

**Комитет Российской Федерации по кинематографии
Санкт-Петербургский институт кино и телевидения**

В.В. Давыдов

Акустика помещений

Текст лекций

Санкт-Петербург
1995

Второй выпуск текста лекций посвящен изложению геометрической и волновой трактовки процесса звукопередачи в помещениях. Их необходимость обусловлена несовершенством статистической теории, которая не может строго объяснить особенности звуковых процессов в переходных режимах и в области низких частот.

Пособие предназначено для студентов очного и заочного факультетов, обучающихся по специальности 201100 "Радиосвязь, радиовещание и телевидение" и соответствует программе дисциплины "Акустика и электроакустика".

Рекомендовано к изданию кафедрой акустики СПИКиТа, протокол № 2 от 30.II.92 г.

Рецензент: доцент кафедры звукотехники Н.Н.Усачев.

ISBN 5 - 85168 - 149-7

© С.Петербургский институт кино и телевидения, 1995 г.

Во втором выпуске текста лекций по "Акустике помещений" дисциплины "Акустика и электроакустика" рассматриваются материалы по 3 и 4 главам, посвященным изложению двух других классических теорий архитектурной акустики: геометрической и волновой.

В дополнение к статистической "геометрическая" трактовка звукопередачи в помещениях позволяет рассматривать и моделировать процессы нарастания и затухания энергии, важные для слухового восприятия, более точно без статистического усреднения и не только для заданных координат источников и приемников, но и с учетом размещения отражающих и поглощающих поверхностей. Картина отражений, характеризующая "акустику места", позволяет найти, в свою очередь, уже не средние, а локальные критерии качества звукопередачи.

С другой стороны, анализ акустических условий в помещениях методами волновой акустики дает возможность уточнить временные зависимости и частотную характеристику звукопередачи в области низких частот, где в наибольшей степени проявляются интерференционные и дифракционные эффекты. Последние при статистической трактовке не учитываются в полной мере из-за использования закона энергетического суммирования.

Глава 3. Геометрические и волновые методы анализа акустических условий в помещениях

3.1. Основные положения геометрической теории

Статистическая трактовка акустических процессов в помещениях оказывается вполне удовлетворительной, если характер нарастания и затухания звуковой энергии в любой точке подчиняется экспоненциальной зависимости, то есть когда все поверхности помещения в равной степени поглощают одну и ту же долю первоначальной энергии за одинаковые промежутки времени. Обеспечение таких условий по субъективной оценке звукопередачи в целом и не требуется, за исключением завершающей стадии процессов, где необходимо иметь большое количество равномерно распределенных и затухающих отражений. При этом такие важные факторы, как форма помещений и порядок размещения звукопоглощающих материалов на поверхностях, в статистическом приближении практически не учитываются. Эти факторы, как показывают современные исследования, являются определяющими при оценке энергетической и временной структуры ранних отражений, имеющей наибольшую корреляцию с субъективным восприятием звукопередачи.

В то же время для начальной стадии переходных акустических процессов, наоборот, характерно сравнительно малое количество направленных и концентрированных отражений, приходящих с малым запаздыванием относительно прямого звука. Выявление таких отражений, очевидно, возможно не путем статистического усреднения, а наоборот, — путем выделения в помещениях тех элементов или поверхностей, которые дают отражения с малым (большим) запаздыванием, концентрируют (рассеивают), отражают или поглощают энергию. Такой путь основан на геометрическом приближении к теории распространения звука в воздухе, исходя из допущения, что звуковые колебания, как и световые, распространяются лучеобразно.

Геометрическая теория впервые была рассмотрена в работах советских ученых Чигринского и Розенберга [3.1, 3.2], в дальнейшем полу-

чила развитие в трудах ряда исследователей, особенно по анализу несоответствия помещений [3.3 ... 3.5]. Теория дает тем более удовлетворительные результаты, чем меньше длина волны распространяющегося звука по сравнению с линейными размерами помещения и элементов, находящихся в нем, и применима, в основном, к помещениям с гладкими поверхностями, обеспечивающими зеркальное отражение.

Важные результаты для практики дают геометрические приемы при анализе акустических условий в помещениях, имеющих вогнутые поверхности с малым радиусом кривизны по сравнению с остальными размерами. На рис. 3.1,а показан вертикальный разрез такого помещения, где в результате действия отражений от куполообразного потолка в точке А и зоне вблизи неё концентрируется звуковая энергия. При этом могут подчеркиваться в звучаниях высокочастотные и среднечастотные составляющие, имеющие меньшую длину волны, чем низкочастотные составляющие.

Эффективен геометрический подход при анализе помещений с двумя взаимно параллельными слабо заглушенными поверхностями на относительно малом расстоянии по сравнению с остальными. Такое положение приводит к образованию так называемого "порхающего" эха или "флаттер-эффекта". Приход отраженной энергии здесь будет происходить пропорционально (рис. 3.1,б), например, ширине помещения В. Если эти интервалы будут больше 50 мс, то последовательность отражений будет восприниматься как быстрые дребезжащие и щелкающие нарастания и спадания прямого звука от источника S . Такие помещения являются, как правило, низкого качества, поскольку придают звуку источника резкий характер, даже в том случае, если порхающее эхо совсем незаметно.

Особое значение геометрическая теория имеет при расчете времени запаздывания и интенсивности отражений по сравнению с прямым звуком. Здесь средние величины статистической теории приводятся в строгое соответствие с действительным положением источников и приёмников звука в помещениях и вполне определенным затуханием отражений, претерпевших те или иные конкретные (по месту) поглощения.

Так, например, по разнице путей, проходимых прямым ($\ell_{пр}$) и от-

раженным ($l'_{от} + l''_{от}$) звуками, легко рассчитывается геометрическим путем время запаздывания первого отражения от потолка (рис.3.1, в)

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{c} = \frac{l'_{от} + l''_{от} - l_{пр}}{c} \quad (3.1)$$

Следовательно, если $\Delta t = \text{ПВЗ} = 50\text{мс}$, то разница в расстояниях, проходимых отраженным и прямым звуком, составит $\Delta l = c \Delta t = 3,4 \cdot 10^2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} = 17\text{ м}$. Такая разница в расстояниях, приводящая к возникновению эха, может наблюдаться в первых рядах зрительных залов с большой (более 12 ... 14 м) высотой. При заданном коэффициенте звукопоглощения в зоне отражения и величине, проходимого волной расстояния, можно определить и энергию (интенсивность) данного отражения.

Расчет звуковых полей геометрическими методами дает удовлетворительную точность в предположении, что длина волны λ достаточно мала и законы распространения и отражения звука без учета дифракции и интерференции вполне соответствуют аналогичным законам геометрической оптики. Предельный случай $\lambda \rightarrow 0$ ограничивает использование теории только областью средних и высоких частот при следующих положениях:

I. В однородной среде при $\lambda \rightarrow 0$ звуковая энергия распространяется прямолинейно в малом телесном угле в виде луча, который описывается прямой линией. При распространении звукового луча на значительные расстояния его сечение пропорционально увеличивается и минимальный диаметр на плоской отражающей поверхности может быть найден из соотношения [3.3]

$$D_{\text{мин}} = 4 \Phi(\theta) \sqrt{\pi \ell / \kappa}, \quad (3.2)$$

где ℓ - расстояние от источника до отражающей поверхности;
 $\Phi(\theta)$ - значение характеристики направленности источника в направлении θ относительно акустической оси при частоте $f(\kappa)$.

Площадь сечения "луча" на соответствующей поверхности будет

$$S_c = \pi D_{\text{мин}}^2 / 4.$$

Примерное измерение диаметра сечения луча в зависимости от расстояния показано на рис.3.2. при первом отражении, например, от потолка ($D_{\text{ПТ}}$), втором отражении от задней стенки ($D_{\text{ЗС}}$) и распределе-

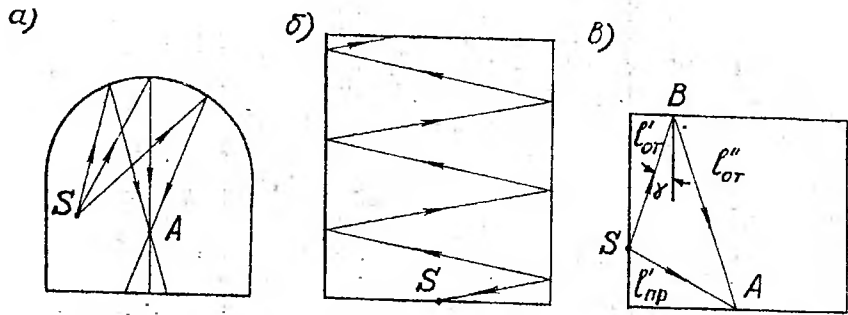


Рис. 3.1. Примеры использования геометрического подхода

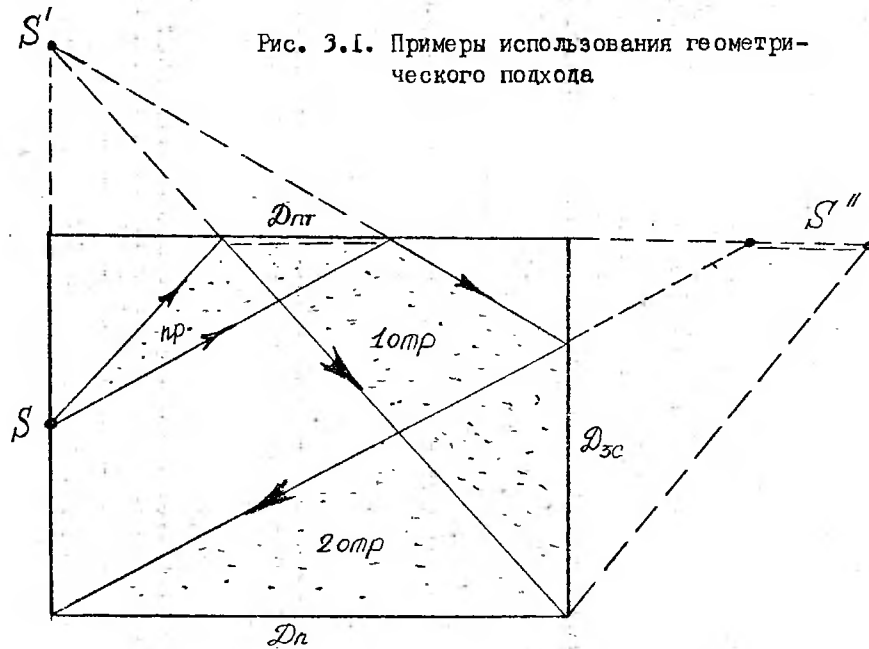


Рис. 3.2. Изменение сечения (диаметра) звукового "луча" при отражении от поверхности помещения

нии в зоне зрительских мест (D_{II}).

Направления распространения звуковых лучей нормально фронту звуковой волны во всех его точках. Причем для плоской волны её фронт образован параллельными плоскостями, нормальными к направлению распространения, а для сферической волны лучи распространяются с шаровым фронтом с центром в точке расположения источника.

2. Энергия любого отраженного звукового луча не зависит от энергии соседних лучей и определяется лишь длиной луча, порядком отражения и направленностью отражающей поверхности. Следовательно, плотность энергии в луче после первого отражения будет

$$E_{от,1} = \frac{P_a \Phi_1 K_1}{\Omega_{T,1} \cdot c \cdot \ell_{от,1}^2} (1 - \alpha_1),$$

после второго

$$E_{от,2} = \frac{P_a \Phi_2 K_2}{\Omega_{T,2} \cdot c \cdot \ell_{от,2}^2} (1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2),$$

а после "n" отражения

$$E_{от,n} = \frac{P_a \Phi_n K_n}{\Omega_{T,n} \cdot c \cdot \ell_{от,n}^2} (1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2) \dots (1 - \alpha_n), \quad (3.3)$$

где $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n$ и $\Omega_{T,1}, \Omega_{T,2}, \dots, \Omega_{T,n}$ - фактор направленности и телесный угол излучения мнимых источников на соответствующих отражающих поверхностях;

$\ell_{от,1}, \ell_{от,2}, \dots, \ell_{от,n}$ - суммарная длина отраженного луча до точки наблюдения;

K_1, K_2, \dots, K_n - коэффициент концентрации отражающей поверхности.

Коэффициент K характеризует степень концентрации ($K > 1$) или рассеяния ($K < 1$) звука при его падении на криволинейную поверхность. После отражения от криволинейной поверхности фронт волны перестает быть сферическим, так как площадь отраженной волны расширяется более быстро (для выпуклой поверхности) или более медленно (для вогнутой поверхности), чем для сферического распространения. При отражении от плоской поверхности фронт волны остается без изменения ($K = 1$). С учетом последних замечаний K можно найти из соотношения:

$$K = S_c / S_{от}, \quad (3.4)$$

где S_c - площадь участка сферического фронта волны на плоской отражающей поверхности;

$S_{от}$ - площадь криволинейной отражающей поверхности в пределах того же участка сферического фронта падающей волны.

Площадь S_c с учетом (3.2.) может быть найдена $S_c = \pi D_{мин}^2 / 4$, а $S_{от}$ определяется из геометрического построения или простейшего расчета. Следует отметить, что наибольший интерес (3.4.) имеет при анализе звуковых полей с концентраторами отраженной энергии. Концентрация отражений является наиболее частой причиной возникновения эха и других пространственных искажений.

Величина энергии (плотности) и характер отражений зависит также от угла падения δ на отражающую поверхность, который можно найти из рис. 3.1,8 по приближенному соотношению

$$\cos \delta \approx \frac{\ell_u + \ell_n}{\ell_{np}}, \quad (3.5)$$

где ℓ_u и ℓ_n - соответственно расстояния по нормали от источника и приемника до отражающей поверхности.

Для "шероховатой" поверхности с неровностями глубиной (высотой) h , когда угол δ больше некоторого предельного ψ , определяемого по критерию Релея [3.6]

$$\cos \psi = \lambda / 6h \quad (3.6)$$

отражение близко к "зеркальному" и коэффициент звукопоглощения зависит от δ [3.7]

$$\alpha(\delta) = \frac{4R \cos \delta}{(R \cos \delta + 1)^2 + X^2 \cos^2 \delta}, \quad (3.7)$$

где R - активная, а X - реактивная составляющие импеданса поверхности, нормированные относительно ρc , при нормальном падении звука ($\delta = 0^\circ$).

Максимальное значение $\alpha(\delta)$ для ряда звукопоглощающих материалов с комплексным импедансом $Z = R + jX$ достигает при $\delta = 83 \dots 85^\circ$ (рис. 3.3) [3.8]. При неизвестных значениях R и X поверхностей величина

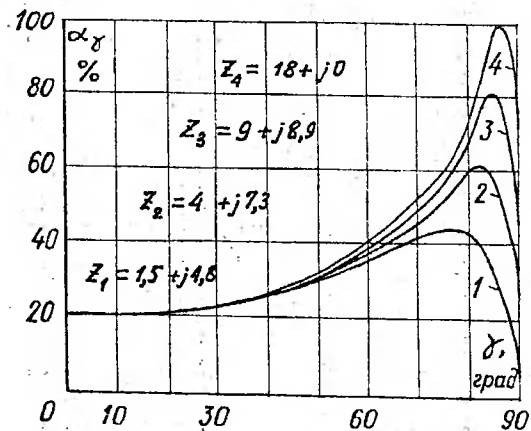


Рис. 3.3. Зависимость коэффициента звукопоглощения от угла падения звуковой волны для материалов с комплексным импедансом $Z = R + jX$.

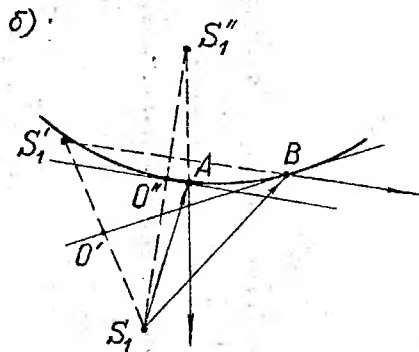
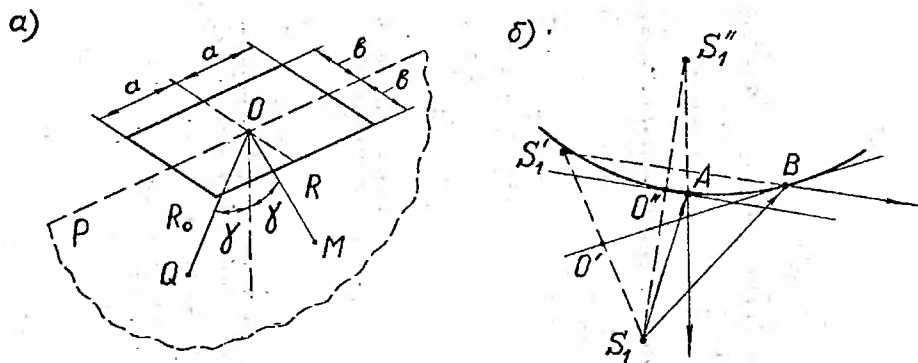


Рис. 3.4. Отражение звукового луча от плоской (а) и криволинейной (б) поверхностей

ну $\alpha(\delta)$ приближенно принимают равной $\alpha(45^\circ)$, которую находят из специальных таблиц пересчета или зависимости

$$\alpha(45^\circ) \approx \bar{\alpha}, \quad \alpha(\delta) \approx \frac{\alpha_n}{\cos \delta},$$

где α_n или $\bar{\alpha}$ - соответственно нормальный или диффузный коэффициент звукопоглощения.

В случае падения звуковых волн под малыми углами $\delta < \psi$, т.е. более крутого падения, энергия от отражающей поверхности рассеивается диффузно ($\alpha_\gamma = \bar{\alpha}$) и не дает значительного вклада в энергию луча какого-либо определенного направления.

Следовательно, в зависимости от соотношения углов δ и ψ в выражении (3.3.) отдельные значения $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ для скользящего падения звука будут функциями δ [$\alpha(n) = \alpha(\delta)$], а другие, при $\delta < \psi$ - определяются независимой от δ величиной среднего коэффициента звукопоглощения $\bar{\alpha}$. В перспективном плане для оценки α поверхностей с резонансными звукопоглощающими конструкциями имеет значение исследование соотношения между длительностью переходных процессов импульсных сигналов и постоянной времени их затухания.

Таким образом, зная величину плотности энергии в прямом луче

$$E_{np} = \frac{p_a \Phi}{\Omega_T \cdot c \cdot e_{np}^2}, \quad (3.8)$$

где Ω_T - телесный угол излучения, а Φ - фактор направленности источника, можно найти относительный уровень энергии любого отраженного луча, приходящего в точку наблюдения, т.е.

$$\Delta N_n = 10 \lg \frac{E_{от,n}}{E_{np}} = 20 \lg \frac{e_{np}}{e_{от,n}} + 10 \lg \frac{\Phi_n K_n \Omega_T}{\Phi \Omega_{T,n}} + \sum_1^n 10 \lg (1 - \alpha_n). \quad (3.9)$$

В общем случае в ΔN_n , кроме обычной частотной зависимости $\alpha(f)$, необходимо учесть интерференционное взаимодействие между прямым и отраженным звуками, которое особенно заметно при возбуждении узкополосных или гармонических сигналов.

Действительно, если давление прямого звука в некоторой точке есть $p_{np} = p \sin \omega t$, а давление, приходящее в ту же точку после отражения от некоторой поверхности, равно

$$p_{or} = \beta p \sin \omega(t + \Delta t),$$

где β - коэффициент отражения по давлению для данной поверхности;

Δt - запаздывание отраженного сигнала,

то интенсивность суммарного давления $p_c^2 = p_{np}^2 + p_{or}^2$ в точке наблюдения определится, как $I_c = \overline{p_c^2} / \rho c$.

При усреднении за промежуток времени T будем иметь

$$I_c = \frac{(p_{np} + p_{or})^2}{\rho c} = \frac{1}{\rho c T} \int_0^T (p_{np} + p_{or})^2 dt = I_{np} [1 + \beta^2 + 2\beta \cos(\omega \Delta t)], \quad (3.10)$$

где $I_{np} = p_{np}^2 / 2\rho c$ - интенсивность прямого звука.

В (3.10) член в скобках характеризует интерференционный эффект в точке наблюдения в результате отражения. Учитывая, что $\omega = 2\pi f = 2\pi c/\lambda$ и $\Delta t = (l_{or} - l_{np})/c = \Delta l/c$, а также $I_{or} = I_c - I_{np}$ и $\beta^2 = 1 - \alpha$, для относительной величины интерференционной поправки получим

$$\Delta N(f) = 10 \lg \frac{I_{or}}{I_{np}} = 10 \lg (1 - \alpha + 2\sqrt{1 - \alpha} \cos \frac{2\pi \Delta l}{\lambda}), \quad (3.11)$$

которая по существу уточняет третье слагаемое в (3.9) при одинаковых направлениях прямого и отраженного звука. Наиболее резко $\Delta N(f)$ проявляется на высоких частотах и сравнительно больших Δl . С уменьшением Δl и понижением частоты $\Delta N(f)$ стремится к постоянному значению и в принципе также характеризует "усиление" помещения.

Делая замену на (3.11) в (3.9), окончательно, для относительной величины отраженной энергии, будем иметь

$$\Delta N_n = 20 \lg \frac{l_{np}}{l_{or,n}} + 10 \lg \frac{P_n K_n \Omega_{T,n}}{\varphi \Omega_{T,n}} + \sum_1^n 10 \lg (1 - \alpha_n + 2\sqrt{1 - \alpha_n} \cos \frac{2\pi \Delta l_n}{\lambda}). \quad (3.12)$$

Выражение (3.12) вместе с (3.1) позволяет построить структуру ранних отражений для любой заданной точки помещения. (3.12) существенно упрощается для ненаправленных источников широкополосного сигнала ($\varphi = 1$, $\Omega_{T,n} = 2\pi$) и для плоских отражающих поверхностей ($\Omega_{T,n} = 2\pi$, $K = 1$), то есть при $\chi < \psi$

$$\Delta N_n = 20 \lg \frac{l_{np}}{l_{or,n}} + \sum_1^n 10 \lg (1 - \alpha_n).$$

3. Угол отражения звукового луча δ от плоской поверхности относительно её нормали (рис.3.4,а) равен углу падения, если минимальные линейные размеры поверхности не менее, чем в 1,5 раза больше длины волны λ падающего звука, а её коэффициент звукопоглощения не превышает 0,1 для заданного диапазона частот и не зависит от угла падения волны.

Оценку возможности применения геометрического построения хода отраженных лучей для локальной плоской поверхности со сторонами $2a$ и $2b$ производят по относительной величине (дБ) уменьшения отраженного звукового давления (в результате дифракции) по сравнению с отражением от бесконечно большой поверхности, то есть

$$\Delta N_r = 10 \lg 4.4 \left(\frac{1}{u} + \frac{1}{v} \right), \quad (3.14)$$

где $u = a \cdot \cos \gamma \sqrt{\frac{2}{\lambda} \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R} \right)}$ и $v = b \sqrt{\frac{2}{\lambda} \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R} \right)}$ - безразмерные величины, полученные из геометрического построения хода отраженного луча $OM (R)$, лежащего в одной плоскости P с падающим лучом $QO (R_0)$.

Использование геометрических отражений является допустимым, если $\Delta N_r \leq 5$ дБ. Выражение (3.14) применимо и для отражателей (или поверхностей), обладающих кривизной, если их наименьший радиус кривизны не менее, чем в 2 раза превышает λ .

4. Отраженный звуковой луч первого порядка представляется в виде луча, распространяющегося от мнимого источника, который является зеркальным отображением действительного источника.

Отраженный звуковой луч второго порядка (отражения) распространяется от мнимого источника второго порядка, являющегося зеркальным отображением мнимого источника первого порядка и т.д.

На рис.3.4, б показаны два мнимых источника S'_1 и S''_1 первого порядка при построении хода отраженных лучей от точек А и В криволинейной поверхности. Мнимые источники, как зеркальные отображения действительного источника, строятся на нормалях к соответствующим касательным плоскостям в точках А и В и равенства отрезков $S'_1 O' = S_1' O'$, $S''_1 O'' = S_1'' O''$.

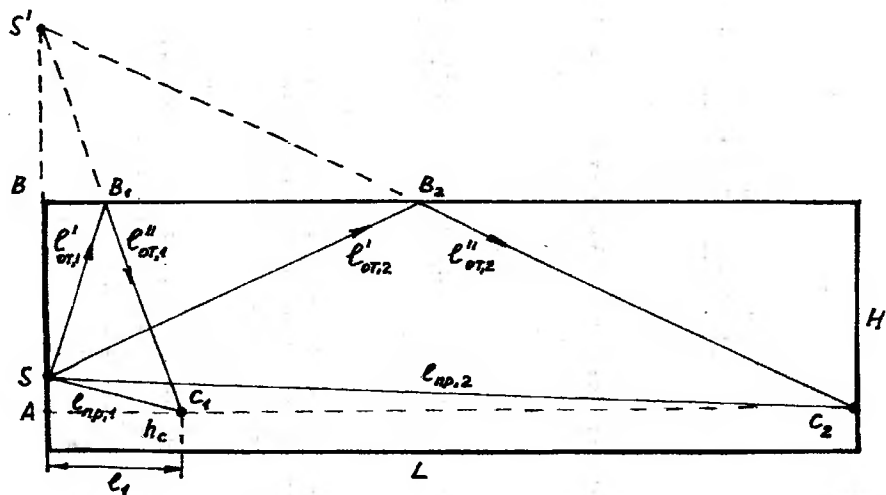


Рис. 1 к примеру 3.1. Осевой разрез помещения в масштабе 1:200

Для каждой точки криволинейной поверхности необходимо находить свой мнимый источник. Для плоской поверхности мнимый источник будет один и тот же при неизменном положении действительного источника. Наклонные поверхности способствуют падению лучей под скользящими углами и, как следствие, возникновению добавочных интерференционных приращений энергии. Рассмотренные положения геометрической акустики являются справедливыми лишь для ограниченного диапазона частот, когда линейные размеры отражающих поверхностей гораздо больше длины волны падающего звука. Невыполнение этого условия приводит к рассеянию и дифракции звуковых волн и построение хода отражений теряет смысл. В то же время для звуковых колебаний средних и высоких частот, важных для слухового восприятия, геометрические приемы оказываются особенно эффективными при определении пространственной характеристики источников, выяснении роли отдельных участков отражающих поверхностей в реверберационном процессе и выявлении акустических дефектов помещений.

Пример 3.1. Пользуясь осевым разрезом прямоугольного помещения, определить время запаздывания первых отражений от потолка по отношению к прямому звуку в центральных местах первого (5 м) и последнего рядов помещения размерами 30x22x9 м. Точечный источник звука находится в центре торцевой (передней) стены на высоте 2,5 м, а слушатели — 1,5 м от пола.

Решение.

1. Примем обозначения $h_s = 2,5$ м, $h_c = 1,5$ м, $L = 30$ м, $H = 9$ м и построим в масштабе разрез помещения (рис.1). Найдем длины прямых $l_{пр}$ и отраженных лучей, пользуясь изображением мнимого источника S' .

2. Длина прямого луча до первого ряда (из $\triangle ASC_1$)

$$l_{пр,1} = \sqrt{(h_s - h_c)^2 + e_1^2} = \sqrt{(2,5 - 1,5)^2 + 5^2} \approx 5,1 \text{ м.}$$

3. Длина отраженного луча до первого ряда из $\triangle AS'C_1$, исходя из равенства отрезков $S'B_1 = S'B_1$

$$l_{от,1} = l'_{от,1} + l''_{от,1} = \sqrt{(AS')^2 + e_1^2} = \sqrt{(2 \cdot 6,5 + 1)^2 + 5^2} \approx 15,4 \text{ м.}$$

4. Время запаздывания отраженного луча по сравнению с прямым

$$\Delta t_1 = (l_{от,1} - l_{пр,1})/c = (15,4 - 5,1)/340 = 0,03 \text{ с} = 30 \text{ мс.}$$

5. Аналогично для последнего ряда из треугольников $AS'C_2$ и ASC_2

$$l_{пр,2} \approx 30 \text{ м}, \quad l_{от,2} = l'_{от,2} + l''_{от,2} \approx 33,4 \text{ м.}$$

$$\text{тогда } \Delta t_2 = (l_{от,2} - l_{пр,2})/c = (33,4 - 30)/340 = 0,01 \text{ с} = 10 \text{ мс.}$$

Как видно, время запаздывания для первого ряда оказывается больше, чем для последнего.

3.2. Метод построения площадок первых отражений.

Данный метод, позволяющий оценить структуру ранних отражений (по амплитуде и времени запаздывания), разработан Качеровичем [3.9] применительно к помещениям для одноканального звуковоспроизведения (кинотеатров общего типа), главным образом, прямоугольной формы.

Формирование такой структуры определяется положением, формой и размерами площадок первых (вторых и т.д.) отражений, то есть площадок, поверхности которых отражают звуковую энергию в плоскость пола после первого (второго и т.д.) отражения. При этом строго фиксируются положение источника (вблизи торцевой стенки или в её плоскости) и положение слушателей (на поверхности пола).

Можно показать, что структуру ранних дискретных отражений, в основном, определяют малочисленные первые отражения, которые в плоскости пола приходят с наименьшим запаздыванием по сравнению с прямым звуком. В контрольных случаях в структуре ранних отражений принимают во внимание и вторые отражения. Отражения третьего порядка из-за большого количества (около 150 на одно направление луча), как правило, относят к поздним отражениям, входящим в состав сплошного спектра реверберационного "хвоста".

Рассмотрим принципы построения площадок первых отражений, расположенных на поверхностях прямоугольного помещения с размерами L (длина), B (ширина) и H (высота). Источник звука S зададим в центре (по ширине) плоскости торцевой стенки на высоте h_s от пола (рис. 3.5 - 3.9).

Площадка первых отражений на потолке.

Выделим в помещении вертикальную лучевую плоскость через точку, в которой находится источник звука S . Точка S' является точкой расположения мнимого источника, зеркального, относительно плоскости потолка, действительному источнику (рис. 3.5, а). Построим луч $S'4'$, продолжение которого попадает на самую дальнюю точку пола $2'$. Следовательно, отрезок $3'4'$ является геометрическим местом точек, от которых звуковые лучи после отражения упадут на всю горизонтальную линию

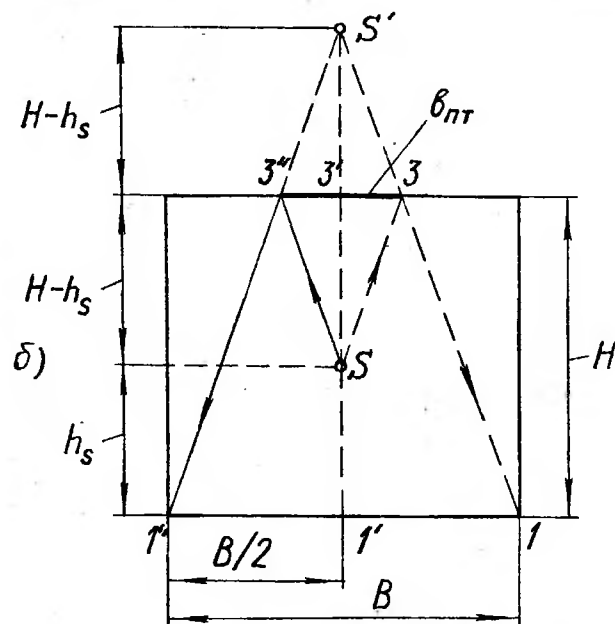
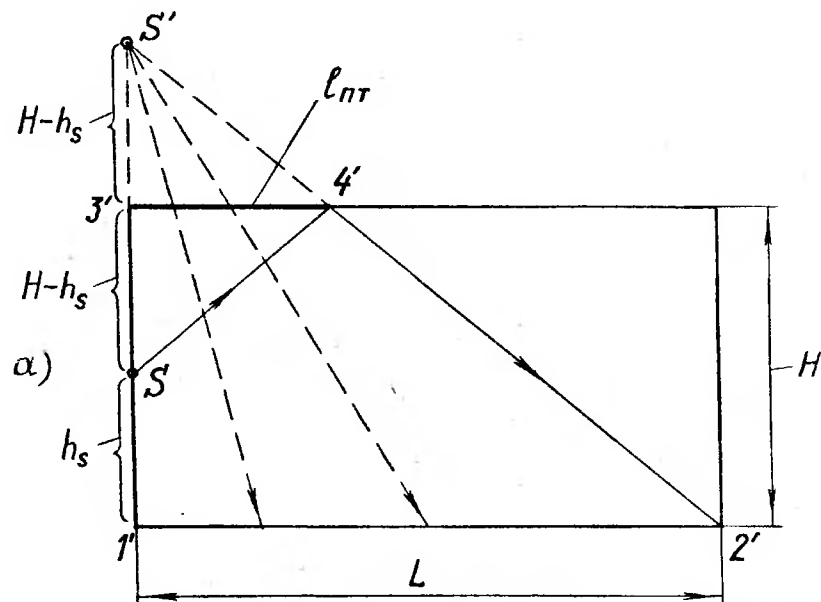


Рис. 3.5. Построение хода отражений для определения длины (а) и ширины (б) площадки первых отражений на потолке помещения

$I'2'$ поверхности пола, и определяет максимальную длину l_{nr} площадки первых отражений на потолке. Длина l_{nr} легко находится из подобия треугольников $3'S'4'$ и $I'S'2'$, где

$$\frac{l_{nr}}{L} = \frac{H-h_s}{2H-h_s}, \text{ откуда } l_{nr} = \frac{H-h_s}{2H-h_s} L. \quad (3.14)$$

Если повернуть эту плоскость вокруг оси $I'3'$ так, чтобы она совпала с плоскостью торцевой стенки помещения (рис.3.5, б), то очевидно, можно вновь построить мнимый источник S' . Здесь отраженный луч $3'I''$, как продолжение мнимого луча $S'3''$, попадет в крайнюю по ширине точку пола I'' . Следовательно, отрезок $3'3''$ является геометрическим местом точек, из которых отраженные лучи падают на линию $I'I''$ плоскости пола, и равен половине ширины площадки первых отражений θ_{nr} . Величина θ_{nr} найдется из подобия треугольников $I''S'I'$ и $3''S'3'$, где

$$\frac{\theta_{nr}/2}{B/2} = \frac{H-h_s}{2H-h_s} \text{ и } \theta_{nr} = \frac{H-h_s}{2H-h_s} B. \quad (3.15)$$

Таким образом, площадка первых отражений на потолке повторяет форму потолка помещения, а её площадь будет пропорциональна площади потолка (пола) помещения, т.е.

$$S_{nr} = l_{nr} \cdot \theta_{nr} = \left(\frac{H-h_s}{2H-h_s} \right)^2 LB. \quad (3.16)$$

Очевидно, что величина S_{nr} зависит от высоты h_s установки источника, а максимальное ее значение достигается при установке источника на поверхности пола, тогда $S_{nr,m} = LB/4$.

Подобные построения хода лучей для вторых и т.д. отражений показывают, что площадки вторых и т.д. отражений на потолке имеют одинаковую форму и размеры, т.е. $l_{1,nr} = l_{2,nr} = l_{3,nr} = \dots$; $\theta_{1,nr} = \theta_{2,nr} = \theta_{3,nr} = \dots$ и, соответственно, $S_{1,nr} = S_{2,nr} = S_{3,nr} = \dots$, если последние полностью вписываются в поверхность потолка (рис.3.6).

Площадки первых отражений на боковых стенках.

Рассмотрим вертикальную плоскость, совпадающую с поверхностью торцевой стенки, в которой находится источник звука S (рис.3.7, а). Построим мнимый источник S' относительно правой боковой стенки. Тогда

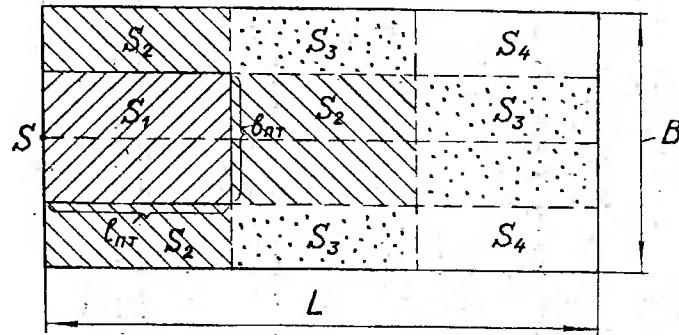


Рис. 3.6. Формы и размеры площадок первых, вторых, ... отражений на потолке прямоугольного помещения для адипного источника.

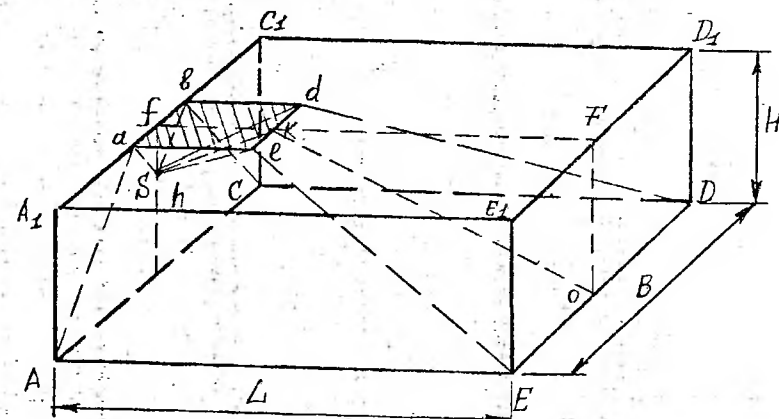


Рис. 1 к примеру 3.2. Определение размеров площадки первых отражений на потолке

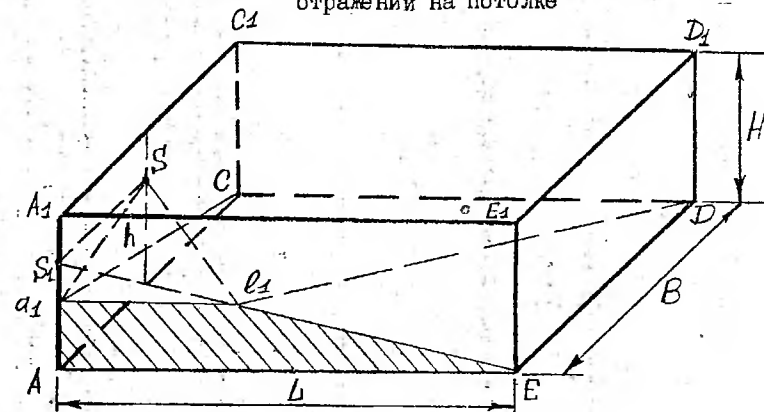


Рис.2 к примеру 3.2. Определение размеров площадки первых отражений на боковой стене

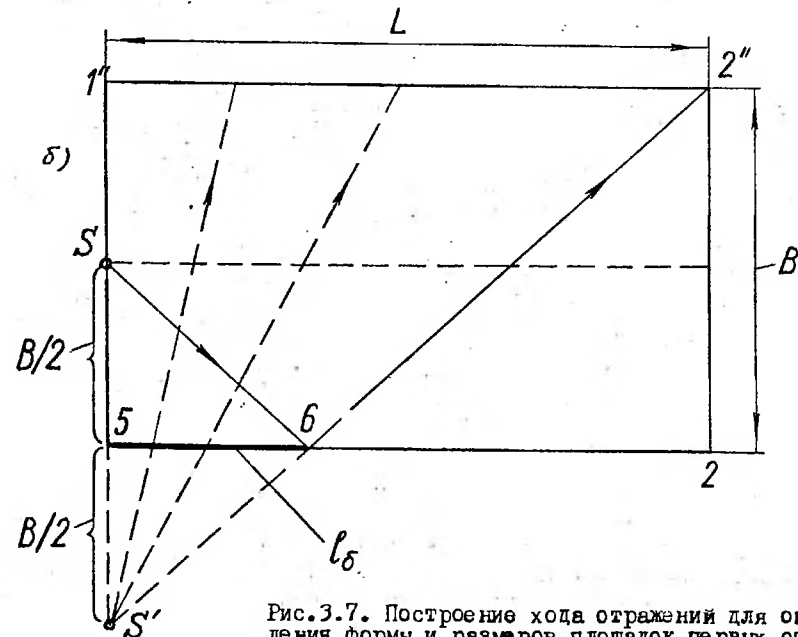
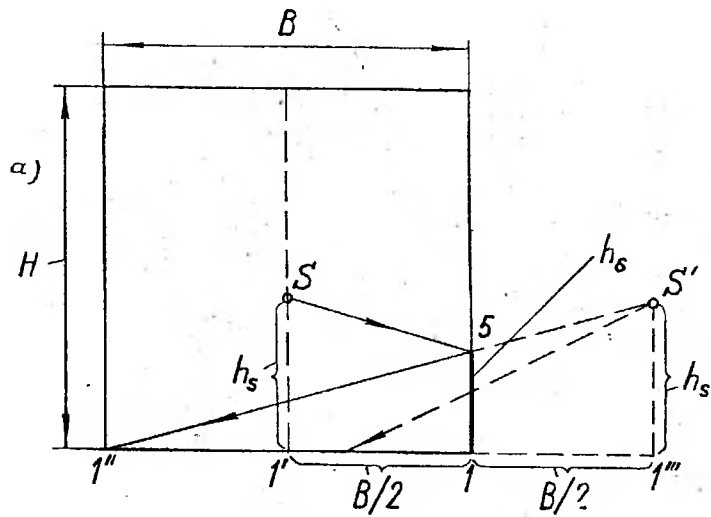


Рис.3.7. Построение хода отражений для определения формы и размеров площадок первых отражений на боковых стенках прямоугольного помещения

отрезок $I 5$ будет геометрическим местом дочек отраженных лучей, падающих на ребро $I I''$, и одновременно высотой h_s площадки первых отражений на правой боковой стенке. Величина h_s найдется из подобия треугольников $I' S' I''$ и $I'' 5 I$, т.е.

$$\frac{h_s}{h_s} = \frac{\frac{3}{2}B}{B}, \text{ откуда } h_s = \frac{2}{3}h_s. \quad (3.17)$$

Из построения наклонной плоскости под углом γ , проходящей через ребро $I'' 2''$ и мнимый источник S' (рис.3.7, а и 3.7, б), можно определить длину l_s прямоугольной части площадки. Для этого используем подобие треугольников $I' S' 2''$ и $5 S' 6$. Поскольку плоскость является наклонной к поверхности пола, то

$$\frac{l_s}{L} = \frac{\frac{1}{2}B \cdot \cos \gamma}{\frac{3}{2}B \cdot \cos \gamma} \text{ и } l_s = \frac{1}{3}L. \quad (3.18)$$

Отрезок l_s есть геометрическое место точек отражений, падающих на нижнее ребро помещения $I'' 2''$. И, если теперь поворачивать эту плоскость (увеличивая угол γ) вокруг отрезка l_s до вертикального положения, т.е. до положения правой боковой стенки, то отраженный луч $6 2''$ очертит границы треугольной части площадки, отразившись от которой звуковая энергия первых отражений упадет на часть поверхности пола в пределах треугольника $6' 2 2''$ (рис.3.9). Прямоугольная часть площадки $I 5 6 6'$ обеспечит первыми отражениями остальную часть $I I'' 2'' 6'$ поверхности пола. Общая площадь площадки на боковой стенке определится как сумма её прямоугольной и треугольной частей:

$$S'_s = S'_n + S'_r = h_s l_s + \frac{1}{2} h_s (L - l_s) = \frac{2}{3} h_s L \approx 0,5 h_s L. \quad (3.19)$$

Видно, что, так же как и для площадки на потолке, размеры площадок на боковых стенках (левая площадка строится аналогичным образом) зависят от размеров помещения (B, L) и высоты установки источника звука.

Площадки вторых, третьих и т.д. отражений на боковых стенках, в основном, размещаются ниже горизонтальной плоскости источника непосредственно над площадками первых, вторых и т.д. отражений с формой неправильных четырехугольников, площадь которых быстро уменьшается с

повышением номера отражений.

Площадка первых отражений на задней стене.

Эта площадка при симметричном расположении источника относительно боковых стен имеет форму равнобокой трапеции, высота которой h_3 определяется из построения вертикальной плоскости, проходящей через точки S и S' (мнимый источник относительно задней стенки) и проекцию горизонтальной оси источника на поверхности пола помещения (рис. 3.8, а). Из подобия треугольников $I' S' 2''$ и $I' 7' 2'$ следует, что

$$\frac{h_3}{h_s} = \frac{L}{2L}, \text{ откуда } h_3 = \frac{1}{2} h_s. \quad (3.20)$$

Высота h_3 представляет собой геометрическое место точек, от которых луч $I' 7'$ отражается на линию пола $I' 2'$.

Ширина верхней части площадки найдется из построения наклонной плоскости, проходящей через точку S' и ребро $I I''$ (рис. 3.8, б). Отрезок $7 7''$ есть геометрическое место точек отражений, падающих на ребро $I I''$, и ширина θ_3 площадки, которая определяется из подобия треугольников $I'' S' S$ и $7' S' 7''$, где

$$\frac{1/2 \theta_3}{1/2 B} = \frac{L}{2L} \text{ и } \theta_3 = \frac{1}{2} B. \quad (3.21)$$

Если данную плоскость поворачивать вокруг оси $7 7''$, то концы отраженных лучей $I 7$ и $I'' 7''$ очертят границы площадки на задней стене, от которой звуковая энергия после первого отражения попадет на всю плоскость пола. Её площадь, как площадь трапеции, найдется из выражения

$$S_3 = \frac{1}{2} h_s (B + \theta_3) = \frac{3}{8} h_s B. \quad (3.22)$$

В аксонометрии расположение площадок первых отражений на поверхностях помещения показано на рис. 3.9. Их общая площадь может быть найдена по сумме площадей (3.16), (3.19) и (3.22) на разных поверхностях, т.е.

$$S_1 = S_{\text{пр}} + 2S_2 + S_3 = \left(\frac{H-h_s}{2H-h_s}\right)^2 LB + Lh_s + \frac{3}{8} B h_s. \quad (3.23)$$

Если в (3.23) положить $h_s = 1/2 H$, то можно показать, что

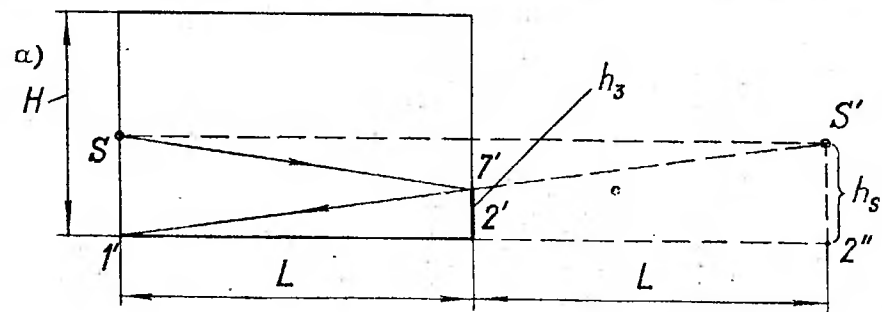
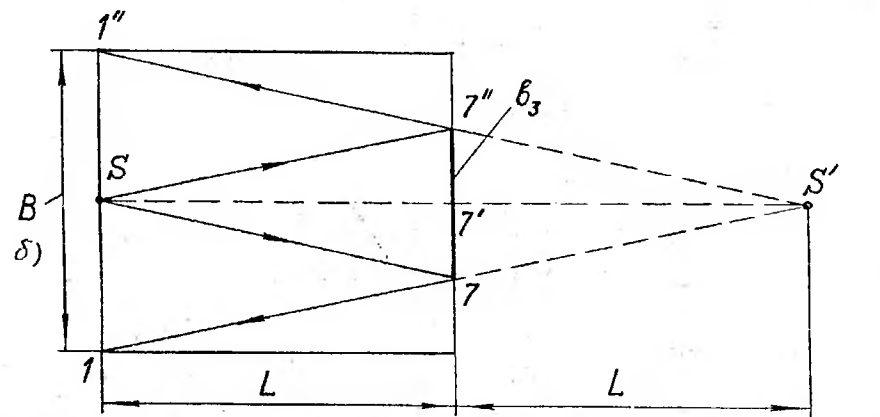


Рис. 3.8. Определение размеров площадок первых отражений на задней стенке прямоугольного помещения

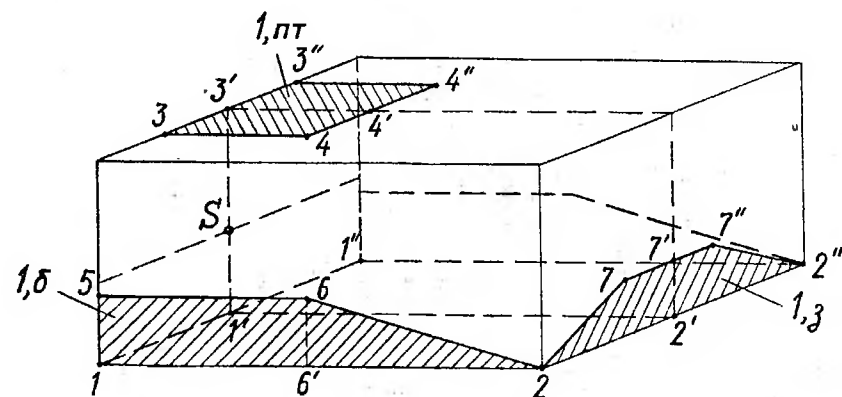


Рис. 3.9. Общий вид площадок первых отражений на поверхностях прямоугольного помещения для одиночного источника, расположенного в плоскости передней стенки

общая площадь площадок первых отражений составит около 25% площади всех поверхностей помещения. Иначе, для формирования начального участка реверберационного процесса по геометрической теории достаточно использовать не более 1/4 поверхности помещения.

Площадки вторых, третьих и т.д. отражений на задней стене, так же как и на боковых стенках не выходят за пределы сечения горизонтальной плоскостью источника и располагаются последовательно под площадками первых, вторых и т.д. отражений. Их размеры достаточно малы по сравнению с площадками первых отражений и поэтому вклад отраженной энергии в начальные моменты процессов оказывается сравнительно небольшим.

Пример 3.2. Построить площадки первых отражений на потолке и одной из боковых стен и определить их размеры для помещения 18x10x6 м. Источник звука находится в центре торцевой стены на высоте 4 м от пола.

Решение.

1. Для определения положения и размеров площадки первых отражений (ППО) на потолке построим в масштабе аксонометрию помещения и обозначим (рис.1) основные точки. Из построения следует, что лучи Se и Sd в результате отражения от ППО на потолке обязательно попадут в плоскость пола на крайние (угловые) точки E и D . Аналогичное построение дадут лучи Sa и Sb , которые попадут, соответственно, в точки A и C .

Из подобия треугольников AA_1a и Sfa ; fSk и kFO найдем длину e_{nr} и ширину b_{nr} площадки:

$$e_{nr} = \bar{ed} = \frac{H-h_s}{2H-h_s} L = \frac{6-4}{2 \cdot 6-4} 18 = 4,5 \text{ м.}$$

$$b_{nr} = \bar{ed} = \frac{H-h_s}{2H-h_s} B = \frac{6-4}{2 \cdot 6-4} 10 = 2,5 \text{ м,}$$

где L , B , H - длина, ширина и высота помещения;
 h_s - высота источника звука.

2. Размеры ППО на боковой (правой) стене определим из рис.2:

2.1. Нижнее основание трапеции a, e, AE есть длина помещения: $\bar{AE} = L$

2.2. Высота трапеции найдется из подобия треугольников a, S, S и a, A, C :

$$\frac{h_s}{a, A} = \frac{3}{2}, \quad h_s = \bar{a}, A = \frac{2}{3} h_s = \frac{2}{3} 4 = 2,66 \text{ м.}$$

2.3. Верхнее основание трапеции $e_s = \bar{a}, e$, найдется из подобия треугольников a, e, S и AS, E :

$$\frac{a, e}{L} = \frac{1}{3}, \quad e_s = \bar{a}, e = \frac{1}{3} L = \frac{1}{3} 18 = 6 \text{ м.}$$

Таким образом, ППО на потолке имеет прямоугольную форму с размерами 4,5x2,5 м; ППО на боковой стене в виде прямоугольной трапеции с высотой 2,66 м и длинами верхнего основания 6 м и нижнего - 18 м.

3.3. Структура первых отражений

В основе статистического определения среднего коэффициента зву-

копоглощения лежит допущение об одинаковой значимости любой поверхности помещения в реверберационном процессе. При этом роль каждого участка S_1, S_2, \dots, S_n в общей поверхности S помещения сводится к средневзвешенной величине $S_1/S, S_2/S, \dots, S_n/S$ независимо от его расположения. И средний коэффициент звукопоглощения в данном случае определяется лишь удельным (относительно S) значением поглощения каждой части $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ поверхности помещения, т.е.

$$\bar{\alpha} = \alpha_1 \frac{S_1}{S} + \alpha_2 \frac{S_2}{S} + \dots + \alpha_n \frac{S_n}{S}.$$

Однако такое определение справедливо только при большом количестве отражений (на завершающем этапе процессов), когда их амплитуды, в среднем по совокупности, одинаковы. В начальной стадии процессов усреднение малочисленных дискретных отражений недопустимо и их поглощение должно учитываться путем локального "геометрического взвешивания".

Как было показано, при фиксированных положениях источника и слушателей в помещении, отдельные части его поверхности (ниже и выше горизонтальной плоскости источника) по разному участвуют в формировании структуры отражений. Действительно, звуковая энергия лучей, падающих на потолок и нижнюю часть стен (рис.3.10, а) приходит к слушателю с высоким уровнем (малая длина и малое количество поглощений) и значительным запаздыванием (короткий путь). Следовательно, эта энергия (первых отражений) участвует в начальной стадии процессов нарастания (затухания) энергии в помещении.

Энергия же лучей, падающих на стены выше источника (рис.3.10, б), приходит к слушателям значительно ослабленной и с большим запаздыванием в результате многочисленных отражений и большого пути. Соответственно здесь отраженная энергия участвует главным образом в завершающей стадии процессов.

Необходимо отметить, что лучи, отраженные от верхней части стен, а также от пола, обязательно на своем пути встречаются с поверхностью потолка (рис.3.10, в), который играет особую роль в формировании от-

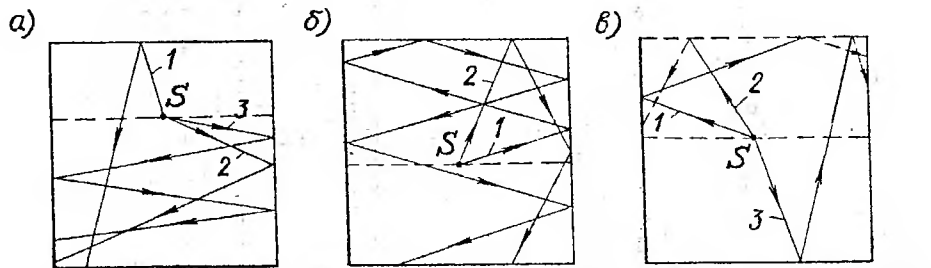


Рис. 3.10. Ход отражений от потолка, боковых стен и пола помещения

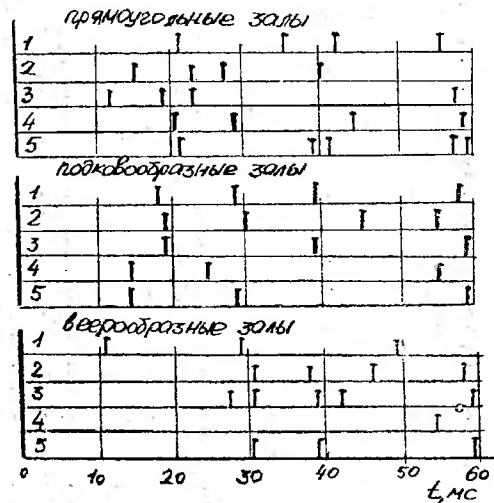


Рис. 3.11. Временная структура первых отражений в залах различной формы

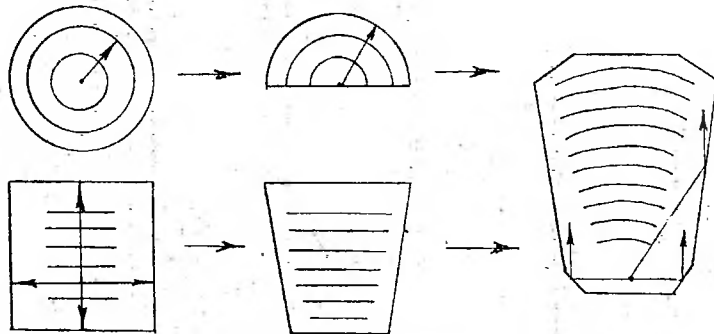


Рис. 3.12. Трансформация классических форм (в плане) помещений

ражений. Если, к примеру, обработать потолок эффективным звукопоглощающим материалом ($\alpha_{пт} \rightarrow 1$), либо убрать его вообще (открытое помещение), то на поверхность пола придет в основном энергия первых отражений. Энергия отражений более высоких порядков окажется незначительной из-за малой поверхности отражения. Следовательно, какими бы отражающими свойствами не обладали поверхности такого помещения, длительность переходных процессов в нем будет непродолжительной.

На основании подобных геометрических построений и анализа количества встреч лучей с различными поверхностями в [3.9] предложена эмпирическая формула для расчета среднего ("геометрического") коэффициента звукопоглощения, учитывающая расположение звукопоглощающих материалов и источника

$$\bar{\alpha}_r = \frac{2,2\alpha_e S_e + \alpha_n S_n + 2\alpha_{пр} S_{пр} + 3,3\alpha_{ст} S_{ст} + \alpha_n S'_n}{2,2S_e + S'_n + 2S_{пр} + 6,3S_n} \quad (3.24)$$

где α_e , α_n , $\alpha_{пр}$, $\alpha_{ст}$ и α_n - соответственно средние значения КЗП верхней (выше горизонтальной плоскости источника), нижней частей стен, потолка, всех стен и пола;

S_e , S_n , $S_{пр}$ и S'_n - площади указанных поверхностей.

Выражение для $\bar{\alpha}_r$ имеет преимущественное значение для завершающей стадии реверберационных процессов и дает лучшее совпадение с экспериментом, чем $\bar{\alpha}$, однако при расчетах сравнительно мало отличается от последнего.

На важную для слухового восприятия структуру ранних отражений, кроме энергетического содержания, влияет время их запаздывания относительно друг друга и прямого звука. Причем, с одной стороны, для исключения эха, максимальное запаздывание не должно превышать ПВЗ в зависимости от вида сигнала, а с другой - быть больше минимального значения, при котором повышается четкость речи или прозрачность звучания музыки. Так, максимальный эффект пространственного впечатления и прозрачность звучания музыки достигается, если первое отражение приходит к слушателю с запаздыванием 20 ... 30 мс, а интервалы между первым и вторым составляют 15 ... 20 мс, вторым и третьим - 10 ... 15 мс и т.д. в

пределах до 100 мс с равными или уменьшающимися промежутками времени для последующих интенсивных отражений. Для речевого сигнала, его высокое качество (четкость и разборчивость) проявляется, если первый запаздывающий сигнал приходит через 10 ... 15 мс, а последующие после первого через 5 ... 10 мс, после второго – 5 мс и т.д. Отношение энергии ранних отражений к энергии прямого звука должно быть примерно одинаковым для музыки и речи. Оптимальным уровнем первого отражения является примерно $\Delta N_1 = -1,5 \dots -2$ дБ с последующим увеличением разницы также на 1,5 ... 2 дБ, т.е. $\Delta N_2 = -3,5$ дБ и т.д. Максимальный эффект пространственного впечатления обеспечивается минимальной разницей в уровнях первых отражений и прямого звука и даже превышением последнего до 3 дБ. На рис. 3.11 показана временная структура первых отражений для пяти различных залов, исследованных Беранеком

[3.10], для трех типичных форм помещений: прямоугольной, подковообразной и веерообразной. Как видно, каждый из пяти прямоугольных залов обеспечивает первые отражения в интервале 10 ... 20 мс, а в первые 60 мс имеет примерно пять отражений. В подковообразных помещениях количество ранних отражений в интервале до 60 мс уменьшается до трех, а в веерообразных помещениях, за исключением первого, первые отражения приходят с предельным (оптимальным) запаздыванием в 30 мс.

Для этой же группы (музыкальных) залов подчеркивается, что вредными являются эхо-сигналы с уровнем от 0 до -15 дБ ниже уровня прямого звука, если они приходят с задержкой около 100 мс, а также с уровнями до -20 дБ с $\Delta t \geq 200$ мс и $\Delta N \leq -30$ дБ при $\Delta t \geq 300$ мс. Данные эхо-сигналы возникают в первых зрительских местах в помещениях с высокими потолками, либо от задних сильно изогнутых торцевых стен, либо в помещениях большого объема, но с пониженным временем реверберации.

Следует отметить, что на качество звукопередачи значительное влияние оказывает направление прихода отражений. Если, например, первое отражение совпадает по направлению с прямым звуком, то создается эффект "плоского звучания"; объемность звука "завышается" вместе с ухуд-

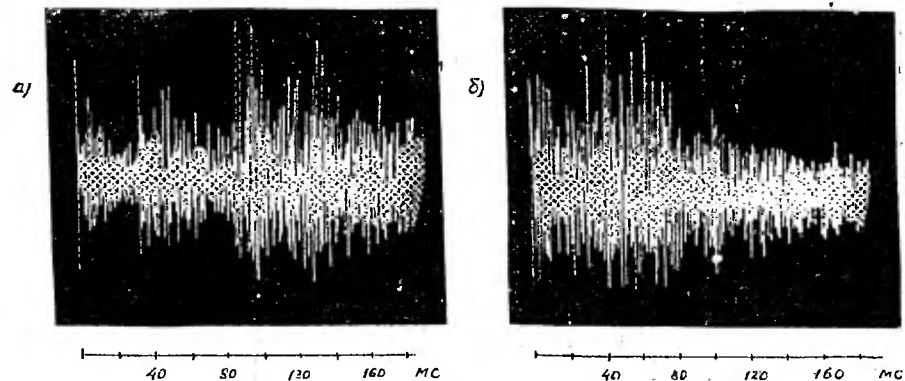


Рис. 3.13. Осциллограммы звукового давления при импульсном возбуждении (выстрел из пистолета) в зрительном зале круглой формы

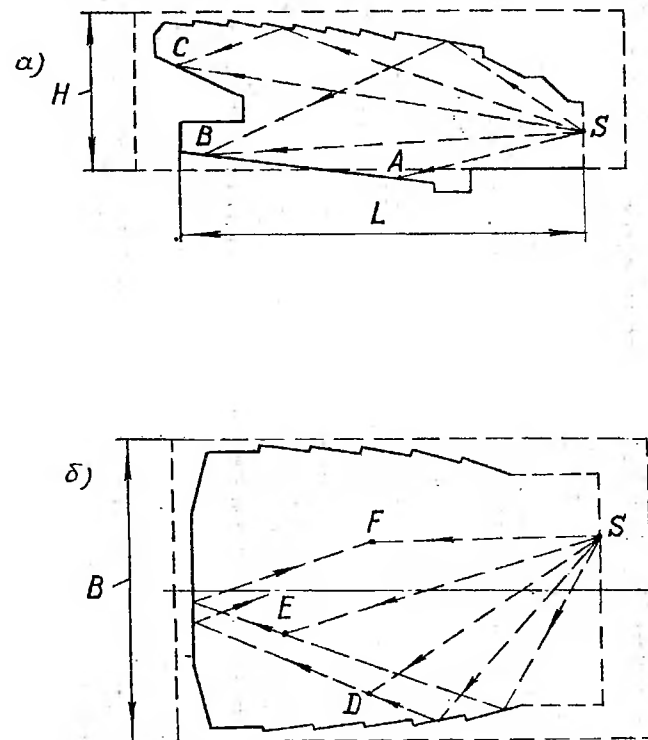


Рис. 3.14. Расчет запаздывания первых отражений по разрезу (а) и плану (б) концертного зала

шением локализации источника, если ранние отражения имеют боковые направления прихода в пределах $\pm 60^\circ$ относительно нормали к слушателю. Качество звучания резко ухудшается, если первые отражения приходят с тыльной стороны. Оптимальным считается режим, когда первые отражения совпадают с азимутом прямого звука (отражения от пола и потолка) или имеют некоторое смещение (боковые отражения), но действуют на слушателя с фронтальной стороны. Такое положение обеспечивается выбором формы помещения главным образом в той его части (в пределах $1/3$ длины), которая находится вблизи источника звука.

По Ганусу [3.11] оптимальной формой (в плане) помещения является неправильный восьмиугольник (рис.3.12), который получается путем трансформации классической формы античного театра (круг, полукруг) с учетом современной прямоугольной формы. Классическая форма имеет основное преимущество, заключающееся в обеспечении одинаковой прямой энергией всех задних (в амфитеатре) мест, но в тоже время создает предпосылки для опасной концентрации отраженной энергии. На рис.3.13 показаны осциллограммы импульсного отклика в точках „а“ (в центре зала: II ряд, 24 место) и „б“ (I ряд, 37 место) Большого зрительного зала круглой формы кинотеатра „Коллизей“ в г.С.-Петербурге. Как видно, для центра зала (а) наблюдается концентрация энергии в опасном для слухового восприятия интервале 100 ... 140 мс.

Прямоугольная форма позволяет формировать направленный прямой звук, но имеется возможность возникновения (от параллельных стен) многократного эха. Таким образом, промежуточное решение в форме восьмиугольника в большей или меньшей степени использует указанные преимущества, правда, с необходимостью значительного заглушения (устранение запаздывающих отражений) задней, слегка фокусирующей, стенки.

Следует отметить, что данная форма помещения, близкая к трапецидальной, не всегда обеспечивает требуемую величину боковой эффективности (LE), в то время, как в залах с хорошей слышимостью наблюдаются наибольшие её значения. Измерения показывают, что в помещениях трапецидальной формы получаются меньшие величины LE , чем в случае

прямоугольной.

Кроме того, рассмотренная восьмиугольная в плане форма помещения обеспечивает большее отношение S/V , чем обычная прямоугольная. Последнее, как отмечалось, является более благоприятным условием для помещений сравнительно малого объема (< 700 куб.м), где в большей степени проявляется реактивное "усиление" на низких частотах и, соответственно, требуется большая величина фонда звукопоглощения.

Таким образом, для определения временной, энергетической и пространственной структуры ранних отражений необходимо геометрически (как минимум – в плане и разрезе помещения) оценить расстояние от точки наблюдения до источника звука и ближайших (дальних) отражающих поверхностей. Пространственное расположение звукопоглощающих (отражающих) поверхностей, а также – источника и приемника звука, задаст направление прихода и уровень отражений.

В разрезе помещения самым малым расстоянием является высота H , которая определяет время прихода интенсивных первых отражений, совпадающих по азимуту с прямым звуком. Время запаздывания отраженного звука (в мс) после прямого в прямоугольном помещении может быть рассчитано по формуле:

$$\Delta t_{\text{отр}} = \frac{10^3}{c} (c_{\text{отр}} - c) = 3 \left(\sqrt{(2H' + h_s')^2 + l^2 + b^2} - \sqrt{l^2 + b^2 + (h_s')^2} \right), \quad (3.25)$$

где H' – высота помещения над головами слушателей;

h_s' – высота источника звука над головами слушателей;

l и b – соответственно, координаты слушателя по длине и ширине (относительно источника, находящегося в начале координат) помещения.

В целом высота помещения, а также форма потолка являются важными факторами формирования оптимальной структуры отражений. Слишком высокий потолок (более 14 м) и плоскогоризонтальный профиль его очертания приводят к возникновению в передних рядах слушателей вредных отражений с большим запаздыванием, где уровень прямой энергии дос-

точно высок. В то же время наклон потолка в передней части помещения способствует увеличению мало запаздывающей отраженной энергии в задних рядах, где обычно недостаток прямой энергии. Такой же полезный эффект дает наклон потолка и в задней части помещения, когда устраняется возвращение отраженной энергии с большим запаздыванием (эхо) в передние ряды и обеспечивается дополнительная полезная добавка энергии с малым запаздыванием в задних рядах.

Оптимальное значение высоты для заданного объема помещения, подтвержденное длительной эксплуатацией студий, может быть найдено по зависимости, предложенной Реттингером [3.12]:

$$H = 0,6\sqrt[3]{V}. \quad (3.26)$$

Зависимость (3.26) имеет хорошее совпадение с данными [3.13, 3.14], что позволяет её рекомендовать для студий с объемами более 500 куб.м. Однако при объемах 10^4 куб.м и больше высота помещений не должна превышать 14 м, имея в виду, что она должна трактоваться как нижняя отметка несущих конструкций потолка для крепления звукопоглощающих или, что лучше из-за значительного звукопоглощения слушателей, звукорассеивающих материалов.

Рассмотрим, для примера, разрез большого киноконцертного зала размерами $L \times B \times H = 40 \times 30 \times 17$ м (рис.3.14, а). Для первых рядов (точка А) с помощью звукоотражающих панелей (в разрезе и плане - рис.3.14, б) исключено падение отраженной энергии и тем самым возможность образования эха. Действительно, для слушателя, находящегося на одной оси (по длине зала) с источником звука S на расстоянии 19 м ($\ell = 19$, $\theta = 0$) при отсутствии отражающего козырька на потолке и высоте установки источника $h_s = 3$ м величина запаздывания составляет около 50 мс. Слушатели, находящиеся в дальних рядах, где доля прямой энергии сравнительно мала, наоборот, обеспечиваются отраженной энергией с запаздыванием в точках В и С (с одинаковыми $\ell = 37$ м, $\theta = 0$), соответственно, 18 и 6 мс.

В плане помещения большое значение имеет его ширина B , которая

определяет время запаздывания и направление отражений от боковых стен, в том числе и наиболее интенсивных - первых отражений. Оптимальная величина B выбирается в пределах, не превышающих 20 ... 25 м. Для помещений прямоугольной формы время запаздывания, например, от правой боковой стены находится по формуле:

$$\Delta t_s = 3(\sqrt{(2B_{np})^2 + \ell^2 + (h_s)^2} - \sqrt{\ell^2 + B^2 + (h_s)^2}), \quad (3.27)$$

где B_{np} - расстояние между горизонтальной осью источника звука и правой стеной, м.

Для рассматриваемого примера (рис.3.14, б), где источник звука в плане зала смещен относительно центра на $\theta_s = 5$ м, запаздывание отражений от правой боковой стены, с учетом ее членения секциями, которые приходят в точки D ($\ell = 23$, $\theta = 15$ м) и E ($\ell = 32$, $\theta = 8$ м), составляет примерно 9 и 30 мс. Отражения от задней стены, приходящие в точку F с большим запаздыванием $\Delta t_s \approx 150$ мс, не представляют особой опасности, так как только разница в путях распространения дает $\Delta N = 20 \lg \ell_{от, F} / \ell_{пр, F} = 20 \lg 71 / 22 \approx 10$ дБ и особенно, если $\alpha_{з.с.}$ не менее 0,5.

Из рассмотренного примера очевидно, что влияние высоты и ширины помещения на структуру ранних отражений проявляется главным образом в той части помещения (в пределах $1/3 L$), которая находится вблизи источника звука. Форма потолка и боковых стен приобретает здесь особое значение. В то же время, остальная часть помещения влияет в основном на завершающую стадию реверберационных процессов. Причем для создания экспоненциального характера нарастания (затухания) энергии на этом этапе необходимо принять меры по максимальному рассеянию звука поверхностями помещения, что обеспечивается расчленением поверхностей на секции и чередованием участков с большим и малым звукопоглощением.

Структуру ранних отражений, кроме времени запаздывания, определяет их энергетическое содержание. Иллюстрацию оптимальной структуры дает энерго-временная зависимость (затухания) уровня ранних отражений на рис.3.15 [3.15], характеризующая оптимальное звуковое поле для музы-

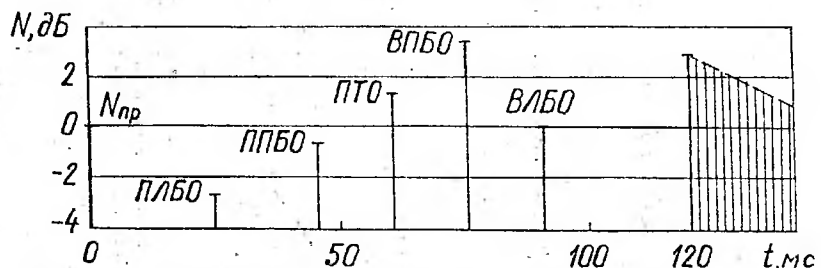


Рис. 3.15. Оптимальная структура ранних отражений в зале для музыкальных звукопередач

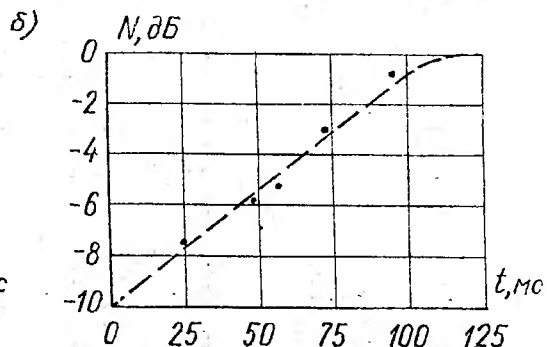
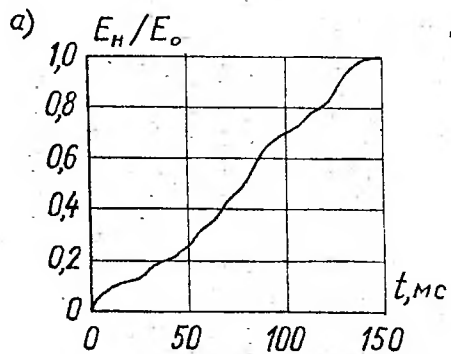


Рис. 3.16. Оптимальный процесс нарастания плотности звуковой энергии (а) и ее уровня (б) в зале для музыкальных звукопередач

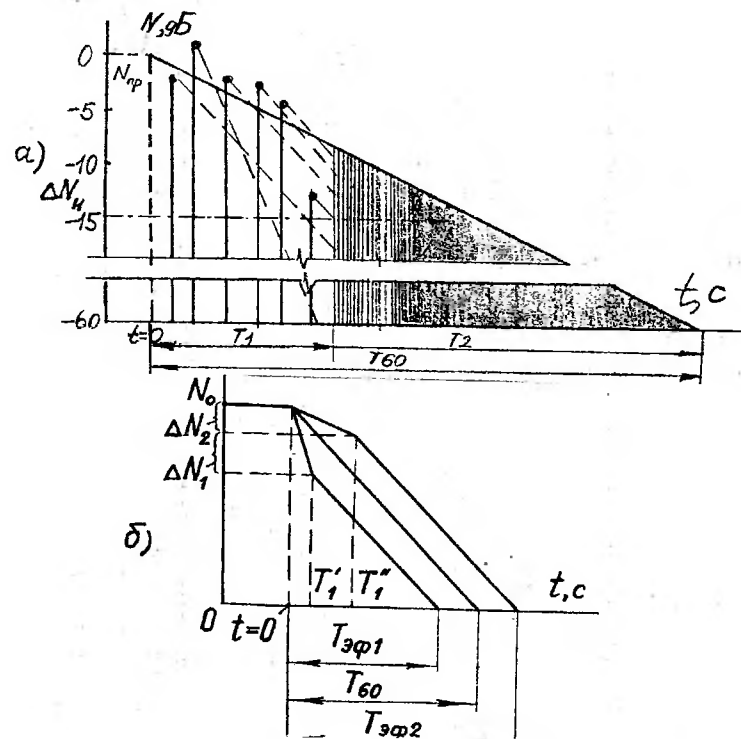


Рис. 3.17. Процессы формирования начального и завершающего этапов развёртки

кальных звукопередат. Данная спектрограмма предложена Рейхардтом в результате исследования большого числа синтезированных звуковых полей. Временные и энергетические характеристики спектра отражений позволяют удачно сочетать такие субъективные критерии качества звучания музыки, как "прозрачность" и "пространственное впечатление". Можно отметить, что боковые отражения имеют равный (ВЛБО) и даже более высокий уровень (ВЛВО), чем прямой звук ($N_{пр}, t = 0$).

Пространственная структура (направление прихода) отражений относительно оси источника звука имеет следующие данные:

Прямой звук - в пределах $\pm 25^\circ$.

Первое левое боковое отражение (ЛЛВО) ... 35° .

Первое правое боковое отражение (ПЛВО) .. 50° .

Потолочное отражение (относительно центральной плоскости) $\pm 25^\circ$.

Второе правое боковое отражение (ВЛВО) .. 120° .

Второе левое боковое отражение (ВЛВО) ... 80° .

Заключительная стадия реверберации $\pm 45^\circ; \pm 135^\circ$.

Если инвертировать спектрограмму затухающих отражений в графики нарастания звуковой энергии в относительном (а) или логарифмическом (б) масштабах, то они будут иметь, показанный на рис. 3.16, вид. По этим графикам можно найти такие критерии, как скорость нарастания энергии $\dot{V}_n = \Delta N_n / \Delta t \approx 0,1$ дБ/мс (при $N = -3$ дБ), время нарастания ("половинное" время) $t_{0,5} = RT \approx 70$ мс, а также индекс прозрачности $S_{80} \approx +2$ дБ и боковую эффективность $LE \approx 0,75$.

Практическое построение структуры первых (и вторых) отражений для заданного помещения мы рассмотрим в решении следующего примера.

Пример 3.3. Построить структуру первых отражений в зависимости от времени (до 100 мс) и частоты (125, 1000, 4000 Гц) для слушателя, находящегося в середине прямоугольного киноvideозала $21 \times 13 \times 8$ м на расстоянии $2/3$ длины от источника. Источник звука находится в центре торцевой (передней) стены на высоте 3 м от пола. Потолок в зале обработан штукатуркой, а пол паркетный. Нижняя часть стен (до 3 м) покрыта деревянными панелями, а верхняя часть - обработана штукатуркой, окрашенной масляной краской. Кресла для зрителей (300 шт) полумягкие. Оценить также структуру вторых отражений для заданной точки в том же интервале времени.

Решение.

1. Построим в масштабе 1:200 осевые разрезы и план киноvideозала (рис. 1, а, б, в, г). Обозначим и найдем (с учетом масштаба) положения мнимых

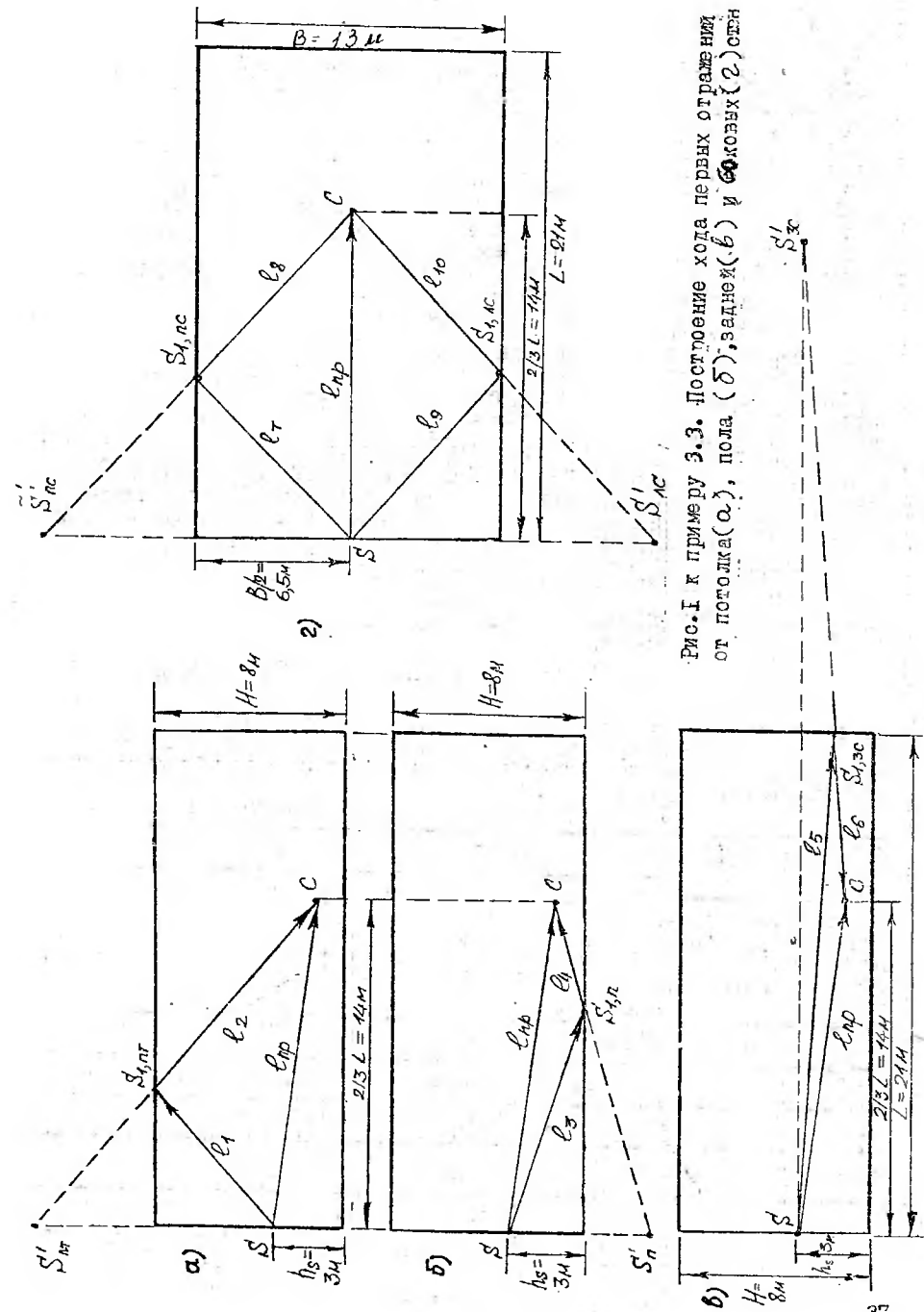


Рис. 1 к примеру 3.3. Построение хода первых отражений от потолка (а), пола (б), задней (в) и боковых (г) стен

источников и длины лучей:

- а) прямого звука $\ell_{пр} = 14,2$ м и отраженного звука от потолка $\ell_1 = 7,4$ м, $\ell_2 = 10,9$ м; мнимый - $S'_{пр}$ и действительный $S_{1,пр}$ источники первых отражений для заданной точки С на высоте 1,2 м от пола (рис.1);
 б) отраженного звука от пола $\ell_3 = 10$ м и $\ell_4 = 4,6$ м; мн. - S'_1 и дейст. - $S_{1,пр}$ источники (рис.2);
 в) отраженного звука $\ell_5 = 21,2$ м и $\ell_6 = 7$ м; мн. - S'_2 и дейст. - $S_{2,к}$ источники (рис.3);
 г) прямого звука $\ell_{пр} = 14$ м и отраженного звука от правой (левой) стены $\ell_2(\ell_3) = 9,6$ м; мн. - $S'_{лс}(S'_{рс})$ и действ. - $S_{лс}(S_{рс})$ источники (рис.4). Наклон расчетной плоскости не имеет значения, так как он будет скомпенсирован в отношении длин лучей.

2. Время запаздывания первых отражений найдется из формулы (3.1). Например, для отражений от потолка будем иметь

$$\Delta t_{1,пр} = (\ell_1 + \ell_2 - \ell_{пр})/c = (7,4 + 10,9 - 14,2)/340 = 12 \text{ мс.}$$

3. Относительный уровень энергии первых отражений найдем из упрощенного выражения (3.13), но с учетом (3.11), так как отражающие поверхности плоские, а телесные углы действительного (S) и мнимых (действительных) источников первых отражений $\Omega_r = \Omega_{1,ор} = \Omega_{r,1} = \dots$ одинаковые. Угол падения (отражения) лучей на поверхности помещения не принимается в расчет, т.к. они: штукатурка, деревянные панели достаточно жесткие и отражение происходит диффузно. Интерференционная поправка учитывается только для отражений, совпадающих по направлению с прямым звуком. Для отражений от задней стенки она равна нулю и действует закон энергетического суммирования.

Например, для относительного уровня энергии первых отражений от правой (левой) стены с частотой $f = 1000$ Гц получим

$$\Delta N_{лс} = 20 \lg \frac{\ell_{пр}}{\ell_2 + \ell_3} + 10 \lg [1 - \alpha_{лс} + 2\sqrt{1 - \alpha_{лс}} \cos(2\pi f \cdot \Delta t_{1,лс})] =$$

$$= 20 \lg \frac{14}{9,6 + 9,6} + 10 \lg [1 - 0,05 + 2\sqrt{1 - 0,05} \cos(6,3 \cdot 10^3 \cdot 15,2 \cdot 10^{-3})] = -2,8 \text{ дБ}$$

Данные по расчету ΔN_i и Δt_i для первых отражений сведем в таблицу №1 и построим трехмерную структуру относительного уровня отражений в установленном режиме в зависимости от частоты и "замороженного" времени запаздывания (рис.2).

Таблица № 1

Параметры первых отражений	Наименование поверхностей			
	потолок	пол	правая (лев.) стена	задняя стена
Относительный уровень, ΔN_i / коэффициент звукопоглощения α_i , на частотах, Гц				
125	2,8/0,08	3,8/0,25	1,2/0,3	-7,5/0,3
1000	2,5/0,07	-0,2/0,45	-2,8/0,05	-6,1/0,05
4000	2,8/0,04	3,1/0,4	2,2/0,04	-1,2/0,04
Время запаздывания Δt_i , мс	12,1	1,2	15,1	41,2

4. Расчет параметров вторых отражений, приходящих в заданную точку С, рассмотрим на примере построения мнимых источников второго порядка, образующихся в результате "излучения" действительного источника первых отражений $S_{1,пр}$ на потолке (рис.3 - севой (а) и секущий (б) разрезы киноvideозала в масштабе 1:200).

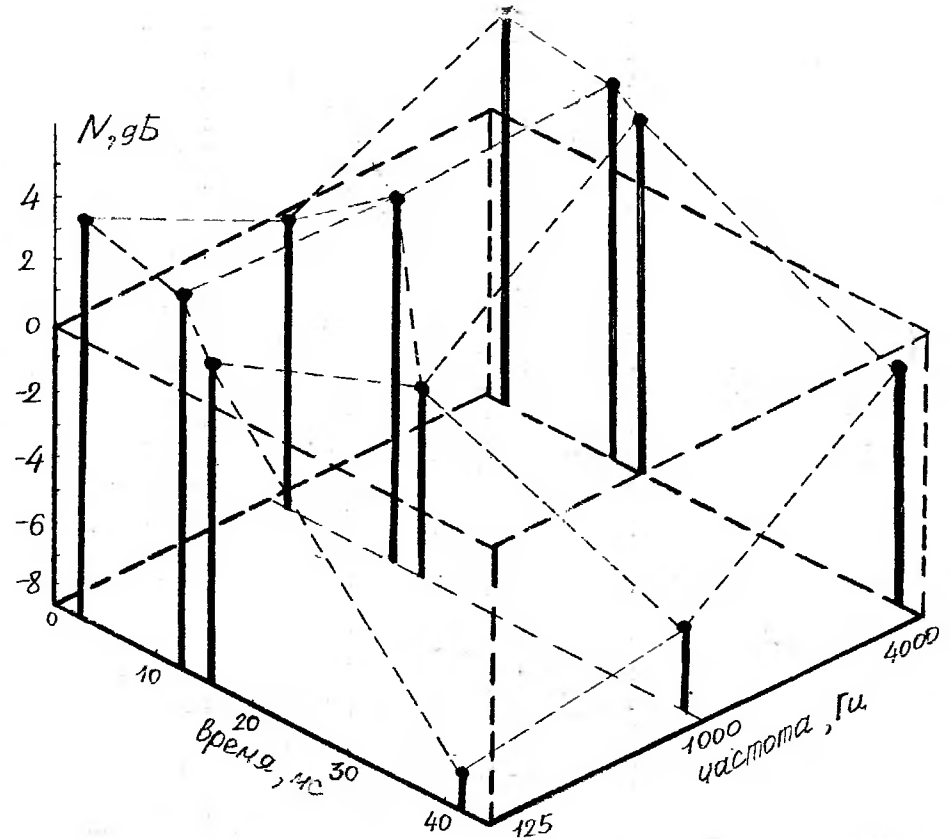


Рис. 2 к примеру 3.3. Структура отражений в зависимости от времени запаздывания и частоты

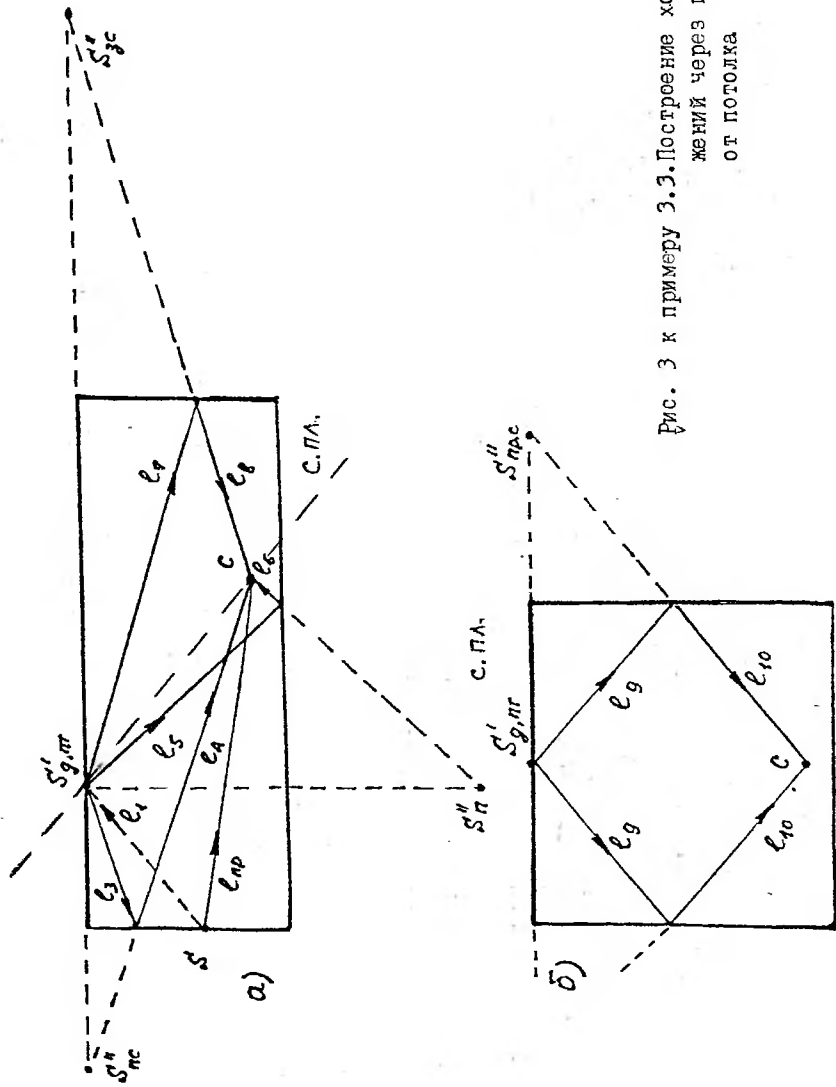


Рис. 3 к примеру 3.3. Построение хода вторых отражений через первое отражение от потолка

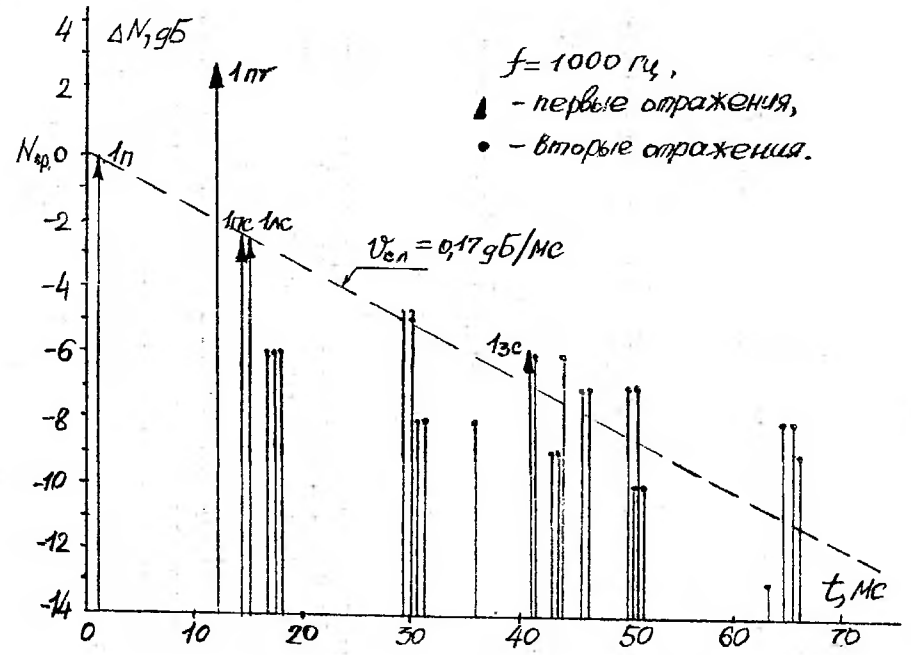


Рис. 4 к примеру 3.3. Структура первых и вторых отражений при $f = 1000 \text{ Гц}$

Положения мнимых источников вторых отражений и соответствующие длины отраженных лучей найдутся обычным образом:
 а) на передней стене - S''_{2c} и $l_3 = 6$ м, $l_4 = 14,8$ м;
 б) на полу - S''_n и $l_5 = 10,9$ м, $l_6 = 1,6$ м;
 в) на задней стене - S''_z и $l_2 = 14,3$ м, $l_8 = 7,6$ м;
 г) на боковых стенках мнимые источники, например, на правой стене - найдутся в секущей плоскости (рис. 3, 5), которая проходит через точки $S_{1,pr}$, $S_{1,c}$ и луч l_2 . Тогда $l_5 = l_{10} = 8,6$ м.
 Имея длину лучей, найдем время запаздывания вторых отражений, проходящих через точку $S_{1,pr}$:

- от передней стены $\Delta t_{2,nc} = (l_1 + l_3 + l_6 - l_{np})/c = (7,4 + 6,0 + 14,8 - 14,2)/3,4 \cdot 10^2 = 41$ мс;

- от пола $\Delta t_{2,n} = (l_1 + l_5 + l_6 - l_{np})/c = (7,4 + 10,9 + 1,6 - 14,2)/3,4 \cdot 10^2 = 17$ мс;

- от задней стены $\Delta t_{2,zc} = (l_1 + l_2 + l_8 - l_{np})/c = (7,4 + 14,3 + 7,6 - 14,2)/3,4 \cdot 10^2 = 44$ мс;

- от боковых стен (два отр.) $\Delta t_{2,sc} = (l_1 + l_9 + l_{10} - l_{np})/c = (7,4 + 8,6 + 8,6 - 14,2)/3,4 \cdot 10^2 = 30$ мс,

где $l_{np} = 14,2$ м и $l_1 = 7,4$ м - расстояние от источника до слушателя и - до действительного источника первых отражений (см. рис. 1).

Относительный уровень вторых отражений для $f = 1000$ Гц, без учета интерференционных поправок, соответственно, будет

$$\Delta N_{2,nc} = 20 \lg \frac{e_{np}}{e_1 + e_3 + e_4} + 10 \lg(1 - \alpha_{nr}) + 10 \lg(1 - \alpha_{nc}) = 20 \lg \frac{14,2}{7,4 + 6 + 14,8} + 10 \lg(1 - 0,07) + 10 \lg(1 - 0,05) \approx -6,9 \text{ дБ};$$

$$\Delta N_{2,n} = 20 \lg \frac{e_{np}}{e_1 + e_5 + e_6} + 10 \lg(1 - \alpha_{nr}) + 10 \lg(1 - \alpha_n) = 20 \lg \frac{14,2}{7,4 + 10,9 + 1,6} + 10 \lg(1 - 0,07) + 10 \lg(1 - 0,45) \approx -5,6 \text{ дБ};$$

$$\Delta N_{2,zc} = 20 \lg \frac{e_{np}}{e_1 + e_2 + e_8} + 10 \lg(1 - \alpha_{nr}) + 10 \lg(1 - \alpha_{zc}) = 20 \lg \frac{14,2}{7,4 + 14,3 + 7,6} + 10 \lg(1 - 0,07) + 10 \lg(1 - 0,05) \approx -6,9 \text{ дБ};$$

$$\Delta N_{2,sc} = 20 \lg \frac{e_{np}}{e_1 + e_9 + e_{10}} + 10 \lg(1 - \alpha_{nr}) + 10 \lg(1 - \alpha_{sc}) = 20 \lg \frac{14,2}{7,4 + 8,6 + 8,6} + 10 \lg(1 - 0,07) + 10 \lg(1 - 0,05) \approx -4,8 \text{ дБ}.$$

Аналогично определяются положения мнимых источников и длины лучей вторых отражений, претерпевших первое отражение от пола (S''_{1n}), боковых (S''_{1nc} и S''_{1nc}) и задней (S''_{1zc}) стенок. Результаты расчета для установившегося режима сведены в таблицу №2 и, с учетом первых отражений (для 1000 Гц), показаны на рис. 4.

Таблица № 2

Параметры вторых отражений	Наименование поверхностей									
	через потолок					через пол				
	ПС	ЗС	ПОЛ	прС	ЛС	ПС	ЗС	ПТ	прС	ЛС
Относительный уровень, ΔN_2 , дБ	-6	-6	-6	-5	-5	-13	-9	-8	-8	-8
Время запаздывания, Δt_2 , мс	41	44	17	30	30	63	43	36	31	31

Наименование поверхностей														
ч/з задн.стен.					ч/з прав.стен.					ч/з лев.стен.				
ПС	ПОЛ	ПТ	прС	ЛС	ПТ	ПОЛ	ЗС	прС	ЛС	ПТ	ПОЛ	ЗС	прС	ЛС
-15	-9	-9	-8	-8	-5	-6	-7	-10	-7	-5	-6	-7	-10	-7
125	44	66	65	65	31	17	51	51	46	31	17	51	51	46

Полученные значения по временным параметрам в среднем имеют хорошее приближение к удвоенной величине среднего времени свободного пробега, т.е. $\Delta t_2 = 2 \cdot \tau = 2 \cdot 4 \text{ В } / c S = 8 \cdot 1,76 \cdot 10^3 / 3,4 \cdot 10^2 \cdot 10^3 = 41$ мс, но сравнительно большее отличие от уровня средней энергии вторых отражений $\Delta N_2 = 10 \lg E_{20} (1 - \alpha)^2 = -2,4$ дБ. Здесь не учитывается уменьшение энергии за счет сферического расхождения фронта волны на пути распространения звука.

По структуре отражений на рис. 4 могут быть оценены и переходные режимы, если известны длительность и частота следования импульсов сигнала, а также частные коэффициенты затухания каждого отражения. Последние, очевидно, могут быть найдены по длине лучей и коэффициенту звукопоглощения на соответствующей поверхности.

3.4. Локальные критерии звукопередачи

Построение структуры отражений от различных поверхностей помещения позволяет уточнить статическое представление о процессах нарастания и затухания звуковой энергии. При наличии однозначной энергетической связи между ними такое уточнение достаточно провести лишь для одного процесса, например, реверберационного, и затем, при необходимости, перейти к инвертированному процессу нарастания энергии.

Так, рассматривая процесс затухания с позиций геометрического подхода можно выделить некоторый начальный участок с длительностью T_i , который характеризует вклад ранних отражений в общую плотность затухающей энергии. Относительный вклад отражений на различных временных участках запаздывания $\Delta t_1 \dots \Delta t_n$ в пределах T_i определится как [3.9]

$$\frac{E_1}{E_0} + \frac{E_2}{E_0} + \dots + \frac{E_n}{E_0} = \frac{1}{E_0} (E_1 + E_2 + \dots + E_n) \quad \text{или}$$

$$\Delta N_{on} = 10 \lg \frac{E_n(t \rightarrow T_n)}{E_0(t \rightarrow t_0)} = 10 \lg [E_0^{-1} (10^{0,1 \Delta N_1} + 10^{0,1 \Delta N_2} + \dots + 10^{0,1 \Delta N_n})], \quad (3.28)$$

где E_0 - общая плотность энергии в установившемся режиме;

$E_i = E_0 \cdot 10^{0,1 \Delta N_i}$ - плотность энергии i отражения, установившийся режим кото-

рого достигает к моменту Δt_i .

Если допустить, что к моменту $t = 13,8 \tau_i = T_{60}$ процесс затухания отдельного отражения полностью закончился и, следовательно,

$$E_i = E_0 e^{-t/\tau_i} = E_0 e^{\frac{c}{v_i} \alpha_i (1-\alpha_i) t} \quad (3.29)$$

где l_i , α_i и τ_i - соответственно длина отраженного i луча до точки наблюдения; α_i - коэффициент звукопоглощения отражающей поверхности, а τ_i - постоянная затухания отражения, то из (3.28) можно определить относительное изменение уровня отражения в любой момент времени, т.е.

$$\Delta N_i = 10 \lg \frac{E_i}{E_0} = -60 \frac{t_i}{T_{60}}, \quad (3.30)$$

где t_i - текущее время для i отражения.

Таким образом, по структуре затухания уровня отдельных ранних отражений (рис.3.17, а) можно построить результирующую кривую процесса затухания всех отражений на начальном участке времени T_1 . Граничным уровнем этого процесса можно принять пороговый уровень заметности на слух $\Delta N_{сг} = -10 \dots -15$ дБ относительно N_0 ($t = 0$), либо путем построения кривой (прямой для уровней) скорости затухания звукового возбуждения в ухе, равной $\psi_{сг} = 0,17$ дБ/мс. Отражения, имеющие относительный уровень, превышающий пороговые значения, необходимо устранить (рассеять) путем членения (изменения формы) отражающей поверхности или использовать на ней материалы с большим коэффициентом звукопоглощения.

Продолжительность завершающего участка процесса затухания - T_2 может быть найдена по T_{60} из подобия соответствующих треугольников на рис.3.17, а, т.е.

$$\frac{T_2}{T_{60}} = \frac{60 - \Delta N_n}{60}, \quad \text{откуда } T_2 = \left(1 - \frac{\Delta N_n}{60}\right) T_{60}. \quad (3.31)$$

На этом участке "спектр" отражений, являющийся к моменту T_1 практически сплошным, по существу, определяет в целом длительность и характер реверберационного процесса. Если задать, например, отношение $E_i/E_0 = 31,6$, соответствующее пределу заметности на слух затухающих отражений -

$\Delta N_n = 15$ дБ для начального времени реверберации T_{15} , то длительность завершающего участка процесса составит $T_2 = (1 - 0,25) T_{60} = 0,75 T_{60}$.

Следовательно, выбирая ΔN_n и T_1 по заданному режиму звукопередачи для некоторой заданной точки зрительских мест, можно найти так называемое время локальной или эффективной реверберации

$$T_{л(эф)} = T_1 + T_2 = \frac{l_{от,м} - l_{зд}}{c} + \frac{0,16 V (1 - |\Delta N_n / 60|)}{4m V - S \bar{\alpha}_r (1 - \bar{\alpha}_r)}, \quad (3.32)$$

где $\bar{\alpha}_r$ - средний коэффициент звукопоглощения, учитывающий месторасположение материалов (3.24).

В отличие от стандартной реверберации в (3.32) время и уровень затухания первых и вторых отражений определяется не статистическим путем, а с учетом фактического расположения источника, отражающих поверхностей и слушателей. При этом имеется возможность в определенных пределах регулировать T_1 по сравнению с T_{60} , используя соответствующие звукопоглощающие материалы на площадках первых (и вторых) отражений. Так, если обработать последние материалом с коэффициентом звукопоглощения α_n , превышающим средний коэффициент звукопоглощения $\bar{\alpha}$ остальных поверхностей помещения так, чтобы перепад уровней на участке T_1 составил $\Delta N_n = \Delta N_1 + \Delta N_2$ (рис.3.17, б), то $T_{л,1} < T_{60}$. Наоборот, если $\alpha_n < \bar{\alpha}$, время затухания первых отражений T_1 увеличивается, соответственно увеличивается и $T_{л,2}$. Время затухания поздних отражений T_2 в обоих случаях остается неизменным.

Такой способ экономически выгоден, так как здесь подвергается дополнительной обработке только часть (до 25%) всей поверхности помещения. Особое значение эффективная реверберация имеет для студий звукозаписи с "мертвыми" и "живыми" зонами и зрительных залов кинотеатров, где необходимо обеспечить одновременно оптимальные акустические условия для воспроизведения музыки и речи. В этом случае необходимый спад уровня энергии в начальной стадии процесса обеспечит необходимую разборчивость и четкость речи, а более медленное затухание равномерного

спектра отражений на заданном участке отсутствует повышение качества музыкального сопровождения фильма.

Используя геометрическое представление, можно оценить не обычные статистические, а локальные (по месту) энергетические критерии качества звукопередачи. Так, например, для индекса четкости при подстановке в (2.101) значений энергии ранних отражений $E_1 \dots E_n$, поступающих в заданную точку помещения в интервале $0 \dots 50$ мс, получим

$$C_{50}(r) = 10 \lg \frac{E_{np} + E_g(t)}{E_{go} - E_g(t)} = 10 \lg \frac{E_{np} + \sum_1^n E_i(0 \dots 50 \text{ мс})}{E_{go} - \sum_1^n E_i(0 \dots 50 \text{ мс})}$$

В последнем выражении вместо E_{go} и E_{np} более удобно использовать их отношение - нормированный радиус гулкости (или акустическое отношение) $Z_o^2 = (Z_r / Z)^2 = E_{np} / E_{go}$. Тогда, считая, что $E_{go} \gg \sum E_i(t)$ и подставляя данные из структуры отражений $\Delta N_1, \Delta N_2, \dots, \Delta N_n$, будем иметь

$$C_{50}(r) = 10 \lg Z_o^2 [1 + 10^{0,1 \Delta N_1} + 10^{0,1 \Delta N_2} + \dots + 10^{0,1 \Delta N_n}] \quad (3.33)$$

При звукопередаче с применением направленных источников и приемников выражение для $C_{50}(r)$ не претерпевает особых изменений, кроме подстановки Z_n^2 вместо Z_o^2 и исключения отражений, не попадающих в зоны направленного излучения источника и направленного приема микрофона.

Аналогично для временного интервала $0 \dots 80$ мс можно получить выражение для локального индекса прозрачности

$$C_{80}(r) = 10 \lg Z_o^2 [1 + 10^{0,1 \Delta N_1} + 10^{0,1 \Delta N_2} + \dots + 10^{0,1 \Delta N_n}] \quad (3.34)$$

Тот же прием позволяет оценить приблизительно "начальный" или действительный уровень громкости импульсных "стационарных" звуков, например, для речи с нормальным темпом в интервале $0 \dots 100$ мс

$$L_n \approx N_n = 10 \lg \frac{E_{np} + \sum_1^n E_i}{E_{nc}} = 10 \lg \frac{E_{np}}{E_{nc}} (1 + 10^{0,1 \Delta N_1} + 10^{0,1 \Delta N_2} + \dots + 10^{0,1 \Delta N_n}) \quad (3.35)$$

Расчет индекса пространственного впечатления с применением геометрического подхода не дает особых преимуществ из-за диффузного

влияния отражений. Вместе с тем здесь имеется возможность уточнить величину направленных отражений, действующих с боковых поверхностей помещения. Тогда, используя статистическое приближение для акустического отношения M_c , из (2.114) получим

$$SI(r) \approx 10 \lg \frac{M_c - \sum_1^n 10^{0,1 \Delta N_i} (0 \dots 25 \text{ мс}) - 0,1 \sum_1^n 10^{0,1 \Delta N_i} (25 \dots 80 \text{ мс})}{1 + \sum_1^n 10^{0,1 \Delta N_i} (0 \dots 25 \text{ мс}) + 0,1 \sum_1^n 10^{0,1 \Delta N_i} (25 \dots 80 \text{ мс})} \quad (3.36)$$

Таким образом, можно заключить, что геометрические приемы анализа позволяют более точно характеризовать энерговременную и пространственную структуру ранних отражений, имеющую большое значение для слухового восприятия звукопередачи.

Пример 3.4. По заданным условиям примера 3.3. определить индекс четкости и локальное время реверберации при $f = 1000$ Гц с использованием геометрического подхода и сравнить их со статистическими значениями.

Решение.

1. По размерам киноvideозала $L : B : H = 21 : 13 : 8$ м найдем объем $V = L \cdot B \cdot H = 21 \cdot 13 \cdot 8 = 2,2 \cdot 10^3$ куб.м и площадь ограничивающих поверхностей $S = 2(LB + LH + BH) = 2(21 \cdot 13 + 21 \cdot 8 + 13 \cdot 8) = 1,1 \cdot 10^3$ кв.м.

Для заданной акустической обработки зала получим средний коэффициент звукопоглощения, который определяется составляющими фонда звукопоглощения:

- слушатели 300 чел. на полумягких креслах $A_1 = N \alpha_{cl} = 300 \cdot 0,45 \text{ кв.м} = 135 \text{ кв.м}$;
- потолок (штукатурка) $A_2 = L \cdot B \cdot \alpha_{pr} = 21 \cdot 13 \cdot 0,07 = 19 \text{ кв.м}$;
- стены (3 м по периметру - деревянные панели с зазором 50 мм) $A_3 = S_{cn} \alpha_{cn} = 2(21+13) \cdot 3 \cdot 0,05 = 11 \text{ кв.м}$;
- стены (верх - штукатурка, окрашенная масляной краской) $A_4 = S_{cv} \alpha_{cv} = 2(21+13) \cdot 5 \cdot 0,04 = 14 \text{ кв.м}$;
- прочее поглощение (ковровые дорожки, портьеры, часть пола, ...)

$$\bar{\alpha} = \frac{A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5}{S} = \frac{135 + 19 + 11 + 14 + 81}{1,1 \cdot 10^3} = 0,24 \text{ и } \bar{\alpha}_p = \bar{\alpha} / (1 - \bar{\alpha}) = 0,28$$

2. Нормированный (начальный) радиус гулкости определится, как $Z_o^2 = Z_r^2 / \bar{\alpha} = 3,8^2 / 0,28 = 0,27$,

где $Z_r = \sqrt{\frac{8\Phi}{4\Omega_r}} = \sqrt{\frac{360 \cdot 1}{4 \cdot 2 \cdot 3,14}} = 3,8$ м, так как $B = \frac{\bar{\alpha} S}{1 - \bar{\alpha}} = \frac{0,24 \cdot 1,1 \cdot 10^3}{1 - 0,24} = 360 \text{ кв.м}$, $\Phi = 1$, $\Omega_r = 2\pi$.

Время стандартной реверберации

$$T_{60} = \frac{0,16 V}{-S \ln(1 - \bar{\alpha})} = \frac{0,16 \cdot 2,2 \cdot 10^3}{-1,1 \cdot 10^3 \ln(1 - 0,24)} = 1,1 \text{ с}$$

, что соответствует оптимальному времени реверберации для заданных объема и вида звукопередачи.

3. Индекс четкости $C_{50}(r)$ в заданной точке найдем с использованием значений относительного уровня ранних отражений (рис.4 или табл.2 к примеру 3.3). Из структуры отражений выбираем те из них, которые имеют запаздывание не более 50 мс так, что в число учитываемых войдут все первые отражения и 16 вторых отражений из 25).

$$C_{50}(r) = 10 \lg Z_o^2 [1 + \sum_1^5 10^{0,1 \Delta N_{i,1}} + \sum_1^{16} 10^{0,1 \Delta N_{i,2}}] = 10 \lg (0,27)^2 [1 + 10^{-0,25} + \sum_1^3 10^{-0,28} + 10^{-0,6} + \sum_1^2 10^{-0,8} + \sum_1^2 10^{-0,7} + \sum_1^4 10^{-0,6} + \sum_1^4 10^{-0,5}] = -1,5 \text{ дБ}$$

Для расчета общей суммы относительных уровней отражений часто удобно воспользоваться графиком на рис.1, где показана зависимость приращения ΔN от разницы в уровнях двух составляющих сигналов. Эта разность затем прибавляется с учетом знаков к большему уровню из двух.

Статистическое значение S_{50} будет

$$S_{50} = 10 \lg \frac{(2.5)^2 + 1 - e^{-0.9/1.1}}{e^{-0.9/1.1}} = 10 \lg \frac{(0.27)^2 + 1 - e^{-0.9/1.1}}{e^{-0.9/1.1}} = 0.9 \text{ дБ.}$$

Разница в значениях индекса четкости составляет около 2 дБ, но не выходит за пределы удовлетворительной оценки.

4. Для расчета локальной (эффективной) реверберации также воспользуемся структурой ранних отражений. Как видно, опасность возникновения эха обусловлена самым запаздывающим ($\Delta t_{2,nc} = 125$ мс) вторым отражением от передней стенки, возникающим в результате первого отражения от задней стенки. Однако, можно ожидать, что эхо восприниматься не будет из-за сравнительно низкого уровня ($\Delta N_{2,nc} = -11,8$ дБ) и из-за маскировки предшествующими отражениями более высокого уровня.

Таким образом, $T_1 = \Delta t_{2,nc} = 0.125$ с при $\Delta N_{2,nc} \approx -15$ дБ и

$$T_{к(э)} = T_1 + T_2 = T_1 + \frac{0.16V(1 - \alpha_{N_{2,nc}}(60))}{-5 \ln(1 - \alpha)} = T_1 + 0.75T_{60} = 0.125 + 0.825 = 0.95 \text{ с,}$$

что меньше статистической величины на 15%.

Подводя некоторые итоги, можно отметить, что геометрическая трактовка акустических процессов в помещениях, также как и статистическая, не дает объективных критериев по оценке частотных или тембральных искажений. Частотную оценку таких искажений можно сделать по структуре ранних отражений по зависимости $\bar{\alpha}(f)$ и учете интерференционных поправок. При этом в первом приближении понятно, что отражения в малых (до 500 куб.м) по объему помещениях имеют относительно большую энергию ("усиление" помещения), но малое запаздывание и, следовательно, неестественное восприятие. В больших помещениях, наоборот, - большое запаздывание, малую энергию и более "объемное" восприятие, но с возможностью возникновения эха. Более подробно "частотную" (спектральную) информацию о специфике подобных процессов в различных по объему помещениях дает волновая теория акустики помещений.

Глава 4. Волновая акустика помещений

4.1. Собственные колебания воздушного объема в помещениях

Определенная идеализация акустических процессов в помещениях при использовании статистической и геометрической теорий обусловлена в первую очередь отсутствием учета волновой природы звука и сопутствующих явлений интерференции и дифракции. Кроме того, такая трактовка не дает понятия о помещении в явном виде, как элементе канала звукопередачи, обладающем специфическими амплитудно-частотными (спектральными)

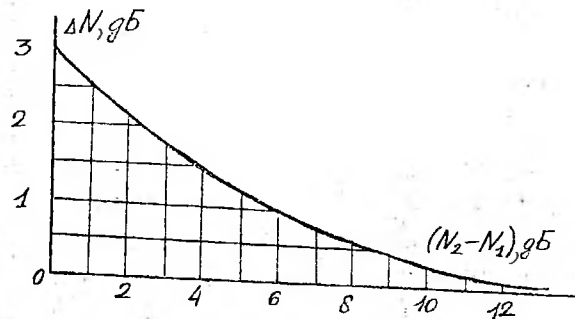


Рис.1 к примеру 3.4. Приращение уровня ΔN для суммы двух некогерентных сигналов с различными (N_1, N_2) уровнями

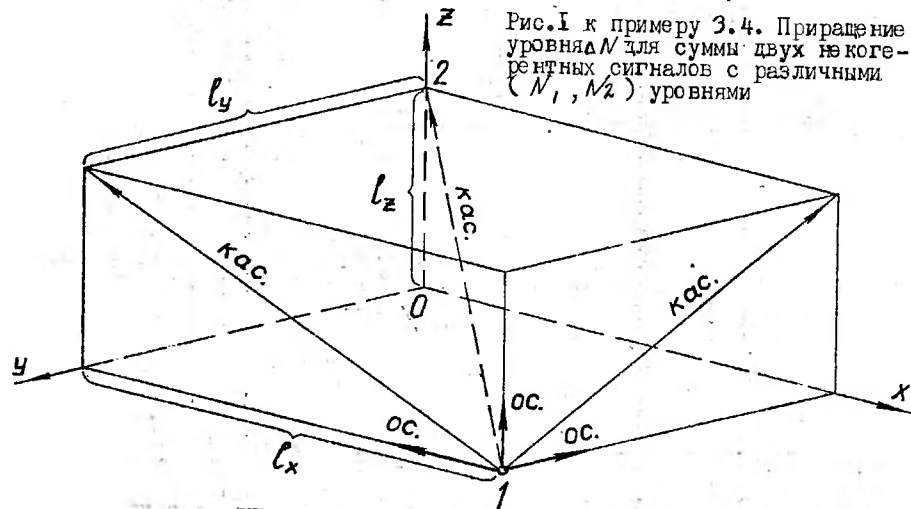


Рис.4.1. Прямоугольное помещение в трехмерной системе координат

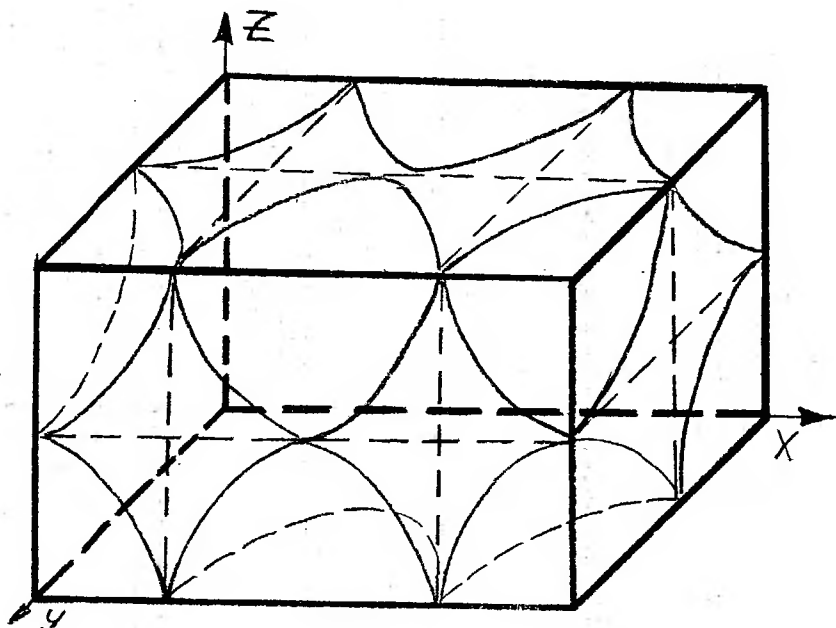


Рис. 4.2. Форма стоячих волн давления для косых мод

свойствами, существенно влияющими на слуховое восприятие звука.

По волновой теории воздушный объем помещения представляет собой трехмерную колебательную систему с распределенными постоянными. Система обладает определенным спектром собственных частот и соответствующими постоянными затухания, характеризующими энергию и скорость затухания каждого из собственных колебаний. При воздействии сигнала источника в воздушном объеме помещения возбуждаются собственные колебания с частотами, близкими к частотам спектральных составляющих сигнала. Спектр возбужденных колебаний зависит не только от спектра сигнала, но и от положения источника в помещении. После выключения источника или в паузах сигнала каждое собственное колебание затухает со своей скоростью, образуя по совокупности с другими собственными колебаниями интерференционную картину постепенно затухающего отзвука, или реверберации.

Реакция воздушного объема на вынужденные колебания может привести к существенному изменению характера звукопередачи, если спектр собственных частот помещения заметно разрежен, а его составляющие по амплитуде отличаются от спектральных составляющих сигнала. Данное обстоятельство приводит к появлению на сквозной АЧХ тракта (электроакустической характеристике) ряда пиков и провалов, особенно заметных при малом звукопоглощении и больших интервалах между собственными частотами, что характерно для области низких частот. Такая характеристика позволяет в первом приближении судить о тембральных изменениях первичного сигнала. Более важную информацию о тембре может дать частотная характеристика ранних отражений. Последняя определяется пока лишь экспериментальным путем, а по волновой теории — путем расчета характера затухания различного вида собственных колебаний помещения.

В целом волновая теория на основе строгой физической трактовки акустических процессов в помещениях уточняет основные положения статистической и геометрической теорий, устанавливает определенную связь с субъективными критериями качества звукопередачи и подтверждает особое влияние формы, размеров и акустической обработки помещений на характе-

ристики натуральных звучаний.

Для определения частот собственных колебаний замкнутого воздушного объема рассмотрим некоторое помещение в форме прямоугольного параллелепипеда с гладкими поверхностями (рис.4.1). Совместим центр O прямоугольной системы координат с одним из углов на полу помещения так, чтобы ось X располагалась по длине l_x , ось Y - по ширине l_y и ось Z - по высоте l_z помещения. Акустические процессы будем рассматривать для трех типов волн, распространяющихся в помещении, а именно: косых, касательных и осевых.

Для косых волн, которые распространяются наклонно ко всем ребрам и граням помещения и претерпевают отражения от 3 пар взаимно параллельных поверхностей, справедливо волновое уравнение по звуковому давлению в трехмерном пространстве:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}. \quad (4.37)$$

Ищем решение (4.37) в форме

$$p(x, y, z, t) = p(x)p(y)p(z)e^{j\delta_{x,y,z}t}, \quad (4.38)$$

где $\delta_{x,y,z} = \omega_{x,y,z} + j\tilde{\delta}_{x,y,z}$ - комплексная частота для X, Y, Z форм (мод) косых волн, а $\tilde{\delta}_{x,y,z}$ - соответствующий коэффициент затухания на поверхностях помещения.

Принимая, что поверхности помещения являются идеально жесткими (т.е. непоглощающими), уравнение (4.38) упрощаем:

$$p(x, y, z, t) = p(x)p(y)p(z)e^{j\omega_{x,y,z}t}. \quad (4.39)$$

Подставляя (4.39) в исходное (4.37), получим:

$$\frac{1}{p_x} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{1}{p_y} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{1}{p_z} \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = -K_{x,y,z}^2 \quad (4.40)$$

отсюда находим:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = -K_x^2 p_x, \quad \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = -K_y^2 p_y, \quad \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = -K_z^2 p_z, \quad (4.41)$$

где $K_x^2 + K_y^2 + K_z^2 = K_{x,y,z}^2 = \frac{\omega_{x,y,z}^2}{c^2}$ - волновое число для волн косого типа.

Три уравнения (4.41) представляют собой одномерные волновые урав-

нения для плоских волн, распространяющихся вдоль осей координат. Частные решения последних имеют вид:

$$P_x = A_x \cos K_x X, \quad P_y = A_y \cos K_y Y, \quad P_z = A_z \cos K_z Z, \quad (4.42)$$

где A_x, A_y и A_z - некоторые постоянные величины соответствующих колебаний.

Решения вида (4.42) означают, что на жестких поверхностях помещения всегда будут пучности давлений, т.е.

$$\cos K_x X = 1, \quad \cos K_y Y = 1, \quad \cos K_z Z = 1,$$

откуда волновые числа для плоских волн определяются, как

$$K_x = \frac{n_x \pi}{l_x}, \quad K_y = \frac{n_y \pi}{l_y}, \quad K_z = \frac{n_z \pi}{l_z}, \quad (4.43)$$

где $n_x = 1, 2, 3 \dots, n_y = 1, 2, 3 \dots, n_z = 1, 2, 3 \dots$ - числа натурального ряда, комбинации которых характеризуют моды собственных колебаний для косых волн.

Следовательно, полное решение для любой моды звукового давления волн косого типа внутри помещения с жесткими стенками ($\tilde{\delta}_{x,y,z} \rightarrow 0$) без временного члена есть функция вида:

$$p(x, y, z) = A_{x,y,z} \cos \frac{n_x \pi}{l_x} x \cdot \cos \frac{n_y \pi}{l_y} y \cdot \cos \frac{n_z \pi}{l_z} z \quad (4.44)$$

с дискретным спектром собственных частот

$$f_{x,y,z} = \frac{K_{x,y,z} c}{2\pi} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{K_x^2 + K_y^2 + K_z^2} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{l_z}\right)^2} \quad (4.45)$$

Выражение (4.45) позволяет представить любую собственную частоту в виде некоторого частотного вектора, распространяющегося в помещении со скоростью звука, например, типа 1.2 (рис.4.1) с длиной

$$f_{x,y,z} = \sqrt{f_x^2 + f_y^2 + f_z^2}, \quad (4.46)$$

проекция которого на оси координат пропорциональны отрезкам

$$f_x = \frac{n_x c}{2l_x}, \quad f_y = \frac{n_y c}{2l_y}, \quad f_z = \frac{n_z c}{2l_z}, \quad (4.47)$$

а направление определяется направляющими косинусами [4.16]:

$$\cos \theta_x = \frac{f_x}{f_{x,y,z}}, \quad \cos \theta_y = \frac{f_y}{f_{x,y,z}}, \quad \cos \theta_z = \frac{f_z}{f_{x,y,z}}, \quad (4.48)$$

где θ_x, θ_y и θ_z - углы между частотным вектором и соответствующей

осью X , Y , Z координат.

По определению волны косых мод претерпевают отражения от трех пар взаимно параллельных поверхностей, поэтому число отражений от поверхностей $Y-Z$ (между левой и правой стенами по рис.4.1) составит:

$$v_x = \frac{ct \cos \theta_x}{e_x},$$

от поверхностей $X-Z$ (между боковыми стенами):

$$v_y = \frac{c \cdot t \cdot \cos \theta_y}{e_y}$$

и, соответственно, от поверхностей $X-Y$ (между полом и потолком)

$$v_z = \frac{c \cdot t \cdot \cos \theta_z}{e_z}.$$

Следовательно, средние длины свободного пробега для волн косого типа найдутся как расстояния, проходимые волной за время t , деленные на общее число отражений за то же время, т.е.:

$$l_{\text{кос}} = l_{x,y,z} = \frac{c \cdot t}{v_x + v_y + v_z}.$$

С учетом (4.45) и (4.48) окончательно получим:

$$l_{x,y,z} = \sqrt{\left(\frac{n_x}{e_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{e_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{e_z}\right)^2} / \left(\frac{n_x}{e_x^2} + \frac{n_y}{e_y^2} + \frac{n_z}{e_z^2}\right). \quad (4.49)$$

Таким образом, каждой тройке целочисленных значений n_x , n_y и n_z соответствует стоячая волна косого типа с определенными собственной частотой ($f_{x,y,z} = f_{\text{кос}}$), пространственным распределением ($\cos k_x x \cdot \cos k_y y \cdot \cos k_z z$) и средней длиной свободного пробега ($l_{x,y,z} = l_{\text{кос}}$). Идеализированная форма стоячих волн для косых мод при $n_x = 2$, $n_y = n_z = 1$ показана на рис.4.2.

Волны касательных мод распространяются в помещении наклонно к его ребрам, параллельно граням и претерпевают отражения от 2 пар взаимно параллельных поверхностей. Для них одна из проекций частотного вектора на оси координат равна нулю, т.е. $n_x = 1, 2, 3, \dots$, $n_y = 1, 2, 3, \dots$, $n_z = 0$; или $n_x = 1, 2, 3, \dots$, $n_z = 1, 2, 3, \dots$, $n_y = 0$; или $n_x = 0$, $n_y = 1, 2, 3, \dots$, $n_z = 1, 2, 3, \dots$, где n - числа натурального ряда, определяющие конфигурацию соответствующей моды. Следовательно, здесь справедливо волновое уравнение по

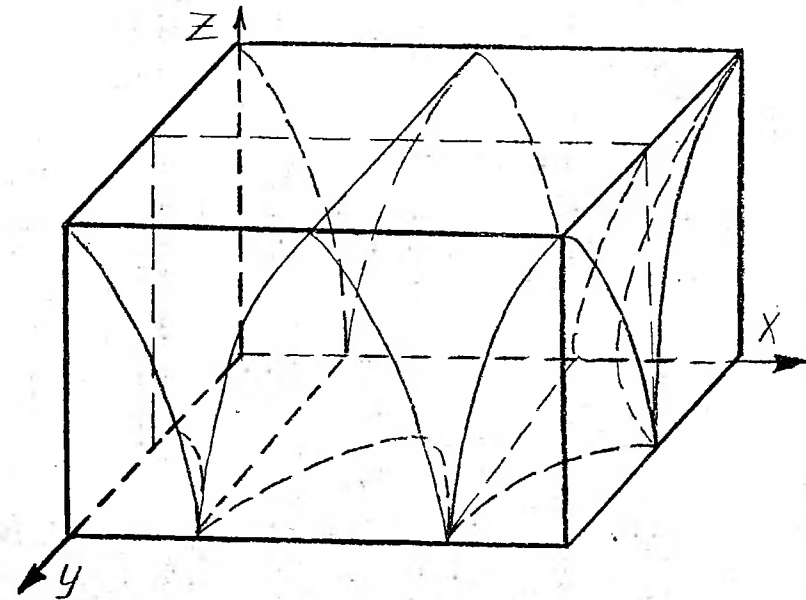


Рис. 4.3. Форма стоячих волн давления для касательных мод

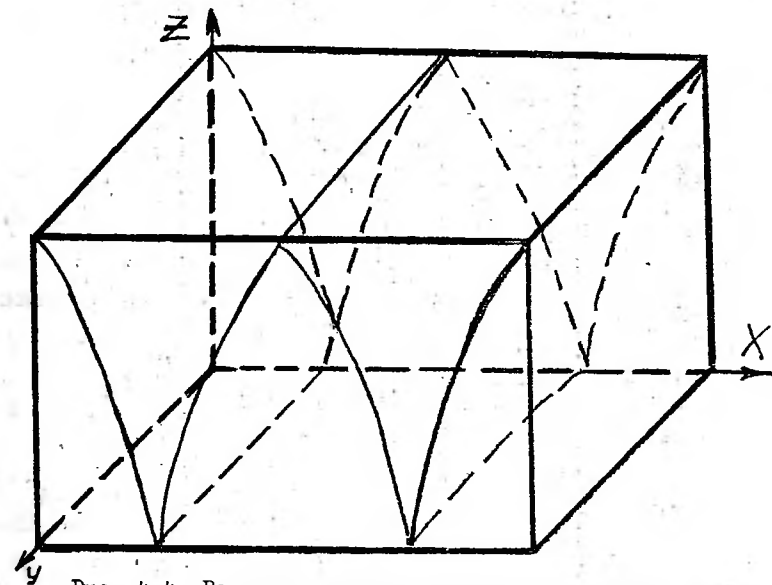


Рис. 4.4. Распределение звукового давления при возникновении стоячих волн осевого типа по координате X

Звуковому давлению только для двух (например, X-Y) измерений

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (4.50)$$

По аналогии с (4.44), (4.45), (4.48) и (4.49) волны касательного типа, распространяющиеся параллельно граням XY, характеризуются величиной и распределением звукового давления:

$$p(x, y, t) = A_{xy} \cos \frac{n_x \pi}{e_x} x \cos \frac{n_y \pi}{e_y} y \cdot e^{j\omega_{xy} t} \quad (4.51)$$

собственными частотами:

$$f_{x,y} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{e_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{e_y}\right)^2} \quad (4.52)$$

и средними длинами свободного пробега:

$$e_{x,y} = \sqrt{\left(\frac{n_x}{e_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{e_y}\right)^2} / \frac{n_x}{e_x} + \frac{n_y}{e_y} \quad (4.53)$$

Касательные волны, распространяющиеся параллельно граням XZ или YZ (частотные векторы $f_{x,z}$ и $f_{y,z}$ показаны на рис.4.1), имеют характеристики, подобные (4.51) ... (4.53), но для соответствующих размеров помещения e_x, e_z или e_y, e_z . Форма колебаний для касательных волн при $n_x = 2, n_y = 1$ и $n_z = 0$ показана на рис.4.3.

О с е в ы е волны (волны осевых мод), распространяющиеся параллельно ребрам помещения, отражаются только от одной пары взаимно параллельных поверхностей. Здесь уже две проекции частотных векторов на оси координат равны нулю: $n_x = 1, 2, 3 \dots$, но $n_y = n_z = 0$. Для других направлений $n_x = n_y = 0, n_z = 1, 2, 3 \dots$, или $n_x = n_z = 0, n_y = 1, 2, 3 \dots$.

Тогда, например, для группы X осевых волн будем иметь одномерное волновое уравнение вида:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

с решением:

$$p(x, t) = A_x \cos \frac{n_x \pi}{e_x} x \cdot e^{j\omega_x t} \quad (4.54)$$

Спектр собственных частот и средняя длина свободного пробега для волн, распространяющихся вдоль оси X, найдутся из выражений:

$$f_x = \frac{n_x c}{2e_x} \quad \text{и} \quad e_{ср,x} = e_x \quad (4.55)$$

Осевые волны, распространяющиеся вдоль осей Y или Z (см. рис. 4.1), имеют аналогичные характеристики для соответствующих направлений и размеров e_y или e_z . Для осевых волн, распространяющихся вдоль оси X ($n_x = 2, n_y = n_z = 0$) форма колебаний показана на рис.4.4.

Несколько другие соотношения имеют место для помещения цилиндрической формы с круглыми потолком и полом диаметром $\mathcal{D} = 2r$ и высотой H (по оси Z), причем $\mathcal{D} > H$. В этом случае используется цилиндрическая система координат (r, φ, z) с волновым уравнением вида [4.16]

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \quad (4.56)$$

где φ - азимутальный угол для источника, расположенного по оси цилиндра, и решением в форме

$$p(r, \varphi, z, t) = A_{r,\varphi,z} \cos(n_\varphi \varphi) \cdot \cos\left(\frac{\omega_z z}{c}\right) \cdot J_m\left(\frac{\omega_r r}{c}\right) e^{j\omega_{z,t} t} \quad (4.57)$$

где J_m - функция Бесселя первого рода.

Спектр собственных частот определяется частными резонансами с порядком n_φ по полуокружности (по азимутальному углу), по диаметру с числом n_z , по высоте помещения n_r и определяется выражением

$$f_{r,\varphi,z} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{n_z}{H}\right)^2 + \left(\frac{2\pi d_{r,\varphi}}{\mathcal{D}}\right)^2}, \quad (4.58)$$

где $d_{r,\varphi}$ - n_r корень функции Бесселя с порядком n_φ , причем $d_{1,0} = 0,58$;

$$d_{2,0} = 0,97; \quad d_{0,1} = 1,22; \quad d_{0,2} = 2,23 \quad \text{и} \quad d_{1,1} = 1,69.$$

Для $n_z = 0$ вторая составляющая (4.58) находится $f_{r,\varphi,0} = \pi d_{r,\varphi} c / \mathcal{D}$, а при

$n_z = n_\varphi = 0$, - ещё более просто: $f_{0,0,1} = c / 2H$. Средняя длина свободного пробега для обычного соотношения $\mathcal{D} > H$ будет равна $e_{ср,z} = H$.

Пример 4.1. Сравнить первые три собственные частоты осевых волн для двух прямоугольных помещений 30x20x10 м и 3x2x1 м.

Решение:

I. Найдем первые собственные частоты осевых волн для первого помещения $e_x \times e_y \times e_z = 30 \times 20 \times 10$ м по формулам вида (4.55), распространяющихся вдоль оси X:

$$f_{1,0,0} = f_{1,0,0} = c / 2e_x = 34 \cdot 10^2 / 2 \cdot 30 = 567 \text{ Гц},$$

вдоль оси Y: $f_{0,1,0} = f_{0,1,0} = c / 2e_y = 34 \cdot 10^2 / 2 \cdot 20 = 135 \text{ Гц},$

вдоль оси Z: $f_{0,0,1} = f_{0,0,1} = c / 2e_z = 34 \cdot 10^2 / 2 \cdot 10 = 170 \text{ Гц}.$

Вторые $f_{2,0,0}$; $f_{0,2,0}$; $f_{0,0,2}$ и третьи $f_{3,0,0}$; $f_{0,3,0}$; $f_{0,0,3}$, собственные частоты найдутся таким же образом. Данные по их значениям сведём

Таблица № I

Размеры помещения	$f_{1,0,0}$	$f_{2,1,0}$	$f_{3,0,1}$	$f_{2,0,0}$	$f_{2,0,2}$	$f_{3,0,0}$	$f_{2,0,2}$	$f_{3,0,0}$	$f_{2,0,2}$	$f_{3,0,0}$
30x20x10 м	$f_{1,0,0}$	5,6	13,5	17	11,2	17	34	17	30,5	51
3 x 2 x 1 м	$f_{1,0,0}$	56	135	170	112	170	340	170	305	510

2. Аналогично для второго помещения 3 x 2 x 1 м найдем собственные частоты осевых волн: $f_{1,0,0}$; $f_{2,0,0}$ Результаты расчета сведем в таблицу № I. Сравнивая результаты по двум помещениям можно отметить, что, во-первых, для малого помещения собственные частоты осевых волн на порядок выше собственных частот большого помещения, а во-вторых, из-за кратности размеров помещений наблюдается совпадение ряда собственных частот, например $f_{2,0,1} = f_{2,2,0} = f_{3,0,1} = 17$ (170) Гц, что нарушает "равномерность" их распределения в области низких частот.

4.2. Плотность спектра и количество собственных частот помещений

Под плотностью спектра (спектральной плотностью) понимается некоторое количество собственных частот, которое приходится на частотный интервал шириной в 1 Гц. Следовательно, плотность спектра собственных частот будет зависеть от вида стоячих волн, возникающих в помещении, его размеров и частотного интервала $0 - f_{zр}$ ($f_{zр}$ - некоторая заданная граничная частота, соответствующая граничной длине волны $\lambda_{zр}$), для которого производится расчет.

Расчет плотности спектра удобно провести с использованием понятия пространства собственных частот, заполненного частотными векторами различных мод. Если проекции каждого частотного вектора откладывать по осям прямоугольной системы координат, то пространственное положение точки, лежащей на конце этого вектора $f_{x,y,z}$ в первом октанте прямоугольного пространства частот, будет соответствовать своей собственной частоте.

Поскольку числа n_x , n_y и n_z , определяющие вид и конфигурацию волновых мод, имеют целые значения, то изменение значений собственных частот (положение конца вектора $f_{x,y,z}$) будет происходить не непрерывно, а скачками, пропорционально единичным грациям для каждого вида волн.

Так, для группы X осевых волн (рис.4.5), имеющих одну степень свободы вдоль оси X, единичный частотный вектор (первая собственная частота

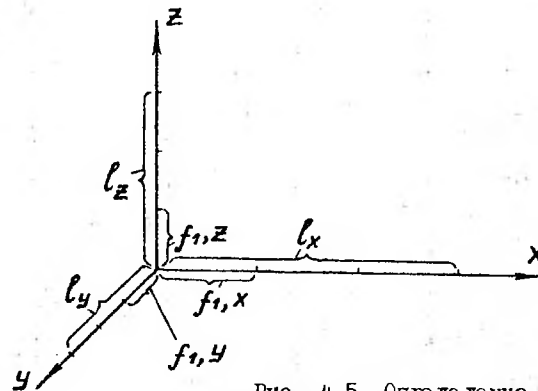


Рис. 4.5. Определение количества собственных частот для осевых волн

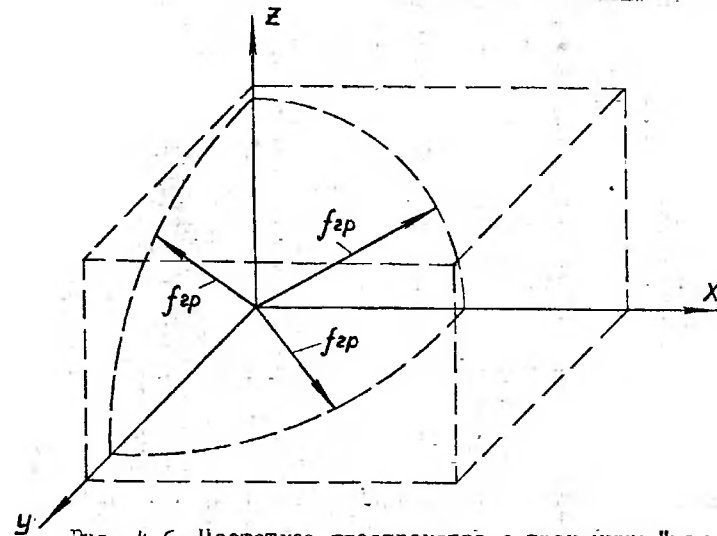


Рис. 4.6. Частотное пространство с граничным "радиусом" $f_{zр}$

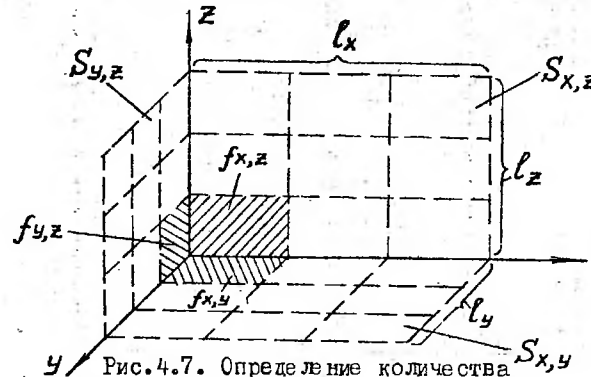


Рис.4.7. Определение количества собственных частот для касательных волн

та) найдется из (4.45) или (4.55) при $n_x = 1$, а $n_y = n_z = 0$, т.е.:

$$f_{1,x} = f_{1,0,0} = \frac{c}{2} \cdot \frac{1}{\ell_x}$$

Для второй собственной частоты ($n_x = 2$, $n_y = n_z = 0$) $f_{2,x} = f_{2,0,0} = \frac{c}{\ell_x} = 2f_{1,x}$; для $f_{3,x} = 3f_{1,x}$ и, соответственно, для "i" собственной частоты $f_{i,x} = if_{1,x}$. Как видно, с увеличением порядка частоты длина вектора растет и может стать равной длине вектора граничной частоты f_{zp} (рис.4.6). Тогда количество собственных частот для группы X осевых волн, имеющих возможность образования по длине ℓ_x помещения в заданном частотном интервале ($0 - f_{zp}$), найдется из соотношения:

$$N_x = \frac{f_{zp}}{f_{1,x}} = \frac{2\ell_x f_{zp}}{c} = \frac{2\ell_x}{\lambda_{zp}}$$

Аналогично определяется количество собственных частот для групп Y и Z осевых волн:

$$N_y = \frac{f_{zp}}{f_{1,y}} = \frac{2\ell_y}{c} f_{zp} \quad \text{и} \quad N_z = \frac{f_{zp}}{f_{1,z}} = \frac{2\ell_z}{c} f_{zp}$$

Следовательно, общее количество собственных частот для всех групп осевых волн в пределах рассматриваемого октанта будет:

$$N_{oc} = N_x + N_y + N_z = \frac{2f_{zp}}{c} (\ell_x + \ell_y + \ell_z) = \frac{L}{2c} f_{zp} = \frac{L}{2\lambda_{zp}}, \quad (4.59)$$

где $L = 4(\ell_x + \ell_y + \ell_z)$ - общая длина ребер помещения.

Касательные моды, в отличие от осевых, имеют две степени свободы в координатных плоскостях XY, XZ, YZ, ограниченных размерами ℓ_x ,

ℓ_y и ℓ_z . Собственные частоты соответствуют векторам, проекции которых на оси координат пропорциональны одновременно единичным векторам $f_{1,x}, f_{1,y}; f_{1,x}, f_{1,z}$ или $f_{1,y}, f_{1,z}$. Так, первая собственная частота для группы XY касательных волн определится, как:

$$f_{1,xy} = f_{1,1,0} = \sqrt{f_{1,x}^2 + f_{1,y}^2} = \sqrt{f_{1,0,0}^2 + f_{0,1,0}^2},$$

а "единичное" количество будет определяться единичной площадью S_{xy}

$$N'_{xy} = f_{1,x} \cdot f_{1,y} = \frac{c}{2\ell_x} \cdot \frac{c}{2\ell_y} = \frac{c^2}{4S_{xy}} = S_{xy}$$

Вторые собственные частоты

$$f_{2,1,0} = \sqrt{f_{2,x}^2 + f_{1,y}^2}, \quad f_{1,2,0} = \sqrt{f_{1,x}^2 + f_{2,y}^2}, \quad f_{2,2,0} = \sqrt{f_{2,x}^2 + f_{2,y}^2},$$

а их количество с вычетом S_{xy} будет

$$N'_{2x,2y} = f_{2,x} \cdot f_{2,y} = \frac{c^2}{S_{xy}} - \frac{c^2}{4S_{xy}} = 3S_{xy}$$

С учетом заданного частотного интервала общее количество собственных частот XY группы касательных волн определится из отношения $1/4$ части круга с радиусом f_{zp} (рис.4.7.) к единичной площадке в плоскости XY, т.е.

$$N'_{xy} = \frac{\pi f_{zp}^2}{4} : S_{xy} = \frac{\pi f_{zp}^2}{4} \cdot \frac{c^2}{4S_{xy}}$$

Для плоскостей XZ и YZ собственные частоты и их количество определяются аналогичным образом, так что общее число собственных частот касательных мод для всех плоскостей будет:

$$N'_{кас} = N'_{xy} + N'_{xz} + N'_{yz} = \frac{\pi f_{zp}^2}{4} \cdot \left(\frac{c^2}{4S_{xy}} + \frac{c^2}{4S_{xz}} + \frac{c^2}{4S_{yz}} \right) = \frac{\pi S}{2c^2} f_{zp}^2$$

Однако, в это число входят и собственные частоты осевых мод, число которых, как можно показать, составляет половину $N'_{кас}$.

Следовательно, окончательно получим:

$$N_{кас} = N'_{кас} - N_{oc} = \frac{\pi S}{4c^2} f_{zp}^2 = \frac{\pi S}{4\lambda_{zp}^2} \quad (4.60)$$

где $S = 2(S_{xy} + S_{xz} + S_{yz})$ - общая площадь всех поверхностей помещения.

Число собственных частот для косых мод, имеющих три степени свободы по всем координатным осям, может быть найдено из отношения объема помещения (в пределах одного октанта) к элементарному объему V_{eg} со сторонами, равными единичным векторам $f_{1,x}, f_{1,y}$ и $f_{1,z}$ (рис.4.8.). В пределах этого объема находится вектор $f_{1,1,1}$, соответствующий самой низкой (первой) собственной частоте волн косого типа:

$$f_{1,1,1} = f_{1,1,1} = \sqrt{f_{1,x}^2 + f_{1,y}^2 + f_{1,z}^2} = \sqrt{f_{1,0,0}^2 + f_{0,1,0}^2 + f_{0,0,1}^2}$$

с "единичным" количеством $N_{eg} = f_{1,x} \cdot f_{1,y} \cdot f_{1,z} = \frac{c^3}{8V} = V_{eg}$.

Тогда число собственных частот косых волн в $1/8$ объема шара с радиусом f_{zp} с вычетом части количества касательных $\frac{\pi S}{2c^2} f_{zp}^2$ и осевых $\frac{L}{2c} f_{zp}$ волн будет

$$N_{кас} = \left(\frac{1}{8} \cdot \frac{4\pi f_{zp}^3}{3} : V_{eg} \right) - \frac{\pi S}{2c^2} f_{zp}^2 - \frac{L}{2c} f_{zp} = \frac{4\pi V}{3c^3} f_{zp}^3 - \frac{\pi S}{2c^2} f_{zp}^2 - \frac{L}{2c} f_{zp} \quad (4.61)$$

где $V = \ell_x \cdot \ell_y \cdot \ell_z$ - объем помещения.

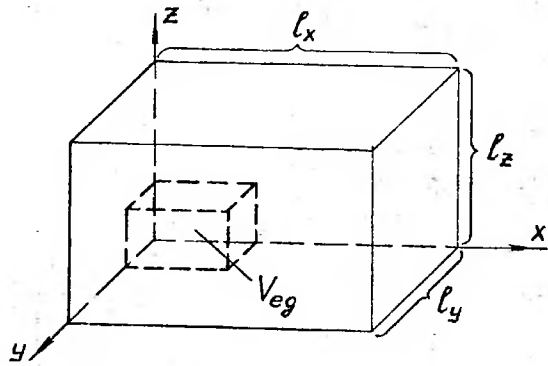


Рис. 4.8. К расчету количества собственных частот косо́го типа

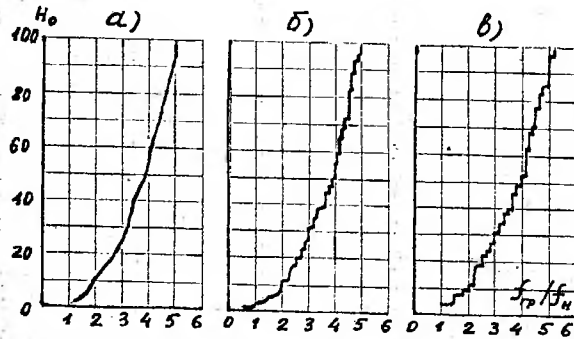


Рис. 4.9. Характер роста количества собственных частот для различных соотношений между длиной, шириной и высотой помещений

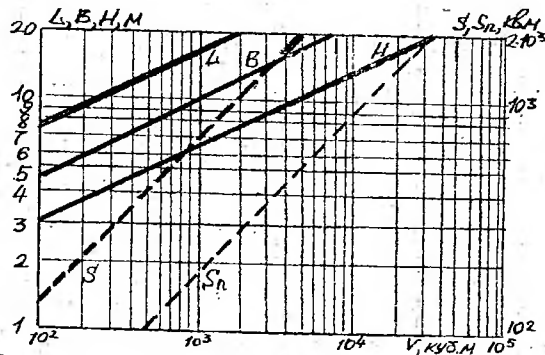


Рис. 4.10. Номограмма для расчета параметров помещений с "золотым сечением"

Общее среднее количество собственных частот всех мод колебаний воздушного объема прямоугольного помещения в частотном интервале – выражается суммой составляющих (4.59), (4.60) и (4.61), т.е.

$$N_0 = N_{\text{кас}} + N_{\text{кас}} + N_{\text{ос}} = \frac{4\pi V}{3c^2} f_{\text{гр}}^3 + \frac{\pi S}{4c^2} f_{\text{гр}}^2 + \frac{L}{2c} f_{\text{гр}} + q, \quad (4.62)$$

где q – добавочный член (меньше единицы), обеспечивающий целочисленность N_0 .

Подобное соотношение для общего числа собственных частот имеет место и для помещений цилиндрической формы

$$N_0 = \frac{4\pi V_{\text{ц}}}{3c^2} f_{\text{гр}}^3 + \frac{\pi S_{\text{ц}}}{4c^2} f_{\text{гр}}^2 + \frac{L_{\text{ц}}}{8c} f_{\text{гр}} + q, \quad (4.63)$$

где $V = \pi r^2 H$ – объем помещения;

$S = 2(\pi r^2 H + \pi r^2)$ – площадь поверхности;

$L = 4(\pi r + H)$ – общая длина образующих помещения.

Следует отметить, что выражение (4.62) носит приближенный характер для помещений, имеющих кратное соотношение сторон и, особенно, кубической формы. В этих случаях одни и те же собственные частоты могут соответствовать различным комбинациям n_x , n_y и n_z для косых, касательных и даже осевых мод, что приводит к так называемому "вырождению" собственных частот, т.е. уменьшению их фактического количества по сравнению с расчетным. Совпадение (увеличение) количества собственных частот в одном частотном интервале и уменьшение (вырождение) в другом приводит к существенным искажениям звукопередачи, ослабление которых может быть обеспечено, в частности, выбором соответствующих (некратных, но соразмерных) пропорций помещения.

К настоящему времени имеется достаточно большое количество рекомендаций по выбору оптимальных (по акустике) соотношений между линейными размерами прямоугольных помещений. Так, в [4.17] рассматриваются и анализируются три соотношения между $l_x : l_y : l_z$ в виде $1/2^{2/3} : 1 : 2^{2/3}$ (рис.4.9, а), $0,5 : 1 : 2$ (рис.4.9, б) и $1 : 1 : 1$ (рис.4.9, в). Согласно рисункам наиболее плавный рост количества собственных частот N_0 в зависимости от нормированной частоты

f_{zp}/f_H (где f_H - нижняя частота помещения) наблюдается для первого соотношения в иррациональных числах. Наименее плавное, резкоступенчатое изменение H_0 получается в помещении кубической формы. Некоторая средняя зависимость характерна для помещения с соотношением сторон $0,5 : 1 : 2$.

Выбор некратного соотношения сторон помещений для записи и воспроизведения звука подчеркивается и в других работах [4.18 ... 4.20] с выходом на международные рекомендации *ISO*, *DIRT* и др., где обосновываются так называемые "зона Болта" и "золотое сечение". Последнее известно очень давно из истории мировой архитектуры и впервые предложено математической школой пифагорийцев в виде средне-гармонического ряда, когда каждый последующий член равен сумме двух предыдущих членов, а отношение последующего члена к предыдущему или наоборот приближается к "золотым" числам $1,618$ или $0,618$. "Золотое" соотношение выполняется тем точнее, чем выше порядковые номера членов ряда. Причем, как было замечено пифагорийцами, оказалось, что музыкальный звукоряд построен по закону соотношений частот, близких к "золотому" числу.

Для соотношения сторон помещения, подчиняющегося "золотому" сечению, имеем уравнения

$$\frac{l_z}{l_y} = \frac{l_y}{l_x} \quad \text{и} \quad l_z + l_y = l_x, \quad (4.64)$$

совместное решение которых дает

$$l_x : l_y : l_z = 2,62 : 1,62 : 1,$$

откуда получаются зависимости линейных размеров

$$l_z = H \approx 0,6\sqrt[3]{V}, \quad l_y = B \approx \sqrt[3]{V}, \quad l_x = L \approx 1,6\sqrt[3]{V}, \quad (4.65)$$

площадей пола $S_n = 1,6\sqrt[3]{V^2}$ и всей поверхности $S' = 6,5\sqrt[3]{V^2}$ от объема помещения. Данные зависимости представлены на рис.4.10. Таким образом и любое другое соотношение между l_x , l_y и l_z прямоугольного помещения позволяет достаточно просто найти необходимые параметры по заданному объему, который обычно находится по числу слушателей или исполнителей.

Используя, к примеру, соотношение $l_x : l_y : l_z = 5 : 3 : 2$, близкое к отмеченному - иррациональному, можно выразить через один линейный размер помещения, например, ширину l_y его объем

$$V = l_x \cdot l_y \cdot l_z = 1,66 l_y \cdot l_y \cdot 0,66 l_y = 1,1 l_y^3,$$

общую площадь ограничивающих поверхностей

$$S = 2(l_x l_y + l_x l_z + l_y l_z) = 2(1,66 l_y^2 + 0,66 l_y^2 + 1,1 l_y^2) = 7 l_y^2,$$

общую длину ребер

$$L = 4(l_x + l_y + l_z) = 4(1,66 l_y + l_y + 0,66 l_y) = 13,2 l_y,$$

а также отношение суммы двух площадей противоположных поверхностей помещения при распространении звуковых волн вдоль оси X : $2S_x = 2l_z l_y$, вдоль оси Y : $2S_y = 2l_x l_z$ и вдоль оси Z : $2S_z = 2l_x l_y$ к общей площади помещения, т.е.

$$X_s = \frac{2S_x}{S} \approx 0,2, \quad Y_s = \frac{2S_y}{S} \approx 0,3, \quad Z_s = \frac{2S_z}{S} \approx 0,5. \quad (4.66)$$

При выбранном соотношении (впрочем и для всех других) имеется возможность упростить расчет собственных частот с использованием опорной частоты $f_{0,10} = c/2l_y$, так как

$$f_{x,y,z} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{1,66 l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{0,66 l_z}\right)^2} = f_{0,10} \sqrt{0,36 n_x^2 + n_y^2 + 2,25 n_z^2}. \quad (4.67)$$

Тогда, например, при $n_x = n_y = n_z = 1$ получим

$$f_{1,1,1} = f_{0,10} \sqrt{0,36 + 1 + 2,25} = 1,9 f_{0,10},$$

что близко к второй гармонической составляющей, несмотря на то, что обычно помещения не обладают гармоническим спектром собственных частот.

Более простым также становится расчет, правда, среднего количества (без учета "вырождения", которое зависит от положений источника и приемника) собственных частот в заданных интервалах. Так, для косых волн будем иметь

$$N_{\text{кос}}(\Delta f) = \frac{4\pi V}{3c^3} (f_2^3 - f_1^3) = \frac{4\pi 1,1 l_y^3}{3c^3} f_1^3 [(\Delta f)^3 - 1] = K_V f_1^3 [(\Delta f)^3 - 1] = K_V X^3,$$

касательных

$$N_{\text{кас}}(\Delta f) = \frac{\pi S}{4c^2} (f_2^2 - f_1^2) = K_S f_1^2 [(\Delta f)^2 - 1] = K_S X^2$$

и осевых волн

$$H_{oc}(\Delta f) = \frac{L}{2c} (f_2 - f_1) = K_L X,$$

где $\Delta f = f_2 - f_1$ - выбранный частотный интервал.

Аналогично найдется и общее среднее количество собственных частот в выбранном частотном интервале

$$H_o(\Delta f) = H_{koc}(\Delta f) + H_{koc}(\Delta f) + H_{oc}(\Delta f) = K_{\Sigma} (X^3 + X^2 + X). \quad (4.68)$$

Точные значения количества собственных частот для различного вида волн, естественно, определяются с использованием выражений (4.45) или (4.46), где используются те комбинации чисел n_x , n_y и n_z , которые задают величины собственных частот (ориентировочно по 4.68) в задаваемых, обычно, третьоктавных интервалах.

Выражение (4.68) позволяет приблизительно оценить среднюю энергию отдельных собственных колебаний (мод) в вынужденном установившемся режиме для любого выбранного частотного интервала, если допустить, что акустическая мощность источника не зависит от частоты, а вся отраженная энергия E_{go} определяется частотной зависимостью $\bar{\alpha}$ в заданном интервале. Тогда, средняя энергия отдельной моды E_i определится отношением E_{go} к общему числу собственных колебаний (частот) в интервале Δf

$$\bar{E}_i(\Delta f) = \frac{E_{go}}{H_{o,i}(\Delta f)} = \frac{4P_a}{\bar{\alpha} S K_{\Sigma,i} (X^3 + X^2 + X)}. \quad (4.69)$$

Таким образом, оказывается, что в области низких частот, особенно для малых объемов помещений, реактивная энергия колебаний из-за малого их количества существенно возрастает. Это обстоятельство становится особенно заметным при определении плотности спектра собственных частот. Последняя найдется путем дифференцирования $H_o(f)$ по числу собственных частот, приходящихся на интервал от f_{zp} до $f_{zp} + \Delta f$:

$$\frac{dH_o}{df} = \frac{4\pi V}{c^3} f_{zp}^2 + \frac{\pi S}{2c^2} f_{zp} + \frac{L}{2c},$$

откуда, переходя к конечным приращениям, получаем окончательно:

$$\Delta H_o = \left(\frac{4\pi V}{c^3} f_{zp}^2 + \frac{\pi S}{2c^2} f_{zp} + \frac{L}{2c} \right) \Delta f \approx \frac{4\pi V}{c^3} f_{zp}^2 \Delta f. \quad (4.70)$$

По волновой теории плотность спектра собственных частот является важной характеристикой помещения, позволяющей с достаточной точностью прогнозировать изменение спектра и тембра сигнала источника.

В области высоких частот, особенно для косых мод, наблюдается высокая плотность спектра, что означает слабую избирательность помещения для высокочастотных составляющих первичного сигнала. В то же время на низких частотах преобладают осевые и касательные моды с достаточной энергией, но с незначительной плотностью спектра, что является основной особенностью помещений малых объемов и на низких частотах, влияющей на качество звукопередачи. Действительно, если необходимо воспроизвести в помещении без заметного искажения его формы, например, тональный импульс длительностью $\tau_{um} = 0,1$ с (достаточно быстрая музыка) и частотой f , то в интервале частот от $f - \Delta f/2$ до $f + \Delta f/2$ (где, в соответствии с теоремой неопределенности, $\Delta f = 1/\tau_{um}$) должно быть достаточное число собственных частот (не менее 10 [4.16]). Если для данного интервала число собственных частот окажется меньше 10, то данный импульс будет передан помещением с искажением. По данным [4.21], если плотность спектра выше трех на частотном интервале шириной в 1 Гц ($\Delta H_o \geq 3 \text{ Гц}^{-1}$), то помещение практически не вносит тембрального окрашивания звука. При такой плотности спектра практически на слух не воспринимаются высокого уровня (до 20 дБ) пик-факторы модуля передаточной функции (частотной характеристики) помещения.

Нижнюю граничную частоту передаточной функции помещения можно найти из (4.70), где положить $\Delta H_o = 1$, а $\Delta f = f$, тогда определим условие возникновения первого волнового резонанса для волн косого типа:

$$1 = \frac{4\pi V}{c^3} f^3, \text{ откуда } f_{\text{нн}} = c \sqrt[3]{\frac{1}{4\pi V}}. \quad (4.71)$$

Выражение (4.71) характеризует необходимый, но не достаточный предел возникновения тембральных искажений и допустимости использова-

ния статистического подхода. Как правило, f_{HH} не совпадает с нижней граничной частотой f_{HT} электроакустического тракта. Причем для помещений большого объема она заведомо меньше, а для малых объемов - наоборот: $f_{HT} < f_{HH}$, что без соответствующей коррекции может привести к существенному искажению звукопередачи. Верхняя частота нижней части частотной характеристики помещения, при которой процессы подчиняются экспоненциальной зависимости в соответствии со статистической теорией, и достаточная плотность спектра, могут быть также определены из (4.70). Тогда, вновь используя первое слагаемое и полагая

$\Delta H_0 = 3$, а $\Delta f = 1$ Гц, получим:

$$f_{HB} \geq \frac{3,15 \cdot 10^3}{\sqrt{V}} \quad (4.72)$$

Последнее выражение имеет достаточное сходство с формулой Шредера [4.22], задающей предельную частоту помещения, выше которой допустимы приближения статистической теории

$$f_{cr} \geq 2 \cdot 10^3 \sqrt{\frac{T_{60}}{V}}, \quad (4.73)$$

где T_{60} - время стандартной реверберации при f_{cr} .

Формула (4.73) получена, исходя из условия, что частотное "расстояние" между частотами собственных колебаний меньше 0,1 ... 0,3 от ширины используемого частотного интервала (полосы фильтра) вблизи f_{cr} .

Следовательно, из сопоставления (4.71) и (4.72) или (4.73) легко оценивается тот участок частотного диапазона помещения (около 3 октав), в котором без принятия соответствующих мер можно ожидать значительных частотных (тембральных) искажений.

Пример 4.2. Оценить монотонность нарастания количества собственных частот в третьоктавных полосах в низкочастотной области и значенные полосы для предельной частоты с допустимыми тембральными искажениями для помещения размерами 12x7,2x4,5 м.

Решение

1. Нижняя и верхняя граничные частоты низкочастотного диапазона помещения найдутся из (4.71) и (4.72) при $V = l_x \cdot l_y \cdot l_z = 12 \times 7,2 \times 4,5 = 390$ куб.м.

$$f_{HH} = c \sqrt{\frac{1}{4\pi V}} = 34 \cdot 10^2 \sqrt{\frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 390}} = 20 \text{ Гц}, \quad f_{HB} = \frac{3,15 \cdot 10^3}{\sqrt{V}} = \frac{3,15 \cdot 10^3}{\sqrt{390}} = 160 \text{ Гц}$$

2. Нижняя частота $f_{HH} = 20$ Гц совпадает с одной из центральных частот стандартного ряда третьоктавных полсс. Начиная с этой полосы, произведем расчет значений и количества собственных частот во всех треть-

октавных полосах - вплоть до полосы с центральной частотой 160 Гц. Данные расчета представлены в таблице № I и на графиках рис. I.

Таблица № I

Полоса	Гц	17,8	22,4	28,2	35,5	44,7	56,2	70,8	89,1	112	141
Вид волн		22,4	28,2	35,5	44,7	56,2	70,8	89,1	112	141	178
Осевые		1	1	1	3	1	3	3	3	5	6
Касательные		-	-	2	3	4	8	14	25	39	56
Косые		-	-	-	1	3	3	15	25	67	120
Общее кол-во		1	1	3	7	8	14	32	53	111	182

3. Как видно, требуемая спектральная плотность действительно достигает $\Delta H_0 = H_0 / \Delta f_0 = 111 / 141 - 112 = 3,2 \text{ Гц}^{-1}$ только к 9 интервалу 112 - 141 Гц, что выше на 3 октавы f_{HH} . Рис. 4 иллюстрирует рост количества собственных частот при повышении стандартных третьоктавных интервалов. Кривая I соответствует волнам осевого типа, 2 - касательного, 3 - косого и 4 - их суммарное количество. Здесь проявляется слабая нерегулярность роста количества собственных частот при повышении частоты, что говорит о частотных искажениях. Такие искажения будут особенно проявляться, если на суммарной кривой будут резкие пики и провалы. Для данного случая такие нерегулярности обусловлены осевыми модами, особенно в полосах с центральными частотами 40 и 63 Гц.

При дальнейшем повышении частоты нет необходимости определять значения мод в отдельных интервалах, так как здесь их количество достаточно велико. Причем на октаву среднее количество осевых мод увеличивается примерно в 2 раза, касательных - в $2^2 = 4$, а косых - $2^3 = 8$ раз.

4.3. Передаточная функция помещения

Частотная зависимость количества и плотности спектра собственных частот (мод) помещения позволяет оценить их влияние на частотную характеристику звукопередачи. Так, используя известный принцип анализа линейных систем, у которых импульсная характеристика и комплексная передаточная функция связаны преобразованием Фурье, напишем выражение для звукового давления некоторой "i" моды косых, касательных или осевых волн для режима вынужденных колебаний в виде произведения амплитудных значений спектральных функций передачи помещения (частотной $S_i(\omega)$ и пространственной $P_i(\omega)$) и источника сигнала $G(\omega)$ [4.16], т.е.:

$$p(\omega, x, y, z) = A S_i(\omega) P_i(\omega) G(\omega), \quad (4.74)$$

где A - некоторый постоянный коэффициент.

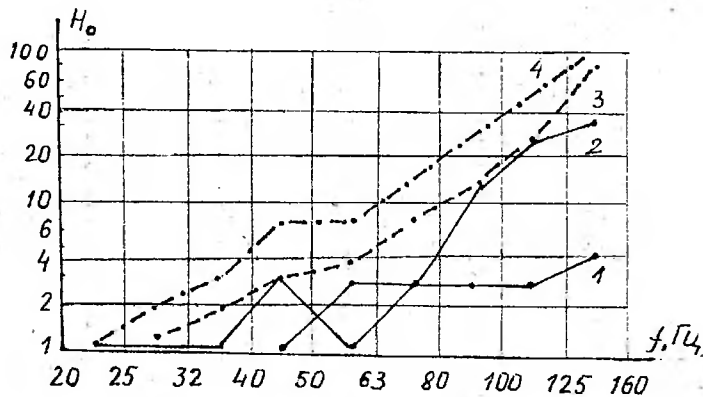


Рис. I к примеру 4.2. Характер роста количества собственных частот видеозала в области низких частот

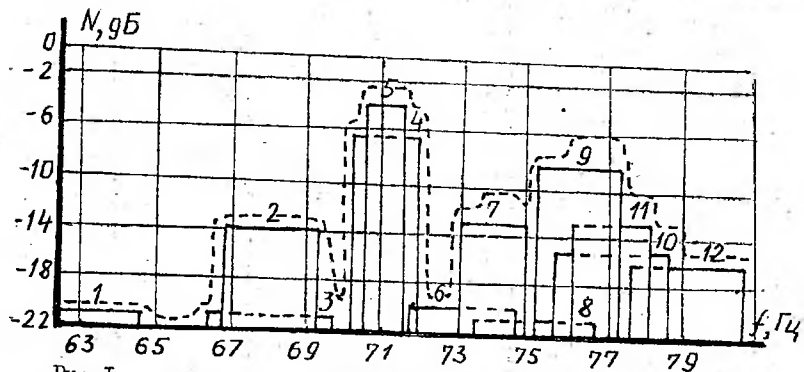


Рис. I к примеру 4.3. Относительный уровень мод (собственных частот) кинозала в установившемся режиме для 1/3 октавной полосы 63...80 Гц

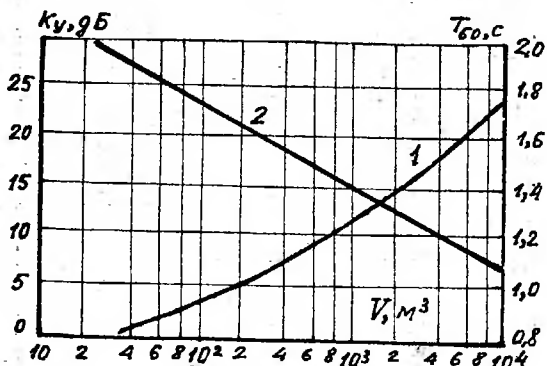


Рис. 4.II. Зависимость "усиления" и времени реверберации (при $\nu = 512$ Гц) помещения от его объема

Первая из этих функций $S_i(\omega)$ представляет собой комплексный спектральный (частотный) коэффициент передачи помещения для "с" моды. Принимая, что S_i описывается выражением для обычного одностороннего резонатора, будем иметь:

$$S_i = (\omega^2 - \omega_i^2 + 2j\delta_i\omega)^{-1},$$

модуль которого равен:

$$|S_i| = \left(\sqrt{(\omega^2 - \omega_i^2)^2 + 4\delta_i^2\omega^2} \right)^{-1}, \quad (4.75)$$

где ω_i и δ_i - соответственно, угловая резонансная частота и постоянная затухания для "с" моды.

Вторая (пространственная) функция Π_i представляет собой произведение двух функций $\Pi_{i,n}$ и $\Pi_{i,m}$, характеризующих распределение звукового давления с учетом положения источника (X_n, Y_n, Z_n) и микрофона (X_m, Y_m, Z_m). Если постоянная затухания δ_i не слишком велика, то функции распределения могут быть определены как собственные функции помещения (прямоугольной формы) с незначительным поглощением на его поверхностях, т.е.

$$\Pi_i(x, y, z, \omega) = \cos \frac{n_x \pi}{e_x} x \cdot \cos \frac{n_y \pi}{e_y} y \cdot \cos \frac{n_z \pi}{e_z} z, \quad (4.76)$$

где n_x, n_y, n_z - числа натурального ряда (0, 1, 2, ...), комбинации которых характеризуют моды колебаний для различного вида волн.

При пространственном усреднении звуковой энергии, пропорциональной квадрату звукового давления, функция $\overline{\Pi_i^2} = \overline{\Pi_{i,n}} \cdot \overline{\Pi_{i,m}}$ может быть вычислена путем интегрирования по объему $V = e_x \cdot e_y \cdot e_z$:

$$\overline{\Pi_i^2} = \frac{1}{V} \int \cos^2 \frac{n_x \pi}{e_x} x \cdot \cos^2 \frac{n_y \pi}{e_y} y \cdot \cos^2 \frac{n_z \pi}{e_z} z \, dV. \quad (4.77)$$

Такое усреднение на практике достигается, например, путем вращения в различных плоскостях с радиусами не менее 1 м как источника, так и приемника звука. В этом случае $\overline{\Pi_i^2} = 1$. В общем случае (источник и приемник неподвижны) квадрат пространственной функции для косых волн ($n_x \geq 1, n_y \geq 1, n_z \geq 1$) определяется из (4.77):

$$\bar{P}_{\text{кас}}^2 = \bar{P}_{x,y,z}^2 = \frac{1}{V} \int_0^{e_x} \int_0^{e_y} \int_0^{e_z} \cos^2 \frac{n_x \pi}{e_x} x \cdot \cos^2 \frac{n_y \pi}{e_y} y \cdot \cos^2 \frac{n_z \pi}{e_z} z \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \frac{1}{8}; \quad (4.78)$$

для касательных (например, распространяющихся параллельно плоскости XY, т.е. $n_x \geq 1, n_y \geq 1, n_z = 0$):

$$\bar{P}_{\text{кас,xy}}^2 = \bar{P}_{xy,0}^2 = \frac{1}{V} \int_0^{e_x} \int_0^{e_y} \int_0^{e_z} \cos^2 \frac{n_x \pi}{e_x} x \cdot \cos^2 \frac{n_y \pi}{e_y} y \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \frac{1}{4} \quad (4.79)$$

и осевых волн (например, распространяющихся параллельно оси X, т.е.

$n_x \geq 1, n_y = n_z = 0$):

$$\bar{P}_{\alpha,x}^2 = \bar{P}_{x,0,0}^2 = \frac{1}{V} \int_0^{e_x} \int_0^{e_y} \int_0^{e_z} \cos^2 \frac{n_x \pi}{e_x} x \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \frac{1}{2} \quad (4.80)$$

Можно показать, что и для других (xz, yz) касательных волн $\bar{P}_{xz}^2 = \bar{P}_{yz}^2 = 1/4$. А результат (4.80) будет удовлетворять Y, Z осевым волнам.

Если произвольную спектральную функцию источника $G(\omega)$ заменить на функцию с постоянной спектральной плотностью g , характерную, например, для источника сигнала "белого" шума, то квадрат звукового давления (для комплексно-сопряженной функции) для "i" моды, с учетом выполненных преобразований по пространственному усреднению и значению постоянной А, может быть описан формулой [4.23]:

$$P_i^2(x, y, z, \omega) = \int_0^{\infty} \frac{c^4 \rho^2 \bar{P}_i^2 g^2 d\omega}{V^2 [(\omega^2 - \omega_i^2)^2 + 4\delta_i^2 \omega^2]}, \quad (4.81)$$

где c - скорость звука;

ρ - плотность воздуха.

В таком виде (4.81) интеграл не берется. Поэтому, допуская, что существенное значение форма АЧХ (резонансной кривой) имеет только вблизи частоты резонанса ω_i , положим $\omega = \omega_i + \Delta\omega$, где $\Delta\omega$ - расстройка, имеющая малую величину. Тогда:

$$\omega^2 - \omega_i^2 = (\omega + \omega_i)(\omega - \omega_i) \approx 2\omega_i \Delta\omega; \quad 4\delta_i^2 \omega^2 \approx 4\delta_i^2 \omega_i^2 \quad (4.82)$$

и, изменив нижний предел интегрирования с нуля на $-\infty$, интеграл легко вычисляется:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{4(\Delta\omega^2 + \delta_i^2)} = \frac{\pi}{4\delta_i} \quad (4.83)$$

Следовательно, окончательное выражение для P_i будет иметь вид:

$$P_i^2 = \frac{A_0}{V^2} \bar{P}_i^2 T_i \quad (4.84)$$

где принято, что $T_i = 6,9/\delta_i$ - время стандартной реверберации для "i" моды.

Следует отметить, что составляющая от переменной ω в выражении (4.81) при допущении (4.82) характеризует собой типичную резонансную кривую при нормированной ω/ω_i частоте по оси абсцисс. Полагая, что $\Delta\omega \approx \delta_i$, мы будем иметь с обеих сторон от $\frac{\omega}{\omega_i} = 1$ значения нормированных частот, при которых затухание любой моды в данном интервале будет слабо зависеть от частоты в пределах до 0,707 от максимального значения. Действительно, если значение (4.83) принять за максимальное, т.е.

$$1 = \frac{\pi}{4\delta_i} \quad \text{или} \quad 1 = \frac{\pi}{4\Delta\omega},$$

то величина частотного интервала, в котором изменение уровня энергии любой моды не превысит 1 дБ, будет равна $\Delta f/f = 0,125 \approx 0,13$. Такое отношение характерно для относительной ширины полосы пропускания стандартных 1/3 октавных полосовых фильтров, что позволяет их использовать для сопоставления (с учетом их количества) с полосами пропускания на одном и том же уровне 0,707 (-3 дБ) отдельных мод спектра помещения.

Как отмечалось, наиболее критичной по частотной характеристике передаточной функции помещения является область низких частот. Значения частот для "i" мод в первом и т.д. третьоктавных интервалах в промежутке от $f_{нн}$ до $f_{нв}$ находятся по зависимостям для косых (4,45), касательных (4,52) и осевых (4,55) волн, если принять, что наличие затухания (без дополнительной акустической обработки в помещении) существенно не изменяет граничные условия и решения волновых уравнений. Однако, с учетом ранее принятого допущения (4,82), когда процесс рассматривается лишь в пределах малой расстройки $\Delta\omega$ относительно ω_i , это и не требуется. Действительно, используя равенство плотностей звуковых энергий (пропорциональных квадратам звуковых

давлений) по волновой и статистической теориям, как временных функций

$$E_{g_0} e^{-2\delta_i t} = E_{g_0} e^{-\frac{\alpha_i c S}{4V} t} \quad (4.84)$$

мы можем установить однозначную связь между коэффициентом затухания δ_i и групповым (для однотипных мод) коэффициентом звукопоглощения α_i , т.е.

$$2\delta_i = \frac{\alpha_i c S}{4V} \quad (4.85)$$

Преобразуем выражение (4.85), используя для левой части (как для одиночного резонатора или моды) подстановку $\Delta\omega \approx \delta_i$, или $\delta_i = \pi \Delta f_{\text{зр}}$, где $\Delta f_{\text{зр}}$ - полная ширина полосы частот между точками половинной мощности, а для правой части - $\alpha_i c S / 4V = \alpha_i c \ell_i$, где ℓ_i - средняя длина свободного пробега для "i" моды, тогда, получим [4.24]

$$\Delta f_{\text{зр}_i} = \frac{\alpha_i c}{4 \ell_i} \quad (4.86)$$

Соотношение (4.86) позволяет найти эффективную полосу пропускания (усиления) колебаний источника одиночным резонатором (модой) в установившемся режиме в прямой зависимости от соответствующего коэффициента звукопоглощения. Однако, если на частотах 125 Гц и выше значения коэффициентов звукопоглощения обычных (строительных) поверхностей помещений, даже без акустической обработки, приводятся в справочной литературе, то при частотах ниже 125 Гц систематизированных данных пока не имеется. Поэтому здесь в первом приближении можно использовать известную тенденцию уменьшения T_{60} при уменьшении объема помещений, например, вида I, показанную на рис.4.II (по Беранеку [4.25]), с коррекцией увеличения 10 ... 20% на низких частотах относительно средних.

В этом случае энергия в режиме вынужденных колебаний, пропорциональная квадрату звукового давления, одной группы мод может быть найдена из (4.84), как произведение квадрата звукового давления одной моды на их количество H_{g_i} в рассматриваемом 1/3 октавном интервале Δf_n , где принимается при диффузном распределении, что вре-

мя реверберации всех мод T_i равно T_{60} , тогда

$$P_{H_i}^2(\Delta f_n) = H_{g_i} P_i^2 = \frac{H_{g_i} A_n}{V^2} \bar{\Pi}_i^4 T_{60} \quad (4.87)$$

В то же время квадрат общего звукового давления всех групп мод определится как сумма квадратов звуковых давлений трех групп мод в установившемся режиме:

$$P_{c_0}^2(\Delta f_n) = \frac{A_n T_{60}}{V^2} (H_{\text{кас}} \bar{\Pi}_{\text{кас}}^4 + H_{\text{кac}} \bar{\Pi}_{\text{кac}}^4 + H_{\text{oc}} \bar{\Pi}_{\text{oc}}^4) = \frac{A_n T_{60}}{V^2} \sum_i H_{g_i} \bar{\Pi}_i^4, \quad (4.88)$$

где H_{g_i} - общее количество всех мод в интервале Δf_n ;

Раскрывая значения H_i и Q_i , можно получить из (4.88) выражение, близкое к (2.31), характеризующее вклад отдельных групп в "усиление" помещения

$$\Delta N_y = 10 \lg \left(1 + \frac{c}{2f \ell_y} \right), \quad (4.89)$$

при выбранных, например, соотношениях $\ell_x : \ell_y : \ell_z = 5 : 3 : 2$ или равенстве $\ell_x = \ell_y = \ell_z = \ell$, поправку Ватерхауза:

$$N_B = 10 \lg \left(1 + \frac{cS}{8fV} \right). \quad (4.90)$$

Как отмечалось, поправка Ватерхауза с учетом энергии источника дает общую энергию звука в помещении и увеличивается при уменьшении объема (рис.4.II - зависимость ℓ) и частоты.

Выражение (4.88) или (4.89) позволяет найти относительный уровень группы мод в частном интервале, где количество собственных частот достаточно велико и энергия в помещении распределяется более или менее равномерно. Тогда:

$$\Delta N_{H_i} = 10 \lg \left(\frac{P_{H_i}}{P_{c_0}} \right)^2 = 10 \lg \frac{H_i \bar{\Pi}_i^2}{\sum_i H_i \bar{\Pi}_i^2}. \quad (4.91)$$

Для разнохарактерной обработки помещения и более низких частот, когда усреднение по отдельным модам в группах проводить нельзя, необходимо находить значения T_i для каждой моды. Последняя найдется, исходя из определения стандартной реверберации и соотношения T_i и ℓ_i :

$$T_i = \frac{\ln(P_i^2(T_i)/P_{c_0}^2)}{-\delta_i} = \frac{13,8 \ell_i}{c \alpha_i} = 4,05 \cdot 10^{-2} \frac{\ell_i}{\alpha_i}, \quad (4.92)$$

где $P_{c,0}^2$ - энергетическая сумма установившихся звуковых давлений мод в рассматриваемом частотном интервале;

α_i - коэффициент звукопоглощения поверхностей, между которыми возникает данная мода.

Квадрат общего звукового давления в частотном интервале определится как сумма среднеквадратичных звуковых давлений мод в установившемся режиме, аналогично (4.88), но без суммирования по группам, т.е.

$$P_{c,0}^2 = P_{1,0}^2 + P_{2,0}^2 + \dots + P_{i,0}^2,$$

где, используя (4.84), получим

$$P_{c,0}^2 = \frac{A_n}{V^2} (\bar{\pi}_1^2 T_1 + \bar{\pi}_2^2 T_2 + \dots + \bar{\pi}_i^2 T_i). \quad (4.93)$$

Последнее выражение позволяет найти относительный уровень (энергетическое содержание) любой моды в полосе частот:

$$\Delta N_i(\Delta f) = 10 \lg (P_{i,0}/P_{c,0})^2 = 10 \lg (\bar{\pi}_i^2 T_i / \sum_{i=1}^{N_0} \bar{\pi}_i^2 T_i), \quad (4.94, a)$$

либо с учетом (4.92)

$$\Delta N_i(\Delta f) = 10 \lg (\ell_i \bar{\pi}_i^2 / \sum_{i=1}^{N_0} \ell_i \bar{\pi}_i^2). \quad (4.94, б)$$

Можно полагать, что наиболее высокий уровень (в пределах заметности по амплитуде на слух) в установившемся режиме имеют наиболее "длинные" осевые и касательные моды в данном интервале и, следовательно, они в первую очередь могут повлиять на звукопередачу (изменяя тембральную окраску) при импульсном возбуждении, несмотря на спад АЧХ электроакустического тракта в области низких частот. Поэтому для ослабления данных составляющих необходимо использовать чисто акустические методы путем, например, введения узкополосных звукопоглотителей. Применение широкополосного звукопоглощения не приведет к положительным результатам из-за сохранения исходного соотношения между отдельными модами, несмотря на уменьшение общего уровня отраженной энергии.

Значения относительного уровня групп или отдельных мод в зависимости от частоты позволяют приближенно судить о частотной характеристике передаточной функции помещения, если известна АЧХ источника. Особое значение здесь приобретают вторичные источники (громкоговорители), которые имеют более широкополосные (в области низких частот) характеристики, чем первичные, а также групповые источники, обладающие неравномерной зависимостью фазовых сдвигов частоты. Применение широкополосных громкоговорителей с низкой граничной частотой f_r в малых по объему помещениях с высокой $f_{нн}$ приводит к реактивному "усилению" и возбуждению "разряженных" низкочастотных мод при отсутствии или слабозаметных подобных составляющих в спектре первичного сигнала. С другой стороны, для любых помещений, если обеспечить $1/4 f_{нв} = f_r$, после которой $P_a = const$, наоборот, низкочастотные моды не будут столь резко подчеркиваться из-за обычного спада мощности (6 дБ/на октаву) в области низких частот. Таким образом, считая, что средняя отраженная энергия пропорциональна количеству собственных частот, которые "поддерживают" спектральные составляющие сигнала источника, будем иметь, что суммарная энергия будет в соответствии с (4.70) пропорциональна квадрату частоты (для касательных волн). Подобное явление характерно для излучения точечного источника в свободном поле. Следовательно, акустическая энергия, передаваемая от источника к приемнику в помещении в среднем будет зависеть от частоты также, как и в свободном поле, но с некоторыми слабыми отклонениями от плавного хода нарастания.

Дальнейшее повышение числа собственных частот, пропорциональных уже f^3 (для косых волн), не приведет к существенным нарушениям звукопередачи из-за слабой избирательности помещения и возникновения естественного равновесия между излучаемой и поглощаемой энергиями.

В области же более низких частот, чем $1/4 f_{нв}$, где возможны флуктуации количества и интенсивности собственных колебаний частот, будет происходить более крутая "обрезка", пропорциональная как спаду акустической мощности источника, так и уменьшению количества собственных частот.

Таким образом, разбивая заданный частотный диапазон (от $f_{НН}$ до $f_{НВ}$) помещения на соответствующее число $1/3$ октавных интервалов, мы можем в каждом из них определить энергетический уровень содержащихся в них мод и оценить с учетом свойств источника частотную характеристику звукопередачи. При построении АЧХ звукопередачи необходимо иметь в виду поправку, связанную с расширением абсолютной полосы пропускания $1/3$ октавных фильтров при повышении частоты так, что при переходе от нижней к соседней более высокой полосе необходимо относительные уровни всех составляющих в ней уменьшить на $10 \lg f_2/f_1 = 10 \lg \Delta f = 10 \lg \sqrt[3]{2} = 2 \text{ дБ}$.

Пример 4.3. По данным примера 4.2 оценить частотную характеристику звукопередачи ненаправленного источника с постоянной акустической мощностью в интервале 63 ... 80 Гц, если средний коэффициент звукопоглощения примерно однородных поверхностей кинозала равен 0,16.

Решение.

1. Из машинного расчета собственных частот в заданном $1/3$ октавном интервале 63 ... 80 Гц имеем 4 моды косоуго типа: $f_{1,2,1} = 63 \text{ Гц}$, $f_{2,2,1} = 68 \text{ Гц}$, $f_{4,1,1} = 73 \text{ Гц}$, $f_{1,2,1} = 75 \text{ Гц}$; 5 мод касательного типа: $f_{1,1,1} = 68 \text{ Гц}$, $f_{4,1,1} = 74 \text{ Гц}$, $f_{1,0,2} = 77 \text{ Гц}$, $f_{2,1,0} = 77 \text{ Гц}$, $f_{1,1,2} = 79 \text{ Гц}$ и 3 осевых моды: $f_{0,3,0} = 71 \text{ Гц}$, $f_{2,0,2} = 71 \text{ Гц}$, $f_{0,2,2} = 76 \text{ Гц}$. Значения собственных частот и соответствующие средние пространственные коэффициенты $\bar{\Pi}_{\alpha} = 1/2$, $\bar{\Pi}_{\alpha} = 1/4$, $\bar{\Pi}_{\alpha} = 1/8$ сведен в таблицу № 1.

2. Найдем необходимые значения эффективных полос пропускания всех мод при однородных поверхностях кинозала по формуле (4.86), например, для $f_{4,1,1}$:

$$\Delta f_{4,1,1} = \frac{\alpha c}{4 \ell_{4,1,1}} = \frac{0,16 \cdot 34 \cdot 10^2}{4 \cdot 4,4} = 2,95 \text{ Гц}$$

где средняя длина свободного пробега находится из формул (4.49), (4.53) или (4.55), например, для $f_{4,2,0}$

$$\ell_{4,2,0} = \frac{c}{2} \sqrt{(n_x/\ell_x)^2 + (n_y/\ell_y)^2} / \sqrt{(n_x/\ell_x)^2 + (n_y/\ell_y)^2} / \sqrt{1/12^2 + 1/12^2} = 6,5 \text{ м}$$

а также время стандартной реверберации по (4.92), например для $f_{5,0,0}$

$$T_{5,0,0} = 4,05 \cdot 10^{-2} \frac{\ell_i}{\bar{\alpha}} = \frac{4 \cdot 10^{-2} \cdot 12}{0,16} = 3 \text{ с}$$

Эти и остальные данные по другим модам также покажем в таблице № 1. Таблица № 1

i	n_x	n_y	n_z	$\bar{\Pi}_i$	$f_i, \text{ Гц}$	$\ell_i, \text{ м}$	$\Delta f_{3\text{дБ}}, \text{ Гц}$	$T_i, \text{ с}$	$\Delta N_i, \text{ дБ}$
1	1	2	1	1/8	63	3,9	3,9	1,0	-21,0
2	1	4	1	1/4	68	5,1	2,6	1,4	-13,9
3	2	0	1	1/8	68	3,9	3,3	1,0	-21,0
4	2	0	3	1/2	71	7,2	1,8	1,8	-6,4
5	5	5	0	1/2	71	12	1,1	3,0	-4,3
6	4	4	1	1/8	73	4,4	2,9	1,1	-20,0
7	4	4	1	1/4	74	6,5	2,0	1,6	-13,0
8	3	0	1	1/8	75	4,0	3,2	1,0	-21,0
9	3	0	2	1/2	76	4,5	2,9	1,1	-8,4
10	0	1	2	1/4	77	4,2	3,1	1,1	-15,0
11	1	2	0	1/4	77	6,3	2,0	1,6	-13,0
12	0	1	2	1/4	79	3,9	3,3	1,0	-15,0

3. В последнюю графу таблицы внесем значения относительного уровня мод по формуле (4.94, б). Например, для $f_{0,3,0}$ получим

$$\Delta N_{0,3,0} = 10 \lg \frac{\ell_{0,3,0} \bar{\Pi}_{\alpha}^2}{\sum_i \ell_i \bar{\Pi}_i^2} = \frac{12 \cdot (1/2)^2}{3,9(1/2)^2 + 5,1(1/4)^2 + 3,9(1/2)^2 + \dots + 6,3(1/4)^2 + 3,9(1/2)^2} = 10 \lg \frac{3}{13} = -6,4 \text{ дБ}$$

4. По результатам расчета построим графики (рис. 1) зависимостей относительного уровня мод ΔN_i (нумерация соответствует таблице № 1) при соответствующих полосах пропускания Δf_i от частоты. Как видно, преобладают осевые моды $f_{0,3,0}$, $f_{5,0,0}$ и $f_{0,2,2}$ с высокими уровнями, которые по существу и определяют неравномерность АЧХ звукопередачи. АЧХ звукопередачи по результатам суммирования уровней мод на отдельных частотах обозначена пунктирной линией.

5. Сравним суммарный относительный уровень всех мод на среднегеометрической частоте заданной полосы $f_c = \sqrt{f_{НН} \cdot f_{НВ}} = \sqrt{63 \cdot 80} = 71 \text{ Гц}$.

$$N_{\Sigma}(71) = 10 \lg (1 + 10^{-6,4} + \dots + 10^{-21,0}) = 10 \lg (1 + 10^{-13} + 10^{-21} + 10^{-20,0} + 10^{-20,0} + 10^{-20,0} + 10^{-13} + 10^{-21} + 10^{-20,0} + 10^{-15} + 10^{-13} + 10^{-15}) = 1,2 \text{ дБ}$$

с уровнем по формуле (4.89) $\Delta N_y = 10 \lg (1 + \frac{c}{2f_c \ell}) = 1,6 \text{ дБ}$

и поправкой Ватерхауза (4.90) $\Delta N_B = 10 \lg (1 + \frac{cS}{8f_c V}) = 0,2 \text{ дБ}$.

Как видно, ΔN_y имеет лучшее приближение к N_{Σ} , чем N_B .

4.4. Реверберация собственных колебаний.

Рассмотренное выше стационарное состояние, когда в помещении возбуждаются с тем или иным уровнем различные группы мод, возможно лишь тогда, когда в спектре сигнала есть составляющие, равные или близкие собственным частотам. Такое положение наблюдается, если сигнал имеет широкий спектр или импульсный характер с достаточной скажностью. При выключении сигнала или в его паузах процесс реверберации, который заключается в затухании собственных колебаний (мод), дает остаточное звучание с примерно таким же спектральным составом, который был задан источником в установившемся режиме. Следовательно, в области высоких частот (при $f > f_{НВ}$), где число мод достаточно велико, характер переходных процессов описывается достаточно легко с помощью методов статистической теории. В области же низких частот (при $f < f_{НВ}$) из-за малого количества мод послезвучание не подчиняется статистике и здесь необходим более тонкий структурный анализ.

Классический метод анализа процесса затухания по волновой теории [4.16, 4.26] заключается в том, что затухание собственных колебаний учитывается в (4.38) комплексным показателем $(\omega_{k,y,z} - \delta_{k,y,z})t$ экспоненты. Соответственно, его решение (4.44) также принимает комплексный характер и дает следующее выражение для действительной части

коэффициента затухания мод косоуго, а также касательного и осевого-
типа, т.е.:

$$\delta_i = \frac{\rho c^2}{2} \frac{\int_S \sigma_i p_i^2 ds}{\int_V p_i^2 dV}, \quad (4.95)$$

где σ_i - активная удельная механическая проводимость поверхностей помещения.

По существу, коэффициент затухания, численно равный обратной величине "добротности" помещения, определяется отношением средней энергии на его поверхностях к средней энергии в его объеме. А добротность помещения (и мод с большими ℓ_i) будет возрастать с увеличением объема, так как при одной и той же форме помещения объем увеличивается быстрее, чем площадь поверхностей. С этой точки зрения добротность помещений кубической или шаровой формы будет меньше добротности параллелепипеда того же объема.

Следует отметить, что для свободных колебаний затухание мод, связанное с проводимостью и коэффициентом звукопоглощения отдельных поверхностей помещения, приобретает особое значение. Интерференционные процессы, возникающие в процессе затухания, практически малозаметные в режиме вынужденных колебаний из-за наличия прямой энергии, здесь проявляют себя более отчетливо. При этом характер затухания будет определяться "весом" коэффициентов затухания (звукопоглощения) тех или иных интерферирующих мод.

Соотношения между активной проводимостью поверхностей σ_i помещения и групповым коэффициентом звукопоглощения α_i для трех видов волн удобно найти с использованием статистического приближения (4.85), тогда

$$\alpha_i = 2\delta_i \frac{4V}{cS} = 4\rho c \frac{\frac{1}{S} \int_S \sigma_i p_i^2 dS}{\frac{1}{V} \int_V p_i^2 dV}. \quad (4.96)$$

Если положить, что на каждой грани прямоугольного помещения σ_i постоянна, но меняется от одной грани к другой так, что σ_1 и σ_2 имеют свои значения на гранях, перпендикулярных распространению звуковых вдоль оси X, σ_3 и σ_4 - на гранях вдоль

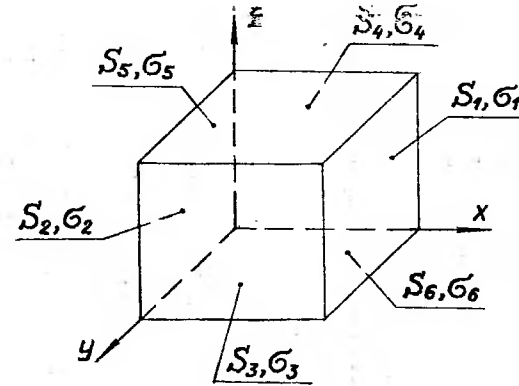


Рис. 4.12. Распределение акустической проводимости σ_i на поверхностях помещения

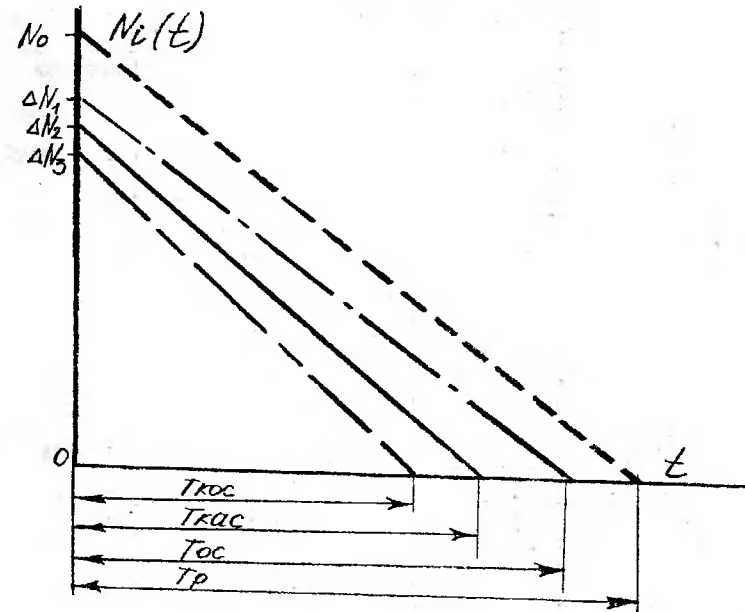


Рис. 4.13. Характер затухания собственных колебаний при "высоком" уровне осевых мод

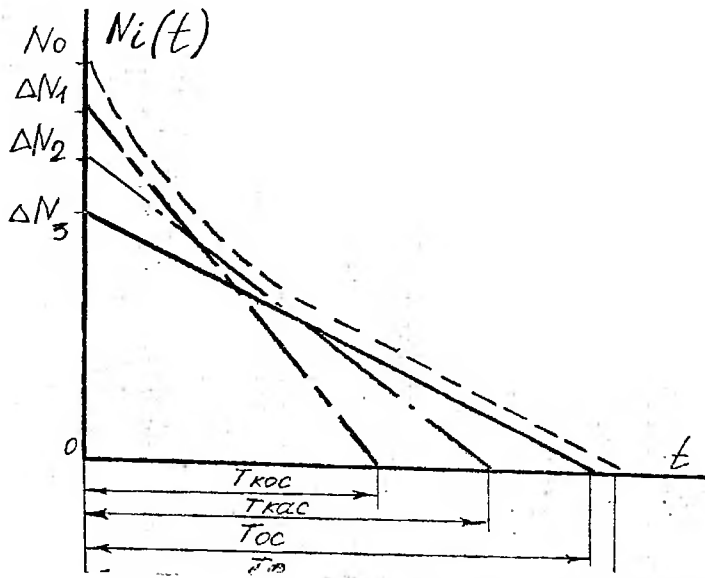


Рис. 4.14. Характер затухания собственных колебаний при "вноском" уровне косых (касательных) мод

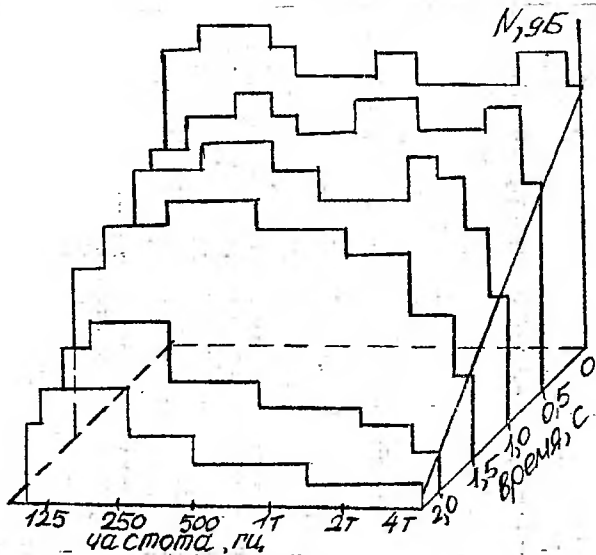


Рис. 4.15. Примерный характер затухания собственных колебаний помещений при различных частотах

оси Y и σ_5, σ_6 - оси Z (рис. 4.12), то числитель в правой части (4.96) для, например, косых волн будет: $e_y e_z$

$$\begin{aligned}
 \chi_{x,y,z} &= \frac{1}{S} \int_{\xi} p^2(x,y,z) dS = \frac{A_{x,y,z}^2}{S} \left[(\sigma_1 + \sigma_2) \int_0^{e_x} \int_0^{e_y} \cos^2 \frac{n_y \pi}{e_y} y \times \right. \\
 & \times \cos^2 \frac{n_x \pi}{e_x} x \cdot dy \cdot dx + (\sigma_3 + \sigma_4) \int_0^{e_x} \int_0^{e_z} \cos^2 \frac{n_x \pi}{e_x} x \cdot \cos^2 \frac{n_z \pi}{e_z} z \cdot dx \cdot dz + \\
 & \left. + (\sigma_5 + \sigma_6) \int_0^{e_x} \int_0^{e_y} \cos^2 \frac{n_x \pi}{e_x} x \cdot \cos^2 \frac{n_y \pi}{e_y} y \cdot dx \cdot dy \right] = \frac{A_{x,y,z}^2}{4S} (\sigma_1 S_1 + \sigma_2 S_2 + \dots + \sigma_6 S_6),
 \end{aligned}$$

где $p(x,y,z)$ - амплитуда звукового давления для косых мод (4.44); $S_1 = S_2 = S_{yz}, S_3 = S_4 = S_{xz}, S_5 = S_6 = S_{xy}$ - площади соответствующих граней помещения.

Знаменатель выражения (4.96) для косых волн найдется более

просто $e_x e_y e_z$

$$\beta = \frac{A_{x,y,z}^2}{V} \int_0^{e_x} \int_0^{e_y} \int_0^{e_z} \cos^2 \frac{n_x \pi}{e_x} x \cdot \cos^2 \frac{n_y \pi}{e_y} y \cdot \cos^2 \frac{n_z \pi}{e_z} z \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \frac{A_{x,y,z}^2}{V} \frac{e_x e_y e_z}{8} = \frac{A_{x,y,z}^2}{8}$$

Тогда групповой коэффициент звукопоглощения для мод косого типа будет равен

$$\alpha_{x,y,z} = \frac{8\rho c}{S} [S_{yz}(\sigma_1 + \sigma_2) + S_{xz}(\sigma_3 + \sigma_4) + S_{xy}(\sigma_5 + \sigma_6)] \quad (4.97)$$

При однородных поверхностях помещения, когда $\sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_6 = \sigma$, получим

$$\alpha_{x,y,z} = 8\rho c \sigma, \quad (4.98)$$

что однозначно определяет связь между $\alpha_{x,y,z}$ и проводимостью поверхностей σ , следовательно, $\alpha_{x,y,z}$ имеет наибольшее приближение к среднему диффузному коэффициенту звукопоглощения $\bar{\alpha}$, когда характер затухания энергии подчиняется экспоненциальной зависимости.

Следовательно, стандартное время реверберации для косых мод, в зависимости от величины σ , может быть найдено с хорошим приближением по формулам Сэбина или Эйринга

$$T_{\text{кос}} = \frac{0,16V}{\alpha_{x,y,z} S} \quad \text{или} \quad T_{\text{кос}} = \frac{0,16V}{S \ln(1 - \alpha_{x,y,z})}$$

где $\alpha_{x,y,z} = \alpha$ - средний коэффициент звукопоглощения.

Активная составляющая проводимости σ , обратно-пропорциональная активной составляющей акустического сопротивления, зависит от свойств звукопоглощающих материалов, используемых при обработке поверхности помещения. Для жестких поверхностей (кирпич, бетон, ...) без обработки σ мала и по существу, определяется вязким сопротивлением трения воздуха (2.14).

Аналогично (4.97), используя (4.96), найдем групповые (для отдельных поверхностей) коэффициенты звукопоглощения для волн касательного типа. Так, например, для волн, распространяющихся параллельно граням XY, получим значения числителя

$$\begin{aligned}
 U_{x,y} &= \frac{A_{x,y}^2}{S} \left[(\sigma_1 + \sigma_2) \int_0^{e_y} \int_0^{e_z} \cos^2 \frac{n_y \pi}{e_y} y \, dy \, dz + (\sigma_3 + \sigma_4) \int_0^{e_x} \int_0^{e_z} \cos^2 \frac{n_x \pi}{e_x} x \, dx \, dz + \right. \\
 &+ (\sigma_5 + \sigma_6) \int_0^{e_x} \int_0^{e_y} \cos^2 \frac{n_x \pi}{e_x} x \cos^2 \frac{n_y \pi}{e_y} y \, dx \, dy \left. \right] = \frac{A_{x,y}^2}{S} \left[(\sigma_1 + \sigma_2) \frac{e_y e_z}{2} + \right. \\
 &+ (\sigma_3 + \sigma_4) \frac{e_x e_z}{2} + (\sigma_5 + \sigma_6) \frac{e_x e_y}{4} \left. \right] = \frac{A_{x,y}^2}{2S} [(\sigma_1 + \sigma_2) S_{y,z} + (\sigma_3 + \sigma_4) S_{x,z} + (\sigma_5 + \sigma_6) \frac{S_{xy}}{2}]
 \end{aligned}$$

и знаменателя

$$Z_{x,y} = \frac{1}{V} \int_V p^2(x,y) dV = \frac{A_{x,y}^2}{V} \int_0^{e_x} \int_0^{e_y} \int_0^{e_z} \cos^2 \frac{n_x \pi}{e_x} x \cos^2 \frac{n_y \pi}{e_y} y \, dx \, dy \, dz = \frac{A_{x,y}^2}{4}$$

где $p(x,y)$ - амплитуда звукового давления для касательных (XY) мод (4.51).

Следовательно, групповые коэффициенты звукопоглощения для касательных (XY), а также (XZ) и (YZ), будут равны

$$\begin{aligned}
 \alpha_{x,y} &= \frac{8\rho c}{S} \left[S_{y,z}(\sigma_1 + \sigma_2) + S_{x,z}(\sigma_3 + \sigma_4) + \frac{S_{xy}}{2}(\sigma_5 + \sigma_6) \right], \\
 \alpha_{x,z} &= \frac{8\rho c}{S} \left[S_{y,z}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{S_{x,z}}{2}(\sigma_3 + \sigma_4) + S_{xy}(\sigma_5 + \sigma_6) \right], \quad (4.99) \\
 \alpha_{y,z} &= \frac{8\rho c}{S} \left[\frac{S_{y,z}}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + S_{x,z}(\sigma_3 + \sigma_4) + S_{xy}(\sigma_5 + \sigma_6) \right].
 \end{aligned}$$

При однородной обработке $\sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_6 = \sigma$, очевидно, получим

$$\begin{aligned}
 \alpha_{x,y} &= 8\rho c \sigma \left(1 - \frac{S_{xy}}{S}\right) = 8\rho c \sigma \left(\frac{2S_{xz} + 2S_{yz}}{S}\right) = m_{x,y} \alpha_{x,y,z}, \\
 \alpha_{x,z} &= 8\rho c \sigma \left(1 - \frac{S_{xz}}{S}\right) = 8\rho c \sigma \left(\frac{2S_{xy} + 2S_{yz}}{S}\right) = m_{x,z} \alpha_{x,y,z}, \quad (4.100)
 \end{aligned}$$

$$\alpha_{y,z} = 8\rho c \sigma \left(1 - \frac{S_{yz}}{S}\right) = 8\rho c \sigma \left(\frac{2S_{xy} + 2S_{xz}}{S}\right) = m_{y,z} \alpha_{x,y,z}.$$

Более удобно выразить (4.99) или (4.100) через заданные соотношения между e_x , e_y и e_z . Тогда, к примеру, при $e_x : e_y : e_z = 5 : 3 : 2$ в (4.100) m_i по соответствующей конфигурации (частоте) моды ($n_x = 1, 2, \dots$, $n_y = 1, 2, \dots$, $n_z = 0$; $n_x = 1, 2, \dots$, $n_z = 1, 2, \dots$, $n_y = 0$ или $n_x = 0$, $n_y = 1, 2, \dots$, $n_z = 1, 2, \dots$) получит определенное числовое значение, т.е.

$$\alpha_{x,y} = 0,5 \alpha_{x,y,z}, \quad \alpha_{x,z} = 0,7 \alpha_{x,y,z} \quad \text{и} \quad \alpha_{y,z} = 0,8 \alpha_{x,y,z}. \quad (4.101)$$

Следовательно, для касательных мод, в отличие от косых, коэффициенты звукопоглощения зависят от направления распространения (n_x, n_y, n_z), а время реверберации не подчиняется статистической трактовке и оказывается больше $T_{x,y,z}$. Действительно, здесь

$$e_{i, \text{кас}} > e_{x,y,z} \approx 4V/S \quad \text{и} \quad m_i < 1, \quad \text{тогда из (4.92)}$$

$$T_{x,y} = \frac{4 \cdot 10^{-2} e_{x,y}}{m_{x,y} \alpha_{x,y,z}}; \quad T_{x,z} = \frac{4 \cdot 10^{-2} e_{x,z}}{m_{x,z} \alpha_{x,y,z}} \quad \text{и} \quad T_{y,z} = \frac{4 \cdot 10^{-2} e_{y,z}}{m_{y,z} \alpha_{x,y,z}} \quad (4.102)$$

Как видно, затухание касательных мод, так же как и возбуждение, в общем случае происходит с меньшей скоростью, чем косых, и за более продолжительное время. Следует отметить, что касательные моды, впрочем так же как и косые, не могут быть возбуждены без возникновения, в первую очередь, "входящей" в конфигурацию сложной моды той или иной осевой волны. Причем оказывается, что последняя из-за другого коэффициента звукопоглощения (затухания) может вызывать нарушение (излом) в результирующей кривой затухания.

Коэффициенты звукопоглощения по (4.96) для трех видов X, Y, Z осевых волн можно найти, используя подстановки вида (4.54). Тогда получим соответственно

$$\begin{aligned}
 \alpha_x &= \frac{8\rho c}{S} \left[S_{y,z}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{S_{x,z}}{2}(\sigma_3 + \sigma_4) + \frac{S_{xy}}{2}(\sigma_5 + \sigma_6) \right], \\
 \alpha_y &= \frac{8\rho c}{S} \left[\frac{S_{y,z}}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + S_{x,z}(\sigma_3 + \sigma_4) + \frac{S_{xy}}{2}(\sigma_5 + \sigma_6) \right], \quad (4.103) \\
 \alpha_z &= \frac{8\rho c}{S} \left[\frac{S_{y,z}}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{S_{x,z}}{2}(\sigma_3 + \sigma_4) + S_{xy}(\sigma_5 + \sigma_6) \right],
 \end{aligned}$$

где, допуская $\sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_6 = \sigma$, получим

$$\alpha_x = 8\rho c \sigma \left(1 - \frac{S_{xy} + S_{xz}}{S}\right) = 8\rho c \sigma \frac{S_{yz}}{S} = m_x \alpha_{x,y,z},$$

$$\alpha_y = 8\rho c \sigma \left(1 - \frac{S_{xy} + S_{yz}}{S}\right) = 8\rho c \sigma \frac{S_{xz}}{S} = m_y \alpha_{x,y,z}, \quad (4.104)$$

$$\alpha_z = 8\rho c \sigma \left(1 - \frac{S_{zy} + S_{zx}}{S}\right) = 8\rho c \sigma \frac{S_{xy}}{S} = m_z \alpha_{x,y,z}.$$

Численную связь посредством значений m_x, m_y, m_z между $\alpha_{x,y,z} = \bar{\alpha}$ и $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ найдем по заданному соотношению между размерами помещения. Например, для $l_x : l_y : l_z = 5 : 3 : 2$, такая будет:

$$\alpha_x \approx 0,2\bar{\alpha}, \quad \alpha_y \approx 0,3\bar{\alpha} \quad \text{и} \quad \alpha_z \approx 0,5\bar{\alpha}. \quad (4.105)$$

Таким образом, время реверберации зависит не только от размеров и акустической обработки помещения, но и от вида собственных колебаний, причем для осевых волн оно оказывается наибольшим

$$T_x = 4 \cdot 10^{-2} \frac{l_x}{\alpha_x}, \quad T_y = 4 \cdot 10^{-2} \frac{l_y}{\alpha_y} \quad \text{и} \quad T_z = 4 \cdot 10^{-2} \frac{l_z}{\alpha_z}. \quad (4.106)$$

В итоге легко убедиться, что суммарное поглощение (затухание) зависит от "осевых" (средних) коэффициентов на поверхностях S_{xy}, S_{yz}, S_{xz} :

$$\bar{\alpha} = \alpha_{x,y,z} = \alpha_x + \alpha_y + \alpha_z \quad \text{и} \quad \delta = \delta_x + \delta_y + \delta_z, \quad (4.107)$$

поскольку определяется очевидными равенствами

$$\frac{S_{xy}}{S} + \frac{S_{xz}}{S} + \frac{S_{yz}}{S} = 1 \quad \text{и} \quad \frac{\nu_x}{\nu} + \frac{\nu_y}{\nu} + \frac{\nu_z}{\nu} = 1$$

и приводит к известному (3.69) результирующему процессу затухания в виде

$$E_c(t) = E_{ox} e^{-\nu_x a_x t} + E_{oy} e^{-\nu_y a_y t} + E_{oz} e^{-\nu_z a_z t}, \quad (4.108)$$

где $\nu_x + \nu_y + \nu_z = \nu$ — сумма числа отражений от всех поверхностей помещения за время t ;

$a_x = -\ln(1 - \alpha_x), a_y = -\ln(1 - \alpha_y)$ и $a_z = -\ln(1 - \alpha_z)$ — соответственно реверберационный (средний) коэффициент звукопоглощения на поверхностях S_{yz}, S_{xz} и S_{xy} .

Если в (4.108) использовать аналогию (по теореме $\Delta t \cdot \Delta t \approx 1$)

числа отражений за время Δt с числом собственных частот, то можно сделать вывод о том, что первые отражения являются следствием возбуждения (затухания) осевых мод, вторые отражения — касательных, а третьи и более высоких порядков — косых мод.

Формальное наличие (по расчету) осевых мод в составе косых и касательных мод является необходимым, но не достаточным условием для их возбуждения из-за случайных фазовых соотношений между составляющими. Иначе сложные моды возбуждаются и существуют лишь тогда, когда обеспечивается конструктивная интерференция между осевыми составляющими, которая определяется равенством суммы квадратов их направляющих косинусов (4.48) единице, т.е.

$$\cos^2 \theta_x + \cos^2 \theta_y + \cos^2 \theta_z = 1. \quad (4.109)$$

Выполнение равенства (4.109) обеспечивает энергетическое суммирование, в других случаях присутствует интерференционные добавки, которые случайным образом увеличивают или уменьшают общую энергию сложной моды.

Особо следует отметить, что анализ результирующего процесса затухания (возбуждения) всех составляющих в любом частотном интервале диапазона $f_{нн} \dots f_{нв}$ нельзя проводить изолированно от процессов затухания (возбуждения) в соседних более низких полосах, где происходит формирование "базовых" осевых мод. Случайность этого и ряда перечисленных факторов приводит к необходимости использования здесь предложенного Арау [4.27] нормально-логарифмического распределения коэффициентов звукопоглощения, где скорость затухания каждой моды определяется относительно некоторой средней, характерной для однородного звукового поля. Тогда, подобно (2.77), процесс затухания будет описываться зависимостью

$$E_c(t) = \prod_1^3 E_i(t) = E_0 e^{-\nu \bar{\alpha} t}, \quad (4.110)$$

где $\bar{\alpha} = \alpha_{x,y,z}$ — средний коэффициент звукопоглощения, выражаемый через сумму коэффициентов, взвешенных по площади помещения.

Следовательно, результирующая реверберация всех мод в полосе при стандартном значении $E(t)/E_0 = 10^{-6}$ будет

$$T_{60}(\Delta f) = \prod_i^H T_i^{S_i/S} = \left[\frac{4 \cdot 10^{-2} \rho_1}{\alpha_1} \right]^{S_1/S} \cdot \left[\frac{4 \cdot 10^{-2} \rho_2}{\alpha_2} \right]^{S_2/S} \cdot \dots \cdot \left[\frac{4 \cdot 10^{-2} \rho_i}{\alpha_i} \right]^{S_i/S}, \quad (4.III)$$

где H – число собственных частот в интервале Δf .

Естественно, что моды, имеющие наибольшую реверберацию и наибольший уровень в установившемся режиме в основном будут влиять и на длительность (временную характеристику) переходных процессов в данном частотном интервале. Действительно, имея связь между мгновенным затухающим и установившемся значениями звукового давления любой моды из (4.84) в виде:

$$p_{i,3}(t) = p_{c,0} e^{-\delta_i t}$$

или, переходя к уровню по среднеквадратическим значениям:

$$N_i(t) = 20 \lg(p_{i,3}(t)/p_{c,0}) = -60t/T_i \quad (4.II2)$$

мы легко можем построить график процесса затухания этой моды при заданном T_i . Затухание по линейному закону будет наблюдаться (рис.4.13), если в данном Δf преобладают осевые (длинно-периодные) моды высокого уровня. Результирующая кривая не будет подчиняться линейной зависимости, если уровень касательных и, тем более, косых мод больше уровня осевых мод (рис.4.14). В этом случае по суммарной кривой можно определить, кроме T_{60} , время реверберации ранних отражений T_{10} или T_{15} , особенно влияющих, в контрасте с T_{60} , на слуховое восприятие.

Таким образом, можно ожидать, что в более высокочастотных интервалах и малых временах (рис.4.15) начнут преобладать касательные моды (по количеству), которые со своим значением T_i вызовут излом кривой затухания. Подобная картина будет наблюдаться и на более высоких частотах, где начнут преобладать косые моды. В этих случаях понятие стандартной реверберации теряет смысл. В дальнейшем кривая затухания будет приближаться к прямой, поскольку реверберационный процесс будет определяться лишь косыми модами, а зву-

ковое поле будет близко к диффузному.

Подобным образом можно построить графики, характеризующие частные и результирующие процессы нарастания энергии мод в данном частотном интервале с той лишь разницей, что расчет соответствует зависимости:

$$p_{i,n}(t) = p_{c,0} (1 - e^{-\delta_i t})$$

Рассмотренные соотношения позволяют с достаточной точностью определить характер затухания или нарастания, соответствующие критерии качества помещения и необходимость акустической обработки для любой выбранной полосы частот, если имеются данные по значениям α материалов для низких частот.

Проведенный анализ на примере помещения правильной формы можно распространить и на залы любой иной формы. В этом случае число собственных частот заключается между соответствующими значениями для вписанного и описанного параллелепипеда. С этой точки зрения первый член формул (4.62) или (4.70) сохраняет свое значение для объемов любой формы, но сравнительно большого объема. Для помещений малого объема (до 200 куб.м.) больший вес приобретает третье слагаемое указанных формул, определяя тем самым "реактивное" усиление помещения. Второй член имеет менее универсальный характер и его следует учитывать для любых форм и объемов помещений.

Пример 4.4. Найти результирующее время стандартной реверберации всех собственных частот, используя волновой подход, для Малого зала Ленинградской филармонии им.М.И. Глинки с размерами 31х15х9 м в 1/3 октавной полосе с центральной частотой 25 Гц, если средний коэффициент звукопоглощения равен 0,15.

Решение.

1. Найдем значения собственных частот (по расчету ЭВМ) зала для диапазона 22,4 ... 28,2 Гц с центральной частотой 25 Гц. Например, для осевой моды $f_{5,20}$ будем иметь

$$f_{5,20} = \frac{n_x c}{2L_x} = \frac{5 \cdot 34 \cdot 10^2}{2 \cdot 31} = 27,4 \text{ Гц}$$

Данные по расчету f_i выишем в таблицу № I.

2. По формулам (4.49), (4.53) и (4.55) вычислим средние длины свободного пробега для всех мод, входящих в заданный частотный интервал. Например, для моды $f_{2,20}$ получим

$$l_{2,20} = \frac{2f_{2,20}}{c} \left(\frac{n_x}{2L_x} + \frac{n_y}{2L_y} \right) = \frac{2 \cdot 25,2}{34 \cdot 10^2} \left(\frac{2}{31} + \frac{2}{15} \right) = 136 \text{ м.}$$

Результаты расчета l_i выишем в таблицу № I.

Таблица № I

Наименование и номера мод	Параметры мод в полосе 22,4 ... 28,2 Гц							
	n_x	n_y	n_z	f_i , Гц	l_i , м	$\bar{\Pi}_i^2$	ΔN_i , дБ	T_i , макс с
Осевые	1	0	2	0	22,7	15		
	2	5	0	0	27,4	31	1/2	-1,8
	3	1	2	0	23,3	13,9		
	4	4	1	0	24,7	17,0		
Касательные	5	2	2	0	25,2	13,6	1/4	-5
	6	3	2	0	28,0	18,3		
	7	3	0	1	24,9	9,5		
Косые	8	1	1	1	22,7	7,5		
	9	2	1	1	24,6	7,7	1/8	-17
	10	3	1	1	27,5	8,2		

3. По полученным значениям l_i и $\bar{\Pi}_i^2$ можно определить значения относительных уровней для каждой моды. Однако в данном случае это не имеет смысла, поскольку нас интересует результирующее время реверберации всех мод. Поэтому найдем групповые относительные уровни для осевых, касательных и косых мод. Например, для относительного уровня трех косых мод будем иметь

$$\Delta N_{c, \text{кос}}(\Delta f) = 10 \lg \frac{\sum_{i=1}^{N_{\text{кос}}} l_{i, \text{кос}}}{\sum_{i=1}^{N_{\text{ос}}} \bar{\Pi}_i^2 l_i} = 10 \lg \frac{\bar{\Pi}_{\text{ос}}^2 (l_{1, \text{ос}} + l_{2, \text{ос}} + l_{3, \text{ос}})}{\bar{\Pi}_{\text{кос}}^2 (l_{1, \text{кос}} + l_{2, \text{кос}} + l_{3, \text{кос}}) + \bar{\Pi}_{\text{кас}}^2 (l_{1, \text{кас}} + l_{2, \text{кас}} + l_{3, \text{кас}}) + \bar{\Pi}_{\text{ос}}^2 (l_{1, \text{ос}} + l_{2, \text{ос}} + l_{3, \text{ос}})}$$

$$= 10 \lg \frac{\frac{1}{16} (7,5 + 7,7 + 8,2)}{\frac{1}{4} (31 + 15) + \frac{1}{16} (13,9 + 17,0 + 13,9 + 18,3 + 9,5) + \frac{1}{64} (7,5 + 7,7 + 8,2)} = -17,9 \text{ дБ.}$$

Последний результат вместе с групповыми $\Delta N_{c, \text{ос}}$ и $\Delta N_{c, \text{кас}}$ внесем в таблицу № I.

4. Результирующее время стандартной реверберации в заданной полосе найдем по формуле Арау, где будем использовать средние значения средней длины свободного пробега и стандартной реверберации для осевых

$$l_{\text{ос, ср}} = \frac{2V}{S_{zy}} = \frac{2l_x l_y l_z}{2l_y l_z} = l_x = 31 \text{ м,}$$

$$T_{\text{ос, ср}} = 4 \cdot 10^{-2} \frac{l_{\text{ос, ср}}}{\bar{\alpha}} = \frac{4 \cdot 10^{-2} \cdot 31}{0,15} = 8,3 \text{ с,}$$

касательных

$$l_{\text{кас, ср}} = \frac{3V}{S_{zy} + S_{xz}} = \frac{3l_x l_y l_z}{2(l_z l_y + l_x l_z)} = \frac{3l_x l_y}{2(l_y + l_x)} = \frac{3 \cdot 31 \cdot 15}{2(31 + 15)} = 15 \text{ м,}$$

$$T_{\text{кас, ср}} = 4 \cdot 10^{-2} \frac{l_{\text{кас, ср}}}{\bar{\alpha}} = \frac{4 \cdot 10^{-2} \cdot 15}{0,15} = 4 \text{ с}$$

и косых мод

$$l_{\text{кос, ср}} = \frac{4V}{2(S_{xy} + S_{xz} + S_{yz})} = \frac{4l_x l_y l_z}{2(l_x l_y + l_x l_z + l_y l_z)} = \frac{4 \cdot 31 \cdot 15 \cdot 9}{1,8 \cdot 10^2} = 9 \text{ м,}$$

$$T_{\text{кос, ср}} = 4 \cdot 10^{-2} \frac{l_{\text{кос, ср}}}{\bar{\alpha}} = 4 \cdot 10^{-2} \cdot 9 / 0,15 = 2,4 \text{ с,}$$

где S_{yz} , S_{xz} и S_{xy} - соответственно площади параллельных поверхностей при распространении звуковых волн вдоль осей x, y, z. Частные значения коэффициентов звукопоглощения на поверхностях

S_{yz} , S_{xz} и S_{xy} найдутся (если не заданы) из соотношения

$$\bar{\alpha} = \alpha_x + \alpha_y + \alpha_z = \alpha_{S_{yz}/S} \cdot \alpha_{S_{xz}/S} \cdot \alpha_{S_{xy}/S},$$

где $S = S_{yz} + S_{xz} + S_{xy}$ - общая площадь поверхностей зала. Тогда

$$\bar{\alpha}_{\text{ос}} \approx \alpha_{S_{yz}/S} = 0,15^{270/1760} \approx 0,02,$$

$$\bar{\alpha}_{\text{кас}} \approx \alpha_{S_{xz}/S} = 0,15^{560/1760} \approx 0,05,$$

$$\bar{\alpha}_{\text{кос}} \approx \alpha_{S_{xy}/S} = 0,15^{930/1760} \approx 0,08,$$

а результирующее время реверберации будет

$$T_{\text{Р,60}} = [4 \cdot 10^{-2} l_{\text{ос}} / \bar{\alpha}_{\text{ос}}]^{S_{yz}/S} [4 \cdot 10^{-2} l_{\text{кас}} / \bar{\alpha}_{\text{кас}}]^{S_{xz}/S} [4 \cdot 10^{-2} l_{\text{кос}} / \bar{\alpha}_{\text{кос}}]^{S_{xy}/S} = \left[\frac{4 \cdot 10^{-2} \cdot 31}{0,02} \right]^{0,15} \left[\frac{4 \cdot 10^{-2} \cdot 15}{0,05} \right]^{0,15} \left[\frac{4 \cdot 10^{-2} \cdot 9}{0,08} \right]^{0,15} = 8,7 \text{ с,}$$

что несколько больше максимального времени ревербераций для осевых мод в заданной частотной полосе.

Рассмотренные трактовки акустических процессов в помещениях позволяют перейти к изложению вопросов, связанных с выбором оптимальных звукопоглощающих и звукоизолирующих конструкций для обеспечения требуемых уровней мультипликативных и аддитивных акустических помех.

Литература

- 3.1. Чигринский Г.А. Картина отражений и ее применение в архитектурной акустике. - М.: ДАН СССР, 1939, Т. XXIII, № 7. - С. 15 - 21.
- 3.2. Розенберг Л.Д. Метод расчета звуковых полей, образованных распределенными системами излучателей, работающих в закрытых помещениях. - М.: ЖТФ, 1942, Т. I2, № 4. - С. 27 - 35.
- 3.3. Бреховский Л.М. Пределы применимости некоторых приближенных методов, употребляемых в архитектурной акустике. - М.: УАН, 1947, Т. 32, № 4. - С. 53 - 61.
- 3.4. Ашихмина Н.В. Аналитическое решение задачи расчета структуры первых отражений в помещении. Сб. науч. трудов НИИЖИ, М., 1982. - С. 10 - 17.
- 3.5. Снижение шума в зданиях и жилых районах / Г.Л.Осипов и др.; Под ред. Г.Л.Осипова, Е.Я.Юдина. - М.: Стройиздат, 1987. - 558 с.
- 3.6. Скучик Е. Основы акустики. - М.: Изд. иностр. лит-ры, 1959, т.2. - 565 с.
- 3.7. Велижанина К.А., Воронина Н.Н., Кодымская Е.С. Исследование импеданса звукопоглощающих систем при наклонном падении звука // Акуст. журнал, 1971, Т. XVII, Вып. 2. - С. 229 - 234.
- 3.8. *Larsen H. Reverberation Process at Low Frequencies. - Printed in Denmark, K. Larsen and son, Technical Review, 1978, № 4. - 42 p.*
- 3.9. Качерович А.Н. Акустическое оборудование киностудий и театров. - М.: Искусство, 1980. - 239 с.
- 3.10. *Bezaneck L.I. Music, Acoustics and Architecture. - New York - London: John Willey and Sons, 1962. - 586 p.*
- 3.11. Ганус К. Архитектурная акустика. - М.: Госстройиздат, 1963. - 78 с.
- 3.12. *Rettinger M. Acoustic considerations in Design of Recording Studios. - JAES, 1961, № 3, p. 178 - 183, 246 - 254.*
- 3.13. Радиовещание. Обзорная информация. Вып. I. Акустика радиовещательных студий. - М.: ВНИИТР, 1986. - 47 с.
- 3.14. Ведомственные нормы технологического проектирования объектов телевидения, радиовещания и телекинопроизводства: ВНТП-01-81, - М., 1982. - 73 с.
- 3.15. Йордан В.Л. Акустическое проектирование концертных залов и театров / Пер. с англ.; Под ред. Л.И.Макриненко. - М.: Стройиздат, 1986. - 170 с.
- 4.16. Море Ф. Колебания и звук. - М.-Л.: Гос. изд. технико-теор. лит-ры, 1949. - 496 с.
- 4.17. Ингерслев Ф. Акустика в современной строительной практике / Пер. с англ., под ред. И.Г.Дрейзена. - М.: Гос. изд-во лит-ры по строительству и архитектуре, 1957, - 294 с.
- 4.18. Богомолова Е.А., Давыдов В.В. Об одном подходе при акустическом проектировании видеозалов / Сб. научн. трудов Лен. ин-та киноинженеров, 1988, - С. 99 - 105.
- 4.19. Контюри Л. Акустика в строительстве / Пер. с франц., Под ред. В.В.Фурдуева. - М.: Гос. изд. лит-ры по стр-ву, архитектуре и строительным материалам, 1960. - 235 с.
- 4.20. *Bonello O.I. A new criterion for the Distribution of Normal Room Modes. - JAES, 1981, 29, № 9. - p. 597 - 605.*
- 4.21. Анерт В., Райхардт В. Основы техники звукоусиления / Пер. с нем. Под ред. Б.Г.Белкина. - М.: Радио и связь, 1984, - 320 с.
- 4.22. *Schroeder M.R. Statistical Parameters of the frequency Response Curves of Large Rooms. - JAES, 1987, Vol.34. - p. 299 - 305.*

С О Д Е Р Ж А Н И Е

- 4.23. Дрейзен И.Г. Электроакустика и звуковое вещание. - М.: Связьиздат, 1961. - 544 с.
- 4.24. *Bruel P.V. The Enigma of Sound Measurements at Low Frequencies - Technical Review, Denmark 1978, № 3. - p. 14 - 23.*
- 4.25. Беранек Л.Л. Акустические измерения / Пер. с англ., Под ред. Н.Н.Андреева. - М.: Изд. иностр. лит-ры, 1952. - 626 с.
- 4.26. Фурдуев В.В. Электроакустика. - М.-Л.: Гос. изд. технико-теор. лит-ры, 1948. - 515 с.
- 4.27. *Arau-Puchades H. An Improved Reverberation Formula. - Acustica, 1988, Vol. 65, № 4. - p. 163 - 179.*

Глава 3. Геометрические методы анализа акустических условий в помещениях	4
3.1. Основные положения геометрической теории	4
3.2. Метод построения площадок первых отражений	16
3.3. Структура первых отражений	24
3.4. Локальные критерии качества звукопередачи	43
Глава 4. Волновая акустика помещений	48
4.1. Собственные колебания воздушного объема в помещениях	48
4.2. Плотность спектра и количество собственных частот помещений	58
4.3. Передаточная функция помещения	69
4.4. Реверберация собственных колебаний	79
Литература	92