Синергетика

От прошлого к будущему

И. Пригожин, И. Стенгерс

КВАНТ ХАОС ВРЕМЯ

К решению парадокса времени

УРСС

Илья Романович Пригожин

Бельгийский физик и физикохимик, специалист в области термодинамики, статистической механики и теории неравновесных процессов.
С 1947 г. является профессором Брюссельского университета.
Член и президент Бельгийской Королевской академии наук. Член Нью-Йоркской и Румынской академий наук, Королевского научного общества в Упсале и Германской академии естествоиспытателей «Леопольдина».
Директор Бельгийского Международного института физики и химии. С 1967 г. занимает пост директора Научно-исследовательского центра по статистической механике и термодинамике в Техасском университете (США).

Иностранный член Американской академии наук и искусств, Польского и Американского химических обществ и других организаций. Ему присвоены почетные степени университетов Ньюкасл-Апон-Тайна, Пуатье, Чикаго, Бордо, Льежа, Упсалы, Джорджтауна, Экс-ан-Прованса, Кракова и Рио-де-Жанейро. Иностранный член Российской академии наук (отделение общей и технической химии (физическая химия)) с 1982 г.

В 1947 г. доказал одну из основных теорем теории неравновесных процессов. Лауреат Нобелевской премии по химии 1977 г.

Изабелла Стенгерс

Философ, химик и историк науки, одно время работала в составе Брюссельской группы исследователей, возглавляемой И. Пригожиным.
В настоящее время живет в Париже и сотрудничает с музеем де ля Виллет.

Серия «Синергетика: от прошлого к будущему»

И. Пригожин, И. Стенгерс

ВРЕМЯ ХАОС КВАНТ

К решению парадокса времени

Издание пятое, исправленное

УРСС

Москва • 2003

ББК 28.07, 87.21, 22.318

Пригожин Илья, Стенгерс Изабелла

Время, хаос, квант. К решению парадокса времени: Пер. с англ. Изд. 5-е, исправл. — М.: Едиториал УРСС, 2003. — 240 с. (Синергетика: от прошлого к будущему.)

ISBN 5-354-00268-0

Книга лауреата Нобелевской премии Ильи Пригожина и его соавтора Изабеллы Стенгерс посвящена широкому кругу проблем, интенсивно изучаемых под руководством И. Пригожина в Международном институте физики и химии Э. Сольвэ в Брюсселе и Научно-исследовательском центре по статистической механике и термодинамике в Остине (штат Техас). Это проблемы времени, случайности и хаоса, индетерминизма и необратимости («стрелы времени»), самоорганизации и возникновения диссипативных структур. Кроме того, в книге также обсуждаются различные аспекты и перспективы новой парадигмы современной науки, охватывающей не только естествознание, но и общественные и социальные дисциплины.

Для широкого круга читателей, интересующихся проблемами современной науки.

Издательство «Едиториал УРСС». 117312, г. Москва, пр-т 60-летия Октября, 9.
Лицензия ИД №05175 от 25.06.2001 г. Подписано к печати 18.12.2002 г.
Формат 60×90/16. Тираж 3000 экз. Печ. л. 15. Зак. № 3-877/91.

Отпечатано в типографии ООО «Рохос». 117312, г. Москва, пр-т 60-летия Октября, 9.

ISBN 5-354-00268-0

Книга «Время, хаос, квант» впервые увидела свет на русском языке в 1994 году. Как и все произведения И. Пригожина, она была с большим интересом встречена читателями.

И хотя честь первого издания принадлежит не нам, сегодня мы гордимся тем, что предлагаем читателям новый, досконально переработанный вариант книги, в котором исправлены многочисленные неточности и опечатки, допущенные в первом издании. Мы надеемся, что качество подготовки и оформления материалов настоящего издания соответствует традиционно высоким стандартам, которыми всегда отличались советские научные переводы, и достойно как имени великого автора книги, так и ее блестящего переводчика, Юлия Александровича Данилова, имя которого хорошо известно читателям по его многочисленным и безукоризненным переводам научных книг самой разнообразной тематики с удивительно большого количества языков.

Новое издание этой книги было бы невозможно без кропотливой работы автора перевода. Нельзя не отметить также вклад Василия Подобеда, ценные замечания которого способствовали значительному улучшению изложения, за что автор перевода и коллектив издательства выражают ему особую благодарность. Выражаем признательность Леониду Яковенко за внимательное прочтение и устранение неточностей во 2-м издании книги.

Едиториал УРСС

Эйнштейн однажды заметил, что ученого-естествоиспытателя заниматься философией заставляет прежде всего концептуальные трудности его собственной науки. По этой причине в глазах последовательно мыслящего философа даже самый выдающийся ученый в своем философствовании выглядит эклектиком, поскольку отрешиться от своей первоначальной проблемы ему очень трудно. Исключения крайне редки. Примером может служить научное творчество И. Пригожина, лауреата Нобелевской премии, хорошо известного российскому читателю по переводам его многочисленных трудов.

С самого начала своего пути в науке И. Пригожин исходил из философского видения проблемы, которая затем обретала у него свое воплощение в конкретном естественнонаучном контексте и находила выражение в языке и формах, понятных «не философствующему» специалисту. Этим И. Пригожин близок великим натурфилософам прошлого. Возрождая целостное видение мира и человека в нем как взаимосвязанных процессов становления, И. Пригожин выступает как носитель общемировой и прежде всего европейской культуры, уникальным образом сочетая в своем творчестве верность научным традициям и подлинное новаторство. Об этом свидетельствует и предлагаемая вниманию читателя новая книга И. Пригожина и И. Стенгерс. Как и выпущенная ранее книга тех же авторов «Порядок из хаоса», книга «Время, хаос и квант» — не окончательный итог, не точка в конце пути, а многоточие, означающее, что поиск истины продолжается...

Ю. А. Данилов
В. И. Аршинов

Введение

I

Время — фундаментальное измерение нашего бытия. Веками оно пленяло воображение художников, философов и ученых. Включение времени в концептуальную схему галилеевой физики ознаменовало рождение новой науки. Этот успех стал исходным пунктом в истории проблемы, которая занимает центральное место в нашей книге, — *отрицание стрелы времени* [1]. В своей замечательной книге Эддингтон прозорливо предсказал конец господства в физике «первичных» (детерминистических) законов и наступление эры «вторичных» (статистических) законов, описывающих необратимые процессы. В том виде, как оно входит в фундаментальные законы физики от классической динамики до теории относительности и квантовой физики, время не содержит в себе различия между прошлым и будущим! Для многих физиков ныне это вопрос веры: до тех пор и поскольку речь идет о фундаментальном уровне описания, «стрелы времени» не существует.

Тем не менее во всех явлениях, с которыми нам приходится иметь дело, будь то явления из области макроскопической физики, химии, биологии, геологии, гуманитарных наук, будущее и прошлое играют различные роли. Существование стрелы времени здесь очевидно. Каким образом может возникнуть стрела времени из фундаментальной концептуальной схемы физики? Каким образом она может возникнуть из симметричного по времени мира? Или, быть может, воспринимаемое нами время — не более чем иллюзия? Эти вопросы приводят к парадоксу времени — центральной теме нашей книги.

Для людей, далеких от физики, такая проблема может показаться странной. Как физика, предъявляющая все более строгие требования к эксперименту, что означает все более тесную связь между теорией и опытом, дерзает отрицать различие между прошлым и будущим? Ответ на этот вопрос в какой-то мере относится к концептуальным основам физики. Как будет показано в части I нашей книги, парадокс времени не был осмыслен вплоть до второй половины XIX века. К тому времени законы динамики уже давно воспринимались как выражающие идеал объективного знания. А поскольку из этих законов следовала эквивалентность между прошлым и будущим, всякая попытка придать стреле времени некое фундаментальное значение наталкивалась на упорное сопротивление как угроза идеалу объективного знания. Таким образом, стреле времени было отказано на право вхождения в область феноменологии. За различие между прошлым и будущим несем ответственность мы, ибо в наше описание природы мы привносим аппроксимации.

Однако ныне разделять эту точку зрения более невозможно. В последние десятилетия родилась новая наука — физика неравновесных процессов, связанная с такими понятиями, как самоорганизация и диссипативные структуры. До этого стрела времени возникала в физике через такие простые процессы, как диффузия или вязкость, которые в действительности можно понять, исходя из обратимой во времени динамики. Ныне ситуация иная. Мы знаем, что необратимость приводит ко множеству новых явлений, таких, как образование вихрей, колебательные химические реакции или лазерное излучение. Необратимость играет существенную конструктивную роль. Невозможно представить себе жизнь в мире, лишенном взаимосвязей, создаваемых необратимыми процессами. Следовательно, утверждать, будто стрела времени — «всего лишь феноменология» и обусловлена особенностями нашего описания природы, с научной точки зрения абсурдно. Мы дети стрелы времени, эволюции, но отнюдь не ее создатели.

Парадокс времени ставит перед нами проблему центральной роли «законов природы». Отождествление науки с поиском «законов природы», по-видимому, является самой оригинальной концепцией западной науки. Прототипом универсального закона природы служит закон Ньютона, который кратко можно сформулировать так: ускорение пропорционально силе. Этот закон имеет две фундаментальные особенности. Он детерминистичен: коль скоро начальные условия известны, мы можем предсказывать движение. И он обратим во времени: между предсказанием будущего и восстановлением прошлого нет никакого различия; движение к будущему состоянию и обратное движение от текущего состояния к начальному эквивалентны.

Закон Ньютона лежит в основе классической механики, науки о движении материи, о траекториях. С начала XX века границы физики значительно расширились. Теперь у нас есть квантовая механика и теория относительности. Но, как мы увидим из дальнейшего, основные характеристики закона Ньютона — детерминизм и обратимость во времени — сохранились.

Понятие «закон природы» заслуживает более подробного анализа. Мы настолько привыкли к нему, что оно воспринимается как трюизм, как нечто само собой разумеющееся. Однако в других взглядах на мир такая концепция «закона природы» отсутствует. По Аристотелю, живые существа не подчиняются никаким законам. Их деятельность обусловлена их собственными автономными внутренними причинами. Каждое существо стремится к достижению своей собственной истины. В Китае господствовали взгляды о спонтанной гармонии космоса, своего рода статическом равновесии, связывающем воедино природу, общество и небеса. Идея о том, что в мире могут действовать законы, вызрела в недрах западной мысли. Отчасти эта идея восходит к стоикам, несмотря на ту роль, которую они отводили року. Немаловажное значение сыграли здесь христианские представления о Боге как о всемогущем Вседержителе, устанавливающем законы для всего сущего.

Для Бога все есть данность. Новое, выбор или спонтанные действия относительны с нашей, человеческой, точки зрения. Подобные теологические воззрения, казалось, полностью подкреплялись открытием динамических законов движения. Теология и наука достигли согласия. Как писал Лейбниц, «в ничтожнейшей из субстанций взор, столь же проницательный, как взор божества, мог бы прочесть всю историю Вселенной, quae sint, quae fuerint, quae mox futura trahantur (те, которые есть, которые были и которых принесет будущее — Вергилий, Георгики, кн. IV, 399)» [2]. Таким образом, открытие неизменяющихся детерминистических законов сближало человеческое знание с божественной, вневременной точкой зрения.

Намеченная программа оказалась необычайно успешной. Однако на протяжении всей истории западной мысли неоднократно возникал один и тот же вопрос: как следует понимать новое, играющее центральную роль, в мире, управляемом детерминистическими законами?

Впервые этот вопрос возник задолго до рождения современной науки. Еще Платон связывал разум и истину с доступом к «бытию», неизменной реальностью, стоящей за «становлением». Становление, неиссякаемый поток воспринимаемых нами явлений, относится к сфере чистого мнения. Однако Платон сознавал парадоксальный характер такой позиции, принижавшей жизнь и мысль, которые представали как неотделимые от процесса становления. В «Софисте» Платон приходит к заключению, что нам необходимы и бытие, и становление.

С той же трудностью столкнулись и атомисты. Чтобы допустить возникновение нового, Лукрецию пришлось ввести «клинамен», возмущающий детерминистическое падение атомов в пустоте:

Я бы желал, чтобы ты был осведомлен здесь точно так же,
Что, уносясь в пустоте, в направлении книзу отвесном,
Собственным весом тела изначальные в некое время
В месте неведомом нам начинают слегка отклоняться,
Так что едва и назвать отклонением это возможно [3].

Обращение к клинамену часто подвергалось критике как введение чужеродного произвольного элемента в схему атомистического описания. Но и через два тысячелетия мы встречаем аналогичное утверждение в работе Эйнштейна, посвященной самопроизвольному испусканию света возбужденным атомом [4], где говорится, что «время и направление элементарных процессов определены случайным образом». Параллелизм особенно неожиданный, если мы вспомним, что

Лукреций и Эйнштейн разделены, по-видимому, величайшей революцией в наших отношениях с природой — рождением новой науки.

И клинамен, и спонтанное испускание света относятся к *событиям*, соответствующим вероятностному описанию. События и вероятности требуются и для эволюционного описания, будь то дарвиновская эволюция или эволюция истории человечества.

Как мы увидим, события также связаны с термодинамической стрелой времени в области сильно неравновесных процессов. Можем ли мы пойти дальше, чем Лукреций и Эйнштейн, «добавившие» события к детерминистическим законам? Можем ли мы видоизменить само понятие физических законов так, чтобы включить в наше фундаментальное описание природы необратимость, события и стрелу времени?

Принятие такой программы влечет за собой основательный пересмотр нашей формулировки законов природы. Он стал возможен благодаря замечательным успехам, связанным с идеями неустойчивости и хаоса.

Начнем с рассмотрения классической динамики. Представляется, что все системы, описываемые законом Ньютона, в чем-то одинаковы. Разумеется, каждому известно, что рассчитать траекторию падающего камня проще, чем траекторию «системы трех тел», например, Солнца, Земли и Юпитера. Но трудность расчета системы трех тел считалась чисто технической, вычислительной проблемой. Однако в последние десятилетия выяснилось, что подобное мнение неверно. Не все динамические системы одинаковы. Динамические системы подразделяются на *устойчивые* и *неустойчивые*. Маятник без трения устойчив: слабые возмущения оказывают малое воздействие на его движение, но для очень широкого класса (в действительности — для подавляющего большинства) динамических систем слабые возмущения усиливаются. В некотором смысле крайним случаем неустойчивых систем являются «хаотические системы», для которых описание в терминах траекторий становится недостаточным, поскольку траектории, первоначально сколь угодно близкие, со временем экспоненциально расходятся.

Хаос мы вводим в гл. 4, поскольку он появляется также при изучении макроскопических необратимых процессов. В этом контексте мы сталкиваемся с «негативными» аспектами хаоса — невозможностью определенных предсказаний вследствие экспоненциальной расходимости соседних траекторий. Это соответствует «чувствительности к начальным условиям» — обычному определению хаоса. Однако новый важный элемент состоит в том, что хаос имеет и «позитивные» аспекты. Так как траектории становятся чрезмерной идеализацией, мы вынуждены обратиться к *вероятностному* описанию в терминах ансамбля траекторий. Такое описание само по себе не ново: оно служит отправным пунктом развитого Гиббсом и Эйнштейном подхода к статистической физике. Здесь следует подчеркнуть одно весьма важное обстоятельство: вероятностное описание, вводимое нами для хаотических систем, *несводимо*. Оно неприменимо к отдельной траектории. Это утверждение представляет собой строгий результат, полученный в результате привлечения к анализу хаоса методов современного функционального анализа. Кроме того, в таком необратимом вероятностном описании прошлое и будущее играют различные роли. *Хаос приводит к включению стрелы времени в фундаментальное динамическое описание.*

Хаос позволяет разрешить парадокс времени, но он делает и нечто большее. Хаос привносит вероятность в классическую динамику, наиболее признанный прототип детерминистической науки. В данном контексте вероятность выступает не как порождение нашего незнания, а как неизбежное выражение хаоса. В свою очередь это приводит к новому определению хаоса. Мы показали, что хаос, определяемый, как обычно, приводит к несводимому вероятностному описанию. Теперь мы *обращаем это утверждение*: все системы, допускающие несводимое вероятностное описание, по определению *будем считать хаотическими*. Таким образом, системы, о которых идет речь, допускают описания не в терминах отдельных траекторий (или отдельных волновых функций в квантовой механике), а только в терминах пучков (или ансамблей) траекторий.

С операциональной точки зрения, область хаоса необычайно расширяется и включает в себя обширные семейства классических или квантовых систем, в действительности — всех систем, соответствующих фундаментальному описанию природы, как мы понимаем его сегодня, в терминах взаимодействующих полей. Столь широкое обобщение понятия хаоса позволяет констатировать необходимость новой формулировки законов физики. Ныне существуют две формулировки законов физики: первая основана на исследовании траекторий или волновых функций, вторая — на теории ансамблей Гиббса и Эйнштейна. С динамической точки зрения, вторая формулировка *не вносит нового элемента*, поскольку, будучи примененной к отдельным траекториям или волновым функциям, сводится к первой формулировке. Теперь же мы приходим к *третьей* формулировке, имеющей совершенно иной статус: новая формулировка применима *только* к ансамблям и справедлива *только* для хаотических систем. Как мы увидим, эта формулировка приводит к результатам, которые не могут быть получены ни на основе ньютоновской механики, ни на основе ортодоксальной квантовой механики. Именно она образует базис для синтеза, объединяющего свойства микромира и макромира, поскольку она вводит необратимость в фундаментальное описание природы.

Мотивацией нашей работы был парадокс времени. Но парадокс времени не существует сам по себе. С ним тесно связаны два других парадокса, которые, как мы увидим, имеют самое непосредственное отношение к отрицанию стрелы времени: «квантовый парадокс» и «космологический парадокс».

В квантовой механике фундаментальное описание проводится в терминах «волновых функций». Принципиальное различие между классической динамикой и квантовой механикой состоит в том, что классические траектории непосредственно соответствуют «наблюдаемым», тогда как квантовомеханические волновые функции соответствуют амплитудам вероятности. Чтобы получить сами вероятности, нам необходим дополнительно «коллапс» волновой функции, не входящий в фундаментальное уравнение квантовой механики (мы имеем в виду уравнение Шрёдингера, играющее в квантовой механике роль, аналогичную той, которую уравнение Ньютона выполняет в классической динамике).

Двойственная структура квантовой механики — волновая функция и ее коллапс — приводит к концептуальным трудностям и спорам, продолжающимся с момента возникновения квантовой механики на протяжении вот уже более шестидесяти лет. Хотя квантовую механику с полным основанием называли наиболее успешной из всех существующих физических теорий, ей так и не удалось выяснить физическую природу «коллапса». Многие физики пришли к заключению, что ответственность за коллапс несет наблюдатель и производимые им измерения. В этом и заключается *квантовый парадокс*, вводящий субъективный элемент в наше описание природы.

Между парадоксом времени и квантовым парадоксом существует тесная аналогия. Оба парадокса приписывают нам весьма удивительную роль. Человек отвечает и за стрелу времени, и за переход от квантовой «потенциальности» к квантовой «актуальности», т. е. за все особенности, связанные со становлением и событиями в нашем физическом описании.

Теперь мы можем дать *реалистическую* интерпретацию квантовой теории. Поскольку описание квантовых хаотических систем производится не в терминах волновых функций, а в терминах вероятностей, отпадает необходимость в «коллапсе волновой функции». Мы подробно покажем, как временная эволюция хаотических систем трансформирует волновые функции в ансамбли. Именно квантовый хаос, а не акт наблюдения, опосредствует наш доступ к природе.

Элементы, включающие в себя хаос, стрелу времени и решение квантового парадокса, приводят нас к более целостной концепции природы, в которой становление и «события» входят на всех уровнях описания. Этим объясняется название нашей книги: *«Время, хаос, квант»*. В традиционном понимании законы природы были законами, описывающими замкнутую детерминистическую Вселенную, прошлое и будущее которой считались эквивалентными. Такое положение рассматривалось как триумф человеческого разума, проникшего за кажимость изменения. Однако этот подход привел к отчуждению фундаментальной физики, мыслившей в терминах традиционных законов природы, от всех остальных наук, исходивших в своих описаниях из допущения о существовании стрелы времени. Теперь мы понимаем, что детерминистические симметричные во времени законы соответствуют только весьма частным случаям. Они верны только для *устойчивых* классических и квантовых систем, т. е. для весьма ограниченного класса физических систем. Что же касается несводимых вероятностных законов, то они приводят к картине «открытого» мира, в котором в каждый момент времени в игру вступают все новые возможности.

Мы упомянули третий парадокс: космологический парадокс. Современная космология приписывает нашей Вселенной возраст: Вселенная родилась в результате Большого Взрыва около 15 миллиардов лет назад. Ясно, что это было *событием*. Но в традиционную формулировку законов природы события не входят. Траектории или волновые функции не начинаются и не кончаются. Вот почему гипотеза Большого Взрыва поставила физику «перед ее величайшим кризисом». Стивен Хокинг и другие высказали предположение о том, что Большой Взрыв мог иметь чисто геометрический характер. В геометрической Вселенной время было бы «акцидентом». Космологическое время было бы иллюзией; различие между временем и пространством, проводимое общей теорией относительности Эйнштейна, исключалось путем введения «мнимого» времени, которое должно было рассматриваться как реальное. Именно это мы имеем в виду, когда говорим о «космологическом парадоксе». Такой подход привел бы к окончательному уничтожению всякой связи между бытием и становлением. Как пишет Хокинг о Вселенной, «она просто должна быть, и все!» [5].

С нашей точки зрения, события являются следствием неустойчивостей хаоса. Это утверждение остается в силе на всех уровнях, включая и космологический. В рамках детерминистического подхода все, в том числе и создание этой книги, предопределено с момента Большого Взрыва. В нашей же формулировке законов природы последние относятся к вероятностям. Мы приходим к образу природы на ранних этапах ее развития, аналогичному образу ребенка: отваживаясь делать свои первые шаги, ребенок может в дальнейшем стать музыкантом, юристом или зубным врачом, но выбрав что-нибудь одно, а не все сразу. К счастью для нас, эволюция Вселенной привела к возникновению жизни на Земле и, в конечном счете, к появлению человека.

II

Несколько слов следует теперь сказать о структуре нашей книги. Изложение строится вокруг парадокса времени, его открытия, следствий из него и его разрешения. К числу основных тем относится также связь между парадоксом времени и двумя другими парадоксами, квантовым и космологическим. Кроме того, значительная часть книги посвящена неустойчивости и хаосу, поскольку последний, с нашей точки зрения, является основным элементом, приводящим к решению всех трех парадоксов.

Часть I описывает историю и идеологическую подоплеку парадокса времени. Как можно было отрицать существование стрелы времени вопреки всему, о чем свидетельствует феноменология? Принятие парадокса времени невозможно понять, не учитывая свойственное западной науке стремление к умопостижению явлений. Формулировка фундаментальных симметричных по времени детерминистических законов природы отвечала этому стремлению, но цена такой формулировки оказалась достаточно высокой, поскольку симметричные во времени законы природы привели к непреодолимому дуализму, отделившему людей от того мира, который они учились описывать и понимать. Между одним берегом — Вселенной, описываемой как автомат, и другим берегом — человеком со всей его историей и творческой деятельностью, невозможно было навести никаких мостов.

Но стремление к умопостижению окружающего мира отнюдь не замкнуто в своих собственных рамках. Последние достижения внутри самой физики требуют пересмотра нашей концепции природы. В частности, мы уже упоминали о том, что в последние десятилетия стали свидетелями возникновения физики неравновесных процессов. В настоящее время сотни лабораторий по всему миру занимаются изучением таких проблем. Новый поворот событий привел к «возрождению парадокса времени», поскольку в неравновесных процессах стрела времени играет существенную роль. В последние годы появилось немало книг, описывающих новый подход к природе, который открывает перед нами исследование сильно неравновесных систем. Однако и в этих книгах, написанных выдающимися физиками, проповедуется идея о том, что стрела времени является следствием вводимых нами аппроксимаций, отсутствия у *нас* полной информации. Это свидетельствует о том, что новые перспективы, открытые физикой неравновесных состояний, еще не стали достоянием значительной части научного сообщества. Учитывая это, мы включили в часть II нашей книги обсуждение некоторых перспектив, открытых неравновесной физикой.

Но главное, чему посвящена наша книга, начинается с части III. В гл. 5 мы впервые описываем простейший пример хаоса — хаос, порождаемый «отображениями», т. е. системами, эволюция которых во времени происходит дискретными шагами. Мы отмечаем трудности, возникающие при попытке описать эти системы в терминах траекторий, и переходим к вероятностному описанию. Попытки такого описания неоднократно предпринимались в прошлом, но лишь недавно нам удалось получить строгую формулировку временной эволюции в рамках несводимого вероятностного описания. В этом введении мы еще вернемся к математическим аспектам этой проблемы.

В гл. 6 мы рассматриваем динамические системы, представляющие основной интерес для физики. На этот раз, в отличие от отображений, эволюция во времени непрерывна. Удобным исходным пунктом для нашего обсуждения служит фундаментальная теорема, доказанная почти сто лет назад великим французским математиком Анри Пуанкаре. В несколько схематическом виде поставленный Пуанкаре вопрос можно было бы сформулировать так: можем ли мы «исключить» взаимодействия? Системы, для которых такое исключение возможно, Пуанкаре назвал «интегрируемыми». Интегрируемые системы становятся изоморфными системам свободных частиц, и простейшая форма, которую принимают их уравнения движения, делает возможным интегрирование этих уравнений, т. е. явное вычисление траекторий.

Все динамические системы, описываемые в элементарных учебниках, интегрируемы. К числу интегрируемых относятся, например, движения системы двух тел, такие, как система Земля — Солнце. Однако для большинства динамических систем ответ на вопрос Пуанкаре оказался отрицательным. В своей фундаментальной теореме, сформулированной в 1889 г., Пуанкаре доказал, что в общем случае динамические системы *не интегрируемы*. Исключить взаимодействия невозможно.

И в том, что это так, нам очень повезло. Если бы ответ на вопрос Пуанкаре оказался положительным, то между миром, описываемым в динамических терминах, и нашим собственным миром, с согласованностью его химических и биологических процессов, невозможно было бы навести мосты. Динамический мир, изоморфный системе свободных частиц, не может придать какой-либо смысл становлению. Кроме того, работа Пуанкаре показала, почему большинство динамических систем не интегрируемы и взаимодействия не могут быть исключены: причина того и другого кроется в возникновении *резонансов*.

Идея резонанса хорошо всем знакома: еще в детстве мы знали, как раскачивать качели. Пуанкаре показал, что при попытке исключить взаимодействия резонансы приводят к расходимостям — в этом и состоит проблема «малых знаменателей», с которой столкнулись еще основоположники классической динамики Лагранж и Лаплас. Пуанкаре показал, что выхода из такого рода затруднений нет: проблема малых знаменателей принадлежит к числу *принципиально неразреши-*

мых проблем динамики. Сначала полученный Пуанкаре результат вызвал интерес со стороны только узкого круга специалистов. Большинство физиков склонны были видеть в проблеме малых знаменателей чисто техническую проблему, преодолимую в конечном счете с помощью достаточно тонких математических ухищрений. Но с появлением теории КАМ (Колмогорова, Арнольда и Мозера) в начале 50-х гг. ситуация резко изменилась. Коротко говоря, теория КАМ показала, что резонансы приводят к траекториям двух типов: траекториям с «нормальным» поведением, знакомым нам по исследованиям движения планет в рамках модели двух тел и траекториям со случайным поведением.

Важно заметить, что теория КАМ не решила проблему расходимостей Пуанкаре. Она привела к классификации траектории. Теперь нам необходимо выйти за рамки теории КАМ и *устранить расходимости Пуанкаре*, чтобы построить новое описание временной эволюции неинтегрируемых хаотических систем. В свою очередь, такой подход трансформирует и смысл теоремы Пуанкаре. На протяжении десятилетий считалось, что теорема Пуанкаре является препятствием на пути применения методов, оказавшихся столь успешными в случае интегрируемых систем. Но теперь нам представляется удобный случай объединить два, казалось бы, различных континента — динамику и необратимые процессы, традиционно ассоциируемые с возрастанием энтропии. Правда, законы движения применительно к маятнику без трения обратимы во времени, но теорема Пуанкаре показывает, что маятник не может считаться олицетворением классической динамической системы: маятник принадлежит к числу интегрируемых систем. Чтобы построить мост между старым континентом устойчивых динамических систем и миром диссипативных процессов с возрастанием энтропии, нам требуются неинтегрируемые хаотические системы с расходимостями Пуанкаре.

Гл. 7 посвящена квантовой механике. Квантовая механика порождает новый образ мышления, поскольку вводит понятие операторов. Физические величины — энергия, координаты и т. д. — заменяются в квантовой теории операторами, а численные значения физических величин мы находим, решая задачу на собственные значения. Смысл этих технических терминов объясняется в гл. 7. Сейчас же мы хотим только подчеркнуть тесную аналогию между программой решения задач на собственные значения, намеченной Гейзенбергом, и классической программой исключения взаимодействий для интегрирования уравнений движения. Обе программы оказались необычайно успешными, но в квантовой механике ряд важных ситуаций (например, взаимодействие между веществом и светом) снова приводит к расходимостям. И здесь мы сталкиваемся с вопросами, затрагивающими самые основания квантовой механики. Как сказываются расходимости Пуанкаре на применимости описания с помощью волновых функций?

Что такое квантовый хаос? Смысл классического хаоса концептуально очень прост: соседние траектории экспоненциально разбегаются. Это соответствует «чувствительности к начальным условиям». Однако такое определение хаоса не может быть перенесено на центральное понятие квантовой механики — на волновые функции. Теорема же Пуанкаре, как мы покажем, применима к важным классам квантовых систем (мы имеем в виду «большие» системы, например, взаимодействия вещество—поле). Затем мы снова приходим к *несводимому* вероятностному описанию, которое не может быть сведено к изучению отдельных волновых функций. Такие системы мы называем хаотическими.

Приведенное выше определение хаоса охватывает классические и квантовые системы. В обоих случаях оно отнюдь не означает, что фундаментальные уравнения (Ньютона или Шрёдингера) утрачивают силу и становятся неприменимыми. Нет, из нового определения следует, что в общем случае невозможно вывести из этих уравнений заключение о поведении отдельных траекторий или отдельных волновых функций. Эволюция хаотических систем во времени требует несводимого вероятностного описания.

Прежде чем перейти к математической формулировке теории хаоса, мы в гл. 8 кратко излагаем основные понятия традиционного статистического описания микромира. Мы уже упоминали о том, что почти сто лет назад Гиббс и Эйнштейн предложили вторую формулировку физики — не в терминах траекторий, как в классической механике (и не в терминах волновых функций, как в квантовой механике), а в терминах *ансамблей* и распределений вероятности. Этот важный шаг был необходим для включения в физику понятия термодинамического равновесия. Но с точки зрения динамики ничего нового достигнуто не было. Дело в том, что вероятностное описание Гиббса—Эйнштейна *сводимо*. Всякая динамическая проблема, решаемая в рамках такого подхода, может быть решена в терминах траекторий или волновых функций и наоборот. Статистическая физика не дает ответа на возникающую в связи с ее предметом феноменологическую проблему: как описать приближение к равновесию? Каково динамическое происхождение стрелы времени?

Для Гиббса и Эйнштейна теория ансамблей по существу была вычислительным инструментом. Для нас же она стала концептуальным средством, необходимость которого обусловлена потерей устойчивости. Многие физики, как хорошо известно, надеются, что в один прекрасный день вероятностный элемент удастся исключить из квантовой теории (хотя уравнение Шрёдингера столь же детерминистично, как уравнение Ньютона, оно описывает эволюцию во времени амплитуд вероятностей) и вернуться к классической ортодоксии. Мы же идем в противоположном направлении. При нашем подходе статистический элемент становится фундаментальным и в классических, и в квантовых «хаотических» системах.

Гл. 5–8 вводят читателя в описание природы средствами ортодоксальной классической и квантовой механики, а также статистической механики. Подчеркивается ограниченность методов, разработанных в прошлом. Это необходимо для понимания сути методов, излагаемых в части IV (гл. 9 и 10).

Исходным пунктом и на этот раз, как в гл. 5, мы выбираем исследование отображений. Используя соответствующее обобщение методов, впервые вошедших в физику вместе с квантовой теорией, мы получаем возможность описывать эволюцию во времени распределения вероятности — центрального объекта в описании хаотических систем. Именно здесь мы даем первый пример *несводимого* вероятностного описания, применимого к хаотическим системам. Такая несводимость является прямым следствием неустойчивости.

Шаг, который нам приходится делать, в некотором смысле напоминает тот шаг, который был вынужден сделать Эйнштейн, чтобы установить связь между пространством-временем, с одной стороны, и материей — с другой. В ньютоновском описании пространство было евклидовым, а время текло равномерно. Никакой связи между «содержимым» (материей) и «оболочкой» (пространством и временем) в ньютоновском описании не было. В отличие от геометрии в механике Ньютона, геометрия в общей теории относительности Эйнштейна перестает быть евклидовой, она зависит от распределения материи. В ортодоксальной квантовой механике пространство, в котором происходит эволюция волновых функций, гильбертово. То же гильбертово пространство имеет фундаментальное значение и для статистического описания в терминах ансамблей. В дальнейшем мы опишем свойства гильбертова пространства несколько подробнее. Пока же упомянем лишь о том, что гильбертово пространство можно рассматривать как обобщение евклидова пространства. Мы покажем, что хаос вынуждает нас отказаться от гильбертова пространства и перейти к обобщенным пространствам (часто называемым «оснащенными» пространствами), структура которых зависит от конкретной формы неустойчивости. Таким образом, эволюцию распределения вероятности надлежит описывать в пространстве, которое *зависит от динамики*. Решение парадокса времени, равно как и других парадоксов, возможно только потому, что пространство становится «темпорализованным», поскольку прошлое и будущее играют не одну и ту же роль.

Обобщенные («оснащенные») пространства были впервые введены в математическую литературу И. М. Гельфандом и его коллегами в 60-е гг. Взаимосвязь между оснащенными пространствами и хаосом была понята лишь совсем недавно. Именно оснащенные пространства образуют основу нашего утверждения о том, что системы, допускающие *несводимое* вероятностное описание, по определению *хаотические*.

В гл. 10 мы распространяем полученные нами результаты на ситуации, представляющие интерес в классической и квантовой теории. Основная трудность здесь состоит в том, чтобы исключить расходимости Пуанкаре. Проблему малых знаменателей удается решить для важного класса неинтегрируемых систем, которые мы назвали большими системами Пуанкаре. Мы не будем давать сейчас строгое определение. Упомянем лишь о том, что этот класс включает в себя помимо других те проблемы квантовой теории, которые связаны с квантовыми «скачками», т. е. испусканием излучения, его поглощением, взаимодействующими полями, а также все проблемы, традиционно рассматриваемые в статистической механике. Таким образом, большие системы Пуанкаре охватывают большинство динамических систем, классических и квантовых, с которыми мы встречаемся в природе.

Устранение расходимостей Пуанкаре начинается с важного наблюдения. И в классической, и в квантовой физике время входит в описание двумя различными способами: во-первых, как параметр в уравнениях движения и, во-вторых, при введении «хронологического упорядочения». В качестве примера хронологического упорядочения рассмотрим плоскую волну, рассеявшуюся на препятствии и породившую сферическую волну. Если подходить ко времени как к *параметру*, то ничто не мешает нам рассмотреть падающую на препятствие сферическую волну, которая после рассеяния порождает плоскую волну, хотя ничего подобного в природе мы никогда не наблюдали. Мы наблюдаем *прямое* рассеяние, но никогда не наблюдаем *обратное* рассеяние. Прямое и обратное рассеяния отличаются друг от друга хронологическим упорядочением. Различие между прямым и обратным рассеянием обычно связывают с «граничными условиями»: две возможности могут быть эквивалентными с динамической точки зрения (когда время выступает только как параметр), однако приготовление системы к обратному рассеянию оказывается недостижимым. Но какова природа этой недостижимости? И в этом случае феноменологическое нарушение симметрии во времени часто сводят к практическому ограничению: мы *не можем* приготовить системы с граничными условиями, которые приводили бы к обратному рассеянию.

Характерная особенность нашего метода состоит в том, что оба аспекта времени — время как параметр и как хронологическое упорядочение — играют существенную роль. Одних лишь граничных условий не достаточно. Для устранения расходимостей Пуанкаре необходимо хронологическое упорядочение. В простых частных случаях хронологическое упорядочение осуществимо на уровне траекторий или волновых функций. Расходимости Пуанкаре, после того как они устранены, проявляются в нарушенной симметрии во времени. Для устойчивых динамических систем уравнения движения, а также их решения симметричны во времени. Для неустойчивых динамических систем уравнения остаются симметричными, но возникают два семейства решений с нарушенной симметрией во времени. Это нарушение симметрии играет центральную роль в решении парадокса времени: природа менее симметрична, чем можно было бы ожидать, исходя из уравнений классической и квантовой физики.

В качестве примера рассмотрим распад нестабильной частицы. Одно семейство решений, которое мы получаем, предсказывает этот распад в нашем будущем, другое — в нашем прошлом (частица как бы спонтанно возникает из небытия подобно тому, как в случае обратного рассеяния рассеянная сферическая волна порождает плоскую волну). В природе реализуется лишь один тип решений, а именно семейство, соответствующее распаду в нашем будущем.

В общем случае хронологическое упорядочение должно производиться *на уровне статистического описания*, оперирующего с ансамблями. Именно в рамках этого статистического описания мы можем устранить расходимости Пуанкаре и сформулировать последовательное динамическое описание для хаотических систем, классических и квантовых.

Так как необратимость и вероятность традиционно было принято связывать с неполнотой знания, важно подчеркнуть, что наш подход повышает операциональную мощь классической и квантовой физики. Открывается новый подход к классам проблем, которые до сих пор оставались нерешенными, поскольку они соответствуют неинтегрируемым системам. Кроме того, существует принципиальное различие между нашими результатами и результатами ортодоксальной теории, классической и квантовой. Согласно традиционной квантовой механике, численные значения физической величины получаются как *вещественные* собственные значения операторов и, следовательно, соответствуют частотам (например, наблюдаемым в спектроскопии). В отличие от традиционного подхода, в нашем подходе к хаотическим системам собственные значения получаются *комплексными* и описывают, в дополнение ко всему, процессы распада, затухания или релаксации, т. е. необратимые процессы. Это стало возможно только потому, что мы отказались от использования гильбертова пространства. Именно в обобщенных — оснащенных — пространствах необратимые процессы естественно входят в описание временной эволюции, начиная с динамики и не требуя никаких специальных допущений.

Коль скоро мы по достоинству оценили важность необратимых процессов, было чрезвычайно интересно рассмотреть с этой точки зрения космологию (гл. 11). Здесь мы подходим к границе современного знания. Действительно, понимание самых первых моментов в жизни

Вселенной — так называемой эры Планка — потребовало бы непротиворечивой теории, которая объединила бы квантовую механику и общую теорию относительности. Такая унификация сталкивается с многочисленными трудностями. Одна из трудностей связана с ролью наблюдателя в обычной квантовой теории. Кто наблюдает Вселенную? При нашем подходе подобной трудности не существует, поскольку мы не требуем коллапса волновой функции. Другая трудность возникает при описании явления того типа, которое мы можем связать с «рождением Вселенной». Что это такое — сингулярность, как следует из «стандартной модели» в космологии, или неустойчивость? Описание «первичного явления» всегда требует известной экстраполяции, поскольку физические условия, при которых оно происходило, сильно отличаются от наблюдаемых ныне даже в самых мощных ускорителях. Однако альтернатива — сингулярность или неустойчивость — относится к выбору одной из двух весьма различных концептуальных схем, заслуживающих того, чтобы исследовать их подробнее.

Большой Взрыв как сингулярность принадлежит великой классической традиции, неотъемлемыми составными частями которой являются общая теория относительности и стандартная космологическая модель. При таком описании не существует выделенного направления времени: происходящая ныне космологическая эволюция сопровождается расширением Вселенной, но с тем же успехом при других начальных условиях расширение могло бы смениться сжатием. В отличие от этого, представление о неустойчивости, своего рода фазовом переходе, переводящем Вселенную из одного состояния в другое, выдвигает на передний план необратимость. А что может быть более необратимым, чем возникновение материи из некоего предматериального «вакуума»? Кроме того, неустойчивость снова приводит нас к проблеме хаоса.

Мы уже упоминали о том, что хаос вынуждает нас пересмотреть самый смысл законов природы. Именно здесь, в мире квантовой гравитации, следствия принятой нами новой концептуальной схемы выступают с полной отчетливостью. Даже Вселенная не является замкнутой системой. Она погружена в квантовый вакуум. Ее рождение следует не детерминистическому закону, а реализует некую «возможность». Ниоткуда не следует, что другие реализации не были бы совместимы с законами квантовой гравитации в первые мгновения после Большого Взрыва. Аналогичным образом, все законы физики в конце концов относятся к возможностям. Ясно, что реализация мира, каким мы его знаем, с генетическим кодом и человеческим мозгом, является результатом этих возможностей. Но никакое теоретическое знание, будучи продуктом деятельности человеческого мозга, никогда не может выйти за рамки открытых, вероятностных характеристик той истории, которая привела к его созданию.

Будущее при нашем подходе перестает быть данным; оно не заложено более в настоящем. Это означает конец классического идеала всеведения. Мир процессов, в котором мы живем и который является частью нас, не может более отвергаться как видимость или иллюзия, определяемая нашим ограниченным способом наблюдения. На заре западного мира Аристотель ввел фундаментальное различие между божественным и вечным небесным миром и изменяющимся и непредсказуемым подлунным миром, к которому принадлежит и наша Земля. В определенном смысле классическая наука была низведением на Землю аристотелевского описания небес. Преобразование, свидетелями которого мы являемся сегодня, можно рассматривать как обращение аристотелевского хода: ныне мы возвращаемся с Земли на небо.

III

Хотя наша книга является результатом многолетних исследований (первые исследования были выполнены старшим (по возрасту) автором еще в конце сороковых годов), лишь теперь у нас появилась уверенность, что нам удалось построить непротиворечивую схему. Проблема времени всегда привлекала нас, и мы всегда были убеждены в том, что происхождение необратимости коренится в проблеме неустойчивости. Но на пути к реализации наших замыслов встретилось немало препятствий, и чисто технических, и концептуальных. Дирак сказал как-то, что прогресс в теоретической физике часто бывает связан с преодолением предрассудков. Это в полной мере относится и к нашему случаю. Но основная проблема, суть самой большой трудности, связанной с парадоксом времени, состояла в том, чтобы избежать традиционного пути, ведущего от обратимой динамики к необратимости. Действительно, как только рассматривается некоторая аппроксимативная (крупнозернистая) версия классического или квантового описания, мы можем получить стрелу времени. Мы были глубоко убеждены в том, что за такими аппроксимациями скрывается более глубокая истина. Почему для того, чтобы установить связь между фундаментальной теорией и экспериментальными результатами, нам непременно нужно прибегать к аппроксимациям? Парадокс времени, равно как и связанные с ним парадоксы, мы рассматривали как вызов, как проблему, решение которой требует *расширения* основной концептуальной схемы теоретической физики. Разумеется, мы находимся в самом начале пути. Рассматриваемые нами примеры выбраны из-за их простоты, но мы убеждены в том, что нам удалось сделать первые шаги к более единому, а следовательно, и более удовлетворительному видению природы.

Формулировка новой, непротиворечивой, схемы возникла в результате слияния трех линий исследований. Во-первых, неравновесная статистическая механика привела к лучшему пониманию физического смысла времени: это привело к формулировке динамики корреляции — предшественницы несводимого вероятностного описания, играющего центральную роль в нашей книге (см. гл. 8). Во-вторых, решающую роль сыграла теория хаоса, начало которой было заложено в трудах Пуанкаре, а последующее развитие связано с именами Колмогорова и его сотрудников. В-третьих, мы применили к хаосу идеи и методы тех разделов функционального анализа, основы которых были заложены в работах Гельфанда, а дальнейшее развитие связано среди прочих с именами А. Бома и Сударшана. Это позволило нам в конечном счете сформулировать «законы хаоса». Определению временной эволюции хаотических систем в терминах несводимого вероятностного представления мы посвящаем гл. 9 и 10.

При описании наших методов нам понадобятся некоторые технические термины. Это неизбежно, потому что каждый шаг должен быть обстоятельно мотивирован. Однако мы не пытались приводить доказательства и свели до минимума все технические подробности. Желающие могут найти их в более специальных публикациях. Чтобы помочь широкому кругу читателей разобраться в существе рассматриваемых нами проблем, мы в заключение приводим краткий чисто качественный обзор частей III и IV. Тем не менее при чтении некоторых разделов нашей книги у читателя все же могут возникнуть определенные трудности. Автор одной из недавно вышедших книг посетовал на то, что каждая формула уменьшает вдвое число потенциальных читателей. Если бы это действительно было так, то редкий читатель мог бы похвастаться тем, что дочитал до конца книгу с формулами. Однако мы придерживаемся другой точки зрения. Мы глубоко убеждены в том, что существует страстное стремление лучше понять наши отношения с природой и подвергнуть их более глубокому анализу — так, как это делает современная наука. Именно читателям, проникшимся этой высокой страстью, и предназначается наша книга.

История этой книги весьма любопытна. Первоначально она была задумана нами как перевод нашей книги «Между временем и вечностью», опубликованной в 1988 г. [6]. В этой работе, как и в нашей более ранней книге «Порядок из хаоса» [7], мы подчеркивали важность парадокса времени и роль неустойчивых динамических систем в его решении. Однако за последние годы осуществление нашей программы продвинулось столь быстрыми шагами, что мы приостановили перевод книги «Между временем и вечностью» и написали по существу новую книгу с другим названием, в которую вошли лишь несколько первых глав предыдущей книги.

В книгу вошли в основном итоги работы наших групп в Брюсселе и Остине на протяжении более четырех десятилетий. Мы не можем

должным образом выразить нашу благодарность каждому, кто принимал участие в работе, но хотели бы высказать свою особую признательность докторам И. Антониу, Х. Хасегаве, Т. Петроски и С. Тасаки. Их роль на заключительном этапе работы была решающей.

Мы хотели бы также поблагодарить Европейское сообщество, Фонд Уэлша (штат Техас, США), Международные Институты физики и химии Сольвэ (Брюссель, Бельгия), Министерство энергетики Соединенных Штатов и Французское сообщество Бельгии за многолетнюю поддержку нашей работы. Мы признательны Карло Рубино за помощь в переводе на английский язык начальной части этой книги, первоначально написанной по-французски. Дин Дриб тщательно вычитал окончательный вариант текста, внес многочисленные поправки и сделал весьма ценные замечания. Английский — не наш родной язык, и весьма возможно, что, несмотря на тщательное редактирование, некоторые особенности нашего родного языка все же сохранились в окончательном варианте текста.

Часть I

ИДЕЙНЫЕ ИСТОКИ

Глава 1

Вопрошание времени

1. Проблема становления

На существование парадокса времени было обращено внимание почти одновременно с естественнонаучной и философской точек зрения в конце XIX века. В работах философа Анри Бергсона время, или «длительность» (durée), играет главную роль при обсуждении взаимоотношений между человеком и природой, а также пределов науки. Для венского физика Людвига Больцмана введение в физику времени как понятия, связанного с эволюцией, было целью всей его жизни.

Прошло более восьмидесяти лет с момента выхода в свет «Творческой эволюции» Анри Бергсона [1]. В этом труде Бергсон высказал мысль о том, что наука успешно развивалась только в тех случаях, когда ей удавалось свести происходящие в природе процессы к монотонному повторению, иллюстрацией чего могут служить детерминистические законы природы. Но всякий раз, когда наука пыталась описывать созидающую силу времени, возникновение нового, она неизбежно терпела неудачу.

Выводы Бергсона были восприняты как выпад против науки. Люди охотно признавали, что естественные науки не проникли в области, традиционно оставляемые за философией, такие, как свобода или этика. Но, с точки зрения Бергсона, даже в тех областях, где успехи естествознания, казалось бы, могли быть весьма внушительными, результаты оказались гораздо скромнее ожидаемых. Согласно Бергсону, наше понимание природы должно опираться не на объекты, выделенные наукой вследствие их повторяющегося временно́го поведения, а на наш собственный субъективный опыт, который является в первую очередь и по большей части опытом длительности и творчества. По мнению Бергсона, «прожитое время», ассоциируемое с нашим опытом длительности, не противопоставляет нас миру, подверженному действию инвариантных во времени законов. Наоборот, оно выражает нашу погруженность в природу, наше единство с реальностью. Одна из целей, которую преследовал Бергсон при написании своего труда «Творческая эволюция», было намерение «показать, что Целое имеет такую же природу, как и Я, и что мы постигаем Целое путем все более глубокого постижения Я» [2].

Бергсон намеревался предложить метод, способный конкурировать с научным знанием, и в этом потерпел неудачу. То, что Бергсон называл «нашим ощущением собственной эволюции и эволюции всех вещей в чистой деятельности» [3], не привело к возникновению нового способа познания, сравнимого по значимости с научным. Но именно потому, что мы не можем более разделять веру в правильность предложенного Бергсоном решения, дух поставленной Бергсоном проблемы пронизывает эту книгу.

В отличие от Бергсона, мы отнюдь не считаем, будто для понимания созидательной деятельности природы нам нужна «другая» наука. Однако мы убеждены в том, что наука находится еще в самом начале своего пути и что физика в настоящее время преодолевает ограничения, обусловленные ее происхождением. Начало науки совпало с чудесными открытиями: оказалось, что природа отвечает на вопросы, задаваемые ей великими основателями современной науки Галилеем или Ньютоном, тем самым подтверждая законность их подхода. Однако теперь мы в состоянии лучше понять, в сколь большой мере эти великие достижения были основаны на специфической природе окружающего нас мира. Возьмем, например, движение Земли вокруг Солнца. На историю физики решающее воздействие оказало то, что при изучении движения Земли вокруг Солнца взаимодействиями между Землей, Луной и другими планетами в первом приближении можно пренебречь.

В противном случае движение Земли вокруг Солнца нельзя было бы описать как простую систему двух тел (Земля—Солнце), и небеса не являли бы для нас прекрасное зрелище регулярных периодических движений. Для учета сложности движения планет скорее всего был бы предложен вероятностный подход. Возможно также, что понятие *неустойчивых* динамических систем, играющее ныне столь заметную роль, было бы сформулировано гораздо раньше. Великими теоретическими предвидениями классической физики мы обязаны не только культурным традициям, но и тому, что из окружающего нас сложного мира удалось выделить простые ситуации, которые привлекли наше внимание и вдохновили нас на создание адекватного языка для описания их эволюции.

Современная физика ныне способна преодолеть специфические ограничения, сложившиеся в силу исторических обстоятельств. Мы можем по-прежнему восхищаться простотой движения планет, но теперь мы лучше сознаем его особый, почти сингулярный, характер.

Именно эту трансформацию нашей точки зрения мы намереваемся описать в нашей книге. Мы хотели бы разделить с нашими читателями не покидающее нас ощущение того, что нам выпало жить в особым образом выделенный момент времени. Физика ныне стоит на пороге: она открывает целый мир новых вопросов и вместе с тем приводит нас к лучшему пониманию ее прошлого.

Не случайно Бергсон и другие философы в начале XX века рассматривали проблему времени как центральную проблему. Их позиция была частью нового осознания становления как фундаментальной категории умопостигаемости. Земля и жизнь, как и все атрибуты человеческой культуры — язык, религия, политические институты, этические и эстетические установки, — стали рассматриваться как продукты истории. Но как понять физические корни всепроникающего отношения между бытием и временем?

В нашей книге «Порядок из хаоса» [4] мы кратко и без особых подробностей изложили историю физики XIX века, в центре которой неизменно находилась проблема времени. Мы рассказывали о том, как во второй половине XIX века возникли две концепции времени, соответствующие противоположным картинам физического мира. Одна из этих концепций восходит к динамике, основы которой были заложены в XVII и XVIII веках, другая — к термодинамике, возникшей в XIX веке. С точки зрения динамики, время отнюдь не означает становления. Подобно идеальному объекту — маятнику без трения, совершающему незатухающие колебания вокруг положения равновесия, — мир, управляемый законами динамики, подтверждает свое неизменяющееся тождество. С другой стороны, термодинамическая Вселенная включает в себя становление, но становление ограниченное, негативное: Вселенная неуклонно движется к своей тепловой смерти, нивелируя все различия. Возникло столкновение теорий: обратимые во времени законы динамики против второго начала термодинамики, связанного с необратимой эволюцией к равновесию.

Для венского физика Людвига Больцмана XIX век был «веком Дарвина», веком человека, представившего жизнь как результат никогда не завершающегося процесса эволюции и тем самым поставившего становление в центр нашего понимания природы. Впрочем, для большинства физиков имя Больцмана в наше время связано с выводом, прямо противоположным выводу Дарвина: принято считать, будто Больцман показал, что необратимость в действительности не более чем «иллюзия». Трагедия Больцмана состояла в том, что он попытался сделать в физике то, что удалось совершить в биологии Дарвину, но зашел в тупик.

На первый взгляд, сходство между подходами этих двух гигантов XIX века поразительно. Дарвин показал, что если начать с изучения не отдельных особей, а сообществ, или *популяций*, то можно понять, как индивидуальная изменчивость, подверженная селекционному давлению, претерпевает «дрейф». Аналогичным образом Больцман пытался доказать, что мы не можем понять второе начало термодинамики, а также предсказанное им спонтанное возрастание энтропии, исходя из отдельных динамических траекторий. Для этого надо брать в качестве исходного пункта большую популяцию частиц. Возрастание энтропии, с точки зрения Больцмана, является глобальным «дрейфом», возникающим в результате бесчисленных столкновений между частицами.

В 1872 г. Больцман опубликовал свою знаменитую «$\mathscr{H}$-теорему», к которой мы будем неоднократно возвращаться. $\mathscr{H}$-функция Больцмана учитывает эффекты столкновений, которые непрестанно изменяют скорости частиц. $\mathscr{H}$-теорема утверждает, что в результате столкновений распределение скоростей популяции частиц приближается к равновесному распределению (так называемому распределению Максвелла—Больцмана). В процессе приближения к равновесию $\mathscr{H}$-функция Больцмана убывает и достигает своего минимума в состоянии равновесия; этот минимум означает, что столкновения не изменяют более распределение скоростей. Таким образом, столкновения были для Больцмана тем механизмом, который приводит систему к равновесию.

В гл. 3 мы вернемся к явному противоречию между подходами Дарвина и Больцмана. Оба ученых заменили изучение отдельных особей или молекул изучением популяций и показали, что «малые» вариации (изменчивость особей, микроскопические столкновения), происходящие в течение долгого времени, могут порождать эволюцию на коллективном уровне. Но если Дарвин пытался объяснить возникновение новых видов, то Больцман описывал эволюцию к равновесию и однородности. Нельзя не отметить и еще одно немаловажное обстоятельство — поразительно различные судьбы теорий Дарвина и Больцмана. Несмотря на яростные споры, теория Дарвина встретила триумфальный прием. Она и поныне остается основой нашего понимания жизни. Предложенная же Больцманом интерпретация необратимости подверглась яростной критике, под давлением которой Больцман был вынужден постепенно отступить. Он не мог исключить возможность «антитермодинамической» эволюции, в результате которой энтропия бы убывала, а неоднородности, вместо того чтобы сглаживаться, спонтанно усиливались бы.

2. Отрицание времени

Ситуация, с которой столкнулся Больцман, была поистине драматической. Больцман был убежден в том, что для понимания природы нам необходимо учитывать ее эволюционные характеристики, и усматривал в необратимости, определяемой вторым началом термодинамики, решающий шаг в этом направлении. Но Больцман был также наследником великой традиции динамики и сознавал, что именно эта традиция стояла на пути предпринятой им попытки придать микроскопический смысл «стреле времени».

С нашей — весьма удобной — точки зрения современного наблюдателя, трагедия Больцмана, поставленного перед выбором между своим убеждением в том, что физика должна пытаться понять становление, а не отрицать его, и верностью классическим традициям физики, представляется особенно острой. С одной стороны, провал предпринятой Больцманом попытки кажется нам вполне очевидным: сегодня каждый студент-физик знает, что траектория обратима и не позволяет проводить различие между прошлым и будущим. Следовательно, как заметил Пуанкаре, любая попытка объяснить необратимость в терминах обратимых процессов, сколь бы многочисленны те ни были, ошибочна даже с чисто логической точки зрения [5]. С другой стороны, интуиция Больцмана была верной. Как мы увидим в дальнейшем, между отдельными устойчивыми траекториями и системами сталкивающихся частиц, являющихся неинтегрируемыми системами по классификации Пуанкаре, о которой мы уже упоминали во введении, существует принципиальное различие. Печальный парадокс в истории науки состоит в том, что Пуанкаре, чьи работы сыграли фундаментальную роль в современной теории хаоса, выступил с резкими возражениями против идей Больцмана. Но время этих идей тогда еще не пришло. Чтобы научное сообщество смогло воспринять революционные концепции Больцмана, потребовалось фундаментальное изменение в нашем понимании динамики — изменение, которое Больцман не мог предвидеть.

Поражение, которое потерпел Больцман, впервые явно продемонстрировало радикальность выводов, к которым приводит классическая динамика, в частности, вытекающее из нее отрицание стрелы времени. Почему признания этого факта пришлось ожидать почти два столетия после рождения динамики? Как мог Больцман, в отличие от большинства своих современников, надеяться на то, что ему удастся придать необратимости динамический смысл? Как могло это большинство не «видеть» с самого начала то, что представляется столь очевидным сегодня, — то, что фундаментальные законы классической динамики подразумевают обратимость во времени, что существует полная эквивалентность между двумя направлениями времени — направлением вперед, определяющим наше будущее, и обратным направлением, которое мы можем мысленно представлять себе, когда описываем систему, «возвращающуюся» в свое начальное состояние? Радикальное отрицание времени неявно постулировалось динамикой и самой парадигмой науки с XVII века. Парадоксальный характер этого отрицания никогда не отмечался явно до тех пор, пока Больцман не потерпел поражения. Ни один из великих философов, будь то Лейбниц или Кант, который рассматривал динамику как модель человеческой рациональности, не отваживался сформулировать или хотя бы рассмотреть тот вывод, к которому приводит классическая динамика.

Важно подчеркнуть почти непостижимый характер динамической обратимости. Вопрос о времени, о том, что оно сохраняет, создает или уничтожает, всегда находился в центре человеческой мысли. Правда, мистические учения отрицали реальность нашего изменяющегося и неопределенного мира и определяли как идеал существование, которое позволяло бы нам избегать горестей и печалей жизни. Кроме того, в прошлом весьма популярной была идея циклического времени, регулярно возвращающегося к своему началу. Но мистические учения никогда и не претендовали на реальное понимание природы, а концепции «вечного возвращения», навеянные чередованием времен года или сменой человеческих поколений, все же несут на себе печать стрелы времени. Вплоть до конца XIX века в истории человечества не появилось ни одной концептуальной схемы, в которой бы утверждалась эквивалентность между растением, которое растет, цветет и умирает, и растением, которое воскресает, становится снова юным и превращается в то семя, из которого оно выросло, или между человеком, который созревает и учится, и человеком, который постепенно превращается в дитя, затем в зародыш и, наконец, в яйцеклетку.

В противоположность этому, концептуальная схема, которая позволила динамике успешно войти в математическое описание, подразумевает эквивалентность между прошлым и будущим. Принцип, которым руководствовались в своих работах Галилей, Гюйгенс и их последователи, был явно сформулирован Лейбницем, который назвал его «принципом достаточного основания» [6]. Этот принцип утверждает, что в природе «полная» причина любого превращения эквивалентна его «полному» следствию.

До Больцмана принцип достаточного основания традиционно приравнивался детерминистической связи между причиной и следствием. Однако в действительности принцип достаточного основания утверждает нечто большее. Мы знаем о большом числе причинных детерминистических описаний, не следующих этому принципу. Например, закон Фурье описывает процесс теплопроводности как определяемый разностью температур. Но, как и все процессы производства энтропии, теплопроводность описывает не сохранение «причины» в производимых ею следствиях, а постепенное исчезновении самой причины. Действительно, к тому моменту, когда процесс теплопроводности завершается, разность температур постепенно оказывается выравненной, но при этом теплопроводность не порождает никакого эквивалентного ей эффекта, которым можно было бы воспользоваться, чтобы восстановить первоначальную разность температур.

Эквивалентность между причиной и следствием, требуемая принципом достаточного основания, является не какой-нибудь второстепенной особенностью динамики, а ее важнейшим исходным пунктом. Сформулировав первый закон физики (в том смысле, в каком понимает закон природы современная физика) — закон свободного падения тел, Галилей постулировал, что тело, скатывающееся по наклонной плоскости без трения, приобретает скорость, достаточную для того, чтобы тело могло снова набрать первоначальную высоту. Потеря высоты полностью компенсируется приобретенной скоростью. Гюйгенс обобщил это рассуждение, отождествив два толкования эквивалентности; то, что тело приобретает в свободном падении, измеряется квадратом набранной телом скорости (ныне мы записываем равенство $mgh = mv^2/2$, где m — масса тела, h — набранная или потерянная высота, g — ускорение силы тяжести и v — приобретенная или потерянная скорость).

История динамики от Галилея до Лагранжа и Гамильтона подтвердила взгляды Лейбница, видевшего в эквивалентности «причин» и «следствий» своего рода нить Ариадны динамики. Но только с возражением Лошмидта против $\mathscr{H}$-теоремы Больцмана — «парадоксом обращения скоростей» — впервые было осознано, что эквивалентность причин и следствий влечет за собой эквивалентность прошлого и будущего. Возражение Лошмидта сводится к следующему. Представим себе, что скорости всех частиц газа в данный момент времени повернуты в обратном направлении. В результате подобно тому, как галилеево тело поднимается по наклонной плоскости, по которой оно только что скатилось, и вновь достигает исходной высоты, эволюция газа вынудит каждую молекулу двигаться назад, и газ возвратится в свое исходное состояние. Столкновения воссоздадут то, что было разрушено столкновениями. Следуя возражению Лошмидта, можно заключить, что эволюция, порожденная столкновениями, не может быть истинно необратимой. Не существует внутреннего различия между газом, эволюционирующим к состоянию равновесия, и газом, эволюционирующим от состояния равновесия.

Больцман намеревался интерпретировать термодинамическую необратимость в терминах динамики, но фундаментальные принципы динамики обрекли усилия Больцмана на неудачу, поскольку эволюционным процессам, ведущим к возрастанию энтропии, было невозможно придать особый статус. С точки зрения динамики у каждого процесса, связанного с возрастанием энтропии, существует аналог — эквивалентный обратный процесс, ведущий к убыванию энтропии. Как будет показано, единственное различие между теми и другими процессами связано с начальными условиями. Но динамика не объясняет, почему и в природе, и в наших лабораториях мы встречаем или можем приготовить только такие начальные условия, которые ведут к равновесию.

В наше время аргументы, которые обрекли на неудачу усилия Больцмана, выглядят менее убедительными. Что такое «полная» причина, что такое «полное» следствие, когда мы имеем дело с неустойчивыми хаотическими системами? Для хаотических динамических систем само понятие траектории утрачивает смысл через некоторое характерное время (время Ляпунова, к которому мы будем неоднократно возвращаться). Что означает предложенное Лошмидтом обращение скоростей? Но ограничиться одной лишь констатацией этой трудности недостаточно. Необходимо каким-то образом модифицировать классическую схему, чтобы включить в нее новые особенности, связанные с динамическим хаосом.

Но обратимся сначала к той ситуации, с которой пришлось столкнуться Больцману. Он был поставлен перед необходимостью выбора между надеждой придать физике временнóй характер и лояльностью классической динамике. Больцман выбрал динамику. Свою микроскопическую интерпретацию второго начала Больцман заменил *вероятностной* интерпретацией, связав ее с неполнотой имеющейся у нас информации о системе.

Ясно, что в сложных системах, состоящих из огромного числа молекул (порядка 10^{23}), например, в газе или жидкости, мы не в состоянии вычислить поведение каждой молекулы. Поэтому Больцман ввел предположение, что все микроскопические состояния таких систем, описываемых динамикой, априори равновероятны. Различия связаны с макроскопическим состоянием, описываемым температурой, давлением и другими *макроскопическими параметрами*. Больцман нашел вероятность каждого макроскопического состояния, вычислив число составляющих его микроскопических состояний.

Представим себе, например, что некий объем разделен на два примерно равных отсека, сообщающихся между собой. В этом объеме находится большое число N молекул. Проследить траекторию каждой молекулы мы не в состоянии. Измерение такой макроскопической величины, как давление, в каждом отсеке позволит определить только число молекул в нем. Мы можем приготовить своего рода отправную точку — «начальное состояние», как обычно говорят физики, в котором один из отсеков почти пуст. Чего можно ожидать от наблюдения за такой системой? Со временем молекулы заполнят пустой отсек. Действительно, подавляющее большинство всех возможных микроскопических состояний соответствует макроскопической ситуации, при которой каждый отсек содержит одно и то же число молекул. Такое состояние соответствует «равновесию», одинаковому давлению в обоих отсеках. Коль скоро состояние равновесия будет достигнуто, молекулы будут по-прежнему переходить из одного отсека в другой, но в среднем число молекул, движущихся вправо, будет равно числу молекул, движущихся влево. С точностью до небольших быстропреходящих флуктуаций число молекул в каждом из двух отсеков будет оставаться постоянным по времени, и равновесие сохранится. Спонтанное долговременное отклонение от равновесия полностью не исключено, но, как заключил Больцман, было бы «невероятно».

Предложенная Больцманом интерпретация основана на вероятностных соображениях и «возлагает ответственность» за наблюдаемую нами необратимость на макроскопический характер наших наблюдений: тот, кто смог бы проследить индивидуальное движение молекул, увидел бы обратимую во времени систему, каждая молекула которой подчиняется законам ньютоновской физики. Как только мы сможем описать число молекул в каждом отсеке, мы неизбежно придем к заключению, что система эволюционирует к равновесию. Согласно этой интерпретации, необратимость не является фундаментальным законом природы. Необратимость — не более чем следствие макроскопического характера наших наблюдений.

Цермело добавил к парадоксу обращения скоростей Лошмидта еще одно критическое соображение. Он сослался на теорему Пуанкаре о возвращении, которая утверждает, что, подождав достаточно долго, мы стали бы свидетелями спонтанного возвращения динамической системы к состоянию, сколь угодно близкому к начальному состоянию. Как сказал физик Смолуховский, «если бы мы продолжали наблюдение неизмеримо долго, то все процессы показались бы нам обратимыми» [7]. Эти слова в полной мере относятся к модели Больцмана — сосуду с двумя отсеками: по прошествии достаточно долгого времени пустой отсек снова опустеет. Необратимость — не более чем «кажимость», лишенная какого-либо фундаментального значения.

Интерпретация Больцмана приводит к еще одному выводу: необратимость наблюдаемых нами процессов означает, что мир находится не в «самом вероятном состоянии», которое соответствовало бы знаменитой «тепловой смерти», т. е. затуханию всех процессов, приводящих к возникновению каких-нибудь различий. Мы живем в «невероятном» мире, и «стрела времени», указывающая на различия между прошлым и будущим, — не более чем одно из следствий, проистекающих из этого факта. То, что мы называем «природой», т. е. взаимосвязанные явления, разделяющие с нами одно будущее, — от пылающего Солнца до поглощающего его лучи растения или летящей птицы, — не более чем различные проявления одного и того же процесса: постепенного исчезновения начального отклонения от равновесия.

Но как можно объяснить отклонение от равновесия, которому мы обязаны не только эволюцией, но и самим своим существованием?

Больцман подошел к этой проблеме следующим образом: «Мы стоим перед выбором одной из двух картин. Мы либо предполагаем, что вся Вселенная в настоящий момент находится в невероятном состоянии, либо допускаем, что эоны, в течение которых длится это невероятное состояние, и расстояние от нас до Сириуса — пренебрежимо малые величины по сравнению с возрастом и размерами всей Вселенной. В такой Вселенной, которая находится в тепловом равновесии и потому мертва, тут и там встречаются относительно небольшие области размером с нашу галактику — области (мы можем называть их "мирами"), существенно отклоняющиеся от теплового равновесия на протяжении сравнительно коротких интервалов времени (эонов). Вероятности состояний таких миров возрастают так же часто, как и убывают. Во Вселенной в целом оба направления времени неразличимы, как неразличимы в космическом пространстве направления вверх и вниз... Мне кажется, что подобный взгляд на вещи единственный, который дает нам возможность понять, почему справедливо второе начало и тепловая смерть каждого отдельного мира, не вызывая однонаправленного изменения всей Вселенной из определенного начального состояния в некоторое конечное состояние» [8].

Таков был вывод Больцмана. Его попытка интерпретировать необратимость в терминах фундаментальных законов оказалась неудачной. Стрела времени стала некоей случайностью, и мир вокруг нас свелся к локальной флуктуации, так что Вселенная как единое целое оказалась лишенной направления времени. В остальных областях Вселенной энтропия могла убывать, и никакой эволюции к равновесию не наблюдалось, а разности температуры и давления, как правило, спонтанно возрастали бы со временем.

Такие «иные» миры, уходящие от равновесия, трудно себе представить: то, что в такого рода мирах было бы нормой, для нас выглядело бы «чудом». В одном и том же сосуде одна часть жидкости самопроизвольно закипала бы, а другая бы замерзала и т. д.* Но это была бы не единственная трудность. Как объяснить, почему в нашем мире мы никогда не встречаемся с поведением такого рода, которое соответствовало бы стреле времени, противоположной нашей? В конце XIX века астрономические наблюдения были ограничены нашей Галактикой. Но наблю-

*Между прочим, заметим, что, как показал Норберт Винер, мы не смогли бы сообщаться с миром, в котором стрела времени была бы направлена в противоположном направлении по сравнению со стрелой в нашем мире. Каждый сигнал, посланный нам из такого мира, поразил бы нас своей необычайностью, как природный процесс, который мы никак не могли бы объяснить в терминах вызываемых им возможных последствий. Например, если бы обитатели такого мира начертили для нас квадрат на песке, то остатки квадрата мы бы увидели как его предвестники, и квадрат возник бы перед нами как бы в результате какой-то странной «кристаллизации» этих останков. «Смысл его был бы столь же неуловимым для нас, как те лики, которые мы видим в очертаниях гор и скал» [9].

даемый ныне мир включает в себя миллиарды галактик, которые все имеют стрелу времени, направленную так же, как наша. Почему все выглядит так, будто одна-единственная стрела времени управляет всем наблюдаемым миром?

3. Планк и излучение абсолютно черного тела

Больцмановская интерпретация стрелы времени была основана на таких ситуациях, когда столкновения между молекулами изменяют распределение скоростей по ансамблю молекул, как того требует кинетическая теория. Могло бы рассмотрение ситуаций других типов послужить здесь более удовлетворительным исходным пунктом? Эта надежда привела Макса Планка к проблеме «излучения абсолютно черного тела».

Излучение абсолютно черного тела стало вызывать большой интерес с появления в середине XIX века работ Кирхгофа. В полости с поглощающей внутренней поверхностью стенок излучение обладает универсальными свойствами, не зависящими от природы поглотителя. Мы можем наблюдать излучение в полости, измеряя спектральное распределение (т. е. интенсивность излучения как функцию длины волны или частоты) излучения, выходящего из полости через малое отверстие. В результате таких измерений мы обнаружим, что интенсивность каждой частоты зависит только от температуры полости. Такое излучение получило название «излучение абсолютно черного тела», так как черные тела поглощают излучение всех цветов, или частот.

Хотя на первый взгляд это не вполне очевидно, преобразование падающего излучения, характеризуемого вполне определенным спектральным распределением, в излучение абсолютно черного тела очень похоже на необратимую эволюцию к равновесному распределению скоростей Максвелла—Больцмана. И в том и в другом случае эволюция приводит к забыванию начальных условий — в данном случае спектрального распределения падающего излучения. Однако излучение абсолютно черного тела обладает еще большей универсальностью, чем распределение Максвелла—Больцмана. Действительно, излучение абсолютно черного тела зависит (кроме температуры) только от универсальных постоянных: скорости света c и постоянной Больцмана k, тогда как распределение скоростей Максвелла—Больцмана зависит еще и от характерных свойств частиц, например, от их масс.

Ныне излучение абсолютно черного тела представляет еще больший интерес, чем когда-либо. Излучение, испускаемое Солнцем, весьма точно описывается излучением абсолютно черного тела при температуре около 6000 K. Но наибольший интерес представляет реликтовое излучение абсолютно черного тела при температуре 3 K, возникшее на ранних стадиях развития Вселенной после Большого Взрыва и с тех пор остывшее. К этому вещественному доказательству происшедшего в незапамятные времена «горячего» события мы еще неоднократно будем возвращаться.

Так же как и процесс, при котором система сталкивающихся частиц приходит к равновесию, трансформация падающего излучения в излучение абсолютно черного тела выглядит необратимым процессом, затрагивающим в данном случае взаимодействие между веществом и излучением. Следовательно, формирование излучения абсолютно черного тела можно считать наглядным примером эволюции с возрастанием энтропии. Именно поэтому излучение абсолютно черного тела и привлекло внимание Макса Планка.

Более ранние работы Планка были связаны главным образом с термодинамикой и, в частности, с необратимыми процессами. Планк был убежден в том, что второе начало термодинамики столь же универсально и объективно, как и первое начало термодинамики, которое постулирует сохранение энергии. Планк даже ввел термин «естественные процессы» для процессов, происходящих с возрастанием энтропии, в отличие от «нейтральных процессов», носящих исключительный характер, например, динамического движения, сохраняющего энтропию. Как подчеркивает Т. Кун [10], после ухода Больцмана Планк оставался единственным физиком XIX века, верившим и в механическую картину мира, и в объективный характер второго начала. Для Планка фундаментальные процессы в природе были необратимыми, и он отвергал все попытки связать необратимость с присущими человеку ограничениями: «Было бы абсурдно предполагать, что справедливость второго начала в какой-то мере зависит от искусства физика или химика наблюдать или экспериментировать, Суть второго начала не имеет никакого отношения к эксперименту: второе начало лишь кратко констатирует, что в природе существует величина, которая во всех естественных процессах изменяется в одну и ту же сторону. Столь общее утверждение может быть истинным или ложным, но, каким бы оно ни было, это утверждение остается таким, какое оно есть, независимо от того, найдутся ли на Земле мыслящие и умеющие производить наблюдения существа и, в предположении, что такие существа найдутся, умеют ли они или не умеют производить измерения на один, два или сто десятичных знаков точнее, чем мы. Ограничения закона, если таковые существуют, должны лежать в той же области, что и основополагающая идея, — в наблюдаемой природе, а не в наблюдателе» [11].

Естественно, что при таких убеждениях Планк оказался сторонником микроскопической интерпретации второго начала. В то время как Больцман был вынужден отступить под огнем критики Цермело, подчеркивавшим несовместимость второго начала с теоремой Пуанкаре о возвращении, Планк предпринял попытку самостоятельно разобраться в существе проблемы. В письме к своему другу Лео Гретцу (1897) Планк, высказав согласие с Цермело относительно безнадежности вывода физических эффектов с четко определенными характеристиками, например, вязкости, из вероятностных соображений, писал: «Но Цермело идет дальше, и я думаю, что здесь он основательно заблуждается. Цермело полагает, что второе начало, если рассматривать его как закон природы, несовместимо с механическим взглядом на природу. Однако проблема существенно изменяется, если вместо дискретных материальных точек, например, молекул в теории газа, рассматривать непрерывную материю. Я убежден и надеюсь, что на этом пути удастся найти чисто механический смысл второго начала, но проблема эта чрезвычайно трудна и требует времени» [12].

Иначе говоря, по мнению Планка, попытка Больцмана оказалась неудачной, потому что он рассматривал динамическую систему как состоящую из отдельных частиц. Придя к такому заключению, Планк решил воспользоваться пионерскими идеями Больцмана, но на этот раз в рамках взаимодействия между частицами и полем. Что происходит, например, когда частица возбуждается падающей волной, а затем сама испускает волну? Не будет ли такой процесс более успешным кандидатом на роль источника необратимости, чем больцмановские столкновения? Действительно, качественное различие между падающими и расходящимися волнами очевидно. Как заметил Поппер [13], мы никогда бы не поверили, что кинофильм, в котором концентрические волны сходятся в точке, откуда из воды выскакивает камень, описывает реальный процесс!

Интересно, что сам Больцман выступил против точки зрения Планка: он подчеркивал, что если Планк рассматривает поле и частицы как единую динамическую систему, то те же самые аргументы, которые оппоненты выдвигали против его, Больцмана, точки зрения, в равной мере относятся и к Планку. С точки зрения классической теории поля, в которой основные уравнения симметричны во времени, Больцман был прав. Однако эквивалентность между тем, что физики называют «запаздывающими» волнами (такие волны образуются, например, если бросить камень в пруд) и «опережающими» волнами (которые сходились бы к центру и выталкивали камень из пруда), доставила немало хлопот многим последующим поколениям ученых. Оба типа волн являются решениями волнового уравнения, но, очевидно, играют в природе далеко не одну и ту же роль. Именно на это обратил внимание в 1909 г. Ритц, выдвинувший возражения против вероятностной интерпретации необратимости, которую предложил Эйнштейн. Даже Паули заметил по поводу опережающих волн: «Они удовлетворяют тем же самым дифференциальным уравнениям, но не столь легко реализуются в природе. В бесконечном пространстве природа явно отдает предпочтение первому семейству решений (N. B.: запаздывающим волнам)» [14]. В этих словах — признание неполноты законов электродинамики. Проблема объективизации «предпочтения», оказываемого природой запаздывающим волнам, и была стержнем исходной программы Планка. Эта же проблема играет важную роль и в нашем подходе.

Исследованию взаимодействия между веществом и светом Планк посвятил четыре года — с 1896 по 1900. За это время он убедился в том, что Больцман был прав. Однако и Планк был вынужден отступить. Но, как хорошо известно, проводимые Планком исследования излучения абсолютно черного тела возымели неожиданные следствия. Они привели его к открытию универсальной постоянной, носящей ныне имя Планка, и к квантованию излучения, открыв путь к новой фазе в истории физики, т. е. к квантовой механике.

Как будет показано в части III и части IV, и кинетические системы Больцмана, и система взаимодействия между веществом и излучением Планка являются примерами «больших систем Пуанкаре», которые приводят к нарушению симметрии во времени и несводимому вероятностному описанию. Однако с начала XX века именно неудача предпринятых Больцманом и Планком попыток достичь унификации между динамикой и термодинамической эволюцией к равновесию воспринималась как окончательный исход столкновения между двумя конкурирующими концепциями времени, созданными физиками.

Драматическую историю Больцмана его идейные наследники сумели превратить в победу. Отрицание стрелы времени стало для большинства физиков символом того, в чем они усматривали высшее предназначение своей науки: достижения безвременнóго описания реальности за преходящей кажимостью изменения. Наиболее выдающимся представителем такого подхода к физике, по-видимому, был Эйнштейн. Высшее предназначение физики он видел в достижении такого описания мира, в котором не было бы места человеческой субъективности. Цель мистиков во все времена состояла в том, чтобы избавиться от оков жизни, избежать мучений и иллюзий обманчивого мира. Эйнштейн претворил эту цель в высшее предназначение физики как науки. В то время как мистики стремились жить в этом мире, как если бы он был иллюзией, Эйнштейн, приняв, что окружающий нас мир действительно иллюзорен, поставил перед собой задачу сформулировать законы, которые превратили бы этот мир в прозрачную умопостигаемую Вселенную, очищенную от всего, что так или иначе влияет на человеческую жизнь, будь то память о прошлом или предчувствие будущего.

Подобно Больцману, Планку и его современникам, мы стоим ныне на распутье. Выбор, сделанный ими в пользу классической динамики, казалось бы, подкрепляется внушительными успехами физики XX века, поскольку, как мы увидим в дальнейшем, и теория относительности Эйнштейна, и квантовая механика являются наследниками обратимых во времени динамических законов. Но, с другой стороны, достижения физики последнего времени — открытие самоорганизации, хаоса и космологической эволюции — однозначно указывают в направлении физики с ориентированным временем, физики, свободной от тех парадоксов, о которых мы упоминали во введении, — парадокса времени, квантового парадокса и космологического парадокса. Прежде чем пускаться в исследование открывшихся перед нами новых путей, задержимся немного и посвятим главу необычайной судьбе физики, которая с самого начала была зачарована возможностью овладения своего рода сверхъестественным знанием мира, знания, которым обладал бы Бог, если бы Он существовал.

Глава 2

О богах и людях

1. Уникальная позиция физики

Представляется весьма странным, что вывод, к которому пришли Больцман и последовавшие за ним физики, — о том, что необратимость обусловлена только нашим приближенным макроскопическим описанием обратимой во времени реальности, — не вызвал кризиса в западной науке. Контраст с последовавшей через несколько лет реакцией на теорию относительности Эйнштейна поистине поразительный. В то время как достижения Эйнштейна были восприняты как выдающееся культурное событие, отзвуки работ Больцмана были едва слышны среди физиков. Контраст тем более разителен, что теория относительности Эйнштейна опрокинула понятие *абсолютной одновременности* двух событий, разделенных большим пространственным интервалом, — понятие, имеющее для жизни человека далеко не первостепенное значение. В отличие от этого, проблема различия между прошлым и будущим, поднятая Больцманом, принадлежит к числу тех, корни которых глубоко уходят в опыт нашей повседневной жизни.

По крайней мере одна из причин столь резкого контраста в оценке Эйнштейна и Больцмана заключается в том, что «провал» Больцмана ретроспективно представляется не как «переворот» в нашей концепции времени, а лишь как формулировка в явном виде чего-то такого, что всегда неявно подразумевалось динамикой. Критикуя классическую науку, Бергсон даже не упоминает Больцмана.

Интересно расширить рамки затронутой нами проблемы. Мы уже говорили о том, что Больцман вопреки своему глубокому убеждению в эволюционном характере развития природы сохранил верность традиции динамики. Поэтому для него и для его последователей динамика была не просто одним из языков науки среди прочих. Динамика обладала достаточно высоким престижем, чтобы презреть данность времени, данность, возникающую и из нашего субъективного опыта, и почти из всех явлений, наблюдаемых вокруг нас.

История физики неотделима от «идеологических» суждений и актов выбора, которые направляли ее развитие. Выбор Больцмана наводит на размышления о роли физики в нашей культуре, о том необычайно важном значении, которое придавали физике со времен Галилея и Ньютона.

Ни у кого не вызывает удивления, что история геологии, биологии или астрономии складывалась под влиянием взаимосвязи между этими науками и тем, что в религии принято называть откровением. Положение Земли в мироздании, внешний вид живых существ, самое тождество рода человеческого, прежде чем стать объектами научного исследования, интерпретировались в терминах деятельности Бога-Творца. Однако нельзя не удивляться тому, что даже проблемы сугубо специального характера, например, вопрос о том, можно ли объяснить столкновения между двумя телами в терминах их упругости или, если угодно, их «твердости», обсуждались со ссылкой на всемогущество Божье или свободу воли человека.

Между тем именно такой подход отчетливо прослеживается в знаменитой переписке между философом Лейбницем и теологом Кларком, выступавшим выразителем взглядов Ньютона. Эта переписка [1], начавшаяся в 1715 г. и закончившаяся только со смертью Лейбница, сводит воедино области, которые для любого серьезного эпистемолога строго обособлены. В переписке затрагивается множество областей знания. Политология: какой монарх наилучший? Тот, чьи подданные достаточно дисциплинированы для того, чтобы его вмешательство в их дела было излишним, или, наоборот, тот, кто непрерывно вмешивается в дела своих подданных? Теология: как надлежит понимать чудеса? Как нам отличить прямое вмешательство Бога в наш мир от событий, непосредственно следующих из Его первоначального акта творения? Этика: свободен ли акт, совершенный без какого-либо мотива, или, наоборот, он всегда следует самой сильной нашей наклонности даже в тех случаях, когда мы этого не сознаем? Космология: в каком смысле космическое пространство бесконечно? Был ли мир сотворен в некий заданный момент времени или время ограничено существованием мира? Физика: убывает ли живая сила (то, что сегодня мы называем механической энергией) без вмешательства Бога, или она сохраняется в любом естественном процессе? Уничтожается ли живая сила при столкновении мягких тел, которые теряют свои скорости, или умаление живой силы не более чем кажимость, а в действительности она распределяется между мельчайшими невидимыми частицами сталкивающихся тел? Таковы лишь некоторые вопросы, затронутые в переписке между Лейбницем и Кларком. Как подчеркивали ее участники, полемика между ними все время происходила по поводу одного и того же вопроса: о границах применимости и обоснованности «принципа достаточного основания», о котором мы уже упоминали в гл. 1 (п. 2). По мнению Лейбница, принцип достаточного основания был универсален, тогда как Кларк считал, что этот принцип применим только к механической передаче движения (и, например, неприменим к ускорению, создаваемому ньютоновскими силами).

Читая переписку Лейбница и Кларка, мы с удивлением обнаруживаем, до какой степени Ньютон, тщательно следивший за тем, как Кларк излагает его идеи, не был «ньютонианцем». То, что мы сегодня называем «ньютонианским видением» (или «ньютонианской картиной») мира, отстаивал Лейбниц. Ньютон же через Кларка утверждал, что каждое спонтанное действие человека или какого-нибудь другого живого существа привносит в наш мир *новое движение*, необъяснимое в терминах сохранения причин в их действиях [2]. Лейбниц говорит о мире, находящемся в «вечном движении», о мире, в котором причины и следствия нескончаемо порождают друг друга.

По его мнению, Вселенная с момента творения не получала более «нового движения», когда одно тело «приобретает» живую силу, другое тело «теряет» ее. В отличие от Лейбница, Ньютон и Кларк говорят о природе как о «вечном работнике». Они описывают природу как приводимую в движение трансцендентной силой: силы взаимодействия не подчиняются закону сохранения, а выражают непрекращающееся действие Бога, Творца этого мира, чью активность Он непрестанно направляет и поддерживает.

Некоторые из проблем, обсуждавшихся Лейбницем и Ньютоном, были не новы. В частности, идея «лучшего из миров», из которой следовала бесконечность и неподвижность Вселенной, уходит своими корнями в далекое прошлое. Например, у Джордано Бруно мы находим: «Итак, Вселенная едина, бесконечна, неподвижна... Она не движется в пространстве... Она не рождается... Она не уничтожается... Она не может уменьшаться или увеличиваться...» [3].

Вселенная Бруно описывается через отрицания: ничто, способное воздействовать на конечное, не может воздействовать на Вселенную. В противоположность этому (и здесь кроется главная новация) Лейбниц и Кларк строят свои аргументы вокруг Бога и Вселенной на основе мысленных экспериментов. Их интересует, например, такой вопрос: мог бы наблюдатель, обладающий более острыми чувствами, чем мы, обнаружить в мельчайших частицах тел движение, которое представляется нам утраченным при неупругом столкновении? Это знаменует появление новой особенности. Даже теперь многие научные спорные вопросы могут быть прослежены до античности. Как целое относится к своим частям? Являются ли пространство и время бесконечно делимыми? Является ли Вселенная исторической или вечной сущностью? [4]. Но переписка между Кларком и Лейбницем, пожалуй, первый пример того, как метафизические и научные дискуссии совместными усилиями не только придали философский смысл научным утверждениям, но и превратили чисто философские в прошлом вопросы в «технические» естественнонаучные аргументы. Возможность измерения, эксперимента, даже если речь идет лишь о мысленном эксперименте, может поставить под вопрос самые широкие и амбициозные интеллектуальные схемы. Если столкновения приводят к «потере» живой силы, то живая сила должна вновь и вновь порождаться в природе, как подчеркивают Ньютон и Кларк в своей полемике с Лейбницем. Если в мысленном эксперименте мы обращаем скорости молекул газа и не можем избежать заключения, что такое обращение скоростей заставит газ вернуться в свое прошлое, то стрела времени, как был вынужден признать Больцман, — не более чем иллюзия. Если бы Эйнштейн около шестидесяти лет назад смог возразить Бору с помощью мысленного эксперимента, в котором положение и скорость частицы могли быть измерены одновременно, структура квантовой физики и ее философские последствия могли бы подвергнуться радикальному пересмотру.

2. Наше наследие

Макс Джеммер сравнил дискуссию между Бором и Эйнштейном с перепиской Лейбница и Кларка: «В обоих случаях это было столкновение диаметрально противоположных философских взглядов на фундаментальные проблемы физики; в обоих случаях это было столкновение между двумя величайшими умами своего времени; и, подобно тому, как знаменитая переписка Кларка и Лейбница (1715–1716) — “peut etre le plus beau monument que nous avons des combats littéraires” [возможно, самый прекрасный из памятников литературных баталий, которыми мы располагаем (Вольтер)] — была лишь одним из проявлений глубокого расхождения во мнениях между Ньютоном и Лейбницем, дискуссии между Бором и Эйнштейном в холлах брюссельского отеля “Метрополь” были лишь отблеском дебатов, которые продолжались многие годы, хотя и не в форме прямого диалога. Даже после смерти Эйнштейна (последовавшей 18 апреля 1955 г.) Бор неоднократно признавался, что продолжал мысленно спорить с Эйнштейном, и всякий раз, когда ему случалось столкнуться с какой-нибудь фундаментальной физической проблемой, он спрашивал себя, что бы подумал по этому поводу Эйнштейн. Последнее, что было начертано рукой Бора на доске в его кабинете во дворце Карлсберг вечером накануне смерти (последовавшей 18 ноября 1962 г.), был чертеж эйнштейновского фотонного ящика, который имел непосредственное отношение к одной из главных проблем, затронутых в дискуссиях Бора с Эйнштейном» [5].

Часто спрашивают о культурных и философских влияниях, которые наложили свой отпечаток на мышление Эйнштейна и Бора и могли бы в какой-то мере объяснить расхождения в их взглядах. Но сколь бы глубоки ни были эти расхождения, гораздо большее значение имеет то, что объединяло Эйнштейна и Бора. Подлинная страстность, которая так оживляла их дискуссии, эмоциональная и интеллектуальная значимость для них доступа к реальности, предоставляемого физикой, делают их истинными наследниками нашей западной научной традиции. Западная наука развивалась не только как интеллектуальная игра или в ответ на запросы практики, но и как страстный поиск истины. Какие бы эпистемологические предосторожности ни приходилось принимать всякий раз, когда речь заходит об «истине», какие бы другие факторы ни вмешивались в развитие науки (стремление к власти, престиж и т. д.), один исторический факт остается неизменным: западная наука никогда не стала бы тем, что она есть, если бы в основе ее не лежало глубокое убеждение, что именно она ставит перед нами проблему постижимости мира человеческим разумом. Несмотря на противоположные взгляды на природу квантовой реальности, Бор и Эйнштейн принадлежали одной культуре. Принятие этой культурной традиции (которую разделяем и мы в этой книге), вызов, который она бросает науке, и подразумеваемая ею тесная взаимосвязь между естествознанием и философией отнюдь не означает, что эта традиция обладает превосходством перед другими традициями, а лишь выражает своеобразие нашей собственной культуры.

Что же в таком случае означает «понять» мир? В своих мемуарах Гейзенберг вспоминает, как однажды он вместе с Бором отправился на экскурсию в замок Кронберг, и приводит размышления Бора: «Разве не странно, что этот замок меняется, стоит лишь представить себе, что в этих стенах некогда жил Гамлет? Как ученые мы знаем, что замок состоит только из камней, и восхищаемся тем, как архитектор сложил их. Эти камни, потемневшая от времени зеленая крыша, резьба по дереву в церкви — вот и весь замок. Ничто из этого не должно меняться от того, что Гамлет жил здесь, а между тем все совершенно меняется... О Гамлете нам достоверно известно только то, что его имя встречается в хронике XIII века... Но всякий знает, какие вопросы Шекспир вложил в уста Гамлета, какие глубины человеческого духа продемонстрировал на его примере и т. д., и в результате Гамлет обрел свое место на земле здесь, в Кронберге» [6].

Размышления Бора перед замком Кронберг отражают лейтмотив всей его научной жизни: неотделимость проблемы реальности от проблемы человеческого существования. Что означал бы замок Кронберг независимо от задаваемых нами вопросов? Камни Кронберга могли бы поведать нам о молекулах, из которых они состоят, о геологических напластованиях, из которых они были извлечены, быть может, об ископаемых, отпечатки которых они содержат, о культурных традициях, оказавших влияние на архитектора, который построил замок, или о вопросах, не дававших Гамлету покоя до самой смерти. Каждая из этих проблем законна и иллюстрирует плюралистическую природу реальности.

Самые четкие формулировки разногласий между двумя концепциями истины и объективности, лежащими в основе дискуссий между Эйнштейном и Бором, мы находим в диалоге между Эйнштейном и индийским поэтом и философом Тагором. В ходе этого диалога Эйнштейн пришел к заключению, что он более «религиозен», чем его собеседник. В диалоге с Тагором Эйнштейн отстаивал концепцию реальности, которую наука должна описывать независимо от существования человека. Не будь этого идеала, наука была бы лишена для Эйнштейна всякого интереса. В то же время Эйнштейн сознавал, что доказать «сверхчеловеческую» объективность научной истины не удастся никогда. Таким образом, эйнштейновская концепция реальности была основана на некоторой форме религиозной веры, религиозного чувства, исключительную важность которого в своей научной жизни Эйнштейн остро ощущал. С другой стороны, Тагор определяет реальность, к которой стремится истина, будь то истина научная, этическая или философская, как относительную: «Существует реальность бумаги, бесконечно отличная от реальности литературы. Для разума моли, пожирающей бумагу, литература абсолютно не существует, но для разума Человека литература обладает большим истинностным значением, нежели сама бумага. Аналогичным образом, если какая-то истина не имеет чувственного или рационального отношения к человеческому разуму, то она навсегда останется ничем до тех пор, пока мы останемся человеческими существами» [7]. Таким образом, по Тагору, истину надлежало понимать как открытый диалог, идеал которого состоит не в достижении независимой реальности, а в достижении согласия между «универсальным человеческим разумом» (т. е. совокупностью проблем, интересов и мнений, на которые реагируют или могли бы реагировать человеческие существа) и «индивидуальным» разумом, выражающим ту или иную конкретную точку зрения.

Физика с самого начала стремилась к тому идеалу знания, который описывает Эйнштейн. Как подчеркивал еще Лейбниц, если бы мы могли установить «полную» причину и «полное» следствие, наше знание по своему совершенству было бы сравнимо с совершенством знания Богом сотворенного Им мира. Даже в наши дни Рене Том утверждает, что мы не можем избежать обращения к Богу детерминизма, Богу мира, «где нет места для того, что не может быть формализовано» [8]. Такой метафизический выбор, связывающий науку с поиском реальности, не зависящей от человеческого существования, выражался в многочисленных ссылках на Бога, который согласно Эйнштейну не играет в кости, а согласно Планку знает одновременно положение и скорость частицы, или на демонов, будь то демон Лапласа, способный, исходя из полного описания настоящего Вселенной, вычислить ее прошлое и будущее, или демон Максвелла, способный обратить приближение к равновесию, манипулируя с отдельными молекулами.

Но так ли необходимо продолжать связывать этот метафизический выбор с идеалом научного знания? Почему мы должны видеть единственный возможный источник смысла и истины в иллюзорном облике знания, отрезанного от своих собственных корней? Поэтому мы и движемся в направлении, описанном Тагором. Научная объективность утрачивает смысл, если она в конечном счете объявляет нашу взаимосвязь с миром чем-то призрачным, низведя ее до уровня «чисто субъективной», «чисто технической» или «чисто инструментальной». Все наши измерительные устройства, все наши инструменты научной объективности, без которых не было бы физики, позволяют нам сделать вывод о том, что стрела времени существует.

Эйнштейн считал познаваемость мира чудом. Но если эта познаваемость, столь высоко ценимая Эйнштейном, означает отрицание именно того, что делает ее возможной, если выяснение условий, определяющих успех познания мира, приводит нас к приближению, сделанному по «чисто практическим» причинам, то мы имеем дело не с чудом, а с абсурдом!

3. Новое согласие?

Традиция, наделяющая физику ее интеллектуальной и эмоциональной силой, связана со страстным поиском. Эта традиция не ограничивает нас «истиной», не оставляющей нам иного выбора, кроме выбора между верностью и отступничеством. Давнее противостояние между идеалом знания, объективность которого устанавливается полным отсутствием какой бы то ни было ссылки на познающего субъекта, и чисто прагматической концепцией знания стало достоянием прошлого.

Как мы уже знаем, Лейбниц выявил исполнителя главной роли в физике своего времени — принцип достаточного основания. Для Лейбница наука, способная всецело руководствоваться принципом достаточного основания, т. е. определять причины и следствия в терминах эквивалентности, достигла бы идеала, мыслимого в виде конвергенции между человеческим и Божественным знанием. Однако именно Лейбниц показал также, как этот тип идеала может утратить свой смысл.

Представим себе, что Адам не решается надкусить запретное яблоко. Если бы мы знали Адама до грехопадения, то могли бы предсказать, что он поддастся искушению и не подчинится запрету, наложенному Богом? Теперь относительно Адама: если бы он знал себя так же хорошо, как предположительно знаем его мы, то мог бы он предсказать свой поступок? На все эти вопросы Лейбниц дает отрицательные ответы [9]. Свобода в поступке Адама не может быть сведена к иллюзиям. Разумеется, Бог знал, как поступит Адам, но если это знание недоступно для нас, то не по случайным причинам, — причинам, которые могли бы быть преодолены будущим прогрессом. Мы не в состоянии предсказать выбор Адама, потому что для этого нам был бы необходим доступ к абсолютно полному, т. е. бесконечному, знанию Адама. Сколько бы информации мы ни накопили об Адаме до грехопадения, если эта информация соответствует конечной точности и коль скоро она может быть выражена в числах или словах, мы можем только предсказывать поведение «неопределенного» и «расплывчатого» Адама, которого можно уподобить бесконечному ансамблю Адамов с различными судьбами: одни Адамы совершают грехопадение, тогда как другие противятся искушению. На более современном языке можно было бы сказать, что адекватным описанием Адама было бы вероятностное описание.

Для Лейбница свобода в мире, управляемом достаточным основанием, отнюдь не иллюзия. Свобода по Лейбницу — это выражение различия между знанием и бытием, различия, преодолеть которое может только Бог, ибо Его знание охватывает бесконечность, актуализированную свободой или спонтанностью. Если мы не можем точно определить мотивы нашего действия или считаем, что действовали без какой-либо рациональной мотивации, то это потому, что то, что мы называем мотивами, относится к нашему знанию, к тому, что мы можем мыслить «отчетливо». Никакой прогресс этого знания не сможет умалить значения нашего живого опыта свободы: мы никогда не достигнем предела бесконечной серии актов определения, проистекающих из нашего индивидуального бытия.

Предложенное Лейбницем толкование человеческой свободы относится к области философии. Ясно, что современная физика не может следовать Лейбницу в онтологической и этической проблематике, с которой он столкнулся, когда утверждал, что даже в мире, управляемом достаточным основанием, мы можем жить свободно и видеть в других также свободных существ, поскольку, как нам известно, ни мы сами, ни кто-нибудь другой не может предсказать, как мы предопределены поступить. Впрочем, интересно отметить, что избранный Лейбницем подход к проблеме свободы вполне применим также и к гораздо менее возвышенным объектам, с которыми ныне имеет дело физика. Открытие неустойчивых динамических систем заново ставит Лейбницеву проблему толкования свободы в мире, управляемом достаточным основанием: для таких систем никакое измерение, с какой бы точностью оно ни производилось, не может помочь нам избежать непредсказуемости и восстановить возможность долгосрочных детерминистических предсказаний. Однако эта научная проблема не устанавливает пределов нашего знания, а ведет к более адекватному описанию — описанию, позволяющему нам включить необратимость и стрелу времени на уровне динамики.

Физика в том виде, как она существует сегодня, все еще делает свои первые шаги к освобождению от идеала умопостигаемости, господствовавшего в классической физике. В частности, ряд неожиданных открытий изменил взгляды физиков на окружающий нас мир и наложил на все уровни физики проблему «становления». Одним из таких открытий стало открытие сложности и нестабильности элементарных частиц. Отнюдь не достигнув идеала — мира, лишенного времени, — мы оказываемся в активном мире, в котором частицы рождаются и уничтожаются, выражая становление даже на самом микроскопическом уровне. Другим открытием стало осознание историчности Вселенной, к которому мы пришли, анализируя факт существования реликтового излучения черного тела, восходящего к рождению Вселенной. Наконец, нельзя не упомянуть и об открытии неравновесных «диссипативных структур», опрокинувшем догму, которая неизменно связывала возрастание энтропии с беспорядком.

Новые слова, проникшие в науку нашего времени, — «самоорганизация», «хаос» или «фракталы» — свидетельствуют о новом взгляде на мир. Как мы увидим в следующей части нашей книги, концепция самоорганизации приводит к глубоким изменениям в понимании нашего познавательного отношения к природе. Однако физика все еще колеблется между новым мировоззрением и приверженностью к великим теоретическим построениям далекого и недавнего прошлого — динамике и квантовой механике, носителям традиционного идеала физики.

Как мы видели, характерной приметой союза физики и метафизики всегда была тесная взаимосвязь между концептуальными и «техническими» аргументами. Эта взаимосвязь является неотъемлемой частью творческого развития физики. В начале XX века никто не мог предсказать то значение, которое приобретут в будущем универсальные постоянные c — скорость света и h — постоянная Планка. Лишь через несколько лет физики осознали, что постоянство скорости света влечет за собой важный вывод о невозможности описания мира с единой точки зрения: объективность возможна только как предприятие, в котором участвует множество наблюдателей, движущихся друг относительно друга. Лет через двадцать пять было показано, что постоянная Планка вынуждает нас отказаться от половины предикатов, определяющих частицы в классической физике: имея дело с любым объектом, описываемым квантовой теорией, мы не можем более одновременно приписывать ему и вполне определенное положение, и вполне определенную скорость.

К той же категории принадлежит и описываемая нами в IV части этой книги концептуальная трансформация. И в этом случае «техническая проблема» — динамика неустойчивых хаотических систем — становится исходным пунктом концептуальной инновации, приводящей к переформулировке законов физики в терминах несводимого вероятностного описания. Неустойчивые системы можно рассматривать как своего рода примирение конфликтующих идей Лейбница, с одной стороны, и Кларка и Ньютона — с другой. Классическая и квантовая динамика могут достичь согласия, охватывающего микроскопическую и макроскопическую физику, но динамика ныне — наука о мире, которой необходимы законы и явления, бытие и становление.

Часть II

ВОЗРОЖДЕНИЕ ПАРАДОКСА ВРЕМЕНИ

Глава 3

Каким нам видится мир?

1. Бытие и становление

Последние десятилетия XX века сделали нас свидетелями возрождения парадокса времени. Большинство проблем, обсуждавшихся Лейбницем и Ньютоном, все еще с нами. В частности, проблема новизны. Каким образом мы можем распознать нечто новое, не отрицая его, не сводя к монотонному повторению одного и того же? Жак Моно был первым, кто привлек наше внимание к конфликту между понятием законов природы, игнорирующих эволюцию, и созданием нового. Для Моно возникновение жизни представляет собой статистическое чудо: число, на которое мы поставили, выпало в космической игре случая [1]. Но в действительности рамки проблемы еще шире. Само существование нашей структурированной Вселенной бросает вызов второму началу термодинамики: как мы уже знаем, по мнению Больцмана, единственное нормальное состояние Вселенной соответствует ее «тепловой смерти». Все различия между диссипативными процессами, такими как образование звезд или галактик, надлежит понимать лишь как временны́е флуктуации.

«Сумеем ли мы когда-нибудь преодолеть второе начало?» Этот вопрос люди из поколения в поколение, от цивилизации к цивилизации продолжают задавать гигантскому компьютеру в рассказе Айзека Азимова «Последний вопрос» [2]. У компьютера нет ответа: «Данные недостаточны». Проходят миллиарды лет, гаснут звезды, умирают галактики, а компьютер, теперь напрямую связанный с пространством-временем, продолжает сбор данных. Потом новая информация перестает поступать — ничего более не существует, но компьютер продолжает вычислять, открывая все новые и новые корреляции. Наконец, ответ готов. Не осталось никого, кому бы можно было сообщить его, но зато компьютер теперь знает, как преодолеть второе начало. «И стал свет...» [Бытие; 1:3].

Подобно возникновению жизни для Жака Моно, рождение Вселенной воспринимается Азимовым как антиэнтропийное, «противоестественное» событие. Но и описываемая в рассказе Азимова победа знания над законами природы, и космическая азартная игра Моно — идеи прошлого. Необходимость считать, будто события, которым мы обязаны своим существованием, чужды «законам природы», ныне отпала. Законы природы более не противопоставляются идее истинной эволюции, включающей в себя инновации, которые с научной точки зрения должны определяться тремя минимальными *требованиями*.

Первое требование — необратимость, выражающаяся в нарушении симметрии между прошлым и будущим. Но этого не достаточно. Рассмотрим маятник, колебания которого постепенно затухают, или Луну, период обращения которой вокруг собственной оси все более убывает. Еще одним примером могла бы служить химическая реакция, скорость которой по достижении равновесия обращается в нуль. Такие ситуации не соответствуют истинно эволюционным процессам.

Второе требование — необходимость введения понятия «событие». По самому своему определению события не могут быть выведены из детерминистического закона, будь он обратимым во времени или необратимым: событие, как бы мы его ни трактовали, означает, что происходящее не обязательно должно происходить. Следовательно, в лучшем случае мы можем надеяться на описание события в терминах вероятностей, причем вероятностный характер нашего подхода обусловлен отнюдь не неполнотой нашего знания. Но и вероятностного описания оказывается недостаточно. Некоторая история стоит того, чтобы о ней поведать, только в том случае, если хотя бы какие-то из описываемых в ней событий порождают какой-то смысл. Серия бросаний игральной кости не является сама по себе историей, о которой можно было бы рассказать, если только исходы некоторых бросаний не приобретают решающего значения в будущем (например, в ситуации, когда игральные кости являются частью азартной игры и от исхода бросания зависит выигрыш или проигрыш).

Кто не знает истории о том, как из-за того, что в кузнице не было гвоздя, у лошади слетела еле державшаяся подкова, из-за захромавшей лошади был убит скакавший на ней командир, из-за смерти командира разбита конница, что в свою очередь вызвало отступление всей армии и т. д. Такого рода проблемы пленяют воображение каждого любителя истории и служат основной темой научно-фантастических «путешествий во времени»: что случилось бы, если бы..? Спекуляции на эту тему всегда предполагают некоторое изменение масштаба. Событие, ранее казавшееся незначительным, смогло изменить ход истории.

Отсюда третье требование, которое нам необходимо ввести: некоторые события должны обладать способностью изменять ход эволюции. Иначе говоря, эволюция должна быть «нестабильной», т. е. характеризоваться механизмами, способными делать некоторые события исходным пунктом нового развития, нового глобального взаимообусловленного порядка.

Теория эволюции Дарвина может служить прекрасной иллюстрацией всех трех сформулированных нами выше требований. Необратимость очевидна: она существует на всех уровнях от рождения и смерти отдельных особей до появления новых видов и новых экологических ниш, которые в свою очередь открывают новые возможности для биологической эволюции. Теория Дарвина должна была объяснить поразительное событие — возникновение видов. Но Дарвин описал это событие как результат сложных процессов. Чтобы оно произошло, нам необходим класс микрособытий: популяция состоит из отдельных особей, которые, даже если они принадлежат к одному и тому же виду, никогда не бывают абсолютно идентичными. Следовательно, рождение каждой особи представляет собой микрособытие, небольшую модификацию популяции. Появление нового вида означает, что некоторые из всех таких микрособытий обретают особое значение: по той или иной причине некоторые особи характеризуются более высокой скоростью воспроизведения, и их размножение постепенно изменяет средние характеристики популяции. Таким образом, естественный отбор соответствует механизму, который позволяет усиливать слабые различия и в конце концов порождает нечто истинно новое — приводит к появлению новых видов.

Дарвиновский подход дает нам лишь модель. Но каждая эволюционная модель должна содержать необратимость, события и возможность для некоторых событий стать отправным пунктом нового самосогласованного порядка. История человечества не сводится к основополагающим закономерностям или к простой констатации событий. Каждый историк знает, что изучение исключительной роли отдельных личностей предполагает анализ социальных и исторических механизмов, сделавших эту роль возможной. Знает историк и то, что без существования данных личностей те же механизмы могли бы породить совершенно другую историю.

В отличие от дарвиновского подхода термодинамика XIX века, сосредоточившая основное внимание на равновесии, отвечает только первому из наших трех требований. Правда, приготовление сильно неравновесной системы можно рассматривать как событие, но термодинамика описывала только то, как происходит «забывание» этого события, когда система эволюционирует к своему равновесному состоянию.

Однако за последние двадцать лет термодинамика претерпела значительные изменения. Второе начало термодинамики не ограничивается более описанием выравнивания различий, которым сопровождается приближение к равновесию. Эта концептуальная трансформация, отводящая проблеме становления центральное место в современной физике, заслуживает, чтобы мы рассказали о ней более подробно.

2. Порядок и беспорядок

Второе начало термодинамики в том виде, как его сформулировал Клаузиус, т. е. утверждение о том, что все происходящие в природе процессы вызывают увеличение энтропии, относится к физико-химическим процессам. К этим процессам относятся химические реакции, перенос тепла или веществ, диффузия и т. д. Все эти процессы увеличивают энтропию и не могут быть описаны в терминах обратимых преобразований, примером которых могут служить колебания маятника. Каждая химическая реакция устанавливает некоторое различие между прошлым и будущим: она эволюционирует к равновесному состоянию, которое должно существовать в нашем будущем. Аналогичным образом в изолированной системе все неоднородности распределения температуры сглаживаются, и в будущем распределение становится однородным. Таким образом, эволюция обретает весьма ограниченный смысл: она приводит к исчезновению порождающих ее причин.

Можем ли мы принять какую-нибудь другую точку зрения? В действительности равновесие соответствует только вполне конкретной ситуации. Если мы наложим ограничения (т. е. будем нагревать одну границу системы и охлаждать другую), то помешаем системе достичь равновесия. Однако она может перейти в не зависящее от времени «стационарное состояние», в котором энтропия системы не изменяется, несмотря на то, что производящая энтропию физико-химическая активность продолжается.

Как нам определить стационарные состояния? Изменение энтропии со временем всегда можно разделить на вклады двух типов: «поток энтропии», зависящий от обмена системы с окружающей средой, и «производство энтропии», обусловленное необратимыми процессами внутри системы. Второе начало термодинамики требует, чтобы производство энтропии было положительным или обращалось в нуль при достижении системой равновесия. На поток энтропии второе начало не налагает никаких условий. Таким образом, в стационарном состоянии положительное производство энтропии компенсируется отрицательным потоком энтропии: активность, производящая энтропию, постоянно поддерживается за счет обмена с окружающей средой. Состояние равновесия соответствует частному случаю, когда и поток энтропии, и производство энтропии обращаются в нуль.

Понятие стационарного состояния позволяет нам обособить активность системы по производству энтропии от равновесия, а этого уже достаточно для того, чтобы «развязать» старую ассоциацию между понятиями производства энтропии и молекулярного «беспорядка». В качестве примера рассмотрим термодиффузию.

В этом эксперименте берут два сосуда одинакового объема, соединяют их трубкой и заполняют смесью двух газов, например водорода и азота. Когда система находится в равновесии, мы обнаруживаем в обоих сосудах одну и ту же смесь газов. Выведем систему из состояния равновесия. Для этого создадим разность температур между сосудами. Чтобы поддерживать эту наложенную на систему связь, мы должны постоянно подогревать «горячий» сосуд, потому что поток тепла между «горячим» и «холодным» сосудами стремится выравнять разность температур. Следовательно, мы накладываем на систему отрицательный поток энтропии. Вместе с потоком тепла происходит процесс разделения двух газов. Когда система достигает своего стационарного состояния, т. е. когда температура и концентрация внутри системы перестают изменяться во времени, в горячем сосуде окажется больше водорода, а в холодном — больше азота, и разность концентраций будет пропорциональна созданной (наложенной на систему) разности температур (см. рис. 3.1).

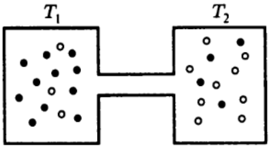


Рис. 3.1. Когда между двумя сосудами создается разность температуры, в правом (более нагретом) сосуде оказывается больше «белых» молекул, а в левом (менее нагретом) сосуде — больше «черных» молекул. Разность концентраций пропорциональна разности температур.

На этом простом примере мы можем видеть, что термодинамический процесс, удовлетворяющий второму началу, не может быть определен только в терминах простого выравнивания разностей температур. Это утверждение осталось бы в силе и для потока тепла, но разделение двух газов создает различие: это процесс «антидиффузии», измеряемый отрицательным вкладом в производство энтропии. Положительным остается только полное производство энтропии, включающее в себя потоки вещества и тепла.

Таким образом, активность системы, связанная с производством энтропии, связана не только с выравниванием разностей (температур и т. д.), но и с созданием неоднородностей, «порядка». Правда, за создание такого порядка нам приходится расплачиваться энтропией: чтобы поддерживать систему в ее стационарном состоянии, мы должны поддерживать ее обмен с окружающей средой. В нашем примере мы должны постоянно подогревать один из сосудов. «Беспорядок», порождаемый тепловым потоком, мы можем рассматривать как цену, уплачиваемую за возможность создать порядок, в нашем примере — различие в составе газа в сосудах.

Что мы имеем в виду, когда говорим о порядке? Что мы имеем в виду, когда говорим о беспорядке? Наши определения порядка и беспорядка включают в себя и культурные суждения, и науку. На протяжении долгого времени турбулентность в жидкости рассматривалась как прототип беспорядка. С другой стороны, кристалл принято было считать воплощением порядка. Но, как будет показано в этой главе, теперь мы вынуждены отказаться от подобной точки зрения. Турбулентная система *«упорядочена»*: движения двух молекул, разделенных макроскопическими расстояниями (измеряемыми в сантиметрах), остаются коррелированными. Верно и обратное утверждение: атомы, образующие кристалл, колеблются вокруг своих равновесных положений, причем колеблются несогласованным образом: с точки зрения мод колебаний (теплового движения) кристалл неупорядочен.

Но пример термодиффузии поднимает еще один вопрос: о «цене», которую приходится платить за создание порядка. Хотя кристалл может быть изолирован от окружающей среды, порядок в случае кристалла зависит от ни на миг не прекращающейся «упорядочивающей активности», т. е. от процесса, производящего энтропию. Неудивительно, что порядок в случае живых организмов соответствует той же ситуации. Например, построение сложных биологических молекул становится возможным за счет разрушения других молекул в ходе метаболических процессов. Таким образом, мы имеем дело с взаимосвязанными процессами, соответствующими в целом положительному производству энтропии. Распространяется ли эта аналогия на такие области, в которых термодинамика не может служить для нас путеводной нитью, особенно в областях, затрагивающих взаимоотношения людей между собой или с природой? Взять хотя бы интенсификацию социальных отношений, которой способствует городская жизнь. Города являются и источниками загрязнения окружающей среды, и источником социальных, технических, художественных и интеллектуальных инноваций. Эта аналогия плодотворна, так как позволяет нам лучше понять то, что мы довольно часто пытались противопоставлять — порядок и беспорядок, хотя бессильна помочь нам в вынесении любого суждения относительно ценности создаваемого или уничтожаемого: такие суждения выходят за рамки собственно науки и касаются ответственности человека.

Двойственный характер необратимых процессов, приводящих и к порядку, и к беспорядку, наглядно проявляется и в проблеме происхождения Вселенной, которую мы рассмотрим в гл. 11. В нашей Вселенной на каждую из массивных частиц приходится около 10^8 или 10^9 фотонов. Эти фотоны образуют «реликтовое излучение» абсолютно черного тела, о котором мы уже упоминали и которое обсудим в дальнейшем. Удивительно, но энтропия, связанная с реликтовым излучением, составляет основную часть энтропии Вселенной. Так как фотоны рождены на ранней стадии развития Вселенной, мы приходим к картине мира, сильно отличающейся от той, которая ассоциируется с интерпретацией Больцмана. Согласно больцмановскому взгляду на мир, Вселенная на ранней стадии своего развития должна была быть упорядоченной (т. е. энтропия ее должна была быть мала) и постепенно эволюционировать из такого крайне маловероятного начального состояния к тепловой смерти — состоянию с наибольшей вероятностью. Мы же видим теперь, что рождение Вселенной, скорее всего, сопровождалось чудовищным взрывом энтропии. Не стало ли возможным тогда рождение элементарных частиц, населяющих нашу Вселенную, именно благодаря столь интенсивному производству энтропии? В самом деле, элементарные частицы, например, барионы, обладают необычайно сложной структурой (в этом смысле было бы весьма непросто решить, чья структура сложнее — протона или молекулы ДНК). Если бы материю было позволительно рассматривать как разновидность порядка, «оплачиваемого» ценой возрастания энтропии, то мы бы пришли к картине, прямо противоположной традиционной перспективе. Диссипативное становление, понимаемое отнюдь не как аппроксимация, оказалось бы у самых корней физического существования.

Мы еще вернемся ко всем этим вопросам, а пока нам хотелось бы только подчеркнуть замечательный дуализм, который мы обнаруживаем в природе, — сосуществование равновесных ситуаций типа излучения абсолютно черного тела и высокоорганизованных объектов, одним из наиболее замечательных среди которых, по-видимому, является человеческий мозг с его 10^{11} связанными между собой нейронами. Порядок и беспорядок не могут быть поняты в терминах Больцмана: порядок как менее вероятное состояние, беспорядок как более вероятное состояние. И порядок, и беспорядок являются неотъемлемыми составными частями и продуктами коррелированных эволюционных процессов.

Но вернемся к физической химии. Явление термодиффузии представляет собой линейный процесс: разность концентраций двух газов (в нашем примере — водорода и азота) пропорциональна разности температур сосудов. Но в других примерах мы встречаемся с неожиданными и весьма впечатляющими процессами, с новыми, качественно отличными типами функционирования, возникающими при вполне определенных интенсивностях потоков вещества или энергии, поддерживающих активность, связанную с производством энтропии. Тут мы вступаем в область сильно неравновесных «диссипативных структур» и диссипативного хаоса.

Открытие диссипативных структур, т. е. структур, существующих лишь постольку, поскольку система диссипирует (рассеивает) энергию и, следовательно, производит энтропию, было совершенно неожиданным. Рассмотрим хорошо знакомый всем пример — отопление жилого дома зимой. При хорошей теплоизоляции отопление вообще можно выключить после того, как в помещениях установится желательная температура. Это — состояние равновесия. Но если в оконных рамах есть щели, то для поддержания баланса между потерями тепла и подводом тепла нам придется топить непрерывно. Такой тепловой баланс представляет собой стационарное состояние. Чем менее совершенна теплоизоляция, тем больше тепла придется подводить, т. е. тем дальше отходит система от равновесия. Здесь мы не ожидаем ничего нового: чем дальше мы отходим от равновесия, тем большую цену приходится нам платить за все большие теплопотери. Но так происходит не всегда. Для некоторых систем может быть установлен порог, начиная с которого поведение системы коренным образом изменяется. Под названием «диссипативные структуры» принято понимать организованное поведение, которое может при этом возникнуть, знаменуя поразительную взаимосвязь двух противоположных аспектов равновесной термодинамики: диссипации, обусловленной порождающей энтропию активностью, и порядка, нарушаемого, согласно традиционным представлениям, этой самой диссипацией.

Исследованием диссипативных структур особенно интенсивно занимались две науки — гидродинамика и химическая кинетика. Рассмотрим сначала пример из гидродинамики — так называемую *неустойчивость Бенара*. Речь идет о следующей системе. В тонком слое жидкости поддерживается разность температур между нижней, подогреваемой, поверхностью и верхней поверхностью, которая находится при комнатной температуре. При малой разности температур, т. е. вблизи равновесия, перенос тепла осуществляется за счет теплопроводности, т. е. столкновений между молекулами. Выше определенного порога разности температур тепло переносится за счет конвекции, т. е. молекулы участвуют в коллективных движениях, соответствующих вихрям, разделяющим слой жидкости на регулярные «ячейки» — вихри Бенара.

Возникновение коллективного движения означает спонтанное нарушение пространственной симметрии. Вблизи равновесия жидкость однородна, движение молекул некогерентно и хорошо описывается вероятностными законами. Но когда наступает неустойчивость Бенара, ситуация изменяется: в одной точке пространства молекулы поднимаются, в другой — опускаются, как по команде. Однако никакой команды в действительности «не раздается», поскольку в систему не вводится никакая новая упорядочивающая сила. Открытие диссипативных структур потому и вызвало столь сильное удивление, что в результате одной-единственной тепловой связи, наложенной на слой жидкости, одни и те же молекулы, взаимодействующие посредством случайных столкновений, могут начать когерентное коллективное движение.

3. Неравновесные состояния материи

Неравновесные связи и ограничения допускают возникновение новых состояний материи, свойства которых резко контрастируют со свойствами равновесных состояний. Наиболее отчетливо этот контраст проявляется в понятии корреляции, которое не следует путать с понятием взаимодействия. Если взаимодействия принадлежат самому определению (дефиниции) системы, каково бы ни было ее реальное поведение, то корреляции описывают это поведение с молекулярно-статистической точки зрения. Например, до и после наступления неустойчивости Бенара взаимодействия между молекулами одни и те же, но корреляции резко изменяются. Длина и амплитуда корреляции описывают, каким образом некоторое локальное событие влияет на другие части системы, и тем самым позволяют нам установить взаимосвязь между наблюдаемым порядком и когерентным поведением на уровне популяции молекул. Равновесные состояния, будь то кристаллы или газ, характеризуются длиной корреляции порядка ангстрема (10^{-8} см). В состоянии равновесия «части» (молекулы в газе, фононы в твердом теле) в макроскопическом масштабе некогерентны. В отличие от равновесных состояний корреляции, характеризующие сильно неравновесные ситуации, могут охватывать макроскопические расстояния порядка сантиметра или больше. Столь сильное различие в масштабах отчетливо выражает глубокое различие между равновесными и неравновесными ситуациями.

Проведенное недавно численное моделирование позволило нам наглядно представить рождение дальнодействующих корреляций — нового способа «согласованного действия» молекул, примером которого могут служить вихри Бенара [3]. Численный эксперимент соответствовал исследованию 5050 твердых дисков, двигавшихся и сталкивавшихся в двумерном ящике. Верхняя и нижняя стороны ящика поддерживались при различных «температурах» (диски, сталкивавшиеся с каждой из этих сторон, отлетали с новой скоростью, соответствовавшей температуре стороны). Кроме того, диски были подвержены действию внешней силы, направленной против градиента температуры. Эта сила моделировала силу тяжести. В исходном положении диски были случайным образом распределены по ящику, а их локальное распределение скоростей соответствовало равновесному распределению при локальной температуре.

Если разность температур между верхней и нижней стенками ящика меньше критического порога, то наблюдается возникновение малых вихрей, которые вскоре после своего появления исчезают. Но при численных значениях, соответствующих критической точке и выше, вихри не исчезают. Они вовлекают в свое движение все большее число «молекул» до тех пор, пока весь слой жидкости не оказывается вовлеченным в вихревое движение.

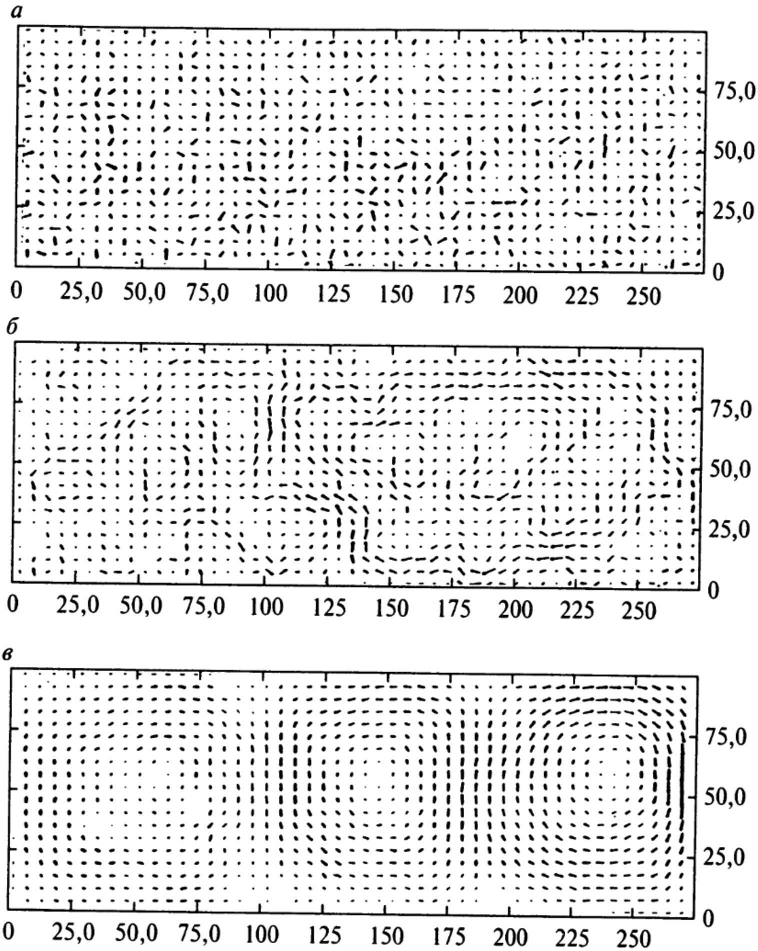


Рис. 3.2. Компьютерное моделирование рождения гидродинамических вихрей. (*а*) Состояние системы после периода эволюции, равного среднему времени столкновения. Каждая стрелка указывает среднюю скорость дисков в одном из тысячи «ящиков», на которые разделено пространство. Распределение скоростей локально случайно. (*б*) Распределение средних скоростей после 12 миллионов столкновений при условиях, моделирующих разность температур ниже критической разности. Вихри возникают, но не образуют устойчивых макроскопических структур. (*в*) Распределение средних скоростей после 12 миллионов столкновений при разности температур выше критического порога.

Численное моделирование неустойчивости Бенара показывает конкуренцию между тепловым (некогерентным) движением молекул и действием наложенной на систему неравновесной связи. Любая разность температур приводит к возникновению вихрей, но ниже критического порога эти вихри неустойчивы, и тепловое движение в конце концов разрушает их. Выше порога вихри устойчивы.

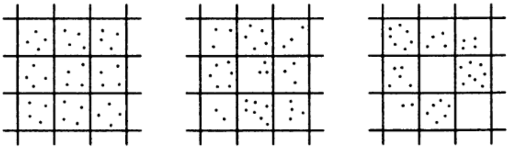
Важно отметить, что на рис. 3.2 (*б*) и 3.2 (*в*) представлены результаты усреднения по времени, соответствующие большому числу столкновений (например, среднее на рис. 3.2 (*в*) соответствует 10^6 столкновениям). Если бы мы могли сделать мгновенный снимок, то увидели бы, что система неупорядочена, как на рис. 3.2 (*а*). Отсюда проистекает замечательное следствие: демон, который мог бы наблюдать мгновенное состояние системы Бенара, не был бы в состоянии отличить его от равновесного состояния. И в том, и в другом случае демон «увидел» бы одинаково запутанное движение молекул, «спешащих» по всем направлениям. Когерентность структур Бенара порождает вполне определенный масштаб пространства и времени.

На рис. 3.2 (*в*) мы видим возникновение трех вихрей. Число вихрей критически зависит от отношения высоты ящика к его ширине, описывающего геометрию системы. Небольшие изменения такого отношения могут вызвать изменение числа вихрей. Поэтому поведение молекул весьма чувствительно к пространственным граничным условиям. Это — еще один яркий пример дальнодействующего макроскопического характера корреляций, индуцированных градиентом температуры.

Чтобы прочувствовать на интуитивном уровне, откуда берутся дальнодействующие корреляции, рассмотрим один пример, заимствованный из химической кинетики [4]. Ограничение (или связь), налагаемое в этом случае на систему, относится к ее химическому составу и определяет отклонение системы от равновесного состава. Химические реакции осуществляются через столкновения молекул. Для того чтобы молекулы прореагировали, они должны преодолеть энергетический барьер, который химики называют «энергией активации». Эта энергия часто бывает велика по сравнению с энергией теплового движения. Вследствие этого «эффективные» (приводящие к реакции) столкновения являются редкими событиями по сравнению с «броуновскими» столкновениями, изменяющими скорость молекул, но не приводящими к их химической трансформации. Каждое столкновение, приводящее к химической реакции, порождает локальное изменение концентраций реагентов.

Рассмотрим химическую реакцию $A \to 2X$, в которой одна молекула A «производит на свет» две молекулы X. Это нелинейная реакция, поскольку одна молекула A производит две молекулы X. Для обратной реакции $2X \to A$ должны столкнуться две молекулы X, а такое событие зависит от среднего пространственного распределения молекул X. Каждая элементарная реакция $A \to 2X$ изменяет это пространственное распределение, так как приводит к появлению двух молекул X в окрестности той точки, где она (реакция) происходит. Таким образом, возникает конкуренция диффузионного теплового движения, восстанавливающего равномерное распределение, и химической реакции $A \to 2X$, интенсивность которой возрастает в той микрообласти, где произошла элементарная реакция. В зависимости от природы неравновесной связи возникают различные ситуации.

Прежде всего рассмотрим случай, когда неравновесная связь приводит к доминированию реакции $A \to 2X$ над обратной реакцией $2X \to A$. В результате молекулы X оказываются *ближе друг к другу*, чем в случае равномерного распределения. Действительно, соседние молекулы X имеют более высокую вероятность столкнуться и превратиться в молекулы A. Таким образом, в случае, когда доминирует прямая реакция, молекулы X как бы притягивают, а в случае, когда доминирует обратная реакция, как бы отталкивают друг друга (рис. 3.3).



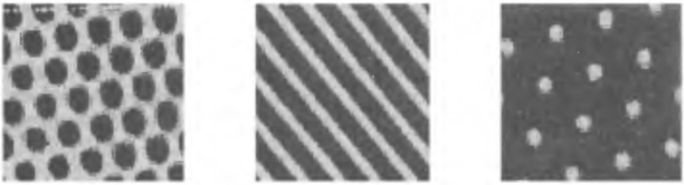
а *б* *в*

Рис. 3.3. (*а*) Когда доминирует реакция $2X \to A$, распределение молекул X выглядит так, как если бы между ними существовало отталкивающее взаимодействие. (*б*) В случае равновесия распределение молекул X случайно (распределение Пуассона). (*в*) Когда доминирует реакция $A \to 2X$, распределение молекул X выглядит так, как если бы между ними существовало притягивающее взаимодействие.

Мы видим, что сильно неравновесные нелинейные реакции приводят к возникновению корреляций. Эти корреляции дальнодействующие, так как они определяются кинетическими константами и коэффициентами диффузии, в отличие от короткодействующих корреляций, определяемых молекулярными взаимодействиями. Для того чтобы следствия таких неравновесных корреляций могли проявиться вовне, необходимо соблюдение более сильных условий, например, существование каталитических механизмов («автокатализ» типа $A + 2X \to 3X$, «перекрестный катализ» типа $A + X \to 2Y$, $B + Y \to 2X$ и т. д.). Если требуемые условия выполнены, то стационарное состояние может стать неустойчивым на вполне определенном расстоянии от равновесия, и система скачком перейдет в новую моду организованной активности. Много исследований было посвящено возникновению так называемых *химических часов.* При поддержании наложенных на систему химических связей реакция протекает в периодическом режиме, несмотря на тепловое движение, стремящееся придать поведению системы случайный характер. Мы имеем в данном случае великолепный пример различия между периодичностью нарушенной симметрии во времени и обратимой периодичностью типа колебаний маятника без трения. Мы уже отмечали выше, что традиционные картины мира с «вечным повторением состояний» отнюдь не означают эквивалентности между прошлым и будущим. Например, в случае химических часов мы имеем дело с периодичностью нарушенной симметрии во времени. Ход химических часов ориентирован во времени. Кроме того, периодические преобразования снова и снова охватывают миллиарды и миллиарды молекул. Следовательно, как и в случае вихрей Бенара, система образует единое «целое», каждая часть которого чутко реагирует на поведение всех остальных частей.

Ныне мы знаем также великолепные примеры химических диссипативных структур, нарушающих пространственную симметрию. Они называются «структурами Тьюринга» в память об Алане Тьюринге, который первым выдвинул в 1952 г. гипотезу о том, что взаимодействие между нелинейными химическими реакциями и диффузией может приводить к образованию пространственных структур, отличающихся различными концентрациями реагентов [5]. Численное моделирование, проводимое на основе Брюсселятора — очень простой модели химических реакций, удовлетворяющей всем требованиям, необходимым для возникновения диссипативных структур, — позволяет проследить переход от пространственно однородной системы к пространственно структурированным состояниям по мере того, как система удаляется от равновесия, и появление последовательно сменяющих друг друга различных геометрических структур, каждая из которых обладает вполне определенной областью устойчивости [6]. Результаты численного моделирования представлены на рис. 3.4.

Таким образом, сильно неравновесные необратимые процессы могут быть источником когерентности, т. е. самим условием образования огромного множества типов структурированного коллективного поведения. Это вынуждает нас пересмотреть понятие «системы». Если в состоянии равновесия или вблизи равновесия поведение, по крайней мере по истечении достаточно долгого периода, полностью определяется краевыми условиями, то вдали от равновесия ситуация коренным образом изменяется. С одними и теми же граничными условиями оказываются совместимыми множество различных диссипативных структур. Это — следствие нелинейного характера сильно неравновесных ситуаций. Малые различия могут приводить к крупномасштабным последствиям. Следовательно, граничные условия необходимы, но не достаточны



а *б* *в*

Рис. 3.4. Двумерное моделирование возникновения структур Тьюринга на основе модели «Брюсселятор». Белые зоны соответствуют максимальной плотности концентрации. Сначала (*а*) появляется структура, напоминающая пчелиные соты, затем (*б*) полосы. При различных начальных условиях после бифуркации из прямых полос возникает «зигзагообразная» структура, которая в дальнейшем становится неустойчивой и переходит в гексагональную структуру (*в*). Иногда в гексагональную структуру полосы переходят непосредственно, минуя «зигзагообразную» структуру.

для объяснения причин возникновения структуры. Необходимо также учитывать реальные процессы, приводящие к «выбору» одной из возможных структур. Именно поэтому (а также в силу некоторых других причин) мы и приписываем таким системам определенную «автономию», или «самоорганизацию».

4. Самоорганизация

Сильно неравновесные связи являются sine qua non* условием самоорганизации, но самоорганизация, в свою очередь, изменяет роль и смысл связей. Поток тепла или вещества, удерживающий систему от перехода в равновесное состояние, является связью в том смысле, что без него система эволюционировала бы к равновесию. Кроме того, вблизи равновесия такая связь, как поток тепла, однозначно определяет стационарное состояние и, можно сказать, «объясняет» диссипативную активность системы. По теореме о минимальном производстве энтропии, сформулированной одним из авторов этой книги в 1945 г., стационарное состояние соответствует минимальному производству энтропии, совместимому с данной связью [7]. Однако стоит переступить порог неустойчивости, как ситуация изменяется. Вихри Бенара производят *больше энтропии*, чем это следует из теоремы о минимуме производства энтропии. Тепло быстрее передается от нижних слоев к верхней поверхности жидкости. Иначе говоря, для поддержания *той же* разности температур необходимо *увеличить* поток тепла, т. е. поток отрицательной энтропии. Неравновесная связь уже не «объясняет» производство

* Непременным (лат.).

энтропии. Она дает лишь необходимое условие для возникновения сильно неравновесного порядка.

Сильно неравновесные ситуации приводят нас также к таким понятиям, как чувствительность к начальным условиям, неустойчивость и бифуркация, отчетливо показывающим различие между каузальными подходами, вытекающими, соответственно, из равновесной ситуации и самоорганизации.

Рассмотрим снова вихри Бенара. Если в системе, находящейся в состоянии равновесия, действие гравитации на тонкий слой жидкости пренебрежимо мало, то в случае неустойчивости Бенара гравитация играет решающую роль [8]. Вихри Бенара выражают своего рода «конфликт» между гравитацией и градиентом температуры: последний, если его рассматривать сам по себе, порождает меньшую плотность в нижних, более теплых, слоях жидкости, в то время как механическое равновесие, взятое само по себе, приводит к тому, что центр тяжести системы занимает как можно более низкое положение.

Роль гравитации в неустойчивости Бенара характерна для сильно неравновесных ситуаций. Гравитация влияет на систему с неустойчивостью Бенара не так, как она влияла бы на «массивное» тело. Гравитация приводит к появлению новых дифференцированных мод функционирования — новых пространственно-временных структур. Система с неустойчивостью Бенара может служить примером того, как сильно неравновесные физико-химические системы становятся «чувствительными» к факторам, которые оказывают вблизи равновесия пренебрежимо слабое воздействие.

Чувствительность связывает то, что физики традиционно разделяли — определение системы (ее составом, отношением с окружающей средой, взаимодействиями между компонентами и теми следствиями, к которым эти взаимодействия приводят) и вычисление активности системы в зависимости от ее удаленности от равновесия. Для тонкого слоя жидкости, находящегося в состоянии равновесия, влиянием гравитации при определении системы можно пренебречь, но вдали от равновесия учет гравитации становится необходимым. Следовательно, от того, насколько система далека от равновесия, зависит, как нам надлежит описывать отношения системы с окружающей средой.

Понятие неустойчивости снова приводит нас к проблеме чувствительности, на этот раз — чувствительности системы к своим собственным флуктуациям. И на этот раз уместность и пригодность нашего способа описания определяется активностью системы. Равновесную систему мы можем описывать в терминах средних значений, потому что состояние равновесия устойчиво относительно флуктуаций, которые непрерывно возмущают эти средние значения. Вблизи равновесия второе начало термодинамики все еще гарантирует, что флуктуации затухают и в конце концов вымирают. Так как средние значения потоков энергии или вещества, равно как и другие граничные значения, контролируются экспериментатором, мы можем считать равновесные системы и системы, близкие к равновесным, контролируемыми, или управляемыми. Однако экспериментатор не может управлять моментом столкновения молекул, приводящего к химической реакции, или моментом спонтанного возникновения вихря в жидкости. Системами, в которых такие неконтролируемые флуктуации могут усиливаться и играть решающую роль, мы не можем управлять по своему усмотрению. К числу таких систем относятся и сильно неравновесные системы.

Таким образом, неустойчивость означает, что флуктуации могут перестать быть просто «шумом» и превратиться в фактор, направляющий глобальную эволюцию системы. Эта особенность порождает некое несводимое к более элементарному отношение между событиями и регулярным воспроизводимым поведением. Она привносит в физику некий *повествовательный* элемент. Вдали от равновесия то, что мы можем идентифицировать как «причину» эволюции, зависит от обстоятельств. То же событие, та же флуктуация могут быть вполне пренебрежимыми, если система устойчива, и стать весьма существенными, если система под действием неравновесных связей переходит в неравновесное состояние.

А что произошло бы, если бы...? Этот вопрос очевидным образом касается историков. Но теперь он относится и к физикам, исследующим систему, которую они не могут более описывать как контролируемую. Такой вопрос, позволяющий провести различие между описательной и чисто дедуктивной науками, может быть отнесен не к неполноте знания, а к внутренней специфике поведения сильно неравновесной системы. В точках бифуркации, т. е. в критических пороговых точках, поведение системы становится неустойчивым и может эволюционировать к нескольким альтернативам, соответствующим различным устойчивым модам [9]. В этом случае мы можем иметь дело только с вероятностями, и никакое «приращение знания» не позволит детерминистически предсказать, какую именно моду изберет система.

Простейшая точка бифуркации соответствует ситуации, когда некогда устойчивое состояние становится неустойчивым и симметрично возникают два других возможных устойчивых состояния. Этот случай служит наглядной иллюстрацией существенно вероятностного характера бифуркаций: нарушения детерминистического поведения на макроскопическом уровне. Существует один шанс из двух возможных найти систему за точкой бифуркации в той или другой из ее двух новых возможных мод активности. Исход такой бифуркации столь же случаен, как бросание игральной кости. Разумеется, мы можем нарушить симметрию между двумя новыми устойчивыми модами. Например, при включении гравитационного поля одна из мод активности может стать предпочтительнее другой (см. рис. 3.5). В пределе это может привести к квазидетерминистическому предсказанию эволюции системы. Но тогда, строго говоря, никакой точки бифуркации более не существует: точку, соответствующую бифуркации, система теперь может проходить непрерывно. Таким образом, восстановить детерминизм можно, не увеличивая наше знание, а существенно трансформируя саму систему.

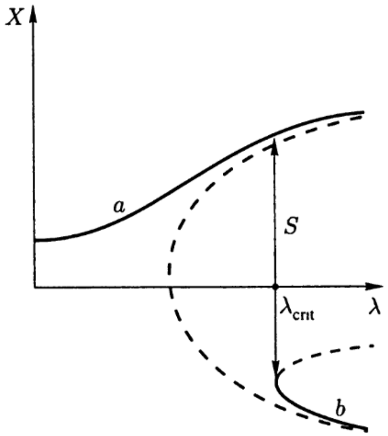


Рис. 3.5. Явление «бифуркации с поддержкой» при наличии внешнего поля (например, гравитационного). Концентрация молекул X, характеризующая активность системы по производству энтропии, представлена как функция параметра λ, служащего мерой отклонения от равновесия. Пунктирной линией показана симметричная бифуркация между альтернативными модами активности a и b, которые существовали бы в отсутствие поля. При наличии поля a возникает в непрерывном режиме, тогда как b достигается только при конечном возмущении из $\lambda = \lambda_{\text{crit}}$.

Теория бифуркаций ныне переживает пору расцвета, и в связи с ней называется много имен, в особенности имя Рене Тома, чья теория катастроф привела к первой классификации возможных типов бифуркаций. Одним из наиболее удивительных результатов теории катастроф стало открытие необычайного разнообразия ситуаций, возникающих вдали от равновесия. При уходе системы от состояния равновесия она может пройти через несколько зон неустойчивости. В каждой из них поведение системы качественно изменяется (см., например, рис. 3.6). В частности, система может перейти в «хаотическое» состояние, в котором ее поведение лучше всего символизирует то новое, что привнесла в концепции порядка и беспорядка сильно неравновесная физика: оба состояния — и порядка, и беспорядка — когерентны, что означает, что для обоих характерны действующие корреляции и оба состояния непредсказуемы.

Претензии классической физики на верховенство среди других наук были основаны на достигнутых ею успехах в описании изменяющихся объектов в терминах неизменяющихся законов. О других науках судили по тому, насколько близко им удавалось подойти к такому идеалу. Это привело к тому, что некоторые науки возвели «научную объективность» в норму, т. е. сделали своей высшей целью поиск общих

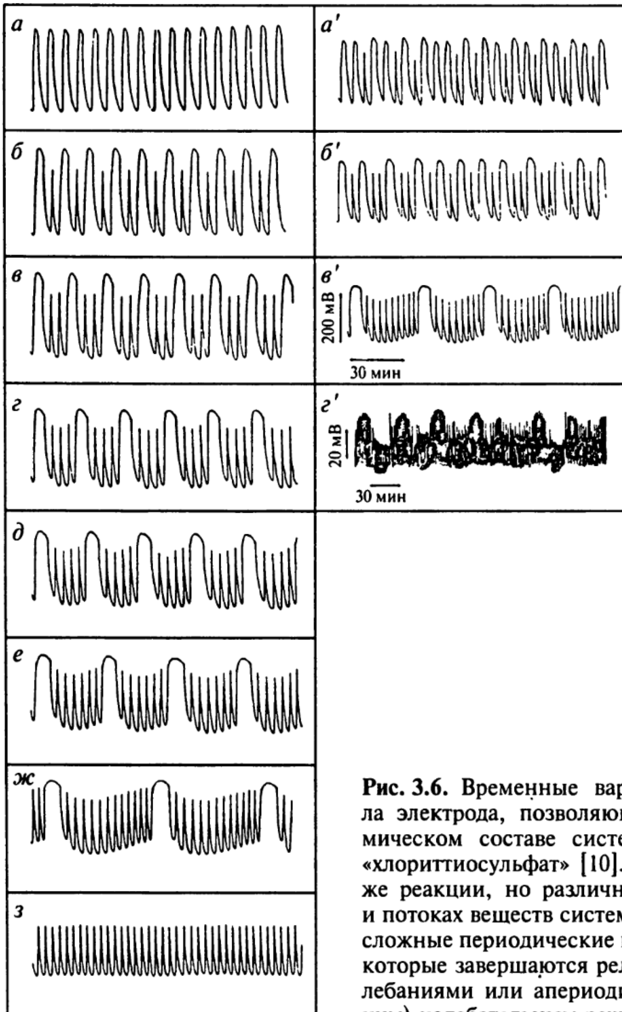


Рис. 3.6. Временные вариации потенциала электрода, позволяющего судить о химическом составе системы для реакции «хлориттиосульфат» [10]. При одной и той же реакции, но различных концентрациях и потоках веществ система может совершить сложные периодические колебания ((*а*)–(*з*)), которые завершаются релаксационными колебаниями или апериодическим (хаотическим) колебательным режимом.

закономерностей, лежащих за событиями или «субъективными» проявлениями. Другие науки избрали контрмодели, сделав особый акцент на противоположных ценностях, будь то интенциональность или субъективность. Современная сильно неравновесная физика удовлетворяет минимальным требованиям, которые мы сформулировали для становления, но она не является источником новых норм или суждений.

Перед нами скорее вызов, требующий расширения сложившихся представлений о научной рациональности.

Этот вызов в особенности затрагивает те науки, предметом изучения которых являются живые существа, наделенные памятью и обладающие способностью к обучению. В еще большей мере сказанное относится к наукам, изучающим человека, язык которого делает его «чувствительным» к существованию множества прошлых и будущих и порождает разнообразие интерпретаций настоящего. Даже для тех, кто не знает уравнений Эйнштейна, идеи Большого Взрыва и эволюции Вселенной могут оказаться весьма важными и привести к новому взгляду на мир. Наш духовный мир, ландшафт нашей дифференцированной чувствительности находится в состоянии постоянной эволюции. Как же мы можем в таком случае априори решать, что человек «стал», как мы можем определять его тождество, если уже тождество любой физико-химической системы может быть определено только относительно ее активности?

Классический идеал науки — открытие умопостигаемого мира, мира, лежащего вне времени и, следовательно, лишенного памяти, лишенного истории, — напоминает кошмары, рожденные фантазией Кундеры, Хаксли или Оруэлла. В романе Оруэлла «1984-й» язык сам отрезан от своего прошлого и потому лишен способности творить будущее, низведен до роли средства, позволяющего удерживать людей в вечно настоящем. Это кошмар, но кошмар власти, а не научной рациональности. Ныне мы не считаем более допустимым обосновывать подавление памяти или сковывание фантазии ссылками на «идеализацию» как на законную цену научной рациональности. И то, и другое мы должны принимать за то, чем они являются на самом деле, — за искажения, разрушающие именно то, на познание чего они претендуют.

Глава 4

От простого к сложному

1. Аттракторы

Чем простое отличается от сложного? Традиционный ответ содержит ссылку на иерархию. На одном конце шкалы мы находим такие объекты, как маятник, подчиняющийся простым детерминистическим законам. На другом конце шкалы находятся люди и их сообщества. Между этими полюсами мы можем мысленно вписать целую иерархию «комплексификации» — возникновения сложного из простого. В действительности ситуация гораздо более деликатна: простое и сложное сосуществуют, не будучи связаны между собой иерархически. Как мы увидим в дальнейшем, кажущаяся простота маятника в действительности скрывает целый мир сложности. Что же касается человеческих обществ, то они включают в себя и такое понятие, как «правительство», подразумевающее возможность предсказания и управления, или контроля, и понятие «истории», подразумевающее ограниченный характер предсказуемости и контролируемости.

При исследовании того, как простое относится к сложному, мы выбираем в качестве путеводной нити понятие «аттрактора», т. е. вида конечного состояния или хода эволюции диссипативной системы. Смысл этого понятия был глубоко преобразован современной физикой и математикой. В прошлом считалось, что все системы, эволюция которых связана с существованием аттрактора, одинаковы. Ныне мы придерживаемся противоположной точки зрения, а именно: понятие аттрактора связано с разнообразием диссипативных систем [1].

Идеальный маятник (без трения) не имеет аттрактора и колеблется бесконечно. С другой стороны, движение реального маятника — диссипативной системы, движение которой включает трение, — постепенно останавливается в положении равновесия. Это положение является аттрактором: как известно, при любой начальной скорости и любом начальном положении маятник по истечении достаточного времени будет обнаружен покоящимся в состоянии равновесия. Аналогичным образом, является аттрактором и состояние термодинамического равновесия: популяция из миллиардов и миллиардов частиц, образующих изолированную систему, эволюционирует к состоянию равновесия, описание которого зависит лишь от немногих параметров, таких, как температура и давление.

Идеальный маятник может служить примером «структурной неустойчивости». В отсутствие трения аттрактор не существует, но даже самое слабое трение радикально изменяет движение маятника и вводит аттрактор. В гл. 11 мы опишем другой пример «структурной неустойчивости» и покажем, почему неустойчив «Большой Взрыв».

Для большей наглядности наши идеи полезно облечь в геометрическую форму. Чтобы представить аттрактор геометрически, мы вводим пространство, размерность которого совпадает с числом переменных, необходимых для описания временнóй эволюции системы. Такие переменные могут быть совершенно различными. Например, это могут быть координаты маятника или температура газа. Во введенном пространстве равновесное состояние диссипативных систем соответствует, по определению, «точечному» аттрактору (см. рис. 4.1). То же относится и к стационарным состояниям систем, близким к термодинамическому равновесию и удовлетворяющим теореме о минимальном производстве энтропии. Во всех этих случаях, каково бы ни было первоначальное приготовление системы, ее эволюция — при данных граничных условиях — может быть описана траекторией, ведущей из точки, которая представляет начальное состояние, к аттрактору. Таким образом, конечная точка — аттрактор — представляет собой финальное состояние любой траектории в пространстве.

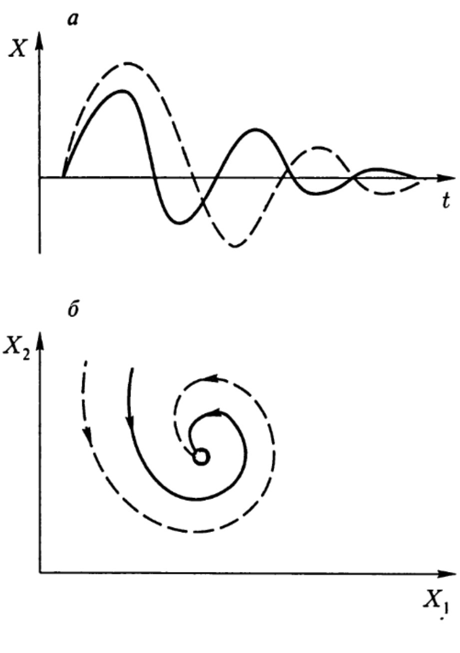


Рис. 4.1. (*а*) Два возможных варианта эволюции, представленные в виде временной эволюции одной из двух переменных. (*б*) Представлены два возможных варианта эволюции в пространстве двух независимых переменных. Все варианты эволюции аналогичных систем с аналогичными граничными условиями приводят к одному тому же состоянию — одноточечному аттрактору в пространстве двух независимых переменных X_1 и X_2.

Не все диссипативные системы приходят к одной-единственной конечной точке. Например, сильно неравновесная диссипативная структура, известная под названием «химические часы», эволюционирует не к какому-нибудь состоянию, а к устойчивому периодическому режиму (см. рис. 4.2). Такая ситуация приводит к необходимости обобщения идеи аттрактора: аттрактор более не точка, а линия, описывающая периодическое во времени изменение концентрации химических веществ в системе. И в этом случае снова при любых начальных условиях система эволюционирует к «предельному циклу».

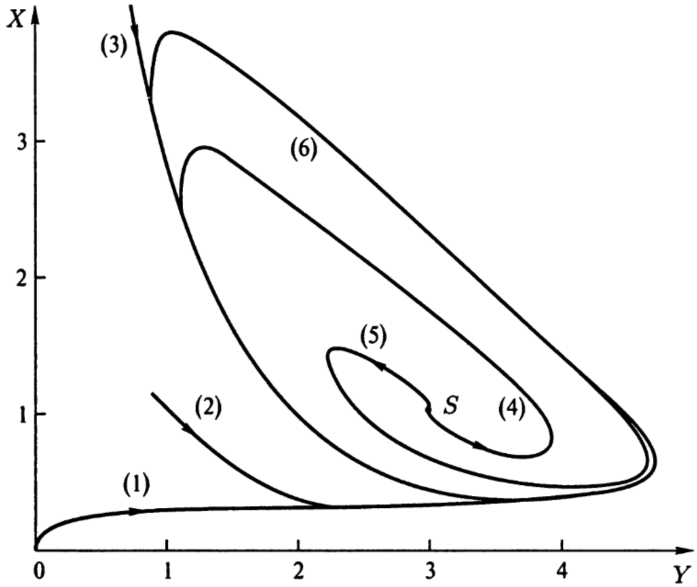


Рис. 4.2. Предельный цикл, представленный в пространстве двух независимых переменных системы X и Y: все варианты эволюции приводят к одному и тому же периодическому режиму.

Система с предельным циклом остается предсказуемой и поэтому допускает простое описание. Но за этой простотой кроются неожиданные свойства. Нетрудно представить себе химическое равновесие — множество химических процессов, компенсирующих друг друга подобно тому, как в состоянии демографического равновесия рождаемость компенсирует смертность населения. Но наше воображение бессильно представить мириады и мириады молекул, взаимодействующих только через столкновения, которые начинают действовать вместе, «дружно» — так, что реакционная среда периодически изменяет свой цвет. А ведь именно такое мы наблюдаем в химических часах: при подходящих условиях жидкость становится с периодом около минуты то красной, то синей. Это зрелище — наглядное подтверждение существования тех дальнодействующих корреляций, о которых мы говорили в гл. 3. Самыми знаменитыми химическими «часами» по праву считается реакция Белоусова—Жаботинского. Не останавливаясь на ее детальном механизме, заметим лишь, что она является превосходным примером нелинейных каталитических реакций, о которых мы уже упоминали как о реакциях, приводящих к сильно неравновесным бифуркациям.

В других случаях, пытаясь построить изображение аттрактора, мы получаем не точку или линию, а поверхность или объем. Полной неожиданностью стало открытие аттракторов, не относящихся к столь простым геометрическим объектам, — так называемых странных аттракторов. В отличие от линии или поверхности, странные аттракоры характеризуются не целыми, а дробными размерностями. Они являются «фрактальными» объектами [2]. Термин «фрактал» был введен Бенуа Мандельбротом, который впервые идентифицировал этот новый важный класс геометрических объектов.

Как может размерность быть нецелой, т. е. фрактальной? Вообще говоря, размерность характеризует геометрический объект числом переменных, которые необходимо задать, чтобы указать местоположение одной из точек объекта. Например, для задания точки на линии необходимо одно-единственное число, точки на поверхности — два числа, точки в объеме — три числа и т. д. Но существуют и другие, более абстрактные, способы определения размерности. Возьмем, например, отрезок прямой длиной в 1 см. Сколько отрезков длиной в 1/10 см понадобится для того, чтобы покрыть этот отрезок? Совершенно очевидно, что десять. А сколько квадратов со стороной в 1/10 см потребуется для того, чтобы покрыть квадрат со стороной в 1 см? Сто. Аналогичным образом, куб с ребром в 1 см можно покрыть тысячью кубами с ребрами в 1/10 см. Мы видим, что размерность появляется в показателях степеней: $10^1, 10^2, 10^3, \ldots$ Эту последовательность показателей мы обнаружим независимо от того, какой масштаб будет выбран нами для измерения мерного отрезка, стороны мерного квадрата или ребра мерного куба. Не вдаваясь в детали, отметим самое существенное: геометрический объект характеризуется минимальным числом «клеток», необходимых для покрытия объекта. Число d, определяющее размерность, появляется как показатель степени в соотношении, связывающем число N «клеток» и их размер u. Из рассмотренных нами примеров следует, что $N = (1/u)^d$.

До сих пор читателю могло показаться, что мы лишь облекаем простую идею в сложную форму. Но когда мы переходим от обычных геометрических объектов, например, отрезка прямой, квадрата или куба, к фрактальным объектам, новое определение размерности становится существенным. Классическим примером фрактального объекта может служить *канторовское множество.* Возьмем единичный отрезок. Разделим его на три равные части и удалим среднюю треть. Повторим ту же операцию снова: разделим каждый из двух оставшихся отрезков на три равные части и удалим средние трети. Повторяя этот алгоритм бесконечно много раз, мы построим бесконечное множество «микроотрезков», которые уже невозможно охарактеризовать их длинами (рис. 4.3). Между тем, введенное выше определение позволяет приписать предельному множеству некоторую размерность.

Ясно, что после первой операции деления отрезка на три равные части и удаления средней части для покрытия получившегося множества необходимо взять два отрезка длиной 1/3. После второй операции понадобятся четыре отрезка длиной 1/9, после третьей — восемь отрезков длиной 1/27. После n-й операции число N отрезков равно 2^n, а длина каждого из этих отрезков равна $1/3^n$. Размерность d канторовского множества при $N \to \infty$ и $u \to 0$ определяется соотношением $2^n = (3^n)^d$, откуда $d = \log_3 2$, что примерно равно $0,65$. Следовательно, канторовскому множеству, которое уже невозможно мыслить как совокупность одномерных отрезков, соответствует дробная размерность, заключенная между 0 (размерностью точки) и 1 (размерностью линии). Аналогичным образом можно построить двумерные геометрические объекты с размерностью, заключенной между 1 и 2.

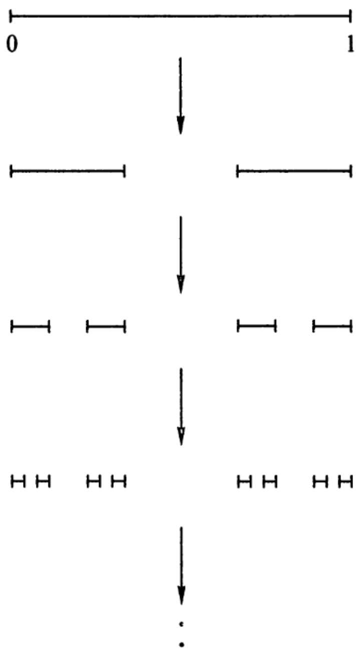


Рис. 4.3: Канторовское множество.

Открытие Мандельбротом фрактальных объектов позволило по-новому взглянуть на удивительный мир форм, существующих в природе. Большинство этих форм не являются правильными геометрическими объектами, но могут быть охарактеризованы дробными размерностями. Например, облако [3] является не объемным телом или поверхностью, а неким промежуточным геометрическим объектом с размерностью, заключенной между 2 и 3. В настоящее время фрактальные объекты часто используются для синтеза изображений и позволяют нам с поразительной легкостью и удивительным правдоподобием строить формы, не поддававшиеся ранее глазу и руке искусного мастера.

Открытие аттракторов с фрактальными размерностями позволяет нам перенести новые перспективы, открывшиеся перед нами благодаря фракталам, из пространства форм на пространство поведения объектов во времени. Подобно канторовскому множеству, «фрактальный аттрактор» обладает необычайно тонкой структурой, которая влечет за собой очень сложное временно́е поведение. Если ранее существование аттрактора было синонимом устойчивости и воспроизводимости — выхода на «то же самое» — при любых начальных условиях, то новые аттракторы с фрактальными размерностями порождают такие типы поведения, которые невозможно ни предсказать, ни воспроизвести. В любой области, занимаемой фрактальным аттрактором, сколь бы мала она ни была, мы обнаруживаем одну и ту же сложную структуру. В результате начальные условия, сколь угодно близкие, но не совпадающие, порождают различные эволюции. Малейшее различие в начальных условиях или малейшее возмущение не затухает, а усиливается аттрактором. Аттрактор определяет режимы, «чувствительные к начальным условиям».

2. Диссипативный хаос

Понятие «причины» всегда более или менее явно ассоциируется с понятием «одного и того же», необходимым для того, чтобы придать причине операциональный смысл: «*Одна и та же* причина при *сходных* обстоятельствах порождает *одно и то же* следствие». Или: «Если *одним и тем же* способом приготовить две *подобные* системы, то поведение их будет *одним и тем же*». Даже историки, повествуя о событиях прошлого, подразумевают, что если бы некоторые обстоятельства сложились несколько иначе, то это не повлекло бы за собой сколько-нибудь существенных последствий. Когда мы употребляем слова и числа, всегда обладающие только конечной точностью, неизменно предполагается, что наше описание «грубое», т. е. адекватно не только для каждой описываемой нами ситуации, но и для множества сходных ситуаций, совместимых с теми же словами или числами. Что же касается систем, чувствительных к начальным условиям, то они не допускают грубого или операционального описания в терминах детерминистической причинности: для них невозможно определить класс «сходных ситуаций», в которых сходные «причины» (т. е. сходные начальные условия) влекут за собой сходные следствия — сходную эволюцию.

Мы ввели некое вспомогательное пространство для того, чтобы представить геометрически временну́ю эволюцию. В этом пространстве каждое состояние системы характеризуется некоторым набором чисел. Физический смысл этих чисел может быть различным, но каждое задание состояний с помощью чисел, содержащих конечное количество знаков, ограничивает точность нашего описания. Таким образом, состояние системы определяется не точкой в пространстве, а небольшой областью, протяженность которой зависит от длины последовательности цифр, задающих числа. Все точки, принадлежащие такой области, соответствуют «одной и той же» системе, но эти «одни и те же» системы, если они чувствительны к начальным условиям, претерпевают не одну и ту же эволюцию. Системы движутся по траекториям, которые со временем расходятся. Таким образом, вследствие своей чувствительности к начальным условиям фрактальные аттракторы приводят нас к необходимости пересмотра самого смысла причинности. Как мы теперь знаем, общую детерминистическую связь между причиной и следствием необходимо заменить новыми свойствами, соответствующими качественному различию между устойчивыми и хаотическими режимами.

Тем самым мы приходим к определению «хаотического» режима, типичного для систем со странным аттрактором, фрактальным или нефрактальным. Режим называется хаотическим, если расстояние между любыми двумя точками, первоначально сколь угодно малое, экспоненциально возрастает со временем. Разбегание траекторий описывается функцией $\exp(t/\tau)$, где $1/\tau$ — по определению, положительная величина для хаотических систем. Величина $1/\tau$ называется показателем Ляпунова, а τ — временем Ляпунова [4].

Время Ляпунова позволяет нам ввести внутренний «масштаб времени» для хаотических систем, т. е. интервал времени, в течение которого выражение «две одинаковые» («одни и те же») системы, соответствующие одним и тем же начальным условиям, сохраняет смысл (допускает в определенной мере предсказание). Действительно, после достаточно продолжительного по сравнению с временем Ляпунова периода эволюции, память о начальном состоянии системы полностью утрачивается: задание начального состояния не позволяет более определять траекторию. В этом смысле хаотические системы характеризуются *временны́м горизонтом*, который определяется временем Ляпунова, — горизонтом, который мы можем в какой-то мере расширить, но отнюдь не игнорировать. Чтобы увеличить интервал времени, в течение которого мы можем предсказывать траекторию, необходимо увеличивать точность, с которой задано начальное состояние, т. е. сузить класс систем, называемых «одними и теми же». Однако цена, которую приходится за это платить, возрастает экспоненциально. Иначе говоря, чтобы увеличить в десять раз продолжительность интервала времени, в течение которого эволюция системы остается предсказуемой, нам пришлось бы увеличить точность задания начального условия в e^{10} раз.

Временной горизонт хаотической системы порождает принципиальное различие между тем, что можно назвать «теперь» — индивидуальной системой, поведение которой мы можем предсказать, используя наше современное и прошлое знание, и «потом» — эволюцией, которая более не допускает описание в терминах индивидуального описания, а только в терминах вероятностного описания, одного и того же для всех систем, характеризуемых одним и тем же хаотическим аттрактором, каким бы ни было их начальное условие. Различие, о котором идет речь, объективно: оно не связано ни с каким практическим ограничением и не устанавливает предел тонкости наших измерений. Существование временнóго горизонта придает решающее значение всякому ограничению, обусловленному каким-либо измерением или описанием. Это определение хаоса через отрицание как препятствия, мешающего предсказанию индивидуального поведения при любом уровне нашего знания.

За последние несколько лет физики и математики открыли множество хаотических систем и установили несколько «путей» к хаосу. Здесь нет необходимости останавливаться на технических деталях, однако полезно привести один особенно простой пример, связанный с маятником — воплощением детерминизма и предсказуемости [5]. Прослеживать за тем, как эти свойства (детерминизм и предсказуемость) шаг за шагом утрачиваются на пути к хаосу, — занятие необычайно увлекательное.

Рассмотрим слабо диссипативный маятник (который останавливается, если его колебания не поддерживать извне). Предоставим грузику нашего маятника совершать свободные колебания не вдоль кривой, а по сферической поверхности (такой маятник называется сферическим), и, кроме того, будем навязывать ему периодическое движение: вместо неподвижной точки подвеса прикрепим нить маятника к опоре, которая периодически движется то в одну, то в другую сторону, определяя период T вынужденных колебаний. Если T_0 — естественный период колебаний свободного маятника в отсутствие вынуждающего движения точки подвеса, то путь к хаосу определяется отношением T/T_0.

Как показывают вычисления, первый шаг на этом пути, т. е. первая бифуркация, оказывается пройденным, когда мы придаем периоду T значение, равное $0{,}989\,T_0$. При T, большем этого порогового значения, простейшее сферическое, т. е. плоское, колебание утрачивает устойчивость, между тем как два различные простые неплоские колебания становятся устойчивыми, и маятник колеблется в одном из этих двух режимов. Вторая бифуркация происходит при $T = 0{,}99887\,T_0$ и сопровождается появлением субгармоник (рис. 4.4 (*а*)). (На рис. 4.4: l —длина маятника, F — частота колебаний, L — амплитуда гармоники.) Последующие бифуркации образуют последовательность удвоения периода (рис. 4.4 (*б*) и 4.4 (*в*)), и в конце, когда вынуждающий период достигает значения $T = 1{,}00234\,T_0$, всякая регулярность исчезает. Никакие конкретные частоты не характеризуют более движение, которое становится полностью хаотическим. Забыт даже хаос, достигнутый при первой бифуркации: система довольно случайным образом переходит из одной колебательной моды в другую, обнаруживая сильную чувствительность к начальным условиям (рис. 4.4 (*г*)). Описанное нами движение, казалось бы, должно быть очень простым, так как оно порождается связью между двумя детерминистическими движениями: свободными колебаниями маятника и вынуждающими колебаниями подвеса. Однако в результате наложения этих двух движений мы имеем хаотический непредсказуемый режим.

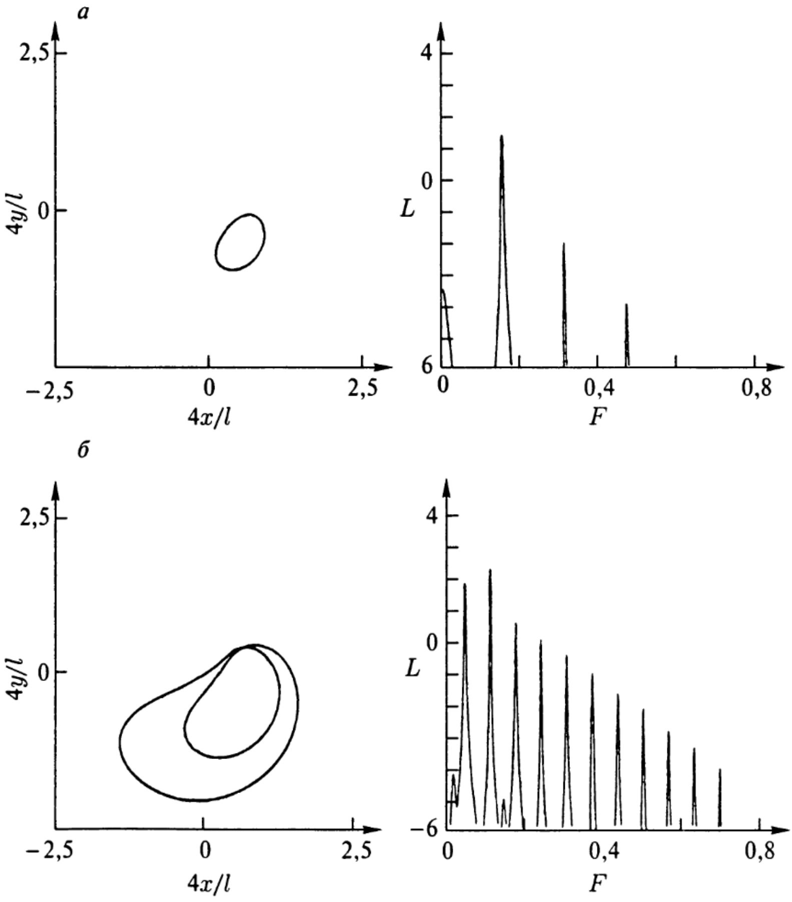


Рис. 4.4. (*а*) $T = 0{,}99922\,T_0$. Маятник «выбрал» одну из двух возможных мод сложных колебаний (вторая мода симметрична первой относительно оси X). (*б*) $T = 1{,}00156\,T_0$.

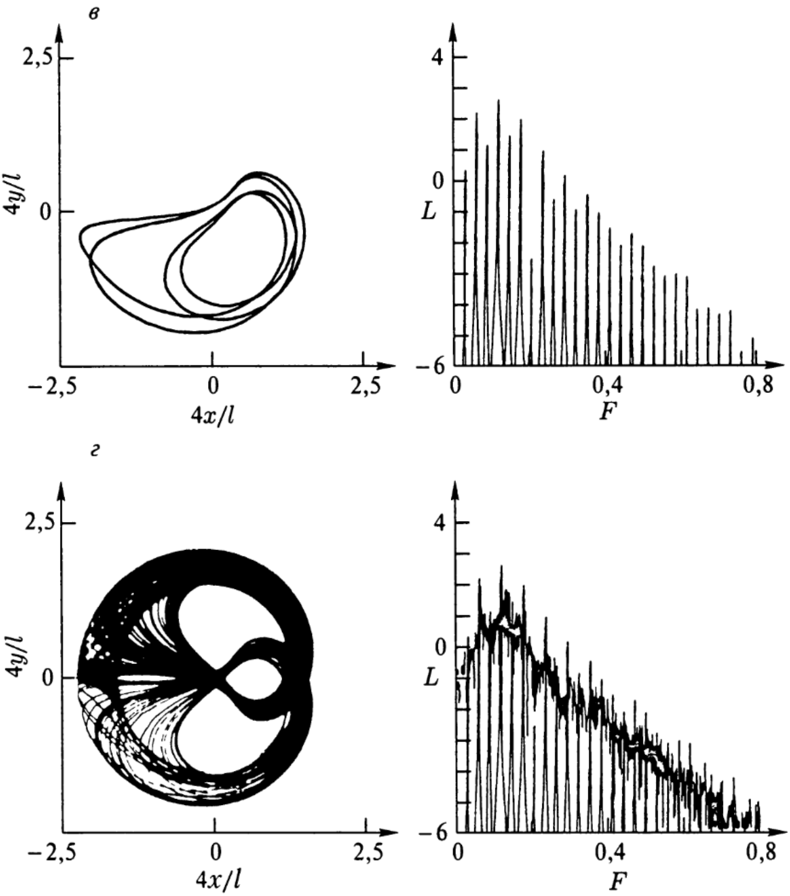


Рис. 4.4. (*в*) $T = 1{,}00222\,T_0$. (*г*) $T = 1{,}00234\,T_0$. Движение маятника становится хаотическим. Он совершает случайные переходы из одной моды колебаний в другую.

3. Хаос вокруг нас

Существование хаотических систем вынуждает нас вносить соответствующие изменения в понятия предсказуемости и вероятностного описания. Ясно, что во многих случаях вероятности выражают степень нашего незнания: слишком много факторов вступают в игру, когда разыгрывается данное событие. Например, так обстоит дело в случае таких событий, как вступление в брак, развод, рождение или смерть:

мы либо заинтересованы в данном конкретном случае, либо нам необходимо воспользоваться статистическим подходом. Это соответствует классическому определению случайности — «истинной» случайности. Но так обстоит дело не всегда, и теперь нам необходимо научиться распознавать различные типы непредсказуемого поведения.

Рассмотрим в качестве примера климат [6] (см. рис. 4.5). Всякий знает, что климат определяется игрой многих факторов, проявляющейся в существовании микроклиматов, вариабельности климата в зависимости от локального рельефа и растительности и т. п. Но мы знаем также, что глобальный климат Земли претерпел существеннейшие изменения, сыгравшие важную роль в истории нашей планеты. Например, двести или триста миллионов лет назад климат был гораздо мягче, чем сегодня; континенты практически не были покрыты льдом, а уровень океана был примерно на 80 метров выше, чем сейчас. В третичный период, сорок миллионов лет назад, различие между температурой на полюсах и в экваториальных зонах возросло. Упомянем также о серии оледенений, отметивших четвертичный период. Несколько тысяч лет назад, после отступления ледников Земля достигла состояния, которое часто называют «климатическим оптимумом»; в эту эпоху, закончившуюся три тысячи лет назад с наступлением железного века, в Сахаре процветало земледелие. Как можно объяснить столь разительные вариации климата во времени? Следует ли для этого привлекать такие внешние причины, как вариации потока солнечной энергии? Являются

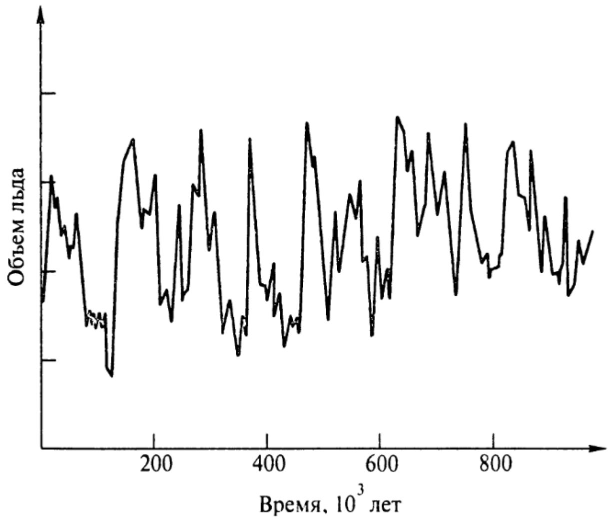


Рис. 4.5. Вариации климата во времени.

ли изменения климата результатом совместного действия множества не поддающихся учету факторов, наподобие тех, что приводят к заключению браков или смерти? Может быть, они обусловлены глобальной хаотической динамикой? Как распознать хаотический режим, порождаемый странным аттрактором, и отличить странный аттрактор от других источников непредсказуемости?

Мы не знаем априори, что представляют собой переменные, управляющие хаотическим аттрактором, и каково их число. В общем случае мы располагаем лишь временны́м рядом измерений, прямо или косвенно связанных с одной или несколькими переменными. Например, специалисты, работающие в области климатологии, могут восстанавливать температуру за геологические периоды в данном районе земного шара. Мы встречаемся, таким образом, с проблемой, которая обратна проблеме, чаще всего возникающей в физике. Обычно мы начинаем с системы уравнений и решаем ее, чтобы узнать, как изменяются во времени переменные, входящие в уравнение (см. рис. 4.1 (*а*). Здесь же мы начинаем с временно́го ряда наблюдений, соответствующих одной переменной, и используем эту информацию для реконструкции уравнений, порождающих такой временно́й ряд.

Идентифицировать одноточечный аттрактор, исходя из временно́го ряда, не представляет никакой трудности: ряд сходится к вполне определенному значению и остается далее постоянным во времени. Столь же просто идентифицировать предельный цикл. Временно́й ряд в этом случае обнаруживает периодичность, которая легко распознается. Но временно́й ряд, порождаемый хаотическим аттрактором, не обладает простой периодичностью. Тем не менее, недавно предложенные методы позволяют определить размерность аттрактора и минимальное число независимых переменных, необходимых для описания системы.

Чтобы пояснить, как это делается, мы кратко, в общих чертах, опишем метод, предложенный Грассбергером и Прокаччиа [7]. Мы начинаем с информации, относящейся к одной переменной. Предполагается, что значения, принимаемые этой переменной X в зависимости от времени, определяются ее отношением к другим переменным, которые мы не специфицируем и число которых нас не интересует. Но мы знаем, что если поддающиеся измерению вариации действительно определяются глобальной динамикой, то, вводя достаточное число переменных, мы могли бы описать эволюцию системы в терминах линейной системы с n переменными. Исключая последовательно одну переменную за другой, мы могли бы заменить эту линейную систему уравнений одним нелинейным уравнением n-го порядка с наблюдаемой переменной X в качестве единственной переменной (иначе говоря, полученное нелинейное уравнение n-го порядка содержит переменную X и ее n производных от первого до n-го порядка по времени).

Решение этого уравнения зависит от начального значения переменной X и ее $(n-1)$ производных, т. е, зависит от значений n чисел. Но мы не знаем этих значений. Из имеющегося у нас временнóго ряда мы можем построить различные ряды данных, эквидистантных по времени, выбирая для каждого ряда отличный от других начальный момент времени. Варьируя число d таких рядов, мы ожидаем, что они будут независимыми друг от друга, пока d будет оставаться меньшим или равным n — числу независимых переменных, участвующих в гипотетической глобальной динамике. Когда же d становится больше n, мы ожидаем обнаружить корреляции между рядами. Таким образом, метод Грассбергера—Прокаччиа по существу сводится к установлению критического значения параметра d, выше которого между данными возникают корреляции. Это критическое значение дает нам размерность n неизвестной системы, и размерность аттрактора, фрактального или нефрактального, должна быть меньше n.

А что бы произошло, если бы анализируемый нами временной ряд порождался не глобальной динамикой, а «самым настоящим» случайным процессом? В этом случае увеличение числа d не приводит к возникновению корреляций. В основе временнóй вариации наблюдаемой величины здесь не лежит никакой детерминистической схемы. Именно в этом смысле утверждают, что временнáя эволюция, порождаемая не аттрактором, а внутренне случайным процессом, характеризуется бесконечно большими размерностями.

Такого рода различие между «истинно случайным процессом» и «детерминистическим хаосом» было проведено в случае вариаций климата на протяжении истории нашей планеты. Г. и К. Николисы исследовали временной ряд колебаний температуры более чем за 900 000 лет на основании анализа данных по изотопному составу кислорода в осадочных породах из экваториальной зоны Тихого океана [8] и пришли к заключению, что временной ряд порожден хаотическим аттрактором малой размерности.

Этот результат открывает интересные перспективы. Локальные температуры являются результатом взаимодействия большого числа переменных (солености воды, солнечных пятен, вулканических извержений и т. д.), каждая из которых подвержена какому-то своему статистическому распределению. Однако, как показывает анализ данных, небольшого числа независимых переменных может оказаться вполне достаточно для объяснения долговременных вариаций климата Земли! Это поразительный пример той самой новой ситуации, о которой мы говорили в начале главы. Априори у нас нет способов, позволяющих судить о том, что просто и что сложно. Подобно тому, как неожиданная сложность возникает в вынужденных колебаниях маятника, неожиданная простота обнаруживается в ситуациях, которые складываются под влиянием совместного действия множества факторов.

Аналогичные исследования проводятся в настоящее время во многих областях науки. Например, с помощью метода, который мы в общих чертах обрисовали выше, были проанализированы данные измерений активности головного мозга [9]. В стадии глубокого сна в активности головного мозга обнаруживается детерминистический хаос с фрактальным аттрактором в пятимерном пространстве (пять независимых переменных). С другой стороны, в состоянии бодрствования конечномерный аттрактор не был идентифицирован. С точки зрения электрической активности мы имеем дело с истинной случайностью. Ничего удивительного в этом нет. Когда мозг взаимодействует с внешней средой, церебральная активность вряд ли может соответствовать динамически самогенерирующей системе. Наконец, при эпилептических припадках электроэнцефалограммы свидетельствуют о появлении фрактального аттрактора малой размерности (размерности 2). Эпилепсия отнюдь не приводит к хаотическим энцефалограммам. Наоборот, энцефалограммы больных эпилепсией чрезмерно «регулярны». В определенном смысле можно утверждать, что «умственный порядок» патологичен, или, как писал французский поэт Поль Валери, «мозг — это сама нестабильность» [10]. Разумеется, такая неустойчивость головного мозга отнюдь не случайна, она следует из той роли, которую биологическая эволюция отвела нашей центральной нервной системе, нашему наиболее чувствительному «интерфейсу» с внешним миром.

Теперь мы находимся очень далеко от предсказуемого мира, управляемого точечноподобными аттракторами, которые доминировали в равновесной физике. Современные аттракторы могут служить великолепной иллюстрацией разнообразнейшего поведения диссипативных систем. Благодаря им наш подход к миру природы становится не столько обобщающим, сколько разведывающим. Одна и та же система в зависимости от обстоятельств обнаруживает предсказуемое или хаотическое поведение. Что же касается живых систем, то они полностью используют это разнообразие. Некоторые из основных механизмов регуляции обмена веществ соответствуют предельным циклам [11], в то время как активность мозга связана с хаотическими аттракторами, о чем мы уже говорили выше. Таким образом, мы обнаруживаем, что уже одно-единственное живое существо воплощает в себе тот самый контраст, который привел Аристотеля к противопоставлению небесного мира и подлунного мира. Это противопоставление, освященное многовековой традицией, остается до некоторой степени в силе: мы можем предсказывать положение Земли на околосолнечной орбите на миллионы лет вперед, хотя метеорологические прогнозы ограничены днями или неделями. Однако мы понимаем теперь, что этот контраст не противопоставляет друг другу два мира, которые могут просто рождаться из динамики. Движение Земли вокруг Солнца в основном управляется устойчивой динамической системой двух тел. Динамика атмосферных волн (образование циклонов и антициклонов), насколько сейчас известно, характеризуется хаотическим аттрактором с семью независимыми переменными, и состояние атмосферы может быть в настоящее время предсказано примерно на три недели вперед. Что же касается локальных прогнозов погоды, то лучшие из используемых ныне моделей содержат около 6 000 000 переменных, и погрешность предсказания удваивается каждые три дня!

4. Информация

До сих пор мы исследовали богатство сильно неравновесного мира на примерах, заимствованных главным образом из химии и гидродинамики. Однако между гидродинамическими структурами, например вихрями Бенара (см. гл. 3), и химическими процессами существует принципиальное различие. При ослаблении неравновесных связей гидродинамические структуры исчезают, тогда как химические процессы производят продукты, сохраняющие память о необратимых процессах, которые привели к их образованию. Таким образом, необратимость сказывается не только на переходных модах режима. Через химическую необратимость она запечатлевается в веществе.

Рассмотрим снежинку. Если снежинка имеет форму кристаллического шара, то мы заключаем, что она образовалась в почти равновесных условиях: молекулы имели время продиффундировать по всей поверхности. Если же снежинка имеет вид дендрита с хорошо развитыми ветвями, то она образовалась вдали от равновесия, так как процесс кристаллизации протекал гораздо быстрее. В настоящее время исследование идеальных кристаллов уступило место исследованию реальных кристаллов, сохраняющих память о своем образовании в различного рода «дефектах» (дислокациях и т. д.), запечатленных в их структуре. И обратно, изменяя условия образования кристаллов, мы можем создавать материалы, обладающие новыми интересными электрическими, механическими, магнитными или оптическими свойствами.

Как мы уже подчеркивали, химию невозможно отделить от производства энтропии. Кроме того, в сильно неравновесных реакциях может образовываться много молекул. Следовательно, молекулы с полным основанием могут быть названы детьми необратимости, но при определенных условиях они могут стать отправными точками новых типов эволюции.

Вопрос о происхождении жизни, безусловно, принадлежит к числу наиболее захватывающих вопросов об эволюции материи. Ныне ясно, что жизнь — это вовсе не борьба со вторым началом, традиционно отождествляемым с эволюцией к беспорядку. Своими корнями жизнь уходит в когерентную диссипативную активность сильно неравновесной материи. Но это — всего лишь общая перспектива. Необходимо найти ответы на более конкретные вопросы. Можно ли связать с возникновением жизни «инкорпорирование» необратимости в материю?

В наше время биомолекулы выступают в двоякой роли реагентов и продуктов обмена веществ. Но что можно сказать о предшественницах этих биомолекул? Каким образом эти молекулы-предшественницы появились в количестве, достаточно большом для того, чтобы привести к новому типу эволюции? Как нам понять переход от «химической» истории, когда отдельные молекулы синтезируются или распадаются, к «биологической» истории, когда многообразие путей химических реакций становится решающим образом взаимосвязанным в процессе сохранения новой индивидуальной сущности? Сколько молекул становятся «актерами», существование которых связано с существованием других «актеров», каждый из которых играет свою роль в когерентном и вполне осмысленном действии? Иначе говоря, откуда возникает биологическая «информация»?

В этом направлении уже сделаны некоторые шаги, представляющие немалый интерес [12] и подводящие нас к еще более общему вопросу. Можно ли указать механизм реакции, приводящей к синтезу молекул, которые могли бы стать «носителями информации», прототипами наших биомолекул? Необратимость, как мы уже упоминали, запечатлена в веществе химией. Может ли запись соответствующей информации произойти при образовании молекул, которые стали бы «актерами» на последующих стадиях эволюции?

Теория информации дает нам количественную меру информации, содержащейся в последовательности символов из данного алфавита. Она применима к биомолекулам (например, к генам — последовательностям нуклеотидов или к белкам — последовательностям аминокислот), словесным («буквенным») или нотным текстам. Классическое определение информации принадлежит Клоду Э. Шеннону [13]. По Шеннону, информация служит мерой «неожиданности» обнаружения каждой новой буквы в последовательности. Самая богатая информация содержится в случайной последовательности: прочтение 99 «символов» случайной последовательности ничем не облегчает предсказание сотого символа. Именно с такой ситуацией мы сталкиваемся в знаменитом примере — с обезьяной, печатающей на пишущей машинке, придуманном французским математиком Эмилем Борелем. Обезьяна, случайным образом ударяющая по клавишам пишущей машинки, создавала бы «тексты» с максимальным содержанием информации по Шеннону. Большинство напечатанных обезьяной текстов — совершеннейшая абракадабра, напрочь лишенная какого бы то ни было смысла. Разумеется, поскольку самые неправдоподобные (маловероятные) события все же возможны, если подождать достаточно долго, обезьяна может когда-нибудь напечатать одну из трагедий Шекспира.

Но у кого хватит терпения читать подряд все «тексты», напечатанные борелевской обезьяной, в поисках «крупицы разума»? Каждый «текст» по-своему уникален и отличается от всех остальных! В одном из текстов может встретиться последовательность букв, которой можно придать какой-то смысл, но эта последовательность бесследно исчезает при последующих попытках. Определение информации по Шеннону не дает, однако, ответа на вопрос о том, как определить те связи — синтаксические, грамматические или каких-нибудь иные, — которые позволили бы нам опознавать текст, сколь бы «сумасшедшим» ни было его содержание. Шенноновское определение информации ничего не говорит и о том, что представляли собой исходные «биомолекулы». Если каждая из 20 аминокислот с равной вероятностью может занять любое из 100 положений, то априори могут существовать 20^{100} белковых последовательностей из 100 аминокислот. По определению Шеннона, каждая из этих последовательностей обладает богатым информационным содержанием. Но как же из столь невероятного разнообразия возникли некоторые выделенные последовательности, сыгравшие особую роль в последующей эволюции жизни? Если исходным механизмом, приведшим к образованию первых молекул-предшественниц наших биомолекул, была случайность типа борелевской обезьяны за пишущей машинкой, то история жизни была бы непостижимой. Каждая конкретная последовательность была бы уникальным невоспроизводимым событием. Чтобы возникло специфическое семейство последовательностей, необходимо ограничить возможности, т. е. увеличить вероятность образования одних конкретных последовательностей по сравнению с другими.

Возникает вопрос: как «запрограммировать» обезьяну за пишущей машинкой, чтобы она следовала тем или иным правилам? Если бы мы могли заранее определить, что именно мы хотим, какое свойство «интересно», то можно было бы воспользоваться алгоритмической теорией информации, предложенной Колмогоровым и Чейтином [14]: мерой сложности по этой теории была бы длина программы, необходимой для компьютера (или борелевской обезьяны), чтобы реализовать структуру того типа, который нам требуется. Такой подход к сложности обладает одним уязвимым местом: он исходит из предположения, будто мы умеем определять, что есть существенного в сообщении (последовательности символов). Разумеется, такое возможно в математике. По совершенно иной причине это возможно и применительно к драме Шекспира или квартету Бетховена: и в том, и в другом случае информация совпадает со всем произведением (стоит взять программу более короткую, чем само произведение, как оно будет искажено). Но, вообще говоря, применение меры информации, предложенной Колмогоровым и Чейтином, ограничено, поскольку она неявно предполагает конечность структуры, которую должен построить программируемый нами компьютер. Таким образом, определение информации предполагает операциональный контекст, в котором заданы смыслы и отношения между целью и средством. Между тем, пытаясь понять истоки истории, например, истории жизни, мы не можем априори определить различие, которое эта история создаст между тем, что составляет фоновый шум, и тем, что существенно.

По нашему глубокому убеждению, диссипативный хаос призван сыграть важную роль в новых сценариях, артикулирующих информацию как соответствующую различию между тем, что значительно и что незначительно, и в становлении, т. е. в сценариях о «генезисе» информации и ситуаций, в которых информация играет существенную роль. Действительно, диссипативный хаос соответствует промежуточной ситуации между чистым случаем и избыточным порядком. Причудливый характер поведения диссипативных хаотических систем порождает элемент «неожиданности», который подразумевает шенноновское определение количества информации, а сильно неравновесные связи существенно ограничивают разнообразие этого поведения по сравнению с априорной равновероятностью всех возможных режимов.

Для того чтобы хаос мог играть какую-то роль в «генезисе» информации, необходим механизм, позволяющий хаотической активности оставлять по себе «память» в веществе. Г. Николис и С. Субба Рао [15] предложили очень простую модель, в которой химическая хаотическая система была связана с образованием полимерной цепи: всякий раз, когда концентрация мономера, участвующего в химических реакциях, превышала заданный порог, этот мономер присоединялся к растущей полимерной цепи. Было бы неуместно вдаваться здесь в детали, необходимо лишь подчеркнуть, что получающийся в результате полимер обладает характеристиками цепи Маркова пятого порядка, т. е. цепи, состоящей из упорядоченных звеньев, в которой каждое шестое звено характеризуется вполне определенной вероятностью при условии, что пять предшествующих звеньев заданы (в отличие от чисто случайных последовательностей, в которых невозможно никакое предсказание относительно очередного звена на основании того, что известно о предшествующих звеньях). Это весьма важный результат, потому что все наши тексты, письменные или нотные, реализуют (по крайней мере до какой-то степени) свойства цепей Маркова.

Ясно, что сказанное — не более чем начало, но оно очень существенно, поскольку иллюстрирует, сколь широкое поле исследований открывает перед нами понятие хаоса, т. е. конструктивной роли необратимости. Мы убеждены, что эти исследования приведут к новому облику науки, в центре которой будет находиться проблема становления. Но каково бы ни было будущее науки, один вывод ясен: без необратимых процессов невозможно описывать окружающий нас мир. Таким образом, вопрос о происхождении необратимости и ее отношениях с фундаментальными законами физики приобретает принципиальное значение. Именно к этой проблеме мы сейчас и обратимся.

Часть III

ЗАКОНЫ ФИЗИКИ

Глава 5

Проблема хаоса

1. О чем говорит энтропия

Предыдущие две главы были посвящены макроскопической физике. Мы остановились на этой теме столь подробно для того, чтобы попытаться убедить читателя в невозможности описания окружающего нас мира без учета конструктивной роли времени. Как перейти к микроскопическому миру, не утрачивая этого существенного аспекта? Мы уже описали борьбу Больцмана за включение второго начала термодинамики в общую схему классической физики. Как мы видели, Больцман был вынужден прийти к заключению, что необратимость, присущая второму началу термодинамики, несовместима с обратимыми законами динамики. Больцман предпочел сохранить верность динамике. Соответственно, он заключил, что эволюция, запрещаемая термодинамикой, не невозможна, а всего лишь невероятна. Бергсон «ратифицировал» неудачу Больцмана. По Бергсону, физика обречена на отрицание времени, на сведение становления к повторению одного и того же.

Для Больцмана поражение было драмой всей его жизни, для Бергсона оно стало отправной точкой для обновления метафизики. Однако физик и философ сошлись в одном: они оба были убеждены в том, что суждение, вынесенное физикой от имени классической динамики, было окончательным. На протяжении большей части двадцатого века физика, казалось, подтверждала правоту Больцмана и Бергсона, поскольку и теория относительности, и квантовая механика, подобно классической динамике, продолжали «отрицать» стрелу времени. Но тут произошло драматическое событие, изменившее все. Как свидетельство перемен процитируем торжественное заявление, с которым выступил в 1986 г. сэр Джеймс Лайтхилл, бывший в то время президентом Международного союза теоретической и прикладной механики: «Здесь я должен остановиться и снова выступить от имени широкого всемирного братства тех, кто занимается механикой. Мы все глубоко сознаем сегодня, что энтузиазм наших предшественников по поводу великолепных достижений ньютоновской механики побудил их к обобщениям в этой области предсказуемости, в которые до 1960 г. мы все охотно верили, но которые, как мы теперь понимаем, были ложными. Нас не покидает коллективное желание признать свою вину за то, что мы вводили в заблуждение широкие круги образованных людей, распространяя идеи о детерминизме систем, удовлетворяющих законам движения Ньютона, — идеи, которые, как выяснилось после 1960 г., оказались неправильными» [1].

Признание, что и говорить, необычное. Историки науки привыкли к «революциям», в которых одна теория терпит поражение, другая выходит на передний план и на какое-то время становится доминирующей. Но лишь в весьма редких случаях эксперты признают, что на протяжении трех веков заблуждались относительно сферы применимости и значения той самой области, в которой они работают! И действительно, обновление старейшей из наших наук за последние десятилетия — событие, не имеющее прецедентов в истории науки. Детерминизм, долгое время казавшийся символом научного познания, в настоящее время сведен до положения свойства, справедливого только в ограниченном круге ситуаций. Кроме того, вероятности, которые Больцман считал воплощением нашего незнания, обретают объективный смысл.

В предыдущей главе мы уже упоминали об экспоненциальном разбегании траекторий сильно неустойчивых хаотических систем, описываемом положительными показателями Ляпунова. Мы упоминали также о понятии временно́го горизонта, за пределами которого описание хаотической системы в терминах отдельных траекторий перестает быть применимым. Мы еще вернемся к этим идеям, находящимся и в центре статьи Лайтхилла. В классической механике жидкости и газа мы имеем дело с макроскопическими системами, образованными огромными популяциями взаимодействующих частиц, — системами, которые мы, очевидно, не можем надеяться описать в терминах отдельных траекторий. Аналогичным образом, модель Больцмана, призванная интерпретировать второе начало термодинамики, предполагает существование большого числа частиц. В подобных ситуациях физикам не остается ничего другого, как прибегнуть к приближенному описанию систем, и поэтому им казалось вполне обоснованным мнение о том, будто необратимость возникает в результате таких приближений. Но, как мы понимаем сейчас, понятия хаотического поведения и временно́го горизонта применимы и к простым динамическим системам, которые мы можем описывать строго, не прибегая к каким-либо приближениям.

Возникновение хаоса на микроскопическом динамическом уровне имеет далеко идущие последствия. Именно оно является основной причиной, по которой нам приходится отказаться от традиционного описания на основе детерминизма и перейти к вероятностному описанию. В свою очередь такой переход приводит к нарушению симметрии во времени.

Хорошо известным примером вероятностного описания, включающего в себя нарушение симметрии во времени, является *случайное блуждание* — идеализированная, но тем не менее удачная модель броуновского движения [2]. Простейший случай соответствует одномерному случайному блужданию. В этой модели броуновская частица совершает через правильные промежутки времени переход на один шаг (рис. 5.1). На каждом шаге частица с вероятностью 1/2 сдвигается вправо и с вероятностью 1/2 — влево. Траектория броуновской частицы весьма нерегулярна. Нетрудно вычислить вероятность каждой такой траектории, если она задана (например, частица из исходной точки 0 переходит в точку 1, а затем последовательно совершает переходы $1 \to 0 \to -1 \to -2 \to -1 \to -2 \to \ldots$).

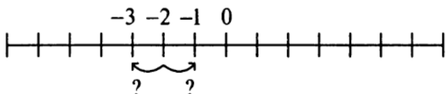


Рис. 5.1. Случайное блуждание: в каждой точке (на рисунке — в точке (−2)) частица с равной вероятностью переходит налево (в точку (−3)) или направо (в точку (−1)).

Мы продвинемся гораздо дальше, если рассмотрим ансамбли, т. е. совокупности, броуновских частиц. Нам удастся обнаружить простые детерминистические законы, которым подчиняется движение броуновских частиц. В то время как относительно каждой реализации случайного блуждания мы можем делать только вероятностные предсказания, поведение ансамбля детерминистично. Действительно, пусть $P(x,t)$ — вероятность найти частицу в точке x в момент времени t после N шагов. Весьма замечательно, что функция $P(x,t)$ удовлетворяет простому уравнению диффузии, хорошо известному из макроскопической физики. Если мы выберем неоднородные начальные условия (вероятность $P(x,t_0)$ не постоянна), то уравнение диффузии описывает приближение к однородному состоянию (см. рис. 5.2).

Уравнение диффузии обладает нарушенной симметрией во времени. Оно описывает необратимое приближение к равновесному состоянию. Однако мы все еще далеки от нашей цели, поскольку в этом случае необратимость является результатом введения вероятностей перехода на микроскопическом уровне (случайное блуждание). Мы начинаем с вероятностного описания. Замечательно, что существуют классы динамических систем с детерминистическим уравнением движения,

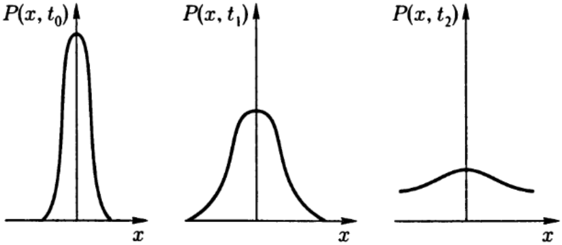


Рис. 5.2. Эволюция вероятности найти броуновскую частицу в данной точке описывается уравнением диффузии ($t_2 > t_1 > t_0$).

которые обнаруживают свойства, аналогичные свойствам систем с вероятностным описанием.

В модели броуновского движения мы используем описание с *дискретным* временем, т. е. следим за частицей не непрерывно, а через определенные интервалы времени, кратные заданному. Системы, в которых изменения происходят через дискретные шаги, называются *отображениями*. Исследование отображений ныне переживает пору расцвета. Причина заключается в том, что теоретическое исследование отображений с дискретным временем гораздо проще, чем исследование систем с непрерывным временем. Вот почему мы посвящаем эту главу двум примерам отображений — *сдвигу Бернулли* и *преобразованию пекаря*. Как будет показано, в обоих случаях мы приходим к положительному показателю Ляпунова и, следовательно, к хаосу. В обоих примерах необходимо перейти к вероятностному описанию. Эти примеры позволяют нам сделать некоторые представляющие общий интерес замечания относительно проблемы необратимости и ее отношения к уравнениям движения. Но только в гл. 9 мы подробно опишем наши методы, которые позволяют «примирить» для хаотических систем обратимые во времени уравнения движения с приближением к равновесию и, следовательно, с законом возрастания энтропии.

Почему речь идет именно об энтропии? Найдется ли хоть один преподаватель физики, который не задавал этот вопрос? Теперь мы можем на него ответить: возрастание энтропии отражает хаотические свойства динамики, лежащей в основе явления. К этому пункту мы будем неоднократно возвращаться в дальнейшем.

2. Сдвиг Бернулли

Рассмотрим простейший пример хаотической системы так называемый сдвиг Бернулли. Заключается он в удваивании числа x через регулярные промежутки времени с отбрасыванием в случае необходимости целой части произведения $2x$. Иначе говоря, число x все время должно оставаться заключенным между 0 и 1. Это означает, что мы берем число x «по модулю 1» (если x больше единицы, мы вычитаем «лишнюю» единицу). Сдвиг Бернулли записывается в виде

$$x_{n+1} = 2x_n (\mathrm{mod}\, 1).$$

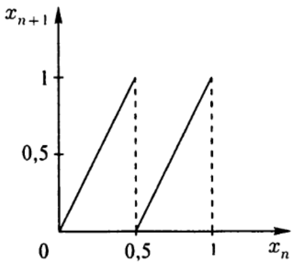


Рис. 5.3. Сдвиг Бернулли: каждая точка на штриховых линиях определяется парой значений x_n, x_{n+1}.

График этого отображения представлен на рис. 5.3. Формула $x_{n+1} = 2x_n(\mathrm{mod}\, 1)$ служит «уравнением движения» для сдвига Бернулли.

Заметим, что это уравнение движения детерминистично: если x_n известно, то число x_{n+1} определяется однозначно. Мы имеем здесь пример *детерминистического хаоса*. Можно представить себе примеры последовательностей, начинающихся с какого-нибудь произвольного числа, скажем (0,13; 0,26; 0,52; 0,04; 0,08; 0,16; 0,32; 0,64; 0,28;...). Но если мы начнем не с 0,13, а с какого-нибудь близкого числа, например 0,14, то через несколько шагов получим 0,84 — число, значительно отличающееся от 0,28. Мы можем решить уравнение движения при любом начальном значении x_0, но получаемое нами решение $x_n = 2^n x_0(\mathrm{mod}\, 1)$ не имеет реального значения, если только начальные значения x_0 сколь угодно мало различаются, поскольку с увеличением n первоначально близкие точки расходятся.

Результат численного моделирования представлен на рис. 5.4. Как в случае броуновского движения, траектория совершенно нерегулярна.

Нетрудно понять, почему две соседние точки, сколь угодно близкие в начале, со временем расходятся. Запишем число x в двоичной системе:

$$x = \frac{u_{-1}}{2} + \frac{u_{-2}}{2^2} + \frac{u_{-3}}{2^3} + \dots,$$

где $u_i = 0$ или 1 (мы вводим отрицательные индексы, чтобы подчеркнуть сходство с преобразованием пекаря, которое будет рассмотрено в п. 3). Каждое число x представляется в виде упорядоченного набора цифр u_i, равных 0 или 1. Нетрудно проверить, что описанное выше отображение соответствует сдвигу $u'_n = u_{n-1}$ (например, $u'_{-2} = u_{-3}$). Отображение $x_{n+1} = 2x_n(\mathrm{mod}\, 1)$ сдвигает цифру u_i на одну позицию влево. Поскольку каждая цифра в двоичном представлении числа x не зависит от остальных, исход каждого из последовательных сдвигов аналогичен исходу бросания монеты. Именно поэтому описанное выше отображение называется *сдвигом* Бернулли в честь великого математика XVIII века, занимавшегося исследованием азартных игр. На примере сдвига Бернулли отчетливо виден смысл «чувствительности

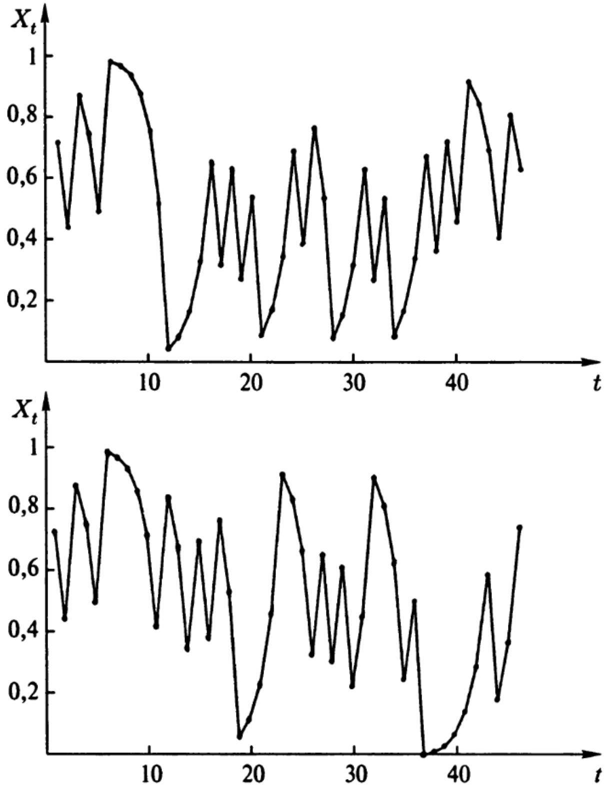


Рис. 5.4. Две траектории, полученные в результате итераций сдвига Бернулли. Начальные точки почти совпадают, но после нескольких итераций траектории становятся совершенно различными (по данным численного эксперимента Дина Дрибе).

к начальным условиям»: два числа, отличающиеся первоначально едва заметно (скажем, в сороковом знаке, т. е. в цифре u_{40}, меньше, чем на 2^{-39}), через 49 шагов будут отличаться на 112. Мы можем даже вычислить для сдвига Бернулли (положительный) показатель Ляпунова, равный $\ln x$, так как x удваивается с каждым шагом.

Заметим, что сдвиг Бернулли — отображение необратимое. С самого начала оно соответствует выделенному направлению времени: если вместо $x_{n+1} = 2x_n (\mathrm{mod}\, 1)$ мы рассмотрим обратное отображение $x_{n+1} = x_n/2$, то мы найдем одноточечный аттрактор $x = 0$. Симметрия во времени нарушена еще на уровне уравнения движения. Этим сдвиг Бернулли отличается от динамических систем с обратимыми уравнениями движения. В литературе такие необратимые системы, как сдвиг Бернулли, называются «точными системами» [3].

Для нас важно, что траектории неадекватны для описания эволюции во времени такой хаотической системы, несмотря на детерминистическое уравнение движения. Как подчеркивал еще в 1906 г. Пьер Дюгем [4], чтобы понятие траектории было адекватной формой представления, траектория должна оставаться «почти одной и той же» при небольшом изменении начальных условий. Именно такого рода «грубости» недостает описанию хаотических систем в терминах траектории. Именно в этом и состоит смысл «чувствительности к начальным условиям». Две траектории, сколь угодно близкие в начальный момент времени, экспоненциально расходятся в дальнейшем. Чтобы вопросы,

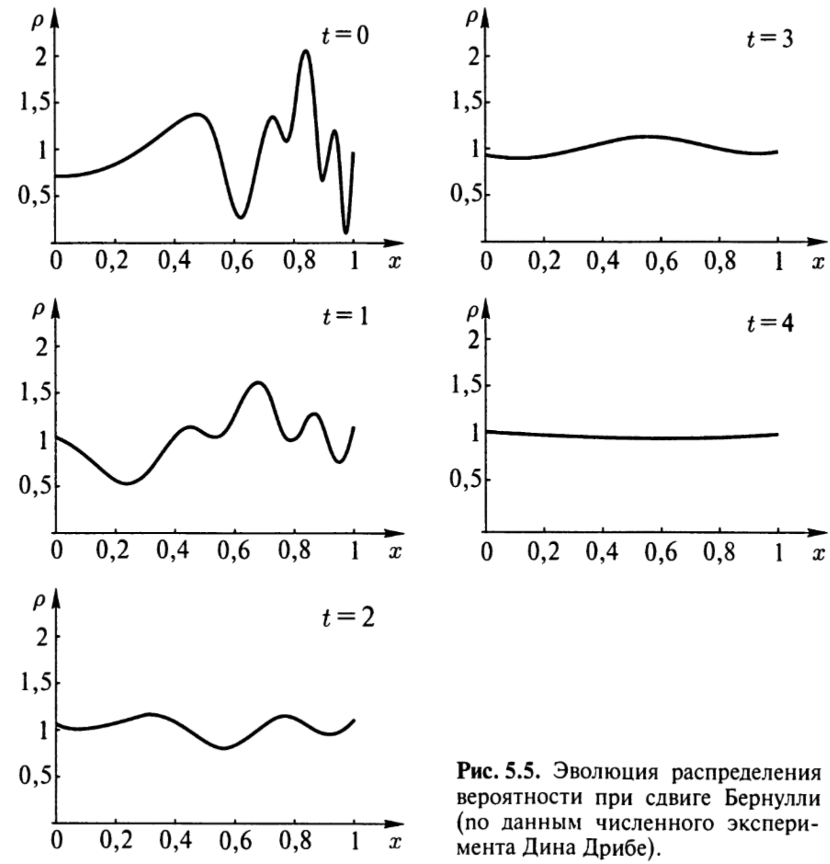


Рис. 5.5. Эволюция распределения вероятности при сдвиге Бернулли (по данным численного эксперимента Дина Дрибе).

задаваемые нами системе, имели физический смысл, они должны допускать устойчивые, т. е. грубые, ответы, Именно поэтому в подобных ситуациях мы вынуждены обращаться к статистическому описанию, остающемуся в силе при произвольных временах. Таким образом, мы вводим вероятность $\rho_n(x)$ обнаружить траекторию в точке x после n итераций. Запишем $\rho_{n+1}(x) = U\rho_n(x)$: вероятность $\rho_{n+1}(x)$ после $(n+1)$ итераций получается в результате действия на $\rho_n(x)$ некоторого оператора. Явный вид оператора U мы приведем в гл. 10. Пока же мы хотим сформулировать некоторые предварительные результаты. Итерируя это соотношение, получаем решение $\rho_n(x) = U^n\rho_0(x)$, где $\rho_0(x)$ — исходное распределение вероятности. На рис. 5.5 показан результат итерации на конкретном примере.

Мы видим, что $\rho_n(x)$ быстро стремится к константе. Это соответствует приближению к равновесной ситуации. Как в случае броуновского движения при больших временах, $\rho_n \to \text{const}$ при $n \to \infty$. Но мы хотим знать больше. Как быстро достигается равновесие? Как приближение к равновесию связано с показателем Ляпунова? Чтобы ответить на эти вопросы, необходимо воспользоваться соответствующими средствами. С ними мы познакомимся в последующих главах. Но главное должно быть ясно уже сейчас: для хаотических систем законы природы необходимо формулировать в терминах эволюции распределений вероятности, а не в терминах индивидуальных траекторий.

3. Преобразование пекаря

В динамических системах будущее $+t$ и прошлое $-t$ играют в уравнениях движения симметричные роли. Эволюция во времени динамических переменных — координат или скоростей — определяется уравнениями движения. Координаты и скорости можно выбрать в качестве координат *фазового пространства*. В этом пространстве каждому состоянию системы соответствует точка, и ее эволюции во времени соответствует траектория. Рассмотрим совокупность таких точек, заполняющих некоторый объем в фазовом пространстве. Он соответствует ансамблю — совокупности систем, описываемых одними и теми же уравнениями движения, но с различными начальными условиями. Фундаментальное свойство динамической эволюции заключается в том, что объем, занятый ансамблем, остается постоянным в фазовом пространстве (см. гл. 6). Это следствие из классической динамики называется теоремой Лиувилля (см. рис. 5.6). Мы будем в дальнейшем неоднократно возвращаться к ней. Важно подчеркнуть, что хотя объем в фазовом пространстве сохраняется, его форма может изменяться. Так как в хаотических системах две траектории, первоначально сколь угодно близкие, экспоненциально разбегаются, исходный объем сильно фрагментируется и порождает геометрического монстра (см. рис. 5.7).

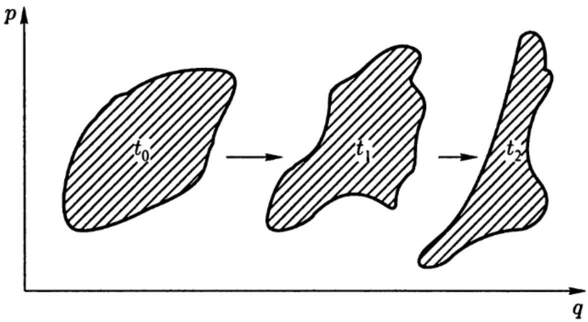


Рис. 5.6. Сохранение фазового объема в двумерном фазовом пространстве вследствие теоремы Лиувилля.

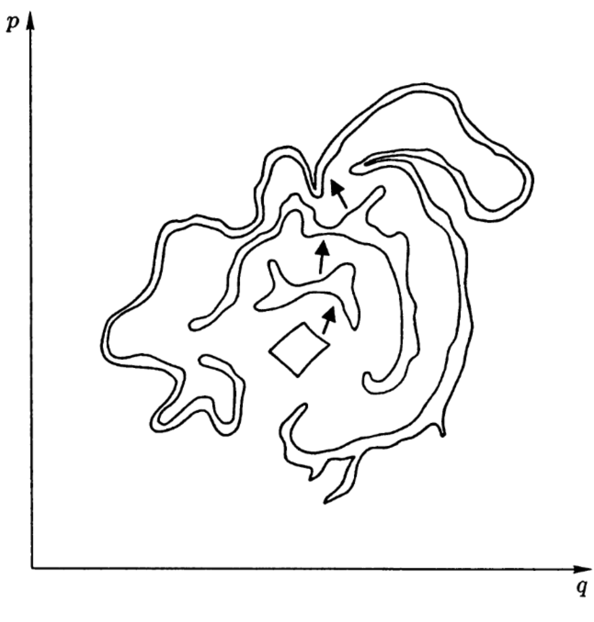


Рис. 5.7. Деформация области фазового пространства (при сохранении ее объема) вследствие разбегания траекторий.

Простейшим примером отображения, разделяющего эти свойства с динамическими системами, является *преобразование пекаря*. В этом случае фазовое пространство имеет только два измерения: это квадрат со стороной, равной единице длины. Правило, определяющее преобразование пекаря (рис. 5.8), очень просто. Его можно рассматривать как обобщение сдвига Бернулли, о котором мы говорили в п. 2. Сначала квадрат сплющивается в прямоугольник длиной 2 и высотой 1/2, затем правая половина полученного прямоугольника накладывается поверх левой половины, образуя новый квадрат. Как нетрудно проверить, площадь (аналог объема для рассматриваемой нами двумерной системы) сохраняется. Предположим, что начальные точки находятся в нижней части квадрата. После одного преобразования точки окажутся в двух полосах, но суммарная площадь останется неизменной. Кроме того, преобразование пекаря обратимо: обратное преобразование, деформирующее квадрат в прямоугольник, длиной 1/2 и высотой 2, возвращает каждую точку в ее исходное положение (рис. 5.9).

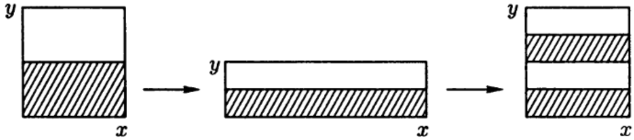


Рис. 5.8. Преобразование пекаря.

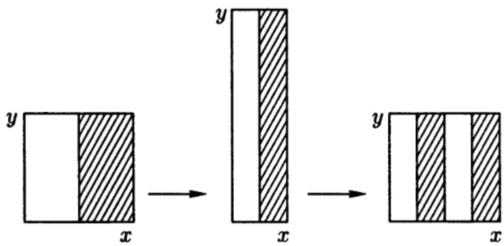


Рис. 5.9. Обратное преобразование пекаря.

Как и в случае сдвига Бернулли, уравнения движения очень простые: координаты (x, y) при $0 \leqslant x < 1/2$ переходят в $(2x, y/2)$, а при $1/2 < x \leqslant 1$ — в $(2x - 1, (y + 1)/2)$. Чтобы получить обратное преобразование пекаря, необходимо только поменять местами x и y.

Рассмотрим последовательность преобразований пекаря. Здесь мы имеем еще один пример неустойчивой динамической системы, не удовлетворяющей условию грубости Дюгема. Действительно, выберем какую-нибудь область фазового пространства. Каковы бы ни были размеры этой области, в будущем она превратится в горизонтальные полосы. Это означает, что две точки фазового пространства, первоначально сколь угодно близкие, порождают разбегающиеся траектории. Ничего удивительного в этом нет, так как преобразование пекаря имеет положительный показатель Ляпунова, что, как мы видели, является признаком хаотического режима.

В преобразовании пекаря две координаты играют различную роль. Горизонтальная координата растягивается. Она играет такую же роль, как координата в одномерном сдвиге Бернулли из п. 2. Но в случае преобразования пекаря площадь сохраняется, поскольку мы имеем не только растягивающуюся, но и сжимающуюся координату: когда квадрат сплющивается в прямоугольник, точки по вертикали сближаются. Так как с каждым преобразованием расстояние между двумя точками по горизонтали удваивается, после n итерации преобразования расстояние умножается на коэффициент 2^n. Число 2^n можно записать в виде $e^{n \ln 2}$. Так как число n итерации измеряет дискретное время, показатель Ляпунова преобразования пекаря равен $\ln 2$, как в случае рассмотренного в п. 2 сдвига Бернулли. Второй показатель Ляпунова, равный $-\ln 2$, соответствует направлению сжатия [5] (см. рис. 5.10).

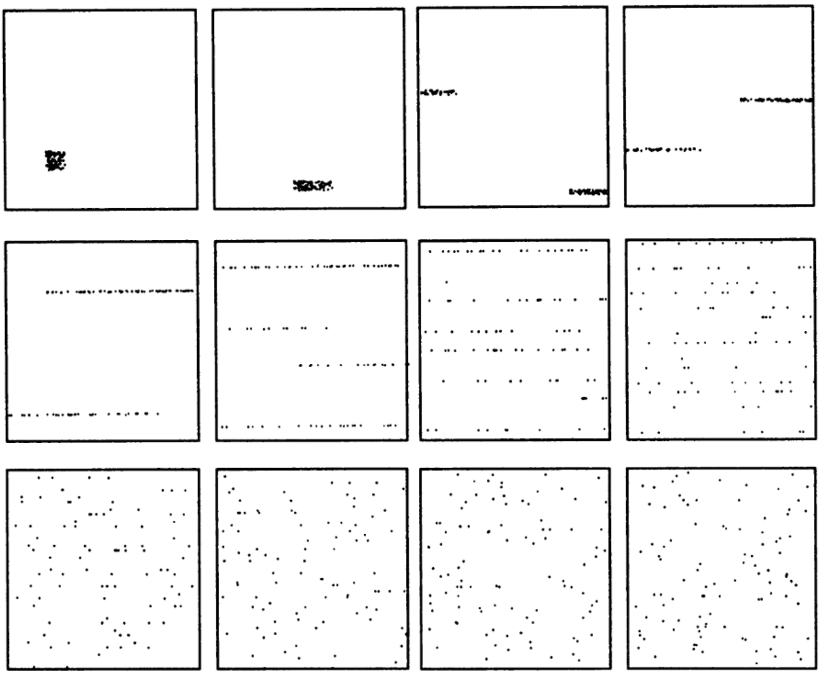


Рис. 5.10. Разброс начального множества точек под действием итераций преобразования пекаря. Как и в случае сдвига Бернулли, итерации порождают сильно диффузионное поведение (по данным численного эксперимента Дина Дрибе).

Несмотря на то, что преобразование пекаря, как и все динамические системы, обратимо, эволюция при $t \to \infty$ и при $t \to -\infty$ различна. При $t \to \infty$ мы в пределе получаем *горизонтальные* полосы (рис. 5.8), тогда как при $t \to -\infty$ приходим к *вертикальным* полосам (рис. 5.9).

Это различие будет иметь весьма важное значение при нашем выводе законов природы с учетом нарушения симметрии во времени.

Прежде всего покажем, что преобразование пекаря может быть описано в терминах сдвига Бернулли, о котором шла речь в п. 2. Запишем две координаты, задающие положение точки в фазовом пространстве, в двоичной системе. Так как обе координаты заключены между 0 и 1, они представимы в виде правильной двоичной дроби 0,…, где после двоичной запятой идут двоичные цифры, каждая из которых равна 0 и 1.

Рассмотрим множество всех точек, горизонтальная координата которых соответствует числу, которое начинается с двоичных цифр 0,01. Цифры 0,0… означают, что эти точки принадлежат левой стороне квадрата, а следующая цифра 1 указывает на то, что они принадлежат правой половине этой левой стороны. Проследим (рис. 5.11) за действием преобразования пекаря на выбранное нами множество точек. Оказывается, все они сосредоточены в области, определяемой первой после двоичной запятой цифрой 1 горизонтальной координаты и первой цифрой 0 вертикальной координаты. Нетрудно показать, что если бы мы выбрали за исходные точки с горизонтальной координатой, двоичное разложение которой начиналось бы с цифр 0,10, то под действием преобразования они перешли бы в область с горизонтальной координатой, которая начиналась бы с цифр 0,0, и вертикальной координатой, начинающейся с цифр 0,1. На рис. 5.12 показано действие преобразования пекаря на множество точек с вертикальной координатой, которая начинается с цифр 0,01. На этот раз преобразование пекаря порождает две области, соответствующие вертикальным координатам, которые начинаются с цифр 0,001 и 0,101. Тем самым поддерживается наблюдение, согласно которому первая цифра новой сжимающейся координаты соответствует первой цифре растягивающейся координаты до преобразования.

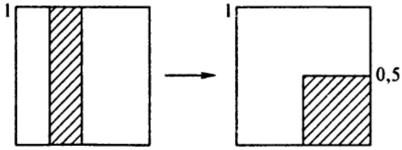


Рис. 5.11. Преобразование области, определяемой значением 0,01 растягивающейся координаты.

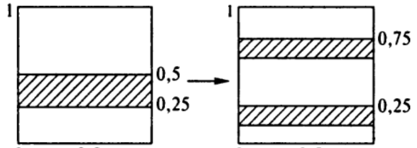


Рис. 5.12. Преобразование области, определяемой значением 0,01 сжимающейся координаты.

Иначе говоря, мы видим, что первая цифра горизонтальной (растягивающейся) координаты становится первой цифрой вертикальной (сжимающейся) координаты, в то время как вторая цифра горизонтальной координаты становится ее первой цифрой.

Поставим в соответствие каждой точке двустороннюю последовательность цифр ее координат (условившись опускать целую часть равную 0),

$$\ldots u_{-3}u_{-2}u_{-1}\, u_1 u_2 u_3 \ldots,$$

где $0, u_1 u_2 u_3 \ldots$ — сжимающаяся координата, а $0, u_{-1}u_{-2}u_{-3}\ldots$ — растягивающаяся координата. На простых примерах, аналогичных приведенному выше, читатель может убедиться в том, что преобразование пекаря сводится к сдвигу в двусторонней последовательности. После однократного действия преобразования пекаря цифра u_n новой последовательности совпадет с цифрой u_{n-1} последовательности до преобразования. Тем самым мы снова приходим к сдвигу Бернулли. «Растягивающиеся» цифры повышают свой ранг на единицу (вторая цифра становится первой, третья — второй и т. д.), в то время как «сжимающиеся» цифры понижают свой ранг на единицу (первая цифра становится второй, вторая — третьей и т. д.).

Записанное в виде «сдвига Бернулли» преобразование пекаря, как и сам сдвиг Бернулли, порождает пеструю смесь качественно различных траекторий. «Всюду» в фазовом пространстве мы находим точки, координаты которых соответствуют в двоичной системе периодическим последовательностям из чисел 0 и 1 (рациональные числа). Такие точки порождают периодические траектории. Другие точки, соответствующие непериодическим последовательностям, порождают «эргодические» траектории, покрывающие все фазовое пространство. Таким образом, периодические траектории являются исключениями, поскольку исходят из рациональных чисел.

Кроме того, на примере преобразования пекаря отчетливо видно, почему в случае хаотических систем понятия точки и детерминистической траектории становятся «незаконными» идеализациями. Начальные состояния возникают из наблюдения или в результате специального приготовления и всегда заданы с конечной точностью. Следовательно, мы задаем начальное состояние системы в некоторой конечной области фазового пространства, т. е. в терминах конечной двусторонней последовательности $u_{-n}, \ldots, u_{-1}\, u_1 \ldots u_n$. Величина n показывает, насколько широко распахнуто окно, через которое мы получаем доступ к системе.

Рассмотрим конечную двустороннюю последовательность

$$u_{-n}, \ldots, u_{-1}\, u_1 \ldots u_n.$$

После первого сдвига неизвестная цифра u_{-n-1} (лежащая за пределами точности) перейдет на место цифры u_{-n}. Этот переход влечет за собой важные следствия. Либо мы приходим к заключению, что наше окно сужается, либо, что эквивалентно, начиная с этого перехода используем вероятности: сдвиг имеет два возможных (равновероятных) исхода в зависимости от значения u_{-n-1}.

С каждым новым сдвигом точность нашего описания все более ухудшается: в нашем окне появляется все больше неизвестных цифр. После $2n+1$ сдвигов систему можно с равной вероятностью обнаружить в любой точке фазового пространства. Информация, содержавшаяся в начальном состоянии, полностью исчезает. Интересно спросить, какой смысл имеет приближение к равновесию для преобразования пекаря [6].

Очень важно провести различие между сжимающимися и растягивающимися линиями (или волокнами). Их особая значимость связана с тем, что длина сжимающихся и растягивающихся линий *не сохраняется* при последовательных преобразованиях пекаря. С каждым преобразованием длина горизонтального («растягивающегося») волокна удваивается, в то время как вертикальные («сжимающиеся») волокна сокращаются вдвое (рис. 5.13). Иначе говоря, все точки, принадлежащие сжимающемуся волокну, сходятся *к одному и тому же будущему*, в то время как точки, принадлежащие растягивающемуся волокну, со временем всюду плотно покрывают все фазовое пространство. Заметим, что волокна соответствуют распределениям, разрывным по координате x для сжимающихся волокон и по координате y для растягивающихся волокон.

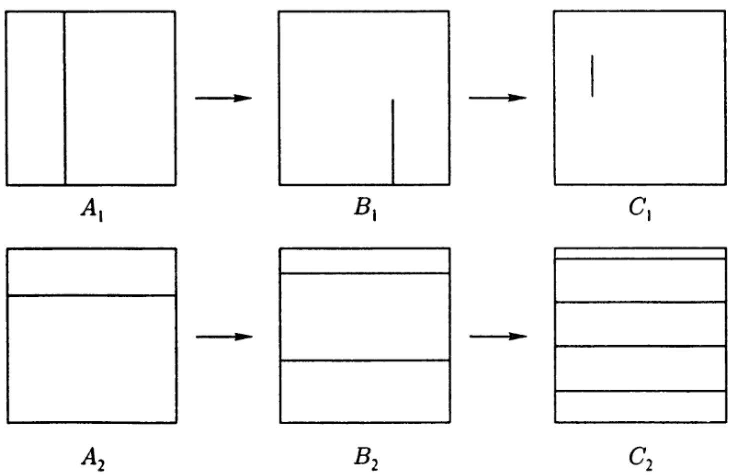


Рис. 5.13. Эволюция сжимающегося волокна (A_1, B_1, C_1).

Чтобы получить равновесие в будущем $t \to +\infty$, мы не можем начать с распределения вероятности (x, y), сосредоточенного на каком-нибудь одном волокне, так как такое распределение оказалось бы стянутым в точку. Необходимо взять распределение, которое *непрерывно* по горизонтальной координате x. Распределение при больших временах порождается горизонтальными полосами, которые со временем сближаются все больше и больше (рис. 5.14). Поэтому асимптотически равновесное состояние эквивалентно *равномерному* распределению на плоскости (x, y), когда мы рассматриваем наблюдаемые, *непрерывные* по y.

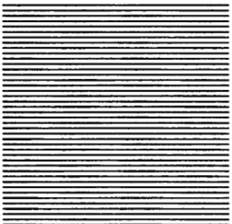


Рис. 5.14. Распределение, первоначально непрерывное по x, по истечении достаточно большого промежутка времени.

В отличие от этого, чтобы описать приближение к равновесию в прошлом ($t \to -\infty$), нам следует выбрать в качестве начальных распределения, непрерывные по y, и наблюдаемые, *непрерывные* по x.

Важно подчеркнуть, что для описания приближения к равновесию нам, помимо уравнений движения, необходимы специфические условия на распределения и наблюдаемые, *различные для прошлого и будущего*.

В гл. 9 мы покажем, что эти свойства приводят к двум различным описаниям эволюции во времени: одному описанию для прошлого и другому для будущего. Как в случае сдвига Бернулли, наши исследования будут сосредоточены на эволюции распределений вероятности, поскольку любое описание на основе траекторий утрачивает смысл при временах, больших по сравнению с временны́м горизонтом, связанным с данным показателем Ляпунова. Но сначала нам необходимо познакомить читателя с основными методами классической и квантовой механики, суть которых мы по возможности кратко изложим в последующих главах.

Глава 6

Классическая динамика, хаос и интегрируемость

1. Введение

Системы, которые мы рассматривали в гл. 5, были *отображениями*. Изменения в таких системах происходили дискретными шагами. Теперь мы переходим к динамическим системам, в которых время действует непрерывно. Это обычная ситуация в классической и квантовой механике, в которых фундаментальную роль играют неустойчивость и хаос.

Основной проблемой в классической динамике является проблема *интегрирования*. Коль скоро мы располагаем уравнениями движения (см. п. 2), нам, естественно, хотелось бы получить явные выражения для переменных (координат или скоростей) как функций времени. Как показал Анри Пуанкаре, найти такие выражения в общем случае невозможно. До работ Пуанкаре в конце XIX века считалось, что все динамические системы похожи друг на друга. Считалось, что при переходе от планетной задачи двух тел к более сложным задачам, например к проблеме трех тел, возникают только «чисто технические трудности». Теперь мы знаем, что это не так. Существуют системы двух типов: *интегрируемые* и *неинтегрируемые*. Кратко можно сказать, что для интегрируемых систем мы можем исключить взаимодействия и свести задачу к задаче о свободном движении. Разумеется, для свободного движения не составляет труда получить выражения для координат и скоростей в виде явных функций времени. Однако нас будут интересовать главным образом *неинтегрируемые* системы. Мы увидим, что для неинтегрируемых систем мы, как и в гл. 5, вынуждены отказаться от описания в терминах траекторий и перейти к *вероятностному* описанию.

На первый взгляд могло бы показаться, что в квантовой теории мы встречаемся с другой ситуацией. В модели атома Бора мы действительно с самого начала имеем дело с законами и событиями, допускающими вероятностное описание. С одной стороны, существуют квантовые орбиты, получаемые путем обобщения классических законов движения, а с другой стороны — квантовые скачки, представляющие собой события. В отличие от модели атома Бора, в современной стандартной квантовой теории событий не существует. Основное уравнение квантовой теории — уравнения Шрёдингера — детерминистическое и обратимое во времени. События ассоциируются с производимыми нами измерениями. Причину стохастичности и необратимости квантовая теория усматривает в наших наблюдениях. Это заключение квантовой механики породило бесчисленные споры [1]. Но эпистемологические проблемы — не единственные трудности, с которыми сталкивается квантовая механика. Если центральной проблемой классической динамики является интегрируемость (о чем мы уже упоминали), то центральной проблемой квантовой механики является решение *задачи на собственные значения* для физической величины (*наблюдаемой*), например, для координаты, скорости или энергии. Если задача на собственные значения решена, то мы можем сопоставить интересующей нас физической величине конкретные численные значения. Начало такому подходу было положено Гейзенбергом, и задача на собственные значения стала отправным пунктом современной квантовой теории. Однако к настоящему времени такой подход, представляющий собой квантовый эквивалент классической проблемы интегрируемости, позволил достичь успеха лишь отчасти. Как мы увидим из дальнейшего, причина ограниченности его успехов так же, как и в классической динамике, связана с теоремой Пуанкаре. В квантовой теории также существуют системы двух типов: системы, для которых задача на собственные значения разрешима, и системы, для которых задача на собственные значения неразрешима, по крайней мере, в рамках теории возмущений.

Таким образом, независимо от проблемы роли времени классическая и квантовая механики страдают от серьезных ограничений. Поэтому, развитые нами методы не только представляют интерес в «идейном плане», поскольку позволяют включить в описание необратимость, но и восполняют существенный пробел. Вместо того, чтобы рассматривать индивидуальные траектории (или волновые функции в квантовой механике), мы изложим, как и в гл. 5, *вероятностный подход*, применимый к ансамблю траекторий (или волновых функций). В гл. 5 мы уже упоминали о том, что для включения в описание таких свойств, как приближение к равновесию, нам необходимы дополнительные условия на функции распределения и наблюдаемые (см. гл. 5, п. 3). Это приводит нас к *принципиально вероятностным* описаниям, т. е. к вероятностным описаниям, не сводимым к описанию в терминах отдельных траекторий (или волновых функций).

2. От Ньютона до Гамильтона

Основная проблема ньютоновской механики состоит в расчете движения взаимодействующих тел на основе знаменитого уравнения движения Ньютона $F = ma$, связывающего ускорение (т. е. вариацию состояния движения) с силой.

С траекторией связаны такие величины, как координаты тела $r(t)$, скорость v, определяемая как $\frac{dr}{dt}$, и ускорение $a = \frac{d^2r}{dt^2}$. Важно отметить, что время входит в уравнение Ньютона только через вторую производную. Вследствие этого уравнение Ньютона остается инвариантным при замене t на $-t$. Закон Ньютона служит прототипом «закона природы»: он *обратим во времени и детерминистичен*. Зная начальное положение $r(t_0)$ и начальную скорость $v(t_0)$, мы можем приступить к интегрированию уравнения Ньютона и найти положение и скорость тела в любой момент времени t до или после t_0.

Почти три столетия ньютоновская динамика казалась замкнутой концептуальной системой, способной дать ответ на любой поставленный ей вопрос. Почти по определению вопрос, на который динамика не давала ответа, отвергался как псевдопроблема. «Ньютоновский» подход определяет мир как совокупность траекторий $r(t)$, тем самым исключая всякое различие между прошлым и будущим: если какая-то траектория ведет из A в B, то какая-то другая столь же возможная траектория ведет из B в A (рис. 6.1).

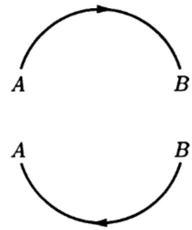


Рис. 6.1. Эквивалентность траекторий AB и BA.

В общем случае состояние динамической системы задается координатами $q_1, \ldots, q_s$, которые являются независимыми переменными, и соответствующими им скоростями $v_1, \ldots, v_s$, которые являются зависимыми переменными, поскольку определяются как производные от координат по времени, Современная физика использует вместо ньютоновского описания гамильтоновское. В гамильтоновском описании и координаты, и скорости, или, точнее, импульсы $p_1, \ldots, p_s$ (в простых ситуациях импульс равен произведению массы на скорость), определяются как *независимые* переменные. Преимущество такого подхода заключается в существенном упрощении уравнений движения.

Центральная величина всей гамильтоновой динамики — *функция Гамильтона*, или *гамильтониан*, H. Мы будем рассматривать главным образом консервативные системы, в которых H не зависит явно от времени [2]. Во многих ситуациях (например, в случае гравитационного взаимодействия между частицами) гамильтониан имеет вид

$$H = E(p_1, \ldots, p_s) + V(q_1, \ldots, q_s),$$

где E — кинетическая, а V — потенциальная энергия. Это не что иное, как сумма «кинетической энергии», зависящей только от импульсов, и «потенциальной энергии», зависящей только от координат. Гамильтониан выражает энергию системы в канонических переменных p и q (здесь и далее мы будем опускать индексы, если это не приводит к недоразумениям).

В гамильтоновском описании число независимых переменных удваивается, но уравнения движения существенно упрощаются. Рассмотрим систему N точек. Каждой из $3N$ координат N точек соответствует *каноническое* уравнение движения

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p}.$$

Аналогично, каждому из $3N$ импульсов соответствует каноническое уравнение движения вида

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q}.$$

В качестве частного случая рассмотрим свободные, т. е. не взаимодействующие, частицы. Гамильтон зависит только от импульсов (потенциальной энергии нет). Из канонических уравнений следует, что импульсы постоянны во времени $\left(\frac{\partial H}{\partial q} = 0\right)$ и что координаты, задающие положение частиц, — линейные функции времени. Ясно, что это тривиальный случай, но, как мы увидим дальше, он играет весьма важную роль в общей проблеме интегрирования гамильтоновых уравнений движения.

Каноническое представление уравнений движения по праву считается выдающимся достижением классической динамики. После появления канонических уравнений законы движения записывались только через одну-единственную величину — гамильтониан H. Кроме того, мы вводим (как в гл. 5) фазовое пространство. Для динамической системы, состоящей из N частиц, фазовое пространство $6N$-мерно ($3N$ координат и $3N$ импульсов). Каждое состояние динамической системы может быть представлено точкой в фазовом пространстве. Положение начальной точки вместе с гамильтонианом полностью определяет траекторию. В результате две траектории в фазовом пространстве, исходящие из различных начальных точек, навсегда останутся различными. Они никогда не пересекутся и не сольются в одну общую траекторию. Каждая точка в фазовом пространстве принадлежит одной и только одной траектории.

Чтобы ввести понятие *интегрируемой системы*, обратимся к простому примеру одномерного гармонического осциллятора (т. е. грузика, колеблющегося на конце пружины). Его гамильтониан имеет вид $H = p^2/2m + kq^2/2$, где m — масса; k — упругая постоянная (мера жесткости) пружины; $p^2/2m$ — обычная кинетическая энергия; $kq^2/2$ — потенциальная энергия, имеющая минимум при $q = 0$ (положении равновесия пружины). Постоянная k связана с частотой ν осциллятора соотношением $\nu = (1/2\pi)\sqrt{km}$.

Чтобы упростить гамильтоновы уравнения, введем новые переменные α и J вместо старых q, p (рис. 6.2). Новые переменные удовлетворяют каноническим уравнениям движения и связаны с q и p соотношениями $q = \sqrt{2J/m\omega}\sin\alpha$ и $p = \sqrt{2m\omega J}\cos\alpha$, где $\omega = 2\pi\nu$. Переход от старых переменных к новым вполне аналогичен преобразованию от декартовых координат к полярным; α называется угловой переменной, J — переменная действия. В переменных угол—действие гамильтониан принимает простой вид: $H = \omega J$. Он зависит только от нового импульса — переменной действия. В результате, как и в случае свободных частиц,

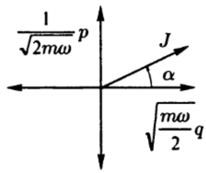


Рис. 6.2. Переменные угол—действие как функции декартовых координат.

$$\frac{dJ}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \alpha} = 0,$$

т. е. переменная действия J является инвариантом движения. Что же касается угловой переменной α, то $\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\partial H}{\partial J} = \omega$. Следовательно, эволюция угловой переменной во времени описывается линейной функцией времени:

$$\alpha = \omega t + \alpha_0.$$

Переход от переменных p, q к переменным J, α называется *каноническим преобразованием*. В нашем случае каноническое преобразование позволяет исключить взаимодействие (потенциальную энергию) из гамильтониана. В результате движение выражается в терминах *циклических* переменных J, α и, как отмечалось выше, уравнения Гамильтона становятся особенно простыми и легко интегрируются. Действительно, в циклическом представлении гамильтониан H есть функция только переменных действия $J_1, \ldots, J_s$. Как и в случае свободного движения, каждый импульс есть инвариант $\left(\frac{dJ}{dt} = 0\right)$, и каждое положение, задаваемое угловыми переменными $\alpha_1, \ldots, \alpha_s$ есть линейная функция времени $\left(\frac{d\alpha}{dt} = \omega\right)$. Возможность исключить потенциальную энергию с помощью преобразования — основная характерная особенность интегрируемых динамических систем в смысле Пуанкаре.

Термин «циклические переменные» для набора переменных, исключающих взаимодействия в гамильтониане, относится к периодическому характеру движения, который делается явным в таких переменных. Действительно, как было показано на примере гармонического осциллятора, координаты q представимы в виде периодических функций угловых переменных α. Если интегрируемая система имеет одну степень свободы, то ее эволюцию можно представить как движение по окружности. В случае двух степеней свободы мы имеем движение на торе (рис. 6.3).

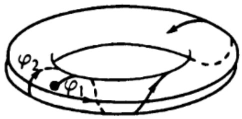


Рис. 6.3. Эволюция интегрируемой системы с двумя степенями свободы.

Очень важную роль играют частоты системы $\omega_1, \ldots, \omega_s$. Как мы уже знаем, все они являются производными по времени различных угловых переменных $\alpha_1, \ldots, \alpha_s$ и определяются каноническими уравнениями

$$\omega_i = \frac{d\alpha_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial J_i}.$$

Именно через эти частоты мы приходим к понятию *резонанса*, имеющего решающее значение для теоремы Пуанкаре.

Всем нам знакомо понятие резонанса. Когда мы вынуждаем струну отклониться от положения равновесия, а затем отпускаем ее, струна колеблется с некоторой характеристической частотой. Предположим теперь, что на колеблющуюся струну внешняя сила действует с частотой, которая может меняться в определенных пределах. Когда две частоты — частота собственных колебаний пружины и частота внешней силы — относятся между собой как небольшие целые числа (т. е. когда одна частота либо равна другой, либо больше ее в 2, 3, 4, … раз), амплитуда колебаний струны резко возрастает. Аналогичным образом, если раскачивать качели толчками в такт с периодом колебаний качелей, то амплитуда колебаний усиливается. То же явление наблюдается и в музыке, когда мы берем на инструменте ноту с частотой, равной целому кратному собственной частоты инструмента. Таким образом, резонанс можно охарактеризовать как передачу энергии между двумя связанными периодическими движениями с равными (или кратными) частотами.

Рассмотрим теперь интегрируемую систему с двумя степенями свободы, движение которой представимо на торе. Возможны (и действительно существуют) две ситуации. Если

$$n_1\omega_1 + n_2\omega_2 = 0,$$

где n_1 и n_2 — целые числа, не равные нулю одновременно, то мы имеем резонанс. Это означает, что

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{n_2}{n_1},$$

т. е. отношение частот равно рациональному числу. Если есть резонанс, то движение на торе периодическое. Наоборот, если сумма $n_1\omega_1 + n_2\omega_2$ отлична от нуля при произвольных целых числах n_1 и n_2, то изображающая точка никогда не возвращается в начальное положение. В этом случае мы имеем квазипериодическое движение: геликоидальную траекторию, которая, никогда не замыкаясь, навивается на поверхность тора. Для системы с двумя степенями свободы квазипериодическое движение возникает, например, если $\omega_1 = 1$ и ω_2 — иррациональное число (скажем, $\sqrt{2}$).

Квазипериодическое движение выглядит очень сложным. Поскольку представляющая траектория нигде не замыкается и не пересекается с собой, она постепенно заполняет весь тор. В конце концов такая траектория проходит через любую, сколь угодно малую окрестность произвольной точки на поверхности тора. Такая траектория называется «всюду плотной».

Обрисовав в общих чертах наиболее существенные особенности понятия резонанса, мы можем теперь приступить к более основательному рассмотрению теоремы Пуанкаре.

3. Теорема Пуанкаре: интегрируемые и неинтегрируемые динамические системы

Теперь мы подходим к одному из краеугольных камней современной динамики — различию между интегрируемыми и неинтегрируемыми системами. Мы уже упоминали о том, что определение интегрируемой динамической системы связано с возможностью исключения взаимодействий между частицами. Как и в случае свободных частиц, гамильтониан после исключения взаимодействий зависит только от импульсов. В терминах переменных угол — действие это означает, что гамильтониан зависит только от переменных действия J и поэтому имеет вид $H(J)$. В этом случае, как следует из уравнений движения, переменные действия являются инвариантами движения $\left(\frac{dJ}{dt} = 0\right)$. Такие системы Пуанкаре назвал интегрируемыми.

До Пуанкаре молчаливо предполагалось, что все динамические системы интегрируемы. Однако в 1889 г. Пуанкаре показал, что в общем случае невозможно получить каноническое преобразование (сохраняющее вид гамильтоновых уравнений), которое приводило бы к циклическим переменным [3]. Система двух тел, например система Земля—Солнце, в этом смысле интегрируема, но если ввести третье тело (как в случае тройной системы Земля—Юпитер—Солнце), то система становится неинтегрируемой. Короче говоря, подавляющее большинство динамических систем неинтегрируемы!

Опишем подход Пуанкаре более подробно. Первое, с чего он начал, был вопрос о том, существует ли для данной динамической системы каноническое преобразование, переводящее гамильтониан $H(p,q)$ в гамильтониан вида $H(J)$, зависящий только от переменных действия (напомним, что p, q и J означают упорядоченные наборы независимых переменных), Вопрос Пуанкаре был сформулирован в терминах теории возмущений. Он начал с гамильтониана, записанного в виде суммы $H_0(J) + \lambda V(J, a)$. *Свободный* гамильтониан H_0 соответствует интегрируемой системе, изоморфной системе свободных частиц. Затем свободный гамильтониан возмущается потенциалом взаимодействия $\lambda V(J, a)$, где λ — константа связи (параметр, измеряющий интенсивность взаимодействия).

Вопрос, который задал себе Пуанкаре, заключался в следующем: можно ли определить новые переменные действия J' вида

$$J + \lambda J_1 + \lambda^2 J_2 + \dots ,$$

(где J_1, $J_2, \dots$ — функции от J и α) так, чтобы при $\lambda \to 0$ новые переменные действия J' гладко переходили в J. Если говорить на более точном языке терминов, то требовалось найти переменные действия, *аналитические* по константе связи λ, т. е. функции от J и α, представимые в виде степенных рядов по λ. Аналитичность замены переменных гарантирует малость отличия J' от J при малых λ. Если такая замена возможна, то мы можем исключить потенциальную энергию V возмущенной системы и ввести новый гамильтониан, зависящий только от J'. Интегрирование возмущенной системы в этом случае было бы столь же простым, так как новые переменные действия J' были бы постоянными движения. Однако Пуанкаре показал, что такая замена возможна далеко не всегда.

Стоит остановиться на минуту и поразмыслить над фундаментальным результатом Пуанкаре. Предположим, что Пуанкаре удалось бы доказать интегрируемость всех динамических систем. Это означало бы, что все динамические движения по существу изоморфны движению свободных (не взаимодействующих) частиц! Для когерентности и самоорганизации просто не было бы места. В интегрируемом мире не нашлось бы места и для жизни.

Но Пуанкаре не только доказал неинтегрируемость, но и указал причину неинтегрируемости, а именно: существование резонансов между степенями свободы. Как мы уже знаем, резонансы сильно связывают степени свободы. Неудивительно поэтому, что резонансы «отвечают» за невозможность исключить взаимодействия. В качестве примера рассмотрим систему с двумя степенями свободы. Мы предполагаем, что гамильтониан представи́м в виде суммы невозмущенного гамильтониана H_0, зависящего только от переменных действия J_1 и J_2, и возмущения, зависящего от переменных действия и угловых переменных α_1 и α_2. Если бы потенциальная энергия λV обратилась в нуль, то J_1 и J_2 были бы инвариантами движения, и мы имели бы две невозмущенные частоты, связанные с гамильтонианом H_0 и задаваемые каноническими уравнениями

$$\omega_1 = \frac{\partial H_0}{\partial J_1}, \quad \omega_2 = \frac{\partial H_0}{\partial J_2}.$$

Включая в гамильтониан потенциальную энергию $\lambda V(J, a)$, мы должны воспользоваться теорией возмущений, чтобы попытаться определить новые переменные действия J'. Но, как показал Пуанкаре, теория возмущений неизбежно приводит к появлению членов с «опасными» знаменателями $1/(n_1\omega_1 + n_2\omega_2)$. Если существуют резонансы (т. е. такие точки в фазовом пространстве, в которых $n_1\omega_1 + n_2\omega_2 = 0$), то члены ряда теории возмущений расходятся, так как конечные величины, стоящие в их числителях, приходится делить на нуль. Таким членам мы можем приписать только одно значение — бесконечность. Но когда в физике возникают бесконечности, или расходимости, это значит, что что-то в ней «не так»!

Так называемая *проблема малых знаменателей* была известна астрономам еще в XIX веке. Теорема Пуанкаре показала, что основная трудность — появление расходимостей в решении задач динамики — не может быть устранена и делает невозможным введение циклических переменных для большинства динамических проблем, начиная с проблемы трех тел.

Сколь важна проблема малых знаменателей? Вот как оценивал эту проблему Макс Борн: «Было бы весьма странно, если бы Природа укрылась от дальнейшего прогресса познания за аналитическими трудностями проблемы многих тел» [4]. Действительно, трудно поверить в то, что техническая трудность (расходимости из-за резонансов) могла бы изменить концептуальную структуру динамики. Но теперь проблема малых знаменателей предстает перед нами в совершенно ином свете. Для нас расходимости Пуанкаре являются не препятствием, а возможностью! Выходя за рамки отрицательного утверждения Пуанкаре (о несуществовании переменных действия J'), т. е. исключая расходимости Пуанкаре, мы прокладываем путь к обновлению динамики и решению парадокса времени.

4. Новая динамика: теория КАМ

С появлением работ Колмогорова, продолженных Арнольдом и Мозером, — так называемой теории КАМ (Колмогорова—Арнольда—Мозера) — проблему неинтегрируемости перестали рассматривать как разочаровывающее проявление сопротивления Природы прогрессу знания (если перефразировать Борна), а начали рассматривать как новый отправной пункт дальнейшего развития динамики.

Теория КАМ рассматривает влияние резонансов на траектории. Следует подчеркнуть, что простой случай гармонического осциллятора с постоянной частотой, не зависящей от переменных действия J, является исключением: частоты, вообще говоря, зависят от значений, принимаемых переменными действия J. В различных точках фазового пространства частоты различны. Это приводит к тому, что в одних точках фазового пространства динамической системы существует резонанс, тогда как в других точках резонанса нет. Как мы уже знаем, резонансы соответствуют рациональным соотношениям между частотами. Классический результат теории чисел сводится к утверждению, что мера рациональных чисел по сравнению с мерой иррациональных чисел равна нулю. Это означает, что резонансы встречаются редко: большинство точек в фазовом пространстве нерезонансные. Кроме того, как было показано в п. 3, в отсутствие возмущений резонансы приводят к периодическому движению (так называемые *резонансные торы*), тогда как в общем случае мы имеем квазипериодическое движение (*нерезонансные торы*). Резюмируя, можем сказать кратко: периодические движения — не правило, а исключение.

Таким образом, мы вправе ожидать, что при введении возмущений характер движения на резонансных торах резко изменится (по теореме Пуанкаре), в то время как квазипериодическое движение изменится незначительно по крайней мере при малом параметре возмущения λ (теория КАМ требует выполнения дополнительных условий, которые мы не будем здесь рассматривать). Основной результат теории КАМ состоит в том, что теперь мы имеем два совершенно различных типа траекторий: слегка изменившиеся квазипериодические траектории и стохастические траектории, возникшие при разрушении резонансных торов [5].

Наиболее важный результат теории КАМ — появление стохастических траекторий — подтверждается численными экспериментами. Рассмотрим систему с двумя степенями свободы. Ее фазовое пространство содержит две координаты q_1, q_2 и два импульса p_1, p_2. Вычисления производятся при данном значении энергии $H(q_1, q_2, p_1, p_2)$, и поэтому остается только три независимых переменных. Чтобы избежать построения траекторий в трехмерном пространстве, условимся рассматривать только пересечение траекторий с плоскостью q_2p_2. Для еще большего упрощения картины мы будем строить только половину этих пересечений, а именно учитывать только такие точки, в которых траектория «пронзает» плоскость сечения снизу вверх. Таким приемом пользовался еще Пуанкаре, и он называется *сечением Пуанкаре* (или *отображением Пуанкаре*). В сечении Пуанкаре отчетливо видно качественное различие между периодическими и стохастическими траекториями (рис. 6.4).

Если движение периодическое, то траектория пересекает плоскость q_2p_2 в одной точке. Если движение квазипериодическое, т. е. ограничено поверхностью тора, то последовательные точки пересечения заполняют на плоскости q_2p_2 замкнутую кривую. Если же движение стохастическое, то траектория случайным образом блуждает в некоторых областях фазового пространства, и точки ее пересечения также случайным образом заполняют некоторую область на плоскости q_2p_2.

Еще один важный результат теории КАМ состоит в том, что, увеличивая параметр связи λ, мы тем самым увеличиваем области, в которых

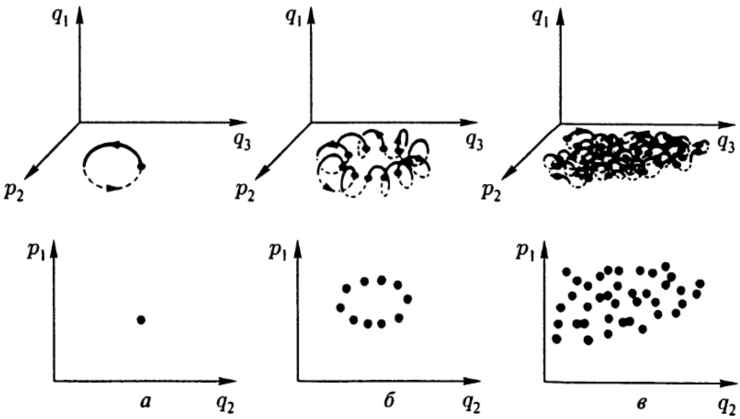


Рис. 6.4. Отображение Пуанкаре: (*а*) периодическое движение; (*б*) квазипериодическое движение; (*в*) случайное движение.

преобладает стохастичность. При некотором критическом значении λ возникает хаос: в этом случае мы имеем положительный показатель Ляпунова, соответствующий экспоненциальному разбеганию со временем любых двух близких траекторий. Кроме того, в случае полностью развитого хаоса облако точек пересечения, порождаемое траекторией, удовлетворяет уравнениям типа уравнения диффузии [6].

В гл. 5 (п. 1) при рассмотрении броуновского движения мы уже упоминали о том, что уравнения диффузии обладают нарушенной симметрией во времени. Они описывают приближение к равномерному распределению в будущем (т. е. при $t \to +\infty$). Поэтому весьма интересно, что в компьютерном эксперименте, исходя из программы, составленной на основе классической динамики, мы получаем эволюцию с нарушенной симметрией во времени. Как такое возможно? Ответ на этот вопрос представляет основную проблему, которую нам предстоит решить, чтобы преодолеть парадокс времени.

Следует подчеркнуть, что теория КАМ не приводит к динамической теории хаоса. Ее главный вклад состоит в другом: теория КАМ показала, что при малых значениях параметра λ мы имеем промежуточный режим, в котором сосуществуют траектории двух типов — регулярные и стохастические. С другой стороны, нас интересует главным образом то, что произойдет в предельном случае, когда снова останется лишь один тип траекторий. Эта ситуация соответствует так называемым *большим системам Пуанкаре* (БСП). К их рассмотрению мы сейчас переходим.

5. Большие системы Пуанкаре

При рассмотрении предложенной Пуанкаре классификации динамических систем на интегрируемые и неинтегрируемые мы отметили, что резонансы встречаются редко, поскольку возникают в случае рациональных соотношений между частотами. Но при переходе к БСП ситуация радикально изменяется: в БСП резонансы играют главную роль.

Рассмотрим в качестве примера взаимодействие между какой-нибудь частицей и полем. Поле можно рассматривать как суперпозицию осцилляторов с континуумом частот ω_k. В отличие от поля частица совершает колебания с одной фиксированной частотой ω_1, Перед нами пример неинтегрируемой системы Пуанкаре. Резонансы будут возникать всякий раз, когда $\omega_k = \omega_1$. Во всех учебниках физики показано, что испускание излучения обусловлено именно такими резонансами между заряженной частицей и полем. Испускание излучения представляет собой необратимый процесс, связанный с резонансами Пуанкаре.

Новая особенность состоит в том, что частота ω_k есть непрерывная функция индекса k, соответствующая длинам волн осцилляторов поля. Такова специфическая особенность больших систем Пуанкаре, т. е. хаотических систем, у которых нет регулярных траекторий, сосуществующих со стохастическими траекториями. Большие системы Пуанкаре (БСП) соответствуют важным физическим ситуациям, в действительности — большинству ситуаций, с которыми мы сталкиваемся в природе. Но БСП позволяют также *исключить расходимости Пуанкаре*, т. е. устранить основное препятствие на пути к интегрированию уравнений движения. Этот результат, заметно приумножающий мощь динамического описания, разрушает отождествление ньютоновской или гамильтоновой механики и обратимого во времени детерминизма, поскольку уравнения для БСП в общем случае приводят к принципиально вероятностной эволюции с нарушенной симметрией во времени.

Обратимся теперь к квантовой механике. Между проблемами, с которыми мы сталкиваемся в классической и квантовой теории, существует поразительная аналогия, поскольку предложенная Пуанкаре классификация систем на интегрируемые и неинтегрируемые остается в силе и для квантовых систем.

Глава 7

О чем говорит и о чем умалчивает квантовая механика

1. Интерфейс между духом и материей?

Название этой главы повторяет название замечательной книги Дж. С. Белла [1], безвременно ушедшего от нас в 1990 г. Квантовая механика обогатила фундаментальную физику новым взглядом на окружающий нас мир. Впервые статистические соображения стали рассматриваться как отражение самой структуры физических законов (немалую роль в этом играет постоянная Планка h), а не как следствие нашего незнания. Тем не менее некоторые физики питали надежду на то, что в будущем удастся восстановить классический детерминизм. Обычно они апеллировали к «скрытым переменным». Имя Белла связано с *неравенствами Белла*, которые приводят к экспериментальным критериям существования локальных *скрытых переменных*. Отрицательный исход этих экспериментов подкрепил нашу веру в квантовую теорию. Блестяще оправдавшиеся в эксперименте предсказания стяжали квантовой теории заслуженную славу самой успешной из всех существующих физических теорий. Однако и поныне, более чем через шестьдесят лет после формулировки квантовой механики, споры о ее смысле и границах применимости не утихают. Это уникальное явление в истории науки [2]. Оно показывает, что, несмотря на все успехи квантовой теории, большинство физиков испытывает какое-то беспокойство по ее поводу. Ричард Фейнман даже заметил как-то, что квантовую теорию «не понимает никто!»

Исходным пунктом нашего рассмотрения будет основное квантовое уравнение движения — *уравнение Шрёдингера*, подобно тому, как изложение основных понятий классической физики мы начали с гамильтоновых уравнений. Как мы увидим, уравнение Шрёдингера и уравнения Гамильтона тесно связаны между собой. В квантовой механике, как и в классической механике, гамильтонов подход играет фундаментальную роль.

Наш подход приводит нас к пересмотру «двойственной структуры квантовой механики» и «проблемы измерения». Попробуем кратко пояснить суть этих проблем и причины, по которым они находятся в самом центре дискуссий об основаниях квантовой теории.

Уравнение Шрёдингера описывает эволюцию во времени волновой функции и соответствует классическим уравнениям движения для траекторий. Подобно этим уравнениям, уравнение Шрёдингера детерминистично и обратимо во времени. Однако между ними существует принципиальное различие. Уравнение Шрёдингера управляет *амплитудами вероятности*. Собственно вероятности — величины, которые мы измеряем, — равны квадратам амплитуд вероятности. Одной из основных проблем квантовой теории является переход от амплитуд, описываемых уравнением Шрёдингера, к собственно вероятностям. Уравнение Шрёдингера не указывает никакого механизма для такого перехода. Поэтому стандартная квантовая механика вводит дополнительный «процесс» — так называемый *коллапс волновой функции*. В центре проблемы измерения оказывается, таким образом, интерпретация этого коллапса, ведущая от обратимого во времени детерминистического уравнения к вероятностям и необратимости.

Часто говорят, что уравнение Шрёдингера описывает «потенциальности», которые становятся «актуальностями» в результате производимых нами наблюдений. Однако трудно понять, как такое человеческое действие, как наблюдение, может нести ответственность за такой переход. Протекала бы эволюция Вселенной иначе в отсутствие человека? Во введении к своей книге «Новая физика» Пол Дэвис пишет: «В самой основе своей квантовая механика дает нам в высшей степени успешную процедуру для предсказания результатов наблюдений, производимых над микросистемами, но стоит нам спросить, что происходит в действительности, когда происходит наблюдение, как мы приходим к нонсенсу! Попытки вырваться из этого парадокса колеблются в широких пределах — от причудливой интерпретации множественных миров Хью Эверетта до мистических идей Джона фон Неймана и Юджина Вигнера, привлекавших для решения парадокса сознание наблюдателя. И ныне, через полвека после первых споров об основаниях квантовой механики, дискуссии о квантовом наблюдении не утихают. Проблемы физики очень малого и очень большого трудны, но, быть может, именно здесь проходит граница — своего рода интерфейс между духом и материей, — граница, которая окажется наиболее многообещающим достоянием Новой Физики» [3].

«Интерфейс между духом и материей» лежит также в самом центре парадокса времени. Если стрела времени должна быть связана с нашей человеческой точкой зрения на мир, управляемый симметричными во времени законами, то самая возможность познания становится парадоксальной, поскольку любой акт измерения означает необратимое взаимодействие с миром. Если мы можем узнать что-нибудь об обратимом во времени объекте, то только через необратимый процесс, присутствующий в каждом акте измерения, будь то на уровне прибора (например, фотохимическая реакция) или на уровне наших сенсорных механизмов. Таким образом, уже в классической физике, когда мы спрашиваем, как надлежит понимать «наблюдение» в терминах «объективных» законов, мы получаем, если воспользоваться выражением Дэвиса, «нонсенс». Но в классической физике вторжение необратимости на уровне основ нашего физического описания воспринималось как малая проблема. Огромный успех и описательная мощь динамики не оставляют сомнений в объективном характере этой науки. С совершенно иной ситуацией мы встречаемся в квантовой теории. Необходимость во включении необратимости в наше фундаментальное описание природы находит явное выражение в самой структуре квантовой теории: с одной стороны, квантовое описание с помощью уравнения Шрёдингера сводится к классическому гамильтоновскому описанию, когда постоянная Планка h становится равной нулю, а с другой стороны, необратимый коллапс не имеет классического аналога.

Двойственную структуру квантовой механики неоднократно подчеркивал Паули. В письме Маркусу Фритцу от 1947 г. Паули писал: «Нечто реальное происходит только в том случае, когда производится наблюдение, и в связи с этим... энтропия необходимо возрастает. Между наблюдениями вообще ничего не происходит» [4]. Тем не менее бумага, на которой мы пишем, стареет и желтеет.

Эта любопытная ситуация возвращает нас к одной из главных тем нашей книги: отношению между законами и событиями. Как мы уже подчеркивали в гл. 3, «становление» немыслимо без событий. Кроме того, квантовая механика напрямую связана с событиями, так как именно через события мы получаем доступ к микроскопическому миру. исследуем фотоны, испускаемые или поглощаемые атомами, наблюдаем квантовые скачки и т д. Иначе говоря, наш доступ к миру в том виде, как он описывается квантовой механикой, предполагает «становление». Но, как ни парадоксально, основное уравнение квантовой теории — уравнение Шрёдингера — не приписывает событиям объективного смысла. Вместо этого квантовая теория связывает события с производимыми нами наблюдениями и измерениями.

Уравнение Шрёдингера не было первым· описанием квантового мира. Как мы уже упоминали, Нильс Бор в 1912 г. предложил описание взаимодействия между атомами и светом, охватывавшее и законы, и события: энергетические уровни атома задавались «законами», а переходы между уровнями (боровские «квантовые скачки») соответствовали событиям. Ныне отдельные квантовые скачки *наблюдаются* [5]. Однако, в соответствии с духом ортодоксальной квантовой теории, квантовые скачки должны быть обусловлены нашим измерением! Принять подобное утверждение тем более трудно, что квантовые скачки являются основным механизмом химических реакций. Можно ли химию считать результатом нашего наблюдениям? Если это так, то кто наблюдал химические реакции, которьые привели к возникновению жизни?

Помимо этого, как мы упоминали в гл. 6, существуют и чисто технические вопросы, которые в квантовой теории остаются открытыми. Не нужно далеко искать, чтобы найти проблемы, которые приводят к трудностям при попытке решить их в квантовой механике. Один из простейших примеров такого рода — проблема трех тел [6]. В двухтельном рассеянии пучок частиц направляется на неподвижное препятствие. Отклонение пучка от препятствия измеряется *сечением рассеяния*, которое зависит от взаимодействия между налетающими частицами и рассеивателем. Такие эксперименты имели фундаментальное значение для утверждения планетарной модели атома, созданной на основе квантовой теории Бора. Предположим, однако, что на препятствие направлены два пучка. Мы ожидаем трехтельного рассеяния, но к нашему удивлению при попытке вычислить сечение получаем результат, не имеющий смысла: сечение рассеяния оказывается бесконечно большим [7].

Положение становится еще хуже, если мы обратимся к одной из наиболее важных областей современной физики — к взаимодействию между полями, например, к взаимодействию вещества с излучением. Гейзенберговская задача на собственные значения, составляющая, как мы видели, центральное ядро квантовой механики, может быть решена только в особенно простых случаях, например, для свободных (не взаимодействующих) полей. Правда, для одного важного класса ситуаций трудностей не возникает и в случае взаимодействующих полей. В других ситуациях, соответствующих кратковременным взаимодействиям, предполагается, что в прошлом взаимодействий не было, и взаимодействия вводятся только на ограниченное время, после чего в будущем снова выключаются. Такой подход соответствует так называемой S-матрице и рассматривает, как видно из сказанного, «изолированные взаимодействия». Существуют важные случаи, когда такие представления о взаимодействиях применимы. Тем не менее, теория S-матрицы представляет собой идеализацию, не соответствующую действительности: в большинстве случаев в природе взаимодействия встречаются не изолированно, а непрерывно. В подобных ситуациях самосогласованное применение квантовомеханических методов попрежнему остается открытой проблемой. Оказывается, что эта проблема относится к классу проблем, связанных с неинтергрируемыми квантовыми системами. Не удивительно, что метод Гейнзенберга, применимый к интегрируемым системам, наталкивается на определенные трудности при попытке использовать его для решения этой проблемы.

Наши методы, первоначально предложенные для решения парадокса времени, затрагивают как концептуальные, так и технические аспекты квантовой теории. Они позволяют в значительной мере исключить концептуальные проблемы, поскольку приводят к реалистической теории, не апеллирующей к «наблюдателю», и, кроме того, позволяют распространить квантовомеханические методы на более широкий круг динамических проблем.

Нельзя не упомянуть и о том, что существует неожиданная взаимосвязь между описанием хаоса в терминах эволюции вероятностей во времени, о котором мы говорили в гл. 5, и методами квантовой механики. Именно обобщение квантовомеханических методов позволяет нам достичь формулировки законов, применимой к хаотическим системам, будь то классические или квантовые системы. Поэтому мы позволим себе изложить эти методы несколько подробнее [8].

2. Квантовая революция

Наблюдение, согласно которому взаимодействие между атомами и излучением порождает четко выраженные частоты поглощения и испускания, имело первостепенное значение для формулировки квантовой механики. Описание атома было дано Бором в терминах дискретных энергетических уровней. Частоты поглощенных или испущенных фотонов соответствуют разностям энергетических уровней. Чтобы согласовать такую картину с классическими представлениями, необходимо было сделать важный шаг. Классический гамильтониан принимает непрерывное множество значений, соответствующих значениям координат и импульсов. В квантовой теории гамильтониан H, бывший непрерывной функцией в классической механике, заменяется новым объектом — гамильтонианом-оператором $\widehat{H}$.

Оператор — это математический рецепт, следуя которому мы преобразуем одну функцию в другую. Преобразование может быть умножением на некоторое число, дифференцированием $\frac{d}{dx}$ либо взятием второй производной $\frac{d^2}{dx^2}$, либо какой-нибудь другой математической операцией. Необходимо указать множество функций, на котором действует оператор. Например, это могут быть непрерывные функции, дифференцируемые функции и т. д. Множество допустимых функций есть то «пространство», на котором определен оператор.

Для физики особый интерес представляет взаимосвязь между оператором и множеством его *собственных функций*. По определению, действие оператора на собственную функцию воспроизводит *ту же самую* функцию, умноженную на некоторое число. Это число называется *собственным значением* данного оператора. В квантовой механике наблюдаемые численные значения любой физической величины по определению являются собственными значениями соответствующего этой величине оператора.

Рассмотрим, например, оператор $\frac{d^2}{dx^2}$. Действуя на функцию x^3, он переводит ее в другую функцию $6x$. Следовательно, x^3 — не собственная функция оператора $\frac{d^2}{dx^2}$. Но если наш оператор действует на функцию $\sin kx$, то он переводит ее в функцию $-k^2 \sin kx$. Это означает, что $-k^2$ — собственное значение оператора $\frac{d^2}{dx^2}$, соответствующее собственной функции $\sin kx$.

Чтобы решить задачу на собственные значения, необходимо найти собственные функции оператора. Например, $\sin kx$ — решение (собственная функция) задачи на собственные значения, заданной уравнением

$$\frac{d^2u}{dx^2} = \alpha u,$$

с собственными значениями $\alpha = -k^2$.

В случае атома дискретные энергетические уровни ассоциируются с собственными значениями его операторного гамильтониана. Эти собственные значения образуют дискретный спектр: два соседних собственных значения разделены конечным промежутком (спектр термов наблюдался в самых первых спектроскопических экспериментах). Спектр может быть и сплошным — *непрерывным*. Поскольку различие между дискретным и непрерывным спектром имеет фундаментальное значение для нашей теории, рассмотрим один пример.

Обратимся снова к уравнению

$$\frac{d^2u}{dx^2} = \alpha u$$

и введем дополнительное условие: предположим, что собственные функции обращаются в нуль на границах области (в точках $x = 0$ и $x = L$). Иначе говоря, функция $\sin kx$ должна обращаться в нуль при $x = 0$ и $x = L$. Следовательно, должно выполняться соотношение $kL = n\pi$, где n — любое целое число. Разрешенные собственные значения образуют дискретный спектр

$$k^2 = \frac{n^2\pi^2}{L^2}.$$

Расстояния между двумя соседними собственными значениями обратно пропорциональны L^2. В результате при $L \to \infty$ эти расстояния стремятся к нулю, и мы получаем непрерывный спектр. Физическим аналогом этого математического примера может служить спектр атома, состоящий из двух частей: дискретная часть описывает энергетические уровни атома как заключенные в «конечном ящике» (т. е. образованные потенциальной ямой), а непрерывная часть соответствует состояниям ионизированного атома, когда электрон покидает потенциальную яму. Это изображено на рис. 7.1.

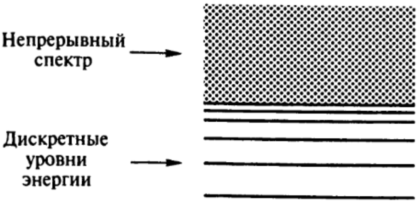


Рис. 7.1. Две части атомного спектра. Расстояние между соседними уровнями энергии в дискретном спектре при увеличении характерного размера области L стремится к нулю.

Современным физикам может показаться, что переход в квантовой теории от функций к операторам был естественным шагом. В действительности же введение операторов было весьма смелым шагом, за который такие люди, как Вернер Гейзенберг, Макс Борн, Паскуаль Йордан, Эрвин Шрёдингер и Поль Дирак, заслуживают нашего восхищения. Операторы коренным образом изменили наше описание природы, поскольку привели к концептуальному различию между физической величиной (представляемой оператором) и ее численными значениями (собственными значениями оператора). Это — радикальное изменение взглядов на мир, которое с полным основанием можно назвать квантовым переворотом (или квантовой революцией).

В качестве примера тех новых особенностей, которые связаны с введением операторов, рассмотрим коммутационные соотношения между операторами. Два оператора коммутируют, если порядок, в котором они действуют на функцию, несуществен. Наоборот, два оператора не коммутируют, если результат зависит от того, в каком порядке они действуют на функцию. Например, если сначала умножить функцию на x, а затем продифференцировать по x, то результат получится иным, чем в том случае, когда мы сначала дифференцируем функцию, а затем умножаем ее на x. Некоммутирующие операторы имеют различные собственные функции. (Если же операторы коммутируют, то, как нетрудно проверить, они имеют одни и те же собственные функции.)

Знаменитые соотношения неопределенностей следуют из того, что операторы координат и импульсов, как они определяются в квантовой теории, не коммутируют. В «координатном представлении» оператор координаты $\hat{q}$, собственные значения которого являются координатами квантового объекта, соответствует просто координате q, в то время как оператор импульса p_{op} определяется выражением $\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial q}$. Операторы координаты и импульса не имеют общих собственных функций. То, что операторы $\hat{q}$ и $\hat{p}$ не коммутируют, означает следующее: мы не можем определить состояние квантового объекта (в терминах каких-то собственных функций) так, чтобы и его координата, и его импульс одновременно принимали вполне определенные значения. В этом — суть и корень знаменитых соотношений неопределенностей Гейзенберга.

Они вынуждают нас отказаться от «наивного реализма» классической физики. Мы можем измерить импульс или координату частицы, но мы не можем утверждать, что частица *одновременно* обладает вполне определенными значениями импульса и координаты. К такому заключению около шестидесяти лет назад пришли среди прочих Гейзенберг и Борн. Однако дискуссии относительно смысла соотношений неопределенностей продолжаются, и некоторые ученые до сих пор не оставили надежду восстановить традиционный детерминистический реализм [9] классической механики. Мы придерживаемся прямо противоположной точки зрения. Как будет показано в гл. 9 и 10, наша теория означает больший акцент на статистические аспекты и классической, и квантовой теории.

3. Программа Гейзенберга

Оператор, занимающий центральное положение в квантовой теории, — гамильтониан $\widehat{H}$, собственные значения которого соответствуют энергетическим уровням. Иначе говоря, основной проблемой квантовой механики является задача на собственные значения: чтобы найти энергетические уровни, необходимо определить собственные функции u_n и соответствующие собственные значения E_n в уравнении

$$\widehat{H}u_n = E_n u_n.$$

Важная роль оператора Гамильтона обусловлена тем, что, подобно классическому гамильтониану, он определяет эволюцию квантового объекта во времени. Запишем уравнение Шрёдингера:

$$ih\frac{\partial\psi(t)}{\partial t} = \widehat{H}\psi(t).$$

Оно утверждает, что производная волновой функции ψ по времени совпадает с результатом действия на ψ гамильтониана (оператора) H. Это уравнение в квантовой механике не выводится, а постулируется. Правильность его может быть установлена (подтверждена или опровергнута) только путем сравнения с экспериментом.

Квантовый объект описывается так называемой волновой функцией ψ. Создавая свое уравнение, Шрёдингер руководствовался аналогией с классической оптикой: собственные значения, соответствующие собственным частотам, ассоциировались в его представлении с волновыми явлениями. В отличие от гамильтоновых уравнений классической механики, уравнение Шрёдингера принадлежит к так называемым волновым уравнениям. Это уравнение с частными производными, содержащее помимо производной по времени входящие в $\widehat{H}$ производные по пространственным координатам (напомним, что в координатном представлении оператор импульса есть оператор дифференцирования по пространственной координате). Но классические гамильтоновы уравнения и квантовые уравнения имеют между собой нечто общее: они первого порядка по времени. Если волновая функция ψ известна в некоторый произвольный момент времени t_0, то с учетом подходящих краевых условий (например, $\psi \to 0$ на бесконечном удалении от начала координат) мы можем вычислить ψ для произвольных моментов времени t в будущем и в прошлом. В этом смысле мы восстанавливаем детерминистическую точку зрения классической механики, но теперь — применительно не к траекториям, а к волновым функциям.

Кроме того, так же, как и классические уравнения движения, уравнение Шрёдингера обратимо во времени: оно не изменяется при замене t на $-t$, необходимо только заменить ψ на комплексно сопряженную волновую функцию ψ^*. Это означает, что если мы наблюдаем переход ψ от ψ_1 (в момент времени t_1) в ψ_2 (в момент времени t_2), $t_2 > t_1$, то мы можем также наблюдать переход от ψ_2^* в ψ_1^*. В этой связи трудно устоять перед искушением и не процитировать Эддингтона, заметившего на раннем этапе развития квантовой механики, что квантовые вероятности «получаются путем введения двух симметричных систем волн, распространяющихся в противоположных направлениях по времени» [10]. Действительно, как мы уже знаем, уравнение Шрёдингера представляет собой уравнение, описывающее эволюцию амплитуд вероятности. Рассмотрим уравнение, комплексно сопряженное относительно уравнения Шрёдингера, т. е. заменим i на $-i$, ψ на ψ^* (мы предполагаем, что оператор $\widehat{H}$ веществен). При замене t на $-t$ мы снова получаем уравнение Шрёдингера. Как утверждал Эддингтон, ψ^* можно рассматривать как волновую функцию, распространяющуюся в прошлое. Собственно вероятность равна произведению волновой функции ψ и комплексно сопряженной с ней функции ψ^*, т. е. $|\psi|^2$, и поскольку ψ^* можно интерпретировать как волновую функцию ψ, распространяющуюся назад по времени, определение вероятности означает «встречу» двух времен: одного, идущего из прошлого, с другим, идущим из будущего. Таким образом, в квантовой теории вероятности симметричны во времени. В отличие от традиционной квантовой теории вероятности, которые мы получим своим методом, характеризуются нарушенной симметрией во времени.

Обратимся теперь к программе Гейзенберга — к связи уравнения Шрёдингера и решения задачи на собственные значения.

Формальное решение уравнения Шрёдингера представимо в виде

$$\psi(t) = U(t)\psi(0),$$

где $U(t) = e^{-iHt}$ — оператор эволюции в квантовой теории. В гл. 5 мы уже вводили операторы эволюции для распределений вероятности, когда рассматривали отображения. Поскольку операторы эволюции играют существенную роль в нашем методе (см. гл. 9, 10), необходимо несколько подробнее познакомиться с теми методами, которые используются для изучения этого класса операторов в квантовой механике. Тут мы подходим к самому важному моменту всей нашей книги — к понятию гильбертова пространства, которое нам необходимо обобщить так, чтобы оно включало хаос и в классической, и в квантовой механике. Действуя в духе этой книги, мы просто сформулируем все основные свойства, которые нам необходимы, и приведем некоторые определения. Более подробное изложение интересующиеся читатели смогут найти в учебниках квантовой механики или функционального анализа.

4. Гильбертово пространство

Классическая физика исходит из предположения о том, что *пространство евклидово*. Это означает, что расстояние между двумя точками 1 и 2 определяется выражением $s_{12}^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$. Кроме того, мы можем ввести векторы и определить *скалярное произведение* двух векторов u и v. Если u_1, u_2, u_3 — компоненты вектора u, а v_1, v_2, v_3 — компоненты вектора v, то скалярное определение векторов u и v равно $u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3$. Два вектора u и v ортогональны, если их скалярное произведение равно нулю. Нам понадобится еще одна характеристика вектора — его *длина*, или *норма*, l, определяемая выражением $l^2 = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2$. Вектор называется нормированным, если его норма равна единице.

Гильбертово пространство является обобщением евклидова векторного пространства; в гильбертовом пространстве роль векторов играют функции.

Рассмотрим функции f, $g, \dots$ и предположим, что они зависят только от одной переменной x. Функции могут быть комплексными, т. е. состоять из вещественной и мнимой части:

$$f = f_1 + if_2.$$

Для комплексной функции f мы можем определить комплексно сопряженную функцию

$$f^* = f_1 - if_2.$$

Нам уже приходилось встречаться с функцией, комплексно сопряженной с волновой функцией ψ. Комплексно сопряженные функции выполняют очень важную миссию в гильбертовом пространстве, так как входят в определение *скалярного произведения* двух функций, например, f и g:

$$\int dx\, f^*(x)g(x).$$

Вместо *суммирования* по координатам в евклидовом пространстве мы *интегрируем* в гильбертовом пространстве по независимой переменной (интуитивно ясно, что такое интегрирование соответствует «суммированию» в бесконечномерном векторном пространстве). Аналогично, мы можем определить «длину» функции, называемую нормой:

$$||f||^2 = \int dx f^*(x) f(x);$$

$||f||^2 = 0$ только в том случае, если $f \equiv 0$. Заметим, что в гильбертовом пространстве каждая функция может входить в скалярное произведение двояко: в правую и левую часть подынтегрального выражения в скалярном произведении. По этой причине Дирак ввел (1938) изящные обозначения: каждый элемент f гильбертова пространства может быть записан либо как «бра»-вектор $\langle f|$, либо как «кет»-вектор $|f\rangle$. Скалярное произведение $\int dx f^*(x) f(x)$ в этих обозначениях представимо в виде произведения бра-вектора на кет-вектор: $\langle f|g\rangle$, а квадрат нормы функции f — как $\langle f|f\rangle$.

Гильбертово пространство образуют *квадратично интегрируемые функции*, т. е. функции, «длина» которых конечна. Для квадратичной интегрируемости требуются определенные граничные условия. Например, функция x^2 квадратично интегрируема, если интегрирование проводится от нуля до единицы (так как $\int\limits_0^1 x^2 \cdot x^2\, dx = 1/5$), но не интегрируема квадратично, если интегрирование проводится от нуля до бесконечности (так как $\int\limits_0^\infty x^2 \cdot x^2\, dx \to \infty$).

В ортодоксальной квантовой механике гильбертово пространство рассматривается как математическая основа всего (небольшие модификации, необходимые для включения в общую схему непрерывного спектра, мы оставляем сейчас в стороне). Но для того, чтобы мы могли рассматривать хаотические системы, нам необходимо перейти к более общему пространству, т. е. воспользоваться функциями *неопределенной* «длины». Эти функции ведут себя весьма сложным, нерегулярным образом, так как являются *фракталами*, которые были введены нами в гл. 4. Они просто не могут «обитать» в гильбертовом пространстве, поскольку оно приспособлено для «жизни» хороших, непрерывных функций. Но прежде чем переходить к новым обобщенным пространствам, необходимо более подробно познакомиться с основными свойствами гильбертова пространства.

Существенную роль в гильбертовом пространстве играют *операторы*. Определенный в гильбертовом пространстве оператор O действует на элемент этого пространства и переводит его, вообще говоря, в другой элемент гильбертова пространства (другую квадратично интегрируемую функцию). Определим теперь некоторые классы операторов, играющих важную роль в гильбертовом пространстве.

Прежде всего, каждому оператору O соответствует сопряженный оператор O^+, определяемый равенством $\langle Of|g\rangle = \langle f|O^+g\rangle$ двух скалярных произведений, в одном из которых оператор O действует на f, а в другом оператор O^+ действует на g. Оператор O называется *самосопряженным* (или *эрмитовым*), если $O = O^+$. В квантовой механике наблюдаемым соответствуют самосопряженные операторы. Это связано с тем, что в гильбертовом пространстве собственные значения самосопряженных операторов *вещественны*.

Другой важный класс операторов образуют *изотермические* операторы U, сохраняющие норму:

$$\langle Uf|g\rangle = \langle f|f\rangle.$$

Если, кроме того, оператор U допускает обратный оператор ($UU^{-1} = U^{-1}U = 1$), то он называется *унитарным*. Например, введенный в п. 3 оператор эволюции $U(t) = e^{-itH}$ квантовой механики унитарен. Эволюция во времени изменяет норму (временная эволюция, сохраняющая норму, соответствует повороту, или вращению, в гильбертовом пространстве).

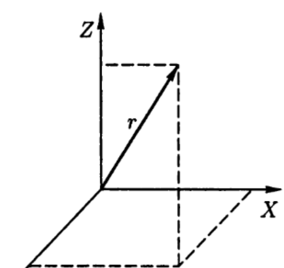


Рис. 7.2. Разложение вектора r по ортонормированным векторам.

В операторе эволюции $U(t) = e^{-iHt}$ будущее и прошлое играют одну и ту же роль, так как независимо от того, какие знаки имеют t_1 и t_2, $U(t_1 + t_2) = U(t_1)U(t_2)$. Принято говорить, что оператор эволюции $U(t)$ порождает *динамическую группу*.

В гл. 10 при решении парадокса времени мы также будем иметь дело с унитарными операторами эволюции. Но поскольку мы покидаем гильбертово пространство, будущее и прошлое играют в нашем подходе, вообще говоря, различную роль. Соответственно, динамические группы распадаются на две *полугруппы*.

Из элементарной математики известно, что произвольный вектор **r** может быть разложен на составляющие по базисным векторам единичной длины 1_x, 1_y, 1_z, направленным вдоль координатных осей x, y, z (рис. 7.2). Эти базисные векторы ортонормированы (длина каждого базисного вектора равна единице, а попарные скалярные произведения равны нулю).

Аналогично, произвольную функцию f из гильбертова пространства мы можем представить в виде суперпозиции подходящих функций u_n:

$$f = \sum c_n u_n.$$

Приняв специальное соглашение, обычно используют *ортонормированные функции*. Это означает, что

$$\langle u_i | u_j \rangle = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при} \quad i = j, \\ 0 & \text{при} \quad i \neq j. \end{cases}$$

Ортонормированность функций u_n позволяет отождествить коэффициенты c_n разложения функций f со скалярным произведением:

$$c_n = \langle u_n | f \rangle.$$

Таким образом, мы можем записать:

$$|f\rangle = \sum |u_n\rangle \langle u_n | f \rangle.$$

Поскольку это равенство должно выполняться для любой функции f, справедливо соотношение

$$\sum |u_n\rangle \langle u_n| = 1,$$

называемое *соотношением полноты*.

Действие оператора в гильбертовом пространстве можно выразить с помощью ортонормированного базиса. Введем обозначения:

$$\langle u_\mu | O | u_v \rangle = O_{\mu v}.$$

Это соотношение называется матричным представлением оператора O (матрицей мы называем объект $O_{\mu v}$ с двумя индексами). В этих обозначениях получаем:

$$O = \sum |u_\mu\rangle O_{\mu v} \langle u_v|,$$

в чем нетрудно убедиться, если умножить полученное соотношение на $|u_k\rangle$ и $|u_l\rangle$, не забывая при этом учесть соотношения ортономированности $\langle u_\mu | u_v \rangle = \delta_{\mu v}$.

Обратимся теперь к задаче на собственные значения. Основная задача на собственные значения в квантовой механике связана с гамильтонианом:

$$\widehat{H} |u_n\rangle = E_n |u_n\rangle.$$

Здесь $\widehat{H}$ — эрмитов оператор, и его собственные значения *вещественны* (эрмитовость гамильтониана означает, что он совпадает со своим сопряженным оператором: $\widehat{H} = \widehat{H}^+$). Предполагается, что собственные функции $|u_n\rangle$ образуют полную ортонормированную систему. Следовательно,

$$E_n = \langle u_n|\widehat{H}|u_n\rangle.$$

Оператор Гамильтона становится диагональным, если разлагать его по собственным функциям. Поэтому решение задачи на собственные значения называется также *диагонализацией* оператора Гамильтона. Выраженный в терминах своих собственных функций, $\widehat{H}$ представи́м в виде матрицы, у которой только диагональные элементы отличны от нуля:

$$\widehat{H} = \sum |u_n\rangle E_n\langle u_n|.$$

Последнее соотношение называется *спектральным представлением гамильтониана* $\widehat{H}$. Получить спектральное представление оператора H означает получить решение задачи на собственные значения. Таким образом, получение спектрального представления гамильтониана является центральной проблемой квантовой механики.

Рассмотрим оператор эволюции

$$U(t) = e^{-iHt},$$

введенный в п. 3[1]. Нетрудно проверить, что вследствие эрмитовости гамильтониана H оператор $U(t)$ унитарный (т. е. сохраняет норму). Поскольку $U(t)$ — операторная функция от H, задача на собственные значения для U решается, если она решена для H. Действительно,

$$U|u_n\rangle = e^{-iE_nt}u_n.$$

Собственные значения оператора U имеют модуль, равный 1. Это означает, что произведение числа e^{-iE_nt} на комплексно сопряженное число e^{+iE_nt} равно единице. Таким образом, оператор U имеет спектральное представление

$$U = \sum |u_n\rangle e^{-iE_nt}\langle u_n|.$$

Располагая полной системой собственных функций $|u_n\rangle$, мы можем разлагать по $|u_n\rangle$ любые волновые функции в момент времени t_0 (в гильбертовом пространстве) подобно тому, как мы делали это раньше,

$$\psi(t_0) = \sum |u_n\rangle \langle u_n|\psi(t_0)\rangle.$$

[1] Чтобы избежать громоздких обозначений, мы положили величину $\hbar/2$ равной единице. Мы будем придерживаться упрощенных обозначений и впредь, если это не будет приводить к недоразумениям.

Волновая функция — это вектор в гильбертовом пространстве. Осями координат являются собственные функции $|u_n\rangle$. Действуя оператором эволюции $U(t)$ на $\psi(t_0)$, получаем:

$$\psi(t) = \sum |u_n\rangle e^{-iE_n(t-t_0)} \langle u_n|\psi(t_0) = \sum c_n e^{-iE_n(t-t_0)}|u_n\rangle,$$

иначе говоря, ψ соответствует суперпозиции допустимых значений энергии $E_1, \ldots, E_k, \ldots$, каждое из которых обладает своей амплитудой вероятности $c_1 e^{-iE_1 t}, \ldots, c_k e^{-iE_k t}, \ldots$. Это означает, что в физической интерпретации квантовой теории вероятность встретить одно из энергетических состояний E_k определяется величиной

$$c_k e^{-iE_k t} c_k e^{+iE_k t} = |c_k|^2.$$

Из этого результата следует важное утверждение о том, что вероятности $|c_k|^2$ не изменяются во времени. Коль скоро задача на собственные значения решена, шредингеровская эволюция является по существу статической эволюцией, в ходе которой ничего «не происходит», поскольку каждая собственная функция u_k эволюционирует независимо от остальных. Каждая собственная функция гамильтониана соответствует независимой моде, характеризуемой вполне определенным энергетическим уровнем.

Записанная в терминах собственных функций оператора Гамильтона $\widehat{H}$, эволюция волновой функции соответствует просто повороту в гильбертовом пространстве (подобно тому, как интегрируемая система, например гармонический осциллятор, просто «вращается» в классическом фазовом пространстве (рис. 7.3). Таким образом, представление квантовой системы в терминах собственных функций гамильтониана аналогично представлению «свободного движения» классической интегрируемой системы в терминах циклических переменных.

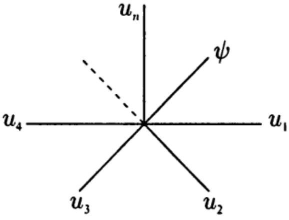


Рис. 7.3. Разложение квантового состояния по собственным функциям гамильтониана.

В отличие от классического фазового пространства, гильбертово пространство не может содержать собственные функции, соответствующие и координатам, и импульсам, поскольку координаты и импульсы представлены некоммутирующими операторами, а те не имеют общих собственных функций. Квантовая теория содержит половину переменных, используемых в классической теории. Например, уравнение Шрёдингера можно записать только в координатах, как и оператор импульса, который имеет в этом случае следующий вид: $\left(\frac{h}{2\pi}i\right)\frac{\partial}{\partial q_i}$. Это важное различие между классической и квантовой теорией может быть прослежено до особой роли постоянной Планка h. Эта постоянная входит в соотношения, которые связывают волновые свойства квантового объекта (его длину волны λ и частоту ν) с корпускулярными свойствами (энергией E и импульсом p). Соотношения имеют следующий вид:

$$E = h\nu, \quad \lambda = \frac{h}{p}.$$

Особое значение для структуры квантовой теории имеет второе соотношение, связывающее длину волны λ с импульсом p, т. е. две переменные, которые в классической теории считаются независимыми. Именно оно лежит в самой основе волновых свойств квантовых объектов. Существование волновых свойств подразумевает более когерентное, более упорядоченное поведение, чем в классической механике. Именно поэтому, как мы увидим в дальнейшем, квантовый хаос требует более ограниченных условий, чем классический хаос.

Даже приведенный выше беглый обзор гильбертова пространства со всей очевидностью показывает, почему нам необходимо перейти к более общему пространству, если мы хотим включить в квантовую теорию необратимые процессы.

Качественно можно сказать, что в отличие от периодических по времени собственных значений $e^{-iE_n t}$ оператора U необратимость означает *комплексные* собственные значения, соответствующие затухающей эволюции, которая ведет к равновесию.

Для описания приближения к равновесию проще всего было бы ввести затухающие члены непосредственно в определение гамильтониана. Однако такая попытка не приводит к самосогласованному подходу. Откуда берутся эти затухающие члены? Как отличить «затухающие» системы с фундаментальной, динамической точки зрения? Мы преследуем еще более амбициозную цель. Мы намереваемся сказать, что можно ввести нарушение симметрии во времени для неустойчивых хаотических систем без каких-либо модификаций гамильтониана, вводимых специально. Но до тех пор, покуда мы остаемся в рамках гильбертова пространства, сделать это невозможно. Поэтому следует считать большой удачей, что неустойчивость естественно приводит к введению *обобщенных* (или *оснащенных*) пространств.

Необходимо уже сейчас подчеркнуть одно важное обстоятельство. В ортодоксальной квантовой теории динамические процессы и гильбертово пространство вводятся независимо друг от друга. Каким бы ни был динамический процесс, описываемый гамильтонианом H, используется *одно и то же* гильбертово пространство. Для хаотических систем это неверно. В случае хаотических систем динамический процесс и пространство, в котором действуют операторы, становятся взаимосвязанными.

Мы уже упоминали о том, что гильбертово пространство является обобщением евклидова пространства на случай функций. Поэтому шаги, предпринимаемые нами, когда мы устанавливаем взаимосвязь динамики и функционального пространства, в каком-то смысле аналогичны решающему шагу, который привел к созданию общей теории относительности, — введению неевклидовой геометрии, связывающей структуру пространства-времени с наличием материи.

5. Большие квантовые системы Пуанкаре

Но вернемся к центральной проблеме квантовой механики — решению задачи на собственные значения для гамильтониана. Как мы уже отмечали, лишь для очень немногих квантовых систем задача на собственные значения была решена точно. В общем случае для ее решения приходится обращаться к теории возмущений. Мы начинаем с гамильтониана вида

$$H = H_0 + \lambda V,$$

где H_0 соответствует оператору Гамильтона, для которого задача на собственные значения решена, а V — возмущение, связанное с H_0 через константу связи λ. Таким образом, мы предполагаем, что решение задачи на собственные значения

$$H_0 \big| u_n^0 \rangle = E_n^{(0)} \big| u_n \rangle$$

нам известно, и хотим решить задачу на собственные значения

$$H \big| u_n \rangle = E_n \big| u_n \rangle.$$

Стандартный подход (метод возмущений Шрёдингера) сводится к разложению собственных значений и собственных функций по степеням константы связи λ:

$$E_n = E_n^{(0)} + \lambda E_n^{(1)} + \lambda^2 E_n^{(2)} \ldots$$

и

$$\big| u_n \rangle = \big| u_n^{(0)} \rangle + \lambda \big| u_n^{(1)} \rangle + \lambda^2 \big| u_n^{(2)} \rangle + \ldots .$$

По определению, E_n и $\big| u_n \rangle$ — аналитические функции константы связи λ (см. п. 3 гл. 6, в котором речь шла о теореме Пуанкаре).

Теория возмущений приводит к рекуррентной процедуре — уравнениям для каждого порядка по λ. Решение этих уравнений приводит к возникновению членов вида $1/(E_n^{(0)} - E_m^{(0)})$, которые становятся плохо определенными, когда знаменатель обращается в нуль. Так мы снова сталкиваемся с проблемой расходимостей (малых знаменателей), играющей главную роль в теореме Пуанкаре о неинтегрируемых системах.

Однако нельзя не отметить существенное различие между нашим и традиционным подходом. В квантовой механике уже введенное нами различение между дискретным и непрерывным спектрами приобретает решающее значение. Действительно, если спектр дискретный, то расходимостей, как правило, удается избежать с помощью соответствующего выбора невозмущенного гамильтониана. На более специальном языке это означает, что мы с помощью подходящего преобразования снимаем вырождение. Поскольку конечные квантовые системы имеют дискретный спектр, мы заключаем, что они интегрируемы.

С совершенно иной ситуацией мы сталкиваемся при обращении к большим квантовым системам, например к рассеивающим системам, взаимодействующим полям и т. д. Спектр таких систем непрерывен, и к ним применима классификация Пуанкаре.

В некоторых случаях ортодоксальной квантовой физике удалось преодолеть трудность, связанную с появлением расходимостей. При этом всякий раз приходилось отказываться от разложения E_n и $|u_n\rangle$ по степеням константы связи. Собственные значения и собственные функции гамильтониана H уже не являются более аналитическими функциями константы связи λ. Но такой подход оказывается успешным только в исключительно простых случаях. Мы убедимся в этом на примере, приводимом далее в этом разделе. В общем случае продвижению мешают расходимости Пуанкаре. В литературе можно найти много чистых теорем существования, утверждающих, что решение задачи на собственные значения существует [11], но не дающих ни малейшего указания относительно того, как найти это решение. Для решения задачи на собственные значения требуются новые конструктивные методы, которые мы изложим в гл. 10.

Обратимся теперь к простой модели (так называемой модели Фридрихса) с непрерывным спектром, для которой тем не менее решение задачи на собственные значения известно. Однако это решение трудно примирить с физической интуицией. Мы расскажем о модели Фридрихса несколько подробнее, потому что она отчетливо показывает пределы применимости современной квантовой теории.

Модель Фридрихса описывает взаимодействие между частицей и полем. В гл. 6 мы уже упоминали об этой задаче в рамках классической динамики. Теперь же мы имеем дело с квантовомеханической версией теории. Модель Фридрихса вводит радикальное упрощение физической ситуации. Частица имеет вид модельного атома, обладающего всего лишь двумя энергетическими уровнями: основным уровнем 0 и возбужденным уровнем 1. Кроме того, нам необходимо принимать во внимание два типа процессов: квантовый переход с уровня 1 на уровень 0 с испусканием фотона и обратный переход, связанный с поглощением фотона (рис. 7.4).

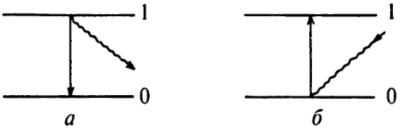


Рис. 7.4. Испускание (*а*) и поглощение (*б*) фотона при переходе с уровня 1 на уровень 0 (распад возбужденного состояния) и с уровня 0 на уровень 1 (переход из основного состояния в возбужденное).

Оба процесса соответствуют *резонансам* — энергия, соответствующая переходу между возбужденным уровнем 1 и основным состоянием 0, передается фотону.

Разумеется, атомов с двумя энергетическими уровнями не существует в природе. Кроме того, квантовая механика учитывает и другие процессы (так называемые *виртуальные процессы*), в которых энергия не сохраняется даже приближенно. К числу таких процессов относится, например, переход между возбужденным и основным уровнем с поглощением фотона[2] (рис. 7.5). Модель Фридрихса не учитывает виртуальные процессы.

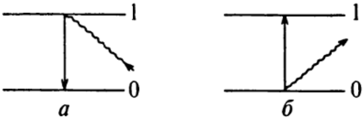


Рис. 7.5. Виртуальные процессы (волнистые линии).

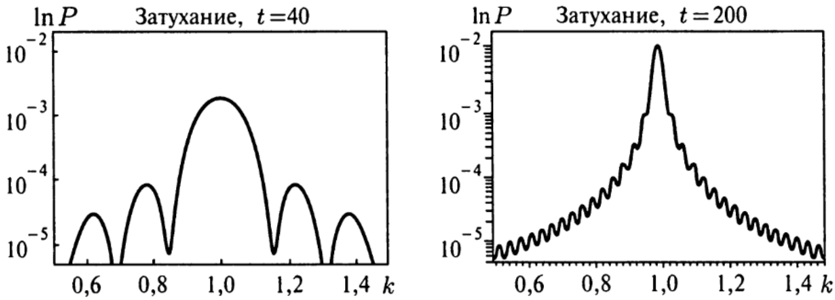
Невозмущенный гамильтониан H_0 в модели Фридрихса содержит два члена: один член соответствует атому, другой — полю. Используя обозначения Дирака (бра- и кет-векторы, см. п. 1), можно записать:

$$H_0 = |1\rangle\omega_1\langle 1| + \sum |k\rangle\omega_k\langle k|,$$

где ω_1 — разность энергий между двумя уровнями; ω_k — частоты полевых мод $|k\rangle$. Следовательно, $|1\rangle$ и $|k\rangle$ — собственные функции невозмущенного гамильтониана. В пределе большой системы спектр поля становится непрерывным. Добавим к невозмущенному гамильтониану взаимодействие λV между атомом и полем. С помощью бра- и кет-векторов потенциальную энергию можно представить в виде $V = \sum |1\rangle V_{1k}\langle k|$: потенциальная энергия приводит к взаимодействиям между уровнем $|1\rangle$ и модами поля $|k\rangle$.

Модель Фридрихса позволяет описать образование спектральной линии. Предположим, что мы начинаем с невозмущенного состояния $|1\rangle$. В момент времени t волновая функция определяется выражением $\psi(t) = e^{-iHt}|1\rangle$, а амплитуда вероятности найти моду k — выражением $\langle k|e^{-iHt}|1\rangle$. В соответствии с приведенными выше правилами собственно вероятности соответствует выражение $|\langle k|e^{-iHt}|1\rangle|^2$.

[2] Виртуальные процессы необходимы для того, чтобы обеспечить локальность взаимодействия. Последнее означает, что атом взаимодействует с полем в той точке пространства, где он находится.



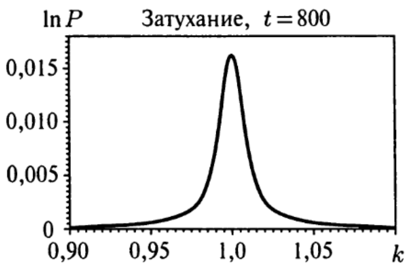


Рис. 7.6. Численный расчет формирования спектральной линии в модели Фридрихса. Вероятность перехода P представлена как функция от волнового вектора k при возрастающем времени (по данным численного эксперимента доктора У. Сафира).

Последняя величина может быть вычислена как функция индекса k при различных значениях времени t (рис. 7.6).

При достаточно больших временах мы получаем линию поглощения, центрированную на k и такую, что $\omega_k = \omega_1$ (в литературе такая линия называется лоренцевской). Мы видим, что форма спектральной линии определяется резонансным процессом.

Можем ли мы продвинуться дальше и привести спектральное представление полного гамильтониана $H_0 + \lambda V$?

Попытаемся воспользоваться для этого схемой теории возмущений. Но при этом мы сталкиваемся с расходимостями Пуанкаре. Действительно, поле содержит континуальный набор частот ω_k. Это приводит к резонансным знаменателям $1/(\omega_1 - \omega_k)$ и, следовательно, к расходимостям. Необходимо подчеркнуть фундаментальную роль таких резонансов, так как именно они определяют самый процесс испускания или поглощения света (фотонов).

В частном случае модели Фридрихса существует способ, позволяющий избавиться от расходимости. Как показал Фридрихс, возбужденное состояние частицы может быть исключено с помощью подходящего преобразования [12]. В результате мы получаем спектральное представление гамильтониана H, содержащее только *континуальное множество* мод (только сплошной спектр):

$$H = \sum |\varphi_k^{\mathrm{F}}\rangle \omega_k \langle \varphi_k^{\mathrm{F}}|,$$

где, как и прежде, ω_k — частоты сплошного спектра, φ_k^{F} — собственные функции, которые могут быть выражены через невозмущенные собственные функции частицы и поля. Таково спектральное представление модели Фридрихса. Заметим, что решение Фридрихса не может быть получено с помощью теории возмущения и поэтому не аналитично по λ. Действительно, при $\lambda \to 0$ гамильтониан в модели Фридрихса сводится к вкладу полевых мод, тогда как невозмущенный гамильтониан содержит еще и вклад от частицы (см. выше). Следовательно, полученное Фридрихсом спектральное представление неустойчиво, так как сколь угодно малые значения λ качественно изменяют спектр. Это — пример так называемой *спектральной катастрофы*.

Но как понимать исключение неустойчивого дискретного состояния в решении Фридрихса? Правда, нестабильная частица распадается на полевые моды, т. е. ее энергия передается полю через испускание фотонов. Но если *с самого начала* частица рассматривается как часть поля, то как мы можем говорить о квантовых переходах по аналогии с переходами в модели Бора? Энергия частицы передается полю уже в начальный момент. Таким образом, нестабильная «частица» теперь представляет собой нечто вроде волнового пакета, образованного суперпозицией непрерывных мод, который постепенно расплывается.

Такое заключение не является чем-то неожиданным. В отличие от модели Бора, события в стандартной квантовой механике не происходят. Связано это с тем, что уравнение Шрёдингера описывает *непрерывную* эволюцию волновой функции во времени. Однако ныне мы можем наблюдать отдельные квантовые скачки. Как включить их в наше квантовое описание? Стандартный ответ гласит: через наши измерения!

Поэтому то, что наш подход приводит ко второму, отличному от первого, спектральному представлению гамильтониана, включающему в себя *поле и частицу*, представляет большой интерес. Именно таким описанием нам надлежит воспользоваться, если мы хотим сохранить фундаментальное понятие «квантовых скачков». Но наше второе альтернативное, спектральное представление происходит уже не в гильбертовом пространстве.

Мы заключаем, что даже в тех исключительных случаях, когда гейзенберговскую программу (решение задачи на собственные значения) удается реализовать традиционными методами, на нашем пути встречаются концептуальные трудности. Все эти трудности связаны с парадоксом времени.

6. Назад к тому, о чем умалчивает квантовая теория

Вернемся к двойственной структуре квантовой теории. Как мы уже знаем, волновая функция ψ представима в виде суперпозиции собственных состояний u_k гамильтониана. Когда мы измеряем энергию, то получаем определенный энергетический уровень E_k и знаем, что система описывается соответствующей волновой функцией u_k. Повторяя такие измерения над ансамблем систем, описываемых одной и той же волновой функцией, мы получаем различные собственные функции u_p, u_q, $u_r, \ldots$ До измерений мы имели *чистое состояние* (одну-единственную волновую функцию). После измерений мы имеем *смешанное* состояние — ансамбль систем, описываемых различными волновыми функциями u_k, каждая из которых соответствует определенной энергии E_k и характеризуется каким-то статистическим весом $|c_k|^2$. Именно этот переход от чистого состояния к смешанному приводит нас к двойственной структуре квантовой механики. Уравнение Шрёдингера преобразует одну волновую функцию в другую и в данном случае не применимо. Помимо квантовой теории, описывающей обратимую во времени эволюцию волновой функции, нам необходим некоторый дополнительный элемент, чтобы учесть необратимый распад волновой функции из чистого состояния в смешанное [13].

Коллапс волновой функции отождествлялся с преобразованием потенциальных возможностей, содержащихся в волновой функции (т. е. возможных значений энергии) в «актуальности», содержащиеся в смешанном состоянии и обнаруживаемые в результате процесса измерения. Однако квантовая теория не дает нам способа понимания, как происходит это преобразование от потенциальной возможности к актуальности. Такую ситуацию с полным основанием можно было бы назвать квантовым парадоксом.

Так называемая копенгагенская интерпретация, существующая в многочисленных вариантах, пыталась разрешить квантовый парадокс. Согласно этой интерпретации, квантовые системы обладают теми или иными свойствами, только когда эти свойства измерены, т. е. после того, как произошел переход от потенциальной возможности к актуальности. Но по-прежнему возникает вопрос: кто отвечает за такой переход? Как замечает в своей книге «Квантовая физика: иллюзия или реальность» Алистер Раэ, «квантовые системы обладают свойствами только после того, как эти свойства измерены, хотя вне физики не существует, по-видимому, ничего, что могло бы произвести измерение» [14]. Согласно копенгагенской интерпретации, вопрос Раэ не имеет ответа: существование измерительного прибора предполагается квантовой физикой и не может быть выведено из нее. Квантовая теория описывает не «квантовый мир», а только то, что мы можем сказать о квантовом мире, используя измерительный прибор. Иначе говоря, не может быть квантового описания измерительного прибора как такового. Мы не можем описывать измерительный прибор как квантовый объект, с помощью уравнения Шрёдингера, и в то же время использовать его как измерительный прибор.

Такое положение породило бесчисленные дискуссии. Так как копенгагенская интерпретация не дает никакого рецепта относительно установления отличительных особенностей тех физических систем, которые мы можем использовать в качестве измерительного прибора, различие между квантовым объектом, подчиняющимся уравнению Шрёдингера, и измерительным прибором основывается только на нашем решении. Во избежание произвольного характера различия между квантовой системой и измерительным прибором фон Нейман предложил, чтобы вне квантовой теории оставалась только одна сущность — человеческое сознание. Но тогда наше сознание посредством производимых нами наблюдений отвечает за коллапс волновой функции или за смерть кошки Шрёдингера![3)]

Другие физики предложили отождествить измерительный прибор с *макроскопической системой*. Но что такое макроскопическая система? Системе не достаточно быть макроскопической для того, чтобы ее можно было считать измерительным прибором. Например, мы можем воспользоваться кристаллом, чтобы разделить пучок фотонов на две составляющие. Но это еще не измерение: если мы не прибегнем к какому-нибудь прибору, чтобы произвести измерения над отдельными пучками, то другой кристалл может восстановить исходный пучок. В превосходной книге А. Раэ, которую мы уже упоминали выше, рассмотрено много примеров такого рода.

Кроме того, понятие макроскопической системы обычно принято связывать с представлением о неполном описании. Мы не можем точно измерить квантовые свойства прибора. Чтобы придать неполному описанию видимость непременного ингредиента, некоторые физики предложили рассматривать измерительный прибор как открытую квантовую систему, связанную со всем миром. Например, квантовый объект, описываемый волновой функцией, связан с окружающей средой в состоянии теплового равновесия [15]. Что же касается окружающей среды,

[3)] Эта несчастная кошка встречается в каждой книге по концептуальным проблемам квантовой механики. Шрёдингер придумал свою кошку, помещенную в закрытую комнату вместе с радиоактивной частицей, распад которой включает устройство, убивающее кошку, чтобы показать невозможность конкретного определения в квантовой механике измеряющего прибора (в данном случае — кошки). Если кошку описывать с помощью волновой функции, как частицу, то она никогда не умрет, а станет суперпозицией мертвой и живой кошек. По мнению других авторов, смерть кошки произойдет только тогда, когда наблюдатель откроет комнату и взглянет на то, что в ней происходит (коллапс волновой функции кошки).

то она описывается не волновой функцией, а равновесным распределением вероятности (см. гл. 8). Наша способность производить измерения зависит от случайных возмущений, флуктуаций, источник которых находится в окружающей среде! Но такая точка зрения противоречит предположению о том, что квантовое описание в терминах волновой функции является фундаментальным микроскопическим описанием. Кроме того, что такое окружающая средами? Кто проводит различие между объектом и окружающей его средой? Напомним, что граничные условия, отделяющие находящееся внутри объекта от находящегося вне его, — не более чем макроскопическая аппроксимация и не имеют места в динамической теории. Таким образом, различие между объектом и его «неконтролируемым» окружением является одной из версий предложения фон Неймана, согласно которому мы своими действиями и наблюдением вызываем коллапс волновой функции.

Так или иначе, но получается, что мы несем ответственность за квантовый парадокс так же, как мы отвечаем за парадокс времени. В это трудно поверить; в природе мы находим обширный класс ситуаций (которому принадлежат, в частности, все равновесные ситуации, см. гл. 8), которые не могут быть описаны с помощью чистых состояний, а допускают описание только с помощью *смешанных* состояний. Кто в таком случае ответствен за появление смешанных состояний?

Высказывались и другие предложения. Римини и Вебер [16] высказали идею, согласно которой спонтанный коллапс волновой функции становится более вероятным, если система обладает большим числом степеней свободы. Но для реализации этой идеи требуется ввести новую универсальную постоянную. Кроме того, неясно, что означает большое число степеней свободы, если между ними нет взаимодействия.

Еще более неясен смысл апелляции к наблюдателю, когда речь идет о космологии. Кто наблюдает Вселенную?

Важно подчеркнуть, что проблема измерения является лишь одним из аспектов тех трудностей, с которыми сталкивается квантовая теория. Как мы увидим в следующей главе, с ней тесно связана проблема, также имеющая отношение к преобразованию чистого состояния в смешанное, — проблема приближения к равновесию. Мы уже упоминали о реликтовом излучении черного тела, соответствующем тепловому равновесию. Поэтому на уровне всей Вселенной в целом необходимо задать такой же вопрос, как и на уровне повседневных лабораторных экспериментов: посредством каких механизмов могут быть созданы равновесные состояния? Исключение необратимых процессов из фундаментальной концептуальной основы в космологии также приводит к проблемам. Вопрос о «наблюдателе Вселенной» — лишь один из симптомов.

Подведем некоторые итоги. Парадокс времени занимает центральное место в квантовой теории. Появление квантовой теории было воспринято как триумф обратимого во времени описания, исключающего события. В этом заключается главное различие между первоначальным вариантом квантовой теории, охватывавшей законы и события, и современной квантовой теорией, следующей традициям классической динамики. Однако проблема событий остается нерешенной и приводит к введению в теоретическую схему субъективного элемента, ориентированного на наблюдателя. Именно этот субъективный элемент и стремится исключить наша теория.

Мы согласны с Карлом Поппером, когда он подчеркивает, что возвращение к реализму не означает возвращения к детерминизму: «Моя собственная точка зрения состоит в том, что индетерминизм совместим с реализмом и что принятие этого факта позволяет нам сделать выбор в пользу самосогласованной объективной эпистемологии квантовой теории в целом и объективистской интерпретации вероятности» [17]. Таким образом, мы надеемся привнести в лоно физики то, что Карл Поппер называет своей «метафизической мечтой»: «Весьма вероятно, что мир оставался бы таким же индетерминистичным, какой он есть, даже в том случае, если бы не было “наблюдающих” субъектов, которые экспериментировали бы и взаимодействовали с ним» [18]. И мы можем добавить от себя, что события происходили бы, даже если бы наблюдающего объекта не было. Точка зрения Карла Поппера согласуется с исследованиями неустойчивых классических систем. Никто не может сомневаться в том, что приведенное в гл. 5 описание преобразования пекаря реалистическое. Но оно вместе с тем является и статистическим. Наша цель состоит в том, чтобы показать, что квантовая теория неустойчивых динамических систем также приводит к описанию, которое является одновременно и статистическим, и реалистическим и к тому же позволяет осуществить программу Гейзенберга, т. е. решить задачу на собственные значения в квантовой механике для «неинтегрируемых» систем. Но для этого необходима альтернативная формулировка квантовой теории.

Глава 8

Статистическое описание микромира

1. Сводимые и несводимые статистические описания

Традиционная формулировка законов физики дается в терминах траекторий (в классической физике) или волновых функций (в квантовой механике). Но почти сто лет назад Гиббс и Эйнштейн ввели еще один тип описания — статистическое описание в терминах ансамблей. Гиббс и Эйнштейн заменили описание отдельной динамической системы описанием ансамбля систем, которые все соответствуют одному и тому же гамильтониану [1]. Для введения «ансамблевой» точки зрения были две основные причины. Во-первых, описание в терминах ансамбля позволяло удобно вычислять средние значения. Во-вторых, понятие ансамбля было необходимо для описания системы, достигшей термодинамического равновесия. Как мы увидим из дальнейшего, термодинамические свойства можно понять только в терминах *ансамблей*, но отнюдь не в терминах *отдельных траекторий* или *волновых функций*. Ансамблевый подход применим ко всем динамическим системам, интегрируемым и неинтегрируемым, устойчивым и неустойчивым.

Основной величиной становится распределение вероятностей. Однако ничто не мешает вернуться как к предельному случаю — к описанию в терминах отдельных траекторий или волновых функций. Подход Гиббса—Эйнштейна — альтернативный, но *эквивалентный* способ представления законов физики. Именно поэтому мы называем его «сводимым» статистическим описанием.

В отличие от такого описания мы познакомимся в гл. 9–10 с «несводимыми» статистическими описаниями хаотических систем (классических или квантовых), не применимых к отдельным траекториям или волновым функциям. Несводимые статистические описания позволяют вывести новые свойства, характеризующие необратимое приближение к равновесию. Если подход Гиббса—Эйнштейна представляет собой переформулировку общепринятых законов природы в статистической форме, то *несводимые* статистические описания приводят к альтернативной формулировке законов природы. А поскольку новая альтернативная формулировка использует многие фундаментальные понятия подхода Гиббса—Эйнштейна, мы хотим начать с краткого обзора этих понятий.

2. Ансамбли в классической физике

Как и в гл. 5 и 6, мы вводим фазовое пространство, координатами которого являются координаты положения $q_1, \ldots, q_s$ и импульсы $p_1, \ldots, p_s$ частиц. Как и прежде, каждому состоянию системы соответствует точка в фазовом пространстве. Но в теории ансамблей Гиббса система представима «облаком» точек в фазовом пространстве. Это «облако» описывается непрерывным распределением в фазовом пространстве $\rho(q_1, \ldots, q_s, p_1, \ldots, p_s, t)$. Надлежащим образом нормированная (интеграл от плотности по всему фазовому пространству считается равным единице), плотность $\rho(q_1, \ldots, q_s, p_1, \ldots, p_s, t)$ задает распределение вероятности найти представляющую точку системы в момент времени t в элементе объема $dq_1, \ldots dq_s, dp_1, \ldots, dp_s$ фазового пространства.

Каждая точка фазового пространства движется во времени по динамической траектории. Каждому начальному условию соответствует своя траектория. Следовательно, две первоначально различные точки навсегда остаются различными. Иначе говоря, динамическая эволюция сохраняет число представляющих точек в фазовом пространстве. Это фундаментальное свойство приводит к теореме Лиувилля, которую мы уже излагали в гл. 5, п. 3. Эта теорема утверждает, что плотность ρ ведет себя как несжимаемая жидкость: для любой динамической системы объем области, занятой представляющими точками в фазовом пространстве, сохраняется в ходе эволюции. Однако, как уже упоминалось, теорема Лиувилля отнюдь не исключает изменения формы области, занятой представляющими точками.

Интерес к теории ансамблей очевиден. Коль скоро распределение вероятности ρ известно, мы можем вычислить среднее значение $\langle A \rangle$ любого свойства $A(q, p)$, зависящего от канонических переменных q, p, как

$$\langle A \rangle = \int A(q, p) \rho \, d\Gamma,$$

где $d\Gamma$ — элемент объема фазового пространства.

Обратимость теперь к эволюции распределения вероятности во времени. Она определяется так называемым *уравнением Лиувилля*, которое следует из классической гамильтоновой динамики. Вывод теоремы Лиувилля приводится в любом учебнике статистической механики, и мы не будем воспроизводить его. Запишем уравнение Лиувилля, используя операторный формализм, введенный нами в предыдущей главе для квантовой механики. В операторной записи уравнение Лиувилля имеет вид

$$i \frac{d\rho}{dt} = L\rho,$$

т. е. производная от ρ по времени определяется действием на ρ оператора Лиувилля L (обратите внимание на аналогию с уравнением Шрёдингера). Явный вид оператора Лиувилля может быть выведен из гамильтониана, но сейчас не представляет для нас интереса. Следует заметить, однако, что, как и операторы квантовой механики, оператор Лиувилля эрмитов.

Использование операторного формализма в классической статистической механике позволяет нам применять к классическим системам методы, разработанные для квантовых систем: определение собственных функций и собственных значений для оператора Лиувилля. Такой подход был введен Купманом [2] и широко применяется с тех пор [3].

Как и в квантовой механике, центральную роль в классической статистической механике играет гильбертово пространство. Рассмотрим функции f, g, определенные в фазовом пространстве q, p. Так же, как в квантовой механике, мы можем определить скалярное произведение

$$\langle f|g\rangle = \int d\Gamma f^*(q,p)g(q,p)$$

и норму $\|f\|^2$. Единственное отличие состоит в том, что рассматриваемые функции на этот раз зависят и от координат, и от импульсов.

Как и в квантовой механике, мы можем рассмотреть задачу на собственные значения

$$L|\varphi_n\rangle = l_n|\varphi_n\rangle.$$

Поскольку L — эрмитов оператор, его собственные значения l_n вещественны. Кроме того, мы предполагаем, что собственные функции φ_n образуют полную ортонормированную систему. Используя ее, мы можем разложить функцию распределения ρ по $|\varphi_n\rangle$:

$$\rho = \sum c_n|\varphi_n\rangle.$$

Эволюция во времени определяется соотношением $\rho(t) = U(t)\rho(0) = e^{-iLt}\rho(0)$. Как и в квантовой механике, $U(t)$ — унитарный оператор, поэтому

$$\rho(t) = \sum c_n e^{-il_n t}|\varphi_n\rangle.$$

Таким образом, распределение вероятности разлагается в сумму независимо развивающихся во времени мод, каждая из которых входит с весом c_n, постоянным во времени. Поскольку собственные значения вещественны, каждая собственная мода вращается в фазовом пространстве. Единственное отличие от квантовой механики состоит в том, что в данном случае каждая мода вносит вклад непосредственно в вероятность ρ, а не в амплитуду вероятности ψ, как в квантовой механике.

Мы сталкиваемся здесь с основной трудностью любой теории необратимых процессов. Вращение по фазе сохраняет симметрию во времени. Чтобы получить *нарушение* симметрии во времени, было бы необходимо иметь *комплексные* собственные значения

$$l_n = l_n^{(1)} - il_n^{(2)}.$$

Тогда

$$e^{-il_n t} = e^{-il_n^{(1)}t} e^{-l_n^{(2)}t},$$

и второй множитель порождает экспоненциальное затухание. Но это невозможно, поскольку мы имеем дело с эрмитовым оператором и используем формализм гильбертова пространства.

Одна из возможностей, к принятию которой склоняются многие авторы, состоит в утверждении, что, поскольку уравнение Лиувилля обратимо во времени, необратимость возникает в результате грубой зернистости, т. е. приближенного описания. Но тогда мы снова возвращаемся к парадоксу времени. Решить его можно только двумя способами: выбрать в качестве исходных новые уравнения движения, с самого начала содержащие необратимость, или отказаться от гильбертова пространства. Хаотические системы позволяют нам реализовать вторую возможность.

Заметим, что попутно мы восстанавливаем классификацию Пуанкаре. Как мы уже знаем, предложенная Пуанкаре классификация систем на интегрируемые и неинтегрируемые исходит из представления гамильтониана в виде

$$H = H_0 + \lambda V.$$

Такому гамильтониану соответствует оператор Лиувилля вида

$$L = L_0 + \lambda L_\nu.$$

Как и в случае квантовой механики, задача на собственные значений оператора Лиувилля разрешима только для ограниченного класса динамических систем (для интегрируемых систем). Действительно, используя теорию возмущений и разлагая φ_n и l_n по степеням параметра λ:

$$\varphi_n = \varphi_n^{(0)} + \lambda\varphi_n^{(1)} + \ldots$$

и

$$l_n = l_n^{(0)} + \lambda l_n^{(1)} + \ldots,$$

мы снова встречаемся с «опасными» малыми знаменателями вида $1/(l_n - l_m)$, которые в случае резонансов $l_n = l_m$ приводят к расходимостям.

Для интегрируемых систем решение уравнений движения или уравнения Лиувилля — эквивалентные задачи. А как обстоит дело в случае неинтегрируемых систем? Здесь мы воочию видим всю важность понятия *несводимого* статистического описания. Системы, определяемые как неинтегрируемые в рамках классической динамики, перестают быть таковыми в рамках теории ансамблей, как мы увидим в гл. 9 и 10. Однако новые решения уравнения Лиувилля для распределения вероятности ρ не сводятся к описанию отдельной системы. Таким образом, в случае хаотических систем теория ансамблей приводит к новым элементам, необходимым для решения парадокса времени.

3. Ансамбли в квантовой теории

Теория ансамблей Гиббса легко обобщается на случай квантовой теории. Необходимо лишь принять во внимание некоторые формальные изменения, связанные с тем, что в квантовой теории гильбертово пространство содержит только половину переменных, входящих в определение классического фазового пространства.

Мы знаем, что волновая функция ψ задает амплитуду вероятности. Соответствующая вероятность равна $|\psi|^2$. В обозначениях Дирака (бра- и кет-векторы) величину ρ, называемую *матрицей плотности*, можно представить в виде $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$. Это — оператор, действующий на элементы гильбертова пространства. Такое определение соответствует *чистому состоянию*. Более общо, мы можем рассмотреть случай, когда ρ соответствует смеси различных волновых функций u_k со статистическими весами g_k, (вес g_k, заключен между 0 и 1, сумма весов g_k, по k равна 1).

Как и в классическом случае, матрица плотности удовлетворяет уравнению Лиувилля

$$i\,\frac{\partial\rho}{\partial t} = L\rho.$$

Различие — только в явном виде оператора Лиувилля (т. е. в его связи с гамильтонианом), к чему мы еще вернемся. В квантовой механике уравнение для матрицы плотности называется уравнением фон Неймана, а L — оператором Лиувилля–фон Неймана.

Как и прежде, мы можем определить гильбертово пространство. Как и прежде, L — эрмитов оператор. Замечания, сделанные в п. 2 относительно классического оператора Лиувилля, остаются в силе. Существует лишь небольшое формальное различие. Так как L — оператор, действующий на матрицы плотности (а не на волновые функции), его обычно называют *супероператором*.

Для интегрируемых классических систем решение задачи на собственные значения оператора L приводит к траекториям. В интересующем нас сейчас случае ситуация аналогична. В квантовой механике, если задача на собственные значения для гамильтониана H решена, то мы можем решить ее и для L и представить решение в терминах волновых функций. Как было показано выше, для квантовых систем с дискретным спектром никаких трудностей не возникает. Но когда мы переходим к квантовым системам с непрерывным спектром и непрерывными множествами резонансов, применима классификация Пуанкаре. В общем случае не существует конструктивного метода решения задачи на собственные значения ни для H, ни для L.

Ситуация резко меняется при переходе к неинтегрируемым системам. Наши методы позволяют построить *матрицы плотности, которые неприводимы*, т. е. эволюцию во времени этих матриц невозможно описать с помощью волновых функций. Этот шаг имеет фундаментальное значение, так как указывает на ограниченный характер современной квантовой теории (которая является теорией волновых функций) и заменяет ее квантовой теорией матриц плотности.

Но прежде чем приступить к изложению наших методов, обсудим теорию ансамблей применительно сначала к равновесным системам, а затем к неравновесным условиям. На уровне отдельных траекторий или волновых функций различие между равновесием и неравновесием не имеет смысла. Именно поэтому теория ансамблей служит естественным отправным пунктом для новой формулировки динамики.

4. Равновесные ансамбли

Теория ансамблей в руках Гиббса и Эйнштейна была предназначена главным образом для достижения лучшего понимания равновесной термодинамики в терминах равновесных ансамблей — частных решений уравнений Лиувилля–фон Неймана, соответствующих условию

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0.$$

И в классической, и в квантовой механике такие решения существуют, когда ρ — функция только гамильтониана.

Рассмотрим сначала классические системы. Построим ансамбль, в котором все системы имеют одну и ту же энергию E. Функция распределения в этом случае равна нулю во всем фазовом пространстве за исключением поверхности $H(p, q) = E$. На самой поверхности функция распределения постоянна. Это называется *микроканоническим ансамблем*. Гиббс показал, что такие ансамбли удовлетворяют законам равновесной термодинамики. Кроме того, Гиббс рассмотрел другие ансамбли, например *канонический ансамбль*, в котором все системы взаимодействуют с резервуаром, находящимся при температуре T. В этом случае мы получаем функцию распределения, которая экспоненциально зависит от гамильтониана; матрица плотности пропорциональна $e^{-H/kT}$, где T — температура резервуара, k — универсальная постоянная (постоянная Больцмана), делающая показатель экспоненты безразмерным. Аналогичные соображения применимы и к квантовой механике. Микроканонический ансамбль соответствует в квантовой теории матрице плотности ρ, образуемой суперпозицией всех волновых функций (с равными весами) при заданной энергии E. Вообще говоря, существует много (даже бесконечно много) волновых функций с одной и той же энергией. Таким образом, микроканонический ансамбль соответствует смешанному (см. гл. 7, п. 4), а не чистому состоянию. Аналогичная ситуация возникает и в случае канонического ансамбля, когда ρ экспоненциально зависит от гамильтониана. И в этом случае получается смешанное состояние.

Коль скоро равновесное распределение задано, мы можем вычислить все термодинамические равновесные свойства: давление, удельную теплоемкость и т. д. Мы можем даже выйти за рамки макроскопической термодинамики, поскольку ничто не мешает нам вычислять флуктуации равновесных величин. По общему мнению, в обширной области равновесной «статистической» термодинамики не осталось каких-либо концептуальных трудностей. Что же касается вычислительных трудностей, то они могут быть в значительной мере преодолены с помощью численного моделирования. Таким образом, применение теории ансамблей к равновесным ситуациям оказалось весьма успешным. Но такие термодинамические величины, как энтропия, обладают фундаментально важными свойствами и вне равновесия. Но как, в частности, можно понять в терминах теории ансамблей приближение к равновесию?

Интегрируемые системы не могут приближаться к равновесию, поскольку для таких систем все переменные действия $J_1, \dots, J_s$, являются инвариантами движения: если первоначально ρ есть функция только переменных действия, то эта функция остается постоянной во времени и не может эволюционировать в функцию только энергии, как в случае микроканонических или канонических распределений. Именно по этой причине Максвелл и Больцман ввели понятие *эргодичности*. По определению, эргодической называется система, которая с течением времени сколь угодно близко подходит к любой точке на энергетической поверхности. Поэтому в пределе, при больших временах, средние от динамических свойств по времени совпадают со средними по ансамблю. В руках фон Неймана, Биркгофа и других исследователей эргодическая теория превратилась в самостоятельный раздел современной математики.

Интегрируемые системы не эргодичны. Дает ли в таком случае эргодическая теория ответ на интересующий нас вопрос? Мы не думаем, что это так. Эргодическая теория и ее различные обобщения позволяют нам сделать важные заключения о поведении динамических систем при больших временах (безразлично, при $t \to +\infty$ или при $t \to -\infty$, но не дают никакой информации относительно поведения системы при конечных временах. В частности, эргодическая теория ничего не говорит о том, как система ведет себя на временах релаксации — (конечных) характерных временах, соответствующих возвращению возмущенных систем к равновесию.

Между тем именно поведение систем на конечных временах является центральной математической проблемой необратимости. Нам нужна обобщенная спектральная теория, включающая в спектр такие диссипативные свойства, как времена жизни, времена релаксации и т. д. Основное достижение полученного нами решения парадокса времени и состоит в том, что нам удалось построить такое комплексное спектральное представление для неустойчивых динамических систем.

Мы уже отмечали, что в случае квантовых систем существует *замечательный параллелизм между коллапсом волновой функции и проблемой приближения к равновесию*. Мы видели, что равновесные микроканонические или канонические ансамбли соответствуют смешанным состояниям. Как получить смешанное состояние, если мы начинаем с чистого состояния? Как и в проблеме измерения, нам необходимо перейти от описания в терминах волновых функций (уравнения Шрёдингера) к матрице плотности. Можно было бы надеяться, что применение теории ансамблей позволит исключить проблему. Но это не так: решение уравнения Лиувилля для матрицы плотности в гильбертовом пространстве не описывает приближение к равновесию. К этой проблеме мы вернемся в гл. 10.

5. Поток корреляций

Вернемся к преобразованию пекаря, которое мы рассматривали в гл. 5. Несмотря на то, что уравнения движения обратимы во времени, эволюция распределения вероятности различает прошлое и будущее. Мы видели, что при $t \to -\infty$ получаются расположенные на небольшом расстоянии друг от друга *вертикальные* полосы, а при $t \to +\infty$ — *горизонтальные* полосы.

А что происходит в ансамбле Гиббса? Существует ли здесь также естественное упорядочение событий во времени? Как мы увидим в этом разделе, существует. Это упорядочение во времени основано на рождении и распространении корреляций между частицами.

Как было показано в гл. 1, при выводе $\mathcal{H}$-теоремы Больцмана основной величиной является распределение скоростей $f(v,t)$. Используя кинетическую теорию, Больцман показал, что для разреженных газов распределение скоростей эволюционирует до тех пор, пока не достигает равновесного распределения скоростей Максвелла—Больцмана. Больцман показал, что знаменитая $\mathscr{H}$-функция, которую он определил как $\int f(v,t) \ln f(v,t)\, dv$, монотонно убывает, когда распределение скоростей $f(v,t)$ стремится к равновесному распределению скоростей. Именно эту $\mathscr{H}$-функцию Больцман рассматривал как микроскопический аналог энтропии (или, точнее, энтропии, взятой со знаком минус, так как $\mathscr{H}$-функция со временем убывает, а энтропия возрастает).

В настоящее время компьютерное моделирование позволяет проверить правильность заключения Больцмана. Рассмотрим в качестве примера ансамбль твердых шаров или, для упрощения вычислений, твердых дисков [4]. Уравнения движения могут быть решены численно на компьютере. Они описывают свободное движение дисков, время от времени прерываемое столкновениями. В результате столкновений распределение скоростей $f(v,t)$ эволюционирует во времени.

В численном эксперименте, представленном на рис. 8.1, начальное распределение скоростей соответствует неравновесной ситуации. Скорости частиц, а следовательно распределение скоростей $f(v,t)$ и значение $\mathscr{H}$-функции, мы вычисляем через равные промежутки времени. Результаты проведенного численного эксперимента подтверждают, что $\mathscr{H}$-функция монотонно убывает (если пренебречь флуктуациями, обусловленными конечным числом частиц в популяции) до тех пор, пока не будет достигнуто равновесие. В состоянии равновесия мы в полном соответствии с предсказанием Больцмана приходим к распределению

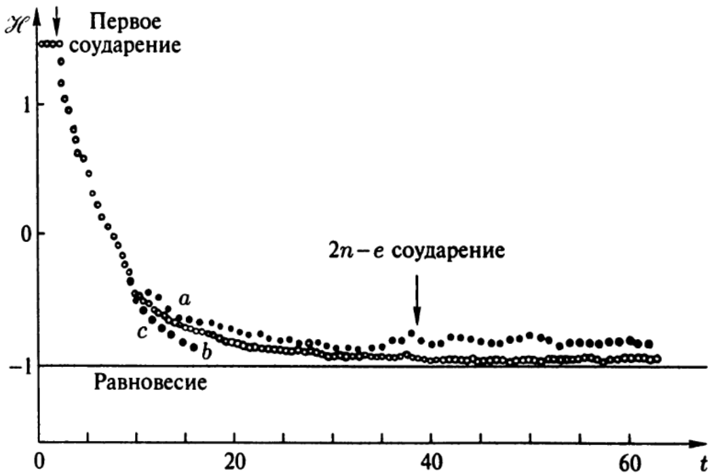


Рис. 8.1. Компьютерное моделирование эволюции $\mathscr{H}$-функции Больцмана: $n = 100$ (ветвь *a*); $n = 484$ (ветвь *b*); $n = 1225$ (ветвь *c*).

скоростей Максвелла—Больцмана. Таким образом, численные эксперименты подтверждают наличие необратимых процессов на микроскопическом уровне.

Но, как мы знаем, теорема Больцмана подверглась критике на том основании, что она противоречит обратимым во времени законам динамики. Лошмидт выдвинул возражение, сославшись на то, что обращение всех скоростей привело бы к столкновениям, в результате которых система вернулась бы в исходное состояние, Таким образом, обращение скоростей означало бы, что для каждой «больцмановской» эволюции к равновесию существовала бы другая эволюция, уменьшающая энтропию!

Обратимся снова к численному моделированию. Численное моделирование позволяет нам осуществить эксперимент с обращением скоростей, который во времена Больцмана мог быть только мысленным экспериментом. На рис. 8.2 показана эволюция системы твердых дисков для случая, когда после нескольких столкновений скорости дисков обращены. Заметим, что значения $\mathscr{H}$-функции в этом случае временно возрастают. На первый взгляд, возражение Лошмидта кажется вполне обоснованным: поведение $\mathscr{H}$-функции обусловлено конкретным выбором начального состояния!

Но присмотревшись к рис. 8.2 внимательнее, мы заметим, что в действительности стрела времени все еще доминирует. Обращение

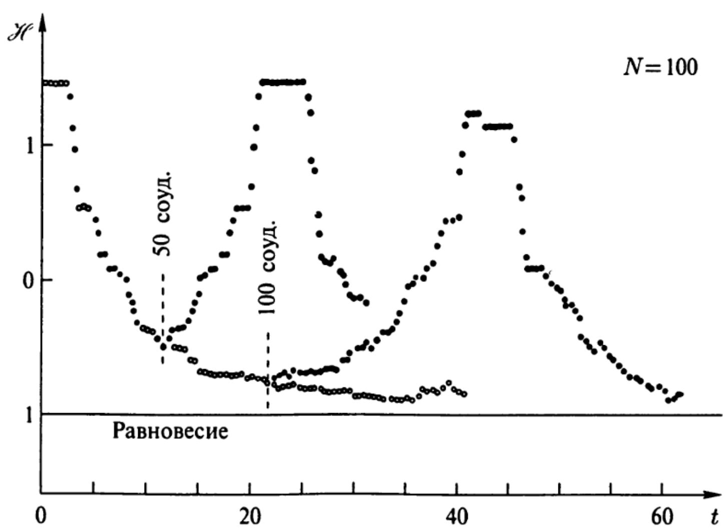


Рис. 8.2. Компьютерное моделирование эксперимента с обращением скоростей после 50 или 100 столкновений.

скоростей оказывает лишь временное, преходящее действие. Кроме того, если обращение скоростей происходит по прошествии более длительного промежутка времени (т. е. после большего числа столкновений), то $\mathcal{H}$-функция возвращается не к своему начальному значению, а к некоторому меньшему значению. Разумеется, если бы мы воспользовались более мощным компьютером, то разность значений $\mathcal{H}$-функций можно было бы несколько уменьшить. Но при больших временах проблема возникла бы снова. Чем более многочисленны столкновения перед обращением скоростей, тем труднее «приготовить» систему, которая бы вернулась в исходное состояние. Иначе говоря, мы снова сталкиваемся с существованием временного горизонта (время релаксации, т. е. среднее время между двумя последовательными столкновениями, в данном случае является аналогом времени Ляпунова). Существует своего рода «энтропийный барьер», не позволяющий нам восстановить начальное состояние с помощью обращения скоростей по прошествии достаточно продолжительной эволюции.

Но вернемся к определению динамических корреляций. Понятие корреляции было введено Больцманом после того, как Лошмидт высказал свое возражение на основе обращения времени. Больцман попытался воспользоваться корреляциями, чтобы описать различие между начальными состояниями, приводящими к «больцмановскому» поведению, и начальными состояниями, приводящими к «антибольцмановской» эволюции. Первоначальные аргументы Больцмана были основаны на гипотезе «молекулярного хаоса», согласно которой частицы до столкновения независимы*. Обращение скоростей приводит к «антибольцмановскому» поведению, поскольку нарушает гипотезу молекулярного хаоса. Если мы обратим скорости, то описание новой ситуации должно учитывать, что сталкивающиеся частицы не являются более независимыми. Обращение скоростей, так сказать, «пробуждает память» о столкновениях, предшествовавших обращению скоростей. Иначе говоря, столкновения не только изменяют распределение скоростей, но и *создают* корреляции между частицами (рис. 8.3), и эти корреляции обусловливают различие между больцмановской и антибольцмановской эволюциями. Антибольцмановская

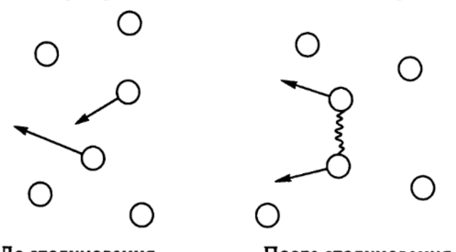
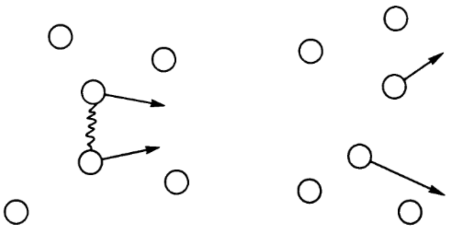


Рис. 8.3. Столкновение, приводящее к возникновению корреляции (волнистая линия).

* Используемый здесь термин «хаос» не следует путать с понятием хаоса, описывающим динамическую неустойчивость.

эволюция, которую мы наблюдаем в компьютерных экспериментах, соответствует столкновениям, *разрушающим* корреляции (рис. 8.4).



До столкновения После столкновения

Рис. 8.4. После обращения скоростей столкновение между двумя частицами разрушает корреляции, существовавшие до столкновения (волнистая линия).

Не следует путать корреляции и межчастичные взаимодействия. Мы уже вводили корреляции при рассмотрении макроскопических неравновесных ситуаций (гл. 3). Как было показано, неравновесные состояния характеризуются дальними корреляциями. Теперь мы рассмотрим корреляции на микроскопическом динамическом уровне. Как и прежде, существенное различие между межчастичными взаимодействиями и корреляциями состоит в том, что взаимодействия (или потенциальная энергия) являются частью определения системы, задаваемого гамильтонианом. Теперь же мы рассматриваем возникновение корреляции в ходе динамических процессов. Ближайшая аналогия с корреляциями, которую можно привести, — это «общение». Когда люди встречаются, они «общаются» и, расставшись, помнят о состоявшейся встрече. Кроме того, когда участники встречи встречаются затем с другими людьми, какие-то результаты их первой встречи распространяются, т. е. передаются все большему числу людей. Аналогично, в системе сталкивающихся частиц мы имеем поток корреляций: парные столкновения, т. е. столкновения между двумя частицами, тройные столкновения и т. д. (рис. 8.5).

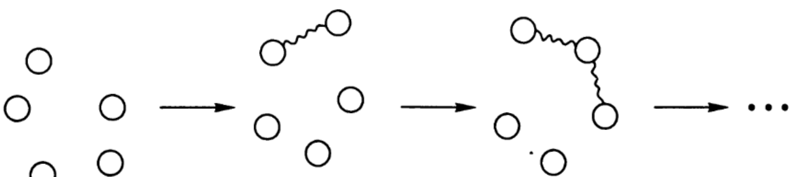


Рис. 8.5. Последовательные столкновения порождают парные, тройные..., n-е корреляции между частицами.

Именно поток корреляций и является ключом к различию между больцмановской и антибольцмановской эволюциями.

Существует также тесная взаимосвязь между потоком корреляций и классификацией Пуанкаре систем на интегрируемые и неинтегрируемые. Такую взаимосвязь можно было бы ожидать, так как столкновения

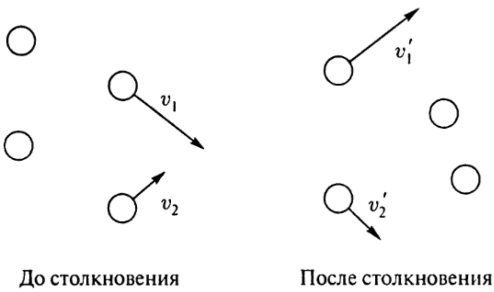


Рис. 8.6. Столкновение как резонансная передача энергии.

являются следствием резонансов. Столкновения соответствуют резонансному переносу энергии. Столкновение двух частиц со скоростями v_1 и v_2 приводит к новым скоростям v_1' и v_2' при сохранении полной энергии и полного импульса (рис. 8.6). Столкновения не ограничиваются разреженными газами, а происходят во всех состояниях материи, будь то газы, жидкости или твердые тела. Все системы, изучаемые неравновесной статистической механикой, являются неинтегрируемыми в смысле Пуанкаре.

Поясним взаимосвязь между корреляциями и неинтегрируемостью более подробно. Мы будем рассматривать классическую динамическую ситуацию, но наши соображения применимы и к квантовой теории.

Для этого нам необходимо вернуться к описанию на основе теории ансамблей, в которой центральную роль играет величина $\rho(q_1, \ldots, q_n, p_1, \ldots, p_n, t)$ — вероятность обнаружить систему в момент времени t в точке $(q_1, \ldots, q_n, p_1, \ldots, p_n)$ фазового пространства.

Проанализируем информацию, содержащуюся в $\rho(q_1, \ldots, q_n, p_1, \ldots, p_n, t)$ [5]. Проинтегрировав эту функцию по координатам, мы получим функцию $\rho_0(p_1, \ldots, p_n, t)$, содержащую информацию только об импульсах. Действительно, по определению, в ρ_0 не содержится никакой информации о положении частиц или об их корреляциях в пространстве. Именно поэтому мы называем ρ_0 *вакуумом корреляций*.

Мы можем также определить функцию $\rho_1(q_i, p_1, \ldots, p_n, t)$, содержащую помимо информации об импульсах информацию о пространственном положении i-й частицы, и функцию $\rho_2(q_i, q_j, p_1, \ldots, p_n, t)$, содержащую информацию о положениях двух частиц i и j. В результате взаимодействий между частицами положения частиц i и j не будут независимыми. Следовательно, ρ_2 содержит информацию о парных столкновениях. Аналогично, ρ_3 содержит информацию о тройных корреляциях, т. е. о корреляциях групп, состоящих из трех частиц. Короче говоря, мы можем разложить ρ на вакуум корреляций ρ_0 и *состояния корреляций* $\rho_2, \rho_3, \ldots$.

Применим приведенные выше соображения к квантовой механике. Отличие от сказанного состоит в том, что в квантовой механике мы не можем использовать координаты и импульсы, а должны выбрать что-нибудь одно: либо координаты, либо импульсы. Остановим свой выбор на импульсах. Матрице плотности соответствует матричное представление в терминах импульсов вида $\rho(p_1, \ldots, p_n, p'_1, \ldots, p'_n)$. Мы имеем диагональные элементы с $p_1 = p'_1$, $p_2 = p'_2, \ldots$ и недиагональные элементы, у которых по крайней мере одно из этих соотношений нарушено. Мы можем ввести аналогию с классическим разложением ρ. В квантовой механике вакуум корреляции ρ_0 соответствует диагональным элементам матрицы ρ, а ρ_ν — недиагональным элементам, в которых ν переменных $p'_1, p'_2, \ldots, p'_\nu$ отличны от $p_1, p_2, \ldots, p_\nu$.

Вернемся к классическому случаю. Так как речь идет о распределении одних лишь скоростей, $\mathcal{H}$-теорема Больцмана ограничена описанием систем в терминах вакуума корреляций ρ_0. Такое описание ограничено достаточно разреженным газом, но даже оно, как мы видели, утрачивает силу после обращения скоростей: корреляции между частицами, испытавшими столкновения в прошлом, подтверждают гипотезу молекулярного хаоса.

Следует подчеркнуть, что различные состояния корреляций $\rho_0, \rho_2, \rho_3, \ldots$ известны по средним значениям наблюдаемых. Например, кинетическая энергия зависит только от импульсов отдельных частиц, поэтому ее среднее значение содержит только ρ_0. Потенциальная энергия зависит от попарных расстояний между частицами и поэтому связана с ρ_2. В общем случае наблюдения зависят только от небольшого числа координат и импульсов и, следовательно, от небольшого числа корреляций.

Как сказываются такие взаимодействия, как столкновения, на состояниях корреляций? Здесь мы подходим к проблеме динамики и корреляций. Мы знаем, что столкновения создают корреляции. Когда частица, уже коррелированная с другой частицей, сталкивается с третьей частицей, возникает тройная корреляция и т. д. Более общо, в результате взаимодействий различные состояния корреляций переходят друг в друга.

Теперь уже нетрудно понять взаимосвязь между потоком корреляций и теоремой Пуанкаре. Интегрируемые системы — это системы, в которых мы можем исключить взаимодействия. Поэтому исключается и поток корреляций. Следовательно, если эволюция какой-нибудь интегрируемой системы начинается с вакуума корреляций, то в ходе эволюции никогда не возникнут парные, тройные и т. д. корреляции. В интегрируемых системах состояния корреляций эволюционируют независимо друг от друга. Потока корреляций в интегрируемых системах не существует.

Интегрируемые системы обладают еще одним свойством: вакуум корреляций ρ_0 (зависящий только от импульсов или переменных действия) остается неизменным во времени. Это свойство мы докажем в гл. 10. Аналогичное свойство имеет место и в квантовой механике. У систем, для которых задача Гейзенберга на собственные значения для их гамильтониана может быть разрешена, все диагональные элементы матрицы плотности постоянны. И в том, и в другом случае не может быть приближения к равновесию, поскольку для этого матрица плотности ρ должна была бы стать функцией только энергии (вспомним, например, микроканонический ансамбль, см. п. 4).

В отличие от интегрируемых систем в неинтегрируемых системах Пуанкаре существует непрерывный процесс рождения корреляций. Неинтегрируемость означает, что мы не можем исключить поток корреляций с помощью любого (канонического) преобразования. Поток корреляций, как и все необратимые процессы, носит внутренний характер.

Кроме того, вакуум корреляций становится зависящим от времени. Таким образом, мы можем заключить, что кинетические уравнения типа уравнений Больцмана могут выполняться только для «неинтегрируемых» систем, будь то классические или квантовые системы.

6. Неравновесная статистическая механика

В п. 5 мы привели качественное описание эволюции распределения вероятности в терминах рождения и распространения корреляций. Можем ли мы пойти дальше? Рассмотрением подобных вопросов занимается раздел физики, получивший название неравновесной статистической механики и берущий свое начало из работ Больцмана.

Для слабых взаимодействий и на больших временах можно вывести замкнутое уравнение для вакуума корреляций (или для функции распределения скоростей). Рассмотрим предел $\lambda \to 0$ для константы связи вместе с пределом $t \to \infty$, потребовав, чтобы величина $\lambda^2 t$ оставалась конечной. Это условие соответствует так называемому пределу Ван Хова [6]. Получающееся в результате замкнутое уравнение для ρ_0 называется основным кинетическим уравнением (master equation). Описание в пределе Ван Хова приводит к таким хорошо известным кинетическим уравнениям, как уравнение Фоккера—Планка (для слабых взаимодействий), уравнение Больцмана (для разреженных газов) и уравнение Паули (для слабых взаимодействий в квантовом случае).

Все эти уравнения обладают нарушенной симметрией во времени. Таким образом, основное кинетическое уравнение оказывается связанным с выделенным направлением времени. Исходя из основного кинетического уравнения, мы можем вывести $\mathcal{H}$-теорему, но предел Ван Хова ($\lambda \to 0$, $t \to \infty$, $\lambda^2 t$ — конечная величина) вынуждает нас оставаться в той же области, в которой справедлива теорема Больцмана (т. е. в области разреженного газа). Даже в столь ограниченной области ситуация далеко не ясна. Рассмотрим случай квантовой механики. Мы видели, что на уровне уравнения Шрёдингера необратимые процессы не существуют. Как же возникает необратимость в пределе Ван Хова?

Величина ρ_0 относится к диагональным элементам матрицы плотности. Основное кинетическое уравнение замкнуто для диагональных элементов, в то время как квантовомеханическое уравнение Лиувилля, опирающееся на уравнение Шрёдингера, смешивает диагональные и недиагональные элементы.

Ситуация становится еще более неясной, когда мы выходим за рамки предела Ван Хова. Еще в начале 60-х гг. было показано, что в случае отказа от предела Ван Хова основное кинетическое уравнение подлежит основательной модификации [7]. Временна́я эволюция вакуума корреляций $\rho_0(t)$ в момент времени t зависит в этом случае от вакуума корреляций $\rho_0(t')$ во все времена t', предшествующие t, в отличие от марковского основного кинетического уравнения, в котором $\rho_0(t)$ зависит только от мгновенных значений переменных. Мы получаем уравнение, которое часто называют обобщенным основным кинетическим уравнением. Возникают эффекты памяти. Эволюция вакуума корреляций или распределения скоростей в момент времени t зависит теперь от предыстории системы. Существование немарковских эффектов было подтверждено численными экспериментами. Было показано, что немарковские эффекты, особенно на больших временах, приводят к отклонениям от простого экспоненциального поведения [8].

Новые эффекты, содержащиеся в обобщенном основном кинетическом уравнении, делают весьма проблематичным само существование $\mathscr{H}$-функции, так как такая функция должна была бы монотонно убывать во времени, каким бы ни было прошлое. Следует ли из этого вывод о том, что динамическая интерпретация необратимости, если таковая вообще возможна, должна ограничиваться слабо связанными, разреженными или разбавленными системами? Такое заключение представляется совершенно неприемлемым, так как неравновесная термодинамика применима к различным системам, будь то газы, жидкости или твердые тела. Мы можем заключить лишь, что традиционная неравновесная статистическая механика не привела к сколько-нибудь существенному продвижению в решении основной проблемы, сформулированной Больцманом и Планком, — формулировки второго начала термодинамики на микроскопическом динамическом уровне.

7. Парадокс времени в статистическом описании микромира

В п. 6 мы упоминали о том, что в случае слабого взаимодействия неравновесная статистическая механика приводит к хорошо известным кинетическим уравнениям. В области своей применимости эти уравнения находятся в полном согласии с экспериментальными данными. Например, они позволяют вычислять коэффициенты переноса для разреженных газов, в частности, коэффициенты диффузии.

Как такое возможно? И снова мы сталкиваемся с парадоксом времени. Как объяснить, что мы вынуждены вводить дополнительные предположения, лежащие за рамками динамики, при выводе кинетических уравнений? Как может быть, что эти предположения не нарушают согласия с экспериментом? Как объяснить противоположную ситуацию, состоящую в том, что чисто динамический подход без дополнительных предположений приводит к следствиям, находящимся в противоречии с экспериментом?

Замечательно, что в нашей новой формулировке динамики в терминах несводимого вероятностного представления эти кинетические уравнения становятся *точными* результатами, выводимыми из решения уравнения Лиувилля—фон Неймана для неинтегрируемых систем. Более того, равновесие (т. е. микроканонические ансамбли) предстают перед нами как *единственное* стационарное решение этого уравнения. Иначе говоря, наш подход позволяет слить в единое целое динамику, статистическую механику и термодинамику.

Как мы увидим из дальнейшего, наши результаты справедливы при выполнении двух условий: неинтегрируемости (точнее, для больших систем Пуанкаре (БСП)) и *неисчезающих взаимодействий*. Оба условия выполняются в неравновесной статистической механике, классической или квантовой. Кроме того, наш подход приводит к определению $\mathcal{H}$-функции, которая убывает, каким бы ни было прошлое, и обладает той же степенью общности, как и термодинамическая энтропия. Больцман и Планк были правы в своем убеждении, что необратимость — динамическое свойство, но не располагали математическим аппаратом, достаточно мощным для того, чтобы он был применим к неинтегрируемым динамическим системам. Именно к этому новому математическому аппарату мы сейчас и обратимся.

Часть IV

РЕШЕНИЕ ПАРАДОКСА ВРЕМЕНИ

Глава 9

Законы хаоса

1. Оснащенные гильбертовы пространства

В гл. 5 мы видели, что неустойчивость, хаос вынуждают нас отказаться от описания классической механики в терминах траекторий и перейти к описанию в терминах распределения вероятности. Примером может служить отображение сдвиг Бернулли, рассмотренное в гл. 5, п. 2. После n итераций вероятность найти траекторию в точке x равна $\rho_n(x)$. Следующая итерация преобразует ее в $\rho_{n+1}(x)$. Можно записать, что

$$\rho_{n+1}(x) = U\rho_n(x),$$

где U — оператор эволюции. Применительно к отображениям оператор эволюции называется оператором Перрона—Фробениуса. Нашей главной задачей будет исследование этого оператора и, в частности, его связи с временем Ляпунова, определяющим хаос. Интересующая нас задача тесно связана с проблемами, рассмотренными нами в гл. 7 и 8. В гл. 7 мы обсудили оператор эволюции $U(t) = e^{-iHt}$ в квантовой механике, а в гл. 8 — оператор $U(t) = e^{-iLt}$ в теории ансамблей. Было показано, что эти операторы унитарны (сохраняют скалярное произведение) и в рамках гильбертова пространства имеют собственные значения, равные по модулю единице, т. е. приводят к периодическим функциям времени типа e^{-iE_nt}. В отличие от этого мы ожидаем, что для хаотических систем оператор эволюции будет описывать приближение к равновесию и, следовательно, содержать время релаксации. Как мы уже неоднократно подчеркивали, для этого нам понадобятся *комплексные* спектральные представления.

В этой главе мы рассмотрим два примера: сдвиг Бернулли и отображение пекаря. Для сдвига Бернулли в гильбертовом пространстве спектральное отображение *не существует*. По причинам, с которыми мы познакомимся в п. 2, методы, изложенные в гл. 7 и 8, к оператору Перрона—Фробениуса для сдвига Бернулли оказываются неприменимыми. Чтобы найти собственные функции и собственные значения этого оператора, необходимо рассмотреть сильно нерегулярные функции, которые не являются квадратично интегрируемыми. Поэтому вместо гильбертова пространства мы перейдем к обобщенным пространствам (часто называемым оснащенными гильбертовыми пространствами) и получим комплексное спектральное представление оператора Перрона—Фробениуса для сдвига Бернулли. Кроме того, собственные значения этого оператора оказываются напрямую связанными с временем Ляпунова. Тем самым описание необратимых процессов, приводящих к равновесию, оказывается строго включенным в динамическое представление.

С иной ситуацией мы сталкиваемся в случае отображения пекаря. В гл. 5 было отмечено, что в отличие от необратимого сдвига Бернулли отображение пекаря соответствует динамической системе. При желании можно было бы получить для сдвига Бернулли спектральное представление его оператора Перрона—Фробениуса в гильбертовом пространстве. Однако собственные значения этого оператора (равные по модулю единице) не имели бы отношения к времени Ляпунова. Именно поэтому они не позволяют явно выразить хаотические свойства отображения пекаря. Однако недавно [1] было обнаружено, что хаотические динамические системы могут допускать дополнительные спектральные представления. Помимо спектрального представления оператора эволюции в гильбертовом пространстве мы можем построить для преобразования пекаря новое представление в обобщенном гильбертовом пространстве, которое связывает эволюцию во времени с временем Ляпунова и обладает нарушенной симметрией во времени. Как и в случае сдвига Бернулли, новое представление несводимо, поскольку оно неприменимо к отдельным траекториям.

Естественно возникает вопрос: какое представление «правильно»? С математической точки зрения оба представления вполне корректны. Однако новые представления позволяют продвинуться дальше, так как они включают в спектр оператора эволюции время Ляпунова, которое, как мы видели, характеризует временной горизонт хаотических систем. Новые представления позволяют описывать приближение к равновесию. Так как новые представления явно обнаруживают нарушение симметрии во времени, они включают необратимость на фундаментальном уровне описания (соответствующем оператору Перрона—Фробениуса).

Отображение пекаря — случай особый, несколько напоминающий ситуацию с моделью Фридрихса (см. гл. 7 и 10). Существует очень немного систем, для которых спектральные разложения известны и в гильбертовом, и в оснащенном гильбертовом пространстве.

В общем случае расходимости Пуанкаре не позволяют построить спектральное представление в гильбертовом пространстве, тогда как подход, который мы изложим в гл. 10, дает нам *систематический* метод построения спектрального представления в обобщенных пространствах.

Весьма важно, что новые представления несводимы. Неоднократно утверждалось, что хаос, связанный с чувствительностью к начальным условиям, приводит к «невычислимым» траекториям. Казалось, что это чисто техническая трудность. Как мы теперь знаем, причина оказалась гораздо более глубокой. Существует своего рода соотношение дополнительности между необратимостью на уровне статистических ансамблей, с одной стороны, и траекторий — с другой стороны.

Необратимость, выражаемая стрелой времени, — свойство статистическое. Она не может быть введена на уровне отдельных траекторий (или волновых функций) и поэтому требует радикального отхода от ньютоновской механики или ортодоксальной квантовой механики, в основе которых лежат понятия отдельной траектории и отдельной волновой функции. Еще Больцман понял, что необходим подход на основе ансамблей, или популяций. Теперь мы можем осуществить эту программу со всей математической строгостью.

Несводимый характер нового спектрального представления можно считать основным свойством хаотических систем, определением хаоса. Иначе говоря, динамическая система, классическая или квантовая, является хаотической, если ее описание не может быть сведено к исследованию отдельных траекторий или волновых функций. Такая формулировка представляется нам весьма естественным обобщением определения хаоса. Для отображений такое определение совпадает с существованием времени Ляпунова, т. е. временнóго горизонта. Но, как будет показано в гл. 10, наше определение расширяет рамки применимости понятия о хаосе гораздо в большей мере, чем это может показаться с первого взгляда.

Изложим теперь некоторые предварительные замечания по поводу обобщенных пространств [2]. Теория обобщенных пространств составляет обширную главу современной математики. Не вдаваясь в детали, мы намереваемся только дать общее представление о смысле вводимых новых понятий.

Напомним, что гильбертово пространство представляет собой обобщение обычного евклидова пространства на функциональное пространство (см. гл. 7). Как мы уже знаем, элементами гильбертова пространства служат квадратично интегрируемые функции. Основными понятиями теории гильбертовых пространств являются скалярное произведение $\langle f|g\rangle$ и норма функции $\|f\| = \sqrt{\langle f|f\rangle}$.

Поскольку теперь мы намереваемся описывать хаос, квадратично интегрируемых функций оказывается недостаточно. Важную роль играют сингулярные функции (называемые также обобщенными функциями, или распределениями в смысле Лорана Шварца). Примером обобщенной функции может служить δ-функция, введенная Дираком: $\delta(x - x_0)$ равна нулю при всех значениях x, кроме $x = x_0$, где она обращается в бесконечность. Основное свойство δ-функции состоит в том, что при интегрировании ее с *обычной* непрерывной функцией $g(x)$ она «вырезает» значение $g(x_0)$:

$$\int dx\, g(x)\delta(x - x_0) = g(x_0).$$

Ясно, что $\delta(x - x_0)$ не принадлежит гильбертову пространству, так как ее норма

$$\int dx\, \delta(x - x_0)\delta(x - x_0) = \delta(x_0)$$

бесконечна.

Однако мы можем обобщить скалярное произведение $\langle f|g\rangle$ так, чтобы распространить его и на обобщенные функции f, если выберем в качестве g подходящие (так называемые *пробные*) функции. Пробные функции обеспечивают сходимость скалярного произведения. В приведенном выше примере с $\delta(x - x_0)$ непрерывная функция $g(x)$ пробная. Как в гл. 7, мы можем определить действие оператора A на обобщенную функцию f с помощью соотношения

$$\langle Af|g\rangle = \langle f|A^+g\rangle$$

— оператор, сопряженный с оператором A, действует на непрерывную функцию. Такое соотношение вполне определено в том и только в том случае, если A^+g остается пробной функцией. Задачу на собственные значения мы также можем расширить с тем, чтобы включить в рассмотрение обобщенные функции f. Задача на собственные значения

$$A|f\rangle = \lambda|f\rangle$$

имеет смысл, если воспользоваться пробными функциями g, такими, что

$$\langle g|Af\rangle = \lambda\langle g|f\rangle.$$

Теперь мы подходим к важному вопросу. что означает действие оператора эволюции $U(t)$ на обобщенную функцию f? По определению,

$$\langle U(t)f|g\rangle = \langle f|U^+(t)g\rangle.$$

Как и в предыдущем случае, это соотношение имеет вполне определенный смысл только в том случае, если $U^+(t)g$ остается пробной функцией. Мы увидим, что для хаотических систем это условие, как правило, не выполняется ни при $t > 0$, ни при $t < 0$. Пробные функции для будущего отличаются от пробных функций для прошлого. Этот замечательный факт приводит к нарушению симметрии во времени и лежит в основе решения парадокса времени.

Завершим этот раздел одним замечанием. В этой главе мы займемся рассмотрением таких отображений, как сдвиг Бернулли и преобразование пекаря. Однако наш выбор не следует исторической последовательности событий. Сначала нам удалось разрешить парадокс времени для некоторых классов гамильтоновых систем, классических и квантовых. Однако изложение этих результатов потребовало бы исключения расходимостей Пуанкаре и, следовательно, привлечения дополнительных соображений. Что же касается исследования отображений, то оно гораздо проще, и поэтому мы предпочитаем начать с него. Тем не менее в п. 2 и 3 этой главы нам приходится пользоваться некоторыми специальными терминами, и те из читателей, которых не интересуют математические подробности, могут переходить прямо к п. 4.

2. Сдвиг Бернулли

В качестве первого примера проанализируем эволюцию во времени сдвига Бернулли. Как мы уже знаем, «уравнение движения» для сдвига Бернулли имеет вид

$$x_{n+1} = 2x_n \,(\mathrm{mod}\ 1),$$

что приводит к следующей явной форме оператора эволюции

$$\rho_{n+1} = U\rho_n = \frac{1}{2}\left[\rho_n\left(\frac{x}{2}\right) + \rho_n\left(\frac{x+1}{2}\right)\right].$$

(Читатель может без труда убедиться в правильности последнего выражения: траектория представлена δ-функцией $\delta(x - x_n)$, сдвиг Бернулли преобразует ее в $\delta(x - 2x_n)$ при $x_n \leqslant 1/2$ и в $\delta(x + 1 - 2x_n)$ при $1/2 < x \leqslant 1$.) Заметим, что если величина ρ_n постоянна и равна α, то ρ_{n+1} также постоянна: $U\alpha = \alpha$. Это равномерное распределение соответствует равновесию. Оно достигается при $n \to \infty$. Так как $\rho_n(x) = x$, то $\rho_{n+1}(x) = 1/4 + x/2$, и последующие итерации приводят к постоянной 3 [3], в чем мы уже успели убедиться на примере в гл. 5.

Рассмотрим теперь задачу на собственные значения для оператора эволюции U. Нетрудно проверить, что

$$U\left(x - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right).$$

Следовательно, $(x - 1/2)$ — собственная функция оператора U, соответствующая собственному значению $1/2$. Мы видим здесь существенное различие с задачами на собственные значения, которые были рассмотрены нами в гл. 7 и 8. Там все собственные значения оператора эволюции U были по модулю равны единицы, т. е. имели вид e^{ik}, где k — некоторое вещественное число. Здесь же мы имеем собственное значение $1/2 = e^{-\ln 2}$. Иначе говоря, мы получаем *комплексную* спектральную теорию (собственное значение соответствует $k = i\ln 2$). Кроме того, полученное собственное значение связано с показателем Ляпунова, который в точности равен $1/2 = e^{-\ln 2}$. Применение оператора U к функции $(x - 1/2)$ приводит к затуханию. Итерируя действие оператора U, мы получаем последовательность $(1/2)^n$, которая при $n \to \infty$ стремится к нулю.

Функция $x - 1/2$ принадлежит семейству многочленов, называемых *многочленами Бернулли* $B_n(x)$. Они являются собственными функциями оператора эволюции U с собственными значениями $(1/2)^n$, где n — степень многочлена. Если записать $\rho(x)$ в виде суперпозиции многочленов Бернулли, то многочлены высших степеней исчезают первыми, так как их коэффициенты затухания больше. Именно поэтому обобщенные функции так быстро выходят на константу. Приведем несколько многочленов Бернулли в явном виде [4]:

$$B_0(x) = 1;$$

$$B_1(x) = x - \frac{1}{2};$$

$$B_2(x) = x^2 - x + \frac{1}{6};$$

$$B_3(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{x}{2};$$

$$B_4(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - \frac{1}{30};$$

производящая функция:

$$G(x,t) = \frac{te^{xt}}{e^t - 1} = \sum_{n=0}^{\infty} B_n(x)\frac{t^n}{n!}.$$

На первый взгляд кажется, будто задача на собственные значения для сдвига Бернулли решена, но это не так. Чтобы увидеть, в чем здесь дело, рассмотрим оператор U^+, сопряженный с оператором U (напомним, что сопряженный оператор определяется соотношением $\langle Uf|g\rangle = \langle f|U^+g\rangle$). Используя приведенное выше выражение для U, нетрудно показать, что

$$U^+f(x) = f(2x) \quad \text{при} \quad 0 \leqslant x < \frac{1}{2}$$

и

$$U^+ f(x) = f(2x-1) \quad \text{при} \quad \frac{1}{2} \leqslant x \leqslant 1.$$

Кроме того, можно показать, что U^+ — изометрический оператор (см. гл. 7, п. 1). Он сохраняет скалярное произведение (в отличие от унитарного оператора изометрический оператор не допускает обратного: это следует из того, что сдвиг Бернулли — *необратимое* отображение). Нетрудно проверить, что задача на собственные значения

$$U^+ f(x) = \lambda f(x)$$

не имеет других решений в классе непрерывных функций, кроме постоянной. Таким образом, сдвиг Бернулли не имеет спектрального представления в гильбертовом пространстве. Однако U^+ имеет собственные функции и собственные значения в обобщенных пространствах. Например, обобщенная функция $[\delta(x-1) - \delta(x)]$ — собственная функция оператора U^+: она удовлетворяет соотношению

$$U^+[\delta(x-1) - \delta(x)] = \frac{1}{2}[\delta(x-1) - \delta(x)].$$

Следовательно, мы имеем собственную функцию оператора U^+, которая, однако, принадлежит к классу обобщенных функций. Обозначим ее $\mathbb{B}_1(x)$: она имеет такое же собственное значение, какое многочлен Бернулли имеет относительно оператора U. Существует целое семейство обобщенных функций $\mathbb{B}_n(x)$, которые являются собственными функциями оператора U^+ и соответствуют таким же собственным значениям $(1/2)^n$, как и многочлены Бернулли $B_n(x)$ в случае оператора U. Важно отметить, что, поскольку обобщенные собственные функции $\mathbb{B}_n(x)$ не имеют конечной нормы, как того требует гильбертово пространство, мы вынуждены перейти в обобщенное пространство. Другие обобщения будут приведены ниже. В гл. 7, п. 4 мы ввели ортонормированное семейство собственных функций. Небольшое обобщение приводит к биортонормированному семейству. В нашей задаче мы имеем семейство многочленов Бернулли $B_n(x)$ и семейство $\mathbb{B}_n(x)$ собственных функций оператора U^+ с одними и теми же собственными значениями $(1/2)^n$. Они удовлетворяют условиям ортогональности

$$\langle B_n | \mathbb{B}_{n'} \rangle = \delta_{nn'}$$

и условию полноты

$$\sum \left| B_n(x) \rangle \, \langle \mathbb{B}_n(x) \right| = 1,$$

поэтому мы говорим, что функции $B_n(x)$ и $\mathbb{B}_n(x)$ образуют биортонормированное семейство.

Как и в квантовой механике, мы можем разложить вероятность $\rho(x)$ по биортонормированному семейству функций:

$$\rho(x) = \sum \left|B_n(x)\right\rangle \left\langle \mathbb{B}_n(x)\middle|\rho(x)\right\rangle.$$

Но здесь имеется существенное ограничение: так как $\mathbb{B}_n(x)$ — обобщенные функции, $\rho(x)$ должна быть пробной функцией. Следовательно, $\rho(x)$ не может быть одиночной траекторией, так как в противном случае ей бы соответствовала δ — функция, для которой скалярное произведение $\left\langle \mathbb{B}_n(x)\middle|\rho(x)\right\rangle$ расходится.

Наша спектральная теория справедлива только для ансамблей траекторий. Это фундаментальный результат. Для хаотических систем (а сдвиг Бернулли — простейший из примеров таких систем) вероятностное описание надлежит строить не в гильбертовом, а в обобщенном пространстве, и оно несводимо. В этом — принципиальное отличие от подхода на основе теории ансамблей Гиббса-Эйнштейна, о котором шла речь в гл. 8: то описание было сводимо, так как сводилось к описанию отдельных траекторий.

Обращаясь снова к бра- и кет-обозначениям Дирака, мы можем теперь дать спектральное разложение операторов U и U^+. В терминах биортонормированной системы $B_n(x)$, $\mathbb{B}_n(x)$ получаем:

$$U = \sum \left|B_n(x)\right\rangle \frac{1}{2^n} \left\langle \mathbb{B}_n(x)\right|.$$

В правильности полученного разложения нетрудно убедиться, умножив обе части на $\left|B_n(x)\right\rangle$ и воспользовавшись соотношениями ортогональности. Важно сравнить полученный результат со спектральным представлением в квантовой механике, приведенным в гл. 7, п. 1. Как мы уже упоминали, основное различие состоит в том, что в наших новых спектральных представлениях появляются диссипативные эффекты, связанные с временем Ляпунова, в то время как в обычном спектральном представлении мы имеем дело с периодическими во времени ситуациями (собственные значения по модулю равны единице).

Наше неприводимое спектральное представление мы рассматриваем как выражение фундаментального «закона природы», описывающего сдвиг Бернулли. Оно отвечает на те вопросы, которые мы можем задать. Предположим, что у нас имеется некоторое начальное распределение вероятности. Как оно будет эволюционировать во времени? Как быстро мы придем к равновесию? Наша теория позволяет получить аналитически замкнутые ответы на эти вопросы в полном согласии с компьютерными экспериментами. Однако функция начального распределения $\rho(x)$ должна быть пробной функцией [5]. По существу это означает, что функция распределения должна быть очень гладкой. Именно поэтому отдельные траектории (описываемые δ-функциями) исключаются из описания. Как заметил однажды Эйнштейн в беседе с Гейзенбергом, теория решает, что наблюдаемо и что не наблюдаемо. Наша теория решает, что независимо от тех или иных вычислительных трудностей траектории не наблюдаемы.

3. Преобразование пекаря

Мы уже упоминали о том, что преобразование пекаря — динамическая система. Сначала мы получаем описание ее в терминах отдельных траекторий, но вследствие хаоса такое описание наталкивается на трудности. Затем мы получаем «ансамблевое» описание в терминах вероятностей, в котором эволюцию задает унитарный оператор $U(t)$, рассмотренный нами в гл. 8, п. 1. Как мы уже упоминали в п. 1, этот оператор имеет спектральное представление в гильбертовом пространстве, но его собственные значения не связаны с временем Ляпунова и сохраняют симметрию между прошлым и будущим. Такое представление сводимо, поскольку содержит в качестве частных случаев отдельные траектории. Теперь мы обратимся к *третьей* формулировке законов динамики — в терминах несводимого вероятностного представления.

Мы можем следовать изложению п. 2. Чтобы получить собственные значения $(1/2)^n$ (отличные по модулю от единицы), нам необходимо выйти за пределы гильбертова пространства. Соответствующие собственные функции принадлежат к классу обобщенных функций (как и собственные функции $B_n(x)$, рассмотренные в п. 2). Мы не выписываем эти собственные функции в явном виде, поскольку их можно найти в литературе [6]. Мы ограничимся обсуждением тех условий на пробные функции, которые приводят к нарушению симметрии во времени и приведем лишь правдоподобные аргументы. Строгие доказательства читатель может найти в других наших работах.

В п. 1 и 2 мы уже подчеркивали, что распределение вероятности ρ должно быть пробной функцией. В преобразовании пекаря ρ — функция времени t и двух пространственных координат x и y: $\rho(x, y, t)$. Предположим, что в начальный момент времени t_0 распределение $\rho(x, y, t_0)$ действительно пробная функция. Останется ли оно пробной функцией при $t > 0$ или $t < 0$?

Как было показано в гл. 5, чтобы при $t \to \infty$ происходило приближение к равновесию, функции $\rho(x, y, t)$ должны быть непрерывны по координате x. Это условие сохраняется при действии оператора эволюции $U(t)$ на функцию распределения ρ при $t > 0$, но не при $t < 0$. Точнее, можно показать, что оператор Перрона—Фробениуса оставляет функцию $\rho(x, y, t)$ непрерывной по x при $t > t_0$, если она была непрерывна при $t = t_0$. При $t < t_0$ это утверждение неверно. Как было показано в гл. 5, при $t \to -\infty$ мы переходим к распределению, состоящему из все более узких полос, параллельных оси y. Такая функция перестает быть непрерывной по x. Следовательно, распределение $\rho(x, y, t)$, непрерывное по x при $t = t_0$, является пробной функцией для $U(+t)$, но не для $U(-t)$. Наоборот, чтобы исследовать эволюцию в прошлое, нам необходимо начать с функций, непрерывных по координате y. Непрерывность по y сохраняется под действием оператора $U(-t)$, но не $U(+t)$.

Резюмируя, можно утверждать следующее. Мы показали, что пробные функции принадлежат *двум различным классам* в зависимости от того, какую эволюцию — прямую (в будущее) или обратную (в прошлое) — мы рассматриваем. В свою очередь это означает, что динамическая группа, порождаемая оператором эволюции $U(t)$, распадается на две полугруппы — одну для оператора $U(+t)$, другую для оператора $U(-t)$.

Мы уже упоминали о том, что преобразование пекаря имеет *два* спектральных представления: одно в рамках гильбертова пространства, другое, с которым мы только что познакомили читателя, — в обобщенных пространствах. Оба представления математически корректны, но не эквивалентны, так как только второе представление описывает хаотический характер преобразования пекаря и приближение к равновесию.

Сказанное позволяет заключить, что наше новое представление богаче обычного, так как содержит некоторые существенные новые черты.

4. Законы хаоса

Трудно говорить о «законах хаоса», пока мы рассматриваем отдельные траектории. Мы имеем дело с негативными аспектами хаоса, такими как экспоненциальное разбегание траекторий и невычислимость. Ситуация резко меняется, когда мы переходим к вероятностному описанию. Описание в терминах вероятностей остается в силе при любых временах. Поэтому и законы динамики надлежит формулировать на вероятностном уровне. Но этого не достаточно. Чтобы включить в описание нарушение симметрии во времени, мы должны выйти из обычного гильбертова пространства. В рассмотренных нами здесь простых примерах необратимые процессы определялись только временем Ляпунова, но все приведенные соображения могут быть обобщены и на более сложные отображения, описывающие необратимые процессы другого типа, например, диффузию [7].

Полученное нами вероятностное описание несводимо: это неизбежное следствие того, что собственные функции принадлежат к классу обобщенных функций. Как уже упоминалось, этот факт можно использовать в качестве отправного пункта *нового, более общего определения* *хаоса*. В классической динамике хаос определяется экспоненциальным разбеганием траекторий, но такое определение хаоса не допускает обобщения на квантовую теорию (равно как и на такие классические системы, как введенные в гл. 6 большие системы Пуанкаре).

В квантовой теории нет «экспоненциального разбегания» волновых функций и, следовательно, не существует чувствительности к начальным условиям в обычном смысле. Тем не менее в следующей главе мы покажем, что существуют квантовые системы, характеризующиеся *несводимыми вероятностными описаниями*. Помимо прочего такие системы имеют принципиальное значение для нашего описания природы. Как и прежде, фундаментальные законы физики применительно к таким системам формулируются в виде вероятностных утверждений (а не в терминах волновых функций). Если воспользоваться терминологией, введенной в гл. 7, то можно сказать, что такие системы не позволяют отличить *чистое* состояние от *смешанных* состояний. Даже если мы выберем в качестве исходного чистое состояние, оно со временем превратится в смешанное состояние. Обобщая сказанное в этой главе, мы будем называть *хаотическими* все системы, классические или квантовые, которые приводят к несводимому представлению в терминах вероятностей.

Исследование описанных в этой главе отображений представляет большой интерес. Эти простые примеры позволяют наглядно представить, что мы имеем в виду, говоря о *третьей*, *несводимой*, формулировке законов природы. Тем не менее, отображения — не более чем абстрактные геометрические модели. Теперь же мы обратимся к динамическим системам на основе гамильтонова описания — фундамента современной концепции законов природы.

Глава 10

Альтернативная формулировка динамики. Решение квантового парадокса

1. Альтернативная формулировка динамики

В гл. 9 мы занимались изучением отображений. Введенное нами несводимое вероятностное описание позволяет выявить свойства, которые не появлялись в описании динамических систем на уровне отдельных траекторий. В случае отображений возможность построения несводимого описания как определения хаоса и его обычное определение как режима, чувствительного к начальным условиям, эквивалентны. Однако в общем случае между этими двумя определениями существуют различия. Первое различие состоит в том, что в центре обычного определения хаоса находится описание в терминах траекторий. Это — «негативное» определение, тогда как введенное нами определение позитивно, оно основано на построении описания нового типа. Второе различие состоит в том, что наше определение может быть распространено и на такие динамические системы, к которым обычное определение хаоса неприменимо, а именно — на квантовые системы. Это привело к многочисленным дискуссиям о квантовом хаосе. Высказывались даже сомнения в его существовании. Вот почему сейчас, когда мы обращаемся к гамильтоновым системам, в центре нашего внимания будет находиться квантовая механика.

Рассматриваемые в этой главе системы не интегрируемы в смысле Пуанкаре (см. гл. 6). Точнее говоря, речь пойдет *о больших системах Пуанкаре* (БСП) с непрерывным спектром. Причина, по которой мы сосредоточиваем внимание на БСП, состоит в том, что для них наши методы позволяют исключить расходимости Пуанкаре, — напомним, что сам Пуанкаре называл проблему малых знаменателей основной проблемой динамики.

Мы приходим к совершенно другой формулировке динамики, которая включает в себя нарушение симметрии во времени и необратимость. Этому вряд ли нужно удивляться: в гл. 5, п. 4, мы видели, что резонансы приводят к хаосу и диффузии (что соответствует необратимому процессу). Новый аспект состоит в том, что для БСП мы предлагаем теперь строгую математическую теорию, аналогичную той, которую мы в общих чертах наметили для отображений [1]. Изложить эту теорию сколько-нибудь подробно на страницах нашей книги не представляется возможным [2], поэтому мы ограничимся аргументами на интуитивном уровне.

Чтобы наиболее простым образом исключить расходимости Пуанкаре, нам необходимо принять во внимание двоякую роль времени, проявляющуюся уже в преобразовании пекаря. С одной стороны, мы имеем то время, которое показывают часы. Они отмеряют одинаковые промежутки времени, через которые мы производим преобразование. С другой стороны, мы имеем различие между прошлым и будущим, которое было введено еще в гл. 5 через различие между сжимающимися и растягивающимися волокнами. Отмеченное выше различие лежит в основе нарушения симметрии во времени оператора эволюции, которое было описано нами в гл. 9. В п. 2 гл. 10 мы встретимся с аналогичным различием — с хорошо известным различием между *опережающими* и *запаздывающими* решениями волнового уравнения. Важность такого *хронологического* упорядочения мы иллюстрируем на примере модели Фридрихса и рассеяния.

Таким образом, исключение расходимостей Пуанкаре является существенным шагом в построении *несводимого* вероятностного описания. Вторым элементом, играющим не менее важную роль, является существование *не прекращающихся взаимодействий*. В физике часто прибегают к идеализациям, в которых взаимодействие рассматривается в полном отрыве от всего предшествующего и всего последующего. Такой подход соответствует экспериментальным ситуациям, реализуемым в экспериментах по рассеянию (см. п. 2). Однако в ситуациях, изучаемых в кинетическои теории, во взаимодействующих полях или в космологии, такая идеализация не применима. Взаимодействие никогда не прекращается. Поэтому взаимодействия, существующие лишь в течение ограниченного промежутка времени, относятся к чисто модельным, идеальным ситуациям, тогда как непрекращающиеся взаимодействия свойственны большинству физически важных реалистических ситуаций. Существование непрекращающихся взаимодействий является основным условием альтернативной, оперирующей непосредственно с вероятностями, формулировки классической или квантовой механики.

Существование такой альтернативной формулировки приводит к фундаментальным следствиям. На эпистемологическом уровне мы получаем решение квантового парадокса, поскольку приходим к квантовой теории, не отводящей более активной роли наблюдателю (см. гл. 7). На операционном уровне мы получаем решения классических или квантовых задач, которые не могли бы быть решены, исходя из законов Ньютона или уравнения Шрёдингера из-за неинтегрируемости в смысле Пуанкаре. Ситуации, к которым при нашем подходе открывается прямой доступ для точного динамического рассмотрения, играют главную роль в нашем описании природы. Решения наших несводимых вероятностных описаний соответствуют приближению к термодинамическому равновесию. Кроме того, эволюция во времени приводит к кинетическим уравнениям, введенным в статистической механике.

Таким образом, наш подход устанавливает прямую связь между равновесием и динамикой, с одной стороны, и физикой диссипативных процессов, в том числе и диссипативных структур, — с другой.

2. Двойственная роль времени

Начнем с простой задачи — с потенциального рассеяния [3]. Перед нами мишень, в которую мы стреляем пучком частиц. В течение долгого времени — до столкновения с мишенью — пучок движется свободно. Это — «предрассеивательная» стадия. Столкновения происходят в течение конечного промежутка времени. После столкновения с мишенью пучок снова в течение долгого времени движется свободно. Это — «пострассеивательная» стадия. Падающий на мишень луч описывается волновой функцией, соответствующей импульсу k (точнее, волновая функция представляет собой волновой пакет, центрированный на импульсе k). В результате рассеяния появляются амплитуды волн, соответствующие импульсу k'. Уже в этом случае из-за резонансов $\omega_k = \omega_{k'}$, где ω_k — энергия, соответствующая импульсу k, возникают расходимости Пуанкаре. В задаче потенциального рассеяния проблему малых знаменателей удается разрешить с помощью традиционной квантовой теории. Для этого вводится подходящее упорядочение событий во времени. В экспериментах по рассеянию мы имеем падающую на мишень плоскую волну (пучок частиц с импульсом k), которая преобразуется в расходящуюся от мишени сферическую волну (см. рис. 10.1). С точки зрения динамики, вполне допустима и обратная ситуация: падающая на мишень сферическая волна в результате рассеяния трансформируется в плоскую волну, расходящуюся от мишени (рис. 10.2). Это соответствовало бы так называемому обратному рассеянию. В природе мы наблюдаем только процессы прямого рассеяния, но динамические уравнения соответствуют двум ситуациям с различным упорядочением во времени.

Первый шаг состоит в устранении расходимостей Пуанкаре, возникающих из-за обращения в нуль знаменателей $1/(\omega_k - \omega_{k'})$ (см. гл. 5). Именно здесь важную роль играют свойства БСП. В случае рассеяния мы также имеем дело с БСП, поскольку мишень и пучок заключены в *большом объеме* (в некоторых пунктах теории рассеяния утверждения соответствуют предельному переходу к бесконечно большому объему). В результате мы имеем *непрерывный* спектр, и ω_k есть непрерывная

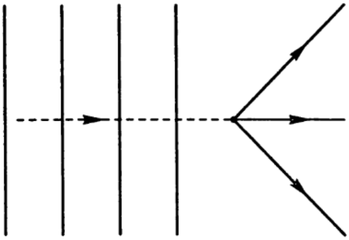


Рис. 10.1. Прямое рассеяние: плоская волна трансформируется в сферическую.

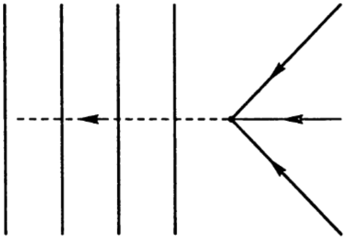


Рис. 10.2. Обратное рассеяние: сферическая волна трансформируется в плоскую.

функция от k. Затем мы «регуляризуем» знаменатель $1/(\omega_k - \omega_{k'})$, добавляя малую мнимую величину $\pm i\varepsilon$. В результате такой регуляризации мы получаем величину $1/(\omega_k - \omega_{k'} \pm i\varepsilon)$, имеющую вполне определенный смысл при интегрировании (по k или по k'). Кроме того, мы получаем при этом возможность различать прямое и обратное рассеяние, выбирая либо $-i\varepsilon$, либо $+i\varepsilon$. Главное здесь состоит в том, что введение комплексных величин $\pm i\varepsilon$ позволяет получить упорядочение во времени и успешно преодолеть проблему малых знаменателей.

Мы видим, что *время входит в задачу о потенциальном расстоянии двумя различными способами*: во-первых, как обычно, в качестве параметра в уравнении Шрёдингера и через введение хронологического упорядочения. В нашем подходе такое упорядочение во времени будет играть существенную роль. Оно необходимо для установления связи направления времени с динамическими процессами. С такой ситуацией мы уже встречались в гл. 5 при изучении преобразования пекаря. Там течение времени ассоциировалось с растягивающейся координатой. В случае потенциального рассеяния переход «плоская волна — сферическая волна» связывается с будущим, а переход «сферическая волна — плоская волна» — с прошлым.

Уже в этой простой ситуации можно указать на замечательный результат. Симметричное во времени уравнение Шрёдингера порождает два класса решений, соответствующих,. соответственно, прямому и обратному рассеянию. Решения уравнений движения обладают меньшей симметрией, чем сами уравнения движения. Необратимость, выражающуюся в отсутствии обратного рассеяния в природе, принято связывать с нарушением симметрии во времени и с выбором в пользу одного-единственного класса решений.

В случае потенциального рассеяния сказанное вполне очевидно. Мы можем приписать нарушение симметрии различным граничным условиям, добавленным к уравнениям движения. Но в случае неинтегрируемых систем, таких как БСП, ситуация не столь проста. У неинтегрируемых систем, как мы увидим в дальнейшем, уравнения движения и граничные условия перепутаны между собой и неразделимы. Приведем один пример. Для этого нам придется снова обратиться к модели Фридрихса.

3. Модель Фридрихса

Мы уже рассматривали модель Фридрихса в гл. 7, п. 5. Это упрощенная модель, описывающая взаимодействие между частицей и полем. Потенциальная энергия λV включает в себя и процессы эмиссии фотонов (возбужденный уровень $|1\rangle$ переходит в основное состояние $|0\rangle$ с испусканием фотона), и процессы поглощения фотонов. Процессы испускания и поглощения фотонов входят в λV симметрично. В результате возникает необходимость в учете обоих процессов при решении задачи на собственные значения. Мы уже отмечали, что Фридрихс решил задачу на собственные значения и получил спектральное представление гамильтониана $H = \sum |\varphi_k^F\rangle\omega_k\langle\varphi_k^F|$ в терминах только *полевых мод*. Атом оказывается полностью исключенным из картины. Как же в таком случае говорить о квантовых переходах? С другой стороны, если мы сохраним частицу и воспользуемся теорией возмущений, то непременно придем к расходимостям Пуанкаре.

Чтобы избежать такой дилеммы, необходимо ввести упорядочение во времени. Это позволит нам провести различие между процессами снятия возбуждения и возбуждения точно так же, как мы различали прямое и обратное рассеяние. Несмотря на симметрию гамильтониана, мы знаем из опыта, что за достаточно большой промежуток времени атом испустит фотон и перейдет в основное состояние. Именно этот факт должен быть учтен в нашем формализме возмущений. Здесь мы на каждом шагу встречаем резонансный знаменатель $1/(\omega_1 - \omega_k)$, и каждый раз нам приходится отличать случай, когда этот знаменатель связан с процессами снятия возбуждения, от случая, когда знаменатель связан с процессами возбуждения. Иначе говоря, мы должны на каждом шагу вводить соответствующие граничные условия. Для этого, как и в случае рассеяния, мы добавляем в знаменатель мнимую часть $+i\varepsilon$ или $-i\varepsilon$. Процессы снятия возбуждения (затухания) «ориентированы в будущее» (каждый такой процесс можно рассматривать как долговременный эффект взаимодействия), в то время как процессы возбуждения «ориентированы в прошлое». Точнее, мы заменяем $1/(\omega_1 - \omega_k)$ для переходов, соответствующих процессам снятия возбуждения в атоме, на $1/(\omega_1 - \omega_k - i\varepsilon)$, а для процессов возбуждения — на $1/(\omega_1 - \omega_k + i\varepsilon)$. Это позволяет нам решить задачу на собственные значения $H|\varphi_1\rangle = \lambda_1|\varphi_1\rangle$ без каких бы то ни было расходимостей [4].

Основной результат состоит в том, что мы получаем комплексное собственное значение $\lambda_1 = \omega_1 - i\gamma$, где ω_1 — модифицированная энергия возбужденного уровня, γ_1 — время жизни возбужденного состояния. Для полевых мод $|\varphi_k\rangle$ мы получаем, как в решении Фридрихса, вещественные собственные значения гамильтониана $H|\varphi_k\rangle = \omega_k|\varphi_k\rangle$.

Наше упорядочение во времени позволяет избежать расходимостей Пуанкаре и приводит к комплексной спектральной теории (так же, как в случае отображений). Оператор H — эрмитов. Следовательно, как мы уже знаем (см. гл. 7, п. 1), его собственные значения в гильбертовом пространстве вещественны. Наш результат, как и в гл. 9, относится к обобщенным пространствам: $|\varphi_1\rangle$ — обобщенная функция (по существу это δ-функция комплексного аргумента).

Волновая функция φ_1, соответствующая нестабильной частице, характеризуется нарушенной симметрией во времени: из уравнения Шрёдингера мы получаем волновую функцию

$$\varphi_1(t) = \exp(-iHt)\varphi_1(0) = \exp(-i\omega_1 t - \gamma_1 t)\varphi_1(0),$$

которая обращается в нуль при $t \to \infty$, т. е. в будущем.

Поскольку первоначальная модель Фридрихса симметрична во времени (она содержит и процессы распада, и процессы возбуждения, связанные с неустойчивым состоянием), мы получаем помимо волновых функций $|\varphi_1\rangle$, $|\varphi_k\rangle$ еще одно семейство волновых функций $|\widetilde{\varphi}_1\rangle$, $|\widetilde{\varphi}_k\rangle$ — собственных функций, соответствующих комплексно сопряженным собственным значениям $\bar{\lambda}_1$. Так как $\lambda_1 = \omega_1 - i\gamma_1$, $\bar{\lambda}_1 = \omega_1 + i\gamma_1$, волновая функция $|\varphi_1\rangle$ соответствует состоянию, распадающемуся в будущем, в то время как $|\widetilde{\varphi}\rangle$ соответствует состоянию, усиливающемуся при $t > 0$:

$$\widetilde{\varphi}_1(t) = \exp(-iHt)\widetilde{\varphi}_1(0) = \exp(-i\omega_1 t + \gamma t)\widetilde{\varphi}_1(0).$$

Собственные функции $|\widetilde{\varphi}_\alpha\rangle$ ($\alpha = 1$ или k) и $|\varphi_\alpha\rangle$ образуют полную биортонормированную систему так же, как в случае сдвига Бернулли, рассмотренного нами в гл. 9, п. 2:

$$\langle\varphi_\alpha|\widetilde{\varphi}_\beta\rangle = \delta_{\alpha\beta},$$

где символ $\delta_{\alpha\beta}$ равен 1 при $\alpha = \beta$ и 0 при $\alpha \neq \beta$. В терминах этой биортонормированной системы спектральное представление гамильтониана имеет вид:

$$H = |\varphi_1\rangle\lambda_1\langle\widetilde{\varphi}_1| + \sum_k |\varphi_k\rangle\omega_k\langle\widetilde{\varphi}_k|.$$

Таким образом, как и в случае преобразования пекаря (гл. 9, п. 3), мы имеем *более одного спектрального представления*: спектральное представление в гильбертовом пространстве, приведенное в работе Фридрихса (гл. 8, п. 5), и полученное нами комплексное спектральное представление [5].

Интересно сравнить эти два представления. Отметим основные различия. (1) Наше спектральное представление сохраняет возбужденные состояния, тогда как традиционное представление Фридрихса содержит только моды поля (или фотоны). Следовательно, комплексное спектральное представление включает в себя «квантовые скачки», а в представлении Фридрихса частица с самого начала выступает как часть поля. (2) Мы получаем комплексное собственное значение $\lambda_1 = \omega_1 - i\gamma_1$, учитывающее время жизни возбужденного состояния. Комплексное спектральное представление богаче традиционного, так как содержит диссипативные процессы. (3) Наше решение аналитично по константе связи λ: при $\lambda \to 0$ оно гладко переходит в решение невозмущенной задачи. Никакой «спектральной катастрофы» не происходит.

Но вернемся к основному результату нашего метода: к нарушению симметрии во времени. Как мы видели, у нас имеются две ортонормированные системы: $|\varphi_1\rangle$, $|\varphi_k\rangle$, соответствующая возбужденному состоянию, затухающему в будущем, и $|\widetilde{\varphi}_1\rangle$, $|\widetilde{\varphi}_k\rangle$, соответствующая усилению в будущем. Решение уравнений движения менее симметрично, чем гамильтониан. С подобной ситуацией мы уже сталкивались при рассмотрении рассеяния (п. 1). Она характерна и для равновесной, и для неравновесной физики. В равновесной физике ее обычно ассоциируют со *спонтанным нарушением симметрии*. Хорошо известным примером может служить магнетизм: обладающий вращательной симметриеи гамильтониан может иметь изотропное ферромагнитное основное состояние или порождать при низких температурах анизотропный кристалл. В неравновесной физике бифуркации также могут приводить к решениям, менее симметричным, чем исходные уравнения (например, может быть нарушена симметрия относительно пространственной инверсии $\boldsymbol{r} \to -\boldsymbol{r}$. Симметрия уравнения требует в подобных случаях, чтобы решения с нарушенной симметрией встречались парами. Однако эти аналогии имеют свои ограничения, поскольку нарушение симметрии во времени не соответствует никакому физическому явлению (прототипом которого мог бы быть, например, температурный порог в случае магнетизма). Кроме того, во всех динамических системах появляется одна и та же стрела времени.

Поскольку состояния $|\varphi_1\rangle$ и $|\widetilde{\varphi}_1\rangle$ обладают нарушенной симметрией во времени, можно построить «H-функцию» в смысле Больцмана (см. гл. 8), т. е. функцию, монотонно убывающую до исчезновения нестабильной частицы[1]. Однако такая $\mathscr{H}$-функция совершенно отлична от $\mathscr{H}$-функций, введенных Больцманом или Гиббсом. В нашем случае

[1] Величина $H_\psi = \langle\psi|\widetilde{\varphi}_1\rangle\,\langle\widetilde{\varphi}_1|\psi\rangle$, где ψ — пробная функция, положительная и экспоненциально убывющая со временем.

$\mathscr{H}$-функция выражает нарушение симметрии во времени на фундаментальном микроскопическом уровне.

Распад нестабильной частицы не следует путать с приближением к равновесию. Атом, распадаясь, «стареет», а энергия частиц просто передается полю, которое распространяется в пространстве. Чтобы получить приближение к равновесию, нам необходимы неисчезающие взаимодействия. Соответствующий пример приведен в п. 5.

Заметим также, что в данном простом случае наше правило «упорядочения во времени» — не единственный метод получения спектрального представления с нарушенной временно́й симметрией. Существуют другие методы, разработанные главным образом Г. Сударшаном [6] и приводящие к тому же результату. Преимущество нашего правила состоит в том, что оно, как мы увидим из дальнейшего, легко обобщается на более сложные случаи.

4. Несводимые представления — альтернативная формулировка квантовой теории

Как мы только что видели, в простых ситуациях, например, в модели Фридрихса, исключить расходимости с помощью упорядочения во времени невозможно. В качестве примера рассмотрим рассеяние. Гамильтониан H и в этом случае состоит из двух членов: члена H_0, описывающего свободные частицы, и потенциала λV, соответствующего переходам между различными значениями импульса. В бра- и кет-обозначениях получаем:

$$H_0 = \sum |k\rangle \omega_k \langle k|,$$

где ω_k — энергия, соответствующая импульсу k, и

$$V = \sum |k\rangle V_{kk'} \langle k'|.$$

Потенциальная энергия индуцирует переходы между различными состояниями $|k\rangle$. Но различные состояния $|k\rangle$ играют одну и ту же роль, и естественного упорядочения состояний во времени не существует. Однако, как было показано в гл. 8, мы располагаем теперь методом, позволяющим упорядочивать корреляции во времени.

Следовательно, чтобы исключить расходимости Пуанкаре, необходимо обратиться к теории ансамблей. В результате мы получаем фундаментальное динамическое описание БСП в терминах *статистического* описания, включающего в себя распределение вероятности ρ (или матрицу плотности в квантовой механике). Как было показано в гл. 8, ρ удовлетворяет уравнению Лиувилля—фон Неймана

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = L\rho.$$

Мы подчеркнули формальную аналогию между формализмом Лиувилля—фон Неймана и уравнением Шрёдингера (оператор Лиувилля L заменяет в уравнении Лиувилля—фон Неймана гамильтониан H в уравнении Шрёдингера). Как мы знаем, оператор L эрмитов, а оператор эволюции $U(t) = e^{-iLt}$ унитарен. В гильбертовом пространстве собственные значения оператора Лиувилля L вещественны. Динамической теории необратимости в гильбертовом пространстве нет и быть не может. Чтобы включить в описание необратимость, нам, как и прежде, необходимо перейти к обобщенным пространствам. Но поскольку наше упорядочение во времени теперь производится в терминах корреляций, что имеет смысл только в сочетании с ансамблями, мы ожидаем получить несводимое вероятностное описание, аналогичное с этой точки зрения описанию, полученному для отображений (см. гл. 9). Эти ситуации мы ассоциируем с хаосом.

Попробуем сделать различие между сводимым и несводимым вероятностным описанием более отчетливым.

Начнем с квантовой механики. Как мы видели, уравнение Лиувилля имеет вид

$$i\frac{\partial\rho}{\partial t} = L\rho,$$

где L — оператор Лиувилля—фон Неймана. Теперь мы хотим пойти немного дальше, а для этого нам необходим явный вид правой части $L\rho$. Оказывается, что $L\rho = H\rho - \rho H$, т. е. оператор Лиувилля представляет собой коммутатор гамильтониана и матрицы плотности. Предположим, что нам удалось решить задачу на собственные значения для гамильтониана H. Тогда спектральное представление гамильтониана H имело бы следующий вид: $H = \sum \left|\varphi_\alpha\right\rangle E_\alpha \left\langle\varphi_\alpha\right|$, где $\left|\varphi_\alpha\right\rangle$ — собственные функции, E_α — собственные значения. Из определения оператора Лиувилля L следует, что его собственные функции являются произведениями $\left|\varphi_\alpha\right\rangle \left\langle\varphi_\beta\right|$ собственных функций гамильтониана H, а собственные значения — разностями соответствующих энергетических уровней: $E_\alpha - E_\beta$. Это означает, что представление Лиувилля сводимо: оно сводится к описанию в терминах отдельных волновых функций и не несет в себе никаких новых свойств.

Нетрудно также выписать и спектральное представление оператора Лиувилля L. Пусть

$$\left|f_{\alpha\beta}\right\rangle = \left|\varphi_\alpha\right\rangle \left\langle\varphi_\beta\right|.$$

Тогда

$$L = \sum_{\alpha\beta} \left|f_{\alpha\beta}\right\rangle l_{\alpha\beta} \left\langle f_{\alpha\beta}\right|.$$

Заметим, что все $l_{\alpha\alpha}$ равны нулю: $l_{\alpha\alpha} = E_\alpha - E_\alpha$. Вследствие этого все диагональные элементы матрицы плотности ρ остаются постоянными во времени, о чем мы упоминали еще в гл. 8. Поэтому в представлении Лиувилля для интегрируемых систем нет приближения к равновесию.

Покажем, как неприводимое представление Лиувилля возникает в результате упорядочения во времени на уровне корреляций. Применяемая нами процедура полностью аналогична той, которой мы пользовались в п. 3 при рассмотрении модели Фридрихса.

Как мы уже упоминали, оператор Лиувилля для БСП имеет вид

$$L = L_0 + \lambda L_\nu.$$

Требуется найти собственные функции и собственные значения оператора Лиувилля, аналитические по λ, т. е. допускающие разложение в степенные ряды по λ.

Рассмотрим сначала невозмущенный оператор Лиувилля L_0. В этом случае мы имеем интегрируемые системы, а для таких систем состояния корреляций (вакуум корреляций ρ_0, парные корреляции $\rho_2, \ldots$) эволюционируют независимо друг от друга, так как для интегрируемых систем потока корреляций не существует. Различные состояния корреляций отвечают независимым собственным функциям и собственным значениям. Таким образом, задачу на собственные значения для невозмущенного оператора Лиувилля L_0 можно представить в виде

$$L_0 \big| f_\nu \rangle = l_\nu \big| f_\nu \rangle,$$

где индекс ν относится к состоянию корреляций. Для любого данного состояния корреляций существует, вообще говоря, более чем одна собственная функция. Поэтому для обозначения собственных функций нам понадобится еще один индекс α. Для упрощения обозначений мы условимся отбрасывать второй индекс α и записывать задачу на собственные значения следующим образом:

$$L_0 \big| f_\nu^0 \rangle = l_\nu^{(0)} \big| f_\nu^0 \rangle.$$

Собственные значения $l_\nu^{(0)}$ вещественны и соответствуют разностям энергии. Как и прежде в этом разделе, $\big| f_\nu^0 \rangle$ — произведение волновых функций.

Но стоит нам попытаться решить задачу на собственные значения для полного оператора Лиувилля

$$L \big| f_\nu \rangle = l_\nu \big| f_\nu \rangle$$

и разложить собственные функции и собственные значения по степеням λ, как мы сталкиваемся с расходимостями Пуанкаре, возникающими из-за резонансных знаменателей $1/(l_{\nu'} - l_{\nu''})$, где ν' и ν'' относятся к различным состояниям корреляции, связанным оператором λL_ν. Как и в модели Фридрихса, мы обращаемся к задаче на комплексные собственные значения $L|\Phi_\nu\rangle = \lambda_\nu|\Phi_\nu\rangle$. Чтобы решить эту задачу, мы производим упорядочение во времени на уровне каждого динамического процесса, но на этот раз в пространстве Лиувилля. Мы добавляем к знаменателю небольшую мнимую часть $i\varepsilon_{\nu'\nu''}$. Итак, мы вводим знаменатель $1/(l_{\nu'} - l_{\nu''} + i\varepsilon_{\nu'\nu''})$ с $\varepsilon_{\nu'\nu''} = -\varepsilon < 0$, когда степень корреляции состояния ν'' больше (или равна) степени корреляции состояния ν', и $\varepsilon_{\nu'\nu''} = +\varepsilon > 0$, когда ν'' меньше ν'. Такой выбор мнимой части означает, что переходы к более высоким степеням корреляции считаются «ориентированными в будущее», а переходы к низшим степеням корреляции — «ориентированными в прошлое» [7]. В отличие от аналогичного правила, приведенного в п. 3, это правило приводит не к энергетическим уровням, а к собственным значениям невозмущенного оператора Лиувилля L_0, которые, как мы видели, равны разностям энергий.

Мы оказываемся в той же ситуации, что и прежде. В то время как задача на вещественные собственные значения для полного оператора Лиувилля приводит к расходимостям Пуанкаре, задача на комплексные собственные значения разрешима. И снова появление расходимостей Пуанкаре служит признаком необходимости несводимого статистического описания.

В общем случае получаемое нами спектральное представление неприводимо. В рамках квантовой механики это означает, что комплексные собственные значения оператора Лиувилля $\lambda_\nu = \mu_\nu - i\gamma_\nu$ не могут быть представлены в виде разностей собственных значений гамильтониана, как это было бы в случае приводимого представления.

Собственные функции полного оператора Лиувилля не являются более произведениями волновых функций. Это означает радикальный отход от ортодоксальной квантовой теории. Мы получаем решения уравнения Лиувилля—фон Неймана, которые не могли бы быть выведены из уравнения Шрёдингера. В этом смысле мы можем говорить об *альтернативной* квантовой теории.

Наши аргументы остаются в силе и применительно к классической динамике. Здесь мы снова получаем решения (распределения вероятности), не выводимые из уравнений Ньютона или из любого уравнения, относящегося к отдельным траекториям.

Математическая структура, к которой мы приходим, весьма аналогична обобщенному гильбертову пространству, рассмотренному в п. 2. Мы снова получаем два семейства собственных функций: функции $|\Phi_\nu\rangle$, соответствующие собственным значениям $\lambda_\nu = \mu_\nu - i\gamma_\nu$ затухающие в будущем, и функции $|\widetilde{\Phi}_\nu\rangle$ соответствующие собственным значениям $\lambda_\nu = \mu_\nu + i\gamma_\nu$ и затухающие в прошлом. Здесь мы снова сталкиваемся с решением, менее симметричным, чем исходные уравнения. Семейства функций $|\Phi_\nu\rangle$ и $|\widetilde{\Phi}_\nu\rangle$ снова образуют биортогональную систему. Это позволяет нам получить неприводимое спектральное представление оператора Лиувилля L:

$$L = \sum \left|\Phi_\nu\right\rangle \lambda_\nu \left\langle\Phi_\nu\right|.$$

Для распределений вероятности (которые должны быть пробными функциями, поскольку мы имеем дело с обобщенными пространствами) справедливо соотношение

$$\rho(t) = e^{-iLt}\rho(0) = \sum_\nu e^{-i\lambda_\nu t} c_\nu \Phi_\nu,$$

где $c_\nu = \langle\Phi_\nu\left|\rho(0)\right\rangle$.

Временна́я эволюция распределения вероятности ρ представима в виде суперпозиции затухающих мод.

Наше комплексное спектральное представление позволяет включать в собственные значения оператора Лиувилля L такие переменные, как времена жизни и сечения рассеяния. Соответствующий пример приведен в следующем разделе. Более общо, динамика БСП принимает совершенно новую форму, и это придает динамический смысл кинетическим уравнениям (таким, как уравнение Больцмана и уравнение Фоккера—Планка, связанное с броуновским движением).

Новая, вероятно наиболее важная, особенность несводимого представления распределения вероятности ρ состоит в том, что оно *описывает приближение к равновесию.* Асимптотически (при $t \to \infty$) все моды, за исключением тех, которые соответствуют нулевым собственным значениям, затухают при любом начальном условии. Мы можем, как и в п. 2 для модели Фридрихса, определить H-функцию, монотонно убывающую до тех пор, пока система не достигает равновесия.

Обратимся к примеру.

5. Потенциальное рассеяние

Вернемся снова к потенциальному рассеянию. Эта проблема интенсивно изучалась в квантовой теории, так как наши знания о взаимодействиях между частицами (например, между злектроном и протоном) основаны на экспериментах по рассеянию. Но прежде всего нам необходимо изложить некоторые фундаментальные результаты теории рассеяния.

В п. 3 мы привели явный вид гамильтониана для потенциального рассеяния. Состоянию $\langle k\right|$ (собственному состоянию невозмущенного гамильтониана H_0) соответствуют два состояния $\left|\varphi_k^+\right\rangle$ и $\left|\varphi_k^-\right\rangle$ (собственные состояния возмущенного гамильтониана H; индексы $+$ и $-$

соответствуют, как указано в п. 2, прямому и обратному рассеянию). Таким образом, мы приходим к задаче на собственные значения

$$H|\varphi_k^{\pm}\rangle = \omega_k|\varphi_k^{\pm}\rangle.$$

Это означает прежде всего, что система с рассеянием интегрируема.

Состояния $|\varphi_k^{\pm}\rangle$ называются функциями Меллера и рассматриваются в любом учебнике по теории рассеяния. Заметим, что $|k\rangle$ и $|\varphi_k^{\pm}\rangle$ соответствуют одному и тому же собственному значению ω_k. Получив спектральное разложение гамильтониана H, мы тем самым получаем спектральное разложение оператора Лиувилля L: собственные функции оператора Лиувилля L являются произведениями собственных функций гамильтониана H. Для упрощения обозначений мы будем рассматривать только функции с индексом $+$. Собственная функция $\Phi_{ll'}^{+} = |\varphi_l^{+}\rangle\,\langle\varphi_{l'}^{-}|$ соответствует собственному значению $\omega_l - \omega_{l'}$.

Прямое применение квантовой механики указывает на то, что величина $\Phi_{ll}^{+} = |\varphi_l^{+}\rangle\,\langle\varphi_l^{-}|$ должна быть инвариантом движения, так как она соответствует собственному значению $\omega_l - \omega_l = 0$. Но, как мы уже знаем, система с рассеянием принадлежит к числу БСП. Задача о рассеянии не интегрируема. Следовательно, по теореме Пуанкаре, в системе с рассеянием не должно быть инвариантов движения (за исключением тривиальных, например, энергии).

Этот вывод недавно был подтвержден результатами обширных численных экспериментов [8]. Как показали эти эксперименты, диагональный матричный элемент $\langle k|\Phi_{ll}^{+}|k\rangle$ изменяется линейно со временем по закону диффузионного процесса. Резонансы Пуанкаре разрушают инварианты движения, существование которых предсказывает квантовая механика.

Аналогичные результаты были получены и для классического рассеяния [9]. Они показали, что резонансы Пуанкаре вводят в динамическую теорию диссипативные процессы.

Полученные результаты идут гораздо дальше чувствительности к начальным данным, которая находится в центре внимания обычной теории хаоса. Согласно этой теории, хаос означает «только» то, что траектории невычислимы, но основания классической механики остаются при этом в силе. В нашем случае ситуация совершенно иная. БСП описывают диссипативные процессы независимо от вычислительных трудностей.

Рассмотрим несколько подробнее *одномерное* рассеяние в квантовой механике. Начнем с энергии $\omega_l = l^2/2$ (массу и постоянную Планка будем считать равными единице). Одной и той же энергии соответствуют два импульса: l и $-l$. Они соответствуют двум волнам, распространяющимся в противоположные стороны. Рассмотрим непрекращающееся рассеяние. Воспользуемся методом устранения особенностей Пуанкаре, кратко изложенным в п. 4, и решим задачу на собственные значения для оператора Лиувилля.

Сформулируем результат. Величины $\Phi^{+}_{ll'}$ не являются инвариантами движения (в чем нетрудно убедиться, если взглянуть на результаты численного эксперимента). Рассмотрим линейные комбинации

$$\left|F^{\mathrm{e}}_{l}\right\rangle = \left|\Phi^{+}_{ll}\right\rangle + \left|\Phi^{+}_{-l-l}\right\rangle$$

и

$$\left|F^{\mathrm{o}}_{l}\right\rangle = \left|\Phi^{+}_{ll}\right\rangle - \left|\Phi^{+}_{-l-l}\right\rangle$$

(индекс e означает «четная» (even), индекс o — «нечетная» (odd)[2].

Только первая из этих комбинаций $\left|F^{\mathrm{e}}_{l}\right\rangle$ является инвариантом движения, поскольку $L\left|F^{\mathrm{e}}_{l}\right\rangle = 0$. Комбинация $\left|F^{\mathrm{o}}_{l}\right\rangle$ соответствует состоянию с комплексным собственным значением, пропорциональным сечению рассеяния.

Сказанное влечет за собой далеко идущие следствия. Состояние $\left|F^{\mathrm{e}}_{l}\right\rangle$ в точности соответствует микроканоническому распределению, о котором шла речь в гл. 8. Равновесие, если его сформулировать в терминах несводимого вероятностного описания, следует из динамики.

Ясно, что такие состояния, как $\left|F^{\mathrm{e}}_{l}\right\rangle$ и $\left|F^{\mathrm{o}}_{l}\right\rangle$, не могут быть решениями уравнения Шрёдингера, которому удовлетворяют чистые состояния, но не удовлетворяют смешанные. Кроме того, симметрия во времени нарушена, так как собственные значения λ_l комплексны. Описываемая нашей теорией эволюция во времени совпадает с той, которую предсказывает кинетическая теория (в рамках таких обычных предположений, как слабые концентрации и большие времена), но наши предсказания и вывод применимы и к общей ситуации, описываемой немарковскими уравнениями в неравновесной статистической механике (см. гл. 8).

Рассеяние может рассматриваться и в рамках классической динамики. Вследствие *непрекращающихся взаимодействий* классическое уравнение Лиувилля имеет теперь новые решения, одно из которых соответствует микроканоническому ансамблю, а другие — затухающим модам. Эти решения не могут быть выведены из уравнений Ньютона или Гамильтона, описывающих отдельные траектории.

Резонансы Пуанкаре вместе с условием непрекращающихся взаимодействий приводят нас и в классическом, и в квантовом случаях к новым, обобщенным формулировкам динамики.

В этом разделе мы рассмотрели очень простую ситуацию, когда собственные функции гамильтониана известны. В квантовом случае мы располагаем функциями Меллера $\left|\varphi^{-}_{k}\right\rangle$. В общей ситуации возникают расходимости Пуанкаре. Так обстоит дело уже в случае трехтельного

---

[2] Первая комбинация четна, так как остается инвариантной при замене l на $-l$. Вторая комбинация нечетна, так как изменяет знак при замене l на $-l$.

рассеяния. Стандартная квантовая теория приводит, вообще говоря, к расходимостям, тогда как наш подход дает вполне определенные значения сечения трехтельного рассеяния.

Мы отождествили хаос с существованием несводимых вероятностных представлений. Каково происхождение такой необратимости? В классической динамике «коллапс» траекторий принято связывать с неустойчивостью и временем Ляпунова. А как обстоит дело в квантовой механике? К этому вопросу мы сейчас обратимся.

6. Квантовый хаос

Мы отождествили хаос с существованием несводимого вероятностного представления. В случае БСП в основе такого представления лежат резонансы Пуанкаре, которые вводят диссипацию. Мы видели простой пример, подтверждающий наш вывод: Φ_{ll}^{+} не является инвариантом движения, тогда как согласно квантовой теории она должна им быть.

Таким образом, квантовый хаос связан с разрушением инварианта движения вследствие резонансов Пуанкаре. Это свидетельствует о том, что в случае БСП мы не можем переходить от амплитуд $|\varphi_l^{+}\rangle$ к вероятностям (или плотностям вероятностей) $|\varphi_l^{+}\rangle\,\langle\varphi_l^{+}|$. Фундаментальное уравнение в нашем случае записывается в терминах вероятности. Даже если мы начнем с «чистого» состояния $\rho = |\psi\rangle\,\langle\psi|$, оно разрушится в ходе эволюции системы к равновесию (как состояние $|F_l^{\mathrm{e}}\rangle$ в п. 5).

Разрушение состояния может быть связано с разрушением волновой функции. Эволюция «коллапса» волновой функции настолько важна, что имеет смысл проследить ее на простом примере.

Начнем с волновой функции $\psi(0)$ в некоторый начальный момент времени $t = 0$. Уравнение Шрёдингера преобразует ее в $\psi(t) = e^{-itH}\psi(0)$. Как совместить этот результат с существованием несводимого спектрального представления матрицы плотности ρ? Мы ввели (см. гл. 7) определение матрицы плотности как произведение волновых функций: $\rho = \psi\psi^*$. Всякий раз, когда нам приходится иметь дело с несводимыми представлениями, выражение $\rho = \psi\psi^*$ должно утрачивать смысл, иначе мы могли бы переходить от ψ к ρ и, наоборот, от ρ к ψ. Следовательно, несводимые представления могут означать только то, что волновая функция становится плохо определенной и матрица плотности ρ не может факторизоваться в произведение волновых функций.

Именно так и происходит с неисчезающими взаимодействиями в потенциальном рассеянии. Мы получаем возможность решить зависящее от времени уравнение Шрёдингера, исходя из волновой функции, соответствующей имульсу p_0. Амплитуды перехода $\psi_{p_0p_1}$ определяются как $\langle\psi_{p_1}|e^{-iHt}|\psi_{p_0}\rangle$ и содержат (с точностью до членов второго порядка

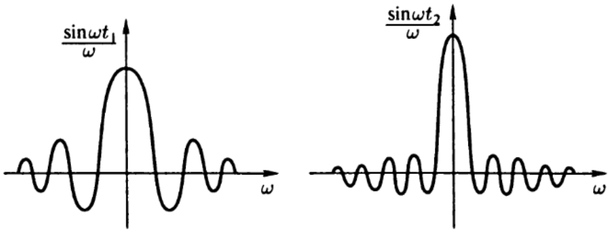


Рис. 10.3. Схематический график величины $\sin(\omega t)/\omega$ как функции от ω при двух значениях времени t $(t_1 < t_2)$.

по константе связи λ) множитель $[\sin(\omega_{p_0} - \omega_{p_1})t/2]/(\omega_{p_0} - \omega_{p_1})$, осциллирующий по времени. Заметим, что это выражение плохо определено при $t \to \infty$, поскольку оно все чаще и чаще колеблется между $-1/\omega$ и $+1/\omega$, где $\omega = \omega_{p_0} - \omega_{p_1}$.

На рис. 10.3 вы видите график зависимости $\sin(\omega t)/\omega$ от ω.

Имея волновую функцию, мы можем вычислить матрицу плотности:

$$\rho_{p_1 p_2} = \psi^*_{p_1 p_0}\psi_{p_2 p_0} \sim \frac{\sin\left[(\omega_{p_1} - \omega_{p_0})t/2\right]}{\omega_{p_1} - \omega_{p_0}} \frac{\sin(\omega_{p_2} - \omega_{p_0})t/2}{\omega_{p_2} - \omega_{p_0}}.$$

Это выражение также плохо определено. Но в сочетании с пробными функциями, «сглаживающими» сингулярности, оба плохо определенных выражения имеют смысл. Мы снова оказываемся в такой же ситуации, как в случае обобщенных пространств, когда, как было показано, вместо обычных функций мы имеем дело с обобщенными функциями и для снятия особенностей вводим пробные функции.

Рассмотрим сначала диагональные элементы матрицы плотности

$$\rho_{p_1 p_1} \sim \frac{\sin^2 \omega\left(t/2\right)}{\omega^2}.$$

График этой функции представлен на рис. 10.4.

В сочетании с пробной функцией $f(\omega)$ требуется вычислить

$$\int d\omega\, f(\omega)\frac{\sin^2 \omega t}{\omega^2}.$$

Можно показать, что при больших t

$$\int d\omega\, f(\omega)\frac{\sin^2 \omega t}{\omega^2} \to t\int d\omega\, f(\omega)\delta(\omega),$$

где $\delta(\omega)$ — введенная нами ранее (см. гл. 9) δ-функция Дирака. Мы заключаем, что диагональные элементы матрицы плотности *линейно возрастают со временем*.

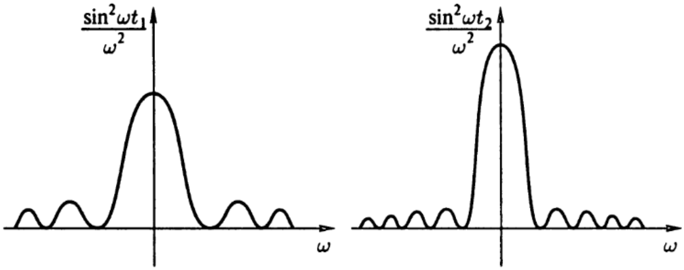


Рис. 10.4. Схематический график величины $\sin^2 \omega t/\omega^2$ как функции от ω при двух значениях времени t ($t_1 < t_2$).

Наоборот, амплитуда волны в сочетании с пробной функцией остается *постоянной во времени*, так как

$$\int d\omega\, f(\omega)\frac{\sin\omega t}{\omega} \to \int d\omega\, f(\omega)\delta(\omega).$$

Причина столь различного поведения станет ясной, если сравнить рис. 10.3 с рис. 10.4: функция $\sin\omega t/\omega$ принимает и положительные, и отрицательные значения, а функция $\sin^2 \omega t/\omega^2$ принимает только положительные значения и дает гораздо бо́льший вклад в интеграл.

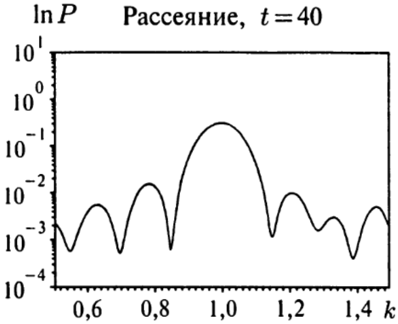
Ясно, что матрица плотности (*в комбинации с пробными функциями*) *не является более квадратом волновых функций*. Недиагональные элементы матрицы плотности становятся перенебрежимо малыми по сравнению с диагональными. В этом проявляется исчезновение когерентности волновой функции.

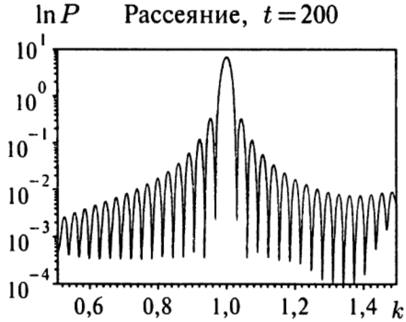
На очень коротких промежутках времени, порядка $1/\omega_{p_0}$, мы можем по-прежнему пользоваться описанием в терминах волновых функций. Формализм волновых функций коллапсирует, т. е. становится непригодным, из-за существования *вековых* (кумулятивных по времени) членов, возникающих вследствие резонансов. Резонансы происходят между бра- и кет-состояниями. Именно поэтому мы не можем использовать уравнение Шрёдингера для объяснения вековых эффектов. Между тем вековые эффекты играют существенную роль, поскольку они отвечают за приближение к равновесию и появление нарушений симметрии во времени.

В ортодоксальной квантовой механике коллапс волновой функции принято рассматривать как экстрадинамический мгновенный процесс. При нашем подходе он предстает как проявление неустойчивости из-за резонансов.

Заключения, к которым мы пришли, могут быть проверены с помощью компьютерных экспериментов[3]. На рис. 10.5 вы видите

[3] Выражаем свою признательность д-ру У. К. Сафиру и д-ру Т. Петроски за выполнение этих численных экспериментов.





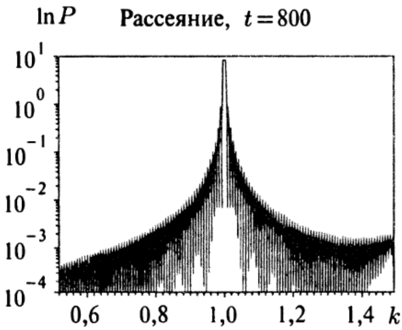


Рис. 10.5. Компьютерное моделирование вероятности P как функции от k при возрастающих значениях t.

вероятность P, как функцию от k при различных временах. Мы начинаем с плоской волны, соответствующей $k_0 = 1$. Максимум развивается при $k = 1$, что соответствует резонансам $(\omega_{k_0} = \omega_k)$. Мы видим, что P осциллирует все сильнее и сильнее (в отличие от того, что нам довелось наблюдать в гл. 7 при образовании спектральной линии в модели Фридрихса). Ясно, что для придания величине P определенного смысла нам необходимо прибегнуть к пробным функциям.

Аналогичным образом становятся плохо определенными и волновые функции. Заметим, что для этого также необходимо соблюдение двух условий: резонансы и непрекращающиеся взаимодействия. На этом примере мы видим, для чего нам нужно неприводимое вероятностное представление и как оно связано с хаосом.

Наконец, можно показать, что коллапс распространяется в пространстве причинно, в соответствии с общими требованиями теории относительности, исключающими эффекты, которые распространялись бы мгновенно.

Приведенный нами пример несколько упрощен. Математическая теория коллапса волновой функции в случае БСП из-за резонансов

Пуанкаре может быть найдена в специальной литературе [10]. Кроме того, чтобы достичь равновесия за *конечное* время, рассеяние должно неоднократно повториться, т. е. необходимы системы N тел с непрекращающимися взаимодействиями. Основной метод остается одним и тем же во всех случаях, так как для устранения расходимостей Пуанкаре нам необходимо решать уравнения Лиувилля—фон Неймана.

7. Хаос и законы физики

Мы неоднократно определяли хаос через существование несводимых вероятностных представлений. Такое определение позволяет охватить гораздо более широкую область, чем первоначально предполагали основатели современной динамической теории хаоса, в частности, А. Н. Колмогоров и Я. Г. Синай. В гл. 5 мы рассмотрели простые примеры, в которых хаос был обусловлен чувствительностью к начальным условиям и, следовательно, экспоненциальным разбеганием траекторий. Затем, в гл. 9, мы показали, что это приводит к несводимым вероятностным представлениям. Описание в терминах траекторий уступило место вероятностному описанию. Следовательно, мы можем принять это фундаментальное свойство за отличительную особенность хаоса. Развивается неустойчивость, которая вынуждает нас отказаться от описания в терминах отдельных траекторий или отдельных волновых функций.

В этой главе мы рассматривали большие системы Пуанкаре (характеризуемые математически непрерывным спектром) и убедились, что даже в столь простых ситуациях, как потенциальное рассеяние, уже наблюдается «хаос» в нашем смысле.

Существует принципиальное различие между классическим хаосом и квантовым хаосом. Как было показано в гл. 7, п. 1, квантовая теория непосредственно связана с волновыми свойствами. Постоянная Планка приводит к дополнительной (по сравнению с классическим поведением) когерентности. В результате условия для квантового хаоса становятся более ограниченными, чем условия для классического хаоса. Классический хаос возникает даже в малых системах, например, в отображениях и системах, исследуемых теорией КАМ (см. гл. 6, п. 1). Квантовый аналог таких малых систем обладает квазипериодическим поведением. Многие авторы пришли к заключению, что квантового хаоса вообще не существует. Мы приходим к иному выводу. Во-первых, мы требуем, чтобы спектр был непрерывным (т. е. чтобы квантовые системы были «большими»). Во-вторых, мы определяем квантовый хаос как связанный с возникновением несводимых вероятностных представлений.

Наша точка зрения позволяет идентифицировать слабые места традиционной квантовой теории. Формулировка этой теории продолжает традицию классической теории — в том смысле, что следует идеалу вневременного описания. Для простых динамических систем, таких как гармонический осциллятор, это вполне естественно. Но даже в этом случае можем ли мы описывать такие системы изолированно? Мы не смогли бы наблюдать их в отрыве от поля, приводящего к квантовым переходам и испусканию сигналов (фотонов).

Концептуальная трудность, с которой мы здесь сталкиваемся, становится особенно ясной, если мы рассмотрим Вселенную как единую динамическую систему, характеризуемую некоторым «мировым» гамильтонианом. Предположим, что нам удалось диагонализовать мировой гамильтониан. Это привело бы к вневременному описанию: мир оставался бы в том квантовом состоянии, в котором он пребывал в момент Большого Взрыва! Между этой картиной и наблюдаемой нами эволюционирующей Вселенной нет никакой связи.

Чтобы включить в картину эволюционные элементы, необходимо перейти к нашей формулировке законов природы в терминах несводимого вероятностного описания.

8. Снова Бор и Эйнштейн

В гл. 7 мы упомянули копенгагенскую интерпретацию, связанную с именем Нильса Бора. По мнению Бора, измерительный прибор должен выполнять существенную функцию: он должен быть промежуточным звеном между законами квантовой механики, выполняющимися на микроскопическом уровне, и миром классической физики. В доквантовой физике такая проблема не возникала, поскольку предполагалось, что динамика атома ничем не отличается от динамики больших тел. В квантовой теории ситуация совершенно иная. Квантовая теория не переходит плавно в классическую теорию. Каким бы ни было численное значение постоянной Планка h, существует волновая функция; переход к классическому описанию происходит только при $h = 0$ (значении h, соответствующем существенно особой точке).

Измерительный прибор, по Бору, «сглаживает» этот переход, делает его «плавным». Однако Бор умолчал о том, каким образом можно было бы получить динамическую систему, которая была бы определена в терминах квантовой теории, но выполняла бы посредническую миссию между микроскопическим и макроскопическим уровнями. Кроме того, Нильсу Бору так и не удалось точно указать связь, существующую между измерением и необратимостью. Теперь мы в состоянии ответить на все эти вопросы. Действительно, нам удалось показать, что квантовая теория БСП и неустранимые взаимодействия приводят к несводимым вероятностным представлениям. Мы оперируем непосредственно с вероятностями (а не с амплитудами волн вероятности, как в традиционной квантовой механике) и получаем описание, которое с точки зрения его временной структуры *изоморфно классической* механике. Таким образом, мы в состоянии придать точный смысл утверждениям Бора, требуя, чтобы измерительный прибор был «хаотической» квантовой системой.

Измерение — форма коммуникации с природой. Коммуникация требует *общего* времени; концепция общего времени возникает из вековых членов, из диссипации, обусловленной резонансами. Но в нашем подходе измерение не играет более никакой особой роли. Как предсказывал Поппер (см. гл. 6, п. 6), мир следует одним и тем же законам с измерениями или без измерений. Как мы уже подчеркивали, вокруг нас простирается мир, в котором есть место порядку и беспорядку, одни части которого находятся в тепловом равновесии, а другие далеки от равновесия. Физика сначала выбирала из этого разнообразия те ситуации, которые составили ее исходные концептуальные позиции, и такая стратегия привела одновременно и к замечательным успехам, и к парадоксам, таким как парадокс времени и квантовый парадокс. Теперь мы находимся в новой концептуальной ситуации, когда разнообразие и эволюция не нуждаются более в объяснении. Хаос является исходным пунктом физического реализма.

На пятом Сольвеевском конгрессе по физике, состоявшемся в Брюсселе в 1927 г., произошла историческая дискуссия между Эйнштейном и Бором. Для Бора коллапс волновой функции, переход от «потенциальной возможности» к «актуальности», были составными частями квантовой физики. Однако Бор не мог дать «реалистическую» картину такого коллапса, и коллапс волновой функции до сих пор оставался частью некоторой «метатеории». Как мы видели, квантовый хаос дает решение проблемы. Было бы с нашей стороны слишком самонадеянным выражать надежду (разумеется, чисто умозрительно), что Эйнштейн присоединился бы к нашей точке зрения?

Действительно, введение вероятностей при нашем подходе совместимо с физическим реализмом, и его не требуется идентифицировать с неполнотой нашего знания. Наблюдатель более не играет активной роли в эволюции природы или по крайней мере играет отнюдь не большую роль, чем в классической физике. И в том, и в другом случае мы можем претворить в действие информацию, получаемую из внешнего мира. Но эта роль, сколь ни велика она в человеческом масштабе, далека от роли демиурга, которой квантовая физика наделяет наблюдателей, считая их ответственными за переход от потенциальной возможности природы к актуальности. Наивысшей наградой для нас служит то обстоятельство, что одна и та же математическая структура, включающая в себя хаос, позволяет решить парадокс времени и квантовый парадокс, т. е. две проблемы, которые омрачали горизонты физики на протяжении большей части этого столетия.

Глава 11

Рождение времени

1. Величайший кризис

Почти двадцать лет назад А. Пензиас и Р. Вильсон открыли реликт, сохранившийся с момента рождения нашей Вселенной, — низкотемпературное (около 3 К) излучение абсолютно черного тела. По мнению Джона Уилера, это открытие поставило физику перед лицом «величайшего кризиса» [1]. «Большой Взрыв», или, по крайней мере, идея «рождения» Вселенной, перешла из области абстрактных математических умозаключений в область физической реальности. Возможность превращения Вселенной, или космоса, в истинный обьект научного исследования явилась неожиданностью даже для физиков.

Самый термин «космос» свидетельствует о том, что древние греки рассматривали совокупность всего существующего как порядок, гармонию и красоту. Космос служит вместилищем для нас и придает смысл нашему существованию. Аналогично, христианская мысль считала, что Вселенная неотделима от плана Божественного творения. Для Джордано Бруно, которого мы уже цитировали, Вселенная недоступна разуму, так как ее можно мыслить только в отрицательных терминах: она недвижима, неизменяема, непреходяща. В конце XVIII века Кант рассматривал возможность построения концепции Вселенной как иллюзию разума.

Несмотря на критику Канта, физика стимулировала создание картин мира задолго до возникновения современной космологии. В XIX веке картина вечной «ньютонианской» Вселенной сосуществовала с картиной «термодинамической» Вселенной, эволюционирующей к своей тепловой смерти. Недвижимая Вселенная или вселенная, обреченная на смерть, — хотя оба эти представления обязаны своим появлением физике, их корни уходят гораздо глубже.

Современная космология порвала с этими традиционными представлениями. Кто мог бы вообразить, что мы сможем когда-нибудь приписать Вселенной возраст? Кто мог бы представить себе, что тепловую смерть Вселенной мы поместим не в конце ее истории, а в самом начале, как о том упоминалось в гл. 3? Какие бы эпистемологические трудности при этом ни возникали, научная космология в настоящее время составляет неотьемлемую часть нашего диалога с природой.

Однако существующие ныне космологические модели приводят к определенным концептуальным трудностям. Взять хотя бы Большой Взрыв. Он является неизбежным результатом «стандартной модели», доминирующей в современной космологии. Из этой модели следует, что, возвращаясь вспять во времени, мы неизбежно наталкиваемся на особую точку — сингулярность, в которой сосредоточены вся энергия и вся материя Вселенной. Таким образом, стандартная модель связывает начало Вселенной с особой точкой. Но стандартная модель не позволяет нам описывать эту особую точку, поскольку законы физики не применимы к точке, соответствующей бесконечной плотности материи и энергии. Неудивительно, что Джон Уилер говорит о кризисе, с которым столкнулась физика!

С точки зрения общей теории относительности и пустая Вселенная, и наша реальная Вселенная, содержащая энергию и материю, одинаково возможны: общая теория относительности требует только сохранения энергетически-материального содержания Вселенной, каким бы это содержание ни было. Именно поэтому и представляется неизбежной начальная сингулярность: стандартная модель предсказывает, что при возвращении вспять во времени Вселенная сжимается, а поскольку находящаяся в ней материя-энергия сохраняется, мы с необходимостью должны достичь точки, в которой плотность материи-энергии обращается в бесконечность.

Таким образом, Большой Взрыв приводит нас к мысли о происхождении материи-энергии в нашей Вселенной. Почему во Вселенной есть что-то, хотя могло бы не быть ничего? Такой вопрос представляется «запредельным», лежащим за пределами положительного знания. Тем не менее, как мы покажем, и этот вопрос может быть сформулирован в физических терминах и оказывается связанным с проблемой времени.

Ясно, что Большой Взрыв относится к категории событий. Как согласовать такое событие с законами природы, постулирующими обратимость во времени и детерминизм? Именно эти вопросы составляют содержание того, что мы называем космологическим парадоксом.

Реакция большинства научного сообщества сводилась либо к попыткам исключить космологический парадокс путем отрицания существования Большого Взрыва (см. гипотезу стационарного состояния, п. 2), либо путем объявления Большого Взрыва своего рода иллюзией, возникающей вследствие использования некорректной концепции времени (см. гипотезу Хокинга об «отсутствии границ», п. 5). Мы занимаем совершенно иную позицию. Следуя нашей гипотезе, Большой Взрыв можно рассматривать как необратимый процесс в самом что ни на есть чистом виде. В самом деле, что может быть более необратимым, чем процесс перехода из «ничего» (квантового вакуума) в нашу Вселенную с ее материей-энергией? Но необратимость есть следствие неустойчивости. Следовательно, наша главная проблема сводится к рассмотрению неустойчивости, которая, как мы увидим, может быть вызвана взаимодействием гравитации и материи.

Такого рода проблема находится в русле идей, изложенных в предыдущих главах этой книги. Напомним, что первое эволюционное высказывание о Вселенной принадлежит Клаузиусу (1865): энергия мира постоянна, энтропия мира возрастает.

Следует, однако, подчеркнуть существенное различие между космологическим парадоксом и тем, что мы говорили выше о неустойчивости и нарушении симметрии во времени. Результаты, изложенные нами в предыдущих главах, строго доказаны. Когда же речь заходит о космологическом парадоксе, мы имеем дело с открытой, далеко не решенной проблемой взаимодействия гравитации, описываемой уравнениями Эйнштейна, и полей материи, описываемых квантовой теорией. Мы покажем, что это взаимодействие может индуцировать неустойчивость. Таким образом, наши результаты приводят к интересным перспективам решения проблемы, но в то же время далеко не достигают той грани, за которой можно говорить о синтезе квантовой теории и общей теории относительности.

Однако определенный прогресс достигнут. Перед нами открывается возможность обсуждения с различных точек зрения некоторых захватывающе интересных вопросов. Обречена ли Вселенная на смерть, как это обычно принято думать? Является ли Вселенная замкнутой системой в смысле термодинамики?

Сначала мы резюмируем некоторые наиболее существенные черты современной космологии. Затем мы введем феноменологическую модель, описывающую Большой Взрыв не как особую точку, а как неустойчивость. Наконец, мы покажем, что динамическая система «гравитация плюс материя» принадлежит к числу больших систем Пуанкаре. Следовательно, у истоков неустойчивости, приводящей к Большому Взрыву, могут быть уже знакомые нам резонансы.

2. От общей теории относительности Эйнштейна до Большого Взрыва

Прежде чем мы углубимся в проблему Большого Взрыва, обратимся к общей теории относительности — концептуальной основе современной космологии. Напомним, что в отличие от классических ньютоновских представлений теория Эйнштейна устанавливает взаимосвязь между материей, с одной стороны, и геометрическими, или «метрическими», свойствами пространства-времени — с другой стороны.

Физика Галилея и Ньютона также предполагала существование некоторой метрики. В классической физике структура пространства соответствует евклидовой метрике. Это означает, что расстояние s_{12} между двумя точками пространства инвариантно относительно преобразований систем координат (это расстояние определяется соотношением $s_{12}^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$). Евклидовость пространства означает, что оно обладает определенной структурой: имеет нулевую кривизну. Существуют пространства других типов. Поверхность (замкнутая) сферы имеет положительную кривизну, а поверхность гиперболоида — отрицательную.

Для двух соседних точек в евклидовом пространстве можно ввести дифференциальную форму метрики:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2.$$

Такая инфинитезимальная форма метрики соответствует локальным свойствам пространства. Можно представить себе объекты, у которых кривизна обращается в нуль в одних точках и отлична от нуля в других.

Специальная теория относительности Эйнштейна использует метрику с нулевой кривизной, наподобие метрики евклидова пространства, но эйнштейновская метрика содержит не только пространство, но и время. Специальная теория относительности задает новое «расстояние», вводит новый инвариант. Это «расстояние» между двумя пространственно-временными событиями. Наблюдатели, движущиеся друг относительно друга равномерно и прямолинейно, приписывают разные числа пространственному расстоянию между двумя точками или времени, прошедшему между двумя событиями. Однако они приписывают одно и то же значение пространственно-временному интервалу, разделяющему два события. Новый инвариант имеет вид

$$s_{12}^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2,$$

или, в дифференциальной форме,

$$ds^2 = c^2dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2).$$

Заметим, что время и пространство входят в приведенные только что выражения для нового инварианта с различными знаками: согласно специальной теории относительности интервал между событиями, соответствующий распространяющемуся в пустоте лучу света, равен нулю ($s_{12} = 0$). В результате для всех наблюдателей скорость света c имеет одно и то же значение, т.е.является универсальной постоянной.

В «Краткой истории времени» Стивен Хокинг предлагает ввести мнимое время $\tau = ict$. Тогда c^2dt^2 переходит в $-d\tau^2$, и исчезает различие в той роли, которую играют в интервале ds^2 время и пространство. Фундаментальное описание осуществлялось бы в терминах геометрии, и трудности, связанные с Большим Взрывом, оказались бы связанными с неправильной концепцией времени: «реальное» время стало бы «мнимым» временем [2]. Мы придерживаемся совершенно другого подхода, поскольку подчеркиваем роль нарушения симметрии времени и необратимости в космологии. Напомним кратко основные сведения о фундаментальных уравнениях Эйнштейна.

Исходя из приведенного выше четырехмерного интервала, Эйнштейн предложил новую интерпретацию ускорения, обусловленного гравитацией. Локальная кривизна пространства-времени определяет движение «пробного тела» в данной области пространства-времени. Но ускорение, которое ньютоновская физика объясняет в терминах гравитационного взаимодействия, в теории относительности рассматривается как результат искривленного пространства-времени, в то время как инерциальное движение соответствует случаю «плоского пространства-времени». Вселенная, в которой пробные тела всюду движутся равномерно и прямолинейно, была бы Вселенной без кривизны. Такая Вселенная соответствовала миру, лишенному материи-энергии — *вселенной Минковского*. В теории Эйнштейна кривизну пространства-времени определяет существование материи-энергии. Точнее говоря, фундаментальные уравнения общей теории относительности связывают два математических объекта, называемых тензорами; с одной стороны, метрический тензор, описывающий кривизну пространства-времени, с другой стороны, тензор напряжений, определяющий распределение материи в терминах плотности материи-энергии и давления.

Сам Эйнштейн неоднократно подчеркивал контраст между входящими в его уравнения математическими величинами. Свои уравнения Эйнштейн сравнивал со зданием, одно крыло которого выстроено из драгоценного мрамора, а другое — из дешевого дерева [3]. Действительно, форма геометрического тензора явилась результатом тонких геометрических соображений, тогда как тензор напряжений, задающий «источник» кривизны пространства-времени, соответствует феноменологическому описанию материи в терминах таких макроскопических понятий, как давление и плотность энергии. Кроме того, чтобы получить физический смысл тензора напряжения, необходимо ввести дополнительно граничное условие. Это условие требует, чтобы в пределе слабых гравитационных полей уравнения Эйнштейна сводились к уравнениям Ньютона.

Чтобы перейти от фундаментальных уравнений общей теории относительности к космологии, необходимо ввести упрощающие предположения. Стандартная модель, на которую мы неявно ссылались, связана с именами А. Фридмана, Ж. Леметра, Г. Робертсона и А. Уокера. В основу этой модели положен *космологический принцип*, который предполагает, что в крупных масштабах Вселенную можно считать однородной и изотропной. Метрика принимает простую форму

$$ds^2 = c^2dt^2 - R^2(t)dl^2.$$

Это выражение отличается от пространства-времени Минковского в двух отношениях: dl^2 — пространственный линейный элемент, который может соответствовать пространству нулевой кривизны (как в пространстве Минковского) или положительной или отрицательной кривизны (как в случае сферы или гиперболоида); $R(t)$ обычно называется *радиусом Вселенной*, он соответствует предельному расстоянию, достижимому сегодня для астрономических наблюдений. Стандартная модель устанавливает соотношение между радиусом Вселенной $R(t)$ и кривизной пространства, с одной стороны, и средней плотностью массы-энергии, которую мы обозначим σ, и давлением p — с другой. Вместо $R(t)$ часто вводят функцию Хаббла

$$H = \frac{1}{R}\frac{dR}{dt}.$$

Соотношение между давлением p и плотностью σ дается уравнением состояния. Следовательно, в стандартной модели мы имеем только две независимые переменные: плотность σ и функцию Хаббла H. Чтобы определить их, нам понадобятся два уравнения, которые дает теория Эйнштейна. Одно из уравнений связывает функцию Хаббла с плотностью массы-энергии σ; Второе уравнение выражает адиабатичность космологической эволюции. Адиабатичность означает, что между окружающей средой и элементарным объемом нет теплового обмена:

$$dQ = 0.$$

Поскольку в однородной и изотропной Вселенной не может быть теплового потока, понятие адиабатичности представляется вполне естественным. В результате в отсутствие каких-либо необратимых процессов энтропия также сохраняется в ходе космологической эволюции.

Последовательность событий, которая привела к созданию стандартной модели, может служить великолепным примером вторжения времени в область науки, из которой оно казалось навсегда исключенным. Как отмечал Джордано Бруно, разве можем мы мыслить Вселенную иначе, чем вечно остающейся подобной себе? В 1917 г., всего лишь через год после создания общей теории относительности, Эйнштейн предложил статическую модель Вселенной — в духе того идеала атемпоральности, или вневременности, которым он руководствовался всю свою научную жизнь. Чтобы построить свою космологическую модель, Эйнштейну пришлось дополнительно ad hoc ввести в свои уравнения искусственный член — так называемую *космологическую постоянную*. Но в 1922 г. Фридман показал, что предложенное Эйнштейном статическое решение неустойчиво и флуктуации разрушают его. С другой стороны, Фридман доказал, что уравнения Эйнштейна вполне естественно допускают решения, соответствующие расширению или сжатию Вселенной. Родилось понятие «возраста» Вселенной, измеряемого в универсальной временно́й шкале, общей для всех наблюдателей, измеряющих значение плотности, или других наблюдаемых, которые характеризуют Вселенную. Оказалось, что для зависящих от времени решений не нужна никакая космологическая постоянная.

В 1929 г. Хаббл открыл, что длина волны света, испускаемого галактиками, сдвигается к красному концу спектра на величину, пропорциональную расстоянию от Земли до галактик. Красное смещение для многих физиков стало решающим свидетельством того, что Вселенная, в которой мы живем, расширяется. Открытие Хаббла действительно может быть объяснено в терминах разбегания галактик, которое происходит тем быстрее, чем дальше от нас находятся галактики, поскольку доходящий до нас свет более далекими галактиками испущен раньше, в более глубоком прошлом. Но если наша Вселенная «замкнута», то в будущем возможна смена расширения сжатием.

Рис. 11.1. Три возможных варианта развития Вселенной согласно стандартной модели.

На рис. 11.1 представлены три возможных типа эволюции во времени радиуса Вселенной $R(t)$ в соответствии со стандартной моделью. Все три случая соответствуют различным уровням содержания материи-энергии Вселенной, измеряемой плотностью σ. При плотности σ, меньшей некоторого выведенного из теории порога, Вселенная *открыта* (отрицательная кривизна пространства); она бесконечна, и ее расширение продолжается неограниченно долго. При плотности, большей теоретического порога, Вселенная *замкнута* (положительная кривизна пространства); она конечна, и ее расширение сменяется сжатием. Если же плотность Вселенной равна критической плотности, то пространство *евклидово* (нулевая кривизна пространства), и ее расширение замедляется все сильнее и сильнее, хотя продолжается неограниченно долго [4].

Возможное чередование стадий расширения и сжатия наглядно иллюстрирует обратимость во времени основных уравнений теории относительности. Вопрос о том, к какому из трех возможных типов эволюции относится наша Вселенная, все еще остается весьма спорным. Имеющиеся в настоящее время данные, по-видимому, указывают на то, что наша Вселенная весьма близка к евклидову пространству с нулевой кривизной. Мы еще вернемся к этой загадочной особенности нашей Вселенной. По-видимому, это означает, что на начальных стадиях эволюция нашей Вселенной была подвержена дополнительным ограничениям, не включенным в стандартную модель.

Как мы уже отмечали, с точки зрения термодинамики эволюция Вселенной соответствует обратимому адиабатическому расширению.

Когда газ расширяется адиабатически, он охлаждается. То же самое относится и к Вселенной. Ее эволюция сопровождается постепенным охлаждением, связанным с ее расширением.

Обратимся теперь к проблеме Большого Взрыва. Как упоминалось, прослеживая расширение Вселенной вспять во времени, мы приходим к особой, или сингулярной, точке: плотность, температура и кривизна обращаются в бесконечность. По наблюдаемой сегодня скорости разбегания галактик можно оценить, что это событие — рождение Вселенной — произошло около 15 миллиардов лет назад.

Срок этот поразительно мал. Выражая его в земных годах, мы используем в качестве часов обращение Земли вокруг Солнца. Пятнадцать миллиардов оборотов вокруг Солнца — число действительно небольшое, если вспомнить, что в атоме водорода электрон совершает в секунду около десяти тысяч миллиардов оборотов вокруг ядра!

Но в какой бы временно́й шкале мы ни измеряли возраст тех или иных событий, существование некоторого начального, или первичного, события, знаменующего рождение нашей Вселенной, заведомо принадлежит к числу наиболее неожиданных результатов, когда-либо полученных наукой. Физика занимается изучением только классов явлений. Но Большой Взрыв не принадлежит ни к одному из классов событий. Он является уникальным явлением, особой точкой, не имеющей параллелей и аналогов в физике.

Одни с удовлетворением усмотрели в этой особой точке «Божью десницу», триумф библейского варианта сотворения мира: наука якобы реконструировала существование в далеком прошлом некоторого акта, выходящего за рамки физической рациональности и принадлежащего к сверхъестественному. Другие попытались избежать, как им представлялось, несколько щекотливой ситуации. Одна из замечательных попыток в этом направлении — идея так называемой *стационарной Вселенной* — была предпринята Бонди, Голдом и Хойлом [5].

В основу их модели был положен так называемый «совершенный» космологический принцип: не только во Вселенной не должно быть ни одного выделенного места, но и во времени не должен быть выделен ни один момент. В соответствии с этим принципом каждый наблюдатель в прошлом или в будущем всегда припишет температуре или плотности материи Вселенной одни и те же значения. У Вселенной нет возраста. Стационарная Вселенная характеризуется экспоненциальным расширением, но это расширение компенсируется непрекращающимся рождением материи. Синхронизация между расширением и рождением материи поддерживает постоянную плотность материи-энергии и таким образом приводит к картине вечной, не имеющей возраста Вселенной, пребывающей в состоянии непрерывного творения.

Стационарная Вселенная позволяет исключить наиболее удивительную особенность стандартной модели: наделение Вселенной возрастом. Однако для получения этого результата в уравнения Эйнштейна необходимо ввести дополнительный член, учитывающий рождение материи (в чем-то аналогичный эйнштейновской космологической постоянной). Вследствие рождения материи энтропия возрастает со временем. У Вселенной Эйнштейна нет ни возраста, ни стрелы времени. Стандартная модель наделяет Вселенную возрастом, но не стрелой времени. Вселенная, описываемая моделью стационарного состояния, обладает стрелой времени, но лишена возраста.

Несмотря на всю свою привлекательность, модель стационарного состояния наталкивается на определенные трудности. В частности, для поддержания стационарного состояния необходима тонкая согласованность между космологической эволюцией (расширением Вселенной) и микроскопическими событиями (рождением материи). До тех пор, пока механизм поддержания тонкого равновесия не указан, компенсация расширения и рождения материи остается весьма и весьма спорной.

Последовавшее затем экспериментальное открытие заставило подавляющее большинство специалистов по космологии отказаться от модели стационарного состояния в пользу стандартной модели. Таким открытием, как уже упоминалось, стало открытие в 1965 г. Пензиасом и Вильсоном знаменитого ныне реликтового излучения, обладающего температурой 2,7 К.

Существование реликтового излучения было предсказано еще в 1948 г. Альфером и Германом. Рассуждали они следующим образом. Если Вселенная в прошлом была гораздо горячее и плотнее, чем ныне, то с самого начала она должна была быть «непрозрачной»: фотоны должны были обладать достаточно большой энергией, чтобы сильно взаимодействовать с материей. Можно показать, что при температуре около 3000 К равновесие между материей и излучением нарушается. При этой температуре Вселенная становится прозрачной: излучение «отрывается» от материи. Единственное последующее изменение в свойствах фотонов, образующих тепловое излучение, состоит в том, что с увеличением размеров (расширением) Вселенной их длина волны изменяется. Таким образом, Альферу и Герману удалось показать, что если к тому моменту, когда равновесие между излучением и материей было нарушено (примерно через 300 000 лет после «рождения» Вселенной), фотоны действительно образовали излучение абсолютно черного тела при температуре 3000 К, то температура излучения абсолютно черного тела в настоящее время должна составлять около 3 К. Это было поистине замечательное предсказание, предвосхитившее одно из величайших экспериментальных открытий XX века.

Прежде чем мы углубимся в обсуждение вопросов космологии, нам хотелось бы подчеркнуть два обстоятельства. Во-первых, об общей теории относительности Эйнштейна обычно принято говорить как о дальнейшем обобщении ньютоновской теории. Но подобное утверждение не относится к самой ранней стадии развития Вселенной, включающей в себя не только глобальное расширение Вселенной, но и «рождение» материи, наблюдаемой нами сегодня. В результате этого такие понятия, как «давление», входящее в теорию Эйнштейна, возможно, потребуют пересмотра. Во-вторых, в стандартном описании Вселенной существенную роль играют равновесные соображения (например, приписывание излучению абсолютно черного тела вполне определенной температуры). Но, как было показано в гл. 9 и 10, равновесие наступает в результате хаоса, неустойчивости. По нашему мнению, это является убедительным свидетельством в пользу космологии, основанной на квантовом хаосе.

3. Бесплатный обед?

Стандартная модель занимает центральное место в современной космологии. По общему мнению, она приводит к правильному описанию Вселенной, начиная со второй секунды после Большого Взрыва. Что же касается первой секунды в жизни Вселенной, то она остается предметом глубоких концептуальных изысканий: поведение материи при столь экстремальных температурах и плотностях имеет принципиальное значение для попыток построения единой теории взаимодействий между элементарными частицами. Частицы, которые мы научились сегодня создавать с помощью ускорителей высоких энергий, существовали, когда нашей Вселенной было меньше одной миллиардной секунды от роду. Но современные теории объединения трех основных типов взаимодействия — слабого, электромагнитного и сильного, возвращают нас к еще более ранней стадии развития Вселенной — примерно через 10^{-34} с после Большого Взрыва. Чтобы наблюдать сегодня частицы, существовавшие на столь ранней стадии развития вселенной, нам понадобились бы ускорители диаметром с нашу Галактику!

Помимо этих очевидных экспериментальных проблем стандартная модель сталкивается и с чисто теоретическими трудностями. Почему кривизна пространства в нашей Вселенной столь близка к нулю? Как показали измерения, реликтовое излучение необычайно однородно и изотропно. Как совместить требование причинности с такой однородностью? Чтобы ответить на эти и другие вопросы, стандартная модель была усовершенствована. В частности, в последние годы была предложена так называемая инфляционная модель [6]. В ней вводится второе рождение Вселенной примерно через 10^{-35}с после Большого Взрыва. Второе рождение представляет собой в высшей степени диссипативный эпизод, несколько напоминающий фазовый переход. Ближайшая аналогия — внезапная кристаллизация переохлажденной жидкости. Именно второе рождение Вселенной приводит к нарушению симметрии между сильным взаимодействием — с одной стороны, и слабым и электромагнитным взаимодействием — с другой стороны. Второе рождение должно сопровождаться гигантским расширением (более чем в 10^{50}раз за интервал времени, не превышающий 10^{-32}с). В ходе этого расширения размеры вселенной увеличиваются экспоненциально. Именно поэтому предложенная модель получила название *инфляционной*. Заметим, что экспоненциальный рост размеров Вселенной характерен для класса вселенных, известных под названием *«вселенных де Ситтера»*, играющих важную роль в той модели, которую мы намереваемся изложить в этой главе.

Но и инфляционная модель, в свою очередь, ставит перед нами новые вопросы. Например, она требует, чтобы в уравнения Эйнштейна была заново введена космологическая постоянная. Это приводит к такому изменению законов тяготения, которое, повидимому, противоречит современным наблюдательным данным. Но, пожалуй, самое главное состоит в том, что инфляционная модель не отвечает на вопрос, поставленный нами в начале этой главы. Она оставляет нерешенной проблему начальной особенности и лишь привносит в космологическую историю «эпизод», связанный с запаздыванием в адаптации Вселенной к собственному охлаждению. Подобный эпизод заведомо отличается сильнейшей диссипацией. Но это — не более чем легкий штрих в космологической истории, которая и поныне считается в основном адиабатической. В отличие от инфляционной модели предлагаемая нами модель избегает введения Большого Взрыва и связывает необратимость непосредственно с рождением Вселенной.

Наш подход выделяет как основную трудность адиабатический обратимый характер космологической эволюции, описываемой уравнениями Эйнштейна. Адиабатическая эволюция кажется естественной гипотезой, пока мы имеем дело с геометрическими свойствами Вселенной. Но с момента открытия реликтового излучения с его огромным энтропийным содержанием мы не можем более игнорировать термодинамический, диссипативный аспект расширения. Более того, мы вынуждены даже прийти к заключению, что почти вся энтропия, которая могла быть произведена во Вселенной, уже произведена. По оценкам, если бы вся имеющаяся во Вселенной материя превратилась в фотоны, то энтропия Вселенной изменилась бы только на одну сотую долю процента! Как понять столь гигантское производство энтропии, несомненно являющееся одной из главных характеристик рождения Вселенной?

В этой связи необходимо напомнить одну идею, ставшую необычайно популярной в настоящее время, — идею, превращающую рождение Вселенной в своего рода «бесплатный обед». Эту идею выдвинул в 1973 г. Эдвард Трайон [7], но, по-видимому, она восходит к Паскуалю Йордану. В соответствии с идеей «бесплатного обеда», энергия встречается во Вселенной в двух формах: существует энергия, связанная с гравитацией (соответственно, с притяжением), и энергия, связанная с массой знаменитой формулой Эйнштейна $E = mc^2$. Энергия, связанная с притяжением, отрицательна (чтобы тело покинуло гравитационное поле другого тела, необходимо затратить энергию), тогда как энергия, связанная с массой, положительна. Отсюда напрашивается вывод, что наша Вселенная, состоящая из массы и энергии, может обладать нулевой общей энергией, как пустая Вселенная — вакуум Минковского. Действительно, нулевая полная энергия может образоваться и как сумма двух нулей (пустая Вселенная), и как сумма двух равных отличных от нуля величин с противоположными знаками (материальная Вселенная). Иначе говоря, переход Вселенной из небытия в бытие может не сопровождаться изменением энергии. По мнению Трайона, наша Вселенная могла спонтанно образоваться именно по такому сценарию — из ничего, в результате (спонтанной) флуктуации вакуума.

Идея Вселенной как флуктуации вакуума любопытным образом напоминает идею Больцмана, о которой мы упоминали в гл. 1. И та, и другая идеи наталкиваются на одну и ту же проблему: почему мы сегодня не наблюдаем таких флуктуаций, почему наша Вселенная просуществовала пятнадцать миллиардов лет? Именно здесь мы по-настоящему сталкиваемся с проблемой необратимости. Вспомним вихри Бенара, описанные в гл. 3. С точки зрения энергии они также соответствуют «бесплатному обеду». Но одного лишь сохранения энергии не достаточно для объяснения их образования: цену за их существование необходимо платить не в энергии, а в энтропии.

Прежде чем мы углубимся в более детальное рассмотрение процессов, которые могли привести от вакуума к нашей Вселенной, попытаемся установить космологическую эру, в которой могло произойти такое событие. Принято считать, что наша Вселенная берет начало с *эры Планка*, в которой играют роль только три фундаментальные постоянные: c — скорость света в пустоте, h — постоянная Планка и G — гравитационная постоянная. Кроме того, предполагается, что все три постоянные имели те же значения, которые они имеют сегодня.

Из этих постоянных мы можем построить новые масштабы длины, времени, температуры и массы: планковская длина

$$l_{\rm Pl} = \sqrt{\frac{Gh}{2\pi c^3}}$$

составляет величину порядка 10^{-33} см, планковское время — величину порядка 10^{-44} с, планковская температура — величину порядка

10^{32} К. Эти масштабы соответствуют маленькой горячей Вселенной, близкой по времени к моменту Большого Взрыва. Мы можем также определить планковскую массу, составляющую величину около 10^{-5} г. Эта масса очень велика по сравнению с массой элементарных частиц (например, масса протона составляет величину около 10^{-23} г).

Естественно ожидать, что планковская масса должна была играть важную роль в эру Планка. Но частица с планковской массой должна обладать совершенно необычными свойствами. Действительно, в квантовой механике с частицей принято связывать радиус h/mc, где h — постоянная Планка, c — скорость света в пустоте, m — масса частицы. Если выбрать m порядка планковской массы, то радиус оказывается порядка планковской длины. Следовательно, очень большая масса (в масштабе элементарных частиц) сосредоточена в очень малом объеме (порядка 10^{-33}см^3) . Оказывается, планковская масса определяет тот самый порог, выше которого частица обретает свойства черной дыры!

Немного найдется объектов, введенных физикой, которые бы так действовали на наше воображение, как черные дыры. Попросту говоря, черной дырой мы называем область пространства, в котором плотность материи столь велика, что даже свет не может вырваться из нее наружу. Границы черной дыры определяются «горизонтом событий»: стоит световому лучу пересечь этот горизонт, как он оказывается в ловушке. В центре черной дыры находится особая точка метрики пространства-времени.

Но, как показали Хокинг и Бекенштейн [8], черные дыры вовсе не так черны. Они были бы черными в классической Вселенной, но квантовая теория меняет картину. Рассмотрим черную дыру, погруженную в квантовый вакуум. Вследствие соотношений неопределенности Гейзенберга поля (например, электромагнитное поле) флуктуируют даже в квантовом вакууме. Это означает, что в любой момент времени виртуальные пары частица-античастица рождаются только для того, чтобы исчезнуть в следующий момент времени. Но черная дыра может поглотить одну из частиц, образующих виртуальную пару, прежде чем та исчезнет, и второй частице не остается ничего другого, как удалиться на бесконечность. Хокинг показал, что такой процесс приводит к потоку отрицательной энергии в черную дыру и потоку положительной энергии (или материи) из черной дыры. В результате из-за взаимодействия с квантовым вакуумом черная дыра распадается. Таким образом, черные дыры имеют двоякий аспект: они растут, поглощая все, что пересекает их горизонт, и распадаются из-за своего взаимодействия с квантовым вакуумом.

Если говорить более точно, то Хокинг показал, что черные дыры распадаются, испуская тепловое излучение (излучение Хокинга) вполне определенной температуры. Следовательно, мы можем характеризовать черные дыры их температурой (обратно пропорциональной их массе) и их временем жизни в вакууме. Время жизни черной дыры возрастает как куб ее массы. Например, черная дыра с массой порядка массы Солнца должна была бы жить около 10^{66} лет, а черная дыра с планковской массой исчезает за время порядка планковского времени (около 10^{-44} с). Черные дыры обладают к тому же энтропией, пропорциональной их площади (или, как можно показать, квадрату их массы). Черные дыры действуют как своеобразные термодинамические преобразователи: они поглощают все, что попадает в область их действия, будь то частицы, излучение, автомашины или космические корабли, и преобразуют в тепловое излучение. Процесса, обратного процессу Хокинга, очевидно, не существует: не существует способа, которым черные дыры поглощали бы тепловое излучение и испускали бы автомашины или космические корабли. Черные дыры соответствуют крайнему случаю необратимости.

До сих пор, насколько нам известно, излучение Хокинга не было наблюдено, тем не менее оно рассматривается как необходимое следствие комбинации квантовых понятий и релятивизма.

Тут мы подходим к нашему главному вопросу: как следует понимать рождение нашей Вселенной? Как особую точку в соответствии с представлениями стандартной модели или как неустойчивость, приводящую к рождению материи, которое сопровождается взрывом энтропии?

4. Уравнения Эйнштейна и стрела времени

Начнем с изложения недавно развитого нами термодинамического макроскопического подхода [9]. Чтобы описать рождение материи из вакуума, нам, очевидно, необходима теория, в которой содержание материи-энергии во Вселенной не будет постоянным. Иначе говоря, поскольку используемые в стандартной модели уравнения Эйнштейна содержат, как мы видели, радиус R (или функцию Хаббла), плотность энергии-материи σ и давление p, необходимо допустить вариации плотности материи из-за рождения частиц.

Начнем с рассмотрения двух начал термодинамики. Первое начало выражает сохранение энергии. Но энергия может принимать различные формы. Например, когда мы резко останавливаем двигатель, часть кинетической энергии преобразуется во внутреннюю тепловую энергию. В космологии, как мы уже упоминали, также необходимо различать две формы энергии: гравитационную энергию (она отрицательна) и «внутреннюю», связанную с массой, энергию (она положительна). Внутреннюю энергию можно создавать за счет гравитационной энергии, как это предлагает модель «бесплатного обеда». Такой подход приводит к дополнительному члену, соответствующему источнику внутренней энергии, в первом начале термодинамики и к соответствующей модификации уравнения Эйнштейна. В этом уравнении появляется член, который мы, сравнивая с ньютоновской физикой, идентифицируем с давлением. Таким образом, наш дополнительный член приводит к определению давления заново: к обычному давлению p мы прибавляем дополнительное давление p_{add}, обусловленное рождением частиц. Тем самым давление может быть представлено в виде суммы двух членов, один из которых соответствует обычному термодинамическому уравнению состояния, а другой не имеет аналога в обычной физике, поскольку относится к преобразованию гравитационной энергии в материю.

Обращаясь ко второму началу термодинамики, заметим, что различные формы энергии играют различную роль в изменении энтропии. Энтропия связана с внутренней энергией, а не с остальными формами энергии, такими как механическая энергия. Так как имеется источник внутренней энергии, то имеется и источник энтропии. В стандартной модели энтропия, как мы видели, сохраняется. В нашей модели мы имеем производство, пропорциональное скорости рождения частиц.

Основное допущение, которое мы здесь вводим, состоит в утверждении, что пространство-время с нулевой кривизной, такое как вакуум Минковского, не обладает энтропией. Энтропия связана с материей — так можно было бы сформулировать основную асимметрию: преобразование пространства-времени в материю представляет собой диссипативный процесс, производящий энтропию, в то время как обратный процесс преобразования материи в пространство-время запрещен. Это — решающий шаг. С такой точки зрения «пустое» пространство-время соответствует когерентной, но неустойчивой структуре, тогда как материя является «фрагментированным» пространством-временем. Подобная фрагментация пространства Минковского характеризуется одновременным рождением материи и энтропии.

Приведенная выше космологическая версия двух начал термодинамики имеет далеко идущие следствия. Мы получаем целый новый класс космологий, в которых наряду с переменными, входящими в стандартную модель (давлением p, плотностью σ и радиусом $R(t)$), используется дополнительная переменная n — плотность частиц, а поскольку рождение частиц соответствует необратимому процессу, уравнение Эйнштейна теперь обладает нарушенной симметрией во времени.

Чтобы развить новую космологию, нам необходимо дополнительное уравнение, которое бы связывало плотность частиц с другими космологическими переменными. В наших работах мы подробно рассмотрели случай Вселенной, состоящей из частиц одного вида с массой M. В такой Вселенной плотность массы-энергии просто равна σ, а давление p обращается в нуль. У нас остаются две переменные n и $R(t)$.

Уравнение Эйнштейна дает нам одно соотношение, связывающее функцию Хаббла $H = \left(\frac{1}{R}\right)\frac{dR}{dt}$ с плотностью частиц n. Следовательно, нам необходимо второе уравнение, которое бы связывало рождение частиц с функцией Хаббла. Следствия, к которым приводит наша модель, не зависят от точной формы этого кинетического уравнения, поскольку оно описывает процесс рождения частиц, связанный с функцией Хаббла H. Простое уравнение этого типа имеет вид

$$\frac{1}{R^2}\frac{dnR^3}{dt} = aH^2,$$

где a — кинетическая постоянная, равная нулю или положительная. В это уравнение она входит как параметр. Ее физический смысл мы обсудим в дальнейшем.

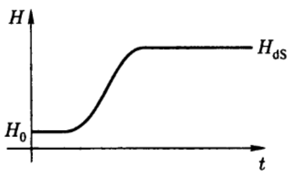


Рис. 11.2. Эволюция функции Хаббла после флуктуации (H_0) до ее стационарново значения (H_{dS}) на стадии де Ситтера (в произвольных единицах).

Величины a и H положительны, так как речь идет только о рождении (а не об уничтожении) частиц. Таким образом, наше уравнение вводит второе начало на космологическом уровне: материя может «излучаться» из пространства-времени, но не наоборот. Нетрудно видеть, что в пространстве Минковского, где $H = 0$, рождения частиц быть не может. Кроме того, во Вселенной, где общее число nR^3 постоянно, независимо от величины H мы должны положить $a = 0$.

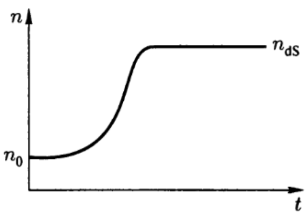


Рис. 11.3. Эволюция плотности частиц после флуктуации (n_0) до ее стационарного значения (n_{dS}) на стадии де Ситтера (в произвольных единицах).

Рассмотрим теперь мир Минковского. Он пуст, поэтому $n = 0$, и функция Хаббла обращается в нуль ($H = 0$). Предположим, что посредством механизма, который мы обсудим позднее, (квантовая) флуктуация в таком вакууме Минковского приводит к плотности n_0 и функции Хаббла H_0. Эти начальные значения мы должны подставить в кинетическое уравнение. В результате общее число частиц будет продолжать расти, и можно показать, что после короткого переходного периода вселенная достигает состояния, в котором n и H принимают не зависящие от времени значения (рис. 11.2 и 11.3).

Весьма интересно, что эти значения не зависят от начальных значений переменных n_0 и H_0. Флуктуация, ответственная за исчезновение пространства Минковского, забыта. Такое забывание характерно для необратимых процессов.

Стационарное состояние, которого мы достигаем, есть не что иное, как Вселенная де Ситтера, характеризуемая нулевой кривизной, не зависящим от времени значением плотности частиц и экспоненциально растущим радиусом (если H — постоянна, то $R = R_0 e^{Ht}$). Таким образом, Вселенную де Ситтера, которая уже встречалась нам в инфляционной модели, можно рассматривать как космологический *аттрактор*, т. е. стационарный режим, на который Вселенную выводит флуктуация пространства Минковского. Особенность, связываемая в стандартной модели с Большим Взрывом, структурно неустойчива относительно рождения материи. Она могла бы существовать как результат нашего модифицированного варианта уравнения Эйнштейна только в отсутствие механизма рождения материи ($a = 0$). Если только постоянная a отлична от нуля (сколь бы мала она ни была), то особенность, связываемая с рождением нашей Вселенной, заменяется непрерывным процессом рождения материи, который начинается с флуктуации.

Заметим, что макроскопическая теория не может предсказать значение постоянной a. Чтобы установить, чему она равна, необходим конкретный микроскопический механизм. Пример такого механизма мы приведем в этой главе.

Ясно, что Вселенная де Ситтера не может быть конечной стадией космологической эволюции, так как наше время размеры Вселенной уже не растут экспоненциально! Чтобы ограничить рождение материи на ранней стадии развития Вселенной, нам необходимо ввести какой-то дополнительный механизм. Когда этот процесс прекращается, мы снова получаем обычную форму уравнений Эйнштейна и стандартную модель.

Удовлетворить такому требованию мы можем довольно просто, приняв постулат о том, что частицы, рожденные на стадии де Ситтера, нестабильны, и после того, как они распадутся, мы возвращаемся к стандартной модели. Естественно поэтому попытаться отождествить частицы, рожденные на ранней стадии развития Вселенной, с черными минидырами, наделенными массой порядка планковской массы. Черные дыры распадаются на «обычную» материю и излучение (в зависимости от их температуры, т. е. от их массы). Можно ожидать, что как только первичные черные дыры распадутся, процесс рождения материи прекратится, и Вселенная де Ситтера перейдет в адиабатически расширяющуюся Вселенную стандартной модели. Как мы увидим в дальнейшем, такая гипотеза вполне разумна. Она согласуется с моделями, описывающими неустойчивость квантово-флуктуирующей Вселенной Минковского. Эта ситуация схематически представлена на рис. 11.4: космологическая эволюция начинается с радиуса R_0, возникающего вследствие первичной флуктуации, и переходит в стадию де Ситтера, которая продолжается вплоть до точки (b), после которой эволюция Вселенной следует стандартной модели. Точка (*a*) соответствует Большому Взрыву, который лежит за пределами физической эволюции Вселенной.

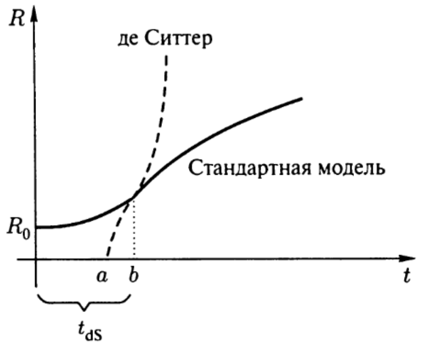


Рис. 11.4. Эволюция радиуса R. Пунктирные линии экстраполируют расширение де Ситтера после точки сшивки (*b*) и стандартное расширение до этой точки (в произвольных единицах).

Так мы завершаем три стадии космологической истории. Интересно отметить, что наша модель вполне естественно объясняет, почему кривизна современного пространства должна быть близкой к ее евклидову значению, равному нулю: мы начинаем с пустой евклидовой Вселенной Минковского.

Кроме того, наша модель позволяет сделать интересные предсказания. В стандартной модели термодинамическая структура Вселенной, выражаемая отношением

$$\frac{\text{материя (барионы)}}{\text{фотоны («энтропия» Вселенной)}},$$

остается неопределенной. Как мы уже подчеркивали, это отношение соответствует очень высокому энтропийному содержанию Вселенной, т. е. чрезвычайно мало (около 10^{-9}). В нашей модели это отношение следует из температуры теплового излучения черных дыр, т. е. из их масс.

Важной новой особенностью нашего подхода является то, что значение этого отношения может быть предсказано в нашей модели. Действительно, массы первичных черных дыр могут быть выведены из нашей модели, если учесть условия, которые необходимо наложить, чтобы обеспечить непрерывный переход от Вселенной де Ситтера к (стандартной) Вселенной Фридмана—Леметра. Для этого требуется, чтобы радиус Вселенной и производная от него по времени оставались непрерывными при пересечении порога, определяющего этот переход. Кроме того, в пороговой точке плотность материи-энергии и функция Хаббла Вселенной де Ситтера определяют начальные значения для последующей адиабатической эволюции. В нашей модели эти условия согласования соответствуют условиям на три параметра де Ситтера:

массу M рожденных частиц, кинетическую постоянную a и время жизни Вселенной де Ситтера t_{dS}. Если принять гипотезу о черных минидырах, то эти параметры сводятся к двум, так как время жизни t_{dS} становится временем жизни черных дыр, которое зависит от их массы M.

Как показывают результаты компьютерных вычислений, условия согласования оказываются выполненными, если массы первичных черных дыр по порядку величины составляют пятьдесят планковских масс. Вычисленная величина массы в пятьдесят планковских масс приводит к правильному предсказанию величины энтропии нашей Вселенной.

5. Самосогласованная космология

Одна из причин привлечения черных минидыр в качестве проточастиц состоит в том, что такое предположение позволяет объяснить высокую температуру на ранней стадии развития Вселенной (напомним, что температура черной минидыры с планковской массой совпадает с планковской температурой 10^{33} K). Однако существуют и другие возможности. Кроме того, в момент распада черных дыр Вселенная все еще выглядит далеко не такой, какой мы наблюдаем ее сегодня. Весьма вероятно, что при распаде черные дыры рождают столько же материи, сколько и антиматерии. Для объяснения преобладания в современном мире материи над антиматерией необходим какой-то дополнительный механизм, приводящий к большому содержанию материи. Как и в случае возникновения жизни, наша Вселенная может быть только результатом последовательности неустойчивостей.

Особо подчеркиваем, что наша модель не описывает «рождение из ничего» в абстрактном, философском смысле. Действительно, квантовый вакуум — отнюдь не «ничто». Он наделен универсальными постоянными. Кроме того, мы приписываем этим постоянным те значения, которые они имеют сегодня.

В начале этой главы мы подчеркивали дуализм ньютоновской Вселенной: с одной стороны, это пространство-время, с другой — материя. Как мы знаем, Эйнштейну удалось создать более единообразную картину. Уравнения Эйнштейна выражают своего рода эквивалентность между пространством-временем и материей, в какой-то мере аналогичную эквивалентности между теплотой и работой. Но мы знаем, что вследствие второго начала термодинамики соотношение эквивалентности между теплотой и работой не симметрично: превращение работы в тепло осуществляется легко, чего нельзя сказать об обратном превращении. Предлагаемая нами модификация уравнений Эйнштейна, учитывающая рождение материи, выражает «неэквивалентность» материи и пространства-времени. В нашем варианте уравнения Эйнштейна устанавливают взаимосвязь не только между пространством-временем и материей, но и энтропией. Вводимый нами космологический механизм приводит к необратимому «разделению фаз» между материей и гравитацией, В первоначальном вакууме они смешаны, в существующей ныне Вселенной мы наблюдаем материю, переносчик гравитации, «плавающей» в пространстве-времени. Фундаментальная двойственность нашей Вселенной представляется нам сегодня результатом первичного всплеска энтропии.

Каков смысл времени и необратимости на уровне космологии? Существует некоторая аналогия с переохлажденной жидкостью на пороге перехода в кристаллическое состояние. Мы можем наблюдать в переохлажденной жидкости флуктуации, приводящие к образованию крохотных кристаллов, которые то появляются, то снова растворяются. Но если образуется крупный кристалл, то происходит необратимое событие: кристаллизация всей жидкости. Даже в состоянии равновесия мы имеем поток корреляций в результате столкновений. Но макроскопического эффекта — стрелы времени — не существует. Стрела времени «проявляется» с процессом, который приводит к необратимому образованию кристалла. Аналогично, очень малая вероятность критической флуктуации в вакууме Минковского указывает на то, что стрела времени уже существует в нем в латентной, потенциальной форме, но проявляется, только когда неустойчивость приводит к рождению новой Вселенной. В этом смысле время предшествует существованию Вселенной.

Мы уже упоминали о том, что наука занимается изучением классов событий. В частности, вполне допустимо рассматривать возможность существования других Вселенных, предшествовавших нашей, равно как и появление новых Вселенных в будущем. На рис. 11.5 мы схематически изобразили эволюцию во времени плотности материи-энергии. Как уже было сказано, мы различаем три периода: период неустойчивости, период де Ситтера с постоянной плотностью (и экспоненциально возрастающими размерами Вселенной) и стандартный период, характеризующийся убыванием плотности (материя не рождается, а Вселенная расширяется). Интересно отметить, что по истечении достаточно большого промежутка времени наша Вселенная снова приблизится к первоначальному вакууму Минковского. Это обстоятельство делает правдоподобным возникновение серии Вселенных в результате флуктуации вакуума. Мы можем говорить о возрасте Вселенной, но не вкладывать в это понятие абсолютного смысла.

Разумеется, рассуждая о подобных материях, мы подходим к границам современного знания. Стивен Хокинг и другие авторы придерживаются иной точки зрения. По их мнению, на самой ранней стадии существования Вселенной, соответствующей планковской эре, квантовые эффекты в пространстве-времени смазали различие между пространством и временем. По замечанию Стивена Хокинга (в ста-

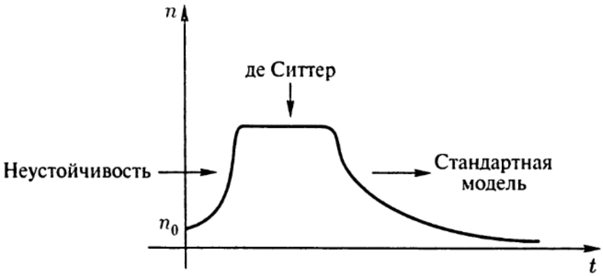


Рис. 11.5. Эволюция во времени плотности материи-энергии: три стадии космологической истории (в произвольных единицах).

тье, опубликованной в сборнике «The New Physics» под редакцией Пола Дэвиса), «когда это происходит, мы можем сказать, что время полностью опространствлено, еще точнее говорить не о пространстве-времени, а о четырехмерном пространстве» [10]. Таким образом, наша временна́я Вселенная может возникнуть из невременной, если смазывающие картину квантовые эффекты затухнут. Однако подобный генезис времени из пространства носит сугубо умозрительный характер. Как представить себе промежуточную стадию между геометрической статичной Вселенной и Вселенной, эволюционирующей во времени? С другой стороны, мы полностью разделяем мнение Хокинга, когда он высказывает требование, согласно которому удовлетворительная космологическая модель должна быть независимой от конкретных начальных условий: «Не следует задавать состояние в бесконечно далеком прошлом, и не должно быть никаких особых точек, в которых законы физики нарушались бы. Можно сказать, что граничные условия Вселенной состоят в том, что у нее нет границ» [11]. Модель, описанная в этой главе, удовлетворяет этим требованиям постольку, поскольку исключает особую точку Большого Взрыва и поскольку начальные значения первичной флуктуации (n_0, H_0) оказываются забытыми. В гипотезе черных минидыр определяется даже порядок величины массы черных дыр, что позволяет предсказать основные термодинамические свойства существующей ныне Вселенной.

Наша феноменологическая модель отчасти была стимулирована более ранней моделью Браута, Энглерта, Гунцига, Нардоне и Шпинделя [12]. Их работы были первыми до модели инфляционной Вселенной, в которых вводилась идея экспоненциального роста размеров Вселенной как следствие неустойчивости вакуума Минковского. Кроме того, в этих работах была продемонстрирована возможность «самосогласованной космологии», исключающей особую точку Большого Взрыва.

Наша модель рассматривает космологию как результат взаимодействия двух полей: одно поле — связанное с материей, другое — с гравитацией. Как известно, если мы рассматриваем однородную и изотропную Вселенную, то метрика принимает простую форму: $ds^2 = c^2dt^2 - R^2(t)\,dl^2$. Известно и то, что эта метрика связана с метрикой Минковского $(ds^2)_{\mathrm{Mink}}$ формулой $ds^2 = F^2(ds^2)_{\mathrm{Mink}}$, где F — так называемый конформный фактор [13]. Взаимодействующие поля можно рассматривать так же, как мы рассматривали поля в гл. 8 и 10. При этом следует иметь в виду, что поле, связанное с глобальной структурной Вселенной, имеет уникальный характер: его энергия не ограничена снизу. Что же касается энергии поля материи, то она положительная, как обычно. В результате гравитационное поле может играть роль резервуара отрицательной энергии, из которого черпается энергия для производства материи (например, черных дыр).

Здесь мы снова возвращаемся к идее бесплатного обеда. Полная энергия (гравитационного поля + материи) может сохраняться, а гравитационная энергия — преобразовываться в материю. Браут и другие авторы предложили механизм такого извлечения положительной энергии. Из-за нелинейной обратной связи — взаимодействия между гравитационным полем и полем материи — кооперативный процесс может привести к одновременному возникновению составляющих массивной материи и искривленного пространства-времени, начиная с пространства-времени Минковского (обладающего нулевой гравитационной энергией и нулевой энергией, связанной с массой). Наша модель показывает, что кооперативный процесс приводит к возникновению Вселенной де Ситтера.

Но если, как показали Гунциг и Нардоне, квантовый атом на фоне плоской геометрии нестабилен при наличии гравитационного взаимодействия, то почему этот кооперативный процесс не происходит все время? Чтобы кооперативный процесс начался, необходима своего рода «энергия активации». Как показывают вычисления, пустое квантовое пространство-время Минковского неустойчиво относительно глобальных флуктуаций, соответствующих нижнему пределу в пятьдесят планковских масс. Замечательно, что эта масса имеет тот же порядок величины, что и масса черных минидыр, получаемая в нашей феноменологической модели.

6. Хаос и Вселенная

Взаимосвязь между квантовой теорией и гравитацией ставит перед нами трудные проблемы. Две великие концептуальные революции XX века привели к итогам, которые и поныне плохо согласуются друг с другом. Можно ли говорить о волновой функции Вселенной? В современной картине мира энергия Вселенной предполагается равной нулю. Поэтому вполне естественно предположить, что $H = 0$. Из уравнения Шрёдингера

$$ih\frac{d\psi}{dt} = H\psi$$

следует, что

$$\frac{d\psi}{dt} = 0,$$

т. е. что волновая функция Вселенной не зависит от времени. (Уравнение $H\psi = 0$ часто называют уравнением Уилера—де Витта [14].) В результате в рамках такого подхода космологическое время оказывается исключенным — заключение, что и говорить, парадоксальное.

Мы хотим, прежде всего, показать, что методы, изложенные в гл. 10, позволяют избежать этой трудности и получить квантовое описание космологии, приводящее к нарушенной симметрии во времени [15]. Как и в гл. 5, мы начинаем с конформной геометрии. Конформному фактору F соответствует поле с отрицательной энергией. Рассмотрим теперь взаимодействие этого поля с другим полем (с положительной энергией), соответствующим материи. Гамильтониан, описывающий взаимодействие между двумя полями, аналогичен гамильтониану, с которым мы встречались в гл. 8 и 10 при рассмотрении модели Фридрихса. Но в модели Фридрихса энергия нестабильного состояния лежит внутри энергии полевого континуума, в то время как в нашей модели она может лежать вне ее в зависимости от массы частиц, или, точнее, их частоты (напомним, что энергия и частота связаны постоянной Планка в соотношении $E_k = h\omega_k$ и что энергия E_k включает в себя энергию массы покоя mc^2). Мы можем также связать частоты с конформным полем.

Важно, что взаимосвязь между двумя полями порождает резонансы, когда частота массивной частицы пересекает критический порог, вычисленный Гунцигом и Нардоне. Для слабого взаимодействия (частота массивной частицы меньше минимальной частоты) резонанса не существует. Для сильного взаимодействия (частота массивной частицы выше порога) резонанс существует, и мы приходим к неинтегрируемым системам Пуанкаре (см. рис. 11.6).

Таким образом, наша модель предсказывает кооперативный эффект, приводящий к кривизне Вселенной (отрицательная энергия) и к образованию материи. В настоящее время она представляет собой всего лишь «игрушечную модель», поскольку нам пришлось ввести ряд упрощающих предложений (и в форме метрики пространства-времени, и в форме взаимодействия). Однако и в сильно упрощенном виде наша модель позволяет прийти к интересному заключению, во многом

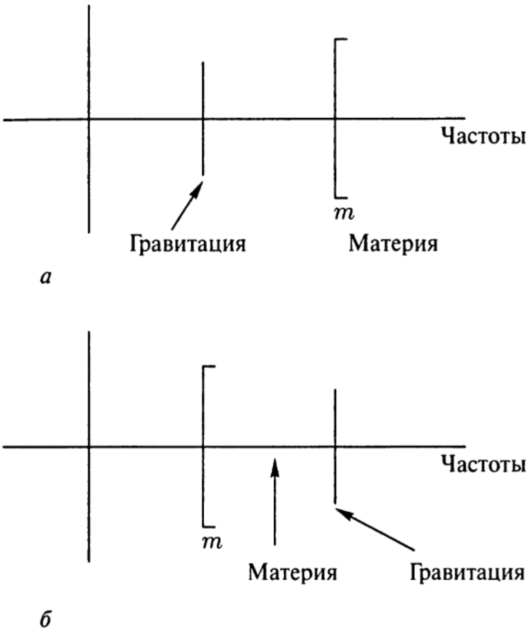


Рис. 11.6. Отсутствие (при $m < m_{\text{crit}}$) (*а*) и наличие (при $m > m_{\text{crit}}$) (*б*) резонанса по частоте поля материи.

не зависящему от принятых допущений: основная динамическая модель космологии принадлежит к классу неустойчивых динамических систем. С самого первого мгновения наша Вселенная была рождена под знаком неустойчивости и необратимости. Кроме того, как мы видели в гл. 10, неустойчивость приводит в общем случае к несводимым вероятностным представлениям. Сказанное применимо и в данном случае: с самого начала история нашей Вселенной предоставлена игре случая.

Сколь привлекательным ни было бы такое заключение, оно далеко не решает всех проблем. Прежде всего, заметим, что оно было получено в классическом приближении (поле материи квантуется, гравитационное поле не квантуется). Мы надеемся, что в ближайшем будущем нам удастся преодолеть и эту трудность. Но есть и другая трудность: что произойдет после наступления неустойчивости, соответствующей тяжелым частицам (черным минидырам)? Почему прекращается рождение материи? В феноменологической модели, изложенной в п. 4, мы связали конец рождения материи с временем жизни черных дыр. Однако более фундаментальное обоснование пока отсутствует и потребовало бы введения дополнительных полей материи, приводящих к распаду тяжелых частиц.

Несмотря на все трудности, эта программа стоит того, чтобьы попытаться осуществить ее. Высшей целью стало бы построение «дарвиновской теории» элементарных частиц: частицы, родившиеся в момент Большого Взрыва, должны быть частицами с наибольшей скоростью производства.

7. Что ожидает Вселенную?

В этой главе мы попытались показать, что космология должна опираться на теорию неустойчивых динамических систем. В какой-то мере это всего лишь программа, но, с другой стороны, в рамках физической теории как она существует в настоящее время, мы не видим другой возможности.

Кроме того, введение вероятности на фундаментальном уровне устраняет некоторые препятствия на пути к построению последовательной теории гравитации. В недавней интересной работе Унру и Вальд писали: «Указанная трудность… может быть прослежена непосредственно до конфликта между ролью времени в квантовой теории и природой времени в общей теории относительности. В квантовой механике все измерения производятся в “моменты времени”: физический смысл имеют только величины, относящиеся к мгновенному состоянию системы. В частности, “истории” не измеримы в квантовой теории. С другой стороны, в общей теории относительности… измерима только геометрия пространства-времени, т. е. физический смысл имеют только истории» [16]. Действительно, как мы видели, квантовая теория измерений соответствует мгновенным, акаузальным процессам. С точки зрения авторов настоящей книги, это обстоятельство является сильным аргументом против «наивной комбинации» квантовой теории и общей теории относительности, включающей в себя и такое понятие, как «волновая функция Вселенной». Но, как подчеркивалось в гл. 10, наш подход позволяет избежать парадоксов, связанных с квантовыми измерениями.

С нашей точки зрения, рождение нашей Вселенной является наиболее наглядным примером неустойчивости, приводящей к необратимости. Какова судьба нашей Вселенной сейчас? Стандартная модель предсказывает, что в конце концов наша Вселенная обречена на смерть либо в результате непрерывного расширения (тепловая смерть), либо в результате последующего сжатия («страшный треск»). Для Вселенной, родившейся под знаком неустойчивости из вакуума Минковского, это уже не так. Ничто в настоящее время не мешает нам предположить возможность повторных неустойчивостей. Эти неустойчивости могут развиваться в различных масштабах.

Простой пример показывает, что мы имеем в виду. Современная теория поля считает, что помимо частиц (с положительной энергией), которые мы наблюдаем, существуют полностью заполненные состояния с отрицательной энергией. При некоторых условиях, например в сильных полях, пары частиц переходят из вакуума в состояния с положительной энергией. Процесс рождения пары частиц из ваккума существенно *необратим*. Последующие превращения оставляют частицы в состояниях с положительной энергией. Таким образом, Вселенная (рассматриваемая как совокупность частиц с положительной энергией) не замкнута. Следовательно, предложенная Клаузиусом формулировка второго начала неприменима! Даже Вселенная в целом представляет собой открытую систему.

Именно в космологическом контексте формулировка законов природы как несводимых вероятностных представлений влечет за собой наиболее поразительные следствия. Многие физики полагают, что прогресс физики должен привести к созданию объединенной теории. Гейзенберг называл ее «Urgleichung» («протоуравнение»), но ныне ее чаще называют «теорией всего» [17]. Если такая универсальная теория когда-нибудь будет сформулирована, она должна будет включать в себя динамическую неустойчивость и, таким образом, учитывать нарушение симметрии во времени, необратимость и вероятность. И тогда надежду на построение такой «теории всего», из которой можно было бы вывести полное описание физической реальности, придется оставить. Вместо посылок для дедуктивного вывода мы можем надеяться обрести принципы согласованного «повествования», из которых следовали бы не только законы, но и события, что придавало бы смысл вероятностному возникновению новых форм как регулярного поведения, так и неустойчивостей. В этой связи мы хотели бы привести аналогичные заключения Вальтера Тирринга: «Протоуравнение (если такая вещь вообще существует) должно потенциально содержать все возможные пути, которые могла бы избрать Вселенная, и, следовательно, множество “линий задержки”. Располагая таким уравнением, физика оказалась бы в ситуации, аналогичной той, которая создалась в математике около 1930 г., когда Гёдель показал, что математические конструкции могут быть непротиворечивыми и тем не менее содержать истинные утверждения, не выводимые в их рамках. Аналогично, “протоуравнение” не будет противоречить опыту, в противном случае его следовало бы видоизменить, но оно далеко не будет определять все. По мере того как Вселенная эволюционирует, обстоятельства создают свои законы» [18]. Именно к такому представлению о Вселенной, развивающейся по своим внутренним законам, мы приходим на основе нашей несводимой формулировки законов природы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Узкая тропинка

1. Конец науки?

В своей недавно изданной книге «От большого взрыва до черных дыр. Краткая история времени» Стивен Хокинг замечает в заключение: «Если мы действительно откроем полную теорию, то со временем ее основные принципы станут доступны пониманию каждого, а не только нескольким специалистам. И тогда все мы, философы, ученые и просто обычные люди, сможем принять участие в дискуссии о том, почему так произошло, что существуем мы и существует Вселенная. И если будет найден ответ на такой вопрос, это будет полным триумфом человеческого разума, ибо тогда нам станет понятен замысел Бога» [1].

В этом случае мы разделили бы с Ним Его атемпоральное видение Вселенной и могли бы понять вечную необходимость за рамками внешних проявлений становления.

Точка зрения Хокинга отражает традиционные представления о том, что должно быть высшей целью физики. В прошлом физики неоднократно утверждали, что все великие проблемы вскоре будут решены и теоретической физике наступит конец. В наши дни, как было показано в гл. 11, конец теоретической физики отождествляется с созданием некоторой «Теории всего на свете», почти магического суперзакона, из которого мы могли бы вывести все формы физической реальности — от элементарных частиц и фотонов до атомов химических элементов и черных дыр. Теория всего на свете свела бы Вселенную к некоторому тождеству, к некоторому фундаментальному вневременному описанию.

Однако утверждению о том, что мы подошли теперь к «концу» науки, можно придать и совершенно иной смысл. Нобелевская конференция 1989 г., состоявшаяся в Колледже Густава Адольфа (г. Сент-Питер, штат Миннесота), была озаглавлена «Конец Науки», но смысл и содержание этих слов были далеко не оптимистичны. Организаторы Конференции выступили с заявлением: «Поскольку мы занимаемся изучением мира сегодня, нас не покидает все более острое ощущение того, что мы подошли к концу науки, что наука как некая универсальная объективная разновидность человеческой деятельности завершилась». И далее: «Если наука не претендует на изучение внеисторических универсальных законов, а признает себя социальной, временной и локальной, то не существует способа говорить о чем-то реальном, лежащем вне науки, о чем-то таком, что наука лишь отражает»[1].

Это утверждение вторит эхом убеждению Эйнштейна, о котором мы упоминали в гл. 2: если наука не может претендовать или по крайней мере не пытается быть «всего лишь» отражением реальности, существующей вне нас, если наука — всего лишь продукт человеческой истории, столь же относительный, как и все остальное, то ее объективность утрачивается. Наука становится столь же субъективным предприятием, как и многие другие виды человеческой деятельности. Основной тезис нашей книги прямо противоположен. Великие законы физики не являются «всего лишь» отражениями реальности, как не являются и «всего лишь» социальными или историческими конструкциями. Классический идеал объективности (и подразумеваемое им отрицание времени) не имеет экстраисторического статуса. Это был дерзновенный и могучий идеал, возникший на почве западной культуры в XVII веке. Но этот идеал ничуть не соответствует тем произвольным суждениям, которые мы вольны по своему усмотрению поддержать или отбросить прочь.

Как было показано в гл. 1, идея объективной физической реальности, воплощенная в динамическом описании, была результатом первой успешной попытки включить время в математическую схему. Более двух веков — от Галилея до Больцмана — ушло на то, чтобы понять, какую цену пришлось заплатить за это достижение: противоречием между фундаментальными законами физики, с одной стороны, и процессами, характеризуемыми нарушением симметрии во времени — с другой стороны.

Современная физика рассматривает стрелу времени как одно из существенных свойств реальности. За последние десятилетия развитие физики происходило в неожиданных направлениях, конкурировавших между собой за то, чтобы придать конструктивное значение идее, согласно которой мы живем во временном мире. Кто мог бы предсказать лет тридцать назад, что неравновесность приведет к самоорганизации в том виде, в каком мы наблюдаем ее в гидродинамических неустойчивостях типа ячеек Бенара? Кто мог бы предсказать существование нестабильных частиц, хаотической динамики или эволюционной космологии? Физическая реальность, которую мы описываем сегодня, является временно́й. Она охватывает законы и события, достоверности и вероятности. Вторжение времени в физику отнюдь не свидетельствует об утрате объективности или умопостигаемости. Наоборот, оно открывает путь новым формам объективной познаваемости.

Нарушение симметрии во времени на микроскопическом уровне, находящееся в центре нашей книги, не является результатом отказа

[1] Конференция, состоявшаяся 3–4 октября 1989 г. в Колледже Густава Адольфа в г. Сент-Питер, штат Миннесота.

от идеала совершенного знания. К нарушению симметрии нас вынуждает динамика хаоса. Через понятие временно́го горизонта неустойчивость впервые появилась как ограничение, вызванное чувствительностью к начальным условиям (гл. 4). Но теперь мы вышли за рамки «негативных» утверждений и пришли к формулировке законов природы, охватывающих хаос и стрелу времени. Преобразование самого смысла хаоса от препятствия на пути к познанию до нового объекта познания является наиболее фундаментальным и неожиданным решением нашей первоначальной проблемы — поиска решения парадокса времени.

Включение в динамику вероятности и необратимости заведомо не может быть выведено из некоторой внеисторической необходимости. Стрела времени не проникла бы на фундаментальный уровень физики, не будь новых вопросов, возникших в результате поиска удобного случая для решения парадокса времени. Понятие благоприятной возможности понимается в науке как исторический, происходящий во времени, диалог человека с природой, диалог, в котором оперирующее символами мышление играет существенную роль.

Как писал один из нас тридцать лет назад, символьное мышление создает мир, который в одно и то же время «беднее и упрощеннее, богаче и интенсивнее» [2]. Мысль, оперирующая символами и работающая в классической или квантовой физике, усиливает те аспекты физической реальности, которые выделяют симметрию во времени. В этом смысле воплощенную в символах мысль можно сравнить с произведением искусства. Подобно произведению искусства, она имеет свои ограничения. Она возбуждает и чувство восхищения, и чувство неудовлетворенности. Она бросает нам вызов, побуждая идти вперед. Именно поэтому парадокс времени играет центральную роль в нашей книге. Он является движущей силой всей нашей работы, тем стимулом, который один из нас ощущал на протяжении многих лет. Время не может возникнуть из невремени. Вневременные законы физики мы не можем считать подлинным «отражением» фундаментальной истины физического мира, ибо такая истина делает нас чужими в этом мире и сводит к простой видимости множество различных явлений, которые мы наблюдаем.

Ту же неудовлетворенность выражали и другие физики. Совсем недавно Роджер Пенроуз писал в своей книге «Новый ум короля»: «...наше недостаточное понимание фундаментальных физических законов препятствует построению концепции “разума” в физических и логических терминах» [3]. Как и мы, Пенроуз особо выделяет проблему времени: «Я убежден, что наше современное представление о физической реальности — особенно в том, что касается природы *времени* — нуждается в коренном пересмотре, пожалуй, даже в более радикальном, чем тот, который был вызван к жизни современной теорией относительности и квантовой механикой» [4]. Однако, насколько можно судить, Пенроуз ожидает решения проблемы со стороны *квантовой теории гравитации*, т. е. теории, объединяющей общую теорию относительности и квантовую механику. Наша стратегия носит более консервативный характер, поскольку мы исходим из проблемы, которая относится к *фундаментальным законам физики* в том виде, как они существуют сегодня, — проблемы динамической неустойчивости. Но Пенроуз прав в том, что нам действительно необходимо «новое понимание этих фундаментальных законов». Каждый исторический период имеет свои характерные проблемы, своего рода вехи, указывающие нерешенные задачи. Величайшее удивление вызывает то, что решение вековой проблемы — парадокса времени — дает решения и других парадоксов современной физики — квантового парадокса и, до некоторой степени, космологического парадокса.

И все же этого можно было ожидать. Все три парадокса тесно связаны между собой. Исключение стрелы времени с необходимостью приводит к двойственному описанию Вселенной: с одной стороны, к обратимым во времени микроскопическим законам, выражаемым в терминах траекторий или волновых функций, с другой стороны — к феноменологическим законам с нарушенной симметрией во времени. Именно ко второму, феноменологическому, уровню относится описание жизни. Здесь мы снова встречаемся с традиционным декартовским дуализмом между *материей*, характеризуемой *протяженностью*, и человеческим разумом с присущей ему *способностью мыслить*. Теория относительности и квантовая механика служат хорошими примерами такого дуализма. Общая теория относительности Эйнштейна стремится к геометрическому видению мира, утонченной форме декартовой протяженности. Что же касается квантовой механики, то ее «двойственная» структура служит явным выражением декартовского дуализма. Амплитуды вероятности, эволюция которых следует детерминистическому обратимому во времени уравнению, можно уподобить потенциальностям в отличие от актуальных, наблюдаемых, вероятностей. Необходимо ли в таком случае рассматривать мир как потенциальную возможность для наших наблюдений? Некоторые физики заходят так далеко, что отводят человеческому разуму центральное место в квантовой механике: мир, описываемый в терминах волновых функций, «жаждет» обрести наблюдателя, который актуализирует его, мира, потенциальную возможность. С нашей точки зрения, предоставление наблюдателю центрального места является следствием парадокса времени. Мы имеем доступ к квантовому миру только через актуальные события, объекты нашего вероятностного описания с нарушенной симметрией во времени.

Квантовая механика показывает, что обратимый во времени мир, описываемый уравнением Шрёдингера, есть также мир *непознаваемый*.

Познание предполагает возможность воздействия мира на нас или наши приборы. Оно предполагает не только взаимодействие между познающим и познаваемым, но и то, что это взаимодействие создает различие между прошлым и будущим. Становление есть и неотъемлемый элемент реальности, и условие человеческого познания.

В этом смысле организаторы Нобелевской конференции были правы. Мы подошли к «концу науки», к концу представления о классической рациональности, связывающей понимание с открытием детерминистических законов, открытием бытия за рамками становления. Вспомним, что для Эйнштейна любое отклонение от этого идеала означало отказ от возможности претендовать на «понимание» мира, основного назначения науки. Однако мы не можем по очевидным причинам согласиться с такими взглядами, соответствующими весьма специфической интерпретации того, что включает в себя познание, или «понимание». Слеп был бы рабовладелец, который считал бы, что понимает своих рабов, поскольку они подчиняются его приказам и следуют установленным им правилам. Там, где речь заходит о живых существах, будь то лошади, собаки или кошки, мы не отождествляем понимание с послушным выполнением правил или законов. Мы отказались бы признать «настоящей» кошку, поведение которой всегда было бы предсказуемым. Но там, где дело касается физики, наши ожидания, очевидно, совершенно иные. Правда, и в этом случае остается в силе мнение, которого придерживался Набоков: «То, что полностью контролируемо, никогда не бывает вполне реальным. То, что реально, никогда не бывает вполне контролируемым»[2)].

Многие философы подчеркивали роль творческого, созидательного начала как условия человеческого и физического существования. Уайтхед писал: «Созидание есть актуализация потенциальности, и процесс актуализации есть событие человеческого опыта... Процесс созидания есть форма проявления единства Вселенной» [6]. Но введение «созидания» в наше понимание физической реальности требует метафизики, враждебной или, по крайней мере, чуждой науке. Новый, неожиданный элемент состоит в том, что, начав с традиционной формулировки науки, мы вышли из этого противоречия.

Формулировка фундаментальных законов природы, предлагаемая физикой, соединяет два элемента, которые мы теперь в состоянии разделить. Одним из элементов было требование подлинного «диалога с природой», означающего, что человеческий разум должен принимать уточняющие ограничения экспериментальной проверки и строгое математическое описание. С этой точки зрения, самая возможность открытия законов природы не могла не вызывать удивления, о чем

[2)] Это — лапидарная формулировка сути набоковской «метафизики» в «Аде», как ее излагает Катерина Хейлес [5].

свидетельствует скептический прием, оказанный в XVIII веке рационалистами законам Ньютона. Другим элементом была перспектива «всезнания», или «всемогущества» тех, кто этими законами проникается. Весьма парадоксально, что западная наука, видевшая свою высшую цель в том, чтобы прислушиваться к фактам природы (в отличие от претенциозных притязаний метафизики), как нельзя лучше удовлетворяет тому, что Ричард Тарнас с полным основанием назвал «глубочайшей страстью западного ума» — к «воссоединению с самой основой своего бытия» [7]. Открытие фундаментальных, симметричных во времени, детерминистических законов природы отвечает этой страсти, но ценой отторжения основы бытия от созидающей, временнóй реальности нашего бытия. Мы думаем, что и поиск решения парадокса времени также проистекает от этой «страсти западного ума». Но динамический хаос как физическая картина «основы бытия» не является метафизической истиной. Подобно самим фундаментальным классическим законам природы, динамический хаос есть продукт нашего изобретательного и требовательного диалога с природой.

2. Природа физических законов

Попробуем, не прибегая к специальной терминологии, кратко резюмировать наши основные шаги на пути к решению парадокса времени. Основное новое понятие, описанное в этой книге, — формулировка *несводимых* вероятностных законов природы. Как было показано в гл. 5–8, традиционно существовали две формулировки физических законов: одна — в терминах траекторий или волновых функций, другая — в терминах статистических ансамблей. Но такая статистическая формулировка не была несводимой. Она была вполне применима к отдельным траекториям или волновым функциям. Иначе говоря, при статистическом подходе не появлялись новые динамические свойства. В результате необратимое приближение к равновесию традиционно было принято связывать с приближенностью, «крупнозернистостью» описания, а стрелу времени приписывать неполноте нашего знания. Предложенная нами несводимая формулировка порывает с этой ситуацией. Необратимость и вероятность становятся объективными свойствами. Они выражают то обстоятельство, что наблюдаемый нами физический мир не может быть сведен к отдельным траекториям или отдельным волновым функциям. Переход от ньютоновского описания в терминах траекторий или шредингеровского описания в терминах волновых функций к описанию в терминах ансамблей не влечет за собой потери информации. Наоборот, такой подход позволяет включить новые существенные свойства в фундаментальное описание неустойчивых хаотических систем. Свойства диссипативных систем перестают быть только феноменологическими, а становятся свойствами, не сводимыми к тем или иным особенностям отдельных траекторий или волновых функций.

Но существуют классические системы, устойчивые и обратимые во времени. Как мы теперь понимаем, они соответствуют предельным ситуациям, исключительным случаям. В квантовой механике ситуация еще более сложная, так как нарушение симметрии во времени явно признается необходимым для наблюдения квантового мира, т. е. для перехода от амплитуд вероятности к вероятности. В нашей формулировке законов природы характерные (представляющие) ситуации принадлежат к классу неустойчивых хаотических систем, которые мы отождествили с существованием несводимых вероятностных представлений. Это новое определение динамического хаоса включает в себя его обычное определение (в простых ситуациях, например в случае отображений, рассмотренных нами в гл. 5 и 9, оба определения эквивалентны) и допускает обобщение на более сложные ситуации (гл. 10 и 11), соответствующие подавляющему большинству случаев, представляющих физический интерес.

Как ни удивительно, но новая формулировка законов динамики позволяет решать и некоторые технические проблемы. Смысл хаоса состоит ныне не в том, что он ставит предел нашему знанию, — хаос позволяет по-новому сформулировать то, что нам надлежит познать. В классической динамике законы хаоса мы ассоциируем с описанием долговременной эволюции отображений (см. гл. 5 и 9) и с интегрированием «неинтегрируемых» систем Пуанкаре. Иначе говоря, наши методы дают нам алгоритмы, более мощные, нежели алгоритмы классической динамики. Аналогично, в квантовой механике наши алгоритмы позволяют устранить трудности, стоящие на пути реализации программы Гейзенберга, т. е. решения задачи на собственные значения. Даже такая простая проблема, как задача о потенциальном рассеянии, приводит к неинтегрируемым системам Пуанкаре. Именно поэтому физики были вынуждены обратиться к *теории* S-матрицы, т. е. к идеализации рассеяния, рассматривающей процесс взаимодействия как происходящий в течение ограниченного времени. Для простых проблем такое упрощение вполне удовлетворительно, однако оно исключает из рассмотрения нейсчезающие взаимодействия, которые встречаются в статистической механике (в задаче N тел или космологии). Учитывая все это, необходимо обратиться к нашей новой формулировке.

Причина успеха нового подхода кроется в переходе к более мощным математическим средствам. Хорошо известно, что задача, неразрешимая с помощью одного алгоритма, может стать разрешимой, если мы обратимся к другому алгоритму. Вопрос о существовании корней алгебраического уравнения неразрешим в области вещественных чисел (некоторые алгебраические уравнения могут не иметь ни одного вещественного корня), но стоит нам перейти в область комплексных чисел, как ответ становится очень простым: каждое алгебраическое уравнение n-й степени имеет n корней. Знаменитая теорема Гёделя утверждает, что не существует конечной аксиоматической системы, в рамках которой были бы разрешимы все проблемы. Поэтому отношение между проблемами и средствами, необходимыми для их решения, — процесс открытый, творческий, способный служить великолепной иллюстрацией творческого созидания человеком смысла, свободного и в то же время ограниченного решаемой задачей.

Введение несводимых вероятностных представлений подразумевает переход от гильбертова пространства к обобщенным пространствам. Еще в самом начале нашей книги мы упомянули об аналогии с переходом от евклидовой к римановой геометрии (см. также гл. 7 и 11). Действительно, гильбертово пространство является обобщением евклидова пространства при переходе от конечномерных векторов к функциям. В гильбертовом пространстве мы используем только «хорошие» функции (с конечной нормой, см. гл. 7), в то время как в обобщенном пространстве разрешается также использовать сингулярные, обобщенные функции. В результате возникает необходимость в *пробных функциях*. Это существенный элемент перехода к несводимым вероятностным представлениям.

Другим существенным элементом является существование хронологического (временного) упорядочения. В гармоническом осцилляторе (классическом или квантовом) время однозначно связано с законами движения. Но в неинтегрируемых системах время играет двойственную роль (см. гл. 9 и 10). Возникает естественное упорядочение, связанное с течением времени. Простейший тому пример — различие между запаздывающими и опережающими потенциалами, введенное еще в гл. 1. В общем виде это временнóе упорядочение может быть осуществлено на статистическом уровне описания в терминах ансамблей. Именно этот подход и позволяет нам получать *несводимые* представления. Если устойчивые системы ассоциируются с понятием детерминистического, симметричного времени, то неустойчивые хаотические системы ассоциируются с понятием вероятностного времени, подразумевающего нарушение симметрии между прошлым и будущим.

Ограниченность традиционного описания в терминах отдельных траекторий или отдельных волновых функций не должна быть чем-то удивительным. Когда мы толкуем об истории архитектуры, то имеем в виду не отдельные кирпичи, а здания в целом. С возрастом мы стареем, но этот процесс затрагивает не отдельные атомы и молекулы, а отношения между ними. Нередко приходится слышать, что история в наши дни все ускоряет и ускоряет свой бег. И в этом случае сказанное относится не к изменению природы отдельных людей, а к изменению отношений между ними, возникшему в результате небывалого развития средств связи, которое привело к созданию глобальной коммуникационной сети. Даже рождение новых идей у того или иного человека обусловлено тем, что мы погружены в разделяемый многими мир значений, проблем и отношений. Ситуация, с которой мы сталкиваемся в физике, много проще. Однако и в этом случае нам надлежит выйти за рамки концепции времени как параметра, описывающего движения отдельных систем. Адекватное физическое описание хаотических систем, эволюции во времени, включающее в себя необратимость и вероятность, достижимо только на уровне ансамблей.

3. Объединяющая роль хаоса

Мы глубоко убеждены в том, что наш подход приводит к более согласованному и единообразному описанию природы. Между фундаментальными законами физики и всеми остальными уровнями описания, включающего в себя химию, биологию и гуманитарные науки, существовал разрыв. Устойчивые динамические системы, а также конечные квантовые системы, описываемые в терминах волновых функций, исторически стали исходными пунктами для построения великих теоретических схем физики. Эти схемы показали в увеличенном виде то, что теперь представляется нам весьма частными случаями, и экстраполировали их далеко за пределы области применимости каждого такого случая.

Подобная новая перспектива глубоко трансформирует взаимосвязь между науками. Теперь перед нами открывается возможность избежать парадокса, который во имя фундаментальных законов низводит время до иллюзии, относя человеческий опыт к некоторой субъективности, лежащей вне природы.

На предыдущих страницах мы встречали два совершенно различных проявления хаоса, динамический хаос на микроскопическом уровне и диссипативный хаос на макроскопическом уровне. Эти две разновидности хаоса не следует смешивать. Динамический хаос лежит у самого основания микроскопической физики, он включает в себя нарушение симметрии во времени и служит фундаментом макроскопических явлений, управляемых вторым началом термодинамики, в число которых входят приближение к равновесию, а также диссипативные структуры и диссипативный хаос. При исследовании макроскопических уравнений, описывающих диссипативные физические процессы или химические превращения, мы сталкиваемся с системами, *микроскопическое* описание которых относится уже к хаотическим системам.

Мы знаем, что вдали от равновесия может существовать множество различных аттракторов. Одни из них порождают периодический режим, как в химических часах, другие — диссипативный хаос. Все эти диссипативные явления представляют собой макроскопические реализации хаотической динамики. Только через исследование нелинейных динамических систем мы можем постичь объединяющий элемент в неисчерпаемом разнообразии ситуаций, наблюдаемых в природе, от беспорядочного излучения абсолютно черного тела до таких высокоорганизованных систем, как живые существа, Такой объединяющий элемент не мог бы быть обнаружен, если бы фундаментальный уровень описывался в терминах интегрируемых систем (или конечных квантовых систем).

«Хаос» и «материя» — понятия, тесно взаимосвязанные, поскольку динамический хаос лежит в основе всех наук, занимающихся изучением той или иной активности вещества, начиная с физической химии. Кроме того, хаос и материя вступают во взаимосвязь еще и на космологическом уровне, так как самый процесс обретения материей физического бытия, согласно современным представлениям, связан с хаосом и неустойчивостью. Таково заключение гл. 11. Эйнштейновская космология стала венцом достижений классического подхода к познаваемости, определяемой как идентификация. В стандартной модели материя задана: она эволюционирует только в соответствии с фазами расширения Вселенной. Но, как мы видели, неустойчивость возникает, стоит нам только учесть проблему рождения материи. Таким образом, особая точка Большого Взрыва заменяется рождением материи и кривизны пространства-времени. Эйнштейновское пространство-время, соответствующее искривленной Вселенной, при нашем подходе возникает как следствие необратимых процессов.

Стрела времени становится принципиально важным элементом, лежащим в основе самих определений материи и пространства-времени. Однако наша модель не соответствует рождению стрелы времени из «ничего». Космологическая стрела времени уже предполагается неустойчивостью квантового вакуума. Действительно, направление времени, различие между прошлым и будущим, никогда не было столь существенным, как в планковский период, соответствующий возникновению нашей Вселенной из квантового вакуума. Как заметил Уайтхед, «способность к сотворению, т. е. рождению, различия между прошлым и будущим через становление является непреложным фундаментальным фактом» [8].

Можем ли мы пойти дальше? Если хаос появляется как объединяющий элемент в обширной области от классической механики до квантовой физики и космологии, то не возникает ли возможность построения «теории всего на свете», или сокращенно ТВС?

Здесь мы считаем своим долгом высказать некоторые предостережения. Прежде всего, подчеркнем, что неустойчивость связана с вполне определенной формой динамики. Классический хаос есть нечто совершенно другое, чем квантовый хаос, и мы весьма далеки от большой единой схемы, охватывающей квантовую теорию и теорию относительности. Кроме того, классическая ТВС, как писал Стивен Хокинг, претендует на то, чтобы постичь замыслы Бога, т. е. достичь фундаментального уровня описания, исходя из которого все явления (по крайней мере в принципе) можно было бы вывести детерминистическим способом. Мы же говорим о совершенно иной форме унификации. ТВС, которая включала бы в себя хаос на самом глубоком уровне физики, не приводила бы к редукционистскому, вневременному описанию. Более высокие уровни допускались бы фундаментальными уровнями, но не следовали бы из них. Унифицирующий элемент, вводимый хаосом, соответствует концепции открытого эволюционирующего мира, в котором, по словам Поля Валери, «время есть конструкция» [9].

Как это часто бывает, новые перспективы приводят к переоценке прошлого. Карл Рубино [10] заметил, что Аристотель отверг вечный и неизменный мир, описываемый Платоном. В своей «Этике» Аристотель доказывал, что акты нашего выбора не определяются нашим характером. Наоборот, последовательность актов выбора делает нас теми, кто мы есть. Этика является не областью дедуктивного знания, а «практической мудростью», искусством делать надлежащий выбор относительно неопределенного будущего. Мы должны удержаться от платоновского искушения отождествить этику с поиском незыблемых достоверностей. Такой подход, как подчеркивает Рубино, был частью аристотелевской мудрости: при рассмотрении любого предмета не следует стремиться к большей точности, чем допускает природа предмета. На протяжении веков такая максима рассматривалась как отрицательное суждение, как призыв к отказу от чего-то. Теперь же мы в состоянии постичь и позитивный смысл этого суждения на примере описанной нами трансформации концепции хаоса. Покуда мы требовали, чтобы все динамические системы подчинялись одним и тем же законам, хаос был препятствием на пути к познанию. В замкнутом мире классической рациональности поиск знания мог легко приводить к интеллектуальному снобизму и высокомерию. В открытом мире, который мы сейчас учимся описывать, теоретическое знание и практическая мудрость нуждаются друг в друге.

4. Узкая тропинка

В конце жизни Эйнштейну преподнесли сборник статей о нем [11], среди которых был очерк выдающегося математика современности Курта Гёделя. Гёдель совершенно серьезно воспринял утверждение Эйнштейна о том, что время как необратимость — всего лишь иллюзии, и представил Эйнштейну космологическую модель, в которой человек мог отправиться назад в свое прошлое. Гёдель даже подсчитал количество топлива, необходимое для такого путешествия. У Эйнштейна идеи Гёделя не вызвали особого энтузиазма. В своем ответе Эйнштейн заметил, что не может поверить, будто кому-нибудь удастся «телеграфировать в собственное прошлое». Эйнштейн даже добавил, что невозможность возвращения в прошлое должна побудить физиков пересмотреть проблему необратимости. Сколь бы сильным ни было искушение вечностью, путешествие назад по времени означало бы отрицание реальности мира. Для Эйнштейна оказалось неприемлемым предложенное Гёделем радикальное подтверждение его, Эйнштейна, собственных взглядов.

Аналогичную реакцию мы находим в прекрасной новелле великого писателя Хорхе Луиса Борхеса. В рассказе «Новое опровержение времени» Борхес описывает теории, объявляющие время иллюзией, и замечает в заключение: «И все же, и все же... Отрицание временнóй последовательности, отрицание себя, отрицание астрономической Вселенной — все это акты отчаяния и тайного сожаления... Время — это субстанция, из которой я состою. Время — это река, уносящая меня, но я сам река; это тигр, пожирающий меня, но я сам тигр; это огонь, поглощающий меня, но я сам огонь. Мир, к сожалению, реален; я, к сожалению, Борхес» [12]. Время и реальность нерасторжимо связаны между собой. Отрицание времени может быть актом отчаяния или казаться триумфом человеческой мысли, но это всегда отрицание реальности.

Отрицание времени было искушением и для Эйнштейна, ученого, и для Борхеса, поэта. Оно отвечало глубокой экзистенциальной потребности. Эйнштейн неоднократно повторял, что научился у Достоевского большему, чем у любого физика. В письме к Максу Борну (1924 г.) Эйнштейн заметил, что если бы ему пришлось отказаться от строгой причинности, то он предпочел бы стать «сапожником или крупье в игорном доме, нежели физиком» [13]. Физика, для того чтобы она имела в глазах Эйнштейна какую-то ценность, должна была удовлетворять его потребности в избавлении от трагедии человеческого существования. «И все же, и все же...» Столкнувшись со следствием собственных идей, доведенных Гёделем до предела, с отрицанием той самой реальности, которую призван познать физик, Эйнштейн отступил.

Эйнштейн придерживался глубоко пессимистических взглядов на человеческую жизнь. Он жил в особенно трагический период человеческой истории, в период фашизма, антисемитизма и двух мировых войн. Но его видение физики отождествлялось с наивысшим триумфом человеческого разума над миром, триумфом, удовлетворяющим страстному стремлению отделить чистое объективное знание от области неопределенного и субъективного. Это стремление может объяснить превалирование бытия над становлением на протяжении большей части истории физики. Французский философ Эмиль Мейерсон усматривал в попытке сведения природы к тождеству основную движущую силу западной науки [14]. Эта движущая сила парадоксальна, подчеркнул Мейерсон, так как стремление к идентификации уничтожает то, что до́лжно познать. Что остается от нашего отношения к миру, если этот мир сводится к некоторой геометрической истине? В этом — наиболее полное выражение парадокса времени, с которым в конце концов столкнулся Эйнштейн. Для Гёделя способность двигаться вспять во времени, в прошлое, по-видимому, была триумфом человеческого разума, триумфом полного контроля над нашим существованием. Однако она также со всей очевидностью обнаружила все безумие такой концепции разума, такого отрицания всех возможных ограничений, без которых не было бы созидания и творчества, ибо не было бы реальности, бросающей вызов нашим надеждам и планам.

Но и то, что полностью случайно, также лишено реальности. Мы можем понять отказ Эйнштейна от случая как от универсального ответа на наши вопросы. Мы должны отыскать узкую тропинку, затерявшуюся где-то между двумя концепциями, каждая из которых приводит к отчуждению: концепцией мира, управляемого законами, не оставляющими места для новации и созидания, и концепцией, символизируемой Богом, играющим в кости, концепцией абсурдного, акаузального мира, в котором ничего нельзя понять. Это означало бы разочарование, ведущее к стоицизму Жака Моно, открывшего Вселенную, лишенную какого бы то ни было смысла, глухую к нашей музыке, Вселенную, в которой мы появились случайно к вящему гневу и отчаянию шекспировского Макбета.

Поиск тропинки, основная тема нашей книги, может служить отличной иллюстрацией созидательной роли человека в истории науки. Как ни странно, роль творческого начала в науке часто недооценивалась. Всякий знает, что если бы Шекспир, Бетховен или Ван Гог умерли вскоре после своего рождения, то никто другой не смог бы повторить их свершений. Верно ли аналогичное утверждение применительно к ученым? Разве кто-нибудь еще не смог бы открыть классические законы движения, не будь Ньютона? Разве формулировка второго начала термодинамики столь нерасторжимо связана с личностью Клаузиуса? В этом противопоставлении литературы, музыки и изобразительного искусства, с одной стороны, и науки — с другой стороны, есть своя правда, резон. Наука — дело коллективное. Решение научной проблемы, чтобы оно было приемлемым, должно удовлетворять точным критериям и требованиям. Однако эти ограничения отнюдь не исключают творческого начала, но, напротив, бросают ему вызов.

Конструирование парадокса времени само по себе является выдающимся достижением творческой мысли. Разве могла бы наука, жестко ограниченная рамками эмпирических фактов, даже мечтать об отрицании стрелы времени, если все явления природы свидетельствуют об обратном? Но научное творчество — не только полет фантазии и формулировка симметричных во времени законов, которые привели к построению величественного здания классической физики, увенчанного двумя великими достижениями физики XX века — квантовой механикой и общей теорией относительности. В этом и состоит загадочная красота физики. Точно так же решение парадокса времени не могло быть только результатом полета фантазии или появиться благодаря чьему-то убеждению или обращению к здравому смыслу. Речь шла даже не о том, чтобы просто найти слабые места в здании классической физики. Парадокс времени был решен с помощью теоремы Пуанкаре, открытия динамической неустойчивости и как результат отказа от отдельных траекторий [15]. Нам необходимо превратить этот недостаток в достоинство, превратить хаос в новое орудие исследования ситуаций, до сих пор остававшихся вне досягаемости физики. В этом — суть «диалога с природой», который мы связываем с научным пониманием. В процессе, включающем в себя творческий диалог, мы преобразуем то, что на первый взгляд кажется препятствием, ограничением, в новую точку зрения, которая придает и новый смысл отношению между познающим и познаваемым.

То, что возникает буквально на наших глазах, есть описание, промежуточное между двумя противоположными картинами — детерминистическим миром и произвольным миром чистых событий. Реальный мир управляется не детерминистическими законами, равно как и не абсолютной случайностью. В промежуточном описании физические законы приводят к новой форме познаваемости, выражаемой несводимыми вероятностными представлениями. Ассоциируемые теперь с неустойчивостью, будь то неустойчивость на микроскопическом или на макроскопическом уровнях, несводимые вероятностные представления оперируют с возможностью событий, но не сводят реальное индивидуальное событие к выводимому, предсказуемому следствию. Такое разграничение между тем, что предсказуемо и управляемо, и тем, что непредсказуемо и неуправляемо, возможно, удовлетворило бы эйнштейновский поиск познаваемости.

Прокладывая тропинку, избегающую драматической альтернативы между слепыми законами и произвольными событиями, мы обнаруживаем, что значительная часть конкретного мира вокруг нас до сих пор «ускользала из ячеек научной сети», если воспользоваться выражением Уайтхеда. Перед нами открылись новые горизонты, возникли новые вопросы, появились новые ситуации, таящие опасность и риск. Мы живем в особо выделенный момент истории и питаем надежду, что нам удалось передать это убеждение своим читателям.

ПРИМЕЧАНИЯ

Введение

1. Выражение «стрела времени» было введено в 1928 г. Эддингтоном в его книге «Природа физического мира» (*Eddington A.* The Nature of the Physical World. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1958).
2. Предисловие к книге Лейбница «Новые опыты о человеческом разумении автора системы предустановленной гармонии» (*Leibnitz.* New Essays on the Human Understanding / Ed. A. G. Langley. La Salle, Illinois: Open Court Publishing Company, 1916; русский перевод: *Лейбниц Г. В.* Сочинения: В 4 т. М.: Мысль, 1983. Т. 2. С. 54).
3. *Lucretius.* De Rerum Natura. 2. 216–220; русский перевод: *Тит Лукреций Кар.* О природе вещей / Пер. с лат. Ф. А. Петровского. М.: Художественная литература, 1983. Кн. 2, 216–220. С. 65.
4. *Einstein A.* Verh. Deutsch. Phys. Ges. 1916. Bd. 18. S. 318; русский перевод: *Эйнштейн А.* Испускание и поглощение излучения по квантовой теории // Эйнштейн А. Собрание научных трудов: В 4 т. М.: Наука, 1966. Т. 3. С. 386.
5. *Hawking S.* A Brief History of Time. From the Big Bang to Black Holes. N. Y.: Bantam Books, 1988. P. 136; русский перевод: *Хокинг С.* От большого взрыва до черных дыр. Краткая история времени. М.: Мир, 1990. С. 123.
6. *Prigogine I., Stengers I.* Entre le temps et l'éternité. Paris: Fayard, 1988.
7. *Prigogine I., Stengers I.* Order out of chaos. N. Y.: Bantam, 1984; русский перевод: *Пригожин И., Стенгерс И.* Порядок из хаоса. М.: Едиториал УРСС, 2003. (Серия «Синергетика: от прошлого к будущему».)

Глава 1

1. *Bergson H.* L'Evolution créatrice // Œuvres. Paris: PUF, 1970; английский перевод: *Bergson H.* Creative Evolution. N. Y.: Henry Colt & Co., 1911; русский перевод: *Бергсон А.* Творческая эволюция. М.—СПб., 1914. См. также: *Бергсон А.* Творческая эволюция. М.: Канон-пресс, Кучково поле, 1998.
2. *Bergson H.* Vocabulaire technique et critique de la philosophie, статья «Непознаваемое», цитируемая А. Гутером в его введении к «Œuvres» Бергсона (Paris: PUF, 1970. P. XXIII).
3. *Bergson H.* L'Evolution créatrice. P. 534; английский перевод: *Bergson H.* Creative Evolution. P. 188. См. также: *Bergson H.* Le Pensee et le mouvant // Œuvres. P. 1286; английский перевод: *Bergson H.* The Creative Mind. Totowa, N. Y.: Little Field, Adams. P. 44.
4. *Prigogine I., Stengers I.* Order out of Chaos. Man's New Dialogue with Nature. N. Y.: Bantam Books, 1984; русский перевод: *Пригожин И., Стенгерс И.* Порядок из хаоса. М.: Едиториал УРСС, 2003. (Серия «Синергетика: от прошлого к будущему».)
5. *Poincaré H.* La mécanique et l'expérience // Revue de Métaphysique et de Morale. 1893. Vol. 1. P. 534–537; Leçons de Thermodynamique / Ed. J. Blondin. Paris: Hermann, 1892; 2-е изд.: Paris: Hermann, 1923.
6. См: *Лейбниц Г. В.* Монадология. Рассуждение о метафизике (*Leibniz G. W.* Monadology and Discourse on Metaphysics / Ed. G. R. Montgomery. La Salle, III: Open Court Publishing Company, 1924; русский перевод: *Лейбниц Г. В.* Монадология // Сочинения: В 4 т. М.: Мысль, 1982. Т. I. С. 413–429).

7. В «Лекциях по кинетической теории материи и электричеству» (1914), на которые ссылается Герман Вейль в своей книге «Философия математики и естествознания» (*Weyl H.* Philosophy of Mathematics and Natural Science. Princeton: Princeton University Press, 1949. P. 204).
8. Этот отрывок Карл Поппер привел в своей книге: *Popper K.* Unended Quest. An Intellectual Autobiography. La Salle, Illinois: Open Court, 1976. P. 160; русский перевод: *Поппер К.* Нескончаемый поиск. Интеллектуальная биография. М.: Эдиториал УРСС, 2000.
9. *Wiener N.* Cybernetics. 2nd edition. Cambridge Mass.: MIT Press, 1961. P. 34; русский перевод: *Винер Н.* Кибернетика, или управление и связь в животном и машине. 2-ое изд. М.: Наука, 1983.
10. *Kuhn T. S.* Black-Body Theory and the Quantum Theory, 1894–1912. Oxford: Clarendon Press, 1978.
11. Ibid. P. 25.
12. Ibid. P. 27.
13. *Popper K.* The Arrow of Time // Nature. 1956. Vol. 177. P. 538.
14. *Pauli* W. Pauli Lectures on Physics. Vol. 1: Electrodynamics. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1973. P. 131.

Глава 2

1. Leibniz — Clarke Correspondence / Ed. H. G. Alexander. Manchester, 1956.
2. Анализ ньютонианской концепции силы как выражения принципа деятельности, не сводимого к механике, см. в работе: *McMullin E.* Newton on Matter and Activity. Notre Dame, Indiana: University of Notre Dame Press, 1978.
3. *Bruno C.* De la Causa, Principio et Uno / Ed. Giovanni Aquilecchia. Turin: Giulio Einaudi 1973; русский перевод: *Бруно Дж.* О причине, начале и едином. Диалог пятый // Бруно Дж. Диалоги / Под ред. М. А. Дынника. М.: Госполитиздат, 1949. См. также: *Leclerc I.* The Nature of Physical Existence. London: George, Allen & Unwin, 1972.
4. См. прекрасные книги Самбурского: *Sambursky S.* The Physical World of the Greeks; Physics of the Stoics; The Physical World of Late Antiquity. Princeton: Princeton University.
5. *Jammer M.* The Philosophy of Quantum Mechanics. N. Y.: Wiley-Interscience Publ., 1974. P. 120–121.
6. *Heisenberg W*. Physics and Beyond: Encounters and Conversations. N. Y.: Harper Torchbooks, 1972. P. 51; русский перевод: *Гейзенберг В.* Физика и философия. Часть и целое. М.: Наука, 1989. С. 181.
7. *Tagore R.* The Nature of Reality // Modern Review. Calcutta, 1931. Vol. XLIX. P. 42–43; русский перевод: *А. Эйнштейн.* Природа реальности. Беседа с Рабиндранатом Тагором // Эйнштейн А. Собрание научных трудов: В 4 т. М.: Наука, 1967. Т. 4. С. 130–133.
8. *Thom R.* Предисловие к «Опыту философии теории вероятностей» Лапласа (*Laplace.* Essai philosophique sur les probabilités), переизданное в коллекции «Epistéme» (Paris: Christian Bourgois, 1986. P. 22).
9. На эту тему см. «Теодицею» Лейбница (*Leibniz.* Theodicy / Ed. E. M. Huggard. London, 1952; русский перевод: *Лейбниц.* Теодицея // Лейбниц Г. В. Сочинения: В 4 т. М.: Мысль, 1989. Т. 4), а также его «Рассуждение о метафизике» (*Leibniz.* Discourse on Metaphysics; русский перевод: *Лейбниц.* Рассуждение о метафизике // Лейбниц Г. В. Сочинения: В 4 т. М.: Мысль, 1982. Т. 1. С. 125–163).

Глава 3

1. *Monod J.* Chance and Necessity / Translated by A. Wainhouse. N. Y.: Vintage Books, 1971.
2. Рассказ перепечатан в сборнике «Сны роботов» (Robot Dreams. N. Y.: Berkley Books, 1986).
3. *Mareshal M., Kestemont E.* Experimental Evidence for Convective Rolls in Finite Two-Dimensional Molecular Models // Nature. 1987. Vol. 329. P. 427-429; *Mareschal M., Malek Mansour M., Puhl A., Kestemont E.* Molecular Hydrodynamics versus Hydrodynamics in two-dimensional Rayleigh-Benard Systems // Phys. Rev. Lett. 1988. Vol. 61. P. 2550.
4. См: *Malek Mansour M., van den Broeck C.* Inhomogeneous Fluctuations in Reaction-Diffusion Systems // Instabilities, Bifurcations and Fluctuations in Chemical Systems / Eds. L. E. Reichl, W. C. Schieve. Austin: University of Texas Press, 1982.
5. См: *Turing A.* The chemical basis of morphogenesis. Phil. Trans. Roy. Soc. London, 1952. Ser. B. Vol. 237. P. 37; *Glansdorff P., Prigogine I.* Thermodynamics of Structure, Stability and Fluctuations. N. Y.: John Wiley and Sons, 1971; русский перевод: *Гленсдорф П., Пригожин И.* Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций. М., 1973.
6. Относительно экспериментального наблюдения структур Тьюринга см.: *Onyang Q., Swinney H.* Nature. 1991. Vol. 352. P. 610; *Verdasca J., de Wit A., Dewel G., Brockmans P.* Physics Letters A. 1992. Vol. 168. P. 194.
7. *Prigogine I.* Bull. Acad. Roy. Belg. Cl. Sci. 1945. Vol. 31. P. 600. См. также: *Nicolis C., Prigogine I.* Self-Organization in Nonequilibrium Systems. N. Y.: Wiley-Interscience, 1977; русский перевод: *Николис Г., Пригожин И.* Самоорганизация в неравновесных системах. М., 1979.
8. *Chandresekhar S.* Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability. Oxford: Oxford University Press, 1961. См. также: *Glansdorff P., Prigogine I.* Op. cit.; *Kondepudi D., Nelson C.* Nature. 1985. Vol. 314. P. 438.
9. *Nicolis C., Prigogine I.* Exploring Complexity. N. Y.: W. H. Freeman, 1989; русский перевод: *Николис Г., Пригожин И.* Познание сложного. 2-е изд. М.: Едиториал УРСС, 2003. (Серия «Синергетика: от прошлого к будущему».)
10. Приведенные данные заимствованы из работы И. П. Эпштейна (*Epstein I. P.* In: Chemical Instabilities / Ed. G. Nicolis, F. Baras. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1983).

Глава 4

1. *Nicolis G., Prigogine I.* Exploring Complexity. N. Y.: W. H. Freeman, 1989; русский перевод: *Николис Г., Пригожин И.* Познание сложного. 2-е изд. М.: Едиториал УРСС, 2003. (Серия «Синергетика: от прошлого к будущему»); *Schuster H.* Deterministic Chaos. Weinheim: Physik-Verlag, 1984; русский перевод: *Шустер Г.* Детерминированный хаос. М.: Мир, 1988.
2. *Mandelbrot B.* The Fractal Geometry of Nature. San Francisco: W. H. Freeman, 1982.
3. *Lovejoy S.* Science. 1982. Vol. 216. P. 185; *Mandelbrot B.* Op. cit.
4. *Nicolis G., Prigogine I.* Op. cit.; а также: *Tabor M.* Chaos and Integrability in Nonlinear Dynamics. N. Y.: Wiley-Interscience, 1989; русский перевод: *Табор М.* Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике. М.: Эдиториал УРСС, 2001.
5. *Niles J.* Physica D11. 1984. P. 304. Этот же пример обсуждает Дж. Лайтхилл в работе: *Lighthill J.* The Recently Recognized Failure of Predictability in Newtonian Dynamics // Proceedings of the Royal Society. A407. 1986. P. 35–50.
6. *Lamb H.* Climate: Present, Past and Future. London: Methuen, 1977. См. также: *Nicolis G., Prigogine I.* Op. cit.

7. *Grassberger P., Procaccia I.* Physica 9D. 1983. P. 189–208; *Abraham O., Albano A., Passamente A., Rapp P.*, eds. Measures of Complexity and Chaos. NATO Series. Plenum Press, 1989.
8. *Nicolis C., Nicolis G.* Nature. 1984. Vol. 311. P. 529–532.
9. *Babloyantz A., Salazar J. M., Nicolis C.* Physics Letters. 1985. Vol. 111A. P. 152–156; *Babloyantz A., Destexhe A.* Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 1986. Vol. 83. P. 351; *Gallez D., Babloyantz A.* Biol. Cybernetics. 1991. Vol. 64. P. 381; *Babloyantz A.* Electroencephalography and Clinical Neurophysiology. 1991. Vol. 78. P. 402.
10. *Valery P.* Cahiers. Vol. 1: Bibliothéque de la Pléiade. Paris: Gallimard, 1973. P. 963.
11. *Hess B., Boiteux A.* Oscillatory Phenomena in Biochemistry // Annual Rev. Biochem. 1971. Vol. 40. P. 237–258; *Goldbeter A., Caplan S. R.* Oscillatory Enzymes // Annual Rev. Biophys. and Bioeng. 1976. Vol. 5. P. 449–476; *Berridge M. P., Rapp P. E.* A Comparative Survey of the Function, Mechanism and Control of Cellular Oscillations // J. Exper. Biol. 1979. Vol. 81. P. 217–279.
12. *Eigen M., Schuster P.* The Hypercycle. A Principle of Natural Self-Qrganization. Berlin: Springer-Verlag, 1979; русский перевод: *Эйген М., Шустер П.* Гиперцикл. Принципы самоорганизации макромолекул. М.: Мир, 1982; *Schuster P.* Structure and Dynamics of Replication-Mutation Systems // Physica Scripta. 1987. Vol. 35. P. 402–416; *Kaufmann S.* Origins of Qrder: Self-Organization and Selection in Evolution. Oxford: Oxford University Press, 1992.
13. *Shannon C. E., Weaver N.* The Mathematical Theory of Communication. Urbana: University of Illinois Press, 1949. См. также: *Шеннон К.* Работы по теории информации и кибернетике. М., 1963.
14. *Chaitin C.* Scientific American. May 1975. P. 47.
15. *Nicolis G., Subba Rao S.* Generation of Spatially Asymmetric Information-Rich Structures in Far-from-Equilibrium Systems // Coherence and Chaos. Manchester: Manchester University Press, 1987.

Глава 5

1. *Ligthill J.* The Recently Recognized Failure of Predictability in Newtonian Dynamics // Proceedings of the Royal Society. 1986. P. 35–50. Приведенный отрывок см. на с. 38.
2. *Einstein A.* Investigations on the Theory of Brownian Motion. N. Y.: Dover, 1956; русский перевод в книге: *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов. Т. III: Работы по кинетической теории, теории излучения и основам квантовой механики. 1901–1955. М.: Наука, 1966; *N. Wax*, ed. Selected Papers on Noise and Stochastic Processes. N. Y.: Dover, 1954.
3. *Collet P., Eckman J.* Iterated Maps on the Interval as Dynamical Systems. Boston: Birkhauser, 1980; *Schuster H.* Deterministic Chaos. Weinheim: Physik-Verlag, 1984; русский перевод: *Шустер Г.* Детерминированный хаос. М.: Мир, 1988.
4. *Duhem P.* La théorie physique. Son objet. Sa structure. Reprint. Paris: Vrin, 1981. Вторая часть гл. 3; русский перевод: *Дюгем П.* Физическая теория, ее цель и строение. СПб., 1910.
5. *Shields P.* The Theory of Bernoulli Shifts. Chicago: University of Chicago Press, 1973.
6. Более подробно о приближении к равновесию в случае преобразования пекаря см. в работах: *Misra B., Prigogine I.* On the Foundations of Kinetic Theory // Suppl. Progr. Theor. Phys. 1980. Vol. 69. P. 101–110; *Elskens Y., Prigogine I.* From Instability to Irreversibility // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 1986. Vol. 83. P. 5756–5760; *Martinez S., Tirapegui E.* Phys. Lett. 1985. Vol. A110. P. 81; *Nicolis G., Prigogine I.* Exploring Complexity. N. Y.: W. H. Freeman, 1989; русский перевод: *Николис Г., Пригожин И.* Познание сложного. 2-е изд. М.: Едиториал УРСС, 2003. (Серия «Синергетика: от прошлого к будущему».)

Глава 6

1. Quantum Theory and Measurement / Ed. J. A. Wheeler, W. H. Zurek. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1983. По поводу исторической обстановки, в которой создавалась квантовая механика, см.: *Forman P.* Weimar Culture, Causality, and Quantum Theory, 1918–1927. Adaptation by German Physicists and Mathematicians to a Hostile Intellectual Environment // Historical Studies in the Physical Sciences. 1971. Vol. 3. P. 19–115.
2. Подробное изложение гамильтоновой динамики можно найти в любом учебнике классической механики, например, в кн.: *Голдстейн Г.* Классическая механика. М.: Гостехтеоретиздат, 1957; 2-е изд. М.: Наука, 1975; *Tabor M.* Chaos and Integrability in Nonlinear Dynamics. N. Y.: Wiley-Interscience, 1989; русский перевод: *Табор М.* Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике. М.: Эдиториал УРСС, 2001.
3. *Poincaré H.* Méthodes nouvelles de la mécanique céleste. Paris: Gauthies Villars, 1882. Перепечатано издательством Dover (N. Y.: 1957); русский перевод: *Пуанкаре А.* Новые методы небесной механики // *Пуанкаре А.* Избранные труды. Т. 1, 2. М.: Наука, 1971–1972. См. также: *Poincaré H.* Acta Mathematica. 1880. Vol. 13. P. 1; *Tabor*. Op. cit., где приведены ссылки на последние работы.
4. *Tabor*. Op. cit.
5. *Arnold V.*, *Avez A.* Ergodic Problems of Classical Mechanics. N. Y.: Benjamin, 1968; русский перевод: *Арнольд В. И.*, *Авец А.* Эргодические проблемы классической механики. 1999. Серия «Регулярная и хаотическая динамика», № 11.
6. *Moser J.* Stable and Random Motions in Dynamical Systems. Princeton: Princeton University Press, 1973; *Lichtenberg A.*, *Lieberman M.* Regular and Stochastic Dynamics. Berlin: Springer-Verlag, 1983; русский перевод: *Лихтенберг А.*, *Либерман М.* Регулярная и стохастическая динамика. М: Мир, 1984.

Глава 7

1. *Bell J. S.* Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics. Cambridge: Cambridge University Press, 1987.
2. *Jammer M.* The Philosophy of Quantum Mechanics. N. Y., Wiley-Interscience, 1974; *Rae A.I.M.* Quantum Physics: Illusion or Reality? Cambridge: Cambridge University Press, 1986.
3. *Davies P.* The New Physics: a Synthesis // The New Physics / Ed. P. Davies. Cambridge: Cambridge University Press, 1989. P. 67.
4. Цитируется в кн.: *Laurikainen K. V.* Beyond the Atom. The Philosophical Thought of Wolfgang Pauli. Berlin: Springer-Verlag, 1988. P. 193.
5. Относительно первых наблюдений см.: *Sauter T.*, *Neuhauser W.*, *Blatt R.*, *Toschek P. E.* Phys. Lett. 1986. Vol. 57. P. 1696–1698; *Bergquist J. C.*, *Hulet R. C.*, *Itano W. M.*, *Wineland D. J.* Ibid. P. 1699–1702. Вывод на основе квантовой теории: *Kimble H. J.*, *Cook R. J.* Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. P. 1023. По поводу критики обычной связи между квантовой теорией и квантовой феноменологией см.: *Cartwight N.* Now the Laws of Physics Lie. Oxford: Clarendon Press, 1983.
6. *Newton R. G.* Scattering Theory of Waves and Particles. Berlin: Springer-Verlag, 1982; русский перевод: *Ньютон Р.* Теория рассеяния волн и частиц. М.: Мир, 1969.
7. Ibid. P. 520.
8. Стандартное изложение квантовой механики см., например, в книге: *Dirac P. A. M.* The Principles of Quantum Mechanics. Oxford: Clarendon Press, 1958; русский перевод: *Дирак П. А. М.* Принципы квантовой механики. 2-ое изд. М.: Наука, 1979. История развития квантовой механики освещена в таких работах, как: *Mehra J.*, *Rechenberg H.* The Historical Development of Quantum Theory: 4 vols. N. Y.: Springer-Verlag,

1982; *Jammer M.* The Conceptual Development of Quantum Mechanics. N. Y.: McGraw-Hill, 1966; русский перевод: *Джеммер М.* Эволюция понятий квантовой механики. М.: Наука, 1985.
9. *Jammer M.* The Philosophy of Quantum Mechanics. N. Y.: John Wiley & Sons, 1974.
10. *Eddington A.* The Nature of the Physical World. Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1958. P. 217. Серия «Ann Arbor Paperbacks».
11. *Petrosky T.*, *Prigogine I.* Physica A. 1988. Vol. 147. P. 439.
12. *Friedrichs K.* Comm. Pure Appl. Math. 1948. Vol. 1. P. 361.
13. *Prigogine I.* From Being to Becoming. N. Y.: W. H. Freeman, 1980; русский перевод: *Пригожин И.* От существующего к возникающему. 2-е изд. М.: Едиториал УРСС, 2002; *D'Espagnat B.* The Conceptual Foundations of Quantum Mechanics. London: W. A. Benjamin, 1976.
14. *Rae A.I.M.* Quantum Physics: Illusion or Reality. Cambridge: Cambridge University Press, 1986. P. IX–X.
15. *Unruh W. G.*, *Zurek W. H.* Reduction of Wavepacket in Quantum Brownian Motion // Phys. Rev. 1989. Vol. 40. P. 1070.
16. *Ghirardi*, *Rimini*, *Weber.* Phys. Rev. 1985. Vol. D34. P. 470.
17. *Popper K.* Quantum Theory and the Schism in Physics. Toronto, New Jersey: Rowman and Littlefield, 1982. P. 175.
18. Ibid. P. 177.

Глава 8

1. *Tolman R. C.* The Principles of Statistical Mechanics. Oxford: Oxford University Press, 1938.
2. *Koopman B. O.* Proc. Acad. Sci. USA. 1931. Vol. 17. P. 315.
3. *Prigogine I.* Non-Equilibrium Statistical Mechanics. N. Y.: J. Wiley, 1962; русский перевод: *Пригожин И.* Неравновесная статистическая механика. М., 1964.
4. *Orban J.*, *Bellemans A.* Phys. Lett. 1967. Vol. 24A. P. 620; J. Stat. Phys. 1969. Vol. 1. P. 467Q.
5. *Petrosky T.*, *Prigogine I.* Can. J. Phys. 1990. Vol. 68. P. 670. Ссылки на более ранние работы приведены в списке литературы к этой статье.
6. *Prigogine I.* Non-Equilibrium Statistical Mechanics. N. Y.: J. Wiley, 1966; русский перевод: *Пригожин И.* Неравновесная статистическая механика. М.: Мир, 1964; *Balescu R.* Equilibrium and Nonequilibrium Statistical Mechanics. N. Y.: J. Wiley, 1975; русский перевод: *Балеску Р.* Равновесная и неравновесная статистическая механика. Т. 1, 2. М.: Мир, 1978.
7. См. литературу, указанную в предыдущем примечании, и книгу: *Resibois P.*, *De Leener M.* Classical Kinetic Theory of Fluids. N. Y.: J. Wiley, 1977; русский перевод: *Резибуа П.*, *Де Ленер М.* Классическая кинетическая теория жидкостей и газов. М.: Мир, 1980.
8. *Alder B.*, *Wainright T.* Phys. Rev. Lett. 1967. Vol. 18. P. 988.

Глава 9

1. *Pollitt M.* Invent. Math. 1985. Vol. 81. P. 413; 1986. Vol. 85. P. 147; *Ruelle O.* Phys. Rev. Lett. 1986. Vol. 56. P. 405; Commun. Math. Phys. 1980. Vol. 125. P. 232; J. Diff. Geom. 1987. Vol. 25. P. 117.
2. *Schwartz L.* Théorie des distribution, I et II. Paris: Hermann, 1957; *Gelfand I.*, *Vilenkin N.* Generalized Functions. Vol. 4. N. Y.: Academic Press, 1964; русский оригинал: *Гельфанд И. М.*, *Виленкин Н. Я.* Некоторые нрименения гармонического анализа. Оснащенные гильбертовы пространства. М.: Физматгиз, 1961.
3. *Shields P.* The Theory of Bernoulli Shifts. Chicago: University of Chicago Press, 1973.

4. *Hasegawa H.*, *Saphir W.* Phys. Lett. 1992. Vol. A161. P. 471; *Gaspard P.* J. Phys. A. 1992. Vol. 25. P. L483; *Antoniou I.*, *Tasaki S.* Spectral Decomposition of the Rényi Map // J. Phys. A. 1993. Vol. 26. P. 73; Phys. Pev. 1992. Vol. A46. P. 7401.
5. *Bohm A.* Quantum Mechanics. Berlin: Springer-Verlag, 1986; *Bohm A.*, *Giadella M.* Dirac Kets, Gamow Vectors, and Gelfand Triplets // Springer Lecture Notes on Physics. Vol. 348. Berlin: Springer-Verlag, 1989.
6. *Antoniou I.*, *Tasaki S.* General Spectral Decomposition of the β-adic Baker Transformation and Intrinsic Irreversibility // Physica A. 1992. Vol. 190. P. 303–329.
7. *Hasegawa H.*, *Driebe O.* Phys. Letters. 1992. Vol. A168. P. 18; *Gaspard P.*, Phys. Letters. 1992. Vol. A168. P. 12.

Глава 10

1. *Antoniou I.*, *Tasaki S.* International Journal of Quantum Chemistry. 1993. Vol. 46. P. 425.
2. *Petrosky T.*, *Prigogine I.* Physica A. 1988. Vol. 147. P. 439; 1991. Vol. 175. P. 146; статья, которая будет направлена в Proc. Nat, Acad. Sci. USA. См. также: *Petrosky T.*, *Hasegawa H.* Physica A. 1989. Vol. 160. P. 351.
3. См. любую монографию о рассеянии, например: *Newton R.* Scattering Theory of Waves and Particles. 2nd ed. Berlin: Springer-Verlag, 1982; русский перевод: *Ньютон Р.* Теория рассеяния волн и частиц. М.: Мир, 1969.
4. *Petrosky T.*, *Prigogine I.*, *Tasaki S.* Physica A. 1991. Vol. 173. P. 175.
5. *Petrosky T.*, *Prigogine I.* Physica. 1991. Vol. 175A. P. 146.
6. *Sudarshan G. G.* In: Symmetry Principles at High Energies / Ed. A. Perlmutter et al. San Francisco: W. H. Freeman, 1966; *Sudarshan G. G.*, *Chiu C. B.*, *Gorini V.* Phys. Rev. B. 1978. Vol. 18. P. 2914.
7. *Petrosky T.*, *Prigogine I.* Physica A. 1991. Vol. 1756. P. 146.
8. См. работу *Т. Петроски и И. Пригожина*, направленную в Proc. Nat. Acad. Sci. USA.
9. Ibid.
10. *Prigogine I.*, *Petrosky T.* In: Proceedings of the 2nd International Wigner Symposium, July 1991 / Eds. H. Diebner and P. Schrock. См. также статью И. Пригожина и Т. Петроски, направленную в Proc. Nat. Acad. Sci. USA.

Глава 11

1. Слова Джона Уилера приведены в книге: *Pagels H.* Perfect Symmetry. N. Y.: Bantam, 1986. P. 165. Относительно открытия реликтового излучения черного тела см. книгу Пагельса, а также книгу: *Weinberg R.* The First Three Minutes. N. Y.: Basic Books, 1977; русский перевод: *Вайнберг С.* Первые три минуты: современный взгляд на происхождение Вселенной. М.: Энергоиздат, 1981.
2. *Hawking S. A.* Brief History of Time. Ch. 8; русский перевод: *Хокинг С.* От большого взрыва до черных дыр. Краткая история времени. М.: Мир, 1990. Гл. 8.
3. *Einstein A.* Physik und Realitat. Journ. Franklin Institute. 1936. Vol. 221. P. 313–347; русский перевод: *Эйнштейн А.* Физика и реальность // Эйнштейн А. Собрание научных трудов: В 4 т. М.: Наука, 1967. Т. 4. С. 200–227.
4. Дальнейшие сведения о стандартной модели и истории ее создания см. в книгах Вейнберга (*Weinberg*. Op. cit.), Пагельса (*Pagels*. Op. cit.) и Хокинга (*Hawking*. Op. cit.).
5. *Bondi H.* Cosmology. Cambridge: Cambridge University Press, 1960.
6. *Brandenberger R. H.* Quantum Field Theory Methods and Inflationary Models // Rev. Mod. Phys. 1985. Vol. 57. P. 1; *Linde A. D.* The Inflationary Universe // Rep. Progr. Phys. 1984. Vol. 47. P. 925.

7. *Tryon E. P.* Nature. 1973. Vol. 246. P. 396.
8. *Hawking S.* Comm. Math. Phys. 1975. Vol. 43. P. 199; *Bekenstein J.* Phys. Rev. 1975. Vol. D12. P. 3077.
9. *Gunzig E., Geheniau J., Prigogine I.* Entropy and Cosmology // Nature. 1987. Vol. 330. P. 621–624; *Prigogine I., Geheniau J., Gunzig E., Nardone P.* Thermodynamics and Cosmology // General Relativity and Gravitation. 1989. Vol. 21. P. 1.
10. *Hawking S.* The Edge of Spacetime // The New Physics. P. 68.
11. Ibid.
12. *Brout R., Englert F., Gunzig E.* Ann. Phys. 1978. Vol. 115. P. 78; Gen. Rel. Gravit. 1979. Vol. 10. P. 1; *Brout K. et al.* Nucl. Phys. B. 1980. Vol. 170. P. 228; *Gunzig E., Nardone P.* Phys. Letter B. 1982. Vol. 188. P. 324; 1984. Vol. 134. P. 142; а также Self-Consistent Cosmology, the Inflatory Universe, and All That... // Fundamentals of Cosmic Physics. 1987. Vol. 11. P. 311.
13. *Taube G. E.* J. Math. Phys. 1967. Vol. 8. P. 118–123.
14. *De Witt B.* Phys. Rev. 1967. Vol. 182. P. 1195; 1967. Vol. 182. P. 1289.
15. *Tasaki S., Nardone P., Prigogine I.* Resonances and Instability in a Cosmological Model // Proceedings of «Quantum Physics and Universe» / Ed. M. Namita. Tokyo: Waseda University, August 1982. P. 19–21. См. также работу *Tasaki S., Nardone P.*, опубликованную позднее.
16. *Unruh W. G., Wald R. M.* Time and the Interpretation of Canonical Quantum Gravity // Phys. Rev. 1989. Vol. D40. P. 2598.
17. *Barrow J. D.* Theories of Everything. The Quest for Ultimate Explanation. London: Clarendon Press, 1991.
18. *Thirring W.* Do the Laws of Nature Evolve? Contribution to the Symposium «Science in the Context of Human Culture II».

Заключение

1. *Hawking S.* A Brief History of Time. From the Big Bang to Black Holes. N. Y.: Bantam Books, 1988. P. 175; русский перевод: *Хокинг С.* От большого взрыва до черных дыр. Краткая история времени. М.: Мир, 1990. С. 147.
2. *Prigogine I.* Symboles en physique. Cahiers internationaux du symbolisme. 1962. B. 3. P. 2.
3. *Penrose R.* The Emperor's New Mind. London: Vintage, 1990. P. 4–5; русский перевод: *Пенроуз Р.* Новый ум короля. О компьютерах, мышлении и законах физики. М.: Едиториал УРСС, 2003. С. 20.
4. Ibid. P. 480; русский перевод см. там же. С. 301.
5. *Hayles N. K.* The Cosmic Web. Scientific Field Modes and Literary Strategies in the 20th Century. Ithaca: Cornell University Press, 1984. P. 136.
6. *Whitehead A. N.* Adventures of Ideas. N. Y.: Macmillan Co., 1933. P. 230–231.
7. *Tarnas R.* The Passion of the Western Mind. N. Y.: Harmony Books, 1991. P. 443.
8. *Whitehead A. N.* Process and Reality. N. Y.: The Free Press, Macmillan, 1979. P. 21.
9. *Valery P.* Cahiers. Vol. 1. Bibliotheque de la Pléiade. Paris: Gallimard, 1973. P. 1303.
10. *Rubino C.* Managing the Future. Science and the Humanities and the Myth of Omniscience. Направлено в «World Future».
11. *Schilpp P. A.*, ed. Albert Einstein: Philosopher — Scientist. Library of Living Philosophers. Evanstone, Illinois, 1949.
12. *Borges J. L.* A New Refutation of Time // Borges J. L. Labyrinths. Penguin Modern Classics. Penguin Books, 1970. P. 269.
13. *Born M.*, ed. The Born-Einstein Letters. N. Y.: Walker, 1971. P. 82.
14. *Meyerson E.* Identity and Reality. London: Allen and Unwin, 1930.
15. Этому вопросу посвящена третья часть нашей предыдущей книги (*Пригожин И., Стенгерс И.* Порядок из хаоса. М.: Едиториал УРСС, 2003).

Именной указатель

Предметный указатель

Оглавление

Нельзя построить содержательную общую теорию нелинейных систем, – считал Джон фон Нейман.

Великий математик ошибался.

В этом убеждают книги этой серии, посвященные синергетической парадигме, нелинейной науке, бифуркациям, фракталам, хаосу и многим другим интересным вещам.

Книга лауреата Нобелевской премии Ильи Пригожина и его соавтора Изабеллы Стенгерс посвящена широкому кругу проблем, интенсивно изучаемых под руководством И. Пригожина в Международном институте физики и химии Э. Сольвэ в Брюсселе и Научно-исследовательском центре по статистической механике и термодинамике в Остине (штат Техас). Это проблемы времени, случайности и хаоса, индетерминизма и необратимости («стрелы времени»), самоорганизации и возникновения диссипативных структур. Кроме того, в книге также обсуждаются различные аспекты и перспективы новой парадигмы современной науки, охватывающей не только естествознание, но и общественные и социальные дисциплины.

ИЗДАТЕЛЬСТВО УРСС
НАУЧНОЙ И УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
E-mail: urss@urss.ru
Каталог изданий
в *Internet:* http://urss.ru
Тел./факс: 7 (095) 135-44-23
Тел./факс: 7 (095) 135-42-46

1801 - ID 12190
9 785354 002689 >