

СПЕЦИАЛИСТ

Волькенштейн В. С.

СБОРНИК ЗАДАЧ по общему курсу ФИЗИКИ

- физические основы механики
- молекулярная физика
и термодинамика
- электричество и магнетизм
- колебания и волны
- оптика
- физика атома

$$R = U / I$$
$$U = A / q$$
$$i = I / S$$
$$J = m r^2$$

В. С. ВОЛЬКЕНШТЕЙН

**СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО ОБЩЕМУ КУРСУ
ФИЗИКИ**

Для студентов технических вузов

Издание дополненное и переработанное

Санкт-Петербург
СпецЛитт
2002

УДК 378.53
В 71

В подготовке данного издания приняли участие Ю. Е. Чариков и М. А. Погарский

Волькенштейн В. С.

В71 Сборник задач по общему курсу физики. Изд. доп. и перераб. — СПб.: СпецЛит, 2002. — 327 с.

ISBN 5-299-00219-X

Настоящее издание представляет собой переработанный вариант книги «Сборник задач по общему курсу физики» того же автора. Значительная часть задач заменена на новые в соответствии с современными требованиями вузов с обычной программой по физике.

Сборник задач может частично использоваться учащимися старших классов, техникумов и ПТУ, а также преподавателями указанных учебных заведений при подготовке к занятиям.

УДК 378.53

ISBN 5-299-00219-X

© Издательство «СпецЛит», 2002

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	6
ГЛАВА I	
Физические основы механики	
§ 1. Кинематика.....	7
§ 2. Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела.....	15
§ 3. Вращательное движение твердых тел.....	34
§ 4. Механика жидкостей и газов.....	42
Ответы и решения.....	213
ГЛАВА II	
Молекулярная физика и термодинамика	
§ 5. Молекулярно-кинетическая теория.....	47
§ 6. Реальные газы.....	73
§ 7. Насыщенные пары и жидкости.....	76
§ 8. Твердые тела.....	87
Ответы и решения.....	227
ГЛАВА III	
Электричество и магнетизм	
§ 9. Электростатика.....	100
§ 10. Электрический ток.....	118
§ 11. Электромагнетизм.....	135
Ответы и решения.....	262
ГЛАВА IV	
Колебания и волны	
§ 12. Гармоническое колебательное движение и волны.....	156
§ 13. Акустика.....	166
§ 14. Электромагнитные колебания и волны.....	170
Ответы и решения.....	281

ГЛАВА V
Оптика

§ 15. Геометрическая оптика и фотометрия.....	175
§ 16. Волновая оптика.....	184
§ 17. Элементы теории относительности.....	193
§ 18. Тепловое излучение.....	195
Ответы и решения.....	290

ГЛАВА VI
Физика атома и атомного ядра

§ 19. Квантовая природа света и волновые свойства частиц.....	199
§ 20. Атом Бора. Рентгеновские лучи.....	204
§ 21. Радиоактивность.....	209
§ 22. Ядерные реакции.....	213
§ 23. Элементарные частицы. Ускорители частиц.....	218
Ответы и решения.....	297

Приложения

I. Основные единицы системы СИ.....	308
II. Единицы механических величин.....	309
III. Единицы тепловых величин.....	311
IV. Единицы электрических и магнитных величин.....	312
V. Единицы акустических величин.....	314
VI. Единицы световых величин.....	315
VII. Единицы радиоактивности и ионизирующих излучений.....	315
VIII. Связь между рационализированными и нерационализированными уравнениями электромагнитного поля.....	316
IX. График зависимости индукции B от напряженности H магнитного поля для некоторого сорта железа.....	319
X. Фундаментальные физические константы.....	319
XI. Некоторые данные о планетах Солнечной системы.....	320
XII. Астрономические постоянные.....	320
XIII. Диаметры атомов и молекул.....	321
XIV. Критические значения T_k и p_k	321
XV. Давление водяного пара, насыщающего пространство при разных температурах.....	321
XVI. Удельная теплота парообразования воды при разных температурах.....	321
XVII. Свойства некоторых жидкостей.....	322
XVIII. Свойства некоторых твердых тел.....	322
XIX. Свойства упругости некоторых твердых тел.....	323

XX. Теплопроводность твердых тел.....	323
XXI. Диэлектрическая проницаемость диэлектриков.....	323
XXII. Удельное сопротивление проводников.....	323
XXIII. Подвижности ионов в электролитах.....	324
XXIV. Работа выхода электронов из металла.....	324
XXV. Показатели преломления некоторых веществ.....	324
XXVI. Длина волны, определяющая границу K -серии рентгеновских лучей для различных материалов антиматериала.....	324
XXVII. Спектральные линии ртутной дуги.....	325
XXVIII. Массы некоторых изотопов.....	325
XXIX. Периоды полураспада некоторых радиоактивных элементов.....	325
XXX. Названия, символы и атомные массы химических элементов.....	326

ПРЕДИСЛОВИЕ

Первое издание задачника вышло в свет в 1958 году. Все последующие издания печатались без существенных изменений. В настоящее время уровень подготовки по физике в средних школах намного вырос по сравнению с предыдущими десятилетиями, и потому многие задачи сборника рождаются без труда учащимися старших классов и не представляют в дальнейшем интереса для студентов. В настоящем издании включено большое число новых задач, которые делают задачник более многогранным — в нем присутствует по-прежнему достаточное число простых задач, но имеются и более сложные, разного уровня трудности. Такие задачи в тексте отмечены *. В предыдущих изданиях также приводилось излишне подробное рассмотрение решений многих задач, не стимулирующее самостоятельную работу студента. В настоящем издании подобное объяснение сокращено.

Таблицы единиц измерения физических величин и другой справочный материал содержится в «Приложениях» в конце книги.

Главы I—XI редактировались Ю. Е. Чариковым, а XIII—XXII М. А. Погарским. Глава XII рассмотрена совместно. Общая редакция проведена Ю. Е. Чариковым.

Большинство из включенных вновь задач предлагалось студентам Государственного Технического Университета г. Санкт-Петербурга и школьникам старших классов базовых школ.

Ю. Е. Чариков, М. А. Погарский

Глава I ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

§ 1. Кинематика

Скорость и ускорение материальной точки

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt},$$

где \vec{r} — радиус-вектор точки.

Перемещение точки за время $\Delta t = t_1 - t_0$

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}(t_1) - \vec{r}(t_0) = \int_{t_0}^{t_1} \vec{v}(t) dt, \quad (1)$$

а соответствующее изменение скорости

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}(t_1) - \vec{v}(t_0) = \int_{t_0}^{t_1} \vec{a}(t) dt. \quad (2)$$

Для равномерного движения $\vec{v} = \text{const}$ и $\vec{a} = 0$ из (1) получим

$$\Delta \vec{r} = \vec{v} \Delta t, \quad \Delta \vec{v} = 0.$$

В случае прямолинейного движения

$$|\Delta \vec{r}| = S = v \Delta t,$$

где S — путь, пройденный точкой за время Δt .

В случае равноускоренного движения $\vec{a} = \text{const}$, а (2) принимает вид

$$\begin{aligned} \Delta \vec{v} &= \vec{v}(t_1) - \vec{v}(t_0) = \vec{a} \Delta t, \\ \Delta \vec{r} &= \vec{r}(t_1) - \vec{r}(t_0) = \vec{v}_0 \Delta t + \frac{\vec{a}(\Delta t)^2}{2}. \end{aligned}$$

При криволинейном движении ускорение точки удобно разложить на две составляющие: тангенциальную (касательную) и нормальную (центростремительную)

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n,$$

где

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

— тангенциальное ускорение (направлено по касательной к траектории) и

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

— нормальное ускорение (направлено вдоль главной нормали), R — радиус соприкасающейся окружности (радиус кривизны траектории в данной точке).

Полное ускорение по модулю равно

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$$

Угловая скорость вращения тела определяется как

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt},$$

где φ — вектор угла поворота тела, направлен вдоль оси вращения по правилу правого винта.

Для равномерного вращения тела вокруг оси

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \text{const.}$$

В этом случае угол поворота и угловая скорость

$$\varphi = \omega t,$$

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n,$$

где T — период вращения, n — частота вращения, т. е. число оборотов в единицу времени.

Угловая скорость связана с линейной скоростью

$$v = \omega R.$$

1.1.* Вектор \vec{v} изменил направление на обратное. Найти приращение $\Delta\vec{v}$, $|\Delta\vec{v}|$ и Δv .1.2.* Начальное значение радиус-вектора равно $\vec{r}_1 = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 12\vec{k}$, конечное — $\vec{r}_2 = -\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$. Найти: а) приращение радиус-вектора $\Delta\vec{r}$; б) модуль приращения $|\Delta\vec{r}|$; в) приращение модуля $\Delta|\vec{r}|$.

1.3.* Исходя из определения среднего значения функции, доказать, что

а) среднее за время τ значение скорости точки (\bar{v}) равно приращению перемещения точки $\Delta\vec{r}$ за это время, деленному на τ ;б) среднее за время τ значение ускорения точки (\bar{a}) равно приращению скорости $\Delta\vec{v}$ за это время, деленному на τ .1.4.* Радиус-вектор точки изменяется со временем по закону: $\vec{r} = 2t^2\vec{i} + t\vec{j} + \vec{k}$. Найти скорость \vec{v} и ускорение \vec{a} точки, модуль скорости v в момент $t = 2$ с, приближенное значение пути S , пройденного точкой за 10-ю секунду движения.1.5.* Точка движется со скоростью $\vec{v} = at(2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k})$, $a = 1 \text{ м/с}^2$. Найти:а) модуль скорости точки в момент времени $t = 1$ с;б) ускорение точки \vec{a} и его модуль $|\vec{a}|$;в) путь S , пройденный точкой с момента времени $t_1 = 2$ с до момента $t_2 = 3$ с;

г) какой характер имеет движение точки?

1.6.* Зависимость координат частицы от времени имеет вид $x = a \cos \omega t$, $y = a \sin \omega t$, $z = 0$;а) определить радиус-вектор частицы \vec{r} , скорость \vec{v} , ускорение \vec{a} и их модули;б) вычислить скалярное произведение $\vec{r} \cdot \vec{v}$. Что означает полученный результат?

в) найти уравнение траектории частицы;

г) вычислить скалярное произведение $\vec{r} \cdot \vec{a}$. Что означает полученный результат?

д) в каком направлении движется по траектории частица?

е) каков характер движения частицы вдоль траектории?

ж) как изменится движение частицы, если в выражении для y изменить знак на обратный?1.7.* Небольшое тело брошено под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 . Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти:а) дальность полета L ;б) наибольшую высоту подъема H ;в) время подъема до максимальной точки и время полета τ ;

г) уравнение траектории тела.

1.8. Пароход идет по реке от A до B со скоростью $v_1 = 10 \text{ км/ч}$ относительно берега, а обратно — со скоростью $v_2 = 16 \text{ км/ч}$. Найти среднюю скорость $\langle v \rangle$ парохода и скорость течения реки.1.9. Найти скорость v относительно берега лодки, идущей по течению, против течения и под углом $\alpha = 90^\circ$ к направлению течения. Скорость течения реки $u = 1 \text{ м/с}$, скорость лодки относительно воды $v_0 = 2 \text{ м/с}$.1.10. Лодка движется перпендикулярно к берегу со скоростью $v = 7,2 \text{ км/ч}$. Течение относит ее вниз на расстояние $l = 150 \text{ м}$. Найти скорость u течения реки и время t , затраченное на переправу. Ширина реки $L = 0,5 \text{ км}$.1.11.* Лодка пересекает реку с постоянной относительно воды, перпендикулярной к берегам скоростью $v = 0,3 \text{ м/с}$. Ширина реки

равна $L = 63$ м. Скорость течения изменяется по параболическому закону

$$u = u_0 - 4 \frac{u_0}{b^2} (x - \frac{b}{2})^2,$$

где x — расстояние от берега, u_0 — константа, равная 5 м/с. Найти снос лодки S вниз по течению от пункта отправления до места причала на противоположном берегу реки.

1.12.* Спортсмены бегут колонной длины l со скоростью v . Навстречу бежит тренер со скоростью $u < v$. Каждый спортсмен, поравнявшись с тренером, разворачивается и начинает бежать назад с той же по модулю скоростью v . Какова будет длина колонны, когда все спортсмены развернутся?

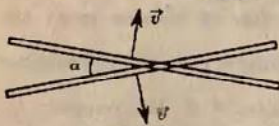


Рис. 1

1.13.* Два стержня пересекаются под углом α и движутся с равными скоростями v перпендикулярно самим себе (рис. 1). Какова скорость точки пересечения стержней?

1.14.* Автомобиль удаляется со скоростью v от длинной стены, двигаясь под углом α к ней (рис. 2). В момент, когда расстояние до стены равно l , шофер подает короткий звуковой сигнал. Какое расстояние пройдет автомобиль до момента, когда шофер услышит эхо? Скорость звука в воздухе равна c .

1.15.* Сверхзвуковой самолет летит горизонтально. Два микрофона, находящиеся на одной вертикали на расстоянии l друг от друга, зарегистрировали приход звука от самолета с запаздыванием времени Δt . Скорость звука в воздухе c . Какова скорость самолета?

Указание. Звуковые волны распространяются внутри конуса, в вершине которого находится самолет, а угол при вершине определяется как

$$\alpha = 2 \arcsin \frac{c}{v}.$$

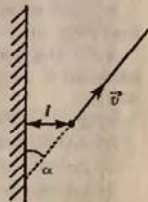


Рис. 2

1.16. С аэростата, находящегося на высоте $h = 300$ м, упал камень. Через какое время t камень достигнет земли, если: а) аэростат поднимается со скоростью $v = 5$ м/с; б) аэростат опускается со скоростью $v = 5$ м/с; в) аэростат неподвижен.

1.17. Тело падает с высоты $h = 19,6$ м без начальной скорости. Какой путь пройдет тело за n -ую секунду своего падения, за последнюю секунду? За какое время тело пройдет n -ый метр своего пути, последний метр?

1.18. Мяч, брошенный горизонтально, ударяется о стенку, находящуюся на расстоянии $l = 5$ м от места бросания. Высота

места удара q стенку на $\Delta h = 4,9$ м меньше высоты h , с которой брошен мяч. С какой скоростью v_x брошен мяч? Под каким углом α мяч подлетает к поверхности стенки?

1.19. Камень брошен горизонтально со скоростью $v_x = 15$ м/с. Найти нормальное a_n и тангенциальное a_t ускорения камня через время $t = 1$ с после начала движения.

1.20. Камень брошен горизонтально со скоростью $u_x = 10$ м/с. Найти радиус кривизны R траектории камня через время $t = 3$ с после начала движения.

1.21. Мяч брошен со скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Найти радиус кривизны R траектории мяча через 1 с после начала движения.

1.22. Мяч брошен со скоростью v_0 под углом α к горизонту. Найти v_0 и α , если максимальная высота подъема мяча $h = 3$ м, а радиус кривизны траектории мяча в этой точке $R = 3$ м.

1.23.* Мяч, брошенный со скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту, упруго ударяется о стенку, находящуюся на расстоянии $l = 3$ м от места бросания. Определить координаты точки приземления и отскока, а также скорость v мяча в момент удара.

1.24.* На вершине склона горы на расстоянии L (вдоль горизонта) от подножия установлена цель. С какой скоростью v_0 необходимо произвести выстрел из пушки, чтобы попасть в цель. Угол наклона горы α , угол стрельбы по отношению к горизонту β .

1.25.* На высоте h горизонтально с постоянной скоростью летит самолет. С земли производится выстрел из орудия, причем скорость снаряда v в момент выстрела направлена на самолет под углом α к горизонту. С какой скоростью u летел самолет, если снаряд поразил цель?

1.26.* Теннисист направляет мяч под углом к горизонту α со скоростью v_0 навстречу движущейся довольно высокой стенке. Скорость стенки u . Считая удар мяча о стенку абсолютно упругим, определить время движения стенки до соударения с мячом, если мяч после отскока ушел в точку бросания. Считать, что удар мяча происходит практически с поверхности земли.

1.27.* Из одной точки в один и тот же момент времени под углом α к горизонту бросают два камня со скоростями v_1 и v_2 . Какое расстояние будет между камнями в тот момент, когда первый из них достигнет наивысшей точки подъема?

1.28.* На перроне стоит человек. Мимо него движется поезд. Первый вагон проехал за время 1 с, второй — за время $3/2$ с. Длина вагона $l = 12$ м. Найти ускорение a поезда и его скорость v_0 в начале наблюдения. Движение поезда считать равнопеременным.

1.29.* Частица, выкинув источник, пролетает с постоянной скоростью расстояние l , а затем тормозится с ускорением a . При какой скорости частицы время движения от ее вылета до остановки будет наименьшим?

1.30.* Тело начинает движение из точки A и движется сначала равноускоренно в течение времени t_0 , затем с тем же по модулю ускорением — равнозамедленно. Через какое время от начала движения тело вернется в точку A ?

1.31.* Тяжелая горизонтальная плита движется вверх с постоянной скоростью v . Легкий шарик начинает свободно падать и, пролетев расстояние h , сталкивается уруго с плитой. Определить время между двумя последовательными ударами шарика о плиту.

1.32.* Шарик, пущенный вверх по наклонной плоскости, проходит последовательно два равных отрезка длиной l каждый и продолжает двигаться дальше. Первый отрезок шарик прошел за время t , второй за $3t$. Найти скорость шарика в конце первого отрезка пути.

1.33.* По наклонной доске пустили катиться снизу вверх маленький шарик. На расстоянии $l = 30$ см шарик побывал дважды: через $t_1 = 1$ с и через $t_2 = 2$ с после начала движения. Определить начальную скорость шарика v_0 и ускорение a , считая движение равнопеременным.

1.34.* Упругое тело падает с высоты h на наклонную плоскость. Определить, через какое время t после отражения тело упадет на наклонную плоскость вторично. Как время падения зависит от угла наклона плоскости и почему?

1.35.* Небольшой шарик скользит со скоростью $v_0 = 10$ м/с по горизонтальной поверхности стола, приближаясь к его краю (рис. 3). Боковая поверхность стола и стена образуют щель шириной $d = 5$ см. Высота стола $h = 1$ м. Сколько раз ударится шарик о боковые поверхности, прежде чем достигнет пола? Удары считать абсолютно упругими.

1.36.* На клине с углом наклона α лежит монета. С каким наименьшим ускорением должен двигаться клин по горизонтальной поверхности, чтобы монета свободно падала вниз?

1.37.* На расстоянии L от стены высоты h мальчик бросает мяч. Какова должна быть минимальная скорость мяча, чтобы он перелетел через стену? Под каким углом выгоднее всего бросать мяч?

1.38.* Сферический резервуар, стоящий на земле, имеет радиус R . При какой наименьшей скорости брошенный с земли камень может перелететь через резервуар, лишь коснувшись его вершины?

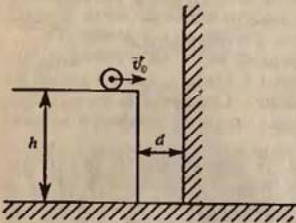


Рис. 3

1.39.* Под каким наименьшим углом к горизонту следует бросать мяч, чтобы он пролетел сквозь баскетбольное кольцо сверху, не ударившись о него? Радиус мяча r , радиус кольца $R = 2r$, высота его над полом $H = 3$ м. Баскетболист бросает мяч с высоты $h = 2$ м, наклонясь по горизонтали от кольца на расстоянии $l = 5$ м.

1.40.* Из одной точки с горизонтальной поверхности одновременно брошены два мяча с одинаковой по модулю скоростью v_0 , но под разными углами α_1 и α_2 (рис. 4). Чему равна скорость мячей относительно друг друга? Как меняется расстояние между мячами со временем? Считать, что мячи движутся поступательно.

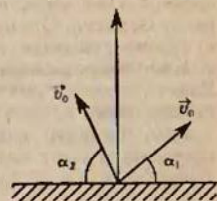


Рис. 4

1.41. Найти радиус R вращающегося колеса, если известно, что линейная скорость v_1 точки, лежащей на ободе, в 2,5 раза больше линейной скорости v_2 точки, лежащей на расстоянии $r = 5$ см ближе к оси колеса.

1.42. Колесо, вращаясь равноускоренно, достигло угловой скорости $\omega = 20$ рад/с через $n = 10$ оборотов после начала вращения. Найти угловое ускорение ϵ колеса.

1.43. Вал вращается с частотой $n = 180$ об/мин. С некоторого момента вал начал вращаться равнозамедленно с угловым ускорением $\epsilon = 3$ рад/с². Через какое время t вал остановится? Найти число оборотов вала n до остановки.

1.44. Точка движется по окружности радиуса $R = 20$ см с постоянным тангенциальным ускорением $a_t = 5$ см/с². Через какое время t после начала движения нормальное ускорение a_n точки будет: а) равно тангенциальному, б) вдвое больше тангенциального?

1.45. В модели атома Бора электрон в атоме водорода движется по круговой орбите с линейной скоростью v . Найти угловую скорость ω вращения электрона вокруг ядра и его нормальное ускорение a_n . Считать радиус орбиты $r = 0,5 \cdot 10^{-10}$ м и линейную скорость на этой орбите $v = 2,2 \cdot 10^6$ м/с.

1.46. Колесо радиусом $R = 10$ см вращается с угловым ускорением $\epsilon = 3,14$ рад/с². Найти для точек обода колеса к концу первой секунды: а) угловую скорость ω , б) линейную скорость v , в) тангенциальное a_t и нормальное a_n ускорение, г) полное ускорение, д) угол, составляемый вектором полного ускорения с радиусом колеса, проведенным через соответствующую точку обода.

1.47. Точка движется по окружности радиусом $R = 2$ см. Зависимость пути от времени дается уравнением $s = ct^3$, где $c = 0,1$ м/с³. Найти нормальное a_n и тангенциальное a_t ускорение точки в момент, когда линейная скорость точки $v = 0,3$ м/с.

1.48. Колесо радиусом $R = 10$ см вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi = a + bt^2 + ct^3$, где a , b и c — константы, $b = 2$ рад/с², $c = 1$ рад/с³. Для точек, лежащих на ободе колеса, найти через время $t = 2$ с после начала движения: а) угловую ω и линейную v скорости, б) нормальное a_n и тангенциальное a_t ускорения, в) угловое ускорение ε .

1.49.* Обод катится без скольжения со скоростью v (рис. 5). Найти скорости точек A , B , C . Выразить их через орты координатных осей.

1.50.* Цилиндр катится без скольжения по горизонтальной плоскости. Радиус цилиндра r . Найти радиусы кривизны траектории точек A и B (рис. 5).

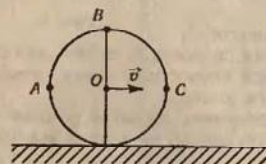


Рис. 5

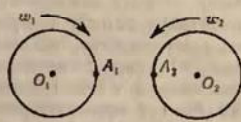


Рис. 6

1.51.* Тело участвует в двух вращениях, происходящих со скоростями $\vec{\omega}_1 = at^2\vec{i}$ и $\vec{\omega}_2 = at^2\vec{j}$, $a = 1$ рад/с². На какой угол φ повернется тело за первые 3 с? Вокруг какой оси произойдет этот поворот?

1.52.* По плоскости без проскальзывания катится конус. Ось конуса вращается со скоростью ω вокруг вертикали, проходящей через его вершину. Высота конуса h , угол между образующей и осью конуса α . Чему равна угловая скорость вращения конуса вокруг своей оси? Определить линейную скорость произвольной точки, находящейся на диаметре основания конуса.

1.53.* На платформах, расположенных рядом и вращающихся в противоположных направлениях (рис. 6), находятся наблюдатели A_1 и A_2 , занимающие в данный момент времени положение, показанные на рисунке. $O_1O_2 = 5$ м, $O_1A_1 = O_2A_2 = 2$ м, $\omega_1 = \omega_2 = 1$ рад/с. С какой скоростью наблюдатель A_2 движется в данный момент относительно наблюдателя A_1 ?

1.54.* Четыре черепахи находятся в вершинах квадрата со стороной a . Они начинают двигаться одновременно с постоянной скоростью v . Каждая черепаха движется по направлению к своей соседке по часовой стрелке. Где встретятся черепахи и через какое время?

§ 2. Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела

Основной закон динамики (второй закон Ньютона) материальной точки выражается в виде

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

где \vec{F} — результирующая сила, действующая на материальную точку массы m , $\vec{p} = m\vec{v}$ — импульс материальной точки, \vec{v} — ее скорость.

Изменение импульса $\Delta\vec{p}$ материальной точки за конечный промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ есть

$$\Delta\vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt.$$

Закон изменения импульса механической системы тел

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{\text{внешн}}.$$

где $\vec{F}_{\text{внешн}} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{i \text{ внешн}}$ — главный вектор внешних сил, $\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i$ — импульс механической системы n тел.

Основной закон динамики поступательного движения твердого тела

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}_{\text{внешн}}.$$

Если масса тела $m = \text{const}$, то

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{m} \vec{F}_{\text{внешн}}.$$

Центр масс системы материальных точек определяется следующим образом:

$$\vec{r}_c = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i,$$

где $M = \sum_{i=1}^n m_i$ — масса всей системы, m_i — масса i -ой материальной точки, \vec{r}_i — ее радиус-вектор.

В случае непрерывного распределения массы (твердое тело, например) формула принимает вид

$$\vec{r}_c = \frac{1}{M} \int \vec{r} dm.$$

Скорость центра масс системы

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{1}{M} \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i.$$

Закон движения центра масс

$$\frac{d}{dt}(M\vec{v}_c) = \vec{F}_{\text{внешн.}}$$

Закон сохранения импульса замкнутой системы тел ($\vec{F}_{\text{внешн.}} = 0$) $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$, т. е. $\vec{p} = \text{const}$ — импульс замкнутой системы тел (точек).

Уравнение движения тела с переменной массой (уравнение Мещорского)

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_{\text{внешн.}} + \vec{u} \frac{dm}{dt},$$

где $\vec{u} \frac{dm}{dt} = \vec{F}_p$ — реактивная сила, \vec{u} — относительная скорость потери (увеличения массы тела).

Второй закон Ньютона для вращательного движения материальной точки

$$F_n = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R,$$

где v — линейная скорость, ω — угловая скорость, R — радиус кривизны траектории в данной точке.

Основное уравнение динамики относительного движения материальной точки

$$m\vec{a}_r = \vec{F} - m\vec{a}_e - m\vec{a}_k,$$

где \vec{a}_r — относительное ускорение точки, \vec{a}_e — переносное ускорение точки, \vec{a}_k — кориолисово ускорение точки; $\vec{a}_k = 2[\vec{\Omega} \times \vec{v}_r]$, $\vec{a}_e = \vec{b}_0 + [\vec{\Omega} \times \vec{r}] + [\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r})]$, \vec{b}_0 — скорость инерциальной системы отсчета (СО) относительно инерциальной, $\vec{\Omega}$ — угловая скорость вращения инерциальной СО относительно инерциальной, \vec{v}_r — относительная скорость точки (скорость в инерциальной СО).

Сила гравитационного притяжения двух материальных точек

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r},$$

где $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$ — гравитационная постоянная, m_1 и m_2 — массы взаимодействующих точек, \vec{r} — радиус-вектор, проведенный из центра масс системы к материальной точке.

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия

$$W = -G \frac{m_1 m_2}{r}.$$

Третий закон Кеплера

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3,$$

T_1, T_2 — периоды вращения планет, R_1, R_2 — большие полуоси их орбит.

2.1. Тело массой $m = 0,5 \text{ кг}$ движется прямолинейно, причем координата тела X изменяется от времени как $X = a - bt + ct^2 - dt^3$, где $c = 5 \text{ м/с}^2$ и $d = 1 \text{ м/с}^3$. Найти силу F , действующую на тело в конце первой секунды движения.

2.2. Тело массой $m = 1 \text{ кг}$ движется так, что пройденное расстояние S от времени дается уравнением $S = a \sin \omega t$, где $a = 5 \text{ см}$, $\omega = \pi \text{ рад/с}$. Найти ускорение, силу и импульс тела через $1/6 \text{ с}$ после начала движения.

2.3. Тело массой $m = 1 \text{ кг}$ движется так, что его координаты x и y изменяются от времени следующим образом: $x = a - bt + ct^2$, $y = dt^3$, где $c = 1 \text{ м/с}^2$, $d = 2 \text{ м/с}^3$. Определить ускорение тела и действующую на тело силу к концу 5-й секунды.

2.4.* На горизонтальном столе лежат два тела массы $M = 1 \text{ кг}$ каждое, связанные невесомой нерастяжимой нитью (рис. 7). Тело 2 связано такой же нитью с грузом $m = 0,5 \text{ кг}$. Блок невесомый, трением в блоке можно пренебречь. Коэффициент трения первого тела со столом $k_1 = 0,1$, второго — $k_2 = 0,15$. Найти:

- ускорение движения тел;
- натяжение нити;
- силу давления на ось блока.

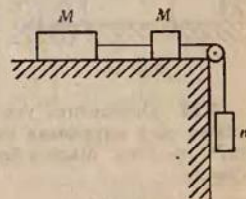


Рис. 7

2.5.* На наклонной плоскости с углом к горизонту $\alpha = 30^\circ$ движется тело массой $m = 1 \text{ кг}$, связанное невесомой нитью с телом 1 такой же массы (рис. 8). Найти ускорение этих тел и силу натяжения нити. Трением в блоке пренебречь, также как и трением между телом 2 и наклонной плоскостью.

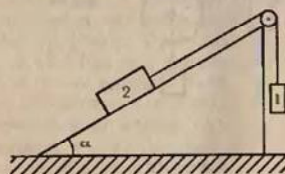


Рис. 8

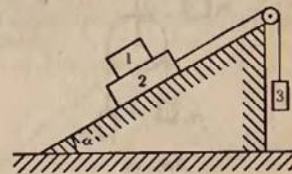


Рис. 9

2.6.* Решить предыдущую задачу при условии, что коэффициент трения тела 2 о наклонную плоскость $k = 0,1$.

2.7.* Найти ускорения грузов в системе, изображенной на рис. 9. $M_1 = 1 \text{ кг}$, $M_2 = 5 \text{ кг}$, $M_3 = 2 \text{ кг}$. Коэффициент трения между грузами 1 и 2 $k = 0,2$. Трением между грузом 2 и наклонной плоскостью пренебречь. Угол $\alpha = 30^\circ$. Будет ли проскальзывание между грузами 1 и 2?

2.8.* На наклонной плоскости с коэффициентом трения k лежит тело массой M . Нарисовать график зависимости силы трения, действующей на тело, в зависимости от угла наклона α наклонной плоскости.

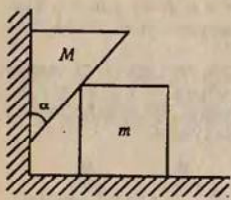


Рис. 10

2.9.* Найти ускорение куба (рис. 10). Масса клина M , масса куба — m . Угол клина α . Трение отсутствует.

2.10.* На столе стоит клин массой M с углом α при основании. По клину едет кубик массой m . Найти ускорение клина. Трение отсутствует.

2.11.* На столе стоит клин массой M с углом α при основании. По клину без трения едет кубик массой m . Какой минимальный коэффициент трения должен быть между столом и клином, чтобы клин покоился?

2.12.* Определить ускорение грузов массы m_1 , m_2 и m_3 , а также силу натяжения нитей в системе блоков на рис. 11, если $m_1 = m_2 + m_3$. Массой блока и нитей пренебречь. Трение отсутствует.

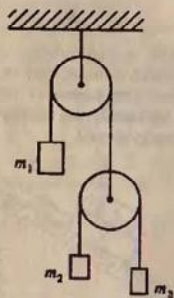


Рис. 11

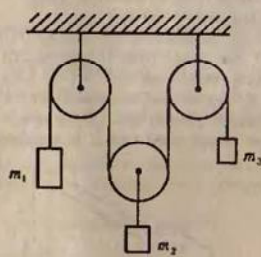


Рис. 12

2.13.* Система блоков с грузами состоит из двух неподвижных блоков и одного подвижного (рис. 12). Через блоки перекинута нерастяжимая нить, на концах которой подвешены грузы с массами m_1 и m_3 , а к оси подвижного блока подвешен груз массы m_2 . Определить ускорение каждого из грузов, если массой блоков и нити, а также трением можно пренебречь.

2.14.* Определить ускорение грузов в системе блоков, изображенной на рис. 13. Массой блоков, нитей и трением можно пренебречь. В какие стороны вращаются блоки?

2.15.* Невесомая нерастяжимая нить, перекинута через неподвижный блок, пропущена через щель (рис. 14). При движении нити на нее со стороны щели действует постоянная сила трения f .

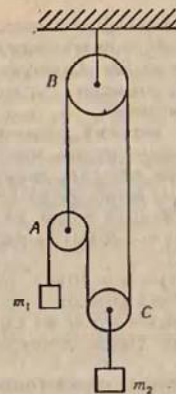


Рис. 13

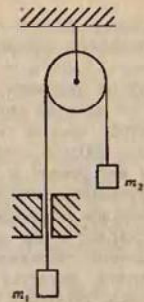


Рис. 14

На концах нити подвешены грузы m_1 и m_2 . Определить ускорения грузов.

2.16.* Обезьяна массы m уравновешена противовесом на блоке А. Блок А уравновешен грузом массы $2m$ на блоке В. Система неподвижна. Как будет двигаться груз, если обезьяна начнет равномерно выбирать веревку со скоростью и относительно себя. Массой блоков и трением пренебречь.

2.17.* Камень, скользящий по поверхности льда со скоростью $v = 3 \text{ м/с}$, прошел до остановки расстояние $s = 20,4 \text{ м}$. Найти коэффициент трения k камня о лед.

2.18.* Вдоль наклонной плоскости с углом α бросили тело со скоростью v . Поднявшись на максимальную высоту, тело начинает возвращаться к начальному положению. Коэффициент трения тела о плоскость k . Определить скорость тела после возвращения в исходное состояние, а также интервал времени Δt между началом движения и концом.

2.19.* По наклонной плоскости с углом наклона α начинает двигаться монета с начальной горизонтальной скоростью v (рис. 15). Определить установившуюся скорость монеты, если коэффициент трения $k = \tan \alpha$.

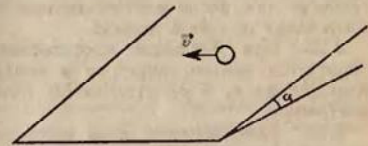


Рис. 15

2.20. Человек массой $m = 60$ кг, бегущий со скоростью $v = 8$ км/ч, догоняет тележку массой $M = 80$ кг, движущуюся со скоростью $u = 2,9$ км/ч, и вскакивает на нее. С какой скоростью будет двигаться тележка? С какой скоростью будет двигаться человек, если человек божал ей навстречу?

2.21. Снаряд массой $m = 100$ кг, летящий горизонтально со скоростью $v = 500$ м/с, попадает в вагон с песком, масса которого $M = 10$ т, и застревает в нем. Какова скорость движения вагона после попадания снаряда, если: а) вагон стоял неподвижно; б) вагон двигался со скоростью $u = 36$ км/ч в том же направлении, что и снаряд; в) вагон двигался с $u = 36$ км/ч в направлении, противоположном направлению движения снаряда?

2.22. Граната, летящая со скоростью $v = 10$ м/с, разорвалась на два осколка. Бóльший осколок, масса которого составляла 0,6 массы всей гранаты, продолжал двигаться в том же направлении, но с увеличенной скоростью $u = 25$ м/с. Найти скорость меньшего осколка.

2.23. Тело массой $m = 1$ кг, движущееся горизонтально со скоростью $v = 1$ м/с, догоняет второе тело массой $M = 0,5$ кг и неупруго сталкивается с ним. Какую скорость получают тела, если: а) второе тело стояло неподвижно; б) второе тело двигалось со скоростью $u = 0,5$ м/с в том же направлении, что и первое тело; в) второе тело двигалось со скоростью $u = 0,5$ м/с в направлении, противоположном направлению движения первого тела.

2.24.* На покоящееся тело массы m налетает со скоростью v тело массы M . Сила, возникающая при взаимодействии тел, линейно растет во времени до значения F_0 за время t_0 , а затем равномерно убывает до нуля за такое же время t_0 . Определить скорость тел после взаимодействия, считая, что все движения происходят по одной прямой.

2.25.* При β -распаде покоящегося первоначально нейтрона образуются протон, электрон и нейтрино. Импульсы протона и электрона p_1 и p_2 , угол между ними α . Определить импульс нейтрино.

2.26.* Радиоактивное ядро распалось на три осколка массы m_1 , m_2 и m_3 , имеющих скорости v_1 , v_2 и v_3 соответственно. Какова была скорость ядра до распада?

2.27.* Однородная цепочка одним концом подвешена на нити так, что другим она касается поверхности стола. Нити пережигают. Определить зависимость силы давления цепочки на стол от длины еще не упавшей ее части. Удар звеньев о стол неупругий, масса цепочки m , ее длина l .

2.28.* С какой силой давит на землю кобра, когда она, готовясь к прыжку, поднимается вверх с постоянной скоростью v . Масса змеи m , ее длина l .

2.29.* Лягушка массы m сидит на конце доски массы M и длины L . Доска плавает по поверхности пруда. Лягушка прыгает

под углом α к горизонту вдоль доски. Какой должна быть начальная скорость лягушки, чтобы она оказалась после прыжка на противоположном конце доски?

2.30.* Решить предыдущую задачу, если доска и лягушка сплывут течением со скоростью u и лягушка прыгает по направлению против течения.

2.31.* Решить задачу 2.29, если доска испытывает при своем движении постоянную силу сопротивления F воды.

2.32. Мяч, летящий со скоростью $v_0 = 15$ м/с, отбрасывается ракеткой в противоположную сторону со скоростью $v_1 = 20$ м/с. Найти изменение импульса, если изменение кинетической энергии $\Delta W = 8,75$ Дж.

2.33.* Сила $\vec{F} = 1,5y\vec{i} + 3x^2\vec{j} - 0,2(x^2 + y^2)\vec{k}$ действует на материальную точку массой $m = 1$ кг. При $t = 0$ положение частицы описывается радиус-вектором $\vec{r}_0 = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, и она движется со скоростью $\vec{v}_0 = 2\vec{j} + \vec{k}$.

Найдите для $t = 0$:

а) силу, действующую на частицу;

б) ускорение частицы;

в) ее кинетическую энергию.

2.34.* Потенциальная энергия частицы имеет вид: а) $U = \alpha/r$, б) $U = \frac{kr^2}{2}$, где r — модуль радиус-вектора частицы; α и k — константы. Найти силу \vec{F} , действующую на частицу, работу, совершаемую этой силой над частицами при ее переходе из точки с координатами $(1, 2, 3)$ в точку $(2, 3, 4)$.

2.35.* Потенциальная энергия частицы, находящейся в центрально-симметричном силовом поле, имеет вид

$$U = \frac{\alpha}{r^3} - \frac{\beta}{r^2}, \quad \text{где } \alpha \text{ и } \beta \text{ — константы.}$$

Найти силу, действующую на частицу. Имеется ли у этой частицы положение устойчивого равновесия? Нарисовать кривую зависимости U от r и F от r . Будет ли движение частицы финитным, если ее полная энергия $E = -10^{-10}$ Дж?

2.36.* Частица массы m находится в силовом поле вида $\vec{F} = -\frac{\alpha}{r^2}\vec{e}_r$, $\alpha > 0$, — константа, r — модуль, а \vec{e}_r — орт радиус-вектора частицы. Частицу поместили в точку с радиус-вектором \vec{r}_0 и сообщили ей начальную скорость \vec{v}_0 , перпендикулярную к \vec{r}_0 . По какой траектории будет двигаться частица?

2.37.* При каком условии траекторией частицы из предыдущей задачи будет окружность?

2.38. Вагон массой $m = 20$ т, движась равнозамедленно с начальной скоростью $v_0 = 54$ км/ч, под действием силы трения $F = 6$ кН через некоторое время останавливается. Найти работу силы трения и расстояние, которое вагон пройдет до остановки.

2.39.* Решить предыдущую задачу, полагая, что тормозящая сила изменяется с расстоянием по закону $F = -\alpha x$, $\alpha = 100 \text{ Н/м}$.

2.40. Камень массой $m = 1 \text{ кг}$ брошен вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 9,8 \text{ м/с}$. Построить график зависимости от времени кинетической W_k , потенциальной W_n и полной W энергий камня для интервала времени $0 \leq t \leq 2 \text{ с}$.

2.41. В условиях предыдущей задачи построить график зависимости от расстояния кинетической W_k , потенциальной W_n и полной W энергий камня.

2.42. Камень брошен со скоростью $v_0 = 15 \text{ м/с}$ под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Найти кинетическую W_k , потенциальную W_n и полную энергии камня: а) через время $t = 1 \text{ с}$ после начала движения; б) в высшей точке траектории. Масса камня $m = 0,2 \text{ кг}$.

2.43.* На столе лежат карманные часы с цепочкой. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы оторвать часы от стола, поднимая их за цепочку? Цепочка имеет длину L и массу m , масса часов M , диаметр часов d .

2.44.* Санки движутся по горизонтальному льду со скоростью $v = 6 \text{ м/с}$, а затем выезжают на дорожку с песком. Длина полозьев санок $l = 2 \text{ м}$, коэффициент трения санок о песок $k = 1,0$. Какой путь пройдут санки до полной остановки?

2.45.* Санки начинают соскальзывать с вершины наклонной ледяной горки с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Длина спуска $L = 10 \text{ м}$, коэффициент трения $k = 1,0$. Какой путь пройдут санки до полной остановки?

2.46.* Тело соскальзывает без начальной скорости с вершины наклонной плоскости с углом наклона α к горизонту. Коэффициент трения k между телом и наклонной плоскостью изменяется с увеличением расстояния x от вершины наклонной плоскости по закону $k = k_0 \cdot x$. Тело останавливается, не дойдя до конца наклонной плоскости. Найти путь, пройденный телом до остановки.

2.47.* Тело массы $m = 1 \text{ кг}$ скользит без трения по гладкому горизонтальному столу и въезжает на подвижную горку массы $M = 5 \text{ кг}$. Высота горки $H = 1,2 \text{ м}$. Трение между горкой и столом отсутствует. Найти конечные скорости тела и горки. Начальная скорость тела $v_0 = 5 \text{ м/с}$.

2.48.* Лента горизонтального транспортера движется со скоростью $u = 0,5 \text{ м/с}$. На ленту, касаясь ее, плетает шайба с начальной скоростью $v_0 = 2,1 \text{ м/с}$, перпендикулярной краю ленты. Найти ширину ленты, при которой шайба остановится на ее краю, если коэффициент трения между шайбой и лентой $k = 0,75$.

2.49.* Два одинаковых шарика налетают друг на друга со скоростями \vec{v}_1 и \vec{v}_2 под углом α и разлетаются после абсолютно упругого удара со скоростями \vec{u}_1 и \vec{u}_2 . Найти угол β разлета шариков после соударения.

2.50.* Определить скорости шаров после абсолютно упругого центрального удара, если массы шаров m_1 и m_2 , а их скорости до удара \vec{v}_1 и \vec{v}_2 . Укажите: задачу решить в л-системе (лабораторной) и ц-системе (система центра масс).

2.51.* В каких случаях ц-система инерциальная, а в каких нет?

2.52.* Тяжелая частица массы m_1 сталкивается с покоящейся легкой частицей массы m_2 . На какой наибольший угол может отклониться тяжелая частица в результате упругого удара?

2.53.* Частица массы m_1 налетела со скоростью v на неподвижную частицу массы m_2 , которая после упругого удара налетела под углом α к первоначальному направлению движения налетающей частицы. Определить скорость частицы m_2 после удара.

2.54.* Атом массы m в возбужденном состоянии имеет внутреннюю энергию, большую, чем в основном состоянии, на E . При какой наименьшей энергии электрон с массой m_e может возбудить первоначально покоившийся атом?

2.55.* Два тела массы m_1 и m_2 подвешены на нитях одинаковой длины, имеющих общую точку крепления. Нити отклоняют в разные стороны на один и тот же угол и после этого отпускают. При ударе тела слипаются. Определить отношение высоты, на которую тела поднимутся после слипания, к высоте, с которой они начали свое движение вниз.

2.56.* Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на невесомом жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули в 1000 раз меньше массы шара. Расстояние от центра шара до точки подвеса стержня $l = 1 \text{ м}$. Найти скорость пули, если известно, что стержень отклонится после удара пули на угол $\alpha = 10^\circ$.

2.57.* Нить длины l с шариком массы m на конце отклонили от вертикали на 90° и отпустили. На каком наименьшем расстоянии под точкой подвеса нужно поставить гвоздь, чтобы нить, налетев на него, порвалась? Нить выдерживает силу натяжения T .

2.58.* Бассейн площадью $S = 100 \text{ м}^2$, заполненный водой до уровня $h = 1 \text{ м}$, разделен пополам вертикальной перегородкой. Перегородку медленно передвигают в горизонтальном направлении так, что она делит бассейн в отношении 1:3. Какую для этого нужно совершить работу? Вода через перегородку не проникает и из бассейна не уходит. $\rho_w = 10^3 \text{ кг/м}^3$.

2.59.* Две частицы с массами m и $2m$, имеющие импульсы \vec{p} и $\vec{p}/2$, движутся во взаимно перпендикулярных направлениях. После соударения частицы обмениваются импульсами. Определить потерю механической энергии при соударении.

2.60. Акробат прыгает на сетку с высоты $h = 8$ м. На какой предельной высоте над полом надо натянуть сетку, чтобы акробат не ударился о пол при прыжке? Известно, что сетка прогибается на $x_0 = 0,5$ м, если акробат прыгает на нее с высоты $h_1 = 0,5$ м.

2.61. Груз массой $m = 1$ кг падает на чашку весов с высоты $h = 10$ см. Каковы показания весов F в момент удара, если после успокоения качаний чашка опускается на $x_0 = 0,5$ см.

2.62. С какой скоростью двигался вагон массой $m = 20$ т, если при ударе о стенку каждый буфер сжался на $x_0 = 10$ см? Жесткость пружины каждого буфера $k = 1$ МН/м.

2.63. К нижнему концу пружины жесткости k_1 присоединена пружина жесткости k_2 , к концу которой подвешен груз. Пренебрегая массой пружины, определить отношение их потенциальных энергий.

2.64. На двух параллельных невесомых пружинах одинаковой длины висит невесомый стержень длиной $L = 10$ см. Жесткости пружины $k_1 = 2$ Н/м и $k_2 = 3$ Н/м. В каком месте стержня надо подвесить груз, чтобы стержень оставался горизонтальным?

2.65. Резиновый мяч массой $m = 0,1$ кг летит горизонтально и ударяется о неподвижную вертикальную стенку. За время $\Delta t = 0,01$ с мяч сжимается на $\Delta l = 1,37$ см, такое же время Δt затрачивается на восстановление первоначальной формы мяча. Найти среднюю силу, действующую на стенку во время удара.

2.66. Гири массой $m = 0,5$ кг, привязанная к резиновому шнуру длиной l_0 , описывает в горизонтальной плоскости окружность, частота вращения гири $n = 2$ об/с. Угол отклонения резинового шнура от вертикали $\alpha = 30^\circ$. Жесткость шнура $k = 0,6$ кН/м. Найти длину l_0 нерастянутого резинового шнура.

2.67.* Тело массы m падает с высоты H на стоящую вертикально на полу пружину жесткости k и длины l . Определить максимальную скорость тела, наибольшую силу давления на пол.

2.68.* По гладкому горизонтальному проволочному кольцу могут без трения скользить две бусинки массами m_1 и m_2 . Вначале бусинки были соединены ниткой и между ними находилась сжатая пружина. Нитку порежигают. После того как бусинки начали движение, пружинку убирают. В каком месте кольца бусинки столкнутся в 5-й раз? Столкновения бусинок абсолютно упругие. Массой пружины можно пренебречь.

2.69.* В детском пистолете шарик кладут на пружинку, укрепленную внутри ствола. Пружинку сжимают на длину $\Delta l = 5$ см, а потом отпускают, направив ствол вертикально вверх. Шарик взлетает на высоту $H = 0,5$ м. Какое максимальное ускорение приобрел шарик? Шарик отрывается от пружины в тот момент, когда она полностью распрямится. Трением, сопротивлением воздуха и массой пружины пренебречь.

2.70.* Детский пружинный пистолет выстреливает шариком со скоростью v (рис. 16). Если выстрелить шариком вдвое большей массы, то скорость уменьшится до $\sqrt{2/3} v$. Какова будет скорость вылета шарика тройной массы? Указание: учесть массу пружины.

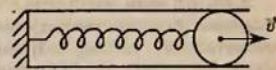


Рис. 16

2.71.* На горизонтальной плоскости лежат два бруска массы m_1 и m_2 , соединенных недеформированной пружиной. Определить, какую минимальную силу нужно приложить к первому бруску, чтобы сдвинулся и второй, если коэффициент трения брусков о пол k .

2.72.* На краю стола высоты h лежит маленький шарик массы M . В него попадает пуля массы m , летящая горизонтально со скоростью \vec{v} , направленной в центр шарика. Пуля застревает в шарике. На каком расстоянии от стола по горизонтали шарик упадет на землю?

2.73.* Тележка массы M вместе с человеком массы m движется со скоростью \vec{u} . Человек начинает идти с постоянной скоростью вдоль тележки в том же направлении. При какой скорости человека относительно тележки она остановится? Трением между колесами тележки и землей пренебречь.

2.74.* С какой по величине и направлению скоростью должен прыгнуть человек массой m , стоящий на краю тележки массой M и длиной l , чтобы попасть на другой ее конец к моменту остановки тележки. Коэффициент трения тележки о землю равен k .

2.75.* Мешок с песком сползает без начальной скорости с высоты H по гладкой доске, наклоненной под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. После спуска мешок попадает на горизонтальный пол. Коэффициент трения мешка о пол $k = 0,7$. Где остановится мешок?

2.76.* Мешок с песком сползает без начальной скорости с высоты $H = 2$ м по доске, наклоненной под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. После спуска мешок попадает на горизонтальный пол. Коэффициент трения мешка о доску и пол одинаковы и равны $k = 0,5$. На каком расстоянии от конца доски остановится мешок?

2.77.* Стальной шарик скользит без трения по гладкому полу и налетает на шероховатую стену так, что его скорость составляет угол φ с нормалью. Каким должен быть угол φ , чтобы шарик отскочил перпендикулярно к плоскости стены? Коэффициент трения между шариком и стеной k .

2.78. Стальной шарик массой $m = 20$ г, падая с высоты $h = 1$ м на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту $H = 81$ см. Найти: а) импульс силы, действовавшей на плиту в момент удара; б) количество теплоты, выделившейся при ударе.

2.79. На шар массы m_2 , лежащий на гладкой горизонтальной поверхности, налетает другой шар массы m_1 , движущийся горизонтально. Между шарами происходит упругий центральный удар. Построить график зависимости доли передаваемой энергии от отношения масс шаров $x = m_1/m_2$.

2.80.* Два одинаковых гладких шарика летят навстречу друг другу со скоростями v и $2v$, причем прямые, проходящие через центры каждого из шариков в направлении их движения, касаются другого шарика. Найти, под каким углом к первоначальному направлению будет двигаться первый шар после соударения.

2.81.* Два шарика с массами m_1 и m_2 одновременно начинают соскальзывать навстречу друг другу без трения и вращения с двух горок одинаковой формы и высоты H . На какую высоту поднимутся слившиеся шарики, если удар абсолютно неупругий.

2.82.* На длинной нити подвешен шарик массы m_1 , к которому на нити длиной l подвешен шарик массы m_2 (рис. 17). Какую начальную скорость v в горизонтальном направлении нужно сообщить нижнему шару, чтобы соединяющая шарики

Рис. 17

нить отклонилась до горизонтального положения?

2.83.* Брусок массы m_1 лежит на горизонтальной плоскости. На брусок лежит тело массы m_2 (рис. 18). Коэффициент трения между телом и бруском, а также между бруском и плоскостью, равен k . Исследовать движение при различных значениях силы F , приложенной к бруску в горизонтальном направлении.

2.84.* Брусок массы m_1 лежит на гладкой горизонтальной плоскости, по которой он может двигаться без трения. На бруске

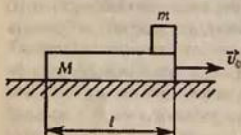


Рис. 18

лежит тело массы m_2 (рис. 18). Коэффициент трения между ним и бруском равен k . При каком значении силы F , приложенной к бруску в горизонтальном направлении, тело начнет скользить по бруску? Через сколько времени тело упадет с бруска? Длина бруска l . Трение между бруском и плоскостью отсутствует.

2.85.* На конце доски длины l и массы M находится маленький брусок массы m (рис. 19). Доска может скользить без трения по горизонтальной плоскости. Коэффициент трения скольжения

бруска о поверхность доски равен k . Какую горизонтальную скорость v_0 нужно толчком сообщить доске, чтобы она выскользнула из-под бруска?

2.86.* Два шарика с массами m_1 и m_2 связаны пружинкой длиной l и жесткостью k . Шару массы m_1 сообщили скорость v вдоль линии их центров. На какое максимальное расстояние удалятся шарики друг от друга при движении? Трение отсутствует.

2.87.* На гладком столе лежат два шарика массой M каждый, скрепленные пружинкой длиной l с коэффициентом жесткости k . Одному из шариков сообщили скорость v в направлении, перпендикулярном прямой, соединяющей их центры. Определить эту скорость, если известно, что при движении пружинка растягивалась на максимальную длину L .

2.88.* На гладком столе лежат два одинаковых шарика массой M каждый. Шарики скреплены гибкой упругой нитью длиной l , нить вначале не натянута. Одному из шариков сообщили скорость v вдоль прямой, соединяющей их центры. Нарисовать графики зависимости скорости каждого из шариков в зависимости от времени. Нарисовать аналогичный график для скорости центра масс.

2.89.* Два тела с массами m_1 и m_2 соединены недеформированной пружинкой жесткости k . Затем к телам одновременно приложили противоположно направленные силы F . Найти максимальную кинетическую энергию тел и максимальную потенциальную энергию пружины. Какова наибольшая относительная скорость тел?

2.90.* Полная кинетическая энергия системы тел складывается из энергии движения центра масс и кинетической энергии движения тел относительно центра масс. Докажите это.

2.91.* Вдоль неподвижного пластилинового бруска массы m приложили постоянную силу F . За время t действия силы конец бруска, к которому она приложена, сдвинулся в направлении действия силы на расстояние l . На сколько возросла внутренняя энергия бруска за это же время?

2.92.* Два тела с массами m_1 и m_2 имеют внутреннюю энергию W_1 и W_2 и скорости центров масс \vec{v}_1 и \vec{v}_2 . Какова внутренняя энергия системы этих тел, если потенциальной энергией их взаимодействия между собой можно пренебречь? Изменится ли эта энергия после столкновения их друг с другом и последующего разлета?

2.93.* Частица массы $2m$, летевшая со скоростью v и имевшая внутреннюю энергию W_0 , распалась на два осколка одинаковой массы m с одинаковыми внутренними энергиями W_1 . Найти максимально возможный угол разлета осколков, если известно, что $mv^2 > W_0$.

2.94.* Два одинаковых шара, лежащих на горизонтальной поверхности на расстоянии $2l$ друг от друга, связаны нитью длины $2l$, за середину которой стали тянуть вверх с постоянной силой F . Найти приращение внутренней энергии к моменту первого удара.

2.95. На какую часть уменьшается вес тела на экваторе вследствие вращения Земли?

2.96. Трамвайный вагон массой $m = 5$ т идет по закрученному радиусом $R = 128$ м. Найти силу бокового давления F колес на рельсы при скорости движения $v = 9$ км/ч.

2.97. Ведро с водой, привязанное к веревке длиной $l = 60$ см, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Найти наименьшую скорость вращения, при которой вода не выливается из ведра в верхней точке траектории. Какова сила натяжения веревки при этой скорости вращения в верхней и нижней точках окружности? Масса ведра с водой $m = 2$ кг.

2.98. Камень, привязанный к веревке, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Найти массу камня, если разность между максимальной и минимальной силами натяжения веревки $\Delta T = 10$ Н.

2.99. Гирька массой $m = 50$ г вращается в горизонтальной плоскости на нити длиной $l = 25$ см. Частота вращения $n = 2$ об/с. Найти силу натяжения нити T .

2.100. Диск вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр с частотой $n = 30$ об/мин. На расстоянии $r = 20$ см от оси вращения лежит тело. Каким должен быть коэффициент трения тела о диск, чтобы оно не скатилось с диска?

2.101. Самолет, летящий со скоростью $v = 900$ км/ч делает «мертвую петлю». Каким должен быть радиус петли, чтобы наибольшая сила, прижимающая летчика к сидению была равна: а) пятикратной силе тяжести, б) десятикратной?

2.102. Мотоциклист едет по горизонтальной дороге со скоростью $v = 72$ км/ч, делая поворот радиусом $R = 100$ м. На какой угол α при этом он должен наклониться, чтобы не упасть при повороте?

2.103.* Шары, массы которых m и M , связаны нерастяжимой нитью, пропущенной через отверстие в столе. С какой скоростью должен двигаться шар массы M по окружности радиуса R , чтобы нижний шар был неподвижен?

2.104.* На гладкой массивной полусфере радиуса R лежит малая монета. От небольшого толчка монета начинает скользить вниз. На какой высоте она покинет полусферу?

2.105.* Цилиндр диаметром D заполнен водой и расположен горизонтально. С какой скоростью v перемещается в цилиндре поршень, если на него действует сила F , а из отверстия в дне цилиндра вытекает струя диаметром d ? Трением пренебречь. Силу тяжести не учитывать. Плотность жидкости ρ .

2.106.* Жесткий невесомый стержень длиной L вращается вокруг одного из концов с постоянной угловой скоростью ω . Посредине на стержень насажена масса m , а на конце — M . С какими силами эти массы действуют на стержень?

2.107.* Однородный стержень длиной L и массой M вращается равномерно вокруг одного из концов с угловой скоростью ω . Определить силу натяжения стержня в зависимости от расстояния до центра вращения и нарисовать график этой зависимости.

2.108.* Сфера радиусом $R = 2$ м равномерно вращается вокруг оси симметрии с частотой 30 мин⁻¹. Внутри сферы находится шарик массой $m = 0,2$ кг. Найти высоту, соответствующую положению равновесия шарика относительно сферы, и силу реакции сферы N .

2.109.* Внутри конической поверхности, движущейся с ускорением a , направленным горизонтально вдоль прямой, совпадающей с высотой конуса, вращается шарик по окружности радиусом R . Определить период движения шарика по окружности. Угол при вершине конуса 2α .

2.110.* Тонкое резиновое кольцо массой $m = 6$ г надето на горизонтальный диск радиуса $R = 5$ см. Сила натяжения кольца $T = 0,1$ Н. Коэффициент трения между кольцом и диском $k = 0,25$. При каком числе оборотов в секунду кольцо спадет с диска?

2.111. Невесомый стержень может вращаться в вертикальной плоскости относительно точки O . На стержне укреплены на расстояниях r_1 и r_2 от точки O грузы с массами m_1 и m_2 (рис. 20). Стержень отпущен без начальной скорости из положения, составляющего угол α с вертикалью. Определить линейную скорость грузов в момент, когда стержень занимает вертикальное положение.

2.112.* Металлическая цепочка длины $l = 62,8$ см, концы которой соединены, насажена на деревянный диск. Диск вращается с частотой 60 с⁻¹. Определить силу натяжения цепочки, если ее масса $m = 40$ г.

2.113.* По резиновой трубке, свернутой в виде кольца, циркулирует со скоростью v вода. Радиус кольца R , диаметр трубки $d \ll R$. С какой силой растянута трубка?

2.114.* Из тонкого резинового жгута массы M и жесткости k сделали кольцо радиуса R_0 . Это кольцо раскрутили вокруг его оси. Найти новый радиус кольца, если угловая скорость его вращения равна ω .

2.115.* Горизонтальный диск начинают раскручивать вокруг его оси с угловой скоростью, возрастающей со временем по закону $\omega = at^2$, где a — константа. При какой угловой скорости тело,

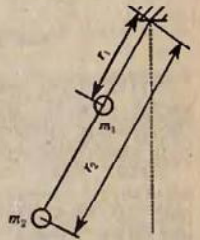


Рис. 20

расположенное на расстоянии r от оси диска, начнет соскальзывать с него, если коэффициент трения между ними равен k ?

2.116.* Через блок, укрепленный на краю гладкого стола, перекинута веревка, соединяющая грузы с массой m и M (рис. 21). Стол движется вверх с ускорением. Найти ускорение груза m . Трением и массой блока пренебречь.

2.117.* Решить предыдущую задачу при условии, что стол движется вертикально вниз с ускорением $W < g$.

2.118.* Груз массы M находится на столе, который движется горизонтально с ускорением \dot{W} (рис. 22). К грузу присоединена нить, перекинутая через блок. К другому концу нити подвешен груз массы m . Найти силу натяжения нити и ускорения грузов.

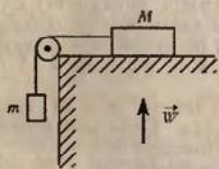


Рис. 21

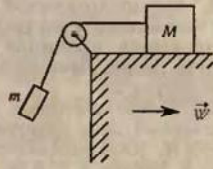


Рис. 22

2.119.* Через навесной блок перекинута веревка с грузами массы m и M . Блок движется вверх (вниз) с ускорением W . Пренебрегая трением на блоке, найти давление блока на ось, силу натяжения веревки и ускорения грузов.

2.120.* Через блок, укрепленный на краю гладкого стола, перекинута веревка, соединяющая грузы массы m_1 , m_2 и m_3 (рис. 23). Определить ускорения грузов системы и силу натяжения нитей. Трение отсутствует, блоки невесомые.

2.121.* Стержень OA вращается относительно вертикальной оси OB с угловой скоростью ω . Угол между осью и стержнем α (рис. 24). По стержню без трения скользит муфта массы M , связанная с точкой O пружиной жесткости k . В недеформированном состоянии длина пружины l_0 . Определить положение муфты при вращении.

2.122.* По поверхности вращающегося с угловой скоростью ω диска из центра по радиусу начинает ползти жук. Расстояние от жука до оси вращения зависит от времени как $r = at^2$. Определить ускорение жука как функцию времени.

2.123.* Частица массы $m = 10$ г перемещается по диску, вращающемуся с угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с из точки, отстоящей от оси вращения на расстояние $R_1 = 1$ м, в точку, отстоящую на расстояние $R_2 = 2$ м. Какую при этом работу A совершают над частицей силы инерции?

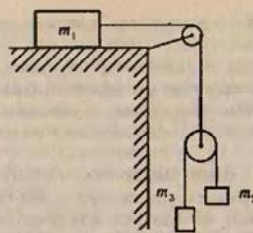


Рис. 23

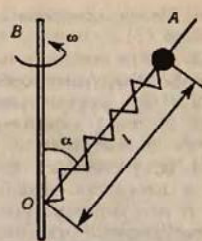


Рис. 24

2.124.* По диску, вращающемуся с угловой скоростью ω , движется равномерно на неизменном расстоянии от оси вращения частица. Найти мгновенные значения:

а) скорости частицы \vec{v}' относительно диска, при которой сила Кориолиса будет уравновешиваться центробежной силой инерции. Выразить \vec{v}' через мгновенное значение радиус-вектора, проведенного из центра диска;

б) скорость частицы \vec{v} относительно неподвижной системы отсчета при тех же условиях.

2.125.* Через блок, масса которого равна нулю, перекинута веревка. На одном конце веревки привязан груз массы m_1 , по другому скользит кольцо массы m_2 с постоянным относительно веревки ускорением a . Найти ускорение груза m_1 и силу трения кольца о веревку. Массой веревки пренебречь и считать, что груз m_1 опускается.

2.126. Вода течет по трубе диаметром $d = 0,2$ м, расположенной в горизонтальной плоскости и имеющей закругление радиусом $R = 20$ м. Найти боковое давление воды P , вызванное центробежной силой. Расход воды через поперечное сечение составляет $m_t = 300$ т/ч.

2.127. Вычислить гравитационную постоянную G , зная радиус земного шара R , среднюю плотность земли ρ и ускорение свободного падения g у поверхности Земли.

2.128. Определить либрационную точку Земли, т.е. точку пространства, в которой материальное тело одинаково притягивается Землей и Луной.

2.129. Найти первую космическую скорость v_1 , т.е. скорость, которую необходимо сообщить телу, чтобы оно стало обращаться вокруг Земли по круговой орбите.

2.130. Найти вторую космическую скорость v_2 , т.е. скорость, которую необходимо сообщить телу, чтобы оно преодолело земное притяжение и навсегда удалилось от Земли.

2.131. Найти линейную скорость v движения Земли по круговой орбите.

2.132. Найти зависимость периода обращения T спутника, вращающегося по круговой орбите от средней плотности планеты ρ .

2.133. Найти центростремительное ускорение, с которым движется по круговой орбите спутник Земли, находящийся на высоте $h = 200$ км от поверхности.

2.134. Искусственный спутник Земли движется по круговой орбите в плоскости экватора с запада на восток. На какой высоте h над поверхностью должен находиться спутник, чтобы быть неподвижным относительно земного наблюдателя?

2.135.* Найти изменение ускорения свободного падения при «опускании» тела на глубину x . Построить график этой зависимости. Как при этом меняются сила и потенциальная энергия гравитационного взаимодействия тела и Земли? Плотность Земли ρ считать постоянной.

2.136.* Две звезды с массами m_1 и m_2 образуют двойную систему с наименьшим расстоянием R между звездами. Каков период обращения звезд вокруг общего центра масс?

2.137. Кинетическая энергия спутника на круговой орбите равна W_k . Чему равна его потенциальная энергия?

2.138.* Скорость спутника в перигее равна v при расстоянии до центра Земли, равном r . Какова скорость спутника в апогее? Каково расстояние от него до центра Земли в этом случае?

2.139.* Планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого расположено Солнце. Принимая во внимание работу силы тяготения, указать, в какой точке траектории скорость планеты будет максимальной и в какой минимальной.

2.140.* В воде имеются два пузырька воздуха радиуса r . Притягиваются или отталкиваются пузырьки? Какова их сила взаимодействия? Расстояние между пузырьками R . Плотность воды ρ .

2.141.* На прямой, перпендикулярной к оси тонкого однородного стержня и проходящей через его центр, находится частица массы m . Длина стержня l , его масса M , расстояние до частицы L . Найти модуль F силы, с которой стержень действует на частицу (исследовать случай $L \gg l$).

2.142.* Решить предыдущую задачу, полагая, что $l = L = 2a$.

2.143.* Имеется тонкое кольцо радиусом R . Радиус проволоки равен r , плотность материала проволоки ρ . Найти силу $F(x)$, с которой это кольцо притягивает материальную точку массы m , находящуюся на оси кольца на расстоянии x от его центра. Найти потенциальную энергию $U(x)$ частицы и кольца. Построить графики $F(x)$ и $U(x)$.

2.144.* Имеется тонкий однородный диск радиуса R . Поверхностная плотность диска равна σ ($\text{кг}/\text{м}^2$). На прямой, проходящей через центр диска перпендикулярно к нему, на расстоянии x на-

ходится частица массы m . Найти: а) силу F , с которой диск притягивает частицу; б) потенциальную энергию $U(x)$ взаимодействия частицы и диска.

2.145.* Имеется бесконечная тонкая нить с линейной плотностью равной λ ($\text{кг}/\text{м}$). На расстоянии x от ее оси находится частица массы m . а) Найти модуль силы F , действующей на частицу со стороны нити. б) Частица какой массы M , находясь от частицы m на расстоянии x , действовала бы на нее с такой же силой?

2.146.* Определить силу гравитации F , действующую на частицу массы m , помещенную внутрь однородной сферы радиуса R и массы M в точку, отстоящую на x от центра сферы.

2.147.* Однородный тонкий слой в виде полусферы притягивает частицу массы m , находящуюся в центре полусферы. Ее радиус R , масса M . Найти гравитационную силу F взаимодействия слоя и частицы.

2.148.* В свинцовом шаре с радиусом R сделана сферическая полость, смещенная относительно центра шара на вектор \vec{r}_0 . Плотность шара ρ . Найти ускорение свободного падения в полости.

2.149.* Пространство заполнено материей, плотность которой изменяется по закону $\rho = \rho_0/r$, где ρ_0 — константа, r — расстояние от начала координат. Найти напряженность гравитационного поля как функцию радиус-вектора \vec{r} . Нарисовать линии напряженности гравитационного поля.

2.150.* Внутри шара с радиусом R и плотностью ρ имеется сферическая полость радиусом $R/4$. Центр ее находится на расстоянии $R/4$ от точки C — центра шара, на линии PC , соединяющей C с точкой P , которая находится на расстоянии x от поверхности шара (рис. 25). Найти ускорение свободного падения \vec{a} в точке P .

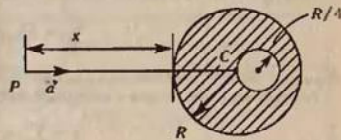


Рис. 25

2.151.* Искусственный спутник Земли запущен с экватора и движется по круговой орбите в плоскости экватора в направлении вращения Земли. Найти отношение радиуса орбиты спутника к радиусу Земли при условии, что спутник периодически раз в двое суток проходит над точкой запуска. Радиус Земли 6400 км, $g = 9.8 \text{ м}/\text{с}^2$, $T = 24$ ч.

2.152.* Вычислить радиус круговой орбиты стационарного спутника Земли, который остается все время неподвижным относительно ее поверхности. Каковы его скорость и ускорение в инерциальной системе отсчета, связанной в данный момент с центром Земли? Масса Земли и период ее обращения вокруг собственной оси известны.

2.153.* В начальный момент ракета имеет массу вместе с горючим m_0 , а ее скорость равна нулю. Затем она движется в отсутствие внешних сил, испуская непрерывную струю газа со скоростью \bar{u} , постоянной относительно ракеты. Найти скорость ракеты в момент, когда ее масса равна m .

2.154.* Ракета движется в отсутствие внешних сил с постоянным ускорением w , скорость истечения газа относительно ракеты постоянна и равна u . Масса ракеты в начальный момент равна m_0 . Найти закон изменения массы ракеты со временем.

2.155.* Вагонетка с песком движется под действием постоянной силы \bar{F} . В начальный момент времени масса вагонетки с песком m_0 , а ее скорость равна нулю. В днище вагонетки имеется дыра, через которую песок высыпается со скоростью потери массы μ кг/с. Найти скорость и ускорение вагонетки как функции времени t .

§ 3. Вращательное движение твердых тел

Момент силы относительно неподвижной точки O

$$\bar{M} = \bar{r} \times \bar{F},$$

\bar{r} — радиус-вектор, проведенный из точки O в точку приложения силы \bar{F} .

Момент импульса материальной точки относительно неподвижной точки O

$$\bar{L} = \bar{r} \times \bar{p},$$

\bar{r} — радиус-вектор, проведенный из точки O к материальной точке.

Закон изменения момента импульса

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \bar{M}_{\text{внешн}},$$

$\bar{M}_{\text{внешн}}$ — момент внешних сил относительно неподвижной точки O .

Момент инерции системы материальных точек относительно некоторой оси

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2,$$

где r_i — расстояние от данной точки до оси вращения.

Момент инерции твердого тела относительно оси вращения

$$J = \int r^2 dm = \int_V r^2 \rho dV,$$

ρ — плотность тела.

Если для какого-либо тела известен его момент инерции J_0 относительно оси, проходящей через центр масс, то момент инерции относительно любой оси, параллельной первой, может быть найден по формуле Штейнера

$$J = J_0 + md^2,$$

где m — масса тела и d — расстояние от центра масс тела до оси вращения.

Основной закон динамики вращательного движения (закон сохранения момента импульса) выражается уравнением

$$\bar{M} dt = d\bar{L} = d(J\bar{\omega}),$$

где \bar{M} — момент сил, приложенных к телу, \bar{L} — момент импульса тела (J — момент инерции тела, $\bar{\omega}$ — его угловая скорость). Если $J = \text{const}$, то

$$\bar{M} = J \frac{d\bar{\omega}}{dt} = J\bar{\varepsilon},$$

где $\bar{\varepsilon}$ — угловое ускорение, приобретаемое телом под действием момента сил \bar{M} . Уравнение динамики тела, вращающегося относительно оси OZ

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z \text{внешн.}$$

L_z и M_z — проекции моментов импульса и внешних сил на ось вращения

$$L_z = J_z \omega, \quad \frac{d}{dt}(J_z \omega) = M_z \text{внешн.}$$

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг оси

$$W_k = \frac{J\omega^2}{2}.$$

Сопоставление уравнений динамики вращательного движения с уравнениями поступательного движения дано в табл. 1.

Таблица 1

Поступательное движение	Вращательное движение
Второй закон Ньютона	
$\bar{F} \Delta t = m\bar{v}_2 - m\bar{v}_1$, или $\bar{F} = ma$	$\bar{M} \Delta t = J\bar{\omega}_2 - J\bar{\omega}_1$, или $\bar{M} = J\varepsilon$
Закон сохранения импульса $\sum \bar{p} = \text{const}$	Закон сохранения момента импульса $\sum J\omega = \text{const}$
Работа и кинетическая энергия	
$A = \bar{F}S = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$	$A = \bar{M}\varphi = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}$
Условия статического равновесия тела (системы тел) $\sum_{i=1}^n \bar{F}_i = 0$	$\sum_{i=1}^n \bar{M}(\bar{F}_{i0}) = 0$

3.1.* Найти момент инерции J и момент импульса L земного шара относительно оси вращения.

3.2.* Доказать теорему Штейнера для системы двух материальных точек, вращающихся вокруг вертикальной оси, перпендикулярной прямой, соединяющей эти точки.

3.3.* Найти момент инерции однородного круглого прямого цилиндра массы m и радиуса R относительно оси цилиндра.

3.4.* Прямой круглый однородный конус имеет массу m и радиус основания R . Найти момент инерции конуса относительно его оси.

3.5.* Найти момент инерции тонкого однородного стержня длины l и массы m : а) относительно перпендикулярной к стержню оси, проходящей через центр масс; б) относительно перпендикулярной к стержню оси, проходящей через конец стержня.

3.6.* Найти момент инерции однородной прямоугольной пластинки массы m , длины a и ширины b относительно перпендикулярной к ней оси, проходящей: а) через центр пластинки; б) через одну из вершин пластинки.

3.7. Два шара одинакового радиуса $R = 5$ см закреплены на концах невесомого стержня. Расстояние между шарами $r = 0,5$ м. Масса каждого шара $m = 1$ кг. Найти: а) момент инерции J_1 системы относительно оси, проходящей через середину стержня перпендикулярно к нему; б) момент инерции J_2 системы относительно той же оси, считая шары материальными точками, массы которых сосредоточены в их центрах; в) относительную ошибку $\delta = (J_1 - J_2)/J_2$, которую мы допускаем при вычислении момента инерции системы, заменяя J_1 на J_2 .

3.8. К ободу однородного диска радиусом $R = 0,2$ м приложена касательная сила $F = 98,1$ Н. При вращении на диск действует момент сил трения $M = 4,9$ Н·м. Найти массу диска m , если известно, что диск вращается с угловым ускорением $\varepsilon = 100$ рад/с².

3.9. Однородный стержень длиной $l = 1$ м и массой $m = 0,5$ кг вращается в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси, проходящей через середину стержня. С каким угловым ускорением ε вращается стержень, если на него действует момент сил $M = 98,1$ Н?

3.10. Маховик, момент инерции которого $J = 63,6$ кг·м², вращается с угловой скоростью $\omega = 31,4$ рад/с. Найти момент сил торможения M , под действием которого маховик останавливается через время $t = 20$ с. Маховик считать однородным диском.

3.11. Две гири с массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг соединены нитью, перекинутой через блок массой $m = 1$ кг. Найти ускорение a , с которым движутся гири, и силы натяжения T_1 и T_2 нитей, к которым подвешены гири. Блок считать однородным диском. Трением пренебречь.

3.12.* Определить угловое ускорение блока радиусом R с моментом инерции J , через который перекинута нить с грузами массой m_1 и m_2 . Трением пренебречь.

3.13. На барабан массой $m = 9$ кг намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m_1 = 2$ кг. Найти ускорение груза. Барабан считать однородным цилиндром. Трением пренебречь.

3.14. На барабан радиусом $R = 0,5$ м намотан шнур, к которому привязан груз массой $m = 10$ кг. Найти момент инерции барабана J_1 , если известно, что груз опускается с ускорением $a = 2,04$ м/с².

3.15. На барабан радиусом $R = 20$ см, момент инерции которого $J = 0,1$ кг·м², намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m = 0,5$ кг. До начала вращения барабана груз находился на высоте $h = 1$ м над полом. Через какое время груз опустится на пол и какова будет при этом его кинетическая энергия? Трением пренебречь.

3.16. Блок массой $m = 1$ кг укреплен на конце стола. Гири 1 и 2 одинаковой массы $m_1 = m_2 = 1$ кг соединены нитью, перекинутой через блок. Гиря 2 находится на поверхности стола, а гиря 1 свешивается со стола. Коэффициент трения гири 2 о стол $k = 0,1$. Найти ускорение, с которым движутся гири, и силы натяжения T_1 и T_2 нитей. Блок считать однородным диском. Трением в блоке пренебречь.

3.17. Диск массой $m = 2$ кг катится без скольжения по горизонтальной поверхности со скоростью $v = 4$ м/с. Найти кинетическую энергию обруча.

3.18. Шар диаметром $D = 6$ см и массой $m = 0,25$ кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости с частотой вращения $n = 4$ об/с. Найти кинетическую энергию шара.

3.19. Шар массой $m = 1$ кг, катящийся без скольжения, ударяется о стенку и отскакивает от нее. Скорость шара до удара $v = 10$ см/с, после удара $u = 8$ см/с. Найти количество теплоты Q , выделившейся в момент удара.

3.20. Мальчик катит обруч по горизонтальной поверхности со скоростью $v = 7,2$ км/ч. На какое расстояние может вкатиться обруч на горку за счет его кинетической энергии? Уклон горки равен 10 м на каждые 100 м пути.

3.21. Найти линейные ускорения центров масс шара, диска и обруча, скатывающихся без скольжения с наклонной плоскости. Угол плоскости $\alpha = 37^\circ$, начальная скорость всех тел $v_0 = 0$.

3.22. Найти линейные скорости движения центров масс шара, диска и обруча, скатывающихся без скольжения с наклонной плоскости, высота которой $h = 0,5$ м. Начальная скорость всех тел $v_0 = 0$.

3.23.* Цилиндр скатывается без проскальзывания с наклонной плоскости с углом при основании α . Каково ускорение центра масс цилиндра?

3.24.* Решить предыдущую задачу при условии, что между цилиндром и плоскостью коэффициент трения скольжения равен k . Пояснить результат.

3.25.* Тонкий обруч радиуса R раскрутили вокруг его оси до угловой скорости ω и положили плашмя на горизонтальную поверхность. Полагая коэффициент трения между поверхностью и обручем k , определить время вращения до полной остановки. Сколько оборотов при этом сделает обруч?

3.26.* На тонкостенный цилиндр намотана нить, конец которой закреплён (рис. 26). Нить остаётся параллельной наклонной

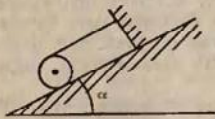


Рис. 26

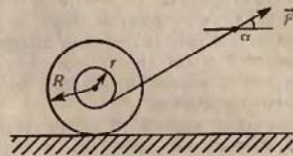


Рис. 27

плоскости с углом наклона α при разматывании. Какую скорость приобрёл цилиндр, если его ось прошла расстояние l ? Коэффициент трения между цилиндром и плоскостью k .

3.27.* На горизонтальной плоскости лежит катушка ниток. Её тянут за нитку (рис. 27). При каких углах α катушка станет ускоряться в сторону нити?

3.28.* По шероховатой горизонтальной поверхности катится без проскальзывания со скоростью v тонкое кольцо. Через какое время после упругого удара о гладкую вертикальную стенку кольцо остановится, если коэффициент трения кольца о поверхность равен k ?

3.29.* Тонкая однородная палочка длины l и массы m лежит симметрично на двух опорах, расстояние между которыми a . Одну из опор быстро убирают. Какова сразу после этого сила реакции оставшейся опоры?

3.30.* Обруч, вся масса которого сосредоточена в ободе, раскрутили до угловой скорости ω и поставили на шероховатую наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом. Найти время, в течение которого обруч будет подниматься вверх по плоскости. Радиус обруча R .

3.31.* Тонкое кольцо радиуса R и массы m раскрутили до угловой скорости ω_0 и поставили вертикально на горизонтальную плоскость. Как будет двигаться кольцо, если коэффициент трения кольца о плоскость равен k ? Через какое время прекратится проскальзывание? Какая часть начальной энергии перейдёт в тепло?

3.32.* Бревно высоты $h = 3$ м и массы $m = 50$ кг начинает падать из вертикального положения на землю. Определить скорость верхнего конца и момент импульса бревна в момент падения на землю.

3.33.* Карандаш длиной $l = 15$ см, поставленный вертикально, начинает падать на стол. Какую угловую скорость ω и линейную скорость v будут иметь в конце падения середина и верхний конец карандаша?

3.34.* Однородный стержень длиной $l = 1$ м подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. На какой угол α надо отклонить стержень, чтобы нижний конец стержня при прохождении положения равновесия имел скорость $v = 5$ м/с?

3.35.* Горизонтальная платформа массой $m = 100$ кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой $n_1 = 10$ об/мин. Человек массой $m_0 = 60$ кг стоит при этом на краю платформы. С какой частотой n_2 начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу однородным диском, а человека — точечной массой.

3.36.* Какую работу A совершает человек при переходе от края платформы к ее центру в условиях предыдущей задачи? Радиус платформы $R = 1,5$ м.

3.37.* Горизонтальная платформа массой $m = 80$ кг и радиусом $R = 1$ м вращается с частотой $n_1 = 20$ об/мин. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. С какой частотой n_2 будет вращаться платформа, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от $J_1 = 2,94$ до $J_2 = 0,98$ кг·м²? Считать платформу однородным диском.

3.38.* Во сколько раз увеличилась кинетическая энергия W_k платформы с человеком в условиях предыдущей задачи?

3.39.* Диск массы m и радиуса R вращается вокруг своей оси. Угловая скорость вращения ω . Под действием внешних сил диск останавливается. Чему равна работа внешних сил?

3.40.* Два груза соединены нитью длиной l и лежат на поверхности гладкого бревна с радиусом R (рис. 28). При равновесии грузов угол между вертикалью и радиусом, проведенным к одному из грузов, равен α . Найти массу второго груза, если масса первого равна m_1 .

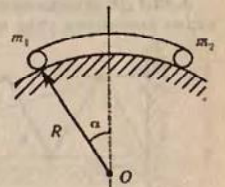


Рис. 28

3.41.* Цепочка массы m подвешена за концы так, что вблизи точек подвеса она образует с горизонталью угол α (рис. 29). Определите силу натяжения цепочки в ее нижней точке и в точках подвеса.

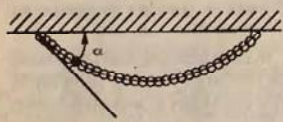


Рис. 29

3.42.* В гладкой закрепленной полусфере свободно лежит палочка массы m так, что угол ее с горизонтом равен α , а конец выходит за край полусферы (рис. 30).

С какими силами действует палочка на полусферу в точках соприкосновения A и B . Масса палочки m .

3.43.* Между одинаковыми брусками квадратного сечения, лежащими на горизонтальной плоскости, вставлен гладкий клин

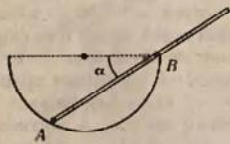


Рис. 30

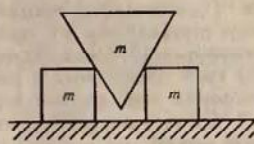


Рис. 31

такой же массы с сечением в виде равностороннего треугольника (рис. 31). При каком коэффициенте трения брусков о плоскость они начнут разъезжаться?

3.44.* На горизонтальной поверхности стоит куб массы m . С какой минимальной силой и под каким углом к горизонту надо тянуть куб за верхнее ребро, чтобы он начал опрокидываться без проскальзывания, если коэффициент трения куба о плоскость равен k ?

3.45.* Лестница опирается на пол и вертикальную стенку. При каких значениях угла между лестницей и полом она может стоять,

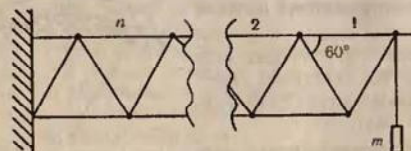


Рис. 32

если коэффициенты трения лестницы о пол и о стену равны k_1 и k_2 соответственно?

3.46.* К системе из одинаковых стержней, соединенных шарнирами, подвешен груз массы m (рис. 32). Определите силу, растягивающую л-й верхний горизонтальный стержень.

3.47.* Каким должен быть коэффициент трения однородного стержня о пол, чтобы он мог стоять так, как показано на рисунке 33? Длина нити AB равна длине стержня.

3.48.* Однородный тонкий брусок массы m лежит на горизонтальной плоскости. Какой наименьшей горизонтальной силой, приложенной к концу бруска, перпендикулярно к нему, его можно сдвинуть с места, если коэффициент трения между бруском и плоскостью равен k ?

3.49.* Балка массы m и длины $2l$ одним концом упирается в гладкую стену, а промежуточной точкой в прямоугольный уступ (рис. 34). Расстояние между стеной и уступом a . Какой угол с вертикалью составляет балка в равновесии? Определите также реакции упругий.

3.50.* Два гладкие бревна помещены в контейнер (рис. 35). Бревно A весит 400 Н , его радиус $0,8\text{ м}$, бревно B весит 300 Н ,

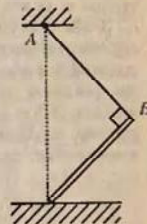


Рис. 33

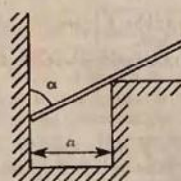


Рис. 34

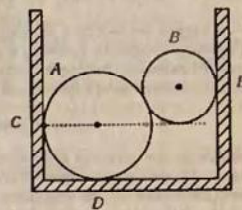


Рис. 35

а его радиус $0,5\text{ м}$. Определите реакции вертикальных стен в точках C и E и горизонтального пола в точке D , а также давление между бревнами, если ширина контейнера $2,5\text{ м}$.

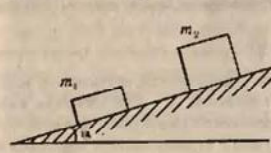


Рис. 36

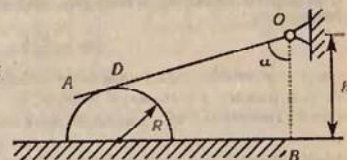


Рис. 37

3.51.* На наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ лежат два груза с массами $m_1 = 4\text{ кг}$ и $m_2 = 6\text{ кг}$, соединенные тросом (рис. 36). Коэффициенты трения грузов о наклонную плоскость

соответственно равны $k_1 = 0,4$ и $k_2 = 0,8$. Определить натяжение троса и модули сил трения, действующих на грузы. Будут ли грузы в покое или в движении?

3.52. Полуцилиндр весом P и радиусом R лежит на негладкой горизонтальной плоскости (рис. 37). Однородный стержень OA длиной l и весом Q шарнирно закреплен в точке O . Он опирается на гладкую поверхность полуцилиндра, образуя угол α с вертикалью $OB = h$. Определить наименьшее значение коэффициента трения скольжения k между полуцилиндром и горизонтальной плоскостью при равновесии.

§ 4. Механика жидкостей и газов

Для установившегося движения идеальной несжимаемой жидкости имеет место уравнение Бернулли

$$P + \frac{\rho v^2}{2} + \rho gh = \text{const.},$$

здесь ρ — плотность жидкости в данном сечении трубы, h — высота данного сечения трубы над некоторым уровнем и P — давление.

Сила сопротивления, которую испытывает палочный в вязкой жидкости (в газе) шарик, определяется формулой Стокса

$$F = 6\pi r\eta v,$$

где η — динамическая вязкость жидкости (газа), r — радиус шарика, v — его скорость. Закон Стокса имеет место только для ламинарного движения. При ламинарном движении объем жидкости (газа), протекающей за время t через капиллярную трубку радиусом r и длиной l , определяется формулой Пуазейля

$$V = \frac{\pi r^4 t \Delta P}{8l\eta},$$

где η — динамическая вязкость жидкости (газа), ΔP — разность давлений на концах трубки.

Характер движения жидкости (газа) определяется безразмерным числом Рейнольдса

$$Re = \frac{Dv\rho}{\eta} = \frac{Dv}{\nu},$$

где D — величина, характеризующая линейные размеры тела, обтекаемого жидкостью (газом), v — скорость течения, ρ — плотность, η — динамическая вязкость. Отношение $\nu = \eta/\rho$ называется кинематической вязкостью. Критическое значение числа Рейнольдса, определяющее переход от ламинарного движения к турбулентному, различно для тел разной формы.

4.1.* На столе стоит цилиндрический сосуд высоты H , наполненный доверху водой. Пренебрегая вязкостью воды, определить высоту h , на которой нужно сделать в сосуде небольшое отверстие, чтобы вытекающая струя воды попадала на стол на наибольшем удалении от сосуда.

4.2.* Показать, что при установившемся течении идеальной жидкости для любой трубки тока выполняется соотношение

$$\rho v_1 dS_1 = \rho v_2 dS_2 \quad (\text{уравнение неразрывности}),$$

где ρ — плотность жидкости, v_1 и v_2 — скорости жидкости в торцевых сечениях трубки, площади которых dS_1 и dS_2 соответственно.

4.3.* Найти скорость v течения углекислого газа по трубе, если известно, что за время $t = 30$ мин через поперечное сечение трубы протекает масса газа $m = 0,51$ кг. Плотность газа $\rho = 7,5$ кг/м³. Диаметр трубы $D = 2$ см.

4.4. В дне цилиндрического сосуда диаметром $D = 0,5$ м имеется круглое отверстие диаметром $d = 1$ см. Найти зависимость скорости понижения уровня воды в сосуде от высоты h этого уровня. Найти значение этой скорости для высоты $h = 0,2$ м.

4.5. На столе стоит сосуд с водой, в боковой поверхности которого имеется малое отверстие, расположенное на расстоянии h_1 от дна сосуда и на расстоянии h_2 от уровня воды. Уровень воды в сосуде поддерживается постоянным. На каком расстоянии l от сосуда (по горизонтали) струя воды падает на стол в случае, если: а) $h_1 = 25$ см, $h_2 = 16$ см; б) $h_1 = 16$ см, $h_2 = 25$ см?

4.6. Сосуд, наполненный водой, сообщается с атмосферой через стеклянную трубку, закрепленную в горлышке сосуда (рис. 38). Кран K находится на расстоянии $h_2 = 2$ см от дна сосуда. Найти скорость v вытекания воды из крана в случае, если расстояние между нижним концом трубки и дном сосуда: а) $h_1 = 2$ см; б) $h_1 = 7,5$ см; в) $h_1 = 10$ см.

4.7. Цилиндрический бак высотой $h = 1$ м наполнен до краев водой. За какое время t вся вода выльется через отверстие, расположенное у дна бака, если площадь S_2 поперечного сечения отверстия в 400 раз меньше площади S_1 поперечного сечения бака? Сравнить это время с тем, которое понадобилось бы для вытекания такого же объема воды, если бы уровень воды в баке поддерживался постоянным на высоте $h = 1$ м от отверстия.

4.8. В сосуд льется вода, причем за единицу времени подливается объем воды $V_1 = 0,2$ л/с. Каким должен быть диаметр d отверстия в дне сосуда, чтобы вода в нем держалась на постоянном уровне $h = 8,3$ см?

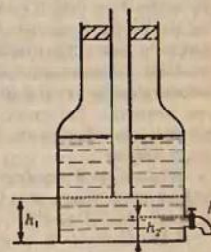


Рис. 38

* В задачах 4.3–4.11 жидкости (газы) считать идеальными, несжимаемыми.

4.9. Какое давление P создает компрессор в краскопульте, если струя жидкой краски вытекает из него со скоростью $v = 25 \text{ м/с}$? Плотность краски $\rho = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

4.10. По горизонтальной трубке AB течет жидкость (рис. 39). Разность уровней этой жидкости в трубках a и b равна $\Delta h = 10 \text{ см}$. Диаметры трубок a и b одинаковы. Найти скорость v течения жидкости в трубке AB .

4.11. Воздух продувается через трубку AB (рис. 40). За единицу времени через трубку AB протекает объем воздуха $V_t = 5 \text{ л/мин}$.

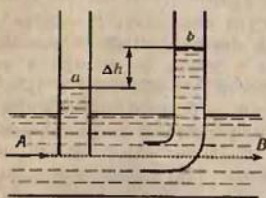


Рис. 39

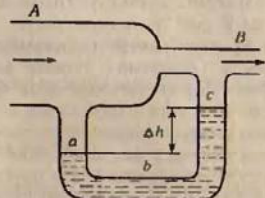


Рис. 40

Площадь поперечного сечения широкой части трубки AB равна $S_1 = 2 \text{ см}^2$, а узкой ее части и трубки abc равна $S_2 = 0,5 \text{ см}^2$. Найти разность уровней Δh воды, налитой в трубку abc . Плотность воздуха $\rho = 1,32 \text{ кг/м}^3$.

4.12. Шарик всплывает с постоянной скоростью v в жидкости, плотность ρ_1 которой в 4 раза больше плотности ρ_2 материала шарика. Во сколько раз сила трения $F_{\text{тр}}$, действующая на всплывающий шарик, больше силы тяжести mg , действующей на этот шарик?

4.13. Какой наибольшей скорости v может достичь дождевая капля диаметром $d = 0,3 \text{ мм}$, если динамическая вязкость воздуха $\eta = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$?

4.14. Стальной шарик диаметром $d = 1 \text{ мм}$ падает с постоянной скоростью $v = 0,185 \text{ см/с}$ в большом сосуде, наполненном касторовым маслом. Найти динамическую вязкость η касторового масла.

4.15. Смесь свинцовых дробинок с диаметрами $d_1 = 3 \text{ мм}$ и $d_2 = 1 \text{ мм}$ опустили в бак с глицерином высотой $h = 1 \text{ м}$. На сколько позже упадут на дно дробинок меньшего диаметра по сравнению с дробинок большего диаметра? Динамическая вязкость глицерина $\eta = 1,47 \text{ Па} \cdot \text{с}$.

4.16. Пробковый шарик радиусом $r = 5 \text{ мм}$ всплывает в сосуде, наполненном касторовым маслом. Найти динамическую и кинематическую вязкости касторового масла, если шарик всплывает с постоянной скоростью $v = 3,5 \text{ см/с}$.

4.17. В боковую поверхность цилиндрического сосуда радиусом $R = 2 \text{ см}$ вставлен горизонтальный капилляр, внутренний радиус которого $r = 1 \text{ мм}$ и длина $l = 1,5 \text{ см}$. В сосуд налито касторовое масло, динамическая вязкость которого $\eta = 1,2 \text{ Па} \cdot \text{с}$. Найти зависимость скорости v понижения уровня касторового масла в сосуде от высоты h этого уровня над капилляром. Найти значение этой скорости при $h = 26 \text{ см}$.

4.18. В боковую поверхность сосуда вставлен горизонтальный капилляр, внутренний радиус которого $r = 1 \text{ мм}$ и длина $l = 1,5 \text{ см}$. В сосуд налит глицерин, динамическая вязкость которого $\eta = 1,0 \text{ Па} \cdot \text{с}$. Уровень глицерина в сосуде поддерживается постоянным на высоте $h = 0,18 \text{ м}$ выше капилляра. Какое время потребуется на то, чтобы из капилляра вытек объем глицерина $V = 5 \text{ см}^3$?

4.19. На столе стоит сосуд, в боковую поверхность которого вставлен горизонтальный капилляр на высоте $h_1 = 5 \text{ см}$ от дна сосуда. Внутренний радиус капилляра $r = 1 \text{ мм}$ и длина $l = 1 \text{ см}$. В сосуд налито машинное масло, плотность которого $\rho = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ и динамическая вязкость $\eta = 0,5 \text{ Па} \cdot \text{с}$. Уровень масла в сосуде поддерживается постоянным на высоте $h_2 = 50 \text{ см}$ выше капилляра. На каком расстоянии l от конца капилляра (по горизонтали) струя масла падает на стол?

4.20. Стальной шарик падает в широком сосуде, наполненном трансформаторным маслом, плотность которого $\rho = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ и динамическая вязкость $\eta = 0,8 \text{ Па} \cdot \text{с}$. Считая, что закон Стокса имеет место при числе Рейнольдса $Re \leq 0,5$ (если при вычислении Re в качестве величины D взять диаметр шарика), найти предельное значение диаметра D шарика.

4.21. Считая, что ламинарность движения жидкости (или газа) в цилиндрической трубе сохраняется при числе Рейнольдса $Re \leq 3000$ (если при вычислении Re в качестве величины D взять диаметр трубы), показать, что условия задачи 4.1 соответствуют ламинарному движению. Кинематическая вязкость газа $\nu = 1,33 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$.

4.22. Вода течет по трубе, причем за единицу времени через поперечное сечение трубы протекает объем воды $V_t = 200 \text{ см}^3/\text{с}$. Динамическая вязкость воды $\eta = 0,001 \text{ Па} \cdot \text{с}$. При каком предельном значении диаметра D трубы движение воды остается ламинарным? (См. условие предыдущей задачи.)

4.23. Сферический баллон радиуса R со стенками толщины Δ разрывается внутренним давлением P . Определить предел прочности материала стенок.

4.24. Почему сосиска в кипятке лопается вдоль, а не поперек?

4.25. В полусферический колокол, края которого плотно прилегают к поверхности стола, наливают через отверстие вверху

жидкость. Когда жидкость доходит до отверстия, она приподнимает колокол и начинает из-под него течь. Найти массу колокола, если его внутренний радиус равен R , а плотность жидкости ρ .

4.26.* Закрытый цилиндр радиуса R , заполненный на три четверти своего объема жидкостью плотности ρ , вращается в невесомости вместе с жидкостью с угловой скоростью ω вокруг своей оси. Как меняется давление в жидкости в зависимости от расстояния до стенок цилиндра?

4.27.* Найти форму поверхности жидкости в цилиндрическом стакане, который вращается вместе с жидкостью вокруг своей оси с угловой скоростью ω .

4.28.* Цилиндрический стакан радиуса R , заполненный жидкостью плотности ρ , вращается с угловой скоростью ω вокруг своей оси. В сосуде находится шарик радиуса r и плотности 2ρ . Найти силу, с которой шарик давит на боковую стенку сосуда.

4.29.* Из отверстия в дне высокого сосуда вытекает вода. Сечение сосуда S , сечение струи s . Уровень воды в сосуде перемещается с постоянным ускорением. Найти это ускорение.

4.30.* На мыльном пузыре радиуса R находится еще один мыльный пузырек радиуса r . Какой радиус кривизны имеет пленка, их разделяющая? Какой угол образуют пленки в местах соприкосновения?

Глава II МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

§ 5. Молекулярно-кинетическая теория

Уравнение состояния идеального газа

$$pV = \frac{m}{\mu} RT,$$

где p — давление газа, V — его объем, T — термодинамическая температура, m — масса газа, μ — молярная масса газа; $R = 8,31441 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}$ — газовая постоянная.

Закон Дальтона для давления смеси газов

$$p = \sum_{i=1}^n p_i,$$

где p_i — парциальное давление, т. е. давление, которое имел бы каждый из газов в отдельности, если бы он при данной температуре один заполнял весь объем.

Основное уравнение кинетической теории газов имеет вид

$$p = \frac{2}{3} n \bar{W} = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \overline{v^2}}{2},$$

где n — концентрация молекул, \bar{W} — средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы с массой m_0 , $\sqrt{\overline{v^2}}$ — средняя квадратичная скорость молекул.

*Число молекул в единице объема (концентрация)

$$n = \frac{p}{kT},$$

где $k = 1,380662 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ — постоянная Больцмана.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы

$$\bar{W} = \frac{3}{2} kT.$$

Энергия теплового движения молекул (внутренняя энергия) газа

$$W = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT,$$

где i — число степеней свободы молекул.

Теплоемкость тела определяется как

$$C = \frac{dQ}{dT} \text{ Дж/К,}$$

где Q — количество тепла, сообщенное телу и повышающее его температуру на 1 К.

Молярная теплоемкость, т. е. теплоемкость одного моля вещества

$$C_v = \frac{1}{\nu} \frac{dQ}{dT}.$$

Удельная теплоемкость

$$c = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT}.$$

Связь между молярной и удельной теплоемкостями

$$c = C_v / \mu.$$

Теплоемкость при постоянном объеме

$$C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V.$$

где U — внутренняя энергия тела.

Теплоемкость при постоянном давлении

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_p.$$

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{m}{\mu} C_v T.$$

Функция распределения Максвелла молекул по скоростям

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{mv^2}{2kT} \right).$$

Функция распределения Максвелла молекул по проекции скорости

$$\varphi(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{mv_x^2}{2kT} \right).$$

Вероятность того, что компоненты скорости лежат в пределах от v_x , v_y , v_z до $v_x + dv_x$, $v_y + dv_y$, $v_z + dv_z$ есть

$$dP = f(v) dv_x dv_y dv_z.$$

Число молекул, величина скоростей которых лежит в интервале от v до $v + dv$

$$dN_v = N f(v) 4\pi v^2 dv,$$

N — полное число молекул газа.

Функция распределения Максвелла по модулю скорости

$$F(v) = f(v) 4\pi v^2 = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{mv^2}{2kT} \right) 4\pi v^2.$$

Распределение Больцмана молекул во внешнем потенциальном поле

$$n = n_0 \exp \left(-\frac{W_p}{kT} \right),$$

n — концентрации молекул, обладающих потенциальной энергией W_p , n_0 — концентрация молекул с нулевой потенциальной энергией.

Количество молекул, попадающих в пределы объема $dv = dx dy dz$, расположенного в точке с координатами x, y, z , равно

$$dN = n_0 \exp \left(-\frac{W_p(x, y, z)}{kT} \right) dx dy dz.$$

Закон Максвелла — Больцмана

$$dN = n_0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{W_p + \frac{mv^2}{2}}{kT} \right) dv_x dv_y dv_z dx dy dz.$$

Наиболее вероятная скорость молекул

$$v_* = \sqrt{2kT/\mu}.$$

Средняя скорость молекул (арифметическая)

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi\mu}}.$$

Средняя квадратичная скорость молекул

$$\sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3kT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}.$$

При решении задач на закон распределения молекул по скоростям удобно пользоваться табл. 2, в которой даны значения $\Delta N/(N \Delta u)$ для различных u .

Таблица 2

u	$\Delta N/(N \Delta u)$	u	$\Delta N/(N \Delta u)$	u	$\Delta N/(N \Delta u)$
0	0	0,9	0,81	1,8	0,29
0,1	0,02	1,0	0,83	1,9	0,22
0,2	0,09	1,1	0,82	2,0	0,16
0,3	0,18	1,2	0,78	2,1	0,12
0,4	0,31	1,3	0,71	2,2	0,09
0,5	0,44	1,4	0,63	2,3	0,06
0,6	0,57	1,5	0,54	2,4	0,04
0,7	0,68	1,6	0,46	2,5	0,03
0,8	0,76	1,7	0,36		

Во многих случаях важно знать число молекул N_x , скорости которых превышают заданное значение скорости u . В табл. 3 даны значения N_x/N для различных u , где N — общее число молекул.

Таблица 3

u	N_x/N	u	N_x/N	u	N_x/N
0	1,000	0,6	0,868	1,25	0,374
0,2	0,994	0,7	0,806	1,5	0,213
0,4	0,957	0,8	0,734	2,0	0,046
0,5	0,918	1,0	0,572	2,5	0,0057

Барометрическая формула дает закон убывания давления газа с высотой в поле силы тяжести:

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\rho g h}{RT}\right),$$

здесь p — давление газа на высоте h , p_0 — давление на высоте $h = 0$, $g = 9,80665 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения. Эта формула приближенная, так как температуру T нельзя считать одинаковой для больших разностей высот.

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{Z}} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \sigma^2 n},$$

где \bar{v} — средняя арифметическая скорость, \bar{Z} — среднее число столкновений каждой молекулы с остальными в единицу времени, σ — эффективный диаметр молекулы, n — число молекул в единице объема (концентрация молекул). Общее число столкновений всех молекул в единице объема за единицу времени

$$Z = \bar{Z}n/2.$$

Масса, перенесенная за время Δt при диффузии,

$$m = -D \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \Delta S \Delta t,$$

где $\Delta \rho / \Delta x$ — относительное изменение плотности в направлении x , перпендикулярном к площадке ΔS , $D = \bar{v} \bar{\lambda} / 3$ — коэффициент диффузии (\bar{v} — средняя арифметическая скорость, $\bar{\lambda}$ — средняя длина свободного пробега молекул).

Импульс, перенесенный газом за время Δt , определяет силу внутреннего трения $F_{тр}$ в газе:

$$F_{тр} = -\eta \frac{\Delta v}{\Delta x} \Delta S,$$

где $\Delta v / \Delta x$ — относительное изменение скорости течения газа в направлении x , перпендикулярном к площадке ΔS , $\eta = \bar{v} \bar{\lambda} \rho / 3$ — динамическая вязкость.

Количество теплоты, перенесенное за время Δt вследствие теплопроводности, определяется формулой

$$Q = -K \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \Delta t,$$

где $\Delta T / \Delta x$ — относительное изменение температуры в направлении x , перпендикулярном к площадке ΔS , $K = \bar{v} \bar{\lambda} c_V \rho / 3$ — теплопроводность.

Первое начало термодинамики может быть записано в виде

$$\delta Q = dU + \delta A,$$

где δQ — количество теплоты, полученное газом, dU — изменение внутренней энергии газа, $\delta A = p dV$ — элементарная работа, совершаемая газом при изменении его объема.

Изменение внутренней энергии газа при изменении температуры

$$dU = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R dT.$$

Полная работа, совершаемая при изменении объема газа,

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

Работа, совершаемая при изотермическом изменении объема газа,

$$A_{из} = RT \frac{m}{\mu} \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Давление газа и его объем связаны при адиабатическом процессе уравнением Пуассона

$$pV^\kappa = \text{const}, \quad \text{т. е.} \quad \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\kappa,$$

где показатель адиабаты $\kappa = c_p / c_V$. Уравнение Пуассона может быть записано еще и таком виде:

$$TV^{\kappa-1} = \text{const}, \quad \text{т. е.} \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1}$$

или

$$Tp^{(1-\kappa)/\kappa} = \text{const}, \quad \text{т. е.} \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{(1-\kappa)/\kappa} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(1-\kappa)/\kappa}.$$

Работа, совершаемая при адиабатическом изменении объема газа, может быть найдена по формуле

$$A_{ад} = \frac{RT_1}{\kappa-1} \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1}\right] = \frac{RT_1}{\kappa-1} \frac{m}{\mu} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{p_1 V_1 (T_1 - T_2)}{(\kappa-1) T_1},$$

где p_1 и V_1 — давление и объем газа при температуре T_1 .

Уравнение политропического процесса имеет вид

$$pV^n = \text{const}, \quad \text{или} \quad p_1 V_1^n = p_2 V_2^n,$$

где n — показатель политропы ($1 < n < \infty$).

Коэффициент полезного действия (к. п. д.) тепловой машины

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где Q_1 — количество теплоты, полученное рабочим телом от нагревателя, Q_2 — количество теплоты, отданное холодильнику. Для идеального цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 и T_2 — термодинамические температуры нагревателя и холодильника.

Разность энтропий $S_B - S_A$ двух состояний B и A определяется формулой

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}.$$

5.1. Посередине откачанного и запаянного с обеих сторон капилляра, расположенного горизонтально, находится столбик ртути длиной $l = 20$ см. Если капилляр поставить вертикально, то столбик ртути переместится на $\Delta l = 10$ см. До какого давления был откачан капилляр? Длина капилляра $l = 1$ м.

5.2.* Внутри закрытого с обоих концов горизонтального цилиндра имеется тонкий поршень, который может скользить в цилиндре без трения. С одной стороны поршня находится водород массой $m_1 = 4$ г, с другой — азот массой $m_2 = 14$ г. Какую часть объема цилиндра занимает водород?

5.3.* Сосуд разделен перегородками на три части, объемы которых равны V_1 , V_2 и V_3 и в которых находятся газы при давлениях p_1 , p_2 и p_3 соответственно. Какое давление в сосуде установится после удаления перегородок, если температура при этом осталась неизменной?

5.4.* В баллоне объемом $0,2$ м³ находится газ под давлением 10^5 Па при температуре 290 К. После подкачивания газа давление повысилось до $3 \cdot 10^5$ Па, а температура увеличилась до 320 К. На сколько увеличилось число молекул газа? $R = 8,31$ Дж/моль·К, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹.

5.5.* Объем камеры насоса равен V_0 . За сколько циклов работы насоса можно накачать автомобильную камеру объемом V от давления p_1 до давления p_2 ? Температуру воздуха считать постоянной. Давление атмосферы p_0 .

5.6.* Откачивающий насос захватывает за один цикл объем газа V_0 и выталкивает его в атмосферу. Сколько циклов должен сделать насос, чтобы понизить давление в сосуде объема V от значения p_0 до p ?

5.7.* Каков должен быть вес оболочки детского воздушного шарика, наполненного водородом, чтобы результирующая подъемная

сила шарика $F = 0$, т.е. чтобы шарик находился во взвешенном состоянии? Воздух и водород находятся при нормальных условиях. Давление внутри шарика равно внешнему давлению. Радиус шарика равен $12,5$ см. Молярные массы газов известны.

5.8.* Воздушный шар объемом 10^3 м³ заполнен гелием. При нормальных условиях он может поднять груз массой 10^3 кг. Какой груз может поднять тот же шар при замене гелия водородом при той же температуре? Молярные массы газов известны.

5.9.* Воздушный шар объемом 240 м³, заполненный водородом при температуре 300 К, поднимает полезный груз массой 300 кг. Какой полезный груз сможет поднять воздушный шар, если его заполнить горячим воздухом при температуре 400 К? До какой температуры нужно нагреть воздух, чтобы воздушный шар смог поднять такой же полезный груз, как и при заполнении его водородом? Молярная масса воздуха $\mu = 0,029$ кг/моль.

5.10.* Два одинаковых сосуда заполнены кислородом при температуре T_1 и соединены между собой трубкой с ничтожно малым объемом. Во сколько раз изменится давление кислорода в сосудах, если один из них нагреть до температуры T_2 , а второй поддерживать при температуре T_1 ?

5.11.* Два сосуда с объемом $V_1 = 100$ см³ и $V_2 = 200$ см³ разделены подвижным поршнем, не проводящим тепла. Сначала температура газа в сосудах $T = 300$ К, а его давление $p = 1,01 \cdot 10^5$ Па, затем меньший сосуд охладил до $T_1 = 273$ К, а большой нагрели до $T_2 = 373$ К. Какое давление установится в сосудах?

5.12. Найти плотность водорода при температуре $t = 15^\circ\text{C}$ и давлении $p = 97,3$ кПа.

5.13. Построить график зависимости плотности кислорода: а) от давления при $T = \text{const} = 390$ К в интервале значений $0 \leq p \leq 400$ кПа через каждые 50 кПа; б) от температуры T при $p = \text{const} = 400$ кПа в интервале $200 \leq T \leq 300$ К через каждые 20 К.

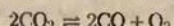
5.14. В сосуде объемом 2 л находятся углекислый газ $m_1 = 6$ г и закись азота (N_2O) $m_2 = 4$ г при температуре 400 К. Найти давление смеси в сосуде.

5.15. В сосуде находятся 14 г азота и 9 г водорода при температуре $t = 10^\circ\text{C}$ и давлении $p = 1$ МПа. Найти молярную массу смеси и объем сосуда.

5.16. Закрытый сосуд объемом 2 л наполнен воздухом при нормальных условиях. В сосуд вводится диэтиловый эфир ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OC}_2\text{H}_5$). После того как весь эфир испарился, давление в сосуде стало равным $0,14$ МПа. Какая масса эфира была введена в сосуд?

5.17. В сосуде объемом $0,5$ л находится 1 г паробразного йода (I_2). При температуре 10^3 °C давление в сосуде $93,3$ кПа. Найти степень диссоциации α молекул йода на атомы. Молярная масса молекул йода $\mu = 0,254$ кг/моль.

5.18.* В сосуде объемом $V = 1 \text{ дм}^3$ находится 0,2 г углекислого газа. При температуре $T = 2600 \text{ К}$ некоторая часть молекул CO_2 диссоциировала на молекулы окиси углерода согласно



При этом давление в сосуде оказалось равным 108 кПа. Найти степень диссоциации CO_2 при этих условиях.

5.19. В сосуде находится углекислый газ. При некоторой температуре степень диссоциации молекул CO_2 на CO и O_2 равна $\alpha = 0,25$. Во сколько раз давление в сосуде при этих условиях будет больше того давления, при котором молекулы CO_2 не были диссоциированы?

5.20. В воздухе содержится 23,6% кислорода и 76,4% азота (по массе) при давлении $p = 100 \text{ кПа}$ и температуре $T = 290 \text{ К}$. Найти плотность воздуха и парциальные давления кислорода и азота.

5.21. В сосуде находится 10 г CO_2 и 15 г N_2 . Найти плотность смеси газом при температуре 300 К и давлении 150 кПа.

5.22. Найти массу атома: а) водорода; б) гелия.

5.23.* Вертикальный цилиндр, закрытый с обоих концов, разделен поршнем. По обе стороны поршня находится по одному молу воздуха при температуре $T = 300 \text{ К}$. Отношение объемов верхней части цилиндра и нижней равно $\eta = 4$. При какой температуре воздуха отношение этих объемов станет $\eta_1 = 3$?

5.24.* Два расположенные горизонтально цилиндрических сосуда, соединенных герметически, перекрыты поршнями, соединенными недеформируемым стержнем. Между поршнями и вне их находится воздух при атмосферном давлении p_0 . Площади поршней равны S_1 и S_2 . Первоначальный объем воздуха между поршнями равен v_0 (рис. 41). На сколько сместятся поршни, если давление в камере А повысить до значения p ? Температуру воздуха считать постоянной. Трением пренебречь. Камера В сообщается с атмосферой.

5.25.* В горизонтально закрепленной, открытой с торцов трубе сечения S находятся два поршня. В исходном состоянии левый поршень соединен недеформируемой пружиной жесткости k со стенкой, давление газа p_0 между поршнями равно атмосферному, расстояние l от правого поршня до края трубы равно расстоянию между поршнями (рис. 42). Правый поршень медленно вытянули до края трубы. Какую силу надо приложить к поршню, чтобы удержать его в таком положении? Температура газа постоянна. Трением пренебречь.

5.26. Молекула азота летит со скоростью $v = 430 \text{ м/с}$. Найти импульс этой молекулы.

5.27. Как, зная плотность вещества ρ и молярную массу μ , найти число молекул в единице объема?

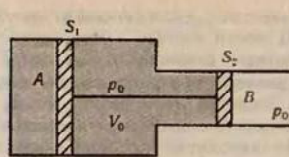


Рис. 41

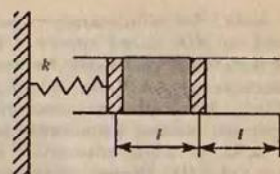


Рис. 42

5.28. Какое число молекул находится в комнате объемом $v = 80 \text{ м}^3$ при температуре $t = 17^\circ \text{C}$ и давлении $p = 100 \text{ кПа}$?

5.29. Какое число частиц n находится в единице массы пароводяного йода (J_2), степень диссоциации которого $\alpha = 0,5$? Молярная масса $\text{J}_2 \mu = 0,254 \text{ кг/моль}$.

5.30. Какое число N частиц находится в 16 г кислорода, степень диссоциации которого $\alpha = 0,5$?

5.31. В сосуде находится 10^{-7} моль кислорода и 10^{-6} г азота. Температура смеси $t = 100^\circ \text{C}$, давление $p = 133 \text{ мПа}$. Найти объем сосуда, парциальные давления кислорода и азота и число молекул в единице объема сосуда.

5.32.* Изобразить для идеального газа примерные графики изохорического, изобарического, изотермического и адиабатического процессов на диаграммах: а) p, V ; б) T, V ; в) p, T . Графики изобразить проходящими через общую для них точку.

5.33.* Изобразить для идеального газа примерные графики: а) изохорического, изобарического и адиабатического процессов на диаграмме U, T ; б) изохорического, изобарического, изотермического и адиабатического процессов на диаграммах U, V и U, p . U откладывать по оси ординат. Исходной для всех графиков принять общую точку.

5.34.* Чему равна теплоемкость идеального газа при: а) изотермическом; б) адиабатическом процессах?

5.35. Найти удельную теплоемкость кислорода для: а) $V = \text{const}$; б) $p = \text{const}$.

5.36. Найти отношение удельных теплоемкостей c_p/c_v для кислорода.

5.37.* Показать, что молярные теплоемкости $C_p = C_v + R$ (уравнение Майера).

5.38. Плотность некоторого двухатомного газа при нормальных условиях $\rho = 1,43 \text{ кг/м}^3$. Найти удельные теплоемкости c_v и c_p этого газа.

5.39. Найти степень диссоциации α кислорода, если его удельная теплоемкость при постоянном давлении $c_p = 1,05 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$.

5.40. Найти степень диссоциации α азота, если отношение $c_p/c_v = 1,47$.

5.41. Найти удельную теплоемкость c_p газовой смеси, состоящей из 3000 молей аргона и 2000 молей азота.

5.42. 10 г кислорода находится при давлении $p = 0,3$ МПа и температуре $t = 10^\circ\text{C}$. После нагревания при $p = \text{const}$ газ занял объем 10 л. Найти количество теплоты, полученное газом, и энергию теплового движения молекул газа до и после нагревания.

5.43. В сосуде объемом $V = 2$ л находится азот при давлении $p = 0,1$ МПа. Какое количество теплоты надо сообщить азоту, чтобы: а) при $p = \text{const}$ объем увеличился вдвое; б) при $v = \text{const}$ давление увеличилось вдвое?

5.44. Какую массу углекислого газа можно нагреть при $p = \text{const}$ от температуры $t_1 = 20^\circ\text{C}$ до $t_2 = 100^\circ\text{C}$ количеством теплоты $Q = 222$ Дж? На сколько при этом изменится кинетическая энергия одной молекулы?

5.45. Для нагревания некоторой массы газа на $\Delta t_1 = 50^\circ\text{C}$ при $p = \text{const}$ необходимо затратить количество теплоты $Q = 670$ Дж. Если эту массу газа охладить на $\Delta t_2 = 100^\circ\text{C}$ при $V = \text{const}$, то выделяется теплота $Q_2 = 1005$ Дж. Какое число степеней свободы i имеют молекулы этого газа?

5.46.* Найти среднюю квадратичную скорость молекул воздуха при температуре 290 К. Молярная масса воздуха $\mu = 0,029$ кг/моль.

5.47. Найти концентрацию молекул водорода при давлении $p = 266,6$ Па, если средняя квадратичная скорость его молекул $2,4 \cdot 10^3$ м/с.

5.48. Во сколько раз средняя квадратичная скорость пылинки, взвешенной в воздухе, меньше средней квадратичной скорости молекул воздуха? Масса пылинки $m = 10^{-8}$ г. Воздух считать однородным газом, молярная теплоемкость которого $\mu = 0,029$ кг/моль.

5.49. Найти импульсы молекулы водорода при температуре $t = 20^\circ\text{C}$. Скорость молекулы считать равной средней квадратичной скорости.

5.50. Найти внутреннюю энергию 20 г кислорода при температуре $t = 20^\circ\text{C}$. Какая часть этой энергии приходится на долю поступательного движения молекул и какая на вращательное движение?

5.51. Найти внутреннюю энергию двухатомного газа, находящегося в сосуде объемом $V = 2$ л под давлением $p = 150$ кПа.

5.52. При какой температуре энергия теплового движения атомов гелия будет достаточна для того, чтобы преодолеть земное тяготение и навсегда покинуть земную атмосферу?

5.53.* Получить уравнение состояния для адиабатического процесса, т.е. связь между параметрами p, V или p, T .

5.54.* Два различных газа, занимающие один и тот же начальный объем V_0 , при одинаковом начальном давлении p_0 внезапно подвергаются адиабатическому сжатию, каждый до половины своего первоначального объема. Каково конечное давление в каждом

газе по сравнению с p_0 , если первый газ одноатомный, а второй двухатомный?

5.55.* Адиабатической называется атмосфера, в которой давление и плотность в зависимости от высоты удовлетворяют соотношению $p\rho^{-\gamma} = \text{const}$. Показать, что температура газа атмосферы линейно уменьшается с высотой, и найти коэффициент пропорциональности.

5.56.* Определить вероятность того, что: а) при бросании монеты выпадет герб; б) при бросании игральной кости выпадет цифра 5; в) из колоды с 36 картами будет вынут туз червей.

5.57.* Какова вероятность того, что при бросании игральной кости выпадет: а) либо единица, либо шестерка; б) четная цифра?

5.58.* Два стрелка одновременно и независимо стреляют в одну цель. Найти вероятность поражения цели, если вероятности попадания в цель первым и вторым стрелками равны соответственно 0,8 и 0,7. Цель считается пораженной, если в нее попадает хотя бы один стрелок.

5.59.* При игре в Спортлото из $N = 49$ номеров лотерею выбирают $n_0 = 6$. Вычислить вероятность $w_{N, n_0}(k)$ того, что вы угадаете k «счастливых» номеров — тех, которые определяются в дальнейшем при тираже. Сделать расчет для $k = 0, 1, 2, \dots, 6$.

5.60.* N неразличимых шаров случайным образом раскладывают по $G \geq N$ пронумерованным ящикам. В один ящик помещается только один шар. Слова «случайным образом» означают, что каждый шар с равной вероятностью может оказаться в любом из свободных ящиков. Определить вероятность w того, что N ящиков с определенными номерами будут с шарами.

5.61.* N различных шаров случайным образом раскладывают по $G \geq N$ пронумерованным ящикам. Слова «случайным образом» означают, что каждый шар с равной вероятностью может попасть в любой ящик независимо от размещения остальных. Определить вероятность того, что ни в какой ящик не попадет более одного шара.

5.62.* Некоторая случайная переменная x может принимать значения $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots$, вероятности которых $w(x_i)$ известны. Написать выражения, определяющие следующие средние арифметические: $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, $\langle f(x) \rangle$, среднеквадратичную флуктуацию $\sqrt{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle}$.

5.63.* Величина x может принимать только два значения: x_1 и x_2 , причем вероятность первого равна p . Найти $\langle x^3 \rangle$.

5.64.* Известно распределение вероятностей $dw(x) = p(x)dx$ для случайной переменной x , принимающей значение $a \leq x \leq b$. Написать выражения, определяющие следующие средние арифметические: $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, $\langle f(x) \rangle$ ($f(x)$ — некоторая интегрируемая функция x), среднеквадратичную флуктуацию $\sqrt{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle}$.

5.65.* Положение частицы распределено равномерно в шаре радиуса R . Определить вероятность $dw(r)$ обнаружения частицы на расстоянии от r до $r + dr$ от центра шара. Чему равны среднее $\langle r \rangle$ и среднеквадратическое $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ расстояния от частицы до центра шара? Внутри шара какого радиуса частица окажется с вероятностью $1/2$? (Центры шаров совпадают.)

5.66.* В сосуде находится N молекул. Найти вероятность w того, что в процессе хаотического движения все молекулы соберутся в одной половине сосуда. Вычислить w для $N = 2, 10, N_A = 6 \cdot 10^{23}$.

5.67.* Распределение вероятностей для некоторой случайной величины x имеет вид $dw(x) \propto \exp(-\lambda x) dx$, $\lambda > 0$ ($0 \leq x < \infty$). Отнормировать распределение. Найти средние $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, среднеквадратичную и относительную флуктуацию.

5.68. При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул азота больше их наиболее вероятной скорости на $\Delta v = 50$ м/с?

5.69. Какая часть молекул кислорода при $t = 0^\circ\text{C}$ обладает скоростями v от 100 до 110 м/с, от 900 до 1000 м/с?

5.70. Во сколько раз число молекул ΔN_1 , скорости которых лежат в интервале от $v_{\text{вер}}$ до $v_{\text{вер}} + \Delta v$, больше числа молекул ΔN_2 , скорости которых лежат в интервале от $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$ до $\sqrt{\langle v^2 \rangle} + \Delta v$?

5.71. Какая часть общего числа N молекул имеет скорости: а) больше наиболее вероятной скорости $v_{\text{вер}}$; б) меньше наиболее вероятной скорости $v_{\text{вер}}$?

5.72. В сосуде находится 2,5 г кислорода. Найти число N_x молекул кислорода, скорости которых превышают среднюю квадратичную скорость $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$.

5.73.* Функция распределения вероятностей величины x имеет вид $f(x) = A e^{-\alpha x^2} 4\pi x^2$, где A и α — константы. Написать приближенное выражение для вероятности P того, что значение x окажется в пределах от 7,9999 до 8,0001.

5.74.* Написать выражение, определяющее относительную долю η молекул газа, обладающих скоростями, превышающими наиболее вероятную скорость.

5.75.* Распределение Максвелла для компоненты скорости имеет вид

$$dw(v_x) = \varphi(v_x) dv_x = A \exp(-mv_x^2/2kT) dv_x.$$

Отнормировать это распределение (определить A). Что происходит с максимальным значением φ при: а) увеличении температуры T ; б) увеличении массы m ? Вычислить $\langle v_x^2 \rangle$.

5.76.* Исходя из распределения Максвелла по модулю скорости получить распределение для энергии ϵ поступательного

движения молекул $dw(\epsilon) = F(\epsilon) d\epsilon$. Нарисовать графики зависимостей $F(\epsilon)$ для H_2 и N_2 при одной и той же температуре T .

5.77.* Используя результаты задачи 5.76, найти наименее вероятное ϵ_0 и среднее $\langle \epsilon \rangle$ значение энергии поступательного движения молекул газа при температуре T . Найти высоту максимума распределения $F_0 = F(\epsilon_0)$. Нарисовать график $F(\epsilon)$ для двух температур: T и $2T$. При какой энергии ϵ , пересекаются кривые? Чему равны площади под кривыми?

5.78.* Вертикальный цилиндр с газом покоится в однородном поле тяжести. Масса молекул газа m , число молекул в цилиндре N , площадь поперечного сечения цилиндра S . Найти разность давлений газа на нижнее p_2 и верхнее p_1 основания цилиндра.

5.79. Обсерватория расположена на высоте $h = 3250$ м над уровнем моря. Найти давление p воздуха на этой высоте. Температура воздуха постоянна и равна 5°C . Молярная масса воздуха $\mu = 0,029$ кг/моль. Давление воздуха на уровне моря $p_0 = 101,3$ кПа.

5.80. Найти плотность воздуха ρ : а) у поверхности Земли; б) на высоте $h = 4$ км от поверхности Земли. Температура воздуха постоянна и равна 0°C . Давление воздуха у поверхности Земли $p_0 = 100$ кПа.

5.81.* Вблизи поверхности Земли отношение концентраций кислорода (O_2) и азота (N_2) в воздухе $n_0 = 0,268$. Полагая температуру атмосферы не зависящей от высоты и равной 0°C , определить это отношение на высоте $h = 10$ км.

5.82.* Равновесный идеальный газ находится во внешнем поле, в котором потенциальная энергия его молекулы равна $u(r)$, температура газа T . Концентрация молекул газа в точке с радиус-вектором \vec{r}_0 равна n_0 . Определить концентрацию молекул в точке с радиус-вектором \vec{r} .

5.83.* Известна зависимость концентрации молекул газа от координат $n(\vec{r})$. Найти распределение вероятностей $dw(\vec{r})$ для координат молекул. Объем газа V .

5.84.* Решить предыдущую задачу для распределения Больцмана $n(\vec{r}) = n_0 \exp(-u(\vec{r})/kT)$.

5.85.* Равновесный идеальный газ находится в однородном поле тяжести. Написать зависимость от высоты h концентрации молекул газа n и давления p , если температура газа T , $n(h=0) = n_0$, $p(h=0) = p_0$. Нарисовать графики $n(h)$ и $p(h)$ для двух температур $T_1 < T_2$.

5.86. Перрен, наблюдая при помощи микроскопа изменение концентрации взвешенных частиц гуммигута с изменением высоты и применяя барометрическую формулу, экспериментально нашел значение числа Авогадро N_A . В одном из опытов Перрен нашел, что при расстоянии между двумя слоями $\Delta h = 100$ мкм число взвешенных частиц гуммигута в одном слое вдвое больше, чем в другом. Температура гуммигута $t = 20^\circ\text{C}$. Частицы гуммигута

диаметром $d = 0,3 \text{ мкм}$ были взвешены в жидкости, плотность которой на $\Delta\rho = 0,2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ меньше плотности частиц. Найти по этим данным значение постоянной Авогадро N_A .

5.87.* Используя результат задачи 5.78, получить дифференциальное уравнение для зависимости давления p идеального газа с температурой T , находящегося в однородном поле тяжести, от высоты h , для чего рассмотреть цилиндр бесконечно малой высоты dh . Решить это уравнение в предположении, что температура газа не зависит от h и $p(h=0) = p_0$. В тех же предположениях найти зависимость от высоты концентрации молекул n .

5.88.* Может ли планета неограниченно долго удерживать изотермическую атмосферу?

5.89.* Идеальный газ находится в сосуде объемом V при температуре T . Масса молекул газа m . Внешних силовых полей нет. Найти распределения вероятностей $dw(\vec{r}, \vec{v})$ для координат и компонент скорости молекул газа.

5.90.* Как изменится ответ задачи 5.89, если газ находится во внешнем поле, в котором потенциальная энергия молекул газа равна $u(\vec{r})$?

5.91.* Идеальный газ находится в однородном поле тяжести. Сравнить долю «быстрых» ($v \geq v_0 = \sqrt{2kT/m}$) молекул на высоте $h=0$ и на высоте $h=1 \text{ км}$. Температура газа от высоты не зависит.

5.92.* Из баллона, содержащего гелий при давлении 1 МПа, вытекает струя, давление газа в которой 0,1 МПа. Температура газа в баллоне 300 К. Определить температуру и скорость гелия в струе.

5.93.* Источник атомов серебра создает узкий пучок, который попадает на внутреннюю поверхность неподвижного цилиндра радиуса $R = 30 \text{ см}$ и образует на ней пятно. Устройство начинает вращаться с угловой скоростью $\omega = 100\pi \text{ рад/с}$. Определить скорость атомов серебра, если пятно отклонилось на угол $\varphi = 0,314 \text{ рад}$ от первоначального положения.

5.94.* Скорости частиц, движущихся в потоке, имеют одно направление и лежат в интервале от v_0 до $2v_0$. График функции распределения частиц по скоростям имеет вид прямоугольника. Чему равно значение функции распределения? Как она изменится, если на частицы в течение времени t вдоль их скорости действует сила F ? Масса каждой частицы равна m .

5.95.* Закрытую с обоих торцов горизонтальную трубку длиной $l = 100 \text{ см}$ перемещают с постоянным ускорением w , направленным вдоль ее оси. Внутри трубки находится аргон при температуре $T = 330 \text{ К}$. При каком значении w концентрации аргона вблизи торцов трубки будут отличаться друг от друга на $\eta = 1\%$?

5.96.* Найти среднюю длину свободного пробега молекул углекислого газа при температуре $t = 100^\circ\text{C}$ и давлении $p = 13,3 \text{ Па}$. Диаметр молекул CO_2 $d = 0,32 \text{ нм}$.

5.97.* На высоте 300 км от поверхности Земли концентрация частиц газа в атмосфере $n = 10^{15} \text{ м}^{-3}$. Найти среднюю длину свободного пробега частиц газа на этой высоте. Диаметр частиц $d = 0,2 \text{ нм}$.

5.98.* Найти среднюю длину свободного пробега молекул воздуха при нормальных условиях. Диаметр молекул воздуха $d = 0,3 \text{ нм}$.

5.99.* Найти среднее число столкновений в единицу времени молекул CO_2 при температуре $t = 100^\circ\text{C}$, если средняя длина свободного пробега молекул $\bar{\lambda} = 870 \text{ мкм}$.

5.100.* Найти среднее число столкновений в единицу времени молекул азота при давлении $p = 53,33 \text{ кПа}$ и температуре $t = 27^\circ\text{C}$.

5.101.* Во сколько раз уменьшится число столкновений в единицу времени в двухатомном газе, если его объем адиабатически увеличить в 2 раза?

5.102.* Найти среднюю длину свободного пробега молекул азота при давлении $p = 10 \text{ кПа}$ и температуре $t = 17^\circ\text{C}$.

5.103.* В сосуде объемом $V = 100 \text{ см}^3$ находится 0,5 г азота. Найти среднюю длину свободного пробега молекул азота.

5.104.* Найти среднее время между двумя последовательными столкновениями молекул азота при давлении $p = 133 \text{ Па}$ и температуре 10°C .

5.105.* Какое предельное число молекул воздуха должно находиться внутри сферического сосуда, чтобы молекулы не сталкивались друг с другом? Диаметр молекулы воздуха $d = 0,3 \text{ нм}$, диаметр сосуда $D = 15 \text{ см}$.

5.106.* Расстояние между катодом и анодом в газоразрядной трубке $d = 15 \text{ см}$. Какое давление надо создать в трубке, чтобы электроны не сталкивались с молекулами воздуха на пути от катода к аноду? Температура воздуха $t = 27^\circ\text{C}$, диаметр молекул воздуха $d_0 = 0,3 \text{ нм}$. Средняя длина свободного пробега электрона в газе приблизительно в 5,7 раза больше средней длины свободного пробега молекул самого газа.

5.107.* Найти среднее число столкновений в единицу времени молекул некоторого газа, если средняя длина свободного пробега $\bar{\lambda} = 5 \text{ мкм}$, а средняя квадратичная скорость его молекул 500 м/с .

5.108.* При нормальных условиях в 1 см^3 атомарного водорода содержится $3 \cdot 10^{23}$ атомов. Оцените время, в течение которого половина атомов превратится в молекулы водорода. Считать, что каждое столкновение двух атомов водорода приводит к образованию молекулы. Диаметр атома водорода $d = 0,12 \text{ нм}$.

5.109.* Найти вероятность dw столкновения молекулы газа на отрезке длины dS , если средняя длина свободного пробега $\bar{\lambda}$.

5.110.* Найти вероятность $d\omega(x)$ того, что молекула газа пролетит путь x без столкновений и столкнется с другой молекулой на участке от x до $x + dx$. Средняя длина свободного пробега молекул $\bar{\lambda}$.

5.111.* Определить характер зависимости средней длины $\bar{\lambda}$ и среднего времени $\bar{\tau}$ свободного пробега молекул газа от его температуры T и давления p . Качественно нарисовать зависимости $\bar{\lambda}(T)$ и $\bar{\tau}(T)$ для разных $p_1 < p_2 < p_3 < \dots$.

5.112.* На тонкую плоскую мишень толщины d , содержащую n_1 частиц сорта a в единице объема, падает однородный пучок частиц сорта b , которые рассеиваются на частицах мишени. За время Δt зарегистрировано ΔN частиц сорта b , рассеянных на всевозможные углы. Считая столкновения однократными, определить полное эффективное поперечное сечение рассеяния $\sigma(v)$ частиц b на частицах a . Концентрация частиц b n_2 , их скорость v , площадь поперечного сечения пучка S . Частицы мишени a считать неподвижными.

5.113.* Как связаны между собой полное (σ) и дифференциальное ($d\sigma$) сечения рассеяния?

5.114. Найти коэффициент диффузии водорода при нормальных условиях, если средняя длина свободного пробега $\bar{\lambda} = 0,16$ мкм.

5.115. Найти коэффициент диффузии гелия при нормальных условиях.

5.116. Найти массу азота, прошедшего вследствие диффузии через площадку $S = 0,01$ м² за 10 секунд, если плотность изменяется в направлении, перпендикулярном к площадке, как $\Delta\rho/\Delta x = 1,26$ кг/м⁴. Температура азота $t = 27^\circ\text{C}$, средняя длина свободного пробега молекул азота $\bar{\lambda} = 10$ мкм.

5.117. Вычислить коэффициент взаимной диффузии водорода и азота при температуре $T = 300$ К и давлении $p = 1,00 \cdot 10^5$ Па.

5.118. Получить соотношение между коэффициентом диффузии и подвижностью частицы (соотношение Эйнштейна).

5.119. При каком давлении p отношение вязкости некоторого газа к коэффициенту его диффузии $\eta/D = 0,3$ кг/м³, а средняя квадратичная скорость его молекул $\sqrt{v^2} = 632$ м/с?

5.120. Найти вязкость азота при нормальных условиях, если коэффициент диффузии для него $D = 1,42 \cdot 10^{-5}$ м²/с.

5.121. Найти диаметр молекулы кислорода, если при температуре $t = 0^\circ\text{C}$ вязкость кислорода $\eta = 18,8$ мкПа·с.

5.122. Построить график зависимости вязкости азота от температуры T в интервале $100 \leq T \leq 600$ К через каждый 100 К.

5.123. Коэффициент диффузии и вязкость водорода при некоторых условиях равны $D = 1,42 \cdot 10^{-4}$ м²/с и $\eta = 8,5$ мкПа·с. Найти число молекул водорода в единице объема, его плотность, среднюю длину свободного пробега и среднюю арифметическую скорость его молекул.

5.124. Какой наибольшей скорости может достигнуть дождевая капля диаметром $d = 0,3$ мм? Диаметр молекул воздуха $d_0 = 0,3$ нм. Температура воздуха $t = 0^\circ\text{C}$. Считать, что для дождевой капли справедлив закон Стокса.

5.125. Самолет летит со скоростью $v = 360$ км/ч. Считать, что слой воздуха у крыла, увлекаемый вследствие вязкости, $d = 4$ см, испытывает касательную силу, действующую на единицу поверхности крыла. Диаметр молекул воздуха $d_0 = 0,3$ нм. Температура воздуха $t = 0^\circ\text{C}$.

5.126. Пространство между двумя коаксиальными цилиндрами заполнено газом. Радиусы цилиндров равны $R_1 = 5$ см, $R_2 = 5,2$ см. Высота внутреннего цилиндра $h = 25$ см. Внешний цилиндр вращается с частотой $n = 360$ об/мин. Для того, чтобы внутренний цилиндр оставался неподвижным, к нему надо приложить касательную силу $F_t = 1,38$ мН. Рассматривая в первом приближении поверхность цилиндров плоской, определить вязкость газа η между цилиндрами.

5.127. Найти теплопроводность водорода, вязкость которого $\eta = 8,6$ мкПа·с.

5.128. Найти теплопроводность воздуха при давлении $p = 100$ кПа и температуре $t = 10^\circ\text{C}$. Диаметр молекул воздуха $d = 0,3$ нм.

5.129. Построить график зависимости теплопроводности водорода от температуры T в интервале $100 \leq T \leq 600$ К через каждые 100 К.

5.130. Углекислый газ и азот находятся при одинаковых температурах и давлениях. Найти для этих газов отношение: а) коэффициентов диффузии; б) вязкости; в) теплопроводностей. Диаметры молекул газов считать одинаковыми.

5.131. Расстояние между стенками дьюаровского сосуда $d = 8$ мм. При каком давлении p теплопроводность воздуха, находящегося между стенками сосуда, начнет уменьшаться при откачке? Температура воздуха $t = 17^\circ\text{C}$. Диаметр молекул воздуха $d_0 = 0,3$ нм.

5.132.* Известны градиент температуры ∇T и теплопроводность k . Написать выражение для вектора плотности потока теплоты \vec{q} . Указать единицы измерения \vec{q} и k в СИ.

5.133. Какое количество теплоты Q теряет помещение за время $t = 1$ ч через окно за счет теплопроводности воздуха, заключенного между рамами? Площадь каждой рамы $S = 4$ м², расстояние между ними $d = 30$ см, температура помещения $t_1 = 18^\circ\text{C}$, температура наружного воздуха $t_2 = -20^\circ\text{C}$. Диаметр молекул воздуха $d_0 = 0,3$ нм. Температуру воздуха между рамами считать равной среднему арифметическому температур помещения и наружного воздуха. Давление $p = 101,3$ кПа.

5.134. Между пластинами, находящимися на расстоянии 1 мм друг от друга, находится воздух и поддерживается разность температур $\Delta T = 1$ К. Площадь каждой пластины $S = 0,01$ м². Какое количество теплоты Q передается за счет теплопроводности от одной пластины к другой за время 10 мин? Считать, что воздух находится при нормальных условиях. Диаметр молекулы воздуха 0,3 нм.

5.135.* Температура T идеального одноатомного газа убывает вдоль оси x , функция $T(x)$ известна. Пусть некоторая молекула пролетела без столкновения от точки x в точку $x + \bar{\lambda}$, где $\bar{\lambda}$ — средняя длина свободного пробега. Какой «избыток» средней кинетической энергии ΔE_k она принесла с собой?

5.136. Два тела с постоянными температурами T_1 и T_2 ($T_2 > T_1$) соединены теплопроводящим стержнем длины l с поперечным сечением S . Пренебрегая потерями теплоты через боковую поверхность стержня, определить зависимость температуры стержня T от координаты x . Найти поток теплоты q через поперечное сечение стержня. Теплопроводность материала стержня k .

5.137.* Зазор между двумя концентрическими сферами заполнен однородным изотропным веществом. Радиусы сфер равны: $r_1 = 10$ см, $r_2 = 12$ см. Поверхность внутренней сферы поддерживается при температуре $T_1 = 320$ К, поверхность внешней — при температуре $T_2 = 300$ К. В этих условиях от внутренней сферы к внешней распространяется установившийся тепловой поток $dQ/dt = 2$ кВт. Считая коэффициент теплопроводности вещества k в зазоре не зависящим от температуры, определить: а) значение k ; б) температуру в зазоре как функцию расстояния r от центра сфер.

5.138.* Температура воздуха земной атмосферы линейно увеличивается с высотой h , $T = T_0 + \alpha h$. При этом относительное изменение температуры $\alpha h/T_0$ остается много меньше 1. Длина свободного пробега молекул воздуха λ , масса каждой молекулы m , концентрация молекул n . Оцените плотность теплового потока на Землю, как она зависит от n ?

5.139.* Теплопроводности газов A и B равны соответственно k_1 и k_2 . Определить теплопроводность смеси, в которой молекул газа A в α раз больше, чем молекул газа B . Температура газов одинакова, газы одноатомные. Молярные массы газов соответственно μ_1 и μ_2 .

5.140.* В разреженном газе нагретое тело остывает за время τ . За какое время остынет тело из того же материала, если все его линейные размеры увеличить в n раз?

5.141.* В сосуде находится газ под давлением p . В стенке сосуда имеется отверстие площади S , размеры которого малы по сравнению с длиной свободного пробега молекул газа. Определить реактивную силу, испытываемую сосудом при истечении газа в вакуум.

5.142.* Между двумя длинными коаксиальными цилиндрами радиусов r_1 и r_2 находится разреженный газ. Внутренний цилиндр вращается с постоянной угловой скоростью ω . Оценить угловую скорость внешнего цилиндра.

5.143.* Оценить подъемную силу пластины площадью 1 м², нижняя поверхность которой находится при температуре 100 °С, верхняя при 0 °С. Температура воздуха 20 °С, давление 0,1 Па.

5.144.* Две одинаковые параллельные пластины площади S расположены в сосуде близко друг к другу; их температура T_1 и T_2 , температура стенок сосуда T . Пластины отталкиваются друг от друга с силой F . Оценить давление разреженного газа в сосуде.

5.145.* В сосуде с газом поддерживается температура T_0 . Вие его находится газ, давление которого p , а температура T . Чему равно давление газа внутри сосуда, если в стенке сосуда имеется небольшое отверстие? Газы разрежены.

5.146.* Между двумя плоскими параллельными пластинами, расположенными на расстоянии d друг от друга, находится разреженный одноатомный газ. Оценить плотность потока тепла, если температура пластин поддерживается равной T и $T + \Delta T$ соответственно, а концентрация атомов n . Масса атома m .

5.147.* Газ, заключенный в сосуде объема V , вытекает в вакуум через отверстие, диаметр которого много меньше длины свободного пробега молекул. Площадь отверстия S . Процесс протекает изотермически при температуре T . Найти время τ , за которое давление в сосуде уменьшится в n раз. Молярная масса газа μ .

5.148.* Определить скорость адиабатического истечения смеси двухатомных газов с молярной массой μ_1 и μ_2 . Число молекул первого газа в k раз больше числа молекул второго газа. Температура смеси T .

5.149.* Газ адиабатически вытекает из сосуда через трубку. Температура газа в сосуде T_1 , давление p_1 . На выходе из трубки давление газа p_2 . Определить скорость газа на выходе из трубки. Молярная масса газа μ , показатель адиабаты κ .

5.150.* Из баллона, содержащего гелий при давлении 1 МПа, вытекает струя, давление газа в которой 0,1 МПа. Температура газа в баллоне 300 К. Определить температуру и скорость гелия в струе.

5.151.* Воздух, сжатый в большом баллоне при температуре 0 °С, вытекает при атмосферном давлении через трубку со скоростью 400 м/с. Найти температуру воздуха в струе. Чему равно давление воздуха в баллоне?

5.152. 10 г кислорода находятся в сосуде под давлением $p = 300$ кПа и температуре 10 °С. После изобарического нагревания

газ занял объем $V = 10$ л. Найти количество теплоты, полученное газом, изменение внутренней энергии газа и работу, совершенную газом при расширении.

5.153. В закрытом сосуде находится масса 20 г азота и 32 г кислорода. Найти изменение внутренней энергии газов при охлаждении ее на 28 К.

5.154. 7 г углекислого газа были нагреты на 10 К в условиях свободного расширения. Найти работу расширения газа и изменение его внутренней энергии.

5.155. В сосуде под поршнем находится 1 г азота. Какое количество теплоты надо затратить, чтобы нагреть азот на 10 К? На сколько при этом поднимется поршень? Масса поршня 1 кг, площадь его поперечного сечения 10 см^2 . Давление под поршнем 100 кПа.

5.156. При изотермическом расширении 10 г азота, находящегося при температуре 17°C , была совершена работа 860 Дж. Во сколько раз изменилось давление при расширении?

5.157. Гелий, находящийся при нормальных условиях, изотермически расширяется от объема $V_1 = 1$ л до $V_2 = 2$ л. Найти работу, совершенную газом при расширении, и количество теплоты, сообщенное газу.

5.158. До какой температуры охладится воздух, находящийся при 0°C , если он расширяется адиабатически от объема V_1 до $V_2 = 2V_1$?

5.159. При адиабатическом сжатии воздуха в цилиндрах двигателя внутреннего сгорания давление изменяется от $p_1 = 0,1 \text{ МПа}$ до $p_2 = 3,5 \text{ МПа}$. Начальная температура воздуха $t_1 = 40^\circ\text{C}$. Найти температуру воздуха в конце сжатия.

5.160. Газ расширяется адиабатически, причем объем его увеличивается вдвое, а термодинамическая температура падает в 1,32 раза. Какое число степеней свободы имеют молекулы этого газа?

5.161. Двухатомный газ, находящийся при давлении $p_1 = 2 \text{ МПа}$ и температуре $t_1 = 27^\circ\text{C}$, сжимается адиабатически от объема V_1 до $V_2 = 0,5V_1$. Найти температуру и давление газа после сжатия.

5.162. В сосуде под поршнем находится газ при нормальных условиях. Расстояние между дном сосуда и дном поршня $h = 25 \text{ см}$. Когда на поршень положили груз массой $m = 20 \text{ кг}$, поршень опустился на $\Delta h = 13,4 \text{ см}$. Считая сжатие адиабатическим, найти показатель адиабаты κ . Площадь поперечного сечения поршня $S = 10 \text{ см}^2$. Массой поршня пренебречь.

5.163.* Давление некоторого газа изменяется с объемом V по закону $p = p_0 \exp[-\alpha(V - V_0)]$. Найти работу, совершаемую газом при расширении от V_1 до $2V_1$.

5.164.* Тело с известной теплоемкостью C охлаждается от T_1 до T_2 . Определить количество отданного телом тепла Q .

5.165.* Получить уравнение состояния идеального газа, если его теплоемкость изменяется: а) $C = C_V + \alpha T$; б) $C = C_V + \beta V$; в) $C = C_V + \alpha p$, где α и β — константы.

5.166.* Теплоемкость идеального газа C_n при политропическом процессе постоянна. Получить в переменных V, T и p, V уравнение политропы для $C_n = (nC_V - C_p)/(n - 1)$, где C_p и C_V — изобарическая и изохорическая теплоемкости газа, а n — параметр, характеризующий процесс. Почему n называют показателем политропы?

5.167.* Изохорическая теплоемкость ν молей идеального газа равна C_V . Определить теплоемкость этого газа при политропическом процессе с показателем политропы n (см. задачу 5.166).

5.168.* Определить теплоемкость моля идеального газа, если а) $p = \alpha V$; б) $V = \beta p^{-2/3}$. Считать C_V известной.

5.169.* Найти молярную теплоемкость одноатомного газа, расширяющегося по закону $pV^n = \text{const}$. При каких значениях n теплоемкость будет равна нулю? Бесконечности?

5.170.* Нагревается или охлаждается газ, расширяющийся по закону $pV^n = \text{const}$?

5.171.* Найти теплоемкость системы, состоящей из перекрытого поршнем цилиндра с одноатомным газом (давление p_0 , температура T_0 и объем V_0). Поршень удерживается пружиной. Слева от поршня вакуум. Если газ откачать, то поршень соприкоснется с правой стенкой цилиндра, а пружина будет не деформирована. Теплоемкостями сосуда, поршня и пружины пренебречь.

5.172.* В откачанном пространстве вертикально стоит цилиндрический сосуд, перекрытый сверху подвижным поршнем массой M . Под поршнем находится одноатомный газ при температуре T и давлении p . Внутреннее сечение цилиндра S , высота той части сосуда, внутри которой находится газ, равна H . Поршень отпустили, он начал двигаться. Чему равна максимальная скорость, развиваемая поршнем, если газ сжимается изотермически? Адиабатически?

5.173.* В длинной гладкой теплоизолированной трубе находятся теплоизолированные поршни массы m_1 и m_2 , между которыми в объеме V_0 находится при давлении p_0 одноатомный газ. Поршни отпускают. Определить их максимальные скорости, если масса газа много меньше массы каждого поршня.

5.174.* В длинной теплоизолированной трубе между двумя одинаковыми поршнями массы m каждый находится 1 моль одноатомного газа при температуре T_0 . Поршни начинают двигаться навстречу друг другу со скоростями V и $3V$. До какой максимальной температуры нагреется газ?

5.175.* В теплоизолированном длинном цилиндрическом сосуде, стоящем вертикально, на высоте h от дна висит на нити поршень массы m . Под поршнем находится один моль газа,

давление которого в начальный момент равно внешнему давлению p_0 , а температура равна T_0 . Какое количество теплоты нужно подвести к газу, чтобы поршень поднялся до высоты $2h$? Внутренняя энергия одного моля газа $U = cT$, $c = \text{const}$. Трением пренебречь.

5.176.* В горизонтальном неподвижном цилиндрическом сосуде, закрытом поршнем массы M , находится газ. Газ нагревают. Поршень, двигаясь равноускоренно, приобретает скорость v . Найти количество теплоты, сообщенной газу. Внутренняя энергия моля газа $U = cT$, $c = \text{const}$. Теплоемкостью сосуда и поршня, а также внешним давлением пренебречь.

5.177.* Некоторая масса кислорода занимает объем $V_1 = 3$ л при температуре $T_1 = 300$ К и давлении $p_1 = 820$ кПа (рис. 43). В другом состоянии газ имеет параметры: $V_2 = 4$ л, $p_2 = 600$ кПа.

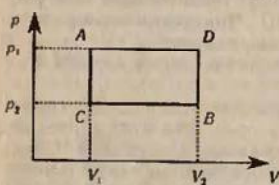


Рис. 43

Найти количество теплоты Q , полученное газом, работу A , совершенную газом при расширении и изменение внутренней энергии ΔU при переходе газа из одного состояния в другое: а) через точку C и б) через точку D .

5.178. Идеальная тепловая машина Карно совершает за один цикл работу $A = 2,94$ кДж и отдает за один цикл холодильнику

количество теплоты $Q = 13,4$ кДж. Найти к.п.д. машины.

5.179. Идеальная тепловая машина Карно за цикл получает от нагревателя количество теплоты $Q_1 = 2,512$ кДж. Температура нагревателя $T_1 = 400$ К, температура холодильника $T_2 = 300$ К. Найти работу, совершаемую машиной за один цикл, и количество теплоты Q_2 , отдаваемое холодильнику за один цикл.

5.180. Идеальная тепловая машина Карно совершает за один цикл работу $A = 73,5$ кДж. Температура нагревателя $T_1 = 373$ К, температура холодильника $T_2 = 273$ К. Найти к.п.д. цикла, количество теплоты Q_1 , получаемое машиной за один цикл от нагревателя, и количество теплоты Q_2 , отдаваемое холодильнику за один цикл.

5.181. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Воздух при давлении $p_1 = 708$ кПа и температуре $T_1 = 400$ К занимает объем $V_1 = 2$ л. После изотермического расширения воздух занял объем $V_2 = 5$ л, после адиабатического расширения объем возрос до $V_3 = 8$ л. Найти: а) параметры пересечения изотерм и адиабат; б) работу, совершаемую на каждом участке цикла; в) полную работу в цикле; г) к.п.д. цикла; д) количества теплоты Q_1 и Q_2 , Q_1 — полученное в цикле от нагревателя и Q_2 — отданное холодильнику.

5.182. Идеальный газ совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. При этом объем газа изменяется от $V_1 = 25$ м³ до $V_2 = 50$ м³, а давление от $p_1 = 100$ кПа до $p_2 = 200$ кПа. Во сколько раз работа в таком цикле меньше работы в цикле Карно, изотермы которого соответствуют наибольшей и наименьшей температурам рассматриваемого цикла, если при изотермическом расширении объем возрастает в 2 раза?

5.183. Идеальная холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, совершает работу за один цикл $A = 37$ кДж. При этом она забирает теплоту от тела с температурой $T_2 = 263$ К и передает ее телу с температурой $T_1 = 290$ К. Найти к.п.д. цикла, количество теплоты Q_2 , отнятое у первого тела, и количество теплоты Q_1 , переданное второму телу за один цикл.

5.184. Идеальная холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, передает тепло от холодильника с водой при температуре $T_2 = 273$ К кипятильнику с водой при температуре $T_1 = 373$ К. Какую массу m_2 воды надо заморозить в холодильнике, чтобы превратить в пар массу $m_1 = 1$ кг воды в кипятильнике?

5.185. Помещение отапливается холодильной машиной, работающей по обратному циклу Карно. Во сколько раз количество теплоты Q , получаемое помещением от сгорания дров в печи, меньше количества теплоты Q' , переданного помещению холодильной машиной, которая приводится в действие тепловой машиной, потребляющей ту же массу дров? Тепловой двигатель работает между температурами $T_1 = 373$ К и $T_2 = 273$ К. Помещение требуется поддерживать при температуре $T = 289$ К. Температура окружающего воздуха $T_0 = 263$ К.

5.186. Паровая машина мощностью $P = 14,7$ кВт потребляет за время $t = 1$ ч работы массу $m = 8,1$ кг угля с удельной теплотой сгорания $q = 33$ МДж/кг. Температура котла $T_1 = 473$ К, температура холодильника $T_2 = 331$ К. Найти фактический к.п.д. машины и сравнить его с к.п.д. η' идеальной тепловой машины Карно при тех же температурах. Круговой цикл машины представлен на диаграмме (рис. 44).

5.187. Паровая машина мощностью $P = 14,7$ кВт имеет площадь поршня $S = 0,02$ м², ход поршня $h = 45$ см. Изобарический процесс BC (рис. 44) происходит при движении поршня на одну треть его хода. Объемом V_0 по сравнению с V_1 и V_2 пренебречь. Давление пара в котле $p_1 = 1,6$ МПа, в холодильнике $p_2 = 0,1$ МПа. Сколько циклов за время $t = 1$ мин делает машина, если показатель адиабаты $\kappa = 1,3$?

5.188. Цикл карбюраторного и газового четырехтактного двигателя внутреннего сгорания изображен на рис. 45. На участках BC и DE происходит адиабатическое сжатие и расширение рабочей смеси. Найти к.п.д. η цикла, если степень сжатия $V_1/V_2 = 5$ и показатель адиабаты $\kappa = 1,33$.

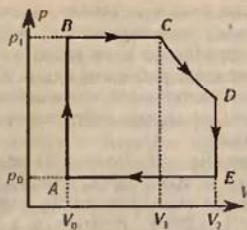


Рис. 44

5.189. В цилиндрах карбюраторного двигателя внутреннего сгорания газ сжимается политропически до $V_2 = V_1/6$. Начальное давление $p_1 = 90$ кПа, начальная температура $T_1 = 400$ К. Найти давление p_2 и температуру T_2 газа в цилиндрах после сжатия. Показатель политроты $n = 1,3$.

5.190. В цилиндрах карбюраторного двигателя внутреннего сгорания газ сжимается политропически так, что после сжатия температура газа становится равной $T_2 = 700$ К. Начальная температура газа $T_1 = 413$ К. Степень сжатия $V_2/V_1 = 5,8$. Найти показатель политроты n .

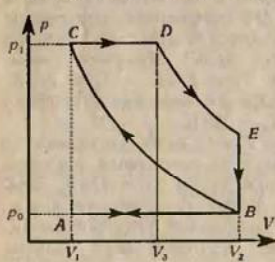


Рис. 46

рический процесс. Найти к.п.д. η двигателя Дизеля.

5.193. Двигатель внутреннего сгорания Дизеля имеет степень адиабатического сжатия $\epsilon = 16$ и степень адиабатического расширения $\delta = 6,4$. Какую минимальную массу m нефти потребляет двигатель мощностью $P = 30,8$ кВт за время $t = 1$ ч? Показатель адиабаты $\kappa = 1,3$. Удельная теплота сгорания нефти $q = 46$ МДж/кг.

5.194.* Идеальный газ совершает круговой процесс, состоящий из двух изотерм и двух изохор. Изотермические процессы протекают при температурах T_1 и T_2 ($T_1 > T_2$), изохорические — при

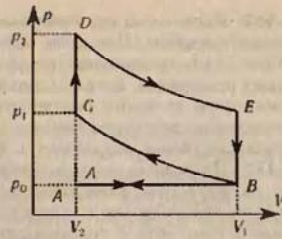


Рис. 45

объемах V_1 и V_2 . (V_2 в «е» раз больше V_1). Найти к.п.д. η цикла. Известно κ .

5.195.* Идеальный газ совершает круговой процесс, состоящий из двух изотерм и двух изобар. Изотермические процессы протекают при T_1 и T_2 ($T_1 > T_2$), изобарические — при p_1 и p_2 (p_2 в «е» раз больше p_1). Найти к.п.д. η цикла. Известно κ .

5.196.* Доказать, что к.п.д. любого обратимого цикла, совершающегося в интервале температур T_1, T_2 ($T_1 > T_2$), меньше к.п.д. соответствующего цикла Карно (вторая теорема Карно).

5.197. Найти изменение энтропии ΔS при превращении массы $m = 10$ г льда ($T_1 = 253$ К) в пар ($T_2 = 373$ К).

5.198. Найти изменение энтропии ΔS при превращении массы $m = 1$ кг воды ($T_1 = 273$ К) в пар ($T_2 = 373$ К).

5.199. Найти изменение энтропии ΔS при плавлении массы $m = 1$ кг льда ($T = 273$ К).

5.200. Найти изменение энтропии ΔS при переходе массы $m = 8$ г кислорода от объема $V_1 = 10$ л при температуре $T_1 = 353$ К к объему $V_2 = 40$ л при температуре $T_2 = 573$ К.

5.201. Масса $m = 6,6$ г водорода изобарически расширяется от объема V_1 до объема $V_2 = 2V_1$. Найти изменение ΔS энтропии при этом расширении.

5.202. Масса $m = 10$ г кислорода нагревается от температуры $T_1 = 323$ К до температуры $T_2 = 423$ К. Найти изменение энтропии ΔS , если нагревание происходит: а) изохорически; б) изобарически.

5.203. Изменение энтропии на участке между двумя адиабатами в цикле Карно $\Delta S = 4,19$ кДж/К. Разность температур между двумя изотермами $\Delta T = 100$ К. Какое количество теплоты Q превращается в работу в этом цикле?

5.204.* Как ведет себя энтропия термодинамической системы при адиабатическом процессе?

5.205.* Изобразить для идеального газа графики изотермического и адиабатического процессов на диаграмме U, S .

5.206.* Изобразить для идеального газа графики изотермического, изобарического, изохорического и адиабатического процессов на диаграмме: а) T, S ; б) V, S ; в) p, S . Энтропию откладывать по оси абсцисс. Графики проходят через общую для них точку.

5.207.* Энтропия системы изменяется с температурой по закону: $S = a + bT$, где a и b — константы. Какое количество тепла Q получает система при обратимом нагревании от T_1 до T_2 ?

5.208.* Моль одноатомного идеального газа нагревается обратимо от T_1 до T_2 . В процессе нагревания газа его давление изменяется с температурой по закону $p = p_0 \exp(\alpha T)$, где α — константа. Определить количество тепла, полученное газом при нагревании. $T_1 = 300$ К, $T_2 = 400$ К; $\alpha = 10^{-3}$ К $^{-1}$.

5.209.* Идеальный газ, расширяясь изотермически ($T = 400 \text{ K}$), совершает работу $A = 800 \text{ Дж}$. Что происходит при этом с энтропией газа?

5.210.* В ходе обратимого изотермического процесса ($T = 350 \text{ K}$) тело совершает работу $A = 80 \text{ Дж}$, а внутренняя энергия тела получает приращение $\Delta U = 7,5 \text{ Дж}$. Что происходит с энтропией газа?

5.211.* В некотором интервале температур приращение энтропии некоторого вещества оказывается пропорциональным приращению температуры: $\Delta S = \alpha \Delta T$. Как зависит от температуры теплоемкость C вещества в том же интервале?

5.212.* Известно, что вблизи абсолютного нуля теплоемкость кристаллов изменяется по закону: $C = \alpha T^3$, где α — константа. Определить энтропию кристалла.

5.213.* Давление газа изменяется пропорционально его объему. Найти зависимость энтропии S одного моля идеального газа от объема V при таком процессе. Считать известным показатель адиабаты κ .

5.214.* Азот массой $m = 1 \text{ кг}$ находится в сосуде объемом $V_1 = 0,2 \text{ м}^3$ под давлением $p = 1 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Азот расширяется до объема $V_2 = 0,54 \text{ м}^3$, при этом его давление падает в 2,7 раза. Определить приращение энтропии газа ΔS и его внутренней энергии ΔU .

5.215.* Цилиндрический сосуд разделен на равные половины перегородкой с первоначально закрытым отверстием. В одной половине сосуда — идеальный газ, в другой — вакуум. Отверстие открывают и газ распространяется на весь объем. Процесс расширения газа адиабатический. Определить приращения: а) внутренней энергии ΔU ; б) энтропии ΔS .

5.216.* В сосуде находится N молекул. Найти вероятность попадания всех N молекул в одну из половин сосуда, провести расчеты для $N = 2, 5, 10, 100$.

5.217.* В сосуде объемом V_0 находится N молекул. Определить вероятность попадания в объем V ($V < V_0$) всех N молекул. Провести расчеты для $V/V_0 = 0,1$ и $N = 2, 5, 10$.

5.218.* Получить выражение, связывающее энтропию системы S в каждом состоянии с вероятностью P реализации того же состояния (формула Больцмана).

5.219.* Статистический вес G некоторого состояния термодинамической системы равен: а) 10^{10} ; б) $5 \cdot 10^{10}$. Чему равна энтропия S системы в этом состоянии? Чему равна по порядку величины относительная разность энтропии $\Delta S/S$ для случаев а) и б).

5.220.* Энтропия моля водорода при температуре $T = 298 \text{ K}$ и давлении $p = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$ равна $S = 130 \text{ Дж/моль} \cdot \text{K}$. Определить статистический вес G : а) одного моля; б) двух молей водорода при данных условиях.

§ 6. Реальные газы

Уравнение состояния реальных газов (уравнение Ван-дер-Ваальса) для одного моля газа имеет вид

$$\left(p + \frac{a}{V_0^2}\right)(V_0 - b) = RT,$$

где V_0 — молярный объем газа, p — давление, T — термодинамическая температура, $R = 8,31411 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{K)}$ — газовая постоянная, a и b — постоянные, различные для разных газов.

Уравнение Ван-дер-Ваальса для любой массы m газа имеет вид

$$\left(p + \frac{m^2 a}{\mu^2 V^2}\right)\left(V - \frac{m}{\mu} b\right) = \frac{m}{\mu} RT,$$

где V — объем всего газа, μ — молярная масса газа. В этом уравнении $\frac{m^2 a}{\mu^2 V^2} = p_0$ — давление, обусловленное силами взаимодействия молекул, $\frac{m}{\mu} b = V_0$ — объем, связанный с собственным объемом молекул.

Постоянные a и b данного газа связаны с его критической температурой T_k , критическим давлением p_k и критическим молярным объемом V_{0k} соотношениями

$$V_{0k} = 3b, \quad p_k = \frac{a}{27b^2}, \quad T_k = \frac{8a}{27bR}.$$

Эти уравнения можно решить относительно постоянных a и b :

$$a = \frac{27T_k^2 R^2}{64p_k}, \quad b = \frac{T_k R}{8p_k}.$$

Если ввести приведенные величины

$$\tau = T/T_k, \quad \pi = p/p_k, \quad \omega = V_0/V_{0k},$$

то уравнение Ван-дер-Ваальса для одного моля газа примет вид

$$\left(\pi + \frac{3}{\omega^2}\right)(3\omega - 1) = 8\tau.$$

6.1.* Показать, что зависимость сил притяжения в потенциале Леннарда-Джонса зависит от расстояния между молекулами как $\sim r^{-6}$.

6.2. Какой физический смысл константы Ван-дер-Ваальса a ?

6.3.* (Правило Максвелла). Доказать равенство площадей фигур abc и cde на изотерме Ван-дер-Ваальса (рис. 47).

6.4. В каких единицах системы СИ выражаются постоянные a и b , входящие в уравнение Ван-дер-Ваальса?

6.5. Пользуясь данными о критических величинах T_k и p_k для некоторых газов (см. Прил. XIV), найти для них постоянные a и b , входящие в уравнение Ван-дер-Ваальса.

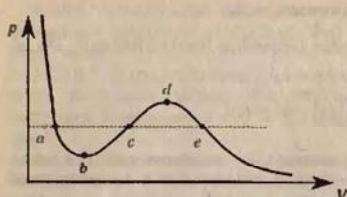


Рис. 47

6.6. Какую температуру T имеет масса $m = 2$ г азота, занимающего объем $V = 820$ см³ при давлении $p = 0,2$ МПа? Газ рассматривать как: а) идеальный; б) реальный.

6.7. Масса $m = 10$ г гелия занимает объем $V = 100$ см³ при давлении $p = 100$ МПа. Найти темпе-

ратуру T газа, считая его: а) идеальным; б) реальным.

6.8. В закрытом сосуде объемом $V = 0,5$ м³ находится количество $\nu = 0,6$ кмоль углекислого газа при давлении $p = 3$ МПа. Пользуясь уравнением Ван-дер-Ваальса, найти, во сколько раз надо увеличить температуру газа, чтобы давление увеличилось вшое.

6.9. Количество $\nu = 1$ кмоль кислорода находится при температуре $t = 27^\circ\text{C}$ и давлении $p = 10$ МПа. Найти объем V газа, считая, что кислород при данных условиях ведет себя как реальный газ.

6.10. Найти эффективный диаметр σ молекулы азота двумя способами: а) по данному значению средней длины свободного пробега молекул при нормальных условиях $\bar{\lambda} = 95$ нм; б) по известному значению постоянной b в уравнении Ван-дер-Ваальса.

6.11. Найти среднюю длину свободного пробега $\bar{\lambda}$ молекул углекислого газа при нормальных условиях. Эффективный диаметр σ молекулы вычислить, считая известными для углекислого газа критические значения T_k и p_k .

6.12. Найти коэффициент диффузии D гелия при температуре $t = 17^\circ\text{C}$ и давлении $p = 150$ кПа. Эффективный диаметр σ атома вычислить, считая известными для гелия критические значения T_k и p_k .

6.13. Построить изотермы $p = f(V)$ для количества $\nu = 1$ кмоль углекислого газа при температуре $t = 0^\circ\text{C}$. Газ рассматривать как: а) идеальный; б) реальный. Значения V (в л/моль) для реального газа взять следующие: 0,07, 0,08, 0,10, 0,12, 0,14, 0,16, 0,18, 0,20, 0,25, 0,30, 0,35 и 0,40; для идеального газа — в интервале $0,2 \leq V \leq 0,4$ л/моль.

6.14. Найти давление p_s , обусловленное силами взаимодействия молекул, заключенных в количестве $\nu = 1$ кмоль газа при нормальных условиях. Критическая температура и критическое давление этого газа равны $T_k = 417$ К и $p_k = 7,7$ МПа.

6.15. Для водорода силы взаимодействия между молекулами незначительны; преимущественную роль играют собственные размеры молекул. Написать уравнение состояния такого полумолеку-

ного газа. Какую ошибку мы допустим при нахождении количества водорода ν , находящегося в некотором объеме при температуре $t = 0^\circ\text{C}$ и давлении $p = 280$ МПа, не учитывая собственного объема молекул?

6.16. В сосуде, объемом $V = 10$ л находится масса $m = 0,25$ кг азота при температуре $t = 27^\circ\text{C}$. Какую часть давления газа составляет давление, обусловленное силами взаимодействия молекул? Какую часть объема сосуда составляет собственный объем молекул?

6.17. Количество $\nu = 0,5$ кмоль некоторого газа занимает объем $V_1 = 1$ м³. При расширении газа до объема $V_2 = 1,2$ м³ была совершена работа против сил взаимодействия молекул $A = 5,684$ кДж. Найти постоянную a , входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса.

6.18.* Получить выражение для работы A , совершаемой молекул ван-дер-ваальсовского газа при изотермическом расширении от объема V_1 до объема V_2 . Температура газа T , постоянные Ван-дер-Ваальса a и b . Сравнить с работой идеального газа.

6.19.* Моль кислорода, занимавший объем $V_1 = 1$ л при температуре $T = 173$ К, расширился изотермически до объема $V_2 = 9,712$ л. Найти: а) приращение внутренней энергии газа ΔU ; б) работу A , совершенную газом; в) количество тепла Q , полученное газом.

6.20.* Получить для ван-дер-ваальсовского газа уравнение адиабаты в переменных V и T , а также в переменных V и p . Сравнить результаты с аналогичными уравнения для идеального газа.

6.21. Масса $m = 20$ кг азота адиабатически расширяется в вакуум от объема $V_1 = 1$ м³ до объема $V_2 = 2$ м³. Найти понижение ΔT температуры при этом расширении, считая известной для азота постоянную a , входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса (см. ответ 6.5).

6.22. Количество $\nu = 0,5$ кмоль трехатомного газа адиабатически расширяется в вакуум от объема $V_1 = 0,5$ м³ до объема $V_2 = 3$ м³. Температура газа при этом понижается на $\Delta T = 12,2$ К. Найти постоянную a , входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса.

6.23. Какое давление p надо приложить, чтобы углекислый газ превратил в жидкую углекислоту при температурах $t_1 = 31^\circ\text{C}$ и $t_2 = 50^\circ\text{C}$? Какой наибольший объем V_{\max} может занимать масса $m = 1$ кг жидкой углекислоты? Каково наибольшее давление p_{\max} насыщенного пара жидкой углекислоты?

6.24. Найти плотность ρ_k водяного пара в критическом состоянии, считая известной для него постоянную b , входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса (см. ответ 6.5).

6.25. Найти плотность ρ_k гелия в критическом состоянии, считая известными для гелия критические значения T_k и p_k .

6.26. Количество $\nu = 1$ кмоль гелия занимает объем $V = 0,237 \text{ м}^3$ при температуре $t = -200^\circ\text{С}$. Найти давление p газа, пользуясь уравнением Ван-дер-Ваальса в приведенных величинах.

6.27. Во сколько раз давление газа больше его критического давления, если известно, что его объем и температура вдвое больше критических значений этих величин?

6.28.* Определить для ван-дер-ваальсовского газа разность молярных теплоемкостей $C_p - C_v$. Сравнить с соотношением Майера.

6.29.* Построить графики зависимостей внутренней энергии U моля ван-дер-ваальсовского газа от: а) температуры T при $V = \text{const}$; б) объема V при $T = \text{const}$. Сравнить эти кривые с аналогичными для идеального газа.

6.30.* Найти выражение для энтропии моля ван-дер-ваальсовского газа (как функцию от T и V). Сравнить с выражением для энтропии идеального газа.

§ 7. Насыщенные пары и жидкости

Абсолютной влажностью p называется парциальное давление водяного пара, находящегося в воздухе. Относительной влажностью w называется отношение абсолютной влажности p к парциальному давлению p_n водяного пара, насыщающего пространство при данной температуре.

Удельной теплотой парообразования r называется количество теплоты, сообщаемое для превращения единицы массы жидкости в пар при постоянной температуре.

Молярная теплота парообразования $r_0 = \mu r$, где μ — молярная масса.

Зависимость давления насыщенного пара p_n от температуры дается уравнением Клаузиуса — Клапейрона

$$\frac{dp_n}{dT} = \frac{r_0}{T(V_{0n} - V_{0ж})},$$

где V_{0n} и $V_{0ж}$ — молярные объемы пара и жидкости.

Относительное изменение объема жидкости при нагревании

$$\frac{\Delta V}{V} = \beta \Delta T,$$

где $\beta [K^{-1}]$ — температурный коэффициент объемного расширения.

Относительное изменение объема жидкости при изменении давления

$$\frac{\Delta V}{V} = -k \Delta p,$$

где $k [Па^{-1}]$ — сжимаемость.

Поверхностное натяжение α [Н/м] численно равно силе, приложенной к единице длины края поверхностной пленки жидкости:

$$\alpha = F/l.$$

При изменении площади пленки на ΔS совершается работа

$$\Delta A = \alpha \Delta S.$$

Добавочное давление, вызванное кривизной поверхности жидкости, определяется формулой Лапласа

$$\Delta p = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где R_1 и R_2 — радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных сечений поверхности жидкости. Радиус R считается положительным, если центр кривизны находится внутри жидкости (выпуклый мениск), и отрицательным, если центр кривизны находится вне жидкости (вогнутый мениск).

Высота поднятия жидкости в капиллярной трубке

$$h = \frac{2\alpha \cos \theta}{r \rho g},$$

где r — радиус трубки, ρ — плотность жидкости, θ — краевой угол. При полном смачивании $\theta = 0$, при полном несмачивании $\theta = \pi$.

Давление насыщенного пара p'_n над вогнутой поверхностью жидкости меньше, а над выпуклой — больше, чем давление p_n над плоской поверхностью. Добавочное давление

$$\Delta p_n = p'_n - p_n = \pm \frac{2\alpha \rho_n}{R},$$

где ρ — плотность жидкости, ρ_n — плотность насыщенного пара жидкости, R — радиус кривизны поверхности жидкости.

Осмотическое давление p раствора связано с термодинамической температурой T формулой Ван-Гоффа

$$p = CKT,$$

где K — газовая постоянная, C [моль/м³] = $n/\mu V$ — молярная концентрация раствора (количество растворенного вещества в единице объема раствора).

Для растворов недиссоциированных молекул вещества

$$C = \frac{n_A}{\mu V} = \frac{N}{N_A},$$

где N_A — постоянная Авогадро, N — число молекул растворенного вещества в единице объема раствора. При наличии диссоциации число частиц в единице объема будет больше, что приведет к увеличению осмотического давления.

Давление насыщенного пара над раствором меньше, чем над чистым растворителем. При достаточно малой концентрации раствора относительное уменьшение давления насыщенного пара над раствором определяется законом Рауля

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = \frac{\nu'}{\nu + \nu'},$$

где p_0 — давление насыщенного пара над чистым растворителем, p — давление насыщенного пара над раствором, ν' — количество растворенного вещества, ν — количество жидкости. Задачи, относящиеся к явлению вязкости жидкостей, помещены в § 4 гл. 1.

7.1.* В замкнутом объеме $V = 1 \text{ м}^3$ относительная влажность воздуха $w = 0,6$ при температуре $t = 20^\circ\text{С}$. Какая масса воды должна испариться в этот объем, чтобы водяной пар стал насыщенным?

7.2.* Молярная масса водяного пара $\mu = 0,018 \text{ кг/моль}$. Найти число молекул n насыщенного водяного пара, содержащихся в единице объема при температуре $t = 30^\circ\text{С}$.

7.3.* Масса $m = 0,5 \text{ кг}$ водяного пара занимает объем $V = 10 \text{ л}$ при температуре $t = 50^\circ\text{С}$. Какова при этом относительная влажность w ? Какая масса Δm пара сконденсируется, если изотермически уменьшить объем от V до $V/2$?

7.4. Во сколько раз плотность ρ_{n1} насыщенного водяного пара при температуре $t_1 = 200^\circ\text{С}$ больше плотности ρ_{n2} насыщенного водяного пара при температуре $t_2 = 100^\circ\text{С}$?

7.5. Какая масса m водяного пара содержится в объеме $V = 1 \text{ м}^3$ воздуха в летний день при температуре $t = 30^\circ\text{С}$ и относительной влажности $w = 0,75$?

7.6.* В сосуд объема $V = 10 \text{ дм}^3$ поставили блюдце, содержащее $m = 1 \text{ г}$ воды. После этого сосуд герметически закрыли и оставили при температуре $t = 20^\circ\text{С}$, при которой давление насыщенного пара $p = 2,33 \text{ кПа}$. Какая часть воды испарится? Молярная масса водяного пара $\mu = 0,018 \text{ кг/моль}$.

7.7. Температура комнаты $t_1 = 18^\circ\text{С}$, относительная влажность $w = 0,5$. В металлический чайник налили холодную воду. Какова температура t_2 воды, при которой чайник перестает запотевать?

7.8.* Сменили $V_1 = 1 \text{ м}^3$ воздуха с относительной влажностью $w_1 = 20\%$ на $V_2 = 2 \text{ м}^3$ воздуха с относительной влажностью $w_2 = 30\%$. При этом температура воздуха была одинакова. Смесь занимает объем $V = 3 \text{ м}^3$. Определить ее относительную влажность.

7.9.* Определить отношение плотности сухого воздуха и воздуха с относительной влажностью $w = 50\%$. Обе порции взяты при атмосферном давлении и температуре $t = 20^\circ\text{С}$. Отношение молярных масс пара и воздуха $\mu_n/\mu_a = 0,6$.

7.10. В камере Вильсона объемом $V = 1 \text{ л}$ заключен воздух, насыщенный водяным паром. Начальная температура камеры $t_1 = 20^\circ\text{С}$. При движении поршня объем камеры увеличился до $V_2 = 1,25 V_1$. Расширение считать адиабатическим, причем показатель адиабаты $\kappa = c_p/c_v = 1,4$. Найти: а) давление p_1 водяного пара до расширения; б) массу m_1 водяного пара в камере до расширения; в) плотность ρ_1 водяного пара до расширения; г) температуру t_2 после расширения (изменением температуры из-за выделения тепла при конденсации пара пренебречь); д) массу Δm сконденсированного пара; е) плотность ρ_2 водяного пара после конденсации; ж) степень насыщения, т.е. отношение плот-

ности водяного пара после расширения (но до конденсации) к плотности водяного пара, насыщенного пространству при температуре, установившейся после конденсации.

7.11.* Цилиндр сечения $s = 20 \text{ см}^2$ разделен поршнем массы $m = 5 \text{ кг}$ на две части. В нижней находится вода, а верхняя часть откачана. Поршень соединен с цилиндром пружиной жесткости $k = 15 \text{ н/м}$. Вначале пружина не деформирована. Определить массу образовавшегося пара при нагревании воды от $t_1 = 0^\circ\text{С}$ до $t_2 = 100^\circ\text{С}$. Трением пренебречь.

7.12.* В цилиндре, закрытом поршнем, при температуре $t = 20^\circ\text{С}$ находится воздух. На дне цилиндра имеется капля воды. Чему будет равно давление в цилиндре после изотермического уменьшения его вместимости в два раза? Какую для этого нужно совершить работу? Первоначальная вместимость цилиндра $0,5 \text{ м}^3$, давление насыщенного пара при $t = 20^\circ\text{С}$ равно $1,73 \text{ кПа}$. Начальное давление в цилиндре $101,3 \text{ кПа}$.

7.13. Найти удельный объем v воды в жидком и парообразном состояниях при нормальных условиях.

7.14. Пользуясь первым законом термодинамики и данными табл. XIV и XV, найти удельную теплоту парообразования r воды при $t = 200^\circ\text{С}$. Для воды критическая температура $T_k = 647 \text{ К}$, критическое давление $p_k = 22 \text{ МПа}$. Проверить правильность полученного результата по данным табл. XVI.

7.15. Какая часть теплоты парообразования воды при температуре $t = 100^\circ\text{С}$ идет на увеличение внутренней энергии системы?

7.16. Удельная теплота парообразования бензола (C_6H_6) при температуре $t = 77^\circ\text{С}$ равна $r = 398 \text{ кДж/кг}$. Найти изменение внутренней энергии ΔW при испарении массы $\Delta m = 20 \text{ г}$ бензола.

7.17.* Указать характер зависимости (растет, убывает и т.п.) скрытой теплоты парообразования от температуры.

7.18.* Написать уравнение, определяющее зависимость давления p насыщенного пара от температуры T . Известны молярная теплота парообразования Q и молярные объемы жидкой $V_{ж}$ и газовой $V_{г}$ фаз. Приближая $Q = \text{const}$, $V_{г} \gg V_{ж}$, а также то, что для расчета давления пара p можно с достаточной точностью использовать уравнение состояния идеального газа, найти зависимость $p(T)$.

7.19. Пользуясь уравнением Клаузиуса—Клапейрона и данными табл. XV, найти удельную теплоту парообразования r воды при температуре $t = 5^\circ\text{С}$. Проверить правильность полученного результата по данным табл. XVI.

7.20. Давления насыщенного ртутного пара при температурах $t_1 = 100^\circ\text{С}$ и $t_2 = 120^\circ\text{С}$ равны $p_1 = 37,3 \text{ Па}$ и $p_2 = 101,3 \text{ Па}$. Найти среднее значение удельной теплоты парообразования r ртути в указанном интервале температур.

7.21. Давления насыщенного пара этилового спирта ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) при температурах $t_1 = 40^\circ\text{С}$ и $t_2 = 60^\circ\text{С}$ равны $p_1 = 17,7 \text{ кПа}$

и $p_2 = 67,9$ кПа. Найти изменение энтропии ΔS при испарении массы $\Delta m = 1$ г этилового спирта, находящегося при температуре $t = 50^\circ\text{C}$.

7.22. Изменение энтропии при испарении количества $\Delta m = 1$ кмоль некоторой жидкости, находящейся при температуре $t_1 = 50^\circ\text{C}$, $\Delta S = 133$ Дж/К. Давление насыщенного пара жидкости при температуре $t_1 = 50^\circ\text{C}$ равно $p_1 = 12,33$ кПа. На сколько меняется давление насыщенного пара жидкости при изменении температуры от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 51^\circ\text{C}$?

7.23. До какого предельного давления p можно откачать сосуд при помощи ртутно-диффузионного насоса, работающего без ртутной ловушки, если температура водяной рубашки насоса $t = 15^\circ\text{C}$? Давление насыщенного ртутного пара при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ равно $p_0 = 0,021$ Па, среднее значение удельной теплоты парообразования ртути в данном интервале температур принять равным $r = 10,08$ МДж/кг.

7.24. При температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ плотность ртути $\rho_0 = 13,6 \times 10^3$ кг/м³. Найти ее плотность ρ при температуре $t = 300^\circ\text{C}$. Коэффициент объемного расширения ртути $\beta = 1,85 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$.

7.25. Найти плотность ρ морской воды на глубине $h = 5$ км, если плотность ее на поверхности $\rho_0 = 1,03 \cdot 10^3$ кг/м³. Сжимаемость воды $k = 4,8 \cdot 10^{-10} \text{Па}^{-1}$.

Указание. При вычислении гидростатического давления морской воды ее плотность приближенно полагать равной плотности воды на поверхности.

7.26. При нормальных условиях сжимаемость бензола $k = 9 \times 10^{-10} \text{Па}^{-1}$, коэффициент объемного расширения $\beta = 1,24 \times 10^{-3} \text{K}^{-1}$. На сколько необходимо увеличить внешнее давление, чтобы при нагревании на $\Delta t = 1$ К объем бензола не изменился?

7.27. Найти разность уровней Δh ртути в двух одинаковых сообщающихся стеклянных трубках, если левое колено поддерживается при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$, а правое нагрето до температуры $t = 100^\circ\text{C}$. Высота левого колена $h_0 = 90$ см. Коэффициент объемного расширения ртути $\beta = 1,82 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$. Расширением стекла пренебречь.

7.28. Ртуть налита в стеклянный сосуд высотой $L = 10$ см. При температуре $t = 20^\circ\text{C}$ уровень ртути на $h = 1$ мм ниже верхнего края сосуда. На сколько можно нагреть ртуть, чтобы она не вылилась из сосуда? Коэффициент объемного расширения ртути $\beta = 1,82 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$. Расширением стекла пренебречь.

7.29. Стеклянный сосуд, наполненный до края ртутью при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$, имеет массу $M = 1$ кг. Масса пустого сосуда $M_0 = 0,1$ кг. Найти массу m ртути, которая может поместиться в сосуде при температуре $t = 100^\circ\text{C}$. Коэффициент объемного расширения ртути $\beta = 1,82 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$. Расширением стекла пренебречь.

7.30. Стеклянный сосуд наполнен до края жидким маслом при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$. При нагревании сосуда с маслом до

температуры $t = 100^\circ\text{C}$ вытекло 6% налитого масла. Найти коэффициент объемного расширения масла β , если коэффициент объемного расширения стекла $\beta' = 3 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$.

7.31. Температура помещения $t = 37^\circ\text{C}$, атмосферное давление $p_0 = 101,3$ кПа. Какое давление p покажет ртутный барометр, находящийся в этом помещении? Коэффициент объемного расширения ртути $\beta = 1,82 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$. Расширением стекла пренебречь.

7.32. Какую силу F нужно приложить к горизонтальному алюминиевому кольцу высотой $h = 10$ мм, внутренним диаметром $d_1 = 50$ мм и внешним диаметром $d_2 = 52$ мм, чтобы оторвать его от поверхности воды? Какую часть найденной силы составляет сила поверхностного натяжения?

7.33. Кольцо внутренним диаметром $d_1 = 25$ мм и внешним диаметром $d_2 = 26$ мм подвешено на пружине и соприкасается с поверхностью жидкости. Жесткость пружины $k = 9,8 \cdot 10^{-7} \text{Н/м}$. При опускании поверхности жидкости кольцо оторвалось от нее при растяжении пружины на $\Delta l = 5,3$ мм. Найти поверхностное натяжение α жидкости.

7.34. Рамка $ABCD$ с подвижной медной перекладиной KL загнута мыльной пленкой (рис. 48). Каков должен быть диаметр d перекладины KL , чтобы она находилась в равновесии? Найти длину l перекладины, если известно, что при перемещении перекладины на $\Delta h = 1$ см совершается изотермическая работа $A = 45$ мкДж. Поверхностное натяжение мыльного раствора $\alpha = 0,045$ Н/м.

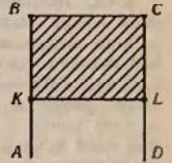


Рис. 48

7.35. Спирт по каплям вытекает из сосуда через вертикальную трубку внутренним диаметром $d = 2$ мм. Капли отрываются через время $\Delta t = 1$ с одна после другой. Через какое время τ вытечет масса $m = 10$ г спирта? Диаметр шейки капли в момент отрыва считать равным внутреннему диаметру трубки.

7.36. Вода по каплям вытекает из сосуда через вертикальную трубку внутренним диаметром $d = 3$ мм. При остывании воды от $t_1 = 100^\circ\text{C}$ до $t_2 = 20^\circ\text{C}$ масса каждой капли изменилась на $\Delta m = 13,5$ мг. Зная поверхностное натяжение α_2 воды при $t_2 = 20^\circ\text{C}$, найти поверхностное натяжение α_1 воды при $t_1 = 100^\circ\text{C}$. Диаметр шейки капли в момент отрыва считать равным внутреннему диаметру трубки.

7.37. При плавлении нижнего конца вертикально подвешенной свинцовой проволоки диаметром $d = 1$ мм образовалась $N = 20$ капель свинца. На сколько укоротилась проволока? Поверхностное натяжение жидкого свинца $\alpha = 0,47$ Н/м. Диаметр шейки капли в момент отрыва считать равным диаметру проволоки.

7.38. Вода по каплям вытекает из вертикальной трубки внутренним радиусом $r = 1$ мм. Найти радиус R капли в момент

отрыва. Каплю считать сферической. Диаметр шейки капли в момент отрыва считать равным внутреннему диаметру трубки.

7.39. На сколько нагреется капля ртути, полученная от слияния двух капель радиусом $r = 1$ мм каждая?

7.40. Какую работу A против сил поверхностного натяжения надо совершить, чтобы разделить сферическую каплю ртути радиусом $R = 3$ мм на две одинаковые капли?

7.41. Какую работу A против сил поверхностного натяжения надо совершить, чтобы увеличить вдвое объем мыльного пузыря радиусом $r = 1$ см? Поверхностное натяжение мыльного раствора $\alpha = 0,043$ Н/м.

7.42. Какую работу A против сил поверхностного натяжения надо совершить, чтобы выдуть мыльный пузырь диаметром $d = 4$ см? Поверхностное натяжение $\alpha = 0,043$ Н/м.

7.43. Найти давление p воздуха в воздушном пузырьке диаметром $d = 0,01$ мм, находящемся на глубине $h = 20$ см под поверхностью воды. Атмосферное давление $p_0 = 101,7$ кПа.

7.44.* Вычислить добавочное давление Δp_1 внутри сферической капли жидкости и Δp_2 — внутри сферического пузырька из пленки той же жидкости. Радиус капли и пузырька R , коэффициент поверхностного натяжения жидкости α .

7.45.* Радиусы кривизны поверхности жидкости в некоторой точке равны R_1 и R_2 . Чему равна кривизна H поверхности в этой точке и как связано добавочное давление в жидкости под этой точкой с H ? Коэффициент поверхностного натяжения жидкости α .

7.46. Давление воздуха внутри мыльного пузырька на $\Delta p = 133,3$ Па больше атмосферного. Найти диаметр d пузырька. Поверхностное натяжение мыльного раствора $\alpha = 0,043$ Н/м.

7.47. Во сколько раз плотность воздуха в пузырьке, находящемся на глубине $h = 5$ м под водой, больше плотности воздуха при атмосферном давлении $p_0 = 101,3$ кПа? Радиус пузырька $r = 0,5$ мм.

7.48.* Жидкость плотности ρ поднялась в капилляре на высоту h (рис. 49). Давление окружающего воздуха p_0 . Нарисовать зависимость $p(z)$ в точках оси Z . Чему равен коэффициент поверхностного натяжения жидкости, если радиус капилляра r и имеет место полное смачивание; полное несмачивание?

7.49.* Жидкость плотности ρ поднялась в капилляре на высоту h_0 (рис. 50). Давление окружающего воздуха p_0 . Нарисовать зависимость давления $p(x)$ в точках оси x .

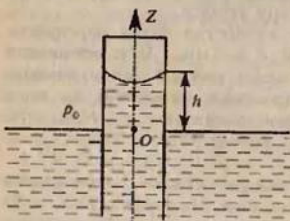


Рис. 49

Рис. 49. Жидкость плотности ρ поднялась в капилляре на высоту h_0 (рис. 50). Давление окружающего воздуха p_0 . Нарисовать зависимость давления $p(x)$ в точках оси x .

7.50. В сосуд с ртутью опущен открытый капилляр, внутренний диаметр которого $d = 3$ мм. Разность уровней ртути в сосуде и в капилляре $\Delta h = 3,7$ мм. Найти радиус кривизны R мениска в капилляре.

7.51. В сосуд с водой опущен открытый капилляр, внутренний диаметр которого $d = 1$ мм. Разность уровней воды в сосуде и

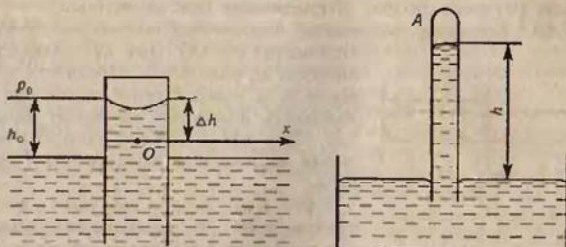


Рис. 50

Рис. 51

в капилляре $\Delta h = 2,8$ см. Найти радиус кривизны R мениска в капилляре. Какова была бы разность уровней Δh в сосуде и в капилляре, если бы смачивание было полным?

7.52. Каким должен быть внутренний диаметр d капилляра, чтобы при полном смачивании вода в нем поднималась на $\Delta h = 2$ см? Задачу решить, когда капилляр находится: а) на Земле; б) на Луне.

7.53. Найти разность уровней Δh ртути в двух сообщающихся капиллярах, внутренние диаметры которых равны $d_1 = 1$ мм и $d_2 = 2$ мм. Несмачивание считать полным.

7.54. Капилляр с внутренним радиусом $r = 2$ мм опущен в жидкость. Найти поверхностное натяжение α жидкости, если известно, что в капилляр поднялась масса жидкости $m = 0,09$ г.

7.55. В сосуд с водой опущен капилляр, внутренний радиус которого $r = 0,16$ мм. Каким должно быть давление p воздуха над жидкостью в капилляре, чтобы уровень воды в капилляре и в сосуде был одинаков? Атмосферное давление $p_0 = 101,3$ кПа. Смачивание считать полным.

7.56. Капиллярная трубка опущена вертикально в сосуд с водой. Верхний конец трубки запаян. Для того чтобы уровень воды в трубке и в широком сосуде был одинаков, трубку пришлось погрузить в воду на 1,5% ее длины. Найти внутренний радиус r трубки. Атмосферное давление $p_0 = 100$ кПа. Смачивание считать полным.

7.57. Барометрическая трубка A , заполненная ртутью (рис. 51), имеет внутренний диаметр d , равный: а) 5 мм; б) 1,5 см. Можно

ли определять атмосферное давление непосредственно по высоте ртутного столба? Найти высоту ртутного столба в каждом из этих случаев. Атмосферное давление $p_0 = 758$ мм рт.ст. Несмачивание считать полным.

7.58. Внутренний диаметр барометрической трубки $d = 0,75$ см. Какую поправку надо ввести, измеряя атмосферное давление по высоте ртутного столба? Несмачивание считать полным.

7.59.* Капилляр, наполовину заполненный жидкостью, вращается вокруг оси OO' (рис. 52). Длина капилляра $2l$, радиус — r . Плотность жидкости ρ , а поверхностное натяжение α . Жидкость полностью смачивает капилляр. При какой угловой скорости вращения жидкость не выльется из капилляра?

7.60.* Как будет двигаться капля смачивающей (несмачивающей) жидкости в горизонтальном расположенном коническом капилляре?

Рис. 52

7.61. На поверхность воды положили жирную (полностью несмачиваемую водой) стальную иголку. Каков наибольший диаметр d иголки, при котором она еще может держаться на воде?

7.62. Будет ли плавать на поверхности воды жирная (полностью несмачиваемая водой) платиновая проволока диаметром $d = 1$ мм?

7.63. В дне сосуда с ртутью имеется отверстие. Каким может быть наибольший диаметр d отверстия, чтобы ртуть из сосуда не выливалась при высоте столба ртути $h = 3$ см?

7.64. В дне стеклянного сосуда площадью $S = 30$ см² имеется круглое отверстие диаметром $d = 0,5$ мм. В сосуд налита ртуть. Какая масса m ртути останется в сосуде?

7.65.* После покрытия слоем парафина радиус отверстий решета стал равен $r = 1,5$ мм. Учитывая, что вода не смачивает парафин, определить высоту h слоя воды, который можно носить в решете так, чтобы вода не пролилась через отверстия.

7.66. Водомерка бегает по поверхности воды. Найти массу m водомерки, если известно, что под каждой из шести лапок насекомого образуется ямка, равная полусфере радиусом $r = 0,1$ мм.

7.67. Какую силу F надо приложить, чтобы оторвать друг от друга (без сдвига) две смоченные фотопластины размером $S = 9 \times 12$ см²? Толщина водяной прослойки между пластинками $d = 0,05$ мм. Смачивание считать полным.

7.68. Между двумя вертикальными плоскопараллельными стеклянными пластинками, находящимися на расстоянии $d = 0,25$ мм друг от друга, налита жидкость. Найти плотность ρ жидкости,

если известно, что высота поднятия жидкости между пластинками $h = 3,1$ см. Поверхностное натяжение жидкости $\alpha = 0,03$ Н/м. Смачивание считать полным.

7.69.* Две вертикальные параллельные друг другу стеклянные пластины погружены частично в воду. Зазор между пластинками $d = 0,5$ мм, размер пластины по горизонтали $l = 10$ см. Считая смачивание полным, определить:

а) высоту h , на которую вода поднимается в зазоре;

б) силу F , с которой пластины притягиваются друг к другу.

7.70. Между двумя горизонтальными плоскопараллельными стеклянными пластинками помещена масса $m = 5$ г ртути. Когда на верхнюю пластинку положили груз массой $M = 5$ кг, расстояние между пластинками стало равным $d = 0,087$ мм. Пренебрегая массой пластины по сравнению с массой груза, найти поверхностное натяжение α ртути. Несмачивание считать полным.

7.71. В открытом капилляре, внутренний диаметр которого $d = 1$ мм, находится капля воды. При вертикальном положении капилляра капля образует столбик высотой h равной: а) 2 см; б) 4 см; в) 2,98 см. Найти радиусы кривизны R_1 и R_2 верхнего и нижнего менисков в каждом из этих случаев. Смачивание считать полным.

7.72. Горизонтальный капилляр, внутренний диаметр которого $d = 2$ мм, наполнен водой так, что в нем образовался столбик длиной $h = 10$ см. Какая масса m воды вытечет из капилляра, если его поставить вертикально? Смачивание считать полным.

Указание. Учесть, что преломляющая длина столбика воды, оставшейся в капилляре, должна соответствовать радиусу кривизны нижнего мениска, равному радиусу капилляра (см. решение 7.71).

7.73. В открытом вертикальном капилляре, внутренний радиус которого $r = 0,6$ мм, находится столбик спирта. Нижний мениск этого столбика нависает на нижний конец капилляра. Найти высоту h столбика спирта, при которой радиус кривизны R нижнего мениска равен: а) $3r$; б) $2r$; в) r . Смачивание считать полным.

7.74. Трубка, изображенная на рис. 53, открыта с обоих концов и наполнена керосином. Внутренние радиусы трубок 1 и 2 равны $r_1 = 0,5$ мм и $r_2 = 0,9$ мм. При какой разности уровней Δh мениск на конце трубки 1 будет: а) вогнутым с радиусом кривизны $R = r_1$; б) плоским; в) выпуклым с радиусом кривизны $R = r_2$; г) выпуклым с радиусом кривизны $R = r_1$? Смачивание считать полным.

7.75. В широкий сосуд с водой опущен капилляр так, что верхний его конец находится выше уровня воды в сосуде на

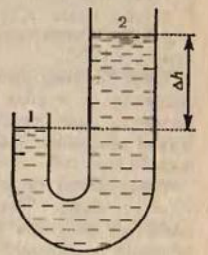
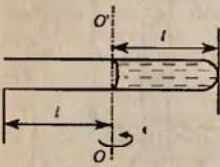


Рис. 53

$h = 2$ см. Внутренний радиус капилляра $r = 0,5$ мм. Найти радиус кривизны R мениска в капилляре. Смачивание считать полным.

7.76. Ареометр плавает в воде, полностью смачивающей его стенки. Диаметр вертикальной цилиндрической трубки ареометра $d = 9$ мм. На сколько изменится глубина погружения ареометра, если на поверхность воды пасть несколько капель спирта?

7.77. Ареометр плавает в жидкости, полностью смачивающей его стенки. Диаметр вертикальной цилиндрической трубки ареометра $d = 9$ мм. Плотность жидкости $\rho = 0,8 \times 10^3$ кг/м³, поверхностное натяжение жидкости $\alpha = 0,03$ Н/м. На сколько изменится глубина погружения ареометра, если вследствие замасливания ареометр стал полностью несмачиваемым этой жидкостью?

7.78.* Два легких тела, оба смачиваемые (или оба несмачиваемые) водой, плавая на поверхности воды, притягиваются друг к другу. Если же одно тело смачивается водой, а другое не смачивается, то тела будут отталкиваться, объяснить это явление.

7.79.* Маленькая капля жира плавает на поверхности жидкости, поверхностное натяжение которой σ . Поверхностное натяжение жира на границе воздух — жир σ_1 , на границе жир — жидкость σ_2 . Определить толщину капли, если ее радиус равен r .

7.80. При растворении массы $m = 10$ г сахара ($C_{12}H_{22}O_{11}$) в объеме $V = 0,5$ л воды осмотическое давление раствора $p = 152$ кПа. При какой температуре T находится раствор? Диссоциация молекул сахара отсутствует.

7.81. Осмотическое давление раствора, находящегося при температуре $t = 87^\circ\text{C}$, $p = 165$ кПа. Какое число N молекул воды приходится на одну молекулу растворенного вещества в этом растворе? Диссоциация молекул вещества отсутствует.

7.82. Масса $m = 2$ г поваренной соли растворена в объеме $V = 0,5$ л воды. Степень диссоциации молекул поваренной соли $\alpha = 0,75$. Найти осмотическое давление p раствора при температуре $t = 17^\circ\text{C}$.

7.83. Степень диссоциации молекул поваренной соли при растворении ее в воде $\alpha = 0,4$. При этом осмотическое давление раствора, находящегося при температуре $t = 27^\circ\text{C}$, $p = 118,6$ кПа. Какая масса m поваренной соли растворена в объеме $V = 1$ л воды?

7.84. Масса $m = 2,5$ г поваренной соли растворена в объеме $V = 1$ л воды. Температура раствора $t = 18^\circ\text{C}$. Осмотическое давление раствора $p = 160$ кПа. Какова степень диссоциации α молекул поваренной соли в этом случае? Сколько частиц растворенного вещества находится в единице объема раствора?

7.85. Масса $m = 40$ г сахара ($C_{12}H_{22}O_{11}$) растворена в объеме $V = 0,5$ л воды. Температура раствора $t = 50^\circ\text{C}$. Найти давление p насыщенного водяного пара над раствором.

7.86. Давление насыщенного пара над раствором при температуре $t_1 = 30^\circ\text{C}$ равно $p_1 = 4,2$ кПа. Найти давление p_2 насыщенного пара над этим раствором при температуре $t_2 = 60^\circ\text{C}$.

7.87. Давление p насыщенного пара над раствором в 1,02 раза меньше давления p_0 насыщенного пара чистой воды. Какое число n молекул воды приходится на одну молекулу растворенного вещества?

7.88. Масса $m = 100$ г нелетучего вещества растворена в объеме $V = 1$ л воды. Температура раствора $t = 90^\circ\text{C}$. Давление насыщенного пара над раствором $p = 68,8$ кПа. Найти молярную массу μ растворенного вещества.

7.89. Нелетучее вещество с молярной массой $\mu = 0,060$ кг/моль растворено в воде. Температура раствора $t = 80^\circ\text{C}$. Давление насыщенного пара над раствором $p = 47,1$ кПа. Найти осмотическое давление p_0 раствора.

§ 8. Твердые тела

Изменение температуры плавления dT при изменении давления на dp дается уравнением Клаузиуса — Клапейрона

$$dT = T \frac{V_{0ж} - V_{0т}}{q_0} dp,$$

где q_0 — молярная теплота плавления, $V_{0ж}$ — молярный объем жидкости, $V_{0т}$ — молярный объем твердого тела, T — термодинамическая температура плавления.

При не очень низких температурах для твердых тел имеет место закон Дюлонга и Пти, согласно которому молярная теплоемкость всех химически простых твердых тел равна приблизительно $3R = 25$ Дж/(моль · К).

Количество теплоты Q , переносимое вследствие теплопроводности за время Δt , определяется формулой

$$Q = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \Delta t,$$

где $\Delta T/\Delta x$ — изменение температуры в направлении x , перпендикулярном к площадке ΔS , λ — теплопроводность.

При повышении температуры длина твердых тел возрастает в первом приближении линейно с температурой:

$$l = l_0 (1 + \alpha t),$$

где l — длина тела при температуре t , l_0 — его длина при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$, α — температурный коэффициент линейного расширения. Для твердых изотропных тел $\alpha = b/3$, где b — температурный коэффициент объемного расширения.

В случае деформации продольного растяжения (сжатия) стержня относительное изменение длины стержня по закону Гука

$$\frac{\Delta l}{l} = \alpha p_n = \frac{1}{E} p_n,$$

где p_n — нормальное напряжение, т. е. $p_n = F/S$, где F — растягивающая (сжимающая) сила, S — площадь поперечного сечения. Величина E [Па] = $1/\alpha$ называется модулем Юнга.

Относительное изменение диаметра стержня при продольном растяжении (сжатии)

$$\frac{\Delta d}{d} = \beta p_n.$$

Величина $\sigma = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\Delta d/d}{\Delta l/l}$ называется коэффициентом Пуассона.

Для закручивания стержня (проволоки) на некоторый угол φ необходимо приложить момент пары сил (закручивающий момент)

$$M = \frac{\pi N r^4}{2l} \varphi,$$

где l — длина проволоки, r — ее радиус, N [Па] — модуль сдвига материала проволоки.

Элементы кристаллографии.

Объем V_0 одного килограмм-моля кристалла

$$V_0 = \frac{\mu}{\rho},$$

где μ — киломоль, ρ — плотность кристалла.

Объем V элементарной ячейки кристалла:

а) при кубической сингонии

$$V = a^3,$$

б) при гексагональной сингонии

$$V = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 \cdot c,$$

где a и c — параметры ячейки.

Число Z_0 элементарных ячеек в одном килограмм-моле кристалла

$$Z_0 = \frac{V_0}{V}$$

или

$$Z_0 = \frac{k N_A}{n},$$

где k — число одинаковых атомов в химической формуле соединения, N_A — число Авогадро, n — число одинаковых атомов, приходящихся на элементарную ячейку.

Число Z элементарных ячеек в единице объема кристалла

$$Z = \frac{Z_0}{V_0},$$

а) в общем случае

$$Z = \rho \frac{k}{n} \frac{N_A}{A},$$

б) для кристалла, состоящего из одинаковых атомов ($k=1$)

$$Z = \rho \frac{N_A}{n \cdot A},$$

где A — килограмм-атом.

Параметр кубической решетки

$$a = \sqrt[3]{\frac{\mu}{k\rho N_A}}.$$

Расстояние d между соседними атомами в кубической решетке:

а) в гранцентрированной

$$d = a/\sqrt{2},$$

б) в объемноцентрированной

$$d = \frac{\sqrt{3}}{2} a.$$

Тепловые свойства твердых тел.

Энергия одного килограмм-атома химически простых (состоящих из одинаковых атомов) твердых тел в классической теории теплоемкости выражается формулой

$$E = 3RT,$$

где R — универсальная газовая постоянная, T — абсолютная температура.

Теплоемкость одного килограмм-атома химически простых твердых тел определяется по закону Дюлонга и Пти:

$$C_\mu = 3R.$$

Для химически сложных тел (состоящих из различных атомов) теплоемкость одного киломоля определяется законом Неймана — Коппа

$$C_\mu = n \cdot 3R,$$

n — общее число частиц в химической формуле соединения.

Среднее значение $\langle \epsilon \rangle$ энергии квантового осциллятора, приходящегося на одну степень свободы, в квантовой теории Эйнштейна выражается формулой

$$\langle \epsilon \rangle = \epsilon_0 + \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1},$$

где ϵ_0 — нулевая энергия ($\epsilon_0 = \frac{1}{2} h\nu$), h — постоянная Планка, ν — частота колебаний осциллятора, k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура.

Энергия одного килограмм-атома кристалла в квантовой теории теплоемкости определяется как

$$E = E_0 + 3R \frac{\theta_E}{e^{\theta_E/(kT)} - 1},$$

где $E_0 = \frac{3}{2} R\theta_E$ — нулевая энергия килограмм-атома, $\theta_E = \frac{h\nu}{k}$ — характеристическая температура.

Теплоемкость одного килограмм-атома кристалла в квантовом состоянии

$$C_\mu = 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2 \frac{e^{\theta_E/T}}{(e^{\theta_E/T} - 1)^2}.$$

Частотный спектр колебаний в теории теплоемкости Дебая задается функцией расширения частот $g(\nu)$. Число dZ собственных частот твердого тела, приходящихся на интервал частот от ν до $\nu + d\nu$

$$dZ = g(\nu) d\nu.$$

Для трехмерного кристалла, содержащего N атомов

$$dZ = \frac{9N}{\nu_{\max}^3} \nu^2 d\nu,$$

ν_{\max} — максимальная частота, ограничивающая спектр колебаний.

Энергия твердого тела

$$E = \int_0^{\nu_{\max}} (\epsilon) g(\nu) d\nu.$$

Энергия одного килограмм-атома кристалла по Дебаю

$$E = E_0 + 3RT \cdot 3 \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3}{e^x - 1} dx,$$

где $E_0 = \frac{9}{8} R\theta_D$ — нулевая энергия одного килограмм-атома кристалла по Дебаю, $\theta_D = \frac{h\nu_{\max}}{k}$ — характеристическая температура Дебая.

Теплоемкость одного килограмм-атома кристалла по Дебаю

$$C_{\mu} = 3R \left[12 \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3}{e^x - 1} dx - \frac{3 \left(\frac{\theta_D}{T} \right)}{e^{\theta_D/T} - 1} \right].$$

Энергия фоновая связана с частотой ν колебаний

$$\epsilon = h\nu.$$

Квазимпульс фонона

$$p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k,$$

где λ — длина волны, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число.

Скорость фонона (групповая)

$$u = \frac{d\epsilon}{dp} = \frac{d\nu}{dk}.$$

Фазовая скорость фонона: $u_{\phi} = \frac{\nu}{k}$.

Скорости волн в кристалле:

$$\text{продольных} — v_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad \text{поперечных} — v_t = \sqrt{\frac{G}{\rho}},$$

где E — модуль продольной упругости, G — модуль продольной упругости, ρ — плотность твердого тела.

Усредненное значение скорости звука определяется формулой

$$\frac{3}{v^3} = \frac{2}{v_l^3} + \frac{1}{v_t^3}.$$

Теплота, перенесенная через поверхность площадью S , перпендикулярную направлению теплового потока за время dt , определяется законом Фурье:

$$dQ = -\kappa \frac{dT}{dx} S dt,$$

κ — коэффициент теплопроводности, $\frac{dT}{dx}$ — проекция градиента температуры.

Коэффициент теплопроводности κ связан с удельной теплоемкостью (на единицу объема) \hat{c} , скоростью звука v и средней длиной свободного пробега фононов λ

$$\kappa = \frac{1}{3} \hat{c} \lambda \cdot v.$$

Линейный коэффициент теплового расширения по определению

$$\alpha = \frac{1}{l} \frac{dl}{dT}.$$

Плотность тока насыщения при термоэлектронной эмиссии с катода дается формулой Ричардсона — Дзыманы

$$j_{\text{н}} = AT^2 \exp\{-A/(kT)\},$$

где $B = 120(1 - R) \frac{\Lambda}{\text{см}^2 \text{К}^2}$, R — коэффициент отражения электронов проводимости от потенциального барьера на поверхности эмиттера, A — работа выхода электронов (см. Приложение XXIV) с поверхности катода.

Полупроводники.

Удельная проводимость σ собственных проводников

$$\sigma = n \cdot e (u_n + u_p),$$

где e — заряд электрона, n — концентрация носителей тока, u_n и u_p — подвижность электронов и дырок.

Напряжение U_X на гранях образца при эффекте Холла

$$U_X = R_X B b j,$$

где R_X — постоянная Холла, B — индукция магнитного поля, b — ширина пластины, j — плотность тока.

Постоянная Холла для полупроводников типа алмаз, кремний, германий и др. обладающих носителями тока одного вида

$$R_X = \frac{3\pi}{8} \frac{1}{n \cdot e}.$$

8.1. Изменение энтропии при плавлении количества $\nu = 1$ кмоль льда $\Delta S = 22.2$ кДж/К. На сколько изменяется температура плавления льда при увеличении внешнего давления на $\Delta p = 100$ кПа?

8.2. При давлении $p_1 = 100$ кПа температура плавления олова $t_1 = 231.9^\circ\text{C}$, а при давлении $p_2 = 10$ МПа она равна $t_2 = 232.2^\circ\text{C}$. Плотность жидкого олова $\rho = 7.0 \cdot 10^3$ кг/м³. Найти изменение энтропии ΔS при плавлении количества $\nu = 1$ кмоль олова.

8.3. Температура плавления железа изменяется на $\Delta T = 0.012$ К при изменении давления на $\Delta p = 98$ кПа. На сколько меняется при плавлении объем количества $\nu = 1$ кмоль железа?

8.4. Пользуясь законом Дюлонга и Пти, найти удельную теплоемкость ϵ : а) меди; б) железа; в) алюминия.

8.5. Пользуясь законом Дюлонга и Пти, найти, из какого материала сделан металлический шарик массой $m = 0.025$ кг, если известно, что для его нагревания от $t_1 = 10^\circ\text{C}$ до $t_2 = 30^\circ\text{C}$ потребовалось затратить количество теплоты $Q = 117$ Дж.

8.6. Пользуясь законом Дюлонга и Пти, найти, во сколько раз удельная теплоемкость алюминия больше удельной теплоемкости платины.

8.7. Свинцовая пуля, летящая со скоростью $v = 400$ м/с, ударяется о стенку и выходит в нее. Считая, что 10% кинетической

энергии пули идет на ее нагревание, найти, на сколько нагрелась пуля. Удельную теплоемкость свинца найти по закону Дюлонга и Пти.

8.8. Пластины из меди (толщиной $d_1 = 9$ мм) и железа (толщиной $d_2 = 3$ мм) сложены вместе. Внешняя поверхность медной пластины поддерживается при температуре $t_1 = 50^\circ\text{C}$, внешняя поверхность железной — при температуре $t_2 = 0^\circ\text{C}$. Найти температуру t поверхности их соприкосновения. Площадь пластинок велика по сравнению с толщиной.

8.9. Наружная поверхность стены имеет температуру $t_1 = -20^\circ\text{C}$, внутренняя — температуру $t_2 = 20^\circ\text{C}$. Толщина стены $d = 40$ см. Найти теплопроводность λ материала стены, если через единицу ее поверхности за время $\tau = 1$ ч проходит количество теплоты $Q = 460,5$ кДж/м².

8.10. Какое количество теплоты Q теряет за время $\tau = 1$ мин комната с площадью пола $S = 20$ м² и высотой $h = 3$ м через четыре кирпичные стены? Температура в комнате $t_1 = 15^\circ\text{C}$, температура наружного воздуха $t_2 = -20^\circ\text{C}$. Теплопроводность кирпича $\lambda = 0,84$ Вт/(м·К). Толщины стен $d = 50$ см. Потери тепла через пол и потолок пренебречь.

8.11. Один конец железного стержня поддерживается при температуре $t_1 = 100^\circ\text{C}$, другой упирается в лед. Длина стержня $l = 14$ см, площадь поперечного сечения $S = 2$ см². Найти количество теплоты Q_τ , протекающее в единицу времени вдоль стержня. Какая масса m льда растает за время $\tau = 40$ мин? Потери тепла через стенки пренебречь.

8.12. Площадь поперечного сечения медного стержня $S = 10$ см², длина стержня $l = 50$ см. Разность температур на концах стержня $\Delta T = 15$ К. Какое количество теплоты Q_τ проходит в единицу времени через стержень? Потери тепла пренебречь.

8.13. На плите стоит алюминиевая кастрюля диаметром $D = 15$ см, наполненная водой. Вода кипит, и при этом за время $\tau = 1$ мин образуется масса $m = 300$ г водяного пара. Найти температуру t внешней поверхности дна кастрюли, если толщина его $d = 2$ мм. Потери тепла пренебречь.

8.14. Металлический цилиндрический сосуд радиусом $R = 9$ см наполнен льдом при температуре $t_1 = 0^\circ\text{C}$. Сосуд теплоизолирован слоем пробки толщиной $d = 1$ см. Через какое время τ весь лед, находящийся в сосуде, растает, если температура наружного воздуха $t_2 = 25^\circ\text{C}$? Считать, что обмен тепла происходит только через боковую поверхность сосуда средним радиусом $R_0 = 9,5$ см.

8.15. Какую силу F надо приложить к концам стального стержня с площадью поперечного сечения $S = 10$ см², чтобы не дать ему расширяться при нагревании от $t_0 = 0^\circ\text{C}$ до $t = 30^\circ\text{C}$?

8.16. К стальной проволоке радиусом $r = 1$ мм подвешен груз. Под действием этого груза проволока получила такое же удлинение, как при нагревании на $\Delta t = 20^\circ\text{C}$. Найти массу m груза.

8.17. Медная проволока натянута горячей при температуре $t_1 = 150^\circ\text{C}$ между двумя прочными неподвижными стенками. При какой температуре t_2 , остывая, разорвется проволока? Считать, что закон Гука справедлив вплоть до разрыва проволоки.

8.18. При нагревании некоторого металла от $t_0 = 0^\circ\text{C}$ до $t = 500^\circ\text{C}$ его плотность уменьшается в 1,027 раза. Найти для этого металла коэффициент линейного расширения α , считая его постоянным в данном интервале температур.

8.19. Какую длину l_0 должны иметь при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ стальной и медный стержни, чтобы при любой температуре стальной стержень был длиннее медного на $\Delta l = 5$ см?

8.20. На нагревание медной болванки массой $m = 1$ кг, находящейся при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$, затрачено количество теплоты $Q = 138,2$ кДж. Во сколько раз при этом увеличился ее объем? Удельную теплоемкость меди найти по закону Дюлонга и Пти.

8.21. При растяжении медной проволоки, поперечное сечение которой $S = 1,5$ мм², начало остаточной деформации наблюдалось при нагрузке $F = 44,1$ Н. Каков предел упругости p материала проволоки?

8.22. Каким должен быть предельный диаметр d стального троса, чтобы он выдержал нагрузку $F = 9,8$ кН?

8.23. Найти длину l медной проволоки, которая, будучи подвешена вертикально, начинает рваться под действием собственной силы тяжести.

8.24. Решить предыдущую задачу для свинцовой проволоки.

8.25. Для измерения глубины моря с парохода спустили гири на стальной тросе. Какую наибольшую глубину l можно измерить таким способом? Плотность морской воды $\rho = 1 \cdot 10^3$ кг/м³. Массой гири по сравнению с массой троса пренебречь.

8.26. С крыши дома свешивается стальная проволока длиной $l = 40$ м и диаметром $d = 2$ мм. Какую нагрузку F может выдержать эта проволока? На сколько удлинится эта проволока, если на ней повиснет человек массой $m = 70$ кг? Будет ли наблюдаться остаточная деформация, когда человек отпустит проволоку? Предел упругости стали $p = 294$ МПа.

8.27. К стальной проволоке радиусом $r = 1$ мм подвешен груз массой $m = 100$ кг. На какой наибольший угол α можно отклонить проволоку с грузом, чтобы она не разорвалась при прохождении этим грузом положения равновесия?

8.28. К железной проволоке длиной $l = 50$ см и диаметром $d = 1$ мм привязана гиря массой $m = 1$ кг. С какой частотой n можно равномерно вращать в вертикальной плоскости такую проволоку с грузом, чтобы она не разорвалась?

8.29. Однородный медный стержень длиной $l = 1$ м равномерно вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через один из его концов. При какой частоте вращения n стержень разорвется?

8.30. Однородный стержень равномерно вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через его середину. Стержень разрывается, когда скорость конца стержня достигает $v = 380$ м/с. Найти предел прочности p материала стержня. Плотность материала стержня $\rho = 7,9 \cdot 10^3$ кг/м³.

8.31. К стальной проволоке длиной $l = 1$ м и радиусом $r = 1$ мм повесили груз массой $m = 100$ кг. Найти работу A растяжения проволоки.

8.32. Из резинового шнура длиной $l = 42$ см и радиусом $r = 3$ мм сделана рогатка. Мальчик, стреляя из рогатки, растянул резиновый шнур на $\Delta l = 20$ см. Найти модуль Юнга для этой резины, если известно, что камень массой $m = 0,02$ кг, пущенный из рогатки, полетел со скоростью $v = 20$ м/с. Изменением сечения шнура при растяжении пренебречь.

8.33. Имеется резиновый шланг длиной $l = 50$ см и внутренним диаметром $d_1 = 1$ см. Шланг натянули так, что его длина стала на $\Delta l = 10$ см больше. Найти внутренний диаметр d_2 натянутого шланга, если коэффициент Пуассона для резины $\sigma = 0,5$.

8.34. На рис. 54 AB — железная проволока, CD — медная проволока такой же длины и с таким же поперечным сечением, BD — стержень длиной $l = 80$ см. На стержень повесили груз массой $m = 2$ кг. На каком расстоянии x от точки B надо его подвесить, чтобы стержень остался горизонтальным?

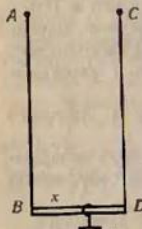


Рис. 54

8.35. Найти момент пары сил M , необходимый для закручивания проволоки длиной $l = 10$ см и радиусом $r = 0,1$ мм на угол $\varphi = 10^\circ$. Модуль сдвига материала проволоки $N = 4,9 \cdot 10^{10}$ Па.

8.36. Зеркальце гальванометра подвешено на проволоке длиной $l = 10$ см и диаметром $d = 0,01$ мм. Найти закручивающий момент M , соответствующий отклонению зайчика на величину $a = 1$ мм по шкале, удаленной на расстояние $L = 1$ м от зеркальца. Модуль сдвига материала проволоки $N = 4 \cdot 10^{10}$ Па.

8.37. Найти потенциальную энергию W проволоки длиной $l = 5$ см и диаметром $d = 0,04$ мм, закрученной на угол $\varphi = 10^\circ$. Модуль сдвига материала проволоки $N = 5,9 \times 10^{10}$ Па.

8.38. При протекании электрического тока через обмотку гальванометра на его рамку с укрепленным на ней зеркальцем действует закручивающий момент $M = 2 \cdot 10^{-13}$ Н·м. Рамка при этом поворачивается на малый угол φ . На это закручивание идет работа $A = 8,7 \cdot 10^{-16}$ Дж. На какое расстояние a переместится зайчик от зеркальца по шкале, удаленной на расстояние $L = 1$ м от гальванометра?

8.39. Найти коэффициент Пуассона σ , при котором объем проволоки при растяжении не меняется.

8.40. Найти относительное изменение плотности цилиндрического медного стержня при сжатии его давлением $p_n = 9,8 \cdot 10^7$ Па. Коэффициент Пуассона для меди $\sigma = 0,34$.

8.41. Железная проволока длиной $l = 5$ м висит вертикально. Как изменится объем проволоки, если к ней привязать гирию массой $m = 10$ кг? Коэффициент Пуассона для железа $\sigma = 0,3$.

8.42.* Определить число узлов, приходящихся на одну элементарную ячейку в гранцентрированной решетке.

8.43.* Определить постоянную a и расстояние d между соседними атомами кристалла Са (решетка гранцентрированная кубической сингонии). Плотность кристалла Са $\rho = 1,55 \cdot 10^3$ кг/м³.

8.44.* Определить число элементарных ячеек в единице объема кристалла: а) хаотического цемента (решетка объемноцентрированная кубической сингонии); б) меди (решетка гранцентрированная кубической сингонии); в) кобальта, имеющего гексагональную структуру с плотной упаковкой.

8.45.* Найти плотность кристалла неона (при $T = 20$ К), если известно, что его решетка гранцентрированная кубической сингонии. Постоянная решетки при той же температуре $a = 4,52$ Å.

8.46.* Определить относительную атомную массу кристалла, если известно, что расстояние между ближайшими соседними атомами $d = 3,04$ Å. Решетка гранцентрированная кубической сингонии. Плотность кристалла $\rho = 0,534 \cdot 10^3$ кг/м³.

8.47.* Используя метод упаковки шаров, найти отношение параметров c и a в гексагональной решетке с плотнейшей упаковкой. Указать причины отклонения этой величины в реальном кристалле от вычисленного.

8.48.* Определить постоянные a и c решетки кристалла магния, который представляет собой гексагональную решетку с плотной упаковкой. Плотность кристалла магния $1,74 \cdot 10^3$ кг/м³.

8.49.* Вычислить постоянную a решетки бериллия, который представляет собой гексагональную структуру с плотной упаковкой. Параметр решетки $c = 3,59$ Å. Плотность кристалла бериллия $\rho = 1,82 \cdot 10^3$ кг/м³.

8.50.* Найти плотность кристалла Не (при $T = 2$ К), который представляет собой гексагональную структуру с плотной упаковкой. Постоянная решетки $a = 3,57$ Å.

8.51.* Определить теплоту, необходимую для нагревания кристалла NaCl массой $m = 20$ г на $\Delta T = 2$ К. Рассмотреть два случая:

а) нагревание происходит от температуры $T_1 = \theta_D = 320$ К;

б) нагревание происходит от температуры $T_1 = 2$ К.

8.52.* Исходя из классической теории вычислить удельные теплоты кристаллов: 1) Cu; 2) Al; 3) NaCl и 4) CaCl₂.

8.53.* Вычислить изменение внутренней энергии кристалла Ni при нагревании его от $t_1 = 0^\circ\text{C}$ до $t_2 = 200^\circ\text{C}$. Масса кристалла 20 г.

8.54.* Получить формулу для среднего значения энергии $\langle E \rangle$ линейного гармонического осциллятора при тепловом равновесии. Вычислить значение $\langle E \rangle$ при $T = 300\text{ K}$.

8.55.* Определить теплоемкость и энергию системы, состоящей из $N = 10^{26}$ трехмерных классических гармонических осцилляторов. Температура системы $T = 300\text{ K}$.

8.56.* Характеристическая температура атомов Ag равна $\theta_E = 165\text{ K}$. Определить частоту колебаний атомов Ag по теории теплоемкости Эйнштейна.

8.57.* Во сколько раз изменится средняя энергия квантового осциллятора, приходящаяся на одну степень свободы при повышении температуры от $T_1 = \frac{1}{2}\theta_E$ до $T_2 = \theta_E$?

8.58.* Используя квантовую теорию теплоемкости Эйнштейна, вычислить изменение ΔE внутренней энергии одного килограмм-атома кристалла при нагревании его на $\Delta T = 2\text{ K}$ от температуры $T_1 = \frac{1}{2}\theta_E$.

8.59.* Вычислить по теории Эйнштейна нулевую энергию, которой обладает один килограмм-атом кристалла цинка. Характеристическая температура θ_E для цинка равна 230 K .

8.60.* В теории Дебая твердое тело рассматривается как система из продольных и поперечных стоячих волн. Определить функцию распределения частот $g(\nu)$ для кристалла с трехмерной решеткой. Принять, что число собственных колебаний Z ограничено и равно $3N$. N — число атомов в рассматриваемом объеме.

8.61.* Используя формулу для энергии трехмерного кристалла

$$E = 3RT \cdot 3 \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}$$

навести выражение килограмм-атомной теплоемкости.

8.62.* Килограмм-атомная теплоемкость трехмерного кристалла выражается формулой

$$C_M = 3R \left[12 \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3}{e^x - 1} dx - \frac{3 \left(\frac{\theta_D}{T} \right)}{e^{\theta_D/T} - 1} \right].$$

Найти предельное выражение C_M при низких температурах ($\theta_D \gg T$).

8.63.* Для кристалла Au вычислить максимальную частоту собственных колебаний по теории Дебая. $\theta_D = 180\text{ K}$.

8.64.* Кристалл нагревают от нуля до $T = 0,1\theta_D$. Найти отношение изменения его внутренней энергии ΔE к величине нулевой энергии E_0 . Принять $T \ll \theta_D$.

8.65.* Вычислить изменение внутренней энергии одного килограмм-атома кристалла при его нагревании на $\Delta T = 2\text{ K}$ от температуры $T_1 = \frac{1}{2}\theta_E$. Использовать квантовую теорию Дебая.

8.66.* Определить характеристическую температуру Дебая серебра, если для нагревания 10 г от $T_1 = 10\text{ K}$ до $T_2 = 20\text{ K}$ было затрачено $\Delta Q = 0,71\text{ Дж}$ теплоты. Принять $T \ll \theta_D$.

8.67.* Найти отношение характеристических температур Эйнштейна и Дебая. Указать, использовать выражение для нулевой энергии, вычисленных по обеим теориям.

8.68.* Для кристалла с двумерной решеткой получить функцию распределения частот $g(\nu)$. Кристалл состоит из взаимодействующих слоев, число собственных колебаний Z ограничено и равно $3N$ (N — число атомов кристалла). Рассматривать твердое тело как систему продольных и поперечных стоячих волн.

8.69.* Зная функцию распределения частот (см. задачу 8.68) для кристалла с двумерной решеткой, получить формулу для энергии кристалла, содержащего N (равное N_A) атомов.

8.70.* Используя ответ задачи 8.69, получить выражение для теплоемкости килограмм-атома C_M кристалла с двумерной решеткой.

8.71.* Вычислить нулевую энергию одного килограмм-атома двумерного кристалла, если характеристическая температура Дебая $\theta_D = 350\text{ K}$.

8.72.* Для кристалла с одномерной решеткой получить функцию распределения частот $g(\nu)$. Кристалл состоит из линейных цепей, не взаимодействующих между собой, число собственных колебаний Z ограничено и равно $3N$ (N — число атомов кристалла).

8.73.* Решить № 8.69 для кристалла с одномерной решеткой.

8.74.* Решить № 8.70 для кристалла с одномерной решеткой.

8.75.* Вычислить нулевую энергию одного килограмм-атома одномерного кристалла, если характеристическая температура Дебая $\theta_D = 300\text{ K}$.

8.76.* Найти энергию фонона, соответствующего граничной частоте, если характеристическая температура $\theta_D = 250\text{ K}$.

8.77.* Определить квазиимпульс фонона частотой $\nu = 0,1\nu_{\text{max}}$. Среднее значение скорости звука в кристалле $v = 1380\text{ м/с}$, $\theta_D = 100\text{ K}$. Дисперсией звуковых волн пренебречь.

8.78.* Вычислить усредненное значение скорости звука в кристалле серебра. Модули упругости E и G , а также плотность ρ серебра считать известными.

8.79.* Определить длину волны фононов в кристалле вольфрама, соответствующих частоте $\nu = 0,1\nu_{\text{max}}$, если $\theta_D = 310\text{ K}$. Дисперсией звуковых волн пренебречь.

8.80.* Определить скорость звука в кристалле, характеристическая температура которого $\theta_D = 300$ К, а межатомное расстояние $a = 2,5$ Å.

8.81.* Вычислить среднюю длину свободного пробега λ фононов в кварце (SiO_2) при некоторой температуре, если при той же температуре $\kappa = 13$ Вт/(м·град), теплоемкость $C = 44$ кДж × (м·град) $^{-1}$, усредненное значение скорости звука $v = 5 \cdot 10^3$ м/с. Плотность кварца $\rho = 2,65 \cdot 10^3$ кг/м 3 .

8.82.* Вычислить давление фононного газа в свинце при абсолютном нуле. $\theta_D = 85$ К.

8.83.* Определить фононное давление в меди при $T = \theta_D = 320$ К.

8.84.* Найти коэффициент объемного расширения для анизотропного кристалла, коэффициенты расширения которого по трем взаимно перпендикулярным направлениям составляют $\alpha_1 = 1,25 \cdot 10^{-5}$ град $^{-1}$, $\alpha_2 = 1,1 \cdot 10^{-6}$ град $^{-1}$, $\alpha_3 = 1,15 \cdot 10^{-5}$ град $^{-1}$.

8.85.* Известно, что температура тела в течение 20 мин. падает от 100°C до 60°C. Температура воздуха при этом равна 20°C. Через сколько времени (от момента начала охлаждения) температура тела понизится до 25°C? Считать, что скорость охлаждения тела в воздухе пропорциональна разности между температурами тела и воздуха.

8.86.* Стена (коэффициент теплопроводности $k = 0,0015$) имеет 30 см толщины. Найти, как зависит температура от расстояния от внешней поверхности стены, если температура равна 20°C на внутренней и 0°C на внешней поверхности.

8.87.* Концы однородного стержня постоянного сечения поддерживаются при температурах t_1 и t_2 ($t_2 > t_1$). Температурный коэффициент линейного расширения материала стержня равен α . Чему равна длина стержня, если при 0°C она была l_0 ?

8.88.* Трубопровод тепловой магистрали (диаметр 20 см) защищен изоляцией толщиной 10 см; величина коэффициента теплопроводности $k = 0,00017$. Температура трубы 160°C; температура внешнего покрова 30°C. Найти распределение температуры внутри изоляции, а также количество тепла, отдаваемое 1 погонным метром трубы.

8.89.* Стальной трос удерживает кабину лифта, максимальная масса которого не более 2500 кг. Если максимальное ускорение лифта равно 1,5 м/с 2 , то каким должен быть диаметр стального троса при запасе прочности 5,0?

8.90.* Определите относительное удлинение алюминиевой проволоки, если при ее растяжении была затрачена работа $A = 14$ Дж. Длина проволоки $l = 1$ м, сечение $S = 2$ мм 2 .

8.91.* Существует максимальная высота однородной вертикальной колонны из любого материала, не зависящая от площади поперечного сечения, при превышении которой колонна разрушится. Вычислите эту высоту для колонны из стали. Предел прочности стали на сжатие $5 \cdot 10^8$ Н/м 2 , плотность $7,8 \cdot 10^3$ кг/м 3 .

8.92.* Толщина биметаллической пластинки, составленной из одинаковых полосок стали и цинка, равна $d = 0,1$ мм. Определить радиус кривизны пластинки при повышении температуры на $\Delta T = 10$ К от температуры, при которой пластинка была ровной.

8.93.* Найти распределение температуры в пространстве между двумя концентрическими сферами с радиусами R_1 и R_2 , заполненным проводящим тепло однородным веществом, если температуры обеих сфер постоянны и равны T_1 и T_2 .

8.94.* По однородному цилиндрическому проводу радиусом R без изоляции течет ток силой I . Определить стационарное распределение температуры в проводе, если температура его поверхности (T_0) поддерживается постоянной. Удельное сопротивление проводника ρ .

8.95.* Какова работа выхода из металла, если повышение температуры накала, сделанной из этого металла, от 2000 К до 2001 К увеличивает ток насыщения в электронной лампе на 1%?

8.96.* Определить ток насыщения в электронной лампе с вольфрамовым катодом при следующих условиях: Длина и диаметр нити 3 см и 0,1 мм; температура накала 2700 К; постоянная B для вольфрама равна $60,2$ А/(см 2 ·К 2).

8.97.* Германий имеет при некоторой температуре удельное сопротивление $\rho = 0,48$ Ом·м. Определить концентрацию носителей тока n , если подвижности электронов $u_n = 0,36$ м 2 /(В·с), а дырок $u_p = 0,16$ м 2 /(В·с).

8.98.* Определить подвижность и концентрацию дырок в полупроводнике p -типа, если его удельная проводимость $\sigma = 112$ Ом $^{-1}$ ·м $^{-1}$, а постоянная Холла $R_H = 3,66 \cdot 10^{-4}$ м 3 /Кл.

8.99.* Определить уровень Ферми в полупроводнике, если энергия активации $\Delta E_n = 1$ эВ. За нулевой уровень отсчета кинетической энергии электронов принять низший уровень зоны проводимости.

8.100.* В германии часть атомов замещена атомами сурьмы. Диэлектрическая проницаемость германия $\epsilon = 16$. Рассматривая дополнительный электрон примесного атома по модели Бора, вычислить его энергию E связи и радиус r его орбиты.

8.101.* Пластина шириной $b = 1$ см и длиной $L = 10$ см изготовлена из полупроводника и помещена в однородное магнитное поле с $B = 0,2$ Тл, перпендикулярное плоскости пластины. К концам пластины по направлению L приложено постоянное напряжение $U = 300$ В. Определить разность потенциалов U_x на гранях пластины, если $R_x = 0,1$ м 3 /Кл, удельное сопротивление $\rho = 0,5$ Ом·м.

8.102.* Кремниевая пластина шириной $b = 2$ см помещена в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,1$ Тл перпендикулярно линиям магнитной индукции. Холловская разность потенциалов $U_x = 0,368$ В возникает на гранях пластины при протекании тока с плотностью $j = 0,5$ А/мм 2 вдоль пластины. Определить концентрацию носителей тока.

Глава III ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

§ 9. Электростатика

По закону Кулона сила электростатического взаимодействия между двумя заряженными телами, размеры которых малы, по сравнению с расстоянием r между ними, определяется формулой

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2},$$

где q_1 и q_2 — электрические заряды тел, ϵ — относительная диэлектрическая проницаемость среды, $\epsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная.

Напряженность электрического поля определяется формулой

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q},$$

где F — сила, действующая на заряд q . Напряженность поля точечного заряда

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2}.$$

Напряженность электрического поля нескольких зарядов (например, поле диполя) находится по правилу векторного сложения.

По теореме Гаусса поток напряженности сквозь любую замкнутую поверхность

$$N_E = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon} \sum_i q_i,$$

где $\sum_i q_i$ — алгебраическая сумма зарядов, находящихся внутри этой поверхности. Соответственно поток электрического смещения сквозь любую замкнутую поверхность

$$N_D = \sum_i q_i.$$

При помощи теоремы Гаусса можно найти напряженность электрического поля, образованного различными заряженными телами.

Напряженность поля, образованного заряженной бесконечно длинной нитью,

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 \epsilon a},$$

где τ — линейная плотность заряда на нити, a — расстояние от нити. Если нить имеет конечную длину, то напряженность поля в точке, находящейся на перпендикуляре, восстановленном из середины нити на расстоянии a от нее,

$$E = \frac{\tau \sin \theta}{2\pi\epsilon_0 \epsilon a},$$

где θ — угол между направлением нормали к нити и радиус-вектором, проведенным из рассматриваемой точки к концу нити.

Напряженность поля, образованного заряженной бесконечно протяженной плоскостью,

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \epsilon},$$

где σ — поверхностная плотность заряда на плоскости. Если плоскость представляет собой диск радиусом R , то напряженность поля в точке, находящейся на перпендикуляре, восстановленном из центра диска на расстоянии a от него,

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \epsilon} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} \right).$$

Напряженность поля, образованного разноименно заряженными параллельными бесконечными плоскостями (поля плоского конденсатора),

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}.$$

Напряженность поля, образованного заряженным шаром,

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2},$$

где q — заряд шара радиусом R и r — расстояние от центра шара, причем $r > R$. Электрической емкости D определяется соотношением

$$D = \epsilon_0 \epsilon E = \sigma.$$

Разность потенциалов между двумя точками электрического поля определяется работой, которую надо совершить, чтобы единицу положительного заряда принести из одной точки в другую:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A}{q}.$$

Потенциал поля точечного заряда

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r},$$

где r — расстояние от заряда.

Напряженность электрического поля и потенциал связаны соотношением

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

В случае однородного поля плоского конденсатора напряженность

$$E = \frac{U}{d},$$

где U — разность потенциалов между пластинами конденсатора, d — расстояние между ними.

Потенциал удлиненного проводника и его заряд связаны соотношением

$$q = C\varphi,$$

где C — емкость удлиненного проводника.

Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d},$$

где S — площадь каждой пластины конденсатора.

Емкость сферического конденсатора

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon Rr}{R-r},$$

где r и R — радиусы внутренней и внешней сфер. В частном случае, когда $R = \infty$,

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon r$$

— емкость удлиненного шара.

Емкость цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon L}{\ln(R/r)},$$

где L — высота коаксиальных цилиндров, r и R — радиусы внутреннего и внешнего цилиндров.

Емкость системы конденсаторов:

при параллельном соединении конденсаторов

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots,$$

при последовательном соединении

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

Энергия удлиненного заряженного проводника может быть найдена по одной из следующих формул:

$$W = \frac{qU}{2}, \quad W = \frac{CU^2}{2}, \quad W = \frac{q^2}{2C}.$$

В случае плоского конденсатора энергии

$$W = \frac{\epsilon_0 \epsilon S U^2}{2d} = \frac{\epsilon_0 \epsilon k^2 S d}{2} = \frac{\sigma^2 S d}{2\epsilon_0 \epsilon},$$

где S — площадь каждой пластины конденсатора, σ — поверхностная плотность заряда на пластинах, U — разность потенциалов между пластинами, d — расстояние между ними. Величина

$$W_0 = \frac{\epsilon_0 \epsilon k^2}{2} = \frac{ED}{2}$$

называется объемной плотностью энергии электрического поля.

Сила притяжения между пластинами плоского конденсатора

$$F = \frac{\epsilon_0 \epsilon k^2 S}{2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S U^2}{2d^2} = \frac{\sigma^2 S}{2\epsilon_0 \epsilon}.$$

9.1.* Определить дивергенцию следующих векторных полей:

а) $\vec{a} = \vec{r}$, \vec{r} — радиус-вектор точки, в которой определяется дивергенция;

б) $\vec{a} = \vec{e}_r$, где \vec{e}_r — орт радиус-вектора точки;

в) $\vec{a} = f(\vec{r})\vec{e}_r$, где $f(\vec{r})$ — некоторая функция модуля радиус-вектора;

г) $\vec{a} = \frac{A}{r^3}\vec{r}$, A — константа, \vec{r} — радиус-вектор точки.

9.2.* Задано однородное поле вектора \vec{a} . Определить: а) дивергенцию этого поля; б) поток вектора \vec{a} через произвольную замкнутую поверхность.

9.3.* Вычислить поток радиус-вектора \vec{r} через сферу радиуса R с центром в начале координат.

9.4.* Вычислить поток вектора \vec{a} через сферу радиуса R с центром в начале координат, если дивергенция вектора \vec{a} известна функция $f(r)$ ($\nabla \vec{a} = f(r)$).

9.5.* Чему равна дивергенция вектора \vec{E} однородного электрического поля?

9.6.* Напряженность электростатического поля \vec{E} как функция координат имеет вид $\vec{E} = x^2\vec{e}_x + y^2\vec{e}_y + z\vec{e}_z$. Определить плотность зарядов ρ , создающих такое поле.

9.7.* Потенциал поля, создаваемый системой зарядов, имеет вид: $\varphi = ax^2 + by^2 - cz^2$, a , b и c — положительные константы.

Найти напряженность поля $\vec{E}(x, y, z)$.

9.8.* Напряженность электрического поля \vec{E} имеет вид: $\vec{E} = a\vec{e}_x + b\vec{e}_y + c\vec{e}_z$, a , b , c — константы. Является ли это поле однородным? Определить потенциал поля φ .

9.9.* Напряженность электростатического поля определяется как $\vec{E} = \frac{a}{r^2}\vec{e}_r$, где a — константа. Является ли это поле однородным? Найти потенциал этого поля φ .

9.10.* Определить ротор следующих векторных полей:

а) $\vec{a} = \vec{r}$ — радиус-вектор точки, в которой вычисляется ротор;

б) $\vec{a} = \frac{\alpha}{r^3}\vec{r}$, α — константа, \vec{r} — радиус-вектор точки;

в) $\vec{a} = \vec{e}_r$ — орт радиус-вектора точки;

г) $\vec{a} = f(r)\vec{e}_r$, $f(r)$ — известная функция модуля радиус-вектора.

9.11.* Доказать, что однородное векторное поле является безвихревым.

9.12.* Может ли поле $\vec{E} = a(y\vec{e}_x - x\vec{e}_y)$ быть электростатическим?

9.13.* Для поля $\vec{E} = a(y\vec{e}_x - x\vec{e}_y)$ вычислить:

а) ротор в точке с координатами (x, y, z) ;

б) циркуляцию Γ по окружности радиуса R , лежащей в плоскости x, y ; направление обхода контура образует с осью Z правую систему.

9.14. Построить график зависимости силы F взаимодействия между двумя точечными зарядами от расстояния r между ними в интервале $2 \leq r \leq 10$ см через каждые 2 см. Заряды $q_1 = 20$ нКл и $q_2 = 30$ нКл.

9.15. Во сколько раз сила гравитационного притяжения между двумя протонами меньше силы их электростатического отталкивания? Заряд протона равен по модулю и противоположен по знаку заряду электрона.

9.16. Во сколько раз энергия $W_{эл}$ электростатического взаимодействия двух частиц с зарядом q и массой m каждая больше энергии $W_{гр}$ их гравитационного взаимодействия? Задачу решить для: а) электронов; б) протонов.

9.17. Построить график зависимости энергии $W_{эл}$ электростатического взаимодействия двух точечных зарядов от расстояния r между ними в интервале $2 \leq r \leq 10$ см через каждые 2 см. Заряды $q_1 = 1$ нКл и $q_2 = 3$ нКл; $\epsilon = 1$. График построить для: а) одноименных зарядов; б) разноименных зарядов.

9.18.* В вершинах квадрата со стороной a имеются четыре заряда (см. рис. 55). Найти напряженность электрического поля на перпендикуляре, восстановленном из центра квадрата, как функцию расстояния x .

9.19.* В вершинах тетраэдра расположены четыре заряда (см. рис. 56). Сторона тетраэдра a . Определить силу, действующую на заряд Q . Заряды считать известными.

9.20. В вершинах правильного шестиугольника расположены три положительных и три отрицательных заряда. Найти напряженность E электрического поля в центре шестиугольника при различных комбинациях в расположении этих зарядов. Каждый заряд $q = 1,5$ нКл; сторона шестиугольника $a = 3$ см.

9.21. Решить предыдущую задачу при условии, что все шесть зарядов, расположенных в вершинах шестиугольника, положительны.

9.22. Два шарика одинаковых радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда $q_0 = 0,4$ мкКл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол $2\alpha = 60^\circ$. Найти массу m каждого шарика, если расстояние от центра шарика до точки подвеса $l = 20$ см?

9.23. Два шарика одинаковых радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. Какой заряд q нужно сообщить шарикам, чтобы сила натяжения

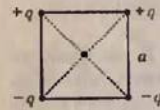


Рис. 55

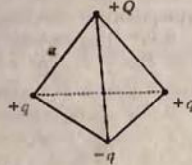


Рис. 56

нитей стала равной $T = 98$ мН? Расстояние от центра шарика до точки подвеса $l = 10$ см; масса каждого шарика $m = 5$ г.

9.24.* Какой минимальный заряд q нужно закрепить в нижней точке сферической полости радиуса R , чтобы в поле тяжести небольшой шарик массы m и заряда Q находился в верхней точке полости в положении устойчивого равновесия (рис. 57)?



Рис. 57

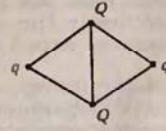


Рис. 58

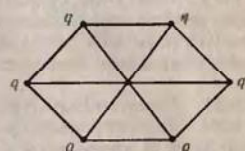


Рис. 59

9.25.* Четыре положительных заряда связаны нитью (см. рис. 58). Длина каждой нити l . Определить силу натяжения нити, связывающей заряды Q между собой ($Q > q$).

9.26.* Семь одинаковых зарядов q связаны друг с другом одинаковыми упругими нитями так, как показано на рис. 59. Расстояние между ближайшими зарядами l . Определить силу натяжения каждой нити.

9.27. Найти плотность ρ материала шариков задачи 9.22, если известно, что при погружении этих шариков в керосин угол расхождения нитей стал равным $2\alpha_k = 54^\circ$.

9.28.* Доказать, что электрическое поле заряда и проводящей плоскости можно представить как поле дипольного относительно плоскости заряда противоположного знака (метод зеркальных отображений).

9.29. На рис. 60 AA' — заряженная бесконечная плоскость с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 40$ мкКл/м² и B — одноименно заряженный шарик с массой $m = 1$ г и зарядом $q = 1$ нКл. Каков угол α с плоскостью AA' образует нить, на которой висит шарик?

9.30. На рис. 60 AA' — заряженная бесконечная плоскость и B — одноименно заряженный шарик с массой $m = 0,4$ мг и зарядом $q = 667$ нКл. Сила натяжения нити, на которой висит шарик, $T = 0,49$ мН. Найти поверхностную плотность заряда σ на плоскости AA' .

9.31.* Доказать электростатическую теорему Гаусса: поток вектора напряженности электростатического поля через замкнутую поверхность S равен суммарному заряду, находящемуся в объеме

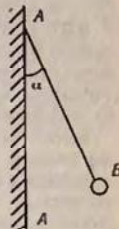


Рис. 60

ограниченном данной поверхностью S , или равен нулю, если все заряды расположены вне этого объема:

$$\int_{(S)} \vec{E} d\vec{s} = \frac{\sum_{i=1}^n q_i}{\epsilon_0}, \quad \epsilon_0 \text{ — электрическая постоянная.}$$

9.32.* Используя теорему Гаусса, получить выражение для напряженности электростатического поля заряженной бесконечно длинной нити как функцию расстояния x от нити. Считать заданной линейную плотность заряда на нити λ . Найти потенциал нити.

9.33.* Решить предыдущую задачу для нити конечной длины L .

9.34.* Получить выражение для напряженности электростатического поля заряженной бесконечной плоскости. Поверхностная плотность зарядов σ известна.

9.35. Найти силу F , действующую на заряд $q = 2 \text{ СГС}$, если заряд помещен: а) на расстоянии $r = 2 \text{ см}$ от заряженной нити с линейной плотностью заряда $\tau = 0,2 \text{ мкКл/м}$; б) в поле заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 20 \text{ мкКл/м}^2$; в) на расстоянии $r = 2 \text{ см}$ от поверхности заряженного шара с радиусом $R = 2 \text{ см}$ и поверхностной плотностью заряда $\sigma = 20 \text{ мкКл/м}^2$. Диэлектрическая проницаемость среды $\epsilon = 6$.

9.36. Построить на одном графике кривые зависимости напряженности E электрического поля от расстояния r в интервале $1 \leq r \leq 5 \text{ см}$ через каждый 1 см , если поле образовано: а) точечным зарядом $q = 33,3 \text{ нКл}$; б) бесконечно длинной заряженной нитью с линейной плотностью заряда $\tau = 1,67 \text{ мкКл/м}$; в) бесконечно протяженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 25 \text{ мкКл/м}^2$.

9.37. С какой силой F_1 электрическое поле заряженной бесконечно длинной нити действует на единицу длины заряженной бесконечно длинной нити, помещенной в это поле? Линейная плотность заряда на нити $\tau = 3 \text{ мкКл/м}$ и поверхностная плотность заряда на плоскости $\sigma = 20 \text{ мкКл/м}^2$.

9.38. С какой силой F_1 на единицу длины отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно длинные нити с одинаковой линейной плотностью заряда $\tau = 3 \text{ мкКл/м}$, находящиеся на расстоянии $r_1 = 2 \text{ см}$ друг от друга? Какую работу A_1 на единицу длины надо совершить, чтобы сдвинуть эти нити до расстояния $r_2 = 1 \text{ см}$?

9.39. Две длинные одноименно заряженные нити расположены на расстоянии $r = 10 \text{ см}$ друг от друга. Линейная плотность заряда на нитях $\tau_1 = \tau_2 = 10 \text{ мкКл/м}$. Найти модуль и направление напряженности E результирующего электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $a = 10 \text{ см}$ от каждой нити.

9.40. С какой силой F_S на единицу площади отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно протяженные плоскости? Поверхностная плотность заряда на плоскостях $\sigma = 0,3 \text{ мкКл/м}^2$.

9.41. Медный шар радиусом $R = 0,5 \text{ см}$ помещен в масло. Плотность масла $\rho_m = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Найти заряд q шара, если в однородном электрическом поле шар оказался взвешенным в масле. Электрическое поле направлено вертикально вверх и его напряженность $E = 3,6 \text{ МВ/м}$.

9.42. Показать, что электрическое поле, образованное заряженной нитью конечной длины, в предельных случаях переходит в электрическое поле: а) бесконечно длинной заряженной нити; б) точечного заряда.

9.43. Кольцо из проволоки радиусом $R = 10 \text{ см}$ имеет отрицательный заряд $q = -5 \text{ нКл}$. Найти напряженности E электрического поля на оси кольца в точках, расположенных от центра кольца на расстояниях L , равных $0, 5, 8, 10$ и 15 см . Построить график $E = f(L)$. На каком расстоянии L от центра кольца напряженность E электрического поля будет иметь максимальное значение?

9.44. Напряженность электрического поля на оси заряженного кольца имеет максимальное значение на расстоянии L от центра кольца. Во сколько раз напряженность электрического поля в точке, расположенной на расстоянии $0,5L$ от центра кольца, будет меньше максимального значения напряженности?

9.45.* Определить напряженность поля и потенциал на оси диска радиуса R как функцию расстояния x вдоль оси. Поверхностная плотность зарядов σ задана.

9.46. Показать, что электрическое поле, образованное заряженным диском, в предельных случаях переходит в электрическое поле: а) бесконечно протяженной плоскости; б) точечного заряда.

9.47. Два параллельных разноименно заряженных диска с одинаковой поверхностной плотностью заряда на них расположены на расстоянии $d = 1 \text{ см}$ друг от друга. Какой предельный радиус R могут иметь диски, чтобы между центрами дисков поле отличалось от поля плоского конденсатора не более чем на 5% ? Какую ошибку δ мы допускаем, принимая для этих точек напряженность поля равной напряженности поля плоского конденсатора при $R/d = 10$?

9.48.* Определить напряженность электрического поля и потенциал заряженной сферы радиуса R . Заряд Q равномерно нанесен на поверхность сферы. Нарисовать графики $E(r)$, $\varphi(r)$.

9.49.* Определить напряженность поля и потенциал заряженного по объему шара. Радиус шара R , объемная плотность заряда ρ и шаре $-\rho$. Нарисовать графики $E(r)$, $\varphi(r)$.

9.50.* С какой силой действует электрический заряд q на равномерно заряженную бесконечную плоскость? Чему равна напряженность электрического поля плоскости? Поверхностная плотность заряда σ .

9.51.* Определить напряженность поля и потенциал внутри и вне бесконечного цилиндра радиуса R , если объемная плотность заряда внутри цилиндра равна ρ . Нарисовать график зависимости напряженности поля от расстояния до оси.

9.52.* С какой силой расталкиваются равномерно заряженные грани куба? Тетраэдра? Поверхностная плотность заряда грани σ , длина ребра a .

9.53.* В равномерно заряженном шаре радиуса R вырезали сферическую полость радиуса r , центр которой находится на расстоянии a от центра шара (рис. 61). Объемная плотность заряда ρ . Определить напряженность электрического поля в полости.



Рис. 61

9.54. Шарик массой $m = 40$ мг, имеющий положительный заряд $q = 1$ нКл, движется со скоростью $v = 10$ см/с. На какое расстояние r может приблизиться шарик к положительному закреплённому точечному заряду $q_0 = 1,33$ нКл?

9.55. До какого расстояния r могут сблизиться два электрона, если они движутся навстречу друг другу с относительной скоростью $v_0 = 10^6$ м/с?

9.56. Два шарика с зарядами $q_1 = 6,66$ нКл и $q_2 = 13,33$ нКл находятся на расстоянии $r_1 = 40$ см. Какую работу A надо совершить, чтобы сблизить их до расстояния $r_2 = 25$ см?

9.57. Найти потенциал φ точки поля, находящейся на расстоянии $r = 10$ см от центра заряженного шара радиусом $R = 1$ см. Задачу решить, если: а) задана поверхностная плотность заряда на шаре $\sigma = 0,1$ мкКл/м²; б) задан потенциал шара $\varphi_0 = 300$ В.

9.58. Какая работа A совершается при перенесении точечного заряда $q = 20$ нКл из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии $r = 1$ см от поверхности шара радиусом $R = 1$ см с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 10$ мкКл/м²?

9.59. Шарик с массой $m = 1$ г и зарядом $q = 10$ нКл перемещается из точки 1, потенциал которой $\varphi_1 = 600$ В, в точку 2, потенциал которой $\varphi_2 = 0$. Найти его скорость в точке 2, если в точке 2 она стала равной $v_2 = 20$ см/с.

9.60. На расстоянии $r_1 = 4$ см от бесконечно длинной заряженной нити находится точечный заряд $q = 0,66$ нКл. Под действием поля заряд приближается к нити до расстояния $r_2 = 2$ см; при этом совершается работа $A = 50$ эрг. Найти линейную плотность заряда τ на нити.

9.61. Электрическое поле образовано положительно заряженной бесконечно длинной нитью. Двигаясь под действием этого поля от точки, находящейся на расстоянии $r_1 = 1$ см от нити, до точки $r_2 = 4$ см, α -частица изменила свою скорость от $v_1 = 2 \cdot 10^5$ м/с до $v_2 = 3 \cdot 10^6$ м/с. Найти линейную плотность заряда τ на нити.

9.62. Электрическое поле образовано положительно заряженной бесконечно длинной нитью с линейной плотностью заряда $\tau = 0,2$ мкКл/м. Какую скорость v получит электрон под действием поля, приблизившись к нити с расстояния $r_1 = 1$ см до расстояния $r_2 = 0,5$ см?

9.63. Около заряженной бесконечно протяженной плоскости находится точечный заряд $q = 0,66$ нКл. Заряд перемещается по линии напряженности поля на расстояние $\Delta R = 2$ см; при этом совершается работа $A = 50$ эрг. Найти поверхностную плотность заряда σ на плоскости.

9.64. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора $U = 90$ В. Площадь каждой пластины $S = 60$ см², ее заряд $q = 1$ нКл. На каком расстоянии d друг от друга находятся пластины?

9.65.* Металлический шар радиуса r_1 , заряженный до потенциала φ_1 , окружает проводящей тонкостенной сферической оболочкой радиуса r_2 . Определить потенциал φ_2 шара после того, как шар на некоторое время соединили проводником с оболочкой.

9.66.* Найти напряженность поля и потенциал в центре полусферы радиуса R равномерно заряженной с поверхностной плотностью заряда σ .

9.67.* Найти потенциал и модуль напряженности поля диполя как функции расстояния от центра диполя r и угла θ между осью диполя и направлением \vec{r} (рис. 62). Электрический дипольный момент равен \vec{p} .

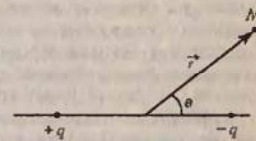


Рис. 62

9.68.* Найти силу взаимодействия двух молекул воды, отстоящих друг от друга на расстоянии $l = 10^{-8}$ м. Электрический дипольный момент молекул воды $p = 0,62 \cdot 10^{-29}$ Кл·м. Дипольные моменты молекул считать расположенными вдоль соединяющей молекулы прямой.

9.69.* Два электрона удерживаются в равновесии за счет нити длины l . Система находится на горизонтальной поверхности. Нить пережигают. Какую максимальную скорость приобретут электроны, если коэффициент трения k , а масса m_e ?

9.70.* Три заряженных частицы массой m и зарядами q связаны тремя нитями длины l каждая. Одну из нитей пережигают. Определить максимальную скорость частиц.

9.71.* Два электрона находятся на расстоянии r друг от друга, причем скорость одного из них равна нулю, а скорость другого направлена под острым углом к линии, соединяющей электроны. Каким будет угол между скоростями электронов, когда они вновь окажутся на расстоянии r друг от друга?

9.72.* С большого расстояния к металлической плоскости движется тело массы m , имеющее заряд q . Определить скорость

тела в тот момент, когда оно будет находиться на расстоянии d от плоскости. Начальная скорость тела равна нулю, его размеры много меньше d .

9.73.* На биссектрисе двугранного металлического угла на расстоянии d до ребра находится точечный заряд q . Найти силу, действующую на заряд.

9.74. Между двумя вертикальными пластинами на одинаковом расстоянии от них падает пылинка. Вследствие сопротивления воздуха пылинка падает с постоянной скоростью $v_1 = 2$ см/с. Через какое время t после подачи на пластины разности потенциалов $U = 3$ кВ пылинка достигнет одной из пластин? Какое расстояние l по вертикали пылинка пролетит до попадания на пластину? Расстояние между пластинами $d = 2$ см, масса пылинки $m = 2 \cdot 10^{-9}$ г, ее заряд $q = 6,5 \cdot 10^{-17}$ Кл.

9.75. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе, расстояние между пластинами которого $d = 1$ см, находится заряженная капелька масла. В отсутствие электрического поля капелька падает с постоянной скоростью $v_1 = 0,11$ мм/с. Если на пластины подать разность потенциалов $U = 150$ В, то капелька падает со скоростью $v_2 = 0,43$ мм/с. Найти радиус r капельки и ее заряд q . Динамическая вязкость воздуха $\eta = 1,82 \cdot 10^{-5}$ Па·с; плотность масла больше плотности газа, в котором падает капелька, на $\Delta\rho = 0,9 \cdot 10^3$ кг/м³.

9.76. Между двумя вертикальными пластинами, находящимися на расстоянии $d = 1$ см друг от друга, на нити висит заряженный бумажный шарик массой $m = 0,1$ г. После подачи на пластины разности потенциалов $U = 1$ кВ нить с шариком отклонилась на угол $\alpha = 10^\circ$. Найти заряд q шарика.

9.77. Расстояние между пластинами плоского конденсатора $d = 4$ см. Электрон начинает двигаться от отрицательной пластины в тот момент, когда от положительной пластины начинает двигаться протон. На каком расстоянии l от положительной пластины встретятся электрон и протон?

9.78. Расстояние между пластинами плоского конденсатора $d = 1$ см. От одной из пластин одновременно начинают двигаться протон и α -частица. Какое расстояние l пройдет α -частица за то время, в течение которого протон пройдет весь путь от одной пластины до другой?

9.79. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобретает скорость $v = 10^6$ м/с. Расстояние между пластинами $d = 5,3$ мм. Найти разность потенциалов U между пластинами, напряженность E электрического поля внутри конденсатора и поверхностную плотность заряда σ на пластинах.

9.80. Электрон в однородном электрическом поле получает ускорение $a = 10^{12}$ м/с². Найти напряженность E электрического поля, скорость v , которую получит электрон за время $t = 1$ мкс

своего движения, работу A сил электрического поля за это время и разность потенциалов U , пройденную при этом электроном. Начальная скорость электрона $v_0 = 0$.

9.81. Электрон летит от одной пластины плоского конденсатора до другой. Разность потенциалов между пластинами $U = 3$ кВ; расстояние между пластинами $d = 5$ мм. Найти силу F , действующую на электрон, ускорение a электрона, скорость v , с которой электрон приходит ко второй пластине, и поверхностную плотность заряда σ на пластинах.

9.82. Электрон с некоторой начальной скоростью v_0 влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно пластинам на равном расстоянии от них. Разность потенциалов между пластинами конденсатора $U = 300$ В; расстояние между пластинами $d = 2$ см; длина конденсатора $l = 10$ см. Какова должна быть предельная начальная скорость v_0 электрона, чтобы электрон не вылетел из конденсатора? Решить эту же задачу для α -частицы.

9.83. Электрон летает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно пластинам со скоростью $v_0 = 9 \times 10^6$ м/с. Разность потенциалов между пластинами $U = 100$ В; расстояние между пластинами $d = 1$ см. Найти полное a , нормальное a_n и тангенциальное a_t ускорения электрона через время $t = 10$ нс после начала его движения в конденсаторе.

9.84. Протон и α -частица, ускоренные одной и той же разностью потенциалов, влетают в плоский конденсатор параллельно пластинам. Во сколько раз отклонение протона полем конденсатора будет больше отклонения α -частицы?

9.85. Пучок электронов, ускоренных разностью потенциалов $U_0 = 300$ В, при прохождении через незаряженный плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно его пластинам дает светящееся пятно на флуоресцирующем экране, расположенном на расстоянии $x = 12$ см от конца конденсатора. При зарядке конденсатора пятно на экране смещается на расстояние $y = 3$ см. Расстояние между пластинами $d = 1,4$ см; длина конденсатора $l = 6$ см. Найти разность потенциалов U , приложенную к пластинам конденсатора.

9.86. Электрон движется в плоском горизонтально расположенном конденсаторе параллельно его пластинам со скоростью $v = 3,6 \cdot 10^7$ м/с. Напряженность поля внутри конденсатора $E = 3,7$ кВ/м; длина пластин конденсатора $l = 20$ см. На какое расстояние y сместится электрон в вертикальном направлении под действием электрического поля за время его движения в конденсаторе?

9.87. Найти емкость C земного шара. Считать радиус земного шара $R = 6400$ км. На сколько изменится потенциал φ земного шара, если ему сообщить заряд $q = 1$ Кл?

9.88. Шарик радиусом $R = 2$ см заряжается отрицательно до потенциала $\varphi = 2$ кВ. Найти массу m всех электронов, составляющих заряд, сообщенный шару.

9.89. Восемь заряженных водяных капель радиусом $r = 1$ мм и зарядом $q = 0,1$ нКл каждая сливаются в одну общую водяную каплю. Найти потенциал φ большой капли.

9.90. Шарик, заряженный до потенциала $\varphi = 792$ В, имеет поверхностную плотность заряда $\sigma = 333$ нКл/м². Найти радиус r шарика.

9.91. Найти соотношение между радиусом шара R и максимальным потенциалом φ , до которого он может быть заряжен в воздухе, если при нормальном давлении разряд в воздухе наступает при напряженности электрического поля $E_0 = 3$ МВ/м. Каким будет максимальный потенциал φ шара диаметром $D = 1$ м?

9.92.* Вывести формулу для емкости плоского конденсатора.

9.93.* Получить выражение для емкости цилиндрического конденсатора, образованного соосными цилиндрами высоты l и с радиусами R_1 и R_2 ($l \gg R_1, R_2$).

9.94.* Получить выражение для емкости сферического конденсатора, образованного двумя концентрическими сферами с радиусами R_1 и R_2 .

9.95. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 1$ м², расстояние между ними $d = 1,5$ мм. Найти емкость C этого конденсатора.

9.96. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 0,01$ м², расстояние между ними $d = 5$ мм. К пластинам приложена разность потенциалов $U_1 = 300$ В. После отключения конденсатора от источника напряжения пространство между пластинами заполняется эбонитом. Какова будет разность потенциалов U_2 между пластинами после заполнения? Найти емкости конденсатора C_1 и C_2 и поверхностные плотности заряда σ_1 и σ_2 на пластинах до и после заполнения.

9.97. Решить предыдущую задачу для случая, когда заполнение пространства между пластинами изолятором производится при включенном источнике напряжения.

9.98. Коаксиальный электрический кабель состоит из центральной жилы и концентрической цилиндрической оболочки, между которыми находится диэлектрик ($\epsilon = 3,2$). Найти емкость C_l единицы длины такого кабеля, если радиус жилы $r = 1,3$ см, радиус оболочки $R = 3,0$ см.

9.99. Вакуумный цилиндрический конденсатор имеет радиус внутреннего цилиндра $r = 1,5$ см и радиус внешнего цилиндра $R = 3,5$ см. Между цилиндрами приложена разность потенциалов $U = 2,3$ кВ. Какую скорость v получит электрон под действием поля этого конденсатора, двигаясь с расстояния $l_1 = 2,5$ см до расстояния $l_2 = 2$ см от оси цилиндра?

9.100. Цилиндрический конденсатор состоит из внутреннего цилиндра радиусом $r = 3$ мм, двух слоев диэлектрика и внешнего цилиндра радиусом $R = 1$ см. Первый слой диэлектрика толщиной $d_1 = 3$ мм примыкает к внутреннему цилиндру. Найти отношение падений потенциала U_1/U_2 в этих слоях.

9.101. При изучении фотоэлектрических явлений используется сферический конденсатор, состоящий из металлического шарика диаметром $d = 1,5$ см (катода) и внутренней поверхности посеребренной изнутри сферической колбы диаметром $D = 11$ см (анода). Воздух из колбы откачивается. Найти емкость C такого конденсатора.

9.102. Каким будет потенциал φ шара радиусом $r = 3$ см, если: а) сообщить ему заряд $q = 1$ нКл, б) окружить его концентрическим шаром радиусом $R = 4$ см, соединенным с землей?

9.103. Найти емкость C сферического конденсатора, состоящего из двух концентрических сфер с радиусами $r = 10$ см и $R = 10,5$ см. Пространство между сферами заполнено маслом. Какой радиус R_0 должен иметь шар, помещенный в масло, чтобы иметь такую же емкость?

9.104. Радиус внутреннего шара вакуумного сферического конденсатора $r = 1$ см, радиус внешнего шара $R = 4$ см. Между шарами приложена разность потенциалов $U = 3$ кВ. Какую скорость v получит электрон, приблизившись к центру шаров с расстояния $x_1 = 3$ см до расстояния $x_2 = 2$ см?

9.105. Найти емкость C системы конденсаторов, изображенной на рис. 63. Емкость каждого конденсатора $C_i = 0,5$ мкФ.

9.106. При помощи электрометра сравнивали между собой емкости двух конденсаторов. Для этого заряжали их до разностей потенциалов $U_1 = 300$ В и $U_2 = 100$ В и соединяли оба конденсатора параллельно. Измеренная при этом электрометром разность потенциалов между обкладками конденсатора оказалась равной $U = 250$ В. Найти отношение емкостей C_1/C_2 .

9.107. Разность потенциалов между точками А и В (рис. 64) $U = 6$ В. Емкость первого конденсатора $C_1 = 2$ мкФ и емкость второго конденсатора $C_2 = 4$ мкФ. Найти заряды q_1 и q_2 и разности потенциалов U_1 и U_2 на обкладках каждого конденсатора.

9.108. В каких пределах может изменяться емкость C системы, состоящей из двух конденсаторов переменной емкости, если емкость C_i каждого из них изменяется от 10 до 450 нФ?

9.109. Конденсатор емкостью $C = 20$ мкФ заряжен до разности потенциалов $U = 100$ В. Найти энергию W этого конденсатора.

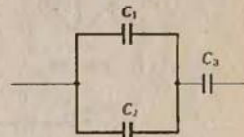


Рис. 63



Рис. 64

9.110.* К какой из точек схемы, изображенной на рис. 65, надо подключить источник тока, чтобы зарядить все шесть конденсаторов, емкости которых равны C ?

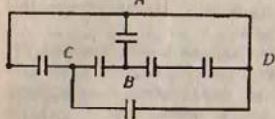


Рис. 65

9.111.* Плоский конденсатор заполнен диэлектриком, проницаемость которого зависит от напряжения на конденсаторе по закону $\epsilon = \alpha V$, где $\alpha = 1 \text{ В}^{-1}$. Параллельно этому конденсатору, который не заряжен, подключают такой же конденсатор, но без диэлектрика, который заряжен до напряжения $V_0 = 156 \text{ В}$. Определить напряжение V , которое установится на конденсаторах.

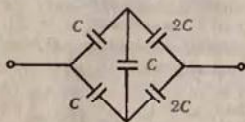


Рис. 66

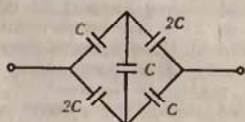


Рис. 67

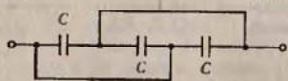


Рис. 68

9.112.* Определить емкости систем конденсаторов, изображенных на рис. 66—68.

9.113.* К конденсатору 1 емкости C , заряженному до разности потенциалов V , подсоединяется батарея из конденсаторов такой же емкости, как показано на рис. 69. Найти заряд на каждом из шести конденсаторов.

9.114.* Трём изолированным одинаковым конденсаторам емкости C каждый были сообщены заряды q_1 , q_2 и q_3 (рис. 70). Конденсаторы соединили. Найти новые заряды на конденсаторах.

9.115.* Пластины заряженного плоского конденсатора попеременно заземляют. Будет ли при этом конденсатор разряжаться?

9.116.* Найти емкость батареи конденсаторов (рис. 71).

9.117. Шар, погруженный в керосин, имеет потенциал $\varphi = 4,5 \text{ кВ}$ и поверхностную плотность заряда $\sigma = 11,3 \text{ мкКл/м}^2$. Найти радиус R , заряд q , емкость C и энергию W шара.

9.118. Шар 1 радиусом $R_1 = 10 \text{ см}$, заряженный до потенциала $\varphi_1 = 3 \text{ кВ}$, после отключения от источника напряжения соединяется проволочкой (емкостью которой можно пренебречь) сначала

с удаленным незаряженным шаром 2, а затем после отсоединения от шара 2 с удаленным незаряженным шаром 3. Шары 2 и 3 имеют радиусы $R_2 = R_3 = 10 \text{ см}$. Найти: а) первоначальную энергию W_1 шара 1; б) энергии W'_1 и W'_2 шаров 1 и 2 после соединения и работу A разряда при соединении; в) энергии W'_1 и W'_3 шаров 1 и 3 после соединения и работу A разряда при соединении.

9.119. Пластины плоского конденсатора площадью $S = 0,01 \text{ м}^2$ каждая притягиваются друг к другу с силой $F = 30 \text{ мН}$. Пространство между пластинами заполнено слюдой. Найти заряды q , находящиеся на пластинах, напряженность E поля между пластинами и объемную плотность энергии W_0 поля.

9.120. Между пластинами плоского конденсатора вложена тонкая слюдяная пластинка. Какое давление p испытывает эта пластинка при напряженности электрического поля $E = 1 \text{ МВ/м}$?

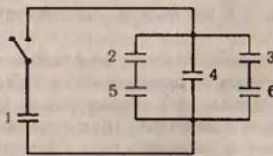


Рис. 69

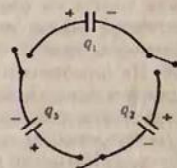


Рис. 70

9.121. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора $U = 280 \text{ В}$. Площадь пластин конденсатора $S = 0,01 \text{ м}^2$; поверхностная плотность заряда на пластинах $\sigma = 495 \text{ нКл/м}^2$.

Найти: а) напряженность E поля внутри конденсатора; б) расстояние d между пластинами; в) скорость v , которую получит электрон, пройдя в конденсаторе путь от одной пластины до другой; г) энергию W конденсатора; д) емкость C конденсатора; е) силу притяжения F пластин конденсатора.

9.122. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 0,01 \text{ м}^2$, расстояние между ними $d_1 = 2 \text{ см}$. К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов $U = 3 \text{ кВ}$. Какова будет напряженность E поля конденсатора, если, не отключая его от источника напряжения, пластины раздвинуть до расстояния $d_2 = 5 \text{ см}$? Найти энергии W_1 и W_2 конденсатора до и после раздвижения пластин.

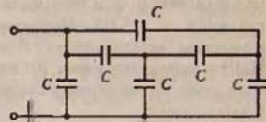


Рис. 71

9.123. Решить предыдущую задачу при условии, что сначала конденсатор отключается от источника напряжения, а затем раздвигаются пластины конденсатора.

9.124. Плоский конденсатор заполнен диэлектриком и на его пластины подана некоторая разность потенциалов. Его энергия при этом $W = 20$ мкДж. После того как конденсатор отключили от источника напряжения, диэлектрик вынули из конденсатора. Работа, которую надо было совершить против сил электрического поля, чтобы вынуть диэлектрик, $A = 70$ мкДж. Найти диэлектрическую проницаемость ϵ диэлектрика.

9.125. Найти объемную плотность энергии W_0 электрического поля в точке, находящейся: а) на расстоянии $x = 2$ см от поверхности заряженного шара радиусом $R = 1$ см; б) вблизи бесконечно протяженной заряженной плоскости; в) на расстоянии $x = 2$ см от бесконечно длинной заряженной нити. Поверхностная плотность заряда на шаре и плоскости $\sigma = 16,7$ мкКл/м², линейная плотность заряда на нити $\tau = 167$ нКл/м. Диэлектрическая проницаемость среды $\epsilon = 2$.

9.126. На пластины плоского конденсатора, расстояние между которыми $d = 3$ см, подана разность потенциалов $U = 1$ кВ. Пространство между пластинами заполняется диэлектриком ($\epsilon = 7$). Найти поверхностную плотность связанных (поляризационных) зарядов $\sigma_{св}$. Насколько изменится поверхностная плотность заряда на пластинах при заполнении конденсатора диэлектриком? Задачу решить, если заполнение конденсатора диэлектриком производится: а) до отключения конденсатора от источника напряжения; б) после отключения конденсатора от источника напряжения.

9.127. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком, диэлектрическая восприимчивость которого $\kappa = 0,08$. Расстояние между пластинами $d = 5$ мм. На пластины конденсатора подана разность потенциалов $U = 4$ кВ. Найти поверхностную плотность связанных зарядов $\sigma_{св}$ на диэлектрике и поверхностную плотность заряда σ_d на пластинах конденсатора.

9.128. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено стеклом. Расстояние между пластинами $d = 4$ мм. На пластины конденсатора подана разность потенциалов $U = 1,2$ кВ. Найти: а) напряженность E поля в стекле; б) поверхностную плотность заряда σ_d на пластинах конденсатора; в) поверхностную плотность связанных зарядов $\sigma_{св}$ на стекле; г) диэлектрическую восприимчивость κ стекла.

9.129. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено парафином. При присоединении пластины к источнику

напряжения давление пластины на парафин стало равным $p = 5$ Па. Найти: а) напряженность E электрического поля и электрическое смещение D в парафине; б) поверхностную плотность связанных зарядов $\sigma_{св}$ на парафине; в) поверхностную плотность заряда σ_d на пластинах конденсатора; г) объемную плотность энергии W_0 электрического поля в парафине; д) диэлектрическую восприимчивость κ парафина.

9.130. Пространство между пластинами плоского конденсатора объемом $V = 20$ см³ заполнено диэлектриком ($\epsilon = 5$). Пластины конденсатора присоединены к источнику напряжения. При этом поверхностная плотность связанных зарядов на диэлектрике $\sigma_{св} = 8,35$ мкКл/м². Какую работу A надо совершить против сил электрического поля, чтобы удалить диэлектрик из конденсатора? Задачу решить, если удаление диэлектрика производится: а) до отключения источника напряжения; б) после отключения источника напряжения.

9.131.* В некоторой точке изотропного диэлектрика с проницаемостью ϵ смещение имеет значение \vec{D} . Чему равна поляризованность \vec{P} в этой точке?

9.132.* Две бесконечные параллельные пластины заряжены с плотностями заряда $+\sigma$ и $-\sigma$. Зигем взор между пластинами заполняется однородным изотропным диэлектриком с проницаемостью ϵ . Как изменится при этом: а) напряженность \vec{E} поля в взоре; б) смещение \vec{D} ; в) разность потенциалов $\Delta\varphi$ между пластинами?

9.133.* Бесконечная плоскопараллельная пластина из однородного и изотропного диэлектрика с проницаемостью $\epsilon = 2$ помещена в однородное электрическое поле с напряженностью $E_0 = 100$ В/м. Пластина перпендикулярна к \vec{E}_0 . Определить: а) напряженность поля E и электрическое смещение D внутри пластины; б) поляризованность диэлектрика P ; в) поверхностную плотность связанных зарядов σ' .

9.134.* Проводящий шар радиуса r с зарядом Q окружен слоем однородного изотропного диэлектрика, внешний радиус которого R . Диэлектрическая проницаемость слоя ϵ . Найти поверхностную плотность заряда на внутренней и внешней поверхностях слоя. Построить графики зависимости $E(x)$ и $\varphi(x)$ от расстояния до центра шара.

9.135.* Металлический шар радиуса r с зарядом Q окружен слоем жидкого диэлектрика с проницаемостью ϵ . Внешний радиус слоя диэлектрика R . Найти давление диэлектрика на шар.

9.136.* Конденсатор емкости C без диэлектрика имеет заряд q . Какое количество теплоты выделится в конденсаторе, если его заполнить диэлектриком с проницаемостью ϵ ?

§ 10. Электрический ток

Сила тока (ток) I численно равна количеству электричества, проходящему через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Если сила тока I постоянна, то

$$I = \frac{q}{t}.$$

Плотность электрического тока

$$j = \frac{I}{S},$$

где S — площадь поперечного сечения проводника.

Ток, текущий по участку однородного проводника, подчиняется закону Ома

$$I = \frac{U}{R},$$

где U — разность потенциалов на концах участка, R — сопротивление этого участка.

Сопротивление проводника

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{l}{\sigma S},$$

где ρ — удельное сопротивление, σ — удельная проводимость, l — длина и S — площадь поперечного сечения проводника.

Удельное сопротивление металлов зависит от температуры следующим образом:

$$\rho_t = \rho_0 (1 + \alpha t),$$

где ρ_0 — удельное сопротивление при $t_0 = 0^\circ\text{C}$, α — температурный коэффициент сопротивления.

Работа электрического тока на участке цепи определяется формулой

$$A = IUt = I^2 Rt = \frac{U^2}{R} t.$$

Для замкнутой цепи закона Ома имеет вид

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r},$$

где \mathcal{E} — э. д. с. генератора, R — внешнее сопротивление, r — внутреннее сопротивление генератора.

Полная мощность, выделяемая в цепи,

$$P = \mathcal{E}I.$$

Для разветвленных цепей имеют место два закона Кирхгофа:

первый закон Кирхгофа — алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum I_i = 0;$$

второй закон Кирхгофа — в любом замкнутом контуре алгебраическая сумма падений потенциала на отдельных участках цепи равна алгебраической сумме э. д. с., встречающихся в этом контуре:

$$\sum I_i R_i = \sum \mathcal{E}_i.$$

При применении законов Кирхгофа надо руководствоваться следующими правилами.

На схеме произвольно указываются стрелками направления токов у соответствующих сопротивлений. Обходя контур в произвольном направлении, будем считать положительными те токи, направления которых совпадают с направлением обхода, и отрицательными те, направления которых противоположны направлению обхода.

Положительными э. д. с. будем считать те э. д. с., которые повышают потенциал в направлении обхода, т. е. э. д. с. будет положительной, если при обходе придется идти от минуса к плюсу внутри генератора.

В результате решения составленных уравнений определяемые величины могут получиться отрицательными. Отрицательное значение тока указывает на то, что фактическое направление тока на данном участке цепи обратно принятому.

Для электрического тока имеют место два закона Фарадея:

первый закон Фарадея — масса вещества, выделившегося при электролизе,

$$m = KIt = Kq,$$

где q — количество электричества, прошедшего через электролит, K — электрохимический эквивалент;

второй закон Фарадея — электрохимический эквивалент пропорционален химическому эквиваленту:

$$K = \frac{1}{F} \frac{A}{Z},$$

где A — молярная масса, Z — валентность, $F = 96,48456 \cdot 10^8$ Кл / моль — постоянная Фарадея.

Удельная проводимость электролита определяется формулой

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \alpha CZF(u_+ + u_-),$$

где α — степень диссоциации, C [моль/м³] — молярная концентрация, Z — валентность, F — постоянная Фарадея, u_+ и u_- [м²/(В·с)] — подвижности ионов. При этом $\alpha = n_d/n$ — отношению числа диссоциированных молекул в единице объема к числу всех молекул растворенного вещества в этом объеме. Величина $\eta = CZ$ [моль/м³] называется эквивалентной концентрацией, а величина $\Lambda = \sigma/\eta$ [м²/(Ом·моль)] — эквивалентной проводимостью.

При небольших плотностях тока, текущего в газе, имеет место закон Ома

$$j = \eta n (u_+ + u_-) E = \sigma E,$$

где E — напряженность поля, σ — удельная проводимость газа, q — заряд иона, u_+ и u_- — подвижности ионов, n [м⁻³] — число ионов каждого знака (число

пар ионов), находящихся в единице объема газа. При этом $n = \sqrt{N/\gamma}$, где N [м⁻³·с⁻¹] — число пар ионов, создаваемых ионизирующим агентом в единице объема в единицу времени, γ [м³/с] — коэффициент рекомбинации.

Плотность тока насыщения в газе определяется формулой

$$j_n = Nqd,$$

где d — расстояние между электродами.

Чтобы покинуть поверхность металла, электрон должен обладать кинетической энергией

$$\frac{mv^2}{2} \geq A,$$

где A — работа выхода электрона из данного металла.

Плотность тока насыщения при термоэлектронной эмиссии определяется формулой

$$j_n = BT^2 \exp\left(-\frac{A}{kT}\right),$$

где T — термодинамическая температура катода, A — работа выхода, $k = 1,380662 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана, B [А/(м²·К²)] — эмиссионная постоянная, разная для различных металлов.

10.1. Ток I в проводнике меняется со временем t по уравнению $I = 4 + 2t$, где I — в амперах и t — в секундах. Какое количество электричества q проходит через поперечное сечение проводника за время от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 6$ с? При каком постоянном токе I_0 через поперечное сечение проводника за то же время проходит такое же количество электричества?

10.2. Ламповый реостат состоит из пяти электрических лампочек сопротивлением $r = 350$ Ом, включенных параллельно. Найти сопротивление R реостата, когда: а) горит все лампочки; б) вывинчиваются одна, две, три, четыре лампочки.

10.3. Вольфрамовая нить электрической лампочки при $t_1 = 20^\circ\text{C}$ имеет сопротивление $R_1 = 35,8$ Ом. Какова будет температура t_2 нити лампочки, если при включении в сеть напряжением $U = 120$ В по нити идет ток $I = 0,33$ А? Температурный коэффициент сопротивления вольфрама $\alpha = 4,6 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$.

10.4. Обмотка катушки из медной проволоки при $t_1 = 14^\circ\text{C}$ имеет сопротивление $R_1 = 10$ Ом. После пропускания тока сопротивление обмотки стало равным $R_2 = 12,2$ Ом. До какой температуры t_2 нагрелась обмотка? Температурный коэффициент сопротивления меди $\alpha = 4,15 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$.

10.5. Элемент с э.д.с. $\mathcal{E} = 2$ В имеет внутреннее сопротивление $r = 0,5$ Ом. Найти падение потенциала U_r внутри элемента при токе в цепи $I = 0,25$ А. Каково внешнее сопротивление R цепи при этих условиях?

10.6. Элемент с э.д.с. $\mathcal{E} = 1,6$ В имеет внутреннее сопротивление $r = 0,5$ Ом. Найти к.п.д. η элемента при токе в цепи $I = 2,4$ А.

10.7. Э.д.с. элемента $\mathcal{E} = 6$ В. При внешнем сопротивлении $R = 1,1$ Ом ток в цепи $I = 3$ А. Найти падение потенциала U_r внутри элемента и его сопротивление r .

10.8. Какую долю э.д.с. элемента \mathcal{E} составляет разность потенциалов U на его зажимах, если сопротивление элемента r в n раз меньше внешнего сопротивления R ? Задачу решить для: а) $n = 0,1$; б) $n = 1$; в) $n = 10$.

10.9. Элемент, сопротивление и амперметр соединены последовательно. Элемент имеет э.д.с. $\mathcal{E} = 2$ В и внутреннее сопротивление $r = 0,4$ Ом. Амперметр показывает ток $I = 1$ А. Каков к.п.д. η элемента?

10.10. Имеются два одинаковых элемента с э.д.с. $\mathcal{E} = 2$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,3$ Ом. Как надо соединить

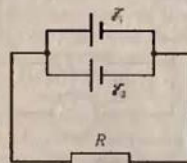


Рис. 72

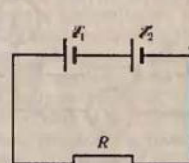


Рис. 73

эти элементы (последовательно или параллельно), чтобы получить больший ток, если внешнее сопротивление: а) $R = 0,2$ Ом; б) $R = 16$ Ом? Найти ток I в каждом из этих случаев.

10.11. Два параллельно соединенных элемента с одинаковыми э.д.с. $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 2$ В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 1$ Ом и $r_2 = 1,5$ Ом замкнуты на внешнее сопротивление $R = 1,4$ Ом (рис. 72). Найти ток I в каждом из элементов и во всей цепи.

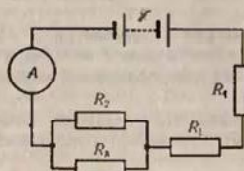


Рис. 74

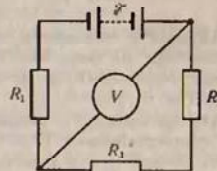


Рис. 75

10.12. Два последовательно соединенных элемента с одинаковыми э.д.с. $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 2$ В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 1$ Ом и $r_2 = 1,5$ Ом замкнуты на внешнее сопротивление

$R = 0,5 \text{ Ом}$ (рис. 73). Найти разность потенциалов U на зажимах каждого элемента.

10.13. Батарея с э.д.с. $\mathcal{E} = 10 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r = 1 \text{ Ом}$ имеет к.п.д. $\eta = 0,8$ (рис. 74). Падения потенциала на сопротивлениях R_1 и R_4 равны $U_1 = 4 \text{ В}$ и $U_4 = 2 \text{ В}$. Какой ток I показывает амперметр? Найти падение потенциала U_2 на сопротивлении R_2 .

10.14. Э.д.с. батареи $\mathcal{E} = 100 \text{ В}$, сопротивления $R_1 = 100 \text{ Ом}$, $R_2 = 200 \text{ Ом}$ и $R_3 = 300 \text{ Ом}$, сопротивление вольтметра $R_V = 2 \text{ кОм}$ (рис. 75). Какую разность потенциалов U показывает вольтметр?

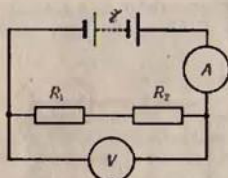


Рис. 76

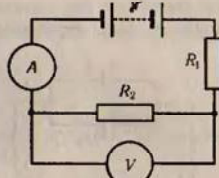


Рис. 77

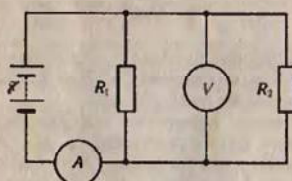


Рис. 78

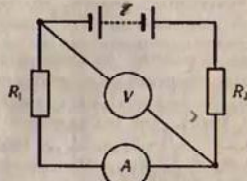


Рис. 79

10.15. Найти показания амперметра и вольтметра в схемах, изображенных на рис. 76—79. Э.д.с. батареи $\mathcal{E} = 110 \text{ В}$, сопротивления $R_1 = 400 \text{ Ом}$ и $R_2 = 600 \text{ Ом}$, сопротивление вольтметра $R_V = 1 \text{ кОм}$.

10.16. Амперметр с сопротивлением $R_A = 0,16 \text{ Ом}$, зашунтирован сопротивлением $R = 0,04 \text{ Ом}$. Амперметр показывает ток $I_0 = 8 \text{ А}$. Найти ток I в цепи.

10.17. Имеется предназначенный для измерения токов до $I = 10 \text{ А}$ амперметр с сопротивлением $R_A = 0,18 \text{ Ом}$, шкала которого разделена на 100 делений. Каков сопротивление R надо взять и как его включить, чтобы этим амперметром можно было измерять ток до $I_0 = 100 \text{ А}$? Как изменится при этом цена деления амперметра?

10.18. Имеется предназначенный для измерения разности потенциалов до $U = 30 \text{ В}$ вольтметр с сопротивлением $R_V = 2 \text{ кОм}$, шкала которого разделена на 150 делений. Каков сопротивление R надо взять и как его включить, чтобы этим вольтметром можно было измерять разности потенциалов до $U_0 = 75 \text{ В}$? Как изменится при этом цена деления вольтметра?

10.19. Имеется 120-вольтовая электрическая лампочка мощностью $P = 40 \text{ Вт}$. Каково дополнительное сопротивление R надо включить последовательно с лампочкой, чтобы она давала нормальный накал при напряженности в сети $U_0 = 220 \text{ В}$? Какую длину l нихромовой проволоки диаметром $d = 0,3 \text{ мм}$ надо взять, чтобы получить такое сопротивление?

10.20. Имеются три 110-вольтовых электрических лампочки, мощности которых $P_1 = P_2 = 40 \text{ Вт}$ и $P_3 = 80 \text{ Вт}$. Как надо включить эти лампочки, чтобы они давали нормальный накал при напряженности в сети $U_0 = 220 \text{ В}$? Начертить схему. Найти токи I_1 , I_2 и I_3 , текущие через лампочки при нормальном накале.

10.21. В лаборатории, удаленной от генератора на расстояние $l = 100 \text{ м}$, включили электрический измерительный прибор, потребляющий ток $I = 10 \text{ А}$. На сколько понизилось напряжение U на зажимах электрической лампочки, горячей в этой лаборатории, если сечение медных подводящих проводов $S = 5 \text{ мм}^2$?

10.22. От батареи с э.д.с. $\mathcal{E} = 500 \text{ В}$ требуется передать энергию на расстояние $l = 2,5 \text{ км}$. Потребляемая мощность $P = 10 \text{ кВт}$. Найти минимальные потери мощности ΔP в сети, если диаметр медных подводящих проводов $d = 1,5 \text{ см}$.

10.23. От генератора с э.д.с. $\mathcal{E} = 110 \text{ В}$ требуется передать энергию на расстояние $l = 250 \text{ м}$. Потребляемая мощность $P = 1 \text{ кВт}$. Найти минимальное сечение S медных проводящих проводов, если потери мощности в сети не должны превышать 1%.

10.24. В цепь включены последовательно медная и стальная проволоки одинаковой длины и диаметра. Найти: а) отношение количества теплоты, выделяющихся в этих проволоках; б) отношение падений напряжения на этих проволоках.

10.25. Элемент с э.д.с. $\mathcal{E} = 6 \text{ В}$ дает максимальный ток $I = 3 \text{ А}$. Найти наибольшее количество теплоты Q_T , которое может быть выделено во внешнем сопротивлении в единицу времени.

10.26. Батарея с э.д.с. $\mathcal{E} = 240 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r = 1 \text{ Ом}$ замкнута на внешнее сопротивление $R = 23 \text{ Ом}$. Найти полную мощность P_0 , полезную мощность P и к.п.д. η батареи.

10.27. Элемент замыкают сначала на внешнее сопротивление $R_1 = 2 \text{ Ом}$, а затем на внешнее сопротивление $R_2 = 0,5 \text{ Ом}$. Найти э.д.с. \mathcal{E} элемента и его внутреннее сопротивление r , если известно, что в каждом из этих случаев мощность, выделяющаяся во внешней цепи, одинакова и равна $P = 2,54 \text{ Вт}$.

10.28. Элемент с э.д.с. $\mathcal{E} = 2 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r = 0,5 \text{ Ом}$ замкнут на внешнее сопротивление R . Построить

график зависимости от сопротивления R : тока I в цепи, падения потенциала U во внешней цепи, полезной мощности P и полной мощности P_0 . Сопротивление R взять в пределах $0 \leq R \leq 40 \text{ Ом}$ через каждые $0,5 \text{ Ом}$.

10.29. Элемент с э.д.с. \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r замкнут на внешнее сопротивление R . Наибольшая мощность, выделяющаяся во внешней цепи, $P = 9 \text{ Вт}$. При этом в цепи течет ток $I = 3 \text{ А}$. Найти э.д.с. \mathcal{E} и внутреннее сопротивление r элемента.

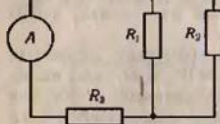


Рис. 80

10.30. Э.д.с. батареи $\mathcal{E} = 100 \text{ В}$, ее внутреннее сопротивление $r = 2 \text{ Ом}$, сопротивления $R_1 = 25 \text{ Ом}$ и $R_2 = 78 \text{ Ом}$ (рис. 80). На сопротивлении R_1 выделяется мощность $P_1 = 16 \text{ Вт}$. Какой ток I показывает амперметр?

10.31. Разность потенциалов между точками A и B равна $U = 9 \text{ В}$. Имеются два проводника с сопротивлениями $R_1 = 5 \text{ Ом}$ и $R_2 = 3 \text{ Ом}$. Найти количество теплоты Q_T , выделяющееся в каждом проводнике в единицу времени, если проводники между точками A и B соединены: а) последовательно; б) параллельно.

10.32. Какой объем V воды можно вскипятить, затратив электрическую энергию $W = 3 \text{ кВт} \cdot \text{ч}$? Начальная температура воды $t_0 = 10^\circ \text{C}$.

10.33. Какую мощность P потребляет нагреватель электрического чайника, если объем $V = 1 \text{ л}$ воды закипает через время $\tau = 5 \text{ мин}$? Каково сопротивление R нагревателя, если напряжение в сети $U = 120 \text{ В}$? Начальная температура воды $t_0 = 13,5^\circ \text{C}$.

10.34. Нагреватель электрического чайника имеет две секции. При включении одной из них вода в чайнике закипит через время $\tau_1 = 15 \text{ мин}$, при включении другой — через время $\tau_2 = 30 \text{ мин}$. Через какое время τ закипит вода в чайнике, если включить обе секции: а) последовательно; б) параллельно?

10.35. Объем $V = 4,5 \text{ л}$ воды можно вскипятить, затратив электрическую энергию $W = 0,5 \text{ кВт} \cdot \text{ч}$. Начальная температура воды $t_0 = 23^\circ \text{C}$. Найти к.п.д. η нагревателя.

10.36. Электрический чайник, содержащий объем $V = 600 \text{ см}^3$ воды при $t_0 = 9^\circ \text{C}$, забыли выключить. Сопротивление нагревателя чайника $R = 16 \text{ Ом}$. Через какое время τ после включения вода в чайнике выкипит? Напряжение в сети $U = 120 \text{ В}$, к.п.д. нагревателя $\eta = 60\%$.

10.37. В ртутном диффузионном насосе в единицу времени испаряется масса $m_p = 100 \text{ г/мин}$ ртути. Каково должно быть сопротивление R нагревателя насоса, если он включается в сеть напряжением $U = 127 \text{ В}$? Удельная теплота парообразования ртути $q = 296 \text{ кДж/кг}$.

10.38.* Как изменится сопротивление цепи, состоящей из пяти одинаковых проводников, если добавить еще два таких же проводника, как показано пунктирной линией на рис. 81?

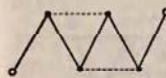


Рис. 81

10.39.* Проволочный каркас в виде тетраэдра подключен к источнику постоянного тока как показано на рис. 82. Сопротивления всех ребер одинаковы и равны R . Определить сопротивление всей цепи. Исключение какого из ребер каркаса приведет к наибольшему изменению тока I в цепи? Чему равно это максимальное изменение тока ΔI_{max} ? Напряжение на клеммах U .

10.40.* Каркас изготовлен из вложенных равнобедренных треугольников, число которых стремится к бесконечности (середины сторон каждого треугольника являются вершинами следующего). Сопротивление любой стороны пропорционально ее длине, сопротивление стороны высшего треугольника равно R . Найти сопротивление цепи между двумя вершинами внешнего треугольника, к которым подключен источник тока.

10.41.* Схема из резисторов состоит из бесконечно большого числа звеньев (рис. 83). Сопротивление резисторов каждого

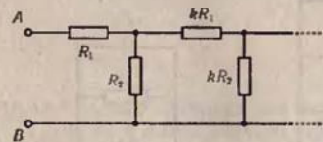


Рис. 83

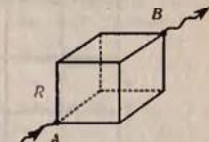


Рис. 84

последующего звена отличаются в K раз от сопротивления резисторов предыдущего звена. Найти сопротивление R_{AB} между точками A и B , если сопротивления в первом звене равны R_1 и R_2 .

10.42.* Определите сопротивление проволочного каркаса, имеющего форму куба, если напряжение подводится к точкам A и B (рис. 84). Сопротивление каждой стороны равно R .

10.43.* Найти сопротивление R_{AB} между точками A и B (рис. 85). Сопротивления всех ветвей указаны на рисунке.

10.44.* Используя законы Кирхгофа определить сопротивление цепи между точками A и B , составленной из девяти одинаковых проволочек сопротивлением R каждая (рис. 86).

10.45.* Определить сопротивление проволочного каркаса в виде параллелограмма, если напряжение приложено: а) между точ-

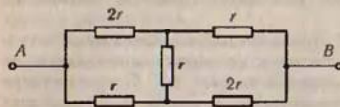


Рис. 85

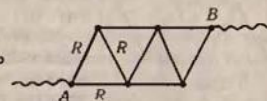


Рис. 86

ками A и B ; б) между C и D (рис. 87). Сопротивления сторон R_1 и R_2 , угол между сторонами φ .

10.46.* Определите токи в каждой стороне ячейки, полный ток от узла A к узлу B и полное сопротивление между этими

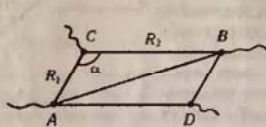


Рис. 87

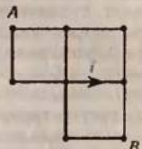


Рис. 88

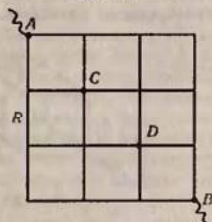


Рис. 89

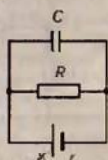


Рис. 90

узлами. Сторона каждой ячейки имеет сопротивление R , и ток, протекающий по одной из сторон, равен i (рис. 88).

10.47.* Определите сопротивление между точками A и B проволочного каркаса в виде квадрата. Каждая сторона имеет сопротивление R . Чему равно сопротивление между точками C и D (рис. 89)?

10.48.* В схеме, изображенной на рис. 90, определить заряд на конденсаторе, если $\varepsilon = 5$ В, внутреннее сопротивление источника $r = 1$ Ом, сопротивление $R = 4$ Ом. Электроемкость конденсатора $C = 20$ мкФ.

10.49.* В схеме на рис. 91 определить напряжение и заряд на конденсаторе электроемкостью C . Э.д.с. источника тока $\mathcal{E} = 2$ В, $r = 2$ Ом, $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $C = 10$ мкФ, $C_1 = 20$ мкФ.

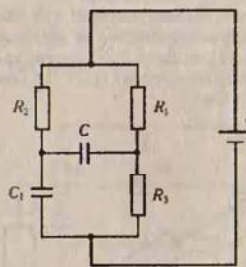


Рис. 91

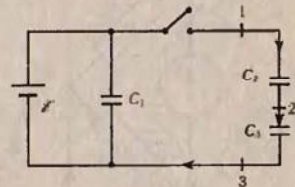


Рис. 92

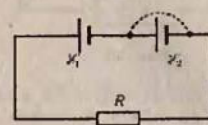


Рис. 93

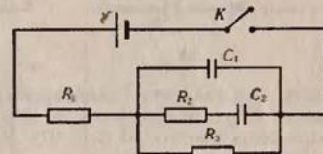


Рис. 94

10.50.* В схеме, изображенной на рис. 92, $\mathcal{E} = 100$ В, $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ, $C_3 = 3$ мкФ. Сначала замыкается ключ K_1 . Затем его размыкают и замыкают ключ K_2 . Какие заряды q_1 , q_2 и q_3 протекут при этом в указанных стрелками направлениях через сечения 1, 2 и 3?

10.51.* Может ли сила тока, протекающего через резистор, увеличиться, если замкнуть накоротко один из источников тока, например э.д.с. \mathcal{E}_2 , как показано на рис. 93? \mathcal{E}_1 , \mathcal{E}_2 и R — заданы.

10.52.* В схеме на рис. 94 определить силу тока, протекающего через батарею; в первый момент времени после замыкания ключа K ; спустя большой промежуток времени. Все параметры элементов считать заданными.

10.53. Найти токи I_1 в отдельных ветвях мостика Уитсона (рис. 95) при условии, что через гальванометр идет ток $I_g = 0$. Э.д.с. элемента $\mathcal{E} = 2$ В, сопротивления $R_1 = 30$ Ом, $R_2 = 45$ Ом и $R_3 = 200$ Ом.

10.54. Э. д. с. элементов $\mathcal{E}_1 = 2,1$ В и $\mathcal{E}_2 = 1,9$ В, сопротивления $R_1 = 45$ Ом, $R_2 = 10$ Ом и $R_3 = 10$ Ом (рис. 96). Найти токи I_i во всех участках цепи.

10.55. Какая разность потенциалов U получается на зажимах двух элементов, включенных параллельно, если их э. д. с. $\mathcal{E}_1 = 1,4$ В и $\mathcal{E}_2 = 1,2$ В и внутренние сопротивления $r_1 = 0,6$ Ом и $r_2 = 0,4$ Ом?

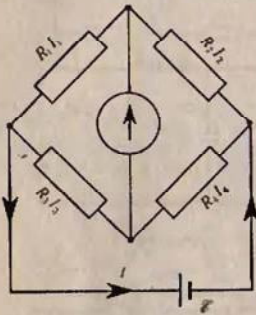


Рис. 95

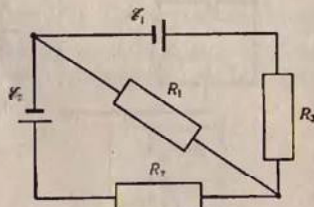


Рис. 96

10.56. Два элемента с одинаковыми э. д. с. $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 2$ В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 1$ Ом и $r_2 = 2$ Ом замкнуты на внешнее сопротивление R (рис. 97). Через элемент с э. д. с. \mathcal{E}_1 те-

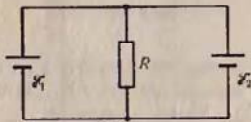


Рис. 97

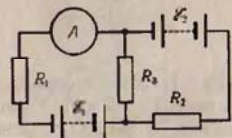


Рис. 98

чет ток $I_1 = 1$ А. Найти сопротивление R и ток I_2 , текущий через элемент с э. д. с. \mathcal{E}_2 . Какой ток I течет через сопротивление R ?

10.57. Решить предыдущую задачу, если $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 4$ В, $r_1 = r_2 = 0,5$ Ом и $I_1 = 2$ А.

10.58. Батареи имеют э. д. с. $\mathcal{E}_1 = 110$ В и $\mathcal{E}_2 = 220$ В, сопротивления $R_1 = R_2 = 100$ Ом, $R_3 = 500$ Ом (рис. 98). Найти показание амперметра.

10.59. Батареи имеют э. д. с. $\mathcal{E}_1 = 2$ В и $\mathcal{E}_2 = 4$ В, сопротивления $R_1 = 0,5$ Ом (рис. 98). Падение потенциала на сопротивлении R_2 равно $U_2 = 1$ В (ток через R_2 направлен справа налево). Найти показание амперметра.

10.60. Батареи имеют э. д. с. $\mathcal{E}_1 = 30$ В и $\mathcal{E}_2 = 5$ В, сопротивления $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 20$ Ом (рис. 98). Через амперметр течет ток $I = 1$ А, направленный от R_3 к R_1 . Найти сопротивление R_1 .

10.61. Батареи имеют э. д. с. $\mathcal{E}_1 = 2$ В и $\mathcal{E}_2 = 1$ В, сопротивления $R_1 = 1$ кОм, $R_2 = 0,5$ кОм и $R_3 = 0,2$ кОм, сопротивление амперметра $R_A = 0,2$ кОм (рис. 99). Найти показание амперметра.

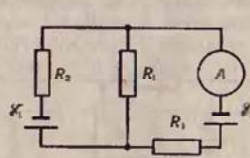


Рис. 99

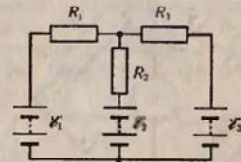


Рис. 100

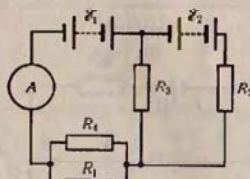


Рис. 101

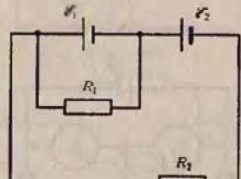


Рис. 102

10.62. Батареи имеют э. д. с. $\mathcal{E}_1 = 2$ В и $\mathcal{E}_2 = 3$ В, сопротивление $R_3 = 1,5$ кОм, сопротивление амперметра $R_A = 0,5$ кОм (рис. 99). Падение потенциала на сопротивлении R_2 равно $U_2 = 1$ В (ток через R_2 направлен сверху вниз). Найти показание амперметра.

10.63. Батареи имеют э. д. с. $\mathcal{E}_1 = 2$ В, $\mathcal{E}_2 = 4$ В и $\mathcal{E}_3 = 6$ В, сопротивления $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 6$ Ом и $R_3 = 8$ Ом (рис. 100). Найти токи I_i во всех участках цепи.

10.64. Батареи имеют э. д. с. $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_3 = 6$ В, сопротивления $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 12$ Ом (рис. 100). При коротком замыкании верхнего узла схемы с отрицательным зажимом батарей через замыкающий провод течет ток $I = 1,6$ А. Найти токи I_i во всех участках цепи и сопротивление R_3 .

10.65. В схеме, изображенной на рис. 100, токи I_1 и I_3 направлены справа налево, ток I_2 — сверху вниз. Падения потенциала на сопротивлениях R_1 , R_2 и R_3 равны $U_1 = U_3 = 2U_2 = 10$ В. Найти э. д. с. \mathcal{E}_2 и \mathcal{E}_3 , если э. д. с. $\mathcal{E}_1 = 25$ В.

10.66. Батареи имеют э.д.с. $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 100$ В, сопротивления $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 40$ Ом и $R_4 = 30$ Ом (рис. 101). Найти показание амперметра.

10.67. Батареи имеют э.д.с. $\mathcal{E}_1 = 2\mathcal{E}_2$, сопротивления $R_1 = R_3 = 20$ Ом, $R_2 = 15$ Ом и $R_4 = 30$ Ом (рис. 101). Через амперметр течет ток $I = 1,5$ А, направленный снизу вверх. Найти э.д.с. \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 , а также токи I_2 и I_3 , текущие через сопротивления R_2 и R_3 .

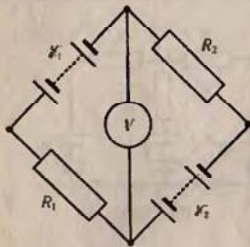


Рис. 103

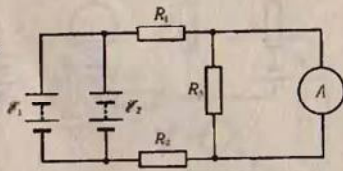


Рис. 104

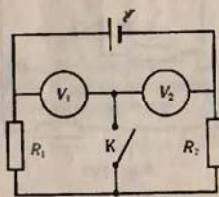


Рис. 105

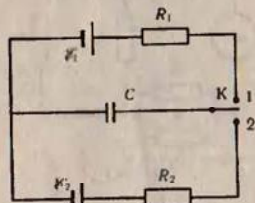


Рис. 106

10.68. Два одинаковых элемента имеют э.д.с. $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 2$ В и внутренние сопротивления $r_1 = r_2 = 0,5$ Ом (рис. 102). Найти токи I_1 и I_2 , текущие через сопротивления $R_1 = 0,5$ Ом и $R_2 = 1,5$ Ом, а также ток I через элемент э.д.с. \mathcal{E}_1 .

10.69. Батареи имеют э.д.с. $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$, сопротивления $R_2 = 2R_1$ (рис. 103). Во сколько раз ток, текущий через вольтметр, больше тока, текущего через сопротивление R_2 ?

10.70. Батареи имеют э.д.с. $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 110$ В, сопротивления $R_1 = R_2 = 0,2$ кОм, сопротивление вольтметра $R_V = 1$ кОм (рис. 103). Найти показание вольтметра.

10.71. Батареи имеют э.д.с. $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$, сопротивления $R_1 = R_2 = 100$ Ом, сопротивление вольтметра $R_V = 150$ Ом (рис. 103). Показание вольтметра $U = 150$ В. Найти э.д.с. \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 батарей.

10.72. Элементы имеют э.д.с. $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 1,5$ В и внутренние сопротивления $r_1 = r_2 = 0,5$ Ом, сопротивления $R_1 = R_2 = 2$ Ом и $R_3 = 1$ Ом, сопротивление амперметра $R_A = 3$ Ом (рис. 104). Найти показание амперметра.

10.73. Элемент имеет э.д.с. $\mathcal{E} = 200$ В, сопротивления $R_1 = 2$ кОм и $R_2 = 3$ кОм, сопротивления вольтметров $R_{V1} = 3$ кОм и $R_{V2} = 2$ кОм (рис. 105). Найти показания вольтметров V_1 и V_2 , если ключ К: а) разомкнут; б) замкнут. Задачу решить, применяя законы Кирхгофа.

10.74.* Ключ К замыкают поочередно с каждым из контактов (рис. 106) на малые одинаковые промежутки времени, так

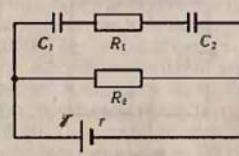


Рис. 107

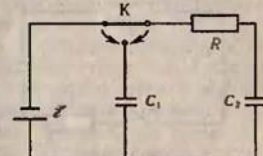


Рис. 108

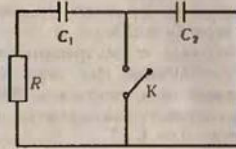


Рис. 109

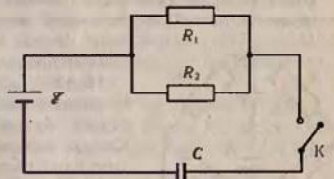


Рис. 110

что изменение заряда конденсатора за время каждого замыкания мало. Какой заряд $q_{уст}$ установится на конденсаторе?

10.75.* Найти напряжение на конденсаторах с емкостями C_1 и C_2 (рис. 107). Сопротивления резисторов R_1 и R_2 , а э.д.с. источника \mathcal{E} , его внутреннее сопротивление r .

10.76.* В схеме на рис. 108 определить количество теплоты Q , выделяющееся на резисторе после переключения ключа К. Все параметры в схеме считать заданными.

10.77.* Конденсатор емкостью C_1 разряжается через резистор сопротивлением R (рис. 109). Когда сила тока разряда достигает значения I_0 , ключ К размыкают. Найти количество теплоты Q , которое выделяется на резисторе начиная с этого момента.

10.78.* В схеме на рис. 110 конденсатор емкостью C не заряжен. Ключ К замыкают на некоторое время, в течение которого

напряжение на конденсаторе падает до U . Определить количество теплоты Q , которое выделится за это время на резисторе сопротивлением R_2 . Э.д.с. источника тока равна \mathcal{E} , его внутренним сопротивлением пренебречь.

10.79.* Определить количество теплоты, выделившейся на каждом резисторе после замыкания ключа. Один конденсатор в начале был заряжен до напряжения U , а второй не был заряжен (рис. 111).

10.80.* Определить напряжения U_1 и U_2 на конденсаторах, если $\mathcal{E}_1 = 12$ кВ, $\mathcal{E}_2 = 13$ кВ, $C_1 = 3$ мкФ, $C_2 = 7$ мкФ (рис. 112).

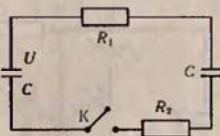


Рис. 111

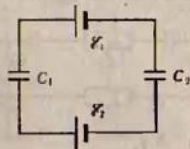


Рис. 112

10.81.* Определить разность потенциалов на конденсаторе C в схеме на рис. 113. Величины номиналов заданы. Какой знак будет иметь заряд на верхней пластине конденсатора C при $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$?

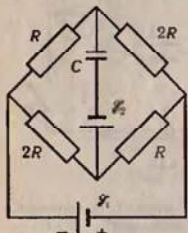


Рис. 113

10.82.* Аккумулятор с внутренним сопротивлением $r = 0,08$ Ом при токе 4 А отдает во внешнюю цепь мощность 8 Вт. Какую мощность отдает аккумулятор во внешнюю цепь при токе 6 А?

10.83.* Мощность, рассеиваемая на резисторе сопротивлением R_1 , подсоединенном к батарее, равна W . Чему равна э.д.с. батареи, если мощность W не изменилась при замене сопротивления R_1 на R_2 ?

10.84.* Электроэнергия генератора мощностью W_0 передается потребителю по проводам, общее сопротивление которых r . Э.д.с. генератора \mathcal{E} . Определить к.п.д. линии передачи, т.е. отношение мощности, выделяемой на полезной нагрузке, к мощности генератора. Внутренним сопротивлением генератора пренебречь.

10.85.* Во сколько раз следует повысить напряжение источника, чтобы потери мощности (в подводящих проводах) снизить в 100 раз при условии постоянства отдаваемой генератором мощности?

10.86.* Линия имеет сопротивление 300 Ом. Какое напряжение должен иметь генератор, чтобы при передаче по этой линии к

потребителю мощности 25 кВт потери в линии не превышали 4% передаваемой мощности?

10.87.* На вход линии электропередачи подается некоторая мощность при напряжении $U_1 = 10$ кВ, причем к.п.д. линии равен $\eta_1 = 80\%$. Каким нужно сделать напряжение U_2 на линии, чтобы к.п.д. ее повысился до $\eta_2 = 95\%$? Рассмотреть случаи постоянства мощности: а) на входе линии; б) на полезной нагрузке.

10.88.* Тепловая мощность спирали электроплитки линейно зависит от разности температур спирали и комнатного воздуха: $N = k(T - T_0)$. Сопротивление спирали тоже линейно зависит от этой разности: $R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$, где R_0 — сопротивление спирали при комнатной температуре. До какой температуры нагреется спираль при пропускании через нее тока I ?

10.89. За какое время τ при электролизе медного купороса масса медной пластинки (катода) увеличится на $\Delta m = 99$ мг? Площадь пластинки $S = 25$ см², плотность тока $j = 200$ А/м². Найти толщину d слоя меди, образовавшегося на пластинке.

10.90. При электролизе медного купороса за время $\tau = 1$ ч выделилась масса $m = 0,5$ г меди. Площадь каждого электрода $S = 75$ см². Найти плотность тока j .

10.91. Найти электрохимический эквивалент K водорода.

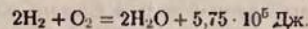
10.92. Амперметр, включенный последовательно с электролитической ванной с раствором AgNO_3 , показывает ток $I = 0,90$ А. Верен ли амперметр, если за время $\tau = 5$ мин прохождения тока выделилась масса $m = 316$ мг серебра?

10.93. Две электролитические ванны с растворами AgNO_3 и CuSO_4 соединены последовательно. Какая масса m_2 меди выделится за время, в течение которого выделилась масса $m_1 = 180$ мг серебра?

10.94. При получении алюминия электролизом раствора Al_2O_3 в расплавленном криолите проходил ток $I = 20$ кА при разности потенциалов на электродах $U = 5$ В. За какое время τ выделится масса $m = 1$ т алюминия? Какая электрическая энергия W при этом будет затрачена?

10.95. Какую электрическую энергию W надо затратить, чтобы при электролизе раствора AgNO_3 выделилась масса $m = 500$ мг серебра? Разность потенциалов на электродах $U = 4$ В.

10.96. Реакция образования воды из водорода и кислорода происходит с выделением тепла:



Найти наименьшую разность потенциалов U , при которой будет происходить разложение воды электролизом.

10.97. Найти эквивалентную проводимость Λ_{∞} для очень слабого раствора азотной кислоты.

10.98. Через раствор азотной кислоты пропускается ток $I = 2$ А. Какое количество электричества q переносится за время $\tau = 1$ мин ионами каждого знака?

10.99. Эквивалентная проводимость раствора KCl при некоторой концентрации $\Lambda = 12,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/(\text{Ом} \cdot \text{моль})$, удельная проводимость при той же концентрации $\sigma = 0,122 \text{ См/м}$, эквивалентная проводимость при бесконечном разведении $\Lambda_{\infty} = 13 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/(\text{Ом} \cdot \text{моль})$. Найти: а) степень диссоциации α раствора KCl при данной концентрации; б) эквивалентную концентрацию η раствора; в) сумму подвижностей $u_+ + u_-$ ионов K^+ и Cl^- .

10.100. Найти сопротивление R раствора AgNO_3 , заполняющего трубку длиной $l = 84$ см и площадью поперечного сечения $S = 5 \text{ мм}^2$. Эквивалентная концентрация раствора $\eta = 1$ моль/л, степень диссоциации $\alpha = 81\%$.

10.101. Найти сопротивление R раствора KNO_3 , заполняющего трубку длиной $l = 2$ см и площадью поперечного сечения $S = 7 \text{ см}^2$. Эквивалентная концентрация раствора $\eta = 0,05$ моль/л, эквивалентная проводимость $\Lambda = 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/(\text{Ом} \cdot \text{моль})$.

10.102. Трубка длиной $l = 3$ см и площадью поперечного сечения $S = 10 \text{ см}^2$ заполнена раствором CuSO_4 . Эквивалентная концентрация раствора $\eta = 0,1$ моль/л, сопротивление $R = 38 \text{ Ом}$. Найти эквивалентную проводимость Λ раствора.

10.103. Удельная проводимость децинормального раствора соляной кислоты $\sigma = 3,5 \text{ См/м}$. Найти степень диссоциации α .

10.104. При освещении сосуда с газом рентгеновскими лучами в единицу объема в единицу времени ионизируется число молекул $N = 10^{16} \text{ м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$. В результате рекомбинации в сосуде установилось равновесие, причем в единицу объема газа находится число ионов каждого знака $n = 10^{14} \text{ м}^{-3}$. Найти коэффициент рекомбинации γ .

10.105. К электродам разрядной трубки приложена разность потенциалов $U = 5$ В, расстояние между ними $d = 10$ см. Газ, находящийся в трубке, однократно ионизирован. Число ионов каждого знака в единицу объема газа $n = 10^8 \text{ м}^{-3}$; подвижности ионов $u_+ = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ и $u_- = 3 \cdot 10^2 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$. Найти плотность тока j в трубке. Какая часть полного тока переносится положительными ионами?

10.106. Площадь каждого электрода ионизационной камеры $S = 0,01 \text{ м}^2$, расстояние между ними $d = 6,2$ см. Найти ток насыщения I_n в такой камере, если в единицу объема в единицу времени образуется число однозарядных ионов каждого знака $N = 10^{15} \text{ м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$.

10.107. Найти наибольшее возможное число ионов n каждого знака, находящихся в единицу объема камеры предыдущей задачи, если коэффициент рекомбинации $\gamma = 10^{-12} \text{ м}^3/\text{с}$.

10.108. Найти сопротивление R трубки длиной $l = 84$ см и площадью поперечного сечения $S = 5 \text{ мм}^2$, если она заполнена воздухом, ионизированным так, что в единицу объема при равновесии находится $n = 10^{13} \text{ м}^{-3}$ однозарядных ионов каждого знака. Подвижности ионов $u_+ = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ и $u_- = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

10.109. Какой ток I пойдет между электродами ионизационной камеры задачи 10.106, если к электродам приложена разность потенциалов $U = 20$ В? Подвижности ионов $u_+ = u_- = 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, коэффициент рекомбинации $\gamma = 10^{-12} \text{ м}^3/\text{с}$. Какую долю тока насыщения составляет найденный ток?

10.110. Какой наименьшей скоростью v должен обладать электрон для того, чтобы ионизировать атом водорода? Потенциал ионизации атома водорода $U = 13,5$ В.

10.111. При какой температуре T атомы ртути имеют кинетическую энергию поступательного движения, достаточную для ионизации? Потенциал ионизации атома ртути $U = 10,4$ В.

10.112. Потенциал ионизации атома гелия $U = 24,5$ В. Найти работу ионизации A .

10.113. Какой наименьшей скоростью v должны обладать свободные электроны в цезии и платине для того, чтобы они смогли покинуть металл?

10.114. Во сколько раз изменится удельная термоэлектронная эмиссия вольфрама, находящегося при температуре $T_1 = 2400$ К, если повысить температуру вольфрама на $\Delta T = 100$ К?

10.115. Во сколько раз катод из торированного вольфрама при температуре $T = 1800$ К дает большую удельную эмиссию, чем катод из чистого вольфрама при той же температуре? Эмиссионная постоянная для чистого вольфрама $B_1 = 0,6 \cdot 10^6 \text{ А}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^2)$, для торированного вольфрама $B_2 = 0,3 \cdot 10^7 \text{ А}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^2)$.

10.116. При какой температуре T_2 торированный вольфрам будет давать такую же удельную эмиссию, какую дает чистый вольфрам при $T_1 = 2500$ К? Необходимые данные взять из предыдущей задачи.

§ 11. Электромагнетизм

Магнитная индукция \vec{B} связана с напряженностью \vec{H} магнитного поля соотношением

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H},$$

где μ — относительная магнитная проницаемость среды, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м} = 12,5663706144 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ — магнитная постоянная.

Для ферромагнитных тел $\mu = \mu(H)$, а следовательно, и $B = B(H)$. При решении задач, где требуется знать зависимость $B = B(H)$, необходимо пользоваться графиком, приведенным в приложении IX.

По закону Био—Савара—Лапласа элемент контура dl , по которому течет ток I , создает в некоторой точке A пространства магнитное поле напряженности

$$d\vec{H} = \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3},$$

где r — расстояние от точки A до элемента тока dl , \vec{r} — радиус-вектор точки A от элемента тока dl .

Напряженность магнитного поля в центре кругового тока

$$H = \frac{I}{2R},$$

где R — радиус кругового контура с током.

Напряженность магнитного поля, созданного бесконечно длинным прямолинейным проводником,

$$H = \frac{I}{2\pi a};$$

здесь a — расстояние от точки, где ищется напряженность, до проводника с током.

Напряженность магнитного поля на оси кругового тока

$$H = \frac{R^2 I}{2(R^2 + a^2)^{3/2}};$$

здесь R — радиус кругового контура с током, a — расстояние от точки, где ищется напряженность, до плоскости контура.

Напряженность магнитного поля внутри тороида и бесконечно длинного соленоида

$$H = In,$$

где n — число витков на единицу длины соленоида (тороида).

Напряженность магнитного поля на оси соленоида конечной длины

$$H = \frac{In}{2} (\cos \beta_1 - \cos \beta_2),$$

где β_1 и β_2 — углы между осью соленоида и радиус-вектором, проведенным из рассматриваемой точки к концам соленоида.

Объемная плотность энергии магнитного поля

$$W_0 = \frac{\vec{H} \cdot \vec{B}}{2}.$$

Магнитный поток (поток магнитной индукции) сквозь контур

$$\Phi = BS \cos \varphi,$$

где S — площадь поперечного сечения контура, φ — угол между нормалью к плоскости контура и направлением магнитного поля.

Магнитный поток сквозь тороид

$$\Phi = \frac{\mu_0 \mu I N S}{l},$$

где N — общее число витков тороида, l — его длина, S — площадь его поперечного сечения. Если тороид имеет воздушный зазор, то

$$\Phi = \frac{IN}{l_1/S\mu_0\mu_1 + l_2/S\mu_0\mu_2},$$

где l_1 — длина железного сердечника, μ_1 — его магнитная проницаемость, l_2 — длина воздушного зазора, μ_2 — магнитная проницаемость воздуха.

На элемент dl проводника с током, находящийся в магнитном поле, действует сила Ампера

$$dF = BI \sin \alpha dl,$$

где α — угол между направлениями тока и магнитного поля.

На замкнутый контур с током, а также на магнитную стрелку в магнитном поле действует пара сил с вращающим моментом

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{B},$$

где \vec{p} — магнитный момент контура с током (или магнитной стрелки).

Магнитный момент контура с током

$$\vec{p} = \vec{I} \times \vec{n} \cdot S,$$

где S — площадь контура, \vec{n} — вектор нормали к плоскости контура.

Два параллельных бесконечно длинных прямолинейных проводника с токами I_1 и I_2 взаимодействуют между собой с силой

$$F = \mu_0 I_1 I_2 \frac{l}{2\pi d},$$

где l — длина участка проводников, d — расстояние между ними.

Работа перемещения проводника с током в магнитном поле

$$dA = I d\Phi,$$

где $d\Phi$ — магнитный поток, пересеченный проводником при его движении.

Сила, действующая на заряженную частицу, движущуюся со скоростью v в магнитном поле, определяется формулой Лоренца

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B},$$

где q — заряд частицы.

При протекании тока I вдоль проводящей пластины, помещенной перпендикулярно к магнитному полю, возникает поперечная разность потенциалов

$$U = K \frac{IB}{a} = \frac{IB}{ne},$$

где a — толщина пластины, B — индукция магнитного поля, $K = 1/nc$ — постоянная Холла, обратная концентрации n носителей тока и их заряду e . Зная постоянную Холла K и удельную проводимость материала $\sigma = 1/\rho = ne$, можно найти подвижность носителей тока μ .

Явление электромагнитной индукции заключается в появлении в контуре Э. д. с. индукции при всяком изменении магнитного потока Φ сквозь поверхность, охватываемую контуром. Э. д. с. индукции определяется уравнением

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Изменение магнитного потока может достигаться изменением тока в самом контуре (явление самоиндукции). При этом Э. д. с. самоиндукции определяется формулой

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt},$$

где L — индуктивность контура.
Индуктивность соленоида

$$L = \mu_0 \mu n^2 l S,$$

где l — длина соленоида, S — площадь его поперечного сечения, n — число витков на единицу длины.

Вследствие явления самоиндукции при выключении Э. д. с. ток в цепи спадает по закону

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{R}{L} t\right),$$

а при включении Э. д. с. ток нарастает по закону

$$I = I_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L} t\right)\right],$$

где R — сопротивление цепи.

Магнитная энергия контура с током

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Изменение магнитного потока может достигаться также изменением тока в соседнем контуре (явление взаимной индукции). При этом индуцируемая Э. д. с.

$$\mathcal{E} = -L_{12} \frac{dI}{dt},$$

где L_{12} — взаимная индуктивность контуров. Взаимная индуктивность двух соленоидов, пронизываемых общим магнитным потоком,

$$L_{12} = \mu_0 \mu n_1 n_2 l S,$$

где n_1 и n_2 — числа витков на единицу длины этих соленоидов.

Количество электричества, прошедшего через поперечное сечение проводника при возникновении в нем индукционного тока,

$$dq = -\frac{1}{R} d\Phi.$$

11.1.* Используя закон Био—Савара—Лапласа, показать, что напряженность H магнитного поля бесконечно длинного проводника с током I равна $H = \frac{I}{2\pi r}$, где r — расстояние от проводника.

11.2.* Определить напряженность магнитного поля на оси кругового тока. Сила тока I , радиус витка R .

11.3. Найти напряженность H магнитного поля в центре кругового проводочного витка радиусом $R = 1$ см, по которому течет ток $I = 1$ А.

11.4. На рис. 114 изображены сечения двух прямолинейных бесконечно длинных проводников с токами. Расстояние между

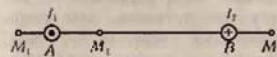


Рис. 114

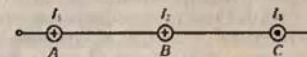


Рис. 115

проводниками $AB = 10$ см, токи $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А. Найти напряженности H магнитного поля, вызванного токами I_1 и I_2 в точках M_1 , M_2 и M_3 . Расстояния $M_1A = 2$ см, $AM_2 = 4$ см и $BM_3 = 3$ см.

11.5. На рис. 115 изображены сечения трех прямолинейных бесконечно длинных проводников с токами. Расстояния $AB = BC = 5$ см, токи $I_1 = I_2 = I$ и $I_3 = 2I$. Найти точку на прямой AC , в которой напряженность магнитного поля, вызванного токами I_1 , I_2 и I_3 равна нулю.

11.6. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг к другу и находятся в одной плоскости (рис. 116). Найти напряженности H_1 и H_2 магнитного поля в точках M_1 и M_2 , если токи $I_1 = 2$ А и $I_2 = 3$ А. Расстояния $AM_1 = AM_2 = 1$ см и $BM_1 = CM_2 = 2$ см.

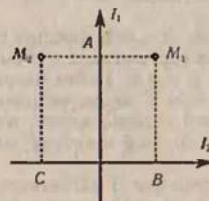


Рис. 116

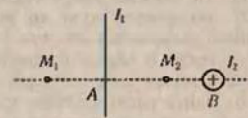


Рис. 117

11.7. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг к другу и находятся во взаимно перпендикулярных плоскостях (рис. 117). Найти напряженности H_1 и H_2 магнитного поля в точках M_1 и M_2 , если токи $I_1 = 2$ А и $I_2 = 3$ А. Расстояния $AM_1 = AM_2 = 1$ см и $AB = 2$ см.

11.8. Два прямолинейных длинных проводника расположены параллельно на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. По проводникам текут токи $I_1 = I_2 = 5$ А в противоположных направлениях. Найти модуль и направление напряженности \vec{H} магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии $a = 10$ см от каждого проводника.

11.9. Найти напряженность H магнитного поля, создаваемого отрезком AB прямолинейного проводника с током, в точке C , расположенной на перпендикуляре к середине этого отрезка на расстоянии $a = 5$ см от него. По проводнику течет ток $I = 20$ А. Отрезок AB проводника виден из точки C под углом 60° .

11.10. Решить предыдущую задачу при условии, что ток в проводнике $I = 30$ А и отрезок проводника виден из точки C под углом 90° . Точка C расположена на расстоянии $a = 6$ см от проводника.

11.11. Ток $I = 20$ А идет по длинному проводнику, согнутому под прямым углом. Найти напряженность H магнитного поля в точке, лежащей на биссектрисе этого угла и отстоящей от вершины угла на расстоянии $a = 10$ см.

11.12. Ток $I = 20$ А, протекая по кольцу из медной проволоки сечением $S = 1,0$ мм², создает в центре кольца напряженность магнитного поля $H = 178$ А/м. Какая разность потенциалов U приложена к концам проволоки, образующей кольцо?

11.13. Найти напряженность H магнитного поля в центре кругового контура на расстоянии $a = 3$ см от его плоскости. Радиус контура $R = 4$ см, ток в контуре $I = 2$ А.

11.14. Напряженность магнитного поля в центре кругового витка $H_0 = 0,8$ Э. Радиус витка $R = 11$ см. Найти напряженность H магнитного поля на оси витка на расстоянии $a = 10$ см от его плоскости.

11.15. Два круговых витка радиусом $R = 4$ см каждый расположены в параллельных плоскостях на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. По виткам текут токи $I_1 = I_2 = 2$ А. Найти напряженность H магнитного поля на оси витков в точке, находящейся на равном расстоянии от них. Задачу решить, когда: а) токи в витках текут в одном направлении; б) токи в витках текут в противоположных направлениях.

11.16. Найти распределение напряженности H магнитного поля вдоль оси кругового витка диаметром $D = 10$ см, по которому течет ток $I = 10$ А. Составить таблицу значений H и построить график для значений x в интервале $0 \leq x \leq 10$ см через каждые 2 см.

11.17. Два круговых витка расположены в двух взаимно перпендикулярных плоскостях так, что центры этих витков совпадают. Радиус каждого витка $R = 2$ см, токи в витках $I_1 = I_2 = 5$ А. Найти напряженность H магнитного поля в центре этих витков.

11.18. Из проволоки длиной $l = 1$ м сделана квадратная рамка. По рамке течет ток $I = 10$ А. Найти напряженность H магнитного поля в центре рамки.

11.19. В центре кругового проволочного витка создается магнитное поле напряженностью H при разности потенциалов U_1 на концах витка. Какую надо приложить разность потенциалов U_2 , чтобы получить такую же напряженность магнитного поля в центре витка вдвое большего радиуса, сделанного из той же проволоки?

11.20. По проволочной рамке, имеющей форму правильного шестиугольника, идет ток $I = 2$ А. При этом в центре рамки образуется магнитное поле напряженностью $H = 33$ А/м. Найти длину l проволоки, из которой сделана рамка.

11.21. Бесконечно длинный провод образует круговой виток, касательный к проводу. По проводу идет ток $I = 5$ А. Найти радиус R витка, если напряженность магнитного поля в центре витка $H = 41$ А/м.

11.22.* Показать, что напряженность линейного поля на оси бесконечно длинного соленоида, по которому протекает ток I , равна $H = In$, где n — число витков на единицу длины соленоида.

11.23.* То же, но для соленоида конечной длины:

$$H = \frac{In}{2} (\cos \beta_1 - \cos \beta_2),$$

где β_1 и β_2 — углы между осью соленоида и радиус-векторами, проведенными из данной точки к концам соленоида.

11.24.* По плоскому контуру, изображенному на рисунке 118, течет ток силы $I = 1$ А. Угол между прямолинейными участ-

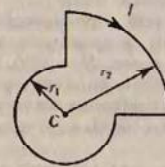


Рис. 118

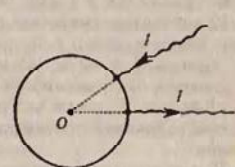


Рис. 119

ками контура прямой. Радиусы $r_1 = 10$ см и $r_2 = 20$ см. Найти магнитную индукцию B в точке C .

11.25.* Определить индукцию магнитного поля \vec{B} в центре кольца, по которому течет ток I (рис. 119). Магнитное поле радиальных подводящих проводников скомпенсировано.

11.26.* По проволоке, согнутой в виде правильного n -угольника, вписанного в окружность радиуса R , пропускается ток силы I . Найти магнитную индукцию B в центре многоугольника. Исследовать полученное выражение для случая $n \rightarrow \infty$.

11.27.* По круглому прямому проводу радиуса R течет ток постоянной плотности \vec{j} . Найти выражение для напряженности поля H в точке, положение которой относительно оси провода определяется перпендикулярным к этой оси радиус-вектором \vec{r} . Рассмотреть случаи, когда точка лежит внутри и вне провода.

11.28.* Внутри прямого провода круглого сечения имеется круглая цилиндрическая полость, ось которой параллельна оси провода. Смещение оси полости относительно оси провода определяется вектором \vec{a} . По проводу течет ток постоянной по сечению плотности \vec{j} . Найти напряженность магнитного поля H внутри полости. Рассмотреть случаи $\vec{a} = 0$.

11.29. Катушка длиной $l = 30$ см имеет $N = 1000$ витков. Найти напряженность H магнитного поля внутри катушки, если по катушке проходит ток $I = 2$ А. Диаметр катушки считать малым по сравнению с ее длиной.

11.30. Требуется получить напряженность магнитного поля $H = 1$ кА/м в соленоиде длиной $l = 20$ см и диаметром $D = 5$ см. Найти число ампер-витков IN , необходимое для этого соленоида, и разность потенциалов U , которую надо приложить к концам обмотки из медной проволоки диаметром $d = 0,5$ мм. Считать поле соленоида однородным.

11.31. Найти распределение напряженности H магнитного поля вдоль оси соленоида, длина которого $l = 3$ см и диаметр $D = 2$ см. По соленоиду течет ток $I = 2$ А. Катушка имеет $N = 100$ витков. Составить таблицу значений H и построить график для значений x в интервале $0 \leq x \leq 3$ см через каждые $0,5$ см.

11.32. Конденсатор емкости $C = 10$ мкФ периодически заряжается от батареи с э.д.с. $\mathcal{E} = 120$ В и разряжается через соленоид длиной $l = 10$ см. Соленоид имеет $N = 200$ витков. Среднее значение напряженности магнитного поля внутри соленоида $H = 240$ А/м. С какой частотой n происходит переключение конденсатора? Диаметр соленоида считать малым по сравнению с его длиной.

11.33. В однородном магнитном поле напряженностью $H = 79,6$ кА/м помещена квадратная рамка, плоскость которой составляет с направлением магнитного поля угол $\alpha = 45^\circ$. Сторона рамки $a = 4$ см. Найти магнитный поток Φ , пронизывающий рамку.

11.34. В магнитном поле, индукция которого $B = 0,05$ Тл, вращается стержень длиной $l = 1$ м. Ось вращения, проходящая через один из концов стержня, параллельна направлению магнитного поля. Найти магнитный поток Φ , пересекаемый стержнем при каждом обороте.

11.35. Рамка, площадь которой $S = 16$ см², вращается в однородном магнитном поле с частотой $n = 2$ с⁻¹. Ось вращения находится в плоскости рамки и перпендикулярна к направлению магнитного поля. Напряженность магнитного поля $H = 79,6$ кА/м. Найти зависимость магнитного потока Φ , пронизывающего рамку, от времени t и наибольшего значения Φ_{\max} магнитного потока.

11.36. Сколько ампер-витков потребуется для того, чтобы внутри соленоида малого диаметра и длиной $l = 30$ см объемная плотность энергии магнитного поля была равна $W_0 = 1,75$ Дж/м³?

11.37. Длина железного сердечника тороида $l_1 = 2,5$ м, длина воздушного зазора $l_2 = 1$ см. Число витков в обмотке тороида $N = 1000$. При токе $I = 20$ А индукция магнитного поля в воздушном зазоре $B = 1,6$ Тл. Найти магнитную проницаемость μ железного сердечника при этих условиях. (Зависимость B от H для железа неизвестна.)

11.38. Длина железного сердечника тороида $l_1 = 1$ м, длина воздушного зазора $l_2 = 1$ см. Площадь поперечного сечения сердечника $S = 25$ см². Сколько ампер-витков потребуется для создания магнитного потока $\Phi = 1,4$ Вб, если магнитная проницаемость материала сердечника $\mu = 800$? (Зависимость B от H для железа неизвестна.)

11.39. Длина железного сердечника $l_1 = 50$ см, длина воздушного зазора $l_2 = 2$ мм. Число ампер-витков в обмотке тороида $IN = 2000$ А·в. Во сколько раз уменьшится напряженность магнитного поля в воздушном зазоре, если при том же числе ампер-витков увеличить длину воздушного зазора вдвое?

11.40. Внутри соленоида длиной $l = 25,1$ см и диаметром $D = 2$ см помещен железный сердечник. Соленоид имеет $N = 200$ витков. Построить для соленоида с сердечником график зависимости магнитного потока Φ от тока I в интервале $0 \leq I \leq 5$ А через каждый 1 А. По оси ординат откладывать Φ (в 10^{-4} Вб).

11.41. Магнитный поток сквозь соленоид (без сердечника) $\Phi = 5$ мВб. Найти магнитный момент p соленоида, если его длина $l = 25$ см.

11.42. Через центр железного кольца перпендикулярно к его плоскости проходит длинный прямолинейный провод, по которому течет ток $I = 25$ А. Кольцо имеет четырехугольное сечение (рис. 120), размеры которого $l_1 = 18$ мм, $l_2 = 22$ мм и $h = 5$ мм. Считая приближенно, что в любой точке сечения кольца индукция одинакова и равна индукции на средней линии кольца, найти магнитный поток Φ , пронизывающий площадь сечения кольца.

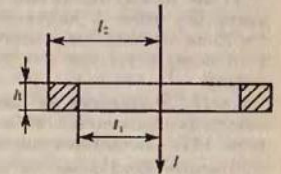


Рис. 120

11.43. Найти магнитный поток Φ , пронизывающий площадь сечения кольца предыдущей задачи, учитывая, что магнитное поле в различных точках сечения кольца различно. Значение μ считать постоянным и найти его по графику кривой $B = f(H)$ для значения H на средней линии кольца.

11.44. Железный сердечник длиной $l_1 = 50,2$ см с воздушным зазором длиной $l_2 = 0,1$ см имеет обмотку из $N = 20$ витков. Какой ток I должен протекать по этой обмотке, чтобы в зазоре получить индукцию $B_2 = 1,2$ Тл?

11.45. Между полюсами электромагнита требуется создать магнитное поле с индукцией $B = 1,4$ Тл. Длина железного сердечника $l_1 = 40$ см, длина межполюсного пространства $l_2 = 1$ см, диаметр сердечника $D = 5$ см. Какую э.д.с. \mathcal{E} надо взять для питания

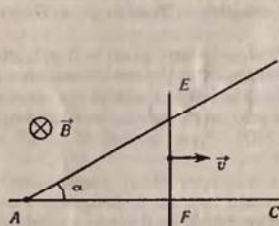


Рис. 121

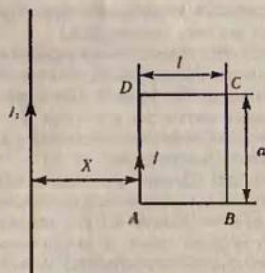


Рис. 122

обмотки электромагнита, чтобы получить требуемое магнитное поле, используя медную проволоку площадью поперечного сечения $S = 1$ мм²? Какая будет при этом наименьшая толщина b катушки, если считать, что предельно допустимая плотность тока $I = 3$ МА/мм²?

11.46. Между полюсами электромагнита создается однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,1$ Тл. По проводу длиной $l = 70$ см, помещенному перпендикулярно к направлению магнитного поля, течет ток $I = 70$ А. Найти силу F , действующую на провод.

11.47.* Проводник EF движется с постоянной скоростью \vec{v} , замыкая два проводника AC и AD , образующих между собой угол α (рис. 121). Перпендикулярно плоскости проводников приложено постоянное однородное магнитное поле индукции \vec{B} . Найти полное количество теплоты, выделившейся в цепи за время движения проводника EF от точки A до точки C . Сопротивление единицы длины проводника EF равно R_0 . Сопротивлением проводников AC и AD пренебречь. $AC = l_0$, $EF \perp AC$, $\vec{v} \perp EF$.

11.48.* Определить силу, с которой действует бесконечно длинный прямой провод на прямоугольный контур. Провод расположен в плоскости контура. По контуру течет ток I , а по проводу — I_1 . Стороны AD и BC контура имеют длину a и расположены параллельно проводу. Расстояние от AD до провода равно x . $AB = DC = l$ (рис. 122).

11.49.* Медный провод с сечением S , согнутый в виде рамки (рис. 123), может вращаться вокруг горизонтальной оси. Провод находится в однородном магнитном поле, направленном вертикально. Когда по проводу течет ток I , провод отклоняется на угол α от вертикали. Определить индукцию поля B . Плотность меди равна ρ .

11.50.* Из проволоки сделано полукольцо радиусом $r = 10$ см, по которому протекает ток силой $I = 10$ А (рис. 124). Полукольцо

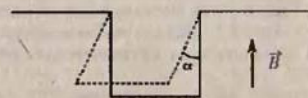


Рис. 123

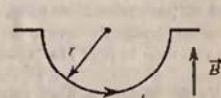


Рис. 124

помещено в магнитное поле. Вектор индукции лежит в плоскости полукольца и перпендикулярен диаметру. Индукция B равна 50 мТл. Определить силу, действующую на проволоку.

11.51. По соленоиду с погонным числом витков $n = 15$ см⁻¹ и радиусом $R = 5,5$ см протекает ток силой I . Предельное значение силы, которую выдерживает материал соленоида, равно $F_{пр} = 100$ Н. Какой максимальной силы ток можно пропустить через соленоид, чтобы он не разрушился?

11.52. Два прямолнейных длинных параллельных проводника находятся на расстоянии $d_1 = 10$ см друг от друга. По проводникам в одном направлении текут токи $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А. Какую работу A_1 надо совершить (на единицу длины проводников), чтобы раздвинуть эти проводники до расстояния $d_2 = 20$ см?

11.53. Два прямолнейных длинных параллельных проводника находятся на некотором расстоянии друг от друга. По проводникам текут одинаковые токи в одном направлении. Найти токи I_1 и I_2 , текущие по каждому из проводников, если известно, что для того, чтобы раздвинуть эти проводники на плюс большее расстояние, пришлось совершить работу (на единицу длины проводников) $A_1 = 55$ мкДж/м.

11.54. Из проволоки длиной $l = 20$ см сделаны квадратный и круговой контуры. Найти вращающие моменты сил M_1 и M_2 , действующие на каждый контур, помещенный в однородное маг-

нитное поле с индукцией $B = 0,1 \text{ Тл}$. По контурам течет ток $I = 2 \text{ А}$. Плоскость каждого контура составляет угол $\alpha = 45^\circ$ с направлением поля.

11.55. Катушка гальванометра, состоящая из $N = 400$ витков тонкой проволоки, намотанной на прямоугольный каркас длиной $l = 3 \text{ см}$ и шириной $b = 2 \text{ см}$, подвешена на нити в магнитном поле с индукцией $B = 0,1 \text{ Тл}$. По катушке течет ток $I = 0,1 \text{ мкА}$. Найти вращающий момент M , действующий на катушку гальванометра, если плоскость катушки: а) параллельна направлению магнитного поля; б) составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с направлением магнитного поля.

11.56. На расстоянии $a = 20 \text{ см}$ от длинного прямолинейного вертикального провода на нити длиной $l = 0,1 \text{ м}$ и диаметром $d = 0,1 \text{ мм}$ висит короткая магнитная стрелка, магнитный момент которой $p = 0,01 \text{ А} \cdot \text{м}^2$. Стрелка находится в плоскости, проходящей через провод и нить. На какой угол φ повернется стрелка, если по проводу пустить ток $I = 30 \text{ А}$? Модуль сдвига материала нити $G = 5,9 \text{ ГПа}$. Система экранирована от магнитного поля Земли.

11.57. Квадратная рамка подвешена на проволоке так, что направление магнитного поля составляет угол $\alpha = 90^\circ$ с нормалью к плоскости рамки. Сторона рамки $a = 1 \text{ см}$. Магнитная индукция поля $B = 13,7 \text{ мТл}$. Если по рамке пропустить ток $I = 1 \text{ А}$, то она повернется на угол $\varphi = 1^\circ$. Найти модуль сдвига G материала проволоки. Длина проволоки $l = 10 \text{ см}$, радиус нити $r = 0,1 \text{ мм}$.

11.58. Круговой контур помещен в однородное магнитное поле так, что плоскость контура перпендикулярна к направлению магнитного поля. Напряженность магнитного поля $H = 150 \text{ кА/м}$. По контуру течет ток $I = 2 \text{ А}$. Радиус контура $R = 2 \text{ см}$. Какую работу A надо совершить, чтобы повернуть контур на угол $\varphi = 90^\circ$ вокруг оси, совпадающей с диаметром контура?

11.59. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,5 \text{ Тл}$ движется равномерно проводник длиной $l = 10 \text{ см}$. По проводнику течет ток $I = 2 \text{ А}$. Скорость движения проводника $v = 20 \text{ см/с}$ и направлена перпендикулярно к направлению магнитного поля.

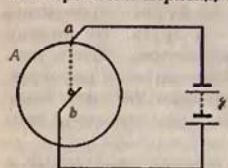


Рис. 125

Найти работу A перемещения проводника за время $t = 10 \text{ с}$ и мощность P , затраченную на это перемещение.

11.60. Однородный медный диск A радиусом $R = 5 \text{ см}$ помещен в магнитное поле с индукцией $B = 0,2 \text{ Тл}$ так, что плоскость диска перпендикулярна к направлению магнитного поля (рис. 125). Ток $I = 5 \text{ А}$ проходит по радиусу диска ab (a и b — скользящие контакты).

Диск вращается с частотой $\omega = 3 \text{ с}^{-1}$. Найти: а) мощность P такого двигателя; б) направление вращения диска при условии, что магнитное поле направлено от чертежа к нам; в) вращающий момент M , действующий на диск.

11.61. Найти магнитный поток Φ , пересекаемый радиусом ab диска A (рис. 125) за время $t = 1 \text{ мин}$ вращения. Радиус диска $R = 10 \text{ см}$. Индукция магнитного поля $B = 0,1 \text{ Тл}$. Диск вращается с частотой $n = 5,3 \text{ с}^{-1}$.

11.62. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 1 \text{ кВ}$, влетает в однородное магнитное поле, направление которого перпендикулярно к направлению его движения. Индукция магнитного поля $B = 1,19 \text{ мТл}$. Найти радиус R окружности, по которой движется электрон, период обращения T и момент импульса M электрона.

11.63. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 300 \text{ В}$, движется параллельно прямолинейному длинному проводу на расстоянии $a = 4 \text{ мм}$ от него. Какая сила F действует на электрон, если по проводнику пустить ток $I = 5 \text{ А}$?

11.64. Поток α -частиц (ядер атома гелия), ускоренных разностью потенциалов $U = 1 \text{ МВ}$, влетает в однородное магнитное поле напряженностью $H = 1,2 \text{ кА/м}$. Скорость каждой частицы направлена перпендикулярно к направлению магнитного поля. Найти силу F , действующую на каждую частицу.

11.65. Электрон влетает в однородное магнитное поле, направление которого перпендикулярно к направлению его движения. Скорость электрона $v = 4 \cdot 10^7 \text{ м/с}$. Индукция магнитного поля $B = 1 \text{ Тл}$. Найти тангенциальное a_t и нормальное a_n ускорения электрона в магнитном поле.

11.66. Найти кинетическую энергию W (в электронвольтах) протона, движущегося по дуге окружности радиусом $R = 60 \text{ см}$ в магнитное поле с индукцией $B = 1 \text{ Тл}$.

11.67. Протон и электрон, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны R_1 траектории протона больше радиуса кривизны R_2 траектории электрона?

11.68. Заряженная частица движется в магнитном поле по окружности со скоростью $v = 10^6 \text{ м/с}$. Индукция магнитного поля $B = 0,3 \text{ Тл}$. Радиус окружности $R = 4 \text{ см}$. Найти заряд q частицы, если известно, что ее энергия $W = 12 \text{ кэВ}$.

11.69. Найти отношение q/m для заряженной частицы, если она, влетая со скоростью $v = 10^6 \text{ м/с}$ в однородное магнитное поле напряженностью $H = 200 \text{ кА/м}$, движется по дуге окружности радиусом $R = 8,3 \text{ см}$. Направление скорости движения частицы перпендикулярно к направлению магнитного поля. Сравнить найденное значение со значением q/m для электрона и α -частицы.

11.70. Пучок электронов, ускоренных разностью потенциалов $U = 300$ В, влетает в однородное магнитное поле, направленное от чертежа к нам (рис. 126). Ширина поля $b = 2,5$ см. В отсутствие

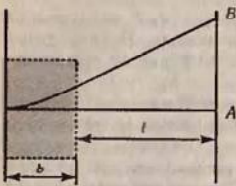


Рис. 126

магнитного поля пучок электронов дает пятно в точке А флуоресцирующего экрана, расположенного на расстоянии $l = 5$ см от края полюсов магнита. При включении магнитного поля пятно смещается в точку В. Найти смещение $x = AB'$ пучка электронов, если известно, что индукция магнитного поля $B = 14,6$ мкТл.

11.71. Магнитное поле напряженностью $H = 8$ кА/м и электрическое поле напряженностью $E = 1$ кВ/м на-

правлены одинаково. Электрон влетает в электромагнитное поле со скоростью $v = 10^5$ м/с. Найти нормальное a_n , тангенциальное a_t и полное a ускорения электрона. Задачу решить, если скорость электрона направлена: а) параллельно направлению электрического поля; б) перпендикулярно к направлению электрического поля.

11.72. Магнитное поле, индукция которого $B = 0,5$ Тл, направлено перпендикулярно к электрическому полю, напряженность которого $E = 1$ кВ/м. Пучок электронов влетает в электромагнитное поле, причем скорость \vec{v} электронов перпендикулярна к плоскости, в которой лежат векторы \vec{E} и \vec{B} . Найти скорость электронов v , если при одновременном действии обоих полей пучок электронов не испытывает отклонения. Каким будет радиус R траектории движения электронов при условии включения одного магнитного поля?

11.73. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 6$ кВ, влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 30^\circ$ к направлению поля и движется по винтовой траектории. Индукция магнитного поля $B = 13$ мТл. Найти радиус R и шаг h винтовой траектории.

11.74. Электрон влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $v = 10^7$ м/с. Длина конденсатора $l = 5$ см. Напряженность электрического поля конденсатора $E = 10$ кВ/м. При вылете из конденсатора электрон попадает в магнитное поле, перпендикулярное к электрическому полю. Индукция магнитного поля $B = 10$ мТл. Найти радиус R и шаг h винтовой траектории электрона в магнитном поле.

11.75. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 3$ кВ, влетает в магнитное поле соленоида под углом $\alpha = 30^\circ$ к его

оси. Число ампер-витков соленоида $IN = 5000$ А·в. Длина соленоида $l = 25$ см. Найти шаг h винтовой траектории электрона в магнитном поле.

11.76. Через сечение $S = ab$ медной пластинки толщиной $a = 0,5$ мм и высотой $b = 10$ мм пропускается ток $I = 20$ А. При помещении пластинки в магнитное поле, перпендикулярное к ребру b и направлению тока, возникает поперечная разность потенциалов $U = 3,1$ мкВ. Индукция магнитного поля $B = 1$ Тл. Найти концентрацию n электронов проводимости в меди и их скорость v при этих условиях.

11.77. Через сечение $S = ab$ алюминиевой пластинки (a — толщина и b — высота) пропускается ток $I = 5$ А. Пластинка помещена в магнитное поле, перпендикулярное к ребру b и направлению тока. Найти возникающую при этом поперечную разность потенциалов U . Индукция магнитного поля $B = 0,5$ Тл. Толщина пластинки $a = 0,1$ мм. Концентрацию электронов проводимости считать равной концентрации атомов.

11.78.* Определить поперечную разность потенциалов, возникающую при протекании тока силой I вдоль проводящей пластинки толщиной a , помещенной перпендикулярно магнитному полю с индукцией B . Концентрация носителей тока n .

11.79. Пластинка полупроводника толщиной $a = 0,2$ мм помещена в магнитное поле, перпендикулярное к пластинке. Удельное сопротивление полупроводника $\rho = 10$ мкОм·м. Индукция магнитного поля $B = 1$ Тл. Перпендикулярно к направлению поля вдоль пластинки пропускается ток $I = 0,1$ А. При этом возникает поперечная разность потенциалов $U = 3,25$ мВ. Найти подвижность μ и носителей тока в полупроводнике.

11.80. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл движется проводник длиной $l = 10$ см. Скорость движения проводника $v = 15$ м/с и направлена перпендикулярно к магнитному полю. Найти индуцированную в проводнике э.д.с. \mathcal{E} .

11.81. Катушка диаметром $D = 10$ см, состоящая из $N = 500$ витков проволоки, находится в магнитном поле. Найти среднюю э.д.с. индукции $\mathcal{E}_{\text{ср}}$, возникающую в этой катушке, если индукция магнитного поля B увеличивается в течение времени $t = 0,1$ с от 0 до 2 Тл.

11.82. Скорость самолета с реактивным двигателем $v = 950$ км/ч. Найти э.д.с. индукции \mathcal{E} , возникающую между концами крыльев, если вертикальная составляющая напряженности земного магнитного поля $H_v = 39,8$ А/м и размах крыльев самолета $l = 12,5$ м.

11.83. В магнитном поле, индукция которого $B = 0,05$ Тл, вращается стержень длиной $l = 1$ м с угловой скоростью $\omega = 20$ рад/с.

Ось вращения проходит через конец стержня и параллельна магнитному полю. Найти э.д.с. индукции \mathcal{E} , возникающую на концах стержня.

11.84. Круговой проволочный виток площадью $S = 0,01 \text{ м}^2$ находится в однородном магнитном поле, индукция которого $B = 1 \text{ Тл}$. Плоскость витка перпендикулярна к направлению магнитного поля. Найти среднюю э.д.с. индукции $\mathcal{E}_{\text{ср}}$, возникающую в витке при выключении поля в течение времени $t = 10 \text{ мс}$.

11.85. В однородном магнитном поле, индукция которого $B = 0,8 \text{ Тл}$, равномерно вращается рамка с угловой скоростью $\omega = 15 \text{ рад/с}$. Площадь рамки $S = 150 \text{ см}^2$. Ось вращения находится в плоскости рамки и составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с направлением магнитного поля. Найти максимальную э.д.с. индукции \mathcal{E}_{max} во вращающейся рамке.

11.86. Горизонтальный стержень длиной $l = 1 \text{ м}$ вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через один из его концов. Ось вращения параллельна магнитному полю, индукция которого $B = 50 \text{ мкТл}$. При какой частоте вращения n стержня разность потенциалов на концах этого стержня $U = 1 \text{ мВ}$?

11.87.* Металлический диск радиуса $a = 0,25 \text{ м}$ вращается, делая $n = 1000$ об/мин. Найти разность потенциалов U между центром и краем диска, возникающую:

- в отсутствие магнитных полей;
- для магнитного поля, перпендикулярного плоскости диска с индукцией $B = 10 \text{ мТл}$.

11.88. На соленоид длиной $l = 20 \text{ см}$ и площадью поперечного сечения $S = 30 \text{ см}^2$ идет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет $N = 320$ витков, и по нему идет ток $I = 3 \text{ А}$. Какая средняя э.д.с. $\mathcal{E}_{\text{ср}}$ индуцируется в витке на соленоиде, когда ток в соленоиде выключается в течение времени $t = 1 \text{ мс}$?

11.89. Какая средняя э.д.с. $\mathcal{E}_{\text{ср}}$ индуцируется в витке, если соленоид, рассмотренный в предыдущей задаче, имеет железный сердечник?

11.90. На соленоид длиной $l = 144 \text{ см}$ и диаметром $D = 5 \text{ см}$ идет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет $N = 2000$ витков, и по ней течет ток $I = 2 \text{ А}$. Соленоид имеет железный сердечник. Какая средняя э.д.с. $\mathcal{E}_{\text{ср}}$ индуцируется в витке на соленоиде, когда ток в соленоиде выключается в течение времени $t = 2 \text{ мс}$?

11.91. Катушка длиной $l = 20 \text{ см}$ имеет $N = 400$ витков. Площадь поперечного сечения катушки $S = 9 \text{ см}^2$. Найти индуктивность L_1 катушки. Какова будет индуктивность L_2 катушки, если внутрь катушки введен железный сердечник? Магнитная проницаемость материала сердечника $\mu = 400$.

11.92. Обмотка соленоида состоит из N витков медной проволоки, поперечное сечение которой $S = 1 \text{ мм}^2$. Длина соленоида $l = 25 \text{ см}$; его сопротивление $R = 0,2 \text{ Ом}$. Найти индуктивность L соленоида.

11.93. Катушка длиной $l = 20 \text{ см}$ и диаметром $D = 3 \text{ см}$ имеет $N = 400$ витков. По катушке идет ток $I = 2 \text{ А}$. Найти индуктивность L катушки и магнитный поток Φ , пронизывающий площадь ее поперечного сечения.

11.94. Сколько витков проволоки диаметром $d = 0,6 \text{ мм}$ имеет однослойная обмотка катушки, индуктивность которой $L = 1 \text{ мГн}$ и диаметр $D = 4 \text{ см}$? Витки плотно прилегают друг к другу.

11.95. Катушку с железным сердечником имеет площадь поперечного сечения $S = 20 \text{ см}^2$ и число витков $N = 500$. Индуктивность катушки с сердечником $L = 0,28 \text{ Гн}$ при токе через обмотку $I = 5 \text{ А}$. Найти магнитную проницаемость μ железного сердечника.

11.96. Соленоид длиной $l = 50 \text{ см}$ и площадью поперечного сечения $S = 2 \text{ см}^2$ имеет индуктивность $L = 0,2 \text{ мГн}$. При каком токе I объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида $W_0 = 1 \text{ мДж/м}^3$?

11.97. Сколько витков имеет катушка, индуктивность которой $L = 1 \text{ мГн}$, если при токе $I = 1 \text{ А}$ магнитный поток сквозь катушку $\Phi = 2 \text{ мкВб}$?

11.98. Площадь поперечного сечения соленоида с железным сердечником $S = 10 \text{ см}^2$, длина соленоида $l = 1 \text{ м}$. Найти магнитную проницаемость μ материала сердечника, если магнитный поток, пронизывающий поперечное сечение соленоида, $\Phi = 1,4 \text{ мВб}$. Какому току I , текущему через соленоид, соответствует этот магнитный поток, если известно, что индуктивность соленоида при этих условиях $L = 0,44 \text{ Гн}$?

11.99. Имеется соленоид с железным сердечником длиной $l = 50 \text{ см}$, площадью поперечного сечения $S = 10 \text{ см}^2$ и числом витков $N = 1000$. Найти индуктивность L этого соленоида, если по обмотке соленоида течет ток: а) $I = 0,1 \text{ А}$; б) $I = 0,2 \text{ А}$; в) $I = 2 \text{ А}$.

11.100. Две катушки намотаны на один общий сердечник. Индуктивность первой катушки $L_1 = 0,2 \text{ Гн}$, второй — $L_2 = 0,8 \text{ Гн}$; сопротивление второй катушки $R_2 = 600 \text{ Ом}$. Какой ток I_2 потечет во второй катушке, если ток $I_1 = 0,3 \text{ А}$, текущий в первой катушке, выключить в течение времени $t = 1 \text{ мс}$?

11.101. В магнитном поле, индукция которого $B = 0,05 \text{ Тл}$, помещена квадратная рамка из медной проволоки. Площадь поперечного сечения проволоки $s = 1 \text{ мм}^2$, площадь рамки $S = 25 \text{ см}^2$. Нормаль к плоскости рамки параллельна магнитному полю. Какое количество электричества q пройдет по контуру рамки при исчезновении магнитного поля?

11.102. В магнитном поле, индукция которого $B = 0,05$ Тл, помещена катушка, состоящая из $N = 200$ витков проволоки. Сопротивление катушки $R = 40$ Ом; площадь поперечного сечения $S = 12$ см². Катушка помещена так, что ее ось составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с направлением магнитного поля. Какое количество электричества q пройдет по катушке при исчезновении магнитного поля?

11.103. Круговой контур радиусом $r = 2$ см помещен в однородное магнитное поле, индукция которого $B = 0,2$ Тл. Плоскость контура перпендикулярна к направлению магнитного поля. Сопротивление контура $R = 1$ Ом. Какое количество электричества q пройдет через катушку при повороте ее на угол $\alpha = 90^\circ$?

11.104. Для измерения магнитной проницаемости железа из него был изготовлен тороид длиной $l = 50$ см и площадью поперечного сечения $S = 4$ см². Одна из обмоток тороида имела $N_1 = 500$ витков и была присоединена к источнику тока, другая имела $N_2 = 1000$ витков и была присоединена к гальванометру. Переключая направление тока в первичной обмотке на обратное, мы вызываем во вторичной обмотке индукционный ток. Найти магнитную проницаемость μ железа, если известно, что при переключении в первичной обмотке направления тока $I = 1$ А через гальванометр прошло количество электричества $q = 0,06$ Кл. Сопротивление вторичной обмотки $R = 20$ Ом.

11.105. Электрическая лампочка, сопротивление которой в горячем состоянии $R = 10$ Ом, подключается через дроссель к 12-вольтовому аккумулятору. Индуктивность дросселя $L = 2$ Гн, сопротивление $r = 10$ Ом. Через какое время t после включения лампочка загорится, если она начинает заметно светиться при напряжении на ней $U = 6$ В?

11.106. Имеется катушка длиной $l = 20$ см и диаметром $D = 2$ см. Обмотка катушки состоит из $N = 200$ витков медной проволоки, площадь поперечного сечения которой $s = 1$ мм². Катушка включена в цепь с некоторой э. д. с. При помощи переключателя э. д. с. выключается, и катушка замыкается накоротко. Через какое время t после выключения э. д. с. ток в цепи уменьшится в 2 раза?

11.107. Катушка имеет индуктивность $L = 0,2$ Гн и сопротивление $R = 1,64$ Ом. Во сколько раз уменьшится ток в катушке через время $t = 0,05$ с после того, как э. д. с. выключена и катушка замкнута накоротко?

11.108. Катушка имеет индуктивность $L = 0,144$ Гн и сопротивление $R = 10$ Ом. Через какое время t после включения в катушке потечет ток, равный половине установившегося?

11.109. Контур имеет сопротивление $R = 2$ Ом и индуктивность $L = 0,2$ Гн. Построить график зависимости тока I в контуре от времени t , прошедшего с момента включения в цепь э. д. с., для

интервала $0 \leq t \leq 0,5$ с через каждую 0,1 с. По оси ординат откладывать отношение нарастающего тока I к конечному току I_0 .

11.110. Квадратная рамка из медной проволоки соевнем $s = 1$ мм² помещена в магнитное поле, индукция которого меняется по закону $B = B_0 \sin \omega t$, где $B_0 = 0,01$ Тл, $\omega = 2\pi/T$ и $T = 0,02$ с. Площадь рамки $S = 25$ см². Плоскость рамки перпендикулярна к направлению магнитного поля. Найти зависимость от времени t и наибольшее значение: а) магнитного потока Φ , пронизывающего рамку; б) э. д. с. индукции \mathcal{E} , возникающей в рамке; в) тока I , текущего по рамке.

11.111. Через катушку, индуктивность которой $L = 20$ мГн, течет ток, изменяющийся со временем по закону $I = I_0 \sin \omega t$, где $I_0 = 5$ А, $\omega = 2\pi/T$ и $T = 0,02$ с. Найти зависимость от времени t : а) э. д. с. самоиндукции \mathcal{E} , возникающей в катушке; б) энергии W магнитного поля катушки.

11.112. Две катушки имеют взаимную индуктивность $L_{12} = 5$ мГн. В первой катушке ток изменяется по закону $I = I_0 \sin \omega t$, где $I_0 = 10$ А, $\omega = 2\pi/T$ и $T = 0,02$ с. Найти зависимость от времени t э. д. с. \mathcal{E}_2 , индуцируемой во второй катушке, и наибольшее значение $\mathcal{E}_{2\max}$ этой э. д. с.

11.113.* Катушка с индуктивностью $L = 2$ мГн и сопротивлением $R_0 = 10$ Ом подключена к источнику постоянного тока с э. д. с. $\mathcal{E} = 3,0$ В. Параллельно катушке включено сопротивление $R = 2$ Ом. После того как ток в катушке достигает установившегося значения, источник тока отключается. Найти количество тепла Q , выделившегося после разрыва цепи. Сопротивлением источника тока и соединительных проводов пренебречь.

11.114.* Когда в короткозамкнутый сверхпроводящий длинный соленоид с током вставили сверхпроводящий стержень, ток в соленоиде увеличился в 3 раза. Определить, во сколько раз сечение соленоидов больше сечения стержня.

11.115.* Длинный короткозамкнутый сверхпроводящий соленоид вводят в магнитное поле индукции B_0 под углом α к направлению поля. Как распределится индукция магнитного поля в соленоиде, если он лишь наполовину войдет во внешнее поле?

11.116.* Сверхпроводящее кольцо индуктивности L , в котором течет ток I , вносят в однородное магнитное поле индукции B_0 . Найти ток, который будет протекать по кольцу. Нормаль к плоскости кольца составляет с направлением поля угол α , радиус кольца R .

11.117.* Какой минимальной скоростью должен обладать сверхпроводящий тонкий стержень сечения S , длины L и массы m , чтобы влететь в продольное магнитное поле индукции B ?

11.118.* Если длинный идеально проводящий тонкостенный цилиндр раскрутить вокруг своей оси, то внутри цилиндра возникает магнитное поле. Найти его индукцию, если угловая скорость цилиндра ω .

11.119.* Вдоль однородного магнитного поля с индукцией B из одной точки со скоростью v вылетают электроны, имея малый угловой разброс $\delta\alpha$. Определить расстояние от места вылета, на котором пучок будет иметь минимальный поперечный размер и оценить его.

11.120.* Две пластины из магнетиков с проницаемостями μ_1 и μ_2 сложены вместе и помещены в перпендикулярное к ним однородное поле с индукцией \vec{B}_0 . Чему равны поток Φ_B вектора \vec{B} и поток Φ_H вектора \vec{H} через воображаемую цилиндрическую поверхность с образующими, параллельными \vec{B}_0 , и основаниями площади S , перпендикулярными к \vec{B}_0 ?

11.121.* В однородное магнитное поле с индукцией \vec{B}_0 помещен шар из однородного и изотропного магнетика с проницаемостью μ .

а) Определить напряженность \vec{H} и индукцию \vec{B} поля в магнетике. Размагничивающий фактор считать известным.

б) Написать приближенное выражение для \vec{B} в случае, если $\mu \gg 1$.

11.122.* Имеется круговой проводящий контур радиуса a с сопротивлением R . Первоначально ток в нем отсутствует. Затем включается перпендикулярное к плоскости контура однородное магнитное поле с индукцией \vec{B} .

а) В каком направлении будет течь возникший в контуре ток?

б) Какой заряд q протечет по контуру?

11.123.* Почему наличие очень высокого напряжения во вторичной обмотке повышающего трансформатора не приводит к большому потере энергии на выделение тепла в самой обмотке?

11.124.* Для определения мощности, выделяемой переменным током в катушке с индуктивностью L и сопротивлением R_L , иногда применяют метод трех вольтметров, заключающийся в следующем. Последовательно с катушкой включают известное сопротивление R . Измерив эффективные напряжения: U_1 — на катушке, U_2 — на сопротивлении R и U — между клеммами катушки и сопротивления, определяют искомую мощность W . Какова она?

11.125.* Поверх длинного соленоида вплотную намотана катушка. Ток в соленоиде нарастает прямо пропорционально времени. Каков характер зависимости тока в катушке от времени?

11.126.* Может ли серийный двигатель постоянного тока, включенный в сеть с напряжением $U = 120$ В, развить мощность $P = 200$ Вт, если сопротивление его обмоток $R = 20$ Ом?

11.127.* Определить к. п. д. серийного и шунтового двигателей при условии, что развиваемая ими мощность максимальна. Напряжение на зажимах равно U ; сопротивление обмоток ротора R_1 и статора R_2 одинаковое у обоих двигателей.

11.128.* Шунтовый двигатель постоянного тока при напряжении на зажимах $U = 120$ В развивает механическую мощность $P = 160$ Вт. Частота вращения якоря двигателя $n = 10$ с⁻¹. Определить максимальную возможную частоту вращения при данном напряжении. Сопротивление якоря $R = 20$ Ом.

11.129.* Как изменится частота шунтового двигателя при увеличении силы тока в обмотках статора, если напряжение на якоре равно U и приложенный к оси якоря механический момент M остаются постоянными?

11.130.* Электромотор питается от батареи с э. д. с. $\mathcal{E} = 12$ В. Какую механическую работу W совершает мотор за 1 с при протекании по его обмотке тока $I = 2$ А, если при полном затормаживании якоря по цепи течет ток $I_0 = 3$ А?

11.131.* Чему равен к. п. д. электромотора, если при включении его в сеть постоянного тока пусковой ток $I_0 = 15$ А, а в установившемся режиме ток снижается до $I = 9$ А?

Глава IV КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

§ 12. Гармоническое колебательное движение и волны

Уравнение гармонического колебательного движения имеет вид

$$x = A \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right) = A \sin (2\pi \nu t + \varphi) = A \sin (\omega t + \varphi),$$

где x — смещение точки от положения равновесия, разное для разных моментов времени. A — амплитуда, T — период, φ — начальная фаза, ν [Гц] = $1/T$ — частота колебаний, ω [с⁻¹] = $2\pi/T$ — круговая частота.

Скорость и ускорение точки, совершающей колебания, определяются соотношениями

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{2\pi}{T} A \cos \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right),$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{4\pi^2}{T^2} A \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right).$$

Сила, под действием которой точка массой m совершает гармоническое колебание,

$$F = ma = -\frac{4\pi^2 m}{T^2} A \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right) = -\frac{4\pi^2 m}{T^2} x = -kx,$$

где $k = 4\pi^2 m/T^2$, т. е. $T = 2\pi \sqrt{m/k}$. Здесь T — период колебаний точки, совершающей колебания под действием силы $F = -kx$, где k — жесткость, численно равная силе, вызывающей смещение, равное единице.

Кинетическая и потенциальная энергии колеблющейся точки имеют вид

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right),$$

$$W_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right).$$

Полная энергия

$$W = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A^2.$$

Примером гармонических колебательных движений могут служить малые колебания маятника. Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{l/g},$$

где l — длина маятника, g — ускорение свободного падения.

Период малых колебаний физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{m d g}},$$

где J — момент инерции маятника относительно его оси вращения, m — масса маятника, d — расстояние от центра масс до оси вращения, g — ускорение свободного падения.

При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинакового периода получается гармоническое колебание того же периода с амплитудой

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

и с начальной фазой, определяемой из уравнения

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2},$$

где A_1 и A_2 — амплитуды складываемых колебаний, φ_1 и φ_2 — их начальные фазы.

При сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний одинакового периода уравнение траектории результирующего движения имеет вид

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Если на материальную точку массой m , кроме упругой силы $F = -kx$, действует еще сила трения $F_{\text{тр}} = -rv$, где r — коэффициент трения и v — скорость колеблющейся точки, то колебания точки будут затухающими. Уравнение затухающего колебательного движения имеет вид

$$x = Ae^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi),$$

где δ [с⁻¹] — коэффициент затухания. При этом $\delta = r/2m$ и $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$, где ω_0 — круговая частота собственных колебаний. Величина $\mathcal{X} = \delta T$ называется логарифмическим декрементом затухания.

Если на материальную точку массой m , колебание которой дано в виде

$$x_1 = Ae^{-\delta t} \sin \omega_0 t,$$

действует внешняя периодическая сила $F = F_0 \sin \omega t$, то колебания точки будут вынужденными и уравнение ее движения примет вид

$$x_2 = A \sin(\omega t + \varphi),$$

где

$$A = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{2\delta \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Резонанс наступает тогда, когда частота вынужденных колебаний ω совпадает с частотой собственных колебаний ω_0 и с коэффициентом затухания δ соотношением

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}.$$

При распространении незатухающих колебаний со скоростью c вдоль некоторого направления, называемого лучом, смещение любой точки, лежащей на луче в отстоящий от источника колебаний на расстоянии l , дается уравнением

$$x = A \sin \left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi l}{\lambda} \right),$$

где A — амплитуда колеблющихся точек, λ — длина волны. При этом $\lambda = cT$. Две точки, лежащие на луче на расстояниях l_1 и l_2 от источника колебаний, имеют разность фаз

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi \frac{l_2 - l_1}{\lambda}.$$

При интерференции волн максимум и минимум амплитуды получаются соответственно при условиях

$$l_2 - l_1 = 2n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

$$l_2 - l_1 = (2n + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

Здесь $l_2 - l_1$ — разность хода лучей.

12.1. Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой $A = 50$ мм, периодом $T = 4$ с и начальной фазой $\varphi = \pi/4$. Найти смещение x колеблющейся точки от положения равновесия при $t = 0$ и $t = 1,5$ с. Начертить график этого движения.

12.2. Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой $A = 5$ см и периодом $T = 8$ с, если начальная фаза φ колебаний равна: а) 0; б) $\pi/2$; в) π ; г) $3\pi/2$; д) 2π . Начертить график этого движения во всех случаях.

12.3. Начертить на одном графике два гармонических колебания с одинаковыми амплитудами $A_1 = A_2 = 2$ см и одинаковыми периодами $T_1 = T_2 = 8$ с, но имеющими разность фаз $\varphi_2 - \varphi_1$, равную: а) $\pi/4$; б) $\pi/2$; в) π ; г) 2π .

12.4.* Определить начальную фазу колебаний тела, если через 0,25 с от начала движения смещение было равно половине амплитуды. Период колебаний 6 с.

12.5. Начальная фаза гармонического колебания $\varphi = 0$. Через какую долю периода скорость точки будет равна половине ее максимальной скорости?

12.6. Амплитуда гармонического колебания $A = 5$ см, период $T = 4$ с. Найти максимальную скорость v_{\max} колеблющейся точки и ее максимальное ускорение a_{\max} .

12.7.* Колебания материальной точки совершаются по закону $x = 0,03 \cdot \sin \pi(t + 0,5)$. Амплитуда и период колебаний заданы в системе СИ. Определить наибольшие значения скорости и ускорения. Чему равна фаза колебаний спустя 5 с от начала движения?

12.8. Дано уравнение движения точки $x = 2 \sin \left(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{4} \right)$ см. Найти период колебаний T , максимальную скорость v_{\max} и максимальное ускорение a_{\max} точки.

12.9.* Смещение гармонического осциллятора в зависимости от времени дается выражением $x = 2,4 \cos \left(\frac{2\pi t}{4} + \frac{\pi}{6} \right)$, где x измерена в метрах, а t — в секундах. Найти: а) период и частоту колебаний; б) смещение и скорость в момент времени $t = 0$; в) скорость и ускорение в момент времени $t = 10$ с.

12.10.* Скорость материальной точки, совершающей гармонические колебания, задается уравнением $v(t) = -6 \sin 2\pi t$. Записать зависимость смещения этой точки от времени.

12.11.* Две частицы A и B совершают гармонические колебания с одинаковой амплитудой (10 см) по одной и той же прямой. Частоты их движений составляют $\omega_A = 20 \text{ с}^{-1}$, $\omega_B = 21 \text{ с}^{-1}$ соответственно. В момент времени $t = 0$ обе частицы проходят точку $x = 0$ в положительном направлении. а) На каком расстоянии они будут находиться друг от друга в момент $t = 0,350$ с? б) Какова скорость частицы B относительно A в этот момент времени?

12.12. Точка совершает гармоническое колебание. Период колебаний $T = 2$ с, амплитуда $A = 50$ мм, начальная фаза $\varphi = 0$. Найти скорость v точки в момент времени, когда смещение точки от положения равновесия $x = 25$ мм.

12.13. Написать уравнение гармонического колебательного движения, если максимальное ускорение точки $a_{\max} = 49,3 \text{ см/с}^2$, период колебаний $T = 2$ с и смещение точки от положения равновесия в начальный момент времени $x_0 = 25$ мм.

12.14.* Частица движется с постоянной скоростью 24 м/с по окружности с центром в начале координат. В момент времени $t = 0$ частица находится в точке $x = 3,0$ м; $y = 4,2$ м. Чему равна частота вращения? Чему равна начальная фаза φ_0 ? Каким выражением описывается траектория этой частицы в плоскости x, y ?

12.15. Уравнение колебания материальной точки массой $m = 16$ г имеет вид $x = 0,1 \sin \left(\frac{\pi}{8} t + \frac{\pi}{3} \right)$ м. Построить график зависимости от времени t (в пределах одного периода) силы F , действующей на точку. Найти максимальную силу F_{\max} .

12.16. Уравнение колебаний материальной точки массой $m = 10$ г имеет вид $x = 5 \sin \left(\frac{\pi}{5} t + \frac{\pi}{4} \right)$ см. Найти максимальную силу F_{\max} , действующую на точку, и полную энергию W колеблющейся точки.

12.17. Уравнение колебания материальной точки массой $m = 16$ г имеет вид $x = 2 \sin \left(\frac{\pi}{4} t + \frac{\pi}{4} \right)$ см. Построить график зависимости от времени t (в пределах одного периода) кинетической W_k , потенциальной W_n и полной W энергий точки.

12.18. Найти отношение кинетической энергии W_k точки, совершающей гармоническое колебание, к ее потенциальной энергии W_p для моментов времени: а) $t = T/12$; б) $t = T/8$; в) $t = T/6$. Начальная фаза колебаний $\varphi = 0$.

12.19. Найти отношение кинетической энергии W_k точки, совершающей гармоническое колебание, к ее потенциальной энергии W_p для моментов, когда смещение точки от положения равновесия составляет: а) $x = A/4$; б) $x = A/2$; в) $x = A$, где A — амплитуда колебаний.

12.20. Полная энергия тела, совершающего гармоническое колебательное движение, $W = 30$ мкДж; максимальная сила, действующая на тело, $F_{\max} = 1,5$ мН. Написать уравнение движения этого тела, если период колебаний $T = 2$ с и начальная фаза $\varphi = \pi/3$.

12.21. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки $A = 2$ см, полная энергия колебания $W = 0,3$ мкДж. При каком смещении x от положения равновесия на колеблющуюся точку действует сила $F = 22,5$ мкН?

12.22. Шарик, подвешенный на нити длиной $l = 2$ м, отклоняют на угол $\alpha = 4^\circ$ и наблюдают его колебания. Полагая колебания незатухающими гармоническими, найти скорость шарика при прохождении им положения равновесия. Проверить полученное решение, найдя скорость шарика при прохождении им положения равновесия из уравнений механики.

12.23. К пружине подвешен груз массой $m = 10$ кг. Зная, что пружина под влиянием силы $F = 9,8$ Н растягивается на $l = 1,5$ см, найти период T вертикальных колебаний груза.

12.24. К пружине подвешен груз. Максимальная кинетическая энергия колебаний груза $W_{k\max} = 1$ Дж. Амплитуда колебаний $A = 5$ см. Найти жесткость k пружины.

12.25. Как изменится период вертикальных колебаний груза, висющего на двух одинаковых пружинах, если от последовательного соединения пружин перейти к параллельному их соединению?

12.26.* Если увеличить массу груза, подвешенного к спиральной пружине, на 600 г, то период колебаний возрастает в 2 раза. Определить массу первоначально подвешенного груза.

12.27. К пружине подвешена чашка весов с гирями. При этом период вертикальных колебаний $T_1 = 0,5$ с. После того как на чашку весов положили еще дополнительные гири, период вертикальных колебаний стал равным $T_2 = 0,6$ с. На сколько удлинилась пружина от прибавления этого дополнительного груза?

12.28. К резиновому шнуру длиной $l = 40$ см и радиусом $r = 1$ мм подвешена гиря массой $m = 0,5$ кг. Зная, что модуль Юнга резина $E = 3$ МПа/м², найти период T вертикальных колебаний гири. Указания. Учесть, что жесткость k резина связана с модулем Юнга E соотношением $k = SE/l$, где S — площадь поперечного сечения резина, l — ее длина.

12.29.* Груз массой m осторожно прикрепляют к концу свободно висевшей пружины. Когда груз освобождают, он опускается на 30 см, а затем начинает колебаться. Чему равна частота колебаний?

12.30. Ареометр массой $m = 0,2$ кг плавает в жидкости. Если погрузить его немного в жидкость и отпустить, то он начнет совершать колебания с периодом $T = 3,4$ с. Считая колебания незатухающими, найти плотность жидкости ρ , в которой плавает ареометр. Диаметр вертикальной цилиндрической трубки ареометра $d = 1$ см.

12.31.* Математический маятник отклонили на 90° от вертикали и отпустили. В тот момент, когда маятник проходил положение равновесия, точка его подвеса стала двигаться вверх с ускорением a . На какой максимальной угол отклонится маятник от вертикали?

12.32.* Горизонтальная подставка совершает в вертикальном направлении гармонические колебания $y = a \cos \omega t$. На платформе лежит шайба из абсолютно неупругого материала.

а) При каком условии шайба будет отделяться от подставки?

б) В каком положении находится и в каком направлении движется подставка в момент отрыва от нее шайбы?

в) На какую высоту h будет подниматься шайба над ее положением, отвечающим среднему положению подставки, в случае, если $a = 20$ см, $\omega = 10$ с⁻¹?

12.33.* Бревно массы $M = 20$ кг висит на двух шнурах длины $l = 1$ м каждый. В торец бревна попадает и застревает в нем пуля массы $m = 10$ г, летящая со скоростью $v = 500$ м/с. Найти амплитуду φ_m и период T колебаний бревна. Трением пренебречь.

12.34.* Через блок массы $M = 5$ кг и радиуса $R = 10$ см, который является сплошным однородным цилиндром, на шнуре подвешен груз массы $m = 1$ кг. Другой конец шнура скреплен через пружину жесткости $k = 10^3$ Н/м с осевой. Цилиндр может вращаться вокруг оси без трения. Пренебрегая проскальзыванием шнура по блоку, найти: а) частоту ω малых колебаний груза; б) максимальную силу натяжения шнура слева F_{1m} и справа F_{2m} от блока в случае, когда амплитуда колебаний $a = 5$ см.

12.35.* Два шара с массами m_1 и m_2 скользят вдоль тонкого горизонтального стержня. Шары скреплены невесомой пружиной, коэффициент жесткости которой равен k . Раздвинув шары, их затем отпускают. Определить:

а) смещение центра масс системы;

б) частоту ω возникших колебаний;

в) максимальное значение относительной скорости шаров, если начальное относительное смещение шаров равно a .

12.36.* В условии предыдущей задачи первоначально шары неподвижны. Затем шару массы m_1 сообщили импульс $p_1 = m_1 v_0$.

Определить: а) скорость v_c центра масс системы; б) энергию $E_{\text{пост}}$ поступательного и $E_{\text{кол}}$ колебательного движения системы; в) частоту ω и амплитуду x_m колебаний.

12.37.* К наклонной стене подвешен маятник длины l . Маятник отклонили от вертикали на малый угол, в два раза превышающий угол наклона стены к вертикали, и отпустили. Найти период колебаний маятника, если удары о стену абсолютно упруги.

12.38.* Тело массы m , подвешенное на пружине жесткости k , лежит на подставке. Подставку мгновенно убирают. Написать уравнения колебаний тела $y(t)$, если первоначально пружина: а) не деформирована; б) сжата на Δl .

12.39.* Точка подвеса двойного маятника совершает гармонические колебания в горизонтальном направлении. Длина нижней нити равна l , масса нижнего шарика равна m , верхнего — M . Какова должна быть частота колебаний точки подвеса, чтобы верхняя часть нити оставалась вертикальной?

12.40.* У двойного маятника точка подвеса неподвижна. Маятник совершает гармонические колебания. Какова их частота? Массы шариков равны m , длина нижней нити l .

12.41.* Однородный круглый диск радиусом R подвешен за край. Чему равна частота его малых колебаний относительно точки подвеса?

12.42.* Физический маятник представляет собой тонкий однородный стержень длиной 35 см. Определить, на каком расстоянии от центра масс должна быть точка подвеса, чтобы частота колебаний была максимальной.

12.43. Написать уравнение движения, получающегося в результате сложения двух одинаково направленных гармонических колебательных движений с одинаковым периодом $T = 8$ с и одинаковой амплитудой $A = 0,02$ м. Разность фаз между этими колебаниями $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi/4$. Начальная фаза одного из этих колебаний равна нулю.

12.44. Найти амплитуду A и начальную фазу φ гармонического колебания, полученного от сложения одинаково направленных колебаний, данных уравнениями $x_1 = 0,02 \sin(5\pi t + \pi/2)$ м и $x_2 = 0,03 \sin(5\pi t + \pi/4)$ м.

12.45. В результате сложения двух одинаково направленных гармонических колебаний с одинаковыми амплитудами и одинаковыми периодами получается результирующее колебание с тем же периодом и той же амплитудой. Найти разность фаз $\varphi_2 - \varphi_1$ складываемых колебаний.

12.46. Найти амплитуду A и начальную фазу φ гармонического колебания, полученного от сложения одинаково направленных колебаний, данных уравнениями $x_1 = 4 \sin \pi t$ см и $x_2 = 3 \sin(\pi t + \pi/2)$ см. Написать уравнение результирующего колебания. Дать векторную диаграмму сложения амплитуд.

12.47. Уравнение колебаний имеет вид $x = A \sin 2\pi\nu_1 t$, где амплитуда A изменяется со временем по закону $A = A_0(1 + \cos 2\pi\nu_2 t)$. Из каких гармонических колебаний состоит колебание? Построить график складываемых и результирующего колебаний для $A_0 = 4$ см, $\nu_1 = 2$ Гц, $\nu_2 = 1$ Гц. Начертить спектр результирующего колебания.

12.48. Написать уравнение результирующего колебания, получающегося в результате сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний с одинаковой частотой $\nu_1 = \nu_2 = 5$ Гц и с одинаковой начальной фазой $\varphi_1 = \varphi_2 = \pi/3$. Амплитуды колебаний равны $A_1 = 0,10$ м и $A_2 = 0,05$ м.

12.49. Точка участвует в двух колебаниях одинакового периода с одинаковыми начальными фазами. Амплитуды колебаний равны $A_1 = 3$ см и $A_2 = 4$ см. Найти амплитуду A результирующего колебания, если колебания совершаются: а) в одном направлении; б) в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

12.50. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях $x = 2 \sin \omega t$ м и $y = 2 \cos \omega t$ м. Найти траекторию результирующего движения точки.

12.51. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях $x = \cos \pi t$ и $y = \cos \frac{\pi}{2} t$. Найти траекторию результирующего движения точки.

12.52. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях $x = \sin \pi t$ и $y = 2 \sin(\pi t + \pi/2)$. Найти траекторию результирующего движения точки и начертить ее с нанесением масштаба.

12.53.* Точка подвеса математического маятника, период собственных колебаний которого равен $T = 1$ с, совершает синусоидальные колебания с амплитудой $A_n = 1$ см и периодом $T_n = 1,1$ с. Какова амплитуда A установившихся колебаний маятника?

12.54. Период затухающих колебаний $T = 4$ с; логарифмический декремент затухания $\lambda = 1,6$; начальная фаза $\varphi = 0$. При $t = T/4$ смещение точки $x = 4,5$ см. Написать уравнение движения этого колебания. Построить график этого колебания в пределах двух периодов.

12.55. Построить график затухающего колебания, данного уравнением $x = e^{-0,1t} \sin \frac{\pi}{4} t$ м.

12.56. Уравнение затухающих колебаний дано в виде $x = 5e^{-0,25t} \sin \frac{\pi}{2} t$ м. Найти скорость v колеблющейся точки в моменты времени t , равные: 0, T , $2T$, $3T$ и $4T$.

12.57. Логарифмический декремент затухания математического маятника $\lambda = 0,2$. Во сколько раз уменьшится амплитуда колебаний за одно полное колебание маятника?

12.58.* При наблюдении затухающих колебаний оказалось, что для двух последовательных колебаний амплитуда второго мень-

ше амплитуды первого на 60%. Период колебаний $T = 0,5$ с. Определить коэффициент затухания и собственную частоту незатухающих колебаний.

12.59. Математический маятник длиной $l = 24,7$ см совершает затухающие колебания. Через какое время t энергия колебаний маятника уменьшится в 9,4 раза? Задачу решить при значении логарифмического декремента затухания: а) $\kappa = 0,01$; б) $\kappa = 1$.

12.60. Математический маятник совершает затухающие колебания с логарифмическим декрементом затухания $\kappa = 0,2$. Во сколько раз уменьшится полное ускорение маятника в его крайнем положении за одно колебание?

12.61. Амплитуда затухающих колебаний математического маятника за время $t = 1$ мин уменьшилась вдвое. Во сколько раз уменьшится амплитуда за время $t = 3$ мин?

12.62.* Начальная амплитуда затухающих колебаний маятника $A_0 = 3$ см. Через $t_1 = 10$ с амплитуда стала $A_1 = 1$ см. Через какое время амплитуда станет равной $A_2 = 0,3$ см?

12.63. К вертикально висающей пружине подвешивают груз. При этом пружина удлинится на $\Delta l = 9,8$ см. Оттягивая этот груз вниз и отпуская его, заставляют груз совершать колебания. Каким должен быть коэффициент затухания δ , чтобы: а) колебания прекратились через время $t = 10$ с (считать условно, что колебания прекратились, если их амплитуда упала до 1% от начальной); б) груз возвращался в положение равновесия аperiodически; в) логарифмический декремент затухания колебаний был равным $\kappa = 6$?

12.64. Тело массой $m = 10$ г совершает затухающие колебания с максимальной амплитудой $A_{\max} = 7$ см, начальной фазой $\varphi = 0$ и коэффициентом затухания $\delta = 1,6$ с⁻¹. На это тело начала действовать внешняя периодическая сила F , под действием которой установились вынужденные колебания. Уравнение вынужденных колебаний имеет вид $x = 5 \sin(10\pi t - 3\pi/4)$ см. Найти (с числовыми коэффициентами) уравнение собственных колебаний и уравнение внешней периодической силы.

12.65. Гиря массой $m = 0,2$ кг, висающая на вертикальной пружине, совершает затухающие колебания с коэффициентом затухания $\delta = 0,75$ с⁻¹. Жесткость пружины $k = 0,5$ кН/м. Начертить зависимость амплитуды A вынужденных колебаний гирьки от частоты ω внешней периодической силы, если известно, что максимальное значение внешней силы $F_0 = 0,98$ Н. Для построения графика найти значение A для частот: $\omega = 0$, $\omega = 0,5\omega_0$, $\omega = 0,75\omega_0$, $\omega = \omega_0$, $\omega = 1,5\omega_0$ и $\omega = 2\omega_0$, где ω_0 — частота собственных колебаний подвешенной гирьки.

12.66. По грунтовой дороге прошел трактор, оставив следы в виде ряда углублений, находящихся на расстоянии $l = 30$ см друг от друга. По этой дороге покатали детскую коляску, имеющую две одинаковые рессоры, каждая из которых прогибается

на $x_0 = 2$ см под действием груза массой $m_0 = 1$ кг. С какой скоростью в катили коляску, если от толчков на углубления она, попав в резонанс, начала сильно раскачиваться? Масса коляски $M = 10$ кг.

12.67. Найти длину волны λ колебания, период которого $T = 10^{-14}$ с. Скорость распространения колебаний $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

12.68. Звуковые колебания, имеющие частоту $\nu = 500$ Гц и амплитуду $A = 0,25$ мм, распространяются в воздухе. Длина волны $\lambda = 70$ см. Найти скорость c распространения колебаний и максимальную скорость v_{\max} частиц воздуха.

12.69. Уравнение незатухающих колебаний имеет вид $x = \sin \frac{\pi}{2} t$ см. Найти уравнение волны, если скорость распространения колебаний $c = 300$ м/с. Написать и изобразить графически уравнение колебания для точки, отстоящей на расстоянии $l = 600$ м от источника колебаний. Написать и изобразить графически уравнение колебания для точек волны в момент времени $t = 4$ с после начала колебаний.

12.70. Уравнение незатухающих колебаний имеет вид $x = \sin 2,5\pi t$ см. Найти смещение x от положения равновесия, скорость v и ускорение a точки, находящейся на расстоянии $l = 20$ м от источника колебаний, для момента времени $t = 1$ с после начала колебаний. Скорость распространения колебаний $c = 100$ м/с.

12.71. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, отстоящих от источника колебаний на расстояниях $l_1 = 10$ м и $l_2 = 16$ м. Период колебаний $T = 0,04$ с; скорость распространения $c = 300$ м/с.

12.72. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих на расстоянии $l = 2$ м друг от друга, если длина волны $\lambda = 1$ м.

12.73. Найти смещение x от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии $l = \lambda/12$, для момента времени $t = T/6$. Амплитуда колебаний $A = 0,05$ м.

12.74. Смещение от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии $l = 4$ см, в момент времени $t = T/6$ равно половине амплитуды. Найти длину λ бегущей волны.

12.75. Найти положение узлов и пучностей и начертить график стоячей волны, если: а) отражение происходит от менее плотной среды; б) отражение происходит от более плотной среды. Длина бегущей волны $\lambda = 12$ см.

12.76.* Определить длину волны λ , если числовое значение волнового вектора $k = 0,0314$ см.

12.77. Однородный стержень длиной $l = 0,5$ м совершает малые колебания в вертикальной плоскости около горизонтальной оси, проходящей через его верхний конец. Найти период колебаний T стержня.

12.78. Найти период колебаний T стержня предыдущей задачи, если ось вращения проходит через точку, находящуюся на расстоянии $d = 10$ см от его верхнего конца.

12.79. На концах вертикального стержня укреплены два груза. Центр масс грузов находится ниже середины стержня на расстоянии $d = 5$ см. Найти длину l стержня, если известно, что период малых колебаний стержня с грузами вокруг горизонтальной оси, проходящей через его середину, $T = 2$ с. Массой стержня пренебречь по сравнению с массой грузов.

12.80. Обруч диаметром $D = 56,5$ см висит на гвозде, вбитом в стену, и совершает малые колебания в плоскости, параллельной стене. Найти период колебаний T обруча.

12.81. Какой наименьшей длины l надо взять нить, к которой подвешен однородный шарик диаметром $D = 4$ см, чтобы при определении периода малых колебаний T шарика рассматривать его как математический маятник? Ошибка δ при таком допущении не должна превышать 1%.

12.82. Однородный шарик подвешен на нити, длина которой l равна радиусу шарика R . Во сколько раз период малых колебаний T_1 этого маятника больше периода малых колебаний T_2 математического маятника с тем же расстоянием от центра масс до точки подвеса?

§ 13. Акустика

Скорость распространения акустических колебаний в упругой среде определяется формулой

$$c = \sqrt{E/\rho},$$

где E — модуль Юнга среды, ρ — плотность среды.
В газах скорость распространения

$$c = \sqrt{\chi RT/\mu},$$

где μ — молярная масса, T — термодинамическая температура газа, R — газовая постоянная, $\chi = C_p/C_v$ (C_p — теплоемкость газа при постоянном давлении и C_v — теплоемкость газа при постоянном объеме).

Уровень звукового давления L_p (в децибелах) связан с амплитудой звукового давления p соотношением

$$L_p = 20 \lg \frac{p}{p_0},$$

где p_0 — амплитуда звукового давления при нулевом уровне громкости. Уровень громкости L_I (в фонах) связан с интенсивностью звука соотношением

$$L_I = 10 \lg \frac{I}{I_0},$$

где I_0 — порог слышимости (нулевой уровень громкости) звука. Условно принимается, что $I_0 = 10^{-12}$ Вт/м² и $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ Па.

По принципу Доплера частота звука, воспринимаемая наблюдателем, определяется формулой

$$\nu' = \frac{c+v}{c-u} \nu,$$

где ν — частота звука, посылаемая источником звука, u — скорость движения источника звука, v — скорость движения наблюдателя, c — скорость распространения звука. Скорость $v > 0$, если наблюдатель движется по направлению к источнику звука; скорость $u > 0$, если источник звука движется к наблюдателю.

Частота основного тона струны определяется формулой

$$\nu = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{F}{\rho S}},$$

где l — длина струны, F — сила ее натяжения, S — площадь ее поперечного сечения, ρ — плотность материала струны.

13.1. Найти длину волны λ основного тона ля (частота $\nu = 435$ Гц). Скорость распространения звука в воздухе $c = 340$ м/с.

13.2. Человеческое ухо может воспринимать звуки частотой приблизительно от $\nu_1 = 20$ Гц до $\nu_2 = 20000$ Гц. Между какими длинами волн лежит интервал слышимости звуковых колебаний? Скорость распространения звука в воздухе $c = 340$ м/с.

13.3. Найти скорость c распространения звука в стали.

13.4.* Для определения скорости звука в воздухе методом акустического резонанса используется труба с поршнем и звуковой мембраной, закрывающей один из ее торцов. Расстояние между соседними положениями поршня, при которых наблюдается резонанс на частоте $\nu = 2000$ Гц составляет $L = 17$ см. Определить скорость звука в воздухе.

13.5. Скорость распространения звука в керосине $c = 1330$ м/с. Найти сжимаемость β керосина ($\beta = 1/E$).

13.6. При помощи эхолота измерялась глубина моря. Какова была глубина моря, если промежуток времени между возникновением звука и его приемом оказался равным $t = 2,5$ с? Сжимаемость воды $\beta = 4,6 \cdot 10^{-10}$ Па⁻¹, плотность морской воды $\rho = 1,03 \cdot 10^3$ кг/м³.

13.7. Найти скорость c распространения звука в воздухе при температурах t , равных: -20 , 0 и 20 °С.

13.8.* Изменение давления в звуковой волне дается выражением $p = 2,2 \sin\left(\frac{\pi x}{3} - 1700\pi t\right)$, где p измеряется в паскалях, x — в метрах, а t в секундах. Определите: 1) длину волны; 2) частоту; 3) скорость распространения; 4) амплитуду смещения волны. Плотность среды $\rho = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³.

13.9. Зная, что средняя квадратичная скорость молекул двухатомного газа в условиях опыта $v = 461$ м/с, найти скорость c распространения звука в газе.

13.10. Найти скорость c распространения звука в двухатомном газе, если известно, что при давлении $p = 1,01 \cdot 10^5$ Па плотность газа $\rho = 1,29$ кг/м³.

13.11. Зная, что средняя молярная кинетическая энергия поступательного движения молекул азота $W_{ки} = 3,4$ кДж/моль, найти скорость c распространения звука в азоте при этих условиях.

13.12. Для определения температуры верхних слоев атмосферы нельзя пользоваться термометром, так как вследствие малой плотности газа термометр не придет в тепловое равновесие с окружающей средой. Для этой цели пускают ракету с гранатами, взрывающимися при достижении определенной высоты. Найти температуру t на высоте $h = 20$ км от поверхности Земли, если известно, что звук от взрыва, произведенного на высоте $h_1 = 21$ км, пришел позже на $\Delta t = 6,75$ с звука от взрыва, произведенного на высоте $h_2 = 19$ км.

13.13. Найти показатель преломления n звуковых волн на границе воздух — стекло. Модуль Юнга для стекла $E = 6,9 \cdot 10^{10}$ Па, плотность стекла $\rho = 2,6 \cdot 10^3$ кг/м³, температура воздуха $t = 20^\circ$ С.

13.14. Найти предельный угол α полного внутреннего отражения звуковых волн на границе воздух — стекло. Воспользоваться необходимыми данными из предыдущей задачи.

13.15.* Продольная сейсмическая волна падает на границу раздела между двумя породами под углом в 10° . Относительные плотности пород 3,6 и 4,9. Определить угол преломления, считая модули, упругости этих пород одинаковыми.

13.16. Два звука отличаются по уровню звукового давления на $\Delta L_p = 1$ дБ. Найти отношение p_2/p_1 амплитуд их звукового давления.

13.17. Шум на улице с уровнем громкости $L_1 = 70$ фон слышен в комнате так, как шум с уровнем громкости $L_2 = 40$ фон. Найти отношение I_1/I_2 интенсивностей звуков на улице и в комнате.

13.18. Интенсивность звука увеличилась в 1000 раз. На сколько увеличился уровень звукового давления? Во сколько раз увеличилась амплитуда звукового давления?

13.19. Интенсивность звука $I = 10$ мВт/м². Найти уровень громкости L_I и амплитуду p звукового давления.

13.20.* Вычислить максимальное смещение молекул воздуха для звука на пороге слышимости. Частота звука 1000 Гц. Определить максимальное изменение давления в этой волне.

13.21.* Человеческое ухо способно воспринимать разницу уровней громкости 1,0 дБ. Каково отношение амплитуд этих звуков, уровни громкости которых отличаются на эту величину?

13.22. Найти расстояние l между соседними зубцами звуковой бороздки на грампластинке для: а) $\nu = 100$ Гц; б) $\nu = 2000$ Гц. Среднее расстояние от центра пластинки $r = 10$ см. Частота вращения пластинки $n = 78$ мин⁻¹.

13.23. При образовании стоячей волны в трубке Кундта в воздушном столбе наблюдалось $n = 6$ пучностей. Какова была длина l_2 воздушного столба, если стальной стержень закреплен: а) посередине; б) в конце? Длина стержня $l_1 = 1$ м. Скорость распространения звука в стали $c_1 = 5250$ м/с, в воздухе $c_2 = 343$ м/с.

13.24. Какова была длина l_1 стеклянного стержня в трубке Кундта, если при закреплении его посередине в воздушном столбе наблюдалось $n = 5$ пучностей? Длина воздушного столба $l_2 = 0,25$ м. Модуль Юнга для стекла $E = 6,9 \cdot 10^{10}$ Па; плотность стекла $\rho = 2,5 \cdot 10^3$ кг/м³. Скорость распространения звука в воздухе $c = 340$ м/с.

13.25. Для каких наибольших частот применим метод Кундта определения скорости звука, если считать, что наименьшее различаемое расстояние между пучностями $l \approx 4$ мм? Скорость распространения звука в воздухе $c = 340$ м/с.

13.26. Два поезда идут навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 72$ км/ч и $v_2 = 54$ км/ч. Первый поезд дает свисток с частотой $\nu = 600$ Гц. Найти частоту ν' колебаний звука, который слышит пассажир второго поезда: а) перед встречей поездов; б) после встречи поездов. Скорость распространения звука в воздухе $c = 340$ м/с.

13.27. Когда поезд проходит мимо неподвижного наблюдателя, частота тона гудка паровоза меняется скачком. Какой процент от истинной частоты тона составляет скачок частоты, если поезд движется со скоростью $v = 60$ км/ч?

13.28.* Звуковая волна с частотой 5000 Гц испускается в направлении тела, которое приближается к источнику звука со скоростью 3,3 м/с. Чему равна частота отраженной волны?

13.29. Ружейная пуля летит со скоростью $v = 200$ м/с. Во сколько раз изменится частота тона свиста пули для неподвижного наблюдателя, мимо которого пролетает пуля? Скорость распространения звука в воздухе $c = 333$ м/с.

13.30.* Два дельфина движутся навстречу друг другу. Один из них издает звуковые импульсы с частотой следования ν . С какой частотой ν_1 приходят эти импульсы к другому дельфину, если скорость дельфинов относительно воды равна v ? Скорость звука в воде c .

13.31. Летучая мышь летит перпендикулярно к стене со скоростью $v = 6,0$ м/с, издавая ультразвук частотой $\nu = 45$ кГц. Какие две частоты звука ν_1 и ν_2 слышит летучая мышь? Скорость распространения звука в воздухе $c = 340$ м/с.

13.32.* Подводная лодка, погружаясь вертикально, излучает короткие звуковые импульсы сигнала гидролокатора длительностью τ_0 в направлении дна. Длительность отраженных сигналов, измеренных гидроакустиком на лодке, равна τ . Какова скорость погружения лодки? Скорость звука в воде v .

13.33. С какой силой F надо натянуть стальную струну длиной $l = 20$ см и диаметром $d = 0,2$ мм, чтобы она издавала тон ля (частота $\nu = 435$ Гц)?

13.34. Зная предел прочности для стали, найти наибольшую частоту ν , на которую можно настроить струну длиной $l = 1$ м.

13.35. Струна, натянутая с силой $F_1 = 147$ Н, дает с камертоном частоту биений $\nu_6 = 8$ Гц. После того как эту струну натянули с силой $F_2 = 156,8$ Н, она стала настроена с камертоном в унисон. Найти частоту ν_2 колебаний камертона.

13.36. Камертон предыдущей задачи дает с другим камертоном частоту биений $\nu_6 = 2$ Гц. Найти частоту колебаний ν второго камертона.

13.37.* Однородная веревка длиной L подвешена вертикально. Определить скорость распространения поперечных колебаний в зависимости от расстояния до нижнего конца веревки. Сколько времени идет волновой импульс от нижнего конца до верхнего?

13.38. Найти частоту ν основного тона: а) открытой трубы; б) закрытой трубы.

13.39. Закрытая труба издает основной тон до (частота $\nu_1 = 130,5$ Гц). Трубу открыли. Какую частоту ν_2 имеет основной тон теперь? Какова длина l трубы? Скорость распространения звука в воздухе $c = 340$ м/с.

§ 14. Электромагнитные колебания и волны

Период T электромагнитных колебаний в контуре, состоящем из емкости C , индуктивности L и сопротивления R , определяется формулой

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{1/LC - (R/2L)^2}}.$$

Если сопротивление R контура настолько мало, что

$$(R/2L)^2 \ll 1/LC,$$

то период колебаний

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

Если сопротивление контура R не равно нулю, то колебания будут затухающими. При этом разность потенциалов на обкладках конденсатора меняется со временем по закону

$$U = U_0 e^{-\delta t} \cos \omega t,$$

если время отсчитывать от момента, соответствующего наибольшей разности потенциалов на обкладках конденсатора. Здесь $\delta = R/2L$ — коэффициент затухания. Величина $\mathcal{N} = \delta T$ называется логарифмическим декрементом затухания. Если $\delta = 0$, то колебания будут незатухающими, и тогда можно написать

$$U = U_0 \cos \omega t.$$

Если время отсчитывать от момента, когда разность потенциалов на обкладках конденсатора равна нулю, то будет справедливым соотношение

$$U = U_0 \sin \omega t.$$

Закон Ома для переменного тока записывается в виде

$$I_{\text{эф}} = \frac{U_{\text{эф}}}{Z},$$

где $I_{\text{эф}}$ и $U_{\text{эф}}$ — эффективные значения тока и напряжения, связанные с их амплитудными значениями I_0 и U_0 соотношениями

$$I_{\text{эф}} = I_0/\sqrt{2}, \quad U_{\text{эф}} = U_0/\sqrt{2},$$

а Z — полное сопротивление цепи. Если цепь содержит сопротивление R , емкость C и индуктивность L , соединенные последовательно, то

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}.$$

При этом сдвиг фаз между напряжением и током определяется формулой

$$\text{tg } \varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}.$$

Формулы для полного сопротивления цепи Z и сдвига фаз φ для различных способов включения R , C и L даны в решении задачи 14.23.

Катушка, обладающая сопротивлением R и индуктивностью L , в цепи переменного тока соответствует последовательно включенным R и L . Конденсатор с утечкой, т. е. конденсатор, обладающий емкостью C и сопротивлением R , соответствует параллельно включенным R и C .

Мощность переменного тока

$$P = I_{\text{эф}} U_{\text{эф}} \cos \varphi.$$

14.1. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 888$ пФ и катушки с индуктивностью $L = 2$ мГн. На какую длину волны λ настроен контур?

14.2. На какой диапазон длин волн можно настроить колебательный контур, если его индуктивность $L = 2$ мГн, а емкость может меняться от $C_1 = 69$ нФ до $C_2 = 533$ нФ?

14.3.* Какое сопротивление может содержать колебательный контур, состоящий из катушки с индуктивностью 10 мГн и конденсатора емкостью 4 мкФ, чтобы в нем могли еще возникнуть электромагнитные колебания?

14.4. Катушки с индуктивностью $L = 30$ мкГн присоединены к плюскому конденсатору с площадью пластин $S = 0,01$ м² и расстоянием между ними $d = 0,1$ мм. Найти диэлектрическую проницаемость ϵ среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур настроен на длину волны $\lambda = 750$ м.

14.5. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 25$ нФ и катушки с индуктивностью $L = 1,015$ Гн. Обкладки конденсатора имеют заряд $q = 2,5$ мкКл. Написать уравнение (с числовыми коэффициентами) изменения разности потенциалов U на обкладках конденсатора и тока I в цепи. Найти разность потенциалов на обкладках конденсатора и ток в цепи в моменты времени $T/8$, $T/4$ и $T/2$. Построить графики этих зависимостей в пределах одного периода.

14.6. Для колебательного контура предыдущей задачи написать уравнение (с числовыми коэффициентами) изменения со временем t энергии электрического поля $W_{эл}$, энергии магнитного поля W_m и полной энергии поля W . Найти энергию электрического поля, энергию магнитного поля и полную энергию поля в моменты времени $T/8$, $T/4$ и $T/2$. Построить графики этих зависимостей в пределах одного периода.

14.7.* В LC -контуре $Q = Q_0$, $I = 0$ при $t = 0$. Через какую долю периода T , считая от $t = 0$, энергия впервые распределится поровну между катушкой и конденсатором? Каким в этот момент будет заряд конденсатора?

14.8. Уравнение изменения со временем тока в колебательном контуре имеет вид $I = -0,02 \sin 400\pi t$ А. Индуктивность контура $L = 1$ Гн. Найти период T колебаний, емкость C контура, максимальную энергию W_m магнитного поля и максимальную энергию $W_{эл}$ электрического поля.

14.9. Найти отношение энергии $W_m/W_{эл}$ магнитного поля колебательного контура к энергии его электрического поля для момента времени $T/8$.

14.10.* Какую энергию необходимо подвести к колебательному контуру с логарифмическим декрементом затухания $\chi = 0,03$, чтобы поддерживать в нем незатухающие колебания в течение 1 часа, если контур состоит из конденсатора емкостью $C = 0,05$ мкФ и катушки с $L = 2$ мГн, а максимальный ток в катушке $I_m = 5$ мА.

14.11. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 0,2$ мкФ и катушки с индуктивностью $L = 5,07$ мГн. При каком логарифмическом декременте затухания χ разность потенциалов на обкладках конденсатора за время $t = 1$ мс уменьшится в три раза? Каково при этом сопротивление R контура?

14.12.* Заряженный конденсатор с начальной емкостью C_0 замкнут на катушку индуктивности L . Найти такую зависимость от времени t емкости конденсатора, при которой ток в цепи нарастает прямо пропорционально времени.

14.13. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 2,22$ нФ и катушки длиной $l = 20$ см из медной проволоки диаметром $d = 0,5$ мм. Найти логарифмический декремент затухания χ колебаний.

14.14. Колебательный контур имеет емкость $C = 1,1$ нФ и индуктивность $L = 5$ мГн. Логарифмический декремент затухания $\chi = 0,005$. За какое время вследствие затухания потеряется 99% энергии контура?

14.15.* Какое сопротивление надо ввести в LC -контур ($L = 200$ мГн, $C = 1200$ нФ), чтобы изменить частоту колебаний на 0,10%. Увеличится или уменьшится частота колебаний?

14.16.* Ток в последовательной RL -цепочке возрастает от нуля до половины максимального значения за 1,56 мс. Определить: а) постоянную времени цепочки; б) сопротивление R , если $L = 310$ Гн.

14.17.* Резонансная частота контура, содержащего конденсатор емкостью 120 нФ, должна быть равна 18,0 МГц. Катушку индуктивности предполагается изготовить из изолированного провода длиной 12 м и диаметром 1,1 мм в виде соленоида с плотной намоткой без сердечника. Сколько витков должна иметь катушка?

14.18. Два конденсатора с емкостями $C_1 = 0,2$ мкФ и $C_2 = 0,1$ мкФ включены последовательно в цепь переменного тока напряжением $U = 220$ В и частотой $\nu = 50$ Гц. Найти ток I в цепи и падения потенциалов на первом и втором конденсаторах.

14.19. Катушка длиной $l = 25$ см и радиусом $r = 2$ см имеет обмотку из $N = 1000$ витков медной проволоки. Площадь поперечного сечения которой $s = 1$ мм². Катушка включена в цепь переменного тока частотой $\nu = 50$ Гц. Какую часть полного сопротивления Z катушки составляют активное сопротивление R и индуктивное сопротивление X_L ?

14.20. Конденсатор емкостью $C = 20$ мкФ и резистор, сопротивление которого $R = 150$ Ом, включены последовательно в цепь переменного тока частотой $\nu = 50$ Гц. Какую часть напряжения U , приложенного к этой цепи, составляют падения напряжения на конденсаторе U_C и на резисторе U_R ?

14.21.* В последовательной LR -цепочке ($R = 160$ Ом, $L = 0,85$ мГн) течет ток $I = 31 \cos(377t)$, где I выражено в амперах, t — в секундах. Какая мощность в среднем рассеивается в контуре?

14.22.* Чему равно эффективное значение силы тока в последовательной RL -цепочке ($R = 65,0$ Ом, $L = 50,0$ мГн), включенной в сеть 120 В, 60 Гц? Чему равен сдвиг фаз между напряжением и током? Какая мощность рассеивается в цепочке?

14.23. Найти формулы для полного сопротивления цепи Z и сдвига фаз φ между сопротивлением и током при различных способах включения сопротивления R , емкости C и индуктивности L . Рассмотреть случаи: а) R и C включены последовательно; б) R и C включены параллельно; в) R и L включены последовательно; г) R и L включены параллельно; д) R , L и C включены последовательно.

14.24. Конденсатор емкостью $C = 1 \text{ мкФ}$ и резистор с сопротивлением $R = 3 \text{ кОм}$ включены в цепь переменного тока частотой $\nu = 50 \text{ Гц}$. Найти полное сопротивление Z цепи, если конденсатор и резистор включены: а) последовательно; б) параллельно.

14.25. В цепь переменного тока напряжением $U = 220 \text{ В}$ и частотой $\nu = 50 \text{ Гц}$ включены последовательно емкость $C = 35,4 \text{ мкФ}$, сопротивление $R = 100 \text{ Ом}$ и индуктивность $L = 0,7 \text{ Гн}$. Найти ток I в цепи и падения напряжения U_C , U_R и U_L на емкости, сопротивлении и индуктивности.

14.26. Индуктивность $L = 22,6 \text{ мГн}$ и сопротивление R включены параллельно в цепь переменного тока частотой $\nu = 50 \text{ Гц}$. Найти сопротивление R , если известно, что сдвиг фаз между напряжением и током $\varphi = 2\pi/3$.

14.27.* Катушка с индуктивностью 23 мГн и сопротивлением $0,8 \text{ Ом}$ подключена к конденсатору C и источнику напряжения 360 Гц . Какую емкость должен иметь конденсатор C , чтобы напряжение и сила тока совпадали по фазе?

14.28. В цепь переменного тока напряжением $U = 220 \text{ В}$ включены последовательно емкость C , сопротивление R и индуктивность L . Найти падение напряжения U_R на сопротивлении, если известно, что падение напряжения на конденсаторе $U_C = 2U_R$, на индуктивности $U_L = 3U_R$.

Глава V ОПТИКА

§ 15. Геометрическая оптика и фотометрия

Для сферического зеркала оптическая сила D определяется формулой

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{2}{R} = \frac{1}{F} = D,$$

где a_1 и a_2 — расстояния предмета и изображения от зеркала, R — радиус кривой зеркала, F — его фокусное расстояние.

Расстояния, отсчитываемые от зеркала по лучу, считаются положительными, а против луча — отрицательными. Если F выражено в метрах, то D выражается в диоптриях (дптр): $1 \text{ дптр} = 1 \text{ м}^{-1}$.

При переходе луча из одной среды в другую имеет место закон преломления света

$$\frac{\sin i}{\sin \beta} = n = \frac{v_1}{v_2},$$

где i — угол падения, β — угол преломления, n — показатель преломления второй среды относительно первой, v_1 и v_2 — скорости распространения света в первой и во второй средах.

Для тонкой линзы, помещенной в однородную среду, оптическая сила D определяется формулой

$$-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{F} = D,$$

где a_1 и a_2 — расстояния предмета и изображения от линзы, n — показатель преломления материала линзы, R_1 и R_2 — радиусы кривизны линзы. Правило знаков для линз такое же, как и для зеркал. Оптическая сила двух тонких линз, сложенных вместе,

$$D = D_1 + D_2,$$

где D_1 и D_2 — оптические силы линз.

Поперечное линейное увеличение в зеркалах и линзах определяется формулой

$$k = \frac{y_2}{y_1} = \frac{a_2}{a_1},$$

где y_1 — высота предмета и y_2 — высота изображения.

Увеличение линзы

$$k = \frac{l}{F},$$

где l — расстояние наилучшего зрения и F — фокусное расстояние линзы.

Увеличение микроскопа

$$k = l d D_1 D_2,$$

где l — расстояние между окуляром и объективом, d — расстояние между фокусами объектива и окуляра, D_1 и D_2 — оптические силы объектива и окуляра.

Увеличение телескопа

$$k = \frac{F_1}{F_2},$$

где F_1 и F_2 — фокусные расстояния объектива и окуляра.

Световой поток Φ определяется энергией, переносимой световыми волнами через данную площадь в единицу времени:

$$\Phi = \frac{dW}{dt}.$$

Сила света I численно равна световому потоку, приходящемуся на единицу телесного угла:

$$I = \frac{d\Phi}{d\omega}.$$

Освещенность E характеризуется световым потоком, приходящимся на единицу площади:

$$E = \frac{d\Phi}{dS}.$$

Точечный источник силой света I освещает на площадке, отстоящей от него на расстоянии r , освещенность

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha,$$

где α — угол падения лучей.

Светимость R численно равна световому потоку, испускаемому единицей площади светящегося тела:

$$R = \frac{d\Phi}{dS}.$$

Если светимость тела обусловлена его освещенностью, то

$$R = \rho E,$$

где ρ — коэффициент отражения.

Яркостью B светящейся поверхности называется величина, численно равная отношению силы света с элемента излучающей поверхности к площади проекции этого элемента на плоскость, перпендикулярную к направлению наблюдения (т. е. к видимой поверхности элемента):

$$B = \frac{dI}{dS \cos \theta},$$

где θ — угол между нормалью к элементу поверхности и направлением наблюдения.

Если тело излучает по закону Ламберта, т. е. если яркость не зависит от направления, то светимость R и яркость B связаны соотношением

$$R = \pi B.$$

15.1.* Чему равна скорость света: а) в воде; б) в скинларе; в) во льду?

15.2.* Нить обычной электрической лампы накаливания испускает лучи световых волн продолжительностью около 10^{-8} с. Чему равна протяженность такого луча в пространстве?

15.3. На каком расстоянии a_2 от зеркала получится изображение предмета в выпуклом зеркале с радиусом кривизны $R = 40$ см, если предмет помещен на расстоянии $a_1 = 30$ см от зеркала? Какова будет высота y_2 изображения, если предмет имеет высоту $y_1 = 2$ см? Проверить вычисления, сделав чертеж на миллиметровой бумаге.

15.4. Выпуклое зеркало имеет радиус кривизны $R = 60$ см. На расстоянии $a_1 = 10$ см от зеркала поставлен предмет высотой $y_1 = 2$ см. Найти положение и высоту y_2 изображения. Дать чертеж.

15.5. В вогнутом зеркале с радиусом кривизны $R = 40$ см хотят получить действительное изображение, высота которого вдвое меньше высоты самого предмета. Где нужно поставить предмет и где получится изображение?

15.6.* На каком расстоянии от выпуклого зеркала (радиусом 24,0 см) должен находиться объект, чтобы его изображение оказалось бесконечно удаленным.

15.7. Перед вогнутым зеркалом на главной оптической оси перпендикулярно к ней на расстоянии $a_1 = 4F/3$ от зеркала поставлена горящая свеча. Изображение свечи в вогнутом зеркале попадает на выпуклое зеркало с фокусным расстоянием $F' = 2F$. Расстояние между зеркалами $d = 3F$, их оси совпадают. Изображение свечи в первом зеркале играет роль мнимого предмета по отношению ко второму зеркалу и дает действительное изображение, расположенное между обоими зеркалами. Построить это изображение и найти общее линейное увеличение k системы.

15.8. Где будет находиться и какой размер y_2 будет иметь изображение Солнца, получаемое в рефлекторе, радиус кривизны которого $R = 16$ м?

15.9. Если на зеркало падает пучок света, ширина которого определяется углом α (рис. 127), то луч, идущий параллельно главной оптической оси и падающий на край зеркала, после отражения от него пересечет оптическую ось уже не в фокусе, а на некотором расстоянии AF от фокуса.

Расстояние $x = AF$ называется продольной сферической aberrацией, расстояние $y = FH$ — поперечной сферической aberrацией. Вынести формулы, связывающие эти aberrации с углом α и радиусом кривизны зеркала R .

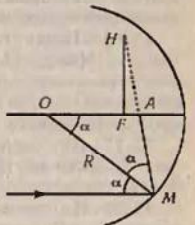


Рис. 127

15.10. Вогнутое зеркало с диаметром отверстия $d = 40$ см имеет радиус кривизны $R = 60$ см. Найти продольную x и поперечную y сферическую aberrацию красных лучей, параллельных главной оптической оси.

15.11. Имеется вогнутое зеркало с фокусным расстоянием $F = 20$ см. На каком наибольшем расстоянии h от главной оптической оси должен находиться предмет, чтобы продольная сферическая aberrация x составляла не больше 2% фокусного расстояния F ?

15.12. Луч света падает под углом $i = 30^\circ$ на плоскопараллельную стеклянную пластинку и выходит из нее параллельно первоначальному лучу. Показатель преломления стекла $n = 1,5$. Какова толщина d пластинки, если расстояние между лучами $l = 1,94$ см?

15.13. На плоскопараллельную стеклянную пластинку толщиной $d = 1$ см падает луч света под углом $i = 60^\circ$. Показатель преломления стекла $n = 1,73$. Часть света отражается, а часть, преломляясь, проходит в стекло, отражается от нижней поверхности пластинки и, преломляясь вторично, выходит обратно в воздух параллельно первому отраженному лучу. Найти расстояние l между лучами.

15.14. Луч света падает под углом i на тело с показателем преломления n . Как должны быть связаны между собой величины i и n , чтобы отраженный луч был перпендикулярен к преломленному?

15.15.* Под стеклянной пластинкой толщиной $d = 15$ см лежит маленькая крупинка. На каком расстоянии l от верхней поверхности пластинки образуется ее видимое изображение, если луч зрения перпендикулярен к поверхности пластинки, а показатель преломления стекла $n = 1,5$?

15.16.* Предмет помещен на оси вогнутого зеркала дальше его фокуса. Между фокусом и зеркалом помещена плоскопараллельная стеклянная пластинка толщиной d с показателем преломления n так, что ось зеркала перпендикулярна к пластинке. На сколько сместится изображение, если убрать пластинку?

15.17. Луч света выходит из скипидара в воздух. Предельный угол полного внутреннего отражения для этого луча $\beta = 42^\circ 23'$. Найти скорость v распространения света в скипидаре.

15.18. На стакан, наполненный водой, положена стеклянная пластинка. Под каким углом i должен падать на пластинку луч света, чтобы от поверхности раздела вода—стекло произошло полное внутреннее отражение? Показатель преломления стекла $n_1 = 1,5$.

15.19. На дно сосуда, наполненного водой до высоты $h = 10$ см, помещен точечный источник света. На поверхности воды плавает круглая непрозрачная пластинка так, что ее центр находится над

источником света. Какой наименьший радиус r должна иметь эта пластинка, чтобы ни один луч не мог выйти через поверхность воды?

15.20. При падении белого света под углом $i = 45^\circ$ на стеклянную пластинку углы преломления β лучей различных длин волн получились следующие:

λ , нм	750	687	589	486	397
β	$24^\circ 2'$	$23^\circ 57'$	$23^\circ 47'$	$23^\circ 27'$	$22^\circ 57'$

Построить график зависимости показателя преломления n материала пластинки от длины волны λ .

15.21. Показатели преломления некоторого сорта стекла для красного и фиолетового лучей равны $n_{кр} = 1,51$ и $n_{ф} = 1,53$. Найти предельные углы полного внутреннего отражения $\beta_{кр}$ и $\beta_{ф}$ при падении этих лучей на поверхность раздела стекло—воздух.

15.22.* Цилиндрический стакан с жидкостью поставлен на столу, рассматриваемую сквозь боковую стенку стакана. Найти наименьшую возможную величину показателя преломления n жидкости, при котором монета не видна.

15.23. Монохроматический луч падает нормально на боковую поверхность призмы, преломляющий угол которой $\gamma = 40^\circ$. Показатель преломления материала призмы для этого луча $n = 1,5$. Найти угол отклонения δ луча, выходящего из призмы, от первоначального направления.

15.24. Монохроматический луч падает нормально на боковую поверхность призмы и выходит из нее отклоненным на угол $\delta = 25^\circ$. Показатель преломления материала призмы для этого луча $n = 1,7$. Найти преломляющий угол γ призмы.

15.25. Преломляющий угол равнобедренной призмы $\gamma = 10^\circ$. Монохроматический луч падает на боковую грань под углом $i = 10^\circ$. Показатель преломления материала призмы для этого луча $n = 1,6$. Найти угол отклонения δ луча от первоначального направления.

15.26. Преломляющий угол призмы $\gamma = 45^\circ$. Показатель преломления материала призмы для некоторого монохроматического луча $n = 1,6$. Каков должен быть наибольший угол падения i этого луча на призму, чтобы при выходе луча из нее не наступило полное внутреннее отражение?

15.27. Пучок света скользит вдоль боковой грани равнобедренной призмы. При каком предельном преломляющем угле γ призмы преломленные лучи претерпят полное внутреннее отражение на второй боковой грани? Показатель преломления материала призмы для этих лучей $n = 1,6$.

15.28. Монохроматический луч падает на боковую поверхность прямоугольной равнобедренной призмы. Войдя в призму, луч претерпевает полное внутреннее отражение от основания призмы и выходит через вторую боковую поверхность призмы. Каким должен быть наименьший угол падения i луча на призму, чтобы еще происходило полное внутреннее отражение? Показатель преломления материала призмы для этого луча $n = 1,5$.

15.29. Монохроматический луч падает на боковую поверхность равнобедренной призмы и после преломления идет в призме параллельно ее основанию. Выйдя из призмы, он оказывается отклоненным на угол δ от своего первоначального направления. Найти связь между преломляющим углом призмы γ , углом отклонения луча δ и показателем преломления для этого луча n .

15.30. Луч белого света падает на боковую поверхность равнобедренной призмы под таким углом, что красный луч выходит из нее перпендикулярно к второй грани. Найти углы отклонения $\delta_{кр}$ и $\delta_{ф}$ красного и фиолетового лучей от первоначального направления, если преломляющий угол призмы $\gamma = 45^\circ$. Показатели преломления материала призмы для красного и фиолетового лучей равны $n_{кр} = 1,37$ и $n_{ф} = 1,42$.

15.31. Найти фокусное расстояние F_1 кварцевой линзы для ультрафиолетовой линии спектра ртути ($\lambda_1 = 259$ нм), если фокусное расстояние для желтой линии натрия ($\lambda_2 = 589$ нм) $F_2 = 16$ см. Показатели преломления кварца для этих длин волны равны $n_1 = 1,504$ и $n_2 = 1,458$.

15.32. Найти фокусное расстояние F для следующих линз: а) линза двояковыпуклая: $R_1 = 15$ см и $R_2 = -25$ см; б) линза плоско-выпуклая: $R_1 = 15$ см и $R_2 = \infty$; в) линза вогнуто-выпуклая (положительный мениск): $R_1 = 15$ см и $R_2 = 25$ см; г) линза двояковогнутая: $R_1 = -15$ см и $R_2 = 25$ см; д) линза плоско-вогнутая: $R_1 = \infty$, $R_2 = -15$ см; е) линза выпукло-вогнутая (отрицательный мениск): $R_1 = 25$ см, $R_2 = 15$ см. Показатель преломления материала линзы $n = 1,5$.

15.33. Из двух стекол с показателями преломления $n_1 = 1,5$ и $n_2 = 1,7$ сделаны две одинаковые двояковыпуклые линзы. Найти отношение F_1/F_2 их фокусных расстояний. Какое действие каждая из этих линз произведет на луч, параллельный оптической оси, если погрузить линзы в прозрачную жидкость с показателем преломления $n = 1,6$?

15.34. Радиусы кривизны поверхностей двояковыпуклой линзы $R_1 = R_2 = 50$ см. Показатель преломления материала $n = 1,5$. Найти оптическую силу D линзы.

15.35. На расстоянии $a_1 = 15$ см от двояковыпуклой линзы, оптическая сила которой $D = 10$ диоптр, поставлен перпендикулярно к оптической оси предмет высотой $y_1 = 2$ см. Найти положение и высоту y_2 изображения. Дать чертеж.

15.36. Доказать, что в двояковыпуклой линзе с равными радиусами кривизны поверхностей и с показателем преломления $n = 1,5$ фокусы совпадают с центрами кривизны.

15.37. Линза с фокусным расстоянием $F = 16$ см дает резкое изображение предмета при двух положениях, расстояние между которыми $d = 6$ см. Найти расстояние $a_1 + a_2$ от предмета до экрана.

15.38.* Собирающая линза дает изображение некоторого объекта на экране. Высота изображения равна a . Оставляя неподвижным экран и объект, начинают двигать линзу к экрану и находят, что при втором четком изображении объекта высота изображения равна b . Найти действительную высоту предмета h .

15.39.* В вогнутое зеркало, лежащее горизонтально, налито немного воды. Зеркало дает действительное изображение предмета на экране на расстоянии 54 см от зеркала. При приближении экрана к зеркалу изображение появляется вновь на расстоянии 36 см от зеркала. Определить радиус кривизны зеркала и расстояние l от него до предмета, если показатель преломления воды $n = 1,33$.

15.40.* Определить наименьшее расстояние между предметом и изображением для линзы с фокусным расстоянием F .

15.41. Найти фокусное расстояние F_2 линзы, погруженной в воду, если ее фокусное расстояние в воздухе $F_1 = 20$ см. Показатель преломления материала линзы $n = 1,6$.

15.42. Плоско-выпуклая линза с радиусом кривизны $R = 30$ см и показателем преломления $n = 1,5$ дает изображение предмета с увеличением $k = 2$. Найти расстояния a_1 и a_2 предмета и изображения от линзы. Дать чертеж.

15.43. Найти продольную хроматическую aberrацию двояковыпуклой линзы из флинтгласа с радиусами кривизны $R_1 = R_2 = 8$ см. Показатели преломления флинтгласа для красного ($\lambda_{кр} = 760$ нм) и фиолетового ($\lambda_{ф} = 430$ нм) лучей равны $n_{кр} = 1,5$ и $n_{ф} = 1,8$.

15.44. На расстоянии $a_1 = 40$ см от линзы предыдущей задачи на оптической оси находится светящаяся точка. Найти положение изображения этой точки, если она испускает монохроматический свет с длиной волны: а) $\lambda_1 = 760$ нм; б) $\lambda_2 = 430$ нм.

15.45. В фокальной плоскости двояковыпуклой линзы расположено плоское зеркало. Предмет находится перед линзой между фокусом и двойным фокусным расстоянием. Построить изображение предмета.

15.46. Найти увеличение k , даваемое лупой с фокусным расстоянием $F = 2$ см, для: а) нормального глаза с расстоянием наилучшего зрения $L = 25$ см; б) близорукого глаза с расстоянием наилучшего зрения $L = 15$ см.

15.47. Какими должны быть радиусы кривизны $R_1 = R_2$ поверхностей лупы, чтобы она давала увеличение для нормального

глаза $k = 10$? Показатель преломления стекла, из которого сделана лупа, $n = 1,5$.

15.48.* Человек с нормальным зрением пользуется лупой с фокусным расстоянием 8 см. Найти максимальное увеличение лупы.

15.49. Микроскоп состоит из объектива с фокусным расстоянием $F_1 = 2$ см и окуляра с фокусным расстоянием $F_2 = 40$ мм. Расстояние между фокусами объектива и окуляра $d = 18$ см. Найти увеличение k , даваемое микроскопом.

15.50. Картину площадью $S = 2 \times 2$ м² снимают фотоаппаратом, установленным от нее на расстоянии $a = 4,5$ м. Изображение получилось размером $\kappa = 5 \times 5$ см². Найти фокусное расстояние F объектива фотоаппарата. Расстояние от картины до объектива считать большим по сравнению с фокусным расстоянием.

15.51. Телескоп имеет объектив с фокусным расстоянием $F_1 = 150$ см и окуляр с фокусным расстоянием $F_2 = 10$ см. Под каким углом зрения ϑ видна полная Луна в этот телескоп, если невооруженным глазом она видна под углом $\vartheta_0 = 31'$?

15.52. При помощи двояковыпуклой линзы, имеющей диаметр $D = 9$ см и фокусное расстояние $F = 50$ см, изображение Солнца проектируется на экран. Каким получается диаметр d изображения Солнца, если угловой диаметр Солнца $\alpha = 32'$? Во сколько раз освещенность, создаваемая изображением Солнца, будет больше освещенности, вызываемой Солнцем непосредственно?

15.53. Свет от электрической лампочки с силой света $I = 200$ кд падает под углом $\alpha = 45^\circ$ на рабочее место, создавая освещенность $E = 141$ лк. На каком расстоянии r от рабочего места находится лампочка? На какой высоте h от рабочего места она висит?

15.54. Лампа, подвешенная к потолку, дает в горизонтальном направлении силу света $I = 60$ кд. Какой световой поток Φ падает на картину площадью $S = 0,5$ м², висящую вертикально на стене на расстоянии $r = 2$ м от лампы, если на противоположной стене находится большое зеркало на расстоянии $a = 2$ м от лампы?

15.55. Большой чертёж фотографируют сначала целиком, затем отдельные его детали в натуральную величину. Во сколько раз надо увеличить время экспозиции при фотографировании деталей?

15.56. 21 марта, в день весеннего равноденствия, на Северной Земле Солнце стоит в полдень под углом $\alpha = 10^\circ$ к горизонту. Во сколько раз освещенность площадки, поставленной вертикально, будет больше освещенности горизонтальной площадки?

15.57. В полдень во время весеннего и осеннего равноденствия Солнце стоит на экваторе в зените. Во сколько раз в это время освещенность поверхности Земли на экваторе больше освещенности поверхности Земли в Ленинграде? Широта Ленинграда $\varphi = 60^\circ$.

15.58. В центре квадратной комнаты площадью $S = 25$ м² висит лампа. На какой высоте h от пола должна находиться лампа, чтобы освещенность в углах комнаты была наибольшей?

15.59. Над центром круглого стола диаметром $D = 2$ м висит лампа с силой света $I = 100$ кд. Найти изменение освещенности E края стола при постепенном подъеме лампы в интервале $0,5 \leq h \leq 0,9$ м через каждые 0,1 м. Построить график $E = f(h)$.

15.60. В центре круглого стола диаметром $D = 1,2$ м стоит настольная лампа из одной электрической лампочки, расположенной на высоте $h_1 = 40$ см от поверхности стола. Над центром стола на высоте $h_2 = 2$ м от его поверхности висит люстра из четырех таких же лампочек. В каком случае получится большая освещенность на краю стола (и во сколько раз): когда горит настольная лампа или когда горит люстра?

15.61. Предмет при фотографировании освещается электрической лампой, расположенной от него на расстоянии $r_1 = 2$ м. Во сколько раз надо увеличить время экспозиции, если эту же лампу отодвинуть на расстояние $r_2 = 3$ м от предмета?

15.62. Найти освещенность E на поверхности Земли, вызываемую нормально падающими солнечными лучами. Яркость Солнца $B = 1,2 \cdot 10^9$ кд/м².

15.63.* Собирающая линза дает изображение предмета в натуральную величину. Во сколько раз уменьшится освещенность изображения предмета, если путем передвижения линзы и предмета увеличить площадь изображения в 9 раз?

15.64. Лампа, в которой светящим телом служит накаленный шарик диаметром $d = 3$ мм, дает силу света $I = 85$ кд. Найти яркость B лампы, если сферическая колба лампы сделана: а) из прозрачного стекла; б) из матового стекла. Диаметр колбы $D = 6$ см.

15.65.* Над горизонтальной поверхностью, освещенной точечным источником света силой 60 кд, на пути лучей поместили собирающую линзу так, чтобы источник находился в ее фокусе. Определить оптическую силу линзы, если освещенность поверхности под источником света 15 лк.

15.66. На лист белой бумаги площадью $S = 20 \times 30$ см² перпендикулярно к поверхности падает световой поток $\Phi = 120$ лм. Найти освещенность E , светимость R и яркость B бумажного листа, если коэффициент отражения $\rho = 0,75$.

15.67.* Над центром квадратной светящейся площадки на расстоянии $r = 5$ м от нее висит лампа. Рассчитать, на каком расстоянии от центра площадки освещенность поверхности земли в 2 раза меньше, чем в центре. Считать, что сила света лампы одинакова по всем направлениям.

15.68. Лист бумаги площадью $S = 10 \times 30$ см² освещается лампой с силой света $I = 100$ кд, причем на него падает 0,5% всего посылаемого лампой света. Найти освещенность E листа бумаги.

15.69. Электрическая лампа с силой света $I = 100$ кд посылает во все стороны в единицу времени $W_T = 122$ Дж/мин световой энергии. Найти механический эквивалент света K и к.п.д. η световой отдачи, если лампа потребляет мощность $N = 100$ Вт.

§ 16. Волновая оптика

По принципу Доплера частота ν' света, воспринимаемая регистрирующим прибором, связана с частотой ν , посылаемой источником света, соотношением

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}},$$

где v — скорость регистрирующего прибора относительно источника, c — скорость распространения света. Положительное значение v соответствует удалению источника света. При $v \ll c$ формулу приближенно можно представить в виде

$$\nu' \approx \nu \frac{1 - v/c}{1 + v/c} = \frac{\nu c}{c + v}.$$

Расстояние между интерференционными полосами на экране, расположенном параллельно двум когерентным источникам света,

$$l = \frac{L}{d} \lambda,$$

где λ — длина волны света, L — расстояние от экрана до источников света, стоящих друг от друга на расстоянии d (при этом $L \gg d$).

Результат интерференции света в плоскопараллельных пластинках (в проходящем свете) определяется формулами:

усиление света

$$2n \cos \beta = 2k \frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

ослабление света

$$2n \cos \beta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

где h — толщина пластинки, n — показатель преломления, β — угол преломления, λ — длина волны света. В отраженном свете условия усиления и ослабления света обратны условиям в проходящем свете.

Радиусы светлых колец Ньютона (в проходящем свете) определяются формулой

$$r_k = \sqrt{kR\lambda} \quad (k = 1, 2, \dots);$$

радиусом темных колец

$$r_k = \sqrt{(2k - 1)R \frac{\lambda}{2}} \quad (k = 1, 2, \dots).$$

где R — радиус кривизны линзы. В отраженном свете расположение светлых и темных колец обратно их расположению в проходящем свете.

Положение минимумов освещенности при дифракции от щели, на которую нормально падает пучок параллельных лучей, определяется условием

$$a \sin \varphi = \pm k\lambda \quad (k = 1, 2, 3, \dots),$$

где a — ширина щели, φ — угол дифракции, λ — длина волны падающего света.

В дифракционной решетке максимумы света наблюдаются в направлениях, составляющих с нормалью к решетке угол φ , удовлетворяющий соотношению (при условии, что свет падает на решетку нормально)

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

где d — постоянная решетки, φ — угол дифракции, λ — длина волны падающего света и k — порядок спектра. Постоянная решетки $d = 1/N_0$, где N_0 — число щелей решетки, приходящееся на единицу длины решетки.

Разрешающая способность дифракционной решетки определяется формулой

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = kN,$$

где N — общее число щелей решетки, k — порядок спектра, λ и $\lambda + \Delta\lambda$ — длина волн двух близких спектральных линий, еще разрешаемых решеткой.

Угловой дисперсией дифракционной решетки называется величина

$$\frac{d\varphi}{d\lambda}.$$

Линейной дисперсией дифракционной решетки называется величина

$$D = F \frac{d\varphi}{d\lambda},$$

где F — фокусное расстояние линзы, проектирующей спектр на экран.

При отражении естественного света от электрического зеркала имеют место формулы Френеля

$$I_{\perp} = 0,5I_0 \left[\frac{\sin(i - \beta)}{\sin(i + \beta)} \right]^2, \quad I_{\parallel} = 0,5I_0 \left[\frac{\lg(i - \beta)}{\lg(i + \beta)} \right]^2,$$

где I_{\perp} — интенсивность световых колебаний в отраженном луче, совершающихся в направлении, перпендикулярном к плоскости падения света, I_{\parallel} — интенсивность световых колебаний в отраженном луче, совершающихся в направлении, параллельном плоскости падения света, I_0 — интенсивность падающего естественного света, i — угол падения, β — угол преломления.

Если $i + \beta = 90^\circ$, то $I_{\parallel} = 0$. В этом случае угол падения i и показатель преломления n диэлектрического зеркала связаны соотношением

$$\lg i n = n \quad (\text{закон Брюстера}).$$

Интенсивность света, прошедшего через поляризатор и анализатор,

$$I = I_0 \cos^2 \varphi \quad (\text{закон Малюса}),$$

где φ — угол между плоскостями поляризатора и анализатора, I_0 — интенсивность света, прошедшего через поляризатор.

16.1. При фотографировании спектра Солнца было найдено, что желтая спектральная линия ($\lambda = 589 \text{ нм}$) в спектрах, полученных от левого и правого краев Солнца, была смещена на $\Delta\lambda = 0,008 \text{ нм}$. Найти скорость v вращения солнечного диска.

16.2. Какая разность потенциалов U была приложена между электродами гелиевой разрядной трубки, если при наблюдении вдоль пучка α -частиц максимальное доплеровское смещение линии гелия ($\lambda = 492,2 \text{ нм}$) получилось равным $\Delta\lambda = 0,8 \text{ нм}$?

16.3. При фотографировании спектра звезды ϵ Андромеды было найдено, что линия титана ($\lambda = 495,4 \text{ нм}$) смещена к фиолетовому концу спектра на $\Delta\lambda = 0,17 \text{ нм}$. Как движется звезда относительно Земли?

16.4.* Найти число полос интерференции, получающихся с помощью биризммы, если показатель преломления ее n , преломляющий угол α , длина волны источника λ . Расстояние от источника света до биризммы равно a , а расстояние от биризммы до экрана b .

16.5. В опыте Юнга отверстия освещались монохроматическим светом ($\lambda = 600 \text{ нм}$). Расстояние между отверстиями $d = 1 \text{ мм}$, расстояние от отверстий до экрана $L = 3 \text{ м}$. Найти положение трех первых светлых полос.

16.6. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света $d = 0,5 \text{ мм}$, расстояние до экрана $L = 5 \text{ м}$. В зеленом свете получились интерференционные полосы, расположенные на расстоянии $l = 5 \text{ мм}$ друг от друга. Найти длину волны λ зеленого света.

16.7. В опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей помещалась тонкая стеклянная пластинка, вследствие чего центральная светлая полоса смещалась в положение, первоначально занятое пятой светлой полосой (не считая центральной). Луч падает перпендикулярно к поверхности пластинки. Показатель преломления пластинки $n = 1,5$. Длина волны $\lambda = 600 \text{ нм}$. Какова толщина h пластинки?

16.8. В опыте Юнга стеклянная пластинка толщиной $h = 12 \text{ см}$ помещается на пути одного из интерферирующих лучей перпендикулярно к лучу. На сколько могут отличаться друг от друга показатели преломления в различных местах пластинки, чтобы изменение разности хода от этой неоднородности не превышало $\Delta \approx 1 \text{ мкм}$?

16.9. На мыльную пленку падает белый свет под углом $i = 45^\circ$ к поверхности пленки. При какой неизменной толщине h пленки отраженные лучи будут окрашены в желтый цвет ($\lambda = 600 \text{ нм}$)? Показатель преломления мыльной воды $n = 1,33$.

16.10. Мыльная пленка, расположенная вертикально, образует клин вследствие стекания жидкости. При наблюдении интерференции полос в отраженном свете радиус дуги ($\lambda = 546,1 \text{ нм}$)

оказалось, что расстояние между пятой полосами $l = 2 \text{ см}$. Найти угол γ клина. Свет падает перпендикулярно к поверхности пленки. Показатель преломления мыльной воды $n = 1,33$.

16.11. Мыльная пленка, расположенная вертикально, образует клин вследствие стекания жидкости. Интерференция наблюдается в отраженном свете через красное стекло ($\lambda_1 = 631 \text{ нм}$). Расстояние между соседними красными полосами при этом $l_1 = 3 \text{ мм}$. Затем эта же пленка наблюдается через синее стекло ($\lambda_2 = 460 \text{ нм}$). Найти расстояние l_2 между соседними синими полосами. Считать, что за время измерений форма пленки не изменяется и свет падает перпендикулярно к поверхности пленки.

16.12. Пучок света ($\lambda = 582 \text{ нм}$) падает перпендикулярно к поверхности стеклянного клина. Угол клина $\gamma = 20''$. Какое число k_0 темных интерференционных полос приходится на единицу длины клина? Показатель преломления стекла $n = 1,5$.

16.13.* Тонкая пленка с показателем преломления 1,5 освещается светом с длиной волны $\lambda = 600 \text{ нм}$. При какой минимальной толщине пленки исчезнут интерференционные полосы?

16.14. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы $R = 8,6 \text{ м}$. Наблюдение ведется в отраженном свете. Измерениями установлено, что радиус четвертого темного кольца (считая центральное темное пятно за нулевое) $r_4 = 4,5 \text{ мм}$. Найти длину волны λ падающего света.

16.15. Установка для получения колец Ньютона освещается белым светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы $R = 5 \text{ м}$. Наблюдение ведется в проходящем свете. Найти радиусы r_c и $r_{кр}$ четвертого синего кольца ($\lambda_c = 400 \text{ нм}$) и третьего красного кольца ($\lambda_{кр} = 630 \text{ нм}$).

16.16. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы $R = 15 \text{ м}$. Наблюдение ведется в отраженном свете. Расстояние между пятым и двадцать пятым светлыми кольцами Ньютона $l = 9 \text{ мм}$. Найти длину волны λ монохроматического света.

16.17. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Наблюдение ведется в отраженном свете. Расстояние между вторым и двадцатым темными кольцами $l_1 = 4,8 \text{ мм}$. Найти расстояние l_2 между третьим и шестнадцатым темными кольцами Ньютона.

16.18. Установка для получения колец Ньютона освещается светом от ртутной дуги, падающим по нормали к поверхности пластинки. Наблюдение ведется в проходящем свете. Какое по порядку светлое кольцо, соответствующее линии $\lambda_1 = 579,1 \text{ нм}$, совпадает со следующим светлым кольцом, соответствующим линии $\lambda_2 = 577 \text{ нм}$?

16.19. Установка для получения колец Ньютона освещается светом с длиной волны $\lambda = 589$ нм, падающим по нормали к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы $R = 10$ м. Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью. Найти показатель преломления n жидкости, если радиус третьего светлого кольца в проходящем свете $r_3 = 3,65$ мм.

16.20. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 600$ нм, падающим по нормали к поверхности пластинки. Найти толщину h воздушного слоя между линзой и стеклянной пластинкой в том месте, где наблюдается четвертое темное кольцо в отраженном свете.

16.21.* Найти радиус r центрального темного пятна колец Ньютона, если между линзой и пластинкой налит бензол ($n = 1,5$). Радиус кривизны линзы $R = 1$ м. Показатели преломления линзы и пластинки одинаковы. Наблюдение ведется в отраженном свете с длиной волны $\lambda = 5890$ Å.

16.22. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. После того как пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнили жидкостью, радиусы темных колец в отраженном свете уменьшились в 1,25 раза. Найти показатель преломления n жидкости.

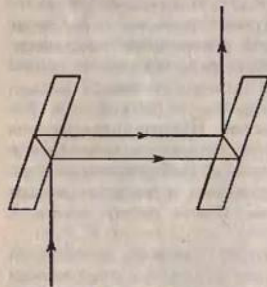


Рис. 128

16.23. В опыте с интерферометром Майкельсона для смещения интерференционной картины на $k = 500$ полос потребовалось переместить зеркало на расстояние $L = 0,161$ мм. Найти длину волны λ падающего света.

16.24. Для измерения показателя преломления аммиака в одно из плечей интерферометра Майкельсона поместили откачанную трубку длиной $l = 14$ см. Концы трубки закрыли плоскопараллельными стеклами. При заполнении трубки аммиаком интерференционная картина для длины волны $\lambda = 590$ нм сместилась на $k = 180$ полос. Найти показатель преломления n аммиака.

16.25. На пути одного из лучей интерферометра Жамена (рис. 128) поместили трубку длиной $l = 10$ см. При заполнении трубки хлором интерференционная картина для длины волны $\lambda = 590$ нм сместилась на $k = 131$ полосу. Найти показатель преломления n хлора.

16.26. Пучок белого света падает по нормали к поверхности стеклянной пластинки толщиной $d = 0,4$ мкм. Показатель преломления стекла $n = 1,5$. Какие длины волн λ , лежащие в пределах видимого спектра (от 400 до 700 нм), усиливаются в отраженном свете?

16.27. На поверхность стеклянного объектива ($n_1 = 1,5$) нанесена тонкая пленка, показатель преломления которой $n_2 = 1,2$ («просветляющая» пленка). При какой наименьшей толщине d этой пленки произойдет максимальное ослабление отраженного света в средней части видимого спектра?

16.28.* Однослойное оптическое покрытие снижает до нуля отражение света с $\lambda = 550$ нм. Во сколько раз снижает отражение то же покрытие при $\lambda = 450$ нм и $\lambda = 700$ нм по сравнению со случаем, когда покрытие отсутствует?

16.29. Найти радиусы r_k первых пяти зон Френеля, если расстояние от источника света до волновой поверхности $a = 1$ м, расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения $b = 1$ м. Длина волны света $\lambda = 600$ нм.

16.30. Найти радиусы r_k первых пяти зон Френеля для плоской волны, если расстояние от волновой поверхности до источника наблюдения $b = 1$ м. Длина волны света $\lambda = 500$ нм.

16.31. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии l от точечного источника монохроматического света ($\lambda = 600$ нм). На расстоянии $a = 0,5l$ от источника помещена круглая непрозрачная преграда диаметром $D = 1$ см. Найти расстояние l , если преграда закрывает только центральную зону Френеля.

16.32. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии $l = 4$ м от точечного источника монохроматического света ($\lambda = 500$ нм). Посередине между экраном и источником света помещена диафрагма с круглым отверстием. При каком радиусе R отверстия центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет наиболее темным?

16.33. На диафрагму с диаметром отверстия $D = 1,96$ мм падает нормально параллельный пучок монохроматического света ($\lambda = 600$ нм). При каком наибольшем расстоянии l между диафрагмой и экраном в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно?

16.34.* Диск из стекла с показателем преломления n (для длины волны λ) закрывает полторы зоны Френеля для точки наблюдения A . При какой толщине диска b освещенность в A будет наибольшей?

16.35.* Какова интенсивность I в фокусе зонной пластинки, если закрыты все зоны, кроме черной? Интенсивность света без пластинки I_0 .

16.36. На щель шириной $a = 6\lambda$ падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны λ . Под каким углом φ будет наблюдаться третий дифракционный минимум света?

16.37.* На узкую щель нормально падает параллельный пучок монохроматического света. Определить относительную интенсивность вторичных максимумов.

16.38. Какое число штрихов N_0 на единицу длины имеет дифракционная решетка, если зеленая линия ртути ($\lambda = 546,1$ нм) в спектре первого порядка наблюдается под углом $\varphi = 19^\circ 8'$?

16.39. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. Натриевая линия ($\lambda_1 = 589$ нм) дает в спектре первого порядка угол дифракции $\varphi_1 = 17^\circ 8'$. Некоторая линия дает в спектре второго порядка угол дифракции $\varphi_2 = 24^\circ 12'$. Найти длину волны λ_2 этой линии и число штрихов N_0 на единицу длины решетки.

16.40. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки. Какова должна быть постоянная d дифракционной решетки, чтобы в направлении $\varphi = 41^\circ$ совпали максимумы линий $\lambda_1 = 656,3$ нм и $\lambda_2 = 410,2$ нм?

16.41. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. При повороте трубы гониометра на угол φ в поле зрения видна линия $\lambda_1 = 440$ нм в спектре третьего порядка. Будут ли видны под этим же углом φ другие спектральные линии λ_2 , соответствующие длинам волн в пределах видимого спектра (от 400 до 700 нм)?

16.42. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной гелием. На какую линию λ_2 в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия ($\lambda_1 = 670$ нм) спектра второго порядка?

16.43. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной гелием. Сначала зрительная труба устанавливается на фиолетовые линии ($\lambda_\phi = 389$ нм) по обе стороны от центральной полосы в спектре первого порядка. Отсчеты по лимбу вправо от нулевого деления дали $\varphi_{\phi 1} = 27^\circ 33'$ и $\varphi_{\phi 2} = 36^\circ 27'$. После этого зрительная труба устанавливается на красные линии по обе стороны от центральной полосы в спектре первого порядка. Отсчеты по лимбу вправо от нулевого деления дали $\varphi_{кр 1} = 23^\circ 54'$ и $\varphi_{кр 2} = 40^\circ 6'$. Найти длину волны $\lambda_{кр}$ красной линии спектра гелия.

16.44. Найти наибольший порядок k спектра для желтой линии натрия ($\lambda = 589$ нм), если постоянная дифракционной решетки $d = 2$ мкм.

16.45. На дифракционную решетку нормально падает пучок монохроматического света. Максимум третьего порядка наблюдается под углом $\varphi = 36^\circ 48'$ к нормали. Найти постоянную d решетки, выраженную в длинах волн падающего света.

16.46.* Монохроматический свет падает на прозрачную дифракционную решетку под углом θ к нормали. Постоянная решетки d . Определить соотношение для дифракционных максимумов.

16.47.* Дифракционная решетка с 5500 штрих/см имеет ширину 3,6 см. На решетку падает свет с длиной волны 624 нм. На сколько могут различаться две длины волны, если их надо разрешить в любом порядке? В каком порядке достигается наилучшее разрешение?

16.48. Какова должна быть постоянная d дифракционной решетки, чтобы в первом порядке были разрешены линии спектра калия $\lambda_1 = 404,4$ нм и $\lambda_2 = 404,7$ нм? Ширина решетки $a = 3$ см.

16.49. Какова должна быть постоянная d дифракционной решетки, чтобы в первом порядке был разрешен дублет натрия $\lambda_1 = 589$ нм и $\lambda_2 = 589,6$ нм? Ширина решетки $a = 2,5$ см.

16.50. Постоянная дифракционной решетки $d = 2$ мкм. Какую разность длин волн $\Delta\lambda$ может разрешить эта решетка в области желтых лучей ($\lambda = 600$ нм) в спектре второго порядка? Ширина решетки $a = 2,5$ см.

16.51. Постоянная дифракционной решетки $d = 2,5$ мкм. Найти угловую дисперсию $d\varphi/d\lambda$ решетки для $\lambda = 589$ нм в спектре первого порядка.

16.52. Угловая дисперсия дифракционной решетки для $\lambda = 668$ нм в спектре первого порядка $d\varphi/d\lambda = 2,02 \cdot 10^3$ рад/м. Найти период d дифракционной решетки.

16.53. Найти линейную дисперсию D дифракционной решетки в условиях предыдущей задачи, если фокусное расстояние линзы, проектирующей спектр на экран, равно $F = 40$ см.

16.54. На каком расстоянии l друг от друга будут находиться на экране две линии ргунтой дуги ($\lambda_1 = 577$ нм и $\lambda_2 = 579,1$ нм) в спектре первого порядка, полученном при помощи дифракционной решетки? Фокусное расстояние линзы, проектирующей спектр на экран, $F = 0,6$ м. Постоянная решетки $d = 2$ мкм.

16.55. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. Красная линия ($\lambda_1 = 630$ нм) видна в спектре третьего порядка под углом $\varphi = 60^\circ$. Какая спектральная линия λ_2 видна под этим же углом в спектре четвертого порядка? Какое число штрихов N_0 на единицу длины имеет дифракционная решетка? Найти угловую дисперсию $d\varphi/d\lambda$ этой решетки для длины волны $\lambda_1 = 630$ нм в спектре третьего порядка.

16.56.* Найти условие равенства нулю интенсивности m -го максимума для дифракционной решетки с периодом d и шириной щели b .

16.57. Какое фокусное расстояние F должна иметь линза, проектирующая на экран спектр, полученный при помощи дифракционной решетки, чтобы расстояние между двумя линиями калия $\lambda_1 = 404,4$ нм и $\lambda_2 = 404,7$ нм в спектре первого порядка было равно $l = 0,1$ мм? Постоянная решетки $d = 2$ мкм.

16.58. Найти угол i_B полной поляризации при отражении света от стекла, показатель преломления которого $n = 1,57$.

16.59. Предельный угол полного внутреннего отражения для некоторого вещества $i = 45^\circ$. Найти для этого вещества угол i_B полной поляризации.

16.60. Под каким углом i_B к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были наиболее полно поляризованы?

16.61. Найти показатель преломления n стекла, если при отражении от него света отраженный луч будет полностью поляризован при угле преломления $\beta = 30^\circ$.

16.62. Луч света проходит через жидкость, надругую в стеклянный ($n = 1,5$) сосуд, и отражается от дна. Отраженный луч полностью поляризован при падении его на дно сосуда под углом $i_B = 42^\circ 37'$. Найти показатель преломления n жидкости. Под каким углом i должен падать на дно сосуда луч света, идущий в этой жидкости, чтобы наступило полное внутреннее отражение?

16.63. Пучок плоскополяризованного света ($\lambda = 589 \text{ нм}$) падает на пластинку исландского шпата перпендикулярно к его оптической оси. Найти длины волн λ_o и λ_e обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле, если показатели преломления исландского шпата для обыкновенного и для необыкновенного лучей равны $n_o = 1,66$ и $n_e = 1,49$.

16.64. Найти угол φ между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, проходящего через поляризатор и анализатор, уменьшается в 4 раза.

16.65. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, поставленные так, что угол между их главными плоскостями равен φ . Как поляризатор, так и анализатор поглощают и отражают 8% падающего на них света. Оказалось, что интенсивность луча, вышедшего из анализатора, равна 9% интенсивности естественного света, падающего на поляризатор. Найти угол φ .

16.66. Найти коэффициент отражения ρ естественного света, падающего на стекло ($n = 1,54$) под углом i_B полной поляризации. Найти степень поляризации P лучей, прошедших в стекло.

16.67.* Стопа Столетова состоит из десяти тонких плоскопараллельных стеклянных пластинок, на которые луч падает под углом полной поляризации. Вычислить степень поляризации преломленного луча в зависимости от числа N пройденных им пластинок ($n = 1,5$). Падающий свет естественный.

16.68. Найти коэффициент отражения ρ и степень поляризации P_1 отраженных лучей при падении естественного света на стекло ($n = 1,5$) под углом $i = 45^\circ$. Какова степень поляризации P_2 преломленных лучей?

§ 17. Элементы теории относительности

Длина l тела, движущегося со скоростью v относительно некоторой системы отсчета, связана с длиной l_0 тела, неподвижного в этой системе, соотношением

$$l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2},$$

где $\beta = v/c$, c — скорость распространения света.

Промежуток времени Δt в системе, движущейся со скоростью v по отношению к наблюдателю, связан с промежутком времени Δt_0 в неподвижной для наблюдателя системе соотношением

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Зависимость массы m тела от скорости v его движения дается уравнением

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

где m_0 — масса покоя этого тела.

Зависимость кинетической энергии тела от скорости v его движения дается уравнением

$$W_k = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right).$$

Изменение массы системы на Δm соответствует изменению энергии системы на

$$\Delta W = c^2 \Delta m.$$

17.1. При какой относительной скорости v движения релятивистское сокращение длины движущегося тела составляет 25%?

17.2. Какую скорость v должно иметь движущееся тело, чтобы его продольные размеры уменьшились в 2 раза?

17.3. Мезоны космических лучей достигают поверхности Земли с самыми разнообразными скоростями. Найти релятивистское сокращение размеров мезона, скорость которого равна 95% скорости света.

17.4. Во сколько раз увеличивается продолжительность существования нестабильной частицы по часам неподвижного наблюдателя, если она начинает двигаться со скоростью, составляющей 99% скорости света?

17.5. Мезон, входящий в состав космических лучей, движется со скоростью, составляющей 95% скорости света. Какой промежуток времени Δt по часам неподвижного наблюдателя соответствует одной секунде «собственного времени» мезона?

17.6. На сколько увеличится масса α -частицы при ускорении ее от начальной скорости, равной нулю, до скорости, равной 0,9 скорости света?

17.7. Найти отношение e/m заряда электрона к его массе для скоростей: а) $v \ll c$; б) $v = 2 \cdot 10^8$ м/с; в) $v = 2,2 \cdot 10^8$ м/с; г) $v = 2,4 \cdot 10^8$ м/с; д) $v = 2,6 \cdot 10^8$ м/с; е) $v = 2,8 \cdot 10^8$ м/с. Составить таблицу и построить графики зависимостей m и e/m от величины $\beta = v/c$ для указанных скоростей.

17.8. При какой скорости v масса движущегося электрона вдвое больше его массы покоя?

17.9. До какой энергии W_k можно ускорить частицы в циклотроне, если относительно увеличение массы частицы не должно превышать 5%? Задачу решить для: а) электронов; б) протонов; в) дейтронов.

17.10. Какую ускоряющую разность потенциалов U должен пройти электрон, чтобы его скорость составила 95% скорости света?

17.11. Какую ускоряющую разности потенциалов U должен пройти протон, чтобы его продольные размеры стали меньше в 2 раза?

17.12.* π^0 -мезон ($m_0 = 2,4 \cdot 10^{-28}$ кг) движется со скоростью $v = 0,8 \cdot c = 2,4 \cdot 10^8$ м/с. Чему равна его кинетическая энергия? Полученный ответ сравните с вычислениями по классической механике.

17.13.* Сколько энергии выделяется при распаде π^0 -мезона из предыдущего примера и его превращении в электромагнитное излучение?

17.14.* На сколько изменится масса сферического проводника радиусом $R = 1$ м, если ему сообщить заряд $Q = 85$ мкКл.

17.15.* Электрон ($m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг) под действием консервативной силы ускоряется из состояния покоя до скорости v . При этом его потенциальная энергия убывает на $4,2 \cdot 10^{-14}$ Дж. Определить скорость электрона.

17.16. Циклотрон дает пучок электронов с кинетической энергией $W_k = 0,67$ МэВ. Какую долю β скорости света составляет скорость электронов в этом пучке?

17.17. Составить для электронов и протонов таблицу зависимости их кинетической энергии W_k от скорости v (в долях скорости света) для значений β , равных 0,1; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 0,95; 0,999.

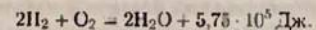
17.18. Масса движущегося электрона вдвое больше его массы покоя. Найти кинетическую энергию W_k электрона.

17.19. Какому изменению массы Δm соответствует изменение энергии на $\Delta W = 4,19$ Дж?

17.20. Найти изменение энергии ΔW , соответствующее изменению массы на $\Delta m = 1$ а.е.м.

17.21. Найти изменение энергии ΔW , соответствующее изменению массы $\Delta m = m_e$.

17.22. Найти изменение массы $\Delta m_{\text{д}}$, происходящее при образовании $\nu = 1$ моль воды, если реакция образования воды такова:



17.23. При делении ядра урана ${}^{235}_{92}\text{U}$ освобождается энергия $W = 200$ МэВ. Найти изменение массы $\Delta m_{\text{д}}$ при делении $\nu = 1$ моль урана.

17.24. Солнце излучает поток энергии $P = 3,9 \cdot 10^{26}$ Вт. За какое время τ масса Солнца уменьшится в 2 раза? Излучение Солнца считать постоянным.

§ 18. Тепловое излучение

Энергетическая светимость (излучательность) абсолютно черного тела, т.е. энергии, излучаемой в единицу времени единицей поверхности абсолютно черного тела, определяется формулой Стефана—Больцмана

$$R_s = \sigma T^4,$$

где T —термодинамическая температура, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴)—постоянная Стефана—Больцмана.

Если излучаемое тело не является абсолютно черным, то

$$R_s = k\sigma T^4,$$

где коэффициент k всегда меньше единицы.

Энергетическая светимость R_s связана со спектральной плотностью энергетической светимости абсолютно черного тела r_λ соотношением

$$R_s = \int_0^\infty r_\lambda d\lambda.$$

Излучательная способность абсолютно черного тела

$$\epsilon_{\nu, T} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}.$$

где $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж/с — постоянная Планка, ν — частота света, $c = 3 \times 10^{10}$ см/с — скорость света, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/к — постоянная Больцмана, T — температура абсолютно черного тела.

Произведение термодинамической температуры абсолютно черного тела на длину волны, при которой спектральная плотность энергетической светимости этого тела максимальна, равна постоянной величине (первый закон Вина):

$$\lambda_m T = C_1 = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}.$$

Максимальная спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела возрастает пропорционально пятой степени температуры (второй закон Вина):

$$r_{\lambda_{\text{max}}} = C_2 T^5, \quad \text{где } C_2 = 1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/(м}^3 \cdot \text{К}^5).$$

18.1. Найти температуру T печи, если известно, что излучение из отверстия в ней площадью $S = 6,1 \text{ см}^2$ имеет мощность $N = 34,6 \text{ Вт}$. Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела.

18.2. Какую мощность излучения N имеет Солнце? Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела. Температура поверхности Солнца $T = 5800 \text{ К}$.

18.3. Какую энергетическую светимость R'_0 имеет затвердевающий свинец? Отношение энергетических светимостей свинца и абсолютно черного тела для данной температуры $k = 0,6$.

18.4. Мощность излучения абсолютно черного тела $N = 34 \text{ кВт}$. Найти температуру T этого тела, если известно, что его поверхность $S = 0,6 \text{ м}^2$.

18.5. Мощность излучения раскаленной металлической поверхности $N' = 0,67 \text{ кВт}$. Температура поверхности $T = 2500 \text{ К}$, ее площадь $S = 10 \text{ см}^2$. Какую мощность излучения N имела бы эта поверхность, если бы она была абсолютно черной? Найти отношение k энергетических светимостей этой поверхности и абсолютно черного тела при данной температуре.

18.6. Диаметр вольфрамовой спирали в электрической лампочке $d = 0,3 \text{ мм}$, длина спирали $l = 5 \text{ см}$. При включении лампочки в сеть напряжением $U = 127 \text{ В}$ через лампочку течет ток $I = 0,31 \text{ А}$. Найти температуру T спирали. Считать, что по установившемуся равновесию все выделяющееся в нити тепло теряется в результате излучения. Отношение энергетических светимостей вольфрама и абсолютно черного тела для данной температуры $k = 0,31$.

18.7. Температура вольфрамовой спирали в 25-ваттной электрической лампочке $T = 2450 \text{ К}$. Отношение ее энергетической светимости к энергетической светимости абсолютно черного тела при данной температуре $k = 0,3$. Найти площадь S излучающей поверхности спирали.

18.8. Найти солнечную постоянную K , т.е. количество лучистой энергии, посылаемой Солнцем в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную к солнечным лучам и находящуюся на таком же расстоянии от него, как и Земля. Температура поверхности Солнца $T = 5800 \text{ К}$. Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела.

18.9. Считая, что атмосфера поглощает 10% лучистой энергии, посылаемой Солнцем, найти мощность излучения N , получаемую от Солнца горизонтальным участком Земли площадью $S = 0,5 \text{ га}$. Высота Солнца над горизонтом $\varphi = 30^\circ$. Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела.

18.10.* Температура поверхности Солнца 6000 К , отношение диаметра земной орбиты к диаметру Солнца составляет $2,14 \cdot 10^8$. Считается, что Земля одинаково излучает по всем направлениям, вычислите ее среднюю температуру.

18.11. Какую энергетическую светимость R_0 имеет абсолютно черное тело, если максимум спектральной плотности его энергетической светимости приходится на длину волны $\lambda = 484 \text{ нм}$?

18.12. Мощность излучения абсолютно черного тела $N = 10 \text{ кВт}$. Найти площадь S излучающей поверхности тела, если максимум спектральной плотности его энергетической светимости приходится на длину волны $\lambda = 700 \text{ нм}$.

18.13. В каких областях спектра лежат длины волн, соответствующие максимуму спектральной плотности энергетической светимости, если источником света служит: а) спираль электрической лампочки ($T = 3000 \text{ К}$); б) поверхность Солнца ($T = 6000 \text{ К}$); в) атомная бомба, в которой в момент взрыва развивается температура $T \approx 10^7 \text{ К}$? Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела.

18.14. На рис. 129 дана кривая зависимости спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела r_λ от длины волны λ при некоторой температуре. К какой температуре T относится эта кривая? Какой процент излучаемой энергии приходится на долю видимого спектра при этой температуре?

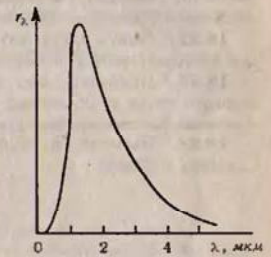


Рис. 129

18.15. При нагревании абсолютно черного тела длина волны λ , на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась от 690 до 500 нм . Во сколько раз увеличилась при этом энергетическая светимость тела?

18.16. На какую длину волны λ приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела, имеющего температуру, равную температуре $t = 37^\circ \text{ C}$ человеческого тела, т.е. $T = 310 \text{ К}$?

18.17. Температура T абсолютно черного тела изменилась при нагревании от 1000 до 3000 К . Во сколько раз увеличилась при этом его энергетическая светимость R_0 ? На сколько изменилась длина волны λ , на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости? Во сколько раз увеличился его максимальная спектральная плотность энергетической светимости r_λ ?

18.18. Абсолютно черное тело имеет температуру $T_1 = 2900 \text{ К}$. В результате остывания тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на $\Delta\lambda = 9 \text{ мкм}$. До какой температуры T_2 охладилось тело?

18.19.* Определить температуру тела, при которой оно излучало бы энергии в 10 раз больше, чем поглощало. Температура окружающей среды $t_0 = 23^\circ\text{C}$.

18.20.* Лазер на рубине излучает в импульсе длительностью $\tau = 0,5$ мс энергию $E = 10$ Дж в виде параллельного светового пучка. Длина волны лазера $\lambda = 6943$ Å, ширина линии $\Delta\lambda = 0,01$ Å. Определить по спектральной плотности излучения эффективную температуру $T_{\text{эфф}}$ в лазерном луче.

18.21.* В черный тонкостенный металлический сосуд, имеющий форму куба, налит 1 кг воды, нагретой до 50°C . Определить время t остывания сосуда до 10°C , если он помещен в черную полость, температура стенок которой поддерживается при 0°C , а вода заполняет весь объем сосуда.

18.22.* Найти энтропию и теплоемкость излучения черного тела температурой T в объеме V .

18.23.* Показать, что излучательная способность абсолютно черного тела и объемная спектральная плотность энергии $u_{\nu,T}$ связаны соотношением $\epsilon_{\nu,T} = 0,25 c \cdot u_{\nu,T}$.

18.24.* Вывести из формулы Планка соотношения Рэлея — Джинса и Вина.

Глава VI

ФИЗИКА АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА

§ 19. Квантовая природа света и волновые свойства частиц

Энергия фотона (кванта света) определяется формулой

$$\epsilon = h\nu,$$

где $h = 6,626176 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка, ν [Гц] — частота колебания. Импульс и масса фотона

$$p = \frac{h\nu}{c} \quad m = \frac{h\nu}{c^2}.$$

где $c = 2,99792458 \cdot 10^8$ м/с — скорость распространения света в вакууме.

Связь между энергией фотона, вызывающего внешний фотоэффект, и максимальной кинетической энергией вылетающих электронов дается формулой Эйнштейна

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2},$$

где A — работа выхода электрона из металла, m — масса электрона. Если $v = 0$, то $h\nu_0 = A$, где ν_0 — частота света, соответствующая красной границе фотоэффекта.

Световое давление

$$P = \frac{E}{c} (1 + \rho),$$

где E — энергия, падающая на единицу поверхности за единицу времени, ρ — коэффициент отражения света.

Изменение длины волны рентгеновских лучей при комптоновском рассеянии определяется формулой

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos\varphi),$$

где φ — угол рассеяния, m — масса электрона.

Пучок элементарных частиц обладает свойством плоской волны, распространяющейся в направлении перемещения этих частиц. Длина волны λ , соответствующая этому пучку, определяется соотношением де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2Wm}},$$

где v — скорость частиц, m — масса частиц, W — их кинетическая энергия.

Если скорость v частиц соизмерима со скоростью света c , то эта формула принимает вид

$$\lambda = \frac{h}{m_0 v} \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{h}{\sqrt{2Wm_0 + W^2/c^2}},$$

где $\beta = v/c$, m_0 — масса покоя частицы.

19.1. Найти массу m фотона: а) красных лучей света ($\lambda = 700$ нм); б) рентгеновских лучей ($\lambda = 25$ нм); в) гамма-лучей ($\lambda = 1,24$ нм).

19.2.* Дифракционная решетка с постоянной $d = 3$ мк расположена нормально на пути монохроматического светового потока. При этом углы дифракции, отвечающие двум соседним максимумам, равны $\varphi_1 = 23^\circ 35''$ и $\varphi_2 = 36^\circ 52''$. Вычислить энергию фотонов данного светового потока.

19.3. Ртутная дуга имеет мощность $N = 125$ Вт. Какое число фотонов испускается в единицу времени в излучении с длинами волн λ , равными: 612,3; 579,1; 546,1; 404,7; 365,5; 253,7 нм? Интенсивности этих линий составляют соответственно 2; 4; 4; 2,9; 2,5; 4% интенсивности ртутной дуги. Считать, что 80% мощности дуги идет на излучение.

19.4.* При фотосинтезе под действием света происходит реакция $\text{CO}_2 \rightarrow \text{CO} + \text{O}_2$. Считается, что для этой реакции требуется 9 фотонов с $\lambda = 670$ нм. Каков к.п.д. синтеза, если обратная реакция характеризуется энерговыделением 4,9 эВ на одну молекулу CO_2 ?

19.5. С какой скоростью v должен двигаться электрон, чтобы его импульс был равен импульсу фотона с длиной волны $\lambda = 520$ нм?

19.6. Какую энергию ϵ должен иметь фотон, чтобы его масса была равна массе покоя электрона?

19.7. Импульс, переносимый монохроматическим пучком фотонов через площадку $S = 2$ см² за время $t = 0,5$ мин, равен $p = 3 \cdot 10^{-9}$ кг·м/с. Найти для этого пучка энергию E , падающую на единицу площади за единицу времени.

19.8.* Какое количество фотонов с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм в параллельном пучке имеет суммарный импульс, равный среднему абсолютному значению импульса $|\bar{p}|$ атома гелия при температуре $T = 300$ К?

19.9. При высоких энергиях трудно осуществить условия для измерения экспозиционной дозы рентгеновского и гамма-излучений в рентгенах, поэтому допускается применение рентгена как единицы дозы для излучений с энергией квантов до $\epsilon = 3$ МэВ. До какой предельной длины волны λ рентгеновского излучения можно употреблять рентген?

19.10.* Электрическая лампа мощностью 100 Вт испускает 3% потребляемой энергии в форме видимого света (средняя длина волны 550 нм) равномерно по всем направлениям. Сколько

фотонов видимого света попадает за 1 с в зрачок наблюдателя (диаметр зрачка 4,0 мм), находящегося на расстоянии 10 км от лампы?

19.11. В работе А. Г. Столетова «Акино-электрические исследования» (1888 г.) впервые были установлены основные законы фотоэффекта. Один из результатов его опытов был сформулирован так: «Разряжающим действием обладают лучи самой высокой преломляемости с длиной волны менее 295 нм». Найти работу выхода A электрона из металла, с которым работал А. Г. Столетов.

19.12. Найти длину волны λ_0 света, соответствующую красной границе фотоэффекта, для лития, натрия, калия и цезия.

19.13. Длина волны света, соответствующая красной границе фотоэффекта, для некоторого металла $\lambda_0 = 275$ нм. Найти минимальную энергию ϵ фотона, вызывающего фотоэффект.

19.14.* Квант длиной волны $\lambda = 342$ Å вырывает с чистой поверхности металлического лития фотозлектрон, который описывает в магнитном поле напряженностью $H = 1,2 \cdot 10^3$ А/м окружность радиусом $R = 1,2$ см. Определить энергию, затраченную на освобождение данного электрона из атома лития.

19.15.* Чему равна минимальная длина волны рентгеновского излучения, испускаемого при соударении ускоренных электронов с экраном телевизионного кинескопа, работающего при напряжении 30 кВ?

19.16. Найти задерживающую разность потенциалов U для электронов, вырванных при освещении калия светом с длиной волны $\lambda = 330$ нм.

19.17. При фотоэффекте с платиновой поверхности электроны полностью задерживаются разностью потенциалов $U = 0,8$ В. Найти длину волны λ применяемого облучения и предельную длину волны λ_0 , при которой еще возможен фотоэффект.

19.18. Фотоны с энергией $\epsilon = 4,9$ эВ вырывают электроны из металла с работой выхода $A = 4,5$ эВ. Найти максимальный импульс p_{max} , передаваемый поверхности металла при вылете каждого электрона.

19.19. Найти постоянную Планка h , если известно, что электроны, вырванные из металла светом с частотой $\nu_1 = 2,2 \cdot 10^{15}$ Гц, полностью задерживаются разностью потенциалов $U_1 = 6,6$ В, а вырванные светом с частотой $\nu_2 = 4,6 \cdot 10^{15}$ Гц — разностью потенциалов $U_2 = 16,5$ В.

19.20. Вакуумный фотоэлемент состоит из центрального катода (вольфрамового шарика) и анода (внутренней поверхности посеребренной изнутри коилбы). Контактная разность потенциалов между электродами $U_0 = 0,6$ В ускоряет вылетающие электроны. Фотоэлемент освещается светом с длиной волны $\lambda = 230$ нм. Какую задерживающую разность потенциалов U надо приложить

между электродами, чтобы фототок упал до нуля? Какую скорость v получают электроны, когда они долетят до анода, если не прикладывать между катодом и анодом разности потенциалов?

19.21. Между электродами фотоэлемента предыдущей задачи приложена задерживающая разность потенциалов $U = 1$ В. При какой предельной длине волны λ_0 падающего на катод света начнется фотоэффект?

19.22. На рис. 130 показана часть прибора, с которым П. Н. Лебедев производил свои опыты по измерению светового давления.

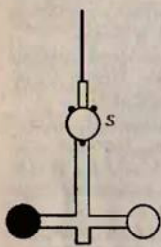


Рис. 130

Стеклоянная крестовина, подвешенная на тонкой нити, заключена в откачанный сосуд и имеет на концах два легких кружка из платиновой фольги. Один кружок зачерплен, другой оставлен блестящим. Направляя свет на один из кружков и измеряя угол поворота нити (для зеркального отсчета служит зеркальце S), можно определить световое давление. Найти световое давление P и световую энергию E , падающую от дуговой лампы в единицу времени на единицу площади кружков. При освещении блестящего кружка отклонение зайчика $a = 76$ мм по шкале, удаленной от зеркальца на расстояние $b = 1200$ мм. Диаметр кружков $d = 5$ мм. Расстояние от центра кружка до оси вращения $l = 9,2$ мм. Коэффициент отражения света от блестящего кружка $\rho = 0,5$. Постоянная момента кручения нити ($M = k\alpha$) $k = 2,2 \cdot 10^{-11}$ Н·м/рад.

19.23.* Определить силу светового давления F_1 солнечного излучения на поверхность земного шара, считая ее абсолютно черной. Найти отношение этой силы к силе гравитационного притяжения Солнца F_2 . Светимость Солнца равна $2 \cdot 10^{26}$ Дж/м²·с. Другие необходимые астрономические величины даны в Приложении XII.

19.24. В одном из опытов П. Н. Лебедева мощность падающего на кружки монохроматического света ($\lambda = 560$ нм) была равна $N = 8,33$ мВт. Найти число фотонов I , падающих в единицу времени на единицу площади кружков, и импульс силы $F\Delta t$, сообщенный единице площади кружков за единицу времени, для значений ρ , равных: 0; 0,5; 1. Данные прибора взять из условия задачи 19.22.

19.25.* Найти величину нормального давления на плоскую поверхность при зеркальном отражении параллельного светового потока с интенсивностью $I = 0,5$ Вт/см², если коэффициент отражения данной поверхности $\rho = 0,6$, а угол между направлением света и нормалью к поверхности $\theta = 30^\circ$.

19.26. Найти световое давление P на стенки электрической 100-ваттной лампы. Колба лампы представляет собой сфериче-

ский сосуд радиусом $r = 5$ см. Стенки лампы отражают 4% и пропускают 6% падающего на них света. Считать, что вся потребляемая мощность идет на излучение.

19.27. На поверхность площадью $S = 0,01$ м² в единицу времени падает световая энергия $E = 1,05$ Дж/с. Найти световое давление P в случаях, когда поверхность полностью отражает и полностью поглощает падающие на нее лучи.

19.28. Монохроматический пучок света ($\lambda = 490$ нм), падая по нормали к поверхности, производит световое давление $P = 4,9$ мкПа. Какое число фотонов I падает в единицу времени на единицу площади этой поверхности? Коэффициент отражения света $\rho = 0,25$.

19.29. Рентгеновские лучи с длиной волны $\lambda_0 = 70,8$ пм испытывают комптоновское рассеяние на парафине. Найти длину волны λ рентгеновских лучей, рассеянных в направлениях: а) $\varphi = \pi/2$; б) $\varphi = \pi$.

19.30. Какова была длина волны λ_0 рентгеновского излучения, если при комптоновском рассеянии этого излучения графитом под углом $\varphi = 60^\circ$ длина волны рассеянного излучения оказалась равной $\lambda = 25,4$ нм?

19.31. Рентгеновские лучи с длиной волны $\lambda_0 = 20$ пм испытывают комптоновское рассеяние под углом $\varphi = 90^\circ$. Найти изменение $\Delta\lambda$ длины волны рентгеновских лучей при рассеянии, а также энергию W_e и импульс электрона отдачи.

19.32. При комптоновском рассеянии энергия падающего фотона распределяется поровну между рассеянным фотоном и электроном отдачи. Угол рассеяния $\varphi = \pi/2$. Найти энергию W и импульс p рассеянного фотона.

19.33. Энергия рентгеновских лучей $\epsilon = 0,6$ МэВ. Найти энергию W_e электрона отдачи, если длина волны рентгеновских лучей после комптоновского рассеяния изменилась на 20%.

19.34. Найти длину волны де Бройля λ для электронов, прошедших разность потенциалов $U_1 = 1$ В и $U_2 = 100$ В.

19.35.* Вычислить отношение кинетической энергии электрона к кинетической энергии протона с одинаковой длиной волны де Бройля. Скорости существенно меньше, чем скорость света.

19.36. Найти длину волны де Бройля λ для: а) электрона, движущегося со скоростью $v = 10^6$ м/с; б) атома водорода, движущегося со средней квадратичной скоростью при температуре $T = 300$ К; в) шарика массой $m = 1$ г, движущегося со скоростью $v = 1$ см/с.

19.37. Найти длину волны де Бройля λ для электрона, имеющего кинетическую энергию: а) $W_1 = 10$ кэВ; б) $W_2 = 1$ МэВ.

19.38. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов $U = 200$ В, имеет длину волны де Бройля $\lambda = 2,02$ нм. Найти массу m частицы, если ее заряд численно равен заряду электрона.

19.39. Составить таблицу значений длины волны де Бройля λ для электрона, движущегося со скоростью v , равной: $2 \cdot 10^8$; $2,2 \cdot 10^8$; $2,4 \cdot 10^8$; $2,6 \cdot 10^8$; $2,8 \cdot 10^8$ м/с.

19.40. α -частица движется по окружности радиусом $r = 8,3$ мм в однородном магнитном поле, напряженность которого $H = 18,9$ кА/м. Найти длину волны де Бройля λ для α -частицы.

19.41. Найти длину волны де Бройля λ для атома водорода, движущегося при температуре $T = 293$ К с наиболее вероятной скоростью.

§ 20. Атом Бора. Рентгеновские лучи

Согласно первому постулату Бора движение электрона вокруг ядра возможно только по определенным орбитам, радиусы которых удовлетворяют соотношению

$$mv_k r_k = k \frac{h}{2\pi},$$

где m — масса электрона, v_k — его скорость на k -й орбите, r_k — радиус этой орбиты, h — постоянная Планка, k — любое целое число (квантовое число).

Согласно второму постулату Бора частота излучения, соответствующая переходу электрона с одной орбиты на другую, определяется формулой

$$h\nu = W_n - W_k,$$

где k и n — номера орбит ($n > k$), W_k и W_n — соответствующие им значения энергии электрона.

Формула, позволяющая найти частоты ν или длины волн λ , соответствующие линиям водородного спектра, имеет вид

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = R c \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где k и n — номера орбит, c — скорость распространения света в вакууме, R — постоянная Ридберга, равная

$$R = \frac{e^2 m}{8 \epsilon_0^2 h^3 c} = 1,097373177 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}.$$

Здесь e — заряд электрона, m — его масса, h — постоянная Планка и ϵ_0 — электрическая постоянная.

Формула, позволяющая найти частоты ν или длины волн λ для водородоподобных ионов, имеет вид

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = R c Z^2 \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где Z — порядковый номер элемента в таблице Менделеева.

Дифракция рентгеновских лучей описывается уравнением Вульфа — Брэгга

$$2d \sin \varphi = m \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

где d — постоянная решетки кристалла (расстояние между атомными плоскостями кристалла), φ — угол между пучком рентгеновских лучей и поверхностью кристалла.

Частота ν_0 , соответствующая коротковолновой границе сплошного рентгеновского спектра, может быть найдена из соотношения

$$h\nu_0 = eU,$$

где U — разность потенциалов, приложенная к электродам рентгеновской трубки.

Длина волны рентгеновских характеристических лучей может быть найдена по формуле Мозли

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = R c (Z - b)^2 \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где Z — порядковый номер элемента, из которого сделан антиматод, b — постоянная экранирования. Последняя формула может быть переписана так:

$$\sqrt{\nu} = a (Z - b), \quad \text{где } a = \sqrt{R c \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)}.$$

Интенсивность пучка рентгеновских лучей, прошедших сквозь пластинку толщиной x , определяется формулой

$$I = I_0 e^{-\mu x},$$

где I_0 — интенсивность пучка, падающего на пластинку, μ [м^{-1}] — линейный коэффициент поглощения. Коэффициент поглощения μ зависит от длины волны рентгеновских лучей и от плотности вещества. Массовый коэффициент поглощения μ_m связан с линейным коэффициентом поглощения μ соотношением μ_m [$\text{м}^2/\text{кг}$] = μ/ρ , где ρ — плотность вещества.

Поглощение рентгеновских лучей различными веществами можно охарактеризовать так называемой «толщиной слоя половинного ослабления», т. е. толщиной слоя $x_{1/2}$, уменьшающей вдвое интенсивность падающих лучей.

20.1. Найти радиусы r_k трех первых боровских электронных орбит в атоме водорода и скорости v_k электрона на них.

20.2. Найти кинетическую W_k , потенциальную W_n и полную W энергии электрона на первой боровской орбите.

20.3. Найти кинетическую энергию W_k электрона, находящегося на n -й орбите атома водорода, для $n = 1, 2, 3$ и ∞ .

20.4.* Определить угловую скорость электрона на первой боровской орбите атома водорода.

20.5. Найти наименьшую λ_{\min} и наибольшую λ_{\max} длины волн спектральных линий водорода в видимой области спектра.

20.6. Найти наибольшую длину волны λ_{\max} в ультрафиолетовой области спектра водорода. Какую наименьшую скорость v_{\min} должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомом водорода ударами электронов появилась эта линия?

20.7. Найти потенциал ионизации U_i атома водорода.

20.8. Найти первый потенциал возбуждения U_1 атома водорода.

20.9. Какую наименьшую энергию W_{min} (в электронвольтах) должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов появились все линии всех серий спектра водорода? Какую наименьшую скорость v_{min} должны иметь эти электроны?

20.10. В каких пределах должна лежать энергия бомбардирующих электронов, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов спектр водорода имел только одну спектральную линию?

20.11.* Атомарный водород, возбуждаемый некоторым монохроматическим светом, испускает только три спектральные линии. Определить квантовое число энергетического уровня, на который возбуждаются атомы, а также длины волн испускаемых линий.

20.12. В каких пределах должны лежать длины волн λ монохроматического света, чтобы при возбуждении атомов водорода квантами этого света наблюдались три спектральные линии?

20.13. На сколько изменилась кинетическая энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны $\lambda = 486 \text{ нм}$?

20.14. В каких пределах должны лежать длины волн λ монохроматического света, чтобы при возбуждении атомов водорода квантами этого света радиус орбиты r_k электрона увеличился в 9 раз?

20.15. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной атомарным водородом. Постоянная решетки $d = 5 \text{ мкм}$. Какому переходу электрона соответствует спектральная линия, наблюдаемая при помощи этой решетки в спектре пятого порядка под углом $\varphi = 41^\circ$?

20.16. Найти длину волны де Бройля λ для электрона, движущегося по первой боровской орбите атома водорода.

20.17. Найти радиус r_1 первой боровской электронной орбиты для однократно ионизованного гелия и скорость v_1 электрона на ней.

20.18. Найти первый потенциал возбуждения U_1 : а) однократно ионизованного гелия; б) двукратно ионизованного лития.

20.19. Найти потенциал ионизации U_i : а) однократно ионизованного гелия; б) двукратно ионизованного лития.

20.20. Найти длину волны λ фотона, соответствующего переходу электрона со второй боровской орбиты на первую в однократно ионизованном атоме гелия.

20.21.* Определить магнитный момент электрона, движущегося по «л»-орбите атома водорода. Показать, что отношение магнитного момента к механическому постоянно для всех орбит.

20.22. D-линия натрия излучается в результате такого перехода электрона с одной орбиты атома на другую, при котором

энергия атома уменьшается на $\Delta W = 3,37 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$. Найти длину волны λ D-линии натрия.

20.23. На рис. 131 изображена схема прибора для определения резонансного потенциала натрия. Трубка содержит пары натрия. Электроды G и A имеют одинаковый потенциал. При какой наименьшей ускоряющей разности потенциалов U между катодом K и сеткой G наблюдается спектральная линия с длиной волны $\lambda = 589 \text{ нм}$?

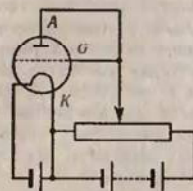


Рис. 131

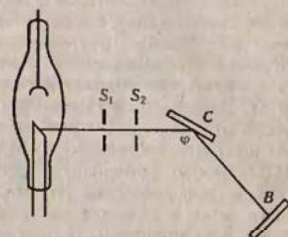


Рис. 132

20.24. Электрон, пройдя разность потенциалов $U = 4,9 \text{ В}$, сталкивается с атомом ртути и переводит его в первое возбужденное состояние. Какую длину волны λ имеет фотон, соответствующий переходу атома ртути в нормальное состояние?

20.25. На рис. 132 изображена установка для наблюдения дифракции рентгеновских лучей. При вращении кристалла C только тот луч будет отражаться на фотографическую пластинку B, длина волны которого удовлетворяет уравнению Вульфа — Брэгга. При каком наименьшем угле φ между плоскостью кристалла и пучком рентгеновских лучей были отражены рентгеновские лучи с длиной волны $\lambda = 20 \text{ нм}$? Постоянная решетки кристалла $d = 303 \text{ пм}$.

20.26. Найти постоянную решетки d каменной соли, зная молярную массу $\mu = 0,058 \text{ кг/моль}$ каменной соли и ее плотность $\rho = 2,2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Кристаллы каменной соли обладают простой кубической структурой.

20.27. При экспериментальном определении постоянной Планка h при помощи рентгеновских лучей кристалл устанавливается под некоторым углом φ , а разность потенциалов U , приложенная к электродам рентгеновской трубки, увеличивается до тех пор, пока не появится линия, соответствующая этому углу. Найти постоянную Планка h из следующих данных: кристалл каменной соли установлен под углом $\varphi = 14^\circ$; разность потенциалов, при которой впервые появилась линия, соответствующая этому углу, $U = 9,1 \text{ кВ}$; постоянная решетки кристалла $d = 281 \text{ нм}$.

20.28.* Атомные плоскости кристалла состоят друг от друга на 210 пм. Чему равна длина волны рентгеновских лучей, падающих на кристалл, если отражение первого порядка наблюдается под углом 45° ?

20.29.* Определить угловую ширину дифракционных максимумов, возникающих при рассеянии плоского пучка монохроматических рентгеновских лучей с длиной волны λ на линейной цепочке из N рассеивающих центров с периодом a .

20.30. Найти длину волны λ , определяющую коротковолновую границу непрерывного рентгеновского спектра, если известно, что уменьшение приложенного к рентгеновской трубке напряжения на $\Delta U = 23$ кВ увеличивает исковую длину волны в 2 раза.

20.31. Длина волны гамма-излучения радия $\lambda = 1,6$ пм. Какую разность потенциалов U надо приложить к рентгеновской трубке, чтобы получить рентгеновские лучи с этой длиной волны?

20.32. Какую наименьшую разность потенциалов U надо приложить к рентгеновской трубке, чтобы получить все линии K -серии, если в качестве материала антикатоды взять: а) медь; б) серебро; в) вольфрам; г) платину?

20.33. Считая, что формула Мозли с достаточной степенью точности дает связь между длиной волны λ характеристических рентгеновских лучей и порядковым номером элемента Z , из которого сделан антикатод, найти наибольшую длину волны λ линий K -серии рентгеновских лучей, даваемых трубкой с антикатодом из: а) железа; б) меди; в) молибдена; г) серебра; д) тантала; е) вольфрама; ж) платины. Для K -серии постоянная экранирования $b = 1$.

20.34. Найти постоянную экранирования b для L -серии рентгеновских лучей, если известно, что при переходе электрона в атоме вольфрама с M - на L -слой испускаются рентгеновские лучи с длиной волны $\lambda = 143$ пм.

20.35. При переходе электрона в атоме с L - на K -слой испускаются рентгеновские лучи с длиной волны $\lambda = 78,8$ пм. Какой это атом? Для K -серии постоянная экранирования $b = 1$.

20.36. Воздух в некотором объеме V облучается рентгеновскими лучами. Экспозиционная доза излучения $D_3 = 4,5$ Р. Какая доля атомов, находящихся в данном объеме, будет ионизована этим излучением?

20.37. Рентгеновская трубка создает на некотором расстоянии мощность экспозиционной дозы $P_3 = 2,58 \cdot 10^{-5}$ А/кг. Какое число N пар ионов в единицу времени создает эта трубка на единицу массы воздуха при данном расстоянии?

20.38. Воздух, находящийся при нормальных условиях в ионизационной камере объемом $V = 6$ см³, облучается рентгеновскими лучами. Мощность экспозиционной дозы рентгеновских лучей $P_3 = 0,48$ мР/ч. Найти ионизационный ток насыщения $I_{\text{и}}$.

20.39. Найти для алюминия толщину $x_{1/2}$ слоя половинного ослабления для рентгеновских лучей некоторой длины волны. Массовый коэффициент поглощения алюминия для этой длины волны $\mu_m = 5,3$ м²/кг.

20.40.* При увеличении толщины слоя графита на 0,5 см интенсивность прошедшего пучка рентгеновских лучей уменьшилась в 3 раза. Определить линейный коэффициент ослабления графита для данного излучения.

20.41. Во сколько раз уменьшится интенсивность рентгеновских лучей с длиной волны $\lambda = 20$ пм при прохождении слоя железа толщиной $d = 0,15$ мм? Массовый коэффициент поглощения железа для этой длины волны $\mu_m = 1,1$ м²/кг.

20.42. В нижеследующей таблице приведены для некоторых материалов значения толщины слоя $x_{1/2}$ половинного ослабления рентгеновских лучей, энергия которых $W = 1$ МэВ. Найти линейный μ и массовый μ_m коэффициенты поглощения этих материалов для данной энергии рентгеновских лучей. Для какой длины волны λ рентгеновских лучей получены эти данные?

Вещество	Вода	Алюминий	Железо	Свинец
$x_{1/2}$, см	10,2	4,5	1,56	0,87

20.43. Сколько слоев половинного ослабления необходимо для уменьшения интенсивности рентгеновских лучей в 80 раз?

§ 21. Радиоактивность

Число атомов радиоактивного вещества dN , распадающихся за время dt , пропорционально числу имеющихся атомов и определяется соотношением

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N,$$

где λ — постоянная радиоактивного распада. Интегрируя, получим

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N_0 — число атомов в момент времени $t = 0$, N — число их по истечении времени t .

Число распадов, происходящих в препарате за единицу времени, называется активностью радиоактивного препарата (1 Бк = 1 распад/с):

$$a \text{ [Бк]} = \frac{dN}{dt} = -\lambda N.$$

Период полураспада $T_{1/2}$ и постоянная распада λ связаны соотношением

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

Величина $\tau = 1/\lambda$, обратная постоянной распада, называется средним временем жизни радиоактивного атома.

Если радиоактивный изотоп A помещен в закрытый сосуд и при распаде его образуется радиоактивный изотоп B , то в этом сосуде по истечении времени t число ядер изотопа B определяется по формуле

$$N_B = N_{0A} \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}).$$

Здесь N_{0A} — число ядер изотопа A при $t = 0$, λ_A и λ_B — постоянные распада изотопов A и B . Если период полураспада изотопа A значительно больше периода полураспада изотопа B , то

$$N_B = N_{0A} \frac{\lambda_A}{\lambda_B} (1 - e^{-\lambda_B t}).$$

При радиоактивном равновесии

$$N_A/N_B = \lambda_B/\lambda_A.$$

Удельная активность радиоактивного изотопа определяется числом актов распада в единицу времени на единицу массы распадающегося вещества.

21.1. Сколько атомов полония распадается за время $\Delta t = 1$ сут из $N = 10^6$ атомов?

21.2. Сколько атомов радона распадается за время $\Delta t = 1$ сут из $N = 10^6$ атомов?

21.3. Найти активность a массы $m = 1$ г радия.

21.4. Найти массу радона, активность которого $a = 3,7 \cdot 10^{10}$ Бк.

21.5. Найти массу m полония ^{210}Po , активность которого $a = 3,7 \cdot 10^{10}$ Бк.

21.6.* Определить период полураспада таллия, если известно, что через 100 дней его активность уменьшилась в 1,07 раза.

21.7. Найти удельную активность a_m : а) урана ^{235}U ; б) радона ^{222}Rn .

21.8. Ионизационные счетчики Гейгера — Мюллера имеют и в отсутствие радиоактивного препарата определенный «фон». Присутствие фона может быть вызвано космическим излучением или радиоактивными загрязнениями. Какой массе радона m соответствует фон, дающий 1 отброс счетчика за время $t = 5$ с?

21.9. При помощи ионизационного счетчика исследуется активность некоторого радиоактивного изотопа. В начальный момент времени счетчик дает 75 отбросов за время $t = 10$ с. Какое число отбросов за время $t = 10$ с дает счетчик по истечении времени $t = T_{1/2}/2$? Считать $T_{1/2} \gg 10$ с.

21.10.* Вычислить количество β -радиоактивных ядер в препарате $^{134}_{55}\text{Cs}$, если известно, что скорость счета β -частиц равна $1,9 \cdot 10^3$ частиц/с при эффективности счета 5%. Период полураспада составляет 2,3 года.

21.11. Природный уран представляет собой смесь трех изотопов: $^{234}_{92}\text{U}$, $^{235}_{92}\text{U}$, $^{238}_{92}\text{U}$. Содержание ^{234}U ничтожно (0,006%), на долю ^{235}U приходится 0,71%, а остальную массу (99,28%) составляет ^{238}U . Периоды полураспада $T_{1/2}$ этих изотопов соответственно равны $2,5 \cdot 10^5$ лет, $7,1 \cdot 10^8$ лет и $4,5 \cdot 10^9$ лет. Найти процентную долю радиоактивности, вносимую каждым изотопом в общую радиоактивность природного урана.

21.12. Кинетическая энергия α -частицы, вылетающей из ядра атома радия при радиоактивном распаде, $W_1 = 4,78$ МэВ. Найти скорость v α -частицы и полную энергию W , выделяющуюся при вылете α -частицы.

21.13. Каков количество теплоты Q выделяется при распаде радона активностью $a = 3,7 \cdot 10^{10}$ Бк: а) за время $t = 1$ ч; б) за среднее время жизни τ ? Кинетическая энергия вылетающей из радона α -частицы $W = 5,5$ МэВ.

21.14. Масса $m = 1$ г урана в равновесии с продуктами его распада выделяет мощность $P = 1,07 \cdot 10^{-7}$ Вт. Найти молярную теплоту Q_m , выделяемую ураном за среднее время жизни τ атомов урана.

21.15. Найти активность a радона, образовавшегося из массы $m = 1$ г радия за время $t = 1$ ч.

21.16. В результате распада массы $m_0 = 1$ г радия за время $t = 1$ год образовалась некоторая масса гелия, занимающего при нормальных условиях объем $V = 43$ мм³. Найти из этих данных постоянную Авогадро N_A .

21.17.* Вычислить суммарную активность препарата, содержащего радий вместе со своими продуктами распада, с которыми он находится в равновесии, если активность самого радия $3,7 \cdot 10^{10}$ Бк.

21.18. Некоторое число атомов радия помещено в замкнутый сосуд. Через какое время t число атомов радона N в этом сосуде будет отличаться на 10% от того числа атомов радона N' , которое соответствует радиоактивному равновесию радия с радием в этом сосуде? Построить кривую зависимости изменения N/N' в сосуде от времени t в интервале $0 \leq t \leq 6T_{1/2}$, принимая за единицу времени период полураспада радона $T_{1/2}$.

21.19. Некоторое число атомов радона N' помещено в замкнутый сосуд. Построить кривую зависимости изменения числа атомов радона N/N' в сосуде от времени t в интервале $0 \leq t \leq 20$ сут через каждые 2 сут. Постоянная распада радона $\lambda = 0,181$ сут⁻¹. Из кривой $N/N' = f(t)$ найти период полураспада $T_{1/2}$ радона.

21.20. В нижеприведенной таблице приведены результаты измерения зависимости активности a некоторого радиоактивного элемента от времени t . Найти период полураспада $T_{1/2}$ элемента.

t , ч	0	3	6	9	12	15
a , $3,7 \cdot 10^7$ Бк	21,6	12,6	7,6	4,2	2,4	1,8

21.21. При радиоактивном распаде ядер изотопа B_1 с постоянной распада λ_1 образуется изотоп B_2 с постоянной распада λ_2 . Получить закон изменения числа радиоактивных ядер изотопа B_2 с течением времени, полагая, что в начальный момент препарат содержал только ядра B_1 в количестве N_0 .

21.22. Свинец, содержащийся в урановой руде, является конечным продуктом распада уранового ряда, поэтому из отношения массы урана в руде к массе свинца в ней можно определить возраст руды. Найти возраст t урановой руды, если известно, что на массу $m_{ур} = 1$ кг урана $^{238}_{92}\text{U}$ в этой руде приходится масса $m_{св} = 320$ г свинца $^{206}_{82}\text{Pb}$.

21.23. Зная периоды полураспада $T_{1/2}$ радия и урана, найти число атомов урана, приходящееся на один атом радия в природной урановой руде. Указание. Учесть, что радиоактивность природного урана обусловлена в основном изотопом $^{238}_{92}\text{U}$.

21.24. Из какой наименьшей массы m руды, содержащей 42% чистого урана, можно получить массу $m_0 = 1$ г радия?

21.25. α -частицы из изотопа радия вылетают со скоростью $v = 1,5 \cdot 10^7$ м/с и ударяются о флуоресцирующий экран. Считая, что экран потребляет на единицу силы света мощность $P_l = 0,25$ Вт/кд, найти силу света I экрана, если на него падают все α -частицы, испускаемые массой $m = 1$ мкг радия.

21.26. Какая доля первоначальной массы радиоактивного изотопа распадается за время жизни этого изотопа?

21.27. Найти активность a массы $m = 1$ мкг полония $^{210}_{84}\text{Po}$.

21.28. Найти удельную активность a_m искусственно полученного радиоактивного изотопа стронция $^{90}_{38}\text{Sr}$.

21.29. К массе $m_1 = 10$ мг радиоактивного изотопа $^{45}_{20}\text{Ca}$ добавлена масса $m_2 = 30$ мг нерадиоактивного изотопа $^{40}_{20}\text{Ca}$. На сколько уменьшилась удельная активность a_m радиоактивного источника?

21.30. Какую массу m_2 радиоактивного изотопа $^{210}_{83}\text{Bi}$ надо добавить к массе $m_1 = 5$ мг нерадиоактивного изотопа $^{209}_{83}\text{Bi}$, чтобы через время $t = 10$ сут после этого отношение числа распавшихся атомов к числу нераспавшихся было равно 50%? Постоянная распада изотопа $^{210}_{83}\text{Bi}$ равна $\lambda = 0,14$ сут $^{-1}$.

21.31. Какой изотоп образуется из $^{232}_{90}\text{Th}$ после четырех α -распадов и двух β -распадов?

21.32. Какой изотоп образуется из $^{238}_{92}\text{U}$ после трех α -распадов и двух β -распадов?

21.33. Какой изотоп образуется из $^{238}_{92}\text{U}$ после двух β -распадов и одного α -распада?

21.34. Какой изотоп образуется из ^8_3Li после одного β -распада и одного α -распада?

21.35. Какой изотоп образуется из $^{133}_{51}\text{Sb}$ после четырех β -распадов?

21.36. Кинетическая энергия α -частицы, вылетающей из ядра атома полония $^{214}_{84}\text{Po}$ при радиоактивном распаде, $W_\alpha = 7,68$ МэВ. Найти: а) скорость v α -частицы; б) полную энергию W , выделяющуюся при вылете α -частицы; в) число пар ионов N , образуемых α -частицей, принимая, что на образование одной пары ионов в воздухе требуется энергия $W_0 = 34$ эВ; г) ток насыщения I_n в ионизационной камере от всех α -частиц, испускаемых полонием. Активность полония $a = 3,7 \cdot 10^4$ Бк.

§ 22. Ядерные реакции

Энергия связи ядра любого изотопа определяется соотношением

$$W = c^2 \Delta m,$$

где Δm — разность между массой частиц, составляющих ядро, и массой самого ядра. Очевидно,

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_A, \quad (1)$$

где Z — порядковый номер изотопа, A — массовое число, m_p — масса протона, m_n — масса нейтрона, m_A — масса ядра изотопа. Так как $m_n = m_A - Zm_e$, где m_A — масса изотопа и m_e — масса электрона, то

$$\Delta m = Zm_{1H} + (A - Z)m_n - m_A. \quad (2)$$

Здесь m_{1H} — масса изотопа водорода ^1_1H , m_A — масса ядра изотопа.

Изменение энергии при ядерной реакции

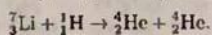
$$Q = c^2 (\sum m_1 - \sum m_2), \quad (3)$$

где $\sum m_1$ — сумма масс частиц до реакции, $\sum m_2$ — сумма масс частиц после реакции. Если $\sum m_1 > \sum m_2$, то реакция идет с выделением энергии, если же $\sum m_1 < \sum m_2$, то реакция идет с поглощением энергии. Отметим, что в формулу (3), так же как и при вычислении энергии связи ядра, мы можем подставлять массу изотопа, а не ядра, так как поправки на массу электронов оболочки входят с разными знаками и поэтому исключаются.

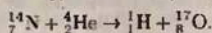
22.1. Найти число протонов и нейтронов, входящих в состав ядер трех изотопов магния: а) $^{24}_{12}\text{Mg}$; б) $^{25}_{12}\text{Mg}$; в) $^{26}_{12}\text{Mg}$.

- 22.2. Найти энергию связи W ядра изотопа лития ${}^7_3\text{Li}$.
 22.3. Найти энергию связи W ядра атома гелия ${}^4_2\text{He}$.
 22.4. Найти энергию связи W ядра атома алюминия ${}^{27}_{13}\text{Al}$.
 22.5. Найти энергию связи W ядер: а) ${}^3_1\text{H}$; б) ${}^3_2\text{He}$. Какое из этих ядер более устойчиво?
 22.6. Найти энергию связи W_0 , приходящуюся на один нуклон в ядре атома кислорода ${}^{16}_8\text{O}$.
 22.7. Найти энергию связи W ядра дейтерия ${}^2_1\text{H}$.
 22.8. Найти энергию связи W_0 , приходящуюся на один нуклон в ядрах: а) ${}^7_3\text{Li}$; б) ${}^{14}_7\text{N}$; в) ${}^{27}_{13}\text{Al}$; г) ${}^{40}_{20}\text{Ca}$; д) ${}^{63}_{29}\text{Cu}$; е) ${}^{113}_{48}\text{Cd}$; ж) ${}^{200}_{80}\text{Hg}$; з) ${}^{238}_{92}\text{U}$. Построить зависимость $W_0 = f(A)$, где A — массовое число.

22.9. Найти энергию Q , выделяющуюся при реакции



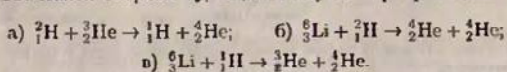
22.10. Найти энергию Q , поглощенную при реакции



22.11. Найти энергию Q , выделяющуюся при реакциях

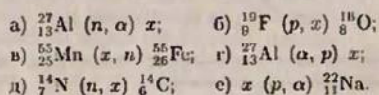


22.12. Найти энергию Q , выделяющуюся при реакциях

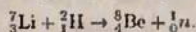


22.13. Какую массу M воды можно нагреть от 0°C до кипения, если использовать все тепло, выделяющееся при реакции ${}^7_3\text{Li}$ (p, α), при полном разложении массы $m = 1$ г лития?

22.14. Написать недостающие обозначения в реакциях:



22.15. Найти энергию Q , выделяющуюся при реакции



22.16.* Найти электрическую мощность атомной электростанции, расходующей $0,1$ кг ${}^{235}_{92}\text{U}$ в сутки, если к.п.д. станции 16% .

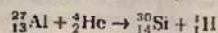
22.17.* Энергия, выделяемая при синтезе двух дейтронов с образованием ядра ${}^4_2\text{He}$, составляет $23,8$ МэВ. Определить разность энергий связи на один нуклон в α -частице и дейтроне.

22.18. При бомбардировке изотопа алюминия ${}^{27}_{13}\text{Al}$ α -частицами получается радиоактивный изотоп фосфора ${}^{30}_{15}\text{P}$, который затем

распадается с выделением позитрона. Написать уравнения обеих реакций. Найти удельную активность a_m изотопа ${}^{30}_{15}\text{P}$, если его период полураспада $T_{1/2} = 130$ с.

22.19. При бомбардировке изотопа ${}^{23}_{11}\text{Na}$ дейтронами образуется β -радиоактивный изотоп ${}^{24}_{11}\text{Na}$. Счетчик β -частиц установлен вблизи препарата, содержащего радиоактивный ${}^{24}_{11}\text{Na}$. При первом измерении счетчик дал 170 отбросов за 1 мин, а через сутки — 56 отбросов за 1 мин. Написать уравнения обеих реакций. Найти период полураспада $T_{1/2}$ изотопа ${}^{24}_{11}\text{Na}$.

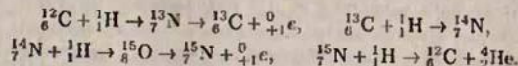
22.20. Каковы энергия Q_1 выделится, если при реакции



подвергаются превращению все ядра, находящиеся в массе $m = 1$ г алюминия? Какую энергию Q_2 надо затратить, чтобы осуществить это превращение, если известно, что при бомбардировке ядра алюминия α -частицами с энергией $W = 8$ МэВ только одна α -частица из $n = 2 \cdot 10^6$ частиц вызывает превращение?

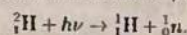
22.21. При бомбардировке изотопа лития ${}^6_3\text{Li}$ дейтронами (ядрами дейтерия ${}^2_1\text{H}$) образуются две α -частицы. При этом выделяется энергия $a = 22,3$ МэВ. Зная массы дейтона d и α -частицы, найти массу m изотопа лития ${}^6_3\text{Li}$.

22.22. Источником энергии солнечного излучения является энергия образования гелия из водорода по следующей циклической реакции:



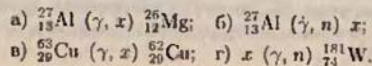
Какая масса m водорода в единицу времени должна превращаться в гелий? Солнечная постоянная $K = 1,37$ кВт/м². Принимая, что масса водорода составляет 35% массы Солнца, подсчитать, на какое время t хватит запаса водорода, если излучение Солнца считать постоянным.

22.23. Реакция разложения дейтона γ -лучами:



Найти массу m нейтрона, если известно, что энергия γ -квантов $W_1 = 2,66$ МэВ, а энергия вылетающих протонов, измеренная по производимой ими ионизации, оказалась равной $W_2 = 0,22$ МэВ. Энергию нейтрона считать равной энергии протона. Массы дейтона и протона считать известными.

22.24. Написать недостающие обозначения в реакциях:



22.25. Выход реакции образования радиоактивных изотопов можно охарактеризовать либо числом k_1 — отношением числа происшедших актов ядерного превращения к числу бомбардирующих частиц, либо числом k_2 [Бк] — отношением активности полученного продукта к числу частиц, бомбардирующих мишень. Как связаны между собой величины k_1 и k_2 ?

22.26. При бомбардировке ${}^7_3\text{Li}$ протонами образуется радиоактивный изотоп бериллия ${}^7_4\text{Be}$ с периодом полураспада $T_{1/2} = 4,67 \times 10^6$ с. Найти выход реакции k_1 (см. условие 22.25), если известно, что бомбардирующие протоны общим зарядом $q = 1 \text{ мкА} \cdot \text{ч}$ вызывают активность полученного препарата $a = 6,51 \cdot 10^6$ Бк.

22.27. В результате ядерной реакции ${}^{56}_{26}\text{Fe} (p, n)$ образуется радиоактивный изотоп кобальта ${}^{56}_{27}\text{Co}$ с периодом полураспада $T_{1/2} = 80$ сут. Найти выход реакции k_1 (см. условие 22.25), если известно, что бомбардирующие протоны общим зарядом $q = 20 \text{ мкА} \cdot \text{ч}$ вызывают активность полученного препарата $a = 5,2 \cdot 10^7$ Бк.

22.28. Источником нейтронов является трубка, содержащая порошок бериллия ${}^9_4\text{Be}$ и газообразный радон. При реакции α -частиц радона с бериллием возникают нейтроны. Написать реакцию получения нейтронов. Найти массу m радона, введенного в источник при его изготовлении, если известно, что этот источник дает через время $t = 5$ сут после его изготовления число нейтронов в единицу времени $a_2 = 1,2 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$. Выход реакций $k_1 = 1/4000$, т.е. только одна α -частица из $n = 4000$ вызывает реакцию.

22.29. Источником нейтронов является трубка, описанная в задаче 22.28. Какое число нейтронов a_2 в единицу времени создают α -частицы, излучаемые радонем с активностью $a_1 = 3,7 \cdot 10^{10}$ Бк, попадая на порошок бериллия? Выход реакции $k_1 = 1/4000$.

22.30. Реакция образования радиоактивного изотопа углерода ${}^{11}_6\text{C}$ имеет вид ${}^{10}_5\text{B} (d, n)$, где d — дейтрон (ядро дейтерия ${}^2_1\text{H}$). Период полураспада изотопа ${}^{11}_6\text{C}$ $T_{1/2} = 20$ мин. Какая энергия Q выделяется при этой реакции? Найти выход реакции k_2 , если $k_1 = 10^{-8}$ (см. условие 22.25).

22.31. В реакции ${}^{14}_7\text{N} (\alpha, p)$ кинетическая энергия α -частицы $W_1 = 7,7 \text{ МэВ}$. Под каким углом φ к направлению движения α -частицы вылетает протон, если известно, что его кинетическая энергия $W_2 = 8,5 \text{ МэВ}$?

22.32. При бомбардировке изотопа лития ${}^6_3\text{Li}$ дейтронами образуются две α -частицы, разлетающиеся симметрично под углом φ к направлению скорости бомбардирующих дейтронов. Какую кинетическую энергию W_2 имеют образующиеся α -частицы, если известно, что энергия бомбардирующих дейтронов $W_1 = 0,2 \text{ МэВ}$? Найти угол φ .

22.33. Изотоп гелия ${}^3_2\text{He}$ получается бомбардировкой ядер трития ${}^3_1\text{H}$ протонами. Написать уравнение реакции. Какая энергия Q выделяется при этой реакции? Найти порог реакции, т.е. минимальную кинетическую энергию бомбардирующей частицы, при которой происходит эта реакция. Указание. Учесть, что при пороговом значении кинетической энергии бомбардирующей частицы относительная скорость частиц, возникающих в результате реакции, равна нулю.

22.34. Найти порог W ядерной реакции ${}^{14}_7\text{N} (\alpha, p)$.

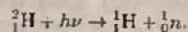
22.35.* Определить суммарную кинетическую энергию продуктов ядерной реакции ${}^7_3\text{Li} (p, n) {}^7_4\text{Be}$ при пороговом значении кинетической энергии падающих протонов (литиевая мишень находится в покое).

22.36.* Рассчитать минимальную кинетическую энергию падающей α -частицы, необходимую для преодоления кулоновского потенциального барьера ядра ${}^7_3\text{Li}$, находящегося первоначально в покое. Возбудит ли α -частица с такой энергией ядерную реакцию ${}^7_3\text{Li} (\alpha, n) {}^{10}_5\text{B}$?

22.37. Реакция ${}^{10}_5\text{B} (n, \alpha)$ идет при бомбардировке бора нейтронами, скорость которых очень мала (тепловые нейтроны). Какая энергия Q выделяется при этой реакции? Пренебрегая скоростями нейтронов, найти скорость v и кинетическую энергию W α -частицы. Ядра бора считать неподвижными.

22.38. При бомбардировке изотопа лития ${}^7_3\text{Li}$ протонами образуются две α -частицы. Энергия каждой α -частицы в момент их образования $W_2 = 9,15 \text{ МэВ}$. Какова энергия W_1 бомбардирующего протона?

22.39. Найти наименьшую энергию γ -кванта, достаточную для осуществления реакции разложения дейтрона γ -лучами



22.40. Найти наименьшую энергию γ -кванта, достаточную для осуществления реакции ${}^{24}_{12}\text{Mg} (\gamma, n)$.

22.41. Какую энергию W (в киловатт-часах) можно получить от деления массы $m = 1$ г урана ${}^{235}_{92}\text{U}$, если при каждом акте распада выделяется энергия $Q = 200 \text{ МэВ}$?

22.42. Какая масса m урана ${}^{235}_{92}\text{U}$ расходуется за время $t = 1$ сут на атомной электростанции мощностью $P = 5000 \text{ кВт}$? К.п.д. принять равным 17%. Считать, что при каждом акте распада выделяется энергия $Q = 200 \text{ МэВ}$.

22.43. При взрыве водородной бомбы протекает термоядерная реакция образования гелия из дейтерия и трития. Написать уравнение реакции. Найти энергию Q , выделяющуюся при этой реакции. Какую энергию W можно получить при образовании массы $m = 1$ г гелия?

§ 23. Элементарные частицы. Ускорители частиц

Решение задач этого параграфа основано на закономерностях, уже рассмотренных в предыдущих разделах «Сборника»: столкновение частиц, движение частиц в электрическом и магнитном полях и т.д. При решении ряда задач необходимо использовать формулы теории относительности.

23.1. В ядерной физике принято число заряженных частиц, бомбардирующих мишень, характеризовать их общим зарядом, выраженным в микроампер-часах ($\mu\text{A} \cdot \text{ч}$). Какому числу заряженных частиц соответствует общий заряд $q = 1 \mu\text{A} \cdot \text{ч}$? Задачу решить для: а) электронов; б) α -частиц.

23.2. При упругом центральном столкновении нейтрона с неподвижным ядром замедляющего вещества кинетическая энергия нейтрона уменьшилась в 1,4 раза. Найти массу m ядер замедляющего вещества.

23.3. Какую часть первоначальной скорости будет составлять скорость нейтрона после упругого центрального столкновения с неподвижным ядром изотопа ^{23}Na ?

23.4. Для получения медленных нейтронов их пропускают через вещества, содержащие водород (например, парафин). Какую наибольшую часть своей кинетической энергии нейтрон массой m_0 может передать: а) протону (масса m_0), б) ядру атома свинца (масса $207m_0$)? Наибольшая часть передаваемой энергии соответствует упругому центральному столкновению.

23.5. Найти в предыдущей задаче распределение энергии между нейтроном и протоном, если столкновение неупругое. Нейтрон при каждом столкновении отклоняется в среднем на угол $\varphi = 45^\circ$.

23.6. Нейтрон, обладающий энергией $W_0 = 4,6 \text{ МэВ}$, в результате столкновений с протонами замедляется. Сколько столкновений он должен испытать, чтобы его энергия уменьшилась до $W = 0,23 \text{ эВ}$? Нейтрон отклоняется при каждом столкновении в среднем на угол $\varphi = 45^\circ$.

23.7. Поток заряженных частиц влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 3 \text{ Тл}$. Скорость частиц $v = 1,52 \cdot 10^7 \text{ м/с}$ и направлена перпендикулярно к направлению поля. Найти заряд q каждой частицы, если известно, что на нее действует сила $F = 1,46 \cdot 10^{-11} \text{ Н}$.

23.8.* Найти скорость α -частицы, которая при движении в пространстве, где имеются взаимно перпендикулярные электрическое и магнитное поля, не испытывает никакого отклонения. Напряженность магнитного поля 5 кА/м , напряженность электрического поля $6,28 \text{ кВ/м}$. Скорость α -частицы перпендикулярна к линиям напряженности обоих полей.

23.9. Электрон ускорен разностью потенциалов $U = 180 \text{ кВ}$. Учитывая поправки теории относительности, найти для этого

электрона массу m , скорость v , кинетическую энергию W и отношение его заряда к массе. Какова скорость v' этого электрона без учета релятивистской поправки?

23.10. Мезон космических лучей имеет энергию $W = 3 \text{ ТэВ}$. Энергия покоя мезона $W_0 = 100 \text{ МэВ}$. Какое расстояние l в атмосфере сможет пройти мезон за время его жизни τ по лабораторным часам? Собственное время жизни мезона $\tau_0 = 2 \text{ мкс}$.

23.11. Мезон космических лучей имеет кинетическую энергию $W = 7m_0c^2$, где m_0 — масса покоя мезона. Во сколько раз собственное время жизни τ_0 мезона меньше времени его жизни τ по лабораторным часам?

23.12. Позитрон и электрон соединятся, образуя два фотона. Найти энергию $h\nu$ каждого из фотонов, считая, что начальная энергия частиц ничтожно мала. Какова длина волны λ этих фотонов?

23.13. Электрон и позитрон, образуясь фотоном с энергией $h\nu = 2,62 \text{ МэВ}$. Какова была в момент возникновения полная кинетическая энергия $W_1 + W_2$ позитрона и электрона?

23.14. Электрон и позитрон, образованные фотоном с энергией $h\nu = 5,7 \text{ МэВ}$, дают в камере Вильсона, помещенной в магнитное поле, траектории с радиусом кривизны $R = 3 \text{ см}$. Найти магнитную индукцию B поля.

23.15. Неподвижный нейтральный π -мезон, распадаясь, превращается в два фотона. Найти энергию $h\nu$ каждого фотона. Масса покоя π -мезона $m_0(\pi) = 264,2m_0$, где m_0 — масса покоя электрона.

23.16. Нейтрон и антинейтрон соединятся, образуя два фотона. Найти энергию $h\nu$ каждого из фотонов, считая, что начальная энергия частиц ничтожно мала.

23.17. Неподвижный K^0 -мезон распадается на два заряженных π -мезона. Масса покоя K^0 -мезона $m_0(K^0) = 965m_0$, где m_0 — масса покоя электрона; масса каждого π -мезона $m(\pi) = 1,77m_0(\pi)$, где $m_0(\pi)$ — его масса покоя. Найти массу покоя $m_0(\pi)$ π -мезонов и их скорость v в момент образования.

23.18. Вывести формулу, связывающую магнитную индукцию B поля циклотрона и частоту ν приложенной к дуантам разности потенциалов. Найти частоту приложенной к дуантам разности потенциалов для дейтронов, протонов и α -частиц. Магнитная индукция поля $B = 1,26 \text{ Тл}$.

23.19. Вывести формулу, связывающую энергию W вылетающих из циклотрона частиц и максимальный радиус кривизны R траектории частиц. Найти энергию W вылетающих из циклотрона дейтронов, протонов и α -частиц, если максимальный радиус кривизны $R = 48,3 \text{ см}$; частота приложенной к дуантам разности потенциалов $\nu = 12 \text{ МГц}$.

23.20. Максимальный радиус кривизны траектории частиц в циклотроне $R = 35 \text{ см}$; частота приложенной к дуантам разности

потенциалов $\nu = 13,8$ МГц. Найти магнитную индукцию B поля, необходимого для синхронной работы циклотрона, и максимальную энергию W вылетающих протонов.

23.21. Решить предыдущую задачу для: а) дейтронов, б) α -частиц.

23.22. Ионный ток в циклотроне при работе с α -частицами $I = 15$ мкА. Во сколько раз такой циклотрон продуктивнее массы $m = 1$ г радия?

23.23. Максимальный радиус кривизны траектории частиц в циклотроне $R = 50$ см; магнитная индукция поля $B = 1$ Тл. Какую постоянную разность потенциалов U должны пройти протоны, чтобы получить такое же ускорение, как в данном циклотроне?

23.24. Определить частоту генератора, питающего циклотрон, который ускоряет дейтрон до энергии $W = 2$ МэВ при значении максимального радиуса кривизны траектории частиц $\rho = 49$ см.

23.25. Между дуантами циклотрона радиусом $R = 50$ см приложена переменная разность потенциалов $U = 75$ кВ с частотой $\nu = 10$ МГц. Найти магнитную индукцию B поля циклотрона, скорость v и энергию W вылетающих из циклотрона частиц. Какое число оборотов n делает заряженная частица до своего вылета из циклотрона? Задачу решить для дейтронов, протонов и α -частиц.

23.26. Пучок α -частиц, ускоренных в циклотроне, выпускается наружу через алюминиевое окошко, толщина которого 5 мг/см². Максимальный радиус кривизны α -частиц в циклотроне равен 40 см, индукция магнитного поля $1,3$ Тл. Найти длину пучка в воздухе.

23.27. Энергия дейтронов, ускоренных синхротроном, $W = 200$ МэВ. Найти для этих дейтронов отношение m/m_0 (где m — масса движущегося дейтрона и m_0 — его масса покоя) и скорость v .

23.28. В фазотроне увеличение массы частицы при возрастании ее скорости компенсируется увеличением периода ускоряющего поля. Частота разности потенциалов, подаваемой на дуанты фазотрона, уменьшается для каждого ускоряющего цикла от $\nu_0 = 25$ МГц до $\nu = 18,9$ МГц. Найти магнитную индукцию B поля фазотрона и кинетическую энергию W вылетающих протонов.

23.29. Протоны ускоряются в фазотроне до энергии $W = 660$ МэВ. α -частицы — до энергии $W = 840$ МэВ. Для того чтобы компенсировать увеличение массы, изменился период ускоряющего поля фазотрона. Во сколько раз необходимо было изменить период ускоряющего поля фазотрона (для каждого ускоряющего цикла) при работе: а) с протонами; б) с α -частицами?

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

Глава I

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

§ 1. Кинематика

- 1.1. $\Delta \vec{v} = -2\vec{v}$; $|\Delta \vec{v}| = 2v$; $\Delta|\vec{v}| = 0$.
- 1.2. $\Delta \vec{r} = -5\vec{i} + \vec{j} - 10\vec{k}$; $|\Delta \vec{r}| = \sqrt{125}$; $\Delta|\vec{r}| = -10$.
- 1.4. $\vec{v} = 4\vec{i} + \vec{j}$; $\vec{w} = 4\vec{i}$; $|\vec{v}| \approx 8$ м/с; $S \approx 38$ м.
- 1.5. $v = 5,4$ м/с; $\vec{w} = a(2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k})$; $|\vec{w}| = 5,4$ м/с²; $S \approx 13,5$ м.
- 1.6. а) $\vec{r} = a(\cos \omega t \cdot \vec{i} + \sin \omega t \cdot \vec{j})$, $\vec{v} = a\omega(-\sin \omega t \cdot \vec{i} + \cos \omega t \cdot \vec{j})$, $\vec{w} = -\omega^2 \cdot \vec{r}$, $|\vec{r}| = a$, $v = a\omega$, $w = a\omega^2$;
б) $\vec{r} \cdot \vec{v} = 0$;
в) $x^2 + y^2 = a^2$ — окружность радиуса a ;
г) $\vec{r} \cdot \vec{w} = -\omega^2 a^2 = -r \cdot w$;
д) против часовой стрелки;
е) частица движется равномерно против часовой стрелки по окружности радиуса a , центр которой в начале координат;
ж) направление движения частицы изменится на противоположное.
- 1.7. а) $t = \frac{V_0 \sin 2\alpha}{g}$; б) $h_{\max} = \frac{V_0^2 \sin \alpha}{2g}$; в) $t_n = \frac{V_0 \sin \alpha}{g}$, $r = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g}$;
- г) $y(x) = x \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{g(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)}{2V_0^2} x^2$.
- 1.8. а) $v = 12,3$ км/ч; $u = 3$ км/ч.
- 1.9. а) $v = 3$ м/с, б) $v = 1$ м/с, в) $v = 2,24$ м/с.
- 1.10. $v = 0,60$ м/с, $t = 250$ с.
- 1.11. $S = 700$ м.
- 1.12. $S = t(v + u)/(v + u)$.
- 1.13. $v_1 = \frac{v}{\sin \alpha} \sqrt{2 + 2 \cos \alpha}$.
- 1.14. $S = 2lv \frac{v \sin \alpha + \sqrt{c^2 - v^2 \cos^2 \alpha}}{c^2 - v^2}$.
- 1.15. $v = cl/\sqrt{l^2 - c^2 \Delta t^2}$.
- 1.16. а) $t = 8,4$ с; б) $t = 7,3$ с; в) $t = 7,8$ с.
- 1.17. $h_n = \frac{g}{2} t_0^2 (2n - 1)$, где $t_0 = 1$ с; $h_{\text{послед}} \approx 15$ м;
 $\Delta t_n = \sqrt{\frac{2l_0}{g}} (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$; $t_0 = 1$ м; $\Delta t_{\text{послед}} = \sqrt{\frac{2}{g}} (\sqrt{2} - 1)$ с.
- 1.18. $v_x = l \sqrt{\frac{g}{2\Delta h}} = 5$ м/с; $\operatorname{tg} \alpha = 0,5$.
- 1.19. $a_n \approx 0,8$ г; $a_T \approx 0,6$ г.
- 1.20. $R_n = 305$ м.
- 1.21. $R = 6,3$ м.

- 1.22. $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{2}$; $V_0 = \sqrt{gR(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)} = 9,4 \text{ м/с}$; $\alpha = 54^\circ 44'$.
- 1.23. $(x_n, y_n) = (-4 \text{ м}, 0)$; $(x_0, y_0) = (3 \text{ м}, 2,61 \text{ м})$; $v = 7,6 \text{ м/с}$.
- 1.24. $V_0 = \sqrt{\frac{g \cdot L \cdot \cos \alpha}{2 \cos \beta \sin(\beta - \alpha)}}$.
- 1.25. $v = \frac{V \cos \alpha}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{2gh}{V^2 \sin \alpha}} \right)$; $V \sin \alpha \geq \sqrt{2gh}$.
- 1.26. $t = \frac{V_0 \sin \alpha (V_0 \cos \alpha + 2u)}{g (V_0 \cos \alpha + u)}$.
- 1.27. $S = |V_1 - V_2| \frac{V_1}{g} \sin \alpha$.
- 1.28. $a = \frac{2l(t_1 - t_2)}{t_1 t_2 (t_1 + t_2)} = 3,2 \text{ м/с}^2$; $V_0 = \frac{l(t_1^2 + 2t_1 t_2 - t_2^2)}{t_1 t_2 (t_1 + t_2)} = 13,6 \text{ м/с}$.
- 1.29. $V = \sqrt{aL}$.
- 1.30. $t = (2 + \sqrt{2}) t_0$.
- 1.31. $t = 2 \frac{\sqrt{2gh} + 2u}{g}$.
- 1.32. $v = \frac{5}{8} t$. Указание: задача решается наиболее просто, если воспользоваться обратностью движения и выбрать началом отсчета границу раздела двух отрезков.
- 1.33. $v_0 = 0,45 \text{ м/с}$; $a = 0,3 \text{ м/с}^2$.
- 1.34. $t = 2 \sqrt{2h/g}$, от угла не зависит.
- 1.35. $n = \frac{10}{d} \sqrt{2h/g} = 90$.
- 1.36. $a = g \operatorname{ctg} \alpha$.
- 1.37. $V_{0 \min} = \sqrt{\frac{gL^2}{(L^2 + h^2)^{1/2} - h}} = \sqrt{g(\sqrt{L^2 + h^2} + h)}$
 достигается при $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{h}{L}$.
- 1.38. $V = \sqrt{5gR}$.
- 1.39. $\operatorname{tg} \alpha = 2 \frac{H - h}{r} + \frac{r}{(R^2 - r^2)^{1/2}}$; $\alpha = 45^\circ$.
- 1.40. $u = 2v_0 \cos \left[\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right]$; $S = 2v_0 t \cos \left[\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right]$.
- 1.41. $R = 8,33 \text{ см}$.
- 1.42. $\varepsilon = \omega^2 / 4\pi n = 3,2 \text{ рад/с}^2$.
- 1.43. $t = 6,3 \text{ с}$, $n = 9,4 \text{ об}$.
- 1.44. $t = \sqrt{a_n R / a_r}$; а) $t = \sqrt{R/a_r} = 2 \text{ с}$; б) $t = \sqrt{2R/a_r} = 2,8 \text{ с}$.
- 1.45. $\omega = 4,4 \cdot 10^{16} \text{ рад/с}$; $a_n = 9,7 \cdot 10^{22} \text{ м/с}^2$.
- 1.46. а) $\omega = 3,14 \text{ рад/с}$; б) $v = 0,314 \text{ м/с}$; в) $a_r = 0,314 \text{ м/с}^2$, $a_n = 0,986 \text{ м/с}^2$; г) $a = 1,03 \text{ м/с}^2$; д) $\sin \alpha = 0,305$.
- 1.47. $a_n = 4,5 \text{ м/с}^2$, $a_r = 0,06 \text{ м/с}^2$.
- 1.48. а) $\omega = 20 \text{ рад/с}$; $v = 2 \text{ м/с}$; б) $a_n = 40 \text{ м/с}^2$, $a_r = 1,6 \text{ м/с}^2$;
 в) $\varepsilon = 16 \text{ рад/с}^2$.
- 1.49. $\vec{v}_A = v(\vec{i} + \vec{j})$; $\vec{v}_B = 2v\vec{i}$; $\vec{v}_C = v(\vec{i} - \vec{j})$.
- 1.50. $R_A = 2\sqrt{2}r$; $R_B = 4r$.
- 1.51. а) $\varphi = 20 \text{ рад}$; б) вокруг оси, лежащей в плоскости x, y и образующей с осью x угол, равный 63° .

1.52. Так как конус катится без проскальзывания, то точки образующей OA должны быть неподвижны. Для точки A это условие дает (рис. 133)

$$\frac{\omega h}{\cos \alpha} = \Omega h \operatorname{tg} \alpha, \quad \Omega = \frac{\omega}{\sin \alpha}$$

Скорость произвольной точки на диаметре AB складывается из двух

$v_{1,2} = \omega(h \cos \alpha \mp r \sin \alpha) \pm r\omega / \sin \alpha$,
 где r — расстояние от точки C до точек 1 или 2. Верхние знаки для точек, лежащих выше точки C , нижние — для точек, лежащих ниже C .

1.53. $v = 1 \text{ м/с}$.

1.54. $t = a/v$; в центре квадрата.

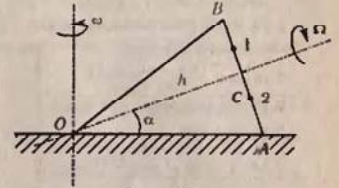


Рис. 133

§ 2. Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела

- 2.1. $F = ma = m(2c - 6dt)$; $F = 2H$.
- 2.2. $\omega = -a\omega^2 \sin \omega t$; $\omega \approx -0,25 \text{ м/с}^2$; $F = m\omega = -0,25 \text{ Н}$.
- 2.3. $\omega = \sqrt{4c^2 + 36d^2 t^2} \approx 60 \text{ м/с}^2$; $F = 60 \text{ Н}$.
- 2.4. $a = a_1 = a_2 = a_3 = \begin{cases} \frac{mg - Mg(k_1 + k_2)}{m + 2M}, & m > M(k_1 + k_2), \\ 0, & m \leq M(k_1 + k_2); \end{cases}$
- $a = 1 \text{ м/с}^2$; $T_{23} = m(g - a) = 4,5 \text{ Н}$; $T_{12} = M(a + k_1 g) \approx 1 \text{ Н}$;
 $F_{\text{оси}} = T_{23} \sqrt{2} = 6,31 \text{ Н}$
- 2.5. $a = g \frac{1 - \sin \alpha}{2} = 2,45 \text{ м/с}^2$;
 $T = \frac{m_1 m_2 (1 + \sin \alpha) g}{m_1 + m_2} = \frac{mg}{2} (1 + \sin \alpha) = 7,35 \text{ Н}$.
- 2.6. $a = g \frac{m_1 - m_2 (\sin \alpha + k \cos \alpha)}{m_1 + m_2} = 2,02 \text{ м/с}^2$;
 $T = \frac{m_1 m_2 [1 + \sin \alpha + k \cos \alpha] g}{m_1 + m_2} = 7,77 \text{ Н}$.
- 2.7. Так как $\sin \alpha > \mu \cos \alpha$, то проскальзывание будет.
 $a_1 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \approx 3,3 \text{ м/с}^2$;
 $a_2 = a_3 = (m_2 \sin \alpha + \mu m_1 \cos \alpha - m_3) g / (m_2 + m_3) \approx 0,91 \text{ м/с}^2$.
- 2.8. $F_{\text{тр}} = \begin{cases} mg \sin \alpha, & \text{при } \operatorname{tg} \alpha \leq k, \\ kmg \cos \alpha, & \text{при } \operatorname{tg} \alpha \geq k. \end{cases}$
- 2.9. $a = \frac{Mg \operatorname{ctg} \alpha}{m + M \operatorname{ctg}^2 \alpha}$.
- 2.10. $a = g \frac{M \sin 2\alpha}{2(M + m \sin^2 \alpha)}$.
- 2.11. $\mu = \frac{mM \sin 2\alpha}{2(M + m \sin^2 \alpha)(M + m \cos^2 \alpha)}$.
- 2.12. $a_1 = \frac{(m_2 - m_3)^2}{m_2^2 + m_3^2 + 6m_2 m_3} g$;
 $a_2 = \frac{m_1^2 - 4m_2^2}{m_1^2 + 4m_2 m_3} g$; $a_3 = \frac{m_1^2 - 4m_3^2}{m_1^2 + 4m_2 m_3} g$; $T = \frac{8m_1 m_2 m_3}{4m_2 m_3 + m_1 (m_2 + m_3)} g$.

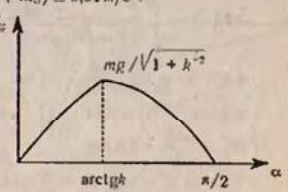


Рис. 134

$$2.13. a_1 = \frac{4m_1m_3 - 3m_2m_3 + m_1m_2}{4m_1m_3 + m_2m_3 + m_1m_2} g; \quad a_2 = \frac{m_1m_2 - 4m_1m_3 - m_2m_3}{4m_1m_3 + m_2m_3 + m_1m_2} g;$$

$$a_3 = \frac{4m_1m_3 - 3m_2m_3 + m_1m_2}{4m_1m_3 + m_2m_3 + m_1m_2} g.$$

2.14. Оба груза свободно падают с ускорением g . Блоки B и C вращаются против часовой стрелки, блок A — по часовой.

$$2.15. a = \frac{(m_1 - m_2)g - f}{m_1 + m_2}.$$

2.16. Со скоростью $u/4$ вверх.

2.17. $k = 0,01$.

$$2.18. V = V_0 \sqrt{\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha + k \cos \alpha}};$$

$$\Delta t = \frac{V_0}{g} \left(\frac{1}{\sin \alpha + k \cos \alpha} + \sqrt{\frac{\sin \alpha}{\sin^2 \alpha - k^2 \cos^2 \alpha}} \right); \quad k < \tan \alpha.$$

2.19. $v = u/2$. Указание: написать уравнение движения для осей, направленных вдоль скорости и по вертикали вниз.

2.20. $u = 5,14$ км/ч; $u' = 1,71$ км/ч.

2.21. а) $u = 17,8$ км/ч; б) $u = 53,5$ км/ч; в) $u = -17,8$ км/ч.

Знак «минус» указывает, что выгон продолжает двигаться навстречу снаряду, но с меньшей скоростью.

2.22. $u = -12,5$ м/с.

2.23. а) $u = 0,67$ м/с; б) $u = 0,83$ м/с; в) $u = 0,5$ м/с.

$$2.24. v' = v - \frac{F_0 t_0}{m}; \quad v'' = F_0 t_0 / m.$$

$$2.25. p = \sqrt{p_1^2 + 2p_1 p_2 \cos \alpha + p_2^2}.$$

$$2.26. \bar{v} = \frac{m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2 + m_3 \bar{v}_3}{m_1 + m_2 + m_3}.$$

$$2.27. F = 3mg(1 - x/l).$$

$$2.28. F = m(v^2 + gt)/l.$$

$$2.29. v = \sqrt{\frac{gL}{(1 + m/M) \sin 2\alpha}}.$$

$$2.30. v = \frac{-u \sin \alpha + \sqrt{u^2 \sin^2 \alpha + (1 + m/M) gL \sin 2\alpha}}{(1 + m/M) \sin 2\alpha}.$$

$$2.31. v = \sqrt{\frac{gL}{(1 + m/M) \sin 2\alpha + \frac{2F}{Mg} \sin^2 \alpha}}.$$

$$2.32. \Delta p = -\frac{2\Delta W_k}{v_1 - v_0} = -3,5 \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

2.33. а) $\vec{F}(0) = 4,5\vec{i} + 12\vec{j} - 2,6\vec{k}$; б) $\vec{a}_0 = \frac{1}{m}(4,5\vec{i} + 12\vec{j} - 2,6\vec{k})$;

$$в) W_k = \frac{mv_0^2}{2} = 2,5 \text{ Дж}.$$

$$2.34. а) \vec{F} = -\frac{\partial U}{\partial r} \vec{e}_r = \frac{\alpha}{r^2} \vec{e}_r.$$

$$L = \alpha \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \alpha \left(\frac{1}{\sqrt{14}} - \frac{1}{\sqrt{29}} \right) = 0,82\alpha, \text{ Дж};$$

$$б) \vec{F} = -kr. \quad A = \frac{k}{2} (r_1^2 - r_2^2) = \frac{k}{2} (14 - 29) = -7,5k, \text{ Дж}.$$

2.35. Да, при $r = 3\alpha/2\beta$ (рис. 135). Указание: условие устойчивого равновесия $\frac{\partial U}{\partial r} = 0$. $F = -\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{3\alpha}{r^4} - \frac{2\beta}{r^3}$; $\frac{\partial F}{\partial r} = -\frac{12\alpha}{r^5} + \frac{6\beta}{r^4} = 0$;

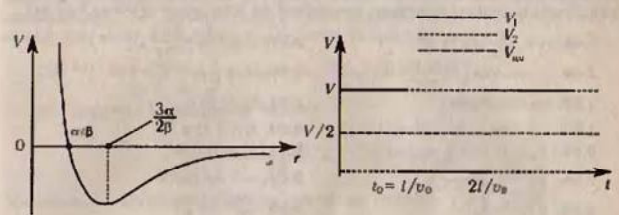


Рис. 135

Рис. 136

$r_{\text{min}} = \frac{2\alpha}{\beta}$ (рис. 136). Да, будет. Указание: проанализировать знак полной энергии частицы.

2.36. При $v_0 > \sqrt{2\alpha/mg_0}$ по гиперболе, при $v_0 = \sqrt{2\alpha/mg_0}$ — по параболе, при $v_0 < \sqrt{2\alpha/mg_0}$ по эллипсу. Указание: получить выражение для полной энергии частицы и проанализировать его.

2.37. При $v_0 = \sqrt{\alpha/mg_0}$ или $E = -\frac{m\alpha^2}{2M^2}$, где E — полная энергия частицы, M — момент импульса частицы: $|M| = m|\vec{r} \times \vec{v}|$.

2.38. $A_{\text{sp}} = 2,25$ МДж; $S = 375$ м.

2.39. $A_{\text{sp}} = 2,25$ МДж; $S = 212$ м.

2.40. $W = W_k + W_n$, $W_k = \frac{m}{2}(V_0 - gt)^2$, $W_n = mgy = mg(V_0 t - \frac{gt^2}{2})$ (рис. 137).

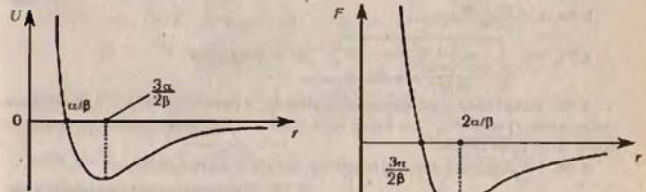


Рис. 137

Рис. 138

2.41. $W_n = mgy$, $W_k = m(\frac{v_0^2}{2} - gy)$ (рис. 138).

2.42. а) $W_k = 6,6$ Дж, $W_n = 15,9$ Дж, $W = 22,5$ Дж;

б) $W_k = 5,7$ Дж, $W_n = 16,8$ Дж, $W = 22,5$ Дж.

2.43. $A = mg \frac{l}{2} + (m + \frac{M}{2})gd$.

2.44. $S = \frac{l}{2} + \frac{v^2}{2\mu g} = 2,8$ м.

2.45. $S = 6 \text{ м.}$

2.46. $L = \frac{2lg\alpha}{K_0}$.

2.47. Скорость тела $v_1 = -3,33 \text{ м/с}$, скорость горки $v_2 = 1,67 \text{ м/с}$. Указания: сначала следует выяснить, преодолит ли тело вершину горки или нет.

2.48. $h = \frac{v}{2kg} \sqrt{u^2 + v^2}$.

2.57. $x = l \frac{T - 3mg}{T - mg}$.

2.49. $\beta = \arccos \left(\frac{v_1 v_2 \cos \alpha}{u_1 u_2} \right)$.

2.58. $A = \frac{1}{6} \rho g h^2 S = 1,63 \cdot 10^5 \text{ Дж.}$

2.52. $\sin \alpha = m_2/m_1$.

2.59. $Q = \frac{3}{16} \frac{F^2}{m}$.

2.53. $u_2 = 2m_1 v \cos \alpha / (m_1 + m_2)$.

2.60. $h = 1,23 \text{ м.}$

2.54. $E_{\min} = E(1 + m_c/m)$.

2.61. $F = 72,5 \text{ Н.}$

2.55. $\frac{h_1}{h_0} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2$.

2.62. $v = 3,6 \text{ км/ч.}$

2.56. $v = 550 \text{ м/с.}$

2.63. $\frac{W_{n1}}{W_{n2}} = \frac{k_2}{k_1}$.

2.64. На расстоянии $l = k_1 L / (k_1 + k_2) = 6 \text{ см}$ от первой пружины.

2.65. $F = m \Delta l / (\Delta t)^2 = 13,7 \text{ Н.}$

2.66. $l_0 = 6,3 \text{ см.}$

2.67. $V_{\max} = \sqrt{2g(H-1) + mg^2/k}$, $F_{\max} = mg \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2k}{mg}(H-1)} \right]$.

2.68. $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_2}{m_1}$, l_1 и l_2 — длины дуг кольца от точки начала движения до точки 5-го соударения.

2.69. $a = (2H/l - 1)g = 19g$.

2.70. $v_3 = \frac{v\sqrt{2}}{2}$. Учтем, что энергия массивной пружины пропорциональна квадрату скорости: $W_{\text{пр}} = \alpha v^2$, $\alpha = \text{const}$.

2.71. $F_{\min} = kg(m_1 + m_2/2)$.

2.72. $S = \sqrt{\frac{2h}{g} \frac{mv}{m+M}}$.

2.73. $v = \frac{m+M}{m} u$.

2.74. $v = \sqrt{\frac{gl}{(m \cos \alpha)^2 + \sin 2\alpha}}$, $\alpha = \arctg \frac{m}{2kM}$.

2.75. Начальный горизонтальный импульс мешка $m v_0 \cos \alpha = 0,5 m v_0$, а импульс силы трения $F_{\text{тр}} \cdot t = k m l v_0 \sin \alpha \approx 0,6 m v_0$. Поэтому мешок остановится сразу же у края доски.

2.76. $l = H (\sin \alpha - k \cos \alpha) (\cos \alpha - k \sin \alpha)^2 / k \sin \alpha = 0,25 \text{ м.}$

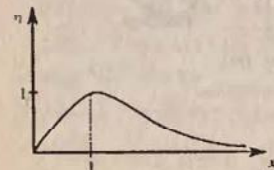


Рис. 139

2.77. Шарик отскочит перпендикулярно стене, если $lg \varphi \leq 2k$.

2.78. $F \Delta t = 0,17 \text{ Н} \cdot \text{с}$; $Q = 37,2 \text{ мДж.}$

2.79. $\eta = \frac{\Delta W_k}{W_{k1}} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{4m_1}{m_2(1 + m_1/m_2)^2}$; $\frac{m_1}{m_2} = x$;

$\eta = \frac{\Delta W_k}{W_{k1}} = \frac{4x}{1+x^2}$ (рис. 139).

2.80. $\gamma = \frac{\pi}{3} + \arctg(2\sqrt{3}) = 134^\circ$.

2.81. $h = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 H$.

2.82. Исходя из того, что нить подвеса шарика m_1 очень длинная, можно считать, что шарик движется по горизонтальной прямой, а сама нить остается вертикальной. Все внешние силы в этой системе направлены вертикально, а потому сохраняется горизонтальная составляющая импульса

$m_2 v_0 = (m_1 + m_2) v_T$.

Закон сохранения механической энергии

$\frac{m_2 v_0^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) v_T^2}{2} + \frac{m_2 v_S^2}{2} + m_2 g l$.

Минимальное значение скорости v_0 принимает в случае $v_S = 0$. Тогда

$v_{0 \min} = \sqrt{2gl(1 + m_2/m_1)}$.

2.83. Если $F \leq k(m_1 + m_2)g$, движение отсутствует. Пусть $F > k(m_1 + m_2)g$. Рассмотрим случай отсутствия скольжения тела по бруску. Уравнения движения будут

$m_1 a = F - f - k(m_1 + m_2)g$, $m_2 a = f$, $f \leq k m_2 g$.

Получим

$a = \frac{F}{m_1 + m_2} - kg$, $f = \frac{m_2 F}{m_1 + m_2} - k m_2 g \leq k m_2 g$,

что возможно, если

$k(m_1 + m_2)g < F < 2k(m_1 + m_2)g$.

Если $F > 2k(m_1 + m_2)g$, то тело будет скользить по бруску. Уравнения движения

$m_1 a_1 = F - k m_2 g - k(m_1 + m_2)g$, $m_2 a_2 = k m_2 g$;

$a_1 = \frac{F}{m_1} - k \frac{2m_1 + m_2}{m_1} g$, $a_2 = kg$.

2.84. $F > k(m_1 + m_2)g$, $t = \sqrt{\frac{2l m_1}{F - kg(m_1 + m_2)}}$.

2.85. $v_0 > \sqrt{2kg l (1 + m/M)}$.

2.86. $\Delta x_{\max} = l + \sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}} v$.

Указание: решение удобно получить, используя систему центра масс.

2.87. $v_0 = \sqrt{\frac{k l l_0}{M}}$. Решение удобно провести в системе центра масс.

2.88. Смотри на рис. 140.

2.89. $W_{k \max} = \frac{F^2}{2k}$; $W_{n \max} = \frac{2F^2}{k}$;

$V_{отн} = F \sqrt{(m_1 + m_2)/(k m_1 m_2)}$.

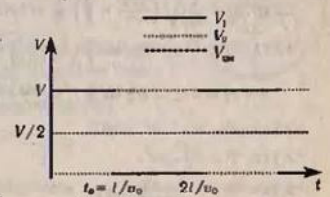


Рис. 140

2.90. Указание: следует выразить скорости движения тел в л-системе через скорость центра масс и относительную скорость частиц

$$\begin{cases} \vec{v}_\alpha = \vec{v}_{\text{цм}} + \frac{m_\beta}{m_\alpha + m_\beta} \vec{v} \\ \vec{v}_\beta = \vec{v}_{\text{цм}} - \frac{m_\alpha}{m_\alpha + m_\beta} \vec{v} \end{cases}, \text{ где } \vec{v} = \vec{v}_\alpha - \vec{v}_\beta \text{ — относительная скорость.}$$

2.91. $\Delta W = F(l - Ft^2/2m)$.

2.92. $W = W_1 + W_2 + \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (\vec{V}_1 - \vec{V}_2)^2$, нет.

Указание: используя решение задачи 2.90 следует показать, что во внутреннюю энергию может переходить только часть суммарной кинетической энергии, а именно, $\Delta E = \frac{1}{2}(V^2 - V'^2)$, где V и V' — относительные скорости тел.

2.93. $\alpha_{\text{равн}} = \arctan \frac{mv^2 - W_0 + 2W_1}{mv^2 + W_0 - 2W_1}$.

2.94. $\Delta W = Fl$.

2.95. $\frac{\Delta P}{P} = \frac{mv^2/R}{mg} = \frac{\omega^2 R}{g} = 0,34\%$.

2.96. $F = 245 \text{ Н}$.

2.97. $v = 2,43 \text{ м/с}$; $T = 0$ (в высшей точке), $T = 39,2$ (в низшей точке).

2.98. $m = 0,5 \text{ кг}$.

2.101. а) $R = 1600 \text{ м}$; б) $R = 711 \text{ м}$.

2.99. $T = 1,96 \text{ л}$.

2.102. $\alpha = 22^\circ$.

2.100. $k = 0,2$.

2.103. $v = \sqrt{\frac{m}{M}} gR$.

2.104. $h = \frac{2}{3} R$.

2.105. $u = \frac{d^2}{D} \sqrt{\frac{8F}{\pi \rho (D^4 - d^4)}}$.

2.106. $N_1 = M\omega^2 L$;
 $N_2 = \omega^2 L (M + \frac{m}{2})$.

2.107. $T = \frac{M\omega^2}{2L} (L^2 - x^2)$
(рис. 141).

2.108. $N = m(2\pi n)^2 \cdot R = 0,4 \text{ Н}$;
 $h = R(1 - g/(2\pi n)^2 \cdot R) = 1 \text{ м}$.

2.109. $T = 2\pi \sqrt{R \operatorname{tg} \alpha / (a + g)}$.

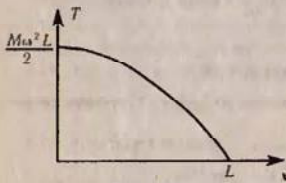


Рис. 141

2.110. $n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2\pi T}{m} - \frac{g}{k}} \cdot \frac{1}{R} = 5,8 \text{ об/с}$.

2.111. $v_1 = \omega r_1 = 2r_1 \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{g \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2}}$;

$v_2 = \omega r_2 = 2r_2 \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{g \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2}}$.

2.112. $T = m \cdot l \cdot n^2 = 90 \text{ Н}$.

2.113. $T = \frac{\pi d^4}{4} \rho v^2$.

2.114. $R = \frac{R_0}{1 - m\omega^2/4\pi^2 k}$, если $\omega < 2\pi \sqrt{k/m}$;

при $\omega > 2\pi \sqrt{k/m}$ кольцо растягивается неограниченно.

2.115. $\omega_1 = 0$, если $\epsilon > kg/r$; $\omega_1 = (k^2 g^2 / r^2 - \epsilon^2)^{1/4}$, если $\epsilon < kg/r$.

2.116. В неинерциальной системе, связанной со столом, запишем уравнение движения (покоя) для тела

OY: $N - MW - Mg = 0$ $ma_{\text{отн}} = mg - T - (-mW)$,

mW — сила инерции, $a_{\text{отн}}$ — ускорение грузов относительно стола

OX: $Ma_{\text{отн}} = T$.

Решая эту систему уравнений, найдем

$a_{\text{отн}} = \frac{m(g+W)}{m+M}$, $T = \frac{mM}{m+M}(W+g)$.

2.117. $a_{\text{отн}} = \frac{m(g-W)}{m+M}$; $T = \frac{mM}{m+M}(g-W)$.

2.118. $a_{\text{отн}} = \frac{m\sqrt{W^2 + g^2} + MW}{m+M}$; $T = \frac{mM}{m+M}(\sqrt{W^2 + g^2} - W)$.

2.119. $a_{\text{отн}} = \frac{(M-m)(g+W)}{m+M}$; $T = \frac{2mM(g+W)}{m+M}$; $F_{\text{оск}} = 2T$.

2.120. $a_1 = g \frac{2m_2 m_3}{m_1(m_2 + m_3) + 4m_2 m_3}$; $a_2 = g \frac{m_1(m_3 - m_2) - 4m_2 m_3}{m_1(m_2 + m_3) + 4m_2 m_3}$;

$a_3 = g \frac{m_1(m_3 - m_2) + 4m_2 m_3}{m_1(m_2 + m_3) + 4m_2 m_3}$; $T_1 = g \frac{2m_1 m_2 m_3}{m_1(m_2 + m_3) + 4m_2 m_3}$; $T_2 = \frac{1}{2} T_1$.

2.121. $l = \frac{k l_0 - Mg \cos \alpha}{k - M\omega^2 \sin^2 \alpha}$. Показать, что это положение муфты устойчиво.

если выполняются следующие условия: $k l_0 > Mg \cos \alpha$, либо $\omega < \frac{1}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{k}{M}}$.

2.122. $a_{\text{отн}} = a^2 \omega^2 + 4a\omega$.

2.123. $A = \frac{m\omega^2}{2} (R_2^2 - R_1^2) = 1,5 \text{ Дж}$.

2.124. а) $\vec{v} = \frac{1}{2} [\vec{r} \times \vec{\omega}]$; б) $\vec{v} = \frac{1}{2} [\vec{\omega} \times \vec{r}]$.

2.125. $a_1 = \frac{(m_1 - m_2)g + m_2 a}{m_1 + m_2}$; $F_{\text{тр}} = \frac{m_1 m_2 (2g - a)}{m_1 + m_2}$.

2.126. $P = \frac{4m_1}{\pi^2 d^3 R^2 \rho}$.

2.127. $\gamma = \frac{3g}{4\pi \rho R} = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$.

2.128. На расстоянии $r = 3,4 \cdot 10^5 \text{ км}$ от Земли.

2.129. $v_1 = \sqrt{\gamma M/R} = \sqrt{gR} = 7,9 \text{ км/с}$.

2.130. $v_2 \geq \sqrt{2gR} = 11,2 \text{ км/с}$.

2.131. $v = 30 \text{ км/с}$.

2.132. $T = \sqrt{3\pi/\gamma\rho}$, для Земли $T = 1,41 \text{ ч}$.

2.133. $a_n = 9,2 \text{ м/с}^2$.

2.134. $h = 35800 \text{ км}$.

2.135. Выделим малый элемент массы dm на расстоянии r от центра планеты ($r \leq R$). Рассмотрим силы притяжения, действующие на данную массу со стороны масс на поверхности Земли: dm_1 и dm_2 (рис. 142)

$F_1 = \gamma \frac{dm \cdot dm_1}{r_1^2}$; $F_2 = \gamma \frac{dm \cdot dm_2}{r_2^2}$.

Учтем, что $dm_1 \sim dS_1$ — площадь поверхности, выделенная конической поверхностью с углом раствора $d\Omega$, $dm_2 \sim dS_2$. Тогда $F_1 \sim \frac{dS_1}{r_1^2}$ и $F_2 \sim \frac{dS_2}{r_2^2}$, но $\frac{dS_1}{r_1^2} = \frac{dS_2}{r_2^2} = d\Omega$ — телесный угол. Следовательно, массы, сосредоточенные вне

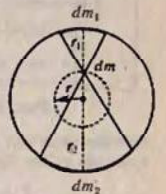


Рис. 142

сферы радиуса r , будут взаимно компенсировать гравитационное притяжение «выделенной» массы dm . И только масса внутри сферы радиуса r будет оказывать силовое воздействие на «пробную» массу dm .

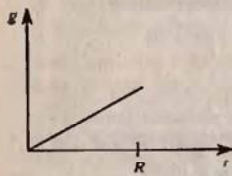


Рис. 143

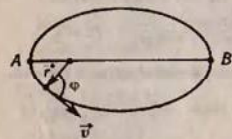


Рис. 144

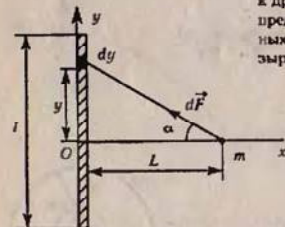


Рис. 145

Очевидно, что проекции на ось Oy таких элементарных сил притяжения в сумме дадут нуль (симметрия верх — низ), а проекции на ось Ox дадут истинную силу притяжения, т. е.

$$F = \int dF_x = \int dF \cos \alpha = \int \gamma \frac{m \, dM}{y^2 + L^2} \cdot \frac{L}{\sqrt{y^2 + L^2}} = \gamma \cdot L \cdot m \int \frac{dM}{(y^2 + L^2)^{3/2}}$$

$$dM = \frac{M}{l} \, dy, \quad F = 2\gamma \frac{Lm}{l} M \int_0^l \frac{dy}{(y^2 + L^2)^{3/2}} = 2\gamma \frac{mM}{lL} \int_0^{\arctan \frac{l}{L}} \cos \alpha \, d\alpha =$$

$$= 2\gamma \frac{mM}{lL} \cdot \frac{y}{\sqrt{y^2 + L^2}} \Big|_0^l = \gamma \frac{mM}{L} \cdot \frac{1}{\sqrt{L^2 + l^2/4}}$$

$$F = \gamma \frac{Mm}{r^2}; \quad m = \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi r^3;$$

$$\vec{F} = \gamma \frac{M4\pi\rho}{3} \vec{r}; \quad g_r = \frac{4\pi\rho\gamma}{3} r = g \frac{r}{R} \quad (\text{рис. 143});$$

$$F = -\frac{\partial W_p}{\partial r}; \quad W_p = -\gamma \frac{2\pi M\rho}{3} r^2.$$

2.136. $T = 2\pi \sqrt{R^3/\gamma(m_1 + m_2)}$.

2.137. $W_n = 2W_n$.

2.138. $V_A = v(2\gamma M/rv^2 - 1)$;

$R = r/(2\gamma M/rv^2 - 1)$, M — масса Земли.

2.139. Из закона сохранения момента импульса следует $v \cdot r \cdot \sin \varphi = \text{const}$. $v = \frac{\text{const}}{r \cdot \sin \varphi}$, $r \sin \varphi$ — минимально в (.) A и максимально в (.) B. Следовательно, V_A — максимальна, V_B — минимальна (рис. 144).

2.140. Вблизи пузырька поле тяготения меньше, чем в однородной жидкости. Жидкость около пузырька менее сжата. Поэтому пузырьки воздуха стремятся приблизиться друг к другу. Притяжение пузырьков воздуха можно представить как притяжение двух отрицательных масс, равных массам воды в объеме пузырька

$$F = \gamma \left(\frac{4}{3} \pi \rho\right)^2 \frac{r^6}{R^2}.$$

2.141. На стержне выделим элемент длины dy , который имеет массу dM (рис. 145). Сила притяжения этой массой частицы m

$$dF = \gamma \frac{m \cdot dM}{y^2 + L^2}.$$

(интеграл берется подстановкой $y = L \operatorname{tg} \alpha$). При $L \gg l$ $F \approx \gamma \frac{Mm}{L^2}$.

2.142. $F = \gamma \frac{Mm}{2\sqrt{5} a^2}$.

2.143. Используя идеи решения задачи 2.141, интегрируя по кольцу, получим (рис. 146)

$$F(x) = 2\pi^2 \gamma m \rho r^2 R \cdot \frac{x}{(x^2 + R^2)^{3/2}};$$

$$U(x) = -\int_0^x F(x) \, dx = -\frac{2\pi^2 \gamma \cdot m \rho r^2 R}{(x^2 + R^2)^{1/2}}; \quad U_0 = -2\pi^2 \gamma m \rho r^2.$$

2.144. Указание: площадь диска разбить на кольца ширины dr , найти вклад в силу притяжения от такого кольца и проинтегрировать по r .

а) $F = 2\pi\gamma m\sigma(1 - x/\sqrt{x^2 + R^2})$;

б) $U(x) = -2\pi\gamma m\sigma[x + R - \sqrt{x^2 + R^2}]$.

2.145. а) $F = 2\gamma m\lambda/x$; б) $M = 2bx$.

2.146. Из 2.135 следует, что $g_r = g \frac{x}{R}$, $\vec{F} = \gamma \frac{mM\vec{x}}{R^2}$.

2.147. $F = \gamma mM/2R^2$.

2.148. Мысленно заполним полость массой свинца, чтобы ситуация не изменилась, добавим также вещество (антивещество) с «отрицательной» массой,

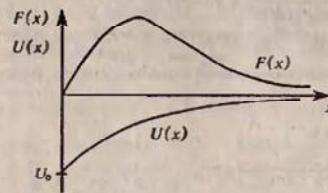


Рис. 146

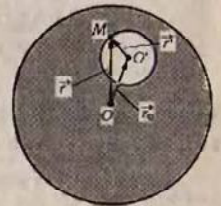


Рис. 147

равной массе добавленного свинца. Тогда гравитационное поле в полости в любой точке M создается самой массой свинца и массой антивещества, т. е.

$$\vec{W} = \vec{W}_0 + \vec{W}_{\text{анти}};$$

$$\vec{W}_0 = \gamma \frac{4\pi}{3} \rho_0 \cdot \vec{r}; \quad \vec{W}_{\text{анти}} = \gamma \frac{4\pi}{3} \rho_0 \cdot \vec{r}'; \quad (\text{рис. 147})$$

$$\rho = \rho_0 = -\rho_0; \quad \vec{W} = \gamma \frac{4\pi}{3} \rho (r - r') = \gamma \frac{4\pi}{3} \rho r_0.$$

2.149. $\vec{g}(\vec{r}) = 2\pi\gamma\rho_0\vec{r}$.

2.150. Используя метод «выполнения» и принцип суперпозиции (см. 2.148), получим

$$a = \frac{\gamma\rho}{(x+R)^2} \frac{4\pi}{3} R^3 \left[1 - \left(8 + \frac{2R}{x+R} \right)^{-2} \right].$$

2.151. $\frac{R_1}{R_3} = \sqrt{\frac{gT^2}{9\pi^2 R_3}} \quad \omega_{\text{сн}} > \frac{2\pi}{T}; \quad \frac{R_2}{R_3} = \sqrt{\frac{gT^2}{\pi^2 R_3}} \quad \omega_{\text{сн}} < \frac{2\pi}{T}.$

2.152. $r = \sqrt[3]{\gamma M (T/2\pi)^2} = 4,2 \cdot 10^4$ км, где M и T — масса Земли и период ее обращения вокруг собственной оси; 3,1 км/с; 0,22 м/с².

2.153. $\vec{v} = -\vec{u} \ln(m/m_0)$. 2.154. $m = m_0 e^{-wt/v}$.

2.155. $\vec{v} = \frac{F}{\mu} \ln \frac{m_0}{m_0 - \mu t}$; $\vec{w} = \frac{F}{m_0 - \mu t}$.

§ 3. Вращательное движение твердых тел

3.1. $J = 9,7 \cdot 10^{27}$ кг · м²; $L = 7 \cdot 10^{33}$ кг · м²/с.

3.7. а) $J_1 = 63,5 \cdot 10^{-3}$ кг · м²; б) $J_2 = 62,5 \cdot 10^{-3}$ кг · м²; в) $\delta = 1,6\%$.

3.8. $m = 2(F \cdot R - M)/\epsilon R^2 = 7,36$ кг.

3.9. $\epsilon = 2,35$ рад/с².

3.10. $M = 100$ Н · м.

3.11. Учитывая различие сил реакции натянутой нити, действующей на обе гири, напишем уравнение движения гири для блока:

$$\begin{cases} m_1 a = m_1 g - T_1 \\ m_2 a = T_2 - m_2 g \\ J \cdot \epsilon = (T_1 - T_2) R, \end{cases}$$

$\epsilon = a/R$, $J = mR^2/2$ — момент инерции блока, m — его масса.

Решая систему, найдем

$$a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + J/R^2} = 2,8 \text{ м/с}^2;$$

$$T_1 = \frac{m_1 g (2m_2 + J/R^2)}{m_1 + m_2 + J/R^2} = 14 \text{ Н}; \quad T_2 = \frac{m_2 g (2m_1 + J/R^2)}{m_1 + m_2 + J/R^2} = 12,6 \text{ Н}.$$

3.12. $\epsilon = \frac{|m_1 - m_2|}{(m_1 + m_2 + J/R^2) R}$

3.13. Аналогично решению 3.11.

$$a = \frac{2mg}{m_0 + 2m} = 3 \text{ м/с}^2.$$

Решим эту задачу, используя закон сохранения механической энергии.

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}.$$

h — высота, на которую опустится груз, v — скорость груза на этой высоте, $\omega = v/R$, $J = m_0 R^2/2$.

Учтем, что $h = \frac{v^2}{2g}$, $v = at$.

Подставляя все в закон сохранения, получим тот же ответ.

3.14. $J = 9,5$ кг · м².

3.15. $t = 1,1$ с; $W_k = 0,81$ Дж; $T = 4,1$ Н.

3.16. $a = 3,83$ м/с²; $T_1 = 6,3$ Н; $T_2 = 4,5$ Н.

3.17. Кинетическая энергия диска складывается из энергии поступательного движения и кинетической энергии вращения:

$$W_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} = \frac{3mv^2}{4} = 24 \text{ Дж}.$$

3.18. $W_k = 0,1$ Дж.

3.19. $Q = 2,51$ мДж.

3.20. $s = 4,1$ м.

3.21. Из закона сохранения механической энергии (см. 3.13) получим

$$mgt \sin \alpha = \frac{v^2}{2} (m + J/R^2).$$

С учетом кинематики движения

$$a = \frac{mg \sin \alpha}{m + J/R^2}.$$

Подставляя моменты инерции для шара, обруча и диска, получим

$$a_1 = 3,5 \text{ м/с}^2, \quad a_2 = 2,44 \text{ м/с}^2, \quad a_3 = 3,27 \text{ м/с}^2.$$

3.22. $v = \sqrt{\frac{2mgh}{m + J/R^2}}$; $v_1 = 2,65$ м/с; $v_2 = 2,56$ м/с; $v_3 = 2,21$ м/с.

3.23. $a = \frac{2}{3} g \sin \alpha$.

3.27. $\cos \alpha > r/R$.

3.25. $t = \omega R/(g - k)$; $N = \omega^2 R/(4\pi g k)$.

3.28. $t = v/kg$.

3.26. $v = \sqrt{gl(\sin \alpha - 2k \cos \alpha)}$.

3.29. $N = mgl^2/(l^2 + 3a^2)$.

3.30. Из закона сохранения энергии $\frac{m\omega^2 R^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} = mgh$ найдем h , а затем $l = h/\sin \alpha$ — длину подъема обруча вдоль плоскости. Учитывая, что $l = at^2/2$ и $v = at$, легко найти $t = \frac{3}{2} \cdot \frac{\omega R}{g \sin \alpha}$.

3.31. $t = \omega_0 R/kg$; $Q/W = 1/2$.

3.32. $v = \sqrt{3gh} = 9,5$ м/с; $M = mg \sqrt{gh/3} = 4,7 \cdot 10^2$ кг · м²/с.

3.33. $\omega_1 = \omega_2 = 14$ рад/с²; $v_1 = 1,05$ м/с; $v_2 = 2,10$ м/с.

3.34. $\alpha = 81^\circ 22'$.

3.35. Закон сохранения момента импульса $J_1 \omega_1 = J_2 \omega_2$;

$$J_1 = mR^2/2 + m_0 R^2, \quad J_2 = mR^2/2; \quad n_2 = n_1 \frac{mR^2 + 2m_0 R^2}{mR^2} = 22 \text{ об/мин}.$$

3.36. $A = 162$ Дж.

3.40. $m_2 = m_1 \sin \alpha / \sin \left(\frac{1}{R} - \alpha \right)$.

3.37. $n_2 = 21$ об/мин.

3.41. $T = mg/2 \lg \alpha$; $T' = mg/2 \sin \alpha$.

3.38. $W_{k_2}/W_{k_1} = 1,05$.

3.42. $F_A = mg \lg \alpha$; $F_B = mg \cos 2\alpha / \cos \alpha$.

3.39. $A = -mR^2 \omega^2/4$.

3.43. $k = 1/\sqrt{3}$.

3.44. $\begin{cases} F = mg/2, & \alpha = 0 \text{ при } k \geq 1/2 \\ F = \frac{mg}{2k} \sqrt{5k^2 - 4k + 1}, & \lg \alpha = \frac{1 - 2k}{k}, \text{ при } k < 1/2. \end{cases}$

3.45. $\lg \alpha \geq (1 - k_1 k_2)/2k_1$.

3.46. $T_n = (2n - 1) mg/\sqrt{3}$.

3.47. $k \geq 1/3$.

3.48. $F = kmg(\sqrt{2} - 1)$.

3.49. $\alpha = \arcsin \sqrt{\frac{2n}{l}}$; $N_{\text{центр}} = mg \sqrt{\frac{l}{2a}}$;

$$N_{\text{стен}} = mg \sqrt{\frac{a}{4a^2} - 1}, \quad t > 2a.$$

3.50. $N_C = N_E = 720$ Н; $N_D = 700$ Н.

3.51. $T = 0,4$ Н; $F_{\text{сп1}} = 13,6$ Н; $F_{\text{сп2}} = 40,8$ Н, и далее.

3.52. $k = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \frac{2P}{Q} \left(\frac{2h}{l \sin \alpha} - \frac{k}{l \cos \alpha} \right)}$

§ 4. Механика жидкостей и газов

4.1. $h = \frac{H}{2}$. Указание: вывести формулу Торичелли для скорости вытекающей жидкости.

4.3. $v = 0,12$ м/с.

4.4. Обозначим: S_1 — площадь поперечного сосуда и v_1 — скорость течения воды в нем (скорость понижения уровня воды в сосуде), S_2 — площадь поперечного сечения отверстия и v_2 — скорость вытекания воды из отверстия. По теореме Бернулли

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh = \frac{\rho v_2^2}{2} \quad \text{или} \quad v_2^2 + 2gh = v_1^2. \quad (1)$$

В силу неразрывности струи $v_1 S_1 = v_2 S_2$, или

$$v_2 = v_1 S_1 / S_2. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим $v_1 = S_2 \sqrt{2gh} / \sqrt{S_2^2 - S_1^2}$. Учитывая, что $S_1 = \pi d^2/4$ и $S_2 = \pi D^2/4$, имеем $v_1 = d_2 \sqrt{2gh} / \sqrt{D^4 - d^4}$. Так как $d^4 \ll D^4$, то приближенно

$$v_1 = (d^2/D^2) \sqrt{2gh}. \quad (3)$$

Отметим, что если $d = D$, то $v_1 = \sqrt{2gh}$. При $h = 0,2$ м скорость $v_1 = 0,8$ мм/с.

4.5. В обтекании струей воды падает на стол на расстоянии $l = 0,4$ м от сосуда.

4.6. а) $v = 0$; б) $v = 1,04$ м/с; в) $v = 1,25$ м/с.

4.7. Скорость понижения уровня воды в баке $v = S_2 \sqrt{2gy} / \sqrt{S_2^2 - S_1^2}$ (см. решение 4.4). Здесь y — уровень воды в баке (переменной). За время dt уровень воды в баке понизится на

$$dy = v dt = A \sqrt{y} dt, \quad \text{где} \quad A = S_2 \sqrt{2g} / \sqrt{S_2^2 - S_1^2}. \quad (1)$$

Из (1) имеем $dt = dy / A \sqrt{y}$; отсюда

$$t = \frac{1}{A} \int_0^h \frac{dy}{\sqrt{y}}.$$

Учащимся предлагается довести интегрирование до конца и получить ответ

$$t = \frac{2\sqrt{h} \sqrt{S_1^2 - S_2^2}}{S_2 \sqrt{2g}} = \sqrt{\frac{2h(S_1/S_2)^2 - 1}{g}} = 3 \text{ мин.}$$

Нетрудно убедиться, что если бы уровень воды в баке поддерживался постоянным на высоте $h = 1$ м от отверстия, то время вытекания такого же объема воды было бы в два раза меньше.

4.8. $d = 1,4$ см.

4.9. $P = 250$ кПа.

4.10. $v = 1,4$ м/с.

4.11. $\Delta h = 1,6$ мм.

4.16. $\eta = 1,09$ Па·с, $\nu = 12,1$ см²/с.

4.12. $F_{\text{тр}}/mg = 3$.

4.13. $v = 4,1$ м/с.

4.14. $\eta = 2$ Па·с.

4.15. $\Delta T = 4$ мин.

4.17. Скорость понижения уровня касторового масла в сосуде зависит от скорости протекания масла через капилляр. Объем масла, протекающего за время t через капилляр, определяется формулой Пуазейля

$$V = \frac{\pi r^4 t \Delta P}{8l\eta}. \quad (1)$$

Разность давлений на концах капилляра обусловлена гидростатическим давлением слоя жидкости, т. е.

$$\Delta P = \rho gh. \quad (2)$$

С другой стороны,

$$V = S' v' t = \pi r^2 v' t, \quad (3)$$

где v' — скорость протекания масла через капилляр. Из (1)–(3) имеем $v' = \frac{r^2 \rho gh}{8l\eta}$. По так как $v' S' = v S$, где v — скорость понижения уровня масла в сосуде и S — площадь поперечного сечения сосуда, то окончательно имеем $v = \frac{r^4 \rho gh}{8l\eta l^2}$. При $h = 0,26$ м скорость $v = 3 \cdot 10^{-6}$ м/с.

4.18. $t = 1,5$ мин.

4.19. $l = 1,1$ см.

4.20. $D = 4,6$ мм.

4.21. Число Рейнольдса $Re = 1800$, т. е. $Re < 3000$ — движение ламинарное.

4.22. $D \leq 0,085$ м.

4.23. $\sigma = \frac{(R - \Delta)^2}{R^2 - (R - \Delta)^2}$.

4.25. $m = \frac{1}{3} \pi R^3 \rho$.

4.26. Давление $P(x)$ можно найти из условия, что сила давления на вращающееся основание выделенного тонкого цилиндрического объема равна $m\omega^2 y$, где y — расстояние от центра цилиндра до оси вращения, m — масса выделенного объема: $P(x) = \frac{1}{2} \rho \omega^2 [(R - x)^2 - \frac{1}{4} R^2]$.

4.27. $y = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{g} x^2$.

4.28. $F = \frac{4}{3} \pi r^3 (R - r) \rho \omega^2$.

4.29. $a = g (s/S)^2$.

4.30. $R = r R_0 / (R_0 - r)$, $\alpha = 120^\circ$.

Глава II

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

§ 5. Молекулярно-кинетическая теория

5.1. $p_0 = \frac{\rho(h - \Delta l)(h + \Delta l)}{2h\Delta l}$; $p = \rho g l$; $h = (L - l)/2$.

5.2. $\eta = \frac{m_1 \mu_2}{m_1 \mu_2 + m_2 \mu_1} = 0,8$.

5.5. $n = \frac{(p_2 - p_1)V}{p_0 V_0}$.

5.3. $p = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3}{V_1 + V_2 + V_3}$.

5.6. $n = \frac{\lg(p/p_0)}{\lg[V/(V + V_0)]}$.

5.4. $\Delta N = N_A \frac{V}{R} \left(\frac{p_2}{T_2} - \frac{p_1}{T_1} \right) = 8,6 \cdot 10^{23}$.

5.7. Результирующая подъемная сила воздушного шарика равна разности между весом воздуха в объеме шарика и весом самого шарика (весом находящегося в нем водорода и весом оболочки): $F = m_2 g - (m_1 g + P)$, где m_2 — масса воздуха в объеме шарика, m_1 — масса водорода в объеме шарика. Т.к. $P = 0$, то

$$F = (m_2 - m_1)g = g \frac{\rho V}{RT} (\mu_2 - \mu_1) = \frac{4\pi r^3}{3} \frac{\rho g}{RT} (\mu_2 - \mu_1) = 96 \text{ мН.}$$

5.8. $P_2 = P_1 + g \frac{\rho V}{RT} (\mu_{H_2} - \mu_{H_2}) \approx 1.09 \cdot 10^3 \text{ кг.}$

5.9. $P_2 \approx 80,5 \text{ Н; } T_1 = \frac{\mu_n}{\mu_{H_2}} T \approx 4350 \text{ К.}$

5.10. $\eta = \frac{2T_2}{T_1 + T_2}$.

5.11. $p' = p \frac{V_1}{V_1 + V_2} \frac{T_1}{T} \left(1 + \frac{V_2}{V_1} \frac{T_2}{T_1}\right) = 1,14 \cdot 10^5 \text{ Па.}$

5.12. $\rho = 0,081 \text{ кг/м}^3$.

5.13. $\rho = \mu n / RT$; а) при $T = \text{const}$ — $\rho \sim p$; б) при $p = \text{const}$ — $\rho \sim 1/T$ (рис. 148).

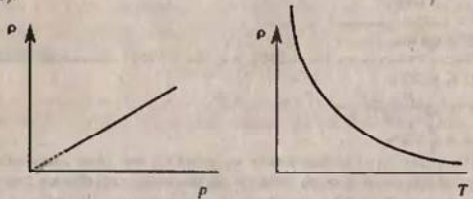


Рис. 148

5.14. $p = 415 \text{ кПа}$

5.15. $\mu = \frac{m_1 + m_2}{n_1/\mu_1 + n_2/\mu_2} = 4,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль; } V = 11,7 \text{ л.}$

5.16. $m = 2,5 \text{ г.}$

5.17. Если бы молекулы были не диссоциированы, то давление в сосуде было бы $p = mRT/\mu V$.

После диссоциации в сосуде находится количество $\nu_1 = 2\alpha m/\mu$ атомарного йода и количество $\nu_2 = (1 - \alpha)m/\mu$ — молекулярного йода. Давления, создаваемые ими, есть

$$p_1 = \frac{2\alpha m}{\mu} \frac{RT}{V}, \quad p_2 = \frac{(1 - \alpha)m}{\mu} \frac{RT}{V}.$$

По закону Дальтона

$$p_{\text{см}} = p_1 + p_2 = \frac{mRT}{\mu V} (1 + \alpha) = p(1 + \alpha)$$

т.е. $1 + \alpha = p_{\text{см}}/p = 1,12$; $\alpha = 0,12$.

5.18. $\alpha = 20\%$.

5.19. $p_{\text{см}}/p = 1,25$.

5.20. $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$; $p_1 = 21 \text{ кПа}$; $p_2 = 79 \text{ кПа}$.

5.21. $\rho = 1,98 \text{ кг/м}^3$.

5.22. а) $m_0 = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$; б) $m_0 = 6,65 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

5.23. $T_1 = T \frac{\eta_1(\eta_2^2 - 1)}{\eta_2(\eta_1^2 - 1)} = 420 \text{ К.}$

5.24. Пусть x — смещение поршней. Объем воздуха между поршнями после их смещения

$$V' = V_0 + x(S_2 - S_1).$$

Из закона Бойля—Мариотта

$$p_0 V_0 = p' V',$$

где p' — давление воздуха между поршнями после их смещения. Условие равновесия стержня

$$(p - p') S_1 = (p_0 - p') S_2.$$

Совместное решение этих уравнений дает

$$x = \frac{V_0}{S_1 - S_2} \frac{p - p_0}{p + p_0 S_2 / S_1}.$$

5.25. Условие равновесия поршней и закон Бойля—Мариотта приводят к следующему уравнению для искомой силы

$$F^2 - F(2kt + p_0 S) + p_0 k \cdot l \cdot S = 0$$

и

$$F = kt + p_0 S / 2 - \sqrt{(kt)^2 + (p_0 S / 2)^2} \quad (F \rightarrow 0 \text{ при } k \rightarrow 0).$$

5.26. $p = 2 \cdot 10^{-33} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$.

5.28. $N = 2 \cdot 10^{27}$.

5.29. $n = N_A [2\alpha/\mu + (1 - \alpha)/\mu] = 3,56 \cdot 10^{24} \text{ кг}^{-1}$.

5.30. $N = 4,5 \cdot 10^{23}$.

5.31. $V = 3,2 \text{ л}$; $p_1 = 98 \text{ мПа}$; $p_2 = 35 \text{ мПа}$; $n = 2,6 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$.

5.38. $c_V = 650 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$; $c_p = 910 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$.

5.39. Для нагревания смеси атомарного и молекулярного кислорода требуется количество теплоты

$$Q = 2\alpha \frac{m}{\mu} C_p' \Delta t + (1 - \alpha) \frac{m}{\mu} C_p'' \Delta t = \frac{m}{\mu} C_p \Delta t,$$

где C_p' и C_p'' — молярные теплоемкости атомарного и молекулярного кислорода, C_p — теплоемкость смеси. Следовательно,

$$2\alpha C_p' + (1 - \alpha) C_p'' = C_p; \quad \alpha = (C_p - C_p'') / (2C_p' - C_p'');$$

$$C_p = \mu \cdot c_p = 1,05 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)} \cdot 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} = 33,6 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$$

$$C_p' = 20,8 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}; \quad C_p'' = 29,1 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}; \quad \alpha = 0,36.$$

5.40. $\alpha = 0,23$.

5.41. $c_p = 685 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$.

5.42. Количество теплоты, полученное газом, $Q = \frac{m}{\mu} C_p (T_2 - T_1)$, где $C_p = 29,1 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ — молярная теплоемкость кислорода. Температуру T_2 найдем из уравнений состояния газа до и после нагревания:

$$pV_1 = \frac{m}{\mu} RT_1, \quad pV_2 = \frac{m}{\mu} RT_2, \quad \text{откуда } T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1}.$$

Но $V_1 = mRT_1/\mu p$ и, следовательно, $T_2 = \mu V_2 p/mR = 1156$ К. Таким образом, $T_2 - T_1 = 873$ К и $Q = \frac{m}{\mu} C_p (T_2 - T_1) = 7,9$ кДж.

Энергия газа до нагревания может быть найдена по формуле

$$W_1 = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT_1 = 1,8 \text{ кДж,}$$

где $i = 5$, так как кислород — газ двухатомный. Энергия газа после нагревания

$$W_2 = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT_2 = 7,6 \text{ кДж,}$$

5.43. а) При $p = \text{const}$ имеем $Q = mC_p \Delta T/\mu$. Но $pV_1 = mRT_1/\mu$ и $pV_2 = mRT_2/\mu$, откуда

$$p\Delta V = \frac{m}{\mu} R\Delta T, \text{ или } \frac{m}{\mu} \Delta T = \frac{p\Delta V}{R}.$$

Следовательно, $Q = C_p p\Delta V/R = 700$ Дж.

б) При $v = \text{const}$ имеем $Q = (m/\mu) C_v \Delta T$. Но $p_1 V = mRT_1/\mu$ и $p_2 V = mRT_2/\mu$, откуда

$$V\Delta p = \frac{m}{\mu} R\Delta T, \text{ или } \frac{m}{\mu} \Delta T = \frac{V\Delta p}{R}.$$

Следовательно, $Q = C_v V\Delta p/R = 500$ Дж.

5.44. $m = 3,7$ г; $\Delta W_0 = 3,3 \cdot 10^{-21}$ Дж.

5.45. $i = 6$.

5.46. В $1,44 \cdot 10^7$ раз.

5.49. $m\sqrt{v^2} = \sqrt{3kTm} = 6,3 \cdot 10^{-24}$ кг · м/с.

5.50. Внутренняя энергия газа определяется формулой

$$W = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT.$$

Для двухатомного газа $i = 5$, причем $i = 3$ приходится на долю поступательного движения молекул и $i = 2$ — на долю вращательного движения. Подставляя числовые данные, получим $W = 3,7$ кДж, причем $W_{\text{пост}} = 2,2$ кДж и $W_{\text{вр}} = 1,5$ кДж.

5.51. $W = 750$ Дж.

5.52. $T_1 = 2 \cdot 10^4$ К; $T_2 = 900$ К.

5.54. $p_1 = p_0 \cdot 2^{\kappa}$, где $\kappa = \frac{5}{3}$ для одноатомного и $\kappa = \frac{7}{5}$ для двухатомного газов.

5.55. $\frac{dT}{dh} = -\frac{\mu g}{R} \frac{\kappa - 1}{\kappa}$.

5.58. $w = 0,94$.

5.59. $W_{N, n_0}(k) = C_{n_0}^k \cdot C_{N-n_0}^{N-k} / C_N^N$.

k	0	1	2	3	4	5	6
w	0,436	0,413	0,132	0,0176	$9,69 \cdot 10^{-4}$	$1,84 \cdot 10^{-5}$	$7,15 \cdot 10^{-8}$

5.60. $w = N!/[G(G-1) \dots (G-N+1)] = 1/C_G^N$.

5.61. $w = \frac{N! C_G^N}{G^N}$.

5.62. $\langle f(x) \rangle = \sum_i f(x_i) w(x_i)$; $\sqrt{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle} = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$.

5.63. $\langle x^3 \rangle = (x_1^3 - x_2^3) p + x_3^3$.

5.64. $\langle f(x) \rangle = \int_a^b f(x) \rho(x) dx = \int_a^b f(x) dw(x)$;
 $\sqrt{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle} = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$.

5.65. $dw = 3r^2 dr/R^3$; $\langle r \rangle = \frac{3}{4} R$; $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = \sqrt{3/5} R$; $R_{1/2} = R/2^{1/3}$.

5.66. $w = 1/2^N$, $1/4$, $1/1024$, $10^{-1,8} \cdot 10^{23}$.

5.67. $dw(x) = \lambda \exp(-\lambda x) dx$, $\langle x \rangle = 1/\lambda$; $\langle x^2 \rangle = 2/\lambda^2$;

$\sqrt{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle} = 1/\lambda$; $\delta x = 1$.

5.68. $T = 83$ К.

5.69. Распределение молекул по скоростям дается формулой:

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} u^2 \Delta u, \quad (1)$$

где u — относительная скорость. В нашем случае $v = 100$ м/с и $\Delta v = 10$ м/с. Наиболее вероятная скорость $v_m = \sqrt{2RT/\mu} = 376$ м/с. Следовательно, $u = v/v_m = 100/376$, $u^2 = 0,071$, $e^{-u^2} = 0,93$ и $\Delta u = 10/376$. Тогда формула (1) дает:

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot 0,93 \cdot 0,071 \cdot \frac{10}{376} = 0,004 = 0,4\%.$$

Таким образом, число молекул, скорости которых лежат в указанном интервале, равно 0,4% от общего числа молекул.

5.70. $\Delta N_1/\Delta N_2 = 1,1$ для любого газа при любой температуре.

5.71. а) $N_1/N = 57\%$; б) $N_2/N = 43\%$. Отсюда видно, что кривая распределения молекул по скоростям несимметрична.

5.72. $N_x = 1,9 \cdot 10^{22}$.

5.73. $P \approx A \exp(-64\alpha) \cdot 4\pi \cdot 64 \cdot 2 \cdot 10^{-4}$.

5.74. $\eta = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_1^{\infty} e^{-u^2} u^2 du$.

5.70. $F(\mathcal{E}) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{kT}\right) \sqrt{\mathcal{E}/(kT)^{3/2}}$; $\mathcal{E}_m = 2kT$; $F_m = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-2/kT}$ (рис. 149).

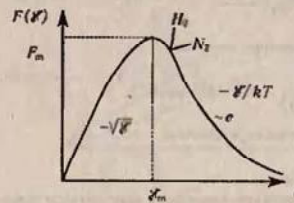


Рис. 140

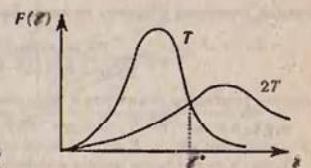


Рис. 150

5.77. $\mathcal{E}_0 = \frac{kT}{2}$; $\langle \mathcal{E} \rangle = \frac{3}{2} kT$; $F_0 = 2/(\sqrt{2\pi e} kT)$; $\mathcal{E}^* = 3kT \ln 2$ (рис. 150).

5.78. $p_2 - p_1 = mgN/S$.

5.79. Давление газа p уменьшается с высотой h по закону

$$p = p_0 \exp(-\mu gh/kT). \text{ В условиях данной задачи } p = 67,2 \text{ кПа.}$$

5.80. а) $\rho = 1,28 \text{ кг/м}^3$; б) $\rho = 0,78 \text{ кг/м}^3$.

5.81. $\eta = 0,225$.

5.82. $n(\vec{r}) = n_0 \exp\left(-\frac{u(\vec{r}) - u(\vec{r}_0)}{kT}\right)$.

5.83. $dw = \frac{dN}{N} = \frac{n(\vec{r}) dx dy dz}{\int n(\vec{r}) dx dy dz}$.

5.84. $dw = \frac{\exp(-u(\vec{r})/kT) dV}{\int \exp(-u(\vec{r})/kT) dV}$.

5.85. $n(h) = n_0 \exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right)$; $p(h) = p_0 \exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right)$; $p_0 = nkT$.

5.86. Имеем барометрическую формулу

$$p = p_0 \exp(-\mu gh/kT). \quad (1)$$

Концентрация (число частиц в единице объема)

$$n = p/kT. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим соответственно для высот h_1 и h_2 :

$$n_1 = n_0 \exp(-\mu gh_1/kT), \quad n_2 = n_0 \exp(-\mu gh_2/kT);$$

отсюда

$$\frac{n_1}{n_2} = \exp\left(-\frac{\mu g(h_1 - h_2)}{kT}\right) = \exp\left(\frac{\mu g(h_2 - h_1)}{kT}\right),$$

или

$$\ln \frac{n_1}{n_2} = \frac{\mu g(h_2 - h_1)}{kT}. \quad (3)$$

Так как масса частицы $m = \mu/N_A$, то формулу (3) можно записать так:

$$\ln \frac{n_1}{n_2} = \frac{N_A m g(h_2 - h_1)}{kT},$$

откуда, учитывая поправку на закон Архимеда, получим:

$$N_A = \frac{kT \ln(n_1/n_2)}{gV(\rho - \rho_0)(h_2 - h_1)} = 6,1 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1},$$

где ρ — плотность гуммигута и ρ_0 — плотность жидкости.

5.87. $n = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}$; $p = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}$.

μ — молярная масса, R — газовая постоянная.

5.88. Концентрация частиц в изотермической атмосфере описывается выражением

$$n(h) = n_0 \exp\left[G \frac{mM}{kT} \left(\frac{1}{R+h} + \frac{1}{R}\right)\right] > 0$$

на любой высоте h , т. е. планета будет терять частицы.

5.89. $dw(\vec{r}, \vec{v}) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv_x dv_y dv_z \frac{dx dy dz}{V}$.

5.90. Множитель $dx dy dz/V$ заменить на

$$\exp\left(-\frac{u(\vec{r})}{kT}\right) dx dy dz / \int \exp\left(-\frac{u(\vec{r})}{kT}\right) dx dy dz;$$

$$dw = A \exp\left(-\frac{\epsilon}{kT}\right) dV dv_x dv_y dv_z.$$

5.91. Одна и та же на любой высоте.

5.92. $T \approx 120 \text{ К}$; $v \approx 1370 \text{ м/с}$.

5.93. $v = \omega R/\Delta\varphi \approx 100 \text{ м/с}$.

5.94. $f(v) = 2N/3V\sigma^2$, где $N = \int f(v) dv$; $V_0 \leq v \leq 2V_0$. Действие постоянной силы приводит к смещению границ интервала на величину $\frac{F}{m} \tau$. Вид функции остается прежним.

5.95. $w \approx \eta RT/\mu \approx 70g$.

5.100. $\bar{Z} = 2,47 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$.

5.96. $\bar{\lambda} = 850 \text{ мкм}$.

5.101. В 2,3 раза.

5.97. $\bar{\lambda} = 5,6 \text{ км}$.

5.102. $\bar{\lambda} = 1 \text{ мм}$.

5.98. $\bar{\lambda} = 93 \text{ нм}$.

5.103. $\bar{\lambda} = 23 \text{ нм}$.

5.99. $\bar{Z} = 4,9 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$.

5.104. $\bar{T} = 1,6 \cdot 10^{-7} \text{ с}$.

5.105. Чтобы молекулы не сталкивались друг с другом, средняя длина свободного пробега должна быть не меньше диаметра сосуда, т. е. $\bar{\lambda} \geq D \geq 1/\sqrt{2} \pi \sigma^2 n$; отсюда $n \leq 1/\sqrt{2} \pi \sigma^2 D = 1,7 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$.

5.106. $p \leq 399 \text{ мПа}$.

5.107. $\bar{z} = \frac{\sqrt{v^2}}{\lambda} \sqrt{\frac{8}{3\pi}} = 9,2 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$.

5.108. $t = \frac{\ln 2}{n\sigma(v)}$; $(v) = \sqrt{\frac{2kT}{\mu}}$; $\sigma = \pi d^2/4$.

5.109. $dw = dS/\lambda$.

5.110. $dw(x) = \frac{1}{\lambda} \exp(-x/\lambda) dx$.

5.111. $\lambda \sim T/p$, $\tau \sim \sqrt{T}/p$ (рис. 151).

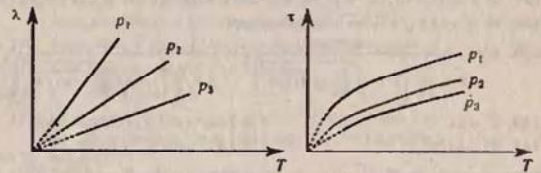


Рис. 151

5.112. $\sigma(v) = \Delta N_{1,1}/j$, где $j = n_2 v$ — плотность потока вылетающих частиц, $\Delta N_{1,1} = \Delta N/(\Delta t \cdot n_1 S d)$ — число рассеиваний за единицу времени в расчете на один рассеиватель.

5.114. $D = 9,1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$.

5.115. $D = 8,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$.

5.116. $m = 2 \text{ мг}$.

5.121. Имеем

$$\eta = \bar{v} \cdot \bar{\lambda} \rho / 3, \quad (1)$$

где $\bar{v} = \sqrt{8RT/\pi\mu}$ — средняя арифметическая скорость молекул,
 $\bar{\lambda} = RT/\sqrt{2} \pi \sigma^2 p$ — средняя длина свободного пробега и
 $\rho = pm/RT$ — плотность газа. Подставляя эти величины в (1), получим:

$$\eta = \frac{2k}{3\pi\sigma^2} \sqrt{\frac{\mu T}{R\pi}}, \quad \text{откуда } \sigma^2 = \frac{2k}{3\pi\eta} \sqrt{\frac{\mu T}{R\pi}} = 9 \cdot 10^{-20} \text{ м}^2, \quad \text{т.е. } \sigma = 0,3 \text{ нм}.$$

5.122. $\eta = \bar{v} \cdot \bar{\lambda} \rho / 3$. Подставляя выражения для \bar{v} , $\bar{\lambda}$ и ρ , найдем $\eta = A\sqrt{T}$, где A — некоторая постоянная.

5.123. $n = N_A \eta / \mu D = 1,8 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$.

5.124. $v = 2,72 \text{ м/с}$.

5.125. $F_S = 45 \text{ мН/м}^2$.

5.126. $\eta = F(R-r)/4\pi^2 nhRr = 18 \text{ мкПа} \cdot \text{с}$.

5.127. $K = 90 \text{ мВт/(м} \cdot \text{К)}$.

5.128. $K = 13,2 \text{ мВт/(м} \cdot \text{К)}$.

5.129. $K = \bar{v} \cdot \lambda C_V \rho / 3$. Подставляя выражения для \bar{v} , λ и ρ , найдем $K = A\sqrt{T}$, где A — некоторая постоянная. На рис. 152 дан характер зависимости теплопроводности K от температуры T .

5.130. а) $D_1/D_2 = 0,8$;

б) $\eta_1/\eta_2 = 1,25$; в) $K_1/K_2 = 0,96$.

5.131. $p = 1,26 \text{ Па}$.

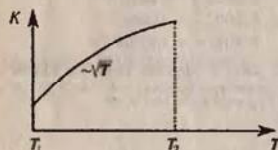


Рис. 152

5.133. $Q = 23,9 \text{ кДж}$.

5.134. $Q = 78 \text{ Дж}$.

5.135. $\Delta(\bar{E}_k) = \frac{3}{2} k [T(x) - T(x+\lambda)] = -\frac{3}{2} k \frac{\partial T}{\partial x} \lambda$ при $\lambda \ll T/|\partial T/\partial x|$.

5.136. $T(x) = T_2 - (T_2 - T_1)x/l$; $q = Sk(T_2 - T_1)/l$.

5.137. а) $k = 13,3 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$; б) $T = 200 + 12/\tau$ ($[T] = \text{К}$, $[\tau] = \text{м}$).

5.138. $W = \rho \alpha \lambda k \sqrt{kT_0/m}$; не изменится.

$$5.139. k = \frac{k_1}{1 + \frac{1}{4\alpha} \left[1 + \sqrt{\frac{k_1}{k_2} \sqrt{\mu_1/\mu_2}} \right]^2} + \frac{k_2}{1 + \frac{\alpha}{4} \left[1 + \sqrt{\frac{k_2}{k_1} \sqrt{\mu_2/\mu_1}} \right]^2}$$

5.140. $t' = nt$.

5.141. $F = ps/2$.

5.142. $\omega' = \omega(r_1/r_2)^2$.

5.143. $F \approx 10^{-2} \text{ Н}$.

5.148. $v = [\gamma(k+1)RT/(k\mu_1 + \mu_2)]^{1/2}$.

$$5.149. v = \left\{ \frac{2\kappa kT_1}{\mu(\kappa-1)} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(\kappa-1)/\kappa} \right] \right\}^{1/2}$$

5.117. $D_{12} = 0,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$.

5.119. $p = 39,9 \text{ кПа}$.

5.120. $\eta = 17,8 \text{ мкПа} \cdot \text{с}$.

5.150. $T = 120 \text{ К}$; $v = 1370 \text{ м/с}$.

5.151. $T \approx 193 \text{ К}$; $p = 0,33 \text{ МПа}$.

5.152. $Q = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T = 7,92 \text{ кДж}$; $\Delta W = \frac{i}{2} p \Delta V = 5,66 \text{ кДж}$;

$A = p \Delta V = 2,26 \text{ кДж}$. Таким образом, как и следовало ожидать, на основании первого закона термодинамики $Q = \Delta W + A$.

5.153. $\Delta W = 1 \text{ кДж}$.

5.154. $A = 13,2 \text{ Дж}$; $\Delta W = 39,6 \text{ Дж}$.

5.155. $Q = 10,4 \text{ Дж}$; $\Delta h = 2,8 \text{ см}$.

5.156. В 2,72 раза.

5.157. $A = 70 \text{ Дж}$; $Q = A = 70 \text{ Дж}$.

5.158. $T_2 = 207 \text{ К}$.

5.159. $T_2 = 865 \text{ К}$.

5.160. $i = 5$.

5.161. $t_2 = 123^\circ \text{С}$; $p_2 = 5,28 \text{ МПа}$.

5.162. $C_p/C_V = 1,4$.

5.163. $A = \frac{p}{\alpha} [1 - e^{-\alpha V}]$.

5.165. а) первое начало термодинамики дает:

$$(C_V + \alpha T) dT = C_V dT + p dV = C_V dT + \frac{RT}{V} dV, \quad \text{т.е.}$$

$$dT = \frac{R}{\alpha} \frac{dV}{V}; \quad T - T_0 = \frac{R}{\alpha} \ln \frac{V}{V_0};$$

б) и в) проделать подобные выкладки.

5.167. $C = C_V - \nu R/(n-1)$.

5.168. а) $C = C_V + R/2$; б) $C = C_V - 2R$.

5.169. $c = \left(\frac{1}{1-n} + \frac{3}{2} \right) R$; $n = \frac{5}{3}$; $n = 1$.

5.171. $C = 2p_0 V_0 / T_0$.

5.172. $v_{\text{max}} = \sqrt{2gH \left[1 - \frac{pS}{Mg} + \frac{pS}{Mg} \ln \frac{pS}{Mg} \right]}$;

$$u_{\text{max}} = \sqrt{2gH \left[1 - \frac{5}{2} \left(\frac{pS}{Mg} \right)^{2/3} + \frac{3}{2} \frac{pS}{Mg} \right]}$$

5.173. $v_1 \text{ max} = [3p_0 V_0 m_2 / m_1 (m_1 + m_2)]^{1/2}$;

$v_2 \text{ max} = [3p_0 V_0 m_1 / m_2 (m_1 + m_2)]^{1/2}$.

5.174. $T_{\text{max}} = T_0 + 2mv^2/3R$, R — газовая постоянная.

5.175. $Q = mgh(1 + 2c/R) + (c + R)T_0$.

5.176. $Q = \frac{Mv^2}{2} \left(1 + \frac{c}{R} \right)$.

5.177. а) $Q = 1,55 \text{ кДж}$; $A = 0,92 \text{ кДж}$; $\Delta W = 0,63 \text{ кДж}$;

б) $Q = 1,88 \text{ кДж}$; $A = 1,25 \text{ кДж}$; $\Delta W = 0,63 \text{ кДж}$.

5.178. $\eta = 18\%$.

5.179. Тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает работу $A = Q_1 - Q_2 = \eta Q_1$, где Q_1 — количество теплоты, получаемое машиной от нагревателя, Q_2 — количество теплоты, отдаваемое холодильнику, η — к.п.д. машины. Имеем $\eta = (T_1 - T_2)/T_1 = 0,25$. Тогда $A = \eta Q_1 = 630 \text{ Дж}$. Далее $Q_2 = Q_1 - A = 1,88 \text{ кДж}$.

5.180. $\eta = 26,8\%$; $Q_1 = 274 \text{ кДж}$; $Q_2 = 200 \text{ кДж}$.

5.181. а) $V_1 = 2$ л, $p_1 = 708$ кПа; $V_2 = 5$ л, $p_2 = 284$ кПа; $V_3 = 8$ л, $p_3 = 146$ кПа; $V_4 = 3,22$ л, $p_4 = 365$ кПа;

б) Работа в процессе изотермического расширения

$$A_1 = RT_1 \nu \ln \frac{V_2}{V_1} = 1,3 \text{ кДж}$$

и сжатия

$$A_3 = RT_2 \nu \ln \frac{V_4}{V_3} = -1,07 \text{ кДж};$$

Работа в процессе адиабатного расширения

$$A_2 = \frac{RT_1}{\kappa - 1} \nu \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = 620 \text{ Дж}$$

и сжатия

$$A_4 = \frac{RT_2}{\kappa - 1} \nu \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right) = -620 \text{ Дж};$$

в) работа за весь цикл

$$A = \sum_{i=1}^4 A_i = 230 \text{ Дж};$$

г) к. п. д. цикла

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 0,175;$$

д) количество теплоты, полученное от нагревателя

$$Q_1 = A/\eta = 1,3 \text{ кДж};$$

е) и отданное холодильнику

$$Q_2 = Q_1 - A = 1,07 \text{ кДж}.$$

5.182. В 2,1 раза.

5.183. При обратном цикле внешние силы совершают над газом работу A . При этом количество теплоты Q_2 , отнятое у холодного тела, вместе с затраченной работой A равно количеству теплоты Q_1 , переданному более нагретому телу. При этом $\eta = (T_1 - T_2)/T_1 = 0,093$; $Q_2 = Q_1 - A = \frac{A}{\eta} - A = 360$ кДж; $Q_1 = Q_2 + A = 397$ кДж.

5.184. $m_2 = 4,94$ кг.

5.185. За счет количества теплоты Q можно совершить работу $A = \eta Q$, где η — к. п. д. тепловой машины, причем $\eta = (T_1 - T_2)/T_1$. Номешию будет передано холодильной машиной количество теплоты $Q' = A/\eta'$, где η' — к. п. д. холодильной машины, причем $\eta' = (T_1' - T_2')/T_1'$. Тогда

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{\eta A}{\eta' A} = \eta/\eta' = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \frac{T_1'}{T_1 - T_2'} = 3,$$

т. е. помещению получит в 3 раза меньше количества теплоты от сгорания дров и нече, чем при отоплении его холодильной машиной.

5.186. $\eta = 0,2$; $\eta' = 0,3$.

5.187. 104 цикла.

5.188. Имеем $\eta = A/Q$; т. к. $A_{AB} = A_{BA}$ и $A_{CD} = A_{DC} = 0$, то

$$A = A_{BC} - A_{DE} = \frac{m}{\mu} \frac{R(T_0 - T_3)}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa - 1} \right];$$

далее

$$A = \frac{m}{\mu} C_v (T_0 - T_3) \left(1 - \frac{T_2}{T_0} \right).$$

Так как $Q = \frac{m}{\mu} C_v (T_2 - T_1)$, то

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{T_2 - T_3}{T_2} = 1 - \frac{T_3}{T_2} = 1 - \frac{1}{(V_1/V_2)^{\kappa - 1}} = 41,2\%.$$

5.189. $p_2 = 930$ кПа; $T_2 = 686$ К

5.190. $n = 1,3$.

5.191. а) $\eta = 36,7\%$; б) $\eta = 44,6\%$; в) $\eta = 49,6\%$.

5.192. $\eta = \frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{1}{\kappa} \frac{T_3 - T_0}{T_2 - T_1}$.

5.193. $\eta = \frac{A}{Q} = \frac{P \cdot t}{m q}$, с другой стороны

$$\eta = 1 - \frac{\beta \kappa - 1}{\kappa \varepsilon^{\kappa - 1} (\beta - 1)}, \text{ где } \beta = T_2/T_1, \varepsilon = V_2/V_1.$$

Приравняв, получим массу створшей нефти $m = 5,9$ кг.

5.194. $\eta = \frac{A}{Q}$; $A = R(T_1 - T_2)$; $Q = \frac{R}{\kappa - 1} (T_1 - T_2) + RT_1$;

$$\eta = \frac{(\kappa - 1)(T_1 - T_2)}{\kappa T_1 - T_2}.$$

5.195. $\eta = \frac{(\kappa - 1)(T_1 - T_2)}{(2\kappa - 1)T_1 - \kappa T_2}$.

5.197. Изменение энтропии определится формулой

$$\Delta S = S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T},$$

где S_A и S_B — энтропии в первом и во втором состояниях. Общее изменение энтропии в данном случае складывается из изменений ее в отдельных процессах.

При нагревании массы m льда от температуры T до температуры $T_0 = 273$ К имеем $dQ = m c_{\text{л}} dT$, где $c_{\text{л}} = 2,1$ кДж/(кг · К) — удельная теплоемкость льда.

$$\Delta S_1 = m c_{\text{л}} \ln(T_0/T).$$

При плавлении массы m льда при температуре T_0 имеем $\int dQ = m \lambda$, где $\lambda = 0,33$ МДж/кг — удельная теплота плавления, и

$$\Delta S_2 = m \lambda / T_0.$$

При нагревании массы m воды от температуры T_0 до температуры T_n имеем

$$\Delta S_3 = m c \ln(T_n/T_0),$$

где $c = 4,19$ кДж/(кг · К) — удельная теплоемкость воды.

При испарении массы m воды при температуре T_n имеем:

$$\Delta S_4 = m r / T_n,$$

где $r = 2,26$ МДж/кг — удельная теплота парообразования.

Общее изменение энтропии:

$$\Delta S = m \left(c_{\text{в}} \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{\Delta}{T_0} + c \ln \frac{T_2}{T_0} + \frac{r}{T_2} \right) = 88 \text{ Дж/К.}$$

5.198. $\Delta S = 7,4 \text{ Дж/К.}$

5.199. $\Delta S = 1230 \text{ Дж/К.}$

5.200. Ищем

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

Но $dQ = \frac{m}{\mu} C_v dT + p dV$ и, кроме того $pV = \frac{m}{\mu} RT$, тогда

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{m}{\mu} C_v \frac{dT}{T} + \int_1^2 \frac{m}{\mu} R \frac{dV}{V}.$$

или $\Delta S = \frac{m}{\mu} C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1} = 5,4 \text{ Дж/К.}$

5.201. Выразим энтропию в этой задаче через параметры V и p . Ищем:

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (1)$$

Уравнение Менделеева—Клапейрона дает:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1}. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим:

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_v \ln \frac{p_2}{p_1} + \frac{m}{\mu} C_v \ln \frac{V_2}{V_1} + \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} C_v \ln \frac{p_2}{p_1} + \frac{m}{\mu} C_p \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

При изобарическом процессе $p_1 = p_2$ и

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_p \ln \frac{V_2}{V_1} = 66,3 \text{ Дж/К.}$$

5.202. а) $\Delta S = 1,76 \text{ Дж/К;}$ б) $\Delta S = 2,46 \text{ Дж/К.}$

5.203. $Q = 420 \text{ кДж.}$

5.204. Остается постоянной, если процесс обратим; возрастает, если процесс необратим.

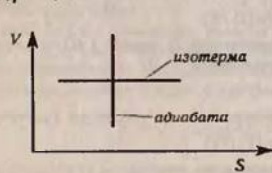


Рис. 153

5.205. См. рис. 153.

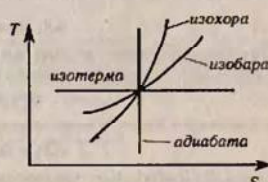


Рис. 154

5.206. См. рис. 154.

$$5.207. dQ = S dT; \quad Q = \int_{T_1}^{T_2} (a + bT) dT = a(T_2 - T_1) + \frac{b}{2}(T_2^2 - T_1^2).$$

5.208. $Q = 1,79 \text{ кДж.}$

5.209. Энтропия получает приращение $\Delta S = 2 \text{ Дж/К.}$

5.210. $\Delta S = 0,26 \text{ Дж/К.}$

5.211. $C = aT.$

5.212. $S = C/3.$

5.213. $S = \frac{M+1}{M-1} R \cdot \ln V + \text{const.}$

5.214. а) $\Delta S \approx 296 \text{ Дж;}$ б) $\Delta U = 0.$

5.215. а) $\Delta V = 0;$ б) $\Delta S = R \ln 2.$

5.216. $P = (V/V_0)^N,$ где $V = \frac{1}{2} V_0.$

$P = 2^{-N};$ $P(2) = 1/4;$ $P(5) = 1/32;$ $P(10) \approx 0,001;$ $P(100) = 10^{-30}.$

5.218. $S = k \ln P,$ k — постоянная Больцмана.

5.220. $C = e^{1/k}.$

§ 6. Реальные газы

6.6. а) $T = 280 \text{ К;}$ б) $T = 280 \text{ К}$ — т.о. при малых давлениях газ ведет себя как идеальный.

6.7. а) $T = 482 \text{ К;}$ б) $T = 204 \text{ К.}$

6.8. $T_2/T_1 = (2p + p_1)/(p + p_1) = 1,85,$ где $p_1 = aV^2/V^2.$ Если бы газ подчинился уравнению Менделеева—Клапейрона, то было бы $T_2/T_1 = 2.$

6.9. Определение объема по формуле Ван-дер-Ваальса требует решения уравнения третьей степени. Один из трех корней этого уравнения, соответствующий газообразному состоянию вещества, может быть найден методом последовательных приближений. Из уравнения Ван-дер-Ваальса для произвольного количества $\nu = m/\mu$ кислорода имеем

$$V = \frac{\nu RT}{p + \nu^2 a/V^2} + \nu b = \frac{\nu RT}{p + p_1} + \nu b. \quad (1)$$

В качестве первого приближения берем $V = V_1$ — объем, получаемые из уравнения Менделеева—Клапейрона:

$$V_1 = \frac{\nu RT}{p} = 0,24 \text{ м}^3.$$

Тогда

$$p_1 = \frac{\nu^2 a}{V_1^2} = \frac{10^6 \cdot 0,136}{(0,24)^2} \text{ Па} \approx 2,4 \text{ МПа.}$$

Подставляя p_1 в (1), получим второе приближение:

$$V_2 = \left(\frac{10^3 \cdot 8,31 \cdot 300}{1,24 \cdot 10^7} + 10^3 \cdot 3,16 \cdot 10^{-5} \right) \text{ м}^3 = 0,232 \text{ м}^3.$$

Тогда

$$p_1 = \frac{\nu^2 a}{V_2^2} = \frac{10^6 \cdot 0,136}{(0,232)^2} = 2,53 \text{ МПа.}$$

$$V_3 = \left(\frac{10^3 \cdot 8,31 \cdot 300}{1,253 \cdot 10^7} + 10^3 \cdot 3,16 \cdot 10^{-5} \right) \text{ м}^3 = 0,231 \text{ м}^3.$$

Поступая таким же образом, можно получить четвертое и т.д. приближения. Нетрудно убедиться, что уже четвертое приближение практически совпадает с третьим. Таким образом, искомый объем $V = 231 \text{ л.}$

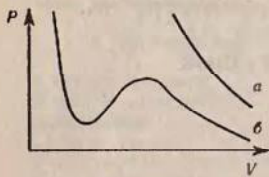


Рис. 155

6.10. а) $\sigma = 297$ нм; б) $\sigma = 313$ нм.
Таким образом, результаты, полученные двумя разными способами, дают достаточно хорошее совпадение.

6.11. $\bar{\lambda} = 79$ нм.

6.12. $D = 3,5 \cdot 10^{-6}$ м²/с.

6.13. На рис. 155 дан график $p = f(V)$, построенный для $\nu = 1$ кмоль углекислого газа при $t = 0^\circ\text{C}$. Кривая а соответствует уравнению идеального газа, кривая б — уравнению реального газа.

6.14. $p_i = 2T^2 p^2 / 64 p_k T^2 = 1,31$ кПа.

6.15. $p(V - \frac{m}{\mu} b) = \frac{m}{\mu} RT$; $x = \frac{\nu - \nu'}{\nu} = \frac{p b}{RT} = 33\%$, где ν и ν' — количества водорода без учета и с учетом собственного объема молекул.

6.16. $p_1/p = 4,95\%$; $V_1/V = 0,86\%$.

6.17. Работа, совершенная против сил взаимодействия молекул,

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p_i dV, \quad \text{где } p_i = \frac{m^2 a}{\mu^2 V^2}.$$

Таким образом,

$$A = \frac{m^2 a}{\mu^2} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^2} = \frac{m^2 a}{\mu^2} \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) = \frac{m^2 a (V_2 - V_1)}{\mu^2 V_1 V_2},$$

откуда

$$a = \frac{A \mu^2 V_1 V_2}{m^2 (V_2 - V_1)} = \frac{A V_1 V_2}{\nu^2 (V_2 - V_1)} = 0,136 \text{ па} \cdot \text{м}^6 / \text{моль}^2.$$

6.18. $A = RT \ln \frac{V_2 - b}{V_1 - b} + a \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)$.

6.19. а) $\Delta U = 0,121$ Дж; б) $A = 3,31$ кДж; в) $Q = 3,31$ кДж.

6.20. $T(V - b)^{R/C_v} = \text{const}$; $\left(p + \frac{a}{V^2} \right) (V - b)^{R/C_v + 1} = \text{const}$.

6.21. $\Delta T = a\nu(V_2 - V_1)^2 / V_1 V_2 iR = 2,33$ К, где i — число степеней свободы молекулы газа, ν — количество азота.

6.22. $a = 0,364$ Па \cdot м⁶/моль².

6.23. Так как температура $t_1 = 31^\circ\text{C}$ — критическая температура углекислого газа, то необходимое давление $p = p_k = 7,38$ МПа. Так как температура $t_2 = 50^\circ\text{C}$ больше критической температуры, то ни при каком давлении при 50°C нельзя превратить углекислый газ в жидкую углекислоту. Наибольший объем $V_{\text{плж}} = 3b/\mu = 2,9$ л; наибольшее давление $p_{\text{плж}} = p_k = 7,38$ МПа.

6.24. $\rho_k = \mu/3b = 196$ кг/м³.

6.25. $\rho_k = 8,4 p_k / 3T_k R = 57$ кг/м³.

6.26. $p = 2,7$ МПа.

6.27. $\pi = p/p_k = 2,45$.

6.28. $C_p - C_v = \frac{R}{1 - 2a \frac{(V-b)^2}{RTV^3}}$.

6.30. $S = C_v \ln T + R \ln(V - b) + \text{const}$.

§ 7. Насыщенные пары и жидкости

7.1. $\Delta m = \rho_{\text{н.п.}} V(1 - w) = 6,8$ г.

7.2. $n = 10^{24}$ м⁻³.

7.3. $W = 60,6\%$; $\Delta m = 86$ мг.

7.4. В 12 раз.

7.5. Относительная влажность определяется формулой $w = p/p_n$, где p — давление водяного пара, находящегося в воздухе, и p_n — давление водяного пара, насыщенного пространство при данной температуре. Масса m водяного пара в объеме V воздуха

$$m = pV\mu/RT = w p_n V\mu/RT. \quad (1)$$

При $T = 303$ К давление насыщенного пара $p_n = 4,23$ кПа.

Так как $\mu = 0,018$ кг/моль, то из (1) получим $m = 22,5$ г.

7.6. $\Delta m/m = p p_n V / RT \cdot m = 0,17$.

7.7. $t_2 = 7^\circ\text{C}$.

7.8. $w = 27\%$.

7.9. $\rho_1/\rho_2 = \frac{p_0}{p_0 - w p_{\text{н.п.}} (1 - \mu_n/\mu_b)} = 1,005$.

7.10. а) До расширения насыщенный водяной пар находится при температуре $t_1 = 20^\circ\text{C}$, а следовательно (см. прил. XV), давление этого пара $p_1 = 2,33$ кПа; б) масса водяного пара в камере до расширения $m_1 = p_1 \mu V_1 / RT_1 = 17,2$ мг; в) $\rho_1 = p_1 \mu / RT_1 = 17,2 \cdot 10^{-3}$ кг/м³; г) $T_2 = T_1 / (V_2/V_1)^{\kappa-1} = 268$ К; д) при температуре $t_2 = -5^\circ\text{C}$ давление насыщенного водяного пара $p_2 = 369$ Па. Масса пара в камере, соответствующая этому давлению, $m_2 = p_2 \mu V_2 / RT_2 = 4,0$ мг. Следовательно, масса сконденсированного пара $\Delta m = m_1 - m_2 = (17,2 - 4,0)$ мг = 13,2 мг; е) $\rho_2 = p_2 \mu / RT_2 = 3,2 \cdot 10^{-3}$ кг/м³; ж) так как плотность водяного пара после расширения (но до конденсации)

$$\rho_3 = \frac{m_1}{V_2} = \frac{17,2 \cdot 10^{-6}}{1,25 \cdot 10^{-3}} \text{ кг/м}^3 = 13,7 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3,$$

то степень пересыщения $s = \rho_3/\rho_2 = 4,3$.

7.11. $\Delta m = 12$ г.

7.13. $v_{\text{ж}} = 0,001$ м³/кг; $v_n = 1,25$ м³/кг.

7.14. В процессе испарения теплота тратится на преодоление сил взаимодействия молекул и на работу расширения против внешнего давления. Таким образом, согласно первому закону термодинамики имеем

$$q_0 = \Delta W + A, \quad (1)$$

где q_0 — молярная теплота парообразования, ΔW — изменение молярной внутренней энергии сил взаимодействия при испарении, A — молярная работа, совершаемая против внешнего давления. При этом

$$A = p_n (V_{0\text{н}} - V_{0\text{ж}}), \quad (2)$$

где p_n — давление насыщенного пара при температуре парообразования, $V_{0\text{ж}}$ — молярный объем жидкости и $V_{0\text{н}}$ — молярный объем пара. Имеем

$$V_{0\text{ж}} = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0,018 \text{ кг/моль}}{1000 \text{ кг/м}^3} = 18 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{моль},$$

где μ — молярная масса и ρ — плотность воды. Так как по условию $\nu = m/\mu = 1$ кмоль, то из уравнения Менделеева—Клапейрона $V_{0n} = RT/p_n$. При $T = 473$ К имеем (см. Прил. XV) $p_n = 1,55$ МПа и $V_{0n} = RT/p_n = 2,5$ л/моль. Считая, что изменение внутренней энергии взаимодействия молекул при испарении соответствует уравнению Ван-дер-Ваальса (см. задачу 6.17), имеем

$$\Delta W = \frac{a(V_{0n} - V_{0ж})}{V_{0ж}V_{0n}}, \quad (3)$$

где $a = 27T_n^2 R^2 / 64\rho_n = 5,56 \cdot 10^2$ Па · м⁶/моль². Замечая, что $V_{0ж} \ll V_{0n}$, получим из (1)–(3)

$$r_0 = \frac{a}{V_{0ж}} + p_n V_{0n} = \frac{a\rho}{\mu} + RT = 35 \text{ кДж/моль.}$$

Тогда удельная теплота парообразования $r = r_0/\mu = 1,95$ МДж/кг. Прил. XVI дает для температуры $t = 200^\circ\text{C}$ значение $r = 1,94$ МДж/кг. Таким образом, несмотря на то, что уравнение Ван-дер-Ваальса, а следовательно, и формула (3) являются приближенными, совпадение результатов хорошее.

$$7.15. \Delta W/r_0 = (r_0 - A)/r_0 = 1 - RT/r_0 = 92,4\%.$$

$$7.16. \Delta W = 7,22 \text{ кДж.}$$

$$7.17. Q \text{ убывает с ростом } T, \quad Q(T_{кр}) = 0.$$

$$7.18. \frac{dp}{dT} = \frac{Q}{T(V_g - V_m)}; \quad p = p_0 \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right).$$

7.19. Имеем уравнение Клаузиуса—Клапейрона

$$\frac{dp}{dT} = \frac{r_0}{T(V_{0n} - V_{0ж})}. \quad (1)$$

Считая, что насыщенные пары подчиняются уравнению Менделеева—Клапейрона, имеем (для $\nu = 1$ моль) $V_{0n} = RT/p$. Так как (см. прил. XV) при температуре $t = 5^\circ\text{C}$ давление насыщенного пара $p_n = 870$ Па, то нетрудно найти, что $V_{0n} = 2,65$ м³/моль. Кроме того, $V_{0ж} = \mu/\rho \leq 18 \cdot 10^{-6}$ м³/моль. Таким образом, мы видим, что $V_{0ж} \ll V_{0n}$, и тогда уравнение (1) можно написать так:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{r_0 p}{RT^2}, \quad \text{или} \quad \frac{dp}{p} = \frac{r_0}{R} \frac{dT}{T^2}. \quad (2)$$

Для небольшого интервала температур $T_2 - T_1$ молярную теплоту испарения r_0 можно считать постоянной и тогда, интегрируя уравнение (2), получим

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = \frac{r_0(T_2 - T_1)}{RT_1 T_2}, \quad (3)$$

откуда

$$r_0 = \frac{RT_1 T_2 \ln(p_2/p_1)}{T_2 - T_1}. \quad (4)$$

Здесь p_1 и p_2 — давления насыщенного пара при температурах T_1 и T_2 . В задаче требуется найти удельную теплоту парообразования r при температуре $t = 5^\circ\text{C}$. Поэтому для величин T_1 и T_2 можно взять значения $t_1 = 4^\circ\text{C}$ и $t_2 = 6^\circ\text{C}$. Тогда на основании данных Прил. XV имеем $p_1 = 811$ Па, $p_2 = 932$ Па и $p_2/p_1 = 1,15$. Подставляя в (4) числовые данные, получим $r_0 = 45$ кДж/моль. Отсюда удельная теплота парообразования $r = r_0/\mu = 2,49$ МДж/кг. Построив

по данным Прил. XVI график $r = f(t)$, нетрудно убедиться, что при $t = 5^\circ\text{C}$ имеем $r = 2,48$ МДж/кг, что дает хорошее совпадение с найденным значением.

$$7.20. r = 0,302 \text{ МДж/кг.}$$

$$7.21. \Delta S = 2,86 \text{ Дж/К.}$$

$$7.22. \Delta p = 599 \text{ Па.}$$

7.23. До давления $p = 93$ МПа, т.е. до давления насыщенного ртутного пара при $t = 15^\circ\text{C}$.

7.24. Имеем $\rho_0 = m/V_0$ и $\rho = m/V$. Но так как $V = V_0(1 + \beta t)$: то $\rho = \rho_0/(1 + \beta t) = 12,9 \cdot 10^3$ кг/м³.

$$7.25. \rho = 1,055 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

$$7.26. \Delta p = \beta \Delta t/k = 1,4 \text{ МПа.}$$

$$7.27. \Delta h = 16,4 \text{ мм.}$$

$$7.28. \Delta t = h(1 + \beta t)/(L - h)\beta = 56^\circ\text{C.}$$

$$7.29. m = 884 \text{ г.}$$

$$7.30. \beta = 7 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}.$$

$$7.31. p = 102 \text{ кПа.}$$

7.32. Сила, необходимая для отрыва кольца от поверхности воды, складывается из силы тяжести, действующей на кольцо, и силы поверхностного натяжения, т.е. $F = F_1 + F_2$. Сила тяжести

$$F_1 = \rho h \frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_1^2) g = 40,0 \text{ мН.}$$

При отрыве кольца поверхностная пленка разрывается по внешней и внутренней окружности кольца, поэтому сила поверхностного натяжения

$$F_2 = \pi \alpha (d_1 + d_2) = 23,5 \text{ мН.}$$

Таким образом, $F = 63,5$ мН. При этом $\chi = F_2/F = 37\%$.

$$7.33. \alpha = 0,032 \text{ Н/м.}$$

$$7.34. d = 1,2 \text{ мм; } l = 5 \text{ см.}$$

7.35. Сила тяжести, действующая на каплю, в момент ее отрыва должна разорвать поверхностную пленку по длине $l = \pi r$, где r — радиус шейки капли. Отсюда сила тяжести $P = 2\pi r \alpha = \pi d \alpha$. В массе m спирта содержится N капель, причем $N = mg/P = mg/\pi d \alpha = 780$ капель. Так как по условию капли отрываются через время $\Delta t = 1$ с одна после другой, то весь спирт вытечет через время $\tau = 780 \text{ с} = 13 \text{ мин.}$

$$7.36. \alpha_1 = 0,059 \text{ Н/м.}$$

$$7.37. \Delta t = 34 \text{ см.}$$

$$7.38. R = \sqrt[3]{3\alpha a/2\rho g} = 2,2 \text{ мм.}$$

7.39. Выделенная энергия при слиянии двух капель ртути $\Delta W = \alpha \Delta S$, где изменение площади поверхности $\Delta S = 4\pi r^2 \cdot 2 - 4\pi R^2$, где R — радиус большой капли. Радиус R находим, приравняв объем большой капли сумме объемов слившихся капель: $2 \cdot 4\pi r^3/3 = 4\pi R^3/3$, откуда $R = r \sqrt[3]{2}$. Тогда $\Delta S = 4\pi r^2(2 - \sqrt[3]{4})$ и

$$\Delta W = \alpha \Delta S = \alpha \cdot 4\pi r^2(2 - \sqrt[3]{4}). \quad (1)$$

Выделенная энергия пойдет на нагревание ртутной капли; следовательно,

$$\Delta W = ct\Delta T = c\rho(4/3)\pi R^3 \Delta t = c\rho(8/3)\pi r^3 \Delta t. \quad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), находим

$$\Delta t = 3\alpha(2 - \sqrt[3]{4})/c\rho 2r = 1,65 \cdot 10^{-4} \text{ К.}$$

- 7.40. $A = 14,7 \text{ мкДж.}$
 7.41. $A = 64 \text{ мкДж.}$
 7.42. $A = 432 \text{ мкДж.}$
 7.43. Давление воздуха в пузырьке p сложится из атмосферного давления p_0 , гидростатического давления воды $p_1 = \rho g h$ и добавочного давления $p_2 = 2\alpha/r = 4\alpha/d$, вызванного кривизной поверхности. Таким образом, $p = p_0 + \rho g h + 2\alpha/r = 132,9 \text{ кПа.}$
 7.44. $\Delta p_2 = 2\Delta p_1 = 4\alpha/R$ — формула Лапласа.
 7.45. $H = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right); \Delta p = \alpha H.$
 7.46. $d = 8\alpha/\Delta p = 2,6 \text{ мм.}$
 7.47. В 4,4 раза.

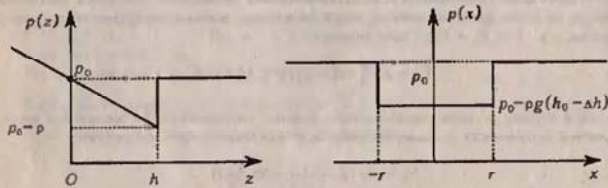


Рис. 156

Рис. 157

7.48. $\alpha = \rho g h r / 2$ (см. рис. 156).

7.49. r — радиус капилляра (см. рис. 157).

7.50. Радиус мениска R связан с радиусом трубки r следующим образом (рис. 158):

$$r = R \cos \varphi = R \cos(180^\circ - \theta) = -R \cos \theta,$$



где θ — краевой угол. Добавочное давление, вызванное кривизной мениска, $\Delta p = -(2\alpha \cos \theta)/r$. Так как для ртути $\theta > \pi/2$, т.е. $\cos \theta < 0$, то это добавочное давление положительно, и уровень ртути в капилляре будет ниже, чем в сосуде. Разности уровней

Рис. 158

$$\Delta h = -\frac{4\alpha \cos \theta}{\rho g d}, \text{ отсюда } -\cos \theta = \frac{\Delta h \rho g d}{4\alpha} = 0,740.$$

Следовательно, радиус кривизны мениска ртути $R = -r/\cos \theta = 2 \text{ мм.}$

7.51. $l = 0,53 \text{ мм; } \Delta h = 2,98 \text{ см.}$

7.52. а) $d = 1,5 \text{ мм;}$ б) $d = 8,8 \text{ мм.}$

7.53. $\Delta h = 7,5 \text{ мм.}$

7.54. $\alpha = 0,0711 \text{ Н/м.}$

7.55. $p = p_0 + 2\alpha/r = 102,2 \text{ кПа.}$

7.56. Обозначим: p_0 и p — давления воздуха в капилляре до и после погружения капилляра в воду. V_0 и V — объемы воздуха в капилляре до и после погружения. По закону Бойля — Мариотта

$$p_0 V_0 = p V. \quad (1)$$

Здесь $p = p_0 + 2\alpha/r$. $V_0 = S h_0$, где S — площадь сечения капилляра и h_0 — его длина. $V = S h$, где h — длина трубки, выступающей над жидкостью после погружения. С учетом этого имеем

$$p_0 h_0 = \left(p_0 + \frac{2\alpha}{r}\right) h, \text{ откуда } r = \frac{2\alpha h}{p_0(h_0 - h)}. \quad (2)$$

по условию $(h_0 - h)/h_0 = 0,015$, или $h/(h_0 - h) = 65,7$. Подставим числовые данные в (2), получим $r = 0,1 \text{ мм.}$

7.57. а) $h = 755 \text{ мм;}$ б) $h = 757 \text{ мм.}$ Таким образом, если трубка узкая, то атмосферное давление не может быть непосредственно определено по высоте ртутного столба h , так как к давлению столба прибавляется еще давление выпуклого мениска ртути в трубке.

7.58. К высоте ртутного столба надо добавить 2 мм.

7.59. $\omega = (2/l) \sqrt{\alpha/r\rho}$.

7.60. Смачивающая жидкость будет двигаться в сторону узкой части капилляра, несмачивающая — в обратную сторону.

7.61. Чтобы игла могла держаться на воде, необходимо, чтобы давление, оказываемое иглой на площадь ее опоры, не превышало давления, вызванного кривизной поверхности жидкости в углублении под иглой и направленного вверх (силой Архимеда пренебрегаем). Давление иглы на воду $p_1 = mg/l d = \rho V g / l d = \rho \pi d g l / 4$, где l — длина иглы и V — ее объем. Давление, вызванное кривизной поверхности жидкости, определяется формулой Лапласа $p_2 = \alpha(1/R_1 + 1/R_2)$. В нашем случае поверхность жидкости цилиндрическая, т.е. $R_1 = \infty$ и $R_2 = r$ — радиус иглы. Тогда $p_2 = \alpha/r = 2\alpha/d$. Так как необходимо, чтобы $p_1 \leq p_2$, то $\rho \pi d g l / 4 \leq 2\alpha/d$, откуда $d \leq \sqrt{8\alpha/\rho \pi g} = 1,6 \text{ мм.}$

7.62. Нет.

7.63. $d = 0,5 \text{ мм.}$

7.64. $m = 1,22 \text{ кг.}$

7.65. $h = \frac{2\alpha}{\rho g r} = 10 \text{ мм.}$

7.66. $m = 27,5 \text{ мг.}$

7.67. Поверхность смачивающей жидкости между пластинками имеет цилиндрическую форму с радиусом кривизны $R = d/2$. Тогда добавочное отрицательное давление под цилиндрической выпуклой поверхностью $p = \alpha/R = 2\alpha/d$. Величина p — избыток внешнего давления, действующего на площадь пластинок S . Следовательно, сила, которую надо приложить, чтобы оторвать пластинки друг от друга,

$$F = pS = \frac{2\alpha}{d} S = 31,5 \text{ Н.}$$

7.68. $\rho = 0,79 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$

7.69. $h = \frac{2\alpha}{\rho g d} = 30 \text{ мм; } F = \frac{2\alpha^2 l}{\rho g d^2} = 0,44 \text{ Н.}$

7.70. $\alpha = 0,5 \text{ Н/м.}$

7.71. При вертикальном положении капилляра верхний мениск вогнутый и давление, вызванное кривизной этого мениска, всегда направлено вверх и равно $p_1 = 2\alpha/R_1$, где R_1 — радиус кривизны верхнего мениска. При полном смачивании $p_1 = 2\alpha/r$, где r — радиус капилляра. Гидростатическое давление столба жидкости всегда направлено вниз и равно $p_2 = \rho gh$. Если $p_1 > p_2$, то результирующее давление, направленное вверх, заставляет нижний мениск быть вогнутым. При этом давлении p_3 , вызванное кривизной нижнего мениска, направлено вниз и равно $p_3 = 2\alpha/R_2$, где R_2 — радиус кривизны нижнего мениска. В равновесии $p_1 = p_2 + p_3$. Если $p_1 < p_2$, то результирующее давление направлено вниз и нижний мениск будет выпуклым. При этом давлении $p_3 = 2\alpha/R_2$ будет направлено уже вверх. В этом случае $p_1 + p_3 = p_2$. Если $p_1 = p_2$, то нижний мениск будет плоским и $p_3 = 0$. Пользуясь числовыми данными, нетрудно получить:

а) $R_1 = 0,5$ мм, $R_2 = -1,52$ мм; б) $R_1 = 0,5$ мм, $R_2 = 1,46$ мм; в) $R_1 = 0,5$ мм, $R_2 = \infty$.

7.72. $m = 0,22$ г.

7.73. а) $h = 11,5$ мм; б) $h = 12,9$ мм; в) $h = 17,2$ мм (см. решение 7.71).

7.74. а) $\Delta h = 6,8$ мм; б) $\Delta h = 8,5$ мм; в) $\Delta h = 17$ мм; г) $\Delta h = 23,8$ мм.

При $\Delta h > 23,8$ мм жидкость начинает вытекать из трубки 1.

7.75. Если бы капилляр был достаточно длинным, то, как нетрудно убедиться, вода в нем поднялась бы на высоту $h' = 2,98$ см. Но высота капилляра над водой $h < h'$. К мениску приложено давление $p_0 = 2\alpha/R$, вызванное кривизной мениска, направленное вверх и гидростатическое давление $p = \rho gh$. Для любой высоты h будем иметь $\rho gh = 2\alpha/R$, откуда $R = 2\alpha/\rho gh = 0,75$ мм.

7.76. На ареометр, плавающий в жидкости действуют: сила тяжести P , направленная вниз, сила поверхностного натяжения $F = 2\pi r\alpha = \pi da$, направленная при полном смачивании вниз (при полном несмачивании вверх), и сила Архимеда $F_A = \rho g(V + Sh)$, направленная вверх, где V — объем нецилиндрической части ареометра, S — площадь поперечного сечения трубки ареометра и h — длина цилиндрической трубки, находящейся в жидкости. В равновесии $P + F = F_A$. Считая, что от нескольких капель спирта плотность воды не изменилась, мы можем написать для воды и спирта соответственно

$$P + d\pi\alpha_1 = \rho g(V + Sh_1), \quad P + d\pi\alpha_2 = \rho g(V + Sh_2),$$

откуда $\Delta h = 4\Delta\alpha/\rho gd = 2,4$ мм.

7.77. $\Delta h = 3,5$ мм.

7.79. $h = r \sqrt{\frac{\sigma + \sigma_1 + \sigma_2}{\sigma - (\sigma_1 + \sigma_2)} \frac{\sigma^2}{\sigma^2 - (\sigma_1 - \sigma_2)^2}}$, при $\sigma > \sigma_1 + \sigma_2$.

7.80. $T = 313$ К.

7.81. $N = 1000$.

7.82. $p = 290$ кПа.

7.83. $m = 2$ г.

7.84. $\alpha = 0,55$; $n = 4 \cdot 10^{25}$ м⁻³.

7.85. $p = 12,4$ кПа.

7.86. $p_2 = 19,6$ кПа.

7.87. $N = 50$.

7.88. Закон Рауля можно применить для определения молярной массы вещества. Действительно, закон Рауля можно написать так:

$$\frac{p_0}{p_0 - p} = \frac{v}{v'} + 1, \quad \text{или} \quad \frac{p_0}{p_0 - p} - 1 = \frac{p}{p_0 - p} = \frac{v}{v'}. \quad (1)$$

Замечая, что $v = m/\mu$ и $v' = m'/\mu'$, нетрудно из (1) получить

$$\mu' = \mu \frac{m'}{m} \cdot \frac{p}{p_0 - p}, \quad (2)$$

где m — масса растворителя, μ — молярная масса растворителя, m' — масса растворенного вещества и μ' — молярная масса растворенного вещества. Подставляя числовые данные, получим $\mu' = 0,092$ кг/моль.

7.89. $p_0 = 925$ кПа.

§ 8. Твердые тела

8.1. Из уравнения Клаузиуса — Клапейрона находим

$$\Delta T = \frac{\Delta p T (V_{ж} - V_{г})}{\rho_0}. \quad (1)$$

С другой стороны, изменение энтропии

$$\Delta S = m\lambda_0/T = \nu q_0/T, \quad (2)$$

где λ_0 — удельная теплота плавления, q_0 — молярная теплота плавления, m — масса. Из (1) и (2) имеем

$$\Delta T = \Delta p (V_{ж} - V_{г}) \nu / \Delta S = 0,009 \text{ К}. \quad (3)$$

8.2. $\Delta S = 15,8$ кДж/К.

8.3. $\Delta V = 1,03$ л.

8.4. а) $c = 390$ Дж/(кг · К); б) $c = 450$ Дж/(кг · К); в) $c = 930$ Дж/(кг · К).

8.5. Молярная масса материала шарика $\mu = 0,107$ кг/моль; следовательно, шарик сделан из серебра.

8.6. В 7,2 раза.

8.7. $\Delta T = 66$ К.

8.8. Количество теплоты, прошедшее через сложенные вместе медную и железную пластинки, определяется формулой

$$Q = \lambda_1 \frac{t_1 - t}{d_1} S \tau = \lambda_2 \frac{t - t_2}{d_2} S \tau,$$

откуда

$$t = \frac{\lambda_1 t_1 d_2 + \lambda_2 t_2 d_1}{\lambda_1 d_2 + \lambda_2 d_1} = 34,5^\circ \text{С}.$$

8.9. $\lambda = 1,28 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$.

8.10. $Q = 190 \text{ кДж}$.

8.11. $Q_1 = 8,38 \text{ Дж/с}$; $m = 60 \text{ г}$.

8.12. $Q_1 = 11,7 \text{ Дж/с}$.

8.13. $t = 106^\circ \text{C}$.

8.14. $\tau = 28,6 \text{ ч}$.

8.15. При нагревании от $t_0 = 0^\circ \text{C}$ до температуры $t = 30^\circ \text{C}$ стержень удлинится на величину

$$\Delta l = l - l_0 = l \alpha t. \quad (1)$$

Чтобы не дать стержню удлиниться, к нему надо приложить силу $F = \Delta l ES/l_0$, откуда

$$\Delta l = l_0 F/ES, \quad (2)$$

где E — модуль Юнга материала стержня. Из (1) и (2) находим

$$F = ES \alpha t = 71 \text{ кН}.$$

8.16. $m = 15,2 \text{ кг}$.

8.17. $t_2 = 20^\circ \text{C}$.

8.18. $a = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$.

8.19. Имеем для стального и медного стержней

$$l_1 = l_{01} (1 + \alpha_1 t) = l_{01} + l_{01} \alpha_1 t, \quad (1)$$

$$l_2 = l_{02} (1 + \alpha_2 t) = l_{02} + l_{02} \alpha_2 t. \quad (2)$$

По условию

$$l_1 - l_2 = \Delta l, \quad l_{01} - l_{02} = \Delta l. \quad (3)$$

Вычитая (2) из (1) и учитывая условия (3), получим

$$\alpha_1 l_{01} = \alpha_2 l_{02}. \quad (4)$$

Из уравнений (3) и (4) нетрудно найти длину стержней при $t_0 = 0^\circ \text{C}$:

$$l_{02} = L \alpha_1 / (\alpha_2 - \alpha_1) = 11 \text{ см}, \quad l_{01} = l_{02} + L = 16 \text{ см}.$$

8.20. В 1,02 раза.

8.21. $p = 29,4 \text{ МПа}$.

8.22. $d = 4,0 \text{ мм}$.

8.23. $l = 2,9 \text{ км}$.

8.24. $l = 180 \text{ м}$.

8.25. $l = 11,9 \text{ км}$.

8.26. $F = 2,45 \text{ кН}$; $\Delta l = 4 \text{ см}$; нет, так как удельная нагрузка меньше предела упругости.

8.27. $\alpha = 75^\circ 30'$.

8.28. $n = 3,4 \text{ с}^{-1}$.

8.29. Центробежная сила, действующая на стержень, в данном случае

$$F = \int_0^m r \omega^2 dm = \int_0^l r \omega^2 \rho S dr,$$

где ω — угловая скорость вращения, r — расстояние от элемента массы dm до оси вращения. Для однородного стержня $dm = \rho S dr$, где ρ — плотность материала стержня и S — его сечение. Произведи интегрирование, получим

$$F = \rho S \omega^2 l^2 / 2,$$

откуда предельная частота вращения

$$n = \frac{1}{\pi l} \sqrt{\frac{F}{2\rho S}} = 38 \text{ об/с}.$$

8.30. $p = 570 \text{ МПа}$.

8.31. По закону Гука

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} P n = \frac{1}{E} \frac{F}{S}, \quad \text{откуда} \quad F = \frac{SE}{l} \Delta l. \quad (1)$$

Для упругих сил

$$F = k \Delta l. \quad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), видим, что $k = SE/l$. Тогда

$$A = k (\Delta l)^2 / 2 = SE (\Delta l)^2 / 2l. \quad (3)$$

Вычисляя величину Δl из (1) и подставляя остальные числовые данные в (3), получим $A = 0,706 \text{ Дж}$.

8.32. $E = 2,94 \text{ МПа}$.

8.33. Для растяжения проволоки на Δl требуется приложить силу

$$F = \frac{1}{\alpha} S \frac{\Delta l}{l}. \quad (1)$$

При этом внутренний диаметр шланга уменьшится на $\Delta d = \beta d_1 F/S$. Но из (1) имеем $F/S = \Delta l/\alpha l$; следовательно

$$\Delta d = \beta d_1 \frac{1}{\alpha} \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma d_1 \Delta l}{l},$$

где $\sigma = \beta/\alpha$ — коэффициент Пуассона. Подставив числовые данные, найдем $\Delta d = 1$ мм и, следовательно, $d_2 = d_1 - \Delta d = 9$ мм.

8.34. $x = 0,3$ м.

8.35. $M = 2,26 \cdot 10^{-7}$ Н·м.

8.36. Закручивающий момент $M = \pi N d^4 \varphi / (2l \cdot 16)$, причём $\operatorname{tg} 2\varphi = a/L$. При малых φ можно положить $\operatorname{tg} \varphi \approx \varphi$, и тогда $\varphi = a/2L = 32M/\pi N d^4$. Отсюда $M = a\pi N d^4 / 64L = 1,96 \cdot 10^{-13}$ Н·м.

8.37. Для поворота проволоки на угол $d\varphi$ надо совершить работу

$$dA = M d\varphi,$$

где M — закручивающий момент. Так как $M = \pi N r^4 \varphi / 2l$, то

$$A = \int_0^\varphi \frac{\pi N r^4 \varphi}{2l} d\varphi = \frac{\pi N r^4 \varphi^2}{4l} = 1,25 \cdot 10^{-12} \text{ Дж.}$$

Эта работа перейдет в потенциальную энергию W закрученной проволоки.

8.38. $a = 1,74$ см.

8.39. Коэффициент Пуассона $\sigma = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\Delta r/r}{\Delta l/l}$, где r — радиус проволоки и l — ее длина. Объемы проволоки до и после растяжения:

$$V_1 = \pi r^2 l, \quad V_2 = \pi (r - \Delta r)^2 (l + \Delta l).$$

Если объем при растяжении не изменился, то

$$\pi r^2 l = \pi (r - \Delta r)^2 (l + \Delta l).$$

Пренебрегая квадратами величин Δr и Δl , найдем $\pi r^2 \Delta l = 2\pi r \Delta r l$, откуда $\sigma = 0,5$.

8.40. Плотность несжатого стержня $\rho_1 = m/V_1$, где $V_1 = \pi r^2 l$. Плотность сжатого стержня $\rho_2 = m/V_2$, где $V_2 = \pi (r + \Delta r)^2 (l - \Delta l)$. Следовательно, изменение плотности

$$\Delta \rho = \rho_2 - \rho_1 = m \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right) = \frac{m \Delta V}{V_2 V_1}.$$

Так как сжатие невелико, то приближенно можно принять $V_2 V_1 = V_1^2$, т. е. положить $\Delta \rho = m \Delta V / V_1$. Тогда относительное изменение плотности $\Delta \rho / \rho_1 = \Delta V / V_1$.

Найдем изменение объема:

$$\Delta V = \pi r^2 l - \pi (r + \Delta r)^2 (l - \Delta l).$$

Пренебрегая квадратами величин Δr и Δl , получим

$$\Delta V = V_1 \frac{\Delta l}{l} (1 - 2\sigma), \quad \text{откуда} \quad \frac{\Delta \rho}{\rho_1} = \frac{\Delta V}{V_1} = \frac{\Delta l}{l} (1 - 2\sigma),$$

где σ — коэффициент Пуассона. По закону Гука $\Delta l/l = p_n/E$. Тогда

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_1} = \frac{p_n}{E} (1 - 2\sigma).$$

У нас $p_n = 9,81 \cdot 10^7$ Па, $E = 1,18 \cdot 10^{11}$ Па и $\sigma = 0,34$. Подставив эти данные, получим $\Delta \rho / \rho_1 = 0,027\%$.

8.41. $\Delta V = 1$ мм³.

8.42. $n = 4$ узла.

8.43. Постоянная a связана с объемом элементарной ячейки $V = a^3$, а $V = \frac{V_0}{Z_0}$. Следовательно

$$a^3 = \frac{V_0}{Z_0}.$$

Объем одного килограмма-атома Са

$$V_0 = \frac{A}{\rho}.$$

Число элементарных ячеек в одном килограмме-атоме

$$Z_0 = \frac{N_A}{n}.$$

N_A — число Авогадро, n — число атомов, приходящихся на одну ячейку. После подстановки получим

$$a^3 = \frac{nA}{\rho \cdot N_A}, \quad \text{откуда} \quad a = \sqrt[3]{\frac{nA}{\rho \cdot N_A}}.$$

Подставив $n = 4$ (см. предыдущую задачу) и числовые значения $\rho = 1,55 \cdot 10^3$ кг/м³, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹, $A = 40$ кг/атом, получим $a = 5,56 \text{ \AA}$. Расстояние $d = \frac{a}{\sqrt{2}} = 3,93 \text{ \AA}$.

- 8.44. а) $1,44 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$, б) $2,1 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$, в) $4,51 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$.
 8.45. $\rho = 1,46 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.
 8.46. $\bar{m} = 6,95$ — литий.
 8.47. $c/a = 1,63$.
 8.48. $a = 3,20 \text{ \AA}$, $\epsilon = 5,21 \text{ \AA}$.
 8.49. $a = 2,3 \text{ \AA}$.
 8.50. $\rho = 207 \text{ кг/м}^3$.
 8.51. Теплота ΔQ для нагревания тела от T_1 до T_2

$$\Delta Q = \int_{T_1}^{T_2} C(T) dT.$$

Теплоемкость тела $C = \frac{m}{\mu} C_p$, (m — масса тела, μ — молярная масса), следовательно

$$\Delta Q = \frac{m}{\mu} \int_{T_1}^{T_2} C_p(T) dT.$$

Для случая нагрева от температуры $T_1 = \theta_D = 320 \text{ К}$ на 2 К можно считать, что молярная теплоемкость не меняется, т. е. $\Delta T \ll T$. В этом случае

$$\Delta Q = \frac{m}{\mu} C_p(T_1) \Delta T.$$

Найдем $C_p(T_1)$. По теории Дебая

$$C_p(T_1) = 3R \left[12 \left(\frac{T_1}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\theta_D/T_1} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} - \frac{3 \left(\frac{\theta_D}{T_1} \right)}{e^{\theta_D/T_1} - 1} \right].$$

При $T_1 = \theta_D$ интеграл $\int_0^1 \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 0,225$, отсюда $C_p(T_1) = 2,87R$ и

$$\Delta Q = 2,87 \frac{m}{\mu} R \Delta T = 16,3 \text{ Дж}.$$

Во втором случае $T \ll \theta_D$, следовательно

$$C_p = \frac{12\pi^4}{5} R \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3, \quad (\text{показать!})$$

а

$$\Delta Q = \frac{12\pi^4}{5} \frac{m}{\mu} R \int_{T_1}^{T_2 + \Delta T} T^3 dT.$$

Проинтегрировав, получим

$$\Delta Q = 9\pi^4 \frac{m}{\mu} R \frac{T_2^4}{\theta_D^3} = 1,22 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}.$$

- 8.52. $C_{\text{Сн}} = 925 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$; $C_{\text{Al}} = 390 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$; $C_{\text{NaCl}} = 852 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$;
 $C_{\text{CaC}_2} = 925 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$.
 8.53. $\Delta E = 1,7 \text{ кДж}$.
 8.54. $\langle E \rangle = kT$; $\langle E \rangle = 4,14 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$.
 8.55. $E = 121 \text{ кДж}$; $C = 414 \text{ Дж/град}$.
 8.56. $\nu = 3,44 \cdot 10^{12} \text{ Гц}$.
 8.57. $\lambda = 3,74 \text{ нм}$.
 8.58. $\Delta F = 36 \text{ кДж}$.
 8.59. $E_0 = 2,87 \text{ МДж/килограмм-атом}$.
 8.60. $g(\nu) = \frac{9N}{\nu_{\text{max}}^3} \nu^2$.
 8.61. $C_p = 3R \left[12 \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} - \frac{3 \left(\frac{\theta_D}{T} \right)}{e^{\theta_D/T} - 1} \right]$.
 8.62. $C_p = \frac{12}{5} \pi^4 R \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3$.
 8.63. $\nu_{\text{max}} = 3,76 \cdot 10^{12} \text{ Гц}$.
 8.64. $\Delta E/k_0 = 5,2 \cdot 10^{-3}$.
 8.65. $\Delta E = 41,4 \text{ кДж/килограмм-атом}$.
 8.66. $\theta_D = 212 \text{ К}$.
 8.67. $\theta_E/\theta_D = 3/4$.
 8.68. $g(\nu) = \frac{6N}{\nu_{\text{max}}^3} \nu$.
 8.69. $E = 3RT \cdot 2 \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^2 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^2 dx}{e^x - 1}$.
 8.70. $C_p = 3R \left[6 \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^2 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^2 dx}{e^x - 1} - \frac{2(\theta_D/T)}{e^{\theta_D/T} - 1} \right]$.
 8.71. $E_0 = 2,91 \text{ МДж}$.
 8.72. $g(\nu) = \frac{3N}{\nu_{\text{max}}^3}$.
 8.73. $E = 3RT \left(\frac{T}{\theta_D} \right) \int_0^{\theta_D/T} \frac{x dx}{e^x - 1}$.
 8.74. $C_p = 3R \left[2 \left(\frac{T}{\theta_D} \right) \int_0^{\theta_D/T} \frac{x dx}{e^x - 1} - \frac{\theta_D/T}{e^{\theta_D/T} - 1} \right]$.
 8.75. $E_0 = 1,87 \text{ МДж}$.
 8.76. $\epsilon = 3,45 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$.
 8.77. $\mu = 10^{-25} \text{ н} \cdot \text{с}$.
 8.78. $v = 1,5 \cdot 10^3 \text{ м/с}$.
 8.79. $\lambda = 48 \text{ \AA}$.
 8.80. $v = 3,13 \cdot 10^3 \text{ м/с}$.
 8.81. $\lambda = 40 \text{ \AA}$.
 8.82. $11,5 \text{ МП/м}^2$.

- 8.83. 77.7 МПа.
 8.84. $\alpha = 3,40 \cdot 10^{-6}$ град $^{-1}$.
 8.85. $\Delta t = 1$ час 20 мин.
 8.86. $T = 2\pi/3$.
 8.87. $l = l_0 [1 + \alpha(t_1 + t_2)/2]$.
 8.88. $T = 591,8 - 431,8 \lg R$, где R — расстояние от оси трубы (в см);
 $Q = 30,2$ кДж/час.
 8.89. $D = 2$ см.
 8.90. $\Delta l/l = 0,014$.
 8.91. $H_{\text{max}} = 6,5$ км.
 8.92. $R = d(1 + \alpha_{\text{ст}} \Delta T) / (\alpha_{\text{ст}} - \alpha_{\text{ж}}) \Delta T = 56$ см.
 8.93. $T(R) = \frac{T_1 - T_2}{R_1 - R_2} \cdot \frac{R_1 R_2}{R} + \frac{t_1 R_1 - t_2 R_2}{R_1 - R_2}$.
 8.94. $T(r) = T_0 + \frac{f^2 \rho}{4\pi^2 R^2} (R^2 - r^2)$.
 8.95. $A = 3,1$ нВ.
 8.96. $I_n = 0,15$ А.
 8.97. $n = 2,5 \cdot 10^{10}$ м $^{-3}$.
 8.98. $v_p = 3,5 \cdot 10^{-2}$ м 2 /(В · с); $n_p = 2 \cdot 10^{22}$ м $^{-3}$.
 8.99. $c_p = -0,05$ нВ.
 8.100. $\epsilon = 0,053$ нВ.
 8.101. $U_X = 1,2$ В.
 8.102. $n = 10^{22}$ м $^{-3}$.

Глава III ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

§ 9. Электростатика

- 9.1. а) $\nabla \vec{r} = 3$; б) $\nabla \vec{e}_r = 2/r$; в) $\nabla(f(\vec{r}) \vec{e}_r) = \frac{2f(\vec{r})}{r} + \frac{df}{dr}$; г) 0.
 9.2. $\nabla \vec{a} = 0$; $\Phi_2 = 0$.
 9.3. $\Phi_p = 4\pi R^3$.
 9.4. $\Phi_2 = \int_0^R f(\vec{r}) 4\pi r^2 dr$.
 9.5. $\nabla \vec{E} = 0$.
 9.6. $\rho = \epsilon_0(2x + 2y + 1)$.
 9.7. $\vec{E} = -(2ax \vec{e}_x + 2by \vec{e}_y - 2cz \vec{e}_z)$.
 9.8. Да, является;
 $\varphi(x, y, z) = -(ax + by + cz)$.
 9.9. Нет, не является; $\varphi(r) = -\frac{a}{r}$.
 9.10. а) —г) $[\nabla \times \vec{a}] = 0$.
 9.12. Нет, не может.
 9.13. а) $[\nabla \times \vec{E}] = 2a \vec{e}_z$; б) $\Gamma = 2a\pi R^2$.
 9.15. В $1,25 \cdot 10^{36}$ раз.
 9.16. а) $W_{\text{эл}}/W_{\text{гп}} = 4,17 \cdot 10^{42}$;
 б) $W_{\text{эл}}/W_{\text{гп}} = 1,24 \cdot 10^{36}$.



Рис. 159

9.17. На рис. 159 представлен характер зависимости энергии $W_{\text{эл}}$ электростатического взаимодействия двух точечных зарядов от расстояния r между ними.

- 9.18. $F = \frac{a \cdot q}{2\pi\epsilon_0 (x^2 + a^2/2)^{3/2}}$.
 9.19. $F = \frac{qQ\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$.
 9.20. В зависимости от расположения зарядов:
 а) $E = 0$; б) $E = 60$ кВ/м; в) $E = 30$ кВ/м.
 9.21. $E = 0$.
 9.22. На каждый шарик действуют две силы (см. рис. 160): сила тяжести mg и сила электростатического отталкивания F_E . Равнодействующая этих сил равна F . Но
 $F_E = mg \operatorname{tg} \alpha = q^2 / 4\pi\epsilon_0 r^2$, $r/2 = l \sin \alpha$,
 где $q = q_0/2$ — заряд на каждом шарике, g — ускорение свободного падения; отсюда имеем:
 $m = \frac{F_E}{g \operatorname{tg} \alpha} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 4l^2 g \sin^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha} = 15,6$ г.
 9.23. $q = 1,1$ мкКл.
 9.24. $q_{\text{min}} = 32\pi\epsilon_0 mg R^2 / Q$.
 9.25. $T = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 l^2} \left(Q^2 - \frac{q^2}{3\sqrt{3}} \right)$.
 9.26. $T = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l^2} \left(\frac{9}{4} + \frac{\sqrt{3}}{3} \right)$.

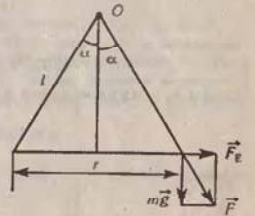


Рис. 160

9.27. Для шарика, находящегося в воздухе, имеет место уравнение (см. решение 9.22)

$$mg = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_k \cdot 4l^2 g \sin^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha} \quad (1)$$

При погружении шарика в керосин на каждый шарик стали действовать выталкивающая сила Архимеда $F_{\text{Арх}}$. Для шарика, находящегося в керосине, имеем:

$$mg - F_{\text{Арх}} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_k \cdot 4l^2 g \sin^2 \alpha_k \operatorname{tg} \alpha_k} \quad (2)$$

где

$$mg - F_{\text{Арх}} = (\rho - \rho_k) V g, \quad (3)$$

где ρ — плотность материала шарика, ρ_k — плотность керосина, V — объем шарика, g — ускорение свободного падения. Из (1) — (3) имеем

$$\frac{mg - F_{\text{Арх}}}{mg} = \frac{\rho - \rho_k}{\rho} = \frac{\epsilon \sin^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha}{\epsilon_k \sin^2 \alpha_k \operatorname{tg} \alpha_k}$$

откуда

$$\rho = \rho_k \frac{\epsilon_k \sin^2 \alpha_k \operatorname{tg} \alpha_k}{\epsilon \sin^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha - \epsilon \sin^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha} = 2,55 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

9.29. $\alpha = 13^\circ$.

9.30. $\sigma = 2\epsilon_0 \epsilon \sqrt{T^2 - (mg)^2} / q = 7,8$ мкКл/м 2 .

9.32. $E = \lambda / (2\pi\epsilon_0 x)$.

9.33. $E = \frac{\lambda l}{2\pi\epsilon_0 x \sqrt{4x^2 + l^2}}$.

9.34. $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$.

- 9.35. а) $F = 20 \text{ мкН}$; б) $F = 126 \text{ мкН}$; в) $F = 62,8 \text{ мАн}$.
 9.37. $F_1 = 3,4 \text{ Н/м}$.
 9.38. $F_1 = 8,11 \text{ Н/м}$; $A_1 = 0,112 \text{ Дж/м}$.
 9.39. $E = 3,12 \text{ МВ/м}$; поле направлено перпендикулярно к плоскости, проходящей через обе нити.
 9.40. $F_g = 5,1 \text{ кН/м}^2$.
 9.41. На шар действуют три силы: сила электрического поля F (вверх), сила тяжести mg (вниз) и сила Архимеда $F_{\text{Арх}}$ (вверх). В равновесии

$$mg = F + F_{\text{Арх}}, \quad (1)$$

причем

$$mg = 4\pi R^3 g \rho / 3, \quad F = Eq, \quad F_{\text{Арх}} = 4\pi R^3 g \rho_m / 3, \quad (2)$$

где ρ и ρ_m — плотности меди и масла. Из (1) и (2) имеем

$$q = 4\pi R^3 g (\rho - \rho_m) / 3E = 11 \text{ нКл}.$$

9.42. Имеем

$$E = \frac{\tau \sin \alpha}{2\pi \epsilon_0 \sigma a} \quad (1)$$

Сделаем чертёж, нетрудно установить, что

$$\sin \alpha = \frac{l/2}{\sqrt{a^2 + (l/2)^2}} \quad (2)$$

где l — длина нити, a — расстояние рассматриваемой точки от нити. Подставляя (2) в (1), получим: (сравни с решением 9.33)

$$E = \frac{\tau l}{4\pi \epsilon_0 \sigma a \sqrt{a^2 + (l/2)^2}} \quad (3)$$

а) Если $a \ll l$, то $\sqrt{a^2 + (l/2)^2} \approx l/2$. В этом случае формула (3) даёт $E = \tau / 2\pi \epsilon_0 \sigma a$ — напряжённость поля бесконечно длинной нити.

б) Если $a \gg l$, то $\sqrt{a^2 + (l/2)^2} \approx a$. Так как $\tau l = q$, то формула (3) даёт $E = q / 4\pi \epsilon_0 \sigma a^2$ — напряжённость поля точечного шара.

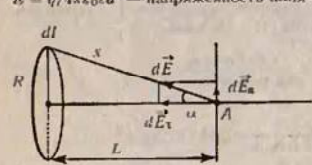


Рис. 161

9.43. Возьмём элемент кольца dl (см. рис. 161). Этот элемент имеет заряд dq . Напряжённость электрического поля в точке A , созданная этим элементом, $dE = dq / 4\pi \epsilon_0 x^2$. Она направлена по линии x , соединяющей элемент кольца dl с точкой A . Для нахождения напряжённости поля всего кольца надо векторно сложить $d\vec{E}$ от всех элементов. Вектор $d\vec{E}$ можно разложить на составляющие $d\vec{E}_r$ и $d\vec{E}_\alpha$. Составляющие $d\vec{E}_\alpha$ каждого диаметра противоположных элементов взаимно уничтожаются, и тогда

$$E = \int dE_r.$$

Составляющая

$$dE_r = dE \cos \alpha = dE \frac{L}{x} = \frac{L dq}{4\pi \epsilon_0 x^3},$$

что даёт

$$E = \frac{L}{4\pi \epsilon_0 x^3} \int dq = \frac{Lq}{4\pi \epsilon_0 x^3}.$$

Но $x = \sqrt{R^2 + L^2}$ и окончательно

$$E = \frac{Lq}{4\pi \epsilon_0 (R^2 + L^2)^{3/2}} \quad (1)$$

— напряжённость электрического поля на оси кольца. Если $L \gg R$, то $E = q / 4\pi \epsilon_0 L^2$, т.е. на больших расстояниях заряженное кольцо можно рассматривать как точечный заряд. Подставив в (1) числовые данные, получим напряжённости E , равные 0, 1,60, 1,71, 1,60 и 1,15 кВ/м. Выразим величины x и L через угол α . Имеем $R = x \sin \alpha$, $L = x \cos \alpha$; теперь формула (1) примет вид:

$$E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 R^2} \cos \alpha \sin^3 \alpha.$$

Для нахождения максимального значения напряжённости E возьмем производную $dE/d\alpha$ и приравняем ее нулю:

$$\frac{dE}{d\alpha} = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 R^2} (\cos^2 \alpha 2 \sin \alpha - \sin^3 \alpha) = 0 \quad \text{или} \quad \text{tg}^2 \alpha = 2.$$

Тогда напряжённость электрического поля имеет максимальное значение в точке A , расположенной на расстоянии $L = R / \text{tg} \alpha = R / \sqrt{2} = 7,1 \text{ см}$ от центра кольца.

9.44. В 1,3 раза.

9.45. См. рис. 162.

$$dE = \frac{dq}{4\pi \epsilon_0 (r^2 + x^2)} = \frac{\sigma \cdot 2\pi r dr}{4\pi \epsilon_0 (r^2 + x^2)}$$

$$E = \int dE \cdot \cos \alpha = \int dE \frac{x}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{\sigma \cdot 2\pi x}{4\pi \epsilon_0} \int_0^R \frac{r dr}{(r^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\sigma \cdot x}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{x}{R \sqrt{1 + x^2/R^2}} \right]$$

$$\Delta\varphi = - \int_0^x F dx = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[-x + \frac{1}{R} \int_0^x \frac{x dx}{\sqrt{1 + (x/R)^2}} \right] = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[-x + \sqrt{1 + \left(\frac{x}{R}\right)^2} \right]$$

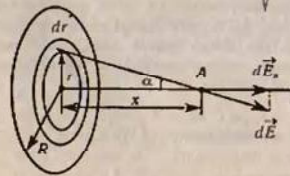


Рис. 162

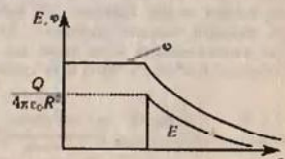


Рис. 163

9.46. Из решения задачи 9.45, следует, что, если

а) $K \gg x$, то $1 - \frac{x}{R\sqrt{1+x^2/R^2}} \rightarrow 1$, и $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$, т.е. электрическое поле бесконечной заряженной плоскости;

б) если $x \gg R$, то $1 - \frac{x}{R\sqrt{1+x^2/R^2}} \rightarrow 1 - \left[1 - \frac{1}{2} \frac{R^2}{x^2} + \dots\right] \approx \frac{1}{2} \frac{R^2}{x^2}$.

$E = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} \frac{R^2}{x^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2}$ — т.е. поле точечного заряда.

9.47. Исходя из решения задачи 9.45, следует получить выражение для электрического поля \vec{E} между дисками.

9.48. Используя теорему Остроградского — Гаусса, легко получить ответ: $E = 0$, $0 \leq r < R$; $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, $r \geq R$; $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$, $0 \leq r < R$; $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$, $r \geq R$ (см. рис. 163).

9.49. $\vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{r}$, $0 \leq r < R$; $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{r}$, $r \geq R$; $Q = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$, ρ — плотность электрического заряда;

$\varphi = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \left(R^2 - \frac{r^2}{3}\right)$, $0 \leq r \leq R$; $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)$, $r \geq R$;

$\varphi_0 = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0}$; $E(R) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$ (см. рис. 164).

9.50. $E = \frac{\rho r}{2\epsilon_0}$; $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$.

9.51. $E = \frac{\rho r}{2\epsilon_0}$, $0 \leq r \leq R$; $E = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r}$, $r \geq R$;

$\varphi = \frac{\rho}{4\epsilon_0} (R^2 - r^2)$, $0 < r < R$; $\varphi = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} \ln \frac{R}{r}$, $R < r$ (см. рис. 165).

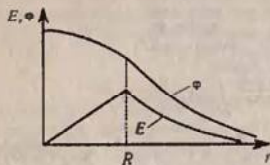


Рис. 164

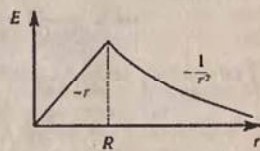


Рис. 165

9.52. Сила, действующая на выделенную грань куба, $F = \sigma \int E_n dS$. где $\int E_n dS$ — поток через эту грань вектора напряженности поля, создаваемого остальными пятью гранями. В качестве замкнутой поверхности построим куб, немного больший данного. Тогда все шесть граней дают поток вектора напряженности поля через все шесть сторон построенной поверхности $\Phi = q/\epsilon_0 = 6\sigma l^2/\epsilon_0$, а через одну грань $\Phi' = \sigma l^2/\epsilon_0$. Но

$$\Phi' = \int E_n dS + \frac{\sigma l^2}{2\epsilon_0}, \text{ следовательно } \int E_n dS = \frac{\sigma l^2}{2\epsilon_0}.$$

от пяти граней от выделенной грани

Значит, $F = \sigma^2 l^2 / 2\epsilon_0$. Аналогично для тетраэдра $F = \sqrt{3} \sigma^2 l^2 / 8\epsilon_0$.

9.53. Указание: мысленно заполнить полость зарядами противоположных знаков с плотностями $+\rho$ и $-\rho$. Тогда поле в полости можно рассматривать как суперпозицию полей двух равномерно и противоположно заряженных шаров.

$$\vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{a}.$$

9.54. $\frac{mv^2}{2} = \frac{qQb}{4\pi\epsilon_0 r}$; $r = 6$ см.

9.55. $r = 5,1 \cdot 10^{-10}$ м.

9.56. $A = 1,2$ мкДж.

9.57. а) $\varphi = 11,3$ В; б) $\varphi = 30$ В.

9.58. $A = 113$ мкДж.

9.59. $v_1 = 16,7$ см/с.

9.60. Имеем $dA = qdU$, но $dU = -Edr = \tau dr / 2\pi\epsilon_0 r$, интегрируем, получим

$$A = - \int_{r_1}^{r_2} \frac{q\tau}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{q\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_1}{r_2},$$

откуда $\tau = \frac{2\pi\epsilon_0 q A}{q \ln(r_1/r_2)} = 0,6$ мкКл/м.

9.61. $r = 3,7$ мкКл/м.

9.62. $v = 2,97 \cdot 10^7$ м/с.

9.63. $\sigma = 2A\epsilon_0 c / q\Delta r = 6,6$ мкКл/м².

9.64. $d = 4,8$ мм.

9.65. $\varphi_1 = \varphi(R_2 - R_1)/R_2$; $\varphi_2 = \varphi_1 R_1/R_2$.

9.66. $E = \frac{\sigma}{4\epsilon_0}$; $\varphi = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0}$.

9.67. $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \rho \cdot \cos \theta / r^2$; $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} (\rho/r^3) \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}$.

9.68. $F = 2,1 \cdot 10^{-16}$ Н.

9.69. $v_{\max} = \frac{q}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m l}} - \sqrt{kg l}$ при $\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l^2} > kmg$.

9.70. Указание: скорости окажутся максимальными в момент t , когда все заряды окажутся на одной прямой. $v_1 = \sqrt{\frac{2q}{4\pi\epsilon_0 6ml}}$; $v_2 = \sqrt{\frac{q}{4\pi\epsilon_0 6ml}}$.

9.71. Записав законы сохранения для двух электронов, получим $\alpha = \pi/2$.

9.72. $v = \frac{q}{\sqrt{8\pi\epsilon_0 m d}}$.

9.73. Указание: применить метод зеркальных отображений (см. 9.28).

$$F = \frac{2\sqrt{2}-1}{32\pi\epsilon_0 d^2} q^2.$$

9.74. $l = 0,5mgd/qE = 2$ см; $t = d/2v_2 = 1$ с.

9.75. $r = 10^{-6}$ м; $q = 7,3 \cdot 10^{-18}$ Кл.

9.76. $q = 1,73$ нКл.

9.77. $l = 22$ мкм.

9.78. $l = 0,5$ см.

9.79. $U = 2,8$ В; $E = 530$ В/м; $\sigma = 4,7$ нКл/м².

9.80. $E = 5,7$ В/м; $v = 10^6$ м/с; $A = 4,5 \cdot 10^{-19}$ Дж; $U = 2,8$ В.

9.81. $F = 9,6 \cdot 10^{-14}$ Н; $\alpha = 1,05 \cdot 10^{13}$ м/с²; $v = 3,24 \cdot 10^7$ м/с; $\sigma = 5,3$ мКл/м².

9.82. $v_0 \leq \sqrt{|e| E / m d}$; для электрона $v_0 = 3,61 \cdot 10^7$ м/с,

для α -частицы $v_0 = 6 \cdot 10^5$ м/с.

$$9.83. \sigma_r = 15,7 \cdot 10^{14} \text{ м/с}^2; \sigma_n = 8 \cdot 10^{14} \text{ м/с}^2; a = 17,6 \cdot 10^{14} \text{ м/с}^2.$$

$$9.85. U = \frac{2U_0 d}{l(x+l/2)} = 28 \text{ В.}$$

$$9.86. y = 1 \text{ см.}$$

$$9.87. C = 710 \text{ мкФ}; \Delta\varphi = 1400 \text{ В.}$$

$$9.88. m = 2,5 \cdot 10^{-20} \text{ кг.}$$

$$9.89. \varphi = n^2/3 q / (4\pi\epsilon_0 \epsilon r) = 3,6 \text{ кВ.}$$

$$9.90. r = 2,1 \text{ см.}$$

$$9.91. \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}; \varphi_{\text{макс}} = 1,5 \text{ МВ.}$$

9.92. $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$, S — площадь пластин конденсатора, d — расстояние между пластинами.

$$9.93. C = 2\pi\epsilon_0 \epsilon l \ln(R_2/R_1).$$

$$9.94. C = 4\pi\epsilon_0 \epsilon \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2}.$$

$$9.95. C = 5,9 \text{ нФ.}$$

$$9.96. C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_1 S}{d} = 17,7 \text{ нФ}; \sigma_1 = q/S = CU/S = 531 \text{ нКл/м}^2;$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_2 S}{d} = 46 \text{ нФ}; \sigma_2 = \sigma_1.$$

$$9.97. C_1 = 17,7 \text{ нФ}; \sigma_1 = 531 \text{ нКл/м}^2; C_2 = 46 \text{ нФ}; \sigma_2 = 1,38 \text{ мкКл/м}^2.$$

$$9.98. C_1 = 214 \text{ нФ/м.}$$

9.99. Имеем $dA = -qE dx$, где $E = \frac{U}{x \ln(R/r)}$ — поле в цилиндрическом конденсаторе (см. 9.93).

$$A = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{qU dx}{x \ln(R/r)} = \frac{qU \ln(l_1/l_2)}{\ln(R/r)} = \frac{mv^2}{2};$$

$$v = \sqrt{\frac{2qU \ln(l_1/l_2)}{m \ln(R/r)}} = 1,46 \cdot 10^7 \text{ м/с.}$$

9.100. Падение потенциала в первом слое

$$U_1 = -\int_{r+d_1}^r E dx = \frac{U_0 \ln((r+d_1)/r)}{\ln(R/r)},$$

а во втором

$$U_2 = \frac{U_0 \ln(R/(r+d_1))}{\ln(R/r)}.$$

Отсюда

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\ln((r+d_1)/r)}{\ln(R/(r+d_1))} = 1,35.$$

$$9.101. C = 0,96 \text{ нФ.}$$

$$9.102. \text{ а) } \varphi = 300 \text{ В; б) } \varphi = 75 \text{ В.}$$

$$9.103. C = 1,17 \text{ нФ}; R_0 = 2,1 \text{ м.}$$

$$9.104. v = \sqrt{\frac{2qUR \ln(x_1/x_2)}{m(R-r)x_1x_2}} = 1,54 \cdot 10^7 \text{ м/с.}$$

$$9.105. C = 0,33 \text{ мкФ.}$$

$$9.106. C_1/C_2 = 3.$$

$$9.107. q_1 = q_2 = 8 \text{ мкКл}; U_1 = 4 \text{ В}; U_2 = 2 \text{ В.}$$

$$9.109. W = 0,1 \text{ Дж.}$$

$$9.111. U = (\sqrt{4\alpha(l_0+1)} - 1) / 2\alpha = 12 \text{ В.}$$

$$9.112. \text{ а) } C' = \frac{4}{3} C; \text{ б) } C' = \frac{7}{5} C; \text{ в) } C' = 3 C.$$

$$9.113. q_1 = q_4 = U \frac{C}{3}; q_2 = q_3 = q_5 = q_6 = U \frac{C}{6}.$$

9.114. По закону сохранения заряда имеем

$$q_1 - q_2 = q'_1 - q'_2, \quad q_2 - q_3 = q'_2 - q'_3.$$

Работа по перемещению заряда по данной замкнутой цепи равна нулю (т. к. поле потенциальное), т. е.

$$0 = \frac{q'_1}{C} + \frac{q'_2}{C} + \frac{q'_3}{C}.$$

Следовательно,

$$q'_1 = \frac{2q_1 - q_2 - q_3}{3}, \quad q'_2 = \frac{2q_2 - q_3 - q_1}{3}, \quad q'_3 = \frac{2q_3 - q_1 - q_2}{3}.$$

9.116. Указание: учесть, что работа электростатического поля по перемещению заряда по замкнутому контуру равна нулю. $C' = 2 C$.

$$9.117. R = 7 \text{ мм}; q = 7 \text{ нКл}; C = 1,55 \text{ нФ}; W = 15,8 \text{ мкДж.}$$

$$9.118. \text{ а) } W_1 = 50 \text{ мкДж}; \text{ б) } W'_1 = W'_2 = 12,5 \text{ мкДж}; A = 25 \text{ мкДж};$$

$$\text{ в) } W'_1 = W'_2 = 3,125 \text{ мкДж}; A = 6,25 \text{ мкДж.}$$

$$9.119. q = 17,7 \text{ мкКл}; E = 333 \text{ кВ/м}; W_0 = 2,94 \text{ Дж/м}^3.$$

$$9.120. p = 26,5 \text{ Па.}$$

$$9.121. \text{ а) } E = 56 \text{ кВ/м}; \text{ б) } d = 5 \text{ мм}; \text{ в) } v = 10^7 \text{ м/с}; \text{ г) } W = 695 \text{ нДж};$$

$$\text{ д) } C = 1,77 \text{ нФ}; \text{ е) } F = 139 \text{ мкН.}$$

$$9.122. E = 60 \text{ кВ/м}; W_1 = 20 \text{ мкДж}; W_2 = 8 \text{ мкДж.}$$

$$9.123. E_1 = E_2 = 150 \text{ кВ/м}; W_1 = 20 \text{ мкДж}; W_2 = 50 \text{ мкДж.}$$

$$9.124. \epsilon = 4,5.$$

$$9.125. \text{ а) } W_0 = \sigma^2 R^4 / [2\epsilon_0 \epsilon (R+x)^4] = 97 \text{ мДж/м}^3;$$

$$\text{ б) } W_0 = \sigma^2 / (8\epsilon_0 \epsilon) = 1,97 \text{ Дж/м}^3;$$

$$\text{ в) } W_0 = \sigma^2 / (8\pi^2 \epsilon_0 \epsilon x^2) = 50 \text{ мДж/м}^3.$$

9.126. Пусть σ_0 — поверхностная плотность заряда на пластинках в отсутствие диэлектрика, а σ_d — при его наличии. $\sigma_{\text{св}}$ — поверхностная плотность связанных зарядов на диэлектрике. Совместное действие двух последних можно представить как действие «эффективного» заряда на границе проводника и диэлектрика с поверхностной плотностью

$$\sigma = \sigma_d - \sigma_{\text{св}}.$$

Очевидно, σ_0 , σ_d и σ связаны с соответствующими напряженностями поля

$$\text{ в отсутствие диэлектрика } E_1 = \sigma_0 / \epsilon_0 = U_1 / d;$$

$$\text{ в присутствии диэлектрика } E_2 = \sigma_d / \epsilon_0 \epsilon = \sigma_0 / \epsilon_0 = U_2 / d.$$

$$\sigma_{\text{св}} = \epsilon_0 \epsilon E_2 - \epsilon_0 E_2 = \epsilon_0 (\epsilon - 1) E_2 = \epsilon_0 (\epsilon - 1) U_2 / d;$$

$$\text{ а) по отключении от источника: } U_1 = U_2 = U.$$

$$\sigma_{\text{св}} = \epsilon_0 (\epsilon - 1) U / d = 17,7 \text{ мкКл/м}^2.$$

Изменение поверхностной плотности заряда при заполнении конденсатора диэлектриком $\sigma_d - \sigma_0 = \epsilon_0 \epsilon E_2 - \epsilon_0 E_1$. Так как в данном случае $E_2 = E_1 = U/d$,

$$\sigma_d - \sigma_0 = \epsilon_0 (\epsilon - 1) U / d = \sigma_{\text{св}} = 17,7 \text{ мкКл/м}^2;$$

б) После отключения конденсатора от источника напряжения $q = \text{const}$, $U_2 = \varepsilon_1 U_1 / \varepsilon_2$ и

$$\sigma_{\text{св}} = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) U_2 / d = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) \varepsilon_1 U_1 / \varepsilon_2 d = 2,53 \text{ мкКл/м}^2.$$

9.127. $\sigma_{\text{св}} = 4\pi\varepsilon_0 \chi B = 4\pi\varepsilon_0 \chi U / d = 7,1 \text{ мкКл/м}^2$;
 $\sigma_{\text{св}} = U \varepsilon_0 \varepsilon / d = 14 \text{ мкКл/м}^2$.

9.128. а) $E = 300 \text{ кВ/м}$; б) $\sigma_{\text{св}} = 15,9 \text{ мкКл/м}^2$; в) $\sigma_{\text{св}} = 13,3 \text{ мкКл/м}^2$.
 9.129. а) $E = 752 \text{ кВ/м}$, $D = \varepsilon_0 \varepsilon E = 13,3 \text{ мкКл/м}^2$; б) $\sigma_{\text{св}} = 6,7 \text{ мкКл/м}^2$;
 в) $\sigma_{\text{св}} = 13,3 \text{ мкКл/м}^2$; г) $W_0 = 5 \text{ Дж/м}^2$; д) $\chi = \varepsilon - 1$.

9.130. а) $A = 19,7 \text{ мкДж}$; б) $A = 98 \text{ мкДж}$.

9.131. $\vec{P} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \vec{D}$.

9.132. $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{E_0}{\varepsilon}$; $D = \varepsilon_0 \varepsilon E = \sigma$; $\Delta\varphi = \frac{\sigma \cdot d}{\varepsilon_0 \varepsilon}$.

9.133. а) $E = 50 \text{ В/м}$, $D = 0,885 \text{ нКл/м}^2$; б) $P = 0,44 \text{ нКл/м}^2$;
 в) $\sigma' = \pm 0,44 \text{ нКл/м}^2$.

9.134. $\sigma_{\text{внутр}} = -\frac{(\varepsilon - 1)Q}{4\pi r^2}$; $\sigma_{\text{внеш}} = \frac{(\varepsilon - 1)Q}{4\pi R^2}$ (см. рис. 166-167).

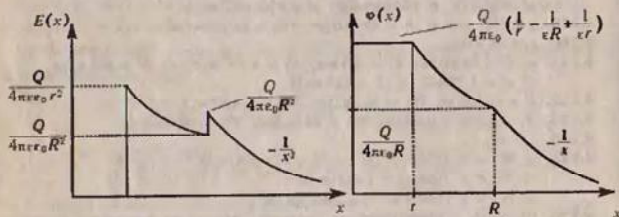


Рис. 166

Рис. 167

9.135. $p = \frac{(\varepsilon - 1)Q}{32\pi^2 \varepsilon_0 \varepsilon} \left(\frac{1}{r^4} - \frac{1}{R^4} \right)$.

9.136. $W = \frac{q^2}{2C} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}$.

§ 10. Электрический ток

10.1. $q = \int_{t_1}^{t_2} I dt = \int_{t_1}^{t_2} (4 + 2t) dt = 48 \text{ Кл}$; $I_0 = 12 \text{ А}$.

10.2. а) $R = 70 \text{ Ом}$;

б) $R_1 = 87,5 \text{ Ом}$; $R_2 = 116,7 \text{ Ом}$; $R_3 = 175 \text{ Ом}$; $R_4 = 350 \text{ Ом}$.

10.3. Имеем $R_1 = R_0 (1 + \alpha t_1)$, где R_0 — сопротивление нити при $t_0 = 0^\circ \text{C}$, отсюда $R_0 = R_1 / (1 + \alpha t_1) = 32,8 \text{ Ом}$. Далее, $R_2 = U / I = 364 \text{ Ом}$, и так как $R_2 = R_0 (1 + \alpha t_2)$, то $t_2 = (R_2 - R_0) / R_0 \alpha = 2200^\circ \text{C}$.

10.4. $t_2 = 70^\circ \text{C}$.

10.5. $U_2 = 0,125 \text{ В}$; $R = 7,5 \text{ Ом}$.

10.6. $\eta = 25\%$.

10.7. $U_2 = 2,7 \text{ В}$; $r = 0,9 \text{ Ом}$.

10.8. $x = U / \varepsilon = \eta / (1 + \eta)$; а) $x = 9,1\%$; б) $x = 50\%$; в) $x = 91\%$.

10.9. $\eta = 80\%$.

10.10. При последовательном соединении элементов $I_1 = 2\varepsilon / (2r + R)$, при параллельном соединении $I_2 = \varepsilon / (0,5r + R)$.

а) $I_1 = 5 \text{ А}$, $I_2 = 5,7 \text{ А}$; б) $I_1 = 0,24 \text{ А}$, $I_2 = 0,124 \text{ А}$. Таким образом, при малом внешнем сопротивлении R элементы выгоднее соединять параллельно, а при большом внешнем сопротивлении — последовательно.

10.11. $I_1 = 0,6 \text{ А}$; $I_2 = 0,4 \text{ А}$; $I = I_1 + I_2 = 1 \text{ А}$.

10.12. Ток в цепи $I = 2\varepsilon / (R + r_1 + r_2) = 1,33 \text{ А}$. Разность потенциалов на зажимах первого элемента $U_1 = \varepsilon - Ir_1 = 0,66 \text{ В}$; разность потенциалов на зажимах второго элемента $U_2 = \varepsilon - Ir_2 = 0$. Ученикам предлагается исследовать в общем виде, при каком соотношении между R , r_1 и r_2 разность потенциалов на зажимах одного из элементов будет равна нулю.

10.13. $I = 2 \text{ А}$, $U_{\text{в}} = 2 \text{ В}$.

10.14. $U = 80 \text{ В}$.

10.15. а) $I = 0,22 \text{ А}$, $U = 110 \text{ В}$; б) $I = 0,142 \text{ А}$, $U = 53,2 \text{ В}$;

в) $I = 0,57 \text{ А}$, $U = 110 \text{ В}$; г) $I = 0,089 \text{ А}$, $U = 35,6 \text{ В}$.

10.16. $I = 40 \text{ А}$.

10.17. Параллельно амперметру надо включить сопротивление $R = 0,52 \text{ Ом}$; цена деления амперметра изменится и вместо $0,1 \text{ А/дел}$ станет равно 1 А/дел .

10.18. Последовательно с вольтметром надо включить сопротивление $R = 3 \text{ кОм}$; цена деления вольтметра изменится и вместо $0,2 \text{ В/дел}$ станет равно $0,5 \text{ В/дел}$.

10.19. $R = 300 \text{ Ом}$; $I = 21,2 \text{ мА}$.

10.20. См. рис. 168;

$I_1 = I_2 = 0,365 \text{ А}$, $I_3 = 0,73 \text{ А}$.

10.21. $\Delta U = 6,8 \text{ В}$.

10.22. $\Delta P = 212 \text{ Вт}$.

10.23. $S = 78 \text{ мм}^2$.

10.24. а) $Q_1 / Q_2 = 0,17$; б) $U_1 / U_2 = 0,17$.

10.25. $Q_{\text{т}} = 18 \text{ Дж/с}$.

10.26. $P_0 = 2,4 \text{ кВт}$; $P = 2,3 \text{ кВт}$; $\eta = 96\%$.

10.27. $\varepsilon = 4 \text{ В}$; $r = 1 \text{ Ом}$.

10.28. $\varepsilon = 6 \text{ В}$; $r = 1 \text{ Ом}$.

10.30. $I = 1 \text{ А}$.

10.31. а) $Q_{r_1} = 6,37 \text{ Дж/с}$, $Q_{r_2} = 3,82 \text{ Дж/с}$;

б) $Q_{r_1} = 16,2 \text{ Дж/с}$, $Q_{r_2} = 27,2 \text{ Дж/с}$.

10.32. $V = 2,9 \text{ л}$.

10.33. $P = 1,2 \text{ кВт}$; $R = 12 \text{ Ом}$.

10.34. а) $\tau = 45 \text{ мин}$; б) $\tau = 10 \text{ мин}$.

10.35. $\eta = 80\%$.

10.36. $t = 49 \text{ мин}$.

10.37. $R = 33 \text{ Ом}$.

10.38. $R_2 / R_1 = 3/5$.

10.39. $R' = R/2$; $\Delta I_{\text{лам}} = -U/R$; $I = \frac{2U}{R}$; убрать ребро AB .

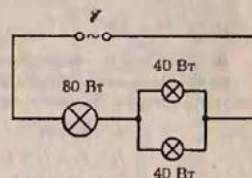


Рис. 168

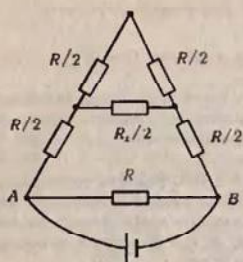


Рис. 169

10.40. Из соображений симметрии исходная схема может быть заменена на эквивалентную (рис. 169). Далее легко получить

$$R_x = R(\sqrt{7} - 1)/\sqrt{3}.$$

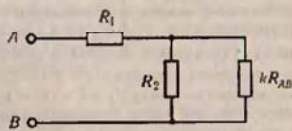


Рис. 170

10.41. Эквивалентная схема (из соображений симметрии схемы) бесконечной цепочки имеет вид как на рис. 170. Эквивалентное сопротивление такой схемы

$$R_{AB} = \left(R_2 - k(R_1 + R_2) + \sqrt{[R_2 - k(R_1 + R_2)]^2 + 4kR_1R_2} \right) / 2k.$$

10.42. $R' = \frac{5}{8} R.$

10.43. $R' = \frac{7}{8} R$ — использовать симметрию ветвей около точек A и B.

10.44. Полученную схему (рис. 171) не удастся упростить, т. к. в ней отсутствует симметрия. Поэтому следует воспользоваться правилами Кирхгофа.

$$\begin{cases} I_1 = I_3 + I_5 \\ I_2 + I_3 = I_4 + I_5 \\ (I_2 + I_3 + I_1)R = U \\ (I_3 + I_1)R = I_5R \\ (I_1 + I_3)R = I_2R \end{cases} \quad U \text{ — напряжение на } AB.$$

Учтем, что $R_{AB} = U/(I_1 + I_2)$. Из решения системы можно получить значения токов I_2, I_3, I_4 и I_5 , выраженные через I_1 , и $U/I_1 = 3R$. После этого

$$R_{AB} = \frac{5}{11} \frac{U}{I_1} = \frac{15}{11} R.$$

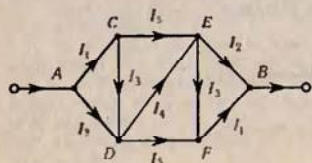


Рис. 171

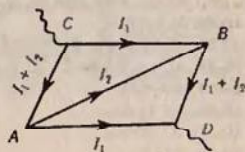


Рис. 172

10.45. $R_{CD} = \frac{U}{2I_1 + I_2}$, U — напряжение на CD (рис. 172);

$$\begin{cases} U = I_1R_2 + (I_1 + I_2)R_1 \\ (I_1 + I_2)R_1 + I_2\sqrt{R_1^2 + R_2^2} - 2R_1R_2\cos\varphi = I_1R_2. \end{cases}$$

Решая систему и подставляя в первое уравнение, получим

$$R_{CD} = \frac{2R_1R_2 + (R_1 + R_2)\sqrt{R_1^2 + R_2^2} - 2R_1R_2\cos\varphi}{R_1 + R_2 + 2\sqrt{R_1^2 + R_2^2} - 2R_1R_2\cos\varphi}$$

Аналогично для $R_{AB} = \frac{(R_1 + R_2)\sqrt{R_1^2 + R_2^2} - 2R_1R_2\cos\varphi}{R_1 + R_2 + 2\sqrt{R_1^2 + R_2^2} - 2R_1R_2\cos\varphi}$

10.46. Из соображений симметрии схемы найдем токи в каждой стороне — см. рис. 173. $I_{AB} = \frac{7}{2} i$, $R_{AB} = \frac{12}{7} r$.

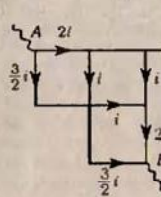


Рис. 173

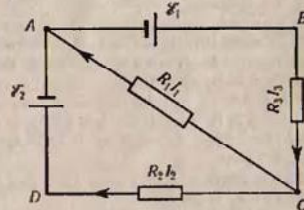


Рис. 174

10.47. $R_{AB} = \frac{13}{7} r$; $R_{CD} = \frac{5}{7} r$.

10.48. $q = \frac{\varepsilon R}{R + r} C.$

10.49. $q = 2,5 \text{ мкКл}; U = 0,25 \text{ В}.$

10.50. $q_1 = q_2 = q_3 = 55 \text{ мкКл}.$

10.51. Если $\varepsilon_1 r_2 > \varepsilon_2 (R + r_1)$, то ток в цепи увеличивается.

10.52. $I_1 = \varepsilon/R_1$; $I_2 = \varepsilon/(R_1 + R_2).$

10.53. $I_1 = I_2 = 26,7 \text{ мА}; I_3 = I_4 = 4 \text{ мА}.$

10.54. Применим закон Кирхгофа для данной разветвленной цепи. Прежде всего наметим направление токов стрелками на рис. 174. Предположим, что токи будут идти в направлении поставленных нами стрелок. По первому закону Кирхгофа для узла C

$$I_3 = I_1 + I_2. \quad (1)$$

(Для узла A мы получим тождественное уравнение.) По второму закону Кирхгофа для контуров ABC и ACD

$$I_3R_3 + I_1R_1 = \varepsilon_1 \quad (2)$$

$$I_1R_1 - I_2R_2 = \varepsilon_2 \quad (3)$$

(Вместо контура ACD или контура ABC можно было бы взять контур ABCD).

Имеем три уравнения для нахождения трех неизвестных: I_1 , I_2 и I_3 . При решении задач на применение законов Кирхгофа удобнее в уравнения (типа (1)–(3)) подставить числовые значения:

$$I_3 = I_1 + I_2, \quad 10I_3 + 45I_1 = 2,1, \quad 45I_1 - 10I_2 = 1,9.$$

Решая эти уравнения, получим $I_1 = 0,04$ А, $I_2 = -0,01$ А и $I_3 = 0,03$ А. Отрицательный знак у тока I_2 указывает на то, что направление тока нами было взято неверно. Направление тока I_2 в действительности будет от D к C , а не наоборот, так это было принято перед составлением уравнений.

10.55. $U = 1,28$ В.

10.56. $R = 0,66$ Ом; $I_2 = 0,5$ А; $I = 1,5$ А.

10.57. $R = 0,75$ Ом; $I_2 = 2$ А; $I = 4$ А.

10.58. $I = 0,4$ А.

10.59. $I = 2$ А.

10.60. $R_1 = 20$ Ом.

10.61. $I = 0,45$ мА.

10.62. $I = 1$ мА.

10.63. $I_1 = 385$ мА; $I_2 = 77$ мА; $I_3 = 308$ мА.

10.64. $I_1 = 0,3$ А; $I_2 = 0,5$ А; $I_3 = 0,8$ А; $R_3 = 7,5$ Ом.

10.65. $\mathcal{E}_2 = 30$ В; $\mathcal{E}_3 = 45$ В.

10.66. $I = 9$ А.

10.67. $\mathcal{E}_1 = 24$ В; $\mathcal{E}_2 = 12$ В; $I_2 = 1,2$ А; $I_3 = 0,3$ А.

10.68. $I_1 = 2,28$ А; $I_2 = 0,56$ А; $I = 1,72$ А.

10.69. В 3 раза.

10.70. $U = 100$ В.

10.71. $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 200$ В.

10.72. $I = 75$ мА.

10.73. а) $U_1 = 120$ В; $U_2 = 80$ В; б) $U_1 = U_2 = 100$ В.

10.74. Рассмотрим установившийся режим, когда направление на конденсаторе не меняется и равно U_y . При очередном замыкании ключа в положение 1 за небольшой интервал времени Δt заряд конденсатора изменится на величину

$$\Delta q_1 = (U_1 - U_y) / R_1 \cdot \Delta t.$$

При замыкании ключа в положение 2 заряд изменится на величину

$$\Delta q_2 = (U_2 - U_y) / R_2 \cdot \Delta t.$$

Суммарное изменение заряда за цикл должно быть равно нулю:

$$\frac{\mathcal{E}_1 - U_y}{R_1} + \frac{\mathcal{E}_2 - U_y}{R_2} = 0.$$

Отсюда

$$U_y = \frac{\mathcal{E}_1 R_2 + \mathcal{E}_2 R_1}{R_1 + R_2}; \quad q_y = C U_y = C \frac{\mathcal{E}_1 R_2 + \mathcal{E}_2 R_1}{R_1 + R_2}.$$

10.75. $U_1 = \mathcal{E} R_2 C_2 / (r + R_2) (C_1 + C_2)$; $U_2 = \mathcal{E} R_2 C_1 / (R_2 + r) (C_1 + C_2)$.

10.76. $Q = \frac{\mathcal{E}^2 C_1 C_2}{2(C_1 + C_2)}$.

10.77. $Q = (I_0 R)^2 C_1 C_2 / [2(C_1 + C_2)]$.

10.78. Используя закон сохранения энергии и условие параллельного соединения резисторов, получим $Q = \frac{CU R_1}{2(R_1 + R_2)} (2\mathcal{E} - U)$.

10.79. $W_1 = \frac{CU^2}{4} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$; $W_2 = \frac{CU^2}{4} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$.

10.80. $U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2) = 17,5$ кВ; $U_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2) = 7,5$ кВ.

10.82. $N_2 = |N_1 I_2 - r I_1 I_2 (I_2 - I_1)| / I_1 = 11$ Вт.

10.83. $\mathcal{E} = (\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2}) \sqrt{N}$.

10.84. $\eta = N/N_0 = 1 - N r / \mathcal{E}^2$.

10.85. $\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{R_2 + r}{R_1 + r} \sqrt{\frac{N_2}{N_1}} = 10$.

10.86. $U = 26 \sqrt{N r} / 5 = 14$ кВ.

10.87. $U_2/U_1 = \sqrt{\frac{\eta_2}{\eta_1}}$; $U_2/U_1 = \sqrt{\frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{1 - \eta_1}{1 - \eta_2}}$.

10.88. $T = T_0 + H_0 I^2 / (k - I^2 R_0 \alpha)$, $k > I_0^2 R_0 \alpha$.

При $k < I_0^2 R_0 \alpha$ температура T неограниченно возрастает.

10.89. $\tau = 10$ мин; $d = 4,6$ мм.

10.90. $j = 56$ А/м².

10.91. $K = 1,04 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл.

10.92. Амперметр показывает меньше на 0,04 А.

10.93. $m_2 = 53$ мг.

10.94. $\tau = 149$ г; $W = 53,7$ ГДж.

10.95. $W = 1,8$ кДж.

10.96. Энергии, необходимой для выделения массы m вещества при электролизе,

$$W = I u t = m U Z F / A, \quad (1)$$

где F — постоянная Фарадея, A — молярная масса, Z — валентность и U — приложенная разность потенциалов. Чтобы разложить $\nu = 2$ моль воды, т.е. чтобы выделить $m = 4$ г водорода, требуется $5,75 \cdot 10^5$ Дж энергии. Таким образом, у нас $m = 4$ г; $W = 5,75 \cdot 10^5$ Дж. Подставляя числовые данные в (1), получим $U = 1,5$ В.

10.97. В слабых растворах $\alpha \approx 1$, т.е. все молекулы диссоциированы. Следовательно, эквивалентная проводимость $\Lambda_{\infty} = F(u_+ + u_-)$. Подставляя числовые данные: $F = 965 \cdot 10^3$ Кл/моль, $u_+ = 3,26 \cdot 10^{-7}$ м²/(В·с) и $u_- = 0,64 \cdot 10^{-7}$ м²/(В·с), получим $\Lambda_{\infty} = 37,6 \cdot 10^{-3}$ м²/(Ом·моль).

10.98. $q_+ = 100$ Кл; $q_- = 20$ Кл.

10.99. а) $\alpha = 94\%$; б) $\eta = 0,1$ моль/л; в) $u_+ + u_- = 1,35 \cdot 10^{-7}$ м²/(В·с).

10.100. $R = 180$ кОм.

10.101. $R = 520$ кОм.

10.102. $\Lambda = 3,9 \cdot 10^{-3}$ м²/(Ом·моль).

10.103. $\alpha = 92\%$.

10.104. $\gamma = 10^{-12}$ м³/с.

10.105. $j = 0,24$ мкА/м²; $I_+/I = 0,01\%$.

10.106. $I_+ = 0,1$ мкА.

10.107. Наибольшее возможное число ионов каждого знака в единице объема камеры получится при условии, что убывание ионов происходит только за счет их рекомбинации. В этом случае $N = \eta n^2$ и $n = \sqrt{N/\eta} = 3,2 \cdot 10^{13}$ м⁻³.

10.108. $R = 3/4 \cdot 10^{14}$ Ом.

10.109. $I = 3,3$ мА; $I/I_m = 3,3\%$.

10.110. Потенциалом ионизации атома называется разность потенциалов, которую должен пройти электрон, чтобы при соударении с атомом его ионизовать. Поэтому скорость, которую должен иметь электрон, найдется из равенства $m v^2/2 = eU$, или $v = \sqrt{2eU/m} = 2,2 \cdot 10^6$ м/с.

10.111. $T = 8 \cdot 10^3$ К.

10.112. $A = 39,2 \cdot 10^{-19}$ Дж.

10.113. $v_1 = 8,3 \cdot 10^5$ м/с; $v_2 = 1,4 \cdot 10^6$ м/с.

10.114. Удельная термоэлектронная эмиссия вольфрама при температурах T_1 и T_2 :

$$j_1 = BT_1^2 \exp\left(-\frac{A}{kT_1}\right), \quad j_2 = BT_2^2 \exp\left(-\frac{A}{kT_2}\right).$$

Деля второе уравнение на первое, получим

$$\frac{j_2}{j_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \exp\left\{-\frac{A}{k} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)\right\} = 2,6.$$

10.115. $j_2/j_1 = 1,1 \cdot 10^4$.

10.116. Удельная эмиссия чистого вольфрама при температуре $T_1 = 2500$ К и торированного вольфрама при температуре T_2 :

$$j_1 = BT_1^2 \exp\left(-\frac{A_1}{kT_1}\right) = 2,84 \cdot 10^3 \text{ А/м}^2,$$

$$j_2 = BT_2^2 \exp\left(-\frac{A_2}{kT_2}\right).$$

По условию $j_1 = j_2$, т. е.

$$BT_2^2 \exp\left(-\frac{A_2}{kT_2}\right) = 2,84 \cdot 10^3 \text{ А/м}^2. \quad (1)$$

Уравнение (1) можно решить двумя способами (графически и способом последовательных приближений).

В результате, решив уравнение (1) является значение $T_2 \approx 1760$ К.

§ 11. Электромагнетизм

11.2. Использовать закон Био — Савара,

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

11.3. $H = 50$ А/м.

11.4. $H_1 = 120$ А/м; $H_2 = 159$ А/м;
 $H_3 = 135$ А/м.

11.5. Между точками A и B на расстоянии $a = 3,3$ см от точки A .

11.6. $H_1 = 8$ А/м; $H_2 = 55,8$ А/м.

11.7. $H_1 = 35,6$ А/м; $H_2 = 57,4$ А/м.

11.8. $H = 8$ А/м. Напряженность магнитного поля направлена перпендикулярно к плоскости, проходящей через оба провода.

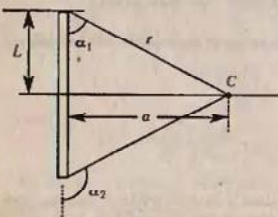


Рис. 175

11.9. Напряженность магнитного поля в точке C будет равна (рис. 175)

$$H = - \int_{\alpha_2}^{\alpha_1} \frac{I \sin \alpha}{4\pi r^2} \cdot \frac{a d\alpha}{\sin^2 \alpha}, \quad r = a/\sin \alpha.$$

Следовательно,

$$H = - \frac{I}{4\pi a} \int_{\alpha_2}^{\alpha_1} \sin \alpha d\alpha = - \frac{I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) = 31,8 \text{ А/м},$$

где $\alpha_2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

11.10. $H = 56,5$ А/м.

11.11. $H = 77,3$ А/м.

11.12. $U = \pi \rho I^2 / SH = 0,12$ В.

11.13. $H = 12,7$ А/м.

11.14. $H = 25,7$ А/м.

11.15. а) $H = 12,2$ А/м; б) $H = 0$.

11.25. Учтем, что $I_1 L_1 = I_2 L_2$, $B_0 = 0$.

11.26. $B = \mu_0 (I/2r) \lg(\pi/n)/(\pi/n)$. В пределе при $n \rightarrow 0$ $B = \frac{\mu_0 I}{2r}$ — поле в центре кругового тока.

11.27. $H = \frac{1}{2} [\vec{j} \times \vec{r}]$ для $r \leq R$, $H = \frac{1}{2} (R^2/r^2) [\vec{j} \times \vec{r}]$ для $r \geq R$. Применить теорему о циркуляции.

11.28. Поле внутри полости однородно и имеет напряженность $H = \frac{1}{2} [\vec{j} \times \vec{a}]$.

11.29. $H = 6,67$ кА/м.

11.30. $IN = 200$ А · в; $U = 2,7$ В.

11.31. На рис. 176 изображен характер зависимости $H = f(x)$.

11.32. $n = 100$ с⁻¹.

11.33. $\Phi = 113$ мкВб.

11.34. $\Phi = 157$ мВб.

11.35. $\Phi = 1,6 \cdot 10^{-4} \cos(4\pi t + \alpha)$ Вб,

где α — угол между нормалью к рамке и направлением магнитного поля в начальный момент времени, $\Phi_{\max} = 160$ мВб.

11.36. $IN = 500$ А · в.

11.37. $\mu = 440$.

11.38. $IN = 5000$ А · в.

11.43. Имеем $H = I/2\pi x$. Возьмем элемент площади поперечного сечения кольца $dS = h dx$. Тогда магнитный поток сквозь этот элемент будет

$$d\Phi = H dS = \mu_0 I \frac{1}{2\pi x} \cdot h dx.$$

Магнитный поток через все поперечное сечение кольца

$$\Phi = \frac{\mu_0 \mu I h}{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 \mu I h}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Находим μ и подставляем остальные данные, получим $\Phi = 18$ мкВб.

11.44. $I = 60$ А.

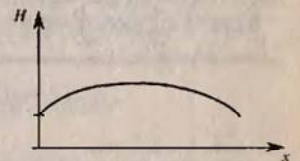


Рис. 176

11.39. В 1,9 раза.

11.41. $P = 1$ А · м².

11.42. $\Phi = 18$ мкВб.

11.45. Имеем $B = \frac{IN\mu_0}{l_1/\mu_1 + l_2/\mu_2}$; отсюда необходимое число ампер-витков

$$IN = \frac{B}{\mu_0} \left(\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_2}{\mu_2} \right) = \frac{Bl_1}{\mu_0\mu_1} + \Pi l_2.$$

По кривой $B = f(H)$ находим, что значению $B = 1,4$ Тл соответствует значение $H = 0,8$ кА/м. Следовательно, $IN = 1,14 \cdot 10^4$ А · в. Далее, $I = \mathcal{E}/R = \mathcal{E}S/\pi\rho DN$, откуда $\mathcal{E} = IN\rho\pi D/S = 31$ В. Так как диаметр проволоки $d = \sqrt{4S/\pi} = 1,13$ мм, то на длине соленоида l_1 поместится $N_1 = (40 \cdot 10^{-2})/(1,13 \cdot 10^{-3}) = 354$ витка. Так как $I = jS = 3$ А, $N = 3830$ витков, то необходимое число слоев будет равно $3830/354 \approx 11$. Диаметр проволоки $d = 1,13$ мм, поэтому 11 слоев займут толщину $b = 1,2$ см.

11.46. $F = 4,9$ Н.

$$11.47. Q = \int_0^{\varphi} \frac{2\mathcal{E}_{\text{инд}}}{R} dt = \frac{B^2 \cdot v \cdot l_0^2}{8 \cdot R_0} \operatorname{tg} \alpha.$$

$$11.48. F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a l}{2\pi x(x+l)}.$$

11.49. Равенство моментов силы Ампера и силы тяжести дает

$$B = (2\rho g S/l) \operatorname{tg} \alpha.$$

11.50. $F = 2IBR$.

$$11.51. I_{\text{max}} = \left(\frac{F_{\text{пр}}}{\mu \cdot nR} \right)^{1/2}$$

$$11.52. A = \int_{d_1}^{d_2} F dx = \int_{d_1}^{d_2} \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi x} dx = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi} \ln \frac{d_2}{d_1}.$$

Работа на единицу длины проводников

$$A_1 = \frac{A}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln \frac{d_2}{d_1} = 83 \text{ мкДж/м}.$$

11.53. $I_1 = I_2 = 20$ А.

11.54. $M_1 = 3,53 \cdot 10^{-4}$ Н · м; $M_2 = 4,5 \cdot 10^{-4}$ Н · м.

11.55. а) $M = 2,4 \cdot 10^{-9}$ Н · м; б) $M = 1,2 \cdot 10^{-9}$ Н · м.

11.56. На магнитную стрелку действует вращающий момент $M = pB \sin \alpha$, где p — магнитный момент стрелки и $B = Ir\rho r/2\pi a$ — индукция магнитного поля тока. Вращающий момент M вызывает поворот нити на угол $\varphi = 2IM/\pi Gr^4$, где l — длина нити, r — радиус нити и G — модуль сдвига материала нити. Так как $\sin \alpha = 1$, то $M = pB = pI\rho r/2\pi a$. Тогда

$$\varphi = \mu_0 I p / \pi^2 Gr^4 = 0,52 \text{ рад или } \varphi = 30^\circ.$$

11.57. $G = 50$ ГПа.

11.58. $A = 0,5$ мДж.

11.59. $A = 0,2$ Дж; $P = 20$ мВт.

11.60. а) На радиус ob (рис. 125) действует сила $F = BIR$. Работа при одном обороте диска $A = BIS$, где S — площадь, описываемая радиусом за один оборот, т. е. площадь диска. Мощность такого двигателя $P = A/t = nB\pi R^2 = 23,6$ Вт. б) Диск вращается против часовой стрелки. в) На элемент радиуса dx действует сила $dF = BIdz$ и вращающий момент $dM = x dF = BIdz$,

где x — расстояние элемента dx от оси вращения. На ось диска действует вращающий момент

$$M = \int_0^R BIdz = \frac{BIR^2}{2} = 12,5 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

11.61. $\Phi = 1$ Вб.

11.62. $R = 9$ см. Имеем $T = 2\pi R/v$, причем $R = mv/eB$. Следовательно, $T = 2\pi m/eB$, т. е. период не зависит от скорости электрона. Подставляя числовые данные, найдем $T = 30$ пс, $M = 1,5 \cdot 10^{-24}$ кг · м²/с.

11.63. $F = 4 \cdot 10^{-16}$ Н.

11.64. $F = 4,7 \cdot 10^{-12}$ Н.

11.65. $a_r = 0$ во все время движения;

$a_n = \text{const} = 7 \cdot 10^{15}$ м/с².

11.66. $W = 17,3$ МэВ.

11.67. $R_1/R_2 = \sqrt{m_1/m_2} = \sqrt{1840} =$

$= 42,9$.

11.68. $q = 3,2 \cdot 10^{-19}$ Кл.

11.69. $q/m = 4,8 \cdot 10^7$ Кл/кг. Для электрона $q/m = 1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг; для протона $q/m = 9,6 \cdot 10^7$ Кл/кг; для α -частицы $q/m = 4,8 \cdot 10^7$ Кл/кг.

11.70. Общее смещение электрона $x = x_1 + x_2$, где x_1 — смещение электрона в магнитном поле (рис. 177). Электрон в магнитном поле движется по окружности радиусом $R = mv/(eB)$. Смещение x_1 можно найти из соотношения $x_1 = DC = OC - OD$. Но $OC = R$ и $OD = \sqrt{OM^2 - DM^2} = \sqrt{R^2 - b^2}$. Смещение x_2 может быть найдено из пропорции $x_2/l = DM/DO$, откуда $x_2 = b/\sqrt{R^2 - b^2}$. Тогда общее смещение

$$x = R - \sqrt{R^2 - b^2} + b/\sqrt{R^2 - b^2}.$$

Имеем

$$R = \frac{mv}{eB} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2Um}{e}}.$$

Подставляя числовые данные, получим $R = 4$ см и $x = 4,9$ см.

11.71. а) $a_n = 0$, $a_r = eE/m = 1,76 \cdot 10^{14}$ м/с²;

б) $a_r = 0$, $a_n = \sqrt{(evB/m)^2 - (eE/m)^2} = 2,5 \cdot 10^{14}$ м/с².

11.72. $v = 2 \cdot 10^6$ м/с; $R = 2,3$ см.

11.73. Электрон влетает в магнитное поле со скоростью $v = \sqrt{2eU/m}$. Разложим скорость v на две составляющие: v_r , направленную вдоль поля, и v_n , направленную перпендикулярно к полю. Проекция траектории электрона на плоскость, перпендикулярную к индукции B , представляет собой окружность, радиус которой равен некоему радиусу винтовой траектории и определяется формулой

$$R = mv_n/(eB) = m(v \sin \alpha)/(eB).$$

Так как период обращения электрона $T = 2\pi R/v \sin \alpha = 2\pi m/(eB)$, то шаг винтовой траектории электрона

$$h = v_r T = 2\pi m(v \cos \alpha)/(eB).$$

Подставляя числовые данные, получим $R = 1$ см и $h = 11$ см.

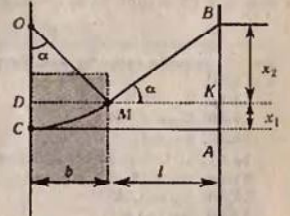


Рис. 177

- 11.74. $R = 5 \text{ мОм}$; $h = 3,6 \text{ см}$. 11.75. $h = 3,94 \text{ см}$.
 11.76. $n = I\pi/|I_{\text{ср}}| = 8,1 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$; $v = j/ne = I/Sne = 0,31 \text{ мм/с}$.
 11.77. $U = 2,7 \text{ мкВ}$.
 11.78. $U = \frac{IB}{ne}$.
 11.79. $u = 0,65 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.
 11.80. $\mathcal{E} = -d\Phi/dt = -Bl dx/dt = -Bv = -0,15 \text{ В}$.
 11.81. $\mathcal{E}_{\text{ср}} = 78,5 \text{ В}$.
 11.82. $\mathcal{E} = 165 \text{ мВ}$.

11.83. При каждом обороте стержня магнитный поток, пересекаемый стержнем, $\Phi = BS = B\pi r^2$. Если n — частота вращения стержня, то

$$\mathcal{E} = B\pi r^2 n = B\pi^2 \omega/2\pi = B\pi^2 \omega/2,$$

где ω — угловая скорость вращения. Подставляя числовые данные, получим $\mathcal{E} = 0,5 \text{ В}$.

- 11.84. $\mathcal{E}_{\text{ср}} = 1 \text{ В}$. 11.91. $L_1 = 0,9 \text{ мГн}$; $L_2 = 0,36 \text{ Гн}$.
 11.85. $\mathcal{E}_{\text{макс}} = 0,09 \text{ В}$. 11.92. $L = 55 \text{ мкГн}$.
 11.86. $n = 6,4 \text{ с}^{-1}$. 11.93. $L = 0,71 \text{ мГн}$; $\Phi = 3,55 \text{ мкВб}$.
 11.87. а) $U = 2 \text{ мВ}$; б) $U = 33 \text{ мВ}$. 11.94. $N = 380$.
 11.88. $\mathcal{E}_{\text{ср}} = 18 \text{ мВ}$. 11.95. $\mu = 1400$.
 11.89. $\mathcal{E}_{\text{ср}} = 5,1 \text{ В}$. 11.96. $I = 1 \text{ А}$.
 11.90. $\mathcal{E}_{\text{ср}} = 1,57 \text{ В}$. 11.97. $N = 500$.
 11.98. $\mu = 1400$; $I = 1,6 \text{ А}$.
 11.99. а) $L = 9,0 \text{ Гн}$; б) $L = 5,8 \text{ Гн}$; в) $L = 0,83 \text{ Гн}$.

$$L_1 = \mu_0 n_1^2 l S, \quad L_2 = \mu_0 n_2^2 l S, \quad (1)$$

Взаимная индуктивность катушек, имеющих общий сердечник,

$$L_{12} = \mu_0 n_1 n_2 l S. \quad (2)$$

Умножив соотношения (1) друг на друга, получим

$$L_1 L_2 = (\mu_0 l S)^2 n_1^2 n_2^2, \quad \text{откуда} \quad n_1 n_2 = \sqrt{L_1 L_2} / (\mu_0 l S). \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2), найдем $L_{12} = \sqrt{L_1 L_2}$. Так как $\mathcal{E}_2 = -L_{12} dI_1/dt$, средний ток во второй катушке

$$I_2 = \frac{L_{12}}{R} \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = \frac{\sqrt{L_1 L_2}}{R} \cdot \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = 0,2 \text{ А}.$$

11.101. Количество электричества, индуцируемое в рамке,

$$q = -\frac{1}{R} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = -\frac{1}{R} (\Phi_1 - \Phi_2), \quad (1)$$

где Φ_1 — магнитный поток через рамку в первом положении; в Φ_2 — магнитный поток через рамку во втором положении. У нас $\Phi_2 = 0$; кроме того

$$R = \rho l/s = \rho_4 a/s = \rho_4 \sqrt{S}/s,$$

где a — сторона рамки. Так как $\Phi_1 = BS$, то

$$q = BS \sqrt{S}/(\rho_4 s) = 74 \text{ мКл}.$$

- 11.102. $q = 0,15 \text{ мКл}$. 11.105. $t = 126 \text{ мс}$.
 11.103. $q = 0,25 \text{ мКл}$. 11.106. $t = 0,25 \text{ мс}$.
 11.104. $\mu = 1200$. 11.107. В 1,5 раза.
 11.108. $t = 10 \text{ мс}$.
 11.110. а) $\Phi = B_0 S \sin \omega t = 2,5 \cdot 10^{-5} \sin(100\pi t) \text{ Вб}$, $\Phi_{\text{макс}} = 25 \text{ мкВб}$.
 б) $\mathcal{E} = -7,85 \cdot 10^{-3} \cos(100\pi t) \text{ В}$, $\mathcal{E}_{\text{макс}} = 7,85 \text{ мВ}$.
 в) $I = -2,3 \cos(100\pi t) \text{ А}$, $I_{\text{макс}} = 2,3 \text{ А}$.
 11.111. а) $\mathcal{E} = -33 \cos(100\pi t) \text{ В}$; б) $W = LI^2/2 = 0,263 \sin^2(100\pi t) \text{ Дж}$.
 11.112. $\mathcal{E}_1 = -L_1 dI/dt = -L_1 I_0 \omega \cos \omega t = -15,7 \cos(100\pi t) \text{ В}$.
 $\mathcal{E}_2 \text{ макс} = 15,7 \text{ В}$.
 11.113. $Q = RL\mathcal{E}^2/[2R_0^2(R+R_0)] = 6 \text{ мкДж}$.
 11.114. В 1,5 раза.
 11.115. Меняется только осевая составляющая индукции магнитного поля. В области внешнего поля она равна $\frac{1}{2} B_0$, а вне этой области $-\frac{1}{2} B_0 \cos \alpha$.

$$11.116. I = I_0 - \left(\frac{\pi R^2}{L} \right) B_0 \cos \alpha.$$

$$11.117. v_{\text{мин}} = B \sqrt{SL/(\mu_0 m)}.$$

$$11.118. B = 2m_e \omega / e, \quad m_e, e — \text{масса и заряд электрона.}$$

$$11.119. x = 2\pi m_e v / (eB); \quad \Delta y = \pi m_e v (\delta \alpha)^2 / (2eB).$$

$$11.120. \Phi_B = 0, \quad \Phi_M = (SB_0/\mu_0) \left(\frac{1}{\mu_2} - \frac{1}{\mu_1} \right).$$

$$11.121. \text{ а) } \vec{H} = \frac{3}{\mu_0} \frac{\vec{B}_0}{2 + \mu}; \quad \text{ б) } \vec{B} = \frac{3\mu}{2 + \mu} \vec{B}; \quad \text{ в) } \vec{B} \approx 3\vec{B}_0.$$

$$11.122. \text{ а) против часовой стрелки; } \quad \text{ б) } q = \frac{\pi a^2 B}{R}.$$

$$11.124. W = (U^2 - U_1^2 - U_2^2)/(2R).$$

$$11.126. \text{ Нет, не может, т. к. } P_{\text{макс}} = U^2/(4R) = 180 \text{ Вт} < P.$$

$$11.127. \text{ Пулговный двигатель: } \eta = \frac{0,5}{1 + 2R_1/R_2}.$$

$$\text{ Серийный двигатель: } \eta = 0,5.$$

$$11.128. n_{1 \text{ макс}} = 15 \text{ с}^{-1}, \quad n_{2 \text{ макс}} = 30 \text{ с}^{-1}.$$

$$11.129. n = \frac{U}{kB}, \quad \text{ где } k — \text{коэф. пропорциональности, } \epsilon_i = knB.$$

$$11.130. W = \mathcal{E}I - \mathcal{E} \left(\frac{I}{R} \right)^2 = 8 \text{ Вт}.$$

$$11.131. \eta = \frac{\mathcal{E} - IR}{\mathcal{E}} = 1 - \frac{I}{I_0} = 0,4.$$

Глава IV

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

§ 12. Гармоническое колебательное движение и волны

$$12.1. x = 50 \sin \left(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{4} \right) \text{ мм}; \quad x_1 = 35,2 \text{ мм}; \quad x_2 = 0.$$

$$12.2. \text{ а) } x = 5 \sin \frac{\pi}{4} t \text{ см}; \quad \text{ б) } x = 5 \sin \left(\frac{\pi}{4} t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ см}; \quad \text{ в) } x = 5 \sin \left(\frac{\pi}{4} t + \pi \right) \text{ см};$$

$$\text{ г) } x = 5 \sin \left(\frac{\pi}{4} t + \frac{3\pi}{2} \right) \text{ см}; \quad \text{ д) } x = 5 \sin \frac{\pi}{4} t \text{ см}.$$

12.3. См. рис. 178. 12.4. $\varphi_0 = \frac{\pi}{12}$. 12.5. $t = T/6$.

12.6. $v_{\max} = 7,85 \text{ см/с}$; $a_{\max} = 12,3 \text{ см/с}^2$.

12.7. $v_{\max} = \frac{2\pi}{T} A = 0,4 \text{ см/с}$; $a_{\max} = 0,29 \text{ м/с}^2$.

12.8. $T = 4 \text{ с}$; $v_{\max} = 3,14 \text{ см/с}$; $a_{\max} = 4,93 \text{ см/с}^2$.

12.9. а) 1,6 с, 0,62 Гц; б) 2,1 м, -4,7 м/с; в) 9,1 м/с, 9,6 м/с².

12.10. $x(t) = \frac{3}{\pi} \cos 2\pi t$.

12.11. а) 2,17 см; б) 50 см/с.

12.12. $v = 13,6 \text{ см/с}$.

12.13. $x = 5 \sin(\pi t + \pi/6) \text{ см}$.

12.14. $f = \frac{\omega}{2\pi} = 0,74 \text{ Гц}$; $\varphi_0 = 54^\circ$;

$x = A \cos(\pm \omega t + \varphi_0)$; $y = A \sin(\pm \omega t + \varphi_0)$, где $A = 5,16 \text{ м}$,

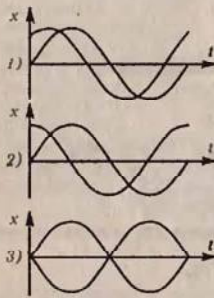
«+» соответствует движению против часовой стрелки, «-» — по стрелке.

12.15. $F_{\max} = 246 \text{ мкН}$.

12.16. $F_{\max} = 197 \text{ мкН}$;

$W = 4,93 \text{ мкДж}$.

12.17. См. рис. 179. Из графика видно, что период колебаний энергии удвоен меньше периода самого колебательного движения.



4) Обе синусоиды совпадают

Рис. 178

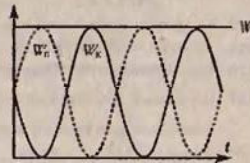


Рис. 179

12.18. а) $W_k/W_p = 3$; б) $W_k/W_p = 1$; в) $W_k/W_p = 1/3$.

12.19. а) $W_k/W_p = 15$; б) $W_k/W_p = 3$; в) $W_k/W_p = 0$.

12.20. $x = 0,04 \sin(\pi t + \pi/3) \text{ м}$.

12.21. $x = FA^2/2W = 1,5 \text{ см}$.

12.22. Период колебаний шарика $T = 2\pi \sqrt{l/g} = 2,8 \text{ с}$. Амплитуда колебаний при малых отклонениях шарика от положения равновесия $A = l \sin \alpha = 2 \cdot 0,0698 \text{ м} \approx 0,14 \text{ м}$. Тогда уравнение движения шарика запишется так:

$$x = A \sin \frac{2\pi}{T} t = 0,14 \sin \frac{2\pi}{2,8} t \text{ м.}$$

Если время отсчитывать от положения равновесия. При прохождении шариком положения равновесия его скорость будет достигать наибольшего значения. Так как $v = \frac{0,14 \cdot 2\pi}{2,8} \cos \frac{2\pi}{2,8} t \text{ м/с}$, то

$$v_{\max} = \frac{0,14 \cdot 2\pi}{2,8} \text{ м/с} = 0,31 \text{ м/с.}$$

Эту же скорость мы можем найти из соотношения $mgh = mv^2/2$, где h — высота поднятия шарика, отсюда $v = \sqrt{2gh}$. Нетрудно видеть, что $h = l(1 - \cos \alpha)$. Тогда $v = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)} = 0,31 \text{ м/с}$. При больших отклонениях маятника от положения равновесия колебания маятника уже не будут гармоническими.

12.23. $T = 0,78 \text{ с}$.

12.24. $k = 805 \text{ Н/м}$.

12.25. Уменьшится в 2 раза.

12.26. 0,2 кг.

12.27. Имеем

$$T_1 = 2\pi \sqrt{m/k}, \text{ или } T_1^2 = 4\pi^2 m/k. \quad (1)$$

После добавления груза Δm будем иметь

$$T_2 = 2\pi \sqrt{(m + \Delta m)/k}, \text{ или } T_2^2 = 4\pi^2 (m + \Delta m)/k. \quad (2)$$

Вычитая (1) из (2), получим $T_2^2 - T_1^2 = 4\pi^2 \Delta m/k$. Но $k = F/\Delta l = \Delta mg/\Delta l$, где F — сила, вызывающая удлинение пружины Δl . Таким образом,

$$T_2^2 - T_1^2 = 4\pi^2 \frac{\Delta l}{g}, \text{ или } \Delta l = \frac{g}{4\pi^2} (T_2^2 - T_1^2) = 2,7 \text{ см.}$$

12.28. $T = 0,93 \text{ с}$.

12.29. 1,3 Гц

12.30. На плавающий ареометр действуют силы тяжести (вниз) и сила Архимеда (вверх). Поэтому в равновесии $mg = \rho g(V + Sh)$, где $(V + Sh)$ — часть объема ареометра, находящаяся в жидкости. Если погрузить ареометр на глубину x , то результирующая выталкивающая сила

$$F = \rho g[V + S(h + x)] - mg = \rho g[V + S(h + x)] - \rho g(V + Sh) = \rho g Sx = kx,$$

где $k = \rho g S$. Так как $T = 2\pi \sqrt{m/k}$, то

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\rho g S}}, \text{ откуда } \rho = \frac{16\pi m}{T^2 d^2 g} = 0,89 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

12.31. $\alpha = \arccos \frac{a}{a+g}$.

12.32. а) $a\omega^2 > g$; б) в момент отрыва шарика подставка движется вверх от среднего положения; в) $h = g/(2\omega^2) + a^2\omega^2/(2g) = 25 \text{ см}$.

12.33. $\varphi_m = 4,6^\circ$; $T = 2 \text{ с}$.

12.34. а) $\omega = 16,9 \text{ с}^{-1}$; б) $F_{1m} = 60 \text{ Н}$, $F_{2m} = 24 \text{ Н}$.

12.35. а) центр масс неподвижен; б) $\omega = \sqrt{k/\mu}$, где $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$;

в) $v_{\max} = a\omega = a\sqrt{k/\mu}$.

12.36. а) $v_c = \frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2}$; б) $E_{\text{пот}} = \frac{m_1^2 v_0^2}{2(m_1 + m_2)}$, $E_{\text{кол}} = \frac{\mu v_0^2}{2}$, где $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$; в) $\omega = \sqrt{k/\mu}$, $x_m = v_0 \sqrt{k/\mu}$.

12.37. $T = \frac{4}{3} \pi \sqrt{l/g}$.

12.38. а) $y(t) = \frac{mg}{k} (\cos \omega t - 1)$; б) $y(t) = \left(\frac{mg}{k} + \Delta l\right) (\cos \omega t - 1)$, $\omega = \sqrt{k/m}$.

$$12.39. \omega = \sqrt{\frac{g}{l} \cdot \left(1 + \frac{m}{M}\right)}.$$

$$12.40. \omega = \sqrt{\frac{g}{l} (2 \pm \sqrt{2})}.$$

$$12.41. \omega = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{2g}{3R}}$$

$$12.42. 10,1 \text{ см.}$$

$$12.43. x = 3,7 \sin\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{8}\right) \text{ см.}$$

$$12.44. A = 4,6 \text{ см; } \varphi = 62^\circ 46'.$$

$$12.45. \varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi/3.$$

$$12.46. A = 5 \text{ см; } \varphi = 36^\circ 52' \approx 0,2\pi; x = 5 \sin(\pi t + \pi/5) \text{ см.}$$

$$12.47. \text{Имеем}$$

$$x = A \sin 2\pi\nu_1 t, \quad A = A_0(1 + \cos 2\pi\nu_2 t).$$

Подставляя второе уравнение в первое, получим

$$x = A_0(1 + \cos 2\pi\nu_2 t) \sin 2\pi\nu_1 t = A_0 \sin 2\pi\nu_1 t + A_0 \cos 2\pi\nu_2 t \sin 2\pi\nu_1 t = \\ = A_0 \sin 2\pi\nu_1 t + \frac{A_0}{2} \sin[2\pi(\nu_1 - \nu_2)t] + \frac{A_0}{2} \sin[2\pi(\nu_1 + \nu_2)t].$$

Таким образом, рассматриваемое колебание может быть разложено на сумму трех гармонических колебательных движений с частотами ν_1 , $\nu_1 - \nu_2$ и $\nu_1 + \nu_2$ и с амплитудами A_0 , $A_0/2$ и $A_0/2$. Амплитуда результирующего колебания будет меняться во времени. Такого рода колебание уже не представляет собой гармонического колебательного движения и называется модулированным колебанием.

12.48. При сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний одинакового периода уравнение траектории результирующего колебания имеет вид

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (1)$$

Так как у нас $\varphi_2 - \varphi_1 = 0$, то уравнение (1) примет вид

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} = 0,$$

или

$$\left(\frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2}\right)^2 = 0, \quad \text{откуда } y = \frac{A_2}{A_1} x$$

— уравнение прямой линии. Таким образом, результирующее колебание будет происходить по прямой линии. Угол наклона прямой найдется из уравнения $\operatorname{tg} \alpha = A_2/A_1 = 0,5$, т.е. $\alpha = 26^\circ 34'$. Период результирующего колебания равен периоду складываемых колебаний, а амплитуда результирующего колебания $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 11,2 \text{ см}$. Следовательно, уравнение результирующего колебания имеет вид $s = 11,2 \sin(10\pi t + \pi/3) \text{ см}$.

$$12.49. \text{а) } A = 7 \text{ см; } \text{б) } A = 5 \text{ см.}$$

$$12.50. x^2/4 + y^2/4 = 1 \text{ — уравнение окружности радиусом } R = 2 \text{ м.}$$

12.51. Имеем

$$x = \cos \pi t, \quad y = \cos \frac{\pi}{2} t = \sqrt{\frac{1 + \cos \pi t}{2}}, \quad \text{или } 2y^2 - 1 = \cos \pi t.$$

Отсюда $(2y^2 - 1)/x = 1$, или $2y^2 - x = 1$ — уравнение параболы.

$$12.52. x^2/1 + y^2/4 = 1 \text{ — уравнение эллипса.}$$

$$12.53. A = \frac{A_m T^2}{T_n^2 - T^2} = 4,76 \text{ см.}$$

12.54. Уравнение затухающих колебаний имеет вид

$$x = A e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi). \quad (1)$$

В нашем случае $\omega = 2\pi/T = \pi/2$, $\varphi = 0$ и $\delta = \kappa/T = 1,6/4 = 0,4 \text{ с}^{-1}$. Амплитуда A найдется из условия $x = 4,5 \text{ см}$ при $t = T/4 = 1 \text{ с}$. Нетрудно найти из (1), что $A = 6,7 \text{ см}$. Таким образом, уравнение (1) примет вид

$$x = 6,7 e^{-0,4t} \sin \frac{\pi}{2} t \text{ см.} \quad (2)$$

Для построения графика колебаний найдем моменты времени t_1, t_2, t_3, \dots , соответствующие максимальным значениям смещения x . Максимум x найдется из условия $v = dx/dt = 0$. Из уравнения (1) находим (при $\varphi = 0$)

$$v = A\omega e^{-\delta t} \cos \omega t - A\delta \omega e^{-\delta t} \sin \omega t = 0, \quad \text{отсюда } \operatorname{tg} \omega t = \omega/\delta = 2\pi/\kappa. \quad (3)$$

Из уравнения (3) видно, что только при незатухающих колебаниях, когда $\kappa = 0$, величина $\operatorname{tg} \omega t = \infty$, или $\omega t = \pi/2$, т.е. $2\pi t/T = \pi/2$, или $t = T/4$. В нашем же случае $\operatorname{tg} \omega t = 2\pi/\kappa = 3,925$, т.е. $\omega t = 75^\circ, 42' \approx 0,421\pi$, откуда $t = 0,421\pi/\omega = 0,842 \text{ с}$. Таким образом, $x = x_{\max}$ при $t_1 = 0,842 \text{ с}$; $t_2 = t_1 + T/2 = 2,842 \text{ с}$; $t_3 = t_1 + T = 4,842 \text{ с}$ и $t_4 = t_1 + 3T/2 = 6,842 \text{ с}$ и т.д. Подставляя найденные значения t в уравнение (2), нетрудно найти соответствующие значения x_1, x_2, x_3, \dots

$$12.55. \text{См. решение 12.54.}$$

$$12.56. v_1 = 7,85 \text{ м/с, } v_2 = 2,88 \text{ м/с, } v_3 = 1,06 \text{ м/с, } v_4 = 0,39 \text{ м/с, } v_5 = 0,14 \text{ м/с.}$$

12.57. По формулам для затухающих колебаний имеем

$$A_1 = A_0 \exp\left(-\kappa \frac{t}{T}\right), \quad A_2 = A_0 \exp\left(-\kappa \frac{t+T}{T}\right),$$

откуда $A_1/A_2 = e^\kappa$. По условию $\kappa = 0,2$, откуда $A_1/A_2 = 1,22$.

$$12.58. \delta = 1,83 \text{ с}^{-1}; \nu_0 = 2,02 \text{ Гц.}$$

$$12.59. \text{а) } t = 120 \text{ с; } \text{б) } t = 1,22 \text{ с.}$$

$$12.60. \text{В } 1,22 \text{ раза.}$$

$$12.61. \text{В } 8 \text{ раз.}$$

$$12.62. \text{Через } 21 \text{ с.}$$

$$12.63. \text{а) } \delta = 0,46 \text{ с}^{-1}; \quad \text{б) } \delta = 10 \text{ с}^{-1};$$

$$\text{в) } \delta = \kappa/T = \kappa \omega_0 \sqrt{4\pi^2 + \kappa^2} = 7/2 \text{ с}^{-1}$$

12.64. Уравнение собственных колебаний имеет вид

$$x = A_0 e^{-\delta t} \sin \omega_0 t. \quad (1)$$

По условию сдвиг фаз между собственными и вынужденными колебаниями равен $-\pi/4$; следовательно,

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} = \operatorname{tg}(-3\pi/4) = 1,$$

отсюда

$$\omega_0 = \sqrt{\omega^2 + 2\delta\omega}. \quad (2)$$

У нас $\omega = 10\pi$ и $\delta = 1,6 \text{ с}^{-1}$. Подставляя эти значения в (2), получим $\omega_0 = 10,5\pi$, и тогда уравнение собственных колебаний примет вид

$$x = 7e^{-1,6t} \sin 10,5\pi t \text{ см.}$$

Уравнение внешней периодической силы имеет вид

$$F = F_0 \sin \omega t.$$

Максимальное значение внешней периодической силы

$$F_0 = Am \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2} = 72 \text{ мН.}$$

и тогда уравнение внешней периодической силы будет иметь вид

$$F = 72 \sin 10\pi t \text{ мН.}$$

12.65. На рис. 180 дан характер зависимости амплитуды A вынужденных колебаний от частоты ω внешней периодической силы.

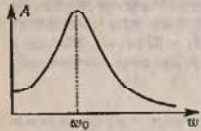


Рис. 180

Если промежуток между двумя последовательными точками на углублении будет равен периоду собственных колебаний колесики, находится из формулы $T = 2\pi \sqrt{m/k}$. У нас $m = 10 \text{ кг}/2 = 5 \text{ кг}$ — масса, приходящаяся на каждую рессору, $k = mg/x_0 = (9,8/2) \text{ Н/см} = 490 \text{ Н/м}$ и, следовательно, $T = 0,63 \text{ с}$. Время между двумя последовательными толчками $t = l/v = T$; отсюда получим $v = l/T = (0,3/0,63) \text{ м/с} = 1,7 \text{ км/ч}$.

12.67. $\lambda = 3 \text{ мм}$.

12.68. $c = 350 \text{ м/с}$; $v_{\text{max}} = 0,785 \text{ м/с}$.

12.69. Уравнение волны имеет вид

$$x = 10 \sin \left(\frac{\pi}{2} t - \frac{\pi l}{6 \cdot 10^4} \right) \text{ см.} \quad (1)$$

Таким образом, $x = f(t, l)$, т.е. смещение точек, лежащих на луче, зависит от времени t и расстояния l точки до источника колебаний.

Для точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии $l = 600 \text{ м}$, уравнение (1) примет вид $x = 10 \sin \left(\frac{\pi}{2} t - \pi \right) \text{ см}$, т.е. при $l = \text{const}$ мы получим $x = f(t)$ — смещение фиксированной точки, лежащей на луче, меняется со временем.

При $t = 4 \text{ с}$ уравнение (1) примет вид $x = 10 \sin \left(2\pi - \frac{\pi l}{6 \cdot 10^4} \right) \text{ см}$. В этом случае $t = \text{const}$ и $x = f(l)$ — различные точки, лежащие на луче, имеют различные смещения в данный момент времени.

12.70. $x = 0$; $v = 7,85 \text{ см/с}$; $a = 0$.

12.71. $\Delta\varphi = \pi$ — точки колеблются в противоположных фазах.

12.72. $\Delta\varphi = 4\pi$ — точки колеблются в одинаковых фазах.

12.73. $x = 2,5 \text{ см}$.

12.74. $\lambda = 0,48 \text{ м}$.

12.75. а) Положения узлов: $x = 3, 9, 15, \dots \text{ см}$; положения пучностей: $x = 0, 6, 12, 18, \dots \text{ см}$. б) Положения узлов: $x = 0, 6, 12, 18, \dots \text{ см}$; положения пучностей: $x = 3, 9, 15, \dots \text{ см}$.

12.76. $\lambda = 2 \text{ м}$.

12.77. $T = 1,16 \text{ с}$.

12.78. $T = 1,07 \text{ с}$.

12.79. $l = T \sqrt{gd} / \pi = 0,446 \text{ м}$.

12.80. $T = 1,5 \text{ с}$.

12.81. Период малых колебаний математического маятника

$$T_1 = 2\pi \sqrt{l/g}. \quad (1)$$

Период малых колебаний физического маятника

$$T_2 = 2\pi \sqrt{J/mgl},$$

где J — момент инерции шарика относительно оси вращения, m — масса шарика и l — расстояние от центра масс шарика до точки подвеса. В нашем случае

$$J = \frac{5}{2} mR^2 + ml^2 = ml^2 \left[1 + \frac{5}{2} \left(\frac{R}{l} \right)^2 \right] = ml^2 z.$$

С учетом этого получим

$$T_2 = 2\pi \sqrt{z/g}. \quad (2)$$

Из (1) и (2) выск $T_2/T_1 = \sqrt{z}$. Ошибка, которую мы делаем, принимая подвешенный шарик за математический маятник, будет

$$\delta = \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{T_2}{T_1} - 1 = \sqrt{z} - 1;$$

отсюда

$$z = \left[1 + \frac{5}{2} \left(\frac{R}{l} \right)^2 \right] = (1 + \delta)^2, \quad \text{или} \quad \frac{R}{l} = \sqrt{\frac{5}{2} [(1 + \delta)^2 - 1]}. \quad (3)$$

У нас $\delta \leq 0,01$. Подставляя в (3), получим $R/l \leq 0,0224$. Так как $R = D/2 = 0,02 \text{ м}$, то предельное расстояние от центра масс шарика до точки подвеса $l \geq 0,889 \text{ м}$, а предельная длина нити $L = l - R = 0,869 \text{ м}$.

12.82. $T_1/T_2 = 1,05$.

§ 13. Акустика

- 13.1. $\lambda = 0,78$ м. 13.3. $c = 5300$ м/с.
 13.2. От $\lambda_1 = 17$ мм до $\lambda_2 = 17$ м. 13.4. 340 м/с.
 13.5. Так как модуль Юнга E связан со сжимаемостью β соотношением $\beta = 1/E$, то $\beta = 1/(\rho c^2) = 7,1 \cdot 10^{-10}$ Па $^{-1}$.
 13.6. $l = 1810$ м.
 13.7. $c_1 = 318$ м/с; $c_2 = 330$ м/с; $c_3 = 343$ м/с.
 13.8. 1) 6 м; 2) 850 Гц; 3) 5100 мк; 4) $3 \cdot 10^{-11}$ м.
 13.9. $c = 315$ м/с. 13.14. $\alpha = 3^\circ 51'$.
 13.10. $c = 330$ м/с. 13.15. $8,6^\circ$.
 13.11. $c = 336$ м/с. 13.16. $p_2/p_1 = 1,12$.
 13.12. $t = -54^\circ$ С. 13.17. $I_1/I_2 = 1000$.
 13.13. $n = c_1/c_2 = 0,067$. 13.18. $\Delta L_p = 30$ дБ; $p_2/p_1 = 3,16$.
 13.19. $L_1 = 100$ фон; $p = 2$ Па.
 13.20. $D_m = 10^{-11}$ м; $p_m = 2,7 \cdot 10^{-5}$ Па.
 13.21. 1,12.
 13.22. а) $l = 8,15$ мм; б) $l = 0,41$ мм.
 13.23. При возбуждении колебаний в стальном стержне в нем установится стоячая волна с узлами в точках звязки и пучностями на свободных концах. В стоячей волне воздушного столба расстояние между соседними пучностями равно половине длины возбужденной звуковой волны. Имеем

$$\lambda_1/\lambda_2 = c_1/c_2. \quad (1)$$

Длина l_2 воздушного столба на основании сказанного найдется из условия

$$n\lambda_2/2 = l_2. \quad (2)$$

Из (1) и (2) имеем

$$l_2 = n\lambda_1 c_2 / 2c_1.$$

Тогда: а) $\lambda_1 = 2l_1$, $l_2 = 0,392$ м; б) $\lambda_1 = 4l_1$, $l_2 = 0,784$ м.

- 13.24. $l_1 = 0,715$ м.
 13.25. $\nu = 43$ кГц — ультразвуковая частота.
 13.26. а) $\nu' = 666$ Гц; б) $\nu' = 542$ Гц.
 13.27. 10%.
 13.28. $\nu' = 5050$ Гц.
 13.29. В 4 раза.
 13.30. $\nu_1 = \nu \frac{c+v}{c-v}$.
 13.31. $\nu_1 = 45$ кГц, $\nu_2 = 46,6$ кГц.
 13.32. $u = v \frac{v_0 - T}{v_0 + T}$.
 13.33. $F = 7,3$ П.
 13.34. $\nu_{\max} = 158$ Гц.
 13.35. Имеем

$$\nu_1/\nu_2 = \sqrt{F_1/F_2} = \sqrt{15/16}, \quad \nu_6 = \nu_2 - \nu_1 = 8 \text{ Гц}.$$

Решая эти уравнения совместно, получим $\nu_2 = 252$ Гц.

$$13.30. \nu = 250 \text{ Гц или } \nu = 254 \text{ Гц}.$$

$$13.37. v = \sqrt{gh}; \quad t = 2\sqrt{L/g}.$$

13.38. а) В открытой трубке образуется стоячая звуковая волна с пучностями на обоих концах. Очевидно, в этом случае на длине трубы l может уместиться n полуволн, где $n = 1, 2, 3, \dots$, т. е. $l = n\lambda/2$ и $\nu = c/\lambda = nc/(2l)$. При $n = 1$ получим частоту основного тона $\nu = c/(2l)$. б) В закрытой трубке стоячая волна имеет узел на одном конце и пучность на другом. Очевидно, в этом случае $l = n\lambda/4$ и $\nu = c/\lambda = nc/(4l)$. При $n = 1$ получим частоту основного тона $\nu = c/(4l)$.

$$13.39. \nu = 261 \text{ Гц}; \quad l = 0,65 \text{ м}.$$

§ 14. Электромагнитные колебания и волны

- 14.1. $\lambda = 2500$ м.
 14.2. От $\lambda_1 = 700$ м до $\lambda_2 = 1950$ м.
 14.3. $R < 2\sqrt{L/C} = 100$ Ом.
 14.4. $\epsilon = 6$.
 14.5. $U = 100 \cos(2\pi \cdot 10^3 t)$ В, $I = -15,7 \sin(2\pi \cdot 10^3 t)$ мА; $U_1 = 70,7$ В, $I_1 = -11,1$ мА; $U_2 = 0$, $I_2 = -15,7$ мА; $U_3 = -100$ В, $I_3 = 0$.
 14.6. $W_{эл} = 125 \cos^2(2\pi \cdot 10^3 t)$ мкДж, $W_m = 125 \sin^2(2\pi \cdot 10^3 t)$ мкДж; $W = 125$ мкДж; $W_{эл1} = 62,5$ мкДж, $W_{m1} = 62,5$ мкДж, $W_1 = 125$ мкДж; $W_{эл2} = 0$, $W_{m2} = 125$ мкДж, $W_2 = 125$ мкДж; $W_{эл3} = 125$ мкДж, $W_{m3} = 0$, $W_3 = 125$ мкДж.
 14.7. Через $T/8$; $Q_0/\sqrt{2}$.
 14.8. $T = 5$ мс; $C = 0,63$ мкФ; $U = 25,2$ В; $W_m = 0,2$ мДж; $W_{эл} = 0,2$ мДж.
 14.9. Имеем $U = U_0 \cos \omega t$ и $I = C dU/dt = -CU_0 \omega \sin \omega t$; следовательно,

$$W_m = \frac{LI^2}{2} = \frac{LC^2 U_0^2 \omega^2}{2} \sin^2 \omega t, \quad W_{эл} = \frac{CU^2}{2} = \frac{CU_0^2}{2} \cos^2 \omega t.$$

Отсюда

$$\frac{W_m}{W_{эл}} = LC\omega^2 \frac{\sin^2 \omega t}{\cos^2 \omega t} = LC\omega^2 \operatorname{tg}^2 \omega t.$$

При $t = T/8$ имеем $\sin \omega t = \sqrt{2}/2$ и $\cos \omega t = \sqrt{2}/2$. Так как

$$LC = T^2/4\pi^2 = 1/\omega^2,$$

то

$$W_m/W_{эл} = \sin^2 \omega t / \cos^2 \omega t = 1.$$

$$14.10. W = \frac{\lambda I^2 t}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = 0,17 \text{ Дж}.$$

14.11. Полагая сопротивление R достаточно малым, находим период колебаний по формуле $T = 2\pi\sqrt{LC} = 0,2$ мс. Далее имеем

$$U_1 = U_0 \exp(-\kappa t/T), \quad \text{откуда } \kappa/T = \ln(U_0/U_1).$$

По условию при $t = 1$ мс отношение $U_0/U_1 = 3$. Следовательно,

$$\kappa = \frac{T \ln(U_0/U_1)}{t} = 0,22$$

Сопротивление контура $R = 11,1$ Ом. Нетрудно убедиться, что это значение R удовлетворяет условию применимости формулы $T = 2\pi\sqrt{LC}$.

- 14.12. $C = C_0 \left(1 - \frac{t^2}{2LC_0}\right)$
 14.13. $\kappa = 8\rho\sqrt{\pi/C}/(d^2\sqrt{\mu_0\mu}) = 0,018$.
 14.14. $t = T \cdot \ln 100/(2\kappa) = 6,8$ мс.
 14.15. $R = 1150$ Ом.
 14.16. а) 2,25 мс; б) $R = 1,38 \cdot 10^5$ Ом.
 14.17. $2 \cdot 10^4$ витков.
 14.18. $I = 4,6$ мА; $U_{C_1} = 73,4$ В; $U_{C_2} = 146,6$ В.
 14.19. 74%, 68%.
 14.20. 72,5%, 68,5%.
 14.21. 770 В.
 14.22. 1,77 А; 16°; 204 Вт.
 14.23. а) $Z = \sqrt{R^2 + 1/(\omega C)^2}$, $\text{tg } \varphi = 1/R\omega C$; б) $Z = \frac{R}{\sqrt{R^2\omega^2 C^2 + 1}}$,
 $\text{tg } \varphi = -R\omega C$; в) $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$, $\text{tg } \varphi = \omega L/R$; г) $Z = \frac{R\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$,
 $\text{tg } \varphi = -R/\omega L$; д) $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$, $\text{tg } \varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$.
 14.24. а) $Z = 4,38$ кОм; б) $Z = 2,18$ кОм.
 14.25. $I = 1,34$ А; $U_C = 121$ В; $U_R = 134$ В; $U_L = 205$ В.
 14.26. $R = 12,3$ Ом.
 14.27. $C = 8,5$ мкФ.
 14.28. $U_R = 156$ В.

Глава V ОПТИКА

§ 16. Геометрическая оптика и фотометрия

- 15.1. а) $2,26 \cdot 10^8$ м/с; б) $2,01 \cdot 10^8$ м/с; в) $2,29 \cdot 10^8$ м/с.
 15.2. 3 м.
 15.3. $a_2 = 0,12$ м, $y_2 = -8$ мм; изображение мнимое, прямое и уменьшенное.
 15.4. $a_2 = 7,5$ см; $y_2 = -1,5$ см; изображение мнимое, прямое и уменьшенное.
 15.5. $a_1 = -0,6$ м, $a_2 = -0,3$ м.
 15.6. 12 см.
 15.7. $k = 6$.
 15.8. $a_2 = R/2$ — изображение будет находиться в фокусе зеркала;
 $y_2 = 7,5$ см.
 15.9. Из равнобедренного треугольника OAM (рис. 62) имеем $OA = R/(2 \cos \alpha)$. Но $x = AF = OA - OF = OA - R/2$, т. е.

$$x = \frac{R}{2} \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right)$$

 Если $\alpha = 0$, то $\cos \alpha = 1$ и $x = 0$. Далее, $y = FN = x \text{tg } \angle NAF$. Но $\angle NAF$ как внешний угол треугольника AOM равен 2α , и тогда

$$y = \frac{R}{2} \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right) \text{tg } 2\alpha$$

 Если $\alpha = 0$, то $\cos \alpha = 1$, $\text{tg } 2\alpha = 0$ и $y = 0$.

- 15.10. $x = 1,8$ см; $y = 1,5$ см.
 15.11. $h = 8$ см.
 15.12. $d = 0,1$ м.
 15.13. $l = 5,8$ мм.
 15.14. $\text{tg } i = n$.
 15.15. $l = \frac{d}{n} = 10$ см.
 15.16. $n(n-1)d/n$.
 15.17. $v_1 = 2,02 \cdot 10^8$ м/с.
 15.18. Имеем $\sin i / \sin \beta = n_1$. Полное внутреннее отражение от поверхности, отделяющей воду от стекла, произойдет, если выполнено условие: $\sin \beta = n_1/n_2$, где n_2 — показатель преломления воды. Тогда $\sin i = n_1 \sin \beta = n_1 n_2 / n_1 = n_2 = 1,33$, т. е. $\sin i > 1$ — условия заломы неустойчивы.
 15.19. $r = 0,114$ м.
 15.20. $\beta_{\text{кр}} = 41^\circ 28'$; $\beta_{\text{ф}} = 40^\circ 49'$.
 15.21. $n = \sqrt{2} = 1,41$.
 15.22. $\delta = 34^\circ 37'$.
 15.23. $\gamma = 28^\circ$.
 15.24. $\gamma = 28^\circ$.
 15.25. $\lambda = 6^\circ 2'$.
 15.26. $i = 10^\circ 8'$.
 15.27. $\gamma = 77^\circ 22'$.
 15.28. $i = 4^\circ 47'$.
 15.29. $\sin \frac{\delta + \gamma}{2} = n \sin \frac{\gamma}{2}$. В этом случае получается наименьшее отклонение луча от его первоначального направления.
 15.30. $\delta_{\text{кр}} = 30^\circ 36'$, $\delta_{\text{ф}} = 33^\circ 27'$.
 15.31. $F_1 = 0,146$ м.
 15.32. а) $F = 0,188$ м; б) $F = 0,30$ м; в) $F = 0,75$ м; г) $F = -0,188$ м; д) $F = -0,30$ м; е) $F = -0,75$ м.
 15.33. $F_1/F_2 = 1,4$; в жидкости первая линза будет действовать как рассеивающая линза, а вторая — как собирающая.
 15.34. $D = 2$ литр.
 15.35. $a_2 = 0,3$ м; $y_2 = 4$ см.
 15.36. $a_1 + a_2 = 1$ м.
 15.37. $h = \sqrt{ab}$.
 15.38. $R = 72$ см; $l = 108$ см.
 15.39. 4° .
 15.40. 4° .
 15.41. $F_2 = 0,59$ м.
 15.42. $a_1 = -20$ см; $a_2 = 180$ см.
 15.43. $F_{\text{кр}} - F_{\text{ф}} = 3$ см.
 15.44. а) $a_2 = 10$ см; б) $a_2 = 5,7$ см.
 15.45. а) $k = 12,5$; б) $k = 7,5$.
 15.46. $R_1 = R_2 = 25$ мм.
 15.47. $k = 4x$.
 15.48. $k = 562$.
 15.49. $P = 0,112$ м.
 15.50. $P = 0,112$ м.
 15.51. $\theta = 7^\circ 45'$.
 15.52. Диаметр изображения $d = 2F \text{tg } (\alpha/2) = 4,6$ мм. Поток лучей, попадающих на поверхность линзы площадью $\pi D^2/4$, концентрируется в изображении Солнца площадью $\pi d^2/4$. Тогда $E_2/E_1 = 4\pi D^2/4\pi d^2 = D^2/d^2 = 383$.
 15.53. $r = 1$ м; $h = 0,71$ м.
 15.54. $\Phi = 8,34$ лм.
 15.55. При фотографировании всего чертежа, размеры которого гораздо больше фотопластины, изображение получится приблизительно в главном фокусе объектива. При фотографировании деталей изображение в натуральную величину получается при помещении предмета на двойном фокусном расстоянии от объектива (на таком же расстоянии получается и изображение на фотопленке). Площадь изображения при этом увеличится в $(2F/F)^2 = 4$ раза. Во столько же раз уменьшится освещенность фотопластины; следовательно, время экспозиции надо увеличить в 4 раза.
 15.56. В 5,7 раза. Таким образом, на Северной Земле загорать лучше стоя, чем лежа.
 15.57. В 2 раза.
 15.58. Освещенность в углах комнаты

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha. \quad (1)$$

Расстояние r от лампы до угла комнаты, величина a (половина диагонали квадратного пола комнаты), сторона квадратного пола b и высота лампы над полом h связаны равенством

$$a = r \sin \alpha = b \sqrt{2} = h \operatorname{tg} \alpha. \quad (2)$$

На основании (2) выражение для освещенности может быть записано так:

$$E = \frac{I}{a^2} (\cos \alpha \sin^2 \alpha).$$

Для нахождения максимума E возьмем производную dE/da и приравняем ее нулю:

$$\frac{dE}{da} = \frac{I}{a^3} (2 \cos^2 \alpha \sin \alpha - \sin^3 \alpha) = 0.$$

отсюда $\operatorname{tg}^2 \alpha = 2$. Тогда $h = a / \operatorname{tg} \alpha = b / (\sqrt{2} \operatorname{tg} \alpha) = b/2 = 2,5$ м.

15.60. Когда горит настольная лампа, освещенность края стола получается больше в 1,2 раза.

15.61. В 2,25 раза.

15.62. $E \approx 8 \cdot 10^4$ лк.

15.63. В 4 раза.

15.64. а) $B = 1,2 \cdot 10^7$ кл/м²; б) $B = 3 \cdot 10^4$ кл/м².

15.65. 0,5 дптр.

15.66. $E = 2 \cdot 10^3$ лк; $R = 1,5 \cdot 10^3$ лм/м²; $B = 480$ кл/м².

15.67. $l = \sqrt{r^2 (\sqrt[3]{4} - 1)} \approx 4$ м.

15.68. $E = 210$ лк.

15.69. $K = 1,61 \cdot 10^{-3}$ Вт/лм; $\eta \approx 2\%$.

§ 16. Волновая оптика

16.1. При фотографировании одного края солнечного диска (источник света движется к нам)

$$\nu' = \nu c / (c - v); \quad (1)$$

при фотографировании другого края солнечного диска (источник света движется от нас)

$$\nu'' = \nu c / (c + v). \quad (2)$$

Учитывая, что $\nu = c/\lambda$, из (1) и (2) находим $\Delta\lambda = 2v\lambda/c$; отсюда

$$v = c\Delta\lambda/2\lambda = 2 \text{ км/с}.$$

16.2. $U = mc^2 (\Delta\lambda)^2 / q = 2,5$ кВ.

16.3. Смещение спектральных линий в сторону коротких волн означает, что звезда приближается к нам. Радиальная скорость ее движения (т.е. скорость вдоль линии, соединяющей звезду и Землю) находится из соотношения $v = c\Delta\lambda/\lambda = 103$ км/с.

16.4. $N = \frac{4ab}{a+b} \frac{(n-1)^2 \alpha^2}{\lambda}$.

16.5. $y_1 = 1,8$ мм; $y_2 = 3,6$ мм; $y_3 = 5,4$ мм.

16.6. $\lambda = 0,5$ мкм.

16.7. В результате внесения стеклянной пластинки разность хода между интерферирующими лучами изменится на величину $\Delta = nh - h = h(n-1)$. С другой стороны, в результате внесения пластинки произошло смещение на k полос. Следовательно, добавочная разность хода, введенная пластинкой, равна $k\lambda$. Таким образом, $h(n-1) = k\lambda$, откуда

$$h = k\lambda / (n-1) = 6 \text{ мкм}.$$

$$16.8. \Delta n \leq 5 \cdot 10^{-5}.$$

$$16.9. h = 0,13 \text{ мкм}.$$

16.10. Обозначим через h_1 и h_2 толщины пленки, соответствующие соседним полосам. Тогда $\Delta h = h_2 - h_1 = \lambda/2n$ (рис. 181). Учитывая, что угол γ клина мал, можно считать, что $\Delta h = l \operatorname{tg} \gamma$; отсюда $\operatorname{tg} \gamma = k\lambda/2nl = 5,13 \cdot 10^{-5}$ и $\gamma = 11''$.

$$16.11. l_2 = 1,9 \text{ мм}.$$

$$16.12. k_0 = 5 \text{ см}^{-1}.$$

$$16.13. d > \lambda/4n = 100 \text{ нм}.$$

$$16.14. \lambda = 589 \text{ нм}.$$

$$16.15. r_0 = \sqrt{4R\lambda_c} = 2,8 \text{ мм}; \quad r_{\text{кр}} = \sqrt{3R\lambda_{\text{кр}}} = 3,1 \text{ мм}.$$

Таким образом, мы видим, что третье красное кольцо лежит дальше, чем четвертое синее. Этим объясняется, почему наблюдать кольца Ньютона в белом свете можно только при небольших толщинах воздушного слоя. Для больших толщин происходит наложение различных цветов.

$$16.16. \lambda = 675 \text{ нм}.$$

$$16.17. l_2 = 3,65 \text{ мм}.$$

$$16.18. k = 275.$$

16.19. При наблюдении колец Ньютона в проходящем свете условие максимума света определяется формулой

$$2h = k\lambda. \quad (1)$$

Толщина слоя h между линзой и пластинкой связана с соответствующим радиусом r_k наблюдаемого кольца следующим образом:

$$h = r_k^2 / 2R. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим $\pi r_k^2 / R = k\lambda$, откуда $n = k\lambda R / r_k^2 = 1,33$.

$$16.20. h = 1,2 \text{ мкм}.$$

$$16.21. r = \sqrt{R\lambda/n} = 0,63 \text{ мм}.$$

$$16.22. n = 1,56.$$

16.23. Перемещение L зеркала на расстояние $\lambda/2$ соответствует изменению разности хода на λ , т.е. смещению интерференционной картины на одну полосу. Таким образом, $L = k\lambda/2$, где k — число прошедших в поле зрения полос, откуда $\lambda = 2L/k = 644$ нм.

$$16.24. n-1 = k\lambda/2\lambda = 3,8 \cdot 10^{-4}, \text{ откуда } n = 1,00038.$$

16.25. В отличие от интерферометра Мейкельсона, в данном случае луч проходит через трубку с хлором только один раз (рис. 128). Поэтому разность хода лучей, проходящих в хлоре и вакууме, равна $(n-1)l = k\lambda$; отсюда $n-1 = k\lambda/l = 7,73 \cdot 10^{-4}$ и $n = 1,000773$.

$$16.26. \lambda = 480 \text{ нм}.$$

$$16.27. d = 115 \text{ нм}.$$

$$16.28. \text{До } 0,117; \text{ до } 0,109.$$

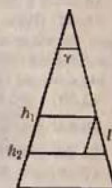


Рис. 181

- 16.29. Радиус k -й зоны $r_k = \sqrt{kab\lambda/(a+b)}$. Подставляя числовые данные, найдем $r_1 = 0,50$ мм, $r_2 = 0,71$ мм, $r_3 = 0,86$ мм, $r_4 = 1,0$ мм и $r_5 = 1,12$ мм.
- 16.30. $r_1 = 0,71$ мм; $r_2 = 1,0$ мм; $r_3 = 1,22$ мм; $r_4 = 1,41$ мм; $r_5 = 1,58$ мм.
- 16.31. $l = 167$ м.
- 16.32. Пусть отверстие диафрагмы пропускает k зон Френкеля. Тогда радиус k -й зоны есть одновременно радиус отверстия: $R = r_k = \sqrt{kab\lambda/(a+b)}$. Наименьшая освещенность центра колена, наблюдаемых на экране, соответствует двум зонам ($k=2$). Подставляя числовые данные, найдем $R = 1$ мм.
- 16.33. $l = 0,8$ м.
- 16.34. $b = \frac{2m+5/4}{2(n-1)} \cdot \lambda$, $m = 0, 1, 2, \dots$
- 16.35. $l \approx 4I_0$.
- 16.36. $\varphi = 30^\circ$.
- 16.37. $I_\theta = \frac{I_0}{(m+1/2)^2 \pi^2}$; для $m=1$ $I_\theta = 0,045 I_0$.
- 16.38. $N_0 = 600 \text{ мм}^{-1}$.
- 16.39. $\lambda_0 = 409,9$ нм; $N_0 = 500 \text{ мм}^{-1}$.
- 16.40. Имеем $\sin \varphi = k_1 \lambda_1/d = k_2 \lambda_2/d$, или $k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2$; отсюда $k_2/k_1 = \lambda_1/\lambda_2 = 656,3/410,2 = 1,6$. Так как числа k_1 и k_2 должны быть обязательно целыми, то условию $k_1/k_2 = 1,6$ удовлетворяют значения $k_1 = 5$ и $k_2 = 8$. Тогда $d = k_1 \lambda_1 / \sin \varphi = 5$ мкм.
- 16.41. $\lambda_2 = 660$ нм в спектре второго порядка.
- 16.42. $\lambda_2 = 447$ нм — синяя линия спектра гелия.
- 16.43. $\lambda_{\text{кр}} = 705$ нм.
- 16.44. $k = 3$.
- 16.45. $d = 5\lambda$.
- 16.46. $d(\sin \theta \pm \sin \varphi) = m\lambda$, где $m = 0, 1, 2, \dots$
- 16.47. На $0,032$ нм; $m = 2$.
- 16.48. $d = 22$ мкм.
- 16.49. $d = 25,4$ мкм.
- 16.50. $\Delta\lambda = 24$ нм.
- 16.51. Имеем $d \sin \varphi = k\lambda$. Дифференцируя, получим
- $$d \cos \varphi d\varphi = k d\lambda, \text{ или } d\varphi/d\lambda = k/d \cos \varphi.$$
- Подставляя числовые данные, находим $\sin \varphi = 0,236$, откуда $\varphi = 13^\circ 38'$. Тогда $\cos \varphi = 0,972$ и $d\varphi/d\lambda = 4,1 \cdot 10^5$ рад/м.
- 16.52. $d = 5$ мкм.
- 16.53. $D = 81$ мкм/мм.
- 16.54. $l = 0,65$ мм.
- 16.55. $\lambda_2 = 475$ нм; $N_0 = 460 \text{ мм}^{-1}$; $d\varphi/d\lambda = 2,76 \cdot 10^4$ рад/см.
- 16.56. $m = nd/b$, где $n = 1, 2, 3, \dots$
- 16.57. $F = 0,65$ м.
- 16.58. $i_B = 57^\circ 30'$.
- 16.59. $i_B = 54^\circ 44'$.
- 16.60. $i_D = 37^\circ$.
- 16.61. $n = 1,73$.
- 16.62. $n = 1,63$; $i = 66^\circ 56'$.
- 16.63. $I_0 = 355$ нм, $I_e = 395$ нм.

16.64. Обозначим интенсивность естественного света через I_0 . После прохождения через поляризатор луч имеет интенсивность $I_1 = 0,5I_0$. После прохождения луча через анализатор его интенсивность $I_2 = I_1 \cos^2 \varphi = 0,5I_0 \cos^2 \varphi$. По условию $I_2/I_0 = 0,25$; тогда $\cos^2 \varphi = 0,25/0,50 = 1/2$ и $\varphi = 45^\circ$.

16.65. $\varphi = 62^\circ 32'$.

16.66. Коэффициент отражения падающего света $\rho = I/I_0$, где $I = I_\perp + I_\parallel$, причём

$$I_\perp = 0,5I_0 \frac{\sin^2(i-\beta)}{\sin^2(i+\beta)}, \quad I_\parallel = 0,5I_0 \frac{\tan^2(i-\beta)}{\tan^2(i+\beta)}$$

В данном случае при падении под углом полной поляризации $\tan i_B = n = 1,54$, следовательно, $i_B = 57^\circ$. Так как $i_B + \beta = 90^\circ$, то угол преломления $\beta = 33^\circ$ и $i_B - \beta = 24^\circ$. Поэтому

$$I_\perp = 0,5I_0 \frac{\sin^2 21^\circ}{\sin^2 90^\circ} = 0,083I_0, \quad I_\parallel = 0,5I_0 \frac{\tan^2 24^\circ}{\tan^2 90^\circ} = 0.$$

т. е. в отраженном свете при угле падения, равном углу полной поляризации, колебания происходят только в плоскости, перпендикулярной к плоскости падения. При этом

$$\rho = \frac{I}{I_0} = \frac{I_\perp + I_\parallel}{I_0} = 0,083,$$

т. е. отражается от стекла только 8,3% энергии падающих естественных лучей. Это будут лучи с колебаниями, перпендикулярными к плоскости падения. Следовательно, энергия колебаний, перпендикулярных к плоскости падения и прошедших во вторую среду, будет составлять 41,7% от общей энергии лучей, упавших на границу раздела, а энергия колебаний, лежащих в плоскости падения, равна 50%. Степень поляризации лучей, прошедших во вторую среду,

$$P = \frac{I_\parallel - I_\perp}{I_\parallel + I_\perp} = \frac{0,083}{0,917} = 0,091 = 9,1\%.$$

16.67. $P = \frac{N}{N+5,76}$ ($N=1$, $P=14,8\%$; $N=2$, $P=26,8\%$ и т. д.).

16.68. $\rho = I/I_0 = 5,06\%$; $P_1 = 83\%$; $P_2 = 4,42\%$.

§ 17. Элементы теории относительности

17.1. Имеем

$$l = l_0 \sqrt{1-\beta^2} \quad (1)$$

По условию $(l_0 - l)/l_0 = 1 - l/l_0 = 0,25$; отсюда

$$l/l_0 = 0,75, \text{ или } l = 0,75l_0. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим $\sqrt{1-\beta^2} = 0,75$, или $1-\beta^2 = (0,75)^2 = 0,5625$ и $\beta^2 = 0,4375$. Таким образом, $\beta = v/c = \sqrt{0,4375} = 0,6615$ и окончательно $v = \beta c = 0,662 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} = 1,98 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

17.2. $v = 2/6 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

17.3. $(l_0 - l)/l_0 \leq 68,8\%$.

17.4. В 7,1 раза.

17.5. $\Delta\tau = 3,2$ с.

17.6. $\Delta m = 8,6 \cdot 10^{-27}$ кг.17.7. На рис. 182 дан характер зависимости массы m электрона и отношения c/m от величины $\beta = v/c$.17.8. $v = 2,6 \cdot 10^8$ м/с.

17.9. Имеем

$$W_k = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) = \\ = c^2 \left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0 \right) = c^2 (m - m_0),$$

откуда

$$W_k/m_0 = c^2 (m - m_0)/m_0.$$

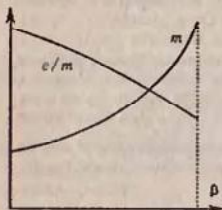


Рис. 182

Обозначим $(m - m_0)/m_0 = k$; тогда $W_k = m_0 c^2 k$. По условию $k = 0,05$.а) $W_k = 25,6$ кэВ; б) $W_k = 47$ МэВ; в) $W_k = 94$ МэВ.17.10. $U = 1,1$ МВ.17.11. $U = 510$ кВ.17.12. $W_k^* = 1,4 \cdot 10^{-11}$ Дж; $W_k^* = 6,9 \cdot 10^{-12}$ Дж.17.13. $W_{\text{полн}} = m_0 c^2 + W_k = 3,1 \cdot 10^{-11}$ Дж.17.14. На $-1,6 \cdot 10^{-16}$ кг (т.е. уменьшится).17.15. $2,25 \cdot 10^8$ м/с.17.16. $\beta = 0,9$.17.18. $W_k = 8,2 \cdot 10^{-14}$ Дж.17.19. $\Delta m = 4,6 \cdot 10^{-17}$ кг.17.20. $\Delta W = 931$ МэВ.17.21. $\Delta W = 8,2 \cdot 10^{-14}$ Дж.17.22. $\Delta m_k = 3,2 \cdot 10^{-9}$ г/моль. Таким образом, в результате реакции получится не 18 г воды, а на $3,2 \cdot 10^{-9}$ г меньше. Эта величина лежит за пределами чувствительности самых точных весов. Такого же порядка изменения массы и при других химических реакциях. При ядерных реакциях изменение массы уже значительно (см. следующую задачу).17.23. $\Delta m_k = 0,217$ г/моль.17.24. $\tau = 7 \cdot 10^{12}$ лет.

§ 18. Тепловое излучение

18.1. $T = 1000$ К.18.2. $N = 3,9 \cdot 10^{26}$ Вт.18.3. $R_1^* = 4,6$ кВт/м².18.4. $T = 1000$ К.18.5. $N = 2,22$ кВт; $k = 0,3$.18.6. $T = 2500$ К.18.13. а) $\lambda_m = 1$ мкм — инфракрасная область; б) $\lambda_m = 500$ нм — область видимого света; в) $\lambda_m \approx 300$ нм — область рентгеновских лучей.18.14. По графику (рис. 64) находим, что длина волны, на которую приходится максимальная спектральная плотность энергетической светимости тела, $\lambda_m \approx 1,2$ мкм. Тогда по закону Вина получим $T = 2400$ К.18.7. $S = 0,4$ см².18.8. $K = 1,37$ кВт/м².18.9. $N = 3,1$ МВт.18.10. $T = 290$ К.18.11. $R_2 = 73,5$ МВт/м².18.12. $S = 6$ см².Процент излучаемой энергии, приходящейся на долю видимого спектра, определится той долей площади, ограниченной кривой $r_\lambda = f(\lambda)$, которая отсекается ординатами, восстановленными по краям интересующего нас интервала. Видимый спектр простирается приблизительно от 400 до 750 нм. Нанеся кривую, изображенную на рис. 129, на миллиметровку, найдем, что при данной температуре на долю видимого излучения приходится около 3–5% всего излучения.

18.15. В 3,6 раза.

18.16. $\lambda = 9,3$ мкм.18.17. В 81 раз; от $\lambda_1 = 2,9$ мкм до $\lambda_2 = 0,97$ мкм; в 243 раза.18.18. $T_2 = C_1 T_1 / (\Delta \lambda T_1 + C_1) = 290$ К.18.19. $T = 333$ К.18.20. $T_{\text{эфф}} = \frac{E \lambda^2}{2 \sigma k T \Delta \lambda} \approx 10^{17}$ К (c — скорость света, k — постоянная Больцмана).18.21. $t = 1,64$ часа.18.22. $S = \frac{4}{3} \sigma T^3 V$; $C_V = 4 \sigma T^3 V$, где σ — постоянная Стефана — Больцмана.

Глава VI

ФИЗИКА АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА

§ 19. Квантовая природа света и волновые свойства частиц

19.1. а) $m = 3,2 \cdot 10^{-30}$ кг; б) $m = 8,8 \cdot 10^{-32}$ кг; в) $m = 1,8 \cdot 10^{-30}$ кг.19.2. $E = \frac{2\pi \hbar c}{d(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1)} = 2,07$ эВ.19.3. $N_1 = 6,2 \cdot 10^{18}$ с⁻¹; $N_2 = 1,2 \cdot 10^{19}$ с⁻¹; $N_3 = 1,1 \cdot 10^{19}$ с⁻¹; $N_4 = 5,9 \cdot 10^{18}$ с⁻¹; $N_5 = 4,6 \cdot 10^{18}$ с⁻¹; $N_6 = 5,1 \cdot 10^{18}$ с⁻¹.

19.4. 29%.

19.5. $v = 1,4$ км/с.19.6. $\epsilon = 0,81$ МэВ.19.7. $E = pc/(5t) = 150$ Дж/(с·м²).19.8. $N = \frac{\lambda}{\pi \hbar} \sqrt{\frac{2mkT}{\pi}} \approx 7,6 \cdot 10^3$, где m — масса атома Не, k — постоянная Больцмана.19.9. $\lambda \geq 0,41$ нм.19.10. $8,3 \cdot 10^4$.19.11. Имеем $h\nu = A + mv^2/2$. Для того чтобы возник фотоэффект, необходимо, чтобы $h\nu > A$, т.е. $v > A/h$. Но $v = c/\lambda$ и, следовательно, для возникновения фотоэффекта длина волны падающего света должна удовлетворять неравенству $\lambda < hc/A$. В опытах Столетова $\lambda \leq 295$ нм, откуда нетрудно найти, что $A = 4,2$ эВ.19.12. $\lambda_0 = 517$ нм; $\lambda_0 = 540$ нм; $\lambda_0 = 620$ нм; $\lambda_0 = 660$ нм.19.13. $\alpha = 4,5$ чВ.19.14. $E_i = 5,4$ эВ.19.15. $\lambda_0 = \frac{hc}{eU} = 0,041$ нм, где e — заряд электрона, h — постоянная Планка.19.16. $U = 1,75$ В.19.17. $\lambda = 204$ нм; $\lambda_0 = 234$ нм.

19.18. $p_{\max} = 3,45 \cdot 10^{-26}$ кг·м/с.

19.19. $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

19.20. $U = \frac{h\nu - A}{e} + U_0 = 1,5$ В $v = \sqrt{\frac{2}{m}(h\nu - A + eU_0)} = 7,3 \cdot 10^5$ м/с.

19.21. $\lambda_0 \leq 254$ нм.

19.22. Световое давление $P = F/S$, где F — сила светового давления на кружок поверхностью S . Но $F = M/l = ka/l$, где M — момент кручения нити, l — расстояние от центра кружка до оси вращения, α — угол поворота кружка. Для того чтобы эйбик по шкале, удаленной от зеркала на расстояние b , отклонился на величину a , надо, чтобы угол поворота зеркала удовлетворял условию $\operatorname{tg} 2\alpha = a/b$, или при малых углах $\operatorname{tg} 2\alpha \approx 2\alpha = a/b$. Таким образом, $\alpha = a/2b$ и $P = ka/(2lbS) = 3,85$ мкПа; $E = 770$ Дж/(с·м²).

19.23. $F_1 = 5,9 \cdot 10^6$ Н; $\frac{F_1}{F_2} = 1,6 \cdot 10^{-14}$.

19.24. $I = 1,2 \cdot 10^{21}$ с⁻¹·м⁻²; $F_1 \Delta t = 1,42$ мкН·с/м²; $F_2 \Delta t = 2,13$ мкН·с/м²; $F_3 \Delta t = 2,84$ мкН·с/м².

19.25. $P = \frac{I}{c}(1 + \rho) \cos^2 \theta \approx 2 \cdot 10^{-9}$ Н/см² = $2 \cdot 10^{-5}$ Па.

19.26. $P = 10,4$ мкПа.

19.27. $P_1 = 0,7$ мкПа; $P_2 = 0,35$ мкПа.

19.28. $I = 2,9 \cdot 10^{21}$ с⁻¹·м⁻².

19.29. а) $\Delta\lambda = 2,42$ нм, $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda = 73,22$ нм; б) $\Delta\lambda = 4,8$ нм, $\lambda = 75,6$ нм.

19.30. $\lambda_0 = 24,2$ нм.

19.31. $\Delta\lambda = 2,42$ нм; $W_e = hc\Delta\lambda/(\lambda_0\lambda) = 6,6$ кэВ, $p_e = 4,4 \cdot 10^{-23}$ кг·м/с.

19.32. $W = 0,26$ МэВ; $p = 9,3 \cdot 10^{-12}$ кг·м/с.

19.33. $W_e = 0,1$ МэВ.

19.34. $\lambda_1 = 1,23$ нм; $\lambda_2 = 0,123$ нм.

19.35. 1836.

19.36. а) $\lambda = 730$ нм; б) $\lambda = 144$ нм; в) $\lambda = 0,6 \cdot 10^{-20}$ м, т.е. волновые свойства шарика обнаружить невозможно.

19.37. а) $\lambda = 12,2$ нм; б) $\lambda = 0,87$ нм.

19.38. $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг.

19.39.

$v, 10^6$ м/с	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8
$\lambda, \text{нм}$	2,70	2,25	1,82	1,39	0,925

19.40. $\lambda = 10$ нм.

19.41. $\lambda = 180$ нм.

§ 20. Атом Бора. Рентгеновские лучи

20.1. $r_1 = 53$ пм, $r_2 = 212$ пм, $r_3 = 477$ пм;

$v_1 = 2,19 \cdot 10^6$ м/с, $v_2 = 1,1 \cdot 10^6$ м/с, $v_3 = 7,3 \cdot 10^5$ м/с.

20.2. $W_n = me^4/(8\epsilon_0^2 h^2 k^2) = 13,6$ эВ; $W_n = -2W_n = -27,2$ эВ; $W = W_n + W_n = -13,6$ эВ.

20.3. $W_{n1} = 13,6$ эВ; $W_{n2} = 3,40$ эВ; $W_{n3} = 1,51$ эВ; $W_{n1} = 0$.

20.4. $\omega = 4,14 \cdot 10^{16}$ с⁻¹.

20.5. Длины волн спектральных линий водорода всех серий определяются формулой

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (1)$$

при $k = 1, n = 2, 3, 4, \dots$ — серия Лаймана в ультрафиолетовой области;

при $k = 2, n = 3, 4, 5, \dots$ — серия Бальмера в видимой области;

при $k = 3, n = 4, 5, 6, \dots$ — серия Пашена

при $k = 4, n = 5, 6, 7, \dots$ — серия Бреккета

при $k = 5, n = 6, 7, 8, \dots$ — серия Пфунда } в инфракрасной области.

Таким образом, видимая область спектра соответствует значениям $k = 2$ и $n = 3, 4, 5, \dots$. Очевидно, наименьшая длина волны спектральных линий этой серии будет при $n = \infty$. Тогда из (1) имеем $1/\lambda_{\min} = R/4$, или $\lambda_{\min} = 4/R = 365$ нм (с точностью до трети значащей цифры). Наибольшая длина волны соответствует $n = 3$; при этом $\lambda_{\max} = 656$ нм.

20.6. $\lambda_{\max} = 121$ нм; $v_{\min} = 1,90 \cdot 10^6$ м/с.

20.7. Потенциал ионизации U_i атома определяется уравнением $eU_i = A_i$, где A_i — работа удаления электрона с нормальной орбиты в бесконечности. Для атома водорода

$$A_i = h\nu = hRc \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

При $k = 1$ и $n = \infty$ работа $A_i = hRc$ и потенциал ионизации $U_i = A_i/e = hRc/e = 13,6$ В.

20.8. $U_i = 10,2$ В.

20.9. Все линии всех серий спектра водорода появятся при ионизации атома водорода. Это будет при энергии электронов $W_{\min} = 13,6$ эВ (см. решение 20.7); $v_{\min} = \sqrt{2eU_i/m} = 2,2 \cdot 10^6$ м/с.

20.10. Энергия, необходимая для перевода атома в первое возбужденное состояние, $W_1 = 10,2$ эВ (см. решение 20.8). Энергия, необходимая для перевода атома во второе возбужденное состояние ($k = 1, n = 3$), $W_2 = 12,1$ эВ. Таким образом, спектр водорода будет иметь только одну спектральную линию, если энергии бомбардирующих электронов лежит в интервале $10,2 \leq W \leq 12,1$ эВ.

20.11. $n = 3$; $\lambda = 1026$ Å, $\lambda = 1215$ Å, $\lambda = 6570$ Å.

20.12. $97,3 \leq \lambda \leq 102,6$ нм.

20.13. $\Delta W = 2,56$ эВ.

20.14. $97,3 \leq \lambda \leq 102,6$ нм.

20.15. $C, n = 3$ на $k = 2$.

20.16. $\lambda = 0,33$ нм.

20.17. $r_1 = 26,6$ пм; $v_1 = 4,37 \cdot 10^6$ м/с.

20.18. а) $U_1 = 40,8$ В; б) $U_1 = 91,8$ В.

20.19. а) $U_1 = 5,1$ В; б) $U_1 = 122$ В.

20.20. $\lambda = 30,4$ нм.

20.21. $\mu_n = \frac{ch}{2me} \cdot n$; $\frac{\mu_n}{p_n} = \frac{c}{2mc}$.

20.22. $\lambda = 589$ нм.

20.23. $U = 2,1$ В.

20.24. $\lambda = 254$ нм.

20.25. Наименьший угол соответствует спектру первого порядка, т.е. $\lambda = 2d \sin \varphi$, откуда $\sin \varphi = \lambda/2d = 0,033$ и $\varphi = 1^\circ 54'$.

20.26. Молярный объем камешной соли $V = \mu/\rho$. В этом объеме имеется $2N_A$ ионов, где N_A — постоянная Авогадро. Тогда объем, приходящийся на один ион, $V_1 = \mu/2\rho N_A$. Следовательно, расстояние d между ионами (постоянная решетки) найдется из условия $V_1 = d^3$, т.е.

$$d = \sqrt[3]{V_1} = \sqrt[3]{\mu/(2\rho N_A)} = 281 \text{ пм.}$$

20.27. При увеличении разности потенциалов U , приложенной к электродам рентгеновской трубки, повышается спектральная линия в спектре первого порядка, длина волны которой λ удовлетворяет уравнению

$$eU = h\nu = hc/\lambda. \quad (1)$$

Но по формуле Вульфа — Брэгга

$$\lambda = 2d \sin \varphi. \quad (2)$$

Из (1) и (2) находим

$$h = \frac{eU\lambda}{c} = \frac{eU \cdot 2d}{c} \sin \varphi = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

20.28. $\lambda = 297 \text{ нм}$.

20.29. $2\Delta\alpha = \frac{k}{a \sin \alpha}$, где α — угол между направлением щепочки и направлением на дифракционный максимум.

20.30. $\lambda = 27 \text{ нм}$.

20.31. $U = 770 \text{ кВ}$.

20.32. Все линии K -серии (а также линии остальных серий) появятся одновременно, как только будет удален электрон с K -орбиты атома. Для этого надо приложить разность потенциалов U , удовлетворяющую соотношению

$$eU = h\nu = hc/\lambda,$$

где λ — длина волны, соответствующая переходу бесконечно удаленного электрона на K -орбиту, т.е. длина волны, определяющая границу K -серии. Для нашего случая длина волны λ равна (см. Прил. XXVI): а) 138 нм; б) 48,4 нм; в) 17,8 нм; г) 15,8 нм. Искомая разность потенциалов найдется по формуле $U = hc/e\lambda$. Подставляя числовые данные, получим следующие значения для разности потенциалов U : а) 9 кВ; б) 25,3 кВ; в) 69 кВ; г) 79 кВ.

20.33. Имеем

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z - b)^2 \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (1)$$

Наибольшая длина волны K -серии соответствует линии K_α . При этом в формуле (1) мы должны положить $b = 1$, $k = 1$, $n = 2$. Решая формулу (1) относительно λ и подставляя числовые данные, получим значения λ , равные: а) 194 нм; б) 156 нм; в) 72 нм; г) 57,4 нм; д) 29,4 нм; е) 22,8 нм; ж) 20,5 нм. Экспериментально найденные значения длин волн λ линии K_α следующие: а) 194 нм; б) 154 нм; в) 71,2 нм; г) 56,3 нм; д) 22 нм; е) 21,4 нм; ж) 19 нм.

20.34. Переход электрона с M - на L -слой соответствует значениям $k = 2$ и $n = 3$; порядковый номер вольфрама в таблице Менделеева $Z = 74$. Подставляя эти числовые данные в формулу Мозли, найдем $b = 5,5$.

20.35. $Z = 40$ (цирконий).

20.36. $N_0/N = \mu D_0 / N_A \mu = 3,5 \cdot 10^{-10}$.

20.37. $N = 1,6 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1} \cdot \text{кг}^{-1}$.

20.38. $I_n = 2,7 \cdot 10^{-10} \text{ А}$.

20.39. $x_{1/2} = 0,5 \text{ мм}$.

20.40. $2,2 \text{ см}^{-1}$.

20.41. В 3,7 раза.

20.42. См. таблицу: $\lambda = 1,24 \text{ нм}$.

Вещество	Вода	Алюминий	Железо	Свинец
$\mu, \text{ м}^{-1}$	6,7	16	44	77
$\mu, 10^{-3} \text{ м}^2/\text{кг}$	6,7	6,2	5,6	6,8

20.43. $n = \ln 80 / \ln 2 = 6,35$.

§ 21. Радиоактивность

21.1. Число атомов радиоактивного вещества, распадающихся за время dt , определяется формулой

$$dN = -\lambda N dt. \quad (1)$$

Употреблять эту формулу для конечного промежутка времени Δt можно только в случае, если число имеющихся атомов N можно считать за время Δt неизменным, т.е. когда промежуток времени Δt гораздо меньше периода полураспада $T_{1/2}$. В нашем случае (см. табл. XXII) период полураспада полония $T_{1/2} = 138 \text{ сут}$; поэтому мы можем число распадающихся за время $\Delta t = 1 \text{ сут}$ атомов полония найти по формуле

$$|\Delta N| = \lambda N \Delta T = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N \Delta t = 5025 \text{ сут}^{-1}. \quad (2)$$

21.2. При решении данной задачи пользоваться приближенной формулой (2) из решения задачи 21.1 нельзя, так как период полураспада радона (см. табл. XXII) $T_{1/2} = 3,82 \text{ сут}$. Для нахождения числа распадающихся за время $\Delta t = 1 \text{ сут}$ атомов радона надо пользоваться формулой $N = N_0 e^{-\lambda t}$. Тогда искомое число

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 - N_0 e^{-\lambda t} = N_0 (1 - e^{-\lambda t}) = 1,67 \cdot 10^5 \text{ сут}^{-1}.$$

Если же мы будем находить ΔN по приближенной формуле (2), то получим $\Delta N = 1,92 \cdot 10^5 \text{ сут}^{-1}$, т.е. допустим ошибку порядка 10%. Учтемся предлагая убедиться, что решение задачи 21.1 по формулам (1) и (2) приводит с точностью до третьей значащей цифры к одному и тому же ответу.

21.3. $a = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк}$.

21.4. $m = 6,5 \cdot 10^{-9} \text{ кг}$.

21.5. $m = 0,22 \text{ мг}$.

21.6. 2,75 года.

21.7. а) $a_m = 7,9 \cdot 10^7 \text{ Бк/кг}$ б) $a_m = 5,7 \cdot 10^{18} \text{ Бк/кг}$.

21.8. $m = 3,5 \cdot 10^{-20} \text{ кг}$.

21.9. 33 отброса.

21.10. $4 \cdot 10^{12}$.

21.11. Процентная доля радиоактивности, вносимая каждым из изотопов в общую радиоактивность природного урана, определится отношением числа распадов в единицу времени природного урана. Обозначим через m массу природного урана. Тогда массы изотопов будут равны соответственно $m_1 = 6 \cdot 10^{-6} m$,

$m_2 = 7.1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ и $m_3 = 99.28 \cdot 10^{-2} \text{ м}$. Число распадов в единицу времени, даваемое изотопом, будет равно

$$\Delta N_1 = \frac{\ln 2}{T_1} N_1 \Delta t = \frac{\ln 2 N_A m_1 \Delta t}{T_1 A_1},$$

$$\Delta N_2 = \frac{\ln 2 N_A m_2 \Delta t}{T_2 A_2}, \quad \Delta N_3 = \frac{\ln 2 N_A m_3 \Delta t}{T_3 A_3},$$

где N_A — постоянная Авогадро, T_i — период полураспада изотопа (индекс 1/2 у T опущен), A_i — его молярная масса. Отсюда искомое отношение для каждого из изотопов будет равно

$$z_i = \frac{\Delta N_i}{\Delta N_1 + \Delta N_2 + \Delta N_3} = \frac{m_i / (A_i T_i)}{m_1 / (A_1 T_1) + m_2 / (A_2 T_2) + m_3 / (A_3 T_3)}$$

Подставляя числовые данные, нетрудно убедиться, что вся радиоактивность природного урана обусловлена изотопом ^{238}U , радиоактивность же изотопов ^{235}U и ^{234}U исчезающе мала.

21.12. $v = 1.52 \cdot 10^7 \text{ м/с}$. Полная энергия W , выделяющаяся при вылете α -частицы, равна сумме кинетической энергии α -частицы W_1 и кинетической энергии W_2 остаточного ядра:

$$W = W_1 + W_2. \quad (1)$$

Кроме того, имеет место закон сохранения импульса. Так как до распада импульс системы был равен нулю, то после распада

$$m_1 v_1 = m_2 v_2. \quad (2)$$

Из (2) нетрудно получить

$$(m_1 v_1)^2 = \frac{m_1 v_1^2 m_1}{2} = W_1 2m_1 = (m_2 v_2)^2 = \frac{m_2 v_2^2}{2} 2m_2 = 2m_2 W_2.$$

Тогда из (1) имеем

$$W = W_1 + \frac{2m_1 W_1}{2m_2} = W_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) = W_1 \frac{m_2 + m_1}{m_2} = 4.87 \text{ МэВ}.$$

21.13. а) $Q = 0.12 \text{ кДж}$; б) $Q = 16 \text{ кДж}$.

21.14. $Q_p = 5.2 \cdot 10^{12} \text{ Дж/моль}$.

21.15. $\alpha = 2.8 \cdot 10^8 \text{ Бк}$.

21.16. $N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$.

21.17. $18.5 \cdot 10^{10} \text{ Бк}$.

21.18. $t = 12.6 \text{ сут}$. На рис. 183 дан характер зависимости $N/N' = f(t)$.

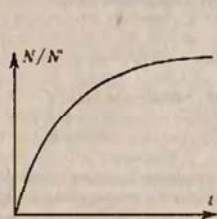


Рис. 183

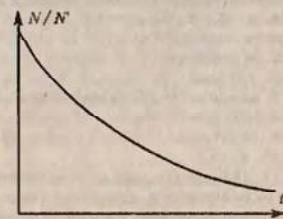


Рис. 184

21.19. На рис. 181 дан характер зависимости $N/N' = f(t)$. Период полураспада найдется как абсцисса $\frac{1}{2}$ -ой точки кривой, ордината которой равна 0,5. Для нашего случая из кривой $N/N' = f(t)$, начерченной с нанесенным масштабом, можно найти $T_{1/2} = 3,8 \text{ сут}$.

21.20. $T_{1/2} \approx 4 \text{ ч}$.

21.21. $N_2(t) = \frac{N_0 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$.

21.22. Имеем

$$N_{\text{св}} = N_{\text{ур}} \left[1 - \exp\left(-\frac{0,693t}{T_{\text{ур}}}\right) \right], \quad \frac{m_{\text{св}}}{A_{\text{св}}} = \frac{m_{\text{ур}}}{A_{\text{ур}}} \left[1 - \exp\left(-\frac{0,693t}{T_{\text{ур}}}\right) \right],$$

где A_i — молярная масса изотопа (индекс 1/2 у T_i опущен). Отсюда $t = 3 \cdot 10^6$ лет.

21.23. $N = 2.8 \cdot 10^6$.

21.26. 63,2%.

21.24. $m = 7 \cdot 10^3 \text{ кг}$.

21.27. $\alpha = 1,67 \cdot 10^8 \text{ Бк}$.

21.25. $I = 1,1 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$.

21.28. $a_m = 5,25 \cdot 10^{15} \text{ Бк/кг}$.

21.29. До смешения удельная активность изотопа

$$a_{m1} = \frac{\Delta N}{m_1 \Delta t} = \frac{\lambda N}{m_1} = \frac{\ln 2 N_A m_1}{T A_1 m_1} = \frac{\ln 2 N_A}{T A_1} \quad (1)$$

после смешения

$$a_{m2} = \frac{\Delta N}{(m_1 + m_2) \Delta t} = \frac{\ln 2 N_A m_1}{T A_1 (m_1 + m_2)}, \quad (2)$$

где A_1 — молярная масса радиоактивного изотопа (индекс 1/2 у T опущен). Из (1) и (2) получим

$$a_m = \frac{\ln 2 N_A}{T A_1} \left(1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) = \frac{\ln 2 N_A m_2}{T A_1 (m_1 + m_2)} = 4,9 \cdot 10^{17} \text{ Бк/кг}.$$

21.30. $m_2 = 11 \text{ мг}$.

21.33. ^{235}U .

21.31. ^{210}Po .

21.34. ^4He .

21.32. ^{225}Ra .

21.35. ^{133}Cs .

21.36. а) $v = 1,92 \cdot 10^7 \text{ м/с}$; б) $W = 7,83 \text{ МэВ}$ (см. решение 21.12);

в) $N = 2,26 \cdot 10^{15}$; г) $I_n = 1,33 \cdot 10^{-9} \text{ А}$.

§ 22. Ядерные реакции

22.1. а) 12 протонов и 12 нейтронов; б) 12 протонов и 13 нейтронов;

в) 12 протонов и 14 нейтронов.

22.2. Имеем $\Delta m = Z m_{\text{H}} + (A - Z) m_n - m_A$. У нас (см. Прил. XXVIII)

$$\Delta m = (3 \cdot 1,00783 + 4 \cdot 1,00867 - 7,01600) \text{ а. е. м.} = 0,04217 \text{ а. е. м.}$$

Так как массе 1 а. е. м. соответствует энергия 931 МэВ (см. задачу 17.20), то окончательно энергия связи ядра ^7Li будет равна $W = 0,04217 \cdot 931 \text{ МэВ} = 39,3 \text{ МэВ}$. Эту энергию надо затратить, чтобы расщепить ядро ^7Li на нуклоны.

22.3. $W = 28,3 \text{ МэВ}$.

22.4. $W = 225 \text{ МэВ}$.

22.5. а) $W = 8,9$ МэВ; б) $W = 7,7$ МэВ.

Ядро ${}^3\text{H}$ более устойчиво, чем ядро ${}^3\text{He}$.

22.6. $W_0 = 7,97$ МэВ

22.7. $W = 2,2$ МэВ.

22.8. а) $W = 5,6$ МэВ; б) $W = 7,5$ МэВ; в) $W = 8,35$ МэВ; г) $W = 8,55$ МэВ.

а) $W = 8,75$ МэВ; е) $W = 8,5$ МэВ; ж) $W = 7,9$ МэВ; з) $W = 7,6$ МэВ.

22.9. Имеем $Q = c^2(\sum m_1 - \sum m_2)$. Сумма масс исходных частиц

$$\sum m_1 = (7,01600 + 1,00783) \text{ а. е. м.} = 8,02383 \text{ а. е. м.}$$

Сумма масс образующихся частиц

$$\sum m_2 = (4,00260 + 4,00260) \text{ а. е. м.} = 8,00520 \text{ а. е. м.}$$

Таким образом, дефект масс $\Delta m = 0,01863$ а. е. м. Следовательно, при реакции выделяется энергия $Q = 0,01863 \cdot 931 \text{ МэВ} = 17,3 \text{ МэВ}$.

22.10. $Q = 1,18$ МэВ.

22.11. а) $Q = 4,04$ МэВ; б) $Q = 3,25$ МэВ.

22.12. а) $Q = 18,3$ МэВ; б) $Q = 22,4$ МэВ; в) $Q = 4,02$ МэВ.

22.13. $M = 570$ т.

22.17. $\Delta E = \frac{Q}{4} = 5,95$ МэВ.

22.15. $Q = 15$ МэВ.

22.18. $n_{\alpha} = 1,1 \cdot 10^{23}$ Бк/кг.

22.16. $W = 15$ МВт.

22.19. $T_{1/2} = 15$ ч.

22.20. $Q_1 = 5,35 \cdot 10^{22}$ МэВ; $Q_2 = 3,6 \cdot 10^{29}$ МэВ. Таким образом, $Q_2/Q_1 = 7 \cdot 10^6$, т. е., чтобы осуществить это превращение, надо затратить энергии приблизительно в 7 млн. раз больше, чем выделяется при этой реакции.

22.21. $m = 6,015$ а. е. м.

22.22. В результате проведенного цикла четыре ядра водорода превращаются в одно ядро гелия. Углерод, действуя как химический катализатор, может использоваться снова. Нетрудно найти, что в результате этого цикла освобождается энергия $4,3 \cdot 10^{-12}$ Дж. С другой стороны, зная солнечную постоянную и расстояние от Земли до Солнца, найдем, что Солнце излучает в единицу времени энергию $Q_{\text{Сл}} = 3,8 \cdot 10^{26}$ Дж/с. Если превращение четырех атомов водорода дает энергию $4,3 \cdot 10^{-12}$ Дж, то для излучения энергии $Q_{\text{Сл}} = 3,8 \cdot 10^{26}$ Дж/с необходимо расходовать в единицу времени массу водорода $m = 5,9 \cdot 10^{11}$ кг/с. Так как масса Солнца $m_{\text{С}} = 2 \cdot 10^{30}$ кг, то запас водорода в солнечном веществе $m = 2 \cdot 10^{30} \cdot 0,35$ кг $= 7 \cdot 10^{29}$ кг. Следовательно, данного запаса водорода хватит на время $t = 4 \cdot 10^{10}$ лет.

22.23. $m = 1,00867$ а. е. м.

22.25. По определению

$$k_1 = N_1/N_2, \quad (1)$$

где N_1 — число происшедших актов ядерного превращения за некоторый промежуток времени и N_2 — число частиц, бомбардируемых мишенью за этот промежуток времени. С другой стороны, так как активность изотопа определяется числом распадов в единицу времени ($a_1 = \lambda N_1$), то

$$k_2 = \lambda \frac{N_1}{N_2} = \frac{\ln 2 N_1}{T_{1/2} N_2}, \quad (2)$$

где $T_{1/2}$ — период полураспада образующегося радиоактивного изотопа. Таким образом, из (1) и (2) получим

$$k_2 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} k_1.$$

22.26. $k_1 = 1/500$, т. е. только один протон из 500 вызывает реакцию.

22.27. $k_1 = 1,2 \cdot 10^{-3}$.

22.28. Непосредственно после изготовления источник дает в единицу времени число распадов $a_1 = (\Delta N/\Delta t)_1 = \lambda N_1$; спустя время t число распадов в единицу времени $a_2 = (\Delta N/\Delta t)_2 = \lambda N_2$, где $N_2 = N_1 e^{-\lambda t}$. Отсюда, учитывая, что только одна α -частица из $n = 4000$ вызывает реакцию, находим число атомов радона, введенного в источник:

$$N' = n N_1 = n N_2 e^{\lambda t}.$$

Тогда масса радона

$$m = \frac{N'}{N_A} = \frac{\mu}{N_A} n N_2 e^{\lambda t} = \frac{\mu n e^{\lambda t} a_2}{N_A \lambda} = 2,1 \cdot 10^{-9} \text{ кг.}$$

22.29. $a_2 = 9,3 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$.

22.30. $Q = 6,9$ МэВ; $k_2 = 5,77 \cdot 10^{-12}$ Бк.

22.31. Обозначим (рис. 185) m_1 , m_2 и m_3 — массы бомбардирующей α -частицы, протона и ядра отдачи (в нашем случае ядра кислорода); W_1 , W_2 и W_3 — их кинетические энергии. Если ядро азота (m) неподвижно, то закон сохранения энергии запишется так:

$$W_1 + Q = W_2 + W_3, \quad (1)$$

где Q — энергия реакции. Закон сохранения импульса в векторной форме имеет вид

$$p_1 = p_2 + p_3. \quad (2)$$

Из (2) имеем для импульсов (рис. 185)

$$p_3^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1 p_2 \cos \varphi. \quad (3)$$

Так как

$$p^2 = (mv)^2 = \frac{mv^2}{2} \cdot 2m = 2mW, \quad (4)$$

то уравнение (3) примет вид

$$2m_3 W_3 = 2m_1 W_1 + 2m_2 W_2 - 2 \cos \varphi \sqrt{2m_1 W_1 \cdot 2m_2 W_2},$$

или

$$W_3 = \frac{m_1}{m_3} W_1 + \frac{m_2}{m_3} W_2 - \frac{2 \cos \varphi}{m_3} \sqrt{m_1 m_2 W_1 W_2}. \quad (5)$$

Исключая из (1) и (5) энергию W_3 , получим формулу, связывающую кинетическую энергию бомбардирующей α -частицы с кинетической энергией протонов:

$$W_1 \left(\frac{m_3 - m_1}{m_3} \right) + Q = W_2 \left(\frac{m_2 + m_3}{m_3} \right) - \frac{2 \cos \varphi}{m_3} \sqrt{m_1 m_2 W_1 W_2}. \quad (6)$$

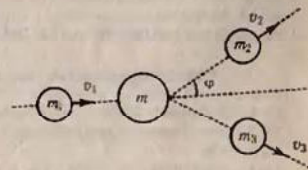


Рис. 185

Здесь $Q = -1,18 \text{ МэВ}$. Решая (6) относительно $\cos \varphi$ и подставляя числовые данные, найдем

$$\cos \varphi = \frac{m_2 + m_3}{2} \sqrt{\frac{W_2}{m_1 m_2 W_1}} - \frac{m_4 - m_1}{2} \sqrt{\frac{W_1}{m_1 m_2 W_2}} - \frac{m_3 Q}{2\sqrt{m_1 m_2 W_1 W_2}} = 0,849, \quad \text{или} \quad \varphi = 32^\circ.$$

22.32. $W_2 = 11,3 \text{ МэВ}$; $\varphi \approx 90^\circ$.

22.33. $Q = -0,78 \text{ МэВ}$ — реакция идет с поглощением энергии; $W = |Q| \times (m_1 + m_2)/m_1 = 1,01 \text{ МэВ}$, где m_1 — масса покоящегося ядра и m_2 — масса бомбардирующей частицы.

22.34. $W = 1,52 \text{ МэВ}$.

22.35. $E_n = \frac{11}{7} |Q| = 4,39 \text{ МэВ}$, где Q — энергия реакции.

22.36. $E = 2,78 \text{ МэВ} < E_{\text{пор}} = 4,4 \text{ МэВ}$, поэтому не возбуждет.

22.37. $Q = 2,8 \text{ МэВ}$; $v = 9,3 \cdot 10^6 \text{ м/с}$; $W = 1,8 \text{ МэВ}$.

22.38. $W_1 = 1 \text{ МэВ}$.

22.39. $h\nu = 2,2 \text{ МэВ}$.

22.40. $h\nu = 16,6 \text{ МэВ}$.

22.41. $W = 2,3 \cdot 10^4 \text{ кВт} \cdot \text{ч}$.

22.42. $m = 31 \text{ г}$.

22.43. $Q = 17,6 \text{ МэВ}$; $W = 11,8 \cdot 10^4 \text{ кВт} \cdot \text{ч}$.

§ 23. Элементарные частицы. Ускорители частиц

23.1. а) $N = 2,2 \cdot 10^{10}$; б) $N = 1,1 \cdot 10^{16}$.

23.2. $m = 12 \text{ а.е.м.}$ (графит).

23.3. 92%

23.4. а) $\approx 100\%$; б) 1,9%, т.е. в слое свинца нейтроны тормозятся значительно слабее, чем в соответствующем слое вещества, содержащего водород (например, парафина).

23.5. Направление скорости v нейтрона, налетающего на неподвижный протон, является биссектрисой прямого угла, под которым разлетаются частицы. При этом скорости этих частиц одинаковы и равны $v' = v\sqrt{2}/2$. Следовательно, энергия разделяется в среднем поровну между нейтроном и протоном.

23.6. При каждом столкновении кинетическая энергия нейтрона уменьшается наполовину (см. решение 23.5). Следовательно, после n столкновений энергия нейтрона будет $W = (1/2)^n W_0$. Отсюда $n \lg 2 = \lg(W_0/W) = \lg(2 \cdot 10^7)$ и $n = \lg(2 \cdot 10^7) / \lg 2 = 24$.

23.7. $q = 2e = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.

23.8. $v = \frac{E}{\mu_0 I \frac{2\pi a}{\alpha}} = 10^6 \text{ м/с}$.

23.9. $m = 1,23 \cdot 10^{-30} \text{ кг}$; $v = 2,02 \cdot 10^8 \text{ м/с}$; $W = 1,8 \cdot 10^8 \text{ эВ}$; $\epsilon/m = 1,3 \times 10^{11} \text{ Кл/кг}$; $v' = 2,52 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

23.10. По условию $W/W_0 = 1/\sqrt{1-\beta^2} = 30$, откуда $v = 2,998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$. Время жизни движущегося мезона по лабораторным часам $\tau = \tau_0/\sqrt{1-\beta^2} = 80\tau_0$. За это время мезон пройдет расстояние $l = v\tau = v \cdot 30\tau_0 \approx 18 \text{ км}$.

23.11. В 8 раз

23.12. $W = 0,51 \text{ МэВ}$; $\lambda = 2,4 \text{ пм}$.

23.13. Если фотон с энергией $h\nu$ превращается в пару частиц, то по закону сохранения энергии

$$h\nu = 2m_0c^2 + W_1 + W_2,$$

где m_0c^2 — энергия покоя каждой частицы, W_1 и W_2 — кинетические энергии частиц в момент их возникновения. У нас $m_0c^2 = 0,51 \text{ МэВ}$; следовательно, $2m_0c^2 = 1,02 \text{ МэВ}$. Тогда $W_1 + W_2 = (2,62 - 1,02) \text{ МэВ} = 1,60 \text{ МэВ}$.

23.14. Сила Лоренца $F_{\text{лор}} = mv^2/R$, откуда $B = mv/qR$. Согласно теории относительности импульс частицы $p = \gamma m_0 v$ связан с ее кинетической энергией W соотношением

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{W(W + 2m_0c^2)},$$

где m_0 — масса покоя частицы. Отсюда

$$B = \frac{1}{cqR} \sqrt{W(W + 2m_0c^2)}. \quad (1)$$

Нетрудно показать (см. решение 23.13), что кинетическая энергия каждой частицы $W = 2,34 \text{ МэВ}$. Подставив в (1) числовые данные, получим $B = 0,31 \text{ Тл}$.

23.15. $h\nu = 67,5 \text{ МэВ}$.

23.16. $h\nu = 940 \text{ МэВ}$.

23.17. $m_0(\pi) = 273m_0$, где m_0 — масса покоя электрона; $v = 2,48 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

23.18. $v = Bq/2\pi m$; $v_1 = 9,7 \text{ МГц}$; $v_2 = 19,4 \text{ МГц}$; $v_3 = 9,7 \text{ МГц}$.

23.19. $W = 2\pi^2 m v^2 R^2$; $W_1 = 13,8 \text{ МэВ}$; $W_2 = 6,9 \text{ МэВ}$; $W_3 = 27,6 \text{ МэВ}$.

23.20. $B = 0,9 \text{ Тл}$; $W = 4,8 \text{ МэВ}$.

23.21. а) $B = 1,8 \text{ Тл}$, $W = 9,6 \text{ МэВ}$; б) $B = 1,8 \text{ Тл}$, $W = 19,2 \text{ МэВ}$.

23.22. Масса $m = 1 \text{ г}$ радия испускает в единицу времени число α -частиц $n_1 = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$. Ток $I = 15 \text{ мкА}$ соответствует потоку α -частиц $n_2 = 4,7 \times 10^{13} \text{ с}^{-1}$. Таким образом, данный циклотрон продуктивное массой $m = 1 \text{ г}$ радия более чем в тысячу раз.

23.23. $U = R^2 B^2 q / 2m = 12 \text{ МВ}$.

23.24. $f = \frac{e}{\pi R} \sqrt{\frac{2W}{m}} = 9 \text{ МГц}$.

23.25. Для дейтронов и α -частиц $B = 1,3 \text{ Тл}$; для протонов $B = 0,65 \text{ Тл}$. Для дейтронов, протонов и α -частиц $v = 3,13 \cdot 10^7 \text{ м/с}$. Для дейтронов $W = 10,2 \text{ МэВ}$; для протонов $W = 5,1 \text{ МэВ}$; для α -частиц $W = 20,4 \text{ МэВ}$.

При каждом полном обороте заряженная частица проходит дважды пространство между дуантами и, следовательно, дважды получит добавочный импульс. Поэтому при n оборотах заряженная частица приобретает энергию, эквивалентную ускоряющему потенциалу $U' = 2nU$, где U — разность потенциалов, приложенная между дуантами. Отсюда $n = U'/2U$. Для дейтронов и α -частиц $n = 68$; для протонов $n = 34$.

23.26. 14,5 см.

23.27. $m/m_0 = 1,1$; $\beta = v/c = 0,44$ и $v = 1,32 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

23.28. $B = 2\pi m_0 v_0 / q = 2\pi m v / q = 1,62 \text{ Тл}$. Так как $v_0/v = m/m_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$,

$$W = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) = \frac{m_0 c^2 (v_0 - v)}{v} = 300 \text{ МэВ}.$$

23.29. а) $T/T_0 = 1,7$; б) $T/T_0 = 1,9$.

ПРИЛОЖЕНИЯ

I. Основные единицы системы СИ

Величина	Единица	
	наименование	обозначение
Длина	метр	м
Масса	килограмм	кг
Время	секунда	с
Сила электрического тока	ампер	А
Термодинамическая температура	кельвин	К
Сила света	кандела	кд
Количество вещества	моль	моль
Плоский угол	радиан	рад
Телесный угол	стерадиан	ср

Приставки

Приставка	Числовое значение	Обозначение	Приставка	Числовое значение	Обозначение
Анто	10^{-18}	а	Дека	10^1	да
Фемто	10^{-15}	ф	Гекто	10^2	г
Пико	10^{-12}	п	Кило	10^3	к
Нано	10^{-9}	н	Мега	10^6	М
Микро	10^{-6}	мк	Гига	10^9	Г
Милли	10^{-3}	м	Тера	10^{12}	Т
Санги	10^{-2}	с	Пега	10^{15}	П
Деци	10^{-1}	д	Экса	10^{18}	Э

В таблице приведены приставки, служащие для образования кратных и дольных единиц системы СИ. Эти приставки можно присоединять только к простым наименованиям (метр, грамм и т. д.). Не допускается, например, присоединять какую-либо приставку к наименованию «килограмм», уже содержащему приставку «кило». Из этих же соображений единицу масса $m = 10^9 \text{ кг} = 10^{12} \text{ г}$ следует называть «тераграммом» (Тг).

II. Единицы механических величин

Производные единицы в СИ:

Величина	Единица		
	определение	наименование	обозначение
Площадь	$S = l^2$	квадратный метр	м^2
Объем	$V = l^3$	кубический метр	м^3
Скорость	$v = \Delta l / \Delta t$	метр в секунду	$\text{м}/\text{с}$
Ускорение	$a = \Delta v / \Delta t$	метр на секунду в квадрате	$\text{м}/\text{с}^2$
Угловая скорость	$\omega = \Delta \varphi / \Delta t$	радиан в секунду	$\text{рад}/\text{с}$
Угловое ускорение	$\epsilon = \Delta \omega / \Delta t$	радиан на секунду в квадрате	$\text{рад}/\text{с}^2$
Частота периодического процесса	$\nu = T^{-1}$	герц	Гц
Частота вращения	$n = T^{-1}$	секунда в минус первой степени	с^{-1}
Плотность	$\rho = m/V$	килограмм на кубический метр	$\text{кг}/\text{м}^3$
Массовый расход	$m_t = m/t$	килограмм в секунду	$\text{кг}/\text{с}$
Объемный расход	$V_t = V/t$	кубический метр в секунду	$\text{м}^3/\text{с}$
Сила	$F = ma$	ньютон	Н
Давление	$P = F/S$	паскаль	Па
Жесткость	$k = F/l$	ньютон на метр	$\text{Н}/\text{м}$
Импульс	$p = m\Delta v$	килограмм-метр в секунду	$\text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}$
Импульс силы	$p = F\Delta t$	ньютон-секунда	$\text{Н} \cdot \text{с}$
Момент силы	$M = Fl$	ньютон-метр	$\text{Н} \cdot \text{м}$
Момент импульса	$L = M\Delta t$	килограмм-метр в квадрате в секунду	$\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$
Момент инерции	$J = mr^2$	килограмм-метр в квадрате	$\text{кг} \cdot \text{м}^2$
Работа; энергия	$A = Fl$	джоуль	Дж
Мощность	$N = \Delta A / \Delta t$	ватт	Вт
Динамическая вязкость	$\eta = \frac{F}{S} \frac{\Delta l}{\Delta v}$	паскаль-секунда	$\text{Па} \cdot \text{с}$
Кинематическая вязкость	$\nu = \eta/\rho$	квадратный метр в секунду	$\text{м}^2/\text{с}$

Внесистемные единицы и коэффициенты пересчета:

Величина	Единица и ее связь с единицами СИ
Длина	1 Å = 10 ⁻¹⁰ м
	1 л. с. = 1,49598 · 10 ¹¹ м
	1 св. год = 9,4605 · 10 ¹⁵ м
	1 нк = 3,0857 · 10 ¹⁶ м
Масса	1 т = 10 ³ кг
	1 а. е. м. = 1,6605655 · 10 ⁻²⁷ кг
	1 мин = 60 с
	1 ч = 3600 с
Время	1 сут = 86 400 с
	1° = (π/180) рад
	1' = (π/108) · 10 ⁻² рад
	1'' = (π/648) · 10 ⁻³ рад
Плоский угол	1 об = 2π рад
	1 га = 10 ⁴ м ²
	1 л = 10 ⁻³ м ³
	1 дин = 10 ⁻⁵ Н
Площадь	1 кгс = 9,81 Н
	1 дин/см ² = 0,1 Па
	1 кгс/м ² = 9,81 Па
	1 ат = 1 кгс/см ² = 0,981 · 10 ⁵ Па
Объем	1 мм рт. ст. (Торр) = 133,0 Па
	1 атм = 760 мм рт. ст. = 1,013 · 10 ⁵ Па
	1 бар = 10 ⁵ Па
	1 дин/см = 10 ⁻³ Н/м
Сила	1 дин · с = 10 ⁻⁵ Н · с
	1 дин · см = 10 ⁻⁷ Н · м
	1 эрг = 10 ⁻⁷ Дж
	1 кгс · м = 9,81 Дж
Давление	1 Вт · ч = 3,6 · 10 ³ Дж
	1 эВ = 1,6021892 · 10 ⁻¹⁹ Дж
	1 кал = 4,19 Дж
	1 эрг/с = 10 ⁻⁷ Вт
Жесткость	1 л. с. = 75 кгс · м/с = 735,5 Вт
	1 П = 0,1 Па · с
	1 Ст = 10 ⁻⁴ м ² /с
	1 динамическая вязкость
Импульс силы	
Момент силы	
Работа; энергия	
Мощность	
Динамическая вязкость	
Кинематическая вязкость	

III. Единицы тепловых величин

Производные единицы в СИ:

Величина	Единица		
	определение	наименование	обозначение
Количество теплоты	$Q = A = W$	джоуль	Дж
Теплоемкость системы	$C = Q/\Delta T$	джоуль на кельвин	Дж/К
Энтропия системы	$S = \Delta Q/T$	джоуль на кельвин	Дж/К
Удельная теплоемкость	$c = Q/m\Delta T$	джоуль на килограмм-кельвин	Дж/(кг · К)
Удельная энтропия	$s = S/m$	джоуль на килограмм-кельвин	Дж/(кг · К)
Удельная теплота фазового превращения	$q = Q/m$	джоуль на килограмм	Дж/кг
Температурный градиент	$grad T = \Delta T/\Delta l$	кельвин на метр	К/м
Тепловой поток	$\Phi = \Delta Q/\Delta t$	ватт	Вт
Плотность теплового потока	$q = \Phi/S$	ватт на квадратный метр	Вт/м ²
Теплопроводность	$\lambda = \frac{Q}{\Delta t S \Delta T/\Delta l}$	ватт на метр-кельвин	Вт/(м · К)
Температуропроводность	$a = \lambda/c\rho$	квадратный метр в секунду	м ² /с
Коэффициент теплообмена	$\alpha = \Phi/S\Delta T$	ватт на квадратный метр-кельвин	Вт/(м ² · К)

Внесистемные единицы и коэффициенты пересчета:

Величина	Единица и ее связь с единицами СИ
Количество теплоты	1 кал = 4,19 Дж
Теплоемкость системы; энтропия системы	1 кал/К = 4,19 Дж/К
Удельная теплоемкость, удельная энтропия	1 кал/(г · К) = 4,19 · 10 ³ Дж/(кг · К)
Удельная теплота фазового превращения	1 кал/г = 4,19 · 10 ³ Дж/кг
Тепловой поток	1 кал/с = 4,19 Вт
Плотность теплового потока	1 кал/(с · см ²) = 4,19 · 10 ⁴ Вт/м ²
Теплопроводность	1 кал/(с · см · К) = 4,19 · 10 ² Вт/(м · К)

IV. Единицы электрических и магнитных величин

Производные единицы в СИ:

Величина	Единица		
	определение	наименование	обозначение
Количество электричества (электрический заряд)	$q = It$	кулон	Кл
Поворот электрического смещения	$N_D = \sum q$	кулон	Кл
Линейная плотность электрического заряда	$\tau = q/l$	кулон на метр	Кл/м
Поверхностная плотность электрического заряда	$\sigma = q/S$	кулон на квадратный метр	Кл/м ²
Электрическое смещение	$D = \sigma$	кулон на квадратный метр	Кл/м ²
Объемная плотность электрического заряда	$\delta = q/V$	кулон на кубический метр	Кл/м ³
Разность потенциалов; электродвижущая сила	$U = A/q$	вольт	В
Напряженность электрического поля	$E = U/l$	вольт на метр	В/м
Электрическое сопротивление	$R = U/I$	ом	Ом
Электрическая проводимость	$G = 1/R$	сименс	См
Удельное электрическое сопротивление	$\rho = RS/l$	ом-метр	Ом · м
Удельная электрическая проводимость	$\sigma = 1/\rho$	сименс на метр	См/м
Электрическая емкость	$C = q/U$	фарад	Ф
Плотность тока	$j = I/S$	ампер на квадратный метр	А/м ²
Магнитный поток	$ d\Phi = \mathcal{E} dt$	вебер	Вб
Магнитная индукция	$B = \Phi/S$	тесла	Тл
Индуктивность	$ L = \frac{\mathcal{E}}{dI/dt}$	генри	Гн
Напряженность магнитного поля	$H = I/2\pi r$	ампер на метр	А/м
Магнитный момент	$p = IS$	ампер-квадратный метр	А · м ²

Единицы системы СГС и коэффициенты пересчета:

Величина	Единица и ее связь с единицами СИ
Ток	$1 \text{ СГС}_I = \frac{10}{c} \text{ А} = \frac{1}{3} \cdot 10^{-9} \text{ А}$
Количество электричества	$1 \text{ СГС}_q = \frac{10}{c} \text{ Кл} = \frac{1}{3} \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$
Поток электрического смещения	$1 \text{ СГС}_{N_D} = \frac{10}{4\pi c} \text{ Кл} = \frac{1}{4\pi \cdot 3} \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$
Электрическое смещение	$1 \text{ СГС}_D = \frac{10^5}{4\pi c} \text{ Кл/м}^2 = \frac{1}{4\pi \cdot 3} \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2$
Поверхностная плотность электрического заряда	$1 \text{ СГС}_\sigma = 1 \text{ СГС}_q/\text{см}^2 = \frac{10^5}{c} \text{ Кл/м}^2 = \frac{1}{3} \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2$
Разность потенциалов; электродвижущая сила	$1 \text{ СГС}_U = c \cdot 10^{-8} \text{ В} = 3 \cdot 10^2 \text{ В}$
Напряженность электрического поля	$1 \text{ СГС}_E = c \cdot 10^{-6} \text{ В/м} = 3 \cdot 10^4 \text{ В/м}$
Электрическое сопротивление	$1 \text{ СГС}_R = c^2 \cdot 10^{-9} \text{ Ом} = 9 \cdot 10^{11} \text{ Ом}$
Удельное электрическое сопротивление	$1 \text{ СГС}_\rho = c^2 \cdot 10^{-11} \text{ Ом} \cdot \text{м} = 9 \cdot 10^3 \text{ Ом} \cdot \text{м}$
Электрическая емкость	$1 \text{ СГС}_C = \frac{1}{c^2} \cdot 10^9 \text{ Ф} = \frac{1}{9} \cdot 10^{-11} \text{ Ф}$
Плотность тока	$1 \text{ СГС}_j = \frac{10^5}{c} \text{ А/м}^2 = \frac{1}{3} \cdot 10^{-5} \text{ А/м}^2$
Магнитный поток	$1 \text{ СГС}_\Phi = 1 \text{ Мкс} = 10^{-8} \text{ Вб}$
Магнитная индукция	$1 \text{ СГС}_B = 1 \text{ Гс} = 10^{-4} \text{ Тл}$
Индуктивность	$1 \text{ СГС}_L = 1 \text{ см} = 10^{-9} \text{ Гн}$
Напряженность магнитного поля	$1 \text{ СГС}_H = 1 \text{ Э} = \frac{1}{4\pi} \cdot 10^3 \text{ А/м}$

Примечание. В этой таблице числовое значение скорости света в вакууме выражено в сантиметрах в секунду, т. е. $c = 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}$.

V. Единицы акустических величин

Производные единицы в СИ:

Величина	Единица		
	определение	наименование	обозначение
Звуковое давление	$p = F/S$	паскаль	Па
Плотность звуковой энергии	$w = W/V$	джоуль на кубический метр	Дж/м ³
Звуковая мощность	$P = W/t$	ватт	Вт
Интенсивность звука	$I = W/St$	ватт на квадратный метр	Вт/м ²

Единицы системы СГС и коэффициенты пересчета:

Величина	Единица и ее связь с единицами СИ
Звуковое давление	1 дин/см ² = 0,1 Па
Плотность звуковой энергии	1 эрг/см ³ = 0,1 Дж/м ³
Звуковая мощность	1 эрг/с = 10 ⁻⁷ Вт
Интенсивность звука	1 эрг/(с · см ²) = 10 ⁻³ Вт/м ²

Внесистемные единицы:

Величина	Единица		
	наименование	обозначение	определение
Уровень звукового давления	децибел	дБ	Децибел — уровень звукового давления, двадцать десятичных логарифмов отношения которого к условному порогу давления, равному 2 · 10 ⁻⁵ Па, равны единице
Уровень громкости звука	фон	фон	Фон — уровень громкости звука, для которого уровень звукового давления равногромкого с ним звука частоты 10 ³ Гц, равен 1 дБ

VI. Единицы световых величин

Величина	Единица		
	определение	наименование	обозначение
Световой поток	$d\Phi = I d\omega$	люмен	лм
Световая энергия	$dW = \Phi dt$	люмен-секунда	лм · с
Ослепленность	$E = d\Phi/dS$	люкс	лк
Светимость	$R = d\Phi/dS$	люмен на квадратный метр	лм/м ²
Яркость	$B = dI/dS \cos \theta$	кандела на квадратный метр	кд/м ²
Световая экспозиция	$dH_s = E dt$	люкс-секунда	лк · с

VII. Единицы радиоактивности и ионизирующих излучений

Производные единицы в СИ:

Величина	Единица		
	определение	наименование	обозначение
Активность источника в радиоактивном источнике	$a = dN/dt$	беккерель	Бк
Интенсивность излучения	$J = W/S$	ватт на квадратный метр	Вт/м ²
Поглощенная доза излучения	$D_n = W/m$	грей	Гр
Мощность поглощенной дозы излучения	$P_n = D_n/t$	грей в секунду	Гр/с
Экспозиционная доза рентгеновского и гамма-излучений	$D_x = q/m$	кулон на килограмм	Кл/кг
Мощность экспозиционной дозы рентгеновского и гамма-излучений	$P_x = D_x/t$	ампер на килограмм	А/кг

Внесистемные единицы:

Величина	Единица и ее связь с единицами СИ
Активность изотопа в радиоактивном источнике	1 Ки = $3,7 \cdot 10^{10}$ Бк
Поглощенная доза излучения	1 рад = 10^{-2} Гр
Экспозиционная доза рентгеновского и гамма-излучений	1 Р = $2,57976 \cdot 10^{-4}$ Кл/кг

Примечание. Единицу экспозиционной дозы рентгеновского и гамма-излучений кулон на килограмм, а также внесистемную единицу рентген можно применять для излучений с энергией квантов, не превышающей $5 \cdot 10^{-13}$ Дж (приблизительно 3 МэВ).

VIII. Связь между рационализированными и нерационализированными уравнениями электромагнитного поля

Уравнения электромагнитного поля в рационализованной форме можно получить из уравнений в нерационализованной форме следующими преобразованиями:

1. Диэлектрическая проницаемость ϵ , входящая в нерационализованные уравнения, заменяется величиной

$$4\pi\epsilon' = 4\pi\epsilon_0\epsilon,$$

где ϵ_0 — диэлектрическая постоянная, ϵ — относительная диэлектрическая проницаемость среды.

2. Магнитная проницаемость μ , входящая в нерационализованные уравнения, заменяется величиной

$$\frac{\mu'}{4\pi} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi},$$

где μ_0 — магнитная постоянная, μ — относительная магнитная проницаемость среды.

3. Электрическое смещение $D = \epsilon E$, входящее в нерационализованные уравнения, заменяется величиной

$$4\pi D = 4\pi\epsilon_0\epsilon E.$$

4. Напряженность магнитного поля $H = B/\mu$, входящая в нерационализованные уравнения, заменяется величиной

$$4\pi H = 4\pi \frac{B}{\mu_0\mu}.$$

Все уравнения, в которых отсутствуют величины ϵ , μ , D и H , имеют один и тот же вид и в нерационализованной, и в рационализованной форме.

Осуществляя указанные выше преобразования, не трудно составить таблицу, в которой сопоставлены важнейшие уравнения §§ 9 и 11 гл. III в нерационализованной и в рационализованной формах.

Учитывая предлагаемые, осуществляя указанные выше преобразования, дополнить эту таблицу не вошедшими в нее формулами §§ 9 и 11 гл. III. Нетрудно убедиться, что все уравнения, приведенные в § 10 гл. III, имеют один и тот же вид в рационализованной и нерационализованной формах.

	Нерационализованная форма (система СГС)	Рационализованная форма (система СИ)
Закон Кулона	$F = \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}$	$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$
Напряженность электрического поля	$E = \frac{F}{q}$	$E = \frac{F}{q}$
Напряженность поля точечного заряда	$E = \frac{q}{\epsilon r^2}$	$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$
Теорема Гаусса	$N_E = \frac{4\pi}{\epsilon} \sum q;$ $N_D = 4\pi \sum q$	$N_E = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q;$ $N_D = \sum q$
Напряженность поля заряженной нити	$E = \frac{2r}{\epsilon r}$	$E = \frac{r}{2\pi\epsilon_0 \epsilon r}$
Напряженность поля заряженной плоскости	$F = \frac{2\pi\sigma}{\epsilon}$	$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon}$
Напряженность поля плоского конденсатора	$E = \frac{4\pi\sigma}{\epsilon}$	$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon}$
Разность потенциалов	$U = \frac{A}{q}$	$U = \frac{A}{q}$
Потенциал поля точечного заряда	$U = \frac{A}{\epsilon r}$	$U = \frac{A}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r}$
Зависимость между напряженностью поля и потенциалом	$E = -\frac{dU}{dr}$	$E = -\frac{dU}{dr}$
То же для однородного поля	$E = -\frac{U}{d}$	$E = -\frac{U}{d}$
Зависимость между емкостью, зарядом и потенциалом проводника	$q = CU$	$q = CU$
Емкость плоского конденсатора	$C = \frac{\epsilon S}{4\pi d}$	$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{4\pi d}$
Емкость сферического конденсатора	$C = \frac{\epsilon r R}{R-r}$	$C = \frac{4\pi\epsilon_0 \epsilon r R}{R-r}$
Емкость шара	$C = \epsilon r$	$C = 4\pi\epsilon_0 \epsilon r$

Продолжение табл.

	Нерационализованная форма (система СГС)	Рационализованная форма (система СИ)
Энергия заряженного проводника	$W = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$	$W = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$
Энергия поля плоского конденсатора	$W = \frac{\epsilon SU^2}{8\pi d} = \frac{\epsilon E^2 Sd}{8\pi} = \frac{2\pi\sigma^2 Sd}{\epsilon}$	$W = \frac{\epsilon_0 \epsilon SU^2}{2\pi d} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2 Sd}{2} = \frac{\sigma^2 Sd}{2\epsilon_0 \epsilon}$
Объемная плотность энергии электрического поля	$W_0 = \frac{\epsilon E^2}{8\pi}$	$W_0 = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2}$
Сила притяжения пластин плоского конденсатора	$F = \frac{\epsilon E^2 S}{8\pi} = \frac{\epsilon \sigma U}{8\pi d} = \frac{2\pi\sigma^2 S}{\epsilon}$	$F = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2 S}{2} = \frac{\epsilon_0 \sigma U}{2d} = \frac{\sigma^2 S}{2\epsilon_0 \epsilon}$
Закон Био—Савара — Лапласа	$dH = \frac{I dl \sin \alpha}{cr^2}$	$dH = \frac{I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}$
Напряженность магнитного поля в центре кругового тока	$H = \frac{2\pi I}{cl}$	$H = \frac{I}{2R}$
Напряженность магнитного поля прямого тока	$H = \frac{2I}{ca}$	$H = \frac{I}{2\pi a}$
Напряженность магнитного поля внутри соленоида	$H = \frac{4\pi In}{c}$	$H = In$
Связь между напряженностью магнитного поля и магнитной индукцией	$B = \mu H$	$B = \mu_0 \mu H$
Плотность энергии магнитного поля	$W_0 = \frac{HB}{8\pi}$	$W_0 = \frac{HB}{2}$
Сила Ампера	$dF = \frac{BI \sin \alpha dl}{c}$	$dF = BI \sin \alpha dl$
Сила Лоренца	$F = \frac{Bqv \sin \alpha}{c}$	$F = Bqv \sin \alpha$
Сила взаимодействия параллельных токов	$F = \frac{2\mu I_1 I_2 l}{c^2 d}$	$F = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2 l}{2nd}$
Индуктивность соленоида	$L = 4\pi \mu n^2 l S$	$L = \mu_0 \mu n^2 l S$

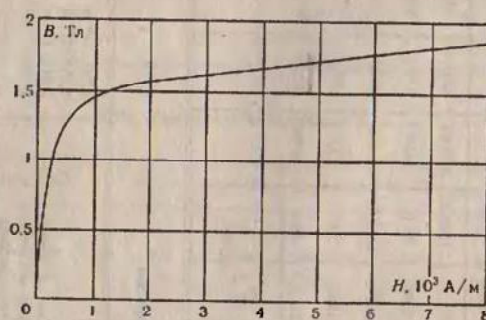
IX. График зависимости индукции B от напряженности H магнитного поля для некоторого сорта железа

Рис. 186

X. Фундаментальные физические константы

Гравитационная постоянная	$G = 6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Скорость света в вакууме	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 12,5663706144 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Постоянная Планка	$h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Масса покоя электрона	$m_e = 9,109534 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Масса покоя протона	$m_p = 1,6726485 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,6749543 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Отношение массы протона к массе электрона	$m_p/m_e = 1836,15152$
Элементарный заряд	$e = 1,6021802 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Отношение заряда электрона к его массе	$e/m_e = 1,7588047 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Атомная единица массы	$1 \text{ а. е. м.} = 1,6605655 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Постоянная Авогадро	$N_A = 6,022045 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Постоянная Фарадея	$F = 96,48456 \cdot 10^3 \text{ Кл/моль}$
Молярная газовая постоянная	$R = 8,31441 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$
Молярный объем идеального газа при нормальных условиях	$V_0 = 22,41383 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{моль}$
Постоянная Больцмана	$k = 1,380662 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$

XI. Некоторые данные о планетах Солнечной системы

	Меркурий	Венера	Земля	Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун	Плутон
Среднее расстояние от Солнца, млн. км	57,91	108,21	149,59	227,94	778,3	1429,3	2875,03	4504,4	5900
Период обращения вокруг Солнца, земной год	0,24	0,62	1,0	1,88	11,86	29,46	84,02	164,8	249,7
Экваториальный диаметр, км	4840	12 400	12 742	6780	139 760	115 100	51 000	50 000	—
Объем по отношению к объему Земли	0,055	0,92	1,0	0,150	1345	767	73,5	59,5	—
Масса по отношению к массе Земли	0,054	0,81	1,0	0,107	318,4	95,2	14,58	17,26	—
Ускорение свободного падения по отношению к ускорению на поверхности Земли ($g = 9,80665 \text{ м/с}^2$)	0,38	0,86	1,0	0,38	2,64	1,17	0,92	1,14	—

XII. Астрономические постоянные

Радиус Земли	$6,378164 \cdot 10^6 \text{ м}$	Радиус Луны	$1,737 \cdot 10^6 \text{ м}$
Средняя плотность Земли	$5,518 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$	Масса Луны	$7,35 \cdot 10^{22} \text{ кг}$
Масса Земли	$5,976 \cdot 10^{24} \text{ кг}$	Среднее расстояние до Луны	$3,844 \cdot 10^8 \text{ м}$
Радиус Солнца	$6,9699 \cdot 10^8 \text{ м}$	Среднее расстояние до Солнца (астрономическая единица)	$1,49698 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Средняя плотность Солнца	$1,41 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$	Период обращения Луны вокруг Земли	27 сут 7 ч 43 мин
Масса Солнца	$1,989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$		

XIII. Диаметры атомов и молекул

Гелий	0,20	Кислород	0,30
Водород	0,23	Азот	0,30

XIV. Критические значения T_k и p_k

Вещество	T_k , К	p_k , МПа	Вещество	T_k , К	p_k , МПа
Водяной пар	647	22,0	Азот	126	3,4
Углекислый газ	304	7,38	Водород	33	1,3
Кислород	154	5,07	Гелий	5,2	0,23
Аргон	151	4,87			

XV. Давление водяного пара, насыщающего пространство при разных температурах

t , °С	p_n , Па	t , °С	p_n , Па	t , °С	p_n , Па
-5	400	8	1070	40	7 335
0	609	9	1145	50	12 302
1	686	10	1225	60	19 817
2	704	12	1396	70	31 122
3	757	14	1596	80	47 215
4	811	16	1809	90	69 958
5	870	20	2328	100	101 060
6	932	25	3165	150	486 240
7	1025	30	4229	200	1 549 890

XVI. Удельная теплота парообразования воды при разных температурах

t , °С	0	50	100	200
r , МДж/кг	2,49	2,38	2,26	1,94

XVII. Свойства некоторых жидкостей (при 20°C)

Вещество	Плотность, 10 ³ кг/м ³	Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)	Поверхностное натяжение, Н/м
Бензол	0,88	1720	0,03
Вода	1,00	4190	0,073
Глицерин	1,20	2430	0,064
Касторовое масло	0,90	1800	0,035
Керосин	0,80	2140	0,03
Ртуть	13,60	138	0,5
Спирт	0,79	2510	0,02

XVIII. Свойства некоторых твердых тел

Вещество	Плотность, 10 ³ кг/м ³	Температура плавления, °С	Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)	Удельная теплота плавления, кДж/кг	Температурный коэффициент линейного расширения, 10 ⁻⁵ К ⁻¹
Алюминий	2,6	659	896	322	2,3
Железо	7,9	1530	500	272	1,2
Латунь	8,4	900	386	—	1,9
Лед	0,9	0	2100	335	—
Медь	8,6	1100	395	176	1,6
Олово	7,2	232	230	58,6	2,7
Платина	21,4	1770	117	113	0,89
Пробка	0,2	—	2050	—	—
Свинец	11,3	327	126	22,6	2,9
Серебро	10,5	960	231	86	1,9
Сталь	7,7	1300	460	—	1,06
Цинк	7,0	420	391	117	2,9

XIX. Свойства упругости некоторых твердых тел

Вещество	Предел прочности, МПа	Модуль Юнга, ГПа
Алюминий	110	69
Железо	294	196
Медь	245	118
Свинец	20	15,7
Серебро	290	74
Сталь	785	216

XX. Теплопроводность твердых тел, Вт/(м·К)

Алюминий	210	Песок сухой	0,325
Войлок	0,046	Пробка	0,050
Железо	58,7	Серебро	460
Кварц плавленый	1,37	Эбонит	0,174
Медь	390		

XXI. Диэлектрическая проницаемость диэлектриков

Воск	7,8	Парафин	2	Эбонит	2,6
Вода	81	Слюда	6	Парафинированная бумага	2
Керосин	2	Стекло	6		
Масло	5	Фирфор	6		

XXII. Удельное сопротивление проводников (при 0°C), мкОм·м

Алюминий	0,025	Нихром	100
Графит	0,039	Ртуть	0,91
Железо	0,087	Свинец	0,22
Медь	0,017	Сталь	0,10

XXIII. Подвижности ионов в электролитах, $10^{-6} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$

NO_3^-	6,4	Cl^-	6,8
H^+	32,6	Ag^+	5,6
K^+	6,7		

XXIV. Работа выхода электронов из металла, эВ

W	4,5	Ag	4,74
W + Cs	1,6	Li	2,4
W + Tb	2,63	Na	2,3
Pt + Cs	1,40	K	2,0
Pt	5,3	Cs	1,9

XXV. Показатели преломления некоторых веществ

Алмаз	2,42	Свергуглерод	1,63
Вода	1,33	Скипидар	1,48
Лед	1,31	Стекло	1,5—1,9

XXVI. Длина волны, определяющая границу К-серии рентгеновских лучей для различных материалов антикатодов, нм

Вольфрам	17,8	Платина	15,8
Золото	15,3	Серебро	14,4
Медь	13,8		

XXVII. Спектральные линии ртутной дуги, нм

253,7	404,7	546,1	612,8
365,0	435,8	577,0	690,8
365,5	523,5	579,1	708,2

XXVIII. Массы некоторых изотопов, а. е. м

Изотоп	Масса	Изотоп	Масса	Изотоп	Масса
^1_1H	1,00783	^9_4Be	9,01218	$^{30}_{14}\text{Si}$	29,97377
^2_1H	2,01410	$^{10}_5\text{B}$	10,01294	$^{40}_{20}\text{Ca}$	39,96257
^3_1H	3,01605	$^{12}_6\text{C}$	12,0	$^{56}_{27}\text{Co}$	55,93984
^4_2He	3,01603	$^{13}_7\text{N}$	13,00574	$^{63}_{29}\text{Cu}$	62,92960
^4_2He	4,00260	$^{14}_7\text{N}$	14,00307	$^{112}_{48}\text{Cd}$	111,90276
^6_3Li	6,01512	$^{17}_8\text{O}$	16,99913	$^{200}_{80}\text{Hg}$	199,96832
^7_3Li	7,01600	$^{23}_{12}\text{Mg}$	22,99413	$^{235}_{92}\text{U}$	235,04393
^9_4Be	7,01693	$^{24}_{12}\text{Mg}$	23,98504	$^{238}_{92}\text{U}$	238,05353
^9_4Be	8,00531	$^{27}_{13}\text{Al}$	26,98154		

XXIX. Периоды полураспада некоторых радиоактивных элементов

$^{45}_{20}\text{Ca}$	164 сут	$^{226}_{88}\text{Ra}$	1590 лет
$^{90}_{38}\text{Sr}$	28 лет	$^{235}_{92}\text{U}$	$7,1 \cdot 10^8$ лет
$^{210}_{84}\text{Po}$	138 сут	$^{238}_{92}\text{U}$	$4,5 \cdot 10^9$ лет
$^{222}_{86}\text{Rn}$	3,82 сут		

XXX. Названия, символы и атомные массы химических элементов

1	Водород	H	1,0079	32	Германий	Ge	72,59
2	Гелий	He	4,00260	33	Мышьяк	As	74,9216
3	Литий	Li	6,941	34	Селен	Se	78,96
4	Бериллий	Be	9,01218	35	Бром	Br	79,904
5	Бор	B	10,81	36	Криптон	Kr	83,80
6	Углерод	C	12,011	37	Рубидий	Rb	85,467
7	Азот	N	14,0067	38	Стронций	Sr	87,62
8	Кислород	O	15,9994	39	Иттрий	Y	88,9059
9	Фтор	F	18,998403	40	Цирконий	Zr	91,22
10	Неон	Ne	20,179	41	Ниобий	Nb	92,9064
11	Натрий	Na	22,98977	42	Молибден	Mo	95,94
12	Магний	Mg	24,305	43	Технеций	Tc	98,9062
13	Алюминий	Al	26,98154	44	Рутений	Ru	101,07
14	Кремний	Si	28,0855	45	Родий	Rh	102,9055
15	Фосфор	P	30,97376	46	Палладий	Pd	106,4
16	Сера	S	32,06	47	Серебро	Ag	107,868
17	Хлор	Cl	35,453	48	Кадмий	Cd	112,41
18	Аргон	Ar	39,948	49	Индий	In	114,82
19	Калий	K	39,0983	50	Олово	Sn	118,69
20	Кальций	Ca	40,08	51	Сурьма	Sb	121,75
21	Скандий	Sc	44,9559	52	Теллур	Te	127,60
22	Титан	Ti	47,88	53	Иод	I	126,9045
23	Ванадий	V	50,9415	54	Ксенон	Xe	131,30
24	Хром	Cr	51,996	55	Цезий	Cs	132,9054
25	Марганец	Mn	54,9380	56	Барий	Ba	137,33
26	Железо	Fe	55,847	57	Лантан	La	138,9055
27	Кобальт	Co	58,9332	58	Церий	Ce	140,12
28	Никель	Ni	58,71	59	Прозеодим	Pr	140,9077
29	Медь	Cu	63,546	60	Неодим	Nd	144,24
30	Цинк	Zn	65,38	61	Прометий	Pm	[145]
31	Галлий	Ga	69,723	62	Самарий	Sm	150,4

Продолжение табл.

63	Европий	Eu	151,96	85	Астат	At	[210]
64	Гадолиний	Gd	157,25	86	Радон	Rn	[222]
65	Тербий	Tb	158,9254	87	Франций	Fr	[223]
66	Диспрозий	Dy	162,50	88	Радий	Ra	226,254
67	Гольмий	Ho	164,9304	89	Актиний	Ac	[227]
68	Эрбий	Er	167,26	90	Торий	Th	231,0381
69	Тулий	Tm	168,9342	91	Протактиний	Pa	231,0359
70	Иттербий	Yb	173,04	92	Уран	U	238,029
71	Лютеций	Lu	174,967	93	Нептуний	Np	237,0482
72	Гафний	Hf	178,49	94	Плутоний	Pu	[244]
73	Тантал	Ta	180,947	95	Америций	Am	[243]
74	Вольфрам	W	183,85	96	Кюрий	Cm	[247]
75	Рений	Re	186,207	97	Берклий	Bk	[247]
76	Осмий	Os	190,2	98	Калифорний	Cf	[251]
77	Иридий	Ir	192,22	99	Эйнштейний	Es	[254]
78	Платина	Pt	195,09	100	Фермий	Fm	[257]
79	Золото	Au	196,9665	101	Менделевий	Md	[258]
80	Ртуть	Hg	200,59	102	(Нобелий)	(No)	[259]
81	Таллий	Tl	204,37	103	(Лоуренсий)	(Lr)	[260]
82	Свинец	Pb	207,2	104	Курчатовий	Ku	[260]
83	Висмут	Bi	208,9804	105			[260]
84	Полоний	Po	[209]	106			[263]

Учебное издание

Валентина Сергеевна Волькенштейн

**СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО ОБЩЕМУ КУРСУ ФИЗИКИ**

Для студентов технических вузов

Издание дополненное и переработанное

Редактор *А. С. Виноградов*

Корректоры *В. П. Егорова, Л. В. Смирнова, Н. В. Сошцева, И. П. Ткаченко*

Верстка *С. Г. Долгих, С. Ю. Максимова*

Лицензия ИД № 00072 от 10.09.99. Подписано в печать 9.04.2002.

Формат 60 × 90 ¹/₁₆. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 23,7. Усл. печ. л. 20,5.

Тираж 10 000 экз. Заказ 3183

Издательство «СпецИнт» при участии ООО «Мифрил».

198005, Санкт-Петербург, Измайловский пр., 29

Отпечатано с готовых диапозитивов
в Академической типографии «Наука» РАН
199034, Санкт-Петербург, 9 линия, 12

СПЕЦИАЛИСТ

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ОБЩЕМУ КУРСУ ФИЗИКИ

СПЕЦИАЛИСТ

Волькенштейн В. С.

СБОРНИК ЗАДАЧ по общему курсу ФИЗИКИ

- физические основы механики
- молекулярная физика
и термодинамика
- электричество и магнетизм
- колебания и волны
- оптика
- физика атома

$$R = U / I$$
$$U = A / q$$
$$i = I / S$$
$$J = m r^2$$