плазмы двух групп электронов с разными температурами представляет собой физический парадокс, так как при этом игнорируется взаимодействие электронов разных групп друг с другом. Даже в тех случаях, когда функция распределения электронов может быть математически представлена как суперпозиция двух максвелловских распределений, такое разделение является чисто условным и может быть использовано только с целью упрощения расчетов характеристик плазмы, зависящих от функции распределения, и качественного объяснения процессов в плазме.

Андерсон [42], используя зондовую методику и по уровню сверхвысокочастотных шумов, излучаемых плазмой, установил, что в гелии при давлениях несколько миллиметров ртутного столба температура медленных электронов является самой низкой по сравнению с другими инертными газами и составляет несколько сотен градусов Кельвина.

Малая средняя энергия электронов является причиной низкого уровня шумов. Это свойство, а также значительная концентрация электронов в отрицательном свечении привели к различным попыткам использовать эту часть разряда в электронных приборах.

Андерсон [59] применял отрицательное свечение в качестве плазменного катода с малым уровнем шумов. Имеются работы по использованию этой области разряда в плазменных усилителях СВЧ-волн [61] и в газоразрядных лазерах [62].

Информацию об энергии электронов пучка можно получить различными методами. Гримли и Эмелеус [41] регистрировали излучение спектральных линий, соответствующих высоким уровням возбуждения атомов или ионов. Хейзен [85] и Чаудри [31] применили электростатический анализатор, позволивший обнаружить присутствие быстрых электронов пучка с энергией порядка  $e_0 U_k$  при низких давлениях газа (рис. 7.25). Вулсей с сотрудниками [86] использовали короткую магнитную линзу для анализа энергии электронов пучка в гелии. Они установили наличие в пучке электронов с энергией, близкой к  $e_0 U_k$  даже при относительно высоких давлениях  $0,5 \div 3,0$  мм рт. ст. При этом монохроматичность пучка тем меньше, чем выше давление газа.

Информация о количестве быстрых электронов и их энергии на разных расстояниях от начала отрицательного свечения особенно важна с точки зрения экспериментальной проверки теории Вильгельма и Кинда для этой части разряда (см. § 45).

На основании изложенных выше результатов изучения отрицательного свечения различными методами можно сделать заключение об общем виде функции распределения электронов по энергиям в этой области разряда,

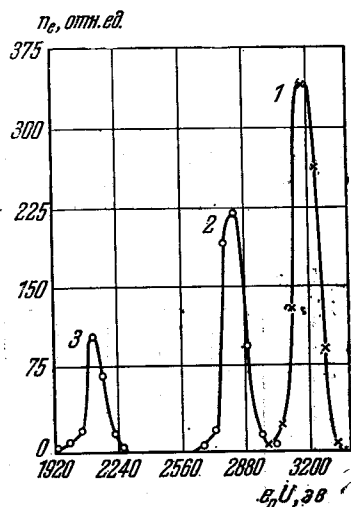


Рис. 7.25. Энергетический спектр электронов в тлеющем разряде в воздухе при низком давлении [31].

1 —  $U = 3125$  и  $3150$  в,  $i = 0,90$  и  $0,88$  ма; 2 —  $U = 2750$  и  $2800$  в,  $i = 0,70$  и  $0,68$  ма; 3 —  $U = 2075$  и  $2050$  в,  $i = 0,35$  и  $0,34$  ма.

который схематически представлен на рис. 7.26. Широкий максимум при низких энергиях соответствует медленным (конечным) электронам. Ближе к нему расположен максимум, вызванный вторичными электронами. При энергиях, близких к  $e_0 U_K$ , существует максимум функции распределения, обусловленный электронами пучка. При увеличении давления газа этот максимум расширяется, одновременно происходит деформация функции распределения в области низких энергий.

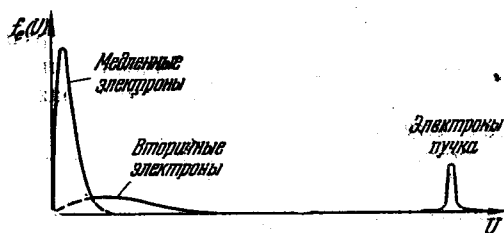


Рис. 7.26. Общий вид распределения по энергиям электронов в отрицательном свечении тлеющего разряда.

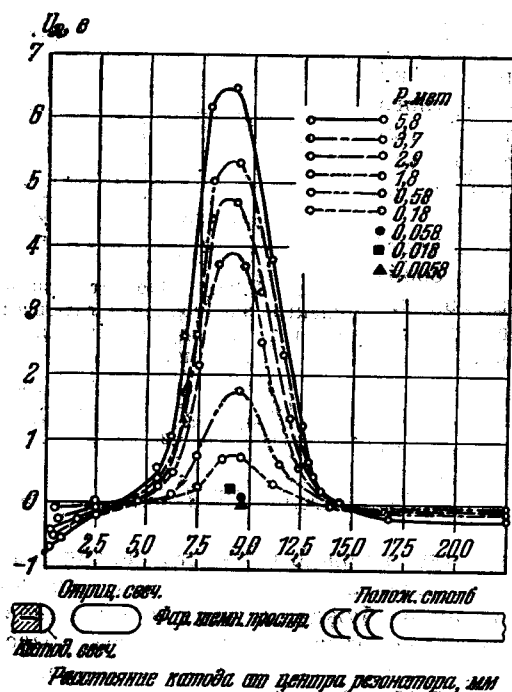


Рис. 7.27. Влияние СВЧ-сигнала разной мощности на различные части тлеющего разряда в водороде [43].

Сопротивление нагрузки  $R = 220 \text{ Ом}$ ;  
 $p = 3,1 \text{ мм рт. ст.}$ ;  
 $i = 0,5 \text{ мкА}$ , частота поля  $2750 \text{ МГц}$ .

ются наиболее чувствительными по отношению к внешнему воздействию на тлеющий разряд. При облучении различных частей тлеющего разряда СВЧ-полем наибольшее изменение анодного тока получается для фарадеева темного пространства и примыкающей к нему части отрицательного свечения (рис. 7.27) [43].

Количественное рассмотрение распределения электронов по энергиям в отрицательном свечении пока не представляется возможным, так как недостаточно изучены процессы, сопровождающие превращение энергии электронного пучка в энергию хаотического движения электронов плазмы. При низких давлениях газа, по-видимому, существенную роль в диссипации энергии пучка играют колебания, возникающие при взаимодействии пучок — плазма. Гусева, Клярфельд и Власов [92] изучали изменение плотности тока на зонд в отрицательном свечении по мере удаления анода от катода. При малой ширине свечения плотность тока на зонд максимальна в середине отрицательного свечения и симметрично спадает к аноду и катоду. При больших расстояниях симметричность нарушается, и максимум плотности тока (и концентрации электронов) расположен ближе к началу отрицательного свечения. Этот эффект объясняется, во-первых, уменьшением из-за ослабления пучка ионизации газа пучком электронов из катодного темного пространства, во-вторых, возрастанием влияния стенок вследствие радиальной диффузии электронов.

Отрицательное свечение и фарадеево темное пространство представляют собой области разряда, в которых энергия электронов мала и низкая напряженность электрического поля. Поэтому они явля-

При постепенном увеличении мощности СВЧ-колебаний  $P$ , действующей на отрицательное свечение и фарадеево пространство, Лобов и Еремеев наблюдали сначала уменьшение интенсивности свечения газа, вызываемое уменьшением вероятности рекомбинации медленных электронов при возрастании их энергии. Дальнейшее повышение мощности СВЧ-колебаний вызывает возрастание интенсивности свечения, обусловленное увеличением вероятности возбуждения атомов газа электронным ударом, а также, возможно, увеличением концентрации электронов благодаря усилению ионизации газа. Этот эффект показан на рис. 7.28, где представлено относительное изменение величины импульса тока на выходе фотоэлектронного умножителя, регистрирующего излучение, в зависимости от падающей на разряд СВЧ-мощности (кривая 1) [44]. Кривая 2 на том же рисунке представляет относительное приращение напряжения на сопротивлении, включенном в анодную цепь, и является характеристикой газоразрядной трубки с тлеющим разрядом, используемой в качестве детектора электромагнитных колебаний (см. также [46—49]). Основным преимуществом газоразрядного детектора по сравнению с кристаллическими детекторами является то, что он не боится перегрузки и способен пропустить большие токи при мощных сигналах, восстанавливая после этого свои первоначальные свойства. К сожалению, его чувствительность в настоящее время не превышает  $10^{-6}$  *вт* (в режиме смесителя  $10^{-9}$  *вт* [50]), что на несколько порядков величины хуже, чем у кристаллического детектора.

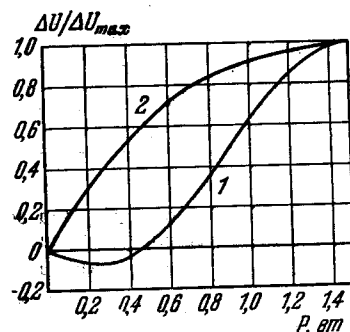


Рис. 7.28. Относительное изменение сигнала на выходе фотоэлектронного умножителя (кривая 1) и напряжения на нагрузочном сопротивлении в цепи газоразрядного детектора (кривая 2) при увеличении мощности СВЧ-колебаний [44].

Изменение тока тлеющего разряда при действии энергии СВЧ-колебаний на какую-либо из его частей является интегральной характеристикой всего разряда в целом и поэтому не дает возможности судить об ее влиянии на локальные параметры ионизованного газа в месте облучения. Интенсивность излучения атомов хотя и представляет локальную характеристику, но ее связь с параметрами ионизованного газа является сложной, поэтому трудно с ее помощью получить сведения о влиянии СВЧ-поля на процессы в разряде.

Представляет интерес непосредственное получение характеристик плазмы отрицательного свечения и фарадеева пространства, облучаемой СВЧ-полем, таких, как средняя энергия электронов, функция распределения их по энергиям, концентрация и др. Ниже приведены результаты зондовых измерений, полученные Орловым, Солнцевым, Булкиным и Герасимовым при облучении разряда в трубке, помещенной в волновод перпендикулярно его широкой стенке, СВЧ-полем с частотой 2400 *Мгц* с мощностью СВЧ-колебаний до  $20 \div 25$  *вт* [63, 83, 84, 97].

Измерения проводились в гелии ( $p = 0,8 \div 1,5$  *мм рт. ст.*,  $i = 600 \div 1000$  *мкА*), неоне и аргоне в аномальном или плотном тлеющем разряде (см. § 46). Были использованы как обычный метод характеристик электронного тока на зонд, так и метод второй производной  $d^2 i_s / d U_s^2$ , разработанный Каганом с сотрудниками [VI.71, VI.72], [64, 65].

При облучении СВЧ-волной часть энергии поступает в плазму от источника СВЧ-колебаний. По мере увеличения мощности СВЧ-колебаний уменьшается роль пучка электронов из катодного темного пространства в создании и поддержании плазмы отрицательного свечения. Изменяются условия

энергетического обмена электронов плазмы и, следовательно, вид функции распределения их по энергиям.

Возрастание СВЧ-поля, нагревающего электроны, вызывает увеличение их средней энергии, и поэтому меньше сказывается вклад в функцию распределения вторичных электронов (число которых не меняется, так как энергия

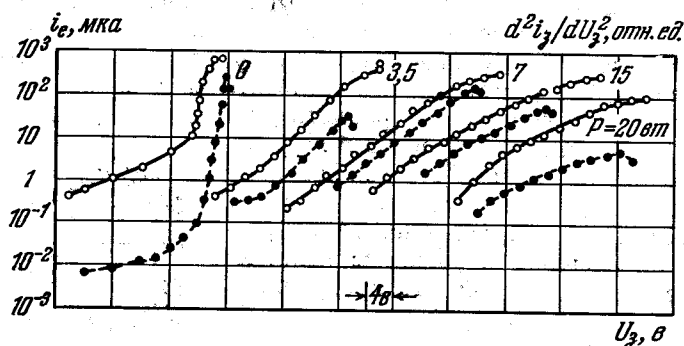


Рис. 7.29. Вид зондовых характеристик электронного тока в гелии (светлые кружки) и второй производной  $d^2 i_e / d U_e^2$  (темные кружки) при различных уровнях СВЧ-мощности [63, 83, 84].

Частота поля 2400 Мгц,  $p = 1$  мм рт.ст.,  $i = 800$  мка.

пучка, вызвавшего их появление, не зависит от СВЧ-поля). При этом функция распределения деформируется и еще больше приближается к максвелловской. С дальнейшим увеличением мощности СВЧ-колебаний средняя энергия электронов продолжает возрастать, но относительное число быстрых электронов уже оказывается меньшим по сравнению с максвелловским распределением (рис. 7.29) благодаря росту числа неупругих столкновений электронов с атомами.

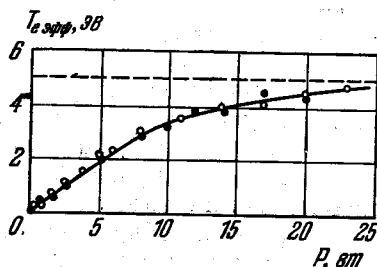


Рис. 7.30. Зависимость эффективной температуры электронов от мощности СВЧ-колебаний [83, 84].

Частота 2400 Мгц,  $p = 1,5$  мм рт.ст.,  $i = 800$  мка (светлые кружки),  $i = 1000$  мка (темные кружки). Штриховая линия — температура электронов в положительном столбе по теории Шоттки.

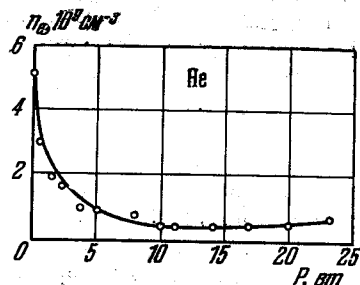


Рис. 7.31. Изменение концентрации электронов в зависимости от мощности СВЧ-колебаний [83, 84].

Частота поля 2400 Мгц,  $p = 1,5$  мм рт.ст.,  $i = 800$  мка.

При изменении уровня мощности СВЧ-колебаний в значительной степени меняется как средняя энергия электронов (в 30 ÷ 40 раз в гелии), так и относительное число быстрых электронов, что дает возможность в широком диапазоне менять условия возбуждения и ионизации атомов в плазме.

На рис. 7.30 и 7.31 представлена зависимость эффективной температуры  $T_{e,eff}$  и концентрации электронов  $n_e$  от СВЧ-мощности. Возрастание мощ-

ности СВЧ-колебаний приводит к увеличению  $T_{\text{эфф}}$  благодаря нагреванию СВЧ-полем электронов плазмы; при этом рост  $T_{\text{эфф}}$  не зависит от величины разрядного тока. Концентрация электронов  $n_e$  сначала резко падает, а затем остается почти неизменной или слегка возрастает. При малой мощности СВЧ-колебаний нагревание электронов приводит к увеличению скорости диффузии их, тогда как основным источником ионизации газа остается пучок электронов из катодного темного пространства, на который не влияет поле СВЧ. Это вызывает резкий спад  $n_e$  с ростом  $P$ . При значительных  $P$  увеличение диффузионных потерь электронов на стенках частично или полностью компенсируется приростом электронов за счет ионизации газа СВЧ-полем.

Рассмотрим более подробно баланс электронов [84, 97].

Для цилиндрической трубки уравнение баланса электронов можно записать по аналогии с уравнением (45.8)\*):

$$\underbrace{D_{\text{ам}} \frac{\partial^2 n_e}{\partial x^2}}_{\text{I}} + \underbrace{D_{\text{ам}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial n_e}{\partial r} \right)}_{\text{II}} + \underbrace{z_i n_e + \frac{j_{\text{ес}}(0)}{e_0 \lambda_{ei}} \exp \left( -\frac{x}{\lambda_{ei}} \right) \cdot J \left( \frac{2,405}{R} r \right)}_{\text{IV}} = 0, \quad (44.6)$$

где  $R$  — радиус трубки,  $D_{\text{ам}}$  — коэффициент амбиполярной диффузии,  $z_i$  — средняя частота ионизации электронным ударом,  $\lambda_{ei}$  — средняя длина пробега электрона между двумя ионизующими соударениями,  $j_{\text{ес}}(0)$  — ток пучка электронов при  $x = r = 0$ .

Первые два слагаемых соответствуют диффузии электронов вдоль оси трубки и к ее стенкам, третье — возникновению электронов при прямой ионизации атомов электронами плазмы, четвертое — образованию электронов благодаря ионизации газа электронами пучка. Используя экспериментальные значения  $T_{\text{эфф}}$ ,  $n_e$ , энергии пучка, можно оценить относительную роль различных процессов и наглядно представить изменение этой роли при повышении мощности СВЧ-колебаний, действующих на плазму отрицательного свечения [84, 97].

На рис. 7.32 показаны результаты такого расчета для гелия, при токах разряда 1000 и 600 мкА, где представлено относительное число электронов, появляющихся или исчезающих в  $1 \text{ см}^3$  за  $1 \text{ сек}$  при определенной СВЧ-мощности под влиянием различных факторов, описываемых членами I—IV уравнения (44.6) [84, 97].

Исчезновение электронов происходит при всех мощностях только путем их диффузии и рекомбинации на стенках трубки.

Роль процессов, приводящих к возрастанию  $n_e$ , различна при разных мощностях СВЧ-колебаний.

При  $P = 0$  увеличение  $n_e$  обусловлено почти исключительно ионизацией газа пучком электронов (IV). Приток электронов вследствие диффузии вдоль оси трубки (I) из области с более высокой концентрацией мал и составляет

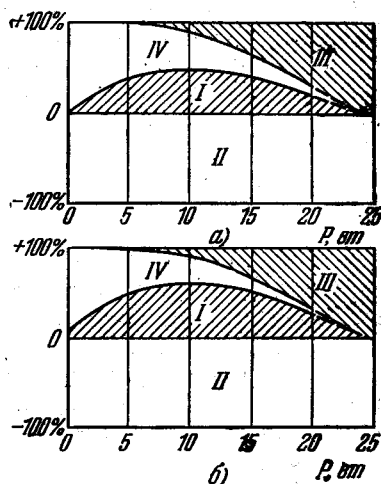


Рис. 7.32. Относительное число электронов (в процентах), появляющихся (+) и исчезающих (—) в  $1 \text{ см}^3$  за  $1 \text{ сек}$  под действием различных процессов [84, 97]. Области I—IV соответствуют членам I—IV уравнения (44.6).

$p = 1 \text{ мм рт. ст.}$ ,  $2R = 2,8 \text{ см}$ ,  $i = 1000 \text{ мкА}$  (а) и  $600 \text{ мкА}$  (б).

\*) Объемной рекомбинацией можно пренебречь благодаря невысоким концентрациям электронов в этих экспериментах.

несколько процентов. При  $P = 5$  ат благодаря повышению  $T_{\text{эфф}}$  и скорости диффузии возрастает убыль электронов путем диффузии к стенкам, что приводит к повышению градиента  $n_e$  на границе невозмущенной и возмущенной СВЧ-полем областей отрицательного свечения. Повышение градиента  $n_e$  вызывает увеличение притока электронов вследствие диффузии в аксиальном направлении (I), и область I на рис. 7.32, а составляет около 40%. При  $P = 10$  ат начинает сказываться ионизация газа электронами, нагретыми СВЧ-полем (III), однако вклад ее еще мал по сравнению с ионизацией пучком электронов (IV) и притоком электронов благодаря диффузии в осевом направлении (I). Когда мощность СВЧ-колебаний возрастает до 15 ат, образование электронов при ионизации газа нагретыми полем электронами (III) достигает около 40%, столько же приблизительно дает аксиальная диффузия (I) и лишь около 20% электронов получается за счет ионизации пучком (IV).

При  $P \geq 20$  ат основная роль в генерации электронов принадлежит ионизации газа электронами-плазмой, нагретыми СВЧ-полем (III), а доли пучка (IV) и продольной диффузии (I) становятся незначительными. По существу имеем плазму СВЧ-разряда, аналогичную положительному столбу разряда постоянного тока (эта аналогия справедлива при относительно низкой  $n_e$ , для которой не проявляется скин-эффект, и условиях, когда функция распределения в постоянном и СВЧ-полях не сильно отличаются друг от друга). Эффективная температура  $T_{\text{эфф}}$  приближается к температуре электронов, численной для данных условий по теории Шоттки положительного столба (штриховая линия на рис. 7.30).

Для разрядного тока 600 мка (рис. 7.32, б) имеем диаграмму, аналогичную рис. 7.32, а, однако роль пучка электронов оказывается менее значительной (область IV более узкая).

#### § 45. Элементы теории отрицательного свечения и фарадеева темного пространства

В настоящее время не существует теории отрицательного свечения и фарадеева темного пространства, которая давала бы возможность проводить полный расчет параметров плазмы в этих частях разряда. Теория, предложенная Вейцелем, Ромпе и Шёном [23, 24], а также Шерцером [22] носит слишком общий характер, и сопоставление ее результатов с экспериментальными данными пока отсутствует. Упрощенный вариант этой теории, открывающий возможность сравнения с экспериментом, дали Вильгельм и Кинд [57].

Рассматривается модель разряда диаметром  $2R$  между двумя параллельными плоскостями; ось  $Oy$  направлена перпендикулярно плоскостям, ось  $Ox$  совпадает с направлением: катод — анод.

Полный ток  $j$  в отрицательном свечении состоит из тока  $j_{\text{э}}$  быстрых электронов, влетающих из катодного темного пространства, тока электронов  $j_e$  и ионов  $j_p$  плазмы:

$$j = j_{\text{э}} + j_e + j_p. \quad (45.1)$$

$j_e$  и  $j_p$  включают в себя ток диффузии и ток проводимости:

$$j_e = e_0 n_e b_e E + e_0 D_e \nabla n_e, \quad (45.2)$$

$$j_p = e_0 n_p b_p E - e_0 D_p \nabla n_p. \quad (45.3)$$

Так как концентрация электронов, приходящих из катодного пространства, мала, то плазму отрицательного свечения можно считать квазинейтральной, т. е.

$$n_e \approx n_p = n. \quad (45.4)$$

Пренебрегая потерями электронов при объемной рекомбинации, что справедливо при невысоких плотностях зарядов, получаем

$$\operatorname{div} j_e = -\operatorname{div} j_p = \alpha j_{esx}(x) - e_0 z_i n. \quad (45.5)$$

Здесь  $j_{esx}$  — аксиальная составляющая тока пучка электронов;  $\alpha$  — коэффициент ионизации газа электронами,  $z_i$  — среднее число ионизаций, производимых электроном за единицу времени (частота ионизации).

Уход зарядов осуществляется путем диффузии и дрейфа в электрическом поле, а возникновение их — путем непосредственной ионизации атомов газа электронами пучка из катодного темного пространства ( $\alpha j_{esx}$ ) и ионизации газа быстрыми электронами плазмы ( $e_0 z_i n$ ).

Сумма токов на стенки равна нулю (условие стационарности):

$$j_{ey}(y) + j_{ey} + j_{py} = 0. \quad (45.6)$$

Авторы предполагают (без каких-либо доказательств) следующий вид для продольной составляющей тока пучка электронов в отрицательном свечении:

$$j_{esx}(x) = j_{es}(0) \exp\left(-\frac{x}{\lambda_{ei}}\right) \cos \frac{\pi}{2R} y \quad (45.7)$$

(косинусоидальное поперечное распределение). Здесь  $\lambda_{ei}$  — средняя длина пробега электрона пучка между двумя ионизующими столкновениями с атомами газа (принимается во внимание ослабление потока электронов только из-за производимой ими ионизации газа);  $j_{es}(0)$  — ток пучка электронов при  $y = x = 0$  в средней области разряда на границе отрицательного свечения со стороны катода.

Используя исходные уравнения (45.1) — (45.7), получаем в окончательном виде уравнение

$$\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial y^2} + \frac{z_i}{D_{am}} n = \frac{j_{es}(0)}{e_0 \lambda_{ei} D_{am}} \exp\left(-x/\lambda_{ei}\right) \cos \frac{\pi}{2R} y, \quad (45.8)$$

( $D_{am}$  — коэффициент амбиполярной диффузии), которое решается методом разделения переменных при граничных условиях

$$n(x, \pm R) = 0, \quad n(0, y) = n_0 \cos \frac{\pi}{2R} y, \quad n(l_g, y) = n_{lg} \cos \frac{\pi}{2R} y$$

( $l_g$  — длина отрицательного свечения).

Решение дает распределение концентрации зарядов, напряженности поля, пространственного заряда и плотностей электронного и ионного токов в отрицательном свечении.

Распределение концентрации электронов вдоль разряда в отрицательном свечении зависит от соотношения между  $R$ ,  $z_i$  и  $D_{am}$ .

Если  $z_i/D_{am} < (\pi/2R)^2$ , то

$$n = A^* \cos \frac{\pi}{2R} y [\exp(-\xi x) + C_1 \operatorname{sh} kx + C_2 \operatorname{ch} kx], \quad (45.9)$$

$$A^* = \frac{\xi \cdot j_{es}(0)}{e_0 D_{am} (\xi^2 - k^2)}, \quad \xi = \frac{1}{\lambda_{ei}}, \quad k^2 = \left(\frac{\pi}{2R}\right)^2 - \frac{z_i}{D_{am}},$$

$$C_1 = \left(1 - \frac{n_0}{A^*}\right) \operatorname{cth} k l_g + \frac{n_{lg} - A^* \exp(-\xi l_g)}{A^* \operatorname{sh} k l_g}, \quad C_2 = \frac{n_0}{A^*} - 1.$$

Если  $z_i/D_{am} = (\pi/2R)^2$ , то

$$n = A^* \cos \frac{\pi}{2R} y [\exp(-\xi x) + C_1 x + C_2], \quad (45.10)$$

$$A^* = \frac{j_{es}(0)}{e_0 D_{am} \xi}, \quad C_1 = \left(1 - \frac{n_0}{A^*}\right) \frac{1}{l_g} + \frac{n_{lg} - A^* \exp(-\xi l_g)}{A^* l_g}, \quad C_2 = \frac{n_0}{A^*} - 1.$$

Если  $z_i/D_{am} > (\pi/2R)^2$ , то

$$n = A^* \cos \frac{\pi}{2R} y [\exp(-\xi x) + C_1 \sin mx + C_2 \cos mx], \quad (45.11)$$

$$A^* = \frac{j_{es}(0)}{e_0 D_{am} (\xi^2 + m^2)}, \quad m^2 = \frac{z_i}{D_{am}} - \left( \frac{\pi}{2R} \right)^2,$$

$$C_1 = \left( 1 - \frac{n_0}{A^*} \right) \operatorname{ctg} ml_g + \frac{n_{lg} - A^* \exp(-\xi l_g)}{A^* \sin ml_g}, \quad C_2 = \frac{n_0}{A^*} - 1.$$

Сопоставление с экспериментом результатов расчета характеристик плазмы в отрицательном свечении даже при такой упрощенной модели вызывает трудности в связи с необходимостью вычисления  $z_i$ ,  $\lambda_{ei}$ ,  $b_e$ ,  $b_p$ ,  $D_{am}$  и  $j_{es}(0)$ . Для расчета некоторых из них необходимо использовать функцию распределения электронов по энергиям, которая в этой области разряда отличается от максвелловской избытком быстрых электронов (а представление функции распределения как суперпозиции двух максвелловских функций с разными температурами нельзя считать обоснованным). Имеется также известный произвол в оценке  $j_{es}(0)$  и энергии электронов пучка. Кроме того, эксперимент обычно проводится в круглой трубке, а задача решена для плоского случая \*). Несмотря на это, сравнение экспериментального и теоретического распределения концентрации электронов и потенциала по оси разряда, выполненное авторами для разряда в гелии при давлении 0,5 мм рт. ст. и токе 1 ма, показывает удовлетворительное согласие.

Более корректное сопоставление опытных и теоретических данных возможно лишь при использовании экспериментально определенной функции распределения электронов в достаточно широком диапазоне энергий и последующего расчета необходимых параметров [84].

Теория фарадеева темного пространства должна учитывать особенности этой части разряда такие, как отсутствие направленного потока электронов, пересекающего плазму и вызывающего ионизацию газа, и основная роль диффузии электронов из области, где происходит ионизация газа (отрицательное свечение) вдоль оси трубки и к стенкам. Диффузионная теория при аналогичных условиях была разработана Клярфельдом [88, 93], Недоспасовым [67], а также Эмелеусом и Эккером [33]. Так как условия в фарадеевом темном пространстве тлеющего разряда схожи с условиями в катодных частях дугового разряда, то подробно эта теория будет рассмотрена в гл. IX этой книги.

Данные о зависимости длины фарадеева пространства от тока, а также распределение электронов по радиусу трубки получены Кашниковым и Айзенцовым [87].

## § 46. Разновидности тлеющего разряда

В основе существовавшей до настоящего времени терминологии тлеющего разряда лежит характер вольт-амперной характеристики при определенном давлении газа и расстоянии между электродами: нормальный, аномальный, высоковольтный [52], затрудненный [VI.50] разряды. Так как элементарные процессы и вид разряда существенным образом зависят также от длины свободного пробега зарядов (следовательно, давления газа  $p$ ) и межэлектродного расстояния  $l$ , то представляется целесообразным в основу классификации положить характер изменения тока  $i$  как от напряжения  $U$ , так и от произведения  $pl$ . Условия существования определенной разновидности разряда удобно представить в виде трехмерной диаграммы  $i - U - pl$ .

Новая классификация тлеющих разрядов предложена Клярфельдом, Гусевой и Покровской-Соболевой [15, 53]. Они провели обширное экспериментальное исследование условий существования тлеющего разряда низкого

\*) Решение для цилиндрической трубки дано в [84].

давления в водороде, азоте, неоне и аргоне в диапазоне токов  $10^{-9} \div 10$  а ( $j < 0,1$  а/см<sup>2</sup>) и напряжений горения  $0,2 \div 30$  кв. Кроме плоских катодов, были также использованы катоды чашеобразной и цилиндрической формы, с помощью которых в тех же газах был получен тлеющий разряд с плотностью тока до  $50$  а/см<sup>2</sup> [54].

Авторы новой классификации тлеющих разрядов считают, что общим свойством этих разрядов является эмиссия с катода под действием  $\gamma$ -процессов. Таким образом, темный или таунсендовский разряд при токах  $10^{-5} \div 10^{-9}$  а также может быть отнесен к разновидности тлеющего разряда.

Результаты экспериментов для разряда в неоне с медными электродами диаметром 93 мм представлены на рис. 7.33. Аналогичный вид имеют кривые

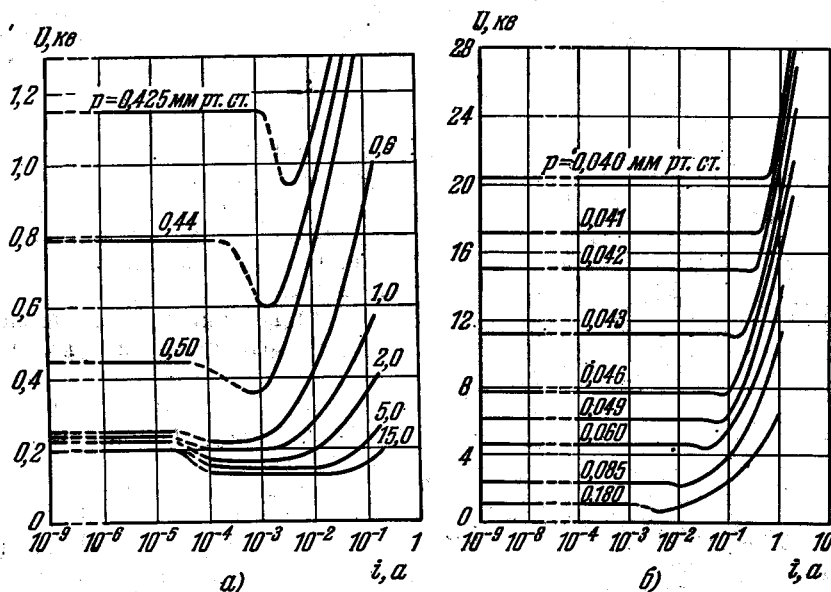


Рис. 7.33. Вольтамперные характеристики тлеющего разряда в неоне с медными электродами при различных давлениях [15, 53].

а) Для напряжений горения до 1 кв и  $l = 16$  мм; б) для напряжений горения до 28 кв и  $l = 40$  мм.

для разряда в водороде, азоте и аргоне. При измерениях были предусмотрены специальные меры для ослабления влияния тепловых эффектов при больших плотностях тока.

Различные участки вольтамперных характеристик соответствуют области существования таунсендовского, а также нормального и аномального тлеющих разрядов. При переходе к малым  $pl$  участок нормального разряда постепенно исчезает и остаются только горизонтальная и резко возрастающая части характеристики (рис. 7.33, б).

На рис. 7.34 показана типовая трехмерная диаграмма, позволяющая наглядно представить изменение вольтамперных характеристик при разных  $pl$ . Различные участки поверхности I, II III соответствуют условиям существования трех основных разновидностей тлеющего разряда в системе координат  $i - U - p$  при фиксированном  $l$ : простейшего, плотного и нормального.

1. Простейший тлеющий разряд (рис. 7.34, область I и рис. 7.35, а). Этот вид разряда обладает следующими свойствами:

1) Отсутствует объемный заряд во всем разрядном промежутке, и напряженность электрического поля одинакова в любой точке пространства между плоскими электродами.

2) Напряжение горения разряда не зависит от изменения плотности тока в широком интервале от значений, меньших  $10^{-11}$  а/см<sup>2</sup>, до  $10^{-5} \div 10^{-3}$  а/см<sup>2</sup> (в зависимости от рода газа и его давления). Ступенчатые процессы возбуждения и ионизации газа практически не имеют места при столь малых токах. Напряжение горения разряда равно напряжению его зажигания и зависит от  $pl$  в соответствии с кривой Пашена.

3) При любых плотностях тока разряд заполняет все сечение межэлектродного промежутка.

Название «простейший» разряд объясняется отсутствием объемных зарядов и ступенчатых процессов, которые обычно приводят к многообразию явлений в разряде. Свечение газа в простейшем разряде представляет собой первое катодное свечение (рис. 7.35, а). При малых  $pl$  простейший разряд идентичен таунсендовскому разряду, при больших  $pl$  — высоковольтному разряду. В первом случае интенсивность свечения газа падает от катода к аноду, а во втором — возрастает.

2. Плотный тлеющий разряд (рис. 7.34, область II и рис. 7.35, б). характеризуется следующими свойствами:

1) Напряжение горения разряда возрастает с увеличением силы тока.

2) При постоянной силе тока напряжение горения уменьшается с ростом  $pl$ .

3) Разряд заполняет все сечение разрядного промежутка.

4) За пределами области катодного падения имеется плазма, резко ограниченная со стороны катода и представляющая собою отрицательное свечение \*).

В области катодного падения потенциала присутствует значительный объемный заряд, существенно искажающий электрическое

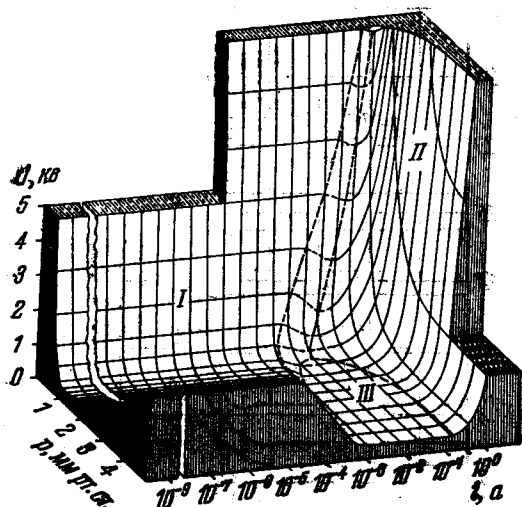


Рис. 7.34. Разновидности тлеющего разряда в системе координат  $(U, I, p)$  при  $l = \text{const}$  [15, 53].

I — простейший тлеющий разряд; II — плотный тлеющий разряд, III — нормальный тлеющий разряд. Параметры на осях координат указаны ориентировочно. Расстояние между электродами несколько сантиметров, поверхность электродов порядка 100 см<sup>2</sup>.

поле в разрядном промежутке. Напряжение горения разряда ниже напряжения зажигания.

Плотный тлеющий разряд заменяет ранее применявшиеся термины высоковольтный разряд (для  $pl < pl_{\min}$ ) и аномальный разряд (для  $pl > pl_{\min}$ ).

При низких давлениях газа переход простейшего разряда в плотный разряд происходит непосредственно в результате накопления объемного заряда с ростом тока, благодаря которому электрическое поле в прикатодной области становится неоднородным (рис. 7.4). При высоких давлениях с увеличением тока простейший разряд, стягиваясь в поперечном направлении, сначала переходит в нормальный тлеющий разряд (см. ниже), который с ростом тока постепенно расширяется и после заполнения всей площади катода переходит в плотный разряд.

\*) Если расстояние между катодом и анодом достаточно велико, то, кроме отрицательного свечения, существуют также фарадеево темное пространство и положительный столб.

Свечение газа в плотном тлеющем разряде имеет слоистую структуру. Оно состоит (рис. 7.35, б) из первого катодного свечения и отрицательного свечения.

3. Нормальный тлеющий разряд (рис. 7.34, область III и рис. 7.35, в). Этот вид разряда (как и в прежней классификации) характеризуется постоянством катодного падения потенциала при изменении силы тока и значений  $pl$ . Сопоставим свойства нормального разряда со свойствами простейшего и плотного разрядов.

1) Если напряжение горения нормального разряда почти не зависит от  $pl$ , то напряжение горения простейшего и плотного разрядов значительно меняется при изменении  $pl$ .

2) При увеличении силы тока нормального разряда плотность тока на катоде сохраняется постоянной. В простейшем и в плотном разрядах она возрастает пропорционально току, так как разряды полностью занимают всю поверхность катода.

3) Отрицательное тлеющее свечение в нормальном разряде занимает только часть поперечного сечения промежутка. В плотном разряде отрицательное свечение заполняет все сечение промежутка, а в простейшем разряде оно вообще отсутствует.

Предложенная Клярфельдом с сотрудниками [15, 53] классификация имеет ряд преимуществ по сравнению с ранее существовавшей. Вместо аномального, затрудненного, высоковольтного, темного или таунсендовского разрядов вводятся всего два: простейший и плотный. Остается название наиболее полно изученного типа разряда — нормального тлеющего разряда.

Возможно, что целесообразно в дальнейшем дополнить описанную выше классификацию в сторону больших  $pl$  и  $i$ , а также разрядов при высокочастотных полях при таких условиях, когда  $\gamma$ -процессы на электроде играют существенную роль [56]. Кроме того, специфический вид тлеющего разряда представляют разряды с полым катодом.

Если катод представляет собой две параллельные пластины, а анод вынесен в сторону, то по мере сближения пластин друг с другом, начиная с некоторого расстояния, наступает резкое возрастание тока. Оно достигает иногда нескольких порядков величины, в то время, как напряжение на электродах остается почти постоянным. Увеличение тока сопровождается значительным ростом интенсивности свечения газа, появлением искровых линий, лежащих в ультрафиолетовой части спектра (поэтому полые катоды часто применяются в качестве спектрального источника в оптике). Резкий рост тока возникает при таком расстоянии между пластинами катода, когда отрица-

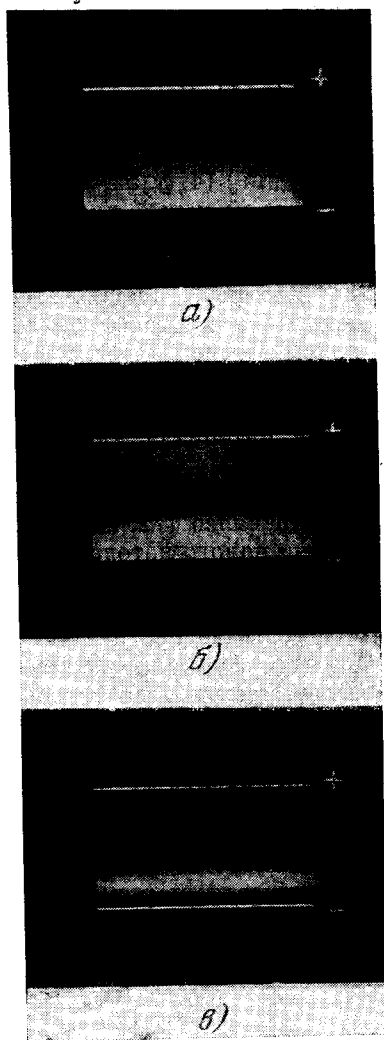


Рис. 7.35. Фотографии тлеющего разряда в неоне при  $l = 40$  мм [15, 53].

- а) Простейший разряд,  $U = 2$  кэ,  $i = 3 \cdot 10^{-3}$  а,  $p = 0,09$  мм рт. ст.;  
 б) плотный разряд,  $U = 6$  кэ,  $i = 1 \cdot 10^{-1}$  а,  $p = 0,09$  мм рт. ст.,  
 в) нормальный разряд,  $U = 0,22$  кэ,  $i = 1 \cdot 10^{-3}$  а,  $p = 2$  мм рт. ст.

тельное свечение от одной из пластин катода сливается с отрицательным свечением от другой пластины. При этом имеет место интенсивное взаимодействие потоков зарядов в катодных частях у каждой из пластин катода. Такой разряд получил название разряда с полым катодом [12, 101].

Полый катод может быть не только в виде параллельных пластин, но и в виде полого цилиндра, чаши, кольца, сферы из металлической сетки и т. д. [12, 54, 55]. В тлеющем разряде с полым катодом можно получить значительные плотности тока (порядка  $50 \text{ а/см}^2$  и выше). Высокая плотность тока объясняется большими значениями коэффициентов  $\gamma$  ( $> 10^{-1}$ ) и особенно  $\delta$  (несколько единиц) [4, 5, 54, 69]. Другое объяснение основано на большой роли фотоэффекта на катоде под действием излучения разряда [12, 68, VI.50].

Не останавливаясь подробно на процессах в разряде с полым катодом, отметим некоторые интересные особенности этого вида разряда.

Бадареу, Попович и Сомесан [70, 71] показали, что наложение магнитного поля в несколько сотен эрстед параллельно электрическому полю в полом катоде приводит к возрастанию более чем на порядок величины разрядного тока и интенсивности свечения атомов газа (неон при давлении  $1,7 \text{ мм рт. ст.}$ ). Еще более сильно увеличивается интенсивность свечения паров материала катода (молибден), образовавшихся вследствие катодного распыления. Этот эффект особенно важен при использовании разряда с полым катодом в качестве источника спектра.

Москалев [72, 101], изучавший тлеющий разряд в водороде, обнаружил внутри полого катода длиной  $13,3 \text{ см}$  появление страт, аналогичных стратам положительного столба. Как показали зондовые измерения, перед головой каждой страты имеется скачок потенциала около  $15,5 \text{ в}$  (потенциал ионизации молекулы водорода).

Вид функции распределения электронов по энергиям внутри полого катода исследовали Каган и Бородин [73, 74]. В области больших энергий, при которых происходят неупругие удары электронов с атомами газа (гелий), функция распределения падает значительно медленнее, чем в плазме положительного столба разряда. Это приводит к более благоприятным условиям для прямого возбуждения как высоких, так и низких уровней. При низких давлениях газа как в полом катоде, так и в положительном столбе существует максвелловское распределение электронов по энергиям. Увеличение давления вызывает нарушение максвелловского распределения, причем это нарушение для катодов с меньшим радиусом наблюдается при больших давлениях.

# ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ДУГА НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ, ПОДДЕРЖИВАЕМАЯ НАКАЛЕННЫМ КАТОДОМ

## § 47. Определение и общие свойства разряда

1. Описание разряда. В изучаемом разряде основным источником электронов с катода является термоэлектронная эмиссия \*), для чего катод искусственно разогревается от вспомогательного устройства. Сам разряд почти не разогревает катод. Только при очень больших плотностях тока разогрев может стать столь значительным, что разряд перейдет в самостоятельный и цепь накала катода сможет быть разорвана.

Электроны, испускаемые накалившимся катодом, способствуют возникновению и горению разряда: разряд легко зажигается, почти все напряжение между его электродами в большом интервале давлений приходится на область вблизи катода, а остальное пространство, заполненное равномерно светящейся плазмой, обладает практически потенциалом анода, причем катодное падение оказывается близким к потенциалу ионизации газа, и при достаточно больших токах становится даже ниже наименьшего критического потенциала (см. рис. 8.4).

Мы будем рассматривать разряды при давлениях выше некоторого минимального значения порядка тысячных долей *мм рт. ст.*: при меньших давлениях не проявляется резко выраженное катодное падение, близкое к критическому потенциалу газа (см. рис. 8.3). Отвлечемся также от тех неоднородностей в плазме, которые вызваны рекомбинацией заряженных частиц (см. {1}, гл. VI), контракцией положительного столба и перепадом давления газа. В парах ртути и инертных газах эти явления становятся заметными лишь при давлениях выше 1 *мм рт. ст.*

Для образования дуги изучаемого типа часто используют активированные катоды, работающие при темном накале. Вблизи такого катода на фоне ярко светящейся плазмы хорошо видна прилегающая к катоду тонкая темная область. Для краткости условимся называть темную прикатодную область катодным слоем.

Природа возникновения катодного слоя та же, что и слоя положительных ионов вокруг холодного отрицательного зонда, помещенного в плазму ({1}, § 51, рис. 193 и 194). В отличие от слоя положительных ионов, катодный слой образован заряженными частицами противоположных знаков: через катодный слой в плазму движутся электроны, испущенные катодом, а из плазмы в слой поступают положительные ионы и электроны (см. рис. 8.1, а также формулы (54,19), (54,20), (55,5) и (52,2) в {1}).

В дальнейшем предполагается, что внутри этого слоя не происходят соударения между заряженными и нейтральными частицами, т. е. свободные пробеги электронов  $\lambda_e$  и положительных ионов  $\lambda_p$  больше толщины слоя  $l_k$ . Таким образом, в настоящей главе изучается дуга с накалившимся катодом при давлениях газа  $p$ , удовлетворяющих следующим требованиям:

$$\lambda_e \gg l_k, \quad \lambda_p > l_k, \quad (47.1)$$

\*) Исключение составляет дуга при низком давлении и коротком расстоянии между электродами ( $l \sim \lambda_e$ ), где основным источником электронов является катод {1}.

чему соответствуют  $p = 10^{-3} \div 1$  мм рт. ст. для паров ртути и инертных газов.

Хотя рассматриваемый разряд является самостоятельным, тем не менее его целесообразно называть дуговым, так как он характеризуется малым катодным падением (порядка ионизационного или даже резонансного потенциала) и большим разрядным током.

Для краткости назовем разряд, обладающий перечисленными выше особенностями, *дугой с накалившимся катодом* (ДК).

Механизм ДК весьма прост. Испущенные накалившимся катодом электроны вылетают из тонкого катодного слоя с почти одинаковыми скоростями,

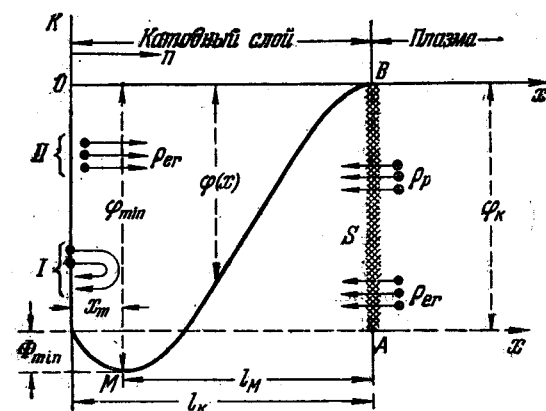


Рис. 8.1. Предполагаемое распределение потенциала в катодном слое, когда эмиссионный ток больше разрядного.

Группа термоэлектронов I, покидающих катод с малыми начальными скоростями, не прорывает через минимум потенциала M и возвращается на катод. Остальные электроны (группа II) проходят в плазму. Переходная область между катодным слоем и плазмой AB заменяется граничной поверхностью S. Поле исчезает в минимуме потенциала и на поверхности S.

сосуда выбираются обычно одного порядка, благодаря чему не развивается положительный столб. Поэтому целесообразно принять, что ДК построена из двух взаимодействующих между собой простейших форм разряда: тонких слоев, покрывающих стенки трубки и электроды (катод, анод, зонды), и плазмы, заполняющей остальной объем разряда.

В слое, покрывающем электрод, возникает сильное электрическое поле, вызванное действием нескомпенсированных объемных зарядов, которые экранируют возмущение, вносимое в плазму электродом. Это возмущение не простирается дальше толщины слоя  $l_K$ .

Распределение потенциала  $\varphi$  и поля  $E$  в слое рассчитывается по уравнению Пуассона ( $\{1\}$ , уравнения (1,12) и (1,13))

$$-\nabla^2\varphi = \text{div } E = 4\pi e_0(n_p - n_e), \quad (47.2)$$

где  $n_e$  и  $n_p$  — концентрации электронов и ионов. В зависимости от природы слоя в нем или

$$n_p \gg n_e \quad (\text{слой положительных ионов}), \quad (47.3)$$

или, наоборот,

$$n_e \gg n_p \quad (\text{электронный слой}). \quad (47.4)$$

Плазма же в целом квазинейтральна, и в ней градиент потенциала значительно меньше среднего поля в слое, т. е. в плазме

$$|n_p - n_e| \ll n_e \approx n_p. \quad (47.5)$$

Так как напряженность поля в катодном слое намного больше градиента потенциала в плазме, то с удовлетворительным приближением можно считать переходную область между слоем и плазмой физически бесконечно тонкой и в качестве краевого условия ({1}, гл. II) принять, что вдоль граничной поверхности  $S$ , отделяющей слой от плазмы, электрическое поле  $E$  равно нулю (рис. 8.1):

$$E_S = 0. \quad (47.6)$$

Следует отметить, что в некоторых вопросах [III. 84] последнее положение должно быть уточнено, но для излагаемой теории дуги это несущественно (см. далее конец п. 1 § 50).

**2. Процессы в катодном слое. Краевые условия.** Явления, протекающие вблизи катода ДК, существенно зависят от величины разрядного тока  $i$  по сравнению с током эмиссии  $i_{em}$  (током насыщения), который при неизменной температуре может создать катод без влияния внешнего поля ({1}, гл. VIII).

Режим работы катода ДК называется свободным, если разрядный ток не превосходит тока эмиссии [1—3]:

$$i \leq i_{em} \quad (\text{свободный режим}), \quad (47.7)$$

и несвободным ([4], стр. 474), когда разрядный ток больше тока эмиссии:

$$i > i_{em} \quad (\text{несвободный режим}). \quad (47.8)$$

Экспериментально ДК можно ввести в любой из этих режимов, подбирая надлежащим образом температуру катода, внешнее напряжение и сопротивление в цепи анода.

Рассмотрим особенности каждого режима в отдельности.

**2.1. С в о б о д н ы й р е ж и м к а т о д а** ( $i \leq i_{em}$ ). При свободном режиме эмиссионная способность катода используется неполностью (рис. 8.1). Это объясняется тем, что вблизи катода потенциал проходит через минимум, обладая меньшим значением, нежели потенциал катода, отчего часть электронов, которые покидают катод с достаточно малыми начальными скоростями, не может прорваться через минимум потенциала в плазму и возвращается обратно на катод ([5], гл. II, рис. 7 и 8). Так как электроны, летящие из катода к минимуму потенциала, движутся в поле, которое тормозит их движение, то

$$E_{nk} > 0 \quad (i < i_{em}), \quad (47.9)$$

где  $E_{nk}$  — нормальная слагающая поля на поверхности катода (нормаль  $n$  направлена в плазму (рис. 8.1)).

В предельном случае, когда  $i = i_{em}$ , электрическое поле не способствует, но и не препятствует выходу электронов из катода, минимум потенциала  $\Phi_{min}$  (рис. 8.1) исчезает, на поверхности катода поле обращается в нуль и все электроны, испущенные катодом, проходят в плазму:

$$E_{nk} = 0 \quad (i = i_{em}). \quad (4.10)$$

В случае свободного режима электрическое поле в катодном слое обращается в нуль дважды — в минимуме потенциала  $M$  и на границе слоя с плазмой  $S$  (см. рис. 8.1 и формулу (47.6)):

$$E_M = E_S = 0 \quad (i \leq i_{em}). \quad (47.11)$$

Таким образом, расчет катодного слоя, когда разрядный ток  $i$  не превосходит тока эмиссии  $i_{em}$ , сводится к интегрированию уравнения Пуассона (47.2) при заданных потенциалах катода, границы плазмы  $S$  и краевых условиях (47.11). Основываясь на (47.10), иногда ток эмиссии называют током при нулевом поле.

2.2. Несвободный режим катода ( $i > i_{em}$ ). Опыт показывает, что при определенных условиях разрядный ток может в несколько раз превосходить ток эмиссии. Это обстоятельство, естественно, приводит к предположению, что в данном случае плотность тока на катоде возрастает в связи с тем, что начинают сказываться названные выше явления — разогрев катода, эффект Шоттки и вырывание электронов положительными ионами:

$$E_{nk} < 0 \quad (i > i_{em}). \quad (47.12)$$

При несвободном режиме катодное падение потенциала несколько больше, чем в случае свободного режима, минимум потенциала вблизи катода отсутствует, а электрическое поле обращается в катодном слое в нуль только один раз на его границе с плазмой  $S$ :

$$E_S = 0 \quad (i > i_{em}). \quad (47.13)$$

3. Катодное распыление. Положительные ионы разрушают собирающие их электроды. Этот процесс, называемый катодным распылением, протекает тем интенсивнее, чем с большей кинетической энергией ионы бомбардируют поверхность электрода.

Катод ДК тоже разрушается приходящими ионами. Особенно вредно действуют положительные ионы на активные катоды, дезактивируя их. Однако имеется одно счастливое обстоятельство, позволяющее применять в ДК активные катоды со сроком службы до нескольких десятков тысяч часов. Экспериментально было обнаружено, что ионы начинают вредно действовать на термоэлектронную эмиссию, когда они попадают на поверхность активного катода со скоростями, превосходящими некоторое пороговое значение, эквивалентное напряжению  $U_{пор}$ , которое зависит от рода газа, типа катода и в большинстве случаев оказывается примерно от полутора до трех раз больше потенциала ионизации  $U_i$ :

$$U_{пор} \approx (1,5 - 3) U_i. \quad (47.14)$$

А так как напряжение ДК обычно порядка потенциала ионизации, то имеется еще достаточный запас по напряжению для того, чтобы подобрать такой режим питания дуги, при котором положительные ионы практически не разрушают активной пленки на поверхности катода.

При большом падении потенциала в катодном слое катодное распыление может стать заметным и вызывать разрушение катода или снижение его эмиссии. Однако такой режим носит уже аварийный характер, и поэтому в дальнейшем явления, связанные с катодным распылением, не рассматриваются.

## § 48. Количественные оценки

1. Исходные предпосылки. Рассмотрим предварительно сильно схематизированную картину разряда, которая, однако, хорошо передает его наиболее характерные особенности. За основу примем следующие упрощенные представления о механизме ДК.

1) Предположим, что катодный слой образован только термоэлектронами и положительными ионами, поступающими из плазмы (рис. 8.1). Действием электронов, попадающих из плазмы в слой, пренебрежем.

2) Отвлечемся от эффектов, вызванных начальными скоростями, с которыми электроны и ионы входят в катодный слой, т. е. примем, что заряженные частицы начинают свое движение с нулевыми скоростями.

Оба предположения оправдываются тем лучше, чем больше катодное падение потенциала. Пренебрежение начальными скоростями не согласуется с физическими представлениями, изображенными на рис. 8.1. Действительно, когда ток ограничен объемными зарядами ( $i < i_{em}$ ), вблизи катода возникает минимум потенциала. Электроны, покидающие катод без начальных скоростей, не могут прорваться через минимум потенциала и создать ток во внешней цепи. Поэтому в рамках приближения, пренебрегающего начальными скоростями, следует принять, что ограничение тока объемными зарядами наступает, когда ток достигает такого значения, при котором поле на испускающем электроде обращается в нуль. Распределение потенциала в этом случае изображается кривой 2 на рис. 8.2. Разрядный промежуток, обладающий такими свойствами, назовем упрощенной моделью катодного слоя.

Изучим теперь отдельно процессы в каждой части ДК и сопоставим между собой получившиеся соотношения.

2. Распределение поля в упрощенной модели катодного слоя. Ограничимся плоским случаем и пренебрежем краевыми эффектами. Предварительно рассмотрим поле в плоском диоде, катод которого испускает электронный ток плотности  $j_e$ , а анод — ионный ток плотности  $j_p$ , предполагая, что заряженные частицы покидают электроды без начальных скоростей (см. предположения 1) и 2) в п. 1).

Подобная задача рассмотрена в § 4 в предположении, что напряженность поля на катоде равна нулю. Полученная в этом предположении формула (4.36) показывает, что относительное увеличение электронного тока при любых напряжениях и расстояниях между электродами не превышает числа 1,86. При этом крайнем значении равна нулю и напряженность поля на аноде. Рассмотрим аналогичную задачу, приняв в качестве граничного условия равенство нулю напряженности поля на аноде. Это соответствует нашим упрощенным предположениям, согласно которым анодом является граница плазмы с нулевыми начальными скоростями ионов. При этом удобно вместо коэффициента  $\alpha$  (см. формулу (4.32)) ввести обратный ему коэффициент  $\beta$ , равный

$$\beta = (j_e/j_p) \sqrt{m_e/m_p}. \quad (48.1)$$

Интегрирование уравнения Пуассона приводит к выражению [1.30], [6]

$$(d\phi/dx)^2 = 16\pi j_p \sqrt{m_p/2e_0} [(\phi_a - \phi)^{1/2} - \beta (\phi_a^{1/2} - \phi^{1/2})], \quad (48.2)$$

которое учитывает равенство нулю  $d\phi/dx$  при  $\phi = \phi_a$  и дает для напряженности поля на катоде

$$\left(\frac{d\phi}{dx}\right)_k^2 = 16\pi j_p \sqrt{m_p/2e_0} (1 - \beta) \phi_a^{1/2}. \quad (48.3)$$

Обозначая  $\phi/\phi_a = z$ ,  $16\pi j_p \sqrt{m_p/2e_0} = A$  и интегрируя (48.2) по  $x$  от 0 до  $l_k$ , получим

$$\sqrt{A} l_k = \phi_a^{1/4} \int_0^{l_k} \frac{dz}{[ \sqrt{1-z} - \beta(1-\sqrt{z}) ]^{1/2}} = \phi_a^{1/4} L(\beta). \quad (48.4)$$

Введем вспомогательную поправочную функцию  $\kappa_0(\beta)$ , определяемую соотношением

$$\sqrt{\kappa_0(\beta)} = \frac{3}{4} L(\beta). \quad (48.5)$$

Тогда из (48.4) и (48.1) получим

$$j_p = \kappa_0(\beta) \frac{1}{9\pi} \sqrt{2e_0/m_p} \cdot \varphi_a^{3/2}/l_K^2, \quad (48.6)$$

$$j_e = \beta \kappa_0(\beta) \frac{1}{9\pi} \sqrt{2e_0/m_e} \cdot \varphi_a^{3/2}/l_K^2. \quad (48.7)$$

Для напряженности поля на катоде, согласно (48.3) — (48.5), получим

$$E_K = \frac{4}{3} \sqrt{(1-\beta) \kappa_0(\beta)} \varphi_a/l_K. \quad (48.8)$$

Уравнения (48.5) — (48.8) отличаются от аналогичных уравнений для униполярного тока, ограниченного объемным зарядом, коэффициентами  $\kappa_0(\beta)$ ,  $\beta \kappa_0(\beta)$  и  $\sqrt{(1-\beta) \kappa_0(\beta)}$ . Легко видеть, что в выражение для толщины слоя войдет соответственно коэффициент  $\sqrt{\kappa_0(\beta)}$ . В табл. 8.1 приведены получен-

Таблица 8.1

Поправочные множители к униполярному закону  
трех вторых [1.30]

$\beta$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	1
$L$	1,333	1,385	1,453	1,533	1,643	1,720	1,819
$\kappa_0$	1,000	1,084	1,187	1,324	1,519	1,664	1,860
$\beta \kappa_0$	0	0,217	0,475	0,794	1,215	1,498	1,860
$\sqrt{\kappa_0(1-\beta)}$	1	0,981	0,844	0,728	0,551	0,408	0
$\sqrt{\kappa_0}$	1	1,041	1,090	1,150	1,232	1,290	1,364

ные численным интегрированием значения  $L(\beta)$  и коэффициенты  $\kappa_0(\beta)$ ,  $\beta \kappa_0(\beta)$ ,  $\sqrt{(1-\beta) \kappa_0(\beta)}$  и  $\sqrt{\kappa_0(\beta)}$  при различных  $\beta$  (от 0 до 1) [7].

Применим полученные формулы к каждому режиму работы катода.

Таблица 8.2

Экспериментальные [II.49] и  
теоретические (48.7) значения  
толщины катодного слоя  $l_K$  в аргоне

$p$ , мм рт.ст.	$i$ , а	$U$ , в	$l_K$ , мм (экспер.)	$l_K$ , мм (теория)	$D$ , мм
0,01	0,1	17,5	1,5	1,0	2,2
0,022	2,0	16,0	0,35	0,20	
0,050	0,25	17,0	0,86	0,60	
0,050	0,5	14,8	0,44	0,38	4,5
0,050	1,0	13,2	0,31	0,25	3,5
0,050	2,0	13,0	0,20	0,17	2,3
0,050	4,0	13,0	0,12	0,12	.

2.1. С в о б о д н ы й р е ж и м. Если в катодный слой, находящийся в условиях свободного режима ( $i_{em} > i$ ), электроны и ионы входят без начальных скоростей, то поля на катоде и границе слоя равны нулю:

$$E_K = E_S = 0, \quad \beta = 1, \quad j_e = \sqrt{m_p/m_e} j_p, \quad (48.9)$$

т. е. электронный ток больше ионного в  $\sqrt{m_p/m_e}$  раз и с ростом температуры катода не происходит дальнейшее увеличение электронного тока.

В табл. 8.2 приведены значения толщины слоев  $l_K$ , измеренные при разряде в аргоне, поддерживаемом эквипотенциальным оксидным катодом с активной

поверхностью в  $2,9 \text{ см}^2$ , температура которого оставалась неизменной. В той же таблице помещены соответствующие значения толщины слоя  $l_K$ , вычислен-

ные по формуле (48.7), ибо в силу (48.9)  $i_p \ll i_e$  и, следовательно, разрядный ток  $i = i_e + i_p \approx i_e$ . В последнем столбце таблицы помещены значения толщины  $D$  — так называемого второго рассеивающего слоя, о свойствах которого будет сказано ниже.

Расхождение между экспериментальными и теоретическими значениями  $l_k$  невелико и вызвано тем, что формулой (48.7) не учитываются эффекты, вызванные начальными скоростями, с которыми стартуют электроны и ионы при входе в катодный слой. Однако для отношения  $j_e/j_p$  эксперимент [2, 3] дает значения в 2—3 раза меньше, нежели по формуле (48.9).

Более строгая и удовлетворительная теория свободного режима катода изложена в § 50.

**2.2. Несвободный режим.** При несвободном режиме на поверхности катода возникает поле, которое по (48.8) равно

$$E_k = \frac{4}{3} \sqrt{(1 - \beta) \kappa_0} \varphi_a / l_k,$$

$$E_s = 0, \quad \beta < 1, \quad i = i(E_k) > i_{em}$$

(см. табл. 8.1).

На рис. 8.2 показаны кривые распределения потенциала, которые рассматриваются в настоящем разделе. Кривая 1, обладающая минимумом потенциала, обусловленным наличием начальных скоростей электронов, наиболее близка к истинной. Кривая 2 соответствует свободному режиму ( $\beta = 1$ ), а кривая 3 —  $\beta = 0$ . Между кривыми 2 и 3, которые для рассмотренного приближения являются предельными, лежат не показанные на рис. 8.2 кривые распределения потенциала в случае несвободного режима ( $0 < \beta < 1$ ), для которых поле на катоде отлично от нуля.

**3. Процессы в объеме разряда.** Напряжение горения ДК. Для описания явлений в плазме будут использованы два параметра: коэффициент полной ионизации  $\alpha_{\max}$  и коэффициент  $\sigma$ , показывающий, какая доля положительных ионов из разряда поступает на катод.

Коэффициент  $\alpha_{\max}$  характеризует полную ионизацию газа, отнесенную к току пучка первичных электронов, влетающих в газ из катодного слоя, и определяется соотношением

$$\alpha_{\max} = i_p / i_{ek}, \quad (48.10)$$

где  $i_{ek}$  — ток первичного пучка электронов, а  $i_p$  — весь (суммарный) ионный ток, уходящий из разряда на стенки трубки, электроды, катод и т. д. По определению (48.10) коэффициент  $\alpha_{\max}$  представляет собой среднее число ионов, приходящихся на один электрон однородного пучка электронов, входящего в газ с определенной начальной скоростью.

Коэффициентом  $\alpha_{\max}$  допустимо пользоваться, когда каждый электрон, перед тем как покинуть разряд, полностью растеряет, из-за различных соударений, свою ионизирующую способность и его кинетическая энергия упадет ниже значения, необходимого для ионизации. Обычно в ДК такие условия выполняются. Они реализуются, когда свободный пробег электронов заметно

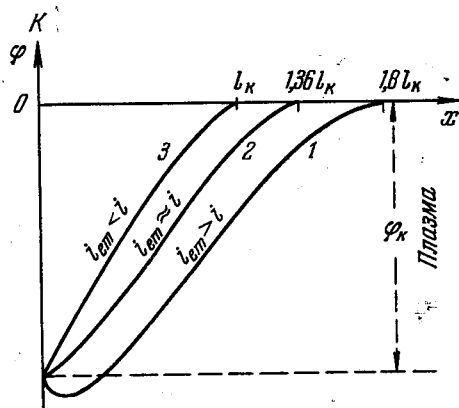


Рис. 8.2. Кривые распределения потенциала в катодном слое.

Кривая 1 — наиболее близка к истинной (см. рис. 8.1). Кривая 2 — распределение потенциала, образованное термоэлектронами и положительными ионами, вступающими в слой без начальных скоростей ( $E_k = E_s = 0$ ,  $\beta = 1$ ; свободный режим; формулы (48.4) и (48.9)). Кривая 3 — распределение потенциала в слое положительных ионов, покрывающем холодный зонд ( $E_k < 0$ ,  $\beta = 0$ ; формулы (48.11) и (48.6)). При несвободном режиме кривые для  $\beta < 1$  лежат между предельными кривыми 2 и 3.

меньше расстояния между электродами или газ окружен электродами, отражающими электроны. Обычно отрицательный потенциал стеклянных стенок настолько велик, что практически на них не оседают электроны, пролетевшие катодный слой.

Эксперименты [8] показали, что вплоть до давлений порядка 0,75 мм рт. ст. и при не слишком больших разрядных токах, когда не происходят рекомбинация и ступенчатая ионизация, коэффициент полной ионизации  $\alpha_{\max}$  зависит от рода газа и начальной энергии электронов  $U_0$ , но не зависит от давления газа, силы разрядного тока и размеров трубки:

$$\alpha_{\max} = \alpha_{\max}(U_0, \text{род газа}). \quad (48.11)$$

Так как напряжение  $U$  горения дуги мало отличается от одного из критических потенциалов  $U_{\text{кр}}$ , то с достаточной точностью можно принять, что  $\alpha_{\max}$  линейно зависит от разности напряжений

$$\alpha_{\max}(U) = \alpha_0(U - U_{\text{кр}}), \quad (48.12)$$

где постоянный множитель  $\alpha_0$  также зависит от остальных параметров разряда, как и  $\alpha_{\max}$ .

Таблица 8.3  
Параметры дуги в различных газах

Газ	$\sqrt{m_p/m_e}$	$U_i$	$U_{\text{пор}}$	$U_{\min}$	$\alpha_{\max}$	$\alpha_0$	$\frac{1}{\alpha_0 \sqrt{m_p/m_e}}$
Hg	607	10,4	55	30	1,10	0,06	0,03
Ar	271	15,7	47	30	0,45	0,03	0,12
Ne	192	21,6	45	75	1,25	0,02	0,22
He	85,7	24,6	35	50	1,20	0,05	0,25

Экспериментальный материал по коэффициенту  $\alpha_{\max}$  очень скуден и сведен в табл. 8.3, в которой  $\alpha_0$  вычислено для наименьшего напряжения  $U_{\min}$ , приведенного в [8]:

$$\alpha_0 = \frac{\alpha_{\max}(U_{\min})}{U_{\min} - U_i}.$$

Из плазмы на катод поступает только некоторая часть  $\sigma$  общего, суммарного ионного тока  $i_p$ , возникающего в разряде. Поэтому ионный ток, воспринимаемый поверхностью катода  $i_{\text{рк}}$ , будет составлять только некоторую долю  $\sigma$  от  $i_p$

$$i_{\text{рк}} = \sigma i_p = \sigma \alpha_{\max} i_{\text{ек}} \approx \sigma \alpha_0 i_{\text{ек}} (U - U_{\text{кр}}),$$

$$\beta = \frac{i_e}{i_p \sqrt{m_p/m_e}} = [\sigma \alpha_0 \sqrt{m_p/m_e} (U - U_{\text{кр}})]^{-1}. \quad (48.13)$$

Коэффициент  $\sigma$  должен главным образом зависеть от давления газа, геометрии трубки и расположения катода. Действительно, с ростом давления газа свободный пробег электронов уменьшается и область наиболее интенсивной ионизации приближается к катоду, из-за чего вероятность попадания ионов на катод увеличивается, т. е. с ростом давления  $\sigma = \sigma(p)$  возрастает.

Сравнив теперь (48.9) и (48.13), найдем напряжение горения ДК, когда катод находится в свободном режиме:

$$U - U_{кр} = \left[ \frac{1}{\sigma(p)} \right] \left[ \frac{1}{\sqrt{m_p/m_e} \alpha_0} \right], \quad (48.14)$$

т. е. напряжение горения ДК зависит от рода газа, уменьшается с ростом давления и не зависит от силы разрядного тока.

По (48.8) для несвободного режима найдем

$$U - U_{кр} = \left[ \frac{1}{\sigma(p)} \right] \left[ \frac{1}{\beta \sqrt{m_p/m_e} \alpha_0} \right], \quad (48.15)$$

где  $\beta$  меньше единицы и сложным образом зависит от многих параметров, характеризующих явления на катоде и в объеме газа.

#### § 49. Экспериментальный материал, вольтамперные характеристики и свечение ДК при различных давлениях и токах

1. Интервалы давлений и токов. Внешние проявления, механизм разряда сильно зависят от условий его существования: давления и чистоты газа, силы тока, формы баллона, сопротивления во внешней цепи и т. п. Поэтому ниже описаны только наиболее типичные и характерные формы, которые принимает разряд при различных давлениях и токах. В реальных условиях эксперимента некоторые из этих форм могут или не наблюдаться, или скачком переходить друг в друга, минуя промежуточные состояния.

Во избежание повторений случаи малых и больших давлений и токов рассматриваются раздельно. В качестве типичного примера ниже будут детально изложены свойства дуги в аргоне. Дуги в других газах обладают теми же особенностями.

2. Давления аргона не превосходят 0,1 мм рт. ст. На рис. 8.3 показаны вольтамперные характеристики при свободном режиме катода, находящегося от анода на расстоянии 2 см [II.49]. Ток эмиссии катода составлял несколько ампер. На кривой 1, снятой для вакуума, и на кривой 2, полученной при самом низком давлении газа в  $2,5 \cdot 10^{-4}$  мм рт. ст., нет максимумов (точки A) и почти горизонтальных пологих частей (после точек B), которые хорошо видны на остальных характеристиках, полученных при больших давлениях. Поведение горизонтальных участков характеристик хорошо укладывается в рамки представлений, развитых в п. 3 § 48: с ростом давления напряжение дуги падает, а при постоянном давлении оно остается приблизительно неизменным (после точек B) в широком интервале изменения разрядного тока. Только при давлении в 0,06 мм рт. ст. и выше напряжение дуги сравнимо с потенциалом ионизации, и разряд может быть назван дуговым (см. п. 1 § 47).

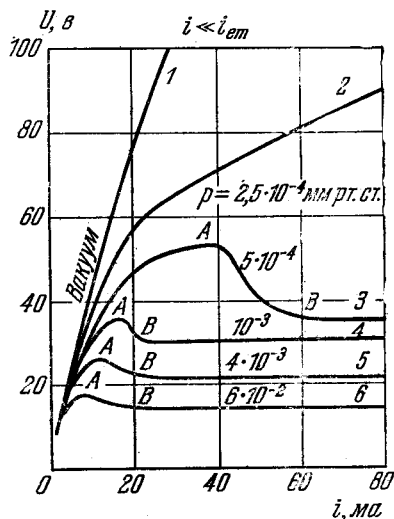


Рис. 8.3. Вольтамперные характеристики разряда в аргоне при свободном режиме оксидного катода в области очень низких давлений и малых токов.

Кривые 1 и 2 не обладают резко выраженным катодным падением. На кривых 3, 4 и 5 напряжение горения разряда заметно выше потенциала ионизации (происходит разрушение катода). ДК возникает при  $p \geq 6 \cdot 10^{-2}$  мм рт. ст. (кривая 6) [II.49].

В области давлений, соответствующих кривым 3—5, напряжение горения разряда выше порогового напряжения катодного распыления (см. п. 3 § 47), и происходит разрушение катода. Уже при токах, больших  $5 \div 10$  ма, и при давлениях, меньших  $0,1$  мм рт. ст., вся трубка заполнена равномерно светящейся однородной плазмой, а вблизи катода виден темный слой. При более высоких давлениях вблизи катода возникает более интенсивная ионизация, в результате чего сильно понижается катодное падение.

3. Давления аргона лежат в области от  $0,1$  до  $1$  мм рт. ст. При достаточно большом эмиссионном токе с катода и давлениях выше  $0,1$  мм рт. ст. характеристики дуги имеют один и тот же вид. Всю характеристику можно

разбить на несколько частей, соответствующих различным токам (рис. 8.4).

В области токов 1 (часть характеристики  $OP$ ) напряжение дуги ниже потенциала ионизации, и происходит чисто электронный разряд в газе (с упругими соударениями), близкий по своей характеристике к разряду в вакууме.

Когда напряжение дуги превосходит потенциал ионизации, разрядный ток резко возрастает (область 2, участок характеристики  $PA$ ), а напряжение дуги меняется довольно мало. При дальнейшем росте тока, начиная от точки  $A$  (область 3, отрезок характеристики  $AB$ ), напряжение дуги резко уменьшается, а при некоторых условиях эксперимента падает даже ниже наименьшего критического потенциала. Такая дуга иногда называется низковольтной. В области

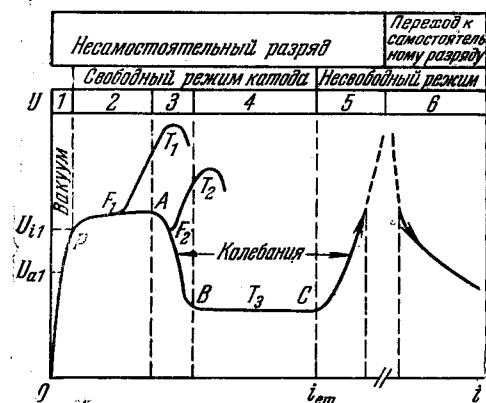


Рис. 8.4. Схематическое изображение вольт-амперной характеристики дуги, начиная от  $p = 0,1$  мм рт. ст. и выше.

Указаны типичные участки характеристики, соответствующие различным интервалам изменения разрядного тока.

3 зондовые измерения показали [V.44], что между электродами возникает максимум потенциала более высокий, нежели потенциал ионизации газа, и плазма оказывается неоднородной. Кроме того, здесь происходит заметная ступенчатая ионизация, благодаря чему ионизирующая способность каждого электрона возрастает: согласно формуле (48.14) это должно вести к понижению напряжения дуги. Иначе говоря, коэффициенты  $\sigma(p)$  и  $\alpha_{\max}$  в области 3 начинают зависеть от силы разрядного тока.

Таким образом, при токах, лежащих в области 2, в газе происходят в основном прямые ионизирующие соударения, а в области 3 — ступенчатая ионизация возбужденных атомов.

В следующей четвертой области (отрезок характеристики  $BC$ ) напряжение дуги очень слабо зависит от величины разрядного тока, оставаясь почти неизменным. К областям 2 и 4 прямо приложимы результаты п. 3 § 48. Обычно в конце области 4 хорошо различима точка  $C$ , в которой характеристика, резко изламываясь, идет вверх. Однако при давлениях выше  $1$  мм рт. ст. кривая делается настолько плавной, что уже трудно определить положение излома на характеристике, т. е. точку  $C$ .

В области высоких давлений, начиная от  $0,02$  мм рт. ст., при неизменной температуре катода ток, соответствующий точке  $C$ , и ее положение не зависят от давления и рода газа (см. рис. 8.6). Следовательно, излом характеристики в точке  $C$  происходит при токе эмиссии, т. е. в областях 1—4 катод находится в свободном режиме, в областях 5, 6 — в несвободном. Таким образом, по местоположению излома характеристики в точке  $C$  можно судить о вели-

чине тока эмиссии катода, в разряде, и о том, в каком режиме находится катод.

При возрастании тока выше значения, соответствующего точке  $C$ , т. е. в пятой области происходит увеличение напряжения дуги, и разряд переходит в самостоятельный (в области 6).

Экспериментально полученные вольтамперные характеристики дуги изображены на рис. 8.5 и 8.6. Характеристики снимались импульсами, длительность которых была меньше  $10^{-4}$  сек [9]. За это время разряд не мог заметно повлиять на эмиссионную способность катода. На характеристиках хорошо различимы точки  $B$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  и другие особенности, отмеченные выше.

При давлениях ниже  $0,002$  мм рт. ст. напряжение разряда увеличивается с ростом тока, даже когда катод находится в свободном режиме (область левее точки  $C$  на рис. 8.6).

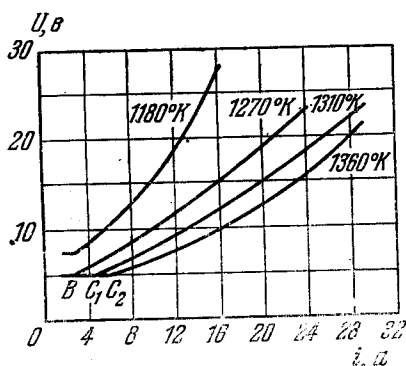


Рис. 8.5. Вольтамперные характеристики дуги в аргоне при давлении  $0,2$  мм рт. ст. и разных температурах оксидного катода [9].

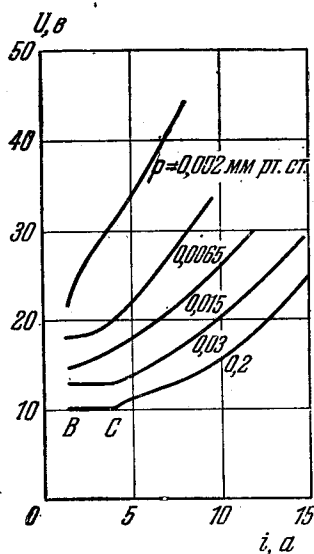


Рис. 8.6. Вольтамперные характеристики дуги при разных давлениях аргона и неизменной температуре оксидного катода  $1300^\circ\text{K}$  [9].

Соответствующие характеристики не обладают плоским, горизонтальным участком, который хорошо виден на других кривых (см. также кривую 2 на рис. 8.3).

Различная форма кривых объясняется тем, что в зависимости от свободного пробега в газе первичные электроны, летящие с катода, или преимущественно передают свою энергию электронам плазмы, или расходуют ее непосредственно на ионизацию газа.

При низких давлениях соударения первичных электронов с нейтральными частицами сравнительно редки и более существенным оказывается их взаимодействие с электронами плазмы. Это взаимодействие увеличивается вместе с плотностью тока (см. {1}, уравнение (49,5) и стр. 282) и вызывает падение ионизирующей способности первичных электронов в разряде  $\alpha_0$ . Поэтому по (48.14) напряжение разряда должно повышаться с ростом тока.

В областях 3 и 6 (рис. 8.4) дуга обладает падающей характеристикой и ее сопротивление отрицательно. В третьей области при давлениях аргона от  $0,3$  мм рт. ст. и выше иногда наблюдаются релаксационные, несинусоидальные колебания напряжения дуги.

При более низких давлениях эти колебания не возникают, но появляются более высокочастотные плазменные колебания ( $f = 10^6$  сек $^{-1}$ ), которые

происходят также и в области 4, где их интенсивность падает по мере приближения к точке  $C$ , т. е. к току эмиссии.

Если постепенно понижать температуру катода и тем самым уменьшать ток эмиссии, сохраняя неизменным давление газа, то точка  $C$  начнет перемещаться к точке  $B$ , а затем будет перемещаться по характеристике вверх, занимая положения  $F_2, F_1$  и т. д. (см. рис. 8.4) Сама характеристика при этом будет иметь вид  $OPF_2T_2$  или  $OPF_1T_1$  и т. д.

В инертных газах (кроме неона) и парах ртути в интервале давлений от 0,01 до 3 мм рт. ст. и плотностях разрядного тока, больших  $0,1 \text{ а/см}^2$ , на некотором расстоянии от катодного слоя возникает другой темный слой, который называется вторым или рассеивающим [7, 9—11]. С понижением давления темный рассеивающий слой сначала исчезает, а затем превращается в ярко светящийся слой тех же размеров, после чего исчезает опять. Так же в зависимости от величины напряжения горения дуги слой светится сильнее или слабее плазмы, а иногда приобретает другую окраску. За исключением разряда в гелии, второй слой обладает резкой наружной границей.

Эксперименты показали [7, 9—12], что второй слой обладает рядом замечательных особенностей, заслуживающих пристального внимания. Его толщина  $D$  (см. табл. 8.2) приблизительно обратно пропорциональна квадратному корню из разрядного тока, слабо зависит от давления и обычно составляет несколько миллиметров, т. е. оказывается примерно в двадцать раз больше толщины катодного слоя  $l_k$ . Вблизи внешней границы слоя [10, 11, 13, 14] обнаружены интенсивные плазменные колебания в диапазоне нескольких сотен мегагерц. Из той же области излучаются оптические спектральные линии, обладающие более высокими потенциалами возбуждения Зондовыми измерениями обнаружено [9], что между обоими слоями электронный поток содержит пучок быстрых первичных электронов с преобладающей переносной скоростью [15, 16], нормальной к поверхности катода и близкой по величине к катодному падению.

Концентрация и средняя энергия первичных электронов на всем их пути почти не изменяются, за исключением узкой области вблизи внешней границы рассеивающего слоя, где концентрация проходит через резкий максимум, а средняя скорость заметно падает. Свойства же медленных, хаотических электронов и потенциал пространства во всей этой области почти не изменяются. Около границы рассеивающего слоя, где возбуждаются высокочастотные плазменные колебания, направленное движение электронов превращается в беспорядочное и они рассеиваются по всем направлениям [12, 13], а распределение их скоростей приближается к максвелловскому (см. {1}, §§ 49 и 53). С ростом разрядного тока рассеивающее действие слоя увеличивается.

Воздействуя внешним постоянным магнитным полем на первичный пучок электронов, удается деформировать рассеивающий слой [10]. При больших магнитных полях слой исчезает, но напряжение дуги возрастает. При низких давлениях, когда слой переставал светиться, за пределами катодного слоя все еще наблюдался максимум концентрации первичных электронов (см. [9], а также {1}, § 53, рис. 213).

Теория рассеивающего слоя далека от завершения [12]. Так как его толщина меньше или сравнима со свободным пробегом электронов в газе, то предполагается, что одна из причин, вызывающая возникновение слоя, обусловлена более короткодействующим взаимодействием первичного потока электронов с плазмой ({1}, [1.30], [6.12]), возбуждающего в ней волны объемного заряда [17, 18]. Плазма низковольтной дуги неоднородна: концентрация ее заряженных частиц вблизи катода проходит через максимум. Электронный поток, покидающий катод, модулирован дробовыми шумами, которые значительно усиливаются при его движении в благоприятной обла-

сти плазмы, расположенной за максимумом концентрации электронов (по их движению) в диапазоне частот, меньших электронной плазменной частоты в максимуме. Однако, по мнению других авторов [12, 13, 17—19], усиливаются частоты, близкие к плазменной. Не исключено, что причины возникновения рассеивающего слоя родственны эффекту пучковой неустойчивости [13, 14, 19, 20].

При давлениях около  $1 \text{ мм рт. ст.}$  нарушается основное ограничение настоящей главы (47.1): свободный пробег электронов оказывается меньше толщины катодного слоя. Свойства дуги при более высоких давлениях изложены в гл. X.

Метод зондов позволяет экспериментально определить [1.30], [2,3] отношение термоэлектронного тока с катода к ионному току на катод. Результаты измерений оказываются в два-три раза меньше, нежели дает развитая в § 48 элементарная теория. Поэтому в следующих параграфах излагается более строгая теория катодного слоя в ДК, хорошо согласующаяся с экспериментом [1.30], [2, 3, 14, 20—22].

### § 50. Теория свободного режима катодного слоя, учитывающая влияние электронов плазмы и начальных скоростей заряженных частиц

1. Исходные соотношения. Рассмотрим плоский катодный слой (рис. 8.1) и примем во внимание те явления, которыми мы пренебрегли в § 48. Теперь уравнение Пуассона для слоя вместо (47.2) примет вид

$$dE_x/dx = -d^2\varphi/dx^2 = 4\pi\rho = 4\pi[\rho_p - |\rho_{er}| - |\rho_e|], \quad (50.1)$$

где  $\rho_p$  — плотность объемного заряда положительных ионов, движущихся из плазмы к катоду,  $\rho_{er}$  — плотность объемного заряда, создаваемого проникающими из плазмы в слой беспорядочными электронами, а  $\rho_e$  — плотность объемного заряда электронов, летящих из катода в плазму.

Так как напряженность поля обращается в нуль в минимуме потенциала и на границе слоя, то, умножив уравнение (50.1) на  $d\varphi/dx$  и интегрируя между этими пределами, получим, считая, что все величины изменяются монотонно,

$$\int_{\varphi_{\min}}^0 (\rho_p - |\rho_{er}| - |\rho_e|) d\varphi = 0, \quad (50.2)$$

где  $\varphi_{\min}$  — потенциал в минимуме [1.30].

Примем, что положительные ионы попадают из плазмы на границу слоя со средней начальной скоростью  $c_p$ , образуя ток  $i_p$  плотности  $j_p$ . Тогда, условившись обозначать величины на границе слоя  $S$  (где  $\varphi = 0$ ) индексом нуль, будем иметь

$$\begin{aligned} j_p &= \rho_p c_p \\ \rho_p(\varphi) &= \frac{i_p}{\sqrt{(2e_0/m_p)(U_p - \varphi)}} = \frac{\rho_{p0}}{\sqrt{1 - \varphi/U_p}}, \\ c_p &= \sqrt{(2e_0/m_p)U_p}, \quad \varphi \leq 0. \end{aligned} \quad (50.3)$$

Беспорядочные электроны плазмы обладают максвелловским распределением скоростей с температурой  $T_e$ , и на основании закона Больцмана ({1}, формула (5,23)) создают в слое объемный заряд]

$$\rho_{er}(\varphi) = \rho_{er0} \exp(\varphi/U_e) \quad (e_0 U_e = k T_e). \quad (50.4)$$

Плотность беспорядочного тока электронов в плазме (см. {1}, уравнение (55,4))

$$j_{er} = |\rho_{er0}| \sqrt{e_0 U_e / 2\pi m_e}, \quad (50.5)$$

благодаря чему

$$|\rho_{er}(\varphi)| = 2 \sqrt{\pi} \frac{j_r}{\sqrt{(2e_0/m_e) U_e}} \exp(\varphi/U_e). \quad (50.6)$$

При вычислении  $\rho_e$  необходимо учесть, что электроны, покидающие катод, обладают максвелловским распределением скоростей с температурой катода  $T_K$ . В принятых обозначениях для пространства между минимумом потенциала и границей слоя [5]

$$\rho_e(\varphi) = e_0 n_m e^{\eta f}(\sqrt{\eta}), \quad (50.7)$$

где  $n_m$  — концентрация термоэлектронов в минимуме потенциала, связанная с плотностью создаваемого ими тока через границу слоя  $j_e$  (см. рис. 8.1):

$$|\rho_m| = e_0 n_m = \sqrt{\pi} \frac{j_e}{\sqrt{(2e_0/m_e) U_K}}, \quad (50.8)$$

$$e_0 U_K = k T_K, \quad \eta = (\varphi - \varphi_{\min})/U_K, \quad f(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\Phi e^{-t^2} dt = 1 - \operatorname{erf} x.$$

На границе слоя

$$\rho_{e0} = \rho_e(0) = \rho_m e^{\eta_0 f}(\sqrt{\eta_0}) = \rho_0 \mathcal{F}(\sqrt{\eta_0}),$$

$$\eta_0 = \Phi_0/U_K, \quad \rho_0 = \frac{j_e}{\sqrt{(2e_0/m_e) \Phi_0}}, \quad \Phi_0 = |\varphi_{\min}| = \Phi_{\min} + \Phi_K, \quad (50.9)$$

где функция  $\mathcal{F}(x)$  характеризует влияние начальных тепловых скоростей электронов, испускаемых катодом на величину плотности их объемного заряда на границе слоя  $\rho_{e0}$  и имеет следующее асимптотическое выражение [5]:

$$\mathcal{F}(x) = \sqrt{\pi} x e^{x^2} f(x) \approx 1 - \frac{1}{2x^2} + \frac{1.3}{2x^4}. \quad (50.10)$$

Подставив (50.3), (50.6) и (50.7) в (50.2), получим

$$a\beta_e + b\beta_r = \sqrt{1 + U_p/\Phi_0} - \sqrt{U_p/\Phi_0}, \quad (50.11)$$

где

$$a = 1 + (2/\eta_0) \mathcal{F}(\sqrt{\eta_0}) - \frac{1}{2} \sqrt{\pi/\eta_0}, \quad [b = \sqrt{\pi U_e/\Phi_0} (1 - e^{-\Phi_K/U_e}),$$

$$\beta_e = j_e/j_p \sqrt{m_p/m_e}, \quad \beta_r = j_r/j_p \sqrt{m_p/m_e}. \quad (50.12)$$

Еще одно соотношение, связывающее те же величины, получается следующим образом. Так как плазма нейтральна, то положительные ионы будут попадать из плазмы на границу слоя в таком количестве и с такими начальными скоростями, что целиком скомпенсируют там отрицательный объемный заряд, образованный как термоэлектронами, так и беспорядочными электронами плазмы. Поэтому

$$\rho_{p0} = |\rho_{e0}| + |\rho_{er0}|, \quad (50.13)$$

откуда по (50.3), (50.6), (50.9) и (50.13)

$$\mathcal{F}\beta_e + C\beta_r = X, \quad C = 2 \sqrt{\pi \Phi_0/U_e}, \quad X = \sqrt{\Phi_0/U_p}. \quad (50.14)$$

Два уравнения (50.11) и (50.14) определяют допустимую совокупность значений параметров задачи, когда вблизи катода существует минимум потенциала. В действительности эта область допустимых значений параметров оказывается значительно более узкой, если учесть, что в слое вблизи его границы  $S$  должен преобладать положительный объемный заряд, экранирующий поле катода:

$$\rho(\varphi) = \rho_p - |\rho_e| - |\rho_{er}| = \rho_0 + (\varphi - \varphi_0)(\partial\rho/\partial\varphi)_0 + \dots > 0, \quad (50.15)$$

$$\rho_0 \approx 0, \quad \varphi_0 = 0, \quad 0 > \varphi \approx \varphi_0;$$

и, следовательно, в рамках сделанных предположений (см. рис. 8.1) выполняется требование

$$(\partial\rho/\partial\varphi)_0 = (\partial\rho/\partial\varphi)_{\varphi=0} < 0, \quad (50.16)$$

которое можно рассматривать как условие существования или устойчивости двойного слоя. Согласно (50.4) условие (50.16) показывает, что поле на границе слоя не только не исчезает, но и проходит через максимум.

По (50.3), (50.4) и (50.7) условие устойчивости (50.16) приводится к виду

$$(\mathcal{F}\beta_e + C\beta_r)^2 = X^2 = \frac{\Phi_0}{U_p} < \frac{2}{U_p} \left\{ \frac{\Phi_0}{U_r} \rho_{er0} + \frac{\Phi_0}{U_k} \rho_0 [\mathcal{F}(\sqrt{\eta_0}) - 1] \right\}, \quad (50.17)$$

ограничивающему сверху допустимые значения параметров.

Предположение об исчезновении поля вдоль наружной границы слоя является разумным допущением, близким к действительности, сильно упрощающим решение задачи. На самом деле вместо резкой границы существует некоторая переходная область, в которой слабое поле ускоряет в слой положительные ионы из плазмы (§ 49). Это обстоятельство в известной мере принято нами во внимание благодаря введению средней начальной скорости  $c_p$ , с которой положительные ионы, в соответствии с балансом объемных зарядов (50.14) попадают на границу слоя. В рассматриваемом идеально плоском катодном слое пренебрегается поперечным (орбитальным) движением заряженных частиц.

**2. Асимптотические выражения для формул.** В большинстве случаев  $\eta_0$  настолько велико, что в основных уравнениях теории катодного слоя (50.11) и (50.14), содержащих функцию  $\mathcal{F}$ , целесообразно удерживать только первый член в ее асимптотическом разложении (50.10).

Тогда получим следующие приближенные соотношения [2, 3, 14, 20, 21]:

$$\beta_e + (2\pi/C)\beta_r = \sqrt{1 + 1/X^2} - 1/X, \quad (50.18a)$$

$$\beta_e + C\beta_r = X, \quad X = \sqrt{\Phi_0/U_p}, \quad C = 2\sqrt{\pi}\sqrt{\Phi_0/U_e}, \quad (50.18b)$$

$$\beta_e = j_e/j_p \sqrt{m_p/m_e}, \quad \beta_r = j_r/j_p \sqrt{m_p/m_e}, \quad \Phi_0 \approx \Phi_k, \quad (50.19)$$

Из (50.18), введя

$$P(X) = X + X^{-1} - \sqrt{1 + X^{-2}} = \left(C - \frac{2\pi}{C}\right)\beta_r, \quad (50.20)$$

получим кубические уравнения для  $X$  и  $C$ :

$$X^3 - 2PX^2 + (P^2 + 1)X - 2P = 0, \quad (50.21)$$

$$C^3 - a_0C^2 - a_1C - a_2 = 0, \quad (50.22)$$

где

$$a_0 = \frac{\beta_e}{\beta_r} \frac{4\pi\beta_r^2 + 1 + \beta_e^2}{1 - \beta_e^2}, \quad a_1 = \frac{4\pi(1 + \beta_e^2 + \pi\beta_r^2)}{1 - \beta_e^2}, \quad a_2 = \frac{4\pi^2\beta_r\beta_e}{1 - \beta_e^2}.$$

Все входящие в уравнение (50.22) коэффициенты могут быть определены экспериментально с помощью метода зондов или путем расчета (см. § 51). Таким образом, в принципе уравнение (50.22) позволяет найти  $C$ , т. е. величину напряжения дуги.

Поскольку решение кубических уравнений кропотливо, то целесообразно составить предварительно таблицу значений  $P$  в зависимости от  $X$ . Тогда, располагая приближенным значением  $X_0$ , соответствующим определенному значению  $P$ , последующие приближения легко находим по схеме итерации

$$X_{k+1} = P + \sqrt{1 + X_k^2} - X_k^{-1}, \quad (50.23)$$

которая дает быстро сходящуюся последовательность  $X$ .

Из (50.20)

$$2C\beta_r = P + \sqrt{P^2 + 8\pi\beta_r^2}, \quad (50.24)$$

$$X \approx 2P \quad (X < 1),$$

$$X \approx P + 1 \quad (X > 1).$$

Рис. 8.7. Зависимость  $\beta_e$  от  $\beta_r$  при различных  $C$ .

Точно так же вместо решения уравнения (50.22) проще, фиксируя значения  $C$ , задать последовательность значений  $X_0$ , для каждого  $X_0$  по (50.20) найти  $P(X_0)$  и затем вычислить

$$\begin{aligned} \beta_r(X_0) &= CP(X_0)/(C^2 - 2\pi), \\ \beta_e(X_0) &= X_0 - C\beta_r(X_0), \\ C &= \text{const.} \end{aligned} \quad (50.25)$$

Полученные таким образом графики показаны на рис. 8.7. Каждый график дает совокупность значений  $\beta_e$  и  $\beta_r$ , которые при выбранном значении  $C$  допустимы по теории катодного слоя без учета условия устойчивости (50.17). Графики показывают, что благодаря начальным скоростям ионов и электронов  $\beta_e$  всегда меньше единицы.

Каждая кривая на рис. 8.7 дважды пересекается с горизонтальной осью: один раз в начале координат, а второй раз в точке, в которой  $\beta_r$  достигает наибольшего значения  $\beta_{r \max}$  при данном  $C_0$ . Полагая в (50.22)  $\beta_e = 0$ , найдем

$$\beta_{r \max} = (1/2\pi) \sqrt{C_0^2 - 4\pi}, \quad (50.26)$$

$$X_{\max} = C_0\beta_{r \max} = (C_0/2\pi) \sqrt{C_0^2 - 4\pi}, \quad (50.27)$$

$$\begin{aligned} P(X_{\max}) &= [C_0 - (2\pi/C_0)] \beta_{r \max} \\ (\beta_e &= 0, \quad C = C_0). \end{aligned} \quad (50.28)$$

Из (50.26) и графиков следует, что при заданном  $\beta_r$  наименьшее из допустимых

значений  $C$  равно

$$C_{\min} = 2\pi \sqrt{\beta_r^2 + \pi^{-1}} > 2\sqrt{\pi}, \quad (50.29)$$

$$P_{\min} = \beta_r \frac{1 + 2\pi\beta_r^2}{\sqrt{\beta_r^2 + \pi^{-1}}}. \quad (50.30)$$

Нетрудно убедиться в том, что максимум на каждой кривой соответствует значению параметра  $X = X_m$ , удовлетворяющему уравнению

$$2\pi C^{-2} = 1 - [dP/dX]_{X=X_m}, \quad \beta_e = \beta_{e \max}, \quad (50.31)$$

откуда

$$X_m^2 = \frac{C^2}{2\pi} - \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{C^2}{2\pi} + \frac{1}{4}}, \quad (50.32)$$

$$C\beta_{r \max} = X_m \frac{1 + X_m^2}{X_m^2 + \sqrt{1 + X_m^2}}, \quad (50.33)$$

$$\beta_{e \max} = X_m \frac{\sqrt{1 + X_m^2} - 1}{X_m^2 + \sqrt{1 + X_m^2}}. \quad (50.34)$$

Для достаточно больших  $X_m$  и  $C$  получаем следующие приближенные формулы:

$$X_m \approx C/\sqrt{2\pi}, \quad \beta_{r \max} \approx 1/\sqrt{2\pi} - 1/C, \quad (50.35)$$

т. е. максимумы на кривых рис. 8.7 расположены левее предельного значения

$$\bar{\beta}_r = 1/\sqrt{2\pi} \approx 0,4 \quad (50.36)$$

и приближаются к этому значению с ростом параметра  $C$ , причем

$$\beta_{e \max} \approx 1 - 5/C. \quad (50.37)$$

Для достаточно больших  $X$  приближенно

$$C = \frac{1 + 2\pi\beta_r^2}{\beta_r(1 - \beta_e)}, \quad \beta_e \approx 1 - (2\pi/C)\beta_r, \quad (\beta_r \lesssim 0,4). \quad (50.38)$$

Теперь условие устойчивости (50.17) сводится к требованию

$$X^2 = \frac{\Phi_0}{U_p} < 2 \frac{\Phi_0}{U_r} \frac{\rho_{e0}}{\rho_{p0}} \approx 2 \frac{\Phi_0}{U_r} \quad (\rho_{e0} \approx \rho_{p0}), \quad (50.39)$$

из которого приближенно следуют известные условия устойчивости ионного слоя на зонде [III.84] или на стенках разрядной трубки [23].

С помощью (50.186) из (50.39) получаем

$$0 < \beta_e < C(1/\sqrt{2\pi} - \beta_r), \quad (50.40)$$

откуда видно, что в изучаемом разряде всегда

$$\beta_r < \bar{\beta}_r = 1/\sqrt{2\pi} \approx 0,4. \quad (50.41)$$

Сравнение с (50.35) показывает, что максимальные значения  $\beta_{e \max}$  не исключаются требованием устойчивости (см. рис. 8.7).

Эксперименты, сделанные с помощью обычных зондов, хорошо подтвердили теорию катодного слоя [1.30], [2, 3]. К тому же заключению привели наблюдения над отклонением электронного луча, который пронизывал различные участки слоя, входя в них, параллельно плоскости катода [12, 13, 22].

По упрощенной теории свободного режима катода (см. формулу (48.9) и далее) величина  $\beta_e$  при любых условиях равна единице. Более полная теория (см. рис. 8.7) показывает, что  $\beta_e$  зависит от многих параметров разряда и всегда меньше единицы, а  $\beta_r$  не может превзойти предельного значения (50.36). Однако эта теория устанавливает только возможные (допустимые) пределы, между которыми могут изменяться параметры  $\beta_e$ ,  $\beta_r$  и т. д., так как она не учитывает всех особенностей плазмы дуги. Чтобы из допустимых значений параметров выбрать те, которые реализуются в действительности, необходимо сопоставить между собой свойства катодного слоя и окружающей его плазмы. Такое согласование теории производится в следующем параграфе.

## § 51. Теория свободного режима дуги

**1. Постановка вопроса.** Исследование свободного режима дуги сводится к изучению взаимодействия между простейшими формами разряда, которые ее образуют. В наиболее простом случае дуга состоит из катодного слоя и плазмы. Их взаимодействие было изучено в § 48 при очень грубых предположениях. Даже незначительные уточнения приводят к почти непреодолимым трудностям.

Как и в газовом разряде, вообще механизм взаимодействия различных частей дуги оказывается почти неизученным и исключительно сложным. Поэтому содержание настоящего параграфа следует рассматривать как один из вариантов теории дуги, так как нам придется прибегнуть к сильным упрощениям и не очень обоснованным предположениям.

**2. Взаимодействие плазмы с катодным слоем.** Из хорошо разработанной теории известно, что, задавая силу разрядного тока, размеры баллона, род газа и его давление, можно рассчитать параметры плазмы.

Непосредственно сопоставлять формулы теории плазмы с формулами § 50 для катодного падения нельзя, так как теория плазмы не учитывает влияния объемных зарядов электронов, летящих из катода, а рассматривает объемные заряды, созданные только положительными ионами и хаотическими электронами, обладающими максвелловским распределением скоростей. Чтобы сделать необходимые поправки, представим исходное уравнение теории катодного падения (50.18 б) в виде

$$X/C = (1/C) \beta_e + \beta_r = (1/2 \sqrt{\pi}) \sqrt{U_e/U_p}. \quad (51.1)$$

Чтобы не вводить новых буквенных символов, условимся обозначать штрихами все величины, относящиеся к возмущенной плазме.

Отбросив в (51.1) член с  $\beta_e$ , характеризующий возмущающее действие электронов, летящих с катода, получим уравнение баланса объемных зарядов, из которых исходит теория плазмы

$$\beta'_r = j'_r/j'_p \sqrt{m_p/m_e} = (1/2 \sqrt{\pi}) \sqrt{U'_e/U'_p}. \quad (51.2)$$

Из теории плазмы низкого давления известно, что вдоль ее границ с ионным слоем, расположенным на стеклянных стенках цилиндрической разрядной трубки, независимо от рода и давления газа, силы разрядного тока и т. д. (см. [24], формулу (58)):

$$\bar{\eta}_0 = h_0^2 S_0^2 e^{2\gamma_0} = (U'_p/U'_e)_w = 0,736, \quad (\beta'_r)_w = 1/2 \sqrt{\pi \bar{\eta}_0} = 0,329, \quad (51.3a)$$

причем для плазмы, ограниченной плоскими стеклянными стенками,

$$\bar{\eta}_0 = (U'_p/U'_e)_w = 0,655, \quad (51.36)$$

$$(\beta'_r)_w = 0,350.$$

Из (51.1.) и (51.2) находим

$$\frac{1}{\beta'_r} \left[ \frac{1}{C} \beta_e + \beta_r \right] = \sqrt{\frac{U_e U_p}{U'_e U'_p}}. \quad (51.4)$$

Поскольку в невозмущенной плазме параметры (51.3) сохраняют почти неизменные значения при самых разнообразных условиях, предположим, что

$$\frac{U_e U_p}{U'_e U'_p} \approx 1. \quad (51.5)$$

Тогда (51.4) дает [2, 3, 14, 20, 21]

$$\frac{1}{\beta'_r} \left[ \frac{1}{C} \beta_e + \beta_r \right] = 1. \quad (51.6)$$

Выражение (51.6) можно представить в следующих видах:

$$X = C\beta'_r, \quad (51.7)$$

$$\beta_e = C(\beta'_r - \beta_r), \quad (51.8)$$

$$\frac{\beta'_r}{\beta_r} = 1 + \frac{\beta_e}{\beta_r C} = 1 + \frac{1}{C} \frac{i_e}{i_r}. \quad (51.9)$$

Отношение  $j_e/j_r$  для плазмы можно вычислить [VI.4], [21] или измерить [VI.45].

Допустим, что по заданному разрядному току  $i$  с помощью теории плазмы вычислены  $U'_e$ ,  $i'_r$ , а также ток ионов  $i'_p$  на «холодный» не эмиттирующий электроны катод, находящийся под напряжением  $\Phi_k$ . Такой «холодный» катод эквивалентен обычному зонду. Тогда, считая, что дуга состоит из катодного слоя и плазмы, положим

$$i \approx i_e, \quad U'_e = U_e, \quad i'_r = i_r, \quad U'_p = U_p. \quad (51.10)$$

Подставив в (51.8) выражения для  $\beta_e$ ,  $\beta_r$  и  $\beta'_r$ , найдем

$$i_p = \chi i'_p, \quad (51.11)$$

где поправочный коэффициент

$$\chi = 1 + \frac{\beta_e}{\beta_r C} = 1 + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{U_e}{\Phi_0}} \frac{i_e}{i_r}. \quad (51.12)$$

Формула (51.11) позволяет рассчитать ионный ток на нагретый катод, если известен ионный ток из плазмы на «холодный» катод  $i'_p$  и выполняются условия (51.5) и (51.10), эквивалентные допущению о том, что электронный поток, идущий из катода, возмущает (т. е. изменяет) только ток ионов  $i'_p$  и их концентрацию  $n_p$ , но не остальные параметры плазмы. Чтобы оценить величину поправочного коэффициента, воспользуемся (50.24)

$$2 \gg \chi = X/C\beta_r \approx X/P > 1, \quad (51.13)$$

т. е.  $\chi$  не превосходит двух.

Особенно следует подчеркнуть, что все величины, входящие в формулу (51.12), для  $\chi$  могут быть определены экспериментально [2, 3, 14, 20].

По (51.13) и (51.3) находим нижнюю границу  $\beta_r \approx (\beta_r)_w$ :

$$\beta_r \geq \frac{1}{2} \beta_r' \approx \frac{1}{2} (\beta_r')_w \approx 0,17 = \underline{\beta}_r \quad (51.14)$$

и, следовательно, по (50.17) в ДК

$$0,17 = \underline{\beta}_r \leq \beta_r < \bar{\beta}_r = 1/\sqrt{2\pi} \approx 0,4. \quad (51.15)$$

Из рис. 8.7 видно, что в этом интервале значений параметров  $\beta_e$  изменяется довольно слабо, и вполне допустимо пользоваться приближенными формулами § 50.

За нулевое приближение катодного падения  $\Phi_K^{(0)}$  в (51.12) можно принять критический потенциал газа или напряжение, даваемое упрощенной теорией, развитой в § 49, или использовать другие формулы § 50.

Таким образом, мы приходим к следующей принципиальной схеме расчета вольтамперной характеристики дуги. Задаем силу разрядного тока и по теории плазмы определяем параметры  $\beta_e'$ ,  $\beta_r'$  и  $\Phi_K^{(0)}$ . Далее находим по (51.12) поправочный множитель  $\chi$  и  $\beta_e = \chi \beta_e'$ ,  $\beta_r = \chi \beta_r'$ , а по (50.22) или (50.38) —  $C$  и, следовательно, следующее приближение катодного падения  $\Phi_K^{(1)}$  и т. д.

## ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ДУГА НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ С ХОЛОДНЫМ КАТОДОМ

### § 52. Определение дуги низкого давления. Основные области дуги

*Электрической дугой* называют установившуюся или почти установившуюся форму прохождения электрического тока через газ и граничащие с ним электроды, характеризующуюся низким катодным падением потенциала (порядка первых потенциалов возбуждения и ионизации газа) {3, 4, 6}, [1—3]. Низкое катодное падение потенциала — одно из наиболее существенных и очевидных отличий дуги от тлеющего разряда: катодное падение в дуге примерно на порядок ниже, чем в тлеющем разряде. Другой особенностью дуги является высокая плотность тока на катоде. Однако нижняя граница плотностей тока на катоде дуги ( $10 \div 10^2$  а/см<sup>2</sup> [4—6, III.21]) перекрывается с верхней границей плотностей тока на катоде тлеющего разряда [VII.51]. Наибольшие значения плотностей тока на катоде дуги, как следует из литературных данных [7, 8], составляют  $10^8 \div 10^7$  а/см<sup>2</sup>.

Дуга может существовать лишь при сравнительно больших токах, превышающих некоторую пороговую величину. Пороговые токи в зависимости от различных условий (материала электродов, давления газа и др.) могут принимать весьма разнообразные значения: от сотых долей ампера до нескольких ампер [9, 10].

В дуге, как и в тлеющем разряде, различают катодную и анодную области и расположенный между ними положительный столб.

Дуги подразделяют на дуги низкого и высокого давления. Область давлений, при которых происходит видоизменение дуги, зависит от рода газа и силы тока [11]. Она находится примерно в пределах  $1 \div 10$  мм рт. ст.

Основное отличие дуги низкого давления от дуги высокого давления это неизотермичность плазмы положительного столба: температура электронов в нем значительно превосходит температуру ионов. Имеются и другие отличия, например: а) в дуге низкого давления электронная температура и плотность газа по сечению газоразрядной трубки при умеренных токах практически постоянны, в дуге высокого давления — непостоянны; б) в дуге низкого давления стенки газоразрядной трубки оказывают влияние на процессы в положительном столбе; в дуге высокого давления роль стенок выполняет газ, окружающий положительный столб.

От тлеющего разряда дуга низкого давления отличается лишь явлениями в катодной области. Механизм явлений в положительном столбе и анодной области практически общий для обоих видов разряда.

Основная часть катодной области дуги низкого давления, находящаяся непосредственно у катода, в подавляющем большинстве случаев имеет вид ярко светящихся, быстро движущихся одного или нескольких пятен. Плотность тока в таких пятнах превышает  $10^5$  а/см<sup>2</sup>, катод в области пятна интенсивно испаряется. Концентрация нейтральных и заряженных частиц в катодном пятне, по-видимому, значительно больше, чем в положительном столбе. Дуги с катодным пятном такого типа называют в литературе {4}, [1, 2 и др.] дугами с «холодным» катодом. Этот термин нельзя признать удачным. Он возник в связи с тем, что первоначально ярко светящиеся быстро перемещающиеся катодные пятна наблюдались и изучались на ртути и других жидких

катадах. Долгие годы представлялся немислимым нагрев таких катодов в какой-либо точке до температур, при которых возможна сколько-нибудь заметная термоэлектронная эмиссия. Позднее в литературе появились указания на такую возможность (см. § 54). Более того, ярко светящиеся быстро перемещающиеся катодные пятна наблюдаются не только на легкоплавких жидких катадах, но и на катадах из любых других металлов, в том числе и тугоплавких. В последнем случае температура катода в области пятна может быть очень высокой. Таким образом, название «дуга с холодным катодом» является недостаточно точным. Его оправданием может служить тот факт, что участки катода, соседние с пятном, при любом материале катода остаются практически холодными.

Дуги с холодным катодом могут существовать при сколь угодно низком начальном давлении газа вплоть до  $p \leq 10^{-5}$  мм рт. ст., при котором  $\lambda_e \gg l$  — длины дугового промежутка. В последнем случае газообразная фаза, необходимая для существования дуги, поставляется исключительно за счет испарения и газоотделения электродов под действием самой дуги. Такие дуги называют *вакуумными*.

В некоторых случаях (жидкие катоды, небольшие или кратковременные токи [III.43], окисленная поверхность катода [12] и др.) катодное пятно, характерное для дуги низкого давления с холодным катодом, наблюдается и в дугах высокого давления.

В случае тугоплавких катодов (вольфрамовых и угольных) с повышением давления окружающей среды при сравнительно низких давлениях ( $p \approx 10 \div 100$  мм рт. ст.) наблюдается переход катодной области из режима с быстро перемещающимися ярко светящимися катодными пятнами в режим без катодного пятна с разогретым до высокой температуры катодом, характерный для термоэлектронной дуги высокого давления [9, 13—15, III.43].

Особый вид катодной области дуги низкого давления наблюдался Бертеле и др. [4—6] при частичном погружении тугоплавкого стержня в ртуть и наложении на дуговой промежуток при токах дуги в несколько ампер продольного магнитного поля. В этом случае весь ток к катоду был равномерно распределен на выступающем из ртути тугоплавком стержне, плотность тока составляла  $10 \div 100$  а/см<sup>2</sup>.

Положительный столб дуги низкого давления был рассмотрен в гл. VI. В настоящей главе в §§ 53—57 будут рассмотрены катодное пятно дуги низкого давления с холодным катодом и другие катодные части дуги, в §§ 58 и 59 — анодная область дуги и взаимодействие анодной и катодной областей.

Катодная область дуги низкого давления с холодным катодом состоит из катодного пятна, пространства низковольтной дуги и головной страты \*) положительного столба.

### § 53. Феноменология катодного пятна дуги

Катодное пятно включает в себя эмиттирующий участок катода, область катодного падения потенциала, в которой сосредоточен положительный пространственный заряд и которую еще иначе по аналогии с тлеющим разрядом называют темным катодным пространством, и наиболее ярко светящуюся часть дуги, так называемое отрицательное свечение, — область ионизации.

Отдельные части катодного пятна настолько малы по своей протяженности и неустойчивы, что пока не найдены достаточно надежные методы их исследования по отдельности. Поэтому подавляющее число экспериментальных дан-

\*) Последние две части катодной области дуги имеют место при низком давлении газа не только в дугах с холодным, но и с подогретым катодом. Головная страта часто образует шарообразное свечение, благодаря чему возник даже термин «ball of fire».

ных относится к катодному пятну в целом. Эти данные показывают, что для катодного пятна дуги с холодным катодом, помимо быстрого перемещения, яркого свечения, высокой плотности тока, характерен целый ряд других интересных и неожиданных особенностей: постоянное отмирание одних катодных пятен и рождение новых за счет деления оставшихся, пропорциональность числа пятен току дуги, самопроизвольное погасание всех пятен и, следовательно, погасание дуги при не очень больших токах, движение в магнитном поле в направлении, обратном предсказываемому правилом Ампера, колебания катодного падения, наличие высокоскоростных струй пара. Большинство из этих явлений еще не нашло удовлетворительного объяснения. Поэтому мы рассматриваем вначале феноменологию катодного пятна, затем предложенные теории и их недостатки.

**1. Плотность тока.** Плотность тока на катоде дуги является одной из основных характеристик ее катодной области. Катодная область дуги с холодным катодом отличается наиболее высокой по сравнению с другими видами дуг плотностью тока. Из-за малых размеров катодного пятна, его высокой подвижности и неустойчивости задача измерения плотности тока с удовлетворительной точностью еще не решена. Это усугубляет затруднения в выяснении механизма физических явлений в катодном пятне дуги с холодным катодом и главным образом механизма эмиссии катода.

Обычно для измерения плотности тока пользуются двумя методами. Один из них — метод эрозионных следов — состоит в следующем. Измеряют ширину следа оплавления или следа на предварительно окисленной поверхности катода, оставленного катодным пятном при его перемещении, принимая при этом, что область следа совпадает с областью прохождения тока. Этот метод обладает следующими недостатками: а) по ширине следа нельзя судить о форме пятна, и, следовательно, о его площади; б) размеры эрозионных следов зависят не только от плотности тока и ее распределения по катоду, но и от удельной мощности, поступающей в катод, свойств его материала и скорости перемещения катодного пятна. В силу этих причин о точности метода эрозионных следов вообще не представляется возможным судить. Он может дать как заниженный, так и завышенный результат. Этим, по-видимому, и объясняется большой разброс значений плотностей тока (от  $10^4$  до  $10^8$  а/см<sup>2</sup>), полученных методом эрозионных следов [12, 16—18].

Другой метод — оптический. В связи с быстрым перемещением пятна применяют скоростное фотографирование. При определении плотности тока этим методом поперечные размеры наиболее ярко светящейся части пятна отрицательного свечения отождествляют с поперечными размерами области прохождения тока. Этот метод неточен по следующим причинам: а) размеры светящегося пятна могут не совпадать с размерами проводящего канала; б) плотность тока в области отрицательного свечения может существенно отличаться от плотности тока на самом катоде. Большинство работ, выполненных оптическим методом, из-за недостаточной временной разрешающей способности оптических систем дали заниженный результат [19, 20 и др.].

Наиболее достоверные измерения поперечных размеров ярко светящейся области катодного пятна выполнил Фрум [7, 8, 21]. Используя затвор Керра, он получил ряд фотографий катодного пятна на ртути и на сплаве натрия с калием. Его методика позволяла изменять экспозицию в пределах  $0,1 \div 6$  мксек, а интервалы времени между последовательными кадрами от  $0,4$  до  $70$  мксек. Оказалось, что катодное пятно имеет вид светящихся точек, расположенных вдоль одной линии, длина которой  $l$  пропорциональна току дуги  $i$ :

$$l = Ki. \quad (53.1)$$

Коэффициент пропорциональности  $K$  для ртути оказался равным  $10^{-3}$  см/а, для сплава натрия с калием —  $4 \cdot 10^{-4}$  см/а. Светящаяся линия перемещалась

в направлении, перпендикулярном самой себе, со скоростью, которая в начальные моменты времени после возникновения катодного пятна достигала  $10^4$  см/сек и через несколько десятков микросекунд спадала до  $10^3$  см/сек. Ширина светящейся линии, измеренная по фотографиям, составляла на ртути  $10^{-3}$  см и на сплаве натрия с калием —  $(0,5 \div 1) \cdot 10^{-3}$  см. Поскольку за время экспозиции катодное пятно могло сместиться на расстояние, сравнимое с его шириной, Фрум посчитал эти величины завышенными и определил их другим способом. Он принял, что минимальный ток, при котором катодное пятно может существовать, равен  $0,1 \div 0,5$  а, и предположил, что при этом токе длина пятна равна его ширине. Длину пятна он определил по формуле (53.1), используя полученное им значение  $K$ . Расчет дал для ртути  $(1 \div 5) \cdot 10^{-4}$  см, для сплава натрия с калием —  $(0,4 \div 2) \cdot 10^{-4}$  см. Соответственно плотности тока оказались равными  $(0,2 \div 1) \cdot 10^7$  а/см<sup>2</sup> и  $(1,2 \div 6) \cdot 10^7$  а/см<sup>2</sup>.

Заслуживает упоминания еще один опыт по измерению плотности тока. Это опыт, выполненный Самервиллом с сотрудниками [18], состоял в следующем. В промежуток длиной 3 мм с электродами из олова на некотором расстоянии от них помещались две целлофановые пленки. Импульсом тока дуги в 150 а и продолжительностью 1 мксек в целлофановых пленках были прожжены отверстия диаметром 0,03 мм. Отсюда плотность тока была оценена равной  $2 \cdot 10^7$  а/см<sup>2</sup>. Введение диэлектрика в дуговой промежуток безусловно внесло искажение в процесс, что является недостатком этого метода. Можно, по-видимому, утверждать, что в этом опыте измеренная средняя плотность не превышала действительную.

Следует обратить внимание и на следующее обстоятельство: ни один из известных методов измерения плотности тока не позволяет определить соотношение между электронной и ионной составляющей тока у катода. Без знания этого соотношения нельзя сколько-нибудь обосновано рассмотреть баланс энергии на катоде и решить вопрос о механизме эмиссии катода.

**2. Катодное падение потенциала.** Катодное падение потенциала, так же как и плотность тока, является важнейшей характеристикой дуги. Непосредственное измерение катодного падения потенциала  $U_k$  в дугах вообще, а в дугах с холодным катодом в особенности встречается большие трудности, которые до настоящего времени еще не преодолены. В дугах с холодным катодом эти трудности вызваны малыми размерами катодного пятна и его ярко выраженной нестабильностью.

Зондовые измерения показали, что за пределами катодного пятна, на не-большом расстоянии от катода, в области так называемой низковольтной дуги потенциал практически не изменяется ( $E < 0,1$  в/см) или даже незначительно падает [VII.88], [22]. Специальными опытами было показано, что распределение потенциала в катодной области практически не изменяется, если уменьшить длину дуги, поместив анод в пространство низковольтной дуги [VII.88]. Таким образом, разность потенциалов между катодом и областью низковольтной дуги может быть измерена не только методом зондов, но и путем измерения падения напряжения на короткой дуге низкого давления\*). По этой разности потенциалов судят обычно о величине катодного падения.

При этом не следует упускать из виду, что как зондовый метод, так и появившийся на его основе метод измерения падения напряжения на короткой дуге фиксируют потенциал уже вне катодного пятна и не позволяют проследить за ходом потенциала в области самого катодного падения. Вместе с этим не исключена возможность того, что в области катодного падения имеется максимум потенциала (см., например, [VII.88], [23]).

\*) Не следует путать с короткими дугами высокого давления, существующими при расстояниях между электродами порядка  $\lambda_e$  [1].

Измерения падения напряжения на коротких дугах низкого давления показали следующее. Величина напряжения на короткой дуге претерпевает непрерывные колебания [24], не снижаясь, однако, ниже определенного предела, обозначим его  $U_{\text{кmin}}$ , зависящего от материала катода. Максимальное напряжение на дуге может во много раз превышать  $U_{\text{кmin}}$  [2, 25].

При малых токах дуга может существовать в двух состояниях, характеризующихся двумя значениями  $U_{\text{кmin}}$ , отличающимися для ртутного катода примерно в два раза [2]. В процессе существования дуги происходит непрерывный переход из одного состояния в другое. Более неустойчивым является состояние с повышенным  $U_{\text{кmin}}$ ; в этом состоянии происходит в большинстве случаев погасание дуги. С увеличением тока вероятность существования дуги при повышенном  $U_{\text{кmin}}$  уменьшается, приближаясь к нулю при некотором токе. Связь изменений напряжения на дуге с катодными процессами была подтверждена специальными опытами [2, 24]. В работе [2] путем осциллографирования напряжения ртутной дуги с фиксированным катодным пятном и тока фотоэлектронного умножителя, на катод которого посылалось излучение катодного пятна, было показано, что подъемы напряжения на дуге происходят синхронно с увеличением светового потока, излучаемого катодным пятном. При введении неона в ртутную дугу и регистрации излучения катодного пятна через красный светофильтр синхронно с подъемами напряжения на дуге наблюдались всплески свечения неона, локализованные в катодной области дуги. Этот опыт являлся свидетельством того, что наблюдавшиеся на осциллограмме подъемы напряжения соответствуют подъемам катодного падения потенциала, в результате которых увеличилась энергия электронов и стало возможным возбуждение атомов неона, первый потенциал возбуждения которого (16,8 э) примерно в два раза превышает  $U_{\text{кmin}}$  ртутной дуги.

Сводка данных ряда авторов [10, 23, 26] о падении напряжения на коротких дугах низкого давления, в большинстве случаев вакуумных, при разных токах и материалах катода приведена в табл. 9.1.

Из таблицы видно, что данные разных авторов в большинстве случаев расходятся на более, чем на несколько вольт. С ростом тока от нескольких десятков до нескольких сотен ампер падение напряжения на дуге увеличивается незначительно: менее, чем на 2 э.

Если рассмотреть отношение  $U_{\text{кmin}}/U_i$  по группам металлов, как это сделал Кесаев [10], то можно видеть, что это отношение наименьшее для металлов II группы Hg, Zn, Cd, у которых имеется метастабильный уровень с потенциалом возбуждения  $U_{\text{мет}}$ , близким к половине  $U_i$ . В пределах каждой группы, за исключением VIII (ферромагнитные металлы),  $U_{\text{кmin}}/U_i$  убывает с ростом атомного веса металла.

Кесаев [10] считает, что основным процессом, определяющим величину  $U_{\text{кmin}}$ , является ионизация: ступенчатая в катодном пятне на металлах II группы и прямая на металлах других групп. Уменьшение  $U_{\text{кmin}}$  с ростом атомного веса металла в пределах каждой группы Кесаев объясняет уменьшением упругих потерь энергии электронами из-за уменьшения отношения  $m_e/m_g$ .

Возможно, что некоторое влияние на величину  $U_{\text{кmin}}$  оказывают и тепловые процессы, как на это указал Рис [26]. Об этом свидетельствует тенденция к возрастанию  $U_{\text{кmin}}$  с увеличением произведения  $T_{\text{кип}}\sqrt{\chi}$ , где  $T_{\text{кип}}$  — температура кипения металла катода, а  $\chi$  — коэффициент его теплопроводности (рис. 9.1).

В работе Клярфельда [27] отмечается, что  $U_{\text{кmin}}$  зависит от степени взаимодействия катодных пятен между собой. В его опытах катодное падение напряжения в ртутной дуге при больших постоянных токах (до 1000 а) было значительно меньше, чем при тех же мгновенных значениях переменного тока промышленной частоты. В первом случае катодные пятна располагались на периферии катода, во втором — пятна находились на небольшом расстоянии друг

Таблица 9.1  
Данные о катодном падении потенциала, пороговом токе дуги и токе на одно пятно

Группа, металл	Атомный вес	$U_k, e$	$U_{метт}, e$	$T_{катт}, ^\circ K$ [30]	$\chi, \frac{эвт}{см.эраб}$ [31]	$T_{катт} \sqrt{\chi}, \frac{эвт}{см.эраб} \sqrt{h}$ $см. \sqrt{h}$	$i_{порт}, a$ [10]	$U_k min, e$ [10]	$U_k min/U_i$ [10]	$U_{кр*}, e$ [26]	$U_{кр*}, e$ [23]	Средний ток на одно пятно, а
I Li	7	5,37		1350	0,67	1070		16	2,8			
Na	23	5,14		1150				16	2,08	10 (11)		
Cu	64	7,68		3150	4,1	6400	1,6	16	2,08	21,5 (50)		
Ag	108	7,54		2436	4,17	5000	1,2	13	1,73	17 (26)		200 [26]
Cs	133	3,87		686				6,2	1,6		16,5+17,8 (100+300)	
Au	197	9,18		3120	3,1	5500	1,64	15	1,64			
II Be	9	9,28		2744	1,6	3470	0,9	17	1,83			
Mg	24	7,61	2,7	1185	1,1	1245		12,5	1,64	12,5 (20)		
Zn	65	9,36	4	1046	1,13	1115	0,3	10	1,07	10,7 (10)		
Cd	112	8,96	3,7+3,9	770	0,96	755	0,19	11	1,23	10 (10)		
Hg	201	10,39	4,7+4,9	630	0,104	203	0,07	8+9,5	0,77+0,91	8 (5)		0,5 [2]
III Al	27	5,96		2621	2,1	3800	1	15,5	2,6	16,7 (26)		
Ga	70	5,97	0,1	2517			0,45	15	2,5	20+20,8 (100+300)		
In	115	5,76	0,27	2323			0,45	13	2,26			
Tl	204	6,07	1,0	1745	0,2	780		11,5	1,9			
IV Ti	48	6,81		3442	0,15	1340						
Sn	119	7,3		2995	0,66	2440	2	12,5	1,71	11,3 (10)		
Pb	207	7,38		2028	0,35	1200	0,6	9+11	1,35+1,5	9,2 (7)	10,3 (20)	
V Sb	122	8,35		1898	0,93	1830	0,29					
Ta	181			5565	0,54	4100	1,5			9,8 (10)		
Bi	209	8,0		1700	0,84	1560	0,27	9+12,5	1,12+1,6	8,7 (5)		
VI Cr	52	6,7		2840	0,29	1530	2,5					
Mo	96	7,2		5100	1,45	6150	1,5			24 (60)		
W	184	7,98		5645	1,67	7300	1,6			26 (60)		100+200 [32]
VII Fe	56	7,83		3045	0,84	2800	1,5	17	2,17	16,2 (60)		
Co	59	7,81		2528	0,71	2130	3,2	16	2,05			
Ni	59	7,61		2415	0,83	2200	6	18	2,36	15,5 (60)	18+19,6 (100+300)	

\*) В скобках указаны величины токов, при которых производились измерения  $U_{кр}$ .

от друга, так как за время существования большого тока они не успевали разойтись.

Иным закономерностям подчиняются колебания напряжения на дуге [25, 28]. Их амплитуда с ростом тока заметно уменьшается. Характер и амплитуда колебаний существенно зависят от ряда тепловых характеристик материала катода и его электропроводности. В случае металлов с высокой тепло- и электропроводностью и достаточно высокой температурой кипения, например для Au, Ag, Cu, колебания носят характер шумов с частотой  $10^7$  гц и беспорядочно изменяющейся амплитудой. При переходе к металлам с низкой электро- и теплопроводностью и сравнительно невысокой температурой кипения (например, Hg, Bi, Ga) амплитуда колебаний заметно уменьшается, а сами они имеют вид импульсов длительностью  $10^{-6} \div 10^{-7}$  сек, чередующихся с частотой  $10^5 \div 10^6$  гц [25]. Повышение давления окружающей среды путем введения газов в дуговой промежуток или увеличения температуры ртути в случае ртутного катода или ртутного наполнения прибора приводит к уменьшению амплитуды колебаний. Наблюдается также уменьшение амплитуды колебаний при подключении параллельно дуговому промежутку емкости [25, 28].

### 3. Продольная протяженность

катодного пятна. Остроумная попытка изменить продольную протяженность отдельных частей катодного пятна ртутной дуги была предпринята Смитом [29]. Он получил увеличенное почти в 8 раз изображение катодного пятна и его отражения в поверхности ртути. Чтобы уменьшить возмущение ртутной поверхности катодным пятном, Смит поместил дугу в поперечное магнитное поле напряженностью 1500 э, под действием которого пятно перемещалось со скоростью 70 м/сек. При расположении оптической оси системы под углом  $3^\circ$  к поверхности ртути на фотографии получались две светлые линии, согласно интерпретации автора соответствовавшие движущейся области ионизации и ее отражению, а темная полоса между ними — удвоенной ширине темного катодного пространства.

Протяженность области ионизации по определению Смита оказалась равной  $4 \cdot 10^{-3}$  см, а ширина темного катодного пространства —  $10^{-3}$  см. Эти данные, как справедливо заметил Кесаев [2], нельзя признать достаточно надежными из-за возмущения поверхности ртути пятном, о чем свидетельствует замеченное Смитом исчезновение темной полосы между светящимися линиями при увеличении угла наклона оптической оси системы к поверхности ртути до  $5^\circ$ .

4. Пороговые токи дуги, ток на одно пятно. Катодное пятно состоит из отдельных ячеек [2, 25], ток которых ограничен определенными пределами. Для ртутного катода путем непосредственного скоростного фотографирования одиночных ячеек было установлено, что нижний предел тока ячейки, равный 0,07 а, соответствует примерно пороговому току  $i_{\text{пор}}$ . При токах ячейки выше верхнего предела, равного для Hg примерно 0,1 а, ячейка делится на две. На других металлах не удалось зафиксировать отдельные ячейки, поскольку

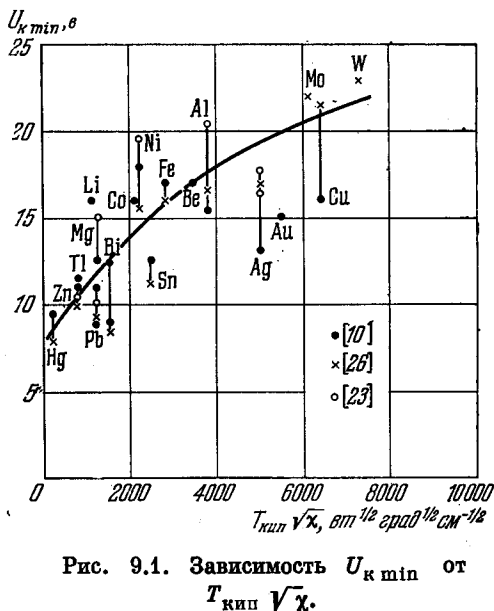


Рис. 9.1. Зависимость  $U_{k min}$  от  $T_{кип} \sqrt{\chi}$ .

они, по-видимому, оказались ближе расположенными одна к другой, чем на Hg [25]. По аналогии с ртутным катодом, вероятно, можно считать, что пороговый ток катодного пятна и на других металлах соответствует нижнему пределу тока одной ячейки. Систематическое определение пороговых токов для большой группы металлов выполнено при атмосферном давлении в [10]. Нельзя с уверенностью утверждать, что пороговые токи дуги при низком и атмосферном давлении имеют одну и ту же величину. Однако одинаковый характер катодного пятна при малых токах в этих условиях позволяет надеяться, что и характер зависимости порогового тока от свойств материала катода должен быть одним и тем же.

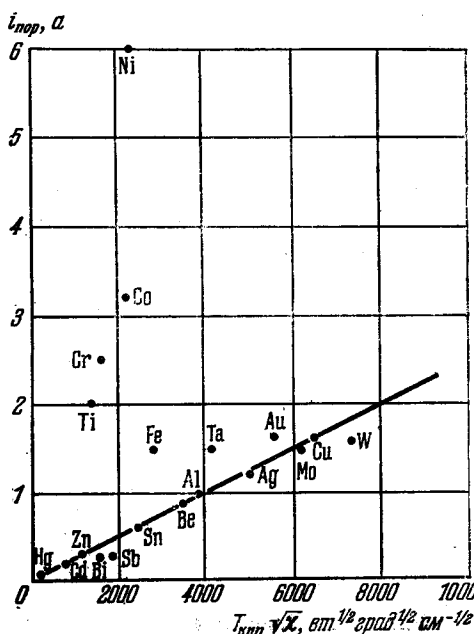


Рис. 9.2. Зависимость  $i_{\text{пор}}$  от  $T_{\text{кип}} \sqrt{\chi}$  [10].

Прямая построена по формуле (53.2).

Пороговый ток в работе [10] определялся как наименьший ток, при котором в осциллограмме напряжения на размыкающихся контактах появлялась ступенька, соответствовавшая напряжению на дуге. Последнее было в несколько раз меньше напряжения источника тока. Полученные данные приведены в табл. 9.1.

На рис. 9.2 показана зависимость  $i_{\text{пор}}$  от произведения температуры кипения материала катода  $T_{\text{кип}}$  на корень из его теплопроводности  $\sqrt{\chi}$ . Эта зависимость почти для всех металлов может быть выражена эмпирической формулой [10]

$$i_{\text{пор}} = 0,25 \cdot 10^{-3} T_{\text{кип}} \sqrt{\chi}. \quad (53.2)$$

Рис. 9.2 и формула (53.2) показывают, что процесс установления порогового тока зависит от нагрева и испарения катода. Существенно, по-

видимому, и влияние магнитного поля, на что указывает отклонение от зависимости (53.2) пороговых токов для ферромагнитных металлов [10].

Число ячеек в пятне и, следовательно, ток одного пятна, так же как и ток одной ячейки, не превышают определенного предела. При токах дуги выше этого предела число катодных пятен, существующих одновременно, увеличивается пропорционально току дуги. Ток, приходящийся на одно пятно, как показывают отдельные экспериментальные данные [2, 25, 26, 32], полученные путем скоростного фотографирования, так же как и пороговый ток дуги, возрастает с увеличением температуры кипения материала катода (см. табл. 9.1).

**5. Распад и деление катодного пятна.** Катодные пятна, так же как и отдельные ячейки, в течение всего времени существования дуги претерпевают процессы распада и деления. Эти процессы иллюстрируются рис. 9.3, на котором приведены фоторазвертки движения катодных пятен на таких различных по своим тепловым характеристикам металлах, как ртуть и вольфрам. Обрыв светящегося следа на этих фоторазвертках соответствует распаду пятна, раздвоение следа — его делению.

Происходят непрерывающиеся колебания яркости свечения катодных пятен. Они заметны на фоторазвертке рис. 9.3, б, снимавшейся со значительно большей скоростью, чем фоторазвертка рис. 9.3, а. Частота этих колебаний, как и частота колебаний катодного падения потенциала, может достигать  $10^7$  гц [2, 32].

## 6. Движение катодных пятен.

6.1. Хаотическое движение. Одиночное катодное пятно хаотически перемещается по катоду. Если пятен несколько, они взаимно отталкиваются, что проявляется в движении пятен к краям катода [33, 34]. Расхождение пятен после акта деления можно видеть на фоторазвертках рис. 9.3. Скорость движения пятен к периферии катода с ростом тока дуги увеличивается [34]. В различных экспериментах были зафиксированы скорости перемещения пятен от нескольких десятых [2, 20] до нескольких сотен метров в секунду [7, 21, 26, 32].

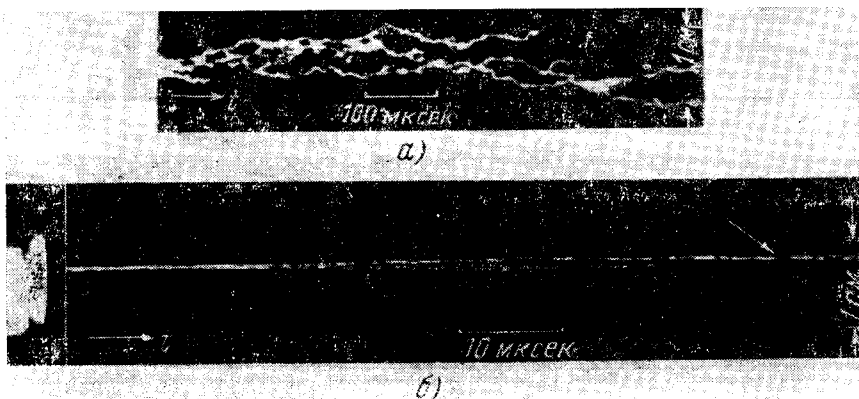


Рис. 9.3. Фоторазвертки движения катодного пятна.

а) На ртутном катоде, ось оптической системы перпендикулярна поверхности ртути,  $i = -1,3$  а [25]; б) на вольфрамовом катоде, слева показаны замкнутые контакты, сфотографированные через щель оптической системы (дуга возбуждалась при размыкании контактов), оптическая ось параллельна плоскости контактов,  $i = 100$  а [32].

6.2. Обратное движение катодного пятна в магнитном поле. Взаимное отталкивание катодных пятен противоречит правилу Ампера, согласно которому одинаково направленные токи должны притягиваться. В этом проявляется характерный для катодного пятна дуги низкого давления с холодным катодом так называемый эффект обратного движения в магнитном поле. Этот эффект специально изучался в ряде работ при наложении на дуговой промежуток поперечного магнитного поля. Он наблюдался на всех металлах, подвергнутых исследованию (Hg, Pb, Zn, Al, Fe, Ni, Ag, Cu, Mo, Ta, W и др.) [35—38] при различном составе окружающего газа (воздух, Ar, N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub> и др.) [36, 38—40].

При движении катодного пятна в обратном направлении в ряде опытов [37, 38] при не очень низком давлении окружающего газа наблюдалось отставание положительного столба и анодного пятна, стремившихся под действием силы Ампера перемещаться в прямом направлении.

Скорость обратного движения катодного пятна увеличивается с ростом тока дуги и напряженности поперечного магнитного поля. С увеличением напряженности магнитного поля выше некоторой величины в ряде случаев при опытах с катодным пятном на ртути [35, 41] наблюдался резкий подъем скорости (рис. 9.4, а). Кривые изменения скорости обратного движения катодного пятна на ртути с ростом тока (рис. 9.4, б) обнаруживают тенденцию к насыщению, наиболее отчетливо выраженную при напряженностях магнитного поля до 1000 э [2, 40]. Предполагается [2], что эта закономерность обусловлена переходом от режима с одним пятном на катоде к режиму с несколькими пятнами.

Увеличение давления окружающего газа замедляет обратное движение катодного пятна. При некотором давлении  $p_{кр}$  пятно останавливается и при  $p > p_{кр}$  меняет направление своего движения с обратного на прямое, соответствующее правилу Ампера [37, 38, 40].  $p_{кр}$  увеличивается с уменьшением тока дуги и ростом напряженности поперечного магнитного поля. В зависимости от условий опыта оно может изменяться в широких пределах. Например, в работе [39] в диапазоне токов дуги  $2 \div 10$  а и напряженностей магнитного поля  $10 \div 450$  э наблюдалось изменение  $p_{кр}$  от 8 до 600 мм рт. ст.

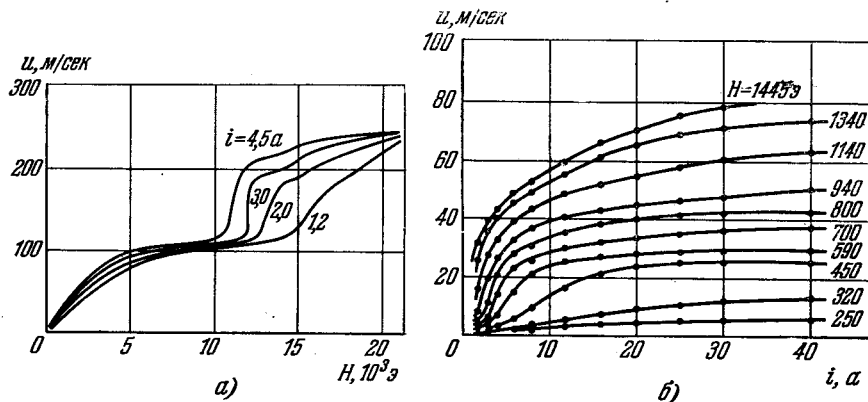


Рис. 9.4. Зависимость скорости движения катодного пятна на ртутном катоде от напряженности поперечного магнитного поля при различных токах дуги [41] (а) и от силы тока при различной напряженности магнитного поля [2] (б).

В одной из работ [38] было показано, что возможность движения катодного пятна в обратном направлении исключается при нагреве танталового катода до белого каления, при котором имеет место значительная термоэлектронная эмиссия. В этом случае катодное пятно перемещалось с небольшой скоростью в прямом направлении, в то время как при холодном или накаливаемом до красна катоде движение было обратным и со значительно большей скоростью. Эти опыты производились при токе дуги 13 а в атмосфере аргона ( $p = 5 \div 50$  мм рт. ст.) или ртути ( $p > 0,1$  мм рт. ст.).

Скорость движения катодного пятна в магнитном поле зависит также от материала катода и состояния его поверхности [42, 43]. Однако определенные закономерности здесь пока не установлены.

**6.3. Фиксация катодного пятна.** Расположение катодных пятен может быть локализовано на линии смачивания твердого металла, погруженного в ртуть или другой жидкий металл (Sn, Cd, Na, Bi и др. [44]). Это явление получило название фиксации катодного пятна. Фиксированное катодное пятно образует на границе твердого и жидкого металла светящуюся линию, длина которой пропорциональна току дуги. При увеличении тока дуги катодное пятно удерживается на линии фиксации до тех пор, пока ток, проходящий на сантиметр длины этой линии, не превысит некоторую величину, обозначим ее через  $j_{ф}$ .  $j_{ф}$  линейно увеличивается с уменьшением температуры фиксатора [44]. На ртутном катоде при разных условиях опытов наблюдались величины  $j_{ф} = 10 \div 100$  а/см [20, 44—46].

Необходимым условием фиксации является чистота поверхности металла фиксатора, достаточная для смачивания его ртутью [20].

Устойчивая фиксация катодного пятна наблюдалась на металлах фиксатора Mo, W, Nb, Ir, Pt, Pd, Cd, Cr, Zr, Rh, Ni, Al [20, 44], хуже пятно фиксировалось на Fe и Ta [20]. Было обнаружено распыление фиксатора по линии смачивания, особенно заметное на металлах фиксатора, температура пла-

ления которых ниже  $1900^{\circ}\text{C}$ . Молибденовые и вольфрамовые фиксаторы практически не распыляются [20].

Скоростное фотографирование показало, что неподвижность катодного пятна на линии фиксации лишь кажущаяся. На самом деле фиксированное катодное пятно, так же как и свободное пятно, состоит из отдельных быстро движущихся пятен, систематически претерпевающих распад и деление [20].

**7. Неустойчивость катодного пятна.** Непрекращающиеся распад, деление и движение катодных пятен, колебания яркости их свечения и катодного падения потенциала свидетельствуют о неустойчивости катодного пятна [2]. Еще в большей мере неустойчивость катодного пятна проявляется в погасаниях дуги с холодным катодом.

Достаточно тем или другим способом прервать ток дуги на незначительный промежуток времени, как дуга больше не восстанавливается. Минимальная длительность этого промежутка времени для ртутной дуги составляет  $10^{-9} \div 10^{-7}$  сек [47, 48].

Вакуумную дугу с вольфрамовым катодом удавалось погасить при токе  $1200\text{ а}$ , прервав его на  $4 \cdot 10^{-5}$  сек, несмотря на весьма высокое восстанавливающееся напряжение ( $\approx 19\text{ кВ}$ ) одинаковой полярности с током [49].

При одновременном распаде всех катодных пятен погасание дуг с холодным катодом происходит самопроизвольно. Этот процесс подчиняется статистическим законам [2, 50, 51]. Число дуг  $N_t$  с продолжительностью существования  $\geq t$  равно

$$N_t = N_0 \exp(-t/\bar{\theta}), \quad (53.3)$$

где  $\bar{\theta}$  — среднее арифметическое продолжительности существования дуги, а  $N_0$  — полное число исследовавшихся дуг.  $\bar{\theta}$  экспоненциально возрастает с увеличением тока [2, 25]. На рис. 9.5 представлена зависимость  $\bar{\theta}$  от тока для ртутной дуги. При некотором токе дуги (обозначим его через  $i_1$ ) наклон кривой  $\bar{\theta} = f(i)$ , построенной в полулогарифмическом масштабе, уменьшается. При этом токе, как показало скоростное фотографирование катодного пятна на ртути, заканчивается формирование одиночного пятна; при дальнейшем увеличении тока одновременно существует несколько катодных пятен.

В нескольких работах [2, 25, 28] предпринимались попытки выяснить влияние различных факторов на ход кривых  $\bar{\theta} = f(i)$ . В работах [2, 25]  $\bar{\theta}$  измерялось при токах до  $50\text{ а}$ , как среднее из  $200 \div 500$  отсчетов с помощью схемы, позволявшей регистрировать число возбуждавшихся дуг, полное количество электричества, протекшее в их цепи, и суммарное время существования дуг. Исследовались дуги с катодами из различных металлов при расстоянии между анодом и катодом в большинстве опытов  $0,5\text{ см}$ . Дуга возбуждалась полупроводниковым зажигателем. В работе [28]  $\bar{\theta}$  определялось как среднее из 40 отсчетов по осциллограммам напряжения, наведенного на индуктивности колебаниями напряжения дуги. Дуга возбуждалась при размыкании тока контактами, помещенными в вакуум  $p \leq 10^{-6}\text{ мм рт. ст.}$  Полное расстояние между контактами составляло  $0,6\text{ см}$ . Как показали специальные опыты, изменение расстояния между электродами в процессе горения дуги не оказало заметного влияния на длительность ее существования. Для ртутной дуги независимость  $\bar{\theta}$  от расстояния между анодом и катодом была установлена при его изменении от  $0,2$  до  $27\text{ см}$ .

Оказалось, что  $\bar{\theta}$  зависит от характеристик материала катода, рода и давления окружающего газа и параметров внешней цепи.  $\bar{\theta}$  увеличивается,

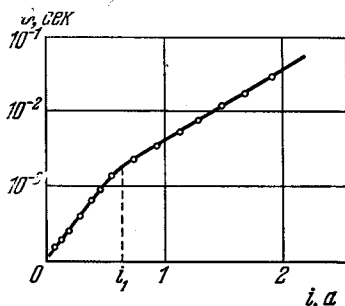


Рис. 9.5. Зависимость средней продолжительности существования дуги  $\bar{\theta}$  на ртутном катоде от силы тока [2].

$i$ , уменьшается с уменьшением температуры кипения материала катода (рис. 9.6.).  $\phi$  сплавов определяется компонентой с более высокой упругостью пара. Уменьшение электро- и теплопроводности облегчает существование дуги. Об этом свидетельствует сравнительно большое  $\phi$  и его слабая зависимость от температуры кипения в случае катодов из металлов Zn, Cd, Bi, Hg. Наблюдается также некоторый спад  $\phi$  с уменьшением атомного веса металла. Значительное увеличение  $\phi$  имеет место при затвердевании жидких катодов [2, 25, 52].

Повышение давления окружающей среды приводит к увеличению  $\phi$ , тем более значительному, чем выше атомный вес вводимого газа [25].

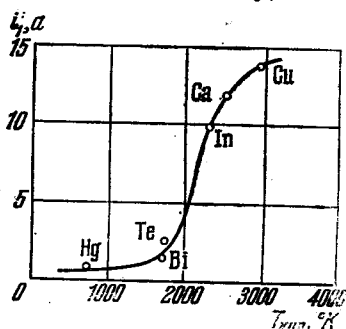


Рис. 9.6. Зависимость тока  $i$  от температуры кипения материала катода [25].

Наблюдается заметное уменьшение  $\phi$  при подключении параллельно дуговому промежутку емкости [2, 25, 28] и возрастание при последовательном подключении индуктивности и увеличении э.д.с. источника тока [2].

**8. Эрозия катода.** Катод в области пятна подвергается эрозии. Продуктами эрозии являются пар, капельки, а в случае твердых катодов и осколки электродов. Перечислим методы, которые применяются в большинстве случаев при исследовании эрозии электродов:

- 1) анализ эрозионных следов на исследуемом электроде;
- 2) измерение убыли веса электрода путем его взвешивания;
- 3) осаждение продуктов эрозии на одну или несколько пластинок, расположенных на некотором удалении от исследуемого электрода, и определение вызванного этим увеличения веса пластинок;
- 4) помещение невдалеке от исследуемого электрода закопченного стекла и анализ оставленных на нем следов каплями или осколками электрода.

Большое число работ было посвящено исследованию испарения и разбрызгивания ртутного катода [52—58]. Отделение парообразной фазы от брызг оказалось весьма сложной задачей: исключить образование брызг не удавалось даже фиксацией катодного пятна [56]. Измерения осложняются еще и испарением свободной поверхности ртути, не занятой катодным пятном. Этим объясняется [2], по-видимому, большой разброс данных о скорости испарения ртути, приведенных в литературе. Так, в опытах Кобла [58] и Тонкса [54] были приняты специальные меры для исключения разбрызгивания ртути. Однако первый получил скорость испарения (обозначим ее через  $G_n$ )  $\sim 1,7 \cdot 10^{-5}$  г/к, второй —  $2,5 \cdot 10^{-4}$  г/к. Количество разбрызгиваемой ртути, выраженное в тех же единицах (обозначим его через  $G_p$ ), на несколько порядков превосходит обе эти величины. Детальные исследования Удриса [52], выполненные в основном методом 4), показали, что в режиме одновременного существования на катоде нескольких пятен  $G_p$  достигает  $(1 \div 2) \cdot 10^{-2}$  г/к и практически не изменяется с ростом тока  $i$ . В режиме одиночного пятна наблюдалось экспоненциальное увеличение  $G_p$  с ростом  $i$ . В опытах Удриса частота вылета капель достигала  $4 \cdot 10^4 \div 10^5$  капель/сек, их диаметр превышал в большинстве случаев  $2 \cdot 10^{-3}$  см, наивероятнейшая скорость составляла 3 м/сек, при максимальной скорости до 6 м/сек.

В случае твердых катодов доля эрозии в твердой и жидкой фазах по отношению к полной эрозии катода значительно меньше. В литературе приводятся величины от 0 до 80% [23, 57]. В ряде работ показано, что выброс макрочастиц из катода уменьшается с улучшением его охлаждения [14] и обезгаживанием [59], а в случае очистки материала катода зонной плавкой сводится к нулю [60].

Исследования скорости эрозии ( $G_p + G_k$ ) катодов из различных материалов не позволили установить определенную закономерность в ее изменении от какой-либо характеристики материала. Все же некоторая тенденция к увеличению скорости эрозии с уменьшением температуры плавления материала катода наблюдается [26, 57, 60, 61]. В эту закономерность не укладывается графит [57]. Скорость эрозии для легкоплавких металлов (Zn, Cd, Sn) порядка  $10^{-4}$  г/к, для более тугоплавких (Cu, Fe, W) —  $10^{-5}$  г/к [26].

Катод после воздействия пятна имеет матовую поверхность с различными под микроскопом следами оплавлений, причем структура шероховатости значительно тоньше в случае тугоплавких металлов, чем в случае легкоплавких [26].

Весьма противоречивые данные приводятся в литературе о зависимости эрозии от тока. Казалось бы с ростом тока  $G_p + G_k$  должна оставаться постоянной, поскольку число катодных пятен возрастает пропорционально току. Однако на опыте бывает и убывание и рост  $G_p + G_k$  [60, 61], иногда весьма сильный [62] с увеличением тока. Расхождение результатов, возможно, объясняется различием в разогреве катода.

Механизм эрозии неоднократно обсуждался [2, 57], однако пока его объяснить не удалось.

**9. Высокоскоростные струи плазмы.** Одним из удивительных явлений, характерных для катодного пятна дуги низкого давления с холодным катодом, является испускание из области пятна высокоскоростных струй плазмы. Измерение скорости струй производилось разными методами. Перечислим коротко основные из них:

1) измерение отклонения маятника под действием струи и количества пара, осажденного на нем [23, 63—65];

2) измерение силы реакции струи на катод и убыли вещества катода [58, 63, 64];

3) измерение энергии, рассеиваемой струей на пластинке, помещенной у катода, и приращения ее веса за счет осаждения пара струи [65];

4) регистрация скорости движения переднего фронта струи оптическим методом [67];

5) регистрация скорости движения переднего фронта струи зондовым методом [68].

Все опыты любым из перечисленных методов при низком давлении окружающего газа давали скорость порядка  $10^6$  см/сек. Если при измерении скорости косвенными методами 1) — 3) можно было сомневаться в правильности измерения массы \*), то измерения прямые (методы 4) и 5)) исключили эти сомнения.

Приписание струям термического происхождения приводило к температурам порядка  $10^5$  °C [63], из предположения о возникновении струй вследствие ускорения ионов в области катодного падения [69] следовали энергии в несколько сотен электронвольт. И то, и другое представлялось маловероятным. Обсуждение механизма струй пока не привело к единому мнению.

Экспериментально были установлены следующие особенности высокоскоростных струй плазмы.

1) Степень ионизации струй, как показали исследования их состава с помощью масс-спектрометра Томсона, составляет от  $12 \div 15\%$  (Cd) до  $80 \div 100\%$  (Mg). В струях были обнаружены одно-, двух-, трех- и четырехзарядные ионы. В струях Cd преобладают однозарядные ионы, в струях Al, Mg, Ni их доля составляет  $50 \div 65\%$ , остальные ионы преимущественно двухзарядны, содержание трех- и четырехзарядных ионов не превышает нескольких

\*) При измерении методами 1) и 3) ее величина могла быть занижена из-за отражения части ионов и атомов, при измерении методом 2) могло быть завышение массы из-за выхода из катода не только струй пара, но и макрочастиц.

процентов от полного числа ионов в струе. С увеличением тока доля многозарядных ионов убывает [23].

2) Распределение в пространстве потока пара струи подчиняется косинусному закону [23, 63].

3) Реакция струй пара на катод при низких давлениях газа достигает нескольких десятков  $\text{дин/а}$  [58, 63, 66].

4) С увеличением давления окружающего газа до  $2 \div 8 \text{ мм рт. ст.}$  реакция струй пара на катод уменьшается на порядок [66]. Этому соответствует и уменьшение скорости струй на один-два порядка при давлениях газа порядка атмосферного [67, 70].

5) Скорость струй пара возрастает с увеличением температуры плавления материала катода [64].

6) Измерения [68] скорости разлета плазмы, возникавшей при размыкании в вакууме вольфрамовыми электродами тока от 30 до 1000  $\text{а}$ , выполненные зондовым методом и так называемым магнитогидродинамическим методом \*) показали, что скорость переднего фронта облака плазмы почти в два раза превышает скорость за фронтом.

7) Наблюдалось также увеличение скорости переднего фронта плазмы с ростом тока дуги. Скорость за фронтом с увеличением тока до 300  $\text{а}$  возрастала, при дальнейшем росте тока уменьшалась [68].

10. **Температура и плотность пара в катодном пятне.** Совершенно отсутствуют в литературе надежные данные о важнейших характеристиках катодного пятна — температуре и плотности пара. Это объясняется экспериментальными трудностями, обусловленными упоминавшимися выше особенностями пятна.

Излучение катодного пятна имеет сплошной спектр, на который наложены интенсивные линии атомов и ионов металла катода [20, 35, 71]. Пирометрирование дало температуру катодного пятна на ртути  $1323 \div 3360^\circ\text{К}$  [20] и на меди  $2400 \div 3300^\circ\text{К}$  [71]. Из рассмотрения теплового баланса катодного пятна на ртути в предположении термодинамического равновесия Вассераб [72] расчетным путем получил температуру 2100  $^\circ\text{К}$  и давление 2000  $\text{атм.}$

О плотности пара в катодном пятне имеются лишь некоторые соображения. Кесаев [2] предполагает, что плотность пара в пятне на ртутном катоде соответствует давлению 200  $\text{мм рт. ст.}$  (при комнатной температуре), при котором происходит уменьшение наклона кривых  $\lg \Phi = f(i)$  (см. рис. 9.5). В работе [23] предполагается, что давление в катодном пятне дуг с холодным катодом близко к  $p_{\text{кр}}$ , при котором происходит инверсия направления движения пятна в поперечном магнитном поле, а следовательно, если судить по данным [38], может изменяться от единиц до сотен  $\text{мм рт. ст.}$

Попытка измерить плотность пара в катодной области вакуумной дуги с железными электродами по ослаблению электронного пучка, проходящего на расстоянии нескольких миллиметров от катодного пятна, дала приведенное к  $0^\circ\text{С}$  давление  $0,3 \div 6 \text{ мм рт. ст.}$  [73].

#### § 54. Некоторые представления о механизме эмиссии катода дуги низкого давления

В настоящее время имеется большое число гипотез, пытающихся связать более или менее удачно процесс эмиссии электронов с различными физическими явлениями на катоде дуги.

\*) За пределами дугового промежутка на расстоянии от него до 10  $\text{см}$  располагались две параллельные пластины, помещенные в локальное, не распространявшееся на дуговой промежуток поперечное магнитное поле. Поток плазмы, пролетавшей между этими пластинами, индуцировал на них э.д.с., по величине которой можно было вычислить скорость плазмы.

В случае, когда электроны находятся на уровнях, расположенных ниже вершины потенциального барьера, эмиссия возможна только благодаря приложению внешнего поля, деформирующего барьер и обеспечивающего туннельное проникновение электронов сквозь барьер (рис. 9.7, область I). Такая эмиссия носит название автоэлектронной. Исторически вначале было получено уравнение автоэлектронной эмиссии только для электронов, энергии которых лежат ниже уровня Ферми  $\zeta_0$ , и поэтому первоначально только к эмиссии этих электронов применялся термин автоэлектронная эмиссия. Эмиссия электронов, обладающих энергиями, большими чем  $\zeta_0$ , была изучена достаточно полно лишь в последнее время и часто называется термоавтоэлектронной [74].

Электроны, расположенные в области II, могут покидать металл классически — перепрыгивая барьер, так как приложенное внешнее поле снижает его высоту на величину  $\sqrt{e^2 E}$  (так называемый эффект Шоттки). Этот вид эмиссии называют обычно термоэлектронной эмиссией с учетом эффекта Шоттки. Наконец, электроны, находящиеся в области III, могут покидать металл даже при отсутствии внешнего поля. Такая эмиссия электронов называется просто термоэлектронной.

Впервые для объяснения эмиссии электронов в дуге Штарком [75] была привлечена гипотеза о термоэлектронном характере эмиссии. Однако применение этой теории к дугам, горящим на металлических электродах, связано с рядом следующих затруднений: а) большинство металлов весьма трудно нагреть до температур порядка  $(4 \div 6) \cdot 10^3$  °K, при которых достигаются плотности тока в катодном пятне до  $10^8$  а/см<sup>2</sup>, обнаруженные экспериментально [7, 76]; б) давление паров большинства металлов при температурах, когда возможна необходимая термоэлектронная эмиссия, должно достигать сотен и тысяч атмосфер [77]; в) невозможность объяснения высоких скоростей перемещения катодного пятна по поверхности катода ввиду значительной инерционности процесса нагрева материала катода.

Оригинальный выход из создавшегося положения был предложен Слепяном [78], предположившим, что эмиссия электронов может осуществляться перегретым газом или парами материала электродов над катодным пятном вследствие термической ионизации нейтральных атомов у катода. При этом электроны должны были участвовать в переносе тока, а ионы — поддерживать на необходимом уровне температуру катода, отдавая ему свою энергию. Наряду с достоинствами, например объяснением стягивания тока у катодного пятна, теория обладала существенными недостатками, так как не позволяла получить сколько-нибудь значительные плотности тока с катода и приводила к взгляду на катод просто как на охлаждающую поверхность, совершенно исключая его участие в эмиссии и никак не объясняя влияние материала катода на механизм эмиссии.

В 1923 г. Ленгмюром [79] была указана принципиально иная возможность эмиссии, основанная на вытягивании электронов из катода благодаря наличию у последнего положительного объемного заряда. Затем Маккоун [80] развил эту гипотезу, учтя изменение положительного объемного заряда вследствие движения эмиттированных электронов и вычислив поле у катода.

Маккоун рассчитал поле объемного заряда у поверхности катода, используя уравнение Пуассона и задавая величиной катодного падения  $U$

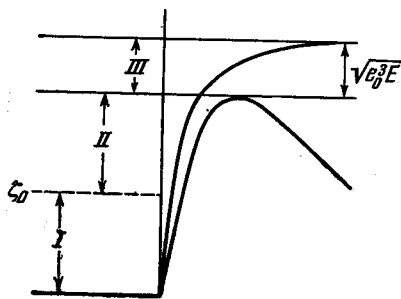


Рис. 9.7. Характерные области энергетического интервала электронов.

I — область, занимаемая электронами, эмиттируемыми автоэлектронной эмиссией; II — область, занимаемая электронами, эмиттируемыми благодаря эффекту Шоттки; III — область, занимаемая электронами, эмиттируемыми термоэлектронной эмиссией.

плотностями электронного и ионного токов. Предполагая, что все катодное падение реализуется на одной длине свободного пробега иона, Маккоун получил уравнение

$$E_K^2 = 7,57 \cdot 10^5 U_K^{1/2} [j_p (1,845 \cdot 10^3 m_p)^{1/2} - j_e], \quad (54.1)$$

где  $E_K$  — напряженность поля объемного заряда у катода ( $\text{в/см}$ );  $j_p$  — плотность ионного тока ( $\text{а/см}^2$ );  $j_e$  — плотность электронного тока ( $\text{а/см}^2$ );  $m_p$  — атомный вес иона ( $g$ );  $U_K$  — катодное падение ( $\text{в}$ ).

Эксперименты Гюнтершульце [19] по измерению плотности тока на ртутном катоде показали, что плотность электронного тока достигает  $4 \cdot 10^3 \text{ а/см}^2$ . Расчеты, проведенные Маккоуном, позволили установить, что эта величина может быть получена при напряженности поля у катода порядка  $5 \cdot 10^5 \text{ в/см}$ . Однако найденные Маккоуном величины напряженности поля у катода (от  $5 \cdot 10^5$  до  $1,3 \cdot 10^6 \text{ в/см}$ ) оказались совершенно недостаточными для получения наблюдаемых на опыте (порядка  $10^6 \text{ а/см}^2$ ) плотностей тока с точки зрения квантовомеханических представлений об эмиссии электронов под воздействием поля, развитых Фаулером и Нордгеймом [81].

Как показывает совместное решение уравнения Маккоуна и уравнения Фаулера — Нордгейма [81], величины плотности тока порядка наблюдаемых могут иметь место лишь при напряженности поля у катода  $5 \cdot 10^7 \div 10^8 \text{ в/см}$ . Аналогичные результаты получены Доланом [82], рассчитавшим зависимость плотности тока электронов, эмиттируемых катодом для значений напряженности поля у катода  $10^7 \div 2 \cdot 10^8 \text{ в/см}$  и величин работы выхода от 2 до 6,3 эв.

Несмотря на достигнутые успехи в изучении автоэлектронной эмиссии, применение теории автоэлектронной эмиссии к катодам дуг, горящих на металлических электродах, также встречает ряд затруднений. Наличие огромных плотностей тока порядка  $10^6 \div 10^7 \text{ а/см}^2$  в случае автоэлектронной эмиссии должно приводить к очень сильному локальному разогреву [83] и переходу от автоэлектронной или холодной эмиссии к термоавтоэлектронной или термоэлектронной эмиссии.

С другой стороны, хотя ход зависимости  $j = f(E)$ , полученный экспериментально, совпадает с теоретически предсказанным, имеется значительное расхождение между опытом и теорией в количественных результатах. Большинство попыток объяснения этого расхождения сводится к введению формального фактора  $\beta$ , учитывающего возможность существования у поверхности катода значительно больших напряженностей поля вследствие концентрации силовых линий у микровыступов. Однако при этом значение  $\beta$  в ряде случаев достигает 100.

Необходимость получения значительной напряженности поля у поверхности катода приводит к допущению весьма больших концентраций ионов у поверхности катода, что создает значительные трудности при составлении баланса энергии на катоде дуги и вновь ведет к допущению существования больших давлений у поверхности катода.

Внешнее поле у катода, играющее определяющую роль в случае автоэлектронной эмиссии и значительную в случае термоавтоэлектронной эмиссии, создается в результате воздействия индивидуальных полей ионов. Однако обычно [3] рассматривалось лишь некое усредненное значение напряженности поля, полученное с помощью уравнения Пуассона, в то время как при малых расстояниях до катода (расстояниях, сравнимых с постоянной решетки) значительную роль начинают играть поля отдельных ионов.

Эккер и Мюллер [84] предложили учесть вклад так называемых «индивидуальных составляющих поля» в поле у катода, вызывающее эмиссию. Суть идеи заключалась в том, что поле у поверхности катода создается отдельными ионами. Вычисление индивидуального поля, создаваемого отдельными иона-

ми, было проведено Эккером методом Маркова. Проведенные расчеты показали, что учет индивидуальных полей ионов существенно облегчает условия эмиссии (рис. 9.8).

Расчеты Эккера и Мюллера показывают, что предлагаемый ими механизм эмиссии позволяет обеспечить значительные плотности тока ( $10^6 \div 10^7 \text{ а/см}^2$ ) при весьма умеренной (не более 10%) доле ионного тока. Эти расчеты также показывают, что если для автоэлектронной эмиссии требуются плотности тока не менее  $10^8 \text{ а/см}^2$ , то для эмиссии с учетом индивидуальных полей ионов эта величина снижается почти на порядок. Кроме того, авторы показали, что и при плотностях тока, не превышающих  $10^6 \text{ а/см}^2$  и более низких, очевидно, имеет смысл рассматривать лишь термоавтоэлектронный механизм эмиссии. Можно также отметить, что при равных плотностях тока учет индивидуальных полей ионов приводит к более низким значениям ионной составляющей плотности тока. Основной недостаток этой теории заключается в том, что решение проведено лишь для случая линейной аппроксимации выражения для зависимости плотности тока от поля перед катодом, тогда как в общем случае имеет место экспоненциальная зависимость [81]. Кроме того, как указывается в работе [3], не удалось точно определить воздействия индивидуальных полей ионов, и автор ограничился лишь оценкой по нижнему пределу. В целом же необходимо отметить, что намеченный [84] подход к проблеме эмиссии катода дуги низкого давления весьма перспективен.

Попытка объяснения основных процессов, происходящих в катодном пятне ртутной дуги, была предпринята Халлом [85] на основании следующей модели. Халл предположил, что средняя плотность тока в катодном пятне  $10^6 \text{ а/см}^2$ . Но в самом пятне имеется большое количество «эмиттирующих площадок» с плотностью тока  $10^7 \text{ а/см}^2$ , которые беспорядочно перемещаются по поверхности пятна. Благодаря высокой плотности тока поле перед катодом оказывается достаточно большим, чтобы эмиссия электронов из «площадок» осуществлялась с помощью автоэлектронного механизма (доля ионного тока равна 5%). Средняя плотность тока в пятне ( $10^6 \text{ а/см}^2$ ) позволяет составить удовлетворительные уравнения теплового баланса и создать необходимое количество пара перед катодом. Введенное предположение позволяет автору в хорошем согласии с экспериментальными данными установить численно высоту вылета ртутных капель.

К недостаткам предпринятого Халлом рассмотрения следует отнести довольно грубый способ определения температуры поверхности пятна, значительный произвол в оценках при составлении уравнения теплового баланса и, наконец, чрезвычайно малую протяженность области пространственного заряда (всего лишь в несколько раз превышающую размеры атома ртути), что также представляется маловероятным.

Проведенные специально оценки снизу [86] показывают, что при плотностях тока порядка  $10^7 \text{ а/см}^2$  происходит столь значительный разогрев области катодного пятна, что концентрации нейтральных частиц в облаке пара, возникающем непосредственно над пятном, могут достигать  $10^{22} \text{ см}^{-3}$ , а давления —  $1000 \text{ атм}$ .

Существование области пара, обладающей столь высокой плотностью, отнюдь не противоречит экспериментальным фактам. Бирч [87] показал, что проводимость ртути в критическом состоянии имеет металлический характер.

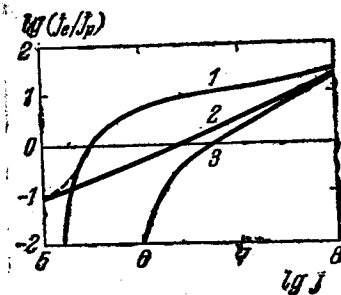


Рис. 9.8. Зависимость отношения  $j_e/j_p$  от плотности тока  $j$  для различных механизмов эмиссии.

1 — эмиссия с учетом индивидуальных составляющих поля; 2 — термоавтоэлектронная эмиссия; 3 — автоэлектронная эмиссия.

Смит [29] обнаружил, что ярко светящаяся область у катода имеет сплошной спектр, возникающий обычно лишь в дуге высокого давления. Вильсон [88] показал, проводя опыты в газообразных и жидких средах, что при достаточно малых расстояниях между электродами, когда столб играет незначительную роль, процессы на электродах чрезвычайно мало зависят от давления окружающей среды, меняющегося в широких пределах. Этот факт указывает на возможность существования высоких давлений в приэлектродных областях.

В работе Кикоина и др. [89] также было показано, что ртутные пары при больших давлениях обладают металлической проводимостью. Наконец, Хольм [90] описывает опыты, связанные с непосредственным измерением давления в коротких дугах, на основании которых было сделано заключение о наличии давления порядка  $10^8$  атм в коротком межэлектродном промежутке. Полученные оценочные величины концентрации нейтральных частиц позволяют считать, что в прикатодной области проводимость в облаке металлического пара с такой концентрацией может носить характер металлической проводимости, так как перекрытие уровней внешних электронных оболочек, образование зон, и, следовательно, возникновение металлической проводимости в твердом теле имеет место при концентрации такого порядка. Поэтому можно предположить, что область металлической проводимости отнюдь не ограничивается тем участком, где катод представляет собой твердое или жидкое тело, а распространяется и на область, где катод представляет собой сжатое до высоких давлений облако металлического пара (или перегретое до температуры порядка температуры кипения «твердое» тело). Гипотеза о наличии металлической проводимости в облаке пара над пятном была впервые выдвинута Ротштейном [91].

Механизм эмиссии в случае легкоплавких катодов с относительно высокой упругостью пара и высокими плотностями тока порядка  $10^6$  а/см<sup>2</sup> можно представить себе в этом случае следующим образом. Над жидкой металлической поверхностью, вплотную прилегая к ней, находится слой пара, сжатого до высоких давлений и обладающего металлической проводимостью. Электроны, поступающие из металлического катода в облако плотного пара с металлической проводимостью, занимают в зоне проводимости благодаря высоким температурам, имеющимся в этом облаке, уровни, расположенные выше уровня Ферми, с которых в основном и осуществляется эмиссия электронов в плазму столба с помощью термоавтоэлектронного механизма.

Роль сжатого до высоких давлений облака пара, обладающего металлической проводимостью, заключается, таким образом, в создании значительной заселенности верхних уровней зоны проводимости, что существенно повышает плотность тока эмиссии и резко снижает требования к величине напряженности поля у эмиттирующего участка.

При использовании в качестве материала катода металлов, температуры кипения которых близки или выше температур, приводящих к заметной заселенности уровней, расположенных выше уровня Ферми, эмиссия электронов становится термоавтоэлектронной или даже термоэлектронной. Основные осложнения при описании процесса эмиссии вносились необходимостью учета эмиссии электронов с более высоких (по сравнению с уровнем Ферми) уровней и связаны с более сложными выражениями для функции распределения электронов по энергиям и вероятности прохождения электронов сквозь потенциальный барьер. Ввиду математических трудностей, связанных с решением этой задачи, делались попытки определения полной плотности тока путем сложения тока термоэлектронов и электронов, эмиттированных полем [92], которые рассчитывались по формулам Ричардсона — Дэшмана и Фаулера — Нордгейма. Противоречивость такого «синтеза» видна сразу же из того, что в формуле Ричардсона — Дэшмана предполагается  $T = \text{const}$ , а  $E = 0$ ,

тогда как в формуле Фаулера — Нордгейма  $T = 0$ , а  $E = \text{const}$ . Применение двух формул, справедливых в диаметрально противоположных условиях, одновременно к одному и тому же катоду не представляется сколько-нибудь обоснованным. Кроме того, согласно предложению Бауэра, суммарная плотность тока  $j$  должна описываться уравнением

$$j = AT^2 \exp(-\varphi_m/kT) + aE \exp(-B/E).$$

Однако незначительное увеличение  $T$  позволяет пренебречь практически полностью вторым членом уравнения и наоборот. Таким образом, одновременное влияние обоих членов будет проявляться лишь в чрезвычайно узкой области значений  $T$  и  $E$ , и в общем случае приведенное уравнение не может быть применимо.

Впервые формулы для определения плотности тока термоавтоэлектронной эмиссии были получены Гасом и Маллином [93]. Эти авторы получили аналитические выражения для расчета плотности тока электронов, эмиттируемых из областей I и II. В общем случае плотность тока может быть вычислена по формуле

$$j = e_0 \int N_e(K_x) D(K_x, E) dK_x,$$

где  $N_e(K_x) dK_x$  — число электронов, кинетическая энергия которых лежит между значениями  $K_x$  и  $K_x + dK_x$ , попадающих в единицу времени на единицу поверхности потенциального барьера с коэффициентом прозрачности  $D(K_x, E)$ , равным отношению интенсивностей проходящей сквозь барьер электронной волны к падающей;  $K_x$  — доля энергии электрона, соответствующая нормальной к поверхности в направлении  $x$  компоненте импульса;  $E$  — напряженность внешнего поля у поверхности металла. Таким образом, вычисление  $j$  требует знания  $N_e(K_x)$  и  $D(K_x, E)$ .  $N_e(K_x)$  находится в предположении о справедливости статистики Ферми — Дирака. Выражение  $D(K_x, E)$  находится из решения уравнения Шредингера для движения электрона внутри и вне металла в предположении, что потенциальная энергия  $\Pi$  может быть записана как

$$\Pi = W - \frac{1}{x_0} - (x - x_0)^2/2x_0^3,$$

где  $W$  — полная энергия электрона,  $x_0$  — расстояние от поверхности металла до вершины идеализированного потенциального барьера.

Приводимая ниже формула представляет наибольший интерес для оценки плотности тока на катоде дуги, горящей на металлических электродах:

$$j = B(kT)^2 \exp\left(-\frac{\varphi_m}{kT}\right) \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n+1)\delta}{n(n+1)\delta^2 + \delta - 1} - \frac{W^{1/2}}{2kT} \left(1 - \frac{W^2}{4x_0^2}\right) \times \right. \\ \left. \times \left[ \frac{\cos u_{II}}{\{\pi\alpha + 1/kT\}^2 + \beta^2\alpha_0^2} + \frac{\cos u_I}{\{2\pi\alpha - 1/kT\}^2 + \beta^2\alpha_0^2} \right] \right\}, \quad (54.2)$$

где

$$u_I = \frac{\sqrt{2}}{3} V_0^{1/2} x_0^{1/2} - \frac{2}{W^{1/2}} + \arctg \frac{W^{1/2}}{4} - \beta\alpha(W - \sqrt{e_0^3 E} - \mathcal{E}),$$

$$u_{II} = \frac{\sqrt{2}}{3} V_0^{1/2} x_0^{1/2} - \frac{2}{W^{1/2}} + \arctg \frac{W^{1/2}}{4} - \beta\alpha(\mathcal{E} - W + \sqrt{e_0^3 E}),$$

$$\alpha = \left(\frac{x_0^3}{2}\right)^{1/2} \left(\mathcal{E} - W + \frac{1}{x_0}\right), \quad x_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{e_0}{E}}, \quad \beta = 0,5572 + 2 \lg 2,$$

$$B = 160 \frac{\pi^6 m_e^3 e_0^9}{ch^7}, \quad \alpha_0 = (x_0^3/2)^{1/2}, \quad \delta = 2\pi\alpha_0 kT, \quad \varphi_m' = \varphi_m - \sqrt{e_0^3 E}.$$

Из рассмотрения формулы (54.2) видно, что, в отличие от формулы Маккоуна, плотность тока существенно зависит от температуры эмиттирующей поверхности металла. Учет влияния внешнего поля осуществляется с помощью параметра  $x_0$ , характеризующего форму барьера. Из этой формулы при больших температурах автоматически получается формула Шоттки (для  $\delta \gg 1$ )

$$j_{\text{ш}} = B (kT)^2 \exp(-\phi'_m/kT), \quad (54.3)$$

что подтверждает в принципе правильность предлагаемой теории. С другой стороны, для отдельных частных случаев формула (54.2) позволяет получить численные значения плотности тока. Однако ввиду большого количества аппроксимаций, введшихся при вычислениях с целью получения сколько-нибудь приемлемого аналитического выражения для  $j$ , сфера применения формул Гаса и Маллина была весьма ограничена, результаты расчетов неточны, а сами расчеты весьма громоздки и сложны. Поэтому данная формула может служить скорее иллюстрацией сложности проводимых выкладок, чем практическим орудием для расчетов катодных процессов дуг.

Недостатки развитой Гасом и Малли-ным теории побудили Долана и Дайка [94] применить численное интегрирование по методу Симпсона для получения величин плотности тока в более широком диапазоне температур ( $0 \div 3000^\circ\text{K}$ ) и напряженностей полей ( $(2 \div 7) \cdot 10^7 \text{ в/см}$ ) без ограничений, налагаемых аппроксимациями при аналитическом решении [93]. Долан и Дайк предположили, что распределение электронов по энергиям описывается статистикой Ферми — Дирака. Коэффициент прозрачности потенциального барьера был

взят в форме, предложенной Зоммерфельдом и Бете [95], что позволило провести сравнение полученных результатов с уравнением Фаулера — Нордгейма [81]. При изучении эмиссии рассматривалась только зона проводимости. Какие-либо факторы, характеризующие усиление поля у катода вследствие микронеровностей, не учитывались, поверхность предполагалась идеально гладкой. При задании формы потенциального барьера учитывалась сила зеркального изображения.

К числу наиболее интересных результатов, полученных этими авторами, относятся вычисленные зависимости концентрации электронов  $n_e$  от разности между энергией электрона и уровнем Ферми при различных температурах, а также определение высоты потенциального барьера (рис. 9.9) на различных расстояниях  $x$  от поверхности металла ( $x = 0$ ). Из приведенной на рис. 9.9 диаграммы следует, что заметная термоавтоэлектронная эмиссия начинается при температурах выше  $1000^\circ\text{K}$ . Долан и Дайк рассчитали также функции распределения эмиттированных электронов по энергиям, соответствующим нормальным к поверхности составляющим скорости, для различных температур и полей. Проведенные расчеты приводят к следующим результатам.

1) С ростом напряженности приложенного поля сокращается протяженность области, из которой идет термоавтоэлектронная эмиссия.

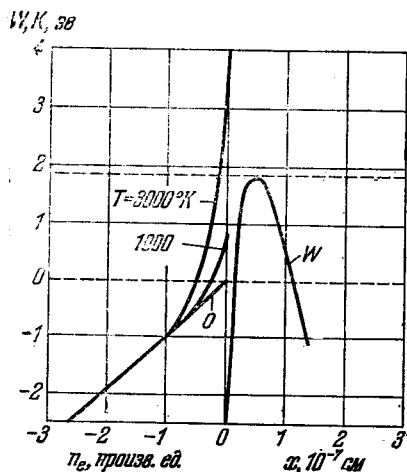


Рис. 9.9. Энергетическая зависимость функции распределения электронов  $n_e$  и зависимость высоты потенциального барьера от расстояния  $x$  от поверхности металла.

2) При постоянной напряженности поля, независимо от его величины, максимум функции распределения с ростом температуры перемещается в сторону более высоких энергий, так как увеличивается доля горячих электронов. Это изменение функции распределения носит такой же характер, как при термоэлектронной эмиссии.

3) При постоянной температуре с ростом напряженности поля максимум функции распределения перемещается в область меньших энергий, так как при увеличении поля происходит как снижение потенциального барьера, так и увеличение вероятности прохождения электронов сквозь барьер вследствие утончения барьера. Эта зависимость имеет тот же характер, что и зависимость плотности электронного тока от поля при автоэлектронной эмиссии.

Мэрфи и Гуд [96] предприняли попытку аналитического описания всех трех видов эмиссии с единых позиций. Им удалось получить общее выражение для плотности тока эмиссии в зависимости от напряженности поля, работы выхода и температуры в форме определенного интеграла. С помощью соответствующих аппроксимаций были получены формулы Ричардсона — Шоттки, Фаулера — Нордгейма и выражение для термоавтоэлектронной эмиссии. Величины температур и полей, при которых справедливы полученные формулы, определялись с помощью рассмотрения корректности аппроксимаций в каждом отдельном случае, что позволило оценить ошибки, возникающие при применении формул, соответствующих предельным случаям, для расчета плотности тока эмиссии. В работе [93] авторам удалось также провести вычисление коэффициента прозрачности, что само по себе также представляет значительный интерес. Необходимо, однако, отметить, что формула, полученная для термоавтоэлектронной эмиссии [96], справедлива лишь в весьма узкой области, расширение которой требует применения численных расчетов из-за невозможности получения аналитического решения в общем случае.

Одной из наиболее интересных работ, проведенных в области изучения термоавтоэлектронной эмиссии, является работа Ли [97], посвященная применению теории термоавтоэлектронной эмиссии к сильноточным дугам, горящим на серебре и меди. Используя выражения, выведенные Мэрфи и Гудом [96] для коэффициента прозрачности потенциального барьера и для распределения электронов по энергиям при заданной температуре, он вычислил интеграл плотности тока эмиссии с помощью быстродействующей вычислительной машины для температур от 1000 до 5000 °K, значений работы выхода 2,5; 3,5; 4 и 4,5 эв и величин напряженности приложенного поля от  $10^5$  до  $4 \cdot 10^7$  в/см. Воспользовавшись уравнением Маккоуна [80], Ли рассчитал напряженность поля у катода из меди для различных значений доли электронного тока и плотности тока. Результаты этого расчета представлены в виде сплошных кривых на рис. 9.10. Используя данные о плотности тока, полученные с помощью вычислительной машины, совместно с результатами решения уравнения Маккоуна, Ли показал, что для фиксированных значений работы выхода и температуры имеется лишь одна точка на каждой сплошной кривой (рис. 9.10), удовлетворяющая условиям, при которых протекает термоавтоэлектронная эмиссия. Другими словами, можно сказать, что существуют при данной работе выхода вполне определенные значения температуры и напряженности приложенного поля, позволяющие получить данную величину плотности электронного тока при термоавтоэлектронной эмиссии. Проведенные Ли расчеты показали, что плотность тока на таких материалах, как медь или серебро (в случае сильноточных дуг лежащая в диапазоне  $10^5 \div 10^6$  а/см<sup>2</sup>), хорошо объясняется на основе представлений термоавтоэлектронной эмиссии. Напряженность поля, необходимого для получения плотности тока порядка  $10^5 \div 10^6$  а/см<sup>2</sup>, легко получается без привлечения фактора, учитывающего усиление поля вблизи катода, вследствие микрорельефа его поверхности. Ли установил, что в исследованном им случае в области катодного падения ионы

переносят от 30 до 50% полного тока. Специально проделанная проверка показала, что предложенный механизм эмиссии удовлетворяет энергетическому балансу, составленному с учетом охлаждающего действия эмиттируемых электронов и затрат мощности на испарение материала катода.

Представляется весьма перспективным применение метода расчета, предложенного Ли, для изучения механизма эмиссии и более труднолетучих и тугоплавких материалов, однако, вероятно, ввиду трудностей, связанных с объемом выкладок, такие работы, по имеющимся у нас сведениям, до настоящего времени не выполнены.

На основании приведенных экспериментальных и теоретических результатов можно заключить, что термоавтоэлектронная эмиссия может, по-видимому, иметь место в ряде случаев на катодах дуг низкого давления. Это связано с тем, что даже чисто автоэлектронные пробои, возникающие при воздействии сильных электрических полей, приводят в результате разогрева области эмиссии к переходу от автоэлектронной к термоавтоэлектронной эмиссии. При горении дуги переход этот, вероятно, значительно облегчается.

В некоторых специфических случаях, когда теплота испарения и температура кипения материала катода весьма велики, а горение дуги достаточно продолжительно, может произойти переход от термоавтоэлектронной эмиссии к термоэлектронной. При этом происходит уменьшение плотности тока ввиду увеличения эффективной эмиттирующей поверхности, благодаря прогреву значительных областей катода, до температур, при которых идет интенсивная термоэлектронная эмиссия. Эксперименты и расчеты, проведенные Кобайном и Бургером [98], показывают, что температуры катодов могут достигать температур кипения материалов, которые в случае труднолетучих и тугоплавких материалов типа С, Та, Мо, W составляет  $(4 \div 6) \cdot 10^3$  °К. При таких температурах даже одна термоэлектронная эмиссия может обеспечить огромные плотности тока.

Ли и Гринвуд в 1961 г. предприняли попытку построения теории катодного механизма дуг, горящих в парах материала электродов [99]. При разработке теории рассматривались катоды, на которых

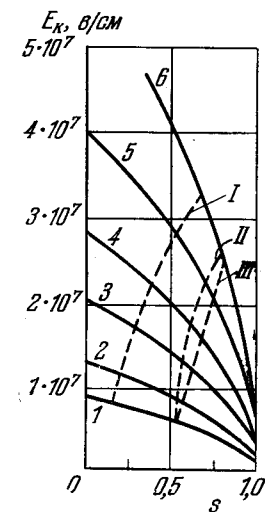


Рис. 9.10. График для определения доли тока  $s$ , переносимого электронами в области катодного падения.

Точки пересечения штриховых кривых со сплошными определяют точки, удовлетворяющие условиям существования термоавтоэлектронной эмиссии.

- 1 —  $j = 10^8$  а/см<sup>2</sup>;
- 2 —  $j = 2 \cdot 10^8$  а/см<sup>2</sup>;
- 3 —  $j = 5 \cdot 10^8$  а/см<sup>2</sup>;
- 4 —  $j = 10^9$  а/см<sup>2</sup>;
- 5 —  $j = 2 \cdot 10^9$  а/см<sup>2</sup>;
- 6 —  $j = 4 \cdot 10^9$  а/см<sup>2</sup>.

I —  $\Phi = 4$  эв,  $T = 3000$  °К;  
 II —  $\Phi = 4$  эв,  $T = 3500$  °К;  
 III —  $\Phi = 3,5$  эв,  $T = 3000$  °К.

эмиссия электронов осуществляется с помощью термоавтоэлектронного механизма [97]. В качестве зависимых переменных, подлежащих определению, были выбраны: а) плотность тока в катодном пятне  $j$ ; б) доля электронного тока в области катодного падения  $s$ ; в) напряженность электрического поля у катода  $E_k$ ; г) температура катодного пятна  $T_k$ ; д) радиус катодного пятна  $r_k$ . Первые четыре переменные зависят от расстояния до центра пятна. Однако из-за отсутствия точной информации о виде этой зависимости они считаются постоянными на поверхности пятна.

В качестве независимых переменных были выбраны: а) величина катодного падения  $U_k$ ; б) работа выхода  $\phi_m$ ; в) масса атома материала, образующего пар,  $M$ ; г) коэффициент теплопроводности материала  $\chi$ ; д) константы, определяющие скорость испарения,  $A, B, C$ .

Для определения пяти зависимых переменных необходимо иметь систему пяти уравнений. В качестве уравнения, позволяющего связать  $E_k$  и  $j$ , использовалось уравнение Маккеуна [80], определяющее величину объемного

заряда у поверхности катода:

$$E_k = \left\{ \frac{\Phi_m}{\xi_0} j \left[ (1-s) \left( \frac{M}{2e_0} \right)^{1/2} - s \left( \frac{m}{2e_0} \right)^{1/2} \right] U_k^{1/2} \right\}^{1/2}.$$

Определение плотности тока электронной эмиссии производилось путем интегрирования выражения распределения электронов по энергетическим уровням в зоне проводимости, умноженного на выражение для коэффициента прозрачности барьера

$$js = e_0 \int_K^{\infty} N_e(K) D(E, K) dK,$$

где  $D(E, K)$  — вероятность того, что электрон, находящийся на энергетическом уровне зоны проводимости, характеризуемом энергией  $K$ , будет эмиттирован при деформации потенциального барьера внешним полем  $E$ ;  $N_e(K) dK$  — это число электронов, обладающих энергией от  $K$  до  $K + dK$  и попадающих в единицу времени на единицу поверхности барьера. Обе эти функции используются в виде, предложенном Мэрфи и Гудом [96]. Численные результаты по вычислению этого интеграла при различных  $\phi$ ,  $E$ ,  $T$  ( $T$  определяет  $N_e(K)$ ) были получены ранее в [94].

В качестве третьего основного уравнения было использовано уравнение энергетического баланса. Ли и Гринвуд предположили, что весь подвод мощности к катодному пятну обусловлен бомбардировкой положительными ионами.

Мощность, подводимая к катоду, затрачивается на испарение материала катода, на эмиссионное охлаждение вследствие испускания электронов, на охлаждение теплопроводностью. Конечно, составленный таким образом баланс мощности неполон, и результаты расчета будут иметь лишь приближенный характер.

В качестве четвертого уравнения Ли и Гринвуд использовали уравнение тока  $i$  в предположении об однородном распределении плотности тока  $j$  в пределах пятна:

$$i = \pi r_k^2 j.$$

К сожалению, пятое уравнение, которое должно было бы описывать истечение пара из катодного пятна, не удалось записать ввиду недостаточности знаний об этом явлении. Вместо него было введено два предельных условия, которым также должны удовлетворять искомые зависимые переменные.

Первое может быть названо условием атомно-ионного баланса. Суть его заключается в том, что в сильноточной дуге в пространстве около катода плотность ионного тока не может быть выше плотности потока испаряющихся атомов, так как ионы образуются именно из этих атомов.

Второе условие является следствием того, что для существования устойчивого горения дуги магнитное давление, развиваемое в прикатодной части разряда, должно быть меньше давления паров материала электродов, к которому, в общем случае, добавляется еще давление окружающего газа.

Справедливость применения этого условия основывается на ряде допущений. Предполагается, что область, в которой рассматривается возможность пинч-эффекта, достигает размеров нескольких длин свободного пробега, так как мы предполагаем равенство концентраций ионов и электронов, что непосредственно вблизи катода неверно из-за существования положительного объемного заряда. Кроме того, магнитное давление воздействует только на заряженные частицы, а чтобы это воздействие могло быть передано нейтральными частицами, необходимы столкновения, которые и происходят на нескольких

длинах свободного пробега перед катодом. Очевидно, что давление паров материала катода должно быть выше магнитного давления в процессе горения дуги. В противном случае развивается пинч, который приводит к возникновению неустойчивости горения дуги.

С другой стороны, давление паров материала у катода обусловлено температурой поверхности пятна, определяемой мощностью теплового источника, т. е. силой и плотностью тока. Значит, существует соотношение между  $j$  и  $T$ , в котором важную роль играют величина тока и теплофизические постоянные материала катода. Другими словами, для каждой плотности тока при заданном материале катода и токе существует некая определенная в известном диапазоне температура поверхности катода, минимальная величина которой получается из нашего условия, а максимальная из уравнения баланса мощности.

Таким образом, пять интересующих нас переменных связаны четырьмя уравнениями и двумя дополнительными условиями. Ввиду отсутствия системы пяти уравнений задача не решается единственным образом. Однако эти уравнения и условия могут рассматриваться как условия существования катодного пятна и, тем самым, дуги. Если не требовать точного определения пяти зависимых переменных, то, используя теорию Ли и Гринвуда, для набора значений независимых переменных можно ограничить область существования зависимых переменных весьма узкими пределами и сравнить теорию с экспериментом.

С целью проверки теории авторами были проведены расчеты минимальных токов устойчивости дуги на катодах из различных материалов. Развития Ли и Гринвудом теория приводила к следующим выводам.

1) Наиболее важным физическим параметром, характеризующим устойчивость катодного процесса и тем самым вакуумной дуги, является давление паров материала. Чем выше давление паров, тем меньше ток, при котором дуга устойчива.

2) Чем ниже теплопроводность, тем меньше ток, при котором дуга устойчива.

3) Плотность тока определяется в основном скоростью испарения материала катода. На медном катоде она должна быть порядка  $10^5 \div 10^6$  а/см<sup>2</sup>, а на тугоплавких материалах может быть существенно выше.

Проведенные Ли, Гринвудом и Полинко [101] эксперименты показали, что минимальным током устойчивости дуги обладает сурьма (0,5 а). Молибден и вольфрам обладают максимальными токами устойчивости ввиду низкой упругости пара и относительно хорошей теплопроводности. Интересно отметить, что серебро, как и было предсказано теорией, обладает большим током устойчивости, чем медь, хотя упругость паров меди примерно на порядок ниже, чем у серебра. Этот эффект, очевидно, связан с большой теплопроводностью вещества. Правильное предсказание минимальных токов устойчивости дуги несомненно следует считать большим успехом теории Ли и Гринвуда.

Теория катодных процессов, предложенная Ли и Гринвудом [99], обладает рядом существенных недостатков. Она, во-первых, не является замкнутой и не позволяет определить единственные значения основных параметров катодной части разряда. Определение минимальной температуры катодного пятна из условия возникновения пинч-эффекта не является сколько-нибудь строгим, так как возникновение пинч-эффекта отнюдь не всегда должно приводить к обрыву дуги [102]. Наконец, вычисление членов уравнения теплового баланса носит характер оценок, а определение температуры всей поверхности пятна путем решения одномерного стационарного уравнения теплопроводности весьма грубо. Однако хорошее совпадение результатов, полученных с помощью этой теории, с экспериментом позволяет считать, что, не претендуя на достаточно полное описание, с помощью этой теории можно получить неко-

торое представление о величинах основных параметров, определяющих процессы на катоде дуги низкого давления.

Энгель и Робсон [103] пытались объяснить механизм эмиссии электронов катодным пятном с помощью весьма своеобразной гипотезы. Они предположили, что электроны могут вырываться из катода за счет энергии возбужденных атомов, диффундирующих к катоду. Применение этой гипотезы привело авторов к ряду дополнительных допущений: локальное увеличение плотности пара непосредственно перед катодом, обратное рассеивание атомов идущими к катоду ионами, возбуждение резонансной радиацией. Однако применение этой теории связано с рядом трудностей. Авторам не удалось объяснить возникновение струй пара, отходящих от катода, так как это противоречило предположению о движении нейтральных атомов к катоду. Использование гипотезы Энгеля и Робсона требовало неправдоподобно [104] высокого выхода электронов, порядка 100%, и доли ионного тока порядка 30%. Однако вычисление среднего расстояния между ионами при указанной доле ионного тока и концентрациях нейтральных частиц, удовлетворяющих этой гипотезе, оказывается таким, что должно иметь место перекрытие уровней у атомов и ионов и образование зон. Кроме того, эмиссия за счет использования энергии возбужденных атомов не может иметь больший выход, чем потенциальная ионно-электронная эмиссия, а выход последней не превышает для однозарядных ионов 2,5% [104].

Таким образом, индивидуальные возбужденные атомы при концентрациях, указываемых Энгелем и Робсоном, вряд ли могут существовать перед катодом [2]. Проведенные Эккером [3] оценки показывают, что механизм эмиссии, предложенный Робсоном и Энгелем, должен приводить к условиям, при которых может иметь место модель Ротштейна [91].

Рассмотрение большого числа работ, посвященных объяснению катодных процессов дуги низкого давления, позволяет сделать лишь один бесспорный вывод: отсутствие надежных данных о микропроцессах у катода и на катоде не позволяет выдвинуть в настоящее время единую теорию катодных процессов. С другой стороны, сложность постановки прямых экспериментов стимулирует появление различного рода численных оценок, подчас весьма грубых и спекулятивных.

## § 55. Баланс энергии на катоде сильноточной дуги

Обычно обоснование любой теории дуги начинается с построения баланса энергии на катоде. Однако ввиду возможности весьма тенденциозного выбора источников и стоков энергии почти у всех авторов самых разнообразных и подчас противоречивых теорий дуги энергетический баланс сходится. Тем не менее энергетический баланс в ряде случаев может служить самой грубой проверкой применимости той или иной модели дуги.

Практически во всех рассмотренных выше видах эмиссии бомбардировка катода положительными ионами, поступающими из столба или образующими зону объемного заряда, играет значительную роль. При попадании на катод положительный ион передает катоду свою потенциальную энергию (энергию нейтрализации) и кинетическую энергию (энергию, приобретенную в области катодного падения и равную произведению величины катодного падения  $U_k$  на заряд иона  $e_p$ ). Полнота передачи кинетической энергии в значительной мере зависит от коэффициента аккомодации иона  $a_p$ . Все проведенные эксперименты показали, что коэффициенты аккомодации нейтральных атомов  $a_g$  для исследуемых веществ при низких температурах остаются достаточно близкими к единице. Комптон [105] предположил без какого-либо доказательства, что в случае ионов  $a_p$  такое же, как и  $a_g$  для нейтральных частиц. Таким образом, передаваемая катоду ионами кинетическая энергия  $K_p$

запишется в виде

$$K_p = i_p U_k a_p,$$

где  $i_p$  — величина ионного тока.

Для того чтобы ион мог передать катоду свою потенциальную энергию, он должен нейтрализоваться. Электрон, необходимый для нейтрализации, должен быть извлечен из катода; следовательно, в случае однозарядного иона потенциальная энергия, переданная катоду, будет равна

$$П_p = i_p (U_i - \varphi_m) a_{pg}, \quad (55.1)$$

где  $U_i$  — потенциал ионизации,  $\varphi_m$  — работа выхода электрона,  $a_{pg}$  — коэффициент аккомодации иона, ставшего нейтральным атомом. Часть потенциальной энергии может быть излучена или превращена в кинетическую энергию отраженного атома. Именно это обстоятельство и учитывается введением коэффициента  $a_{pg}$ . Если ион после нейтрализации не отражается от катода, то при его конденсации выделяется энергия конденсации  $W_{\text{конд}}$ .

При взаимодействии с контрагированным окончанием столба катоду передается энергия как излучением, так и теплопроводностью. Величина энергии, передаваемой катоду теплопроводностью, для случая слабой контракции была вычислена Эккером [106] и Вайцелем, Ромпе и Шоном [VII.24], а для случая сильной контракции — Эккером [106]. Ввиду того, что передача энергии в значительной мере связана с взаимодействием поверхности с горячими нейтральными атомами, необходимо также учитывать коэффициент аккомодации  $a_g$ .

Передача некоторой энергии катоду может иметь место и при тушении возбужденных атомов при столкновении с поверхностью катода. Оценка доли этого процесса также связана с учетом соответствующего коэффициента аккомодации  $a_r$ .

Величина лучистой энергии, переносимой к катоду, была вычислена Комптоном [107] на основании энергетического баланса эмиттированных электронов в зоне контракции.

Сколько-нибудь точный подсчет энергии, передаваемой катоду теплопроводностью и излучением, весьма сложен. В случае коротких дуг необходимо даже учитывать излучение анода [108]. Поэтому Хольм [90] предлагает вначале подсчитывать мощность, выделяемую в столбе, как разность полной мощности, выделяемой в дуге, и суммы мощностей, передаваемых аноду и катоду, а затем, умножая ее на соответствующие коэффициенты, находить мощность, передаваемую катоду и аноду. По мнению Хольма [90], катоду передается 0,6 энергии столба, а аноду — 0,4.

В тех случаях, когда дуга горит в химически активных средах, необходимо учитывать энергию  $W_{\text{хим}}$ , выделяемую на катоде вследствие протекания экзотермических химических реакций.

Увеличение силы тока, часто сопровождается снижением плотности тока в катодных пятнах [III.43]. Поэтому в сильнооточных дугах учетом джоулева тепла  $W_{\text{дж}}$ , выделяющегося в пятнах дуги, можно обычно пренебречь, так как вклад джоулевых потерь в тепловой баланс катода начинает играть заметную роль (по данным Рича [83]) лишь при плотностях тока, больших  $10^7 \text{ а/см}^2$ .

Одним из основных членов, характеризующих потери тепла на катоде, является энергия,  $W_{\text{эм}}$ , затрачиваемая на освобождение электронов; это энергия, идущая на так называемое «эмиссионное охлаждение». При подсчете величины эффекта эмиссионного охлаждения необходимо рассмотреть отдельные виды эмиссии.

1) При термоэлектронной эмиссии эмиттируются электроны с энергией порядка работы выхода. Поэтому в этом случае эмиссионное охлаждение, вызванное одним электроном, равно  $e_0\varphi_m$ .

2) При термоавтоэлектронной эмиссии большая часть электронов эмиттируется с уровней, расположенных выше уровня Ферми в соответствии с их заселенностью. Потеря энергии при эмиссии одного электрона может быть учтена путем введения некоторой условной работы выхода  $e_0\varphi_m'$ , представляющей разность энергий между некоторым уровнем, с которого в основном идет термоавтоэлектронная эмиссия (этот условный уровень находится путем некоторого усреднения), и уровнем Ферми. Энергетическое распределение и охлаждающее действие электронов, эмиттированных катодом дуги, при изменении параметров материала катода и разряда в широком диапазоне (величина работы выхода изменялась от 3,5 до 4,5 эв, напряженность поля у катода от  $1 \cdot 10^7$  до  $4 \cdot 10^7$  в/см, температура катода от 1000 до 4000 °K) было рассчитано Ли [100]. Определение усредненной энергии эмиттированных электронов было проведено Ли для модели твердого тела с распределением свободных электронов по статистике Ферми — Дирака, обладающего классическим потенциальным барьером с учетом силы изображения. Согласно [100] среднее охлаждающее воздействие, производимое одним электроном,

$$\Delta W_{em} = \bar{W}_{em} - \zeta_0,$$

где  $\bar{W}_{em}$  — средняя энергия эмиттированного электрона,  $\zeta_0$  — энергия уровня Ферми.

Ранее [105] делалась попытка введения некоторой эффективной работы выхода  $e_0\varphi_{эфф}$ , равной уменьшенной работе выхода с учетом снижения потенциального барьера по Шоттки:

$$e_0\varphi_{эфф} = e_0\varphi_m - \sqrt{e_0^3 E}.$$

Расчеты, проведенные Ли (рис. 9.11), показали, что  $\Delta W_{em}$  меньше чисто термоэлектронной работы выхода  $e_0\varphi_m$  и больше вводившейся Комптоном [105] эффективной работы выхода  $e_0\varphi_{эфф}$  при высоких температурах и сильных полях. Ошибка, к которой приводит использование  $e\varphi_{эфф}$  вместо  $\Delta W_{em}$  может превышать 0,5 эв даже при температурах выше 2000 °K и полях порядка  $1 \cdot 10^7$  в/см.

3) При чистой автоэлектронной эмиссии охлаждения не происходит, так как на выход электрона энергия не затрачивается. Напротив, может иметь место эффект «эмиссионного нагревания» (эффект Ноттингема).

Значительную долю энергии, отводимой от катода, составляет энергия  $W_{и}$ , затрачиваемая на испарение. Она равна произведению скорости испарения  $G_{и}$  на скрытую теплоту испарения  $\chi_{и}$ . Кроме испарения, возможно непосредственное освобождение атомов металла вследствие взаимодействия атомов решетки твердого тела с ионами [109]. Однако этот эффект слаб. Как

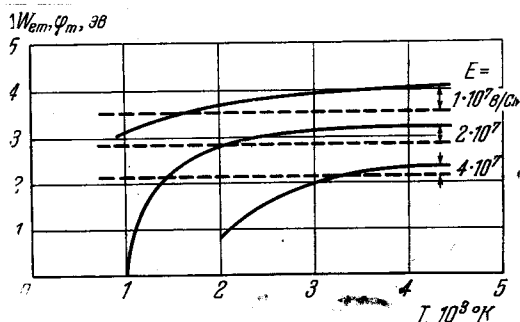


Рис. 9.11. Зависимость средней величины энергии охлаждения, приходящейся на один эмиттируемый электрон (сплошные кривые) и эффективной работы выхода (штриховые кривые) от температуры катода при различных напряженностях электрического поля у катода.

было показано Моргулисом и Тищенко [109], выход составляет  $10^{-4}$  атома на ион. Кобайн и Бургер [98], изучавшие испарение электродов в высокоточных дугах малой длительности, указывают, что испарение металлического пара является основным энергетическим потребителем подводимой мощности и что потерями вследствие радиации и теплопроводности можно пренебречь. Хольм [110] указывал, что ввиду малых размеров катодного пятна катод обычно не в состоянии диссипировать вводимую в него тепловую мощность теплопроводностью. Поэтому с ростом тока наблюдается значительное увеличение коэффициента электропереноса (массы вещества, испаренной на единицу заряда). Это связано с тем, что количество поступающего тепла пропорционально, в первом приближении, площади катодного пятна, т. е.  $r_k^2$ , а количество отводимого теплопроводностью тепла пропорционально  $r_k$ . Поэтому при достаточном увеличении тока потерями тепла на теплопроводность можно пренебречь. Хольм [110] также указывает, что с ростом тока плотность тока в катодном пятне падает. Естественно, что величина тока, при котором основную роль играет испарение, существенно зависит от теплофизических параметров материала катода и в первую очередь от упругости пара: чем выше упругость пара материала, тем меньше ток, при котором это происходит.

Кроме энергии, затрачиваемой на испарение, часть энергии теряется в результате отрыва микрочастиц и сообщения им некоторой кинетической энергии. Эту энергию мы будем обозначать  $W_p$ . Такие частицы неоднократно наблюдались [111]. Как показали проведенные исследования, они имеют сферическую форму. Однако предположение о значительной величине этих потерь кажется необоснованным.

Часть энергии катод, очевидно, теряет вследствие излучения  $W_{изл}$ . Однако эта энергия может быть поглощена в какой-то мере парами металла или слоем газа перед катодом и возвращается ему при вторичном излучении. При малых расстояниях между электродами необходимо также учитывать лучистый теплообмен между ними. Обычно чрезвычайно трудно оценить этот член и в большинстве случаев он описывается с помощью закона Стефана — Больцмана.

Наиболее просто, как правило, учитываются потери тепла теплопроводностью  $W_x$  ввиду достаточно хорошо разработанных методов решения уравнения теплопроводности. Трудности возникают лишь при попытках учесть нелинейные члены в краевых условиях, например потери на излучение по закону Стефана — Больцмана, либо при учете теплообмена с окружающей средой. Вообще в высокоточных дугах отвод тепла теплопроводностью может при определенных условиях играть весьма заметную роль. Приведенные Хольмом [110] результаты свидетельствуют о том, что в случае медных электродов, обладающих превосходной теплопроводностью, при токах порядка 4000 а потери тепла на испарение не превышают 18%, тогда как в основном теплоотвод определяется теплопроводностью. В случае угольных электродов при тех же токах на испарение уходит до 80% подводимой мощности. Исходя из приведенной [110] зависимости величины электропереноса от силы тока, можно сказать, что на тугоплавких электродах испарение при не слишком больших плотностях тока будет забирать основное количество подводимого из дуги тепла лишь при токах порядка 10 000 а.

Наличие окружающей среды может в принципе вызвать конвективное охлаждение электрода, точный учет величины которого довольно сложен. Однако в случае высокоточных дуг, когда у электрода находятся в основном пары материала электродов, главную роль играют потери на испарение, и конвективными потерями можно пренебречь.

Таким образом, суммируя все вышеперечисленные члены энергетического баланса, можно сделать некоторые численные оценки, точность кото-

рых определяется точностью задания отдельных членов уравнения баланса. К сожалению, эти оценки дают только порядок величины, вследствие чего, как указывает Эккер [3], использование уравнения энергетического баланса допустимо только при грубых оценках и не годится для выбора того или иного механизма катодных явлений.

Для наиболее грубых и простых оценок, связанных с составлением уравнения теплового баланса для сильноточных дуг, можно воспользоваться следующим уравнением, учитывающим основные члены.

Основными источниками энергии будем считать:

а) кинетическую энергию ионов

$$K_p = U_{\kappa} i_p a_p;$$

б) потенциальную энергию ионов

$$\Pi_p = (U_i - \varphi_m) i_p a_{pg};$$

в) энергию, получаемую от столба, с учетом потерь на излучение

$$W_{\text{ст}} = 0,6 [U_i - U_{\kappa} i_p a_p - (U_i - \varphi_m) i_p a_{pg} - U_a i],$$

где  $U_a$  — анодное падение.

Основными стоками энергии будем считать:

а) охлаждение вследствие эмиссии электронов  $\Delta W_{\text{ем}}$  (в простейшем случае термоэлектронной эмиссии  $\Delta W_{\text{ем}} = \varphi_m i$ );

б) охлаждение вследствие теплопроводности  $W_{\chi} = 4r_{\kappa}\chi (T - T_0)$ , где  $\chi$  — коэффициент теплопроводности,  $T$  — температура поверхности катодного пятна,  $T_0$  — температура другого конца электрода;

в) количество тепла, затрачиваемого на испарение  $W_{\kappa} = G_{\kappa}\lambda_{\kappa}$ .  $G_{\kappa}$  — скорость эрозии материала.

Тогда, суммируя и соблюдая знаки, получим

$$U_{\kappa} i_p a_p + (U_i - \varphi_m) i_p a_{pg} + 0,6 [U_i - U_{\kappa} i_p a_p - (U_i - \varphi_m) i_p a_{pg} - U_a i] = \\ = \varphi_m i + 4r_{\kappa}\chi (T - T_0) + G_{\kappa}\lambda_{\kappa}.$$

Очевидно, в простейшем случае можно предположить, что  $a_p = a_{pg} = 1$ . В некоторых случаях даже столь грубые оценки позволяют получить довольно хорошее совпадение с экспериментальными результатами [90].

## § 56. Обратное движение катодного пятна дуги низкого давления

Объяснения обратного движения искали обычно в более или менее обоснованном изменении направлений движения заряженных частиц у катода. Так, например, Танберг [112] предположил, что плотные струи нейтральных частиц, исходящие из катода, приводят к рассеянию ионов в обратном направлении, что и приводит к обратному движению пятна в целом. Ротштейн [113] пытался объяснить обратное движение катодного пятна введением гипотезы о дырочной проводимости в области сжатого до высоких давлений облака металлического пара у катода. Суть такого рода попыток объяснения сводится к допущению движения заряженных частиц в обратном обычному направлению, что, конечно, не свидетельствует о логической завершенности таких попыток. Лонжини [114] предположил, что результирующее поле объемного заряда у катода создается вследствие суперпозиции объемного заряда ионов и электронов. При наложении магнитного поля вследствие значительной разницы в подвижностях объемные заряды смещаются неодинаково. Сент-Джон и Винанс [115] предположили (рис. 9.12), что ионы, возникающие в результате ионизации пара электронами, откло-

ненными в «прямом» направлении, взаимодействуют с отрицательным объемным зарядом у катода и, пролетая по инерции, попадают на катод с другой стороны от центра эмиссии первичных электронов. Это, по мнению авторов [115], должно вызывать смещение пятна в обратном направлении. Легко видеть, что подобное свободное движение ионов в околоскатодном пространстве с большой концентрацией нейтральных частиц, ионов и электронов весьма маловероятно. Кроме того, под действием существующих в плазме полей ионы должны двигаться в сторону периферии катодного пятна — в область меньших концентраций [2]. Наконец, построенная авторами диаграмма сил при незначительных изменениях величин составляющих приводит к движению иона практически в любом направлении.

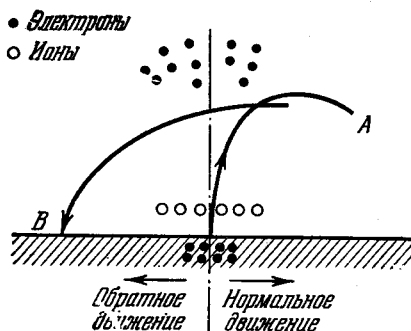


Рис. 9.12. Схема обратного движения катодного пятна по Сент-Джону и Винансу [115].

А — область, в которой образуются ионы;  
В — область катода, куда попадают ионы «по инерции».

ставляет двигаться эмиттируемые катодом электроны (кривая 2) по каналу, возникшему в результате движения ионов, т. е. электроны смещаются в обратном направлении. Выходя из канала, электроны, продолжая прямолинейно двигаться по инерции, осуществляют ионизацию, что приводит к смещению всего пятна в целом в обратном направлении. При этом совершенно непонятно, почему авторы, учитывающие искривление траекторий ионов под влиянием магнитного поля, совершенно не учитывают влияния этого поля на электроны, в случае которых этот эффект должен быть еще значительнее [2]. Прекрасное совпадение результатов расчета с данными экспериментов при использовании весьма спорных упрощений кажется чрезвычайно странным и не внушающим доверия.

Джойл и Зекер [42] высказали предположение, что обратное движение катодного пятна обусловлено тем, что собственное магнитное поле, возникающее вследствие образования петли тока у катода при искривлении контрагированной части столба, соприкасающейся с катодом, может превысить величину внешнего магнитного поля и вызвать обратное движение. Однако в этом случае при больших полях должно было бы иметь место изменение направления движения пятна, что, однако, не наблюдается [2].

Холл [117] указал, что обратное движение катодного пятна в поперечном магнитном поле на ртути может быть связано с ослаблением электрического поля у поверхности катода вследствие медленного дрейфа остаточных электронов параллельно поверхности катода в «правильном» направлении (рис. 9.14). Это ведет к возникновению асимметрии ионного тока, величина которого падает в направлении дрейфа электронов, что приводит, по мнению

Эккер и Мюллер [116] попытались количественно описать основные закономерности обратного движения катодного пятна дуги низкого давления. Эти авторы предположили (рис. 9.13), что поле пространственного заряда ионов, отклоняемых магнитным полем в требуемом направлении Ампера (кривая 1), заставляет двигаться катодом электроны (кривая 2) по каналу, возникшему в результате движения ионов, т. е. электроны смещаются в обратном направлении. Выходя из канала, электроны, продолжая прямолинейно двигаться по инерции, осуществляют ионизацию, что приводит к смещению всего пятна в целом в обратном направлении. При этом совершенно непонятно, почему авторы, учитывающие искривление траекторий ионов под влиянием магнитного поля, совершенно не учитывают влияния этого поля на электроны, в случае которых этот эффект должен быть еще значительнее [2]. Прекрасное совпадение результатов расчета с данными экспериментов при использовании весьма спорных упрощений кажется чрезвычайно странным и не внушающим доверия.

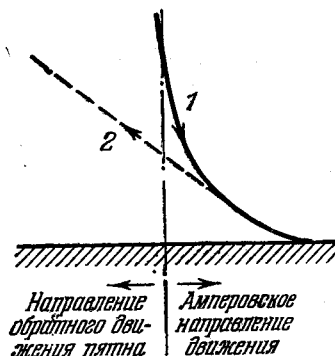


Рис. 9.13. Схема обратного движения катодного пятна по Эккеру и Мюллеру [116].

Холла, к смещению пятна в обратном направлении. Холл вводит очень грубое допущение, что все электроны, вышедшие из катода, движутся в области протяженностью длины свободного пробега  $\lambda_e$  с малыми энергиями, при которых имеют место лишь упругие столкновения, что представляется весьма странным при тех огромных значениях напряженности поля, которые имеют место около пятна дуги с холодным катодом.

Кесаев [2] предложил для объяснения обратного движения пятна учесть собственное магнитное поле. С одной стороны пятна собственное поле складывается с внешним, а с другой — вычитается. Ввиду того, что максимальная величина собственного поля оказывается на границе пятна, там же происходит максимальное удлинение пути электрона, эмиттируемого катодом, и увеличение эффективности ионизации. Это и приводит к смещению области ионизации и, следовательно, всего пятна. Рассмотрение направления смещения показывает, что оно происходит в обратном направлении. К сожалению, эта теория также не позволяет получить количественного описания явления.

Сена [148] выдвинул объяснение обратного движения пятна, основанное на рассмотрении вызванного магнитным полем изменения траектории ионов, покидающих пятно в радиальном направлении. При этом оказывается, что с той стороны, в которую движется пятно, плотность положительно объемного заряда возрастает, а с противоположной убывает.

В заключение необходимо отметить, что в настоящее время нет сколь-нибудь последовательной количественной теории обратного движения катодного пятна дуги низкого давления. Построение такой теории немислимо без достаточно полного решения вопроса о механизме эмиссии электронов, о характере термических процессов, о возникновении и характере движения ионов в прикатодной области. Поэтому первоочередной задачей в настоящее время является получение надежных экспериментальных данных об основных параметрах, определяющих катодные процессы, и их зависимостях от условий горения дуг низкого давления.

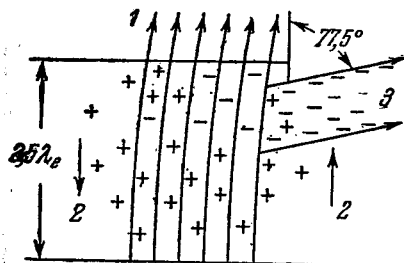


Рис. 9.14. Схема обратного движения катодного пятна по Холлу [117].

1 — траектории первичных электронов;  
2 — поле, действующее на ион;  
3 — траектория движения остаточных электронов.

## § 57. Пространство низковольтной дуги

1. Физические процессы в пространстве низковольтной дуги. Непосредственно к плазме катодного пятна примыкает область, где потенциал пространства сохраняется почти постоянным и приблизительно равным катодному падению потенциала. Эта область постоянного потенциала называется пространством низковольтной дуги. Электроны, выходящие из пятна, испытывают множество соударений в тонком слое повышенного давления вблизи пятна, теряют свою энергию. Низкие значения  $T_e$  вне пятна приводят к тому, что в пространстве низковольтной дуги практически отсутствуют ионизация и возбуждение атомов. Интенсивная ионизация в катодном пятне создает высокую концентрацию заряженных частиц, вследствие чего в пространстве низковольтной дуги электрическое поле может иметь обратный знак. Перенос тока электронами в присутствии обратного поля осуществляется либо за счет диффузии, вызванной большим градиентом концентрации, либо при низких давлениях, когда  $\lambda_e$  больше размеров сосуда, за счет потоков заряженных частиц из катодного пятна.

По мере удаления от пятна концентрация зарядов резко спадает как в осевом, так и в радиальном направлениях.

2. Теория пространства низковольтной дуги. Теория пространства низковольтной дуги в предположении диффузионного режима рассмотрена Недоспасовым [VII.67], [118]. В этом случае плотности ионного и электронного токов равны соответственно

$$j_p = -e_0 D_p \nabla n_p + e_0 b_p n_p E, \quad j_e = e_0 D_e \nabla n_e + e_0 b_e n_e E. \quad (57.1)$$

Считая, что рассматриваемая катодная область (за исключением малой области около катодного пятна) квазинейтральна, т. е.  $n_e = n_p = n$ , получаем выражение для полного тока

$$j = e_0 (D_e - D_p) \nabla n + e_0 n (b_e + b_p) E, \quad (57.2)$$

откуда

$$E = \frac{j}{e_0 (b_e + b_p) n} - \frac{D_e - D_p}{b_e + b_p} \frac{\nabla n}{n}. \quad (57.3)$$

Предполагаем, что ионизация в пространстве низковольтной дуги отсутствует, а рекомбинация зарядов происходит только на стенках. Тогда в установившемся токе

$$\nabla j_e = \nabla j_p = \nabla j = 0.$$

Подставляя (57.3) в (57.1), получаем

$$j_e = [b_e / (b_e + b_p)] j + e_0 D_{am} \nabla n, \quad j_p = [b_p / (b_e + b_p)] j - e_0 D_{am} \nabla n, \quad (57.4)$$

откуда

$$\nabla j_e = [b_e / (b_e + b_p)] \nabla j - e_0 D_{am} \nabla^2 n \quad \text{и} \quad D_{am} \nabla^2 n = 0. \quad (57.5)$$

Для трубки уравнение (57.5) запишется в виде

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial n}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} = 0. \quad (57.6)$$

Решение этого уравнения для случая, когда на оси трубки радиуса  $R$  действует точечный источник частиц постоянной мощности  $Q$ , а  $n(R) = 0$  (условие Шоттки), получено в виде

$$n(r, z) = \frac{CQ}{D_{am} R} \sum_{n=1}^{\infty} f_n \exp(-\mu_n z / R) J_0 \left( \frac{\mu_n r}{R} \right), \quad (57.7)$$

где

$$f_n = \frac{1}{\mu_n J_1^2(\mu_n) \left[ 1 + \left( \frac{\mu_n}{hR} \right)^2 \right]}, \quad h = -\frac{3}{2} \frac{U_p}{U_e} \frac{1}{\lambda_p},$$

а  $\mu_n$  удовлетворяет трансцендентному уравнению

$$\mu J_1(\mu) = \frac{3}{2} \frac{U_p}{U_e} \frac{R}{\lambda_p} J_0(\mu).$$

Здесь  $U_p$  и  $U_e$  — температуры ионов и электронов, выраженные в электрон-вольтах,  $\lambda_p$  — длина свободного пробега ионов,  $\mu_n$  — корни функции Бесселя нулевого порядка. Безразмерная постоянная  $C$  может быть определена из условия равенства  $Q$  потоку диффузии на стенки. Она равна нескольким десяткам долей единицы. Формула (57.7) дает распределение концентрации зарядов в пространстве низковольтной дуги. Подставляя (57.7) в (57.3),

получим с точностью до второго члена рядов формулу напряженности продольного поля на оси трубки:

$$E_z = \frac{U_e \mu_1}{R} \left[ 1 + \left( \frac{\mu_2}{\mu_1} - 1 \right) \alpha(z) \right] - \frac{i(0) R D_{am}}{j_{e0} b_e C Q} \exp \frac{\mu_1 z}{R} [1 - \alpha(z)], \quad (57.8)$$

где

$$\alpha(z) = \exp \left[ \frac{j_2}{j_1} \left( - \frac{\mu_2 - \mu_1}{R} z \right) \right].$$

Для значений  $z$ , при которых  $\alpha(z) \ll 1$ , интегрирование (57.8) по  $z$  позволяет получить зависимость потенциала пространства от расстояния от катода. При малых  $z$  поле диффузии, тормозящее электроны, превышает поле тока. Поэтому потенциал уменьшается. По мере увеличения  $z$  уменьшается концентрация электронов и, следовательно, возрастает поле, обуславливающее ток электронов в сторону анода. В силу этого потенциал проходит через минимум и начинает быстро возрастать. Расстояние от катода  $d$ , при котором начинается рост потенциала, является границей области низковольтной дуги. Положив в (57.8)  $E_z = 0$  и  $\alpha(z) \ll 1$ , получим

$$d = \frac{R}{\mu_1} \ln \left( \frac{k b_e e_1 Q}{b_p i} \right). \quad (57.9)$$

Плотность электронного тока на границе равна

$$j_e = e_0 b_e \frac{U_e \mu_1}{R} n \approx \frac{4}{3} \mu_1 \frac{\lambda_e}{R} e_0 \sqrt{\frac{k T_e}{2 \pi m_e}} n. \quad (57.10)$$

**3. Сравнение теории с экспериментом.** Рассмотренная теория качественно и количественно согласуется с результатами экспериментальных исследований пространства низковольтной дуги, проведенных Клярфельдом и его учениками [VII.88], [119, 120], а также изложенных в работах [VII.67], [118, 121].

1) Распределение концентрации электронов по оси трубки соответствует формуле (57.7).

2) Концентрация электронов, измеренная на границе пространства низковольтной дуги, совпадает с рассчитанной по формуле (57.10).

3) Зондовые измерения потенциала показывают, что с увеличением расстояния от катода область со слабым тормозящим электронным полем сменяется областью резкого возрастания потенциала. Расстояние, на котором начинается резкий подъем потенциала, оказывается порядка диаметра трубки, что согласуется с выводами теории.

4) Измерения протяженности пространства низковольтной дуги при различных давлениях подтвердили логарифмическую зависимость  $d$  от подвижности электронов в согласии с формулой (57.9)\*. В ртутной дуге с катодным пятном при малых значениях давления ( $10^{-1} \div 2 \cdot 10^{-4}$  мм рт. ст.) обнаружена чрезвычайно слабая зависимость  $d$  от давления. Замена ртутного катода оксидным приводит к увеличению  $d$  в два-три раза. Причина этого уширения области низковольтной дуги заключается в том, что при оксидном катоде электроны сохраняют ионизирующую способность далеко от катода, в то время как при ртутном катоде электроны теряют значительную часть своей скорости в области большого давления у пятна и за пределами последнего не ионизируют газ.

\*) Экспериментально вместо  $d$  иногда измеряется  $l$  — расстояние катод-анод, при котором начинается подъем падения напряжения на трубке. Расстояния  $d$  и  $l$  могут не совпадать из-за искажений разряда, вносимых анодом. Однако при изменении давления они должны изменяться примерно одинаково.

## § 58. Анодная область при низком давлении

1. Общие представления о явлениях у анода. Подведение к аноду потоков электронов, несущих основную часть тока через промежуток, в большинстве случаев требует затраты дополнительной энергии. Эта энергия расходуется на создание повышенной концентрации заряженных частиц у анода, и ее источником является  $U_a$  — положительное анодное падение потенциала (обозначим его в данной главе АП). В условиях, особенно затрудняющих подвод электронов к аноду, например при очень малых размерах анода или

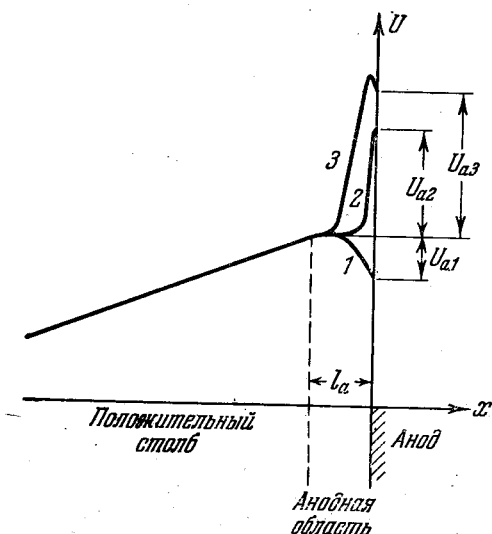


Рис. 9.15. Схема распределения потенциала в анодной области.

1 — АП отрицательно; 2 — АП положительно, у анода слой отрицательного объемного заряда; 3 — АП положительно, у анода тонкий плазменный слой, ограниченный со стороны положительного столба двойным слоем объемного заряда.

при использовании сильно электроотрицательных газов, связывающих свободные электроны, величина положительного АП может достигать многих сотен вольт. Обычно же величина положительного АП не сильно отличается от значения потенциала ионизации используемого газа. Это определяется быстрым ростом ионизирующей способности электронов после достижения ими энергии, превышающей энергию ионизации. В результате роста концентрации ионов у самой поверхности анода отрицательный объемный заряд разрушается, что препятствует дальнейшему росту анодного падения выше значения  $U_i$ . Более того при наличии заметных начальных энергий электронов, с которыми они подходят к анодной области, и при сильном развитии процессов ступенчатой ионизации газа  $U_a$  может становиться заметно меньше  $U_i$ .

Если анод обладает большой поверхностью соприкосновения с прилегающей к нему интенсивной плазмой, то не только нет необходимости в затрате дополнительной энергии для подведения электронов к аноду, но, наоборот, приобретенный в положительном столбе избыток энергии электронов отдается обратно в цепь тока. В этом случае возникает отрицательное анодное падение потенциала. Обычно величина отрицательного АП бывает невелика ( $1 \div 3$  в), но найдены условия, в которых величина отрицательного АП достигала многих десятков вольт.

В пределах анодной области происходит переход от условий в положительном столбе, в котором положительные ионы движутся к катоду, к условиям около анода, где при положительном АП ток к аноду переносится только электронами, а при отрицательном — к аноду движутся и электроны, и ионы. Но в этом случае ионный поток имеет направление, противоположное направлению ионов в положительном столбе.

На рис. 9.15 схематически изображены кривые распределения потенциала в области у анода при положительном (кривые 3 и 2) и при отрицательном (кривая 1) анодном падении. Кривая 3 относится к случаю, когда электроны у поверхности анода производят интенсивную ионизацию газа и здесь образуется тонкая светящаяся плазменная пленка, между которой и положительным столбом лежит двойной слой объемных зарядов. Кривая 2 соответствует более слабой ионизации газа у поверхности анода и присутствию

у анода слоя электронного объемного заряда. Анодным падением потенциала  $U_a$  называют разность потенциалов между концом невозмущенного анодными явлениями положительного столба и анодом; протяженностью зоны АП  $l_a$  называют расстояние от конца невозмущенного положительного столба до анода.

При положительном АП порядка ионизационного потенциала газа и выше анод покрыт тонкой светящейся пленкой. С повышением давления эта пленка теряет свою однородность; на ней возникают более яркие выпуклые образования — анодные пятна, имеющие полусферическую форму. При отрицательном АП или положительном АП небольшой величины свечение у анода отсутствует. Знак и величина АП зависят от формы как самого анода, так и окружающих его стенок газового пространства, от рода и давления газа, силы тока и ряда других факторов. Поверхностные свойства анода играют по сравнению с катодом второстепенную роль.

Анодная область является одним из основных источников собственных колебаний тока в газе (§ 1, § 84).

## 2. Механизм образования положительных и отрицательных анодных падений.

2.1. Основной фактор — отношение беспорядочного электронного тока в плазме к направленному. Ленгмюром и Мотт-Смитом была выдвинута гипотеза образования АП различного знака [22], [122], согласно которой рассматривается беспорядочный ток электронов, поступающий из плазмы в слой пространственного заряда, окружающий всякий соприкасающийся с плазмой электрод, а следовательно, и анод. Этот ток может быть как меньше, так и больше тока, заданного всей цепью. Если  $j_e S_a < i_a$  (где  $j_e$  — плотность беспорядочного электронного тока в плазме,  $S_a$  — площадь анода,  $i_a$  — анодный ток), то вследствие наличия между источником питания и анодом дополнительного сопротивления потенциал анода в стадии развития тока снижается от потенциала положительного полюса источника питания, но остается положительным по отношению к анодному концу столба. При  $j_e S_a > i_a$  в процессе установления тока анод приобретает отрицательный потенциал относительно плазмы и образуется отрицательное АП такой величины, что часть электронов (имеющих малое значение составляющей скорости, перпендикулярной поверхности анода) отбрасывается назад в плазму, и анода достигают лишь электроны, могущие преодолеть задерживающее поле. Эти электроны в основном обеспечивают анодный ток (доля ионного тока невелика и обычно не превышает 1% от общего тока).

Для оценки величины отрицательного АП Ленгмюр предложил использовать формулу вольтамперной характеристики зонда при замедляющем поле зонда (см. формулу (51.23) в § 1). Тогда

$$U_a = (kT_e/e_0) \ln (j_e/j_a), \quad (58.1)$$

т. е. чем выше значение  $T_e$  и  $j_e/j_a$ , тем больше отрицательное АП.

Отрицательно заряженный анод окружен оболочкой из положительных ионов. При уменьшении площади анода (или соответственном изменении  $j_e$  и  $i_a$ ) эта оболочка сначала исчезает (в этом случае  $j_e S_a = i_a$ , а  $U_a = 0$ ), а затем заменяется электронной оболочкой. Возрастание положительного АП до  $U_i$  ведет к появлению у анода новых положительных ионов, возникающих в результате ионизации газа электронным ударом, вследствие чего постепенно образуется двойной электрический слой (см. рис. 9.15). Разность потенциалов между краем электронной оболочки и положительно заряженным анодом составляет положительное АП (о теории и расчете положительного АП см. примечание 14, стр. 519).

Основным недостатком гипотезы Ленгмюра и Мотт-Смита является рассмотрение анода только как коллектора электронов, попадающих на его поверхность из прилегающей плазмы, и пренебрежение обратным влиянием анода и ближайших к нему изолирующих поверхностей на все процессы в области, примыкающей к аноду. Между тем это влияние может быть весьма существенным, и нарушения, вносимые в плазму анодом, простираются на расстояния, значительно большие, чем толщина слоя пространственного заряда, окружающего анод, которая обычно составляет доли миллиметра \*).

2.2. Дополнительный фактор — образование новых ионов у анода и условия их исчезновения. (Обратное воздействие анодных явлений на свойства прилегающего к аноду участка положительного столба.) Клярфельд и Неретина рассмотрели условия существования около анода концентрации заряженных частиц, либо достаточной для подведения к аноду разрядного тока без присутствия положительного АП, либо требующей появления положительного АП и связанной с ним дополнительной ионизации газа [119, 124—126]. Вместо концентрации заряженных частиц обоих знаков более просто рассматривать поведение концентрации только положительных ионов, которые вследствие меньшей подвижности и меньших скоростей теплового движения образуют скелет плазмы, удерживая около себя электростатическими силами приблизительно равную концентрацию электронов. Значение  $n_p$  устанавливается в результате динамического равновесия между генерацией ионов и их удалением к электродам и непроводящим стенкам под действием слабых полей плазмы или диффузии. (Рекомбинацией в объеме газа при низких давлениях газа можно пренебречь.) Число актов ионизации, производимых прямым ударом электронов, круто растет с увеличением  $T_e$  и пропорционально плотности газа (34.4). Число ионов, удаляющихся из объема, определяется значениями полей, подвижностей ионов, коэффициентом диффузии ионов и градиентом их концентраций.

В конечном итоге все процессы в анодной области, которые увеличивают генерацию положительных ионов или замедляют их удаление, ведут к увеличению концентрации заряженных частиц и, следовательно, к уменьшению положительного АП или к образованию отрицательного АП. Примером таких процессов могут служить: а) местное искусственное повышение электронной температуры в анодной области; б) местное повышение плотности газа у анода; в) увеличение числа актов ступенчатой ионизации, происходящее при увеличении плотности тока или плотности газа; г) ослабление электрических полей в плазме у анода, вызываемое формой анода (полый анод).

Наоборот, процессы, которые снижают генерацию положительных ионов или ускоряют удаление их из объема анодного пространства, ведут к исчезновению отрицательного АП или к увеличению величины положительного АП. Например: а) местное искусственное снижение  $T_e$  в анодной области; б) местное снижение плотности газа; в) снижение давления и плотности газа, ведущее к исчезновению ступенчатой ионизации; г) усиление электрических полей в плазме у анода (анод малого размера).

Анодное падение потенциала, его знак и величина являются, таким образом, тем регулятором, который поддерживает концентрацию заряженных частиц перед анодом на уровне, обеспечивающем подведение к нему разрядного тока. При отрицательном АП ионы уходят на анод, понижая перед ним концентрацию заряженных частиц. При положительном АП ионы не только не могут удаляться к аноду, но их концентрация здесь увеличивается за счет

\*) Кроме того, предложенное объяснение образования положительного АП в случае плоского анода наталкивается на ту трудность, что при увеличении АП величина поверхности оболочки практически не возрастает и неясно, как при  $j_e S_a < i_a$  увеличение  $U_a$  может обеспечить подвод тока к аноду.

усиленной ионизации газа электронами, ускоренными при прохождении положительного АП.

### 3. Экспериментальные методы исследования анодной области.

1) Метод зондов Ленгмюра позволяет определить значения  $U$ ,  $T_e$ ,  $n_e$ ,  $j_p$ ,  $j_a$  в анодной области. Использование зондов ограничено пределами применимости зондовой методики (см. {1}, § 52). Более того, при измерениях в анодной области требования к размерам зондов становятся более жесткими, чем при измерениях в положительном столбе [119]. Для исследования искажений, вносимых в функцию распределения электронов по энергиям отбором электронов на анод, можно применять ориентированные плоские дискообразные зонды [125].

2) Определить  $U_a$  можно путем измерения крутого подъема разности потенциалов между электродами при сближении анода с катодом \*) [II.49], [121, 127—130] (см. § 59).

3) Калориметрический способ позволяет определить количество тепла, выделяемого на аноде [130—132].  $U_a$  находят из формулы ({1}, § 75)

$$P_a = i_a(2kT_e/e_0 + \varphi_m + U). \quad (58.2)$$

Здесь  $2kT_e$  — средняя кинетическая энергия электронов, приходящих из плазмы в анодную область,  $e_0 \varphi_m$  — работа выхода электрона. При отрицательном значении  $U_a$  в уравнение (58.2) подставляется  $U_a = 0$ , так как при максвелловском распределении скоростей электронов задерживающее поле не меняет среднее значение кинетической энергии электронов, достигающих анода, а лишь уменьшает их число.

4) Методом регистрации отклонения поперечного электронного пучка под действием продольного электрического поля у анода можно, меняя положение электронного пучка, измерить напряженность поля в анодной зоне [VII.18]. АП может быть получено как линейный интеграл электрического поля по зоне АП.

5) Метод секционного анода служит для исследования распределения тока по поверхности анода [133—135].

6) Протяженность зоны АП может быть получена из обработки электрических измерений или оптическими измерениями толщины светящейся пленки, покрывающей анод [125, 129]. Естественно, что оптические измерения дают заниженные результаты, так как электроны проходят заметную часть анодной зоны, прежде чем приобретут энергию, необходимую для возбуждения, и поэтому не вся толщина анодной области светится. Протяженность зоны отрицательного АП вообще не может быть определена оптически.

### 4. Результаты экспериментальных исследований анодной области.

4.1. Зависимость анодного падения от конфигурации анодной области. Систематические исследования роли формы анода были проведены Клярфельдом и Неретиной [125] в парах ртути в диапазоне давлений  $10^{-4} \div 1$  мм рт. ст.

Полый анод (длина анода составляет не менее 35—45% диаметра анода) всегда имеет отрицательное АП (вплоть до давлений  $10^{-1}$  мм рт. ст., при которых начинается контракция тока\*\*), которое мало зависит от силы тока (рис. 9.16). Зондовые измерения  $U$ ,  $j_e$  и  $T_e$ , проведенные на оси трубки перед анодом и в пределах его полости (рис. 9.17, а и б, кривые 1), показали, что: а) подъем потенциала в положительном столбе сменяется в полости анода

\*) Вместо зависимости  $U = f(l)$  ( $l$  — расстояние анод — катод) при постоянных  $i$  и  $p$  можно также использовать зависимость  $U = f(i)$  при постоянных  $l$  и  $p$  или  $U_a = f(p)$  при постоянных  $l$  и  $i$ .

\*\*) При контракции ток стягивается на небольшой участок анода, и последний как бы теряет свойства полого анода и превращается в плоский; анодное падение становится положительным.

постепенным понижением, причем по оси полости потенциал на 1—2  $\epsilon$  выше потенциала анода; б)  $j_e$  в анодной полости непрерывно понижается от его значения в положительном столбе  $j_e$  ст сохраняя, однако, заметную величину; в)  $T_e$  в пределах полости заметно не понижается, т. е. ионизирующая способность электронов в полости анода и в положительном столбе мало отличаются друг от друга. Так как  $j_e = e_0 n_e \sqrt{kT_e/2\pi m_e}$ , то результатом малого изменения  $T_e$  должна являться одинаковая форма кривых  $j_e$  и  $n_e$ . Значительная плотность ионизации и длительное пребывание ионов в полости анода, вызванное их медленным перемещением в слабых электрических полях по длинным путям (см. рис. 9.17,  $\epsilon$ , схема 1), обеспечивают высокие значения  $n_e$  и  $j_e$ . В результате АП имеет устойчивое отрицательное значение порядка нескольких вольт. Создание искусственным путем в полости анода плазмы с избытком быстрых электронов по сравнению с их содержанием в максвелловском распределении (например, при введении в анод термоионного катода с регулировкой накала, обеспечивающей падение потенциала в слое у катода 70÷100  $\epsilon$ ) ведет к образованию отрицательного АП, достигающего нескольких десятков вольт. Так, в работе [125] получены отрицательные АП в инертных газах (Ne, Ar, Kr и Xe) до 40÷50  $\epsilon$ . В легких газах ( $H_2$  и He), обладающих к тому же малым сечением ионизации, не удалось получить таких больших отрицательных АП.

*Анод с малой поверхностью*, составляющей лишь небольшую часть поперечного сечения трубки, обладает всегда положительным АП (см. рис. 9.16), убывающим с ростом давления. При низких давлениях  $U_a$  сильно увеличивается с ростом тока. Это вызвано вторичным эффектом — разрежением газа перед анодом при больших плотностях тока за счет удаления молекул газа в виде ионов [124]. Измерения  $U_a$  и  $j_e$ , выполненные зондами, указывают, что на протяжении нескольких диаметров анода вокруг последнего присутствует облако заряженных частиц повышенной плотности (рис. 9.17,  $a$  и  $b$ , кривые 3). Равновесное существование этого облака возможно только при высокой плотности генерации ионов, так как под действием поля (рис. 9.17,  $\epsilon$ , схема 3) и одновременно диффузии они быстро удаляются из прианодной области в сторону катода. Повышенная генерация ионов осуществляется за счет ускорения электронов в полях анодной области.

*Плоский анод*, заполняющий все поперечное сечение трубки, характеризуется тем, что при небольших токах ( $i_a < 1a$ ) АП с увеличением давления становится из отрицательного (рис. 9.16) положительным, хотя отношение  $j_e/j_a$  увеличивается, и согласно Ленгмюру и Мотт-Смиту, наоборот, нужно ожидать отрицательного АП. Объяснение этому противоречию, данное в [125], заключается в том, что при низких давлениях эквипотенциальные поверхности в столбе особенно сильно выгнуты в направлении катода и между ближайшей к аноду невозмущенной его влиянием эквипотенциальной поверхностью и самим плоским анодом располагается протяженная область, которая обладает весьма слабыми продольными и поперечными электрическими полями (рис. 9.17,  $\epsilon$ , схема 2). В этих условиях, так же как и у полого анода,  $U_a$  становится отрицательным (рис. 9.17,  $b$ , кривая 2). Повышение давления сокращает протяженность области слабого поля и приводит к появлению положительного АП (рис. 9.17,  $b$  и  $\epsilon$ , кривая 2' и схема 2').

4.2. Зависимость  $U_a$  от силы тока. Как видно из рис. 9.16, не существует какой-либо общей зависимости  $U_a$  от силы тока. При давлениях порядка  $10^{-1} \div 10$  мм рт. ст. и плотностях тока  $j_a$  порядка  $10^{-4} \div 10^{-3}$  а/см<sup>2</sup> было отмечено, что  $U_a$  несколько растет с ростом  $j_a$  [VII.18], [121, 129]. Наблюдаемое же в ряде случаев сильное влияние тока обычно вызывается вторичными процессами (разрежением газа под действием выноса его молекул в виде ионов из прианодного пространства, местным уменьшением плотности газа перед поверхностью анода). Переход от положительного

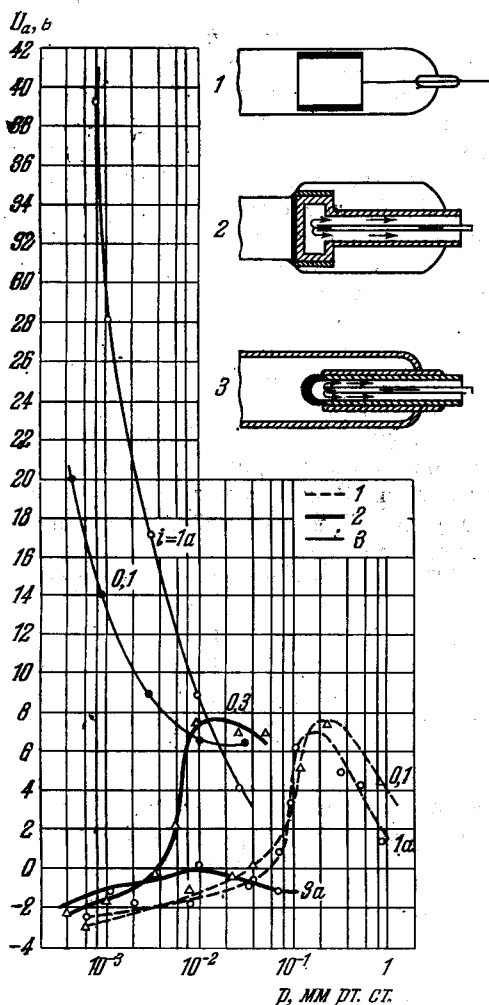


Рис. 9.16. Зависимость АП от давления ртутных паров в разрядной трубке диаметром 32 мм при трех формах анода для разных значений разрядного тока [125].

1 — полный анод; 2 — плоский анод, заполняющий все поперечное сечение трубки; 3 — анод с малой поверхностью, составляющей небольшую часть поперечного сечения трубки.

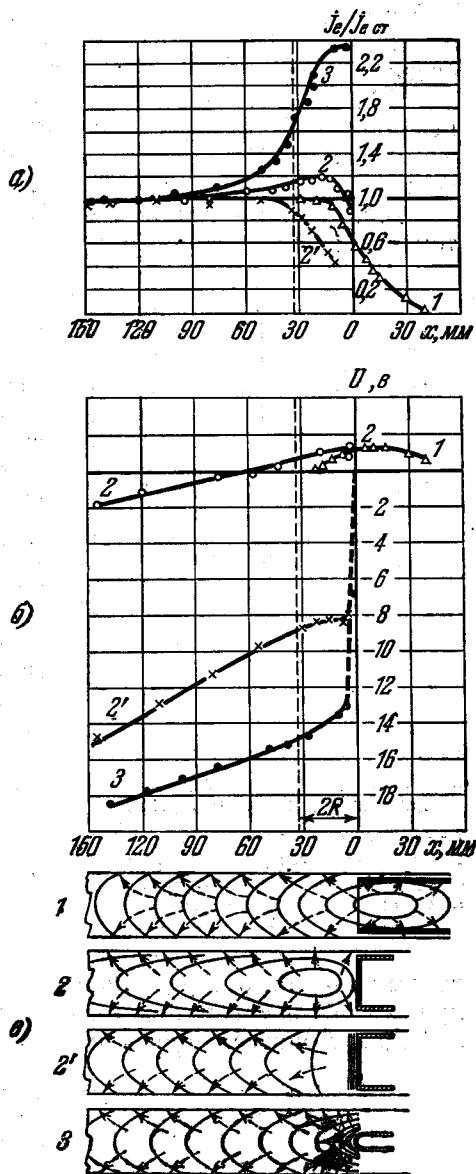


Рис. 9.17. Распределение  $j_e/j_{e \text{ ст}}$  (а) и  $U$  (б) по оси тока в анодной области в ртутных парах и схематическое изображение полей и эквипотенциальных линий (в) [125].

1 — кривые, относящиеся к полному аноду при  $p = 1 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.,  $i_a = 1$  а; 2 — к плоскому аноду в случае отрицательного АП при  $p = 2 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.,  $i_a = 1$  а; 2' — к плоскому аноду в случае положительного АП при  $p = 3 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.,  $i_a = 0,3$  а; 3 — к малому полусферическому аноду при  $p = 3 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.,  $i_a = 3$  а;  $2R = 32$  мм.

АП к отрицательному, происходящий в случае плоского анода при давлениях выше  $10^{-2}$  мм рт. ст., когда ток увеличивается свыше 1 а, является, очевидно, следствием развития ступенчатой ионизации.

4.3. Зависимость  $U_a$  от давления. Имеющиеся экспериментальные данные недостаточны для выявления общей связи между  $U_a$  и давлением. Можно только отметить, что отрицательное АП существует только при низких давлениях.

4.4. Зависимость  $U_a$  от температуры анода. Подъем температуры полого анода и анода малых размеров до  $600^\circ\text{C}$  не вызывает изменения величины АП и его знака. В случае же плоского анода в условиях, когда АП отрицательно, нагрев анода приводит к появлению положительного АП (рис. 9.18). Перемена знака АП обусловлена разрежением газа перед поверхностью анода и связанным с этим понижением числа актов ионизаций. Местное же повышение плотности газа, вызываемое искусственным охлаждением анода, приводит к снижению положительного АП и даже к перемене его знака. Необходимо специально отметить, что разрежение газа у нагретого анода влияет на АП значительно сильнее, чем такое же разрежение по всему объему трубки. Здесь существенно рассогласование условий в анодной области и в положительном столбе.

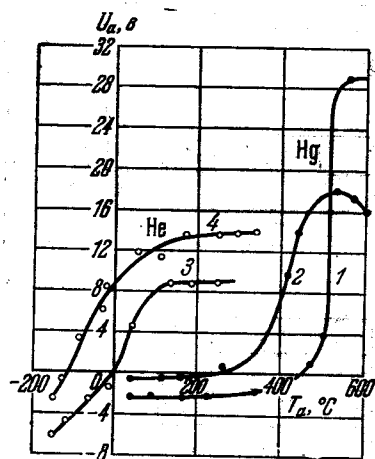


Рис. 9.18. Зависимость  $U_a$  от температуры плоского анода в ртутных парах и в гелии [126].

1 —  $p = 0,4 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.,  $i_a = 1$  а;  
2 —  $p = 1 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.,  $i_a = 1$  а;  
3 —  $p = 1,5 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.,  $i_a = 0,3$  а;  
4 —  $p = 3 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.,  $i_a = 0,3$  а;  $2R = 32$  мм.

4.5. АП и поверхностные свойства анода. Имеется по крайней мере три свойства поверхности, которые должны влиять на величину АП: коэффициент аккомодации нейтральных молекул, коэффициент отражения электронов и работа выхода.

При соударениях молекул газа с нагретым анодом, они удаляются от него с увеличенной скоростью, причем прирост их энергии определяется коэффициентом аккомодации  $a$ . Этот коэффициент определяется как

$$a = (T_2 - T_1)/(T_a - T_1), \quad (58.3)$$

где  $T_1$  — температура стенок трубки;  $T_a$  — температура анода и  $T_2$  — температура молекул, отраженных от анода. Обозначив через  $\beta$  отношение плотностей газа в слое толщиной  $\lambda$  перед анодом и в удалении от анода, получаем

$$\beta = \frac{1}{2} \frac{n_1 + n_2}{n_1}, \quad (58.4)$$

где  $n_1$  — концентрация молекул, движущихся к аноду, и  $n_2$  — отраженных от анода. Так как при низких давлениях  $n_1 \sqrt{T_1} = n_2 \sqrt{T_2}$ , то

$$\beta = \frac{1}{2} \left[ 1 + \sqrt{\frac{T_1}{T_1 + a(T_a - T_1)}} \right]. \quad (58.5)$$

При  $T_a = 800^\circ\text{K}$ ;  $T_1 = 300^\circ\text{K}$  уменьшение плотности газа перед анодом равно 20% для коэффициента аккомодации  $a = 1$  и 9% для  $a = 0,5$ . Получающееся сравнительно небольшое разрежение может, однако, повести

к перемене знака АП у плоского анода. Например, у холодных анодов из графита и никеля (коэффициент  $\alpha$  графита близок к единице, у никеля он имеет значительно меньшую величину)  $U_a$  должны иметь близкие друг к другу значения. Но при нагреве анода переход от отрицательного АП к положительному должен происходить у графитового анода при более низких температурах, чем у никелевого, что и видно из кривых рис. 9.19.

Отражение электронов от анода должно снижать положительное АП за счет дополнительной ионизации газа отраженными электронами. Можно ожидать, что у холодных анодов из графита и никеля положительное АП будет большим у графита, практически не отражающего электроны, чем в случае никеля. Опыт дает качественное подтверждение этому [126].

Если величина работы выхода неоднородна по поверхности анода, то это должно повести к увеличению плотности тока на участках с меньшей работой выхода. Действительно наблюдалось, что активировка части поверхности анода вызывала появление более яркого свечения против активированных мест.

4.6. Зависимость  $U_a$  от рода газа. Так как при положительном АП ионизация газа ограничивает увеличение  $U_a$  и в довольно широком диапазоне разрядных условий АП мало отличается от  $U_i$  [VII.18], [121, 129], то ионизационный потенциал газа, в согласии с опытом, определяет существенным образом явления у анода. При больших отрицательных АП играет роль масса ионов, т. е. скорость удаления ионов из анодной области под действием поля, и действующее сечение ионизации электронным ударом, т. е. скорость образования ионов. В электроотрицательных газах, связывающих свободные электроны в анодной области, создаются условия для образования положительного  $U_a$  большой величины.

4.7. Управление величиной АП. Воздействуя на концентрацию заряженных частиц в анодной области с помощью зондов или дополнительных электродов, можно получить методы электрического управления величиной АП [126, 136].

При отрицательных потенциалах на дополнительный электрод текут из плазмы ионные токи. Следствием этого является понижение перед анодом концентрации ионов и вместе с тем электронов. Все это ведет к переходу отрицательного АП в положительное либо к увеличению величины уже имеющегося положительного АП. Противоположное действие оказывает положительный относительно плазмы потенциал дополнительного электрода. В этом случае ускоренные электроны производят около электрода усиленную ионизацию газа; возникающие положительные ионы выбрасываются полем в плазму и снижают положительное АП или переводят его в отрицательное.

Использование электрода, лежащего у стенок анодной области, позволяет менять ионизующую способность электронов в анодной области. Если потенциал управляющего электрода выше «плавающего» потенциала, то из плазмы на электрод поступает избыток электронов и плазма обедняется быстрыми электронами. Отбор электронов с высокой энергией должен понизить иони-

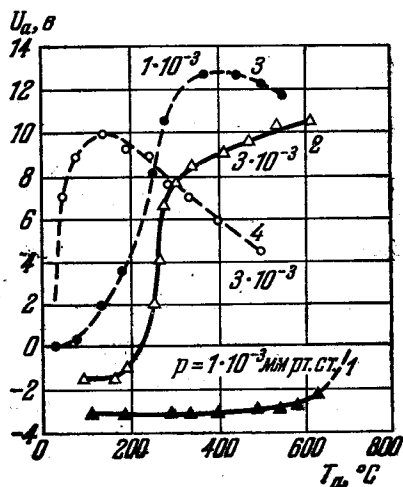


Рис. 9.19. Зависимость  $U_a$  от температуры анода из никеля (1 и 2) и графита (3 и 4) при разных давлениях ртутных паров [126].

$2R = 32$  мм;  $i_a = 1$  а.

зующую способность электронов плазмы. В результате упадет плотность заряженных частиц перед анодом. Опыты показали, что в этих условиях отрицательное АП переходит в положительное с величиной порядка  $U_i$  [126].

4.8. Искажения, вносимые анодом в пространство между однородным положительным столбом и анодом. Систематические исследования [123, 125, 126, 137] показали следующее.

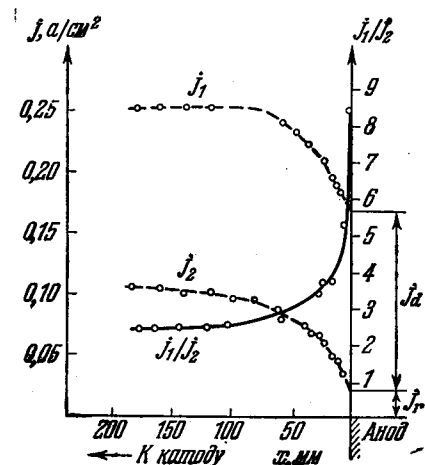


Рис. 9.20. Изменение плотностей беспорядочного электронного тока, определенных плоским зондом, ориентированным к катоду ( $j_1$ ) и к аноду ( $j_2$ ), и их отношения  $j_1/j_2$  в ртутных парах [125].

$j_d$  — плотность направленного тока,  $j_r$  — плотность тока отраженных электронов;  $p = 3 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.;  $i_a = 1$  а.

несимметричной делается функция распределения электронов не только у анода, но и в положительном столбе при низких давлениях газа. Искажения этой функции, вызванные присутствием анода, простираются на протяжении не менее трех диаметров трубки.

## 5. Анодные пятна.

5.1. Условия возникновения. При положительном АП, когда  $U_a > U_a$  ( $U_a$  — потенциал возбуждения), у поверхности анода образуется светящаяся пленка. Если давление и плотность тока превышают значения, характерные для данного газа, то на фоне однородной пленки появляется яркое пятно полусферической формы. С увеличением давления пятно начинает делиться, число пятен и их относительная яркость возрастают, а их размеры уменьшаются. Многочисленные пятна образуют на аноде правильные узоры. В некоторых случаях пятна быстро перемещаются по поверхности анода, проходя определенные траектории в виде концентрических окружностей или звезд (рис. 9.24).

Первое пятно на аноде возникает тогда, когда  $U_a \approx U_i$ . В момент образования пятна АП скачком уменьшается на  $2 \div 4$  в, что является проявлением принципа минимума напряжения (см. примечание 12, стр. 513), по отношению к анодным явлениям. Число пятен зависит от силы тока и давления. Эта зависимость для дискообразного анода при водородном наполнении изображена на рис. 9.22 (без учета гистерезиса между появлением и исчезновением пятен). Чем больше сила тока, тем шире область давлений, в которой существуют пятна.

1) Уход электронов на анод вызывает уменьшение перед ним  $n_e$  и  $j_e$ , достигающее 50% от их значений в столбе. Подобное уменьшение происходит на протяжении, равном диаметру трубки, и имеет место при обоих знаках АП с тем только отличием, что при отрицательном АП значения  $n_e$  и  $j_e$  перед спадом сначала увеличиваются на 10–20% по сравнению со значениями в однородном столбе.

2) Отбор электронов анодом вызывает серьезное искажение функции распределения электронов по энергиям. Для примера на рис. 9.20 даны значения плотности беспорядочных электронных токов  $j_1$  и  $j_2$ , измеренных плоским дисковым зондом, коллектирующая поверхность которого обращена соответственно к катоду и аноду. Отношение  $j_1/j_2$  меняется от значения  $\sim 2,5$  в положительном столбе до  $\sim 10$  у анода. У самого анода  $j_2$  состоит из отраженных от анода электронов. (АП положительно и равно 5–6 в.) Значение  $T_e$  для тока  $j_1$  превышает в 1,66 раза  $T_e$  для  $j_2$ . Приводимые результаты показывают, насколько

В парах ртути эта область располагается приблизительно в интервале  $0,003 \div 1$  мм рт. ст. [135, 138]; в азоте —  $0,15 \div 1,5$  мм рт. ст. [134]; в водороде —  $0,2 \div 5$  мм рт. ст. [135]. Особенно широка эта область в неоне и гелии — от нескольких мм рт. ст. до приблизительно 200 мм рт. ст. [135].

5.2. Исследование пятен. Зондовые измерения \*)  $j_a$ ,  $j_e$ ,  $T_e$  и  $U$  показали следующее.

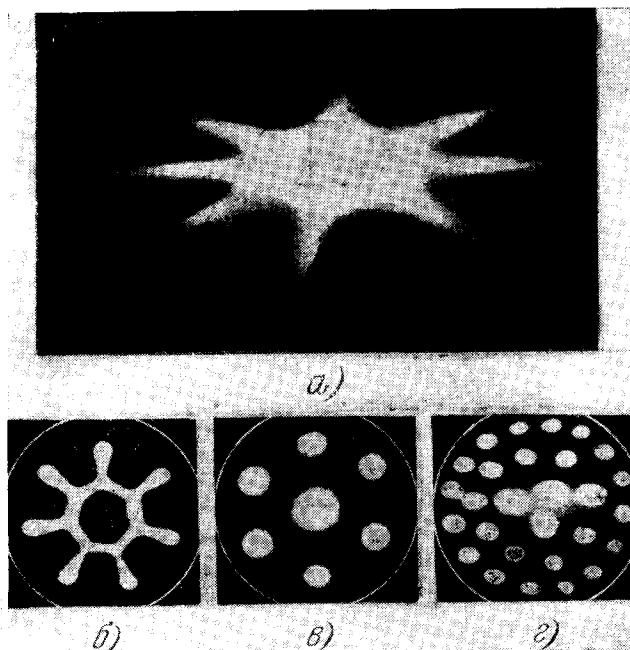


Рис. 9.21. Фотографии анодных пятен в  $H_2$  (со следами воды).

а)  $p = 7,5$  мм рт. ст.,  $i_a = 50$  ма [149]; б)  $p = 3$  мм рт. ст.,  $i_a = 27$  ма;  
в)  $p = 1,7$  мм рт. ст.,  $i_a = 20$  ма; г)  $p = 1,4$  мм рт. ст.,  $i_a = 72$  ма [141].

1) Плотность анодного тока под пятном лишь раза в два превышает среднюю плотность анодного тока. 2) Потенциал внутри пятна на несколько вольт выше потенциала анода и приблизительно на величину  $U_i$  выше потенциала конца положительного столба. 3) Электронная температура в пятне почти в три раза выше, чем в положительном столбе, что соответствует приблизительно 50-кратному увеличению плотности генерации положительных ионов. Эти ионы удаляются полем в сторону катода и анода. Таким образом, каждое пятно является мощным источником положительных ионов, частично выбрасываемых в анодную область.

5.3. Механизм формирования пятен. Для объяснения образования анодных пятен было предложено несколько гипотез: выделение газов из анода [139], отражение электронов от анода [140], уменьшение толщины зоны, в которой электроны разгоняются до энергий, достаточных для ионизации газа [141]. Однако многие факты находятся в противоречии с приведенными гипотезами. Так, пятна наблюдаются и на обезгаженных поверх-

\*) Введение зонда внутрь пятна представляет большие трудности — зонд при потенциалах, отрицательных относительно плазмы пятна, отталкивается от себя пятно и оказывается вне его. Ввести зонд в пятно удастся лишь через отверстие в аноде, закрепив пятно на изолированном участке анода [134].

ностях, и на графитовом аноде, коэффициент отражения которого для электронов весьма низок (5—8%). В ртутных парах пятна присутствовали при таких низких давлениях, когда длина свободного пробега электронов превышала толщину зоны падения потенциала. Поэтому перечисленные гипотезы нельзя признать удовлетворительными.

Учитывая результаты работ [122, 134, 139—142], Клярфельд и Неретина [135] предложили следующий механизм образования анодных пятен.

Оба условия, необходимые для появления пятен: большие значения давления и АП одновременно являются и условиями высокой плотности генерации ионов у анода. Когда плотность генерации достигнет некоторого значения, у анода начнет появляться новая плазма. Распределение потенциала у анода в различные фазы формирования пятна дано на рис. 9.23. На первом этапе своего развития новая плазма покрывает анод тонким равномерным слоем, обладающим избытком положительного объемного заряда (рис. 9.23, а). Потенциал плазмы превышает на небольшую величину потенциал анода. Существование такого равномерного слоя неустойчиво. При местном повышении генерации ионов, например, при локальном выделении газа, понижении работы выхода или в присутствии небольшого углубления в аноде толщина плазмы в этом месте возрастает (рис. 9.23, б). Плазменный нарост, из которого выходит ион-

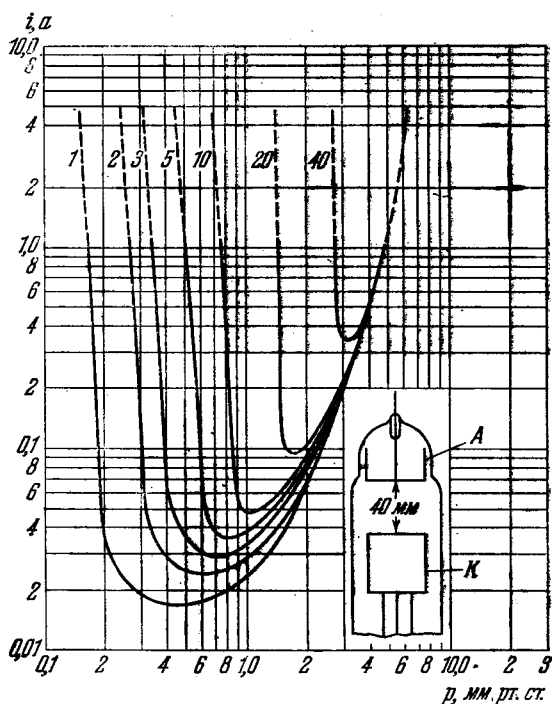


Рис. 9.22. Зависимость присутствия анодных пятен и их числа от  $i$  и  $p$  в водороде.

Число пятен указано около каждой кривой [135].

ный поток повышенной плотности, вытягивается в сторону катода, что вызывает по его краям снижение АП и яркости свечения. Увеличение числа ионизаций в наросте и уменьшение их в его окрестности ускоряет окончательное оформление анодного пятна (рис. 9.23, в).

5.4. Причины закономерного расположения анодных пятен. Для объяснения закономерного расположения пятен на некотором удалении друг от друга были предложены две гипотезы.

1) Закономерное расположение пятен является результатом взаимного электростатического отталкивания положительных объемных зарядов соседних пятен и стягивания их под действием магнитных полей токов, текущих к этим пятнам [134]. Слабым местом такого объяснения является наличие между пятнами плазмы со слабым электрическим полем, что должно сильно ослаблять электростатическое взаимодействие пятен.

2) Анодное пятно является интенсивным источником положительных ионов, которые снижают анодное падение против всей поверхности анода и тем самым устраняют возможность образования новых пятен. С увеличением давления, т. е. с уменьшением длины свободного пробега ионов, это понижение анодного падения сказывается только на ближайших окре-

стностях пятна. На некотором удалении от пятна в слое у анода возникает достаточная разность потенциалов, и новое пятно имеет благоприятные условия для своего появления. Возможность существования пятен только на определенном расстоянии друг от друга ведет к правильному их расположению на аноде. Это объяснение [135] подтверждается следующим экспериментом. Если регулировать ток на небольшой изолированный участок в центре дискообразного анода, то можно, усиливая или ослабляя интенсивность пятна, сидящего на этом участке, либо вызывать отход остальных пятен к краям диска и погасание их одного за другим, либо, наоборот, вызывать перемещение их к центру анода.

**6. Обобщение явлений у электрода, отбирающего электроны из плазмы.** Вопрос о процессе отбора на электрод, соприкасающийся с плазмой, потока электронов или потока частиц обоих знаков с избытком электронов, охватывает не только явления у анода самостоятельного тока (электрод находится в «режиме анода»), но и явления несамостоятельного тока, например тока на зонд, помещенный в постороннюю плазму (электрод находится в «режиме зонда»). Во всех этих случаях можно различать три типа явлений, отличающихся друг от друга характером свечения газа и распределения значений  $U$  и  $n_e$  в пространстве около электрода [135].

**Тип I.** Электрод имеет относительно плазмы отрицательный потенциал  $U$ , лежащий в пределах:

$$|(kT_e/e_0) \ln(j_e/j_p)| > |U| > 0.$$

При этом на электрод попадают и положительные ионы, ускоренные к нему полем, и в избыточном числе электроны, преодолевающие за счет своей кинетической энергии задерживающее их поле. Свечение газа и значения  $n_e$  и  $U$  с приближением к электроду постепенно снижаются. Примером явлений типа I служат явления у анода при отрицательном АП и явления у отрицательно заряженного зонда, расположенного в посторонней плазме.

**Тип II.** Электрод положителен относительно прилегающей плазмы; электроны ускоряются к электроду полем. Около поверхности электрода тонкий слой газа светится более интенсивно и в нем сосредоточена основная часть падения потенциала. Примерами служат пленка анодного свечения при положительном АП и светящийся слой вокруг зонда, положительного относительно плазмы.

**Тип III.** В пределах основной плазмы образуется местная новая плазма, прилегающая к электроду и светящаяся более ярко, чем основная плазма. Новая плазма отделена от основной двойным слоем объемного заряда. Потенциал этой местной плазмы не только выше потенциала основной плазмы, но на величину порядка  $U_i$ , но на несколько вольт превышает потенциал самого

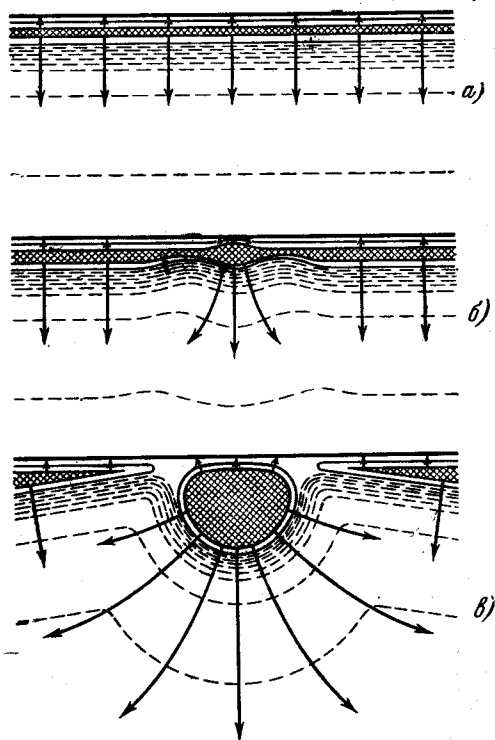


Рис. 9.23. Образование пятна на аноде.

Сплошными линиями показаны эквипотенциальные поверхности, потенциал которых выше потенциала анода; штриховыми линиями — потенциалы которых ниже потенциала анода [135].

электрода. Примерами явлений типа III служат образование анодных пятен на фоне анодного свечения при положительном АП или стягивание у поверхности зонда однородного свечения в пятно с одновременным переходом электрода из режима зонда в режим анода. Распределение потенциала вблизи электрода см. на рис. 9.23.

В случае самостоятельного тока процесс перехода от состояния II к состоянию III ведет за собой усиление генерации положительных ионов у анода и как результат их постепенного накопления — к уменьшению величины АП.

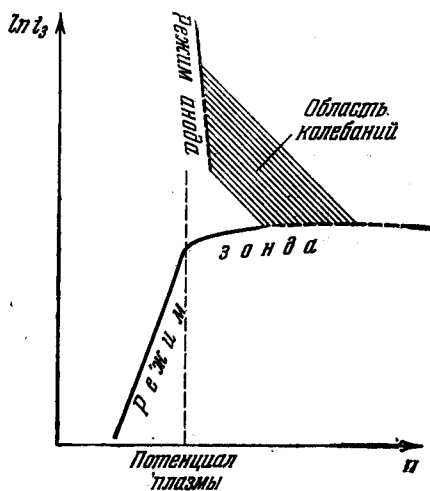


Рис. 9.24. Вольтамперная характеристика малюго электрода в плазме при различных режимах его работы.

Эти новые ионы, перемещающиеся от анода под совместным действием диффузии и движения в поле положительного АП, компенсируют объемный заряд электронов и снижают АП, что в свою очередь ослабляет генерацию ионов у анода. Таким образом, возникает автоколебательная система, генерирующая у анода электрические колебания с частотами порядка  $10^3 \div 10^6$  гц [138, 143].

Зонд малюго размера, помещенный в постороннюю плазму, ведет себя подобным же образом, но с тем отличием, что в состояниях I и II он находится в режиме зонда, а в состоянии III он уже является анодом самостоятельного тока. При выключении источника, питающего постороннюю плазму, между зондом и катодом может установиться самостоятельный ток (если позволяют условия на катоде). На рис. 9.24 приводится полулогарифмическая характеристика малюго зонда, на которой указаны взаимное расположение участков, соответствующих состояниям I, II и III, и область самопроизвольных электрических колебаний.

Устойчивое одновременное присутствие состояний II и III можно наблюдать на аноде, имеющем форму тонкой длинной нити, натянутой вдоль оси трубки (применяется для облегчения зажигания длинных трубок [144]). Участок нити, ближайший к катоду, находится в состоянии III, а остальная часть нити на протяжении большой длины находится в состоянии II [145].

## § 59. Взаимодействие соседних областей тока

1. Воздействие на анодные явления катодных областей тока. Катодные и анодные области дуги низкого давления или тлеющего разряда, разделенные достаточно длинным положительным столбом, не оказывают влияния друг на друга. Если же анод приблизить к катоду настолько, что положительный столб полностью исчезнет, то распределение по энергиям электронов, поступающих в анодную область, будет зависеть от природы той области, с которой соседствует анод, и от местоположения анода может меняться величина и знак АП. Одновременно на катодные явления может оказать некоторое, сравнительно слабое влияние ионный поток, направленный к катоду при положительном АП.

1) Если в тлеющем токе анод помещен в ту часть фарадеева темного пространства, которая примыкает к отрицательному свечению, то электроны поступают на анод в основном под действием диффузии благодаря имеющемуся здесь заметному избытку электронов. Если количество электронов, диф-

фундирующих от мест с высокой концентрацией, достаточно для поддержания тока, то ни положительного анодного падения, ни сопутствующего ему анодного свечения не наблюдается. (Более того, при нахождении анода в отрицательном тлеющем свечении возможно даже отрицательное АП.) Необходимость в дополнительной ионизации не появляется, так как ионный баланс в отрицательном тлеющем свечении поддерживается самостоятельно без поступления потоков ионов из фарадеева темного пространства. Электрическое поле остается таким же, каким оно было в невозмущенном анодом пространстве.

Если отодвигать анод на дальний конец фарадеева темного пространства, то на некотором критическом расстоянии диффузионный ток на анод падает до величины, меньшей разрядного тока, потенциал резко возрастает и  $U_0$  — суммарное падение потенциала на промежутке — скачком увеличивается. Это объясняется появлением анодного падения потенциала.

Основываясь на предложенном выше качественном описании процессов, Дрюйвестейн [121] дал связь критического расстояния, на котором развивается АП, и параметров тока между достаточно большими плоскими электродами, занимающими все поперечное сечение тока. Будем считать, что потерями на стенках можно пренебречь, дополнительной ионизации в промежутке не происходит и концентрация электронов  $n_e$  есть функция только  $x$  — расстояния от некоторой произвольной точки вблизи края отрицательного тлеющего свечения. Тогда плотности электронного и ионного тока  $j_e$  и  $j_p$  равны соответственно

$$j_e = e_0 (-D_e \frac{dn_e}{dx} + n_e b_e E), \quad j_p = -e_0 n_p b_p E. \quad (59.1)$$

Положив  $n_e = n_p$ , получаем

$$\frac{dn_e}{dx} = - \frac{j_e + (b_e/b_p) j_p}{e_0 D_e}, \quad (59.2)$$

откуда, считая  $D_e$ ,  $b_e$ ,  $b_p$  постоянными, находим

$$n_e = n_e(0) - \frac{e_0 D_e}{j_e + (b_e/b_p) j_p} x. \quad (59.3)$$

Если предположить, что на некотором критическом расстоянии  $l_{кр}$ ,  $n_e$  и  $n_p$  становятся близкими к нулю, то, согласно (59.3),

$$l_{кр} = \frac{n_e(0) e_0 D_e}{j_e + (b_e/b_p) j_p} \approx \frac{e_0 n_e(0) D_e}{2j_e} = \frac{e_0 n_e(0) \lambda_{e1} \bar{c}_e}{2j_e \cdot 3} = \frac{e_0 n_e(0) \lambda_{e1} \bar{c}_e}{6j_e} \frac{1}{p}, \quad (59.4)$$

где  $D_e = \lambda_e \bar{c}_e / 3$ ,  $\lambda_e = \lambda_{e1} / p$ ;  $\lambda_{e1}$  — длина свободного пробега электрона при  $p = 1$  мм рт. ст.,  $p$  — давление газа, приведенное к нормальной температуре,  $n_e(0)$  и  $j_e$  — концентрация электронов и плотность электронного тока в точке  $x = 0$ .

Эксперименты [127, 146, 147] подтверждают внезапное появление положительного АП на определенном расстоянии от катода при перемещении анода в дальний (от катода) конец фарадеева темного пространства (рис. 9.25). Одновременно с образованием положительного АП у поверхности анода возникает свечение либо в виде тонкой светящейся пленки, либо в форме пятна или нескольких пятен. Зависимость критического расстояния от параметров тока при давлениях, при которых  $l_{кр}$  меньше радиуса трубки  $R$ , находится в качественном согласии с теорией. Для численных расчетов уравнение (59.4) непригодно из-за неопределенности  $n_e(0)$  и  $j_e$ .

2) Падение напряжения на дуге при удалении анода от катода также растёт нелинейно: оно образует при средних давлениях скачкообразный

подъем напряжения [118, 121], а при низких давлениях — два острых максимума [VII. 88] при определенных расстояниях  $l_1$  и  $l_2$  анода от катода. Как и в тлеющем токе, такое изменение падения напряжения вызвано резким повышением АП в этих районах (ср. кривые 2 и 3 рис. 9.26). Скачок АП

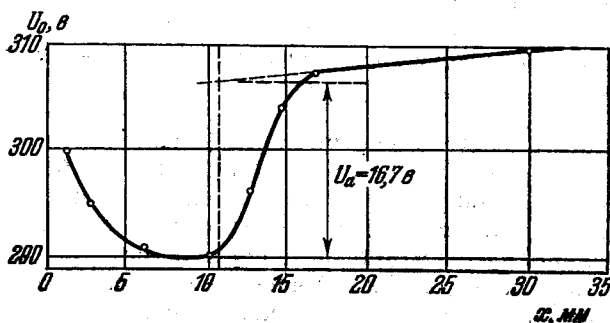


Рис. 9.25. Зависимость падения напряжения  $U_0$  на промежутке от расстояния анод — катод в тлеющем токе в водороде [127].

при средних давлениях и первый максимум АП при низких давлениях появляются на внешней границе пространства низковольтной дуги. Возникновение второго максимума АП при низком давлении вызывается дефицитом у

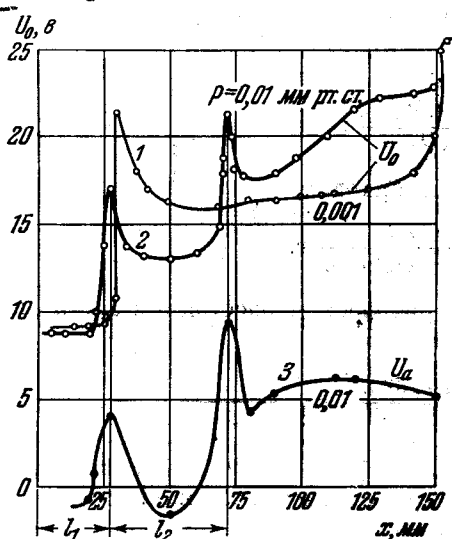


Рис. 9.26. Зависимость падения напряжения  $U_0$  на дуге (кривые 1 и 2) и анодного падения потенциала  $U_a$  (кривая 3) от расстояния анод — катод.

Дуга на ртутном катоде с фиксированным пятном при токе  $i_a = 2,5$  а [VII.88].

анода положительных ионов, концентрация которых при дальнейшем увеличении расстояния катод — анод вновь начинает убывать из-за следующих причин.

а) Понижается ионизирующая способность электронов, растративших на неупругие соударения свою энергию, приобретенную при прохождении перепада потенциала на границе области низковольтной дуги.

б) Положительные ионы, образованные за подъемом потенциала, уходят к стенкам. Это связано с тем, что при низких давлениях, когда  $\lambda_e$  велико, область сильной ионизации простирается на протяжении, большем диаметра трубки, и поэтому лишь небольшая часть вновь образованных ионов попадает в пространство, где имеется дефицит ионов. Остальные движутся к стенкам и по направлению к аноду. Такое движение становится возможным для положительных ионов благодаря тому, что концентрация заряженных частиц в области ионизации делается настолько большой, что здесь образуется макси-

мум потенциала и поле меняет к аноду свое направление на обратное. Величина  $l_2$  — расстояние между первым и вторым максимумами, а также высота второго максимума уменьшаются с ростом давления (см. рис. 9.26), так как при большом давлении число ионов, генерируемых электроном той

же скорости, растет, а расстояние, на котором электрон теряет свою энергию, сокращается.

**2. Взаимодействие анодной области с участком нарушения однородности положительного столба.** Процессы в анодной области, отделенной от катода протяженным положительным столбом, могут резко измениться при нарушении однородности положительного столба вблизи анода (на расстоянии, меньшем длины свободного пробега электрона). Нарушение однородности может быть вызвано сужением сечения столба, образованием слоя пространственного заряда в связи с местным понижением плотности газа (см. сноску на стр. 445), стратами и т. п.

Сужение положительного столба резко изменяет характеристики плазмы как в самом сужении, так и вблизи него (см. § 66). Однако со стороны катода искажения распространяются на очень небольшом протяжении: равномерная плазма примыкает к границе двойного слоя пространственного заряда и лишь плотность зарядов в этой плазме оказывается повышенной по сравнению с плотностью в отсутствие сужения. Искращения же с анодной стороны сужения настолько велики, что они в корне меняют характеристики плазмы. Присутствие группы быстрых электронов, прошедших скачок потенциала в сужении, вызывает в области за сужением появление дополнительной ионизации, снижение градиента потенциала и даже изменение его знака. По мере удаления от сужения эти искажения постепенно сглаживаются.

Явления с анодной стороны сужения имеют некоторое сходство с явлениями в области, примыкающей к катодному падению. Если сужение находится на значительном расстоянии от анода, процессы в области сужения и у анода

практически не влияют друг на друга, и величина  $U_a$  остается такой же, как и в отсутствие сужения (ср. на рис. 9.27, а и б). При перемещении сужения к аноду на расстояние порядка  $\lambda_e$  — средней длины свободного пробега быстрых электронов, прошедших сужение, — последние начинают достигать области АП в значительном количестве и существенно увеличивают ионизацию у анода. Вследствие этого  $U_a$  резко уменьшается и даже в большинстве случаев становится отрицательным (рис. 9.27, в). Уменьшение  $U_a$  особенно велико, если до приближения сужения на поверхности анода имелось светящееся анодное пятно, исчезающее одновременно со снижением АП. Суммарное падение потенциала на промежутке может оказаться даже меньше, чем в отсутствие сужения.

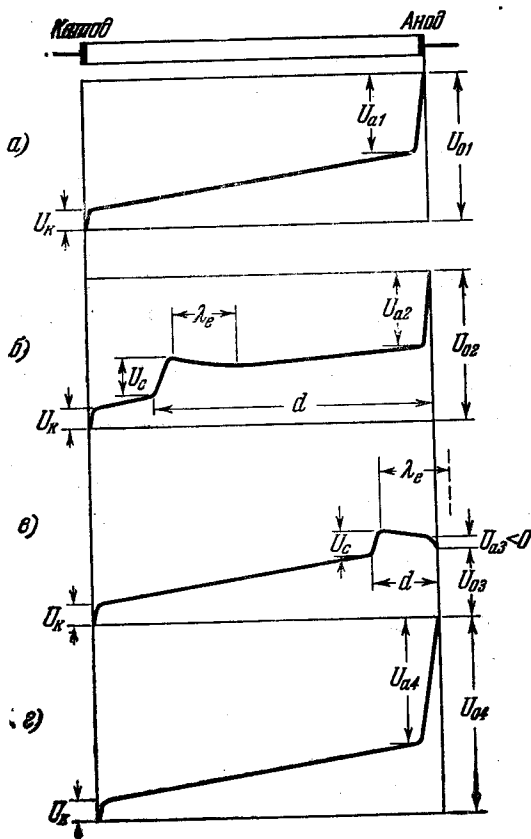


Рис. 9.27. Диаграммы распределения потенциала на промежутке при различных расстояниях сужения  $d$  от анода.

а) Сужение отсутствует; б)  $d > \lambda_e$ ; в)  $d < \lambda_e$ ; г)  $d \approx 0$ .

При расстоянии между анодом и сужением, меньшем  $\lambda_e$ , явления в области сужения и анода становятся связанными настолько тесно, что их нельзя рассматривать раздельно. По мере дальнейшего уменьшения расстояния падение потенциала на промежутке  $U_0$  снова увеличивается. Возрастание  $U_0$  связано в основном с ростом  $U_a$ , вызванным уменьшением концентрации ионов у анода: когда анод оказывается в области слоя пространственного заряда у сужения, уменьшение размеров разрядного пространства приводит к одновременному сокращению числа ионизаций и среднего времени пребывания ионов в разряде. Кроме того, при очень близком расположении сужения у анода сужение экранирует часть анода, сокращая эффективную, коллектирующую электроны поверхность. Предельный случай, когда сужение расположено вплотную к аноду, но не касается его, может рассматриваться как анод в положительном столбе в отсутствие сужения, однако активная поверхность анода равна сечению сужения, меньшему полной поверхности анода, и, следовательно,  $U_{a2}$  больше  $U_{a1}$  (рис. 9.27, а и г).

Если на пути тока расположены два последовательных сужения, то при их сближении падение напряжения на промежутке будет изменяться монотонно. При расстоянии между сужениями, равном или меньшем длины свободного пробега электрона,  $U_0$  резко снижается. Это связано с тем, что электроны, ускоренные при прохождении одного сужения, начинают интенсивно ионизовать в пространстве между сужениями, что вызывает уменьшение перепада потенциала на сужении, ближайшем к аноду.

Таким образом, падение напряжения на промежутке не есть просто сумма падений напряжения на отдельных областях тока (катодного и анодного падений, перепадов потенциалов в сужениях, в невозмущенном положительном столбе и т. п.), рассматриваемых независимо друг от друга, а является результатом их сложного взаимодействия.

## ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ДУГА ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ

## § 60. Введение

**1. Определение.** *Дугой высокого давления* обычно называют дугу, положительный столб которой квазиизотермичен, т. е. в каждой физически бесконечно малой области столба температуры всех компонент плазмы почти одинаковы. Внутри таких областей имеют место максвелловское распределение частиц по скоростям, больцмановское распределение возбужденных атомов по состояниям и ионизационное равновесие, определяемое по формуле Саха.

Квазиизотермичная плазма столба отличается от термодинамически равновесной тем, что различные участки столба могут иметь различные температуры, а кроме того, отсутствует равновесие между частицами и полем излучения. Через квазиизотермичную плазму дуги проходит стационарный поток энергии. Энергия поступает от внешнего электрического поля к заряженным частицам, дрейфующим в поле. Почти вся энергия сообщается электронам, а затем в соударениях передается тяжелым частицам. Уходит энергия из столба в результате излучения и теплопроводности, обусловленной существованием градиента температуры.

Чтобы существовала квазиизотермичная плазма, необходимы достаточно частые столкновения частиц между собой. Особенно важно, чтобы электроны часто сталкивались с тяжелыми частицами. Упругие соударения требуются для выравнивания температур электронов и тяжелых частиц. Неупругие столкновения электронов с тяжелыми частицами играют решающую роль в установлении ионизационного равновесия и больцмановского распределения возбужденных атомов.

В квазиизотермичном состоянии энергия, которой частицы обмениваются между собой внутри физически бесконечно малого объема, должна быть значительно больше той, что поступает в этот объем или уходит из него. Возникновение ионизованных или возбужденных частиц в этом объеме должно почти полностью компенсироваться исчезновением их в том же объеме.

Конкретные условия существования квазиизотермичной плазмы рассмотрены в гл. V.

**2. Распределение локальных характеристик дуги высокого давления в пространстве.** Положение дуги в пространстве и ее форма могут определяться стенками трубки, конфигурацией электродов, потоками окружающего газа. В каждом отдельном случае некоторые из этих факторов «стабилизируют» дугу в пространстве \*).

\*) Электрическая стабилизация, т.е. установление стационарного тока с помощью изменения параметров электрической цепи, а также вольтамперная характеристика дуги рассмотрены в {1}.



Рис. 10.1. Фотография пламенной угольной дуги.

При большой силе тока вид дуги существенно зависит от собственного магнитного поля (см. гл. XII), а также от испарения электродов. Поток пара, истекающего из электродов с большой скоростью, может образовать так называемое пламя. Для иллюстрации сложного строения дуги на рис. 10.1 приведена фотография пламенной угольной дуги. Два языка пламени образуются истечением пара из катода и анода. Еще сложнее строение дуг с плавящимися электродами, применяемыми в дуговой сварке; при этом в дуге, помимо потоков пара, присутствуют и потоки капель расплава электродов.

Во многих случаях дуга почти или вполне аксиально симметрична. В частности, дуга может быть аксиально симметричной при стабилизации ее стенками. В этом случае исследование и описание дуги в целом значительно облегчается. Теоретически обычно рассматриваются именно такие аксиально симметричные дуги.

Схематически основные части аксиально симметричной идеализированной дуги и распределение параметров вдоль ее оси представлены на рис. 10.2. На рис. 10.2, а дается диаметр дуги на всем протяжении от катода до анода. Диаметр дуги у электродов меньше, чем в столбе; при этом у катода дуга обычно стянута больше, чем у анода.

На рис. 10.2, б представлено распределение потенциала между электродами. У электродов имеются области резкого падения потенциала, обусловленные нескомпенсированным пространственным зарядом. У катода эта область образуется электронами эмиссии и приходящими со стороны столба положительными ионами. У анода имеется избыток электронов, обусловленный тем, что ионы отталкиваются полем анода и не попадают в непосредственную близость к нему. Эта схема отнюдь

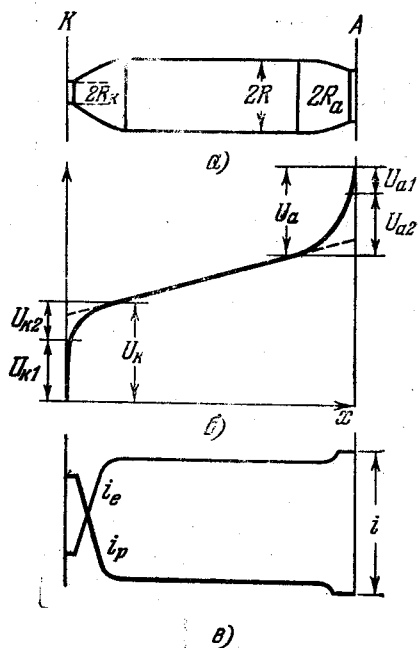


Рис. 10.2. Схематическое распределение вдоль аксиально симметричной дуги диаметра дуги (а), потенциала (б), токов ионов и электронов (в).

$U_{K1}$ ,  $U_{A1}$  и  $U_{K2}$ ,  $U_{A2}$  — падения потенциалов в областях пространственного заряда и контракции у катода и анода;  $U_K$  и  $U_A$  — полные падения потенциалов вблизи электродов.

не отражает многообразия возможностей в приэлектродных процессах (см., например, гл. VIII), но может облегчить их рассмотрение.

Наконец, на рис. 10.2, в дано распределение токов электронов  $i_e$  и ионов  $i_p$  между электродами. В столбе отношение  $i_e/i_p$  определяется отношением подвижностей электронов и ионов. Вблизи электродов это соотношение нарушается. У катода большая доля тока приходится на ионы, ускоряющиеся в катодном падении потенциала. У анода, наоборот, возрастает роль электронной составляющей тока, часто весь ток переносится электронами.

Основная характеристика дуги высокого давления — температура — имеет сложное распределение в пространстве. При этом температура в заданной области дуги зависит от баланса энергий в этой области.

Радиальное распределение температуры в цилиндрически симметричном столбе дуги рассмотрено в гл. V. Пространственное распределение температуры вблизи электродов значительно отличается от распределения в столбе, так как температура электродов обычно много ниже, чем температура плазмы дуги, и дуга стянута вблизи электродов. Распределение температуры может

остаться аксиально симметричным, но теряет цилиндрическую симметрию (см., например, рис. 10.3).

В дугах сложного строения, такого, как на рис. 10.1, распределение температуры, так же как распределение других параметров, теряет какую бы то ни было симметрию. Исследование и описание таких дуг крайне затруднено.

Излучение из различных частей дуги определяется составом плазменной смеси и распределением температуры в ней, поэтому излучение неравномерно распределено по дуге. На катодах часто наблюдается ярко светящееся пятно (§ 61), а анодные части дуг высокой интенсивности обладают столь высокой яркостью, что используются в качестве мощного источника излучения (§ 62).

### 3. Типичные дуги высокого давления.

На поведение и свойства дуг высокого давления оказывают влияние множество различных факторов. Сюда следует отнести род и давление газа, в котором горит дуга, конфигурацию и свойства электродов. Особенно важны их эмиссионные свойства и температуры плавления. Решающее значение для поведения дуги имеет вид ее стабилизации, величина тока дуги, силовые поля и т. д. Из всего многообразия дуг высокого давления можно выделить некоторые стационарные дуги, свойства которых наиболее полно исследованы экспериментально.

1) Свободно горящие в воздухе дуги с угольными электродами. Электроды могут быть однородны по сечению или содержать фитили. Практически важны фитили из окислов и солей церия в анодах дуг (см. § 62).

2) Дуги с металлическими электродами при атмосферном давлении; сюда относятся различные типы сварочных дуг. В таких дугах электроды сильно испаряются, при этом ток может протекать в парах электродов. Электроды часто охлаждают газовой струей, в этом случае ток идет в газе струи.

3) Дуги в парах ртути при давлениях до 100 атм; эти дуги горят в закрытых сосудах, электроды обычно сделаны из вольфрама.

4) Дуги в инертных газах при давлениях от 1 до 25 атм; здесь тоже дуги горят в закрытых сосудах с вольфрамовыми электродами.

5) Свободно горящие дуги в атмосфере азота или аргона, медленно текущего из сопла, окружающего катод.

Сюда не вошли многие типы специальных дуг, например дуги, горящие в потоках, предназначенные для нагрева проходящего через них газа («плазматроны»).

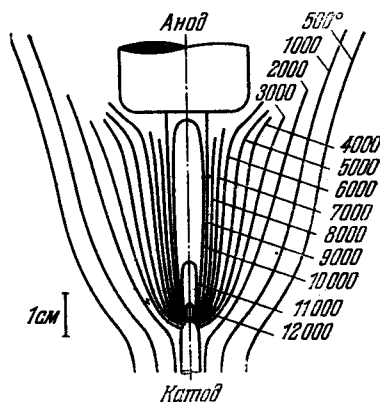


Рис. 10.3. Поле температур в угольной дуге в воздухе при токе 20 а [III.21].

## § 61. Явления на катоде

1. **Общее описание.** Вблизи катода дуги высокого давления имеет место сложная совокупность процессов, в результате которой ток из относительно холодного тела катода проходит в горячую плазму. Ток в катодной области дуги может переноситься электронами эмиссии и ионами, приходящими в катодную область со стороны положительного столба.

Как указывалось выше, у катода образуется слой нескомпенсированного пространственного заряда, обеспечивающего катодное падение потенциала  $U_{\text{к}}$  (рис. 10.2). Кроме того, имеется переходная область между столбом и собственно катодной областью (зона контракции). В переходной области

сужается токовый шнур, падение потенциала  $U_{к2}$  больше, чем в таком же по длине участке положительного столба.

В катодном падении потенциала ускоряются ионы на пути к катоду и электроны, уходящие в сторону положительного столба. Ускоренные в катодном падении электроны могут производить усиленную по сравнению со столбом ионизацию. Доля переносимого ионами тока в области катодного падения может быть больше, чем в столбе.

Рассмотрим баланс энергии на катоде. Катод получает энергию следующими путями. Ионы, приходящие на катод, приносят свою кинетическую энергию и энергию нейтрализации. Если нейтрализованные ионы (атомы) отражаются от катода, то кинетическая энергия и часть энергии нейтрализации может идти на нагревание плазмы вблизи катода. Энергия поступает на катод из плазмы благодаря теплопроводности и излучению. Наконец, на катоде выделяется джоулево тепло и энергия химических реакций.

Полученная катодом энергия идет на компенсацию работы выхода электронов, тепло уходит к более холодным частям электрода и окружающего газа; если катод достаточно горяч, он интенсивно излучает. Часть энергии может идти на испарение катода и диссоциацию молекулярных газов. Наиболее важными для поддержания тока в дуге являются затраты энергии на работу выхода электронов из катода.

Строение катодных областей дуг высокого давления бывает различным, наблюдаются три типа катодных областей, отличающихся характером сужения токового шнура.

1) При достаточно малых токах на тугоплавких катодах (вольфрам и уголь) образуется стационарное во времени и пространстве ярко светящееся сужение токового шнура, примыкающее непосредственно к поверхности катода — пятно.

2) При увеличении тока до некоторого критического значения токовый шнур у катода скачком расширяется, пятно исчезает, появляется темное пространство у катода, а температура катода возрастает. Падение потенциала при этом практически не меняется [III.21], [1]. При уменьшении тока наблюдается обратный переход, но при меньшей силе тока. Величина критического тока зависит от тех условий эксперимента, которые определяют температуру катода. Например, если катод расположен вверху в вертикально горячей дуге, критический ток меньше, чем при расположении катода внизу. Это значит, что температура катода в этом режиме определяет характер катодных явлений.

3) На катодах из легкоплавких металлов и при низких давлениях имеется нестационарное катодное пятно. Об этой характерной области см. гл. IX.

**2. Экспериментальные сведения по катодным областям дуги.** В настоящей главе рассматриваются только стационарные катодные области. Экспериментально в катодных областях дуг высокого давления определяют величину катодного падения потенциала, плотность тока, а также температуру катода и катодной области дуги.

Катодное падение потенциала определяют либо методом подвижных зондов, либо методом сближения электродов. Зонды необходимо перемещать в дуге так, чтобы они не успели расплавиться в процессе измерения. При определении катодного падения зондами получают значения катодного падения между  $U_{к1}$  и  $U_{к} = U_{к1} + U_{к2}$  (рис. 10.2) в зависимости от того расстояния, на котором находится зонд от катода. При исследовании электродных падений путем сближения электродов измеряется лишь алгебраическая сумма катодного и анодного падений потенциала.

Плотность тока находят либо по диаметру светящегося шнура у катода, либо по следу расплава на катоде; при этом считается, что определяемый

таким путем диаметр равен диаметру токового канала. Первый метод определения диаметра токового канала, по-видимому, более точен. След расплава может превышать область тока, поэтому к измеренным таким методом плотностям токов надо относиться с осторожностью.

Температуру катода определяют по его излучению, при этом в режиме с пятном трудно разделить излучение катода и прилегающей катодной области дуги, поэтому трудно отличить температуру катода от температуры пятна. В режиме без пятна температура определяется надежно.

Основные экспериментальные характеристики стационарных областей дуги приведены в табл. 10.1.

Таблица 10.1

Экспериментальные сведения о катодных областях дуги

Катод — газ	$p$ , атм	$i$ , а	$U_K$ , в	$j_K$ , а/см <sup>2</sup>	$T_K$ , °К
Уголь — воздух	1	$\leq 40$	5÷13 [2—5]	100 [III. 21]	3200 **)[6]
	1	$\geq 400$	—	5000 [7]	4000 **)[7]
Вольфрам — ксенон	1	200	3÷1 [V. 4]	—	—
	30	3÷10	10÷13 [8]	(3÷7)·10 <sup>4</sup> *) [IX. 92] (1÷3)·10 <sup>3</sup> **) [IX. 92, III. 21]	3000 **) [IX. 92]
Вольфрам — аргон	1	1÷50 50÷200	25÷7 6÷8 [V. 6]	—	—
Вольфрам — азот	1	50÷200	7±2 [V. 6]	—	—

\*) Режим со стационарным катодным пятном.

\*\*) Режим без пятна.

Плотности токов, катодные падения потенциала и температуры катодов измерены в воздушной угольной дуге, в ксеноновой дуге высокого давления и в свободно горящих дугах в атмосфере азота и аргона.

Катодное падение потенциала по этим измерениям редко превышает 13 в. При возрастании токов до 40÷50 а оно уменьшается, при дальнейшем росте тока падение потенциала меняется мало и составляет несколько вольт.

Плотность тока у катода в угольных дугах меняется в пределах  $10^2 \div 5 \cdot 10^3$  а/см<sup>2</sup>. В дугах с вольфрамовым катодом при достаточно малых токах, когда имеется катодное пятно, плотность тока составляет  $10^4 \div 10^5$  а/см<sup>2</sup>, а при переходе к режиму без катодного пятна плотность тока падает до  $10^3$  а/см<sup>2</sup>.

В режиме без катодного пятна температура угольного катода  $3200 \div 4000$  °К, а температура вольфрамового катода 3000 °К.

**3. Теории катодных областей дуги.** Пока нет теории, полностью описывающей всю совокупность процессов на катоде дуги высокого давления: механизм переноса тока у катода, явление сужения токового канала на катоде, переход от режима с катодным пятном к режиму без пятна. Можно различить три вида теорий катодных процессов. Эти теории описывают механизм переноса тока у катода и построены на одном из следующих предположений: а) эмиссия электронов из катода является термической; б) эмиссия электронов из катода — автоэлектронная; в) перенос тока у катода осуществляется положительными ионами плазмы, примыкающей к катоду.

**3.1. Теория термоэлектронной дуги.** Плотность термоэлектронного тока эмиссии определяется формулой Ричардсона — Дэшмана

(см. {1}, стр. 194)

$$j_e = AT^2 \exp(-w/kT). \quad (61.1)$$

Здесь

$$A = (4\pi m_e e k^2 / h^2) \bar{\mathcal{D}} = 120 \bar{\mathcal{D}} \text{ (а. (см}^2 \cdot \text{град)}^{-1}\text{)},$$

$\bar{\mathcal{D}}$  — средняя проницаемость потенциального барьера на границе металла;  $w$  — эффективная работа выхода электронов из металла в электронвольтах. Электрическое поле у катода уменьшает работу выхода, при этом

$$j_e = AT^2 \exp\left(-\frac{w - \sqrt{e_0^2 E}}{kT}\right). \quad (61.2)$$

Ясно, что термоэлектронная эмиссия может быть существенной, если температура катода достаточно высока. Поэтому при рассмотрении термоэлектронной дуги важен вопрос об источнике энергии, необходимой для нагревания катода. Баланс энергии на катоде до сих пор не рассчитан из-за большого числа неизвестных величин (таких, например, как коэффициент аккомодации ионов на поверхности твердого тела).

Если считать, что энергию, требуемую для эмиссии электронов, поставляют катоду только положительные ионы, то они должны поступать на катод в достаточном количестве. Можно рассчитать отношение электронного и ионного токов в предположении, что вся энергия ионов идет на электронную эмиссию. В этом случае

$$j_p(U_k + U_{\text{нейтр}} - w) = j_e w.$$

Здесь  $U_{\text{нейтр}}$  — потенциал нейтрализации иона. Отсюда получается  $j_p/j_e = 0,2 \div 0,5$ . Если доля ионного тока меньше, то для термоэлектронной эмиссии необходимы иные источники энергии катода, например теплопроводность из плазмы. К сожалению, нет экспериментальных сведений о доле ионного тока на катоде, это мешает правильно оценить роль того или иного процесса в балансе энергии.

Для сопоставления результатов теории с экспериментом можно рассчитать по (61.1) или по (61.2) плотность тока при известной температуре катода и сравнить ее с экспериментально определенной плотностью тока. Такой расчет в случае вольфрамового катода показывает, что только в отсутствие катодного пятна теоретически найденная плотность тока близка к экспериментальной. В дугах со стационарным катодным пятном плотность тока ( $10^4 \text{ а/см}^2$ ) на один-два порядка выше той, что может быть получена в результате термоэлектронной эмиссии при наблюдаемых температурах катода.

Таким образом, теория термоэлектронной эмиссии не может объяснить всех явлений на катоде.

3.2. Теория автоэлектронной дуги. Плотность тока автоэлектронной эмиссии описывается формулой Фаулера — Нордгейма (см. {1}, стр. 199):

$$j_e = a E^2 \exp(-b/E), \quad (61.3)$$

$$a = \frac{e_0}{2\pi h} \frac{\zeta^{1/2}}{(\zeta + w) w^{1/2}}, \quad b = \frac{32\pi^2}{3} \frac{m_e}{h^2} w^{3/2};$$

здесь  $\zeta$  — критическая энергия распределения Ферми в металле. Для расчета плотности тока по (61.3) надо знать напряженность электрического поля у катода, которая определяется законом Маккоуна (см. гл. IX)

$$E^2 = \frac{16\pi}{\sqrt{2e}} (j_p m_p^{1/2} - j_e m_e^{1/2}) U_k^{1/2}. \quad (61.4)$$

Если исключить из (61.4) и (61.3) напряженность электрического поля, то можно найти зависимость плотностей токов ионов  $j_p$  и электронов  $j_e$  от полной плотности тока  $j$  при известных  $w$ ,  $\zeta$ ,  $U_k$ . Такой расчет произведен в случае ртутной дуги высокого давления [IX.71]. Из него следует, что электроны автоэлектронной эмиссии могут переносить большую часть тока дуги только при  $j \geq 10^7 \text{ а/см}^2$ . При меньших плотностях тока пространственный заряд у катода не создает напряженности поля, необходимой для достаточной эмиссии электронов.

Плотности тока порядка  $10^7 \text{ а/см}^2$  наблюдаются только в нестационарном катодном пятне (гл. IX). В стационарном катодном пятне таких плотностей тока нет, т. е. автоэлектронный механизм эмиссии не соответствует эксперименту, теоретические значения тока здесь оказываются больше наблюдаемых на опыте.

Учет неоднородности электрического поля у шероховатой поверхности катода с помощью введения  $E^* = \beta E$  приближает расчетные значения  $j$  к экспериментальным, но содержит в себе произвольное значение  $\beta$ . Оно не может быть столь велико, чтобы полностью устранить расхождение между теорией и экспериментом.

По гипотезе Эккера [IX.3] более важен учет того, что в каждой точке поверхности катода напряженность электрического поля подвержена колебаниям во времени в соответствии с флуктуациями пространственного заряда. В формуле (61.4) фигурирует средняя напряженность электрического поля  $\bar{E}$ , получающаяся из уравнения Пуассона. Но в общем случае  $\bar{j}_e$  — средний ток автоэлектронной эмиссии не равен току от среднего электрического поля  $j_e(\bar{E})$ , а требуется усреднение тока по возможным электрическим полям:

$$\bar{j}_e = \int P(E) j_e(E) dE;$$

здесь  $P(E)$  — вероятность существования поля напряженности  $E$ . При таком расчете получается, что плотности тока порядка  $10^6 \text{ а/см}^2$  могут быть перенесены в основном электронами автоэмиссии. При этом доля ионного тока в общем токе не может быть произвольно малой, так как именно ионы образуют поля, вырывающие электроны из катода.

Полученные плотности тока  $10^6 \text{ а/см}^2$  все-таки больше наблюдаемых в стационарном катодном пятне. К уменьшению теоретической плотности тока ведет учет термоавтоэлектронной эмиссии, т. е. такой автоэмиссии, в которой принимают участие электроны, находящиеся выше уровня Ферми. Например, численный расчет Эккера показал, что при  $w = 3,5 \text{ эв}$ ,  $\beta = 5$ ,  $T = 3000 \text{ }^\circ\text{К}$ ,  $j_e/j_p = 10$  термоавтоэлектронная эмиссия приводит к  $j \approx 10^5 \text{ а/см}^2$ . Это уже довольно близко к экспериментальным  $j$  в стационарном катодном пятне.

В рассмотренных случаях перенос тока у катода осуществляется в основном эмиттированными электронами, хотя важную роль в механизме процессов играют ионы. Эти ионы должны быть получены в результате ионизации газа вблизи катода. Ионизация может производиться электронами, эмиттированными катодом и ускоренными в катодном падении на расстоянии порядка длины свободного пробега.

Так как катодное падение потенциала составляет приблизительно  $10 \text{ в}$ , наиболее вероятна ступенчатая ионизация, при которой несколько электронов производят один ион, т. е. выполняется условие  $j_p/j_e \ll 1$ .

3.3. Теория переноса тока у катода положительным ионами. В отличие от предыдущего можно рассмотреть возможность переноса тока положительными ионами, эмиттированными горячей плазмой у катода [IX.78], [9]. Если принять описанное выше разбиение катодной области на зоны и допустить, что размер зоны пространственного заряда

не превышает длины свободного пробега электронов, то можно считать, что ток ионов на катод определяется их тепловым движением на границе между зоной контракции и зоной пространственного заряда [10]:

$$I_p = e_0 \pi (R_K^2/4) n_p c_p. \quad (61.5)$$

Здесь  $I_p$  — ток ионов,  $n_p$  и  $c_p$  — концентрация и тепловая скорость ионов.

Ток ионов легко рассчитывается по формуле (61.5), если известна температура на границе двух катодных зон, так как температурой определяется тепловая скорость ионов и их концентрация по формуле Саха. Температура на границе зон известна, если найдено распределение температуры в зоне

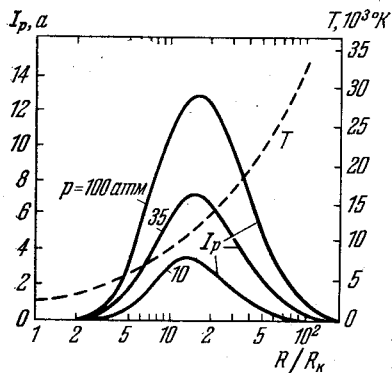


Рис. 10.4. Расчетное влияние контракции на ток ионов и температуру в пятне угольной дуги при токе 6 а [IX.3].

контракции. Можно предположить, что в зоне контракции плазма квазизотермична и квазинейтральна, так же как и в положительном столбе. Тогда при расчете температуры в зоне контракции можно использовать ту же систему уравнений, что в положительном столбе, но задача резко усложняется потому, что в зоне контракции отсутствует цилиндрическая симметрия. Кроме того, изменяются граничные условия. Если в случае столба задается температура ограничивающих поверхностей, то здесь имеет смысл задавать лишь непрерывность потока энергии внутри катодной области и на катоде. Механизм теплопередачи к катоду зависит от контракции. При большой контракции ( $R_K$  мало) основным механизмом является излучение, при малой контракции ( $R_K$  велико) — теплопроводность. В общем случае оба механизма играют роль.

Эккер [IX.3] в рамках каналовой модели провел иллюстративные расчеты распределения температуры в ртутной дуге высокого давления ( $i = 6$  а,  $p = 35$  атм). Получено, что при  $R/R_K = 12$ , температуре и напряженности поля в столбе  $7000^\circ\text{K}$  и  $170$  в/см температура на границе двух катодных зон достигает  $11\,000 \div 12\,000^\circ\text{K}$ . Яркость плазмы при такой температуре очень велика, это можно связать с существованием пятна на катоде.

В той же работе рассчитано влияние контракции на температуру границы двух катодных зон и на ток ионов по формуле (61.5). На рис. 10.4 представлены результаты этих расчетов в случае ртутной дуги при  $i = 6$  а. Температура с ростом контракции растет, так как при этом уменьшается поток энергии к относительно холодному катоду. Ионный ток насыщения сначала растет, пока степень ионизации не приблизится к единице. Дальнейшее сжатие шнура приводит к уменьшению тока, так как плотность тока насыщения мало зависит от температуры, а сечение тока падает. При больших давлениях концентрации ионов, соответствующие заданной температуре, растут, поэтому и ток ионов растет.

Помимо сопоставления теоретических и экспериментальных плотностей тока, Эккер сравнивал расчетное катодное падение потенциала с экспериментальным. При нахождении падения потенциала в зоне пространственного заряда решалось уравнение Пуассона, в котором учитывалась диффузия электронов из плазмы в зону пространственного заряда. Такой расчет дал падение потенциала, близкое к экспериментальному.

Таким образом, при подходящих условиях ионный тепловой ток может играть решающую роль в переносе тока у катода.

Из вышеизложенного следует, что в режиме без катодного пятна наиболее близкие к наблюдаемым величинам плотности токов на катоде дает теория термоэлектронной эмиссии. В режиме со стационарным катодным пятном результаты эксперимента могут быть описаны теорией автоэлектронной эмиссии или теорией ионного тока. До тех пор, пока нет достаточных экспериментальных сведений о температуре катода и доле ионного тока у катода, нельзя отдать предпочтение ни одному из этих двух механизмов. На деле, по-видимому, в случае существования стационарного катодного пятна имеет место наложение процессов эмиссии электронов на ионную проводимость.

Ни одна из приведенных теорий не описывает переход от режима с катодным пятном к режиму термоэлектронной дуги без пятна (об этом см. в § 62).

## § 62. Явления на аноде

1. **Общее описание.** Если анод не эмиттирует положительных ионов, то в непосредственной близости к нему ток переносится только электронами. Положительные ионы, образованные ударами электронов об атомы, уходят под действием электрического поля в сторону катода и участвуют в переносе тока в более отдаленных от анода областях. У анода образуется область отрицательного объемного заряда.

В балансе электронов вблизи анода, помимо элементарных процессов, имеющих место в столбе дуги, существен уход электронов на анод. Этот уход не полностью компенсируется приходящими из столба электронами, так как электроны переносят в столбе часть тока, а у анода весь ток. Уход ионов в столб тоже не уравнивается приходом со стороны неэмиттирующего анода. Это значит, что у анода должна происходить усиленная ионизация газа. Энергия, получаемая заряженными частицами от электрического поля в анодной области, тратится на ионизацию, излучение и теплоотвод как в радиальном направлении, так и в сторону анода. Величина напряженности электрического поля устанавливается такой, что компенсируются потери энергии и заряженных частиц.

Анод нагревается излучением и потоками тепла из плазмы, а также электронами, приносящими свою кинетическую энергию и работу выхода. Вследствие такого прогрева анод может сам интенсивно излучать. Кроме того, может происходить испарение и плавление анода.

В анодной области ток может быть контрагирован, но обычно в меньшей мере, чем у катода (см. рис. 10.2). Имеется область пространственного заряда с падением потенциала  $U_{a1}$  и переходная область от столба к области пространственного заряда. В переходной области можно считать выполненным условие квазинейтральности, но падение напряжения в ней  $U_{a2}$  больше, чем в участке столба той же длины.

В анодных областях дуг высокого давления экспериментально определяют плотность тока, падение потенциала, температуру плазмы вблизи анода и температуру анода. Методы экспериментального исследования здесь такие же, как при изучении катодной области тока (§ 61).

На анодах дуг высокого давления в некоторых условиях возникают анодные ярко светящиеся пятна. Их обследуют при помощи фото- и кино-съемки.

Наиболее полно исследованы анодные области дуг высокого давления с угольными электродами в воздухе. Кроме того, исследовались анодные области дуг при атмосферном давлении с анодами из металлов, обладающих низкой температурой плавления. Основные результаты измерений анодного падения потенциала, плотности тока и температуры анода в дугах с однородными угольными и металлическими электродами приведены в табл. 10.2.

Таблица 10.2

Экспериментальные сведения об анодных областях дуги

Анод — газ	$p$ , атм	$i$ , а	$U_a$ , в	$j_a$ , а/см <sup>2</sup>	$T_a$ , °К
Уголь — воздух	1	$\leq 40$	$20 \pm 1$ [III. 21]	40 [III. 21]	$4000 \pm 15$ [13]
	1	—	$36 \pm 3$ [V. 109]	—	
	10	$\leq 40$	—	50 000 (в микропятне шипящей дугой) [8]	
	1	200	—	—	
Металлы с низкой $T_{пл}$ — воздух	1	$\leq 40$	$1 \pm 2$ [V. 10]	—	5000 [14]
	1	$\leq 40$	$3 + 12^*)$ [11]	1000 [III. 21]	$T_{пл}$
Медь — азот (анод охлаждается)	1	40 + 400	—	2000 + 13 000 [12]	—
	1	50 + 200	$17 + 2,1$ [V. 6]	500 + 600 [V. 4]	
Медь — аргон (анод охлаждается)	1	100 + 500	$5 + 1$ [V. 6]	200 + 1000 [V. 6]	$T$ при анодной области $16\,000 + 20\,000$ [V. 6]
	1	100 + 500	$5 + 1$ [V. 6]	200 + 1000 [V. 6]	
Вольфрам — ксенон	30	3 + 9	1 [8]	40 + 400 [8]	—

\*) В каждой группе периодической системы  $U_a = (1,2 \pm 2) U_i$ .

2. Экспериментальные сведения по анодным областям дуги. Результаты исследования дуги с однородными угольными электродами при атмосферном давлении в воздухе сводятся к следующему. При возрастании тока до 40 а и достаточно большой поверхности анода плотность тока не меняется и составляет 40 а/см<sup>2</sup>, а анодное падение потенциала в зависимости от метода измерения получается равным  $U_{a1} = 20$  в или  $U_a = U_{a1} + U_{a2} = 36$  в (рис. 10.2). При этом  $U_{a1}$  обязано своим происхождением области отрицательного пространственного заряда, а полное падение  $U_a$  включает в себя и падение  $U_{a2}$  в переходной области.

При увеличении тока до полного покрытия поверхности анода угольная дуга переходит в шипящую. При этом образуется анодное пятно (плотность тока равна примерно  $5 \cdot 10^4$  а/см<sup>2</sup>), которое со скоростью до  $3 \cdot 10^2$  м/сек перемещается по поверхности анода. Ток и напряжение колеблются со звуковой частотой 1000 ÷ 2000 гц, общее напряжение на дуге падает на 8 ÷ 10 в. Движение пятна вызвано выбросом паров, образующихся при большой плотности тока. Образование паров тем интенсивнее, чем больше удельное сопротивление и меньше теплопроводность угля. В таких случаях шипение имеет место наиболее часто. При дальнейшем увеличении тока в дуге с однородным угольным анодом образуется анодное пламя (рис. 10.1).

Если угольный анод содержит присадки солей и может эмиттировать положительные ионы, то  $U_{a2}$  зависит от тока. При росте тока от 10 до 40 а  $U_{a2}$  уменьшается от 16 до 10 в. Уменьшение  $U_{a2}$  связано с тем, что при появлении эмиссии положительных ионов уменьшается ионизация в анодной области. Стягивания в пятно и перехода в шипящую дугу при росте тока не наблюдается.

Если угольный анод содержит фитиль из солей или окислов церия (и других редких земель), то по достижении током некоторого критического значения (в области 50 ÷ 200 а) развивается эффект высокой интенсивности

[III.21, V.70], [15]. Эффект состоит в том, что резко возрастают глубина и яркость анодного кратера, плотность тока на аноде, растет напряжение на дуге, усиливается испарение анода, меняется строение пламени дуги (рис. 10.5, ср. с рис.10.1).

Отдув пламенем положительных ионов от анода способствует росту анодного падения при росте тока выше критического, при этом растет  $U_{a2}$ , а  $U_{a1}$  сохраняется постоянным [III.21]. Рост плотности тока и мощности, выделяющейся на аноде, приводит к возрастанию температуры и яркости анодного кратера и паров, вытекающих из него. Атомы церия обладают богатым линейчатым спектром в видимой области. Все это приводит к высокому световому к.п.д. дуги высокой интенсивности (до 73%).

Дуги с металлическими анодами исследованы значительно хуже (табл. 10.2). Нет количественных сведений об анодных областях ртутных дуг высокого и сверхвысокого давления и дуг с плавящимися электродами (сварочных) из-за крайней сложности эксперимента в этих условиях.

Величины анодного падения в дугах в воздухе зависят от потенциала ионизации пара анода, так как металлические аноды интенсивно испаряются и ток проходит в парах. Анодное падение при этом составляет  $1,2 \div 2$  потенциала ионизации пара. Температура анода обычно близка к температуре его плавления.

Дуги с металлическими электродами в воздухе обладают перемещающимся анодным пятном; при этом часто имеет место выброс пара. Поведение пятен зависит от многих условий. Плотность тока в пятне обычно  $10^3 \div 10^4$  а/см<sup>2</sup>.

Если анод интенсивно охлаждается, а ток идет в струе аргона или азота, то сжатие у анода имеет место лишь при токах до 30 а, плотность тока при этом порядка 100 а/см<sup>2</sup>. При больших токах сжатия нет [V.70]. Анодное падение потенциала уменьшается при возрастании тока и температуры анода, что, по-видимому, связано с испарением анода и облегченной ионизацией его паров.

**3. Теория анодных областей дуги.** Общая теория должна описать механизм переноса тока и связанную с этим повышенную ионизацию в анодной области, которая компенсирует потери заряженных частиц в осевом направлении. Кроме того, должно быть объяснено стягивание тока в пятно и поведение пятен.

Общей теории анодных явлений не существует, разработаны лишь отдельные ее вопросы. Сюда относятся теории ионизации у анода. Существуют две теории ионизации, отличающиеся предположением о поведении электронов в электрическом поле у анода до того, как они ионизуют. В первой теории считается, что ионизация производится электронами, ускоренными электрическим полем у анода и не потерявшими своей энергии в соударениях до того, как ионизация произведена (*E*-ионизация). Во второй теории считается, что электроны, напротив, столь часто соударяются с тяжелыми частицами и друг с другом до того, как ионизуют, что их распределение по скоростям можно считать максвелловским. Ионизацию в этом случае производят наиболее быстрые электроны этого распределения (*T*-ионизация).

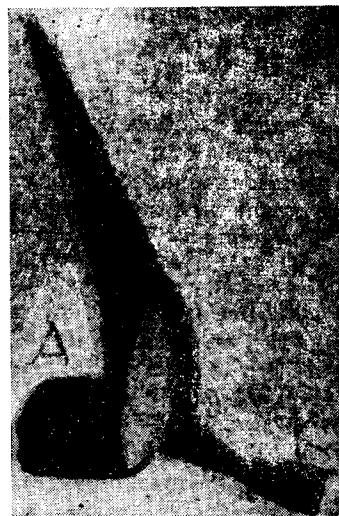


Рис. 10.5. Фотография угольной дуги высокой интенсивности.

3.1. Теория *E*-ионизации. В теории Беца и Хеккера [16] считается, что ионизация производится электронами, выходящими из столба и ускоренными в анодном падении потенциала на расстояниях порядка их длины свободного пробега. На пути к столбу ионы испытывают такое число соударений с нейтральными частицами, что при поступлении в столб распределение их по скоростям оказывается таким же, как в нейтральном газе.

Для выполнения предположений теории необходимо, чтобы температура у анода была не слишком велика. Действительно, если температура, а следовательно, и степень ионизации газа достаточно высоки, то свободный пробег электронов мал из-за эффективных взаимодействий с ионами, а столкновения ионов с нейтральными частицами при этом относительно редки. Ясно, кроме того, что при достаточно высоких давлениях тоже нарушаются предположения теории.

В теории не учитываются потери энергии из плазмы к аноду, сужение тока у анода, механическое действие пара на дугу. Для расчета анодная область разбивается на зоны. Основные из них расположены в зоне пространственного заряда, это — зона ускорения электронов и зона ионизации, примыкающая к аноду. Расчет ведется в одномерном случае. Ионизация в последней зоне производится в соответствии с линейной аппроксимацией Комптона — Ван-Вурхиса для зависимости сечения ионизации от энергии (см. {1}, стр. 156). Прирост тока в зоне ионизации имеет вид

$$dj_e(x) = j_e c_1 n_g [U(x) - U_i] dx. \quad (62.1)$$

Здесь  $c_1$  — постоянная в формуле Комптона — Ван-Вурхиса;  $n_g$  — концентрация нейтральных атомов газа;  $U_i$  — потенциал ионизации газа;  $U(x)$  — энергия электрона в точке с координатой  $x$ . Интегрирование от начала зоны ускорения при  $x = x_0$  до  $x$  дает

$$j_e(x) = j_e(x_0) \exp \left[ c_1 n_g \int_{x_0}^x (U(x) - U_i) dx \right]. \quad (62.2)$$

Так как в теории предполагается, что толщина зон мала, т. е.

$c_1 n_g \int_{x_0}^x (U(x) - U_i) dx \ll 1$ , можно экспоненту заменить линейным приближением. Тогда

$$j_e(x) = j_e(x_0) \left[ 1 + c_1 n_g \int_{x_0}^x (U(x) - U_i) dx \right]. \quad (62.3)$$

Так как  $j_p(x) = j_e(x_0) + j_p(x_0) - j_e(x)$ , имеем

$$j_p(x) = j_p(x_0) - j_e(x_0) c_1 n_g \int_{x_0}^x (U(x) - U_i) dx. \quad (62.4)$$

Если пренебречь ионной плотностью тока и полем обратной диффузии, то распределение потенциала внутри анодной области определяется формулой Ленгмюра

$$U(x) = a_1 \cdot 3 \sqrt{3\pi n_g^2(x_0)/2e} x^{1/2}. \quad (62.5)$$

Здесь параметр  $a_1$  учитывает, что потенциал и напряженность электрического поля в начале зоны ускорения могут быть отличны от нуля.

Из (62.3), (62.4) и (62.5) можно получить распределение токов в анодной области. Кроме того, из известных распределений токов и напряжения, вос-

пользовавшись уравнением Пуассона, можно найти распределения плотности заряда, плотности электронов и ионов у анода. Для численного расчета всех этих распределений надо задать температуру на границе зоны контракции и зоны пространственного заряда (рис. 10.2), тогда можно найти  $n_e$ ,  $n_g$  на этой границе.

Расчет в случае угольного электрода в воздухе при  $T = 6000^\circ\text{K}$  дал величину падения в области пространственного заряда  $U_{a1} = 20$  в, толщина этой области оказалось равной  $3,4 \cdot 10^{-3}$  см. Обе величины хорошо согласуются с экспериментальными данными. Надо лишь отметить, что при вычислении падения соответствующим образом был подобран параметр  $a_1$ . При  $T > 6000^\circ\text{K}$   $U_{a1}$  не совпадает с экспериментальными данными. По-видимому, там неверны предположения теории.

**3.2. Теория  $T$ -ионизации.** При достаточно высоких температурах и давлениях электроны испытывают соударения с тяжелыми частицами в области анодного падения потенциала; при этом энергия направленного их движения переходит в энергию хаотического движения до того, как они производят ионизацию. Температура электронов у анода повышается, а ионизация производится электронами из хвоста максвелловской функции распределения. Теория  $T$ -ионизации развита Эккером [IX.3] при исследовании переноса тока у катода положительными ионами (см. § 61) и перенесена на анодную область. Главное в этой теории расчет температуры частиц в анодной области, так как ионизация газа определяется только температурой. В отличие от катодной области, где основными носителями тока считались ионы, здесь носителями тока являются тепловые электроны на границе зоны контракции и зоны пространственного заряда.

Выражение для тока остается таким же, см. формулу (61.5). В правой части (61.5) меняется лишь тепловая скорость частицы, пропорциональная  $m^{-1/2}$ . Величина  $I m^{1/2}$  не зависит от того, относится она к ионному или электронному току, поэтому результаты из катодной области с соответствующим пересчетом можно переносить на анодную. Например, результаты расчета, представленные на рис. 10.4, переносятся на анодную область путем изменения масштаба:  $I_e \rightarrow I_p \sqrt{(m_p/m_e)}$ . Это значит, что при малой контракции и небольшом увеличении температуры на границе зоны контракции и зоны пространственного заряда может быть получен большой электронный ток.

Таким образом, можно считать, что теория  $E$ -ионизации объясняет ионизацию у анода при не очень высоких давлениях и температурах, а при более высоких давлениях и температурах начинает играть роль механизм  $T$ -ионизации.

**4. Качественная картина контракции дуги у электродов.** В заключение параграфа следует упомянуть теоретическую попытку Эккера [IX.3] качественно решить проблему контракции дуги у электродов. Рассматриваются следующие основные вопросы: почему имеет место контракция у электродов, чем определяется ее величина, почему появляется микротяжно в шипящей дуге на угольном аноде, почему при плавном изменении тока скачком меняется контракция на катоде и т. д.

Для ответа на эти вопросы используются законы электродинамики, термодинамики и статистики. Считается, что у катода ток переносится электронами эмиссии ( $i_e$ ) и положительными ионами плазмы ( $I_p$ ), у анода — электронами плазмы ( $I_e$ ),  $E$ -ионизация здесь не рассматривается; тогда

$$i_k = I_p + i_e, \quad i_a = I_e. \quad (62.6)$$

В уравнения баланса энергии входит контракция тока, так как от величины контракции ( $R/R_k$ ) зависят потери энергии на электродах (см. § 61). Поэтому с помощью уравнений баланса энергии можно выразить каждую из величин

$I_p$ ,  $I_e$ ,  $i_e$  через  $R/R_K$  подобно тому, как это сделано на рис. 10.4 для  $I_p$ .

На рис. 10.6 в качестве примера схематически представлены  $i_K - i_e$  и  $I_p$  в зависимости от контракции на катоде ртутной дуги высокого давления. Чтобы выполнялось условие (62.6), т. е. чтобы дуга существовала, необходимо выполнение равенства  $i_K - i_e = I_p$ . Равенство выполняется в точках пересечения кривой  $i_K - i_e = f_1(R/R_K)$  с кривой  $I_p = f_2(R/R_K)$ .

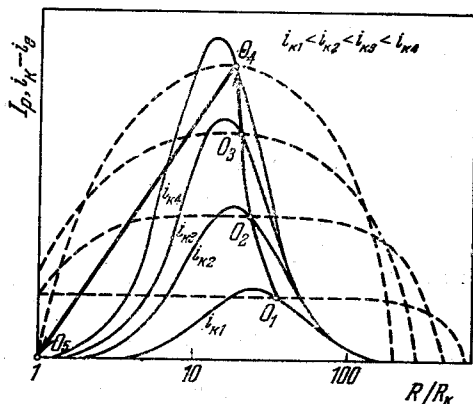


Рис. 10.6. Зависимость  $I_p$  (сплошные кривые) и  $i_K - i_e$  (штриховые) от контракции дуги у катода.

$O_1, O_2, O_3, O_4, O_5$  — точки стабильного существования дуги. Стрелки указывают изменение положения точек стабильной дуги при возрастании тока.

У каждой пары таких кривых имеется четыре точки пересечения, при этом в некоторых точках пересечения  $R/R_K > 1$ . Это значит, что возможность контрагирования дуги у электродов следует лишь из общих законов сохранения.

Вопрос о том, в какой именно из четырех точек пересечения, т. е. при какой контракции  $R/R_K$  дуга стабильно существует, может быть разрешен при помощи принципа минимума Штеенбека (гл. VIII). Такое определение в условиях рис. 10.6 привело к точкам стабильного существования дуги, отмеченным буквой  $O$ . Из рисунка видно, что при возрастании тока контракция  $R/R_K$  уменьшается плавно (переход от точки  $O_1$  к точке  $O_4$ ), а затем скачком падает при переходе к точке  $O_5$ .

Чтобы провести аналогичное рассмотрение контракции у анода, надо учесть, что при одинаковых температурах  $I_e \rightarrow I_p \sqrt{m_p/m_e}$ . Это преобразование деформирует кривые рис. 10.6 таким образом, что точки пересечения  $i_a$  с  $I_e$  получаются при близких к единице и очень больших  $R/R_a$ .

Обычно осуществляется в соответствии с принципом минимума малая контракция на аноде. Но в некоторых условиях контракция резко растет. В частности, образование микропятна в шипящей угольной дуге объясняется так. При увеличении плотности тока более  $40 \text{ а}$  анод начинает интенсивно испаряться. При этом возникает струя пара, ведущая к росту напряжения. Если же образуется сильно контрагированное микропятно, то интенсивное испарение имеет место, но струя пара не увеличивает напряжения, а лишь гоняет пятно по поверхности анода. Таким образом, этот режим контракции оказывается более выгодным с точки зрения величины падения напряжения.

### § 63. Излучение дуги высокого давления

Исследование излучения дуги преследует прежде всего следующие цели: а) определение параметров дуговой плазмы; б) установление роли излучения в энергетическом балансе дуги. Соответственно, ниже рассматриваются обе эти задачи.

Дуга высокого давления представляет собой весьма неоднородный по температуре объем плазмы. Это обстоятельство приводит к тому, что спектр излучения дуги высокого давления определяется не только температурой плазмы, но и распределением ее по излучающему объему.

Яркость  $\mathcal{I}_\nu$  неоднородного объема определяется следующим уравнением:

$$\mathcal{I}_\nu(y) = \int_{-x_0}^{x_0} \epsilon_\nu(r) \exp \left[ - \int_{-x_0}^{x_0} \kappa_\nu(x') (1 - \exp(-h\nu/kT)) dx' \right] dx, \quad (63.1)$$

где  $\epsilon_\nu$  и  $\kappa_\nu$  — коэффициенты излучения и поглощения плазмы. Множитель  $(1 - \exp(-h\nu/kT))$  учитывает вынужденное излучение [17],  $x$  и  $x'$  — текущие координаты,  $\pm x_0$  — границы излучающего объема плазмы (рис. 10.7).

Существуют два случая, когда уравнение (63.1) может быть заметно упрощено: а) почти прозрачная плазма с небольшим поглощением излучения; б) непрозрачная плазма, в которой поглощение настолько велико, что плотность излучения приближается к равновесной с плазмой. В последнем случае яркость дуги определяется температурой ее внешних слоев.

1. Оптическая диагностика дуги. В случае прозрачной плазмы уравнение (63.1) приводится к следующему виду [18]:

$$\mathcal{I}_\nu(y) = 2 \int_{r=y}^R \epsilon_\nu(r) \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - y^2}}. \quad (63.2)$$

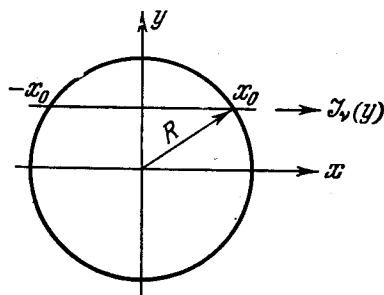


Рис. 10.7. Схема осесимметричного источника света.

В этом уравнении учтена осевая симметрия дугового столба. Экспериментально определяется обычно распределение яркости излучения с частотой  $\nu$  поперек дуги  $\mathcal{I}_\nu(y)$ . Для целей диагностики плазмы дуги важно знание радиального распределения коэффициента излучения плазмы внутри дуги  $\epsilon_\nu(r)$ . Существует ряд методов численного решения уравнения (63.2) [19, 20] \*), основанных на аппроксимации подынтегральной функции полиномом некоторой степени и последующем определении его коэффициентов по экспериментальным данным.

Указанный прием позволяет найти распределение энергии в спектре элементарного объема плазмы внутри дуги. Следует, однако, отметить, что описанный способ нахождения радиального распределения излучающих частиц (иногда называемый методом Хермана [18]) обладает относительно небольшой надежностью в центральной области дуги. Например, погрешность определения  $\epsilon_\nu(0)$  приблизительно в 5–10 раз больше погрешности измерения  $\mathcal{I}_\nu(0)$  [19, 20].

Знание распределения энергии в спектре однородного объема прозрачной плазмы дает возможность установить его термодинамические параметры. Существуют следующие основные методы определения параметров плазмы по ее спектру испускания [VI.67].

1.1. Измерение абсолютного значения интегрального коэффициента излучения линии. Интегральный коэффициент излучения линии определяется следующим образом:

$$i_L = \int_L \epsilon_\nu d\nu, \quad (63.3)$$

где под  $L$  понимается область спектра с существенно резким возрастанием и спадом излучения (спектральная линия). Число квантов  $h\nu$  данной линии

\*) Уравнение (63.2) относится к интегральным уравнениям Абеля [21].

пропорционально вероятности спонтанного перехода возбужденного атома из состояния  $m$  в состояние  $n$  ( $A_n^m$ \*) и числу атомов в состоянии  $m$ , т. е.

$$i_L = \frac{1}{4\pi} A_n^m n_m h\nu. \quad (63.4)$$

Таким образом, измерение  $i_L$  позволяет определить величину  $n_m$ , что при известном давлении в дуге дает возможность вычислить температуру плазмы, пользуясь формулой Больцмана [VI.67]. Сведения о вероятностях переходов для различных атомов могут быть найдены в [22].

1.2. Измерение уширения спектральных линий. В настоящее время известен ряд механизмов уширения спектральных линий. В плотной плазме дуги высокого давления основной причиной, приводящей к уширению линии, является взаимодействие излучающего атома или иона с заряженными частицами (электронами и ионами).

Ионы создают в плазме квазистатическое электрическое поле, обуславливающее расщепление термов атома (эффект Штарка), в то время как столкновения излучающего атома с электронами приводят к нарушению когерентности колебаний атомного осциллятора (лоренцево уширение). В общем случае уширение линий обуславливается обоими эффектами [III.80], [23]. Обычно в центре линии имеет место ударное распределение интенсивности. Для крыльев линий справедлив статический механизм уширения. Следует заметить, что статическое крыло при асимметричном контуре линии может располагаться как с длинноволновой, так и с коротковолновой стороны, и в зависимости от направления сдвига термов. Область частот, для которой применима ударная теория, определяется следующим уравнением:

$$\Delta\nu \ll \frac{2\pi c^{n/(n-1)}}{C_n^{1/(n-1)}}, \quad (63.5)$$

где  $c$  — скорость возмущающих частиц, которую можно положить равной наиболее вероятной их скорости в плазме;  $C_n$  — константа эффекта Штарка;  $n$  — целое число.

Существенным для целей диагностики плазмы является то обстоятельство, что уширение линии в обоих случаях чувствительно лишь к концентрации заряженных частиц и практически не зависит от температуры плазмы.

Особенно тщательно изучен в настоящее время контур линии  $H_\beta$  [III.80], [23] (рис. 10.8). Так как водород в небольших количествах обычно присутствует в плазме различных дуговых разрядов, то линия  $H_\beta$  широко используется в качестве индикатора плотности заряженных частиц. Иногда водород специально вводится в плазму («водородный» термометр) [24, 25]. В работе [25] была применена следующая модификация «водородного» термометра. Измерялась концентрация заряженных частиц в плазме при различных небольших добавках водорода. Искомая концентрация ионов в исследуемой плазме находилась путем экстраполяции экспериментальных данных на нулевую концентрацию водорода. Точность измерения плотности заряженных частиц по контуру линии  $H_\beta$  составляет  $15 \div 20\%$ .

Данные об уширении остальных линий атома водорода, а также спектральных линий других элементов приведены в работе [23].

1.3. Измерение абсолютной величины коэффициента непрерывного излучения плазмы. В том случае, когда спектр непрерывного поглощения плазмы обусловлен фотоионизацией возбужденных атомов и ускорением электронов в поле положи-

\*) Для разрешенных переходов  $A_n^m$  не зависит от контура линии [III. 80], [23].

тельных ионов, коэффициент излучения плазмы определяется следующими уравнениями [26] \*):

$$\begin{aligned} \varepsilon_v &= \xi(v) \cdot 6,36 \cdot 10^{-47} n_e^2 / \sqrt{kT} \quad \text{при } v < v_{\text{гр}}, \\ \varepsilon_v &= \xi(v) \cdot 6,36 \cdot 10^{-47} (n_e^2 / \sqrt{kT}) \exp \left[ -\frac{h(v - v_{\text{гр}})}{kT} \right] \quad \text{при } v \geq v_{\text{гр}}, \end{aligned} \quad (63.6)$$

где  $v_{\text{гр}}$  — граничная частота, соответствующая потенциалу ионизации нижней границы квазинепрерывной последовательности высоколежащих термов;  $\xi(v)$  — множитель, учитывающий специфику многоэлектронных атомов [26]. При частотах  $v > v_{\text{гр}}$  на экспоненциальный спад яркости могут накладываться отдельные граничные континуумы на уровни, расположенные ниже граничного.

Следует отметить, что в соответствии с уравнением (63.6) яркость континуума весьма чувствительна к концентрации электронов, что для ряда исследований плазмы имеет большое значение.

1.4. Измерение спада яркости непрерывного спектра за граничной частотой. Экспоненциальная зависимость яркости континуума (точнее —  $\varepsilon v / \xi(v)$  (см. уравнение (63.6)) от частоты при  $v > v_{\text{гр}}$  обусловлена существованием максвелловского распределения электронов по скоростям (см. {1}, стр. 172). Измерение спада яркости за граничной частотой дает возможность определить электронную температуру плазмы [V.2].

1.5. Измерение коэффициента преломления плазмы. Зависимость коэффициента преломления от параметров плазмы в общем случае учитывает наличие как свободных электронов, так и связанных. При малой степени ионизации основную роль в оптическом диапазоне играют атомы и молекулы. В этом случае для показателя преломления плазмы справедлива формула Лоренца — Лоренца

$$[(n^2 - 1)/(n^2 + 2)] \cdot (1/\rho) = \text{const}, \quad (63.7)$$

где  $\rho$  — плотность газа. Эта формула может быть приведена к виду

$$\Delta \rho / \rho = \Delta n / (n - 1). \quad (63.7')$$

Таким образом, если измерить изменение коэффициента преломления внутри дуги  $\Delta n$ , то можно определить изменение плотности  $\Delta \rho$ , по которому сравнительно просто получить радиальное распределение температуры.

\*) Для упрощения записи положено, что в плазме присутствуют только однократно заряженные положительные ионы.

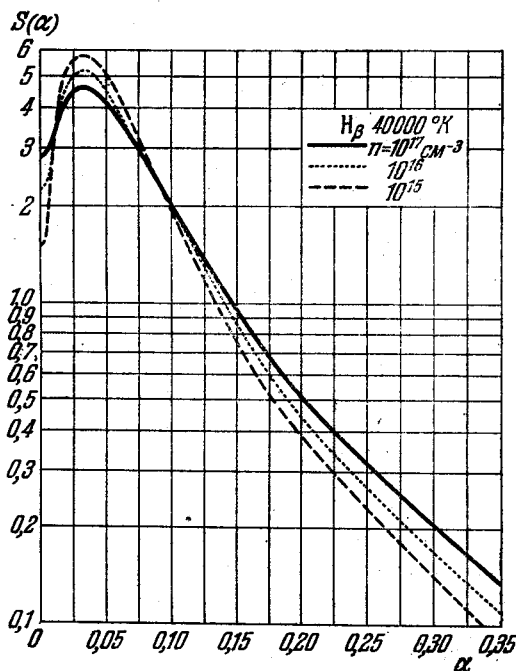


Рис. 10.8. Контур линии  $H_\beta$  при трех концентрациях водорода:

$$\int_0^\infty S(\alpha) d\alpha = 1, \quad \alpha = \frac{\Delta \lambda}{Z e r_g^{-2}} r_g = \left( \frac{3}{4 \pi n_e} \right)^{1/3}.$$

Обычно для нахождения коэффициента преломления газов используются интерферометрические методы. При измерениях поперек дуги учет неоднородности плазмы осуществляется способом, сходным с описанным выше [VI.67].

При больших степенях ионизации коэффициент преломления плазмы определяется выражением [VII.91]:

$$n^2 = 1 - (v_p/v)^2/2. \quad (63.8)$$

Уравнение (63.8) справедливо при  $v \gg v^*$ , где  $v^*$  — эффективная частота столкновений электронов с тяжелыми частицами (см. гл. VI).

Применение для зондирования плотной плазмы интерферометров с обычными источниками света ограничивается интенсивным фоновым излучением плазмы. В последнее время эта задача была решена путем использования лазеров, являющихся весьма мощными источниками когерентного излучения [27—30].

1.6. Определение температуры по молекулярным спектрам. При помощи спектрографов большой дисперсии могут быть разрешены полосы молекулярного спектра, состоящие из большого числа линий вращательной структуры. Измерение интенсивностей этих линий позволяет определить температуру плазмы методом, описанным в п. 1.1. Разработаны также методы измерения температуры газов по интенсивностям полос CN и  $C_2$  с неразрешенной вращательной структурой [VI.67].

Излучение, наблюдаемое вне полупрозрачного объема, ослабляется в результате поглощения внутри этого объема. В этом случае уравнение (63.2) становится несправедливым. Это обстоятельство крайне затрудняет диагностику полупрозрачной плазмы.

Для полупрозрачной плазмы характерно, в частности, самообращение спектральных линий. Это явление внешне проявляется в том, что наблюдаемый контур может весьма отличаться от контура этой линии, излучаемой однородной и прозрачной плазмой. Так, из-за того, что максимум спектрального коэффициента поглощения приходится на центр линии, возможен провал интенсивности излучения в центре наблюдаемой линии.

Изучение контуров самообращенных линий может дать некоторые сведения о составе и температуре внутри дуги. В общем случае эта задача является крайне сложной. Поэтому широко используются различные упрощения общего уравнения (63.1). Например, Коуэн и Дике [VI.67] рассмотрели случай, когда вероятности излучения или поглощения фотона заданной частоты внутри линии не зависят от координаты  $r$ . Они предложили ввести следующие характеристики неоднородного источника плазмы: а) параметр поглощения

$$p \propto P_v \int_{-x_0}^{x_0} n_n dx, \quad (63.9)$$

где  $P_v$  — вероятность поглощения фотона частоты  $\nu$  атомом в  $n$ -м состоянии;  $n_n$  — концентрация поглощающих атомов; б) параметр неоднородности источника  $n$ , который изменяется от 1 (однородный источник) до  $\infty$  (излучающие атомы сосредоточены в центре источника, поглощающие атомы — на периферии источника). На рис. 10.9 приведены профили самообращенных линий для заданного значения параметра поглощения и различных величин параметра неоднородности.

Для диагностики плазмы по самообращенным линиям обычно используются такие величины, как смещение максимума интенсивности от центра линии или отношение этого максимума к минимуму интенсивности в центре линии. По этим величинам при известном параметре неоднородности возмож-

но определение как контура линии, соответствующей прозрачной плазме, так и числа поглощающих атомов внутри источника вдоль оптического пути:

$$N_n = \int_{-x_0}^{x_0} n_n dx. \quad (63.10)$$

Методы исследования неоднородности источника описаны в работах [31—33]. Подробно были изучены возможности измерения температуры по интенсивностям максимумов самообращенных линий в работах Бартельса [VI.67], который учел также влияние на контуры линий вынужденных переходов и фона.

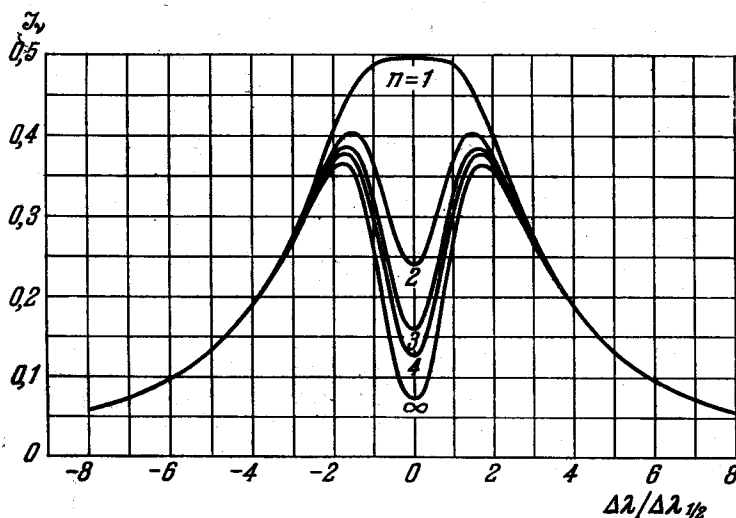


Рис. 10.9. Форма самопоглощенной линии (параметр поглощения  $p = 4$ ) в источниках света с различными распределениями излучающих и поглощающих атомов, характеризуемыми числом  $n$ .

$n = 1$  соответствует однородному распределению,  $n = \infty$  — полному разделению излучающих и поглощающих атомов (контур непоглощенной линии дисперсионный).

В ряде работ (см., например, [34]) применяется следующий метод нахождения радиального распределения параметров плазмы внутри полупрозрачного дугового столба. Опытным путем определяется ослабление интенсивности светового потока \*) при прохождении вдоль определенной хорды ( $-x_0, x_0$ ) сечения дугового столба:

$$J_v(x_0, y) = J_v(-x_0, y) \exp \left( - \int_{-x_0}^{x_0} \kappa_v dx \right). \quad (63.11)$$

Уравнение (63.11) может быть преобразовано к виду

$$\ln \frac{J_v(-x_0, y)}{J_v(x_0, y)} = 2 \int_{r=y}^R \kappa_v(r) \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - y^2}}, \quad (63.12)$$

т. е. оно вполне аналогично уравнению (63.2). Соответственно к нему могут

\*) Поток создается внешним источником.

быть применимы указанные выше методы решения. Знание  $\kappa_\nu(r)$  позволяет определить при известном давлении локальные значения температуры внутри дуги.

По мере повышения давления возрастает яркость континуума. И при давлениях, достигающих нескольких сотен атмосфер, распределение

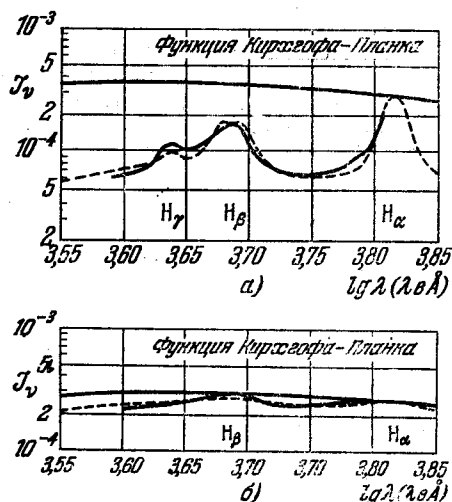


Рис. 10.10. Спектр излучения дуги Петерса.

а)  $i = 150$  а,  $T = 12\,500$  °К,  $p = 300$  атм,  $n = 2 \cdot 10^{18}$  см $^{-3}$ ; б)  $i = 200$  а,  $T = 12\,000$  °К,  $p = 100$  атм,  $n = 3,3 \cdot 10^{18}$  см $^{-3}$ . Сплошные линии — эксперимент, штриховые — расчет.

свободные переходы электронов в полях атомов и ионов; б) свободно-связанные переходы электронов с образованием атомов или отрицательных ионов, в) связанно-связанные переходы в атомах или ионах (спектральные линии). На рис. 10.11 представлена обсуждаемая схема переходов электрона в плазме, сопровождающихся излучением фотонов.

В прозрачной плазме основную роль обычно играет излучение в резонансной линии (см. {1}, стр. 356, а также [37—40]). Реабсорбция излучения в плазме весьма сильно изменяет соотношение между различными составляющими интегрального излучения.

Для однородных полусферических объемов плазмы водорода различной оптической толщины роль отдельных процессов изучена в работе [37] (рис. 10.12), плазмы азота — в [38], плазмы аргона — в [39, 40]. Следует указать, что одним из важных результатов перечисленных работ Бибермана и его соотрудников является обнаружение значимости вклада большого числа процессов в излучение плазмы. Например, ошибочно, как это рекомендуется в [III.43], учитывать только непрерывное излучение. Любопытно отметить, что совокупность слабых линий может давать вклад, сравнимый с излучением несколько сильных линий. Вполне ощутимы при высоких давлениях

энергии в спектре начинает приближаться к планковскому для абсолютно черного тела [35, 36]. На рис. 10.10 приведены спектры дуги, горящей в водяных парах, соответствующие различным давлениям пара в дуге. Хорошо видно, что при давлениях порядка  $\sim 1000$  атм дуга начинает светить как абсолютно черное тело при  $T \approx 12\,000$  °К.

Представляет большой интерес изучение температурного поля таких дуг. Однако до настоящего времени подобные исследования не проводились ввиду их крайней трудности.

2. Полный коэффициент излучения плазмы. Излучение плазмы может играть значительную роль в балансе мощности тока в дуге (см. {1}, стр. 356). Само излучение плазмы определяется большим числом различных радиационных процессов, протекающих в плазме. Возможная классификация этих процессов, заимствованная из астрофизики [36], состоит в следующем: а) свободно-

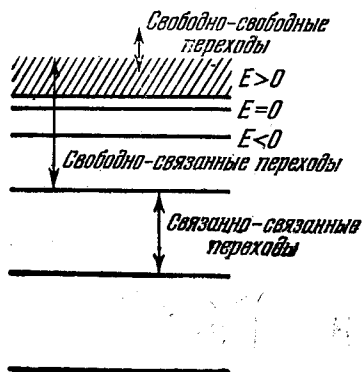


Рис. 10.11. Схема электронных переходов в плазме.

в излучении плазмы свободно-связанные переходы с образованием отрицательных ионов водорода, азота и кислорода [35, 41, 42].

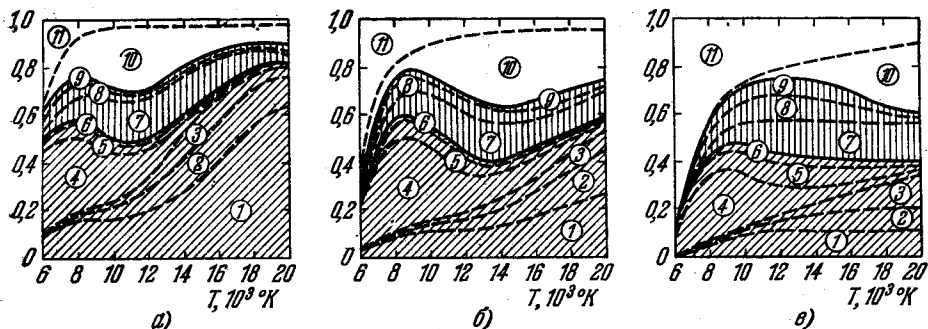


Рис. 10.12. Баланс энергии, излучаемой водородной плазмой при толщине  $l = 10$  см и давлениях 0,01 атм (а), 0,1 атм (б) и 1,0 атм (в).

Относительный вклад индивидуально учтенных линий: 1 —  $L_{\alpha}$ , 2 —  $L_{\beta}$ , 3 —  $L_{\gamma}$ , 4 —  $H_{\alpha}$ , 5 —  $H_{\beta}$ , 6 —  $H_{\gamma}$ . Относительный вклад большого числа слабых линий, рассчитанный по интегральным формулам: 7 — высшие члены серии Лаймана; 8 — высшие члены серии Бальмера; 9 — высшие члены серии Пашена и все остальные серии. Относительный вклад непрерывного спектра: 10 — фоторекомбинация электрона и протона с образованием атома водорода в основном состоянии, 11 — суммарный вклад фоторекомбинации электрона и атома водорода с образованием иона  $H^{-}$ , фоторекомбинации электрона и протона с образованием возбужденных атомов водорода и тормозного излучения электронов в поле протонов и атомов водорода.

Подробно изучено в настоящее время излучение ртутной и ксеноновой плазмы [V.24], [43], в связи с широким использованием ее в различных газоразрядных источниках света [44].

3. Роль излучения в энергетическом балансе дуги. Уравнение энергии для столба дуги с учетом излучения имеет следующий вид:

$$\sigma E^2 - \operatorname{div} q_x - \operatorname{div} q_e = 0; \quad (63.13)$$

здесь  $q_x$  — тепловой поток, переносимый теплопроводностью при отсутствии излучения;  $q_e$  — лучистый поток энергии. Как известно, кондуктивный тепловой поток пропорционален градиенту температуры, если изменение температуры на длине свободного пробега частиц в плазме мало по сравнению с абсолютным ее значением. В этом случае

$$q_x = -\chi_{\text{cond}} \operatorname{grad} T. \quad (63.14)$$

Справедливость уравнения (63.14) для квазиизотермичной плазмы дуги высокого давления обсуждается в ряде работ (см., например, [III.43]). Сложнее обстоит дело с вычислением дивергенции лучистого потока. Однако в двух предельных случаях, упомянутых выше, эти вычисления заметно упрощаются.

Так, для прозрачной плазмы очевидно следующее выражение для дивергенции лучистого потока

$$\operatorname{div} q_e = \varepsilon, \quad (63.15)$$

где  $\varepsilon$  — полный коэффициент излучения единицы объема плазмы.

В случае полностью непрозрачной плазмы ( $\kappa_e 2R \gg 1$  для любой частоты) справедливо приближение лучистой теплопроводности [45]

$$q_e = -\chi_e \operatorname{grad} T, \quad (63.16)$$

где  $\chi_e$  — лучистая теплопроводность плазмы, определяемая следующим

выражением [45]:

$$\chi_e = \frac{\int_0^\infty \frac{1}{\kappa_\nu} \left(1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\right) \frac{du_\nu}{dT} d\nu}{\int_0^\infty \frac{du_\nu}{dT} d\nu}; \quad (63.17)$$

здесь  $u_\nu$  — плотность излучения черного тела.

В промежуточных случаях лучистый поток в данной точке может быть найден лишь при помощи интегральных соотношений вида

$$q_e = \int_{4\pi} \int_0^\infty \mathcal{J}_\nu \cos \theta d\Omega d\nu, \quad (63.18)$$

где  $\theta$  — угол между нормалью к выбранной площадке и данным направлением,  $\Omega$  — телесный угол.

Известен ряд приближенных методов расчета лучистых потоков в неоднородной плазме (см., например, [45—47]).

Излучение дуг высокого давления изучалось во многих работах. Так, энергетический баланс электрической дуги в парах ртути подробно исследовал Эленбаас [V.32]. Измерения были проведены на дуге длиной около 50 см, заключенной в кварцевую трубку, внутренний диаметр которой был равен 4,1 см. Давление ртутных паров внутри трубки составляло 0,88 атм, напряженность электрического поля — 5,8 в/см, вкладываемая на 1 см длины дуги мощность — 35 вт/см (по Эленбаасу — разряд  $D$  [V.32]).

В соответствии с данными Эленбааса вкладываемая в разряд энергия (35 вт/см) отводится следующим образом: излучением — 18 вт/см, теплопроводностью — 10 вт/см \*, остаток — 7 вт/см, по-видимому, излучением, поглощаемым кварцем (прежде всего это излучение резонансных линий 1850 Å и 2537 Å).

Эленбаас установил весьма примечательный факт независимости энергии, отводимой теплопроводностью и равной 10 вт/см, от вкладываемой мощности, диаметра трубки и давления ртутных паров. Для излучаемой мощности им было предложено следующее эмпирическое уравнение:

$$P_{\text{изл}} = 0,72(P - 10). \quad (63.19)$$

Представляет интерес рассмотреть роль излучения в локальном энергетическом балансе плазмы внутри дуги. Очевидно, что она будет наиболее значительной вблизи оси дуги. Например, в центре разряда  $D$  по данным работы [48] из вкладываемой в плазму энергии 27,6 вт/см<sup>3</sup> излучением отводится почти 90%.

Сравнительно подробно изучен баланс мощности электрических дуг в инертных газах. Дуга в гелии исследовалась Дюрендом [III.27]. Он использовал кварцевые трубки длиной 100 мм и 150 мм, заполненные перед опытом спектрально чистым гелием при давлении 10 ÷ 80 мм рт. ст. Через газ пропусклся прямоугольный импульс тока с амплитудой до 6,5 ка и длительностью 0,7 мсек. Дюренд показал, что время установления стационарного состояния плазмы в трубке много меньше длительности импульса. На оси дуги концентрация электронов достигала  $10^{16} \div 10^{17}$  см<sup>-3</sup>, температура —  $(35 \div 40) \cdot 10^3$  °К. Опираясь на теоретические данные по теплопроводности, Дюренд нашел, что внутри дуги на долю кондуктивного переноса тепла приходится в различных режимах от 10 до 60%. Остальная энергия уносится излучением плазмы. Однако в работе не удалось полностью установить ме-

\*) На долю свободной конвекции, по мнению Эленбааса, приходится примерно 1,5% отводимой мощности.

ханизм радиационных потерь энергии сильно ионизованной гелиевой плазмы. В ряде случаев на долю не идентифицированных радиационных процессов приходится до 60–65% от вкладываемой энергии, Дюренд лишь указывает на возможную значительную роль в балансе мощности исследуемой дуги излучения реабсорбированных линий He II.

Исследования мощности излучения ламп трубчатой формы, заполняемых соответственно аргоном (740 мм рт. ст.), криптоном (12 атм) или ксеноном (12 атм), выполнил Нейман [49]). Ему удалось обработать полученные экспериментальные данные в форме уравнения (63.19):

$$\begin{aligned} \text{аргон: } P_{\text{изл}} &= 0,52(P - 95), \text{ где } P \geq 150 \text{ вт/см}; \\ \text{криптон: } P_{\text{изл}} &= 0,72(P - 42), \text{ где } P \geq 70 \text{ вт/см}; \\ \text{ксенон: } P_{\text{изл}} &= 0,88(P - 24), \text{ где } P \geq 35 \text{ вт/см}. \end{aligned} \quad (63.20)$$

Следует заметить, что данные Неймана получены для трубок только одного диаметра (8 мм) и при одном значении давления заполнения. Поэтому они являются менее общими, чем данные Эленбааса для ртутных паров (см. уравнение (63.19)).

Сравнительно подробные сведения о световой отдаче и яркости разряда в аргоне, криптоне и ксеноне приведены в [44]. Экспериментальные данные об излучении электрической дуги в азоте были получены Меккером [50]. Он нашел, что излучение азотной дуги при атмосферном давлении невелико и составляет несколько процентов от вкладываемой мощности. Однако в локальном энергетическом балансе вблизи оси этой дуги оно может играть весьма заметную роль. На это обстоятельство было указано при обсуждении баланса ртутной дуги.

Экспериментально баланс мощности около оси дуги в аргоне был изучен в работе [III.71]. Оказалось, что хотя дуга в целом излучает сравнительно небольшую часть мощности, но в центре дугового столба на долю излучения может приходиться значительная часть вкладываемой мощности. Можно показать, что доля излучения при одинаковых температурах на оси уменьшается с уменьшением диаметра канала, внутри которого горит дуга. Это обстоятельство позволило осуществить одновременно измерения коэффициентов теплопроводности и излучения аргона, опираясь на уравнения (63.13) и (63.14)\*. Первоначально находились величины коэффициентов теплопроводности без учета излучения в трубках разного диаметра. Затем они экстраполировались на диаметр трубки, равный нулю. Использование таким образом найденных значений теплопроводности аргонной плазмы позволило определить мощность излучения аргонной плазмы в зависимости от температуры (рис. 10.13). Там же приведены теоретические данные об интегральном излучении аргона.

Укажем также, что в области высоких температур значительную роль в локальном балансе энергии на оси дуги начинает играть излучение в ультрафиолетовой части спектра, интенсивно поглощаемое относительно холодными периферийными слоями дуговой плазмы (см. рис. 10.13). Этот эффект был исследован экспериментально и теоретически на примере азотной дуги [51].

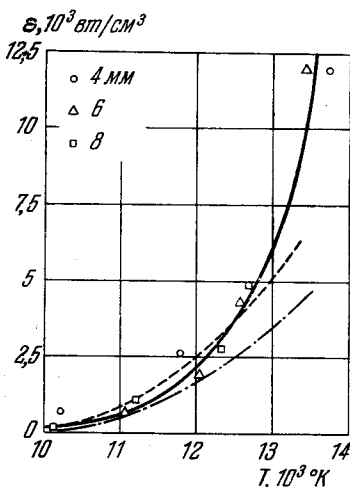


Рис. 10.13. Коэффициент излучения единицы объема плазмы аргона при разных диаметрах трубки.

Теоретические кривые соответствуют различным экспериментальным данным о силах осцилляторов для переходов  $4p \rightarrow 4s$ .

\*) Они оказались близкими к теоретическим.

## ДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА НА СОСТОЯНИЕ ГАЗА

При прохождении электрического тока в газе происходят сложные взаимодействия свободных носителей зарядов и возбужденных молекул не только между собой, но и с нейтральными молекулами газа. В результате этих взаимодействий нейтральные молекулы могут приобрести дополнительную энергию, которая при определенных условиях составляет значительную часть всей энергии тока, и связанные с ней процессы могут играть существенную роль в динамике тока ({1}, § 73).

При упругих соударениях электронов и ионов с молекулами газа происходит передача части кинетической энергии, приобретенной зарядами в электрическом поле, газ нагревается. Непосредственным результатом происходящего таким образом повышения температуры газа является перераспределение плотности газа, которое в свою очередь отражается на распределении плотности тока. При повышении температуры молекул свыше  $10^3$  °K возникают термическое возбуждение и термическая ионизация, в корне меняющие условия прохождения тока.

Другим серьезным следствием упругого взаимодействия зарядов, имеющих направленную скорость, с нейтральными молекулами газа является передача последним импульса количества движения зарядов. Это приводит к перераспределению плотности газа как в продольном, так и в поперечном направлениях. Такое перераспределение плотности газа может привести к тому, что на некоторых участках протекания тока плотность нейтральных молекул окажется ниже критической, и ток прекращается. Перераспределение плотности газа в результате прохождения тока может быть также непосредственно связано с переносом материи ионами, которые, нейтрализуясь на ограничивающих поверхностях, создают около них области повышенной плотности. И, наконец, само наличие ограничивающих поверхностей — электродов и стенок — при прохождении тока в газе приводит к значительным нарушениям равновесия между газом и ограничивающими телами \*).

Совокупность всех этих одновременно протекающих процессов вызывает сложное перераспределение плотности однородного газа при протекании через него электрического тока. В смеси газов явления еще более усложняются из-за неодинакового воздействия одних и тех же сил на атомы и ионы разных компонент смеси. Это может привести к изменению соотношения концентрации смеси газов вдоль оси тока и в радиальном направлении, что в двухкомпонентной смеси газов вызывает явление продольного и поперечного разделения смеси.

Изменение сечения на пути электрического тока сопровождается дополнительными газодинамическими явлениями, которые в критических режимах могут привести к полному прекращению тока. Общей теории, охватывающей всю совокупность взаимодействий зарядов, возбужденных и нейтральных молекул, с учетом рода и состава газа, роли электродов и из-

---

\*) Вопросы, связанные с наличием ограничивающих поверхностей, в этой главе не рассматриваются.

менения сечения тока, нет. Поэтому мы отдельно рассмотрим каждый вид взаимодействия, вызывающий перераспределение плотности газа, его зависимость от параметров газа и тока и его роль в общей сумме физических явлений.

#### § 64. Нагрев газа и связанное с ним перераспределение плотности газа

1. Мощность, выделяемая в виде теплоты в газе. Нагрев нейтрального газа при прохождении тока является результатом передачи кинетической энергии свободных электронов газовым молекулам при упругих соударениях с ними \*). Электрон со скоростью  $c_e$  испытывает за 1 сек  $v_{eg} = c_e/\lambda_e$  столкновений \*\*), при каждом из которых он теряет среднюю энергию, равную

$$K_e \kappa_{eg} = \frac{m_e^2 c_e^2}{m_g} \left( 1 - \frac{3kT_g}{m_e c_e^2} \right), \quad (64.1)$$

где  $K_e = m_e c_e^2/2$  — энергия электронов,  $\kappa_{eg} = (2m_e/m_g) (1 - K_g/K_e)$  — средняя доля потери энергии электроном при упругом соударении,  $K_g = \frac{3}{2} k T_g$  — средняя энергия нейтральных атомов.

Мощность, расходуемая одним электроном, равна

$$\frac{m_e^2 c_e^3}{m_g \lambda_e} \left( 1 - \frac{3kT_g}{m_e c_e^2} \right). \quad (64.2)$$

Мощность, расходуемая на нагрев газа всеми электронами при заданном распределении скоростей:

$$\frac{m_e^2}{m_g} \int_0^\infty \frac{c_e^3}{\lambda_e} \left( 1 - \frac{3kT_g}{m_e c_e^2} \right) f_e(c_e) dc_e, \quad (64.3)$$

где  $f_e(c_e) dc_e$  — часть электронов со скоростями в интервале от  $c_e$  до  $c_e + dc_e$ .

Клярфельд [VI.13], приняв долю кинетической энергии, переходящей в тепло, равной  $2m_e/m_g$ , получил мощность, превращаемую в тепло, на единице длины столба

$$P_1 = \int_0^\infty N_{e1} \frac{c_e}{\lambda_e} \frac{2m_e}{m_g} \frac{m_e c_e^2}{2} f_e(c_e) dc_e,$$

где  $N_{e1}$  — линейная плотность электронов,  $f_e(c_e)$  — функция распределения скоростей электронов. При максвелловском распределении

$$P_1 = 8 \sqrt{\frac{2m_e k^3 T_e^3}{\pi}} \frac{N_{e1}}{\lambda_e m_g}.$$

Подставляя  $\lambda_e$  из соотношения

$$i = e_0 n_e b_e E = e_0 n_e E \frac{0.75 \lambda_e e_0}{m_e c_e}$$

\*) Так как ионная составляющая разрядного тока мала, то можно считать, что энергия, поступающая в разряд от внешнего источника, переходит почти полностью к электронам плазмы. Поэтому в уравнении баланса энергии газа (64.5) вторым членом в правой части равенства  $\frac{3}{2} k (T_p - T_g) \kappa_{pg} v_{pg} n_p$ , учитывающим кинетическую энергию ионов, передаваемую молекулам при упругих соударениях с ионами, можно пренебречь.

\*\*) Длина свободного пробега принимается, исходя из средней потери энергии при столкновении, т. е. определяется тормозящим сечением.

(см. [VI.44]), получим

$$P_1 = \frac{3kT_e N_{e1}^2 e_0^2 E}{im_g}. \quad (64.4)$$

Из-за упрощенного способа усреднения  $\lambda_e$  по электронным скоростям применение формулы (64.4) к случаям сильной зависимости  $\lambda_e$  от скорости электронов может давать ошибку, хотя она не должна быть велика. При больших токах и давлениях, когда температура газа приближается к температуре электронов, формула (64.4) неприменима из-за отсутствия учета обратной передачи энергии от молекул к электронам.

Результаты интегрирования (64.3) при максвелловском распределении электронов в ртутных парах и в аргоне, полученные в работе [1], представлены на рис. 11.1. Как следует из выражения (64.3), с ростом давления мощность, передаваемая электронами нейтральному газу, растет, что вызвано в основном увеличением числа столкновений (см. диаграмму баланса мощности в положительном столбе на рис. 6.24). При низких давлениях величина объемных потерь ничтожно мала, и лишь нагревание стенок может косвенно вызвать небольшой дополнительный нагрев нейтрального газа.

**2. Температура газа.** Температура газа может быть определена из уравнения баланса энергии газа

$$-\operatorname{div}(\chi \nabla T_g) = \frac{3}{2}k(T_e - T_g) \kappa_{eg} v_{eg} n_e, \quad (64.5)$$

где  $\chi$  — коэффициент теплопроводности газа.

В случае цилиндрического положительного столба уравнение (64.5) принимает вид

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \chi \frac{dT_g}{dr} \right) + Q = 0, \quad (64.6)$$

где  $Q$  — мощность, выделяемая в единице объема в виде тепла.

Решение этой задачи дано в работе [VI.38] в предположениях: а) плотность нейтрального газа постоянна в поперечном сечении тока ( $n_g \neq f(r)$ ); б) теплопроводность есть функция температуры газа ( $\chi = \chi_1 T_g$ , где  $\chi_1$  зависит от рода газа); в) распределение объемных потерь, идущих на нагрев газа, по сечению подобно распределению концентрации электронов в однородном положительном столбе:

$$Q(r) = Q(0) J_0 \left( \frac{2,4r}{R} \right).$$

При этих предположениях уравнение (64.6) можно записать в виде

$$T_g \frac{d^2 T_g}{dr^2} + \frac{T_g}{r} \frac{dT_g}{dr} + \left( \frac{dT_g}{dr} \right)^2 + \frac{Q}{\chi_1} = 0. \quad (64.7)$$

Решение этого уравнения дает распределение температуры газа в виде

$$T_g(r) = \left[ T_g^2(R) + \frac{2Q(0)}{5,8\chi_1} R^2 J_0 \left( 2,4 \frac{r}{R} \right) \right]^{1/2}, \quad (64.8)$$

где  $T_g(R)$  — температура газа у стенки.

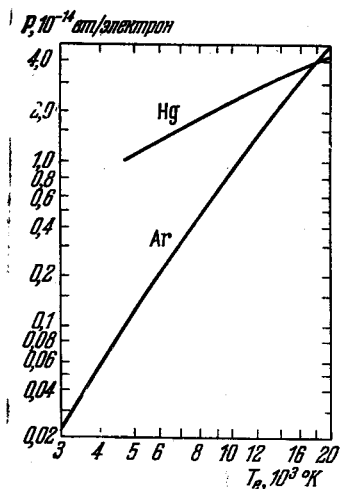


Рис. 11.1. Потери мощности при упругих соударениях электронов с атомами в Hg и Ar при  $p = 1$  мм рт. ст. и  $t = 0^\circ\text{C}$  в зависимости от температуры электронов [1].

На рис. 11.2 приведено распределение температуры газа в аргоне при различных отношениях  $Q(0)/\chi$ , полученное в [1]. В этой работе задача решалась в предположениях: а)  $n_g \neq f(r)$ ; б)  $\chi \neq f(T)$  (это допущение мотивировалось тем, что в интервале изменения температуры газа от оси к стенке  $\chi$  меняется мало; в) распределение тепла, выделяющегося в объеме, пропорционально  $n_e$ , а  $n_e$  распределено по параболе (ошибка от замены распределения  $n_e$  по функции Бесселя на параболическое распределение в данном случае невелика):

$$Q(r) = Q(0) \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right).$$

Тогда уравнение баланса тепла в газе запишется так:

$$\frac{d^2 T_g}{dr^2} + \frac{1}{r} \left(\frac{dT_g}{dr}\right) + \frac{Q(0)}{\chi} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) = 0, \quad (64.9)$$

и решение этого уравнения, найденное при помощи рядов, получаем в виде

$$T_g(r) = T_g(R) + \frac{3}{16} \frac{Q(0)}{\chi} R^2 \left[1 - \frac{4}{3} \frac{r^2}{R^2} + \frac{1}{3} \frac{r^4}{R^4}\right]. \quad (64.10)$$

Если известна зависимость  $Q(0)$  от параметров тока, то формулы (64.8) и (64.10) позволяют определить изменение температуры газа на оси при изменении разрядных условий. Зависимость  $T_g(0) = f(pR)$  в ртутных парах при различных плотностях тока на оси трубки была приведена на рис. 6.28. На том же рис. 6.28 дан ход  $T_e$ , рассчитанный по формуле (34.19). С ростом давления  $T_g$  приближается к  $T_e$ , причем, чем выше  $j(0)$ , тем раньше наступает равенство  $T_g = T_e^*$ ). В работе [VI.38] показано, что теория, выведенная в предположении о постоянстве плотности газа по сечению, может в первом приближении применяться и для определения  $T_g(0)$  при  $p = \text{const}$  в условиях, где контракция столба еще отсутствует. При контракции столба теория неверна.

Измерить температуру газа при протекании тока можно, измеряя давление газа без тока и во время протекания тока \*\*). Если  $T_{g1}$  и  $p_1$  — температура и давление газа до протекания тока, а  $T_{g2}$  и  $p_2$  — во время протекания тока, то

$$T_{g2}/T_{g1} = p_2/p_1. \quad (64.11)$$

Соотношение (64.11) действительно лишь в случае, когда весь объем сосуда, в котором измеряется давление, заполнен разрядом \*\*\*).

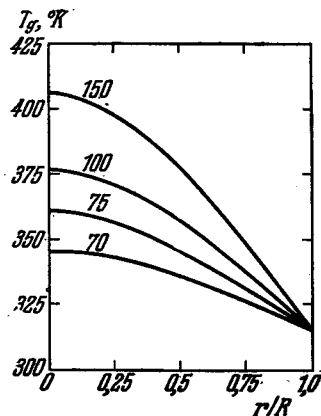


Рис. 11.2. Радиальное распределение температуры газа в аргоне при различных значениях параметра  $Q(0)/\chi$  [1].

\*) Экспериментально наблюдаемая температура изотермического столба в ртутной дуге  $T_e \approx T_g \approx 6,5 \cdot 10^3$  K [2, 3], что близко к значению, определяемому из рис. 6.28.

\*\*) Многочисленные измерения температуры газа в разряде с помощью термоэлементов следует признать полностью несостоятельными, так как нагревание термоэлемента происходит в результате выделения на нем энергии рекомбинации зарядов, а также кинетической энергии электронов и ионов, определяемой падением потенциала в слое у поверхности термоэлемента.

\*\*\*). Если при измерении давления объем манометра соединен с рабочим объемом через отверстие, размеры которого малы по сравнению с длиной свободного пробега молекул, то давление в обоих объемах одинаково лишь при одинаковых температурах. При различающихся температурах, согласно кинетической теории разреженных газов, величина давления пропорциональна  $\sqrt{T_g}$ .

Если имеется «мертвый» объем (соединительные трубки, манометры, ловушки, заэлектродные пространства и т. д.), то возможно вытеснение газа в них из разрядной трубки при протекании тока. Тогда, если  $\sum(V_m/T_{gm})$  — сумма объемов «мертвого» пространства, деленных на соответствующие температуры, и  $V_{\text{раб}}$  — рабочий объем, то, исходя из того, что полное количество газа постоянно, получаем

$$\frac{T_{g1}}{T_{g2}} = \frac{p_1}{p_2} \left[ 1 + \frac{T_{g1}}{V_{\text{раб}}} \sum \frac{V_m}{T_{gm}} \right] - \frac{T_{g1}}{V_{\text{раб}}} \sum \frac{V_m}{T_{gm}}. \quad (64.12)$$

Экспериментальные исследования в гелиевой [VI.13] и в аргонно-ртутной дуге [1] подтвердили, что нагрев газа выше температуры стенок происходит почти полностью за счет упругих соударений электронов.

В стационарных условиях давление нейтрального газа в любом месте разряда постоянно. Тогда, согласно  $n_g = p/kT$ , плотность газа в двух точках разряда, отличающихся температурой газа, различна. Так как температура газа на оси тока максимальна, то плотность газа на оси минимальна. Уменьшение плотности газа на оси тока вследствие нагрева газа является, по-видимому, одной из причин контракции (сжатия) положительного столба при увеличении давления газа в нем.

## § 65. Перераспределение плотности однородного газа, связанное с направленным движением электронов и ионов в электрическом поле

### 1. Продольный градиент плотности.

1.1. Градиент плотности, вызванный передачей газу направленного движения электронов. В однородном ионизованном газе электроны и ионы, двигаясь под действием электрического поля  $E$ , приобретают количество движения, которое они передают молекулам нейтрального газа при упругих соударениях с ними. Если числа положительных и отрицательных частиц и их полные заряды равны, то количества движения, сообщаемые им полями в единицу времени, равны и противоположно направлены. Таким образом, до тех пор пока все заряды остаются в объеме, результирующая сила, действующая на газ, равна нулю. Наличие стенок резко меняет физическую картину явлений. Согласно теории положительного столба (§ 34) стенки, ограничивающие плазму, заряжаются отрицательно относительно плазмы, т. е. отталкивают все электроны, кроме самых быстрых, и притягивают положительные ионы. Таким образом, у стенок в слое газа, равном по толщине длине свободного пробега ионов, ионы передают свой импульс не атомам газа, а стенкам; а электроны — молекулам газа \*).

Количество движения, передаваемое атомам газа электронами, движущимися к аноду, превосходит количество движения, полученное атомами газа от ионов, движущихся к катоду, на величину количества движения, передаваемого ионами стенке. Это вызывает появление силы, действующей на газ в направлении анода. При низких давлениях газа, когда длина свободного пробега велика по сравнению с размерами трубки, газ будет двигаться к аноду, пока возрастание давления в анодной области не уравновесит силу, действующую на газ. При более высоких давлениях ( $\lambda < R$ )

\*) Доля импульса, отдаваемая стенкам при попадании на них электронов, рекомбинирующих там с ионами, пренебрежимо мала по сравнению с ионным импульсом, так как, хотя  $u_e \approx 10^2 u_p$ , но  $m_p > 2000 m_e$ , т. е.  $m_p u_p > m_e u_e$  ( $u_e$  и  $u_p$  — направленные скорости электронов и ионов соответственно).

вблизи стенок будет существовать ламинарный поток газа по направлению к аноду, около же оси трубки поток газа будет идти в обратном направлении.

1.2. **Градиент плотности, вызванный переносом материи ионами.** Перенос материи в виде положительных ионов по направлению к катоду после нейтрализации ионов вызывает повышение плотности газа у катода. Обычно этот эффект подавляется более сильным влиянием передачи электронного импульса нейтральным молекулам в направлении анода. Однако при определенных условиях это может привести к отрицательному градиенту плотности вдоль всего разрядного промежутка [65, 67] или на некоторых его участках [IX.124] \*).

1.3. **Теория продольного градиента давления.** Продольный градиент давления может быть определен из условия равенства нулю суммы потоков материи в стационарном состоянии [4]. Перемещения материи вдоль столба под действием разных сил рассматриваются как независимые друг от друга. При оценке количества переносимого газа следует учитывать сопротивление трубки течению газа, которое в зависимости от давления определяется либо формулой Кнудсена, либо формулой Пуазейля.

а) *Низкие давления газа* ( $\lambda \gg R$ ). Теория продольного градиента давления при низких давлениях газа, когда практически все положительные ионы проходят путь от места своего образования до стенок без соударений с молекулами газа, развита Клярфельдом и Полетаевым [5] для однородного по сечению положительного столба.

Количество вещества  $Q_1$ , переносимое к катоду в виде положительных ионов, равно

$$Q_1 = - \frac{i_{px}}{e_p} m_p. \quad (65.1)$$

Здесь  $i_{px}$  — ток положительных ионов к катоду,  $e_p$  — заряд иона,  $m_p$  — его масса ( $x$  растет к аноду).

Величину  $i_{px}$  можно определить из соотношения

$$i_{px} = e_p N_{e1} u_{px} = e_p N_{e1} \frac{e_p E}{2m_p} \bar{\tau}, \quad (65.2)$$

где  $N_{e1}$  — число пар ионов и электронов, находящихся на 1 см длины столба,  $E$  — продольный градиент потенциала,  $\bar{\tau}$  — средняя продолжительность движения положительных ионов от места их образования до стенок. Подставив вместо  $\bar{\tau}$  равную ему обратную величину  $z_i$  (число пар ионов, образованных в плазме каждым электроном в секунду) и заменив  $z_i$  через выражение (34.31), даваемое теорией цилиндрической плазмы низкого давления Ленгмюра и Тонкса:

$$\bar{\tau} = \frac{1}{z_i} = \frac{R}{s_0} \left( \frac{m_p}{2kT_e} \right)^{1/2} \quad (65.3)$$

(где  $T_e$  — электронная температура,  $R$  — радиус столба,  $k$  — постоянная Больцмана,  $s_0$  — безразмерная постоянная, равная 0,7722), получаем

$$Q_1 = - \frac{R}{s_0} \left( \frac{m_p}{8kT_e} \right)^{1/2} e_p N_{e1} E. \quad (65.4)$$

\*) В работе [IX.124] авторы отмечают разрежение газа у анода в результате ухода ионов из анодного пространства. Изменение концентрации, определенное по уравнению кинетической теории:  $\Delta n_g = \sqrt{\frac{2\pi m_g}{kT_g}} \frac{j_p}{e_0}$ , где  $j_p$  — ионный ток через сечение, отстоящее на небольшом расстоянии от анода, в условиях опыта ( $2R = 32$  мм, давление ртутных паров  $p = 0,001$  мм рт. ст.,  $j_e = 2,5$  а/см<sup>2</sup>) составляло около 30%.

Количество газа  $Q_2$ , переносимое к аноду под действием электронных импульсов, можно определить из силы, действующей на газовые молекулы, и сопротивления трубки течению газа, которое при низком давлении определяется формулой Кнудсена. Суммарная величина электронных импульсов  $M_1$  на 1 см длины столба будет равна

$$M_1 = e_0 E N_{e1} \beta. \quad (65.5)$$

Здесь  $\beta$  представляет фактор, показывающий, какая часть электронных импульсов передается газу \*). Таким образом,

$$Q_2 = \frac{4}{3} (2\pi\rho_1)^{1/2} R^3 \frac{e_0 E N_{e1} \beta}{\pi R^2}, \quad (65.6)$$

где  $\rho_1 = m_g/kT_g$  — плотность газа при давлении в 1 дин/см<sup>2</sup>.

Количество газа  $Q_3$ , переносимое вследствие существования градиента давления, равно

$$Q_3 = -\frac{4}{3} (2\pi\rho_1)^{1/2} R^3 \frac{dp}{dx}. \quad (65.7)$$

Приравнивая  $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$  и принимая  $e_p = e_0$ , получаем

$$\frac{dp}{dx} = \frac{e_0 N_{e1} E}{\pi R^2} \left( \beta - \frac{3\sqrt{\pi}}{16s_0} \sqrt{\frac{T_g}{T_e}} \right). \quad (65.8)$$

Здесь  $T_g$  — температура газа, при низких давлениях практически равная температуре стенок. Величина  $\beta$  может быть определена из соотношения

$$\beta = N_g q_g / (N_g q_g + N_g q_p), \quad (65.9)$$

где  $N_g$  — число молекул на 1 см длины столба,  $q_g$  — действующее сечение молекулы для передачи электронного импульса,  $q_p$  — действующее сечение положительного иона. Значение  $N_g q_g + N_g q_p$  можно получить из работы Киллиана [VI.44] из формулы, выведенной Гвоздовером [6]. Таким образом, для  $\beta$  получаем

$$\beta = 1 - \frac{11}{0,75} \left( \frac{m_e}{2\pi} \right)^{1/2} \frac{e_0^2 i}{(kT_e)^{3/2} R^2 E} \ln \left[ \frac{9}{4} \frac{(kT_e)^2}{e_0^4 n_e^{1/2}} \right]. \quad (65.10)$$

б) *Диффузионный режим давления* ( $\lambda \ll R$ ). Теория продольного градиента давления для случая, когда длина свободного пробега электронов и ионов много меньше радиуса трубки, развита Дрюйвестейном [7] на основе представлений, выдвинутых Ленгмюром [4]. В этом случае у стенки в слое, толщина которого равна длине свободного пробега ионов, ионы отдают большую часть своего момента стенкам, и это, как было показано выше, приводит к появлению силы, действующей на газ в сторону анода. Величина этой силы на единицу поверхности и единицу длины столба  $F(r) = n_e e_0 E$ .

Если принять распределение зарядов по радиусу согласно теории Шоттки и учесть (введением в уравнение дополнительного члена) то обстоятельство, что сила действует на газ лишь вблизи стенки, то получим

$$F(r) = n_e(r) e_0 E \exp \left( -\frac{R-r}{\lambda_p} \right), \quad (65.11)$$

\*) Чтобы учесть диффузность отражения электронов от слоя пространственного заряда у стенок, можно использовать предложенный Ленгмюром [4] коэффициент  $\varepsilon$ , выражающий часть импульса электронов, теряемую ими в объеме. Тогда в решение (65.8) вместо  $\beta$  войдет произведение  $\beta\varepsilon$ . В излагаемом расчете  $\varepsilon$  полагалось равным единице, т. е. считалось, что электроны отражаются от слоя зеркально.

где  $n_e(r) = n_e(0) J_0(2,4r/R)$  — распределение зарядов по радиусу трубки,  $R$  — радиус трубки,  $n_e(0)$  — концентрация электронов на оси трубки,  $E$  — напряженность поля,  $\lambda_p$  — длина свободного пробега ионов. Под действием этой силы газ потечет к аноду со скоростью  $u(r)$ , определяемой из соотношения

$$\frac{d}{dr} \left\{ 2\pi r \eta \frac{d}{dr} u(r) \right\} = 2\pi r F(r), \quad (65.12)$$

где  $\eta$  — коэффициент вязкости. Тогда объем газа  $V_1$ , протекающего в 1 сек через трубку в направлении анода, равен

$$V_1 = 2\pi \int_0^R r u(r) dr = \frac{2\pi}{\eta} \int_0^R r dr \int_r^R \frac{dr}{r} \int_r^R r F(r) dr. \quad (65.13)$$

Если у стенки аппроксимировать функцию Бесселя функцией  $1,5(1 - r/R)$ , то после подстановки (65.11) в (65.13) и интегрирования получаем

$$V_1 \approx \frac{2,5\pi n_e(0) e_0 E \lambda_p^3}{\eta} \left( R - \frac{9}{2} \lambda_p \right). \quad (65.14)$$

Поток газа вдоль стенки уравнивается обратным потоком газа в центральной части трубки. Согласно закону Пуазейля объем газа  $V_2$ , протекающего в 1 сек через трубку радиуса  $R$  длиной  $l$ , равен

$$V_2 = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\eta l}. \quad (65.15)$$

В стационарном состоянии  $V_1 = V_2$ . Отсюда

$$\frac{\Delta p}{l} = \frac{20e_0 n_e(0) E \lambda_p^3}{R^3} \left( 1 - \frac{9}{2} \frac{\lambda_p}{R} \right). \quad (65.16)$$

Дрюйвестейн рассмотрел еще два фактора, влияющих на величину градиента давления.

1) Перенос газа по направлению к катоду может осуществляться в виде положительных ионов. Поток ионов равен

$$\frac{i_p}{e_0} = n_e(0) b_p E 2\pi \int_0^R r J_0\left(\frac{2,4r}{R}\right) dr = 1,36 R^2 n_e(0) b_p E, \quad (65.17)$$

где  $i_p$  — ионный ток,  $b_p$  — подвижность ионов. Этот поток ионов эквивалентен объему газа, проходящего в 1 сек,

$$V_3 = -\frac{i_p}{e_0} \frac{1}{n_g} = \frac{1,36 R^2 n_e(0) b_p E}{n_g}. \quad (65.18)$$

2) Суммарный электронный импульс может уменьшаться за счет разности концентраций электронов и ионов (в столбе  $n_p$  несколько больше  $n_e$ , что приводит к появлению радиального электрического поля  $E_r$ ). Учет этого эффекта приводит к уменьшению силы  $F(r)$  в уравнении (65.11) на величину  $(n_p - n_e) e_0 E$ . Принимая во внимание, что

$$4\pi e_0 r (n_p - n_e) = \frac{d}{dr} (r E_r) = -\frac{d}{dr} \left( \frac{2U_e r}{3n} \frac{dn}{dr} \right), \quad (65.19)$$

Дрюйвестейн показал, что уменьшение объема газа, проходящего в 1 сек в направлении к аноду, составляет

$$V_4 = -\frac{EU_e R^2 C}{6\eta}, \quad (65.20)$$

где  $U_e = \frac{3}{2}kT_e/e_0$ ,  $T_e$  — электронная температура,  $C$  — численная константа, приближенно равная  $\ln(R/2\lambda_p)$ .

Таким образом,

$$V_1 - V_3 - V_4 = V_2.$$

Отсюда получаем окончательный вид зависимости продольного градиента давления от параметров разряда

$$\frac{\Delta p}{l} = \frac{20n_e(0) e_0 E \lambda_p^3}{R^3} \left(1 - \frac{9}{2} \frac{\lambda_p}{R}\right) - \frac{10,88n_e(0) b_p E \eta}{\pi n_g R^2} - \frac{2kT_e C E}{e_0 \pi R^2}. \quad (65.21)$$

Используя зависимость концентрации электронов от тока, найденную в [VI.44]:

$$i = 5,24 \cdot 10^{-12} \frac{\lambda_e n_e(0) R^2 E}{\sqrt{U_e}}, \quad (65.22)$$

Дрюйвейстейн приводит окончательную формулу в виде

$$\frac{\Delta p}{l} = 4,6 \cdot 10^{-3} \frac{i \lambda_p^3 \sqrt{U_e}}{\lambda_e R^3} \left(1 - \frac{9\lambda_p}{2R}\right) - 5 \cdot 10^8 \frac{i \sqrt{U_e} b_p \eta}{n_g \lambda_e R^4} - 4 \cdot 10^{-3} \frac{E U_e C}{R^2}, \quad (65.23)$$

где  $p$  — в мм рт. ст.,  $E$  — в в/см,  $U_e$  — в вольтах,  $i$  — в амперах.

**2. Поперечный градиент плотности.** Радиальное электрическое поле, существующее в положительном столбе газового разряда, вызывает движение ионов к стенкам, или, иными словами, перенос газа в виде ионов к стенкам. Это приводит к возникновению поперечного градиента плотности, величина которого зависит от параметров разряда, причем, как показано в работах Клярфельда, Тонкса, Штеенбека [8—10], вид зависимости меняется в разных диапазонах давлений.

**2.1. Низкие давления газа ( $\lambda \gg R$ ).** Если длина свободного пробега ионов больше радиуса столба, то ионы доходят до стенки без соударений. Образовавшиеся в результате рекомбинации ионов атомы возвращаются в объем положительного столба. В стационарном состоянии потоки газа к стенкам и от них равны. Если предположить (как это, по-видимому, имеет место при низких давлениях), что разность плотностей газа между осевой областью и у стенки не превышает, например, 10%, то можно считать температуру электронов  $T_e$  и число пар зарядов, генерируемых одним электроном в плазме в 1 сек,  $z_i$  постоянными по сечению. Тогда число ионов, выходящих в 1 сек из цилиндрического слоя высотой, равной единице длины, радиуса  $r$  и толщины  $dr$  равно

$$2\pi r dr z_i n_e. \quad (65.24)$$

Число атомов, поступающих после рекомбинации ионов в обратном направлении от стенки в объем столба, можно определить, предполагая полусферическое максвелловское распределение с температурой  $T_w$  ( $T_w$  — температура стенки). В стационарном режиме

$$2\pi r dr z_i n_e = \frac{d}{dr} 2 \left( 2\pi r n_{gr} \sqrt{\frac{kT_w}{2\pi m_g}} \right) dr, \quad (65.25)$$

где  $n_{gr}$  — концентрация атомов, возвращающихся в объем после рекомбинации ионов на стенках,  $m_g$  — масса атома, коэффициент 2 перед скобкой учитывает полусферическое распределение. После преобразований получаем

$$\frac{dn_{gr}}{dr} + \frac{n_{gr}}{r} - n_e z_i \sqrt{\frac{\pi m_g}{2kT_w}} = 0. \quad (65.26)$$

Так как концентрация электронов является функцией от  $r$ , то уравнение (65.26) является линейным дифференциальным уравнением.

Формулы для приближенной оценки градиента концентрации можно получить, считая концентрацию электронов постоянной по сечению и равной концентрации электронов на оси \*). В этом случае разность концентрации нейтральных атомов у стенки и на оси трубки составляет

$$n_g(R) - n_g(0) = \sqrt{\frac{\pi m_g}{8kT_w}} n_e(0) z_i R. \quad (65.27)$$

Подставляя  $z_i$  из (34.31) и деля обе части равенства на  $n_g(0)$ , получаем зависимость относительного уменьшения плотности газа на оси от степени ионизации газа в виде

$$\frac{n_g(R) - n_g(0)}{n_g(0)} = \frac{s_0 \sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\frac{T_e}{T_w}} \frac{n_e(0)}{n_g(0)}. \quad (65.28)$$

Если учесть, что распределение электронов по сечению неравномерно и что атомы возвращаются в объем от стенок со скоростями, несколько большими скоростей, соответствующих температуре стенок (коэффициент accommodation положительных ионов в большинстве случаев меньше единицы), то при заданной степени ионизации относительное уменьшение плотности будет несколько меньше, чем оцененное по формуле (65.28).

2.2. Д и ф ф у з и о н н ы й р е ж и м д а в л е н и я ( $\lambda \ll R$ ). Если длина свободного пробега иона меньше радиуса трубки, то при движении к стенкам в радиальном электрическом поле ион испытывает соударения с нейтральными атомами, при которых он передает последним количество движения, запасенное в электрическом поле. Передача ионами своего количества движения нейтральным атомам вызывает появление давления  $dp_g$ , которое в установившемся режиме уравнивается, во-первых, электрической силой, действующей на ионы  $kT_e dn_e$ , и, во-вторых, парциальным давлением ионов  $dp_p$ , распределение концентрации которых по радиусу таково, что концентрация на оси превосходит концентрацию у стенок.

Согласно законам газодинамики  $p = nkT$ ; тогда

$$dn_g kT_g - dn_e kT_e - dn_p kT_p = 0. \quad (65.29)$$

Отсюда получаем относительное уменьшение плотности газа на оси в зависимости от степени ионизации при диффузионном режиме давления:

$$\frac{n_g(R) - n_g(0)}{n_g(0)} = \frac{T_p + T_e}{T_g} \frac{n_e(0)}{n_g(0)} \approx \frac{T_e}{T_g} \frac{n_e(0)}{n_g(0)}. \quad (65.30)$$

Оценочные расчеты, проведенные для ртутного разряда при давлениях, соответствующих диффузионному режиму, по формуле (65.30) и при низких давлениях по формуле (65.28) показывают, что одно и то же разрежение достигается при токах приблизительно одного порядка \*\*).

Распределение давления нейтрального газа по сечению разряда в предположении о постоянстве температуры газа по сечению в рамках теории Шоттки найдено Штеенбеком [10]. Штеенбек показал, что в плазме низкого давления парциальные давления электронов, положительных ионов и нейтрального газа распределяются так, что в любой точке сумма их постоянна:

$$p_g + kT_e n_e + kT_p n_p = \text{const}, \quad (65.31)$$

\*) При низких давлениях газа в разряде и умеренных токах концентрация электронов на оси превышает концентрацию у стенок не более чем в 1,5–2 раза [VI.60], [11].

\*\*) При давлении ртутных паров 0,001 мм рт. ст. в трубке диаметром 32 мм, согласно уравнению (65.28), разрежение 10% получается при токе разряда 12 а [8].

где  $n_e$  и  $n_p$  — концентрации электронов и ионов,  $T_e$  и  $T_p$  — их температуры,  $p_g$  — давление нейтрального газа. Если  $n_e = n_p$  и  $T_e \gg T_p$ , то парциальным давлением ионов можно пренебречь, т. е.

$$p_g + kT_e n_e = \text{const.} \quad (65.32)$$

Приняв, согласно теории Шоттки, концентрацию электронов на стенках равной нулю, находим константу в уравнении (65.32). Она равна  $p_g(R)$  — давлению нейтрального газа у стенки, т. е.

$$p_g + kT_e n_e = p_g(R). \quad (65.33)$$

Примем все предположения, положенные в основу теории Шоттки (см. § 34), но условие постоянства давления нейтрального газа по сечению заменим условием (65.33). Чтобы избежать математических трудностей, рассмотрим плоскую задачу: плазма ограничена плоскими параллельными пластинами, расположенными на расстоянии  $2l$  (\*). В этом случае уравнение диффузии

$$N_e = -D_{\text{ам}1} \frac{dn_e}{dx} = -D_{\text{ам}1} \frac{1}{p_g} \frac{dp_g}{dx}, \quad (65.34)$$

где  $N_e$  — число электронов (или ионов), проходящих через  $1 \text{ см}^2$  в направлении к стенкам в течение  $1 \text{ сек}$ ,  $D_{\text{ам}1}$  — коэффициент амбиполярной диффузии при единичном давлении, зависящий от рода газа и электронной температуры.

На отрезке  $dx$  происходит увеличение  $N_e$  на величину  $dN_e$  за счет ионизации. Если каждый электрон, находящийся в объеме, равном  $dV = 1 \text{ см}^2 \cdot dx$  ионизует в единицу времени  $z_i$  раз, то  $dN_e = z_i n_e dx$ , или, заменив  $z_i = z_{i1} p_g$  (где  $z_{i1}$  есть функция только электронной температуры), получаем

$$\frac{dN_e}{dx} = z_{i1} n_e p_g. \quad (65.35)$$

Подставив в уравнение (65.35) значения  $N_e$  и  $n_e$  из уравнений (65.33) и (65.34), получаем

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{1}{p_g} \frac{dp_g}{dx} \right] = \frac{z_{i1}}{D_{\text{ам}1}} (p_g(l) - p_g) p_g. \quad (65.36)$$

Переход к относительным парциальным давлениям

$$\gamma = p_g/p_g(l), \quad (65.37)$$

$$\varepsilon = kT_e n_e/p_g(l) \quad (65.38)$$

и замена переменных

$$\xi = x/d \quad \left( d = \sqrt{\frac{D_{\text{ам}1}}{z_{i1}}} \frac{1}{p_g(l)} \right) \quad (65.39)$$

приводит уравнение (65.36) к виду

$$\gamma + \varepsilon = 1, \quad (65.40)$$

а уравнение (65.36) к виду

$$\frac{d}{d\xi} \left[ \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\xi} \right] = (1 - \gamma) \gamma. \quad (65.41)$$

При решении уравнения (65.41) одна постоянная интегрирования определяется из условия симметрии:  $d\gamma/d\xi = 0$  при  $\xi = 0$ , а вторая — заданием

\* В работе [27] показано, что этот случай равнозначен цилиндрическому столбу с радиусом  $R$ , когда  $l/R = \pi/(2 \cdot 2,409)$ , т. е.  $R \approx 1,5l$ .

на оси  $\varepsilon$  (0), которая определяется током разряда. При этом  $\gamma(0) + \varepsilon(0) = 1$ . Окончательное решение \*) уравнения (65.41) получаем в виде

$$\gamma = \frac{\gamma(0)(2 - \gamma(0))}{1 + (1 - \gamma(0)) \cos \{\Delta [\pi - \arccos(1 - \gamma(0))]\}}, \quad (65.42)$$

где  $\Delta = x/l = (x/d)/(l/d) = \xi/\xi(l)$ .

На рис. 11.3 показаны распределения относительных парциальных давлений нейтрального газа при трех значениях  $\gamma(0)$  (0,8; 0,5; 0,1) и электронов при трех значениях  $\varepsilon(0)$  (0,2; 0,5; 0,9), полученные по формулам (65.42) и (65.40)\*\*).

При сравнительно небольших токах ( $\varepsilon(0) = 0,2$ ; кривая 1') распределение давления газа мало отличается от равномерного (кривая 1). С ростом тока ( $\varepsilon(0) = 0,5$  и  $\varepsilon(0) = 0,9$ ; кривые 2' и 3') понижение давления газа на оси разряда сильно увеличивается (кривые 2 и 3).

Для плазмы, содержащей как положительные, так и отрицательные ионы, в работе [12] было проведено аналогичное рассмотрение. Получено распределение всех видов частиц в плоском случае в предположении о приблизительном равенстве температур положительных, отрицательных ионов и нейтральных молекул и о постоянстве этих температур и температуры электронов по сечению. При  $T_e/T_g \geq 30$  результаты работ [10] и [12] совпадают.

Перераспределение плотности нейтрального газа влечет за собой изменение распределения плотности новой ионизации, т. е. числа актов ионизации, происходящих в единице объема в 1 сек. При постоянной по сечению  $T_e$  плотность новой ионизации прямо пропорциональна числу соударений между электронами и нейтральными атомами или, иначе, произведению плотности электронов (электронного давления) и давления нейтрального газа.

Распределение плотности новой ионизации при различных соотношениях давления электронного и нейтрального газов показано на рис. 11.4. Кривая 1, соответствующая малым токам и, следовательно, малому отклонению распределения давления нейтрального газа от равномерного, приблизительно соответствует ходу концентрации электронов (случай, рассматриваемый теорией Шоттки). С ростом тока кривая плотности новой ионизации сначала становится плоской, а затем при самых больших токах, когда электронное давление столба составляет больше половины всего давления, интенсивность образования ионов на оси становится даже ниже, чем вблизи стенок.

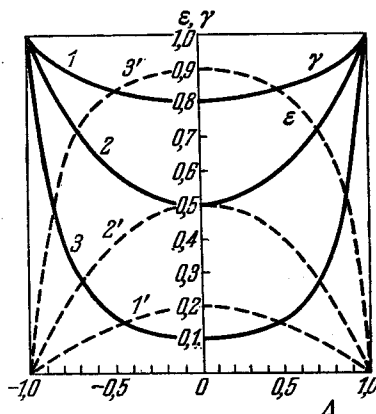


Рис. 11.3. Распределение относительного парциального давления электронов  $\varepsilon$  (штриховые линии) и нейтрального газа  $\gamma$  (сплошные линии) [10].

1 и 1' —  $\varepsilon(0) = 0,2$ ,  $\gamma(0) = 0,8$ ;  
2 и 2' —  $\varepsilon(0) = 0,5$ ,  $\gamma(0) = 0,5$ ;  
3 и 3' —  $\varepsilon(0) = 0,9$ ,  $\gamma(0) = 0,1$ .

\*) Промежуточные вычисления см. в примечании 15, стр. 522.

\*\*) При больших токах, необходимых для возникновения большого парциального давления электронов, допущение об ионизации нейтрального атома прямым ударом электрона, принятое в расчете, не выполняется. Электронное давление оказывается ниже расчетного, так как ступенчатые процессы снижают  $T_e$ . Другое предположение — постоянство температуры газа по сечению — в реальных условиях также не выполняется (см. § 64). Вследствие этого фактическая плотность газа в центре оказывается еще более низкой, чем соответствующая взятому в расчетах давлению. Ошибки в расчетах от обоих допущений отчасти компенсируют друг друга и мало влияют на качественный ход зависимостей.

Ионы, образованные вблизи стенок, имеют меньшее время жизни. Как сокращение времени жизни, так и понижение давления нейтрального газа в центре разряда ведет к росту электронной температуры, что в свою очередь вызывает дополнительное вытеснение газа на периферию. Однако этот процесс не безграничен. Теоретическое рассмотрение (см. примечание 15, стр. 522) приводит к выводу о существовании для каждого газа максимально возможной стационарной концентрации электронов на оси разряда и соответствующей ей электронной температуры, зависящих от начального давления газа и размеров разрядного промежутка.

### 3. Экспериментальные данные о перераспределении плотности газа.

3.1. Методы измерения давления газа и его плотности. Изменение давления газа при протекании тока регистрировалось компрессионным манометром Мак-Леода [10, 13—15], термпарным манометром [16, 17], ионизационным манометром [18]. Исследование направленных потоков газа или пара проводилось ионизационным манометром, имеющим экран с отрезком, способный вращаться вокруг оси манометра [18].

В работе [19] использовались электроны вспомогательного разряда на специальный электрод, которые, проходя через положительно заряженную диафрагму, образуют пучок, производящий ионизацию. В этом случае прибор действует как разновидность ионизационного манометра. При соединении коллектора с вспомогательным электродом для определения давления используют зависимость электронного тока на коллектор от плотности газа, имеющую падающий характер из-за рассеяния пучка электронов нейтральными атомами газа.

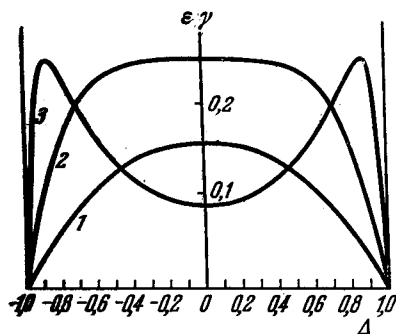


Рис. 11.4. Распределение плотности новой ионизации при трех соотношениях давления электронного и нейтрального газа [10].

1 —  $\varepsilon(0) = 0,2$ ,  $\gamma(0) = 0,8$ ; 2 —  $\varepsilon(0) = 0,5$ ,  $\gamma(0) = 0,5$ ; 3 —  $\varepsilon(0) = 0,9$ ,  $\gamma(0) = 0,1$ .

В основу действия ионного денситометра, двухсеточного прибора, предложенного Сена [20, 21], положено явление перезарядки ионов и атомов. Ускоренные некоторой разностью потенциалов ионы из разряда попадают в пространство между ускоряющей сеткой и коллектором и, встречаясь с заполняющими пространство нейтральными атомами, перезаряжаются. Образовавшиеся в результате перезарядки медленные ионы при отрицательном относительно сетки потенциале коллектора идут на него наряду с быстрыми не перезарядившимися ионами. При изменении знака потенциала на коллекторе медленные ионы начинают возвращаться на сетку и на коллектор будут поступать лишь быстрые ионы, что вызывает скачкообразное изменение тока на коллекторе.

Величина скачка тока прямо связана с плотностью газа через соотношение между током  $i_0$  (сумма токов медленных и быстрых ионов при отрицательном потенциале коллектора) и током  $i$  (ток только быстрых ионов при положительном потенциале коллектора):

$$i = i_0 \exp(-s_u p_0 l), \quad (65.43)$$

где  $s_u$  — эффективное сечение перезарядки,  $l$  — расстояние между сеткой и коллектором и  $p_0$  — приведенное к  $0^\circ\text{C}$  давление газа, пропорциональное его плотности. Практически прибор градуируется по известной плотности газа.

Ионизационным манометром и ионным денситометром с дополнительной экранировкой, исключающей искажение показаний прибора за счет попадания ионов из разряда в измерительное пространство, проводились измерения

давления непосредственно в разряде. Недостатками этих приборов являются: а) сравнительно большие размеры (диаметр прибора  $\sim 10$  мм, длина  $\sim 30 + 40$  мм), что может вызвать заметные искажения разрядных условий и плотности газа в изучаемом пространстве; б) инерционность показаний прибора ( $\sim 1$  мсек), вызванная экранировкой, которая исключает измерения быстро изменяющегося давления в разряде.

Методом, позволяющим производить измерения плотности газа без введения в разрядное пространство каких-либо устройств, является оптический метод, основанный на явлении аномальной дисперсии и применении метода крюков Рождественского [22, 23]. Сущность метода заключается в том, что в интерферометре Рождественского на пути одного светового пучка помещается исследуемый разрядный промежуток в стеклянной трубке, а на пути другого — плоскопараллельная пластина. Тогда на полученной спектрограмме вблизи линии поглощения видны крюки. Расстояния между вершинами крюков связаны с концентрацией нейтральных атомов в газовом объеме определенным соотношением. Поэтому, измеряя расстояния между вершинами крюков, можно судить о плотности газа в разряде в исследуемой трубке. Недостатками метода, в значительной степени ограничивающими его применения, являются: а) невозможность производить измерения распределения плотности газа, так как метод позволяет измерять плотности газа либо в однородных по длине и по сечению средах, либо мерить сильно усредненные в пространстве величины; б) необходимость производить измерения только в разрядной лампе специальной конструкции, которая может быть помещена в интерферометр.

Для измерения давления ртутных паров успешно применялся метод «точки росы», т. е. определение температуры конденсации пара [5, 16]. Метод состоит в том, что температуру небольшой пластины, помещенной в разрядное пространство, или отростка, соединенного с изучаемым объемом, можно менять и контролировать. При постепенном охлаждении до температуры равной конденсации насыщенного пара на поверхности пластины или отростка образуется конденсат ртути. Метод очень прост, но пригоден лишь для измерений в ртутных парах в установившемся режиме.

Удобным методом измерений плотности пара или газа является метод колебаний на малом аноде, — предложенный Рубчинским [24]. В основе метода лежит зависимость между плотностью пара или газа и амплитудой релаксационных колебаний напряжения, возникающих в разряде низкого давления на аноде малого размера (зонде) при достаточно большой плотности тока на нем (более  $0,1 \div 0,2$  а/см<sup>2</sup>). Этот метод позволяет производить измерения в широком диапазоне давлений ( $10^{-4} \div 1$  мм рт. ст.), но может применяться лишь при измерениях вдали от разряда, так как интенсивная посторонняя плазма срывает колебания на малом аноде.

Зондовый метод, предложенный Клярфельдом и разработанный Тимофеевым [25], позволяет измерять локальные плотности газа в отсутствие тока и в интенсивном разряде при плотностях тока до  $50 \div 60$  а/см<sup>2</sup>. Метод основан на явлении пробоя слоя отрицательного объемного заряда при больших положительных потенциалах на зонде [IX.142] (переход от режима зонда к режиму анода; см. § 58). Пробой обусловлен ионизацией газа внутри слоя электронами, ускоряемыми полем зонда в направлении от внешней границы слоя к поверхности зонда. Напряжение пробоя уменьшается с увеличением плотности газа благодаря росту числа ионизаций в слое. Увеличение же плотности тока в разряде приводит к уменьшению толщины слоя объемного заряда и в итоге к возрастанию напряжения пробоя. Зависимость напряжения пробоя от плотности газа при одновременном учете зависимости напряжения пробоя от плотности тока и формы зонда, полученная в серии градуировочных опытов, используется затем для измерений плотностей газа в широком диа-

пазоне условий (в работе [25]  $j = 0 \div 60 \text{ а/см}^2$ , давление паров ртути  $p = 5 \cdot 10^{-4} \div 3 \cdot 10^{-2} \text{ мм рт. ст.}$ ) как в установившемся, так и в динамическом режимах. Недостатком метода является сложность градуировки.

3.2. Определение продольного градиента давления. а) При низком давлении в ртутных парах ( $p = 4 \cdot 10^{-4} \div 2 \cdot 10^{-2} \text{ мм рт. ст.}$ ) и токах  $10^{-1} \div 10 \text{ а}$  [5, 26]  $dp/dx$  растет от анода к катоду в качественном соответствии с (65.8). При низких давлениях  $p = 4 \cdot 10^{-4}$  и  $10^{-3} \text{ мм рт. ст.}$  экспериментальное значение  $dp/dx$  удовлетворительно совпадает с рассчитанным при малых силах тока и начинает отличаться от него при больших токах (рис. 11.5). Причинами расхождения расчетных и экспериментальных данных при большой силе тока могут быть диффузность отражения электронов от слоя у стенок [6] и неоднородность разряда по сечению — явления, усиливающиеся с ростом тока.

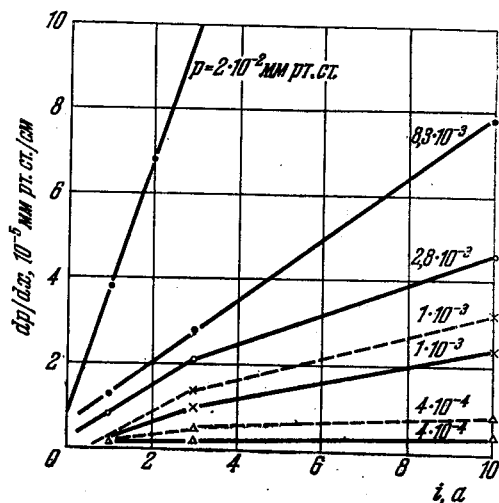


Рис. 11.5. Продольный градиент давления в положительном столбе ртутной дуги [5].

$2R = 3,2 \text{ см}$ , сплошные линии — экспериментальные данные, штриховые — расчет по формуле (65.8).

б) При  $p > 0,1 \text{ мм рт. ст.}$  и плотности тока порядка  $1 \text{ а/см}^2$  рост давления от катода к аноду наблюдался в  $\text{H}_2$ ,  $\text{Ne}$ ,  $\text{Ne}$ ,  $\text{N}_2$ ,  $\text{Ar}$  [13—15]. Измеренные в [15] значения перепада давления между анодом и катодом в  $\text{Ar}$ ,  $\text{Ne}$  и  $\text{He}$  хорошо описываются предложенной в этой работе эмпирической формулой

$$\Delta p = 2,4 \cdot 10^{-6} \frac{i E \sqrt{M}}{p R^4} l, \quad (65.44)$$

где  $j$  — плотность тока в  $\text{а/см}^2$ ,  $E$  — поле в  $\text{в/см}$ ,  $\Delta p$  и  $p$  — перепад давления и давление в  $\text{мм рт. ст.}$ ,  $R$  и  $l$  — радиус и длина трубки в  $\text{см}$ ,  $M$  — молекулярный вес газа.

Зависимость градиента давления от давления и радиуса трубки, полученная в теории Дрюйвестейна (первый член формулы (65.23)) и выведенная экспериментально формула (65.44) отличаются ( $1/p^2 R^5$  ср. с  $1/p R^4$ ). Однако в узком диапазоне условий, при которых велись исследования, подстановка разумных значений параметров в (65.23) дает результаты, хорошо согласующиеся с экспериментом (при  $p = 0,5 \div 0,9 \text{ мм рт. ст.}$  и  $j = 0,5 \div 1,5 \text{ а/см}^2$  измеренный перепад давления составлял  $\Delta p = 1 \cdot 10^{-2} \div 9 \cdot 10^{-2} \text{ мм рт. ст.}$ ).

Исследования [68], проведенные в гелии и аргоне в диапазоне давлений  $5 \cdot 10^{-2} \div 5 \text{ мм рт. ст.}$  при токе до  $0,2 \text{ а}$  (диаметр трубки  $0,8 \text{ см}$ , длина  $40$  и  $80 \text{ см}$ ), обнаружили немонотонную зависимость градиента давления от дав-

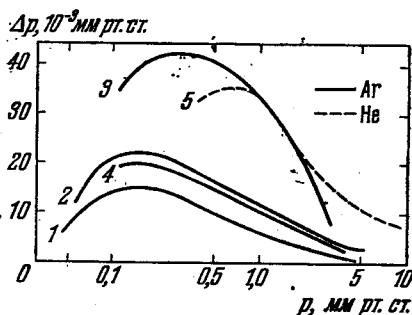


Рис. 11.6. Зависимость продольного перепада давления от давления.

$2R = 0,80 \text{ см}$ , кривые 1, 2, 3 — разряд в аргоне при токе  $60, 120$  и  $240 \text{ ма}$ ; длина трубки  $80 \text{ см}$ ; 4 и 5 получены при токе  $240 \text{ ма}$  в трубке длиной  $40 \text{ см}$ ; 4 — в аргоне, 5 — в гелии [68].

ления газа (рис. 11.6). Линейная зависимость  $\Delta p$  от тока, предсказанная теорией Дрюйвестейна, подтверждается в диапазоне от 2 до 0,3 мм рт. ст. При меньших давлениях рост  $\Delta p$  отстает от роста тока.

3.3. Измерение поперечного градиента давления. Хотя существование поперечного градиента давления не оспаривается исследователями, известны лишь две попытки измерить его непосредственно \*).

В работе [10] с помощью манометров Мак-Леода измерялось давление на оси тока  $p(0)$  и у стенки —  $p(R)$ . Полученная разность давлений  $\Delta p$  сравнивалась с парциальным давлением электронов на оси тока ( $n_e(0)$  и  $T_e$  определялись зондовым методом). Получено хорошее совпадение значений разности  $p(R) - p(0)$  с величиной  $n_e(0) kT_e$  (рис. 11.7), что рассматривается как доказательство существования электронного давления. В другой работе [71] проводилось фотографирование поперечного сечения разряда в трубке диаметром 37 мм при пропускании импульса тока 1100а (начальное давление в трубке  $8 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.). На снимках свечение разряда имело кольцеобразный характер, что, по мнению автора, свидетельствует о вытеснении газа на периферию электронным давлением. Результаты обеих работ вследствие недостатков примененных методов измерения и из-за отсутствия контроля температуры газа не могут быть признаны полностью убедительными.

$\Delta p, 10^{-3}$  мм рт. ст.

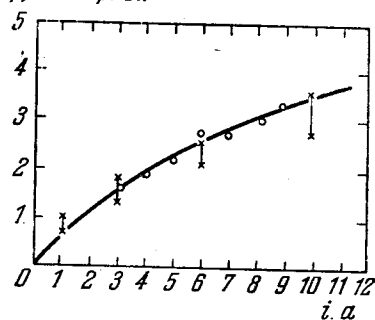


Рис. 11.7. Зависимость радиального перепада давления  $\Delta p$  нейтрального газа, измеренного манометрами (кружки), и парциального давления  $n_e(0) kT_e$  электронов, рассчитанного по зондовым измерениям (крестики), от анодного тока в дуге в аргоне.

$p(R) = 4,0 \cdot 10^{-2}$  мм рт. ст. [10].

## § 66. Перераспределение плотности газа при изменении сечения положительного столба

### 1. Двойной электрический слой перед сужением положительного столба.

а) Параметры однородного положительного столба неизменны вдоль его оси. Если же катодная часть положительного столба радиуса  $R_1$  переходит в анодную часть столба радиуса  $R_2$  ( $R_2 < R_1$ ), то параметры плазмы, зависящие от ее радиуса, будут различны в узкой и широкой частях столба. Ионная составляющая разрядного тока в узкой части оказывается меньше, чем в широкой. Действительно, вновь образованный ион за время своего существования  $\tau = 1/z_i$ , двигаясь с ускорением, равным  $e_0 E/m_p$ , перемещается в сторону катода на расстояние  $l = \frac{e_0 E}{m_p} \frac{\tau^2}{2}$  со средней скоростью  $u_p = l/\tau = e_0 E \tau / 2m_p$ . Общий ионный ток к катоду равен

$$i_{px} = e_0 N_e \bar{u}_p = \frac{e_0^2}{2m_p} \frac{EN_e}{z_i} \quad (66.1)$$

или

$$i_{px} = \frac{e_0^2}{2m_p} \frac{ER}{z_i} \frac{N_e}{i} \quad (66.2)$$

\*) Уменьшение плотности газа в трубке при протекании тока, зарегистрированное в ряде исследований (см., например, [26]), вызвано временным поглощением ионов стенками трубки.

где  $R$  — радиус столба,  $i_a$  — анодный ток. Так как  $N_e/i$  и  $ER$  являются возрастающей функцией  $R$ ,  $z_i R$  — убывающей [VI.33], а  $i$  и  $p$  в обеих частях трубки одинаковы, то из уравнения (66.2) следует, что ионный ток, текущий к катоду, является возрастающей функцией  $R$ . (Давление в начальной части узкой трубки может быть ниже, чем в примыкающей к ней широкой части вследствие местного разрежения газа, что ведет к еще большему различию  $i_{px}$  в широкой и узкой частях трубки.) Недостаточная величина ионного тока,

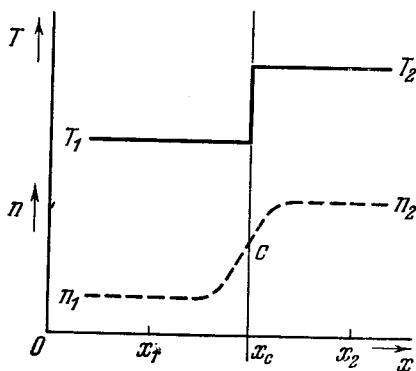
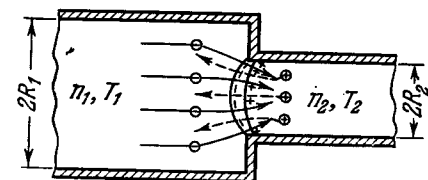


Рис. 11.8. Схематическое изображение положительного столба с переменным сечением, двойного электрического слоя перед сужением и распределения концентрации зарядов  $n$  и электронной температуры  $T_e$  вдоль оси столба [28].

текущего из узкой части столба, вызывает появление дефицита положительных ионов в широкой части и, следовательно, вблизи устья узкой части столба образуется область отрицательного объемного заряда. Согласно уравнению Пуассона в этой области резко возрастает поле, электроны приобретают дополнительную энергию, в результате чего ионизация в пограничной области в узкой части трубки сильно возрастает. С катодной стороны сужения образуется переходная область, состоящая из двойного слоя пространственного заряда с электронным пространственным зарядом со стороны катода и пространственным зарядом положительных ионов со стороны анода (рис. 11.8). Величина скачка потенциала на двойном электрическом слое автоматически устанавливается такой, которая обеспечивает создание необходимой концентрации положительных ионов в широкой части трубки. Поле двойного электрического слоя сужения играет роль линзы, обеспечивающей концентрацию тока от большего поперечного сечения к меньшему.

б) Теория Ленгмюра о биполярном течении зарядов в вакууме (см. § 4) дает связь между плотностью электронного тока в слое, толщиной слоя и падением напряжения на слое. Однако непосредственное применение этой теории к слою у сужения затруднено отсутствием надежных данных о толщине слоя \*).

Расчет скачка потенциала в сужении по параметрам невозмущенной плазмы, измеренным до сужения и после сужения может быть проведен, согласно Вассеррабу [28], при следующих предположениях. В устье сужения имеется двойной слой пространственного заряда, разделяющий две плазмы, различающиеся температурой и концентрацией электронов  $T_e$  и  $n_e$  (см. рис. 11.8).

Общее уравнение движения электронов запишем в виде

$$e_0 E - \frac{\text{grad } p_e}{n_e} = m_e \frac{du_e}{dt}, \quad (66.3)$$

\*) Кроме того, теория Ленгмюра построена в предположении об отсутствии ионизации в пределах слоя. Между тем сквозь двойной слой пространственного заряда у сужения протекает весь ток разряда. Ионизация в слое оказывается более сильной, чем в равномерной плазме. Отношение ионной составляющей разрядного тока к электронной, которое в слое без ионизации равно  $i_{px}/i_{ex} = (m_e/m_p)^{1/2}$ , оказывается в случае слоя у сужения больше этой величины, так как, кроме ионов и электронов, входящих в слой извне, в пределах слоя образуются новые электроны и ионы, которые в равных количествах проходят границы слоя и вносят свою долю в величины  $i_{px}$  и  $i_{ex}$ .

где  $p_e$  — парциальное давление электронов и  $u_e$  — направленная скорость электронов. Экспериментально установлено [29], что скачок потенциала в слое не зависит от тока вплоть до некоторого критического значения, после которого он резко возрастает, т. е. в диапазоне токов ниже критических можно считать  $U_c = \text{const}$  и искать его при токе, равном нулю. Тогда уравнение (66.3) запишется в виде

$$e_0 n_e E = \text{grad } p_e. \quad (66.4)$$

Так как  $p_e = k T_e n_e$ , то

$$E = \frac{k}{e_0} \frac{1}{n_e} \frac{d}{dx} (n_e T_e) = \frac{k}{e_0} \left[ \frac{dT_e}{dx} + \frac{T_e}{n_e} \frac{dn_e}{dx} \right]. \quad (66.5)$$

Интегрируя по слою, находим падение потенциала в слое

$$U_c = \int_{x_1}^{x_2} E dx = \frac{k}{e_0} \left\{ T_{e1} - T_{e2} + \int_{x_1}^{x_2} T_e \frac{dn_e}{n_e} \right\}. \quad (66.6)$$

Считаем, что электронная температура в слое изменяется скачком, а концентрация электронов благодаря диффузии изменяется плавно. Интегрируем по участкам и, предположив, что  $n_{e2}/n_{ec} = n_{ec}/n_{e1}$  или  $n_{ec} = \sqrt{n_{e1} n_{e2}}$ , имеем

$$\int_{x_1}^{x_2} T_e \frac{dn_e}{n_e} = \int_{x_1}^{x_c} T_e \frac{dn_e}{n_e} + \int_{x_c}^{x_2} T_e \frac{dn_e}{n_e} = \frac{T_{e1} + T_{e2}}{2} \ln \frac{n_{e2}}{n_{e1}}. \quad (66.7)$$

Отсюда получаем падение потенциала на двойном слое

$$U_c = \frac{k}{e_0} \left\{ (T_{e2} - T_{e1}) + \frac{T_{e1} + T_{e2}}{2} \ln \frac{n_{e2}}{n_{e1}} \right\}. \quad (66.8)$$

Формула, аналогичная (66.8), была получена Сена и Таубе [30] при нахождении скачка потенциала на границе между участками плазмы с различной концентрацией и электронной температурой. Рассмотрение велось с точки зрения классической теории контактных явлений в металлах. Разность потенциалов  $\Delta U$  при отсутствии направленного потока между областями находится как [31]

$$\Delta U = \frac{k}{e_0} \int_{n_{e1}}^{n_{e2}} \frac{1}{n_e} \frac{d(T_e n_e)}{dn_e} dn_e. \quad (66.9)$$

При монотонном изменении температуры формулу (66.9) можно представить в виде

$$\Delta U = \frac{k}{e_0} \left( T_{e2} - T_{e1} + \frac{T_{e1} + T_{e2}}{2} \ln \frac{n_{e2}}{n_{e1}} \right) \quad (66.10)$$

(ср. с (66.8)).

В работе [30] была проведена экспериментальная проверка теории в случае  $T_{e1} = T_{e2}$  и найдено хорошее совпадение измеренных (зондовые измерения) и вычисленных по формуле  $\Delta U = \frac{k}{e_0} T_e \ln \frac{n_{e2}}{n_{e1}}$  величин скачка потенциала.

Формулу (66.8) можно рассматривать как обобщение известного уравнения распределения Больцмана

$$U = \frac{k}{e_0} T \ln \frac{n_2}{n_1}. \quad (66.11)$$

Можно считать, что концентрация электронов  $n_e$  прямо пропорциональна плотности тока  $j$  и обратно пропорциональна площади поперечного сечения разряда, т. е.

$$\frac{n_{e2}}{n_{e1}} = \frac{j_2}{j_1} = \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2. \quad (66.12)$$

Тогда (66.8) запишем в форме

$$\frac{e_0}{k} U_c = (T_{e2} - T_{e1}) + (T_{e2} + T_{e1}) \ln \frac{R_1}{R_2}. \quad (66.13)$$

Подставляя электронную температуру как функцию  $pR$  (см. § 34 и рис. 6.5):

$$T_{e1} = f(pR_1) \quad \text{и} \quad T_{e2} = f(pR_2) = f\left(pR_1 \frac{R_2}{R_1}\right),$$

после соответствующих преобразований получаем зависимость  $U_c$  от  $pR_1$  при заданном  $R_1/R_2$  (рис. 11.9).

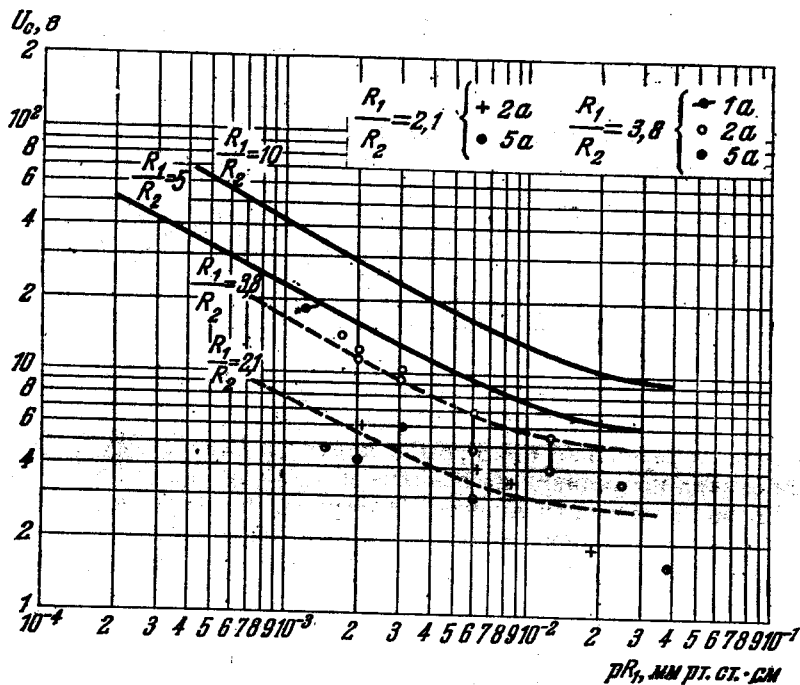


Рис. 11.9. Падение напряжения на двойном слое у сужения в зависимости от  $pR_1$  при различных отношениях радиусов  $R_1/R_2$ .

Сплошные линии — расчет [28], штриховые — по экспериментальным точкам [32].

в) Исследования в трубках с сужением, проведенные в ртутной дуге зондовым методом, показали следующее [VI.33], [32].

1) Непосредственно у устья сужения кривая потенциала испытывает резкий изгиб вверх (рис. 11.10, а). Область скачка потенциала соответствует области пространственного заряда, которая, следовательно, расположена непосредственно в устье сужения.

2) Электронная температура при переходе от широкой части трубки к узкой меняется скачком (см. рис. 11, 10, б).

3) В узкой части трубки ток на зонд имеет максимум, а затем постепенно уменьшается по мере удаления в сторону анода (рис. 11.10, в). Область максимума соответствует наибольшей ионизации, производимой быстрыми электронами.

4) Скачок потенциала в области сужения имеет место при любых размерах и формах сужения. Замена одного сужения несколькими параллельными — сеткой — не меняет существа явления.

5) Зависимость величины скачка потенциала у сужения от  $pR_1$  при различных отношениях  $R_1/R_2$ , найденная экспериментально, хорошо совпадает с теоретически предсказанной в работе Вассера [28] и не зависит от тока (см. рис. 11.9). При токах, близких к току обрыва (см. ниже), величина скачка потенциала резко растет с током.

6) Увеличение длины сужения от долей миллиметра до величины, приблизительно равной диаметру сужения, вызывает рост скачка потенциала до 20%. Дальнейшее увеличение длины мало влияет на величину скачка.

7) Характер свечения в широкой и узкой частях отличается. При достаточно высоких давлениях перед сужением образуется яркий шарообразный факел, довольно резко очерченный по краям. При давлениях ниже  $\sim 3 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст. это явление отсутствует и свечение в катодной широкой части имеет обычный вид и состав и лишь несколько повышенную яркость непосредственно у сужения. В узкой части трубки лишь при малых токах спектральный состав излучения не отличается от обычного (интенсивность свечения, естественно, намного выше, чем в широкой части). При больших плотностях тока в спектре свечения узкой части появляются линии с высокими потенциалами возбуждения, которые не видны в спектре широкой части. Излучение разряда в узкой части сохраняет свой характер на большом протяжении.

8) Присутствие быстрых электронов, прошедших скачок потенциала в сужении, оказывает влияние на анодные явления в тех случаях, когда анод размещен достаточно близко от сужения (см. § 59).

9) Когда величина скачка потенциала достигает «критических» значений, разряд начинает гореть неустойчиво, что связано с образующимся в области сужения понижением плотности газа.

2. Изменение плотности газа в двойном слое пространственного заряда перед сужением положительного столба. Появление двойного электрического слоя перед сужением и связанного с ним скачка потенциала может привести, согласно гипотезе Тонкса [9], к разрежению газа в сужении \*). Проходя через

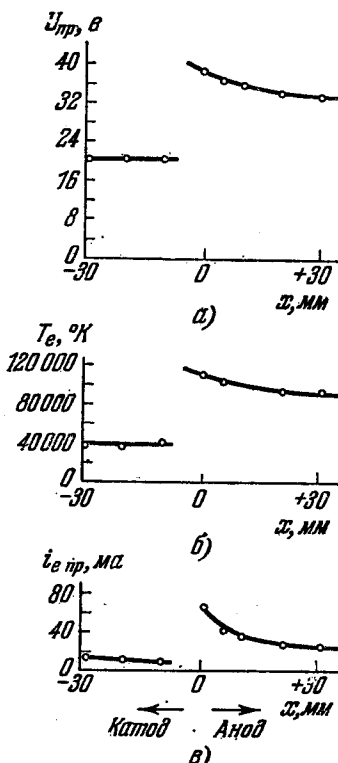


Рис. 11.10. Распределение потенциала пространства  $U_{пр}$  (а), электронной температуры  $T_e$  (б), электронного тока на зонд при потенциале пространства  $i_{e пр}$  (в) вдоль оси тока при наличии сужения в точке  $x = 0$ .

Ток дуги 1 а; давление ртутных паров  $p = 10^{-4}$  мм рт. ст.; отношение диаметров  $D_1 : D_2 = 76 : 20$  мм;  $U_K = 0$ ;  $x$  — расстояние от сужения, положительное в направлении к аноду [32].

\*) Двойной слой пространственного заряда может образоваться в положительном столбе равномерного сечения при наличии местного разрежения газа, так как при низком давлении параметры положительного столба зависят одинаковым образом как от радиуса столба, так и от давления. Уменьшение давления на малом участке положительного столба равномерного сечения вызывает появление темного слоя и сопровождается такими же явлениями, как и наличие сужения сечения столба.

двойной слой, электроны и ионы приобретают равные, противоположно направленные импульсы. При соударениях часть импульса передается атомам нейтрального газа, и это приводит к вытеснению газа из двойного слоя.

Количества движения, приобретаемые в единицу времени электронами и ионами при прохождении двойного слоя, противоположно направлены и соответственно равны

$$M_e = \frac{i_{ex}}{e_0} m_e u_{ec} = i_{ex} \sqrt{\frac{2m_e}{e_0}} \sqrt{U_c}, \quad (66.14)$$

$$M_p = \frac{i_{px}}{e_0} m_p u_{pc} = i_{px} \sqrt{\frac{2m_p}{e_0}} \sqrt{U_c}, \quad (66.15)$$

где  $i_{ex}$  и  $i_{px}$  — части тока, переносимые в направлении  $x$  электронами и ионами,  $U_c$  — величина скачка потенциала в двойном слое,  $u_{ec}$  и  $u_{pc}$  — скорости электронов и ионов, приобретаемые ими при прохождении скачка потенциала  $U_c$ . Тогда, принимая  $i_{ex} \approx i = jS$ , где  $i$  — ток разряда,  $S$  — площадь сечения, на которую распределяется импульс, получаем давление, создаваемое электронами \*)

$$\Delta p_e = \frac{M_e}{S} = j \sqrt{\frac{2m_e}{e_0}} \sqrt{U_c}. \quad (66.16)$$

Хотя силы, создаваемые электронами и ионами, равны, давление ионов мало по сравнению с электронным, так как импульс ионов распределяется на площади  $S_1$ , поверхности полусферы с радиусом, равным длине свободного пробега ионов, электроны же под действием поля двойного слоя направляются в сужение с малой площадью поперечного сечения  $S_2$ . Так как  $S_1 \gg S_2$ , то давление электронов будет много больше давления, производимого ионами, и последним можно пренебречь. Формула (66.16) справедлива, если длина сужения  $h$  сравнима со средней длиной свободного пробега электронов  $\lambda_e$ . (Случай сужения с  $h \ll \lambda_e$ , когда не все электроны передают свой импульс атомам газа в сужении, рассмотрен ниже.)

Давление газа в слое можно записать как

$$p = p_0 - \Delta p_e, \quad (66.17)$$

где  $p_0$  — давление газа далеко от сужения. Принимая во внимание уравнение (66.16), получаем

$$p = p_0 - \sqrt{\frac{2m_e}{e_0}} j U_c^{1/2}. \quad (66.18)$$

Таким образом, с ростом плотности тока и скачка потенциала давление в слое падает, что в свою очередь ведет к росту скачка потенциала.

Экспериментальное исследование давления в трубке с сужением показало понижение давления в нем по сравнению с давлением в катодной стороне широкой части трубки (рис. 11.11). Это понижение давления тем значительнее, чем больше разрядный ток и чем ниже давление газа [42, 66].

**3. Колебания и обрыв тока при наличии сужения в положительном столбе низкого давления.** Снижение плотности газа в сужении при увеличении тока ведет к уменьшению ионизации, но сопровождающий уменьшение

\*) Так как часть электронов образуется в слое и, следовательно, проходит лишь часть общей разности потенциалов между границами слоя, то в формулу (66.16) должна входить эффективная величина скачка потенциалов, несколько меньшая величины  $U_c$ . Однако в первом приближении можно считать эффективный скачок потенциала равным  $U_c$ .

плотности рост скачка потенциала приводит к возрастанию энергии электронов, прошедших скачок. Рост энергии электронов несколько увеличивает ионизацию и частично компенсирует снижение ионизации за счет уменьшения плотности газа, но одновременно с этим увеличение энергии и скорости электронов увеличивает откачку газа из области сужения и тем ухудшает условия образования ионов.

Рост скорости электронов приводит к увеличению ионизации лишь до некоторого предела, определяемого максимумом функции ионизации газа (см. § 34). Начиная с некоторой величины скачка потенциала дальнейшее его увеличение вызывает не возрастание, а уменьшение ионизации в слое, которое уже ничем не компенсируется и в свою очередь ведет к возрастанию скачка.

В зависимости от конфигурации разрядного пространства, плотности и рода газа и постоянных внешней электрической цепи достижение предела ионизации может вызвать либо полное прекращение тока («обрыв дуги»), либо уменьшение его. Прекращение или снижение тока ведет к уменьшению разрежения газа в сужении, что вновь приводит к возникновению тока (пробоем промежутка) или к возрастанию его. Процесс нарастания и спадания тока будет повторяться периодически, возникают колебания тока [35—38] \*).

В работе [33] сделана попытка найти связь между скачком потенциала в слое у сужения и плотностью тока в нем с учетом зависимости давления от  $U_c$  и  $j$ . В уравнении встречного движения зарядов в слое (см. § 4) толщина слоя  $d$  принимается равной  $A/p$  ( $A$  — константа,  $p$  — давление) и не зависящей от  $j$  и  $U_c$ . Тогда

$$\frac{U_c^{3/4}}{j^{1/2}} = \frac{6,7 \cdot 10^{-2}}{p_0 - 2,5 \cdot 10^{-4} U_c^{1/2} j}, \quad (66.19)$$

$U_c$  — в в,  $j$  в а/см<sup>2</sup>,  $p_0$  в мм рт. ст.,  $pd = 1,5 \cdot 10^{-4}$  мм рт. ст. · см (из опытных данных о дуге в ртутных парах [34]). Расчет по формуле (66.19) дает резкое возрастание напряжения на двойном слое при повышении плотности тока выше нормальной. Ход зависимости  $U_c = f(j)$  удовлетворительно согласуется с экспериментальными кривыми, приведенными на рис. 11.13. Несмотря на наглядность, формула (66.19) вряд ли пригодна для расчетов по следующим причинам: 1) нет надежного обоснования соотношения  $pd = A$  и неизвестна достоверно величина константы  $A$ ; 2) отсутствуют данные о

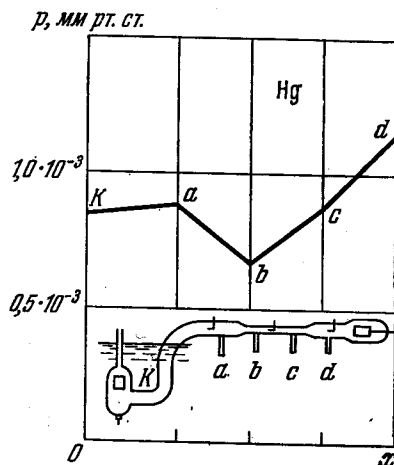


Рис. 11.11. Распределение давления ртутного пара вблизи сужения разрядной трубки.

Ток 5 а,  $2R = 40$  мм; диаметр сужения 14 мм [66].

\* При увеличении тока до величины, при которой собственное магнитное поле тока оказывается достаточным для стягивания тока в шнур, занимающий лишь часть сечения сужения («пинч-эффект», см. гл. XII), обрывы и колебания прекращаются [39, 72]. В этом случае разрежение газа на оси тока приводит не к обрыву тока, а лишь к перемещению токового шнура по сечению сужения [IX.102]. Поэтому образование положительных ионов в сужении трубки не прекращается, и двойной электрический слой с катодной стороны сужения, электронно-оптическое действие которого обеспечивает вход электронного тока в сужение, все время пополняется ионами. При еще больших токах, когда стягивание токового шнура происходит уже до сужения, действие двойного электрического слоя с катодной стороны сужения сводится к нулю: электрическая оптика заменяется магнитной.

величине площади поверхности двойного слоя, необходимые для определения  $j$ ; 3) не учтены соударения в слое (см. сноску на стр. 442).

Теоретическое рассмотрение периодически повторяющегося обрыва и зажигания разряда (происходящих вследствие периодического уменьшения концентрации газа в сужении под действием проходящего тока до величины, недостаточной для поддержания разряда) и последующего за обрывом притока газа в сужение проведено Грановским и Суетиным [37] в следующих упрощающих предположениях. 1) Из сужения атомы газа выбиваются ударами электронов, причем каждый атом, претерпевший соударение с электроном, вылетает из сужения мгновенно. 2) Средняя длина свободного пробега электрона гораздо больше длины сужения  $h$  ( $\lambda_e \gg h$ , молекулярный режим). 3) Вне сужения концентрация атомов постоянна и равна  $n_0$ . 4) Разряд прекращается, когда концентрация атомов в сужении достигает значения  $n_{\text{гаш}}$  (концентрация гашения). 5) Разряд вновь зажигается, когда концентрация атомов в сужении будет равна  $n_{\text{зак}}$  (концентрация зажигания).

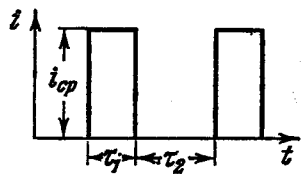


Рис. 11.12. Схематическая осциллограмма тока через сужение при периодических обрывах.

Пусть на пути разряда находится сужение (диафрагма) с площадью поперечного сечения  $S$  и высотой  $h$ . Разрядный ток пусть будет  $i$ . При этом в 1 сек через сужение проходит  $i/e_0$  электронов (ионной составляющей тока пренебрегаем).

Вероятность столкновения электронов с атомами газа в сужении определяется как  $1 - \exp(-h/\lambda_e)$ , или приближенно как  $h/\lambda_e$ , так как  $h \ll \lambda_e$ . Число атомов, выбитых электронами из сужения за 1 сек, будет

$$\frac{i}{e_0} \frac{h}{\lambda_e} = \frac{i}{e_0} h s n;$$

$s$  — эффективное сечение атома газа,  $n$  — концентрация к моменту времени  $t$ . Приток атомов в сужение с обеих сторон за 1 сек будет равен

$$\frac{1}{4} c (n_0 - n) 2S.$$

Общее изменение числа атомов в сужении запишется

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\bar{c}}{2h} n_0 - \frac{\bar{c}}{2h} n - \frac{s}{e_0 S} i n. \quad (66.20)$$

Для решения уравнения (66.20) надо найти выражение  $i$  как функцию от  $n$ . Однако эта задача пока остается нерешенной. Для приближенного исследования процесса колебаний второго рода можно поступить следующим образом: считать, что разрежение в сужении разряда создается в результате прохождения через трубку тока  $i = i_{\text{ср}}$ , постоянного в течение времени  $\tau_1$  (рис. 11.12). Тогда, решая уравнение (66.20), найдем время  $\tau_1$ , за которое концентрация атомов в сужении уменьшается до  $n_{\text{гаш}}$ ;  $\tau_2$  определяется так же из уравнения (66.20) при  $i = 0$  как время, за которое концентрация в сужении вырастает до значения  $n_{\text{зак}}$ .

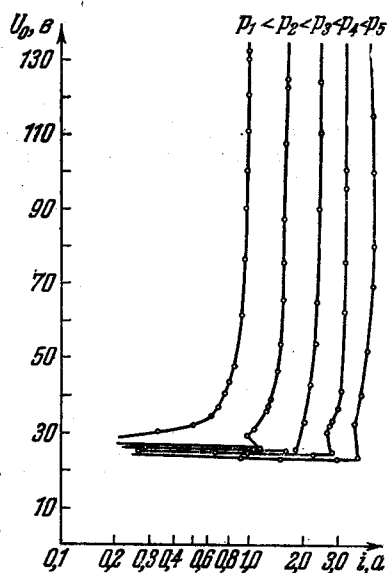


Рис. 11.13. Вольтамперная характеристика дуги с сужением при разных давлениях Hg [29].

Решение уравнения (66.20) дает период колебаний

$$T = \tau_1 + \tau_2 = \frac{1}{0,43 b} \lg \frac{n_0 - \frac{a}{b}}{n_{\text{гаш}} - \frac{a}{b}} + \frac{1}{0,43 \frac{\bar{c}}{2h}} \lg \frac{n_0 - n_{\text{гаш}}}{n_0 - n_{\text{зак}}}, \quad (66.21)$$

$$a = n_0 \frac{\bar{c}}{2h}, \quad b = \frac{\bar{c}}{2h} + \frac{s}{Se_0} i_{\text{ср}}.$$

Переходя от концентраций  $n$  к соответствующим давлениям  $p$ , а также вводя обозначения для постоянных  $\frac{\bar{c}}{2h} = A$ ,  $\frac{s}{Se_0} = B$ ,  $\frac{2hs}{Sce_0} = K$ , получим выражение частоты колебаний

$$\nu = \frac{0,43}{\frac{1}{A + Bi_{\text{ср}}} \lg \frac{Ki_{\text{ср}} p_0}{(1 + Ki_{\text{ср}}) p_{\text{гаш}} - p_0} + \frac{1}{A} \lg \frac{p_0 - p_{\text{гаш}}}{p_0 - p_{\text{зак}}}}. \quad (66.22)$$

Из (66.22) следует, что при

$$(1 + Ki_{\text{ср}}) p_{\text{гаш}} = p_0 \quad (66.23)$$

$\nu$  обращается в нуль, т. е. обрыв тока происходит не будет. Отсюда находим значение критического тока  $i_{\text{кр}}$

$$i_{\text{кр}} = \frac{1}{K} \left( \frac{p_0}{p_{\text{гаш}}} - 1 \right). \quad (66.24)$$

Согласно формуле (66.24)  $i_{\text{кр}}$  линейно растет с начальным давлением.

Исследования [29, 35—41] показали хорошее согласие хода зависимостей, полученных экспериментально с предсказаниями теории. 1) Падение напряжения на трубке с сужением с ростом тока до некоторого предела остается постоянным, а затем при критическом значении тока (токе

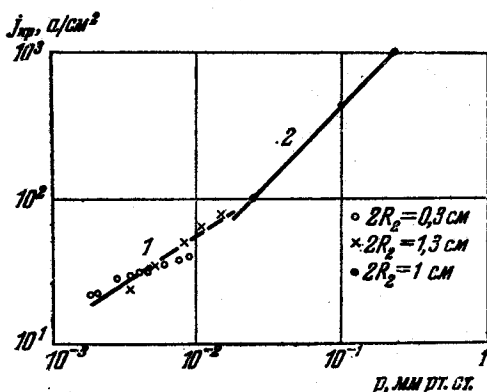


Рис. 11.14. Зависимость критической плотности тока обрыва от давления.  
Прямая 1 — в Hg [41], прямая 2 — в H₂ [39].

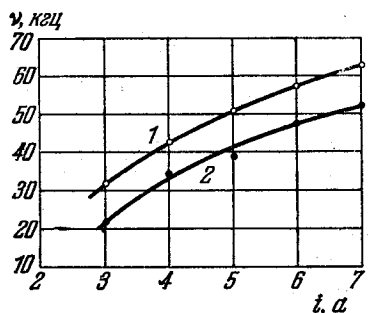


Рис. 11.15. Зависимость частоты колебаний тока в сужении от величины тока.  
Кривая 1 построена по формуле (66.22); кривая 2 — по экспериментальным данным [37].

обрыва) резко растет (рис. 11.13). 2) Критическая плотность тока (плотность тока обрыва)  $j_{\text{кр}}$  пропорциональна давлению газа (ср. формулу (66.24)) (рис. 11.14). 3) Частота колебаний тока растет с током (рис. 11.15) в соответствии с формулой (66.22).

**§ 67. Разделение двухкомпонентной смеси газов, связанное  
с направленным движением электронов и ионов  
в электрическом поле**

**1. Продольное разделение двухкомпонентной смеси газов.**

1.1. Разделение смеси, связанное с передачей газу направленного движения электронов. Передача импульса электронов, движущихся к аноду, атомам газа в двухкомпонентной смеси приводит не только к появлению продольного градиента концентрации (см. § 65), но и к изменению соотношения концентраций компонент смеси по сравнению с первоначальным, существующим до включения тока (или устанавливающимся после выключения тока). Изменение соотношения компонент смеси может быть вызвано двумя обстоятельствами.

а) В смеси газов с различными атомными весами атомы более легкой компоненты при соударениях с электронами приобретают большую составляющую скорости, направленную к аноду, чем атомы тяжелой компоненты [43]. В результате у анода концентрация компоненты с меньшим атомным весом должна повышаться, а у катода падать.

б) В смеси газов с различающимися сечениями передачи импульса (сечениями переноса) у анода должна расти концентрация атомов газа с большим сечением переноса [44, 45].

В зависимости от свойств и параметров газов, составляющих смесь, оба эти фактора могут либо усиливать действие друг друга, либо ослаблять.

1.2. Разделение смеси, связанное с переносом материи ионами. Перенос материи ионами в смеси газов приводит к увеличению у катода концентрации газа с более низким потенциалом ионизации. Это связано с тем, что из-за различия потенциалов ионизации компонент смеси степень ионизации легкоионизируемой компоненты оказывается более высокой, что приводит к относительно большему переносу этой компоненты к катоду в виде ионов по сравнению с трудноионизируемой. В тех случаях, когда легкоионизируемый газ присутствует в разряде в виде малой примеси, электронная температура в разряде снижается (эффект Пеннинга), энергия электронов становится недостаточной для интенсивной ионизации трудноионизируемой компоненты, и в токе положительных ионов, движущихся к катоду, преобладают ионы легкоионизируемой компоненты.

Повышение концентрации атомов легкоионизируемого газа в прикатодных частях разряда за счет нейтрализации ионов на катодной поверхности приводит к разделению газов смеси. При рассмотрении ионного механизма разделения смеси следует принимать во внимание следующие факторы, способствующие разделению или ослабляющие его.

а) Степень разделения газа тем выше, чем больше направленная скорость ионов легкоионизируемого газа по сравнению с направленной скоростью ионов трудноионизируемой компоненты. Соотношение направленных скоростей ионов определяется соотношением их подвижностей и, следовательно, может меняться не только от рода газов, составляющих смесь, но и от процентного состава смеси.

Следует также иметь в виду, что при давлениях, при которых происходит разделение смеси, в разряде происходят процессы, приводящие к образованию молекулярных ионов. Направленные скорости этих ионов могут быть как выше, так и ниже скоростей атомарных ионов смеси, и поэтому их присутствие может оказывать влияние как на скорость, так и на степень разделения смеси.

б) В смесях с низким содержанием легкоионизируемой примеси следует ожидать тем большую степень разделения, чем значительнее различие по-

тенциалов ионизации компонент смеси. Это связано с тем, что в переносе тока в какой-то мере также участвуют ионы трудноионизируемого газа. Их роль в процессе переноса тока тем больше, чем меньше различие в потенциалах ионизации у компонент смеси и чем выше электронная температура, т. е. чем меньше концентрация легкоионизируемой примеси. С увеличением концентрации легкоионизируемого газа снижается электронная температура, роль ионов трудноионизируемой компоненты в переносе тока уменьшается и соответственно уменьшается различие в разделении смесей, отличающихся друг от друга разностью потенциалов ионизации их компонент.

в) Различие в коэффициентах диффузии атомов компонент смеси, приводящее к разным скоростям перемещения атомов от катода, может усугубить или ослабить эффект разделения. Однако в ряде случаев (например, при больших плотностях тока) диффузия атомов от катода может почти полностью отсутствовать. Это связано с тем, что атомы легкоионизируемой компоненты смеси, образовавшиеся в результате нейтрализации ионов, диффундируя от катода, на небольшом расстоянии от него вновь ионизируются и возвращаются обратно.

1.3. Теория разделения двухкомпонентной смеси газов с различающимися потенциалами ионизации. При протекании тока в смеси газов оба механизма разделения — ионный и за счет передачи атомам газа электронного импульса — действуют одновременно. Конечный эффект разделения смеси зависит от соотношения параметров газов. Теории разделения двухкомпонентной смеси, учитывающей оба механизма, не существует. Дрюйвестейном [7] предложена теория разделения двухкомпонентной газовой смеси, в которой потенциал ионизации первой компоненты, являющейся малой примесью, ниже потенциала ионизации второй ( $U_{i1} < U_{i2}$  \*). В этом случае у катода, как правило, повышается концентрация газа с более низким потенциалом ионизации, а у анода собирается трудноионизируемый. Так как число атомов с малым  $U_i$  мало, то передачей им электронного импульса можно пренебречь и рассматривать ионный механизм разделения смеси.

Пусть в цилиндрическом положительном столбе  $n_{g2}$  — концентрация атомов компоненты смеси с меньшим потенциалом ионизации. Будем считать для простоты, что  $n_{g2}$  постоянна по сечению столба и зависит лишь от расстояния от катода.  $n_p$ ,  $b_p$ ,  $D$  — концентрация ионов, подвижность ионов и коэффициент диффузии атомов этой компоненты. В зависимости от соотношения количества ионов первой и второй компоненты в плазме следует рассмотреть два случая  $n_p = n_e$  и  $n_p \ll n_e$ .

а)  $n_p = n_e$  \*\*). В установившемся режиме поток ионов к катоду равен обратному потоку атомов, диффундирующих от катода под действием градиента концентрации. Тогда, принимая во внимание, что

$$\frac{i_p}{e_0} = 1,36 R^2 n_p(0) b_p E$$

(см. (34.6) и (34.22)), имеем

$$-D \frac{dn_{g2}}{dx} \pi R^2 = n_p(0) b_p E \cdot 1,36 R^2, \quad (67.1)$$

\*) Дрюйвестейн рассматривает случай примеси паров металла с невысоким потенциалом ионизации (например, Mg) к инертным газам, имеющим более высокий  $U_i$ .

\*\*) В этом случае в спектре свечения положительного столба наблюдаются лишь линии первой компоненты (легкоионизируемой добавки).

где  $E$  — градиент потенциала,  $R$  — радиус столба. Следовательно,

$$\frac{dn_{g2}}{dx} = - \frac{n_p(0) b_p E \cdot 1,36}{\pi D}, \quad (67.2)$$

$$n_{g2} = n_{g2k} - \frac{n_p(0) b_p E \cdot 1,36}{D\pi} x, \quad (67.3)$$

где  $n_{g2k}$  — концентрация атомов примеси на катоде.  $n_p(0)$  находится из уравнения (65.22), определяющего  $n_e(0)$ , т. е.

$$n_p(0) = \frac{i \sqrt{U_e}}{5,24 \cdot 10^{-12} \lambda_e R^2 E}. \quad (67.4)$$

Подстановка (67.4) в (67.3) дает

$$n_{g2} = n_{g2k} - 8,3 \cdot 10^{10} \frac{b_p \sqrt{U_e} i}{\lambda_e D R^2} x. \quad (67.5)$$

Это эквивалентно [46]

$$n_{g2} = n_{g2k} - 2,63 \cdot 10^{15} \frac{P T_e^{1/2} p i}{T_g^2 R^2} x, \quad (67.6)$$

где  $P$  — вероятность соударений для электронов;  $T_e$  и  $T_g$  — температуры электронов и газа в градусах Кельвина;  $p$  — давление газа в *мм рт. ст.*,  $R$  и  $x$  в сантиметрах,  $i$  в амперах.

б)  $n_p \ll n_e$  \*), т.е. ионов легкоионизируемой компоненты в объеме много меньше ионов основной компоненты. Для решения задачи при этих условиях Дрюйвестейн использует понятие  $L$  — среднее расстояние, которое проходит ион в направлении к катоду, за время от момента возникновения до момента рекомбинации на стенках; аналитическое выражение получено \*\*) в виде

$$L = 0,26 R^2 E / U_e. \quad (67.7)$$

Число ионизаций атомов первой компоненты в  $1 \text{ см}^3$  за  $1 \text{ сек}$  можно представить в виде

$$n_e n_{g2} \beta, \quad (67.8)$$

где  $n_e = n_e(0) J_0 \left( \frac{2,4r}{R} \right)$  — концентрация электронов;  $n_{g2}$  — концентрация атомов легкоионизируемой компоненты, постоянная по сечению и зависящая лишь от расстояния от катода;  $\beta$  — функция электронной температуры. В стационарном режиме поток ионов легкоионизируемой компоненты уравновешен обратным потоком атомов за счет диффузии:

$$-D \frac{dn_{g2}}{dx} \pi R^2 = \beta L n_{g2}(x) \int_0^R n_e(r) \cdot 2\pi r dr. \quad (67.9)$$

\*) В этом случае в спектре свечения положительного столба имеются линии обеих компонент смеси.

\*\*)  $L$  находится следующим образом:

$$\frac{i_p}{e_0} = 1,36 a^2 b_p n_p(0) E = \frac{i_w}{e_0} L = L n_p b_p E_r \cdot 2\pi R = 5,24 b_p n_p(0) U_e L,$$

где  $i_w$  — ионный ток на стенки на единицу длины столба;  $E_r = - \frac{dn_p}{dr} \frac{2}{3} \frac{U_e}{n_p}$  — радиальное электрическое поле;  $n_p(0)$  — концентрация ионов на оси трубки;  $U_e = \frac{kT_e}{e_0}$ .

Тогда  $L = 0,26 R^2 \frac{E}{U_e}$ .

Изменение концентрации атомов можно учесть, положив \*)  $n_{g2}(x) = n_{g2} + \frac{1}{2} \frac{dn_{g2}}{dx} L$ . Тогда после преобразований имеем

$$-D \frac{dn_{g2}}{dx} \pi R^2 = n_e(0) \beta L \cdot 1,36 R^2 \left( n_{g2} + \frac{1}{2} \frac{dn_{g2}}{dx} L \right), \quad (67.10)$$

$$n_{g2} = n_{g2k} \exp \left( - \frac{0,43 n_e(0) \beta L}{D + 0,22 n_e(0) \beta L^2} x \right). \quad (67.11)$$

Подставляя (67.4) и (67.7) в (67.11), имеем

$$n_{g2} = n_{g2k} \exp \left( \frac{2,1 \cdot 10^{10} i \beta / \lambda_e \sqrt{U_e}}{D + 0,28 \cdot 10^{10} i \beta R^2 E / \lambda_e U_e^{3/2}} x \right). \quad (67.12)$$

Таким образом, уравнения (67.5) и (67.12) дают распределение концентрации атомов легкоионизируемой компоненты в зависимости от расстояния от катода. Применение уравнения (67.5) правомерно в области, где концентрация легкоионизируемой компоненты велика, например, вблизи катода. Уравнение (67.12) пригодно лишь для качественной оценки хода зависимости концентрации легкоионизируемой компоненты в области, где существенную роль в переносе тока играют и ионы трудноионизируемой компоненты. Это связано с тем, что при решении уравнения (67.10), справедливого вдали от катода, в качестве краевого условия принимается  $n_{g2k}$ , имеющее смысл концентрации атомов легкоионизируемой компоненты у катода. Рис. 11.16 иллюстрирует характер спада концентрации легкоионизируемой компоненты от катода к аноду, предсказанный теорией Дрюйвестейна, и условные области применения уравнений (67.5) и (67.12) при разделении смеси, в которой легкоионизируемый газ является примесью трудноионизируемого.

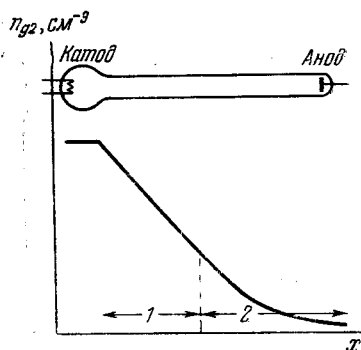


Рис. 11.16. Схема спада концентрации легкоионизируемой компоненты.

В области 1 применима формула (67.5); в области 2 — формула (67.12).

**2. Радиальное (поперечное) разделение двухкомпонентной смеси газов.** Помимо продольного разделения смесей при прохождении электрического тока в смесях газов может наблюдаться радиальное (поперечное) разделение, связанное с преимущественным переносом ионов компоненты с более низким  $U_i$  под действием радиального электрического поля к стенкам, где ионы, нейтрализуясь, создают область повышенной плотности атомов этой компоненты смеси.

Дрюйвестейн [7] предложил теорию, позволяющую получить радиальное распределение ионов легкоионизируемой компоненты в положительном столбе в предположении о незначительном разделении смеси. Согласно этой теории поток ионов, проходящих через единицу поверхности в радиальном направлении к стенкам, уравнивается в стационарном режиме обратным потоком диффузии атомов, нейтрализовавшихся на стенках:

$$D \frac{dn_g}{dr} = n_p u_{pr}, \quad (67.13)$$

\*) При  $n_g \gg \frac{1}{2} \frac{dn_g}{dx} L$  число атомов между  $x$  и  $x + L$  можно считать равным

$$\pi R^2 L \left( n_g + \frac{1}{2} \frac{dn_g}{dx} L \right).$$

где  $n_g = n_g(r)$  — концентрация атомов;  $n_p(r)$  — концентрация ионов;  $u_{pr} = u_{pr}(r)$  — направленная скорость ионов в радиальном электрическом поле,

$$\begin{aligned} n_p u_{pr} &= n_p b_p E_r = n_p b_p \frac{2}{3} \frac{dn_p}{dr} \frac{U_e}{n_p}, \\ D \frac{dn_g}{dr} &= \frac{2}{3} b_p U_e \frac{dn_p}{dr}. \end{aligned} \quad (67.14)$$

В случае  $n_p = n_e$  ( $n_p$  — концентрация ионов легкоионизируемого газа) радиальное распределение концентрации атомов легкоионизируемой компоненты находят следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dn_{g2}}{dr} &= \frac{2}{3} \frac{b_p U_e}{D} \frac{dn_e}{dr}, \\ n_{g2} &= n_{g2}(R) - n_e(0) \frac{2}{3} b_p U_e J_0 \left( \frac{2,4r}{R} \right). \end{aligned} \quad (67.15)$$

Если  $n_p \ll n_e$ , то распределение концентрации по радиусу получают из следующих соображений. Элементарный поток ионов на поверхности цилиндра радиуса  $r$  и высотой 1 см может быть выражен из условия ионизации:

$$d[n_p(r) u_{pr}(r) 2\pi r] = \beta n_e n_{g2} \cdot 2\pi r dr. \quad (67.16)$$

Иначе

$$\frac{1}{r} \left[ \frac{d(n_p u_{pr} r)}{dr} \right] = \frac{\beta n_e n_{g2}}{D}; \quad (67.17)$$

тогда, принимая во внимание (67.13), имеем

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dn_{g2}}{dr} \right) = \frac{\beta n_e n_{g2}}{D}. \quad (67.18)$$

В уравнении (67.18)  $n_e = f(r)$ , однако для оценок можно считать  $n_e \approx n_e(0)$ , т. е. постоянным по сечению \*); тогда

$$n_{g2} = n_{g2}(0) J_0 \left( \sqrt{-\frac{\beta n_e(0)}{D}} r \right). \quad (67.19)$$

Таким образом, вблизи стенок, где  $n_p$  близка к  $n_e$ , радиальное разделение смеси можно оценить из уравнения (67.15), вдали от стенок, где  $n_p \ll n_e$ , следует применять уравнение (67.19).

Для оценки перепада концентрации молекул легкоионизируемой примеси в работе [VI.30] предложена простая формула, пригодная для условий, при которых ток положительных ионов на стенки определяется амбипольной диффузией. В этом случае в стационарном режиме радиальный поток ионов к стенкам уравнивается потоком нейтральных атомов от стенок под действием градиента концентрации

$$-D_{am} \text{grad } n_p = -D \text{grad } n_{g2}, \quad (67.20)$$

где  $D_{am}$  и  $D$  — коэффициенты амбипольной диффузии и диффузии нейтральных атомов,  $n_p$  и  $n_{g2}$  — концентрации ионов и нейтральных атомов примеси. Если концентрация ионов  $n_p(R)$  у стенки равна нулю, а на оси  $n_p(0) =$

\*) Если вместо распределения электронов по функции Бесселя считать концентрацию электронов постоянной по сечению, то сильно различаться будут лишь значения вблизи стенок [47].

$= n_e(0)$ , то приближенно можно считать

$$\Delta n_{g2} = n_{g2}(R) - n_{g2}(0) = \frac{D_{am}}{D} n_e(0). \quad (67.21)$$

Подставив  $D_{am} = \frac{D_p b_e + D_e b_p}{b_p + b_e} \approx D_p \frac{T_e}{T_p}$  и считая  $D_p \approx D$ , находим \*)

$$\Delta n_{g2}(0) = \frac{T_e}{T_p} n_e(0). \quad (67.22)$$

В качестве примера рассмотрим данные, приведенные в работе [VI.30] для дуги в смеси паров ртути и аргона при  $T_p = 300^\circ \text{K}$ ,  $T_e = 12\,000^\circ \text{K}$ ,  $n_e(0) \sim 10^{12} \text{ см}^{-3}$ ,  $\Delta n_g = 4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ . В этом опыте  $n_g(R) = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , т. е. перепад концентрации должен составлять приблизительно 20%.

Более строгая теория радиального разделения компонент смеси при диффузионном режиме давления в условиях, при которых возбуждение и ионизация в столбе обусловлены только примесью, а основной газ играет роль фона, определяющего подвижность и диффузию частиц [69, 70], изложена в примечании 16, стр. 523. Она приводит к системе параметрических уравнений для определения  $T_e$ ,  $E_z$ ,  $n_e(0)$  и  $n_{g2}(0)$  — концентрации атомов добавки на оси разряда. Исследование поведения столба, подчиняющегося этим уравнениям, показывает, что вследствие уменьшения полного числа нейтральных атомов примеси в объеме, с ростом  $j$  при постоянной температуре стенок  $T_e$  возрастает,  $E_z$  убывает,  $n_e(0)$  при малых токах растет пропорционально  $j$ , а при больших — значительно медленнее (из-за увеличения  $T_e$ ). Для иллюстрации этих выводов на рис. 11.17 приведены результаты расчета параметров столба в He — Hg-смеси. (При расчете предполагалось максвелловское распределение электронов по скоростям; учитывалась только прямая ионизация; функция ионизации аппроксимировалась линейной зависимостью, а функции возбуждения — формулой Фабриканта [VI.64]; данные о сечениях и подвижностях взяты из {1} и {3}.)

**3. Экспериментальные исследования.** Исследование процесса разделения двухкомпонентной смеси и его зависимости от параметров газов смеси и разрядных условий проводилось в основном двумя методами: 1) масс-спектрометрическим (из интересующей исследователей области наблюдения отбирается проба газа и подвергается масс-спектрометрическому анализу); 2) спектральным (измеряется относительная интенсивность спектральных линий компонент газов вдоль положительного столба при изменении разрядных условий и состава смеси). Спектральный метод дает возможность сравнивать отношение концентраций компонент смеси в тех случаях, когда условия возбуждения остаются одинаковы во всех точках разрядного пространства, в которых проводятся сравнения. В тех случаях, когда это

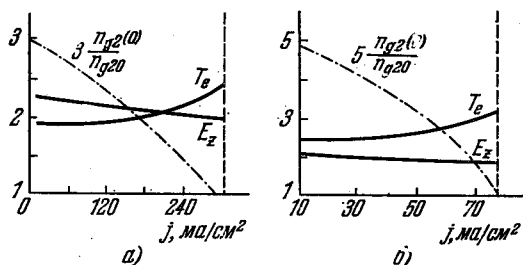


Рис. 11.17. Зависимость параметров положительного столба — относительной концентрации атомов добавки  $\frac{n_{g2}(0)}{n_{g20}}$ ,  $T_e$  (в) и  $E_z$  (в/см) от плотности тока в He—Hg-смеси [70].

- а)  $p_{\text{Hg}} = 2,8 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.;  
 б)  $p_{\text{Hg}} = 1,2 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.;  
 $p_{\text{He}} = 1$  мм рт. ст.  $R^2 = 5 \text{ см}^2$

\*) Формула (67.22) идентична формуле (65.30).

условие не выполняется, спектральный метод может привести к неправильным выводам \*).

В качестве дополнительных методов, применяемых при исследованиях в смесях газов, следует указать визуальный и зондовый методы. Визуальным методом в широком диапазоне условий можно наблюдать резкую границу, разделяющую свечение по цвету. Положение этой границы относительно электродов меняется в зависимости от параметров газов, разрядного

промежутка и условий протекания тока. Точность определения положения границы может достигать до 0,1 см \*\*). Расстояние от анода до линии раздела свечения может характеризовать «качество» разделения смеси [46]. Согласно теории Дрюйвестейна оно равно (см. (67.6))

$$d = l - \frac{n_{г2к} T_g^2 R^2}{2,63 \cdot 10^{15} P T_e^{1/2} p_i}, \quad (67.23)$$

где  $l$  — длина трубки. Специальные спектроскопические и зондовые исследования показали, что в области видимой границы раздела свечения происходит перераспределение интенсивности спектральных линий компонент смеси и резкий скачок электронной температуры (рис. 11.18). При визуальных наблюдениях также следует помнить, что сравнение интенсивности и цвета свечения в столбе и у катода может давать ошибочное представление об относительных концентрациях компонент смеси в этих областях \*\*\*).

Для определения концентрации ионов компонент смеси в работе [49] была предложена зондовая методика, основанная на теории ионного тока на шаровой зонд [50—52]. Для от ионов компонент бинарной смеси га-

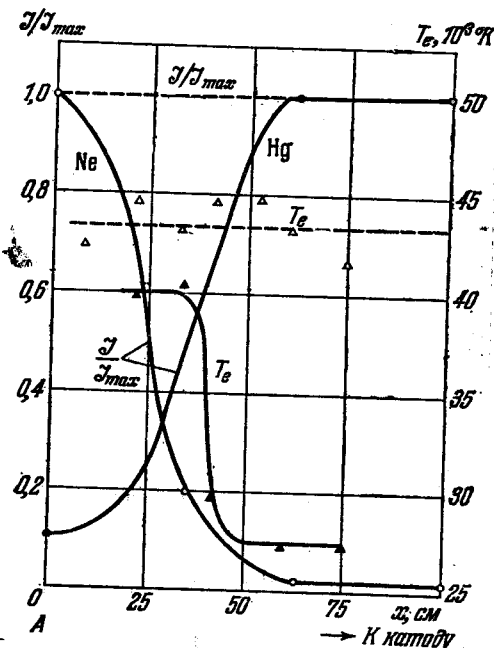


Рис. 11.18. Изменение электронной температуры и относительной интенсивности линий в Ne — Hg-смеси вдоль разрядной трубки.

$2R = 4$  см,  $i = 100$  ма,  $p_{Hg} = 1,2 \cdot 10^{-3}$  мм рт.ст. Штриховые линии — разделения смеси нет;  $p_{Ne} = 0,5$  мм рт.ст., сплошные линии — смесь разделена,  $p_{Ne} = 1$  мм рт.ст. [64].

носительных значений концентрации газов были получены выражения

$$\frac{n_{g1}}{n_e} = \left( \frac{i_{p3}}{0,8 i_{епр}} \sqrt{\frac{M_2}{\pi m_e}} \frac{S}{S_1} - 1 \right) \frac{1}{\sqrt{\frac{M_2}{M_1} - 1}}, \quad (67.24)$$

\*) Сравнение отношения интенсивности линии Ne к линии He в положительном столбе, где  $E$  невелико и возбуждается лишь газ с малыми потенциалами возбуждения, и у катода, где благодаря большому  $E$  возбуждены все газы, в работе [48] привело к ошибочному заключению о том, что у катода всегда собирается газ, являющийся малой примесью к основному вне зависимости от соотношения потенциалов ионизации газов [46].

\*\*) Связь положения границы разделения свечения с параметрами разряда может быть использована для определения концентрации и подвижности электронов в He — Hg-смеси [53].

\*\*\*) Так, в работе [46] в разряде в смеси Ne (99%) и He катод светился желтым светом и интенсивность линии Ne (5875 Å) была велика. Между тем масс-спектроскопические наблюдения показали, что концентрация Ne у катода ниже, чем в столбе и у анода.

$$\frac{n_{g2}}{n_e} = \left( \frac{i_{pz}}{0,8i_{e\text{пр}}} \sqrt{\frac{M_1}{\pi m_e}} \frac{S}{S_1} - 1 \right) \frac{1}{\sqrt{\frac{M_2}{M_1} - 1}}, \quad (67.25)$$

где  $n_{g1}$ ,  $n_{g2}$ ,  $M_1$ ,  $M_2$  — соответственно концентрации и массы ионов компонент смеси ( $n_e$  — концентрация электронов);  $i_{e\text{пр}}$  — электронный ток на зонд при потенциале пространства;  $S$  — площадь зонда;  $S_1$  — площадь заряженного слоя;  $m_e$  — масса электрона;  $i_{pz}$  — общий ионный ток на зонд. Величины, входящие в формулы, определялись на основе совместной обработки ионной и электронной частей зондовой характеристики.

Исследование смесей инертных газов показало, что концентрация компоненты с меньшим  $U_i$  повышается у катода и падает у анода при любом концентрационном составе смеси [46, 54, 55 и др.] (см. табл. 11.1). В смесях паров магния, натрия и ртути с He, Ne и Ar наблюдалась та же закономерность [7, 56]. В работе Кенти [44] исследовался перенос паров Hg в инертных газах (соотношение концентраций в работе не дано). Количество ртути в миллиграммах на 1 а тока, перенесенное к катоду за 1 час, в различных газах составляло: 144 для He; 10,3 для Ne; 2,57 для Ar; 0,95 для Kr; —0,4 для Xe,

т. е. в Xe ртуть переносится к аноду, несмотря на то, что у ртути  $U_i = 10,43$  эв, а у ксенона  $U_i = 12,12$  эв. Кенти объясняет этот эффект тем, что у атомов Hg очень велико сечение переноса, а подвижность ионов ртути резко уменьшается от He к Xe. В результате в Xe перенос Hg под действием передачи электронных импульсов к аноду преобладает над переносом ртути в виде ионов к катоду.

Время установления стационарного состояния, при котором число частиц, переносимых в единицу времени под действием электрических сил, равно числу частиц, диффундирующих в обратном направлении из-за градиента концентрации, линейно растет с давлением газа и длиной трубки, почти не зависит от тока и состава смеси и приблизительно равно времени перемешивания смеси после выключенного тока [54, 57]. Такая закономерность подчеркивает роль диффузии в процессе разделения смеси.

Разность концентраций примеси на единицу длины положительного столба не зависит от длины трубки, а определяется лишь условиями разряда. Следовательно, разность концентраций, устанавливающаяся в разряде на концах трубки, линейно возрастает с увеличением длины трубки до тех пор, пока на длине трубки не происходит полного разделения смеси [46, 48, 54]. Концентрация атомов легкоионизируемой примеси падает приблизительно линейно с расстоянием от катода, что согласуется с теорией Дрюйвестейна (см. рис. 11.19 и формулу (67.5)). На большом расстоянии от катода, когда концентрация примеси становится очень мала, закон изменения концентрации меняется, однако имеющиеся экспериментальные данные не позволяют сделать вывод о соответствии его формуле (67.12). Эффект разделения смеси усиливается с ростом тока \*) [46, 48, 54, 58, 59 и др.].

\*) Исключение составляет смесь паров Hg с Xe, в которой перенос ртутных паров к аноду растет с током лишь до токов  $\sim 1$  а, а при дальнейшем росте тока уменьшается.

Таблица 11.1

Масс-спектроскопические данные о разделении смеси Ne с He [46]

Начальное содержание Ne в He, %	Место отбора пробы	Измеренное содержание Ne в He, %	Начальное содержание Ne в He, %	Место отбора пробы	Измеренное содержание Ne в He, %
0,5	Катод	0,398	52	Катод	43
	Центр	<0,06		Центр	40,4
	Анод	<0,06		Анод	37,8
9,1	Катод	5,87	99	Катод	98,7
	Центр	4,16		Центр	98,4
	Анод	2,12		Анод	98,2

Это можно объяснить возрастанием плотности ионного тока, вызванного увеличением общей плотности тока. Хотя некоторое снижение градиента, сопровождающее обычно рост тока, приводит к уменьшению скорости ионов, общее количество ионов, переносимых к катоду в единицу времени, возрастает. Предсказанной Дрюйвстейном зависимости от тока

$$\frac{dn_{\pm 2}}{dx} = -2,63 \cdot 10^{15} \frac{PT_e^{1/2} pi}{T_g^2 R^2} \quad (67.26)$$

не наблюдалось (рис. 11.20).

Влияние давления на эффект разделения смеси зависит от состава смеси. Так, в гелии с примесью неона [46, 48] эффект разделения растет с ростом давления в соответствии с теорией Дрюйвстейна (рис. 11.21). В смесях Ne и Ne с Ag зависимости от давления не наблюдается [48, 54]. Для понимания связи разделения смеси с давлением оказывается чрезвычайно важным рассмотрение механизма образования легкоионизируемых ионов в смеси [45, 60]. В зависимости от состава смеси можно рассмотреть два механизма образования ионов легкоионизируемого газа.

а) Если потенциал ионизации легкоионизируемого газа ниже потенциала возбуждения метастабильного уровня трудноионизируемого газа, то ионизация легкоионизируемой компоненты происходит благодаря ударам II рода с метастабильными атомами трудноионизируемой компоненты. Примером таких смесей могут служить Ne с примесью Kr, Ne с примесью Ag и т. п. Так как в положительном столбе разряда в инертных газах условия для создания метастабильных атомов сохраняются обычно в широком диапазоне  $E/p$ , то не следует ожидать сильной зависимости скорости образования ионов легкоионизируемых компонент, а следовательно, и эффекта разделения смеси от давления в смесях такого рода.

б) Если потенциал ионизации легкоионизируемой компоненты выше потенциала возбуждения метастабильного уровня трудноионизируемого газа, то образование ионов легкоионизируемой компоненты за счет ударов II рода с метастабильными атомами трудноионизируемой компоненты исключено. В случае, когда легкоионизируемый газ является примесью, его ионизация может происходить за счет процесса перезарядки при ударах атомов легкоионизируемого газа с ионами трудноионизируемого [45]. Ионизация малого количества атомов примеси, близкая к полной, обеспечивается большим общим количеством ионов основного газа, даже если степень ионизации последнего очень низка. С ростом давления основного газа вероятность перезарядки растет, что приводит к зависимости эффекта разделения смеси от давления. Разряд в Ne с добавкой Ne служит примером рассматриваемого сочетания компонент смеси. Рядом исследователей [45, 61, 62] было показано,

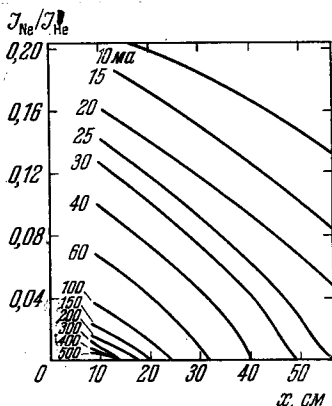


Рис. 11.19. Отношение интенсивностей линий Ne (5400 Å) к He (3889 Å) в зависимости от расстояния от катода.

$2R = 9,52$  мм; содержание Ne в He 1%;  $i = 10 \div 500$  ма,  $p = 67$  мм рт. ст. [46].

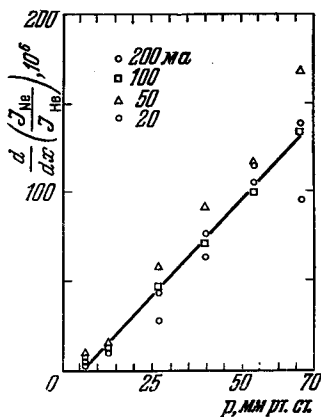
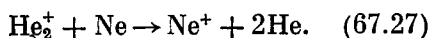


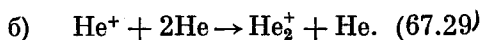
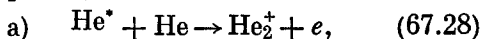
Рис. 11.20. Зависимость  $\frac{d}{dx} \left( \frac{J_{Ne}}{J_{He}} \right)$  от давления при разных токах.

$2R = 9,52$  мм; наполнение Ne и 1% Ne [46].

что обмен зарядами, приводящий к ионизации Ne, должен происходить в этом случае преимущественно между молекулярными ионами гелия и атомами неона по схеме



Процессы, приводящие к образованию  $\text{He}_2^+$  [60, 63]:



Так как частота процессов, приводящих к образованию  $\text{He}_2^+$ , быстро растет с давлением гелия, то следует ожидать сильной зависимости степени разделения от давления в смеси He—Ne и подобных смесях (см. (67.26) и рис. 11.20). Действительно, в работе [46] была найдена связь между увеличением эффективности разделения смеси He—Ne и интенсивностью спектра линий молекулярных ионов He в положительном столбе.

В любых смесях с ростом давления падает скорость диффузии под действием градиента концентрации и это обычно приводит к увеличению степени разделения.

Эффект разделения растет с уменьшением температуры газа. («Качество» разделения в смеси 1% Ne в He резко падает с ростом температуры, что соответствует формуле (67.23).)

Уменьшение сечения трубки приводит к увеличению эффекта разделения в соответствии с теорией Дрювестейна [46].

Надежные количественные данные о радиальном разделении смесей нам неизвестны. Однако при протекании тока в смеси газов часто можно видеть, что цвет свечения у стенок трубки соответствует линиям легкоионизируемой примеси, в то время как в центре светится основной трудноионизуемый газ.

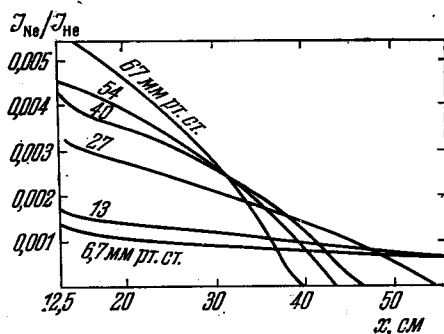


Рис. 11.21. Отношение интенсивностей линий Ne (5400 Å) к He (3889 Å) в зависимости от расстояния от катода.

$2R = 9,52$  мм; содержание Ne в He 1%;  $i = 50$  ма;  $p = 6,7 \div 67$  мм рт. ст. [46].

# ДЕЙСТВИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ГАЗЕ

## § 68. Влияние магнитного поля на коэффициенты диффузии и подвижности заряженных частиц

Если плазма помещена в магнитное поле, то на заряженные частицы, кроме сил электрического поля, трения о другие частицы и градиента давления, действует также сила Лоренца  $\frac{e_0}{c_0} [\mathbf{uB}]$  ( $\mathbf{u}$  — скорость движения частицы,  $\mathbf{B}$  — магнитное поле). Движение электронов со средней скоростью  $\mathbf{u}_e$  и ионов со средней скоростью  $\mathbf{u}_p$  в рамках «гидродинамической» (гл. VI) теории плазмы описываются уравнениями

$$e_0 \mathbf{E} + \frac{e_0}{c_0} [\mathbf{u}_e \mathbf{B}] + m_e \nu_e \mathbf{u}_e + k T_e \frac{\nabla n}{n} = 0, \quad (68.1)$$

$$e_0 \mathbf{E} + \frac{e_0}{c_0} [\mathbf{u}_p \mathbf{B}] - m_p \nu_p \mathbf{u}_p - k T_p \frac{\nabla n}{n} = 0. \quad (68.2)$$

Здесь  $\nu_e = 1/\tau_e$  и  $\nu_p = 1/\tau_p$  — соответственно средняя электронная и ионная суммарные частоты столкновений со всеми другими частицами плазмы ( $\tau_e$  и  $\tau_p$  — времена между столкновениями).

Введя обозначения

$$b_e = \frac{e_0}{m_e \nu_e} = \frac{e_0 \tau_e}{m_e}, \quad b_p = \frac{e_0}{m_p \nu_p} = \frac{e_0 \tau_p}{m_p}, \quad (68.3)$$

$$\omega_e = \frac{e_0 \mathbf{B}}{m_e c_0}, \quad \omega_p = \frac{e_0 \mathbf{B}}{m_p c_0}, \quad (68.4)$$

где  $\omega_e$ ,  $\omega_p$  — соответственно электронная и ионная гирочастоты, уравнения (68.1) и (68.2) можно преобразовать к виду

$$\mathbf{u}_e + [\mathbf{u}_e \omega_e] \tau_e = - \left( b_e \mathbf{E} + D_e \frac{\nabla n}{n} \right), \quad (68.5)$$

$$\mathbf{u}_p - [\mathbf{u}_p \omega_p] \tau_p = b_p \mathbf{E} - D_p \frac{\nabla n}{n}, \quad (68.6)$$

где

$$D_e = \frac{k T_e}{m_e \nu_e} = b_e \frac{k}{e_0} T_e, \quad D_p = \frac{k T_p}{m_p \nu_p} = b_p \frac{k}{e_0} T_p \quad (68.7)$$

— коэффициенты диффузии электронов и ионов соответственно без магнитного поля. Уравнения (68.5) и (68.6) имеют решения:

$$\mathbf{u}_e = - \frac{1}{1 + \omega_e^2 \tau_e^2} \left\{ \left( b_e \mathbf{E} + D_e \frac{\nabla n}{n} \right) + [\omega_e \tau_e \left( b_e \mathbf{E} + D_e \frac{\nabla n}{n} \right)] \right\}, \quad (68.8)$$

$$\mathbf{u}_p = \frac{1}{1 + \omega_p^2 \tau_p^2} \left\{ \left( b_p \mathbf{E} - D_p \frac{\nabla n}{n} \right) - [\omega_p \tau_p \left( b_p \mathbf{E} - D_p \frac{\nabla n}{n} \right)] \right\}. \quad (68.9)$$

В частном случае однородного вдоль оси  $z$  и по азимуту  $\phi$  ( $\mathbf{E}_\phi = 0$ ) цилиндрического столба плазмы имеем выражение для радиальных (по  $r$ )

и азимутальных (по  $\phi$ ) компонент скоростей заряженных частиц:

$$u_{er} = -\frac{b_e}{1 + \omega_e^2 \tau_e^2} \left( E_r + \frac{kT_e}{e_0} \frac{d \ln n}{dr} \right), \quad (68.10)$$

$$u_{e\theta} = -\frac{\omega_e \tau_e}{1 + \omega_e^2 \tau_e^2} b_e \left( E_r + \frac{kT_e}{e_0} \frac{d \ln n}{dr} \right) = \omega_e \tau_e u_{er}, \quad (68.11)$$

$$u_{pr} = \frac{b_p}{1 + \omega_p^2 \tau_p^2} \left( E_r - \frac{kT_e}{e_0} \frac{d \ln n}{dr} \right), \quad (68.12)$$

$$u_{p\theta} = -\frac{\omega_p \tau_p}{1 + \omega_p^2 \tau_p^2} b_p \left( E_r - \frac{kT_e}{e_0} \frac{d \ln n}{dr} \right) = -\omega_p \tau_p u_{pr}. \quad (68.13)$$

Азимутальные компоненты скоростей электронов и ионов называются также «холловскими» компонентами; они отсутствуют в плазме без магнитного поля, а при сильных полях (когда  $\omega \tau \gg 1$ ) выражения (68.11) и (68.13) переходят в обычную формулу для скорости дрейфа заряженных частиц в скрещенных В и силовом полях:

$$u_{e\theta} = -\frac{c_0}{B} \left( E_r + \frac{kT_e}{e_0} \frac{d \ln n}{dr} \right),$$

$$u_{p\theta} = -\frac{c_0}{B} \left( E_r - \frac{kT_e}{e_0} \frac{d \ln n}{dr} \right).$$

Радиальные компоненты скоростей заряженных частиц в однородном столбе с диэлектрическими стенками должны быть равны друг другу из условия равенства потоков электронов и ионов на стенки \*):

$$n_e u_{er} = n_p u_{pr}. \quad (68.14)$$

Из условия (68.14) и формул (68.10), (68.12) следует:

$$E_r = -\frac{D_{e\perp} - D_{p\perp}}{b_{e\perp} + b_{p\perp}} \frac{d \ln n}{dr}, \quad (68.15)$$

$$u_{er} = u_{pr} = -\frac{b_{e\perp} D_{p\perp} + b_{p\perp} D_{e\perp}}{b_{e\perp} + b_{p\perp}} \frac{d \ln n}{dr} = -D_{am} \frac{d \ln n}{dr}, \quad (68.16)$$

$$\operatorname{div}(n u_p) = \operatorname{div}(n u_e).$$

$$b_{e\perp} = \frac{b_e}{1 + \omega_e^2 \tau_e^2}, \quad D_{e\perp} = \frac{D_e}{1 + \omega_e^2 \tau_e^2}, \quad (68.17)$$

$$b_{p\perp} = \frac{b_p}{1 + \omega_p^2 \tau_p^2}, \quad D_{p\perp} = \frac{D_p}{1 + \omega_p^2 \tau_p^2}, \quad (68.18)$$

$$D_{am} = \frac{b_{e\perp} D_{p\perp} + b_{p\perp} D_{e\perp}}{b_{e\perp} + b_{p\perp}} \approx \frac{D_{am}}{1 + \omega_e \tau_e \omega_p \tau_p}, \quad (68.19)$$

$$D_{am} = b_p (T_e + T_p). \quad (68.20)$$

В выражении (68.19) отброшены члены порядка

$$\frac{b_p}{b_e} = \frac{\omega_p \tau_p}{\omega_e \tau_e} \ll 1.$$

\*) В столбе, неоднородном по  $z$ , равенство (68.14) несправедливо и должно быть заменено более общим:

$$\operatorname{div}(n u_p) = \operatorname{div}(n u_e).$$

### § 69. Положительный столб низкого давления в слабом продольном магнитном поле

При помещении однородного положительного столба в однородное продольное магнитное поле  $B$  параметры этого ПС изменяются по сравнению со случаем  $B = 0$  вследствие уменьшения в магнитном поле скорости ухода заряженных частиц к стенкам (68.19). При наложении на ПС магнитного поля скорость ионизации и электронная температура в первый момент уже не успели «подстроиться» к новым условиям и из-за уменьшения  $D_{am}$  возрастает концентрация электронов. Поэтому несколько возрастает продольный ток ПС, что приводит к увеличению падения напряжения на внешнем нагрузочном сопротивлении; падение потенциала на трубке уменьшается, т. е. падает  $E_z$ ; при этом, в соответствии с условием баланса энергии электронов, падает  $T_e$ ; с уменьшением  $T_e$  падает частота ионизации (скорость рождения новых носителей зарядов),  $z_i$  становится в новом стационарном состоянии (при наличии магнитного поля) равной скорости их диффузионного ухода в магнитное поле.

Иными словами, уменьшение скорости потерь носителей зарядов на стенках трубки в продольном магнитном поле требует меньшей скорости их генерации электронными ударами, причем энергия электронов черпается из продольного электрического поля  $E_z$ . Так как скорость ионизации сильно зависит от средней энергии электронов (электронной температуры  $T_e$  — в случае максвелловского распределения), то уменьшение этой скорости требует уменьшения  $T_e$  и  $E_z$ .

Теория ПС в слабом продольном магнитном поле есть теория Шоттки (см. § 34) с учетом влияния магнитного поля на коэффициент амбиполярной диффузии  $D_{am\perp}$ . Из уравнений этой теории (34.1) и (34.2) получено простейшее распределение концентрации заряженных частиц

$$n(r) = n(0) J_0 \left( r \sqrt{\frac{z_i}{D_{am\perp}}} \right) \quad (69.1)$$

и потенциала

$$U(r, z) = \frac{D_{e\perp} - D_{p\perp}}{b_{e\perp} + b_{p\perp}} \ln \left[ J_0 \left( \sqrt{\frac{z_i}{D_{am\perp}}} r \right) \right] + U_0(z). \quad (69.2)$$

Из выражения (69.2) видно, что в сильном магнитном поле  $B$  возможна перемена знака заряда оси ПС относительно стенок (при  $D_{e\perp} < D_{p\perp}$ ), однако она не обязательно происходит даже в сильных магнитных полях. Воспользовавшись соотношением (68.3) и (68.7), легко получить

$$\frac{D_e}{D_p} = \frac{\lambda_e}{\lambda_p} \sqrt{\frac{m_p T_e}{m_e T_p} \frac{1 + (e_0 B \lambda_p)^2 / (3 m_p k T_p)}{1 + (e_0 B \lambda_e)^2 / (3 m_e k T_e)}}. \quad (69.3)$$

При больших  $B$ :

$$\lim_{B \rightarrow \infty} \frac{D_{e\perp}}{D_{p\perp}} = \frac{\lambda_p}{\lambda_e} \left( \frac{m_e}{m_p} \right)^{1/2} \left( \frac{T_e}{T_p} \right)^{1/2}, \quad (69.4)$$

Отсюда видно, что знак неравенства  $D_{e\perp}/D_{p\perp} \geq 1$  зависит от рода газа ( $\lambda_p/\lambda_e$ ,  $m_e/m_p$ ). Краевое условие  $n(R) = 0$  (для ПС) в магнитном поле применимо с большим основанием, нежели в случае  $B = 0$ , так как в сильном магнитном поле роль длины свободного пробега иона играет его гирорадиус, и поэтому точное краевое условие Де-Гроота—Грановского (§ 34), найденное для случая  $B = 0$  в работе [1], сводится с большой точностью к условию

Шоттки  $n(R) = 0$ . В этом случае из (69.1) получаем

$$\frac{z_i}{D_{am\perp}} R^2 = (2,405)^2, \quad (69.5)$$

откуда, в предположении максвелловского распределения электронов по скоростям, с помощью выражения (34.4) для частоты ионизации можно определить электронную температуру ПС.

Так как в присутствии магнитного поля  $D_{am\perp}(B) < D_{am\perp}(0)$ , то уравнение баланса (69.5) требует меньшей частоты ионизации, а следовательно, и несколько меньшей электронной температуры \*).

По известной электронной температуре можно рассчитать продольное электрическое поле  $E_z$ , используя баланс энергии электронного газа (см. § 34). Поскольку  $E_z \sim T_e \sqrt{\kappa(T_e)}$ , а  $\kappa(T_e)$  — сильно возрастающая функция  $T_e$ , то при уменьшении  $T_e$  вследствие наложения магнитного поля должно уменьшаться и  $E_z$ . На рис. 12.1 дано рассчитанное Ленертом в случае гелия отношение  $E_z(B \neq 0)/E_z(0)$ .

Отметим, что в рассматриваемом случае однородного в осевом направлении магнитного поля радиальное распределение носителей заряда остается таким же, как и без магнитного поля (см. (69.1)); абсолютное значение величины концентрации носителей заряда  $n_e(0)$  должно в магнитном поле увеличиться незначительно — за счет уменьшения  $E_z$  и связанного с этим уменьшения токовой скорости электронов  $u_{ez}$  (полный ток трубки постоянен).

Значительное увеличение диффузионного времени жизни заряженных частиц в ПС в магнитном поле приводит к тому, что в некоторых случаях (особенно в ПС в парах щелочных металлов) скорость рождения заряженных частиц уравнивается скоростью объемной рекомбинации (которая относительно мала в отсутствие магнитного поля). Указанный эффект обнаружен экспериментально в работе [2].

1. Экспериментальные исследования ПС в слабом однородном продольном магнитном поле. Подробное количественное исследование ПС в слабом ( $0,1 \div 1$  кгс) однородном продольном магнитном поле (с исключением краевых эффектов) было проведено в работах Бикертона и Энгеля [3] и Ленерта и Хоу [VI.51], [4—6]. Эксперимент [3] производился в трубке длиной  $l = 1$  м,  $2R = 3,8$  см, помещенной в соленоид длиной  $L = 80$  см (рис. 12.2), так что  $L/R \approx 40$ . Исследуемым газом был He при давлениях  $0,02 \div 1$  мм рт. ст. Ток трубки был равен  $0,1a$ . Зондовым методом измерялись следующие параметры ПС:

$$E_z, T_e, j_{pw}, E_r(r), n_e.$$

В экспериментах [VI.51], [4—6] было проведено широкое исследование ПС в магнитном поле до 9 кгс, в газах: He, Ar, Kr, H<sub>2</sub>, N<sub>2</sub> при давлениях

\*) Электронная температура  $T_e$  выражается через частоту ионизации  $z_i$  приблизительно логарифмически (см. (34.4)), поэтому при наложении магнитного поля она уменьшается незначительно.

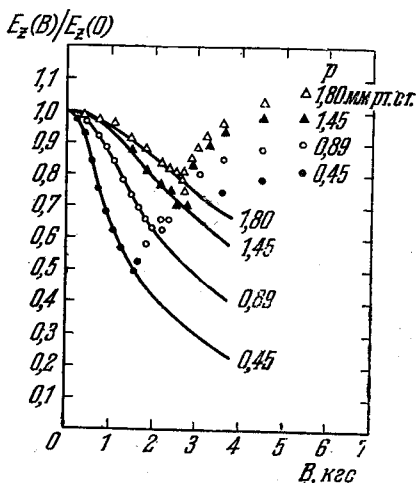


Рис. 12.1. Зависимость напряженности продольного электрического поля (отнесенного к полю при  $B = 0$ ) от напряженности магнитного поля при разных давлениях в He.

Точки — эксперимент, кривые — расчет.

0,1÷4 мм *рт. ст.*, токах трубки до 1а; трубка диаметром 1÷2 см помещалась в длинный соленоид (4 м); анод и катод трубки были вне соленоида (рис. 12.3), поэтому краевые эффекты в срединной части ПС были исключены.

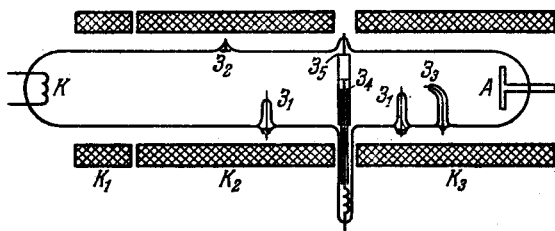


Рис. 12.2. Эскиз экспериментальной трубки Бикертон и Энгеля [3].

$Z_1$  — зонды для измерения  $E_z$ ;  $Z_2$  — стеночный зонд: ( $\Phi = 5$  мм) для измерения  $j_{pw}$ ;  $Z_3$  — остеклованный торцевой зонд, собирающий заряженные частицы вдоль поля  $B$ ;  $Z_4$  — подвижный зонд, собирающий поперек  $B$ ;  $Z_5$  — медное кольцо внутри трубки;  $K_1$  — катушка для усиления поля на конце,  $K_2$ ,  $K_3$  — две одинаковые катушки магнитного поля.

при малых магнитных полях было наличие ступенчатой ионизации, скорость которой была сравнима со скоростью прямой ионизации.

Главным результатом работы [VI.51] было открытие «критического магнитного поля»  $B_{кр}$ , начиная с которого ( $B \geq B_{кр}$ ) величина  $E_z$  переставала уменьшаться в соответствии с теорией, изложенной выше. Одновременно с

Производились измерения  $E_z$  зондовым методом, а также снимался частотный спектр шумов тока трубки.

Результаты измерений [VI.51], [4—6] основных параметров ПС при малых магнитных полях хорошо согласуются с изложенной выше теорией \*).

В этих исследованиях обнаружено сильное уменьшение ионного тока на стенки  $j_{pw}$ , уменьшение радиального поля  $E_z$ , уменьшение  $E_z$  и  $T_e$  в согласии с теорией. Существенной причиной некоторого количественного расхождения с теорией

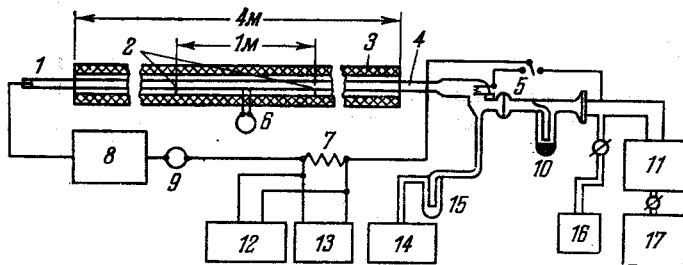


Рис. 12.3. Схема установки Ленерта [VI.51].

1 — анод; 2 — зонды; 3 — соленоид; 4 — разрядная трубка; 5 — катод; 6 — электростатический вольтметр; 7 — сопротивление; 8 — источники питания; 9 — омметр; 10 — ловушка с углеродом; 11 — диффузионный насос; 12 — анализатор импульсов; 13 — осциллограф; 14 — манометр Мак-Леода; 15 — ловушка; 16 — баллон с гелием; 17 — механический насос.

этим при  $B \geq B_{кр}$  резко возрастал уровень низкочастотных шумов тока в диапазоне частот  $10^4 \div 10^5$  *гц*. На рис. 12.1 показаны кривые  $E_z(B)/E_z(0)$ , полученные в [VI.51]. Как хорошо видно из этих кривых, при  $B = B_{кр}$  теория хорошо подтверждается экспериментом; при  $B \geq B_{кр}$  имеется резкое расхождение.

Рост  $E_z$  при  $B > B_{кр}$  можно объяснить внезапным увеличением скорости поперечной диффузии носителей заряда к стенкам, что приводит к увеличе-

\*) Следует только отметить, что в условиях эксперимента [3] ПС при  $B = 0$  лучше описывается теорией «свободного падения» Ленгмюра и Тонкса (см. § 34), нежели теорией Шоттки; при  $B \neq 0$  диффузионная теория применима хорошо, так как в радиальном поперечном направлении движение заряженных частиц становится не свободным, а диффузионным.

нию  $T_e$  и  $E_z$  в силу условия (69.5) баланса числа носителей. Физический механизм увеличения скорости поперечной диффузии при  $B > B_{кр}$  обсуждается в § 70.

**2. Положительный столб в неоднородном продольном магнитном поле.** Исследования ПС в неоднородном продольном магнитном поле, создаваемом короткими соленоидами (так что  $L/R \leq 10 \div 30$ ), проводились во многих работах [7–11].

Кроме действия продольного магнитного поля, приводящего, как это и следует ожидать, к уменьшению  $j_{pw}$ ,  $T_e$  и  $E_z$ , существенную роль при коротком соленоиде играют краевые эффекты, приводящие к контракции ПС \*).

Согласно Тонксу [7], контракция ПС в коротком соленоиде объясняется следующим образом. Если катод находится в соленоиде, то на большом расстоянии от катода вдоль соленоида сечение ПС сохраняет форму источников эмиссии электронов на катоде вследствие затруднения поперечной диффузии. Если соленоид достаточно длинен, то в конце концов на известном расстоянии от катода радиальное распределение концентрации носителей должно стать нормальным диффузионным:  $n_e(r) = n_e(0)J_0(r/\Lambda)$ , где  $\Lambda = R/2, 4$ . Все неоднородности, присущие радиальному распределению вблизи катода, должны на большом расстоянии от катода «размыться» за счет диффузии.

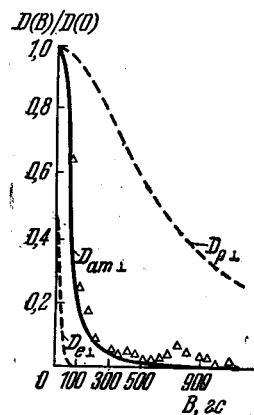


Рис. 12.5. Зависимость относительного коэффициента диффузии от величины напряженности магнитного поля [8].

Эксперименты [9–12], посвященные исследованию радиального распределения концентрации заряженных частиц в ПС, помещенном в короткий соленоид, показали наличие сильной контракции в этом случае.

\*) Как мы видели ранее, в однородном продольном магнитном поле контракция ПС не происходит, если  $B < B_{кр}$ ; при  $B > B_{кр}$  радиальное распределение напоминает контрагированное, но не из-за краевых эффектов, а вследствие турбулентного характера ПС (см. § 70).

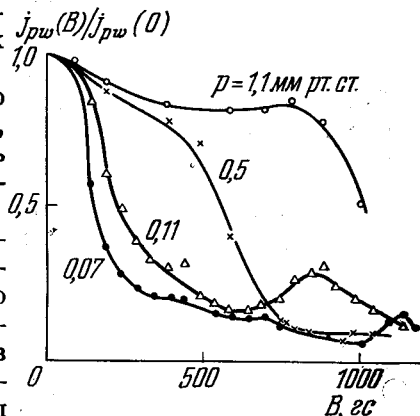


Рис. 12.4. Зависимость плотности ионного тока на стенку от напряженности внешнего продольного магнитного поля при токе трубки 0,1 а и при разных давлениях Ar [8].

Если катод был вне магнитного поля, то на краю соленоида электроны движутся в магнитной линзе по сходящимся траекториям, и ПС контрагирует. На большом расстоянии от края соленоида следует также ожидать исчезновения этой контракции.

В работе [7] эксперимент проводился в ртутном ПС при давлении  $5 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст., длине трубки 60 см; трубка вся помещалась в соленоид. В ближней к катоду части трубки ПС был контрагирован и имел в сечении форму катода; на расстоянии 30 см от катода контракция исчезала, и ПС имел нормальное радиальное распределение.

Чем ниже давление газа, тем дальше от катода простирался контрагированный столб.

Эти эксперименты хорошо продемонстрировали влияние краев, но не дали ответа о радиальном распределении в очень длинном соленоиде. Первой работой, в которой убедительно показано, что в ПС в длинном соленоиде при  $B < B_{кр}$  имеет место нормальное распределение носителей, явилось исследование [13].

В работе [8] проводились исследования ПС (He,  $p = 0,05 \div 1$  мм рт. ст.,  $i = 0,1 \div 1$  а,  $B = 0 \div 1000$  гс) в коротких соленоидах зондовым методом; измерялся стеночный ток  $j_{pw}$ ,  $T_e$ ,  $dn_p/dr|_{r=R}$  и вычислялся коэффициент диффузии  $D_{am\perp} = \frac{1}{e_0} \frac{j_{pw}}{(dn_p/dr)_{r=R}}$ . При полях  $B < B_{кр}$  ( $B_{кр} \sim 500$  гс, если катод вне соленоида,  $B_{кр} \sim 100 \div 200$  гс, если катод внутри соленоида) наблюдалось уменьшение  $j_{pw}$  и  $D_{am\perp}$  в соответствии с обычной теорией ПС при полях  $B > B_{кр}$  обнаружен аномальный рост  $j_{pw}$  и « $D_{am\perp}$ »; с ростом  $B$  величина  $D_{am\perp}$  проходила максимум и снова падала (рис. 12.4, 12.5). Одновременно при  $B \gg B_{кр}$  резко возрастала интенсивность низкочастотной компоненты шумов разряда.

### § 70. Неустойчивость положительного столба низкого давления в сильном продольном магнитном поле

В работах Ленерта и Хоу [VI.51], [4—6], где был обнаружен аномальный рост  $E_z$  при  $B > B_{кр}$ , авторы не смогли дать объяснение наблюдающемуся явлению. (Неудачная попытка объяснения сделана в [15].) Объяснение механизма этого явления дали Кадомцев и Недоспасов [16]. Физический смысл

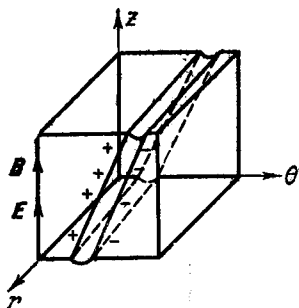


Рис. 12.6. К теории токово-конвективной неустойчивости [16].

их идеи заключается в следующем. Радиальное распределение концентрации заряженных частиц в положительном столбе при малых  $B$  имеет цилиндрически симметричную форму (приближенно  $n(r) = n(0)J_0(2,4 r/R)$ ). Осевая симметрия обусловлена механизмом диффузии, которая приводит к наличию максимума концентрации заряженных частиц на оси цилиндра (трубки). Однако если, кроме стабилизирующего воздействия диффузии, имеется еще какая-нибудь другая сила противоположного направления, то радиальное распределение концентрации  $n_e(r)$  не будет аксиально симметричным, если эта сила больше, чем диффузионная. Такой дестабилизирующей силой в данном случае является электромагнитная сила  $[jB]$ , появляющаяся при случайной винтообразной деформации шнура. Если эта деформация (рис.

12.6) произошла таким образом, что объемная сила  $[jB] = j_s \cdot B \cdot r/r$  направлена по радиусу, то в достаточно сильном поле  $B$  ( $B > B_{кр}$ ) величина этой силы будет больше, чем величина стабилизирующего воздействия диффузии  $kT_e \nabla n_e / n_e$ ; тогда указанная деформация будет развиваться, пока шнур не будет стабилизирован диффузией к ближайшей стенке трубки. Направление осевой скорости дрейфа электронов  $u_{ez}$  (рис. 12.6) таково, что выходящие из шнура в слабоионизованную часть газа электроны приведут к новой ионизации и образованию плазмы в нижней части винта, что эквивалентно вращению винтового шнура в направлении  $u_{e\theta}$ . Легко видеть, что направление вращения не зависит от направления тока трубки по отношению к направлению силовых линий магнитного поля\*); вращение винта происходит по часовой стрелке, если смотреть вдоль поля.

Винтообразный проводящий плазменный шнур, находящийся в продольном электрическом поле  $E_z$ , поляризуется электрически таким образом (рис. 12.6), что внутри него появляется азимутальное поле  $E_\theta$ . Направление этого поля таково, что заряженные частицы дрейфуют в скрещенных полях  $E_\theta$  и  $B_z$  по направлению к стенкам трубки. Это приводит к аномально большим потерям заряженных частиц на стенках трубки, что эквивалентно увеличению

\*) Вследствие изменения направления вращения винта.

коэффициента поперечной диффузии. Условие баланса числа заряженных частиц в положительном столбе требует при этом увеличения электронной температуры  $T_e$  для увеличения скорости ионизации, что возможно только за счет возрастания продольного электрического поля  $E_z$ .

Количественная теория этой так называемой «токово-конвективной» неустойчивости дана впервые в работе [16] и в дальнейшем развита в работах [17–27]. Исходными уравнениями основной работы [16] являются нестационарные уравнения баланса заряженных частиц

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div}(nu_p) = \frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div}(nu_e) = nz; \quad (70.1)$$

и стационарные уравнения движения:  
электронов

$$\frac{T_e}{m_e n} \nabla n = -\frac{e_0}{m_e c_0} [u_e B] + \frac{e}{m_e} \nabla \varphi - \frac{u_e}{\tau}, \quad (70.2)$$

ионов

$$u_p = -b_p \nabla \varphi. \quad (70.3)$$

В уравнении движения ионов предполагается, что  $\omega_p \tau_p \ll \left| \frac{\nabla n}{n} \right| \left| \frac{E_z}{E_p} \right|$ ; стационарность уравнений движения означает, что рассматриваются процессы с частотами, много меньшими частот столкновений электронов и ионов.

Из уравнений (70.1) – (70.3) можно получить нелинейные дифференциальные уравнения для  $n(r, z, t)$  и  $\varphi(r, z, t)$ , которые в работе [16] решаются для случая малых возмущений  $n'$  и  $\varphi'$ :

$$n(r, z, t) = n_0(r) + n'(r, z, t), \quad \varphi(r, z, t) = \varphi_0(r) + \varphi'(r, z, t), \quad (70.4)$$

где  $n' \ll n_0$ ,  $|\varphi'| \ll |\varphi_0|$ .

Невозмущенные значения  $n_0(r)$  и  $\varphi_0(r)$  соответствуют обычной стационарной теории ПС в магнитном поле (см. выше); возмущения  $n'$ ,  $\varphi'$  ищутся в виде \*)

$$n' = f(r) \exp(im\theta + ikz - i\omega t), \quad (70.5)$$

где  $k$  — осевое волновое число ( $2\pi/k$  — длина волны возмущения вдоль оси);  $m$  — азимутальная мода возмущения ( $2\pi R/m$  — азимутальная длина волны возмущения;  $m$  — целое число).

Для решения линейных относительно  $n'$  и  $\varphi'$  уравнений были сделаны следующие дополнительные предположения:

$$j_{ew} = j_{pw}; \quad \frac{1}{n} \frac{dn}{dr} \bigg|_{r=R} \frac{1}{\lambda_p} = \text{const};$$

$n'$ ,  $\varphi'$  регулярны при  $r \rightarrow 0$  и  $r \rightarrow R$ . Рассмотрен случай  $m = 1$ ; радиальная зависимость возмущения взята в виде  $n' = -mJ_1(\beta_1 r)$ , где  $\beta_1$  — первый

\*) Этот метод анализа неустойчивостей представляет собой отыскание фурье-компонент малого возмущения параметра системы (например, плазмы), и широко используется в литературе [22]. Исследуемый малый параметр (например,  $n'$ ) в форме (70.5) подставляется в линеаризованное уравнение для этого параметра, описывающее рассматриваемый физический процесс, и в результате дифференцирование по координатам и времени это дифференциальное уравнение превращается в алгебраическое (так как экспоненты сокращаются). Это алгебраическое уравнение  $F(\omega, k) = 0$ , связывающее частоту колебаний (в общем виде комплексную) с волновым вектором  $k$ , называется дисперсионным уравнением; если решение этого уравнения (относительно  $\omega$ ) содержит положительную мнимую часть, то процесс неустойчив, возмущение  $n'$  исследуемого параметра  $n$  ( $n' \ll n$ ) нарастает во времени. Если мнимая часть отрицательная, то возмущение затухает, — процесс устойчив.

корень функции Бесселя  $J_1(\beta_1)$ . При этих предположениях получено дисперсионное уравнение  $F(\omega, k) = 0$ ; граница устойчивости определяется условием  $\text{Im } \omega < 0$ , которое в данном случае имеет вид

$$Kx^4 + Fx^2 + G \geq mBux \frac{b_e}{b_p}, \quad (70.6)$$

где

$$K = \frac{1,28 + y}{y(y+1)}, \quad F = \frac{0,8(y+2)}{y}; \quad G = \frac{0,48(1+y)}{y} + 0,1 \frac{b_e}{b_p} \frac{1}{1+y};$$

$$B = 0,163; \quad x = \frac{k\omega_e \tau_e}{\beta}, \quad u = \frac{u_0}{\beta_0 D_e}; \quad y = \frac{b_p}{b_e} (\omega_e \tau_e)^2;$$

$$\beta_0 = \frac{2,4}{R}; \quad u_0 = b_e E_z.$$

Из (70.6) видно, что неустойчивость возможна только при  $m > 0$  и при достаточно большой токовой скорости  $u_0$ ; при  $u_0 = 0$  ( $j_z = 0$ ) положительный столб устойчив. В длинной трубке возможны произвольные значения  $x$ , т. е. волнового числа  $k$ . Поэтому устойчивость возникает, когда левая часть (70.6) окажется равной правой в единственной точке. При этом будут равны также производные. Из этих условий определяется критическое значение токовой скорости  $u_0$  или критическое значение магнитного поля  $B_{кр}$ :

$$u^* = \frac{2b_p x}{b_e B} (2kx^2 + F),$$

где

$$x^2 = \frac{-F + \sqrt{F^2 + 12KG}}{6K}.$$

Выражение (70.6) определяет границу устойчивости:  $u^* = u^*(y)$ , но  $u^* = \frac{b_e E}{\beta_0 D_e} = \frac{E}{\beta_0 T_e}$ . В условиях диффузионного положительного столба, где энергия электронов в основном уходит на излучение и упругие потери ( $\kappa_w \approx 0$ ), величина  $T_e$  есть хорошо известная из эксперимента функция от  $E/p$  (см. гл. VI). В величину  $y$  входят также хорошо известные значения  $b_e/b_p$  и  $\omega_e, \tau_e$ . Поэтому можно с помощью (70.6) найти значение  $B_{кр}$  для тех значений  $E_z$ , при которых наблюдается экспериментально нарушение монотонной зависимости  $E(B)$  в опытах [VI.24]. Такой расчет был проделан для  $B_{кр}$ ; сравнение найденных теоретически значений  $B_{кр}$  показывает прекрасное согласие с экспериментом [VI.24] (в пределах  $5 \div 10\%$ ).

Возникающие вследствие неустойчивости колебания шнура, как было показано выше, приводят к появлению азимутального электрического поля и аномальной диффузии, т. е. к усиленным потерям заряженных частиц на стенках трубки.

Количественный расчет аномальной диффузии и определение величины  $B_{кр}$  без помощи известного из эксперимента значения  $E_{кр}$  возможны только при более строгом решении уравнений (70.1) — (70.3), учитывающем нелинейные члены второго порядка относительно возмущений  $n', \phi'$ . Этот расчет [16] дает результаты, хорошо согласующиеся с экспериментом при  $|B - B_{кр}| \ll B_{кр}$ , поскольку он включает в себя предположение, что амплитуда колебаний еще мала и нет колебаний более высоких гармоник, чем  $m = 1$  (рис. 12.7). Для точного решения задачи о поведении ПС при  $B > B_{кр}$  необходимо учитывать возмущения более высоких гармоник, причем с конеч-

ными амплитудами, т. е. рассматривать задачу о турбулентном состоянии плазмы.

Уравнения (70.1) и (70.2), описывающие рассматриваемый процесс неустойчивости ПС, обладают той особенностью, что длина, время и магнитное поле входят в них только в комбинации с давлением, т. е. в виде  $ap$ ,  $tp$ ,  $B/p$ . Это следует из того, что  $z_i$  пропорционально, а  $\tau$  обратно пропорционально давлению  $p$ . Уравнения (70.1) и (70.2) содержат также величины  $z_i$ ,  $T_e$ , определяемые величиной электронной температуры  $T_e$ , которая в конечном счете определяется балансом энергии, т. е. величиной  $E_z/p$ . Все это позволяет сделать вывод, что если имеются две геометрически подобные системы с одинаковыми параметрами  $Rp$ ,  $E/p$ ,  $H/p$ , то уравнения (70.1), (70.2) для них совпадают, и потому процессы в этих системах будут отличаться только масштабом времени.

Так как уравнения (70.1), (70.2) линейны по концентрации, то эта величина, а также величина электрического тока не влияют на процессы в ПС.

Таким образом, если степень ионизации настолько мала, что можно пренебречь столкновениями ионов с электронами, то имеет место следующее соотношение подобия:  $E/p$  и  $\omega/p$  являются функциями только  $Rp$ ,  $H/p$  и не зависят от величины тока.

Для расчета критических значений электрического и магнитного полей, длины волны неустойчивости и частоты колебаний нужно знать соотношение  $ER/T_e$  как функцию  $Rp$  и  $H/p$ . Значение  $E$  и  $T_e$  можно определить теоретически из уравнений баланса частиц и энергии. Поскольку теоретический расчет величины  $E$  и  $T_e$  в ПС требует точного знания величины потерь энергии на излучение (см. § 38), что в настоящее время является нерешенной количественно задачей, то удобно для сравнения выводов теории с экспериментом использовать экспериментальные зависимости  $E/p = f_1(Rp)$  и  $T_e = f_2(Rp)$ , полученные без магнитного поля.

В докритической области, как это следует из § 68, имеют место соотношения:

$$E/p = f_1(Rp),$$

$$T_e = f_2(Rp).$$

Численное решение этих уравнений позволяет найти все параметры ПС в критической точке для данных  $Rp$  и рода газа. Результаты таких расчетов приведены в сравнении с экспериментальными данными ниже.

Изложенная выше теория неустойчивости ПС в продольном магнитном поле получила уточнение и развитие в работе ряда авторов. Тимофеев [18] дал обобщение теории на случай ПС конечной длины и учел замагниченность ионов; (т. е. зависимость  $b_{p\perp} \approx f(B)$ ); им было показано, что в коротком ПС первые моды колебаний могут не развиваться.

В работе [20] указан более строгий способ решения уравнений для величин  $n'$  и  $\phi'$  (70.4), чем это сделано в работе [16]. Однако результаты расчета [20] практически не отличаются от результатов [16], кроме того, радиальный профиль возмущения оказался совпадающим с  $J_1(\beta_1 r)$ , как это было принято без доказательства в [16].

Состояние ПС при магнитных полях, много больших критического ( $B \gg B_{кр}$ ), исследовалось теоретически Кадомцевым [17], а затем Ленертом

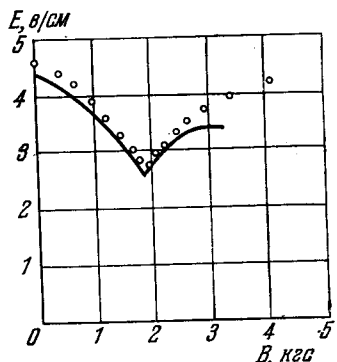


Рис. 12.7. Сравнение теории Кадомцева и Недоспасова [16] (линия) с экспериментом Ленерта [VI.51] (кружки).

[19]. По представлениям, развитым в [17], по мере роста магнитного поля при  $B > B_{кр}$  в спектре частот колебаний потерявшего устойчивость ПС появляются новые, более высокие гармоники (при  $B = B_{кр}$  имеется только одна гармоника, соответствующая границе появления неустойчивости). Колебания плазмы ПС становятся все более беспорядочными, и при больших значениях магнитного поля ПС становится турбулентным. Кадомцев построил феноменологическую теорию такой турбулентности, предположив постоянство «длины перемешивания», т. е. среднего поперечного размера пульсаций плотности электронов  $l = \text{const}$ , где  $l = -\frac{n'}{(dn/dr)}$ ,  $n'$  — турбулентная пульсация концентрации электронов,  $dn/dr$  — радиальный градиент средней электронной концентрации. Пульсация дрейфовой скорости электронов  $u'$  предполагается пропорциональной пульсации концентрации:  $u' = un'/n$ ;  $u$  — средняя дрейфовая скорость электронов;  $q$  — плотность турбулентного потока электронов к стенкам при этом не зависит от  $B$ :

$$q = n'u' = ul^2 n^{-1} \left( \frac{dn}{dr} \right) \sim \left( \frac{dn}{dr} \right). \quad (70.7)$$

Обозначив  $s = l/R = \text{const}$ , получим уравнение баланса числа электронов

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[ \frac{r}{n} \left( \frac{dn}{dr} \right)^2 \right] = \frac{z_i}{us^2 R^2} n \dots \quad (70.8)$$

Это уравнение при нулевом граничном условии проинтегрировано численно в [17]; сравнение с экспериментом приведено ниже. В результате интегрирования определяется частота ионизации  $z_i$ , электронная температура  $T_e$

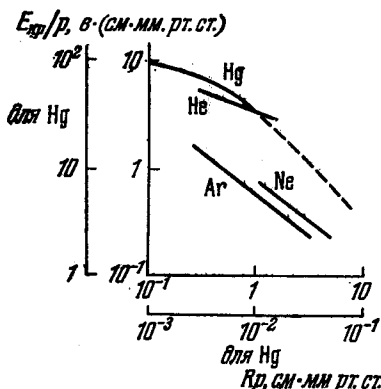


Рис. 12.8. Теоретические зависимости  $E_{кр}/p$  от  $Rp$  для разных газов [25].

и продольное поле  $E_z$  в таком «турбулентном» ПС; однако эти значения зависят от величины  $l$ , которая в этой феноменологической теории предполагается известной. Таким образом, если экспериментально определить любой из параметров турбулентного ПС ( $T_e$ ,  $z$ ,  $E_z$ ,  $l$ ), то теория позволяет найти все остальные из этих параметров.

В рассматриваемом турбулентном ПС возмущения имеют вид узких вытянутых сгустков (согласно [17]); можно представить себе, что в таком ПС плазма «вытекает» из приосевых областей в виде сгустков и рекомбинирует на стенках, а внутрь плазмы втекают «пузыри» слабоионизованного газа. Поэтому описываемое явление и было названо токово-конвективной неустойчивостью.

В целом ряде экспериментальных работ [23—33] теория [6] нашла прекрасное подтверждение. В фундаментальном исследовании [23] измерялись всевозможные параметры ПС в широком диапазоне магнитных полей (до 7 кге), токов (0,05—5а), диаметров трубок (1,9—5,5 см), давлений ( $10^{-2}$ —35 мм рт. ст.) и рода газа ( $H_2D_2$ , He, Ar, Ne). Эксперименты проводились в длинных разрядных трубках (2,5 м), на которые были надеты катушки секционированного соленоида ( $L = 2$  м). Сверхскоростная киносъемка ПС показала, что при некотором  $B = B_{кр}$  он свертывается в спираль, которая начинает вращаться с частотой  $\sim 10^4$  гц. Одновременно при  $B = B_{кр}$  прекращается падение и начинается рост величин  $E_z$  и  $T_e$ . Результаты этой работы находятся в количественном соответствии с теорией [16]. То же самое относится к

последующим экспериментальным работам. В работе [25] проводится анализ результатов всех этих экспериментов с помощью теории [16]. На рис. 12.8, 12.9 дается сравнение результатов расчетов  $E_{кр}/p$  и  $B_{кр}/p = = f(R_p)$  и экспериментов для ряда газов. Расчеты применимы только при  $\omega_p \tau_p \lesssim 10^{-1}$  (так как теория [16] пренебрегает замагниченностью ионов).

Как следует из рис. 12.9, имеется хорошее согласие теории с экспериментом, как в части выполнения соотношений подобия, так и в абсолютной величине  $B_{кр}$ .

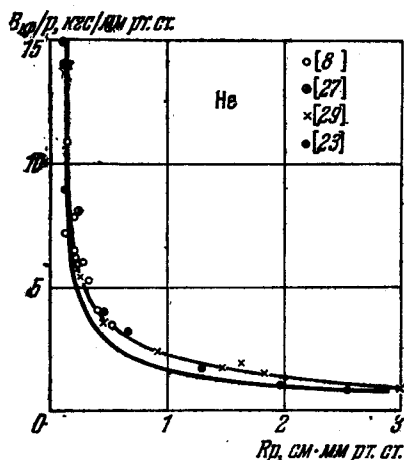


Рис. 12.9. Зависимость  $B_{кр}/p$  от  $R_p$  для He.

Жирная линия — теория [16], точки — эксперимент.

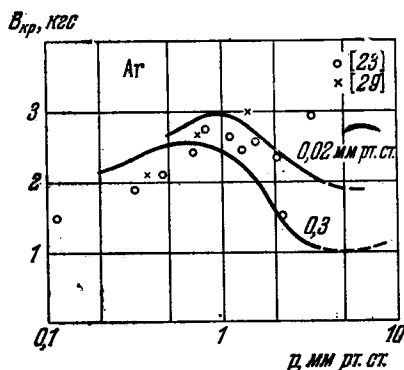


Рис. 12.10. Зависимость  $B_{кр}(p)$  в Ar.

Линия — теория [16], точки — эксперимент.

При увеличении давления в условиях начинающейся контракции столба исходные предположения теории становятся неточными. В этих условиях наблюдается уменьшение  $B_{кр}$  с давлением \*) [32].

Немонотонная зависимость  $B_{кр}/T = f(p)$  в аргоне (рис. 12.10) объясняется немонотонным изменением  $E_z$  с давлением газа, что связано с сильной зависимостью подвижности электронов в аргоне от их энергии (эффект Рамзауэра).

В соответствии с предсказаниями теории, в работах [23, 35] наблюдалось винтовое искривление столба разряда при  $B \geq B_{кр}$ . Длина волны этого искривления в гелии при различных  $p$  показана на рис. 12.11 вместе с теоретической кривой. В экспериментальных работах [23, 31] отмечается согласие измеренных значений частоты колебаний, возникающих в столбе при  $B \geq B_{кр}$ , с формулой

$$f \approx \frac{10b_p D_e}{\omega_e \tau_e \cdot b_e R^2},$$

следующей из дисперсионного уравнения теории [16].

Таким образом, токово-конвективная неустойчивость, возникающая в положительном столбе, помещенном в однородное магнитное поле, хорошо описывается количественной теорией [16, 20] при магнитных полях, близких к критическому:  $B \geq B_{кр}$ .

\*) Отметим, что винтообразная неустойчивость ПС дуги высокого давления при наложении довольно слабого  $\sim 10+20$  гс продольного магнитного поля обнаружена экспериментально еще в 30-х годах Эленбаасом [V.58].

Экспериментальные исследования положительного столба в магнитном поле, значительно превышающем критическое, проводилось в работах [23, 26, 30, 36].

Особый интерес представляют работы [36], в которых исследовался ПС в парах ртути при малых давлениях ( $10^{-4} \div 10^{-2}$  мм рт. ст.). Условия эксперимента [36] были сделаны «чистыми», т. е. влияние концевых эффектов (которое изучалось специально) было исключено: соленоид имел однородное поле длиной 92 см при диаметре трубки 3,2 см и длине ее 200 см. Производились измерения ионного стеночного тока и радиального распределения концентрации ионов зондовым методом, а также спектра колебаний переменной составляющей ионного зондового тока и колебаний потенциала плазмы в диапазоне частот до 240 кГц.

Эксперименты показали, что уже при полях в несколько десятков эрстед характеристики ПС перестают подчиняться законам классической диффузии § 68. Появление неустойчивости определялось по точке излома зависимости  $j_{pw}(B)$ : стеночный ток с ростом поля сначала падал в устойчивом режиме, затем почти не изменялся (в неустойчивом режиме). При  $B \approx B_{кр}$  в плазме ПС появлялись колебания в узком интервале частот с частотой 30 кГц ( $B_{кр} = 30$  эс), независимо от давления паров ртути ( $2 \cdot 10^{-4} \div 2 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст.); кроме колебаний с основной частотой 30 кГц, в спектре имелись колебания более высоких гармоник.

С ростом  $B$  амплитуда колебаний на основной частоте становилась много больше амплитуды гармоник.

На рис. 12.12 отложена полученная экспериментально зависимость  $B_{кр}/p = f(p)$  в сравнении с теорией [16]. Здесь же отложены экспериментальные точки, полученные ранее в работе [37]. Как видно из рис. 12.12, при самых низких давлениях имеется заметное расхождение теории [16] и эксперимента. Механизм неустойчивости при таких низких давлениях объясняется в работе [38, 39] с помощью рассмотрения, аналогичного теории [16], но учитывающего в уравнении движения ионов инерционный член.

В работе [36] исследовано радиальное распределение заряженных частиц в длинном положительном столбе при  $B \gg B_{кр}$  (в условиях применимости теории [17]). Эксперимент проводился в He при давлениях  $p = 2 \cdot 10^{-2}$  и  $2 \cdot 10^{-1}$  мм рт. ст., в поле до 1,5 кэс. При  $p = 2 \cdot 10^{-2}$  мм рт. ст.,  $B = 1,5$  кэс ПС находился в турбулентном режиме; радиальное распределение (рис. 12.13) соответствовало теории [17], если предположить, что «длина перемешивания»  $l = 0,15$  см (теория дает:  $l = 10^{-1}$  см). Наблюдавшаяся контракт-

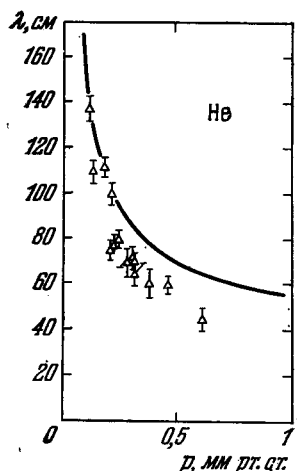


Рис. 12.11. Зависимость длины волны неустойчивости от  $p$  в Ne.

$2R = 5,5$  см. Линия — теория [16], точки — эксперимент [28].

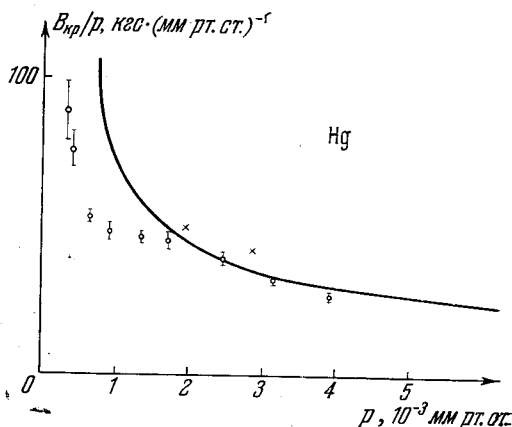


Рис. 12.12. Зависимость  $B_{кр}/p$  от  $p$  в Hg.

Линия — теория [30]; точки — эксперимент [30, 37].

ция ПС связана именно с его турбулентным состоянием, а не с фокусировкой у края соленоида [9, 10], что подтверждено экспериментально; форма радиального распределения на большом расстоянии от входа трубки в соленоид не зависела от радиуса трубки перед этим входом. В нетурбулентном режиме (рис. 12.14) радиальное распределение мало отличалось от нормального диффузионного.

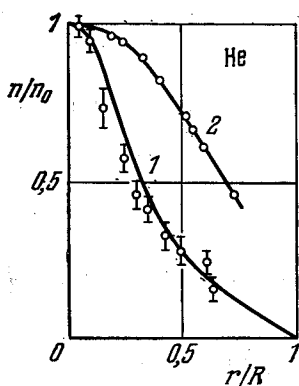


Рис. 12.13. Радиальное распределение плотности ионов в турбулентном положительном столбе He при  $B > B_{кр}$  [36].

$Rp = 5,5 \cdot 10^{-2}$  см·мм рт. см. 1 —  $B = 1500$  эс; 2 —  $B = 0$ .

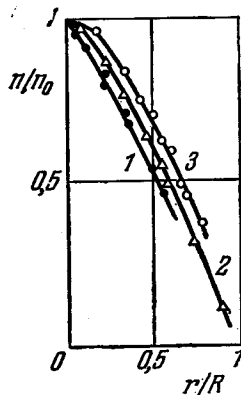


Рис. 12.14. Радиальное распределение плотности ионов в положительном столбе He в однородном докритическом магнитном поле [36].

$Rp = 5,5 \cdot 10^{-1}$  см·мм рт. см. 1 —  $B = 1500$  эс; 2 —  $B = 400$  эс; 3 —  $B = 500$  эс.

Таким образом, физика протекания электрического тока в положительном столбе, находящемся в магнитном поле, оказалась достаточно сложной с теоретической и экспериментальной точек зрения, как показали работы последних лет.

Можно ожидать, что теория турбулентного ПС будет дополняться и модифицироваться по мере расширения области исследованных экспериментально параметров (большие магнитные поля, большие и малые давления газа).

## § 71. Дуга низкого давления в металлических камерах в продольном магнитном поле

В ряде работ [VIII.23], [13, 40—46] для исследования поперечной диффузии носителей зарядов в магнитном поле использовалась дуга с накалимым катодом в металлической камере, помещенной в продольное магнитное поле (рис. 12.15). Электроны, эмиттируемые катодом  $K$ , ускоряются потенциалом  $\sim 100$  в в промежутке  $K - A$ ; внутри камеры  $A$  имеется пучок быстрых электронов, имеющий в сечении форму отверстия  $S$ ; эти электроны, ионизуя нейтральный газ, создают столб «первичной плазмы», от которого происходит диффузия плазмы к стенкам камеры.

Рассмотрим этот процесс аналитически. Отметим, что так как стенки камеры металлические, то происходит хорошее выравнивание потенциала стенок в процессе прихода на них заряженных частиц из плазмы; в результате изменяется распределение электрического поля в объеме и нарушается дипольный механизм диффузии. Это явление («эффект короткого замыкания») впервые отмечено Саймоном [12, 13].

Уравнение баланса числа заряженных частиц в стационарном случае имеет вид

$$\operatorname{div} nu_e = \operatorname{div} nu_p = z_i n, \quad (71.1)$$

где  $z_i$  — скорость ионизации.

Используя соотношения (68.8) и (68.9), из уравнений (71.1) получим

$$-D_{e\parallel} \left[ \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + \frac{e}{T_e} \frac{\partial}{\partial z} (nE_z) \right] - D_{e\perp} \left[ \Delta_{\perp} n + \frac{e}{T_e} \nabla_{\perp} (nE) \right] = z_i n, \quad (71.2)$$

$$D_{p\parallel} \left[ \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} - \frac{e}{T_p} \frac{\partial}{\partial z} (nE_z) \right] + D_{p\perp} \left[ \Delta_{\perp} n - \frac{e}{T_p} \nabla_{\perp} (nE) \right] = z_i n,$$

где обозначено

$$D_{e\perp} = \frac{D_{e\parallel}}{1 + \omega_e^2 \tau_e^2}; \quad \Delta_{\perp} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right); \quad \nabla_{\perp} = \frac{\partial}{\partial r}.$$

Для области диффузии (области вторичной плазмы, где  $z_i = 0$ ) уравнения (71.2) приобретают вид

$$\left( 1 + \frac{e}{T_e} \xi \right) \left( D_{e\parallel} \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + D_{e\perp} \Delta_{\perp} n \right) = 0, \quad (71.3)$$

$$\left( 1 - \frac{e}{T_i} \xi \right) \left( D_{p\parallel} \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + D_{p\perp} \Delta_{\perp} n \right) = 0,$$

где положено:  $E_z = \xi \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial z}$ ,  $E_{\perp} = \xi \frac{1}{n} \nabla_{\perp} n$ , т. е. предполагается, что, как и при амбиполярной диффузии, компоненты электрического поля пропорциональны составляющим градиента концентрации.

Если длина камеры не превышает существенно ее диаметра, то стенки должны заряжаться отрицательно, так как электроны достигают стенок быстрее, чем ионы (при движении вдоль оси; при движении же по радиусу к стенкам ионы в больших магнитных полях движутся быстрее электронов, но эта скорость движения (дрейфа) ионов много меньше скорости дрейфа электронов вдоль оси, и поэтому только в очень длинной камере возможен положительный потенциал стенок). При отрицательно заряженных стенках величина  $\xi < 0$ , так как  $\partial n / \partial z < 0$ ,  $\nabla_{\perp} n < 0$  всегда; поэтому уравнения (71.3) эквивалентны равенствам

$$D_{p\parallel} \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + D_{p\perp} \Delta_{\perp} n = 0, \quad \xi = - \frac{T_e}{e_0}. \quad (71.4)$$

Следовательно

$$E = - \frac{T_e \nabla n}{e_0 n} \dots \quad (71.5)$$

Рис. 12.15. Эскиз экспериментальной камеры, применявшейся в опытах [VIII.23], [43]

К — катод, S — отверстие в анодной камере, A — анод.

Из уравнения (68.8) видно, что при выполнении (71.5)  $u_z = 0$  и  $j_z = 0$  всюду в области диффузии стационарный режим, соответствующий равенству интегральных ионного и электронного токов на стенки, обеспечивается электронным током на стенки в области активного разряда или на границе области диффузии. Электроны «заперты» в области диффузии благодаря отрицательному потенциалу стенок.

Из первого уравнения системы (71.4) легко определяется пространственное распределение концентрации заряженных частиц в области диффузии (при краевом условии  $n(R) = 0$ )

$$n(r, z) = n_0 \sin \frac{\pi z}{L} \exp \left( -\frac{r}{s_{\perp}} \right), \quad (71.6)$$

где

$$s_{\perp} = \frac{L}{\pi} \sqrt{\frac{D_{p\perp}}{D_{p\parallel}}}, \quad (71.7)$$

$L$  — длина камеры.

Предполагается, что  $\sqrt{\frac{D_{p\parallel}}{D_{p\perp}}} \frac{\pi(R-r)}{L} \gg 1$ , где  $R$  — радиус камеры,  $r$  — текущая радиальная координата.

Решение (71.6) показывает, что концентрация заряженных частиц в области вторичной плазмы спадает экспоненциально по радиусу к стенкам с характерной длиной спада  $s_{\perp}$ , определяемой равенством (71.7).

Экспериментальное доказательство справедливости приведенного рассмотрения дано в работах Саймона, Жаринова, Боэпоттена [12, 13, 40, 41].

Первые эксперименты в рассматриваемой геометрии осуществил Бом [VIII.23]. Исследовалась дуга в аргоне при давлениях  $10^{-4} \div 10^{-2}$  мм рт.ст., в магнитных полях 3000–4000 э. Измерение распределения концентрации электронов и ионов в области вторичной плазмы производилось подвижным зондом в режиме регистрации ионного тока (т. е. при отрицательном относительно плазмы потенциале зонда). Измеренное значение  $s_{\perp}$  Бом сравнил с результатами вычислений, основанных на неверном предположении об амбиполярном характере диффузии плазмы в металлических камерах; полученное расхождение на два порядка (экспериментальные значения  $D_{\perp}$  были выше теоретических) Бом объяснил «аномальной» диффузией, вызванной дрейфом частиц в скрещенных  $E, B$  полях, причем поле  $E$  появляется вследствие неустойчивости плазмы неизвестного происхождения. Однако экспериментальные результаты Бома легко объясняются приведенным выше рассмотрением, и нет необходимости привлекать гипотезу о турбулентной диффузии.

Зондовые измерения Жаринова [41] в условиях, аналогичных условиям эксперимента Бома [VIII.23], показали, что потенциал вторичной плазмы положителен относительно стенок, и электронный ток на стенки в этой области значительно меньше ионного.

Саймон [12, 13] произвел измерения зависимости величины  $s_{\perp}$  от магнитного поля  $B$  при  $B = 2 \div 14$  кэ и при давлениях газа (азота)  $10^{-3} \div 5 \cdot 10^{-3}$  мм рт.ст. Найденная зависимость  $s_{\perp} = f(B)$  соответствует квадратичному относительно  $B$  закону изменения коэффициента поперечной диффузии  $D_{\perp} \sim B^{-2}$ ; абсолютные значения  $s_{\perp}$  по порядку величины согласуются с теоретическим [VI.24], [6]; строгое сравнение затруднительно, так как эффективное сечение столкновений ионов с атомами, а также ионная температура известны с плохой степенью точности.

Аналогичные результаты получены в работе [40], где диффузия изучалась в баллоне большой длины, большая часть боковой поверхности которого была стеклянной. Строгий анализ процессов диффузии в таком баллоне затруднителен; однако при  $s_{\perp} \ll R$  роль граничных условий на боковых стенках невелика, и можно использовать соотношение (71.7). Найденное абсолютное значение  $s_{\perp}$  и характер зависимости  $s_{\perp} = f(B)$  не согласуются с теоретическим,  $s_{\perp} \sim 1/B$ , т. е.  $D_{\perp} \sim B^{-2}$ .

Однако в некоторых экспериментах с камерами описанного типа обнаружены режимы с аномальными явлениями во вторичной плазме.

В работах Жаринова [43, 44] измерялось отношение электронного и ионного токов насыщения на зонды, расположенные на торцевой поверхности анода камеры. С ростом магнитного поля до некоторого критического значения ( $\sim 500$  гс в  $\text{H}_2$ ) и 1500 гс в  $\text{N}_2$  и He при  $p \sim 5 \cdot 10^{-2}$  мм рт. ст.) отношение электронного тока насыщения к ионному монотонно уменьшалось, при критическом значении магнитного поля это отношение резко возрастало и появлялись сильные колебания зондового тока. Сопоставление фаз колебаний тока на различные зонды показало, что во вторичной плазме образуется один или два сгустка, вращающихся вокруг оси разряда. В работе [46] это явление наблюдалось с помощью специального устройства — «плазмоскопа», работающего на принципе электронно (ионно)-оптического преобразователя. Аналогичные результаты были получены в работе [45].

Таким образом, картина аномального режима разряда оказалась очень сложной, пока не поддающейся теоретическому объяснению [47]. В статье [21] описанные аномалии объясняются возникновением винтовой неустойчивости плазмы, подобной неустойчивости Кадомцева — Недоспасова. Такая неустойчивость может быть вызвана продольным током в области диффузии. Но имеющихся экспериментальных данных пока недостаточно для окончательного решения вопроса о механизме аномального режима разряда в камерах с металлическими стенками.

## § 72. Пеннинговский (филлипсовский) разряд

Пеннинговский (или «филлипсовский») разряд [48—50] является примером очень интересного с физической точки зрения протекания электрического тока в газе при наличии магнитного поля; в то же время этот тип разряда нашел много технических приложений.

Геометрия электродов трубки пеннинговского разряда изображена на рис. 12.16. К — два плоских холодных катода, А — анод, выполняемый в

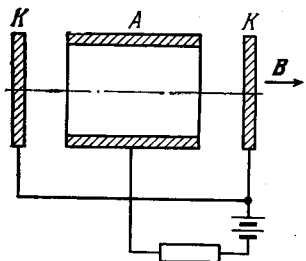


Рис. 12.16. Расположение электродов в трубке пеннинговского разряда.

виде полого цилиндра, кольца или пластины с отверстиями. Магнитное поле  $B$  направлено вдоль оси разряда. В прианодной области ток течет поперек магнитного поля, поэтому пеннинговский разряд характеризуется высоким потенциалом горения — порядка нескольких киловольт. Диапазон давлений газа, используемый в разрядах этого типа, от  $10^{-6}$  до  $10^{-2}$  мм рт. ст. Токи разряда — от  $10^{-5}$  до 1 а.

В широком диапазоне давлений газа анодный ток разряда при заданном магнитном поле пропорционален давлению [51] (рис. 12.17). При данном давлении анодный ток разряда сначала растет при увеличении магнитного поля, затем практически не изменяется [51, 52].

Низкие давления газа в пеннинговском разряде и большие потенциалы горения приводят к сильному ускорению ионов ( $\sim 1$  кэ), что позволяет применять этот разряд в качестве ионного источника [53, 54].

Пропорциональность тока разряда давлению газа обусловила применение трубки пеннинговского разряда в качестве манометра [50], причем в настоящее время диапазон давлений, в котором можно использовать этот манометр, составляет 9 порядков ( $10^{-9} \div 1$  мм рт. ст.) [55].

Описываемый разряд может использоваться также в качестве эффективного ионного насоса в диапазоне давлений  $10^{-6} \div 10^{-10}$  мм рт. ст., так как ионы можно выводить из разряда [56, 57].

Нелинейные свойства вольтамперной характеристики этого разряда позволяют использовать его в качестве различных радиотехнических устройств — выпрямителей, усилителей, генераторов [58].

Исследование механизма пеннинговского разряда при низких ( $10^{-3}$  мм рт. ст.) давлениях газа проводилось довольно полно в работах [51, 52]; при больших давлениях газа этот разряд исследовался в [59]. Как установлено в [51], качественная картина процессов в пеннинговском разряде при низких давлениях такова:

Для определенности рассмотрим разряд с цилиндрическим анодом (см. рис. 12.16). Важнейшей частью разряда (при больших магнитных полях,  $B > 1 \div 2$  кс) является область прианодного слоя, так как в ней происходит большая часть актов ионизации, необходимых для поддержания разряда. В этом слое существует сильное радиальное электрическое поле объемного заряда электронов, в котором электроны, дрейфуя в азимутальном направлении в скрещенных полях  $E$  и  $B$ , в результате редких столкновений с атомами сравнительно медленно движутся к аноду, ионизуя при столкновениях атомы. В прианодном слое падает почти все напряжение разряда. Ионы движутся из слоя почти радиально к оси разряда (имея довольно большой гирорадиус); при этом они приобретают энергию  $1 \div 3$  кэ. Выйдя из слоя, ионы начинают совершать колебания в пространстве внутри анода, отражаясь от потенциального барьера, которым является для них слой. Область вне слоя находится практически под потенциалом катодов, и электрическое поле здесь очень мало. Ионы, сталкиваясь с атомами, ионизуют их и создают плазму во всем объеме. В осевом направлении ионы движутся с тепловой скоростью (соответствующей комнатной температуре); попадая на катоды, ионы выбивают вторичные электроны; часть ионов нейтрализуется на катодах, часть — отражается. Выбитые из катодов вторичные электроны осциллируют вдоль осевого направления, отражаясь от сравнительно небольших ( $\sim 100$  в) падений потенциала, и в конце концов попадают на катоды. Эти электроны почти не попадают на анод, так как в объеме разряда вне прианодного слоя радиальное электрическое поле отсутствует. Лишь небольшая доля ( $\sim 5 \div 10\%$ ) этих электронов попадает в анодный слой из-за наличия радиального поля у концов анода. Таким образом, электрический ток на аноде замыкается электронами, а на катодах — как путем нейтрализации ионов, так и при выбивании вторичных электронов.

Что касается потерь заряженных частиц, то они исчезают только на электродах; если же анод имеет форму узкого кольца, то должна иметь место амбиполярная диффузия к стенкам газоразрядной трубки.

Приведем количественные экспериментальные и расчетные данные [51, 52], подтверждающие описанный выше механизм пеннинговского разряда.

а) *Прианодный слой.* Плотность анодного тока определяется концентрацией электронов в слое и их подвижностью в поперечном магнитном поле. Как показали, например, эксперименты [51], при давлениях пара, меньших  $10^{-3}$  мм рт. ст., поперечная подвижность имеет обычный столкновительный характер. При давлениях выше  $10^{-3}$  мм рт. ст. результаты экспериментов можно было объяснить, лишь прибегнув к механизму аномальной («бомовской») утечки зарядов [59], обусловленной коллективными процессами (колебаниями в самосогласованном поле) в плазме при больших концентрациях заряженных частиц.

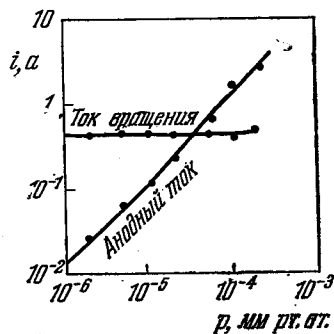


Рис. 12.17. Зависимость анодного тока пеннинговского разряда от давления газа [51].

Мы рассмотрим только случай малых давлений газа. Для простоты предположим, что плотность пространственного заряда  $\rho = \text{const}$  в слое. Из уравнения Пуассона можно найти выражение для средней напряженности  $E$  электрического поля в слое

$$\rho = \frac{1}{2\pi} \frac{E^2}{U_0}, \quad (72.1)$$

где  $U_0$  — падение потенциала в слое (приблизительно равное потенциалу горения разряда). Скорость дрейфа электронов в направлении электрического поля

$$u_{er} = b_e E = \frac{m_0 c_0^2}{e_0} \frac{E}{B^2} v_{eg}. \quad (72.2)$$

Если пренебречь приближенно вкладом ионов в объемный заряд, то найдем плотность анодного тока

$$j_a = n_e e_0 u_{er} = \frac{1}{n} \frac{m_0 c_0^2}{e_0 U_0} \frac{E^2}{B^2} \cdot v_{eg}. \quad (72.3)$$

В этом выражении частота столкновений  $v_{eg}$  пропорциональна давлению газа  $p$ . Следовательно, при изменении  $p$  анодный ток должен меняться прямо пропорционально  $p$ , если не изменяется средняя напряженность поля  $E$  в слое, или средняя толщина слоя  $d$ . Но так как скорость ионизации в слое и скорость радиального дрейфа обе одинаково меняются с давлением (пропорционально), то образование и уход электронов балансируются безо всякого изменения плотности зарядов и, следовательно, без изменения распределения потенциала. Поэтому величина  $E = \text{const}$  при изменении давления  $p$ , вследствие чего наблюдается прямая пропорциональность  $j_a \sim p$ . Подстановка численных значений в выражение (71.3) дает согласие по порядку величины с данными эксперимента (см. рис. 12.17).

При движении электронов к аноду они дрейфуют также в азимутальном направлении. Их скорость азимутального дрейфа

$$u_a = c_0 \frac{E}{B} \dots \quad (72.4)$$

на несколько порядков больше скорости радиального дрейфа ( $u_a \sim 3,5 \cdot 10^8$  см/сек,  $u_r = 3 \cdot 10^4$  см/сек, при  $i = 10^3$  ма,  $B = 2,5$  кес в Н<sub>2</sub>). Соответствующий азимутальный ток (ток вращения)

$$j_a = \frac{u_a}{u_r} j_a,$$

как следует из (72.2) и (72.3), не зависит от давления и гораздо больше анодного тока, что было подтверждено экспериментально [55] (см. рис. 12.17). (Азимутальный ток измерялся с помощью соосной с разрядом внешней катушки при резком выключении питающего разряда напряжения.) Микро-волновые измерения [51] частоты вращения электронов дали величину 70 Мгц, что находится в количественном согласии с формулой  $\omega = v_a/r_a$  ( $r_a$  — радиус анода).

6) *Механизм генерации электронов.* Как было сказано выше, только небольшая часть вторичных электронов из катодов попадает в анодный слой.

Следовательно, в слое должна происходить интенсивная ионизация электронным ударом. Оценка подтверждает этот вывод: электрон, движущийся в слое радиально со скоростью  $u_r$ , проходит его за время  $d/u_r$  и совершает за это время  $n = \frac{d}{u_r} \nu_i$  ионизирующих столкновений ( $\nu_i$  — частота ионизации).

В азоте при  $p = 10^{-4}$  мм рт. ст.,  $n = 6,5$  [51] ионизация в слое вполне обеспечивает необходимый электронный ток.

в) *Состояние разряда в центральной области.* Ионы, колеблющиеся радиально, могут создать в центре разряда за счет ионизации газа относительно большую концентрацию плазмы (при  $10^{-4}$  мм рт. ст.,  $U_0 = 3$  кВ  $n_e \approx 6 \cdot 10^{10}$  см $^{-3}$ , в то время как в анодном слое  $n_e = 3 \cdot 10^{10}$  см $^{-3}$  в этих условиях). Медленные ионы из этой плазмы уходят на катоды за счет своей тепловой энергии, замыкая часть общего тока разряда. По мере увеличения давления концентрация этой вторичной плазмы в разряде растет, и при  $p \gtrsim 10^{-3}$  мм рт. ст. анодный слой отрицательного объемного заряда перестает существовать, так как ионы вторичной плазмы нейтрализуют объемный заряд. Поэтому при  $p > 10^{-3}$  мм рт. ст. механизм разряда другой [59].

При уменьшении магнитного поля разряд низкого давления ( $p < 10^{-4}$  мм рт. ст.) переходит внезапно (при  $B \lesssim 10^3$  Гс) в другую моду, когда диодный ток зависит от  $B$  (рис. 12.18). Это объясняется тем, что толщина слоя объемного заряда растет с уменьшением магнитного поля. Из выражения (72.3) видно, что электрическое поле  $E$  в слое уменьшается  $\sim B^{1/2}$  с уменьшением  $B$  (при данных  $U_0$ ,  $p$  и  $j_a$ ). Когда слой занимает значительную часть разряда, захватывая приосевую область, потенциал на оси становится большим, поле в слое уменьшается, генерация электронов падает, падает анодный ток. Из уравнения (72.3) при  $p = 10^{-4}$  мм рт. ст. в  $N_2$  при  $U_0 = 3$  кВ, находим:  $B_1 = 720$  Гс — магнитное поле, при котором граница слоя достигает оси разряда. Эта оценка дает правильный порядок величины  $B_1$ . Повышение потенциала на оси разряда при  $B = B_1$  обнаружено экспериментально в работе [60].

В работе [52] обнаружено также изменение режима разряда при  $B < B_1$ , причем измерено  $B_1 \approx 700$  Гс. При  $B < B_1$  на центральные области и периферию катодов попадали в основном ионы, при  $B > B_1$  на центральной области катодов преобладал электронный ток, хотя в целом на катодах преобладал ионный ток.

Этот эксперимент проведен в трубке с кольцевым анодом, где существенно осевое электрическое поле, и интерпретация наблюдавшихся зависимостей, требует, по-видимому, дополнительных исследований.

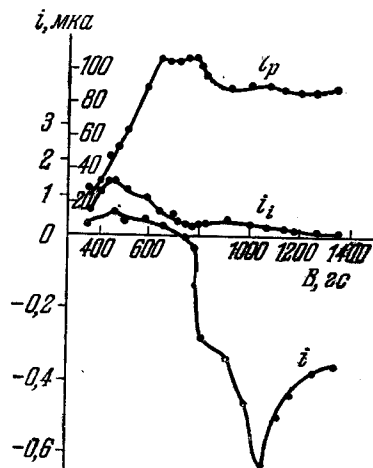


Рис. 12.18. Зависимость анодного тока пеннинговского разряда от магнитной индукции.

$p = 5 \cdot 10^{-6}$  мм рт. ст.;  $U_0 = 5000$  В;  
 $i_p$  — разрядный ток;  $i$  — выходной ток;  
 $i_i$  — ионная составляющая выходного тока.

### § 73. Электрический ток в поперечном магнитном поле

1. *Индукцированное электрическое поле и закон Ома в анизотропной плазме.* Рассмотрим частично ионизованный газ, находящийся в магнитном поле, состоящий из электронов ( $n_e$ ,  $u_e$ ,  $p_e$ ), положительных ионов ( $n_p$ ,  $u_p$ ,  $p_p$ ) и нейтральных атомов ( $n_g$ ,  $u_g$ ,  $p_g$ ). Уравнения движения электронов,

положительных ионов и газа в целом запишем в виде (см., например, [62])

$$\left. \begin{aligned} n_e m_e \frac{du_e}{dt} &= -\nabla p_e - n_e e_0 \left\{ E_{ex} + \frac{1}{c_0} [u_e B] \right\} - \\ &\quad - n_e m_e (u_e - u_p) v_{ep} - n_e m_e (u_e - u_g) v_{eg}, \\ n_p m_p \frac{du}{dt} &= -\nabla p_p + n_p e_0 \left\{ E_{ex} + \frac{1}{c_0} [u_p B] \right\} - n_p m_e (u_p - u_e) v_{pe} - \\ &\quad - \frac{1}{2} n_p m_p (u_p - u_g) v_{pg}, \\ \rho \frac{du}{dt} &= -\nabla p + \frac{1}{c_0} [jB]; \quad \rho = \sum n_\alpha m_\alpha; \\ p &= \sum p_\alpha; \quad j = n_e e_0 (u_p - u_e). \end{aligned} \right\} (73.1)$$

Здесь  $u$  — скорость центра массы газа в целом,  $E_{ex}$  — электрическое поле в лабораторной системе координат;  $v_{\alpha\beta}$  — частоты  $\alpha$  —  $\beta$  — столкновений, определяющих соответствующие силы трения; коэффициент  $1/2$  в последнем члене уравнения для ионов обусловлен тем, что в силу равенства масс при соударениях ионов с нейтральными атомами передается лишь половина относительной скорости. Учитывая, что сила торможения ионов из-за столкновений с электронами равна и антипараллельна силе торможения электронов о ионный газ,  $n_e \approx n_p$ ,  $T_e \gg T_p$  и  $m_e/m_p \ll 1$ , инерционным членом в уравнении для электронов можно пренебречь; инерционный член уравнения для ионов содержит  $u$  вместо  $u_p$ , так как предполагается, что

$$\left| \frac{u - u_p}{u} \right| \ll 1^*).$$

После несложных преобразований \*\*) из системы (73.1) можно получить соотношение, связывающее плотность электрического тока  $j$  в ионизованном газе, находящемся в магнитном поле, с эквивалентными электрическими полями. Это соотношение имеет смысл обобщенного закона Ома в анизотропной плазме:

$$\left. \begin{aligned} \frac{j}{c_0} + \frac{(1 - 2f\beta)}{e_0 n_e c_0} [jB] - \frac{a_p [[jB] B]}{e_0 n_e c_0 B} - \\ - \left\{ E_{ex} + \frac{[uB]}{c_0} + \frac{1 - f\beta}{e_0 n_e} \nabla p_e - \frac{c_0 a_e a_p}{B^2 c_0} [\nabla p_e B] \right\} = 0, \\ f = (1 + n_e/n_g)^{-1}; \quad \beta = \chi_{eg}/(\chi_{pg} + \chi_{eg}); \quad a_p = f^2/(\chi_{eg} + \chi_{pg}); \\ a_e = (\chi_{ep} + \beta \chi_{pg})^{-1}; \quad \chi_{e\alpha}^{-1} = \omega_e \tau_{e\alpha} \quad (\alpha = p, g); \quad \chi_{pg}^{-1} = 2\omega_p \tau_{pg}; \\ \omega_\alpha = e_0 B/m_\alpha c_0 \quad (\alpha = p, e). \end{aligned} \right\} (73.2)$$

Величина  $f$  обозначает долю неионизованных атомов;  $\tau_{\alpha\beta} = v_{\alpha\beta}^{-1}$  имеет смысл среднего времени между соответствующими соударениями;

$\sigma_0 = \frac{K_0 e_0^2 n_e}{m_e (v_{ep} - v_{eg})}$  — электропроводность в отсутствие магнитного поля (см.

\*) Это обстоятельство не исключает замагниченности ионов, так как здесь речь идет о средней скорости ионного газа (в случае замагниченных ионов величина  $u_p$  имеет смысл скорости ведущих центров), в то время как циклотронный радиус иона определяется его хаотической тепловой скоростью.

\*\*) Уравнения для ионов и электронов следует сложить и исключить инерционный член, воспользовавшись уравнением движения плазмы в целом.

§ 18 и примечание 5, стр. 500). Коэффициент  $\beta = \frac{\chi_{eg}}{\chi_{pg} + \chi_{eg}} \approx \frac{\chi_{eg}}{\chi_{pg}} \sim \frac{\omega_p}{\omega_e} \ll 1$ ,

и величиной  $\sim \beta$  часто можно пренебречь по сравнению с единицей. Член, содержащий  $[jB]$ , определяет так называемый холловский ток  $j_H$ . Этот ток перпендикулярен фарадеевскому току  $j_F \uparrow \uparrow \{E_{ex} + [uB]/c_0\}$  и коллинеарен скорости плазмы  $u$ .

Взаимодействуя в свою очередь с магнитным полем, холловский ток создает составляющую  $j_g$ , перпендикулярную  $j_H$  и коллинеарную  $j_F$  (третий член уравнения (73.2)). Эта составляющая (ток скольжения) обусловлена «проскальзыванием» ионов (и электронов) относительно нейтрального газа и обращается в нуль в сильно ионизованном газе (при  $f \rightarrow 0$ ). Если же  $f$  не мало (слабо ионизованная плазма) и параметры  $\chi_{\alpha\beta}^{-1}$  достаточно велики, то эта составляющая тока может быть сравнимой с остальными содержащими  $j$  членами. Это происходит, когда ионы, как и электроны, имеют спиральный пробег — «замагничены» (см. гл. I). Таким образом, в этом случае следует ожидать существенного снижения проводимости в направлениях, перпендикулярных магнитному полю \*).

Пусть плазма может двигаться в плоскости  $xz$ , а внешнее магнитное поле  $B_{ex}$  параллельно оси  $y$ . Разрешая уравнение токов (73.2) относительно  $j$ , получим

$$j = \sum \left\{ E_{ex} + \frac{1}{c_0} [uB] + \frac{1-f\beta}{e_0 n_e} \nabla p_e - \frac{\bar{c}_0 a_e a_p}{c_0 B^2} [\nabla p_e B] \right\}. \quad (73.3)$$

Величина  $\Sigma \equiv \{A_{kl}\}^{-1}$  имеет смысл эквивалентного тензора проводимости, причем компоненты невырожденной матрицы  $\{A_{kl}\}$  имеют вид [63]

$$\begin{aligned} A_{xx} &= 1 + \frac{c_0 a_p (B_z^2 + B_y^2)}{e_0 n_e c_0 B}; & A_{yy} &= 1 + \frac{c_0 a_p (B_z^2 + B_x^2)}{e_0 n_e c_0 B}; \\ A_{zz} &= 1 + \frac{c_0 a_p (B_y^2 + B_x^2)}{e_0 n_e c_0 B}; \\ A_{xy} &= c_0 \left[ \frac{(1-2f\beta) B_z}{e_0 n_e c_0} - \frac{a_p B_x B_y}{e_0 n_e c_0 B} \right]; & A_{xz} &= -c_0 \left[ \frac{(1-2f\beta) B_y}{e_0 n_e c_0} + \frac{a_p B_x B_z}{e_0 n_e c_0 B} \right]; \\ A_{yx} &= -c_0 \left[ \frac{(1-2f\beta) B_z}{e_0 n_e c_0} + \frac{a_p B_x B_y}{e_0 n_e c_0 B} \right]; & A_{yz} &= c_0 \left[ \frac{(1-f2\beta) B_x}{e_0 n_e c_0} - \frac{a_p B_y B_z}{e_0 n_e c_0 B} \right]; \\ A_{zx} &= c_0 \left[ \frac{(1-2f\beta) B_y}{e_0 n_e c_0} - \frac{a_p B_x B_z}{e_0 n_e c_0 B} \right]; & A_{zy} &= -c_0 \left[ \frac{(1-2f\beta) B_x}{e_0 n_e c_0} + \frac{a_p B_y B_z}{e_0 n_e c_0 B} \right]. \end{aligned} \quad (73.4)$$

Здесь  $B = (B_x^2 + B_y^2 + B_z^2)^{1/2}$ ;  $B_y = B_{ex}$ ; компоненты  $B_x$  и  $B_z$  возникают при движении плазмы в направлениях  $x$  и  $z$  (индуцированное магнитное поле \*\*).

В общем случае при  $B_x$  и  $B_z$ , сравнимых с  $B_{ex}$ , выражение для тензора  $\{A_{kl}\}^{-1}$  довольно громоздко. Отношение индуцированного поля к внешнему  $B_k/B_{ex}$  характеризуется величиной  $Re_m = uL/\nu_m = uL4\pi\sigma_0/c_0^2$ , которая (по аналогии с гидродинамическим параметром  $Re_m = uL/\nu$ ) называется магнитным числом Рейнольдса.

Если считать, что  $B_k/B_{ex} \sim Re_m \ll 1$  (гальваническое приближение), то компоненты матрицы  $\{A_{kl}\}$  существенно упрощаются, и тензор проводимости

\*) Подробный анализ обобщенного закона Ома для различных случаев см., например, в [99—102].

\*\*) Появление составляющих  $B_x$  и  $B_z$  можно представить как результат «увлечения» силовых линий магнитного поля движущейся плазмой (эффект «вмороженности» силовых линий в проводящей среде [1.6]).

в этом простом случае принимает форму

$$\Sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & \sigma_{xz} \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ \sigma_{zx} & 0 & \sigma_{zz} \end{Bmatrix}, \quad (73.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx} = \sigma_{zz} &= \frac{\sigma_0(1 + a_e a_p)}{(1 + a_e a_p)^2 + a_e^2(1 - 2/\beta)^2}; & \sigma_{yy} &= \sigma_0; \\ \sigma_{xz} = -\sigma_{zx} &= \frac{\sigma_0(1 - 2/\beta) a_e}{(1 + a_e a_p)^2 + a_e^2(1 - 2/\beta)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (73.6)$$

Видно, что магнитное поле не влияет на электропроводность вдоль силовых линий и сильно уменьшает проводимость в направлениях, перпендикулярных внешнему магнитному полю.

В сильно ионизованной плазме, где доля неионизованных атомов мала, параметр  $a_p = f^2(\chi_{eg} + \chi_{pg})^{-1} \rightarrow 0$  (эффект «проскальзывания» ионов не существует). В этом предельном случае компоненты тензора проводимости принимают обычный вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} = \sigma_{zz} &= \sigma_0/(1 + a_e^2); & \sigma_{yy} &= \sigma_0, \\ \sigma_{xz} = -\sigma_{zx} &= \sigma_0 a_e/(1 + a_e^2); & a_e &\approx \omega_e \tau_{ep}. \end{aligned} \quad (73.7)$$

Здесь отношение холловской проводимости к фарадеевской составляющей  $\sigma_{xz}/\sigma_{xx} \approx \omega_e \tau_{ep}$ , и при  $\omega_e \tau_{ep} \gg 1$  первая может значительно превосходить вторую.

Несколько иначе обстоит дело в частично ионизованном газе, в котором, согласно (73.6), отношение  $\sigma_{xz}/\sigma_{xx} \approx a_e/(1 + a_e a_p)$ . Если  $a_p < 1$ , но  $a_e$  достаточно велико, так что произведение  $a_e a_p \gg 1$ , то отношение  $\sigma_{xz}/\sigma_{xx} \sim a_p^{-1} > 1$ , т. е. холловская проводимость по-прежнему больше фарадеевской. Однако при достаточно большом  $a_p$ , а именно при  $a_p = f^2(\chi_{eg} + \chi_{pg})^{-1} \approx f^2 \chi_{pg}^{-1} = 2f^2 \omega_p \tau_{pg} > 1$ , холловская составляющая проводимости  $\sigma_{xz}$  в  $a_p$  раз меньше фарадеевской составляющей  $\sigma_{xx}$ . В случае же  $a_e < 1$ , что сопровождается  $a_p \ll 1$  \*), отношение  $\sigma_{xz}/\sigma_{xx} \sim a_e < 1$  как в сильно, так и в слабо ионизованном газе.

Компоненты плотности электрического тока, согласно (73.3), запишутся в форме

$$j_x = \sigma_{xx} E_x^* + \sigma_{xz} E_z^*; \quad j_y = 0; \quad j_z = \sigma_{zx} E_x^* + \sigma_{zz} E_z^*, \quad (73.8)$$

где составляющие тензора проводимости  $\sigma_{kl}$  даются выражениями (73.6), а эквивалентное электрическое поле  $E^*$  имеет вид

$$E^* = E_{ex} + \frac{1}{c_0} [uB] + \frac{1 - \beta}{e n_e} \nabla p_e - \frac{c_0 a_e a_p}{\sigma_0 B^2} [\nabla p_e \cdot B]. \quad (73.9)$$

Если принять для простоты  $\frac{\partial p_e}{\partial z} = \frac{\partial p_e}{\partial y} = 0$ ,  $B_z \sim B_x \approx 0$ ,  $u_y = 0$ , то

\*) В силу малости отношения  $m_e/m_p$  величины  $a_p$  становятся сравнимыми с 1 лишь при достаточно больших  $a_e$  ( $a_e \gtrsim 10^2$ ).

соотношения (73.8) приводятся к виду

$$\left. \begin{aligned} j_x &= \frac{\sigma_0 (1 + a_e a_p)}{(1 + a_e a_p)^2 + a_e^2 (1 - 2f\beta)^2} \left[ E_x - \frac{1}{c_0} B_y u_z + \frac{(1-f\beta)}{e_0 n_e} \frac{\partial p_e}{\partial x} \right] + \\ &+ \frac{\sigma_0 (1 - 2f\beta) a_e}{(1 + a_e a_p)^2 + a_e^2 (1 - 2f\beta)^2} \left[ E_z + \frac{1}{c_0} B_y u_x - \frac{c_0 a_e a_p}{\sigma_0 B} \frac{\partial p_e}{\partial x} \right]; \\ j_z &= - \frac{\sigma_0 (1 - 2f\beta) a_e}{(1 + a_e a_p)^2 + a_e^2 (1 - 2f\beta)^2} \left[ E_x - \frac{1}{c_0} B_y u_z + \frac{(1-f\beta)}{e_0 n_e} \frac{\partial p_e}{\partial x} \right] + \\ &+ \frac{\sigma_0 (1 + a_e a_p)}{(1 + a_e a_p)^2 + a_e^2 (1 - 2f\beta)^2} \left[ E_z + \frac{1}{c_0} B_y u_x - \frac{c_0 a_e a_p}{\sigma_0 B} \frac{\partial p_e}{\partial x} \right]. \end{aligned} \right\} (73.10)$$

В слабо ионизованном газе, когда  $x_e \ll 1$ , градиентные члены в (73.10) исчезают.

При сильной ионизации ( $f \ll 1$ ) или в не очень сильных магнитных полях, когда  $a_p \approx f^2 \chi_{pg}^{-1} \sim \omega_p \tau_{pg} \ll 1$ , выражения (73.10) упрощаются, и согласно (73.7), можно записать:

$$\left. \begin{aligned} j_x &= \frac{\sigma_0}{1 + (\omega_e \tau_e)^2} \left[ E_x - \frac{1}{c_0} B_y u_z + \frac{1}{e_0 n_e} \frac{\partial p_e}{\partial x} \right] + \frac{\{\sigma_0 \omega_e \tau_e\}}{1 + (\omega_e \tau_e)^2} \left[ E_z + \frac{1}{c_0} B_y u_x \right]; \\ j_z &= - \frac{\sigma_0 \omega_e \tau_e}{1 + (\omega_e \tau_e)^2} \left[ E_x - \frac{1}{c_0} B_y u_z + \frac{1}{e_0 n_e} \frac{\partial p_e}{\partial x} \right] + \\ &+ \frac{\sigma_0}{1 + (\omega_e \tau_e)^2} \left[ E_z + \frac{1}{c_0} B_y u_x \right]. \end{aligned} \right\} (73.11)$$

В выражениях (73.10), (73.11) наряду со скоростью  $u_x$ , параллельной градиенту газокINETического давления  $\nabla p = \{\partial p / \partial x, 0, 0\}$ , сохранена компонента  $u_z \perp \nabla p$ . Эта составляющая скорости поддерживается электродинамической силой  $F_H$ , возникающей в результате взаимодействия внешнего магнитного поля  $B_y$  с холловским током  $j_H$  [63, 65] \*). Если движение вдоль оси  $z$  невозможно (непроницаемые стенки) и  $u_z = 0$ , то сила  $F_H$  уравновешивается составляющей градиента давления, перпендикулярной направлению движения плазмы — поток как бы «отжимается» к стенке. При малой величине  $a_e$  (практически при  $\omega_e \tau_{ep} \ll 1$ ) холловский ток исчезает; при этом движение плазмы (или неоднородности потока) в направлении, перпендикулярном гидродинамическому градиенту давления, не возникает. В этом случае плазма изотропна относительно процессов переноса. В частности, электрический ток определяется коэффициентом электропроводности в отсутствие магнитного поля  $\sigma_0$  (см. § 18). Поведение такой плазмы во внешних полях описывается уравнениями магнитной гидродинамики (§ 21). Если внешнее электрическое поле отсутствует, то плотность электрического тока в направлении внешнего магнитного поля  $B_{ex}$  равна нулю. Величины  $E_x$  и  $E_z$  при этом определяются краевыми условиями на соответствующих электродах. Эти условия в свою очередь зависят от величины сопротивления  $R_{ex}$  во внешней цепи. Так, при разомкнутых электродах ( $R_{ex} \rightarrow \infty$ ) в установившемся режиме из-за разделения зарядов в плазме, движущейся в магнитном поле, и скопления их в приэлектродных слоях возникают компенсирующие электрические поля  $E_k$  ( $k = x, z$ ) такой величины, что выражения в квадратных скобках в (73.11) обращаются в нуль, и полный ток исчезает. При коротко замкнутых электродах ( $R_{ex} \rightarrow 0$ ) обращаются в нуль

\*) О распределении скоростей при движении анизотропной плазмы в поперечном магнитном поле см. также в [103—105].

электрические поля  $E_x$  и  $E_z$ , и плотность тока, протекающего в плазме, целиком определяется *индуцированным полем*

$$E_B = \frac{1}{c_0} [uB]$$

и градиентом электронного давления.

2. Преобразование энергии в магнитогазодинамическом генераторе. На этом явлении — протекании электрического тока в проводящей среде под действием индуцированного электрического поля, возникающего при движении этой среды в магнитном поле \*), — основан так называемый *магнитогидродинамический* метод генерации электроэнергии. Разумеется, при практическом использовании этого метода сопротивление во внешней цепи должно быть  $R_{ex} \neq 0$ . При этом для определения электрических полей в плазме следует установить связь между электрическим током и полями в плазме и внешним сопротивлением. В простейшем случае эту связь (закон Кирхгофа) можно принять в форме

$$\int_0^{z_0} E(z) dz = \frac{z_0}{c_0} uB - jR_{ex}; \quad j = e_0 n_e b_e E^* \quad (73.12)$$

Здесь  $R_{ex}$  — внешнее сопротивление, приходящееся на единицу площади электрода;  $z_0$  — расстояние между электродами,  $E^* = \left\{ \frac{1}{c_0} uB - E \right\}$  — электрическое поле в системе координат, движущейся со средой;  $E$  — поле, обусловленное пространственными зарядами.

Таким образом, при детальном исследовании процессов в магнитогазодинамическом генераторе необходимо учитывать влияние приэлектродных слоев пространственного заряда, величина и знак которого зависят от характера эмиссии из электродов и их эмиссионных свойств (см., например, [66—70, 106]).

Во многих практически важных случаях при качественном выяснении основных черт явления влиянием приэлектродных слоев можно пренебречь (например, достаточно высокие скорости и сильные магнитные поля, обуславливающие сильное индуцированное поле  $E_B$ ; горячие активированные электроды с высокой эмиссионной способностью, обеспечивающие достаточную электронную эмиссию, компенсирующую пространственный заряд).

В этих условиях основные явления в магнитогазодинамическом генераторе можно приближенно описать при помощи уравнений энергии, количества движения, неразрывности и состояния газа с учетом закона Ома в форме (73.2) без детального анализа структуры приэлектродных слоев. В представляющих практический интерес случаях газокINETическое давление в рабочей части МГД-генератора  $p = 10^{-1} \div 1$  атм, что даже в сравнительно сильных магнитных полях с  $B = 10^3 \div 10^4$  гс позволяет пренебречь замагниченностью ионов (параметр  $a_p \sim \omega_p \tau_{pg} \ll 1$ ). При этом эффект скольжения ионов несуществен (третий член уравнения (73.2)), и анизотропия плазмы относительно процесса электропроводности проявляется лишь в повышении потенциала вдоль течения газа и в появлении холловской составляющей электрического тока (второй член (73.2)).

В одномерном приближении, при котором динамической вязкостью и теплопроводностью ионизованного газа и индуцированным магнитным полем

\*) Разумеется, индуцированное поле  $E_B$  возникает при движении в магнитном поле любой среды, в том числе и непроводящей [64]. Присутствие же свободных зарядов обеспечивает протекание электрического тока в движущейся среде.

можно пренебречь (соответствующие критерии см. в (73.19)), законы сохранения, описывающие течение плазмы и процесс преобразования ее кинетической и внутренней энергии в электрическую в магнитогидродинамическом генераторе, представляются в форме:

$$\rho u \frac{d}{dx} \left( \frac{u^2}{2} + c_p T \right) - (jE) = 0; \quad (73.13)$$

$$\rho u \frac{du}{dx} + \nabla p - \frac{1}{c_0} [jB] = 0; \quad (73.14)$$

$$\frac{d}{dx} \rho u = 0; \quad (73.15)$$

$$j - \epsilon_0 \left\{ E + \frac{1}{c_0} [uB] + \frac{\nabla p_e}{c_0 n_e} + \frac{[jB]}{c_0 n_e c_0} \right\} = 0. \quad (73.16)$$

Заметим, что в этом простом случае уравнение токов можно разрешить относительно  $j$ :

$$j = \frac{\epsilon_0}{1 + \omega_e^2 \tau_e^2} \left\{ E + \frac{1}{c_0} [uB] + \frac{\nabla p_e}{c_0 n_e} + \frac{\omega_e \tau_e}{B} \left[ B \left( E + \frac{1}{c_0} [uB] \right) \right] \right\}. \quad (73.17)$$

Если пренебречь краевыми эффектами\*), то измеряемое в неподвижной (лабораторной) системе координат электрическое поле

$$E_{эфф} = - \frac{k}{c_0} [u_0 B], \quad (73.18)$$

где  $k$  — отношение выходного напряжения к напряжению при  $R_{ex} \rightarrow \infty$ ; обычно  $k = 0,5 \div 1$ .

Условия применимости уравнений (73.13) — (73.16) могут быть сформулированы следующим образом. Предполагается, что просачивание вещества сквозь магнитное поле преобладает над увлечением магнитного поля движущейся плазмой, т. е. магнитное число Рейнольдса  $Re_m = uL/\nu_m$ , характеризующее скольжение магнитных силовых линий относительно вещества, значительно меньше единицы. При этом индуцированным магнитным полем  $B_{in} \sim Re_m B_{ex}$  можно пренебречь по сравнению с внешним магнитным полем  $B_{ex}$ . Другими словами, учитывая индуцированные электрические токи, мы пренебрегаем их магнитными полями. Критерием сравнимости электромагнитных и вязких сил и соответствующих диссипаций является число Гартмана  $Ha = BL/2 \sqrt{\mu \nu_m \nu_r}$ . При достаточно больших значениях  $Ha$  (сильные магнитные поля и легкие хорошо ионизованные газы) вязкость не играет существенной роли (за исключением тонкого слоя у стенок толщиной  $\delta \sim L/Ha$ ), и профиль поля скоростей сильно сглаживается вследствие индукционного торможения [78]. При этом в первом приближении можно игнорировать существование пограничного слоя, поток плазмы считать плоским и в уравнениях импульсов и энергий можно пренебречь вязкой диссипацией. Далее, рассеяние энергии вследствие теплопроводности мало по сравнению с джоулевым тепловыделением, если, как показывает оценка по максимуму пренебрегаемого члена с учетом  $\chi_e \sim c_p \nu$ , величина  $(Ha M)^2 (\gamma_c - 1)$  превышает единицу ( $M = u/v_s$  — число Маха,  $\gamma_c = c_p/c_v$  — отношение теплоемкостей) [73]\*\*). Для замкнутости системы (73.13) — (73.16)

\*) Влияние краевых эффектов на входе и выходе МГД-генератора рассмотрено в [71].

\*\*) Об условиях, при которых вязкостью и теплопроводностью ионизованного газа можно пренебречь, см. также [79, 80].

необходимо дополнить ее уравнением состояния, связывающим давление и температуру плазмы. В простейшем случае совершенного (в термодинамическом смысле) газа эту связь можно принять в форме  $p = \rho R_0 T$ , где  $R_0$  — газовая постоянная. Для этого необходимо, чтобы энергия электростатического взаимодействия заряженных частиц была мала по сравнению с их средней тепловой энергией. Это эквивалентно тому, что пространственные заряды, образующиеся вокруг ионов и электронов (поляризация плазмы), мало искажают их электростатические поля, т. е. дебаевский радиус экранирования  $r_D = \left( \frac{kT}{8\pi e^2 n_e} \right)^{1/2} \gg n_p^{-1/2}$  — среднего расстояния между ионами (см.

§§ 17, 23). Таким образом, критерии применимости системы (73.13) — (73.16) с присоединенным уравнением состояния в форме  $p = \rho R_0 T$  сводятся к соотношениям вида

$$\omega_p \tau_p \ll 1, \quad \text{Re}_m \ll 1, \quad \text{Na} \gg 1, \quad (M\text{Na})^2 (\gamma_c - 1) \gg 1, \quad r_D n_p^{1/2} \gg 1. \quad (73.19)$$

Возможности и пути реализации плазменных динамо-машин обсуждаются во многих работах (см., например, [71—77, 84]). Точное решение нелинейной системы (73.13) — (73.16) не выражается через известные функции [81]. В общем случае приближенное решение может быть найдено обычными методами численного анализа [72]. При некоторых частных предположениях решение, описывающее основные процессы в магнитогидродинамическом генераторе, получается в замкнутом аналитическом виде. Например, рассмотрены следующие частные случаи:

- 1) скорость плазмы  $u = \text{const}$  [IV.66], [76];
- 2) расстояние между электродами  $L = \text{const}$  [76; 74];
- 3) газокINETическое давление  $p = \text{const}$  [76].

Очевидно, что в первом случае кинетическая энергия плазменного потока не используется и в электрическую энергию преобразуется лишь внутренняя энергия газа; при этом снижение температуры ведет к падению проводимости плазмы и быстрому росту внутреннего сопротивления, что резко снижает эффективность преобразования [75]. Во втором случае по существу реализуется режим ускорения плазмы (в силу  $\rho \ll \rho_0$  и уравнения неразрывности  $\rho L u = \text{const}$ ); в результате электрическая энергия получается лишь из-за охлаждения плазмы, еще более резкого, чем в первом случае. В третьем случае, в силу уравнения состояния в форме  $\rho R_0 T = \text{const}$ , из-за быстрого расширения канала кинетическая энергия потока плазмы может частично переходить в ее внутреннюю энергию, что также ведет к низкой эффективности преобразования энергии. В работе [73] рассмотрено течение ионизованного газа в магнитогидродинамическом генераторе, электроды которого совпадают с эквипотенциалами индуцированного электрического поля, т. е. при условии

$$\frac{BuL}{c_0} \left\{ 1 - \left[ 1 + \frac{R_{\text{ex}} \sigma}{L} \right]^{-1} \right\} = U, \\ U_0 = \frac{Bu_0 L_0}{c_0} \left\{ 1 - \left[ 1 + \frac{R_{\text{ex}} \sigma}{L_0} \right]^{-1} \right\}, \quad (73.20)$$

где  $R_{\text{ex}}$  — внешнее сопротивление, приходящееся на единицу площади электродов,  $U_0$  — разность потенциалов на электродах генератора, зависящая только от начальных значений скорости и температуры плазмы и расстояния между электродами  $u_0$ ,  $T_0$ ,  $L_0$ . Без дополнительных предположений относительно параметров, характеризующих процесс, было получено приближенное аналитическое решение в предельных случаях  $M \ll 1$ ,  $M \gg 1$ ,  $M \sim 1$ .

Во всех случаях скорость плазмы, ее плотность и давление уменьшаются вдоль оси течения, в то время как расстояние между электродами растет, т. е. кинетическая энергия плазмы существенно участвует в процессе преобразования энергии. Коэффициент преобразования энергии  $\eta$  при фиксированной длине электродов приблизительно пропорционален «параметру электромагнитного взаимодействия»

$$\beta = \left( \frac{B}{c_0} \right)^2 \frac{\sigma L_0}{\rho_0 \omega_0} \quad (73.24)$$

и достигает максимума в области  $M = 1 \div 3$ . Сколько-нибудь значительные величины коэффициента преобразования ( $\eta \gtrsim 0,2$ ) могут быть достигнуты (при разумных длинах электродов  $S \lesssim 3 \cdot 10^2$  см) лишь в генераторах с большими входными размерами ( $L \gtrsim 10^2$  см). Предельные значения коэффициента преобразования довольно велики:  $\eta_{\text{lim}} = 0,5 \div 0,75$ , и зависят от  $\gamma_c$  (с ростом  $\gamma_c$  величина  $\eta_{\text{lim}}$ , вообще говоря, увеличивается). Однако следует учесть, что  $\eta \rightarrow \eta_{\text{lim}}$  лишь при  $L \rightarrow \infty$ .

Поскольку в реальных условиях могут быть достигнуты лишь сравнительно невысокие значения  $\eta = (1 \div 3) \cdot 10^{-1}$ , следует иметь в виду, что в рассмотренных условиях плазменная струя практически сохраняет свою температуру (в электрическую энергию переходит в основном кинетическая энергия струи); это дает возможность использовать далее этот запас внутренней энергии плазмы в обычных теплообменниках.

Детальный анализ изменений термодинамических параметров одномерного плазменного потока в магнитогазодинамическом канале при различных значениях показателя политропы (без наложения предварительных ограничений на поведение характеристик плазмы) проведен в [34]. Исходя из результатов этой работы, приведенных в виде таблиц и графиков, можно определить направление изменения параметров плазменного потока при различных начальных условиях и режимах течения.

**3. Основные направления развития магнитогазодинамического способа генерирования электроэнергии.** Магнитогазодинамический метод получения электроэнергии развивается практически в двух основных модификациях. Первая связана с непосредственным использованием продуктов сгорания в камере МГД-генератора с последующим их удалением из рабочего контура (открытый цикл); во второй применяется рабочее тело произвольной природы, циркулирующее по замкнутому контуру (замкнутый цикл).

Возможность многократного использования одного и того же рабочего газа и произвольного выбора его состава и давления обуславливает существенное преимущество МГД-генераторов с замкнутым циклом. Недостатком их является сложность подвода тепла к рабочему газу. В действующих в настоящее время установках в качестве нагревателя используется обычно электрическая дуга, обдуваемая поперечным [83—85] или продольным потоком газа (см. § 32)— так называемый «плазматрон». При этом затраты энергии на нагревание газа значительно превышают количество генерируемой электроэнергии. Очевидно, что подобные устройства являются лишь демонстрационными моделями, пригодными для исследовательских работ. По-видимому, для создания эффективного МГД-генератора с замкнутым циклом в качестве источника энергии потребуется нечто вроде атомного реактора.

При магнитогазодинамическом способе производства электроэнергии необходимо совместить возможно более низкую температуру рабочего газа (это требование связано с проблемой взаимодействия электродов и изоляторов с потоком нагретого газа) с достаточной электропроводностью этого газа, так как, согласно (73.24), со снижением электропроводности рабочего газа ухудшаются характеристики МГД-преобразователя (см. также [75]).

Поэтому в установках с закрытым циклом, позволяющих регулировать состав и температуру рабочего тела, целесообразно использовать относительно холодный газ со сверхравновесной концентрацией электронов. Для получения сверхравновесной ионизации можно использовать быстрое расширение и ускорение первоначально покоящегося равновесно ионизованного газа. При этом газ резко охлаждается, а концентрация электронов остается выше равновесной («замораживается»). В подобных экспериментах используется обычно гелий или аргон с небольшой примесью  $Ka$ ,  $Na$  или  $Cs$ . Такая смесь нагревается при помощи плазматрона до  $T \lesssim 2 \cdot 10^3 \text{ }^\circ K$  и ускоряется затем в диффузоре с большой степенью расширения ( $\geq 20$ ) до скоростей  $u \sim 10^6 \text{ см/сек}$  [82, 95].

Сверхравновесную ионизацию можно получить также, нагревая газ в электрическом поле. При этом в первую очередь нагреваются электроны, и при относительно малой скорости передачи энергии от электронов к тяжелым частицам (невысокие давления и малые сечения взаимодействия электронов с атомами и ионами) сохраняется заметная разница между температурой электронов и тяжелой компоненты [VI.11], [88] (см. также § 27).

Такой подогрев электронов, увеличивающий степень ионизации, можно осуществить как во внешнем электрическом поле (предварительная ионизация [83—85, 89]), так и в собственном индуцированном электрическом поле в рабочей камере МГД-генератора [86, 87, 94]. Эффект селективного нагрева электронов в электрическом поле (внешнем или индуцированном), сопровождающийся соответствующим увеличением степени ионизации, заметно проявляется в одноатомных газах (особенно в газах с малым сечением электроннх взаимодействий, например, в аргоне) с небольшой примесью легкоионизирующихся веществ; обычно это щелочные металлы (см. [34], где численным методом (Рунге — Кутта) рассчитаны характеристики магнитогазодинамического генератора, работающего на аргон-цезиевой плазме).

В многоатомных газах энергия электронов непроизводительно расходуется на возбуждение внутренних степеней свободы (колебательных и вращательных энергетических уровней), что приводит к быстрому выравниванию температур электронов и тяжелых частиц. Поэтому в МГД-генераторах с открытым циклом, работающих на продуктах сгорания, неравновесная ионизация мало вероятна, и это вынуждает использовать более высокие температуры газа ( $T \gtrsim 3 \cdot 10^3 \text{ }^\circ K$ ). При этом для увеличения равновесной концентрации электронов также приходится применять легкоионизирующиеся примеси (см. § 25). Интерес к МГД-генераторам с открытым циклом, использующим химическое топливо, основан на возможности повысить коэффициент полезного действия обычных установок с тепловым циклом. МГД-генератор может быть использован в комплексной энергетической системе в качестве первой ступени, преобразующей в электроэнергию лишь 10÷20% кинетической и внутренней энергии плазменного потока (как отмечено в п. 2, для получения более высоких коэффициентов преобразования энергии необходимо чрезмерно увеличивать размеры МГД-генератора [IV.66], [73]). Далее энергия этого потока, сохранившего достаточную скорость и довольно высокую температуру, должна использоваться в обычных теплообменниках и турбинах. В результате полный коэффициент преобразования энергии системы в целом может достичь 50÷60% вместо 30÷40% обычных тепловых установок, использующих химическое топливо. Решение проблемы создания сильных магнитных полей в значительных объемах ( $B \gtrsim 5 \cdot 10^4 \text{ гс}$ ), что связано с применением сверхпроводящих материалов [61, 93], позволит снизить начальную температуру плазменного потока и повысить полный коэффициент преобразования энергии в системе.

**4. Магнитогазодинамические способы ускорения плазмы.** Если в МГД-генераторе изменить направление магнитного поля на противоположное, а

электрический ток прежнего направления поддерживать при помощи внешнего источника, то получится простейший магнитогазодинамический ускоритель: плазменный поток, до этого тормозившийся, станет ускоряться, расходуя энергию внешнего источника э.д.с. Движение одномерного потока плазмы по-прежнему описывается системой (73.13) — (73.16), а в более сложных случаях — общими уравнениями магнитной газодинамики (см. § 24) с соответствующими граничными условиями. Экспериментальные способы магнитогазодинамического ускорения плазмы в зависимости от характера ускоренной плазменной струи можно разделить на две группы: 1) ускорители непрерывного действия, обеспечивающие стационарный поток плазмы; 2) импульсные ускорители, дающие пульсирующий поток или одиночные плазменные сгустки. К первой группе относятся линейные ускорители с внешними скрещенными  $E$ — $B$ -полями («обращенный» МГД-генератор), линейный и коаксиальный ускорители Холла; ко второй — безэлектродные индукционный и асинхронный с бегущей волной, а также рельсотронные (рельсовые и коаксиальные) и работающие в режиме пробоя линейные ускорители [34, 90—93, 96—98]. Условия, в которых происходит ускорение плазмы, определяют недостатки и преимущества различных типов ускоряющих систем (см., например, [97], где сравниваются характеристики рельсотронных вакуумных ускорителей и систем, работающих в режиме «плазменного поршня», а также безэлектродных индукционных ускорителей и систем с внешними  $E$  —  $B$ -полями; см. также [93]). Например, высокие скорости вылета плазмы при индукционном ускорении ( $u \geq 5 \cdot 10^7$  см/сек) сочетаются со сравнительно малой массой ускоренной плазмы (количество движения, уносимое плазменным сгустком,  $G \lesssim 10^2$  дин·сек); однако коэффициенты преобразования энергии могут быть при этом довольно большими ( $\eta \geq 0,5$ ). Если высокие напряжения ( $\geq 10^3$  в) по каким-либо причинам нежелательны, то следует обратиться к стационарному потоку плазмы во внешних скрещенных  $E$  —  $B$ -полях или в коаксиальном ускорителе с собственным магнитным полем. Такой поток может иметь достаточную скорость ( $u \sim 10^6$  см/сек, что соответствует удельным импульсам  $I \sim 10^3$  сек) и обладает преимуществом постоянства реактивной тяги ( $F \geq 10^6$  дин).

При импульсных рельсотронных способах ускорения скорость истечения плазмы значительно выше ( $u \geq 10^7$  см/сек, что обеспечивает удельные импульсы  $I \geq 10^4$  сек); количество движения в одном импульсе также достаточно велико ( $G \sim 10^4$  дин·сек). Реактивная тяга при этом может быть увеличена простым повышением частоты импульсов. Серьезным недостатком импульсных ускорителей является необходимость использования высоких напряжений ( $\geq 3 \cdot 10^3$  в).

Если не учитывать энергии, необходимой для создания и воспроизводства внешнего магнитного поля при помощи электрических или постоянных магнитов, то при ускорении плазмы во внешних скрещенных  $E$  —  $B$ -полях могут реализоваться более высокие коэффициенты преобразования энергии ( $\eta \geq 0,7$ ), чем в импульсных системах, использующих собственное магнитное поле. Это связано с тем, что в таких ускорителях значительная часть энергии, запасенная в контуре, переходит в энергию магнитного поля, которая не расходуется при ускорении и по порядку величины близка к кинетической энергии ускоренной плазмы. В результате коэффициенты преобразования энергии в импульсных ускорителях с собственным магнитным полем обычно не превышают заметно величины  $\eta \geq 0,5$ . При ускорении «плотной» плазмы, когда газодинамическое сопротивление ускоряемого газа сравнимо с электродинамическими силами ускорения и индукционного торможения (режим «плазменного поршня» [92]), коэффициенты преобразования энергии также невелики ( $\eta \lesssim 0,3$ ), так как значительная часть электромагнитной энергии ускоряющего контура расходуется на увеличение внутренней энер-

тии газа в образующейся в этом случае ударной волне и на создание магнитного поля, заполняющего объем, освобождаемый газом по мере продвижения токового слоя. Тем не менее количество движения ускоренной плазмы при условии полного «сгребания» газа токовым слоем может быть довольно большим ( $G \geq 10^6$  *дин·сек*) [96].

Таким образом, сравнивая возможности различных типов плазменных ускорителей, следует заключить, что в настоящее время невозможно выделить какой-либо способ ускорения плазмы, который имел бы решающие преимущества перед всеми остальными. Однако, исходя из реальных энергетических и технических возможностей эксперимента, оценив механические характеристики ускоренной плазмы [34, 93, 97, 98], можно выбрать режим ускорения, максимально обеспечивающий условия, которым должны удовлетворять параметры плазменной струи.