

Г. А. ГРОМЫКО

# СТАТИСТИКА



Г. А. ГРОМЫКО

---

# СТАТИСТИКА

*Допущено Министерством высшего и среднего специального образования СССР в качестве учебника для студентов университетов, обучающихся по специальности «География»*

ИЗДАТЕЛЬСТВО  
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА  
1981

Печатается по постановлению  
Редакционно-издательского совета  
Московского университета

*Рецензенты:*  
кафедра статистики Всесоюзного заочного  
финансово-экономического института;  
профессор *И. Г. Венецкий*

**Г. Л. Громыко**

Статистика. М., Изд-во Моск. ун-та, 1981, 408 с.

Г  $\frac{10805-148}{077(02)-81}$  35-81

0604020105

© Издательство Московского университета, 1981 г.

# ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ

## *Глава I*

---

### ПРЕДМЕТ, МЕТОД И ЗАДАЧИ СТАТИСТИКИ

#### § 1 ПРЕДМЕТ И МЕТОД СТАТИСТИКИ

Изучение явлений и процессов, происходящих в области экономики и других сторон общественной жизни, невозможно без количественных характеристик. Числовые данные, относящиеся к тем или иным явлениям, начали применяться для практических нужд государства еще в глубокой древности. Вначале эти сведения относились к численности населения и имущества и использовались в военных целях и при обложении налогами. По мере развития производительных сил простые учетные операции усложнились и стали включать в себя элементы анализа тех или иных явлений с целью установления в них определенных закономерностей. Так постепенно возникла отрасль знаний, получившая впоследствии термин «статистика».

В настоящее время термин «статистика» употребляется в разных значениях. Например, под статистикой понимают совокупность сведений о тех или иных явлениях (статистика посевных площадей, статистика труда, статистика рождаемости и т. д.); сам процесс получения сведений с последующей их разработкой, т. е. практическую деятельность статистических органов; науку, излагающую приемы статистического исследования и построения статистических показателей применительно к самым различным общественным явлениям.

Есть основания считать, что термин «статистика» произошел от латинского слова *status*, что означает политическое состояние. И действительно, первоначально статистика рассматривалась как совокупность сведений о достопримечательностях государства.

Развитие статистики как науки шло по двум направлениям. Одним из этих направлений была возникшая в Германии описа-

тельная школа государственоведения, представители которой (Конринг, Ахенваль, Шлецер и др.) считали, что задачей статистики является описание достопримечательностей государства: территории, населения, климата, вероисповедания, ведения хозяйства и т. п. — без анализа закономерностей и взаимосвязей между явлениями. Второе направление, возникшее в Англии, известно под именем «политической арифметики». Виднейшим представителем и основателем этого направления был В. Петти, которого К. Маркс называл отцом политической экономии и изобретателем статистики. Последователи этого направления считали, что основной задачей статистики является выявление на основе большого числа наблюдений закономерностей и взаимосвязей изучаемых явлений. От политической арифметики и ведет свое начало статистика как общественная наука в современном виде.

Предметом изучения статистики служат различные общественные социально-экономические явления, исследование которых связано с количественной характеристикой и выявлением присущих им закономерностей. Изучаемые статистикой явления, как правило, состоят из множества отдельных элементов и фактов. Эти множества единиц с отличающимися (варьирующими) признаками составляют так называемые статистические совокупности: совокупность населения, совокупность родившихся, совокупность предприятий, совокупность произведенной продукции, совокупность тех или иных животных и т. д. Поэтому можно сказать, что различного рода *статистические* (массовые) *совокупности* и являются *предметом статистики*.

Статистическое исследование совокупности начинается с изучения отдельных единиц, которые характеризуются рядом признаков. Значения этих признаков у отдельных единиц различны (варьируют). Поэтому статистика стремится прежде всего определить общую для всей совокупности величину признака или итог по совокупности. (Например, изучая совокупность колхозов относительно размера посевных площадей, важно определить итоговую величину посевных площадей по всей совокупности.)

Но нахождением итоговых показателей не исчерпывается роль статистики. Более важную роль статистика играет в выявлении статистических закономерностей, что достигается при помощи обобщающих показателей и специальных методов.

При характеристике различных явлений общественной жизни статистика, как и всякая общественная наука, пользуется методом диалектического материализма, т. е. изучает явления взаимосвязанно, в развитии, старается за количественными изменениями уловить новое качество и т. д. Вместе с тем она использует и свои, присущие только ей как науке приемы исследования. Так, в статистике прибегают к массовым наблюдениям, т. е. собирают сведения о целой совокупности (массе явлений). Массовое наблюдение — основа статистики. После массового наблюдения собранный материал группируется (т. е. подразделяется на качественно-одно-

родные группы), а затем уже на основе этих данных рассчитываются различного рода обобщающие показатели (средние, относительные величины и др.). *Массовое наблюдение, группировка и исчисление обобщающих показателей* — все это в совокупности составляет специфический метод статистики.

Статистика, как правило, имеет дело с числовыми данными, которые обусловлены влиянием множества различных причин, одни из которых являются существенными, а другие — случайными.

Абстрагироваться от случайного и выявить типичное, характерное, закономерное — вот основная задача статистики.

Закономерности, выявленные для той или иной совокупности, обнаруживаются при массовом наблюдении благодаря действию «закона больших чисел». Сущность «закона больших чисел» заключается в том, что по мере увеличения числа наблюдений влияние случайных причин, определяющих величину признака у отдельных единиц совокупности или соотношение между численностями единиц с определенными признаками, взаимно погашается в сводных характеристиках совокупности, т. е. в последних выступает действие основных причин, которые и определяют закономерность.

С выявлением закономерностей на основе массового наблюдения мы чаще всего встречаемся при изучении общественных явлений.

Поэтому не случайно В. И. Ленин считал социально-экономическую статистику одним из могущественных орудий социального познания.

В процессе развития статистики как науки обособились в качестве самостоятельных дисциплин: *отраслевые* статистики, в которых освещаются сущность и методология показателей, используемых при изучении соответствующей отрасли; *экономическая* статистика, содержанием которой является раскрытие сущности и методологии исчисления показателей, используемых при статистическом изучении народного хозяйства в целом; *общая теория* статистики, которая освещает теорию статистической методологии, общую для всех отраслевых статистик.

Именно общая теория статистики освещает приемы и правила сбора и обработки статистической информации с целью: изучения структуры совокупности и соотношения отдельных ее частей между собой; изучения особенностей распределения единиц совокупности по отдельным признакам; определения среднего значения того или иного признака и его вариации; изучения взаимосвязи между отдельными показателями, изучения динамики тех или иных показателей и т. д., т. е. общая теория статистики является методологической наукой и освещаемые ею приемы сбора и обработки информации с целью выявления различного рода статистических закономерностей применимы не только к области общественных явлений, но и других (естественных и пр.), где выводы строятся на основе массового наблюдения, где имеет место вариация признака у отдельных единиц наблюдения, где общие закономерности прояв-

ляются через взаимопогашение случайностей у отдельных единиц.

В статистике, имеющей дело с количественными показателями, давно стали применяться различные математические приемы, которые позволяют выявлять закономерности распределений, динамику показателей, взаимосвязь между явлениями и т. д. Так как статистика строит свои выводы на основании большого числа единичных случайных явлений (событий), то она неизбежно сопрягается во многих случаях с той отраслью математических знаний, которая изучает законы случайных явлений, т. е. с теорией вероятностей.

В результате взаимодействия теории вероятностей с другими приемами математики возникла как самостоятельная дисциплина математическая статистика, в которой путем математической логики и строгого доказательства используются различные вероятностные модели распределения величин, их взаимосвязей, оценок точности выборочных данных и т. п.

Естественно, что общая теория статистики, освещающая теорию статистической методологии, не может не рассматривать те приемы математической статистики, которые помогают раскрытию статистических закономерностей.

Поэтому хотя математическая статистика существует как самостоятельная дисциплина, где все положения строго математически доказываются, общая теория статистики обязательно включает в себя многие ее разделы, порой без строго математического доказательства, больше в прикладном плане.

Как и в любой другой науке, математика в статистике играет роль средства, инструмента исследования, о чем в свое время сказал известный русский статистик А. А. Чупров. По его словам, математика «предоставляет в распоряжение исследователя богатый набор усовершенствованных рабочих инструментов»<sup>1</sup>, при помощи которых он может более глубоко проникнуть в сущность изучаемых явлений и выявить присущие им закономерности.

Конечно, положительный результат при применении математических приемов может быть достигнут только в том случае, если применяющий эти методы исследователь хорошо знает область исследования. В противном случае желаемый эффект не будет достигнут и все сведется к математическому формализму.

## § 2. СТАТИСТИКА И ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ГЕОГРАФИЯ

Статистика тесно связана с другими науками (политической экономией, историей и др.), изучающими природу той или иной области явлений. При исследовании общественных явлений теоретической базой статистики служит исторический мате-

<sup>1</sup> Чупров А. А. Основные проблемы теории корреляции. М., 1960, с. 137.

риализм. При изучении экономических явлений статистика опирается на теоретические положения политической экономии. Политическая экономия характеризует закономерности экономических процессов в общем виде, статистика же изучает их в конкретном проявлении.

Статистика дает другим общественным наукам факты, цифровые материалы, без которых невозможно изучение действительности и подтверждение теоретических выводов.

Тесная связь существует между статистикой и географией. Любое экономико-географическое исследование обязательно требует количественных показателей, большинство из которых получается на основе статистических данных. Идет ли речь о развитии того или иного района, его природных ресурсах или о темпах развития отдельных отраслей — во всех случаях пользуются статистическими данными. Но чтобы правильно пользоваться теми или иными статистическими данными, надо знать природу этих показателей, способы их расчета.

Ни с одной наукой статистика не соприкасалась так тесно, как с экономической географией. Экономическая география и статистика развивались в неразрывной связи друг с другом. Можно, пожалуй, сказать, что экономическая география складывалась в недрах статистики. В конце XVIII и начале XIX в. географические описания хозяйственной деятельности населения России и за рубежом давались описательной статистикой. Одной из первых работ описательного направления в России была работа И. К. Кирилова (1689—1737) «Цветущее состояние Всероссийского государства», написанная в 1727 г. по материалам I петровской ревизии. Эта работа представляла собой одно из первых систематизированных статистических и экономико-географических описаний России.

Представителем описательной школы был и русский географ, историк, замечательный энциклопедист XVIII в. В. Н. Татищев (1686—1750), много сделавший в области статистики и экономической географии. Он впервые высказал мысль о необходимости составления географии России с полным ее экономическим описанием. С целью получения сведений для этого описания Татищев разработал программу со 198 вопросами. Осуществлением этой цели и усовершенствованием вопросов программы занялся в дальнейшем М. В. Ломоносов (1711—1765). Он составил программу из 30 вопросов для собирания сведений, необходимых для создания «Российского Атласа», который должен был отразить географию, экономику страны в разрезе промышленности, сельского хозяйства, торговли, транспорта, населения. Ответы на вопросы должны были посылаться в академию со всех городов, уездов. Эти сведения собирались в течение 10 лет и были обработаны лишь после смерти М. В. Ломоносова.

М. В. Ломоносовым написан ряд работ экономического характера. Такова его работа «Слово похвальное императору Петру Великому», написанная в 1755 г., в которой дается оценка I ревизии.



В трактате Ломоносова «О размножении и сохранении Российского народа» был выдвинут ряд условий, соблюдение которых могло бы привести к быстрому росту населения в России. Ломоносов отказался от термина «статистика» в смысле «описательного государственоведения» и впервые ввел термин «экономическая география», выделив ее из общей географии в самостоятельную науку.

Его работы не носят чисто описательный характер. Им присущ элемент анализа, использования числового метода, т. е. они значительно ближе к работам школы «политической арифметики».

Немало занималось описанием русских городов и изучением хозяйств наместничеств «Вольное экономическое общество» (ВЭО), созданное в Санкт-Петербурге в 1765 г. Это общество, объединявшее либеральное дворянство, интересующееся хозяйственным развитием страны и созданное с целью распространения в государстве полезных сведений о земледелии и промышленности, ставило перед собой задачу найти в условиях крепостного строя пути увеличения производительности труда крестьян и доходов помещиков.

Оно собирало различного рода сведения статистического характера, на основании которых публиковались статистико-географические исследования. Созданное для определенных практических задач ВЭО сыграло большую роль в деле развития краевой географии. «Экономическая география России XVIII в., исходя из идей Ломоносова, стремилась соединить описательную статистику с географией, начинала включать в описание физико-географические данные, оценивать с хозяйственной точки зрения природные условия, ставить вопросы о разделении страны на районы независимо от административного деления»<sup>2</sup>.

Особенно много крупных территориальных исследований, основанных на использовании статистических данных, было произведено в XIX в.

Характерно, что большинство из крупнейших экономико-географов XIX в. одинаково успешно трудились и на ниве экономической географии, и на ниве статистики.

Нельзя не упомянуть в этой связи имя К. Ф. Германа (1767—1838), одного из первых преподавателей статистики в России и автора первых руководств по статистике. К. Ф. Герман был представителем и последователем описательной школы. Он считал, что предметом статистики является государство, т. е. он видел в статистике отрасль знаний, или совокупность сведений (главным образом количественных) о государстве. Статистика, по его словам, есть «основательное познание о состоянии государства в каком-либо известное время»<sup>3</sup>. Будучи последователем описательной школы, он вместе с тем признавал, что лишь статистико-экономические исследования, которые начали проводить в Англии представители школы «политической арифметики», превратили статис-

<sup>2</sup> Отечественные экономико-географы XVIII—XIX вв. Под ред. Н. Н. Баранского, Н. П. Никитина, Ю. Г. Саушкина. М., 1957, с. 10—11.

<sup>3</sup> Герман К. Ф. Всеобщая статистика. М., 1809, с. 33.

тику в настоящую науку. К. Ф. Германом составлено географо-статистическое описание многих губерний, составлены карты. В своих конкретных статистических описаниях территорий К. Ф. Герман делал попытки выделить районы страны не только по градусам и широтам, но и по особенностям земли и климата.

Таким образом, в его лице мы видим человека, в чьей деятельности прочно переплетались статистика и география и кто своей практической, педагогической и научной работой содействовал развитию статистической науки и географии.

Известен как географ и статистик К. И. Арсеньев (1789—1865), достойный продолжатель дела К. Ф. Германа, его ученик и соратник.

К. И. Арсеньев много занимался статистикой, считая ее наукой, призванной обобщать факты и давать им политическую и экономическую оценку при анализе. Он преподавал статистику и географию в Петербургском университете, а затем в военных учебных заведениях. Его работа «Статистические очерки России» (1848) является серьезным исследованием по экономической географии. В этой работе, широко применяя методы статистики, Арсеньев дал обоснование экономического районирования России. Еще раньше, в 1818—1819 гг., им написана работа «Начертание статистики Российского государства», в которой использованы для анализа интересные группировки. Та и другая работы сыграли большую роль в развитии экономической географии и статистики. К. И. Арсеньев — один из инициаторов создания Русского географического общества (РГО) и деятельный его участник. Он много сделал для постановки статистического дела в России. Некоторое время (1835—1853) он возглавлял статистические работы в России. В частности, под его руководством создавались губернские статистические комитеты.

В правильной научной постановке статистического дела в России большая заслуга принадлежит Русскому географическому обществу, основанному в 1845 г.

Это общество имело 4 отделения: общей географии, географии России, этнографии и статистики. Впоследствии последнее было преобразовано в отделение экономической географии.

Первым председателем отделения статистики был П. И. Кеппен (1793—1864), статистик, географ-этнограф, проявлявший особенный интерес к вопросам населения. После Кеппена (с 1847 по 1859 г.) на протяжении многих лет статистическое отделение РГО возглавлял В. П. Заболоцкий-Десятовский (1808—1881). Математик по образованию, он почти всю свою жизнь и деятельность связал со статистикой и исследованиями в области экономической географии.

Статистическое отделение РГО привлекло к своей работе много людей, интересующихся своим краем, и стало заниматься, по существу, вопросами экономической географии. В эти годы (вторая половина XIX в.) появилось очень много описаний отдельных гу-

берний, уездов, городов, проведенных по заданию отделения статистики.

Среди таких работ особенно выделялось изданное в 1852 г. трехтомное «Статистическое описание Киевской губернии» Д. П. Журавского, в котором на богатом конкретном материале впервые в территориальном разрезе дан глубокий социальный анализ хозяйственных процессов, вскрыто имущественное неравенство отдельных слоев населения. По словам Н. Г. Чернышевского, который проявлял живой интерес к статистике и экономической географии, «Статистическое описание Киевской губернии» было «одним из самых драгоценных приобретений, сделанных русской наукою в течение всего настоящего столетия»<sup>4</sup>.

Говоря о Д. П. Журавском (1810—1856) как о крупнейшем русском статистике, нельзя не отметить, что немалая заслуга в его успехах принадлежит РГО, членом которого он был, по заданию которого он работал и которое пробудило в нем интерес к географическим исследованиям.

Особое место в истории русской статистики занимает выдающийся русский географ, известный и как статистик, П. П. Семенов Тян-Шанский (1827—1914), который является своего рода отцом русской государственной статистики. Семенов Тян-Шанский — автор многих ценнейших работ в области статистики. С 1873 по 1914 г. Семенов Тян-Шанский был председателем РГО. В 1864 г. он был поставлен во главе ЦСК (Центрального статистического комитета) и 33 года возглавлял русскую статистику.

Семенов Тян-Шанский упорядочил русскую статистику и исследование русского хозяйства. Он ввел новые для 70-х годов подворные обследования. Это было очень ценно, так как только при подворном обследовании можно изучить классовое расслоение крестьянства. По инициативе Семенова Тян-Шанского была проведена Всероссийская перепись населения 1897 г.

Семенов Тян-Шанский прекрасно понимал, что без хорошо налаженного статистического дела в стране невозможно никакое глубокое научное экономико-географическое исследование. Поэтому он старался поставить статистику на научное начало, пытался систематизировать и издавать различного рода справочные материалы по фабрично-заводской статистике; при нем начали собирать сведения по статистике урожаев, была проведена первая перепись всех паровых двигателей в России и т. д.

П. П. Семенов Тян-Шанский провел в 1870 г. I статистический съезд в России (единственный до революции). В качестве представителя русской статистики он участвовал в V—IX международных статистических конгрессах, что способствовало изучению опыта зарубежной статистики.

Не увеличивая перечень имен географов, успешно занимавшихся статистикой и способствовавших ее развитию, а также статисти-

<sup>4</sup> Чернышевский Н. Г. Полн. собр. соч., т. III, 1947, с. 387.

ков, занимавшихся вопросами территориальных экономических исследований, можно заключить, что статистика и экономическая география в XVIII и XIX вв. развивались в тесной связи.

И если для XVIII в. характерно значительное процветание описательной статистики как суммы сведений о государстве или отдельных его частях (т. е. статистика отождествляется с государствоведением), то в XIX в. статистика носит другой характер. Ее задачей является изучение на основе массовых данных различного рода закономерностей. И экономическая география, выделившись в самостоятельную науку, пользуется статистикой как для иллюстраций тех или иных положений, так и для выявления различного рода географических закономерностей.

В последние годы в географии, как и во многих других науках, стали широко применяться математические методы, или, как говорят, произошла «математизация» географии.

Бесспорно, математические методы позволяют более глубоко изучать пространственные структуры, взаимосвязи и т. д. Но как бы широко они не применялись, они не могут вытеснить присущие географии методы описания географических явлений на основе систематизированных, упорядоченных, сгруппированных статистических данных.

Другими словами, при всевозрастающей «математизации» географии роль статистики в ней не только не уменьшается, а, наоборот, возрастает, ибо применение сложных математических приемов требует предварительно обработанных соответствующим образом статистических данных.

Поэтому наряду с соответствующей математической подготовкой географу вообще и экономико-географу в частности должны получать основательное знакомство со статистической методологией, составляющей содержание курса «Общая теория статистики».

Каждый географ, как и экономист вообще, должен уметь пользоваться статистическим методом в своих исследованиях, уметь группировать, обобщать, изучать явления в динамике, понимать природу тех или иных показателей, исчисляемых для характеристики явлений и процессов в различных отраслях народного хозяйства.

\* \* \*

Пользуясь данными статистики, нельзя забывать, что статистика, как и всякая другая общественная наука, — наука классовая.

Статистика в капиталистических странах использовалась и используется в апологетических целях. Современная буржуазная статистика направляет свои усилия на затушевывание действительности, на искажение фактов, неугодных господствующему классу. Так, буржуазная статистика преуменьшает данные о безработице, о росте цен, преувеличивает данные о размерах заработной платы и жизненном уровне трудящихся и т. д. Статистические

данные широко используются буржуазными экономистами в различных реакционных теориях, оправдывающих агрессивную политику империалистов и пр.

В социалистическом обществе статистика является орудием в руках трудящихся в их борьбе за строительство коммунистического общества. Полученные на научной основе достоверные данные советской статистики отражают наши достижения в различных отраслях народного хозяйства, а также отдельные недостатки, требующие устранения.

## Глава II

---

### ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О СТАТИСТИЧЕСКОМ НАБЛЮДЕНИИ

#### § 1 СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ КАК ПЕРВЫЙ ЭТАП СТАТИСТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Статистическое изучение тех или иных явлений предполагает в качестве первого шага сбор сведений по заранее разработанному плану. Научно организованный сбор сведений именуется *статистическим наблюдением*.

В результате проведенного статистического наблюдения получается груда сырого материала, нуждающегося в систематизации и обработке. Обработка статистического материала с выражением результатов ее в таблицах составляет второй этап статистического исследования, который именуется сводкой.

И наконец, на основе итоговых данных сводки можно произвести научную обработку материала с целью обобщения и определения различных закономерностей. Это составляет третий этап статистического исследования.

Таким образом, любое законченное статистическое исследование проходит три этапа, хотя между ними, бесспорно, могут происходить разрывы во времени.

В этой главе мы коротко остановимся на основных вопросах, связанных с первым этапом статистического исследования, — статистическим наблюдением.

Так как статистическое наблюдение является начальным этапом статистического исследования, то оно во многом определяет успех всей работы.

От того, насколько полными и качественными окажутся собранные данные, зависят во многом и те выводы, к которым придет

исследователь. Поэтому статистическому наблюдению всегда уделялось и уделяется большое внимание в статистических исследованиях.

**Две формы организации статистического наблюдения.** Статистическое наблюдение может быть осуществлено посредством *отчетности* и посредством *специально организованных обследований*.

В первом случае статистические сведения получают от отдельных предприятий, учреждений, хозяйств, строек и т. п. по установленным формам в установленные сроки. Заполнение отчетности каждым предприятием, учреждением и т. п. проводится, в свою очередь, на основе данных оперативного или бухгалтерского учета, которые ведутся на этих предприятиях.

Сведения, представляемые в отчетности, могут относиться к разным по продолжительности периодам времени, и в соответствии с этим различают отчетность суточную, декадную, месячную, квартальную, полугодовую, годовую. Обычно все упомянутые выше виды отчетности, кроме годовой, объединяют одним названием — *текущая отчетность*.

Сбор сведений через отчетность в СССР осуществляется главным образом органами государственной статистики. ЦСУ СССР разрабатывает и утверждает формы отчетности и их содержание.

Отчетность по способу передачи делится на почтовую и телеграфную. Отчетность как форма статистического наблюдения занимает в статистической практике СССР ведущее место. Именно через отчетность собирается в органах государственной статистики основная масса сведений о разных сторонах общественной жизни.

Однако круг явлений общественной жизни настолько велик, что полный охват отчетностью не только затруднителен, но и невозможен. Например, нет необходимости постоянно учитывать состояние основных производственных фондов, численность и состав населения, обеспеченность населения жильем и т. п. А при изучении бюджетов населения невозможно заставить каждую семью отчитываться в своих доходах и расходах. Во всех подобных случаях сбор сведений об интересующем нас явлении проводится через специально организованные статистические наблюдения в форме переписей или специальных обследований.

Специально организованное статистическое наблюдение используется как органами государственной статистики, так и отдельными учреждениями, предприятиями, организациями.

Сведения, полученные через специально организованное статистическое наблюдение, дополняют собой данные отчетности, позволяют более детально изучать отдельные стороны общественной жизни.

Таким образом, эти две организационные формы статистического наблюдения не противостоят друг другу, а дополняют друг друга, делают возможным изучение всех сторон общественной жизни.

## § 2 ВИДЫ И СПОСОБЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

**Текущее и прерывное наблюдение.** Говоря о статистическом наблюдении как о сборе сведений, мы имеем в виду регистрацию фактов, относящихся к каждой единице исследуемой совокупности.

Об одних явлениях получают сведения, регистрируя факты по мере их возникновения (например, регистрация рождений, смертей, браков, разводов). В других случаях факты регистрируются независимо от того, когда они возникли. Например, при проведении переписи населения регистрируется образование, занятие и пр. независимо от того, когда они были получены.

Иными словами, одни факты учитываются (регистрируются) постоянно, непрерывно, по мере их возникновения, а другие — с перерывом, от случая к случаю независимо от того, когда сами эти факты возникли.

В соответствии с этим в статистической практике с точки зрения времени регистрации фактов различают *текущее* (непрерывное) наблюдение и *прерывное*, которое, в свою очередь, можно подразделить на *единовременное*, если наблюдение происходит от случая к случаю, по мере необходимости, и *периодическое*, если оно повторяется через определенные равные интервалы времени (через год, через 5 лет, через 10 лет и т. д.).

Прерывное наблюдение, как единовременное, так и периодическое, играет роль моментальной фотографии, оно отражает состояние изучаемого явления на определенный момент времени, определенную дату.

Различного рода переписи представляют собой пример прерывного наблюдения.

Получение же различного рода итоговых показателей за определенный период возможно лишь на основе текущего (непрерывного) наблюдения (например, получение сведений о числе родившихся за год, о выпущенной продукции за год и т. д.).

**Сплошное и несплошное наблюдение.** Статистическое наблюдение может охватывать все единицы изучаемой совокупности. Но в отдельных случаях представление о всей совокупности можно получить, исследуя лишь ее часть.

В соответствии с охватом единиц наблюдаемого объекта различают *сплошное* и *несплошное* статистическое наблюдение.

При сплошном наблюдении ставится задача получить сведения о всех единицах изучаемой совокупности. Классическим примером сплошного наблюдения является перепись населения, при проведении которой ставится задача получить сведения по определенному перечню вопросов о каждом человеке (или о каждой семье).

Сплошным наблюдением является и текущее наблюдение за

различными хозяйственными и другими процессами, на основе которого предприятиями, учреждениями, организациями и т. п. составляется отчетность. Регистрация родившихся, умерших, вступивших в брак, разведенных пар, миграции населения — все это организуется как сплошное статистическое наблюдение.

Однако в целом ряде случаев вместо сплошного наблюдения с успехом можно применить несплошное (частичное) наблюдение. К несплошному наблюдению прибегают в тех случаях, когда физически невозможно, трудно или нецелесообразно осуществить сплошное наблюдение (например, при изучении бюджетов населения, спроса покупателей и пр.), когда наблюдение влечет за собой порчу или уничтожение наблюдаемой единицы (например, при исследовании качества пищевых продуктов, проверке длительности работы тех или иных машин, деталей и пр.), когда ограничение во времени или средствах не позволяет осуществить сплошное наблюдение большого числа единиц изучаемой совокупности, и в других случаях.

Несплошное наблюдение может быть осуществлено по-разному.

Различают следующие виды несплошного наблюдения: наблюдение основного массива, анкетное, выборочное, монографическое.

*Наблюдение основного массива* предполагает исключение из состава совокупности малозначимых единиц и исследование основной ее части (например, при изучении таких вопросов, как производство льна, хлопка в сельском хозяйстве, можно ограничиться лишь сбором сведений по совхозам и колхозам, исключив из наблюдений личные хозяйства населения, где данные виды продукции производятся в незначительных размерах).

При использовании наблюдения основного массива исходят из предположения, что исключение определенной части малозначимых единиц не отразится существенно на результатах наблюдения, в то время как включение этих единиц значительно увеличит объем работы. Из сказанного ясно, что применение наблюдения основного массива возможно только в случае, если известен состав совокупности и можно заранее решать, какие единицы малозначимы, а какие нет.

*Анкетное наблюдение* организуется следующим образом. Организации или учреждения, поставившие перед собой задачу изучить тот или иной вопрос, рассылают (или раздают) определенному кругу лиц особые анкеты, в которых заключены вопросы, на которые опрашиваемые должны дать ответы. Заполнение и возврат анкет являются делом добровольным, и, как правило, заполненные анкеты возвращаются не в том объеме, в котором были розданы. Таким образом, сама организация этого наблюдения, предусматривающая неполный возврат разосланных (или розданных) анкет, относит этот вид наблюдения к несплошному.

*Выборочное наблюдение* — такой вид несплошного обследования



ния, при котором из всей изучаемой совокупности чисто случайно (путем жеребьевки или другим методом) отбирается определенное число единиц (выборочная совокупность), для которых регистрируются все интересующие нас признаки и на основании которых исчисляются нужные показатели (средние величины, относительные и пр.), распространяемые затем на исходную совокупность.

Выборочный метод наиболее научно обоснован. При использовании этого метода несплошного наблюдения всегда можно оценить возможные расхождения между показателями выборочного и сплошного наблюдения (об этом подробнее будет сказано в гл. VII «Выборочный метод»).

Наконец, *монографическое наблюдение* представляет собой детальное, тщательное изучение (описание) одной какой-то единицы. Это может быть один рабочий, одна бригада, одно предприятие, один район и т. д.

Иногда эта единица рассматривается как типичная, и детальное изучение ее дает более широкое представление о единицах изучаемой совокупности; иногда же она представляет собой что-то новое, зарождающееся и изучается с целью распространения опыта передового, прогрессивного. Детальное изучение отдельной единицы помогает обнаружить и отрицательные моменты, нуждающиеся в устранении.

Монографические наблюдения, как правило, — область деятельности отдельных научных учреждений. Монографические наблюдения не противостоят массовому наблюдению в статистике, а дополняют его, углубляя, когда это необходимо, познание отдельных единиц.<sup>4</sup>

**Способы организации сбора данных.** При разных видах наблюдения (текущем и прерывном, сплошном и несплошном) сведения о тех или иных единицах совокупности могут быть собраны по-разному. По тому, как организован сбор сведений,<sup>1</sup> различают: экспедиционный способ, явочный, почтовый или телеграфный.

При экспедиционном способе наблюдения лица-регистраторы отправляются к единицам, о которых должны быть получены сведения, и на месте получают необходимые сведения. Например, при переписи населения счетчики являются по месту жительства отдельных лиц, где их и переписывают.

Но можно организовать сбор сведений по-иному, обязав каждого человека явиться на переписной участок и там дать о себе необходимые сведения. Такой способ сбора сведений можно назвать явочным. Явочным способом собираются сведения о родившихся, умерших и др.

Почтовый или телеграфный способ сбора сведений означает, что необходимые сведения запрашиваются и передаются при помощи соответствующих органов связи или непосредственно по телетайпу. Иногда могут сочетаться, например, экспедиционный и почтовый способы собирания сведений, если счетчики разнесут по квар-

тирам опросные листы, предоставив их заполнение непосредственно лицам, от которых должны быть получены сведения, а обратная отсылка листов осуществляется по почте или телеграфу.

**Способы наблюдения по источникам сведений о наблюдаемых фактах.** Регистрация необходимых сведений при статистическом наблюдении тоже может производиться на основе разных источников.

В одних случаях необходимые сведения регистраторы получают путем непосредственного личного осмотра, измерения, взвешивания и т. п. (например, личный осмотр и подсчет поголовья скота в хозяйстве, непосредственное взвешивание остатков товаров при учете в магазинах, на складах и т. п.). Это так называемая регистрация на основе непосредственного наблюдения.

В других случаях регистрация сведений проводится на основе опроса. Так, при переписи населения все сведения о каждом человеке (пол, возраст, национальность, образование, занятие и т. п.) записываются со слов опрашиваемого, т. е. путем опроса. Разновидностью опроса является и саморегистрация, или самоисчисление. При этом способе опросные листы доставляются лицам, от которых должны быть получены сведения, с просьбой заполнить листы лично, а затем заполненные листы собираются счетчиками.

Бывают случаи, когда регистрация сведений проводится только на основе данных, зафиксированных, в документе. Например, регистрация рождения ребенка в ЗАГСх может быть произведена только на основе представления справки из роддома, в которой зафиксировано рождение ребенка. Регистрация данных о расходе сырья или произведенной продукции за определенный период также производится на основе соответствующих первичных документов. Такой способ регистрации сведений называют документальным. Он лежит в основе заполнения отчетности.

В современных условиях широкого внедрения механизации и автоматизации счетно-статистических работ в способах собирания статистических данных происходят коренные изменения. Во многих случаях передача статистической информации ведется с помощью специальных средств связи (телетайп и пр.).

### § 3 ПЛАН СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

Организация статистического наблюдения социально-экономических явлений является весьма сложным делом, требующим большой подготовительной работы, которая должна обеспечить полноту получения сведений, их достоверность, единообразие, своевременность и сравнимость. Статистическое наблюдение проводится по заранее разработанному плану, и многие из вопросов, относящихся к наблюдению, решаются задолго до проведения самого наблюдения в этом плане.

Все вопросы, решаемые в плане статистического наблюдения, можно разбить на две группы: программно-методологические и организационные вопросы.

**Программно-методологические вопросы наблюдения.** Программно-методологические вопросы плана статистического наблюдения включают в себя: определение цели наблюдения, определение объекта и единицы наблюдения, разработку программы наблюдений.

При планировании любого статистического наблюдения прежде всего необходимо точно сформулировать его *цель*, ибо только конкретная цель, конкретные задачи исследования определяют те сведения, которые должны быть получены в процессе наблюдения.

Так, цель Всесоюзной переписи населения 1979 г. состояла в том, чтобы установить численность наличного и постоянного населения по отдельным республикам, населенным пунктам, сельсоветам, городам, районам и т. д., определить состав населения по полу, возрасту, семейному положению, национальности, языку, уровню образования и т. д.

Для аналогичных исследований, проводимых в разное время, цель может меняться. Точное определение цели позволяет определить точно и те признаки, которыми должна быть охарактеризована каждая исследуемая единица для решения поставленной задачи.

Параллельно с установлением цели определяется *объект наблюдения*, т. е. та совокупность единиц, сведения о которых должны быть получены. Определить объект наблюдения — это значит точно установить границы изучаемой совокупности, решить, что или кто должен быть обследован в процессе наблюдения. Часто уже в самом определении цели наблюдения частично или полностью определен объект наблюдения. Так, в вышеприведенном определении цели переписи населения 1979 г. указано, что таким объектом наблюдения будет наличное и постоянное население. (Более подробно об этом в гл. XII.) Точное определение объекта наблюдения во многом гарантирует полноту и достоверность получаемых при наблюдении сведений.

При определении объекта наблюдения должны быть строго проведены его границы во времени, пространстве и материальной сущности. Так, если взять пример из области наблюдения в промышленности, то при переписи промышленности важно определить, к какой территории должны относиться сведения (ко всей ли стране, республике, области, городу и т. п.), за какой период или на какой момент должны быть получены сведения (за год, за два или иной период) и, наконец, какой вид деятельности должен быть отнесен к промышленности.

Объект наблюдения — это всегда определенная совокупность, состоящая из отдельных элементов, единиц. Характеристика отдельных единиц (частей) объекта и позволяет изучить объект в целом. Поэтому определение объекта наблюдения непосредствен-

но связано с определением единиц наблюдения, которые подлежат статистической характеристике.

*Единицей наблюдения* в статистике называют тот элемент объекта наблюдения, который характеризуется рядом признаков и относительно которого ведется регистрация этих признаков. Так, при переписи населения 1979 г., как и в предыдущие, единицей наблюдения являлся каждый человек. У каждого человека регистрировались такие признаки, как пол, возраст, национальность, образование и т. п. При другой цели переписи, например, если бы ставилась задача определить средний доход и расход по различным семьям, обеспеченность жилплощадью и т. п., единицей наблюдения должна бы быть семья. Тогда предстояло бы решить, какую совокупность лиц считать отдельной семьей.

Определение единицы наблюдения во многих случаях не такое простое дело, как может показаться сначала. И чем сложнее наблюдаемое явление, тем сложнее определить единицу наблюдения.

Следует отметить, что иногда сведения о той или иной единице наблюдения могут быть получены не от нее самой, а от какой-то организационной ячейки. Например, данные о производительности труда рабочих можно получить не от самого рабочего, а от предприятия, где эти сведения имеются.

Тот орган или ту ячейку, к которой обращаются за получением сведений о каждой единице наблюдения, в статистической литературе различные авторы именуют отчетной, учетной либо организационной единицей.

После определения единицы наблюдения разрабатывается программа наблюдения.

Под *программой* статистического наблюдения понимается перечень тех признаков, которыми каждая единица наблюдения должна быть охарактеризована. Другими словами, это перечень тех вопросов, на которые в процессе наблюдения должны быть получены ответы.

Признаки, которыми отдельные единицы совокупности могут отличаться одна от другой, носят разный характер. Они могут быть *количественными* (возраст, стаж работы, рост, вес и т. п.), и тогда отдельные единицы отличаются друг от друга по величине данного признака. Признаки могут быть *качественными* (пол, семейное положение, занятие и т. п.), и тогда отдельные единицы наблюдения отличаются друг от друга наличием или отсутствием того или иного качества.

При статистическом наблюдении у отдельных единиц и регистрируется наличие или отсутствие тех или иных качественных признаков, и определяется величина количественного признака. Но признаков, которыми можно охарактеризовать каждую единицу наблюдения, может быть множество.

Составить программу статистического наблюдения — значит выбрать те признаки, поставить те вопросы, ответы на которые

помогут решить намеченную наблюдением цель, т. е. программа должна определяться целью наблюдения.

Программа переписи населения 1979 г. содержала такие вопросы, как пол, возраст, национальность, образование, источник средств существования и ряд других. Всего было 16 вопросов, из которых на 11 ответы получались в виде сплошного наблюдения (переписи), а на 5 — выборочно, от 25% постоянного населения.

При составлении программы особое внимание надо обращать на формулировку вопросов. Необходимо добиваться того, чтобы вопросы допускали единое толкование для всех, кто на них отвечает. Для этой цели полезно в вопросах давать подсказ ответов. Например, вопрос «отношение к главе семьи» сопровождается подсказом: жена, муж, сын, дочь, мать, отец, сестра, племянник, зять, свекровь, теща и т. п. Вопрос об источнике средств существования сопровождается подсказом: работа на предприятии, в учреждении, колхозе, в своем хозяйстве; на иждивении родственников, пенсия, стипендия, иной источник.

Толкование отдельных вопросов и разъяснение того, как на них следует отвечать, даются в инструкциях, составляемых для каждого статистического наблюдения.

Вопросы программы и ответы на них фиксируются в особых статистических формулярах, которые могут носить различное наименование: переписной лист (при переписи населения и др.), анкета, форма, бланк, список и т. п.

Статистические формуляры встречаются двух видов: *индивидуальные* (карточные) и *списочные*. В первом случае формуляр (индивидуальный) заводится на каждую единицу наблюдения отдельно, т. е. в каждом формуляре содержатся сведения лишь об одной единице наблюдения. Во втором случае один формуляр (список) составляется на несколько единиц. При переписи населения 1979 г. отдельный переписной лист сплошной переписи (форма 2 с) составлялся на каждые два лица, записанные в списке сплошной переписи. Отдельный переписной лист выборочной переписи (форма 3в) составлялся на каждое лицо, записанное в списке выборочной переписи.

Статистический формуляр должен быть удобным для чтения и заполнения, удобен для шифровки и обработки данных.

В связи с широким внедрением в статистической практике ЭВМ в последние годы появились новые носители информации: перфокарты, перфоленты, магнитные ленты и др.

Принципиально новым в переписи 1979 г. по сравнению с предыдущими явилось то, что была введена новая форма переписного листа, являвшаяся одновременно и техническим носителем первичной информации для ввода ее в ЭВМ. Ответы на вопросы в переписных листах оформлялись в виде графических меток, производимых простым чернографическим карандашом, которые и воспринимались электронно-вычислительной машиной после ввода в нее переписных листов как первичная информация.

**Организационные вопросы плана наблюдения.** Организационные вопросы плана статистического наблюдения включают в себя решение таких важных моментов, как определение субъекта наблюдения, места и времени, формы и способа наблюдения.

Определение субъекта наблюдения сводится к решению вопроса, кто будет осуществлять статистическое наблюдение.

В одних случаях это могут быть органы статистики со своими кадровыми работниками статистических аппаратов. В других случаях (если идет речь о наблюдении в больших масштабах, как при переписи населения) для статистического наблюдения наряду со специалистами-статистиками могут привлекаться широкие круги общественности. Наконец, к наблюдению может быть привлечено само население, которому счетчики раздают опросные листы с просьбой заполнить их самостоятельно, а затем собирают их уже заполненными.

При планировании статистического наблюдения необходимо решить вопрос о *времени наблюдения*. Например, проводя перепись населения, надо выбрать такой период года, когда население наименее подвижно (в смысле переездов). В практике советской статистики для проведения переписей населения выбирается зимний период.

В выбранном периоде важно наметить определенный момент, именуемый *критическим моментом*, по состоянию на который должны регистрироваться все сведения. От критического момента следует отличать срок наблюдения, или *время производства наблюдения*, под которым понимается отрезок времени, в течение которого должны быть собраны сведения об изучаемом явлении. Ясно, что для осуществления наблюдения требуется какое-то время. Длительность этого времени, т. е. срок, или время производства наблюдения, устанавливается в плане наблюдения, исходя из того, какова численность лиц, проводящих наблюдение, какова программа наблюдения, какова численность единиц наблюдения.

В переписи населения 1979 г. срок проведения переписи равнялся 8 дням: с 17 января по 24 включительно. Критическим же моментом служили 12 часов ночи с 16 на 17 января. Это значит, что независимо от того, когда счетчик явился в ту или иную семью (17, 18, 19 января или позже), он должен был включить в переписные листы всех проживающих по состоянию на критический момент, т. е. если кто-то умер после 12 часов ночи с 16 на 17 января — он должен был быть переписан; все же, родившиеся после этого момента, в перепись не включались.

Наряду с вопросами о времени наблюдения в плане решается вопрос о *месте наблюдения*, т. е. о том, где производить наблюдение. Так, при переписях населения в практике советской статистики местом наблюдения принято считать место жительства, отдельные квартиры. Для других наблюдений вопрос о месте наблюдения может решаться по-разному.

В плане статистического наблюдения должно быть решено,

какое наблюдение будет применено по охвату (сплошное или несплошное); каким способом оно будет проведено (экспедиционным, явочным, почтовым), каким методом, т. е. на основании каких источников будет производиться регистрация сведений (путем опроса, саморегистрации, на основе документов, непосредственного наблюдения).

При переписи населения 1979 г. предусматривалось получение одних сведений на основе сплошного наблюдения, а других выборочно. В частности, сплошь обследовалось население по таким вопросам, как отношение к главе семьи, временное проживание (отсутствие), пол, возраст, состояние в браке, национальность, родной язык, образование, для учащихся тип учебного заведения, источник средств существования. Такие же вопросы, как место работы, занятие по этому месту работы, общественная группа, время непрерывного проживания в данном населенном пункте, для женщин, сколько детей родила, задавались лишь 25% населения, причем только постоянно проживающим.

При переписи населения 1979 г. заполнение переписных листов осуществлялось счетчиками в порядке обхода всех жилых помещений, т. е. экспедиционным способом, путем опроса населения.

Для того чтобы обеспечить успех такой большой учетной работы, как перепись населения, и опробовать проект программы (с точки зрения ее содержания и проверки удачности формулировок вопроса), а также возможную нагрузку счетчиков, рекомендуется проводить пробные переписи по отдельным районам. Такая пробная перепись накануне переписи 1979 г. была проведена ЦСУ СССР в ноябре 1976 г. в девяти районах страны, различающихся по природно-географическим условиям, экономической структуре хозяйства, социальному и национальному составу населения. Пробные переписи помогают учесть и устранить все недоделки плана статистического наблюдения.

Кроме сказанного выше к числу подготовительных работ, предшествующих любому большому общественному наблюдению и переписи населения, в частности, относятся: уточнение границ городских поселений, названий улиц, составление списков домовладений населенных пунктов, разбивка территории каждого района и города на переписные отделы, инструкторские и счетные участки; определение необходимой численности переписных кадров, их подбор и подготовка; подготовка документации переписи, проведение разъяснительной работы среди населения.

#### § 4 ОШИБКИ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ И КОНТРОЛЬ МАТЕРИАЛОВ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

Тщательно разработанный и продуманный план статистического наблюдения — залог успеха в получении достоверных данных об изучаемом явлении.

Как бы тщательно не были продуманы план статистического

наблюдения и программа наблюдения и как бы точно не руководствовались всеми указаниями инструкции лица, осуществляющие сбор сведений, при любом статистическом наблюдении могут возникнуть ошибки (погрешности). Эти ошибки наблюдения могут возникнуть по разным причинам: за счет описок, оговорок, округлений, неправильного заполнения формуляра, запоматования тех, кто отвечает, или стремления их скрыть или исказить факты; при непосредственном наблюдении (при взвешивании, измерении) ошибки могут возникать и из-за неточности измерительных приборов и т. п.

Все ошибки можно разделить на *преднамеренные* и *непреднамеренные*. Непреднамеренные, в свою очередь, могут носить *случайный* характер и *систематический*.

Случайные ошибки (погрешности) наблюдения, возникающие и по вине отвечающего, и по вине регистраторов, в результате описок, оговорок, незнания и т. п., не столь опасны для результатов наблюдения, так как такие ошибки одинаково часто могут встретиться и в сторону преуменьшения, и в сторону преувеличения, а при большом числе наблюдений они взаимопогашаются, нейтрализуются.

Непреднамеренные систематические ошибки (погрешности) возникают главным образом при опросе за счет округлений количественных показателей (округление возраста, стажа работы, дохода и т. п.) или за счет неточностей измерительных приборов (при непосредственном наблюдении).

Так, например, замечено, что при регистрации возраста путем опроса наиболее часто возраст округляется вокруг чисел, оканчивающихся на 0 и 5. В результате, например, получается, что 40-летних оказывается по записям значительно больше, чем 39- и 41-летних. Это явление получило в статистике название 'аккумуляции возрастов.

Такие погрешности приходится исправлять уже при обработке собранного статистического материала.

Преднамеренные ошибки, как говорит само название, возникают в силу сознательного стремления лиц, дающих сведения, исказить истину: уменьшить или увеличить величину того или иного показателя. Ясно, что преднамеренные ошибки искажают сведения в одном направлении (либо преуменьшают, либо преувеличивают). Этот род ошибок наиболее опасен для статистического исследования, и надо всегда приложить максимум усилий, чтобы выявить эти ошибки и устранить. Государственная статистика самым суровым образом борется с преднамеренными ошибками, привлекая виновных к ответственности.

Все указанные выше ошибки могут возникнуть как при сплошном, так и при несплошном статистическом наблюдении в процессе регистрации самих фактов. Отсюда и их название — *ошибки регистрации*.

Так как в процессе наблюдения всегда могут возникнуть ошиб-



ки, то, естественно, весь собранный материал должен быть подвергнут контролю с целью устранения обнаруженных ошибок.

Проверка правильности зафиксированных в статистических формулярах сведений должна производиться с точки зрения логического и арифметического контроля.

Логический контроль ставит своей целью определить соответствие ответа поставленному вопросу или соответствие между ответами на разные вопросы программы. Например, если на вопрос «возраст» обнаружен ответ «русский», то ясно, что ответ в данном случае не соответствует вопросу, что это ошибка, вызванная записью ответа не в той строке или графе.

Если же на вопрос «возраст» стоит ответ «3 года», а на вопрос «состоит ли в браке» значит ответ «да», то каждый ответ здесь соответствует вопросу, но между собой эти ответы не соответствуют друг другу. Чтобы установить, в каком же ответе содержится ошибка, следует рассмотреть ответы на другие взаимно контролируемые вопросы. Так, если в рассматриваемом случае в графе «место работы» записано наименование определенного предприятия и в графе «образование» указано «среднее» или «высшее», то ясно, что допущена ошибка в возрасте.

Можно установить логическую неточность в ответах, сопоставляя фактические показатели с плановыми, с показателями за предшествующие периоды, сопоставляя показатели по районам, находящимся в одинаковых природных условиях, сопоставляя показатели, относящиеся к одному и тому же явлению, полученные по нескольким источникам, и т. п.

К количественным ответам, полученным как сумма, разность, произведение или часть других показателей, всегда следует применять наряду с логическим и арифметический контроль. Целью арифметического контроля является проверка правильности вычислений.

Все обнаруженные ошибки по возможности должны быть исправлены. Для этого порой приходится производить контрольные опросы, запросы почтой, по телефону, телеграфу.

Наряду с ошибками регистрации при несплошном наблюдении в силу его специфики могут возникнуть расхождения между показателями несплошного наблюдения и показателями для всей совокупности при условии сплошного наблюдения. Эти возможные расхождения между показателями несплошного и сплошного наблюдения в статистике именуют *ошибками репрезентативности*. Эти ошибки тоже могут носить случайный характер (в силу несплошного наблюдения) и систематический.

Случайные ошибки, в частности при выборочном наблюдении, неизбежны, но они легко поддаются учету, и при правильно организованном случайном отборе всегда можно определить величину таких ошибок и пределы, в которых может заключаться величина изучаемого показателя во всей совокупности (см. гл. VII «Выборочный метод»).

Систематические же ошибки репрезентативности, как правило, возникают при неправильном отборе, т. е. при нарушении принципа случайности отбора единиц из так называемой генеральной совокупности (например, если специально отбираются единицы с заведомо завышенными или заниженными значениями признака).

## § 5

### ОСОБЕННОСТИ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ ПРИ ЭКОНОМИКО-ГЕОГРАФИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Любое экономико-географическое исследование, как и экономическое вообще, требует сбора и обобщения колоссального количества сведений, относящихся к тем или иным территориальным единицам. Другими словами, статистическое наблюдение и здесь является первым этапом работы. Следовательно, все сказанное выше о наблюдении имеет отношение к экономико-географическим исследованиям.

Однако здесь встречается своя специфика в наблюдении.

Так, в экономической географии, как и в географии вообще, важным методом наблюдения является, с одной стороны, полевое исследование, т. е. знакомство с различными сторонами изучаемого явления на месте (изучение особенности природных условий, знакомство с хозяйствами и т. д.). С другой стороны, исследователь экономико-географ значительную часть сведений черпает из статистических справочников и других источников, собранных и обработанных органами статистики или отдельными ведомствами.

В любом экономико-географическом исследовании задолго до сбора сведений в качестве подготовительной работы составляется план организации наблюдения, в котором четко определяется цель исследования, определяется объект и единица наблюдения, программа наблюдения, устанавливается дата, на которую должны регистрироваться сведения, и время сбора сведений, намечаются те организации, к которым следует обратиться за необходимыми сведениями, и т. д.

Объекты и цель исследования в экономико-географическом исследовании могут быть самые различные.

Экономико-географическое исследование может относиться к отдельному сельскому населенному пункту, городу, району, области, краю, республике, стране.

В каждом случае должны быть строго определены границы данной территориальной единицы. Если собираются данные за период, в течение которого границы изучаемого объекта менялись, важно взять сведения в одних и тех же границах. В пределах каждой территориальной единицы уточняется наименование ис-

следуемого объекта (сельское хозяйство, промышленность, транспорт, население и т. п.), в соответствии с целью наблюдения намечается, какие материалы (сведения) и где следует собрать для характеристики объекта в целом, разрабатываются специальные бланки (формуляры), в которые заносятся необходимые сведения из разных источников.

Для решения отдельных вопросов в экономико-географических исследованиях нет необходимости проводить сплошное наблюдение, и тогда важно решить, какой из видов несплошного наблюдения следует использовать.

В экономико-географических исследованиях большая роль отводится экономическим картам, и собираемый материал должен быть пригодным для картографирования. В этой связи нужно отметить, что не всегда статистические данные, собранные и обработанные органами статистики по общей методологии, могут удовлетворить экономико-географа. Например, при изучении размещения промышленности в пределах изучаемой территориальной единицы экономико-географ, получив в свое распоряжение сведения о таких сложных предприятиях, как объединения, комбинаты, фирмы, может неправильно отразить на карте размещение промышленности, преувеличив роль центров, где находятся управления, и приуменьшив или совсем не показав места фактического рассредоточения отдельных производств. Поэтому в подобных случаях приходится самостоятельно решать вопрос о том, что считать отдельной единицей наблюдения в экономико-географическом исследовании.

Вопрос о единице наблюдения может по-разному решаться в зависимости от масштабности и назначения карты. Для одних карт должны быть собраны сведения по каждому хозяйству, для других карт достаточно общих средних показателей по районам.

Могут встретиться и другие вопросы, требующие в каждом конкретном случае своего решения в экономико-географических исследованиях.

Каждое экономико-географическое исследование района, области и т. п. можно рассматривать как монографическое исследование. И хотя экономические карты играют важную роль в таком исследовании, объем собираемых сведений, как правило, значительно шире тех, которые используются в картографировании.

Очень важно дополнить любую карту текстом, в котором используются диаграммы, таблицы, анализируются связи и зависимости, дается детальный статистико-географический анализ. Для этого надо всегда тщательно продумать перечень показателей, которые могут и должны быть использованы в таком анализе, указать источники, откуда они могут быть получены, а затем уже приступить к сбору статистических сведений и личных впечатлений.

## СВОДКА И ГРУППИРОВКА СТАТИСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

### § 1 ОБЩЕЕ ПОНЯТИЕ О СВОДКЕ, ЕЕ ОРГАНИЗАЦИЯ И ТЕХНИКА

Собранный в процессе статистического наблюдения статистический материал нуждается в определенной обработке, сведении разрозненных данных воедино. Научно организованная обработка материалов наблюдения (по заранее разработанной программе), включающая в себя кроме обязательного контроля собранных данных систематизацию, классификацию (группировку) материала, составление таблиц, получение итогов и производных показателей (средних, относительных величин), именуется в статистике *сводкой* и представляет собой *второй этап* статистического исследования.

В результате сводки достигается возможность по данным, относящимся к отдельным единицам наблюдения, характеризовать совокупность в целом. Так, например, на основе отчетов отдельных промышленных предприятий получают сведения о многих показателях отдельных отраслей и всей промышленности в целом: о выпуске продукции, числе занятых, производительности труда и т. п. Получение различного рода структурных характеристик (например, определение доли отдельных отраслей промышленности в общем объеме промышленного производства) также возможно только на основе данных, полученных в результате сводки.

Таким образом, целью сводки является сведение воедино материалов статистического наблюдения и получение обобщающих статистических показателей, отражающих сущность социально-экономических явлений и определенные статистические закономерности.

Статистическая сводка проводится по определенной программе. Причем эта программа должна быть разработана еще до сбора статистических данных, т. е. практически одновременно с составлением плана и программы статистического наблюдения.

Разработать программу сводки — это значит определить, какие группы и подгруппы будут выделены в изучаемой совокупности, какие показатели в виде итогов, средних или относительных величин должны быть подсчитаны для выделенных групп и в целом по совокупности, в каких таблицах будет оформлен результат сводки.

Причем эти вопросы должны решаться не механически, а с учетом цели исследования и особенностей изучаемой совокупности.

Выделение тех или иных групп должно быть обоснованным, а не формальным. Сводка кроме получения итоговых и групповых показателей дает основу для последующего анализа и выявления различного рода закономерностей. Она как бы упорядочивает статистический материал, полученный при наблюдении, классифицирует и систематизирует его.

Так, например, программа разработки материалов Всесоюзной переписи населения 1979 г. содержит 52 тематические таблицы, в которых предусмотрено получение итоговых данных по всем вопросам переписного листа (и опросных листов), а также группировок и комбинационных сочетаний показателей различных тем. В частности, в числе основных намечены следующие темы таблиц:

- а) численность наличного и постоянного населения, мужчин и женщин по каждому населенному пункту и сельсовету, городскому поселению, району, области, краю, республике;
- б) группировка городов и других городских поселений, а также сельских населенных пунктов по численности населения;
- в) возрастная структура, состав населения по полу и состоянию в браке в сочетании с национальностью;
- г) национальный состав в сочетании с родным и вторым языком народов СССР, которым свободно владеет население;
- д) уровень образования всего и занятого населения в сочетании с возрастом и обучением, уровень образования по отдельным национальностям, занятиям, отраслям народного хозяйства, общественным группам;
- е) распределение населения по источникам средств существования в сочетании с возрастом, обучением, общественными группами, национальностью;
- ж) численность и состав занятого в народном хозяйстве населения по возрасту, национальности, уровню образования, обучению, общественным группам, отраслям народного хозяйства, занятиям;
- з) характеристика населения в трудоспособном возрасте, занятого в домашнем и личном подсобном сельском хозяйстве, по полу, возрасту, уровню образования, источникам средств существования и т. п.;
- и) распределение населения по продолжительности проживания в месте постоянного жительства в сочетании с национальностью и возрастом;
- к) число и состав семей в городских поселениях и сельской местности; распределение семей по размеру, числу детей, национальностям, общественным группам, числу лиц, имеющих занятия, и иждивенцев; распределение членов семей и одиночек по полу и возрасту и др.;
- л) распределение женщин по возрасту и числу рожденных детей в сочетании с состоянием в браке, национальностью, уровнем образования и занятостью преимущественно физическим и преимущественно умственным трудом и т. п.

Таким образом, как видно из перечня основных тем таблиц, программа разработки материалов переписи населения 1979 г. весьма разносторонняя, детальная, и результаты разработки материалов переписи дадут ценную информацию о населении, трудовых ресурсах и их использовании в народном хозяйстве.

Упорядоченные в результате сводки статистические совокупности выражаются часто в виде *статистических рядов*.

В зависимости от того, по какому принципу группируются единицы статистической совокупности, статистические ряды могут носить разный характер. Если единицы совокупности систематизируются по какому-либо имманентному их признаку, то они образуют *ряды распределения* (например, распределение населения по полу, возрасту, национальности и т. п., распределение промышлен-

ных предприятий по отраслям, размерам производства и т. п.) — К рядам распределения близко примыкают и так называемые *территориальные*, или *географические*, ряды. Последние характеризуют распределение какой-либо совокупности по отдельным территориальным единицам.

Если единицы совокупности наблюдаются в течение длительного периода, то они могут быть систематизированы по времени. Получаемые в результате такой систематизации данные именуются *рядами динамики*.

Анализ различного рода рядов распределения и рядов динамики составляет основу статистического анализа, направленного на выявление статистических закономерностей.

**Организация сводки.** По своей организации сводка может быть централизованной и децентрализованной. При централизованной сводке весь материал наблюдения сосредоточивается в одном центральном органе (например, ЦСУ СССР) и там обрабатывается. При децентрализованной сводке тот или иной первичный материал подвергается обработке на нескольких этапах. Например, отчеты промышленных предприятий сводятся в пределах административных районов и передаются в областные центры, где, в свою очередь, эти итоги сводят по областям и передают в республиканские центры. Наконец, итоговые данные по республикам поступают в ЦСУ СССР, где сводятся по стране в целом. Как правило, отчетность проходит децентрализованную сводку. Централизованная же сводка более применима и эффективна для разработки материалов больших специальных обследований и переписей. Каждая из этих сводок имеет свои положительные стороны. Так, децентрализованная сводка позволяет получать более оперативные сведения для руководящих органов по отдельным административным районам, позволяет быстрее уточнить те или иные сомнительные сведения. Централизованная же сводка, когда в одном центре сосредоточивается масса материала, допускает более эффективное использование большой механизации, что ведет к удешевлению обработки и сокращению общих сроков сводки. Кроме того, при централизованной сводке обеспечивается единая методология детализации разработки, что является немаловажным моментом.

**Техника сводки.** По технике, или способу, выполнения сводка может быть ручной и механизированной (машинизированной). В современных условиях, бесспорно, механизированная сводка является доминирующей. Ручная сводка применяется в основном для небольших массивов данных.

Ручная сводка начинается с шифровки, или разметки, материала. Цель этой шифровки — при помощи условных знаков, которыми отмечаются карточка или отдельные ответы, определить, в какую из выделяемых групп должна быть отнесена каждая единица. После шифровки формуляры (карточки) раскладываются по определенным группам и подсчитываются их число и другие показатели. Если статистический формуляр носит списочную форму, то

сведения из списка вначале переносятся на безадресные карточки-фишки, которые затем уже раскладываются.

Такие же операции осуществляются при механизированной сводке, но с помощью машин. При этом исходные данные со статистических формуляров переносятся на машиночитаемые носители информации (перфорационные карты, перфоленты или магнитные ленты), которые затем вводятся в машины вместе с программой разработки.

Механизация сводки в СССР получила за последние годы особенно широкое распространение. В стране действуют многочисленные машиносчетные станции и вычислительные центры как в статистических органах, так и на отдельных крупных предприятиях. Применение быстродействующих электронных вычислительных машин (ЭВМ) дает возможность механизировать и автоматизировать почти весь процесс обработки статистических материалов.

Применение автоматизированной обработки с помощью ЭВМ накладывает определенные требования к упорядочению первичной статистической документации, созданию общесоюзных классификаций самых различных категорий (предприятий, отраслей, видов продукции, работ, услуг и т. п.) и их кодированию.

На XXIV съезде КПСС в Отчетном докладе Л. И. Брежнева одним из узловых вопросов экономической политики партии было названо совершенствование системы управления экономикой. В связи с этим была поставлена задача создания отраслевых автоматизированных систем управления (АСУ) и в перспективе — общегосударственной автоматизированной системы сбора и обработки информации.

На XXVI съезде КПСС вновь был поставлен вопрос о совершенствовании управления экономикой и поставлена задача — «Повышать качество и оперативность учета и статистики, совершенствовать учетную документацию и отчетность во всех звеньях народного хозяйства применительно к современным требованиям управления, планирования и анализа хозяйственной деятельности с эффективным использованием электронно-вычислительной техники»<sup>1</sup>.

## § 2

### СУЩНОСТЬ И ЗАДАЧИ ГРУППИРОВОК

Как уже отмечалось в § 1, при обработке статистических материалов возникает необходимость выделения однородных групп, типов, а затем уже описание этих групп определенными количественными характеристиками.

Расчленение совокупности на группы, однородные по какому-либо признаку, называется *группировкой*. Группировка является центральным моментом любой сводки. Именно благодаря группировкам материал наблюдения принимает систематизированный вид.

<sup>1</sup> Материалы XXVI съезда КПСС. М., 1981, с. 200.

Признаки, положенные в основу группировки, называются группировочными, а группировка единиц совокупности по тому или иному признаку приводит к рядам распределения.

Группировочные признаки могут носить различный характер. Одни признаки могут иметь количественное выражение (например, возраст, заработная плата, число детей в семье, урожайность отдельных сельскохозяйственных культур и т. п.). Эти признаки называют количественными, а ряды распределения, построенные по этим признакам, называют *вариационными рядами*.

Другие признаки не имеют количественного выражения. Они отражают определенные свойства, качества единиц совокупности. Эти признаки условно называют качественными (например, пол, национальность, семейное положение и т. п.). Группировки, построенные по таким качественным признакам, называют *атрибутивными рядами распределения*.

Если единицы совокупности группируются по территориальному признаку, то такие ряды именуют *географическими*, или территориальными, рядами. Такие ряды дают представление о размещении или степени распространения тех или иных явлений в пространстве. Получение итоговых сведений в территориальном разрезе обеспечивается у нас самой организацией государственной статистики, при которой отчетные данные обрабатываются в децентрализованном порядке.

Примером территориальной группировки могут служить приводимые данные в табл. 1 о посевных площадях и валовых сборах

Таблица 1

**Распределение посевных площадей и валовых сборов подсолнечника по союзным республикам в 1979 г. (во всех категориях хозяйств) \***

	Посевная площадь, тыс. га	Валовой сбор, тыс. т
СССР	4334	5414
В том числе:		
РСФСР	2391	2309
Украинская ССР	1642	2639
Казахская ССР	113	102
Грузинская ССР	14	8
Молдавская ССР	170	350

Таблица 2

**Распределение численности рабочих и служащих по возрасту в промышленности СССР на 1 июня 1973 г. \***

Возрастные группы	Число рабочих и служащих в процентах к итогу
До 25 лет	23,6
25—34	25,6
35—44	28,9
45—49	11,6
50—54	5,4
55—59	2,9
60 лет и старше	2,0
Итого:	100

\* «Вестник статистики», 1974, № 5, с. 93.

\* Народное хозяйство СССР в 1979 г. М., «Статистика», 1980, с. 245, 252.



подсолнечника по союзным республикам в 1979 г. (во всех категориях хозяйств).

Как видно из данного распределения, основными производителями подсолнечника в стране являются три республики: РСФСР, Украина и Молдавия.

Расчленив совокупность на части и определяя численность по группам, при помощи группировок можно показать структуру совокупности, выделить основные типы и формы явления, выявить взаимосвязь между явлениями.

Группировки, при помощи которых решается первая задача, часто называют структурными. Примером такой группировки может быть следующая группировка рабочих и служащих по возрасту в промышленности СССР на 1 июня 1973 г. (табл. 2).

Группировки, при помощи которых решается вторая задача — выделение основных типов и форм явления, называют типологическими.

Примером такой группировки может быть приводимое в табл. 3 распределение населения СССР по общественным группам.

Таблица 3

**Классовый состав населения СССР (в процентах) \***

Категории населения	1928 г.	1939 г.	1959 г.	1979 г.
Рабочие и служащие	17,6	50,2	68,3	85,1
из них рабочие	12,4	33,5	49,5	60,0
Колхозное крестьянство и кооперированные кустари	2,9	47,2	31,4	14,9
Крестьяне-единоличники и некооперированные кустари	74,9	2,6	0,3	0,0
Буржуазия, помещики, торговцы и кулаки	4,6	—	—	—
<b>Все население (с семьями):</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>

\* «СССР в цифрах в 1980 году». М., 1981, с. 16.

Группировки, при помощи которых выявляется взаимосвязь между явлениями, называют аналитическими. При построении таких группировок прежде всего из двух взаимосвязанных показателей один рассматривается как фактор (т. е. влияющий на другой), а второй — как результат влияния первого. Однако следует иметь в виду, что понятие факторного и результативного признаков рассматривается для каждого конкретного случая особо, ибо то, что служит факторным признаком в одном случае, в другом может выступать как результативный.

Чтобы при помощи группировки выявить зависимость между показателями, необходимо разгруппировать единицы совокупности по факторному признаку и для каждой выделенной группы рассчитать среднее значение резульативного показателя, а затем проследить за изменениями последнего от группы к группе.

Примером аналитической группировки может служить табл. 4.

Таблица 4

**Группировка свиноводческих совхозов РСФСР по поголовью свиней (1972 г.)\***

Группы совхозов с поголовьем свиней	Число совхозов	Поголовье свиней на один совхоз, тыс.	Полная себестоимость 1 ц, руб.	Уровень рентабельности (убыточности) мяса свиней, %
До 200	2	0,1	252	—21,4
Свыше 200 до 500	8	0,4	191	— 7,8
Свыше 500 до 1000	26	0,8	174	— 1,3
Свыше 1000 до 2000	73	1,5	166	8,4
Свыше 2000	752	7,8	120	27,3
<b>Итого:</b>	<b>861</b>	<b>7,0</b>	<b>121</b>	<b>26,6</b>

\* «Вестник статистики», 1974, № 5, с. 17.

Из табл. 4 видно, что крупные совхозы значительно рентабельнее мелких и средних, что себестоимость продукции снижается от группы к группе.

Статистическую группировку можно строить как по одному, так и по нескольким признакам. Группировка по одному признаку называется *простой*. Группировка по нескольким признакам называется *комбинационной*.

Комбинационные группировки приобретают особое значение в тех случаях, когда для выделения определенных групп (особенно социальных типов и форм явлений) одного признака бывает недостаточно. Тогда приходится один признак брать в сочетании с другим.

### § 3 ВТОРИЧНАЯ ГРУППИРОВКА

Нередко исследователь, не имея в своем распоряжении первичных данных, а располагая уже обработанными, сгруппированными данными, вынужден перегруппировывать материал в соответствии с задачами своего исследования. Такая перегруппировка уже сгруппированного материала, т. е. образование новых групп на основе ранее произведенной группировки, называется *вторичной группировкой*.

К вторичной группировке прибегают: когда из большого числа первоначально образованных групп надо получить меньшее число более крупных, более характерных групп; когда в целях сравнения нужно привести в сопоставимый вид по-разному сгруппированный материал. Наиболее простым способом вторичной группировки будет такой, когда новые группы образуются путем укрупнения интервалов, т. е. путем объединения в одну группу нескольких мелких групп, полученных при первичной группировке. При дроблении отдельных групп (интервалов) соответственно дробят и суммарные показатели, характеризующие эти группы.

Пусть по одному из районов имеются следующие показатели (табл. 5):

Таблица 5

Группировка колхозов по числу дворов (цифры условные)

Группы колхозов по числу дворов	Число колхозов	Посевная площадь, га	Валовой сбор зерновых, ц	Урожайность, ц/га
До 40	1	900	6 750	7,5
41—60	2	2 100	16 800	8,0
61—150	7	8 000	70 400	8,8
151—300	12	32 000	288 000	9,0
301—500	10	30 000	285 000	9,5
Свыше 500	3	10 000	100 000	10,0
Итого:	35	83 000	766 950	9,2

Предположим далее, что в других районах группировка колхозов по числу дворов проведена с выделением таких групп: до 50; 51—100; 101—200; 201—500; свыше 500.

Тогда, чтобы данные табл. 5 стали сопоставимыми с показателями других районов, они должны быть перегруппированы в соответствии с интервалами, общими для всех районов. Пересчитаем все показатели для выделяемых групп.

В группу колхозов с числом дворов до 50, очевидно, войдут все колхозы с числом дворов до 40 и половина колхозов из группы с числом дворов от 41 до 60, т. е. общая численность первой группы составит 2. Посевная площадь зерновых культур в этой группе будет получена как сумма посевной площади колхозов первой группы и половины площади колхозов второй группы, т. е.  $900 + 0,5 \cdot 2100 = 1950$  га. Аналогично рассчитывается и валовой сбор зерновых в этой группе колхозов:  $6750 + 0,5 \cdot 16800 = 15150$  ц.

В группу колхозов с числом дворов от 51 до 100 отнесем оставшуюся половину колхозов второй группы плюс  $\frac{4}{9}$  колхозов третьей группы (так как 100 делит интервал 60—150 в соотношении 4:9). Отсюда число колхозов в образуемой группе будет равно

$1 + 4/9 \cdot 7 = 4$ , их посевная площадь будет  $(2100 - 1050) + 4/9 \cdot 8000 = 4605$  га, а валовой сбор зерновых соответственно  $(16\ 800 - 8400) + 4/9 \cdot 70\ 400 = 8400 + 31\ 290 = 39\ 690$  ц.

В следующую группу колхозов с числом дворов от 101 до 200 следует отнести оставшиеся 5/9 колхозов третьей группы и 1/3 колхозов с числом дворов 151—300; общая численность колхозов этой группы составит  $4 + 1/3 \cdot 12 = 4 + 4 = 8$ , а их посевная площадь  $(8000 - 3555) + 1/3 \cdot 32\ 000 = 4445 + 10\ 667 = 15\ 112$  га и валовой сбор зерновых  $(70\ 400 - 31\ 290) + 1/3 \cdot 288\ 000 = 39\ 110 + 96\ 600 = 135\ 110$  ц.

Последующие группы образуются аналогично.

Дробление показателей во всех случаях проводилось при предположении, что нарастание признака среди единиц каждой группы происходит равномерно. Средняя урожайность в каждой группе колхозов определяется путем деления валового сбора на посевную площадь.

Результаты вторичной группировки представлены в табл. 6.

Таблица 6

Группировка колхозов по числу дворов

Группы колхозов по числу дворов	Число колхозов	Посевная площадь зерновых, га	Валовой сбор зерновых, ц	Урожайность зерновых, ц/га
До 40	2	1 950	15 150	7,8
51—100	5	4 605	39 690	8,6
101—200	8	15 112	135 110	8,3
201—500	18	51 333	477 000	9,1
Свыше 500	3	10 000	100 000	10,0
Итого:	35	83 000	766 950	9,2

Рассмотренный выше пример иллюстрировал перегруппировку данных путем укрупнения интервалов. Есть другой способ вторичной группировки — по удельному весу намечаемых к образованию групп. Суть этого способа заключается в том, что на основе предварительного изучения первично сгруппированного материала устанавливается определенный удельный вес (доля) отдельных групп единиц совокупности и все показатели, составляющие 100% или подлежащие суммированию, перегруппировываются соответственно удельному весу намеченных групп.

Этот метод вторичной группировки с успехом был применен В. И. Лениным в работе «Развитие капитализма в России», во II главе, где все крестьянские хозяйства по отдельным губерниям и уездам были разбиты на группы в следующем соотношении: 50% бедняков, 30% середняков и 20% кулаков. И исходя из этого соотношения перегруппированы показатели распределения земли,

скота и др. Благодаря такой перегруппировке был приведен в сопоставимый вид материал, сгруппированный по разным группировочным признакам, и наглядно доказана дифференциация крестьянства в дореволюционной России.

#### § 4

### В. И. ЛЕНИН О ГРУППИРОВКАХ

В. И. Ленин очень высоко ценил метод группировок в статистике и сам широко использовал его во многих своих работах: «Новые хозяйственные движения крестьянской жизни», «Кустарная перепись 1894—1895 года в Пермской губернии и общие вопросы «кустарной» промышленности», «Развитие капитализма в России», «Что такое «друзья народа» и как они воюют против социал-демократов?», «К вопросу о задачах земской статистики», «Новые данные о законах развития капитализма в земледелии» и многих других.

Удивительно многосторонне применение группировок в работах В. И. Ленина. Это группировки, относящиеся к земледелию России, Германии, США и других стран, группировки населения, группировки фабрично-заводской и кустарной промышленности, группировки стачек, партий, печати и т. д. Но общим для всех этих многообразных группировок является обилие данных, на основе которых они строятся, научная обоснованность выбора признака для выделения групп и тщательный анализ их.

Используя группировки в экономических исследованиях, В. И. Ленин дал ряд ценнейших методологических указаний по вопросам группировок. Он указывал, что один и тот же материал дает диаметрально противоположные выводы при различных приемах группировок, что правильность выводов, сделанных на основе группировок, зависит от правильности выбора группировочного признака, что группировочные признаки не должны быть случайными, формальными, а должны быть главными, существенными, что к выбору их следует подходить дифференцированно в зависимости от места и времени. Одни признаки, существенные для характеристики явления в определенных условиях, могут оказаться формальными, случайными в других условиях.

Так, «если при экстенсивном зерновом хозяйстве, — указывал В. И. Ленин, — можно ограничиться группировкой по посеву (или по рабочему скоту), то при других условиях необходимо принять в расчет посев промышленных растений, техническую обработку сельскохозяйственных продуктов, посев корнеплодов или кормовых трав, молочное хозяйство, огородничество и т. д.»<sup>1</sup>

В своих работах В. И. Ленин резко критиковал земскую статистику, в частности, за народнические антинаучные группировки

<sup>1</sup> Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 3, с. 96.

крестьянских хозяйств по наделу. «Пользуясь группировкой по наделу, — писал Ленин, — мы складываем вместе бедняка, который сдает землю, и богача, который арендует или покупает землю; — бедняка, который забрасывает землю, и богача... который имеет много скота, удобряет землю, вводит улучшения и пр. и пр.»<sup>2</sup>.

В. И. Ленин указывал, что при экономических исследованиях надо чаще прибегать к комбинационным группировкам. В. И. Ленин широко использовал в своих работах метод вторичной группировки, перегруппировывая данные в зависимости от требований и задач исследования.

Вопрос о группировках В. И. Ленин считал основным вопросом статистики. Но он рассматривал его не как узкотехнический, а как большой теоретический вопрос, правильное решение которого зависит от правильности экономической теории, которой руководствуется исследователь.

В. И. Ленин убедительно показал, что при неправильной группировке статистика не только не вскрывает действительность, а затушевывает ее, маскируя многие ее стороны. В. И. Ленин писал: «При неудовлетворительной сводке, при неправильной или недостаточной группировке может получиться — и постоянно получается при обработке современных переписей — такой результат, что необъясненно детальные, великолепные данные, имеющиеся о каждом отдельном предприятии, исчезают, теряются, пропадают в целом, когда речь идет о миллионах хозяйств всей страны. Капиталистический строй сельского хозяйства характеризуется *отношениями*, которые существуют между хозяевами и рабочими, между хозяйствами разных типов, и если признаки этих типов взяты неправильно, подобраны неполно, то самая лучшая перепись может не дать политико-экономической картины действительности»<sup>3</sup>.

В. И. Ленин убедительно доказал, что между неправильным использованием группировок и апологетическим использованием статистики существует непосредственная связь. И в руках апологетов капитализма неправильные группировки являются мощным оружием приукрашивания капиталистической действительности, маскировки эксплуатации трудящихся и т. п.

## § 5 СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

Результаты обработки статистических данных, как правило, оформляются в виде статистических таблиц. Табличная форма позволяет изложить материал наиболее удобно, компактно, наглядно и рационально. В каждой таблице имеется ряд горизонтальных строк и вертикальных граф (столбцов), имею-

<sup>2</sup> Там же, с. 94.

<sup>3</sup> Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 19, с. 326.

щих заголовки, объясняющие, что характеризуется и какими показателями. Строки и графы при пересечении образуют клетки, которые заполняются статистическими данными.

В статистических таблицах различают *подлежащее* и *сказуемое*. *Подлежащим* в таблице являются те объекты или их части, а также отдельные периоды времени и территории, которые характеризуются рядом показателей. *Сказуемым* в таблице являются все те показатели, которыми характеризуется подлежащее. Так, в табл. 4 подлежащим являются группы совхозов с различным поголовьем свиней, а сказуемым — число совхозов, поголовье свиней на один совхоз, себестоимость 1 ц и уровень рентабельности.

Статистические таблицы могут быть *простыми* и *сложными*.

К *простым* относят перечневые таблицы, в которых подлежащим служит перечень отдельных объектов (заводов, совхозов, министерств, районов, республик и т. п.), и динамические таблицы, где подлежащим являются отдельные годы, месяцы или иные периоды времени. Примером простой перечневой таблицы может служить табл. 1.

В табл. 1 в качестве подлежащего выступают союзные республики и СССР, а сказуемым служат показатели посевной площади и валового сбора подсолнечника в 1979 г.

У сложных таблиц подлежащее представляет собой совокупность, расчлененную на группы по одному или нескольким признакам.

Таблицы, в подлежащем которых имеет место группировка по одному признаку, именуют *групповыми*. При наличии в подлежа-

Таблица 7

Группировка промышленных предприятий СССР по численности рабочих в 1960 и 1975 гг. (в процентах к итогу)

Группы предприятий с числом рабочих	Число предприятий		Валовая продукция		Основные промышленно-производственные фонды	
	1960 г.	1975 г.	1960 г.	1975 г.	1960 г.	1975 г.
До 100 человек	43,6	35,1	7,0	3,9	5,1	2,5
101—200 »	20,0	19,9	8,0	5,6	5,6	3,6
201—500 »	20,7	22,1	17,3	12,3	13,2	9,4
501—1 000 »	8,6	10,9	14,9	13,1	15,2	11,5
1 001—3 000 »	5,5	8,6	24,0	24,5	27,8	22,5
3 001—10 000 »	1,4	2,9	19,4	26,5	20,4	28,7
10 001 и более	0,2	0,5	9,4	14,1	12,7	22,4
Итого:	100	100	100	100	100	100

шем группировки по двум и более признакам таблица именуется *комбинационной*. Примером групповой таблицы может служить табл. 7 (см. стр. 38).

Подлежащим в данной таблице служат группы заводов с разной численностью рабочих, а сказуемым — число предприятий, валовая продукция и основные фонды (промышленно-производственные) за 1960 и 1975 гг.

К числу сложных таблиц относят и корреляционные и балансовые таблицы, которые будут рассматриваться в последующих главах.

Деление таблиц на простые, групповые и комбинационные основано на степени расчленения подлежащего. Однако и сказуемое в таблицах может быть разработано по-разному. Если все показатели сказуемого характеризуют подлежащее отдельно, независимо друг от друга, то такая разработка сказуемого называется простой (см. табл. 7). Если же в сказуемом один признак комбинируется с другим, то такая разработка сказуемого называется сложной.

Примером таблицы со сложной разработкой сказуемого может служить следующий макет таблицы (табл. 8), предусмотренной для разработки материалов Всесоюзной переписи населения 1979 г.:

Таблица 8.

**Распределение населения по состоянию в браке, полу и возрасту**

	Мужчины					Женщины						
	Всего	в том числе				Всего	в том числе					
		состоящие в браке	не состоящие в браке	вдовье	разведенные		не указавшие состояния в браке	состоящие в браке	не состоящие в браке	вдовье	разведенные	не указавшие состояния в браке
Все население в том числе:												
до 15 лет												
15—19 »												
20—24. »												
25—29 »												
и т. д.												
65—69 »												
70 лет и старше												



Составляя таблицы, следует помнить, что таблица должна компактно и наглядно изложить цифровой материал. И если при излишней детализации подлежащего и сказуемого чтение таблицы затрудняется, то лучше вместо одной громоздкой таблицы строить несколько таблиц более простых.

Статистические таблицы самых различных форм и видов прочно вошли в практику обработки и выдачи результатов статистических исследований, сводки данных.

Впервые статистические таблицы (простые и групповые) были применены при изложении статистических данных в 1727 г. в России И. К. Кириловым в работе «Цветущее состояние Всероссийского государства...».

Применение комбинационных таблиц относится к более позднему периоду (1882). Приоритет в построении комбинационных таблиц и использование их в анализе принадлежат земским статистикам.

В заключение отметим несколько технических моментов, связанных с построением таблиц.

При построении таблиц необходимо обращать внимание на четкость заголовков в отдельных строках и графах, не говоря уже о заголовке самой таблицы. Следует всегда указывать, в каких единицах даются показатели в отдельных графах. Повторяющиеся термины надо выносить в общие заголовки. Графы и строки полезно нумеровать. В групповых и комбинационных таблицах всегда надо давать итоговые графы и строки.

Округление чисел во всех графах и строках следует проводить с одинаковой точностью (или до целого знака, или до десятого, или до сотого и т. д.).

При заполнении таблицы числовым материалом отдельные клетки могут оставаться незаполненными. При чтении такой таблицы важно знать причину отсутствия тех или иных данных. Чтобы читающему таблицу была ясна причина незаполнения той или иной клетки, установлены определенные условности объяснения незаполненных клеток таблицы. Так, если клетка вообще не подлежит заполнению, то обычно в ней ставится знак умножения, т. е. «X». Если отсутствуют сведения, то ставятся три точки (...) или записывается «нет св.» — нет сведений. Если отсутствует само явление, то ставится тире (—). Если в таблице стоит число 0, 0, то значит, что при округлении с большей точностью, например до сотых, здесь может появиться какая-нибудь значащая цифра.

Правильно и грамотно составленные таблицы являются важным средством изложения обработанного статистического материала и средством анализа.

## ГРАФИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

### § 1

#### ГРАФИКИ И ИХ РОЛЬ В ОБОБЩЕНИИ И АНАЛИЗЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

**Понятие о графиках.** Кроме таблиц для наглядности и компактности статистические данные могут быть изображены графически, т. е. представлены при помощи различных условных знаков-символов (точек, линий, фигур и т. п.).

Различные графические приемы стали использоваться в статистике еще в конце XVIII в., но особенно большой интерес к ним во всех странах проявился во второй половине XIX в.

В настоящее время графики как средство информации, анализа, обобщения используются не только в статистике, но и в самых различных областях деятельности, и прежде всего в научных исследованиях.

Большое значение придавал графическому методу исследования В. И. Ленин. Во многих его работах важнейшие выводы сделаны на основе использования графиков. Так, пользуясь графиками (диаграммами) в работе «Шаг вперед, два шага назад», В. И. Ленин весьма обстоятельно проанализировал обстановку на II съезде РСДРП, разделение делегатов съезда по различным обсуждавшимся на съезде вопросам, что отражало картину внутренней борьбы в партии. По этому поводу В. И. Ленин писал, подчеркивая роль графиков: «... чтобы получить настоящую картину, а не груду бессвязных, дробных, изолированных фактов и фактиков... я решил попытаться изобразить *все основные* типы «разделений» нашего съезда в виде *диаграммы*. Такой прием покажется, наверное, странным очень и очень многим, но я сомневаюсь, можно ли найти другой способ изложения, действительно обобщающего и подводящего итоги, возможно более полного и наиболее точного»<sup>1</sup>.

Графики могут быть использованы для: изображения динамики явления; сравнения показателей, относящихся к одному времени, но разным объектам; определения состава (структуры) совокупности; выявления зависимости одних показателей от других; определения степени распространения какого-либо явления; контроля за выполнением плановых заданий и др. Другими словами, графики помогают выявлять закономерности развития, соотношений, взаимосвязи, пространственного распределения и пр. Как видно, задачи, решаемые при помощи графиков, различны. Вместе с тем

<sup>1</sup> Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 8, с. 321—322.

для решения определенной задачи, например сравнения или динамики, могут использоваться разные графики, и, наоборот, один и тот же график может быть использован для решения разных задач.

**Основные элементы графиков.** Основными элементами графика являются: 1) графический образ, т. е. знаки-символы (линии, фигуры и пр.), с помощью которых изображаются статистические величины; 2) поле графика — место, где размещены те или иные графические образы; 3) пространственные ориентиры, определяющие расположение графических образов на поле; 4) масштабные ориентиры, дающие количественную определенность знакам-символам; 5) экспликация (словесное пояснение) графика, включающая точное его название и пояснения к отдельным его частям.

Среди графиков различают: *диаграммы* — графическое изображение статистических величин с помощью различных геометрических фигур или знаков, *картограммы* — изображение величины того или иного показателя на географической карте с помощью графических символов (штриховки, расцветки, точек) и *картодиаграммы* — сочетание картограммы с диаграммой, т. е. диаграммы на географической карте.

В зависимости от применяемых графических образов среди диаграмм различают столбиковые, плоскостные, объемные, линейные и др.

Пространственные ориентиры для большинства диаграмм обычно задаются в виде системы прямоугольных (декартовых) координат или координатных сеток. Для картограмм и картодиаграмм пространственными ориентирами являются географические ориентиры (границы или контуры различных районов, рек и т. п.).

Количественная определенность графических образов задается масштабными шкалами. Масштабной шкалой называется линия, на которую нанесены точки, соответствующие определенным числовым значениям показателя. Отрезок шкалы, соответствующий определенной числовой единице, называется масштабом графика. Другими словами, масштаб графика является условной мерой перевода числовых значений показателя в графические.

Масштабные шкалы могут быть прямолинейными и криволинейными (например, круговые).

Если равным отрезкам на шкале соответствуют равные числовые интервалы, то шкала называется равномерной. Если равным отрезкам на шкале соответствуют неравные числовые интервалы, то шкала называется неравномерной. Из неравномерных наиболее часто применяется логарифмическая шкала, у которой расстояния от ее начала до точек деления пропорциональны не самим числовым значениям показателя, а их логарифмам. Примеры равномерной и неравномерной (логарифмической) шкал показаны на рис. 1.

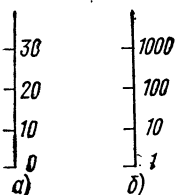


Рис. 1. а) арифметическая шкала; б) логарифмическая шкала

Когда для построения графика нужно использовать два масштаба для двух показателей, то применяют систему прямоугольных координат или координатные сетки. Пример условных координатных сеток (для изображения взаимосвязанных показателей и для динамики показателя) показан на рис. 2.

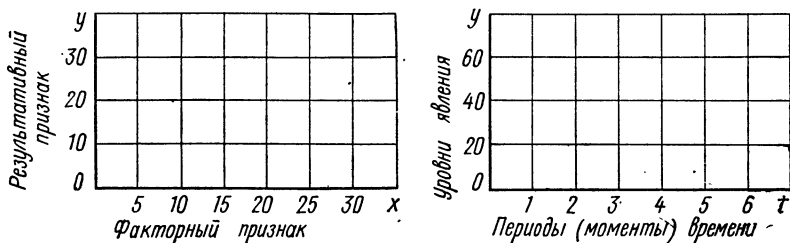


Рис. 2. Координатные сетки

Масштабные шкалы могут быть непрерывными и прерывными. Последние используются для изображения статистических величин, имеющих значения лишь с определенного уровня. Например, если значения показателя варьируют в пределах от 140 до 160, то нет необходимости строить шкалу со всеми делениями от 0 до 160. Приняв, например, условную величину отрезка за 5 единиц, можно от 5 до 140 шкалу прервать, как показано на рис. 3.

Как уже указывалось, каждый график должен иметь экспликацию, т. е. словесные пояснения к отдельным элементам графика, четкое и ясное название, содержащее

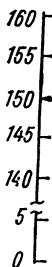


Рис. 3. Прерванная шкала

сведения о характере изображаемых показателей, месте и времени, к которым они относятся.

## § 2 ОСНОВНЫЕ ВИДЫ ГРАФИКОВ

**Столбиковые диаграммы.** К числу наиболее простых относятся столбиковые. Они представляют собой ряд прямоугольников (столбиков) с одинаковым основанием, высота которых пропорциональна числовым значениям изображаемых показателей, т. е. для всех столбиков принимается один и тот же масштаб. Все столбики должны строиться на одной базовой линии. О соотношении между величинами изображаемых показателей судят по высоте столбиков, поэтому разрыв шкалы для них не

допускается. Столбиковые диаграммы обычно используются для сравнения данных, относящихся к разным объектам, или для отражения динамики. Если данные относятся к ряду объектов, то рекомендуется располагать столбики от большего к меньшему или наоборот.

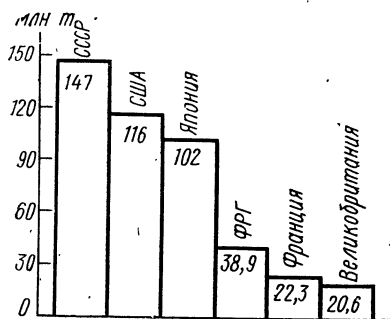


Рис. 4. Производство стали в странах мира в 1977 г. (млн. т)

На рис. 4 с помощью столбиковой диаграммы показано производство стали по странам мира за 1977 г.

Прямоугольники можно располагать и горизонтально — тогда диаграмма называется *ленточной*.

Разновидностью ленточных диаграмм являются иллюстрированные, или «фигурные», диаграммы. В этом случае «ленты» строятся из фигур-знаков, соответствующих изображаемому числовым показателем. Каждая фигура-знак условно принимается за

определенное количество единиц изображаемого показателя. Например, если изображение одного товарного вагона условно принять за 20 000 т перевозимых грузов по железной дороге, то перевозку 100 000 т можно изобразить пятью такими вагонами, выстроенными в ряд, а перевозку 150 000 т — 7,5 вагонами и т. д.

**Плоскостные диаграммы.** К плоскостным относят диаграммы, изображающие величину показателя площадью различных фигур. Наиболее часто из плоскостных диаграмм применяют *квадратные* и *круговые*.

Для построения и квадратной и круговой диаграммы необходимо прежде всего извлечь корень квадратный из каждой изображаемой числовой величины, а затем по полученным данным в принятом масштабе строить квадрат или круг.

Используем для построения квадратной диаграммы следующие данные:

#### Добыча угля в СССР

Год	1928	1940	1978
Млн. т	35,5	166	724
$\sqrt{\quad}$	$\approx 6,0$	12,9	26,9

Извлекая из каждого числа квадратный корень и принимая результаты за стороны соответствующих квадратов (в определенном масштабе), строим квадраты, показанные на рис. 5.

По этим же данным можно построить круговую диаграмму, приняв полученные выше результаты извлечения корня квадратного за радиусы или диаметры соответствующих кругов (рис. 6).

Разновидностью плоскостных диаграмм являются и картинные (фигурные) диаграммы, в которых величина изображаемого показателя пропорциональна площади фигуры, изображающей данное явление. Например, представление о производстве автомашин (или другой продукции) в разных странах или в одной стране за ряд лет можно дать с помощью изображения автомашин разного размера, площадь которых пропорциональна изображаемым числовым показателям. Конечно, такие диаграммы особенно нуждаются в числовых подписях, так как сопоставлять площади таких фигур «на глаз» трудно.

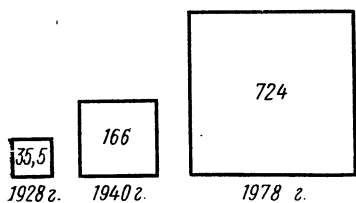


Рис. 5. Добыча угля в СССР (млн. т)

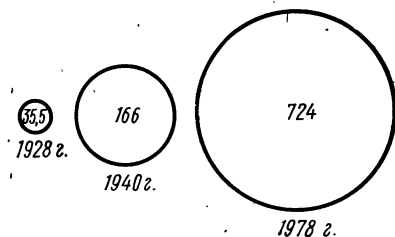


Рис. 6. Добыча угля в СССР (млн. т)

К числу плоскостных диаграмм относятся и так называемые *знаки Варзара* — прямоугольники, предложенные русским статистиком К. Е. Варзаром для графического изображения трех взаимосвязанных показателей, из которых один является результатом взаимодействия двух других. Знак Варзара — это своего рода комбинация линейной и плоскостной диаграммы. В прямоугольниках Варзара основание отражает величину одного признака ( $a$ ), высота — величину второго признака ( $b$ ), площадь — величину третьего показателя ( $c$ ), являющегося результатом произведения двух первых ( $c=ab$ ).

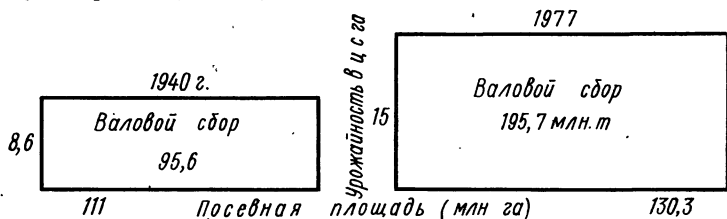


Рис. 7. Посевные площади, урожайность и валовые сборы зерновых в СССР в 1940 и 1977 гг. (знаки Варзара)

На рис. 7 с помощью знаков Варзара изображены размеры посевных площадей, урожайности и валового сбора зерновых культур в СССР в 1940 и 1977 гг.

Знаки Варзара особенно удобны для выявления роли отдельных факторов в изображаемых сложных явлениях.

**Секторные диаграммы.** Особый вид плоскостных (круговых) диаграмм представляют собой секторные диаграммы, используемые для изображения структуры (состава) совокупности. Для построения секторной диаграммы вычерчивается круг произвольного радиуса, принимаемый за всю совокупность и приравненный 100%. Учитывая, что дуга окружности содержит  $360^\circ$ , и зная долю (или проценты) отдельных частей (групп) в изображаемой совокупности, легко определить дуги отдельных секторов, умножая  $3,6^\circ$  на соответствующие проценты отдельных частей совокупности. Установив исходный радиус и приняв его за начало отсчета, нанесут на окружность против часовой стрелки значения, соответствующие процентам отдельных групп, и найденные точки соединяют с центром круга. Полученные секторы либо по-разному заштриховывают, либо окрашивают в разные цвета. На рис. 8 с помощью секторной диаграммы показана доля городского и сельского населения СССР в 1940 и 1979 гг.

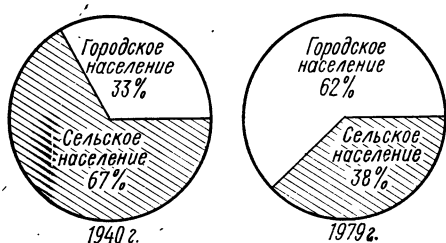


Рис. 8. Доля городского и сельского населения СССР в 1940 и 1979 гг.

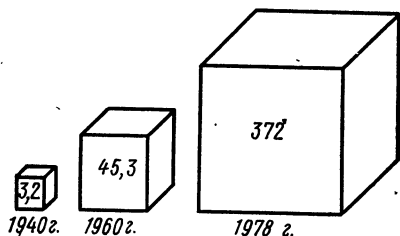


Рис. 9. Добыча природного газа в СССР (млрд. м<sup>3</sup>)

Если нужно показать не только структуру, но и различие в величине изображаемых совокупностей, то секторные диаграммы сочетают с круговыми — плоскостными, т. е. строят круги различных радиусов и, принимая каждый круг за 100%, делят его в соответствии с удельным весом отдельных групп в совокупности.

Для изображения структуры совокупности кроме секторных диаграмм можно воспользоваться и столбиковыми. В этом случае каждый столбик (прямоугольник) делят на части в соответствии с долей отдельных групп в совокупности.

**Объемные диаграммы.** Аналогично тому как в плоскостных диаграммах величина изображаемого показателя отражается площадью тех или иных фигур, в объемных диаграммах величина изображаемого показателя изображается объемом того или иного геометрического тела. Чаще других в качестве объемных диаграмм используются кубы. Для изображения статистических данных с помощью кубов из числовых показателей извлекаются кубические корни и по найденным значениям, принятым за высоту ребра, в определенном масштабе строятся кубы.

Изобразим с помощью кубов данные о добыче природного газа в СССР за 1940, 1960 и 1978 гг.:

Год	1940	1960	1978
Млрд. м <sup>3</sup>	3,2	45,3	372

Извлекая кубические корни из исходных данных, получаем следующие результаты для соответствующих лет (с точностью до десятых): 1,5; 3,6; 7,2. Построенные по этим данным кубы показаны на рис. 9.

**Линейные графики.** Для характеристики изменения явлений во времени, выявления зависимости между двумя показателями и некоторых других задач удобно пользоваться линейными графиками, строящимися при помощи прямоугольной системы координат.

При этом, если нужно отразить динамику показателя, то на горизонтальной оси строится шкала времени, а на вертикальной — шкала уровней изображаемого показателя. Затем из каждой точки показателя времени восстанавливается ордината, высота которой соответствует величине уровня изображаемого показателя в данный момент в масштабе вертикальной оси. Соединив концы ординат, получаем ломаную линию, которая и является линейным графиком.

Если линейный график используется для изображения двух взаимосвязанных показателей, то на горизонтальной оси строится шкала одного признака — факторного ( $x$ ), а на вертикальной оси — второго — результативного ( $y$ ). На графике находят точки для  $y$ , отвечающие определенным значениям  $x$ , затем найденные точки соединяют. Полученная ломаная и будет линейным графиком, отражающим характер изменения одного показателя от другого (или зависимости).

Строя линейный график, характеризующий динамику явления, следует помнить, что на горизонтальной оси равным периодам времени должны соответствовать равные отрезки. Градуируя вертикальную масштабную шкалу, следует помнить, что нельзя в начале координат ставить какое-либо числовое значение результативного показателя кроме нуля. Если до определенного значения нет показателей, то следует вертикальную шкалу сделать прерывной, как указывалось на с. 43.

Линейные графики удобны тем, что на одном графике можно строить несколько кривых (ломаных). Так, например, на одном графике можно изобразить динамику определенного показателя в разных странах или же различных показателей в одной стране.

Изображая графически динамику нескольких разноименных показателей, необходимо вертикальную шкалу строить не по абсолютным, а по относительным величинам (в процентах). На рис. 10 при помощи линейных графиков показана динамика роста промышленной продукции в ряде стран — членов СЭВ.

**Радиальные диаграммы.** Для графического изображения некоторых показателей удобнее пользоваться не осями прямоугольной



системы координат, а радиусами круга (в качестве шкал). В частности, при графическом изображении помесичных данных за год (или несколько лет) можно воспользоваться 12 равноудаленными друг от друга радиусами концентрических окружностей. «Закрепив» за каждым радиусом определенный месяц (январь, февраль, март и т. д.), откладывают на них в принятом масштабе отрезки, пропорциональные изображаемым числовым показателям за эти месяцы, а затем концы отрезков соединяют последовательно. Причем, если соединением концов отрезков замыкается круг одного года, то такая радиальная диаграмма называется замкнутой. Если же при изображении помесичных данных за ряд лет концы отрезков все время последовательно соединяются, не замыкаясь, то диаграмма называется спиральной.

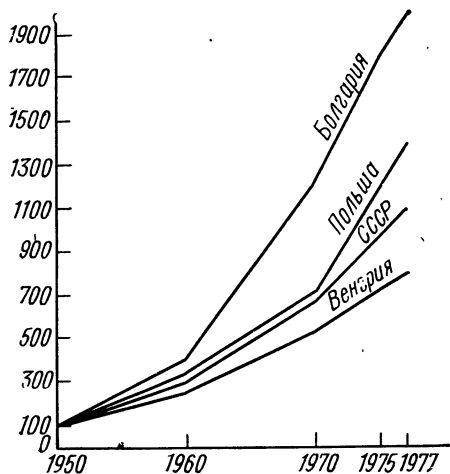


Рис. 10. Темпы роста объема промышленной продукции в ряде стран—членов СЭВ (в процентах к 1950 г.)

резков все время последовательно соединяются, не замыкаясь, то диаграмма называется спиральной.

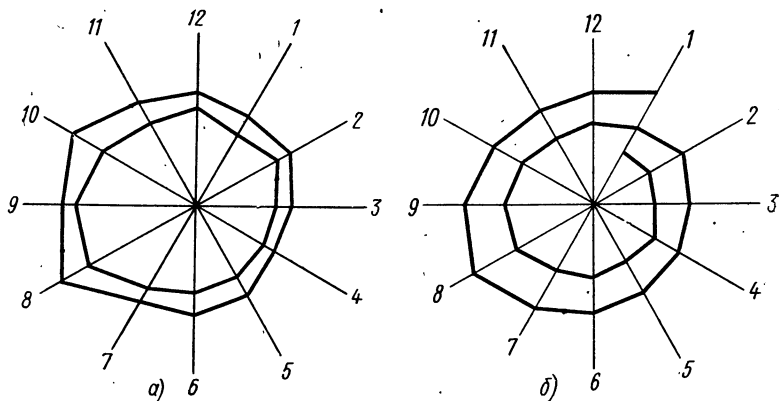


Рис. 11. Радиальные диаграммы: а) замкнутая; б) спиральная

Радиальные диаграммы являются разновидностью линейных диаграмм. На рис. 11 показаны радиальные диаграммы: а) замкнутая и б) спиральная.

**Контрольно-плановые графики.** Линейные графики могут использоваться для наблюдения и анализа хода выполнения плана.

Для этой цели на одном графике строят две линии: плановую и фактическую. Сравнение линий планового задания и фактического выпуска дает возможность наглядно видеть степень выполнения плана за каждый конкретный отрезок времени. Линия планового задания может иметь при этом различный характер в зависимости от того, предполагается равномерный или неравномерный выпуск за все отрезки времени. Среди линейных графиков, используемых для текущего наблюдения за выполнением плана на разных объектах или по разным продуктам, особое место занимают так называемые контрольно-плановые графики, отражающие выполнение плана за каждый день с начала того или иного периода. Строится такой график в виде ленточной диаграммы на специальных таблицах, у которых строки отводятся для наименования отдельных объектов или видов продукции, а графы — для дней недели. Длина графы каждого дня, независимо от того, планируется равномерный или неравномерный выпуск продукции, принимается за 100%. Соответственно каждая пятая часть длины графы приравнивается 20%, каждая десятая часть — 10% и т. д.

Процент выполнения плана за каждый день отмечают на графике тонкой линией, а толстой итоговой линией отмечается выполнение плана с начала периода.

**График Лоренца.** Среди различных видов графиков особое место занимает кривая, именуемая кривой Лоренца или графиком Лоренца. Этот вид графика особенно представляет интерес для географов, поскольку он может быть использован для характеристики уровня концентрации тех или иных явлений, для изучения порайонной специализации или локализации.

Для построения кривой Лоренца строится квадрат  $100 \times 100$ , на осях которого откладываются кумулятивные (накопленные) итоги: по оси  $x$  — единиц совокупности, а по оси  $y$  — объема того или иного явления. Первой на оси  $x$  откладывается точка (единица или группа единиц), имеющая наивысший показатель по объему изучаемого явления, а затем кумулятивные итоги следующих друг за другом по рангу единиц. Из каждой такой кумулятивной точки на оси  $x$  восстанавливается перпендикуляр, высота которого соответствует кумулятивному итогу объема явления. Последовательное соединение вершин этих перпендикуляров и дает кривую Лоренца.

Интерпретация этого графика может быть сведена к следующему. При равномерном распределении явления между единицами изучаемой совокупности должно соблюдаться равенство  $x=y$  и на графике эта зависимость выразится прямой, проходящей через начало координат под углом в  $45^\circ$ , т. е. это будет диагональ квадрата, на котором строится кривая Лоренца. Следовательно, диагональ квадрата, соединяющая нижний левый угол с верхним правым, может рассматриваться как *линия равномерного распределения*. Всякое отклонение от нее — признак неравномерности распределения. И чем больше кривая Лоренца отклоняется от диа-

тонали квадрата, тем, следовательно, больше неравномерность распределения и выше уровень концентрации объема изучаемого явления у отдельных единиц.

Рассмотрим построение кривой Лоренца на примере распределения населения СССР в городах разного типа (размера) в 1970 г. по следующим исходным данным (табл. 9):

Таблица 9

Города с числом жителей	В процентах			
	число городов, $x$	число жителей в них, $y$	нарастающие итоги	
			числа городов, $x$	числа жителей, $y$
500 тыс. и более	1,7	32,1	1,7	32,1
100—500 тыс.	9,7	32,9	11,4	65,0
50—100 »	9,7	11,2	21,1	76,2
20—50 »	28,7	14,9	49,8	91,1
10—20 »	28,3	6,8	78,1	97,9
5—10 »	13,1	1,6	91,2	99,5
3—5 »	4,6	0,3	95,8	99,8
Менее 3 »	4,2	0,2	100,0	100,0
<b>Итого:</b>	100,0	100,0	—	—

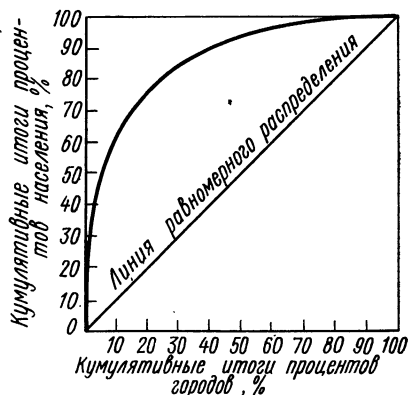


Рис. 12. Кривая Лоренца

Для построения кривой Лоренца на квадрате  $100 \times 100$  (рис. 12) находим точки с координатами, соответствующими кумулятивным (нарастающим) итогам процента числа городов и числа жителей (населения) в них. Соединив последовательно все точки плавной линией, получим кривую Лоренца.

Как видно из графика, кривая Лоренца имеет большую выпуклость, что отражает концентрацию населения в крупных городах в 1970 г.

График Лоренца может строиться и по данным, относящимся к отдельным объектам (предприятиям, отраслям и пр.).

Построение кривой Лоренца во всех случаях требует обязательной записи исходных данных в определенном порядке. Предположим, в одном из районов имеются предприятия разных отраслей, и мы располагаем сведениями о числе занятых в каждой из этих отраслей. График Лоренца в данном случае может отразить равномерность или неравномерность распределения занятых по отдельным отраслям. Для его построения необходимо переписать все отрасли по рангу, начиная с отрасли, имеющей наибольшую занятость, и рассчитать кумулятивные итоги для всех записанных по

рангу отраслей. А далее строится график по кумулятивным итогам, как указывалось выше. Пользуясь графиком Лоренца и зная наименования отраслей, записанных по горизонтальной линии квадрата в порядке убывания в них числа занятых, можно делать вывод о равномерном или неравномерном распределении занятых по отраслям, а следовательно, и о специализации района. Вместо предпочтений разных отраслей одного района можно воспользоваться для построения кривой Лоренца данными о числе занятых или выпуске продукции на предприятиях одной отрасли, но размещенной в разных районах (1, 2, 3 и т. д.). Построенная по таким данным кривая Лоренца будет характеризовать уровень локализации данной отрасли.

Строить график Лоренца можно не только по убывающим, но и по нарастающим значениям изучаемого показателя у единиц совокупности (например, можно было расположить города в табл. 9 в порядке возрастания числа жителей, т. е. сначала самые малые, а затем по возрастающему рангу). Но тогда кривая Лоренца будет не выпуклой на графике, а вогнутой, расположенной ниже диагонали.

**Картограммы и картодиаграммы.** Как уже указывалось выше, картограммы и картодиаграммы — это виды графического изображения статистических данных на схематичной географической карте, характеризующие уровень или степень распространения того или иного явления на определенной территории.

Картограмма — это изображение величины интересующего нас признака на географической карте с помощью графических символов: штриховки, расцветки, точек. В зависимости от используемых символов различают *фоновые* и *точечные* картограммы.

Для построения фоновой картограммы необходимо произвести группировку изображаемого географического ряда, выделив несколько характерных групп, отличающихся по величине изображаемого признака. Для каждой группы принимается условный символ для изображения: либо окраска разных тонов, либо различная штриховка. Для построения картограммы используется карта с очертаниями только границ районов (областей, хозяйств и т. п.), которые и окрашиваются или штрихуются в соответствии с уровнем изучаемого показателя в каждом районе и принятом для его изображения символом.

Рекомендуется по мере увеличения признака дать и более темные тона окраски или более интенсивную штриховку.

Если после заштриховки или окраски соответствующих участков карты обнаруживается определенная закономерность в географическом расположении территории с одинаковой величиной изображаемого показателя, то можно говорить о зависимости данного показателя от географического фактора. Если же районы с одинаковой окраской или штриховкой разбросаны в беспорядке на карте, то, очевидно, нет определенной закономерности в пространственном размещении данного показателя, т. е. его распростра-

нение или уровень не связаны с географическим положением района.

Кроме различной окраски и штриховки при построении картограмм используют и так называемый точечный метод. Суть этого метода сводится к тому, что определенная величина изображаемого признака принимается за одну точку, и тогда в зависимости от общего размера показателя на той или иной территории ставится столько точек, сколько соответствует ему в принятом масштабе. Например, если при изображении размещения скота в совхозах и колхозах на той или иной территории одну точку (·) принять за 1000 голов, то пять точек будут соответствовать пяти тысячам голов и т. д. В соответствии с числом голов скота в отдельных районах и проставляется в пределах каждого района на схематической карте то или иное число точек. Точки по территориям распределяются либо равномерно, либо более концентрированно к местам сосредоточения изображаемого показателя в действительности.

Фоновые картограммы используются, как правило, для изображения средних и относительных показателей (плотность населения, удельный вес продукции животноводства или растениеводства в общем объеме сельскохозяйственной продукции, средняя урожайность зерновых и т. п.). Точечные же картограммы используются для объемных (количественных) показателей (численность населения, поголовье скота и т. д.).

*Картограмма* представляет собой сочетание картограммы с диаграммой. При построении картодиаграммы на схематической карте на участках отдельных районов (или областей) строятся различные диаграммы: столбиковые, круговые, квадратные, секторные и др., которые и характеризуют (изображают) величину (или структуру) того или иного показателя на данной территории.

Перечисленные виды графиков не являются исчерпывающими, но являются наиболее часто употребляемыми.

## Глава V

### АБСОЛЮТНЫЕ, ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ И СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

#### § 1 АБСОЛЮТНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Получаемые в результате статистической сводки и выраженные в таблицах статистические данные характеризуют ту или иную совокупность в целом или отдельные ее части. Такие показатели в статистике называют *обобщающими* (в отли-

чие от первичных, получаемых в процессе наблюдения и относящихся к каждой единице совокупности).

Метод обобщающих показателей — один из основных специфических методов статистики. Обобщающие показатели могут быть абсолютными, относительными и средними величинами.

Абсолютные обобщающие величины получают в результате сводки путем непосредственного суммирования первичного статистического материала или расчетно на основе других показателей (например, естественный прирост населения как разность между численностью родившихся и умерших за один и тот же период).

Абсолютные величины как обобщающие показатели могут характеризовать численность совокупности (численность населения, число предприятий, колхозов и т. п.) или объем тех или иных признаков (выпуск продукции, фонд заработной платы, затраты на производство и т. д.).

Абсолютные показатели в статистике всегда являются именованными числами, т. е. выражаются в единицах измерения, присущих тем или иным явлениям. Единицы измерения могут быть натуральными или денежными. Натуральные единицы измерения, в свою очередь, могут быть простыми (метры, тонны, штуки и пр.) и сложными (составными), являющимися комбинацией двух разноименных величин. Например, количество выработанной электроэнергии выражается в киловатт-часах, грузооборот железнодорожного транспорта — в тонно-километрах и т. п. В статистике применяют и абсолютные показатели, выраженные в условных натуральных единицах измерения. Так, например, разные виды топлива пересчитывают в условное топливо; тракторный парк — в эталонные тракторы и т. п.

Для выражения абсолютного показателя в условных единицах определяют элемент измерения (вид топлива, продукт и пр.) и коэффициенты пересчета (по соотношению теплотворной способности отдельных видов топлива, по соотношению потребительных стоимостей и пр.), на основе которых производится пересчет всех элементов в условные единицы.

Значение абсолютных показателей в статистике бесспорно велико. Они используются в планировании, управлении. С помощью абсолютных величин характеризуется большинство народнохозяйственных показателей: производство основных видов продукции, капитальные вложения, численность занятых в народном хозяйстве, сумма товарооборота, национальный доход и т. п.

Однако ограничиваться только их использованием невозможно. В научном анализе для раскрытия явления, выявления определенных закономерностей, разносторонней характеристики изучаемого явления приходится прибегать к сопоставлению абсолютных показателей друг с другом и исчислению на основе этих сопоставлений относительных и средних величин.

Нельзя, например, судить об уровне рождаемости в отдельных районах по данным о числе родившихся, а необходимо пользо-

ваться относительным показателем, сравнивая число родившихся с общей численностью населения в каждом районе. А зная, например, валовой сбор зерновых в каком-либо районе, трудно дать качественную оценку этому показателю, если не сопоставить его с аналогичным показателем за предыдущие годы (т. е. рассчитав относительный показатель) или с площадью, с которой получен урожай (т. е. рассчитав среднюю урожайность).

Таким образом, в статистике наряду с абсолютными величинами в качестве обобщающих показателей широко используются относительные и средние величины.

## § 2

### ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Относительная величина представляет собой результат сравнения (деления) двух показателей. Величина, с которой производится сравнение, именуется базой сравнения, или основанием.

В зависимости от того, к какому числу единиц приравнена база сравнения, относительные величины могут выражаться в форме:

- а) коэффициента — если основание принимается за единицу;
- б) процентов (%) — если основание принято за 100;
- в) промилле (‰) — если основание принято за 1000.

Выбор формы выражения относительной величины определяется прежде всего размерностью сравниваемых величин и стремлением придать данной относительной величине наибольшую выразительность.

Так, например, сравнивая производство легковых автомобилей в СССР в 1979 г. (1314 тыс. шт.) с 1950 г. (64,6 тыс. шт.), лучше сказать, что производство последних за указанный период возросло в 20,34 раза, нежели сказать, что оно составило 2034%.

Если величина сравнения по размерности мало отличается от основания, то целесообразно в таких случаях относительную величину выражать в процентах.

Выражение в промилле обычно применяют в тех случаях, когда величина сравнения сильно отличается от основания. Эти показатели широко используются в статистике населения. В них выражаются коэффициенты рождаемости, смертности и др.

Например, коэффициент рождаемости в СССР в 1978 г. составил 18,2‰, что означает 18,2 родившихся на 1000 человек населения (или 182 человека родившихся на 10 000 человек населения).

Следует иметь в виду, что большинство относительных величин являются неименованными числами, за исключением тех, которые получаются в результате сравнения разноименных показателей и внешне напоминают средние величины. Например, именованной относительной величиной является плотность населения, рассчитываемая путем деления численности населения на площадь территории, где население проживает.

**Виды относительных величин.** Относительные величины характеризуются не только по форме, но и по тому, как они рассчитаны и для решения какой задачи используются. В соответствии с этим различают относительные величины динамики, относительные величины планового задания, выполнения плана, относительные величины структуры (или доли), относительные величины интенсивности, относительные величины координации, относительные величины сравнения.

*Относительные величины динамики* рассчитываются как отношение уровней определенного показателя, относящихся к разным периодам, т. е. они характеризуют изменение явления во времени. Относительные величины динамики также называют темпами роста. Выбор базы сравнения при исчислении относительных величин динамики определяется целью исследования.

При исчислении относительных величин динамики важно не забывать о сопоставимости данных, т. е. чтобы сравниваемые показатели были сопоставимы с точки зрения единиц измерения, методологии исчисления, охвата одинакового круга объектов и одинаковой территории и т. п.

*Относительные величины планового задания* характеризуют отношение планируемого уровня показателя к фактически достигнутому уровню того периода, по сравнению с которым намечается увеличение или уменьшение показателя. Так, например, если в 1980 г. завод выпустил продукции на 5 млн. руб., а на 1981 г. планируется 6 млн. руб., то относительная величина планового задания составит  $6/5=1,2$ , или 120%. В народнохозяйственных планах плановое задание дается в абсолютных показателях и в виде относительных величин.

*Относительные величины выполнения плана* представляют собой отношение фактически достигнутого уровня к показателю, установленному планом.

*Относительные величины структуры* рассчитываются путем деления численности единиц (или объема явления) в отдельных частях совокупности на общую численность единиц (или объем явления) совокупности. Другими словами, они характеризуют отношение части к целому, т. е. определяют долю отдельных составных частей в совокупности. Выражаются они простым кратным отношением или в процентах. В качестве примера относительных величин структуры могут служить данные об удельном весе городского населения в общей численности населения СССР в годы переписей (и для сравнения в 1913 г.): в 1913 г. — 18%, в 1939 г. — 32, в 1959 г. — 48, в 1970 г. — 50, в 1979 г. — 62%.

Поскольку рассматриваемые относительные величины дают представление о структуре совокупности, то отсюда они и получили свое название. В более общем виде их иногда называют просто относительными величинами, характеризующими отношение части к целому.

Наряду с определением доли отдельных частей совокупности



иногда приходится определять соотношение между двумя частями одного целого. Относительные величины, характеризующие соотношение между частями одного целого, называют *относительными величинами координации*. К таким величинам относятся, например, показатели, характеризующие соотношение между численностью городского и сельского населения, между численностью мужчин и женщин, соотношение между продукцией земледелия и животноводства в сельском хозяйстве и др. При помощи данного вида относительных величин легко вести наблюдение за соотношением отдельных составных частей в той или иной совокупности и при необходимости регулировать необходимые пропорции.

Так, можно считать относительные величины координации, характеризующие соотношение между городским и сельским населением в разные годы. Например, для 1913 г. это соотношение составляло 0,218, а для 1979 г. — 1,63.

*Относительные величины интенсивности* характеризуют степень распространенности или развития того или иного явления в определенной среде. Эти относительные величины могут быть получены и как отношение части к целому, и как отношение равноименных величин, определенным образом взаимосвязанных. Примером первого отношения (части к целому) будут такие показатели, как коэффициенты рождаемости, смертности (отношение числа родившихся или умерших к средней численности населения, выраженное в промилле), показатель грамотности населения (отношение числа жителей, умеющих читать и писать, к общей численности населения в возрасте старше 8 лет).

В качестве примера относительных величин интенсивности, полученных в результате сравнения двух равноименных показателей, можно назвать такие показатели, как плотность населения, производство той или иной продукции на душу населения, выход различных видов сельскохозяйственной продукции на 100 га сельскохозяйственных угодий или 100 га пашни, выход продукции на 1 руб. (или на 100 руб.) основных фондов и т. п.

Все эти величины являются именованными. Единицы измерения их определяются теми абсолютными показателями, на основе которых они рассчитываются.

*Относительные величины сравнения* характеризуют соотношение одноименных показателей, относящихся к одному и тому же периоду (или моменту) времени, но к разным объектам или территориям. Например, соотношение между уровнями себестоимости определенного вида продукции, выпускаемой на двух предприятиях, между уровнями производительности труда в разных странах и т. п.

Относительные величины сравнения особенно широкое применение находят в экономико-географических исследованиях, где территориальные сопоставления являются обязательным моментом анализа.

Рассчитывая относительные величины сравнения, следует обра-

щать внимание на сопоставимость сравниваемых показателей с точки зрения методологии их исчисления, поскольку по целому ряду показателей методы их исчисления в разных странах неодинаковы (например, расчет показателей национального дохода, производительности труда, урожайности и др.). Поэтому, прежде чем рассчитывать относительные величины сравнения, приходится решать задачу пересчета сравниваемых показателей по единой методологии.

Итак, относительные величины выступают в статистике как обобщающие показатели, дополняя абсолютные величины и помогая более глубоко и широко раскрыть содержание последних. Относительные величины нельзя отрывать от абсолютных и рассматривать их сугубо изолированно. Только в сочетаниях и взаимном дополнении друг с другом абсолютные и относительные величины выступают как важное средство информации и анализа самых различных сторон действительности.

### § 3 СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

В роли обобщающих показателей в статистике широко используются средние величины. Средняя величина представляет собой такую обобщающую величину, которая характеризует размер определенного варьирующего признака (отнесенного к единице совокупности) в целом для совокупности или для ее отдельных частей.

Во многих случаях средняя величина может быть рассчитана на основе итоговых данных по совокупности, путем деления соответствующего итога изучаемого показателя на число единиц (или явлений) в этой совокупности. Например, если известно, что в колхозе от 120 коров получено за год 38 760 кг молока, то, разделив все надоенное молоко на число коров, получим средний надой молока от одной коровы, равный 3230 кг. Или, если с площади 550 га получен валовой сбор пшеницы 10 010 ц, то, разделив валовой сбор на площадь, получим среднюю урожайность пшеницы, равную 18,2 ц с гектара.

Роль средних величин в статистике велика. В каждом явлении и его развитии имеет место сочетание случайности и необходимости. При исчислении средних в силу действия закона больших чисел случайности взаимопогашаются, уравниваются. Именно благодаря применению средних статистика, имея дело с массовыми данными, получает возможность переходить от единичного к общему, от случайного — к закономерному. Без средних показателей, отражающих реально достигнутые, объективные уровни, невозможно сопоставление изучаемого признака по разным совокупностям, невозможно характеристика изменения варьирующего показателя во времени и т. п. Средняя величина абстрактна, так как она не подменяет конкретных индивидуальных значений. Но

именно в этой абстракции, в способности абстрагироваться от случайности отдельных значений, колебаний и заключена научная ценность средних как обобщающих характеристик совокупностей.

Когда мы встречаем в наших статистических сводках сведения о таких показателях, как производительность труда, себестоимость, реальный доход, потребление того или иного продукта и т. п., то мы прекрасно понимаем, что речь идет о средних показателях, отражающих общее, типичное, закономерное.

Говоря о средних как о важных и широко применяемых в статистике обобщающих показателях, следует иметь в виду, что свою роль они выполняют только в том случае, если рассчитаны для качественно-однородной совокупности. В противном случае вместо отражения типичного будет иметь место искажение действительности, фальсификация или просто бессмысленная средняя. Так, например, нельзя рассчитать среднюю себестоимость такой разнородной продукции, как уголь, автомобили и ткани, или среднюю урожайность зерновых культур и бахчевых. Здесь неоднородность совокупности очевидна, и вряд ли кто будет рассчитывать указанные показатели. Расчет же среднего дохода на одного жителя в капиталистических странах можно встретить сколько угодно, хотя эта средняя не отражает типичный, реально существующий уровень доходов, поскольку рассчитывается она для качественно-разнородной совокупности. Такого рода средние, рассчитанные для качественно-разнородных совокупностей, В. И. Ленин назвал огульными. Но не всякая неоднородность совокупности является основанием считать среднюю огульной, а только такая, при которой соединяются воедино разные социальные типы явлений, между которыми существуют резкие противоречия.

В случаях, когда внутри совокупности существуют относительно-однородные части и группы, необходимо рассчитывать групповые средние. Общая и групповые средние отражают влияние разных условий: общая средняя отражает некоторые общие черты изучаемого явления, а групповые средние — уровень явления в более конкретных условиях. Например, в рамках республики или района СССР можно определить реальный доход на душу всего населения (общая средняя) и параллельно исчислить среднедушевой доход в семьях рабочих, служащих, колхозников (групповые средние).

Средняя величина как обобщающая характеристика определенного варьирующего признака определяется не только по итоговому данным совокупности. В распоряжении исследователя могут оказаться непосредственные данные о размерах варьирующего признака каждой единицы совокупности или ряды распределения. В этом случае расчет средней сводится к осреднению, т. е. к нахождению среднего уровня из отдельных индивидуальных значений варьирующегося признака. Например, имеются данные о стаже работы каждого из 100 рабочих цеха и по ним нужно определить средний стаж; или имеются показатели о ежедневной температуре воздуха или количестве выпадавших осадков в определен-

ном районе, а надо определить среднюю температуру или среднее суточное количество осадков за месяц и т. п.

Во всех этих и подобных случаях расчет средней величины производится на основе показателей, присущих отдельным единицам.

При расчете среднего значения варьирующего признака могут применяться разные виды средних величин; средняя арифметическая, средняя гармоническая, средняя квадратическая, средняя геометрическая. Каждая из них может рассчитываться для случая, когда отдельные значения варьирующего признака ( $x$ ) не повторяются — тогда средняя из них называется простой средней.

Если отдельные значения варьирующего признака повторяются, то эти повторения рассматриваются как статистические веса ( $f$ ) отдельных значений признака (вариантов) и среднюю величину, рассчитанную с учетом этих весов, называют *взвешенной средней*.

Выбор вида средней величины зависит от экономической сущности исчисляемого (осредняемого) показателя и характера исходных данных. В этой связи каждая из упомянутых видов средних будет рассмотрена в соответствующих последующих разделах учебника.

## Глава VI

---

# СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВАРИАЦИОННЫХ РЯДОВ

### § 1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ВАРИАЦИОННЫХ РЯДАХ, ИХ ПОСТРОЕНИЕ

Как указывалось в гл. III, первым шагом систематизации материалов статистического наблюдения является подсчет числа единиц, обладающих тем или иным признаком. Расположив единицы в порядке возрастания или убывания их количественного признака и подсчитав число единиц с конкретным значением признака, получаем *вариационный ряд*. Другими словами, вариационный ряд характеризует распределение единиц определенной статистической совокупности по какому-либо количественному признаку.

Вариационный ряд представляет собой две колонки (или строки), в одной из которых приводятся отдельные значения варьирующего признака, именуемые вариантами и обозначаемые  $x$ ; а в другой — абсолютные числа, показывающие, сколько раз (как часто) встречается каждый вариант. Показатели второй колонки называют частотами и условно обозначают через  $m$ .

Схематично вариационный ряд можно представить следующим образом:

Варианты $x$	Частоты $m$
⋮	⋮
⋮	⋮
⋮	⋮
Итого:	$\Sigma m$

Во второй колонке могут использоваться и относительные показатели, характеризующие долю частоты отдельных вариантов в общей сумме частот. Эти относительные показатели именуют *частостями* и условно обозначают через  $\omega$ , т. е.  $\omega = m/\Sigma m$ . Сумма всех частостей в этом случае равна единице. Однако частости можно выражать и в процентах, и тогда сумма всех частостей будет равна 100%.

Варьирующие признаки могут носить разный характер. Варианты одних признаков выражаются обычно в виде целых чисел, как, например, число детей в семьях, число станков, обслуживаемых рабочим и др. Эти признаки именуют прерывными, или дискретными. Варианты других признаков могут принимать любые значения в определенных пределах, как, например, урожайность в центнерах с гектара, процент выполнения плана, вес изделий и др. Эти признаки именуют непрерывными.

Если варианты вариационного ряда выражены в виде дискретных величин, то такой вариационный ряд именуют дискретным. Примером дискретного вариационного ряда может служить следующий условный пример, характеризующий распределение 40 хозяйств по числу животноводческих ферм (табл. 10).

Таблица 10

Число животноводческих ферм	Число хозяйств
1	4
2	10
3	13
4	8
5	5
Итого:	40

Для непрерывных признаков вариационные ряды строятся как интервальные, т. е. значения признака в них выражаются в виде интервалов «от... до...». При этом минимальное значение признака в таком интервале именуют нижней границей интервала, а максимальное значение — верхней границей интервала.

Интервальные вариационные ряды строят и для прерывных признаков (дискретных), варьирующих в большом диапазоне. Интервальные ряды могут быть с равными и неравными интервалами.

Величина равных интервалов определяется путем деления разности между максимальным и минимальным значениями признака у единиц совокупности на число выделяемых групп ( $n$ ),

т. е. если обозначить величину интервала через  $h$ , то  $h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}$ .

Если число выделяемых групп трудно заранее определить, то для расчета оптимальной величины интервала при достаточном объеме совокупности может быть рекомендована формула, предложенная Стерджессом в 1926 г.:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,322 \lg N},$$

где  $N$  — число единиц в совокупности.

Величина неравных интервалов определяется в каждом отдельном случае с учетом особенностей объекта изучения.

Ниже приведены в качестве примеров вариационные ряды с равными и неравными интервалами (табл. 11, 12).

Таблица 11

Распределение 170 совхозов одной из областей по урожайности зерновых  
(вариационный ряд с равными интервалами)

Урожайность зерновых, ц/га	Число совхозов
До 10	4
10—12	10
12—14	21
14—16	40
16—18	41
18—20	32
20—22	19
22—24	3
Итого:	170

Таблица 12

Распределение колхозов СССР по поголовью коров на 1 января 1980 г.  
(вариационный ряд с неравными интервалами) \*

Группы колхозов по числу коров	Число колхозов, %
Не имеющие коров	1,3
Имеющие:	
до 300 голов	18,3
300—499 »	22,5
500—1000 »	44,1
свыше 1000 »	13,8
Итого:	100,0

\* Народное хозяйство СССР в 1979 г., с. 288.

В приведенных примерах границы интервалов построены по-разному. В первом случае верхняя граница одного интервала совпадает с нижней границей последующего интервала. Подобное построение интервалов характерно в основном для непрерывных признаков. Здесь должно даваться объяснение, куда отнесены единицы совокупности, числовые значения признака у которых совпадают с одной из этих границ. Если объяснения отсутствуют, то, как правило, такую единицу следует относить к группе, где данное значение признака служит верхней границей интервала. Так, в нашем примере совхоз с урожайностью, равной 14 ц/га, отнесен к 3-й группе.

Для прерывных признаков обычно между верхней границей одного интервала и нижней границей смежного интервала существ-

вует разрыв (как во втором примере, табл. 12) и отнесение единиц в ту или иную группу не вызывает затруднения.

При построении вариационных рядов в качестве единиц распределения могут служить и отдельные территориальные единицы. т. е. можно построить распределение городов, районов, областей и других территориальных единиц по тем или иным количественным показателям.

Единицами распределения могут быть и отдельные временные периоды: дни, месяцы, кварталы, годы. Наблюдая за динамикой какого-либо показателя за длительный период, можно построить вариационный ряд, показывающий, как распределялись временные отрезки данного периода по величине изучаемого показателя.

Таблица 13

Урожайность зерновых культур в СССР, ц/га

1945 г.—5,6	1952—8,6	1959—10,4	1966—13,7	1973—17,6
1946 г.—4,5	1953—7,8	1960—10,7	1967—12,1	1974—15,4
1947 г.—7,3	1954—7,7	1961—10,7	1968—14,0	1975—10,9
1948 г.—6,7	1955—8,4	1962—10,9	1969—13,2	1976—17,5
1949 г.—6,9	1956—9,9	1963—8,3	1970—15,6	1977—15,0
1950 г.—7,9	1957—8,4	1964—11,4	1971—15,4	1978—18,5
1951 г.—7,4	1958—11,1	1965—9,5	1972—14,0	1979—14,2

Таблица 14

Распределение 35 лет (1945—1979 гг.) по урожайности зерновых

Урожайность, ц/га	Число случаев, лет
До 7	4
7—9	9
9—11	7
11—13	3
13—15	6
Свыше 15	6
Итого:	35

Таблица 15

Города с числом жителей	Число городов		Плотность распределения*	
	абсолютно	в процентах	абсолютная	относительная
Менее 5 тыс.	150	7,6	50,0	2,53
От 5 до 10 тыс.	260	13,2	52,0	2,64
От 10 до 20 »	561	28,3	56,1	2,83
От 20 до 50 »	564	28,5	18,8	0,95
От 50 до 100 »	207	10,5	4,14	0,21
От 100 до 500 »	201	10,1	0,5	0,025
500 тыс. и более	35	1,8	0,035	0,002
Всего:	1978	100,0	—	—

\* При исчислении плотности распределения в первом интервале принята величина интервала 3 тыс., а в последнем интервале — 1000 тыс.

Например, по данным об урожайности зерновых культур в СССР за 1945—1979 гг. (табл. 13) можно построить распределение 35 лет по урожайности, как показано в табл. 14.

Как видно из распределения, 4 раза за 35 лет повторялась урожайность до 7 ц с гектара (это в основном первые послевоенные годы), чаще других — 9 раз из 34 — повторялась урожайность 7—9 ц с гектара; 7 раз — урожайность 9—11 ц с гектара и т. д. Причем годы, попавшие в каждую группу, в основном расположены последовательно. Таким образом, данное распределение позволяет выделить разнокачественные по уровню урожайности периоды. Рост урожайности от периода к периоду является результатом определенных мер, проведенных в сельском хозяйстве за последние годы в целях повышения его эффективности.

**Плотность распределения.** В интервальных рядах с неравными интервалами непосредственное сравнение численностей отдельных групп затруднено, поскольку по мере изменения интервалов меняются и их численности, а следовательно, и распределение по группам. Поэтому в рядах с неравными интервалами важной характеристикой распределения является плотность распределения, рассчитываемая как отношение частот или частостей к величине интервала.

Плотность распределения может быть абсолютной, если она рассчитана на основе частот  $\left(\frac{m_i}{h_i}\right)$ , и относительной, если она рассчитана по частостям  $\left(\frac{w_i}{h_i}\right)$ .

Плотность распределения характеризует заполненность различных интервалов, т. е. показывает, сколько единиц (или процентов единиц) совокупности приходится на каждую единицу интервала, т. е. на единицу изменения варианта.

Ниже рассчитаны абсолютная и относительная плотности распределения городов СССР по численности жителей на 1 января 1973 г. (табл. 15).

И абсолютная и относительная плотности распределения показывают, что в 1973 г. чаще всего встречались города с численностью жителей от 10 до 20 тыс. человек.

**Накопленная частота (частость).** Частоты (или частости) в вариационных рядах с равными интервалами и плотность распределения в рядах с неравными интервалами выражают определенную закономерность распределения. Для характеристики особенностей распределения в вариационных рядах могут быть использованы и накопленные частоты (или частости).

Накопленная частота (или частость) для каждого интервала рассчитывается путем последовательного суммирования частот (частостей) всех интервалов, начиная с первого и кончая данным.

Накопленные частоты можно рассчитывать в восходящем порядке, т. е. суммируя сверху вниз частоты интервалов, расположенных в порядке возрастания вариантов, и в нисходящем, суммируя частоты снизу вверх.

Накопленная частота, рассчитанная суммированием в восходя-



шем порядке, показывает, какое число единиц обладает признаком не более данного; накопленная частота, рассчитанная суммированием в нисходящем порядке, показывает, у какого числа единиц значение признака не менее данного. В табл. 16 показаны накопленные частоты, рассчитанные в восходящем и нисходящем порядке по данным вариационного ряда, приведенного в табл. 11.

Таблица 16

Урожайность зерновых, ц/га	Число совхозов	Накопленные частоты, полученные путем суммирования	
		в восходящем порядке	в нисходящем порядке
До 10	4	3	170
10—12	10	14	166
12—14	21	35	156
14—16	40	75	135
16—18	41	116	95
18—20	32	148	54
20—22	19	167	22
22—24	3	170	3
Итого:	170	—	—

В табл. 16 накопленная частота, например четвертого интервала (полученная путем суммирования в восходящем порядке частот первого, второго, третьего и четвертого интервалов:  $4+10+21+40=75$ ), показывает, что у 75 хозяйств урожайность зерновых не превышала 16 ц с га. По накопленным частотам, рассчитанным суммированием в нисходящем порядке, можно, например, сказать, что у 54 хозяйств из 170 урожайность была не ниже 18 ц с гектара.

Таким образом накопленные частоты являются характеристикой

вариационного ряда, позволяющей судить об особенностях распределения единиц совокупности по тому или иному признаку.

## § 2 ГРАФИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ ВАРИАЦИОННЫХ РЯДОВ

Для наглядного представления вариационные ряды изображают графически при помощи *полигона*, *гистограммы*, *кумуляты* и *огивы*. Строятся все эти графики в прямоугольной системе координат. *Полигон* распределения применяется преимущественно для дискретных рядов. Строится он следующим образом: на оси абсцисс отмечаются точки, соответствующие значениям признака (вариантам), и из каждой точки восстанавливается перпендикуляр (ордината), высота которого соответствует частоте (или частости) данного варианта; последовательно соединив между собой вершины перпендикуляров, получим многоугольник, представляющий собой полигон распределения.

Для вариационного ряда, приведенного в табл. 10, полигон представлен на рис. 13.

Интервальные вариационные ряды изображают при помощи *гистограммы*, которая представляет собой ряд сомкнутых прямоугольников, где величина соответствующего интервала служит основанием, а частота (частость) — высотой каждого прямоугольника.

На рис. 14 при помощи гистограммы изображено распределение совхозов по урожайности зерновых, приведенное на с. 61.

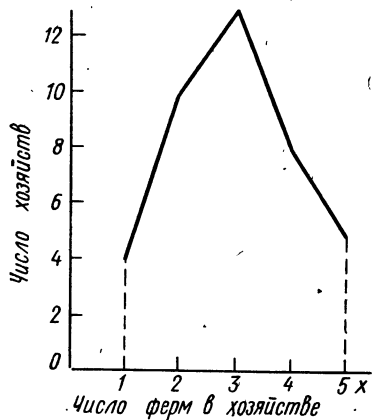


Рис. 13. Полигон распределения 40 хозяйств по числу животноводческих ферм

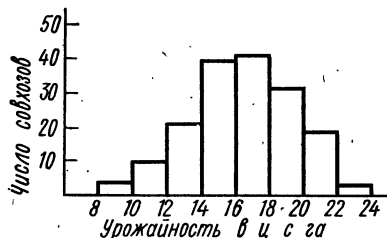


Рис. 14. Гистограмма распределения совхозов области по урожайности зерновых.

Любую гистограмму легко преобразовать в полигон. Для этого достаточно последовательно соединить середины верхних оснований прямоугольников (что равносильно преобразованию интервального ряда в дискретный, у которого значения признака записаны как середины интервалов) (рис. 15).

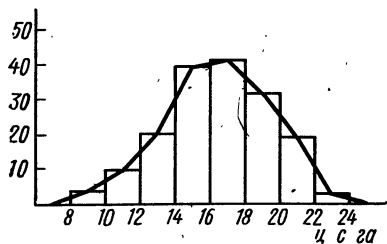


Рис. 15. Гистограмма и полигон распределения

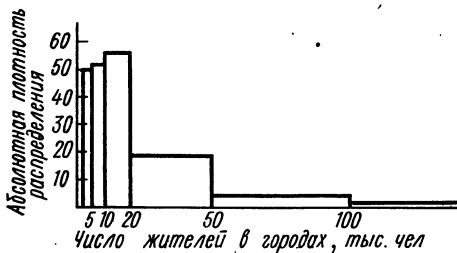


Рис. 16. Распределение городов СССР по числу жителей на 1 января 1973 г.

Так как площадь прямоугольников отвечает численности единиц распределяемой совокупности, то при построении полигона для сохранения равенства площадей гистограммы и полигона необходимо серединные значения верхних оснований крайних прямо-

угольников соединить с осью абсцисс в точках, представляющих середину примыкающих к ним интервалов с нулевой частотой.

С изменением величины интервалов сопряжено изменение численности единиц в группах. Поэтому, чтобы при перегруппировке интервалов не искажался характер распределения, при построении гистограммы с неравными основаниями в качестве высот прямоугольников принимаются показатели плотности распределения. В этом случае площадь прямоугольника рассматривается как число единиц в группе, а высота прямоугольника представляется частным от деления числа единиц на величину интервала.

На рис. 16 изображена гистограмма вариационного ряда с неравными интервалами, построенная по показателям абсолютной плотности распределения, рассчитанным в примере, приведенном в табл. 15.

*Кумулята* и *огива* отражают характер нарастания частот от группы к группе и строятся по накопленным частотам (или частостям).

Для построения кумуляты на ось абсцисс наносят значения вариантов — точки для дискретного ряда или интервалы для интервального — и из каждой точки или верхней границы интервала восстанавливается перпендикуляр (ордината), высота которого соответствует накопленной частоте (или частости) данного варианта; а затем вершины перпендикуляров последовательно соединяются плавной линией. Полученная кривая и именуется *кумулятой*, или кривой сумм.

Если шкалы частот и вариантов поменять местами, т. е. на оси абсцисс отражать накопленные частоты, а на оси ординат — значение вариантов (в интервалах), то кривая, характеризующая изменение частот от группы к группе, носит название *огивы* распределения. На рис. 17 и 18 показаны кумулята и огива распределения, построенные по данным табл. 16.

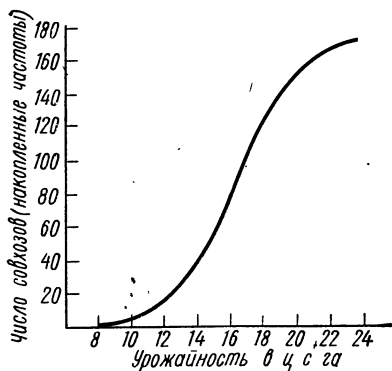


Рис. 17. Кумулята распределения совхозов по урожайности зерновых.

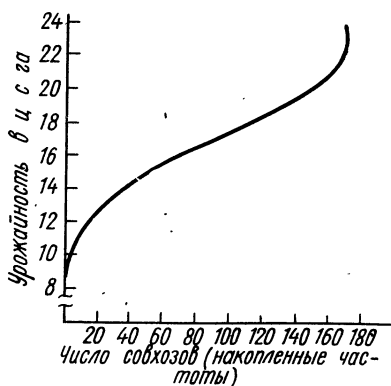


Рис. 18. Огива распределения совхозов по урожайности зерновых.

Об использовании этих кривых будет сказано несколько дальше.

### § 3

## ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА

Составление вариационного ряда и его графическое изображение являются первым шагом обработки исходных данных и первой ступенью анализа изучаемой совокупности. Следующим шагом в анализе вариационных рядов (а следовательно, и статистических совокупностей) является определение основных обобщающих показателей, именуемых характеристиками ряда. Эти характеристики должны дать представление о среднем значении признака у единиц совокупности, о наиболее часто встречающихся, о вариации (рассеянии) признака у отдельных единиц и т. п. Об этих характеристиках и пойдет речь ниже.

### 3.1.

#### СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

**Средняя арифметическая.** Одной из основных обобщенных характеристик вариационного ряда является средняя величина варьирующего признака. Наиболее часто встречающимся в статистике видом средних величин является средняя арифметическая, представляющая собой частное от деления суммы значений всех вариантов на общее число единиц, т. е. если отдельные варианты (значения признаков) обозначить через  $x$ , а среднюю из них — через  $\bar{x}$ , то для несгруппированных данных она рассчитывается по формуле  $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$  и именуется *простой средней арифметической*.

Для вариационного ряда, т. е. для сгруппированных данных, каждое значение признака (варианта) суммируется с учетом его частот, или частостей (весов), т. е. «взвешивается». Отсюда и название этой средней — *средняя арифметическая взвешенная*.

Формула ее  $\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$ ,

где  $f$  — веса вариантов.

(Понятие весов шире понятия частот, поэтому мы вводим для обозначения «весов» символ  $f$ .)

Рассмотрим расчет средней арифметической взвешенной на примере дискретного и интервального вариационных рядов.

Пусть имеется следующее распределение колхозов одной из областей по числу животноводческих ферм (табл. 17).

Требуется определить среднее число животноводческих ферм, приходящихся на один колхоз по области в целом. Очевидно, для этого общее число всех животноводческих ферм в области надо

разделить на число колхозов. Общее же число ферм в области по данным вариационного ряда легко получить, перемножив числа первого и второго столбцов, а затем сложив их; т. е. среднее число ферм, приходящихся на один колхоз, определяется по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{120}{40} = 3.$$

Для интервального вариационного ряда при исчислении средней арифметической предварительно в каждом интервале рассчитывается середина его, которая принимается за конкретное значение признака и умножается на соответствующую частоту. Покажем это на примере. Предположим, необходимо определить среднее поголовье коров, приходящееся на одно хозяйство по следующим данным (табл. 18). Необходимые для исчисления среднего поголовья коров данные рассчитаны в последней графе таблицы. Отсюда

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{56\,000}{100} = 560 \text{ голов.}$$

Таблица 18

**Распределение хозяйств области по поголовью коров**

Поголовье коров в одном хозяйстве $x$	Число хозяйств $f$	Середина интервала $x$	Общее число коров $xf$
До 200 голов	6	100	600
201—400 »	18	300	5 400
401—600 »	30	500	15 000
601—800 »	34	700	23 800
801—1000 »	10	900	9 000
Выше 1000 »	2	1 100	2 200
<b>Итого:</b>	<b>100</b>	<b>—</b>	<b>56 000</b>

Таблица 17

Число животноводческих ферм $x$	Число колхозов $f$	Общее число ферм $xf$
1	4	4
2	10	20
3	13	39
4	8	32
5	5	25
<b>Итого:</b>	<b>40</b>	<b>120</b>

Таблица 19

Урожайность зерновых ц/га $x$	Число колхозов $m$	Посевная площадь под зерновыми, га $f$	Середина интервала $x$	Общий сбор зерновых, ц $xf$
15—17	7	2 700	16	43 200
17—19	6	15 000	18	27 000
19—21	10	20 000	20	400 000
21—23	4	8 000	22	176 000
23—25	3	4 300	24	103 200
<b>Итого:</b>	<b>30</b>	<b>50 000</b>	<b>—</b>	<b>992 400</b>

Следует отметить, что в дискретном ряду средняя арифметическая полностью совпадает со средней, рассчитанной по несгруппированным данным. В интервальном же вариационном ряду, где за величину признака в каждой группе условно принимается середина

интервала, средняя арифметическая может отличаться от средней, рассчитанной по несгруппированным данным. Причем чем больше величина интервала в группах, тем больше возможные отклонения средней, вычисленной по сгруппированным данным, от средней, рассчитанной по несгруппированным данным.

Говоря о расчете средней арифметической для вариационных рядов, следует иметь в виду, что не всегда частоты (или частости) вариационного ряда могут служить весами при исчислении среднего взвешенного показателя, хотя формально математически такой расчет вполне возможен. Речь идет о таких рядах, у которых значения признака рассчитаны не на единицу группирования. Например, если имеется распределение колхозов какого-либо района по урожайности зерновых или других культур, то расчет средней арифметической взвешенной по числу колхозов будет формальным. Для того чтобы расчет средней арифметической был обоснован и арифметически и логически, в качестве весов следует учитывать площадь, занятую под данной культурой в каждой группе колхозов. Пример такого расчета показан в табл. 19.

Средняя урожайность равна:

$$\bar{x} = \frac{992\,400}{50\,000} \approx 19,85 \text{ ц.}$$

Расчет средней урожайности при взвешивании по посевной площади вполне обоснован. В числителе мы получили общий валовой сбор зерновых, а в знаменателе — общую посевную площадь под зерновыми по области. Взвешивание же по числу колхозов (частотам) было бы чисто формальным. Применение такого взвешивания возможно только в тех случаях, если есть основания предполагать, что размеры посевных площадей под данной культурой в отдельных колхозах одинаковы.

**Некоторые математические свойства средней арифметической.**

1. Средняя арифметическая из постоянных чисел равна этому постоянному числу.

Пусть  $x = a$ . Тогда

$$\bar{x} = \frac{\sum af}{\sum f} = a \frac{\sum f}{\sum f} = a.$$

2. Если веса всех вариантов пропорционально изменить, т. е. увеличить или уменьшить в одно и то же число раз, то средняя арифметическая нового ряда от этого не изменится.

Так, если все веса  $f$  уменьшить в  $k$  раз, то

$$\bar{x} = \frac{\sum x \frac{f}{k}}{\sum \frac{f}{k}} = \frac{\frac{1}{k} \sum xf}{\frac{1}{k} \sum f} = \frac{\sum xf}{\sum f}.$$

3. Сумма положительных и отрицательных отклонений отдельных вариантов от средней, умноженных на веса, равна нулю, т. е.  $\sum (x - \bar{x})f = 0$ .

Если  $\bar{x} = \frac{\Sigma x f}{\Sigma f}$ , то  $\bar{x} \Sigma f = \Sigma x f$ .

Отсюда  $\Sigma x f - \bar{x} \Sigma f = \Sigma (x - \bar{x}) f = 0$ .

4. Если все варианты уменьшить или увеличить на какое-либо число, то средняя арифметическая нового ряда уменьшится или увеличится на столько же.

Уменьшим все варианты  $x$  на  $a$ , т. е.  $x' = x - a$ .

Тогда

$$\bar{x}' = \frac{\Sigma (x - a) f}{\Sigma f} = \frac{\Sigma x f}{\Sigma f} - \frac{a \Sigma f}{\Sigma f} = \bar{x} - a.$$

Среднюю арифметическую первоначального ряда можно получить, прибавляя к уменьшенной средней ранее вычтенное из вариантов число  $a$ , т. е.  $\bar{x} = \bar{x}' + a$ .

5. Если все варианты уменьшить или увеличить в  $k$  раз, то средняя арифметическая нового ряда уменьшится или увеличится во столько же, т. е. в  $k$  раз.

Пусть  $x' = \frac{x}{k}$ , тогда  $\bar{x}' = \frac{\Sigma \frac{x}{k} f}{\Sigma f} = \frac{\frac{1}{k} \Sigma x f}{\Sigma f} = \frac{1}{k} \bar{x}$ .

Отсюда  $\bar{x} = \bar{x}' k$ , т. е. для получения средней первоначального ряда среднюю арифметическую нового ряда (с уменьшенными вариантами) надо увеличить в  $k$  раз.

**Расчет средней арифметической способом «условного нуля».** Перечисленные свойства средней арифметической позволяют в случае необходимости упрощать расчеты путем замены абсолютных частот относительными, уменьшать варианты на какое-либо число  $a$ , сокращать их в  $k$  раз и рассчитывать среднюю арифметическую из уменьшенных вариантов, а затем переходить к средней первоначального ряда. Способ исчисления средней арифметической с использованием ее свойств известен в статистике как способ «условного нуля», или «условной средней», а также как способ «моментов».

Это способ расчета находит отражение в следующей формуле:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma \left( \frac{x - a}{k} \right) f}{\Sigma f} k + a.$$

Если уменьшенные варианты  $\left( \frac{x - a}{k} \right)$  обозначить через  $x'$ , то

приведенную выше формулу можно переписать в виде  $\bar{x} = \bar{x}' k + a$ .

Рассмотрим этот расчет на конкретном условном примере, показывающем распределение заводов одной из отраслей промышленности по объему выпускаемой продукции за месяц.

Таблица 20

Валовая продукция, тыс. руб.	Число заводов, %	Середина интервала $x$	$x-225$	$\frac{x-225}{50}$ или $x'$	$\left(\frac{x-225}{50}\right)^2 f$ или $x'^2 f$
До 50	3	25	-200	-4	-12
50—100	6	75	-150	-3	-18
100—150	10	125	-100	-2	-20
150—200	21	175	-50	-1	-21
200—250	33	225	0	0	0
250—300	18	275	50	1	18
Свыше 300	9	325	100	2	18
Итого:	100	—	—	—	-35

Все расчеты последовательно показаны в столбцах таблицы: из всех вариантов вычли  $a=225$ , затем эти разности разделили на  $k=50$  и результаты деления умножили на частоты (веса). На основе суммы последней графы получаем

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum \left( \frac{x-225}{50} \right) f}{\sum f} \cdot 50 + 225 = \frac{-35}{100} \cdot 50 + 225 = \\ &= -17,5 + 225 = 207,5 \text{ тыс. руб.}\end{aligned}$$

Легко проверить, что средняя арифметическая этого ряда, рассчитанная обычным способом (без преобразования вариантов), будет точно такой же:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{25 \cdot 3 + 75 \cdot 6 + 125 \cdot 10 + 175 \cdot 21 + 225 \cdot 33 + 275 \cdot 18 + 325 \cdot 9}{3 + 6 + 10 + 21 + 33 + 18 + 9} = \\ &= 207,5 \text{ тыс. руб.}\end{aligned}$$

**Средняя гармоническая.** Средняя арифметическая не единственный вид средней величины, которая служит обобщающим показателем признака у единиц совокупности.

Порой при исчислении средних величин пользуются не значениями отдельных вариантов, а их обратными величинами. Форма средней, используемая при этом, носит название средней гармонической. Средняя гармоническая представляет собой величину, обратную средней арифметической из обратных значений признака. Средняя гармоническая, как и любая другая средняя, может быть простой и взвешенной. Простая средняя гармоническая выражается формулой

$$\bar{x}_{\text{гарм}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}, \text{ где } \frac{1}{x} \text{ — обратные значения}$$



вариантов, а  $n$  — число вариантов, из которых рассчитывается средняя. Средняя гармоническая взвешенная имеет вид:

$$\bar{x}_{\text{гарм}} = \frac{\sum M}{\sum \frac{1}{x} M}, \text{ где } \frac{1}{x} \text{ — обратные значения вариантов, а } M \text{ —}$$

их веса.

Рассмотрим применение средней гармонической на конкретном примере. Предположим, наблюдая за работой пяти рабочих в течение определенного периода времени, мы получили следующие данные о затратах ими рабочего времени на изготовление одной детали ( $x$ ) (в часах): 0,2; 0,3; 0,3; 0,5; 0,5.

Требуется рассчитать среднее время, затрачиваемое одним рабочим на изготовление детали. Для этого, очевидно, необходимо располагать данными об общих затратах времени всех пяти рабочих и о количестве выработанных за это время деталей. Будем исходить из предположения, что рабочие работали всего час. Тогда общие затраты времени составят 5 чел·ч, и за это время первый рабочий выработает  $1/0,2=5$  деталей, второй и третий — по  $1/0,3=3,3$  детали, а четвертый и пятый — по  $1/0,5=2$  детали. Все вместе они выработали 15,6 детали. В среднем на одну деталь затрачивалось  $5/15,6=0,32$  ч. Если все расчеты записать по формуле, то последняя и будет представлять собой среднюю гармоническую простую:

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} = \frac{5}{\frac{1}{0,2} + \frac{1}{0,3} + \frac{1}{0,3} + \frac{1}{0,5} + \frac{1}{0,5}} = 0,32 \text{ ч.}$$

Если имеются данные о большем числе рабочих, а затраты времени на изготовление одной детали у отдельных рабочих повторяются, то такие данные удобнее представить в виде вариационного ряда, например, в табл. 21.

Таблица 21

Затраты времени (ч) на одну деталь ( $x$ )	0,2	0,3	0,5	1	Итого.
Число рабочих, ( $M$ )	1	6	9	2	18

Будем исходить из того, что вся работа выполнялась в течение часа, и тогда общее число рабочих (18) будет означать 18 чел·ч времени, затраченных на изготовление всех деталей.

Следовательно, средние затраты времени на одну деталь рассчитываем по средней гармонической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum M}{\sum \frac{1}{x} M} = \frac{1 + 6 + 9 + 2}{\frac{1}{0,2} + \frac{1}{0,3} \cdot 6 + \frac{1}{0,5} \cdot 9 + \frac{1}{1,0} \cdot 2} = \frac{18}{45} = 0,4 \text{ ч.}$$

В целом ряде случаев применение средней арифметической или средней гармонической определяется наличием исходных данных. Рассмотрим следующие условные данные о реализации продукции одного вида на трех рынках (табл. 22):

Требуется рассчитать среднюю цену, по которой продавалось молоко.

Для этого необходимо знать общую выручку от продажи, количество проданного молока и первое разделить на второе.

Предположим, мы располагаем только данными о ценах на трех рынках и о количестве молока, проданного на каждом из них. При этом цены на отдельных

Таблица 22

Рынки	Цена 1 л молока, руб. $x$	Количество проданного молока, л $f$	Выручка от продажи, руб. $M$
I	0,30	1000	300
II	0,35	2000	700
III	0,40	2000	800
Итого:	—	5000	1800

рынках выступают в качестве вариантов, а количество проданного молока — в качестве весов. Тогда средняя цена определяется по средней арифметической взвешенной, т. е.

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{0,30 \cdot 1000 + 0,35 \cdot 2000 + 0,4 \cdot 2000}{1000 + 2000 + 2000} = 0,36 \text{ руб.}$$

Теперь представим, что количество проданного молока неизвестно, а известны цены и выручка от продажи. В этом случае логические рассуждения остаются теми же, но расчет следует записать в форме средней гармонической взвешенной, т. е.

$$\bar{x} = \frac{\sum M}{\sum \frac{M}{x}} = \frac{300 + 700 + 800}{\frac{300}{0,3} + \frac{700}{0,35} + \frac{800}{0,4}} = \frac{1800}{5000} = 0,36 \text{ руб.}$$

Результат, как и следовало ожидать, получился тот же.

Таким образом, кроме средней арифметической в отдельных случаях среднее значение варьирующего признака может быть рассчитано по средней гармонической.

### 3.2. МОДА И МЕДИАНА

Наряду с рассмотренными выше средними в качестве статистических характеристик вариационных рядов рассчитываются так называемые структурные средние — мода и медиана.

Модой ( $M_0$ ) называется наиболее часто встречающееся значение признака у единиц совокупности. Для дискретных рядов — это вариант, имеющий наибольшую частоту. В вариационном ряду на с. 60  $M_0=3$ , т. е. в этом примере чаще всего встречались колхозы, имевшие 3 фермы.

В интервальных вариационных рядах можно определить прежде всего интервал, в котором находится мода, т. е. модальный интервал. В вариационном ряду с равными интервалами модальный интервал определяется по наибольшей частоте, в рядах с неравными интервалами — по наибольшей плотности распределения.

Для определения моды в рядах с равными интервалами пользуются формулой следующего вида:

$$M_0 = x_n + h \frac{f_2 - f_1}{(f_2 - f_1) + (f_2 - f_3)}$$

где  $x_n$  — нижняя граница модального интервала,  
 $h$  — величина интервала,  
 $f_1, f_2, f_3$  — частоты (или частости) соответственно предмодального, модального и послемодального интервалов.

В распределении на с. 71 по наибольшей частоте определяем, что мода находится в интервале 200—250. Воспользовавшись приведенной выше формулой, рассчитаем ее более точно:

$$M_0 = 200 + 50 \frac{33 - 21}{(33 - 21) + (33 - 18)} = 222,2 \text{ тыс. руб.}$$

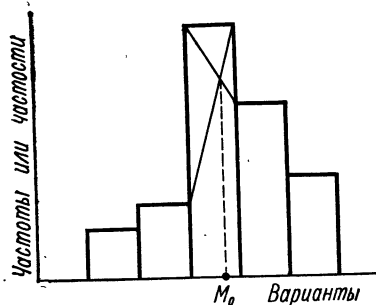


Рис. 19. Графическое определение моды

Таблица 23

Число животноводческих ферм, $x$	Число колхозов, $f$	Накопленные частоты, $S$
1	4	4
2	10	14
3	12	26
4	8	34
5	6	40
Итого:	40	—

В интервальном ряду моду можно найти графически. Для этого в самом высоком столбце гистограммы от границ двух смежных столбцов проводят две линии, как показано на рис. 19. Затем из точки их пересечения опускают перпендикуляр на ось абсцисс. Значение признака на оси абсцисс, соответствующее перпендикуляру, и будет модой.

Во многих случаях при характеристике совокупности в каче-

стве обобщенного показателя отдается предпочтение моде, а не средней арифметической.

Так, при изучении цен на рынках фиксируется и изучается в динамике не средняя цена на определенную продукцию, а модальная; при изучении спроса населения на определенный размер обуви или одежды представляет интерес определение модального номера, а средний размер как таковой здесь вообще не имеет значения. Мода представляет не только самостоятельный интерес, но и выполняет роль вспомогательного показателя при средней, характеризуя ее типичность. Если средняя арифметическая близка по значению к моде, значит она типична.

*Медианой* ( $Me$ ) называется значение признака у средней единицы ранжированного ряда. (Ранжированным называют ряд, у которого значения признака записаны в порядке возрастания или убывания.)

Чтобы найти медиану, сначала определяется ее порядковый номер. Для этого при нечетном числе единиц к сумме всех частот прибавляется единица и все делится на два. При четном числе единиц в ряду будет две срединных единицы, и по всем правилам медиана должна определяться как средняя из значений этих двух единиц. Однако практически при четном числе единиц медиана отыскивается как значение признака у единицы, порядковый номер которой определяется по общей сумме частот, деленной на два. Зная порядковый номер медианы, легко по накопленным частотам найти ее значение.

Для дискретного ряда медиана отыскивается без особых расчетов. Рассмотрим распределение 40 колхозов по числу животноводческих ферм, где нужно определить медиану (табл. 23).

Разделив сумму частот на 2, определим порядковый номер медианы. Он равен  $40:2=20$ . По накопленным частотам видим, что все единицы с 15 по 26 имеют значение 3, т. е. и 20-я единица имеет значение 3. Значит,  $Me=3$ .

В интервальных рядах после определения порядкового номера медианы по накопленным частотам (частостям) отыскивается медианный интервал, а затем при помощи простейшего интерполяционного приема определяется значение самой медианы. Этот расчет выражает следующая формула:

$$Me = x_n + h \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}}, \quad (1)$$

где  $x_n$  — нижняя граница медианного интервала,

$h$  — величина медианного интервала,

$\frac{\sum f}{2}$  — порядковый номер медианы,

$S_{Me-1}$  — частота (частость), накопленная до медианного интервала,

$f_{Me}$  — частота (частость) медианного интервала.

Согласно записанной формуле к нижней границе медианного интервала прибавляется такая часть величины интервала, которая приходится на долю единиц этой группы, недостающих до порядкового номера медианы. Другими словами, расчет медианы построен на предположении, что нарастание признака среди единиц каждой группы происходит равномерно. На основе сказанного можно рассчитать медиану и по-иному. Определив медианный интервал, можно из верхней границы медианного интервала ( $x_B$ ) вычесть ту часть интервала, которая приходится на долю единиц, превышающих порядковый номер медианы, т. е.

$$Me = x_B - h \frac{S_{Me} - \frac{\Sigma f}{2}}{f_{Me}} \quad (2)$$

Рассчитаем медиану в ряду, приведенном на с. 71, для чего воспроизведем еще раз этот ряд, записав в нем накопленные частоты (табл. 24).

Таблица 24

Валовая продукция, тыс. руб.	Число заводов, % $f$	Накопленные частоты, $S$
До 50	3	3
50—100	6	9
100—150	10	19
150—200	21	40
200—250	33	73
250—300	18	91
Свыше 300	9	100
Итого:	100	—

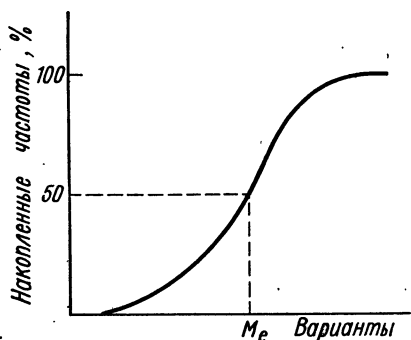


Рис. 20. Графическое определение медианы по кумуляте

Определяем порядковый номер медианы:  $N_{Me} = 100:2 = 50$ . По накопленным частотам определяем, что 50-я единица (%) находится в интервале 200—250. Далее по формуле (1) определяем медиану:

$$Me = x_n + h \frac{\frac{\Sigma f}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}} = 20 + 50 \cdot \frac{50 - 40}{33} = 215,1 \text{ тыс. руб.}$$

Зная медиану, можно сказать, что половина заводов выпускает продукцию в объеме меньше 215,1 тыс. руб., а половина — больше 215,1 тыс. руб.

По второй формуле расчет медианы будет выглядеть следующим образом:

$$Me = x_B - h \frac{S_{Me} - \frac{\Sigma f}{2}}{f_{Me}} = 250 - 50 \cdot \frac{73 - 50}{33} = 215,1 \text{ тыс. руб.}$$

Медиану можно определить графически. Для этого строится кумулята и из точки на шкале накопленных частот (частостей), соответствующей порядковому номеру медианы, проводится прямая, параллельная оси  $x$  до пересечения с кумулятой. Затем из точки пересечения указанной прямой с кумулятой опускается перпендикуляр на ось абсцисс. Значение признака на оси абсцисс, соответствующее проведенной ординате (перпендикуляр), и будет медианой. Указанный способ отыскания медианы показан схематично на рис. 20.

По такому же принципу легко найти значение признака у любой единицы ранжированного ряда.

Таким образом, в качестве обобщенной характеристики значений определенного признака у единиц совокупности могут быть использованы средняя арифметическая (или гармоническая), мода и медиана. Каждая из них имеет свои особенности.

Для средней арифметической характерно то, что все отклонения от нее (положительные и отрицательные) в сумме равняются нулю; для медианы характерно, что сумма отклонений от нее по модулю является минимальной. Мода же является значением признака, которое наиболее часто встречается. Поэтому в зависимости от того, какая из особенностей распределения интересует исследователя, и должна выбираться одна из упомянутых характеристик, либо же для сравнения — все три.

По соотношению между средней арифметической, модой и медианой можно судить о характере распределения. В симметричных распределениях все три показателя совпадают. Чем больше расхождение между модой и средней арифметической, тем больше асимметричен ряд. Установлено эмпирически, что для умеренно асимметричных рядов разность между модой и средней арифметической примерно в три раза превышает разность между медианой и средней, т. е.

$$|M_0 - \bar{x}| = 3 |M_e - \bar{x}|.$$

Это соотношение можно использовать в отдельных случаях для определения третьего показателя по двум известным.

### 3.3. КВАРТИЛИ И ДЕЦИЛИ

По аналогии с нахождением медианы в вариационных рядах можно отыскать значение признака у любой по порядку единицы ранжированного ряда. Так, в частности, можно найти значение признака у единиц, делящих ряд на 4 равные части, на десять и т. п.

Варианты, которые делят ранжированный ряд на 4 равные части, называют **квартелями**. При этом различают: нижний (или первый) квартиль ( $Q_1$ ) — значение признака у единицы ранжированного ряда, делящей совокупность в соотношении  $1/4$  к  $3/4$ ;

и верхний (или третий) квартиль ( $Q_3$ ) — значение признака у единицы ранжированного ряда, делящей совокупность в соотношении  $3/4$  к  $1/4$ .

Второй квартиль есть не что иное, как медиана:  $Q_2 = Me$ .

Нижний и верхний квартили в интервальных вариационных рядах рассчитываются по формулам аналогично медиане.

$$\text{Так } Q_1 = x_n + h \frac{\frac{1}{4} \Sigma f - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}}$$

и

$$Q_3 = x_n + h \frac{\frac{3}{4} \Sigma f - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}},$$

где  $x_n$  — нижняя граница интервала, содержащего квартиль (соответственно нижний или верхний);

$S_{Q_1-1}$  — накопленная частота (частость) интервала, предшествующего интервалу, содержащему нижний квартиль;

$S_{Q_3-1}$  — то же для верхнего квартиля;

$f_{Q_1}$  и  $f_{Q_3}$  — частоты (частости) квартильных интервалов (соответственно нижнего и верхнего).

Интервалы, в которых содержатся  $Q_1$  и  $Q_3$ , определяют по накопленным частотам (или частостям).

Так, по данным табл. 24 находим, что первый квартиль ( $Q_1$ ), порядковый номер которого равняется 25 ( $\frac{1}{4} \Sigma f = 100 : 4$ ),

содержится в интервале 150—200.

Отсюда

$$Q_1 = 150 + 50 \frac{25 - 19}{21} = 164,3 \text{ тыс. руб.}$$

Это означает, что у  $1/4$  всех заводов выпуск продукции не превышает 164,3 тыс. руб.

Аналогично верхний квартиль, порядковый номер которого равняется 75, отыскиваем в интервале 250—300:

$$Q_3 = 250 + 50 \frac{75 - 73}{18} = 255,6 \text{ тыс. руб.}$$

Кроме квартилей в вариационных рядах рассчитывают и так называемые *децили* — варианты, делящие ранжированный ряд на десять равных частей. Если обозначить децили через  $D$ , то первый дециль ( $D_1$ ) делит совокупность в соотношении  $1/10$  к  $9/10$ , второй дециль ( $D_2$ ) — в соотношении  $2/10$  к  $8/10$  и т. д.

Вычисляются они по той же схеме, что и медиана и квартили.

$$\text{Так } D_1 = x_n + h \frac{\frac{1}{10} \Sigma f - S_{D_1-1}}{f_{D_1}},$$

$$D_2 = x_n + h \frac{\frac{2}{10} \Sigma f - S_{D_2-1}}{f_{D_2}} \text{ и т. д.}$$

И медиана, и квартили, и децили принадлежат к так называемым *порядковым статистикам*, под которыми понимают вариант, занимающий определенное порядковое место в ранжированном ряду.

Их использование в анализе вариационных рядов позволяет более глубоко и детально охарактеризовать изучаемую совокупность.

### 3.4. ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

При изучении варьирующего признака у единиц совокупности нельзя ограничиваться лишь расчетом средней величины из отдельных вариантов, так как одна и та же средняя может относиться далеко не к одинаковым по составу совокупностям. Это можно проиллюстрировать следующим условным примером, отражающим данные о числе дворов в колхозах двух районов:

<i>I район</i>	<i>II район</i>
Число колхозов — 5	Число колхозов — 8
Число дворов в них:	Число дворов в них:
80 100 120 200 300	145 150 155 160 160
	162 168 180

Среднее число дворов в колхозах и I и II районов одинаково — 160. Однако состав этих колхозов в двух районах далеко не одинаков. Поэтому возникает необходимость измерить вариацию признака в совокупности.

Для этой цели в статистике рассчитывают ряд характеристик (показателей). Самым элементарным показателем вариации признака является *размах вариации (R)*, представляющий собой разность между максимальным и минимальным значениями признака в данном вариационном ряду, т. е.  $R = x_{\max} - x_{\min}$ . В нашем примере в I районе  $R = 300 - 80 = 220$ ; во II районе  $R = 180 - 145 = 35$ .

Показатель размаха вариации не всегда применим, так как он учитывает только крайние значения признака, которые могут сильно отличаться от всех других единиц. Иногда находят отношение размаха вариации к средней арифметической и пользуются этой величиной, именуя ее показателем *осцилляции*.

Более точно можно определить вариацию в ряду при помощи показателей, учитывающих отклонения всех вариантов от средней арифметической.

Таких показателей в статистике два: *среднее линейное и среднее квадратическое отклонение*.



**Среднее линейное отклонение.** Среднее линейное отклонение представляет собой среднюю арифметическую из абсолютных значений отклонений отдельных вариантов от средней. (Знаки отклонений игнорируются, так как в противном случае сумма всех отклонений будет равна нулю.)

Если обозначить среднее линейное отклонение буквой  $\bar{d}$ , то  $\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n}$  для несгруппированных данных и  $\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f}$  для вариационного ряда.

Следует иметь в виду, что среднее линейное отклонение будет минимальным, если отклонения рассчитаны от медианы, т. е.

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - Me| f}{\sum f} = \min.$$

**Среднее квадратическое отклонение.** Вторым показателем, измеряющим вариацию всех вариантов вокруг своей средней, является среднее квадратическое отклонение, или, как его часто называют, стандартное отклонение, обозначаемое буквой  $\sigma$  (сигма). Для его исчисления каждое отклонение от средней возводится в квадрат, все квадраты суммируются (с учетом весов), после чего сумма квадратов делится на число членов ряда и из частного извлекается корень квадратный.

Все эти действия выражает следующая формула:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} \text{ для несгруппированных данных}$$

и 
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}} \text{ для вариационного ряда,}$$

т. е. среднее квадратическое отклонение представляет собой корень квадратный из средней арифметической квадратов отклонений от средней.

Среднее квадратическое отклонение является наиболее распространенным и общепринятым показателем вариации. Оно несколько больше среднего линейного отклонения. Для умеренно асимметричных распределений установлено следующее соотношение между ними:

$\sigma = 1,25 d.$

Средняя арифметическая из квадратов отклонений, т. е. выражение под корнем

$$\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} \text{ или } \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f},$$

носит название дисперсии.

Дисперсия ( $\sigma^2$ ) имеет само-

стоятельное значение в статистике и относится к числу важнейших показателей вариации.

Таблица 25

Число дворов в колхозе, $x$	$ x - \bar{x} $	$(x - \bar{x})^2$
80	80	6 400
100	60	3 600
120	40	1 600
200	40	1 600
300	140	19 600
$\bar{x} = 160$	360	32 800

**Пример вычисления показателей вариации.** Покажем расчет среднего линейного и среднего квадратического отклонений на конкретном примере для негруппированных данных о числе дворов в пяти колхозах района (см. табл. 25).

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} = \frac{360}{5} = 72 \text{ двора,}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{32\,800}{5}} = \sqrt{6560} \approx 81 \text{ двор.}$$

Для вариационного ряда расчеты аналогичны, с той лишь разницей, что везде учитываются частоты, т. е. каждый квадрат отклонения умножается на соответствующую частоту.

Таблица 26

Валовая продукция (средина интервалов), $x$	Число заводов, $f$	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 f$
25	3	-182,5	33 306,25	99 918,75
75	6	-132,5	17 556,25	105 337,50
125	10	- 82,5	6 806,25	68 062,50
175	21	- 32,5	1 056,25	22 181,25
225	33	+ 17,5	306,25	10 106,25
275	18	+ 67,5	4 556,25	82 012,50
325	9	+117,5	13 806,25	124 256,25
—	100	—	—	511 875,00

$$\bar{x} = 207,5 \text{ (тыс. руб.)}$$

Воспользуемся для иллюстрации вариационным рядом (табл. 26), для которого ранее мы рассчитывали среднюю арифметическую взвешенную.

По итогу последней графы рассчитываем дисперсию в данном ряду:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{511\,875}{100} = 5118,75 \text{ тыс. руб.}$$

Извлекая корень квадратный из дисперсии, получаем среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{5118,75} = 71,55 \text{ тыс. руб.}$$

Среднее квадратическое отклонение (как и среднее линейное) — именованная величина. Это абсолютный показатель вариации, выражаемый в тех же единицах измерения, что и средняя арифметическая.

Для сравнения вариации в разных совокупностях (распределениях) приходится пользоваться относительным показателем. К числу относительных показателей вариации относится *коэффициент вариации* ( $V$ ), представляющий собой процентное отношение среднего квадратического отклонения к средней арифметической. Коэффициент вариации  $v = \frac{\sigma}{x} \cdot 100\%$ . В приведенном выше примере

$$v = \frac{71,55}{207,5} \cdot 100\% = 34,5\%.$$

Чем меньше значение коэффициента вариации, тем однороднее совокупность по изучаемому признаку и типичнее средняя.

Если в качестве абсолютного показателя вариации используется среднее линейное отклонение ( $\bar{d}$ ), то относительным показателем может служить процентное отношение среднего линейного отклонения к средней арифметической

$$v' = \frac{\bar{d}}{x} \cdot 100\%$$

или к медиане

$$v'' = \frac{\bar{d}}{\text{Me}} \cdot 100\%.$$

Вычисление дисперсии, а следовательно, и среднего квадратического отклонения в целом ряде случаев бывает весьма трудоемким. Однако можно значительно упростить расчет дисперсии, если воспользоваться некоторыми ее математическими свойствами.

**Некоторые математические свойства дисперсии.** 1. Дисперсия постоянного числа равна нулю.

**Доказательство.** Если  $x = a$ , то и  $\bar{x} = a$ .

Тогда

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{\sum (a - a)^2 f}{\sum f} = 0.$$

2. Если все варианты одного ряда уменьшить (или увеличить) на какое-либо число, то дисперсия нового ряда не изменится, будет той же.

**Доказательство.** Пусть  $x' = x - a$ , но тогда в соответствии со свойствами средней арифметической и  $\bar{x}' = \bar{x} - a$ .

Значит, дисперсия в новом ряду будет

$$\sigma_{x'}^2 = \frac{\sum (x' - \bar{x}')^2 f}{\sum f} = \frac{\sum (x - a - \bar{x} + a)^2 f}{\sum f} = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f},$$

т. е. дисперсия в ряду  $x'$  равна дисперсии первоначального ряда  $x$ .

3. Если все варианты ряда уменьшить (или увеличить) в  $k$  раз, то дисперсия нового ряда уменьшится (или увеличится) в  $k^2$ .

Доказательство.

Пусть  $x' = \frac{x}{k}$ , тогда и  $\bar{x}' = \frac{\bar{x}}{k}$ .

Дисперсия же нового ряда  $x'$  будет

$$\sigma_{x'}^2 = \frac{\sum (x' - \bar{x}')^2 f}{\sum f} = \frac{\sum \left( \frac{x}{k} - \frac{\bar{x}}{k} \right)^2 f}{\sum f} = \frac{1}{k^2} \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{\sigma_x^2}{k^2}.$$

4. Дисперсия, рассчитанная по отношению к средней арифметической, является минимальной. Средний квадрат отклонений, рассчитанный относительно произвольного числа  $a$ , больше дисперсии, рассчитанной по отношению к средней арифметической, на квадрат разности между средней арифметической и числом  $a$ , т. е.  $\sigma_{(a)}^2 = \sigma^2 + (\bar{x} - a)^2$ .

Доказательство. Запишем дисперсию от  $a$ :

$$\sigma_{(a)}^2 = \frac{\sum (x - a)^2 f}{\sum f}.$$

Чтобы связать ее с дисперсией от средней арифметической, внесем в скобки среднюю арифметическую со знаком «+» и «-» и произведем некоторые алгебраические преобразования.

$$\begin{aligned} \sigma_{(a)}^2 &= \frac{\sum (x - a)^2 f}{\sum f} = \frac{\sum [(x - \bar{x}) + (\bar{x} - a)]^2 f}{\sum f} = \\ &= \frac{\sum [(x - \bar{x})^2 + 2(x - \bar{x})(\bar{x} - a) + (\bar{x} - a)^2] f}{\sum f}. \end{aligned}$$

Раскроем квадратные скобки, вынося постоянные величины за знак суммы, и разделим почленно на  $\sum f$ :

$$\sigma_{(a)}^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} + \frac{2(\bar{x} - a) \sum (x - \bar{x}) f}{\sum f} + \frac{(\bar{x} - a)^2 \sum f}{\sum f}.$$

Так как второе слагаемое равно 0, а первое представляет собой дисперсию относительно средней арифметической, то

$$\sigma_{(a)}^2 = \sigma^2 + (\bar{x} - a)^2,$$

что и требовалось доказать.

Пользуясь последним свойством, можно находить дисперсию от любого произвольного числа, а затем корректировать ее на величину  $(\bar{x} - a)^2$ , т. е. пользоваться формулой

$$\sigma^2 = \sigma_{(a)}^2 - (\bar{x} - a)^2.$$

Расчет дисперсии способом условного нуля. В свою очередь, дисперсия от произвольного числа  $a$  может рассчитываться с использованием указанных выше свойств, например с уменьшением

отклонений от  $a$  в  $k$  раз. Тогда  $\sigma_{(a)}^2 = \frac{\Sigma \left( \frac{x-a}{k} \right)^2 f}{\Sigma f} k^2$ . И полная

формула дисперсии относительно средней арифметической будет иметь следующий вид:

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma \left( \frac{x-a}{k} \right)^2 f}{\Sigma f} k^2 - (\bar{x} - a)^2.$$

Легко заметить, что отклонение от произвольного числа  $a$ , уменьшенное в  $k$  раз, т. е. выражение  $\left( \frac{x-a}{k} \right)$ , мы применяли при исчислении средней арифметической упрощенным способом «условного нуля».

Следовательно, при исчислении средней арифметической способом «условного нуля», когда последовательно рассчитываются

$$(x-a); \left( \frac{x-a}{k} \right); \left( \frac{x-a}{k} \right) f,$$

достаточно перемножить показатели двух последних граф, чтобы получить исходные данные для исчисления дисперсии от  $a$ , а затем скорректировать ее по приведенной выше формуле.

Таблица 27

Середина интервала, $x$	Число заводов $f$	$x-225$	$\frac{x-225}{50}$	$\left( \frac{x-225}{50} \right) f$	$\left( \frac{x-225}{50} \right)^2 f$
25	3	-200	-4	-12	48
75	6	-150	-3	-18	54
125	10	-100	-2	-20	40
175	21	-50	-1	-21	21
225	33	0	0	0	0
275	18	50	1	18	18
325	9	100	2	18	36
Итого:	100	—	—	-35	217

Этот способ расчета дисперсии называют способом «условного нуля». Расчет дисперсии указанным выше способом показан в табл. 27 на примере распределения заводов по выпуску валовой продукции.

Приняв  $a=225$  и  $k=50$  (величина интервала), на основе итога последней графы рассчитываем дисперсию от 225:

$$\sigma_{(225)}^2 = \frac{\Sigma \left( \frac{x-225}{50} \right)^2 f}{\Sigma f} 50^2 = \frac{217}{100} \cdot 2500 = 5425,$$

а искомая дисперсия (т. е. от  $\bar{x}$ ) равна:

$$\sigma^2 = \sigma_{(225)}^2 - (\bar{x} - 225)^2 = 5425 - (207,5 - 225)^2 = 5118,75,$$

т. е. результат получен тот же, что и при расчете по данным

табл. 26, где применялась формула  $\sigma^2 = \frac{\Sigma (x - \bar{x})^2 f}{\Sigma f}$ .

Из формулы

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma \left( \frac{x-a}{k} \right)^2 f}{\Sigma f} k^2 - (\bar{x} - a)^2$$

нетрудно получить еще одну формулу дисперсии. Если  $a=0$  и  $k=1$ , то получаем

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma x^2 f}{\Sigma f} - (\bar{x})^2 \text{ или } \sigma^2 = \bar{x^2} - (\bar{x})^2.$$

Эта же формула может быть получена и по-иному:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{\Sigma (x - \bar{x})^2 f}{\Sigma f} = \frac{\Sigma x^2 f}{\Sigma f} - \frac{2\bar{x}\Sigma x f}{\Sigma f} + \frac{(\bar{x})^2 \Sigma f}{\Sigma f} = \\ &= \bar{x^2} - 2(\bar{x})^2 + (\bar{x})^2 = \bar{x^2} - (\bar{x})^2 \end{aligned}$$

Этой формулой удобно пользоваться при небольших значениях вариантов, как, например, в таком условном примере (табл. 28).

Таблица 28

$x$	$f$	$xf$	$x^2f$
3	2	6	18
4	6	24	96
5	15	75	375
6	10	60	360
7	7	49	349
Итого:	40	214	1192

$$\bar{x} = \frac{214}{40} = 5,35;$$

$$\bar{x^2} = \frac{1192}{40} = 29,8;$$

$$\sigma^2 = \bar{x^2} - (\bar{x})^2 = 29,8 - (5,35)^2 = 29,8 - 28,6225 = 1,1775.$$

Если варианты первоначального ряда заменены новыми переменными, связанными с первым соотношением  $x' = \frac{x-a}{k}$ , то

согласно свойствам дисперсии последняя формула будет иметь следующий вид:  $\sigma^2 = k^2 [\bar{x}^2 - (\bar{x}')^2]$ .

Для приводимого в табл. 27 примера

$$\bar{x}'^2 = \frac{217}{100} = 2,17; \bar{x}' = -\frac{35}{100} = -0,35; k = 50.$$

Отсюда

$$\sigma^2 = 2500(2,17 - 0,1225) = 5118,75.$$

Итак, мы познакомились с тремя формулами для расчета дисперсии:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}; \quad (1)$$

$$\sigma^2 = \sigma_{(a)}^2 - (\bar{x} - a)^2; \quad (2)$$

$$\sigma^2 = \bar{x}^2 - (\bar{x}')^2. \quad (3)$$

И хотя содержание дисперсии раскрывает первая формула, расчет ее часто удобнее проводить по второй или третьей формуле.

**Дисперсия альтернативного признака.** Наряду с измерением вариации количественных признаков в статистике приходится изучать и измерять вариацию так называемых альтернативных признаков.

Альтернативными признаками называют такие, которыми одни единицы изучаемой совокупности обладают, а другие нет, т. е. вариация которых проявляется в том, что у одних единиц совокупности они встречаются, а у других нет. Например, такими признаками будут: наличие производственного стажа у абитуриентов, партийность, ученая степень у преподавателей вузов и т. п.

Условимся обозначать наличие признака у единиц совокупности через 1, а отсутствие через 0. Тогда, если долю единиц, обладающих признаком (в общей численности единиц совокупности), обозначить через  $p$ , а долю единиц, не обладающих признаком, через  $q$ , дисперсию альтернативного признака можно рассчитать по общему правилу. (При этом следует иметь в виду, что  $p+q=1$  и, значит,  $q=1-p$ .)

Сначала рассчитываем среднее значение альтернативного признака:

$$\bar{x} = \frac{1p + 0q}{p + q} = p,$$

т. е. среднее значение альтернативного признака равно доле единиц, обладающих данным признаком.

Дисперсия же альтернативного признака будет равна:

$$\sigma_p^2 = \frac{(1-p)^2 p + (0-p)^2 q}{p+q} = q^2 p + p^2 q = pq(q+p) = pq.$$

Таким образом, дисперсия альтернативного признака равняется произведению доли единиц, обладающих данным признаком, на долю единиц, не обладающих данным признаком.

А корень квадратный из этого показателя, т. е.  $\sqrt{pq}$ , является средним квадратическим отклонением альтернативного признака.

**Правило сложения дисперсий.** При изучении вариации того или иного признака приходится сталкиваться с необходимостью выявления влияния отдельных факторов или условий, определивших данную вариацию в целом. Выявить долю вариации, определенную теми или иными факторами, можно расчлняя всю совокупность на группы по фактору (признаку), влияние которого исследуется. В простейшем случае, когда совокупность расчлнена на группы по одному фактору, в ней могут рассматриваться:

1) *общая вариация* совокупности, являющаяся результатом действия всех причин. Эта вариация может быть измерена общей дисперсией ( $\sigma^2$ ), характеризующей отклонения индивидуальных значений признака совокупности от общей средней:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f};$$

2) *вариация групповых средних*, выражающаяся отклонением групповых средних от общей средней и отражающая влияние того фактора, по которому произведена группировка. Эта вариация может быть измерена так называемой межгрупповой дисперсией, формула которой записывается следующим образом:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i},$$

где  $\bar{x}_i$  — групповые средние, а  $\bar{x}$  — общая средняя для всей совокупности, и  $n_i$  — численность отдельных групп;

3) *остаточная (или внутригрупповая) вариация*, которая выражается в отклонении отдельных значений признака в каждой группе от их групповой средней и, следовательно, отражает влияние всех прочих факторов кроме положенного в основу группировки. Поскольку вариацию в каждой группе отражает групповая дисперсия

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_i)^2}{n_i},$$

то для всей совокупности остаточную вариацию будет отражать средняя из групповых дисперсий. Эту среднюю из групповых дис-



персий называют внутригрупповой дисперсией ( $\bar{\sigma}_i^2$ ) и рассчитывают по формуле

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{\Sigma \sigma_i^2 n_i}{\Sigma n_i}.$$

Очевидно, что общая вариация признака в совокупности должна определяться как сумма вариации групповых средних (за счет одного выделенного фактора) и остаточной вариации (за счет остальных факторов). Это равенство находит свое выражение в сложении дисперсий:

$$\sigma^2 = \delta^2 + \bar{\sigma}_i^2.$$

Это равенство, имеющее строго математическое доказательство, известно как *правило сложения дисперсий*.

Правило сложения дисперсий, выражающее сложение вариаций, позволяет находить общую дисперсию по ее компонентам, когда индивидуальные значения признака неизвестны, а в распоряжении исследователя имеются лишь групповые показатели.

Пусть, например, известно, что в области средняя урожайность зерновых в совхозах составила 20 ц/га при среднем квадратическом отклонении 2,0 ц/га (площадь под зерновыми в совхозах 300 тыс. га), а в колхозах средняя урожайность составила 15 ц/га при среднем квадратическом отклонении 2,5 ц/га (площадь под зерновыми в колхозах 100 тыс. га). Требуется узнать общую среднюю урожайность зерновых по области и среднее квадратическое отклонение.

Решение. Общая средняя урожайность равна:

$$\bar{x} = \frac{20 \cdot 300 + 15 \cdot 100}{300 + 100} = \frac{7500}{400} = 18,75 \text{ ц/га.}$$

Общую дисперсию, а следовательно, и среднее квадратическое отклонение найдем по правилу сложения дисперсий, для чего рассчитаем среднюю из групповых и межгрупповую дисперсии.

Средняя из групповых дисперсий равна:

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{4 \cdot 300 + 6,25 \cdot 100}{400} = \frac{1825}{400} = 4,5625.$$

Межгрупповая дисперсия равна:

$$\delta^2 = \frac{(20 - 18,75)^2 \cdot 300 + (15 - 18,75)^2 \cdot 100}{400} = 4,6875.$$

Согласно правилу сложения дисперсий общая дисперсия равна:

$$\sigma^2 = \bar{\sigma}_i^2 + \delta^2 = 4,5625 + 4,6875 = 9,25.$$

Отсюда

$$\sigma = \sqrt{9,25} = 3,04 \text{ ц/га.}$$

Таким образом, мы определили, что средняя урожайность зерновых по области составила 18,75 ц/га при среднем квадратическом отклонении 3,04 ц/га.

При этом мы можем сказать, что если общая дисперсия составила 9,25, то дисперсия в размере 4,6875 определена различиями в типах хозяйства, а 4,5625 падает на долю остальных (прочих) факторов.

Таким образом, правило сложения дисперсий позволяет определять в общей дисперсии доли ее составных частей.

Показатель, получаемый как отношение межгрупповой дисперсии к общей дисперсии, называют в статистике коэффициентом детерминации (эмпирическим): А корень квадратный из коэффициента детерминации называют корреляционным отношением (эмпирическим) и используют в статистике для измерения зависимости между группировочным и результативным признаками, т. е. корреляционное отношение (эмпирическое), обозначаемое буквой  $\eta_{\text{эмп}}$ , выражается формулой:

$$\eta_{\text{эмп}} = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}$$

### 3.5.

#### ПОНЯТИЕ О МОМЕНТАХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Говоря о характеристиках вариационного ряда, нельзя не упомянуть о моментах распределения.

В математической статистике моментом  $k$ -того порядка называется средняя арифметическая из  $k$ -той степени отклонений отдельных вариантов от некоторой постоянной величины  $A$ , т. е. если обозначить момент  $k$ -того порядка через  $M_k$ , то в общем виде можно записать  $M_k = \frac{\sum (x - A)^k f}{\sum f}$ .

В зависимости от величины  $k$  моменты могут быть рассчитаны любого порядка, но практически в статистике находят применение главным образом моменты первых четырех порядков.

В качестве постоянной величины  $A$  может быть принято любое число. Моменты, при исчислении которых в качестве постоянной величины  $A$  принято произвольное число, именуют *условными*.

Если в качестве постоянной величины принят нуль, т. е.  $A=0$ , то моменты именуют *начальными*. Общую формулу таких начальных моментов можно записать в виде  $m_k = \frac{\sum x^k f}{\sum f}$ , а первые четыре момента выразятся следующим образом:

$$m_1 = \frac{\sum x f}{\sum f} = \bar{x},$$

$$m_2 = \frac{\Sigma x^2 f}{\Sigma f} = \bar{x}^2,$$

$$m_3 = \frac{\Sigma x^3 f}{\Sigma f} = \bar{x}^3,$$

$$m_4 = \frac{\Sigma x^4 f}{\Sigma f} = \bar{x}^4.$$

Некоторые из записанных выше моментов мы уже встречали, но под другим названием. Так, начальный момент первого порядка ( $m_1$ ) есть не что иное, как средняя арифметическая вариационного ряда, а начальный момент второго порядка ( $m_2$ ) — средняя арифметическая из квадратов вариантов.

Большой интерес в статистике представляют моменты, при исчислении которых в качестве постоянной величины принята средняя арифметическая ряда, т. е.  $A = \bar{x}$ . Такие моменты называют *центральными* и условно обозначают  $\mu$ .

Общую формулу центрального момента  $k$ -того порядка можно записать как  $\mu_k = \frac{\Sigma (x - \bar{x})^k f}{\Sigma f}$ , а моменты первых четырех порядков следующим образом:

$$\mu_1 = \frac{\Sigma (x - \bar{x}) f}{\Sigma f} = 0, \quad \mu_2 = \frac{\Sigma (x - \bar{x})^2 f}{\Sigma f} = \sigma^2,$$

$$\mu_3 = \frac{\Sigma (x - \bar{x})^3 f}{\Sigma f}, \quad \mu_4 = \frac{\Sigma (x - \bar{x})^4 f}{\Sigma f}.$$

Центральный момент первого порядка ( $\mu_1$ ) всегда равен нулю (согласно свойству средней арифметической), а центральный момент второго порядка ( $\mu_2$ ) является дисперсией. Забегая несколько вперед, скажем, что центральный момент третьего порядка ( $\mu_3$ ) используется в качестве характеристики асимметрии ряда, а центральный момент четвертого порядка ( $\mu_4$ ) используется при изучении крутости распределения (экссцесса).

Расчет центральных моментов по непосредственным формулам, указанным выше, несколько трудоемок. Проще вычислить начальные или условно-начальные моменты, а затем перейти от них к центральным. Для перехода от начальных моментов к центральным достаточно в формуле центрального момента  $k$ -того порядка записать развернуто числитель, почленно разделить его на знаменатель и произвести элементарные алгебраические упрощения.

Выведем формулу перехода от начальных моментов к центральному моменту второго порядка:

$$\begin{aligned} \mu_2 &= \frac{\Sigma (x - \bar{x})^2 f}{\Sigma f} = \frac{\Sigma x^2 f}{\Sigma f} - \frac{2\bar{x} \Sigma x f}{\Sigma f} + \frac{(\bar{x})^2 \Sigma f}{\Sigma f} = \\ &= \bar{x}^2 - 2\bar{x} \bar{x} + (\bar{x})^2 = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2. \end{aligned}$$

Но  $\bar{x}^2 = m_2$  (начальный момент второго порядка), а  $\bar{x} = m_1$  (начальный момент первого порядка).

Следовательно,  $\mu_2 = m_2 - m_1^2$ , т. е. центральный момент второго порядка равняется начальному моменту второго порядка минус начальный момент первого порядка в квадрате.

Расчет дисперсии по этой формуле именуют «способом моментов», он приведен на с. 85. Кстати, эта формула расчета дисперсии сохраняет силу и для условно-начальных моментов, т. е. когда

$$m_2 = \frac{\sum (x-A)^2 f}{\sum f} \quad \text{и} \quad m_1 = \frac{\sum (x-A) f}{\sum f}.$$

Если же, каждое отклонение  $(x-A)$  уменьшается в  $k$  раз, то в формулу вносится поправка в виде множителя  $k^2$ , т. е.

$$\mu_2 = k^2 (m_2 - m_1^2).$$

Аналогично можно получить формулу перехода от начальных моментов к центральным и для моментов высшего порядка. Так, для центрального момента третьего порядка

$$\mu_3 = m_3 - 3m_1 m_2 + 2m_1^3.$$

Соответственно, если в качестве вариантов ряда приняты показатели

$$\frac{x-A}{k}, \quad \text{то} \quad \mu_3 = k^3 (m_3 - 3m_1 m_2 + 2m_1^3).$$

И для центрального момента четвертого порядка

$$\mu_4 = m_4 - 4m_1 m_3 + 6m_1^2 m_2 - 3m_1^4.$$

### 3.6.

#### ПОКАЗАТЕЛИ АСИММЕТРИИ И ЭКСЦЕССА

Ранее отмечалось, что при графическом изображении одни ряды имеют симметричную форму, другие вытянуты влево или вправо. Можно сказать, что в области экономических явлений строго симметричные ряды встречаются довольно редко, чаще исследователю приходится иметь дело с асимметричными рядами.

В статистике для характеристики асимметрии пользуются несколькими показателями. Если учесть, что в симметричном ряду средняя арифметическая совпадает по значению с модой и медианой, то наиболее простым показателем асимметрии ( $A_s$ ) будет разность между средней арифметической и модой, т. е.  $A_s = \bar{x} - Mo$ . Если  $(\bar{x} - Mo) > 0$ , то на графике такой ряд будет иметь вытянутость вправо (правосторонняя асимметрия), если  $(\bar{x} - Mo) < 0$ , то вытянутость влево (левосторонняя асимметрия).

Для сравнения асимметрии в нескольких рядах обычно ис-

пользуют относительный показатель, получаемый путем деления упомянутой величины  $(\bar{x} - M_0)$  на среднее квадратическое отклонение, т. е.

$$A_s = \frac{\bar{x} - M_0}{\sigma}$$

Есть и другие показатели асимметрии. Наиболее распространенным из них является показатель, построенный на использовании центрального момента третьего порядка. Так как в симметричных рядах нечетные центральные моменты равны нулю, то при соотношении  $\mu_3 > 0$  имеет место правосторонняя асимметрия (ее часто называют положительной), а при  $\mu_3 < 0$  — левосторонняя асимметрия. Чтобы показатель асимметрии был стандартным, центральный момент третьего порядка рассматривается относительно среднего квадратического отклонения, возведенного в куб, т. е. в качестве показателя асимметрии принимается величина

$$r_3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3},$$

которая называется *нормированным моментом* третьего

порядка ( $r_3$ ). Если  $r_3 > 0,5$  (независимо от знака), то асимметрия считается существенной. Знак же указывает на направленность асимметрии (при знаке «плюс» — правосторонняя асимметрия, при знаке «минус» — левосторонняя).

Еще один показатель рассчитывается в вариационных рядах для характеристики крутости распределения. Это показатель *эксцесса*. При одной и той же средней арифметической эмпирический ряд может быть островершинным или низковоершинным по сравнению с кривой нормального распределения. Показатель эксцесса ( $E_x$ ) должен отразить эту особенность. Установлено, что для нормального распределения между центральными моментами второго и четвертого порядков существует следующая зависимость:

$$\mu_4 = 3\mu_2^2 = 3\sigma^4,$$

откуда получается, что  $\frac{\mu_4}{\sigma^4} = 3$ . Величина  $\frac{\mu_4}{\sigma^4} = r_4$  называется

нормированным моментом четвертого порядка. Отклонение ее фактического значения от 3 принято считать величиной эксцесса

ряда («вершинности»), т. е.  $E_x = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$ .

Если  $E_x > 0$ , то эксцесс считают положительным (распределение островершинно), если  $E_x < 0$ , то эксцесс считается отрицательным (распределение низковоершинно).

Рассмотренные характеристики вариационных рядов помогают более детально изучать особенности статистических совокупностей, их закономерности.

## § 4 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ КРИВЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Графическое изображение вариационного ряда дает представление о форме распределения. Однако судить о закономерностях данного эмпирического распределения по полигону или гистограмме рискованно, так как оно зависит от целого ряда причин, и в частности от числа исследованных единиц. Характерные черты распределения проявляются при увеличении числа наблюдений. По мере увеличения числа наблюдений и уменьшения величины интервала для непрерывных признаков ступенчатость гистограммы или ломаность полигона будет сглаживаться и приближаться к некоторой плавной кривой. Имея графическое изображение эмпирического вариационного ряда, можно представить себе тот предел в виде сплошной плавной линии, к которому стремятся данная гистограмма или полигон при увеличении числа наблюдений и уменьшении величины интервала. Этот предел в виде сплошной плавной линии именуют *кривой распределения*. Кривая распределения может рассматриваться как некая теоретическая (вероятностная) форма распределения, свойственная той или иной совокупности в конкретных условиях места и времени. Если кривая описана математически, т. е. выражена уравнением с определенными параметрами, то она более точно отражает закономерности того или иного распределения.

Имея дело с эмпирическими распределениями, можно предположить, что данному эмпирическому распределению соответствует определенная, характерная для него теоретическая кривая. Выдвинув гипотезу о той или иной форме распределения, стремятся описать эмпирический ряд с помощью математической модели, выражающей некоторый теоретический закон распределения.

Знание формы теоретической кривой может быть использовано в различных практических расчетах, прогнозах и т. д. Поэтому при изучении закономерностей распределения нужно определить тип кривой распределения, установить по эмпирическим данным ее параметры, рассчитать по найденному уравнению теоретические частоты (построить эту теоретическую кривую), проверить, насколько эмпирические частоты близки предполагаемым теоретическим.

### 4.1. ВЫРАВНИВАНИЕ ВАРИАЦИОННЫХ РЯДОВ СПОСОБОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Теоретическая кривая как бы выравнивает распределение эмпирических частот, сохраняя в них основную закономерность распределения и сглаживая случайности. Поэтому иногда нахождение кривой теоретического распределения называют *выравниванием вариационного ряда*.

Введем для эмпирических частот символ  $y$ , а для теоретических, рассматриваемых как функция  $x$ , — символ  $y'$ .

Во всех случаях замены эмпирических частот теоретическими, т. е. при построении теоретической кривой распределения, теоретические частоты рассматриваются как функция значений вариантов  $[y' = f(x)]$ .

По графическому изображению эмпирического ряда выбирается определенный тип кривой. Ею могут быть аналитическая прямая  $y' = a_0 + a_1x$ ; парабола второго порядка  $y' = a_0 + a_1x + a_2x^2$ ; парабола третьего порядка  $y' = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$ ; гипербола  $y' = a_0 + a_1/x$ ; показательная функция  $y' = a_0a_1^{xx}$  и т. п. В общем виде задача выравнивания определяется в том, чтобы выбрав для распределения определенную форму кривой, по данным эмпирического ряда определить параметры функции ( $a_0$  и  $a_1$ ;  $a_0, a_1, a_2$  и т. д.), а затем, подставляя в найденные уравнения значения вариантов  $x$ , отыскивать теоретические частоты. Для нахождения параметров наиболее часто используется способ наименьших квадратов. Суть его в следующем.

Если ставится задача выравнять эмпирический ряд, т. е. вместо фактических частот ( $y$ ) найти теоретические ( $y'$ ), выражающиеся как  $y' = f(x)$ , то найденные теоретические частоты должны быть такими, при которых бы соблюдалось следующее условие:  $S = \sum (y - y')^2 = \min$ , т. е. чтобы сумма квадратов отклонений эмпирических частот от теоретических была минимальной.

Исходя из заданного требования, легко определить, при каких значениях  $a_0, a_1, a_2$  и т. п. для каждой аналитической кривой эта сумма квадратов отклонений будет минимальной.

Так, если выдвигается гипотеза о линейном распределении, то должно соблюдаться следующее требование:

$$S = \sum (y - a_0 - a_1x)^2 = \min.$$

Найдя частные производные данного выражения по  $a_0$  и  $a_1$ , приравняем их к нулю и получаем систему уравнений с двумя неизвестными, т. е.

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a_0} = 2\sum (y - a_0 - a_1x)(-1) = 0, \\ \frac{\partial S}{\partial a_1} = 2\sum (y - a_0 - a_1x)(-x) = 0 \end{cases}$$

или после упрощения

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum x = \sum y, \\ a_0\sum x + a_1\sum x^2 = \sum xy. \end{cases}$$

Эта система именуется системой нормальных уравнений, полученных по способу наименьших квадратов (или отвечающих требованию способа наименьших квадратов).

Решив эту систему, получим параметры аналитической прямой, по которой рассчитываются теоретические частоты. Необхо-

димые для решения системы уравнений суммы  $\Sigma x$ ,  $\Sigma y$ ,  $\Sigma x^2$ ,  $\Sigma xy$  рассчитываются по эмпирическим данным.

Аналогичные рассуждения и действия имеют место и при выравнивании по другим аналитическим формулам. Так, если в качестве теоретического распределения предполагается парабола второго порядка, то все сказанное выше повторится с той лишь разницей, что в условии минимизации суммы квадратов отклонений эмпирических частот от теоретических последние будут записаны в виде уравнения параболы второго порядка. Система нормальных уравнений для определения параметров параболы второго порядка будет иметь вид:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \Sigma x + a_2 \Sigma x^2 = \Sigma y, \\ a_0 \Sigma x + a_1 \Sigma x^2 + a_2 \Sigma x^3 = \Sigma xy, \\ a_0 \Sigma x^2 + a_1 \Sigma x^3 + a_2 \Sigma x^4 = \Sigma x^2 y. \end{cases}$$

Выравнивание вариационного ряда по параболе второго порядка рассмотрим на примере распределения семей рабочих по числу членов семьи, заимствованном из книги А. И. Ежова «Выравнивание и вычисление вариационных рядов» (М., 1961, с. 77).

Исходя из характера изменения частот (постепенное нарастание, а затем убывание), данный ряд можно приближенно выразить параболой второго порядка. Расчет сумм, необходимых для решения системы нормальных уравнений, осуществлен по эмпи-

Таблица 29

Распределение семей рабочих по числу членов семьи

Группы семей с числом членов, $x$	Число семей, $y$	$x^2$	$x^3$	$x^4$	$xy$	$x^2y$
1	15,9	1	1	1	15,9	15,9
2	20,2	4	8	16	40,4	80,8
3	24,3	9	27	81	72,9	218,7
4	21,5	16	64	256	86	344
5	10,7	25	125	625	53,5	267,5
6 (и более)	7,4	36	216	1296	44,4	266,4
Итого: 21	100	91	441	2275	313,1	1193,3

Таблица 30

Группы семей по количеству членов семьи	Выравненные частоты, $y$	Фактические частоты, $y$
1	16,1	15,9
2	21,0	20,2
3	22,4	24,3
4	20,3	21,5
5	14,7	10,7
6	5,5	7,4
Итого:	100	100

рическим данным в табл. 29. Подставив в систему нормальных уравнений рассчитанные  $\Sigma x$ ,  $\Sigma x^2$  и т. д., получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} 6a_0 + 21a_1 &= 91a_2 + 100, \\ 21a_0 + 91a_1 + 441a_2 &= 313,1, \\ 91a_0 + 441a_1 + 2275a_2 &= 1193,3. \end{aligned}$$



Решая систему, находим

$$a_0 = 7,723; \quad a_1 = 10,13; \quad a_2 = -1,748,$$

т. е.

$$y' = 7,723 + 10,13x - 1,748x^2.$$

Последовательно подставляя в найденное уравнение значения  $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , получим теоретические частоты (табл. 30).

Аналогичное выравнивание распределения по способу наименьших квадратов можно произвести для любой гипотетической функции.

#### 4.2.

#### КРИВАЯ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И ЕЕ ПОСТРОЕНИЕ ПО ЭМПИРИЧЕСКИМ ДАННЫМ

Среди различных кривых распределения особое место занимает так называемое нормальное распределение.

Нормальное распределение на графике представляет собой симметричную колоколообразную кривую, имеющую максимум в точке, соответствующей средней арифметической ряда. Эта же точка является модой и медианой ряда. Точки перегиба у нормальной кривой находятся на расстоянии  $\sigma$  от средней арифметической (рис. 21).

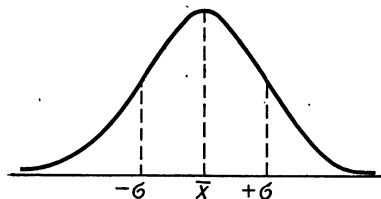


Рис. 21. Кривая нормального распределения

Кривая нормального распределения выражается следующим уравнением:

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}},$$

где  $y$  — ордината кривой распределения,  
 $x$  — значения изучаемого признака,  
 $\bar{x}$  — средняя арифметическая ряда,  
 $\sigma$  — среднее квадратическое отклонение изучаемого признака,

$\pi = 3,14$  — постоянное число (отношение длины окружности к длине ее диаметра),  $e = 2,7182\dots$  (основание натурального логарифма).

Отклонение отдельных вариантов от средней арифметической нормируют по среднему квадратическому отклонению и именуют *нормированным отклонением*, обозначая

$$t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}.$$

Если в приведенной выше формуле кривой нормального распределения произвести соответствующую замену, то уравнение примет вид

$$y = \varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}.$$

В последнем виде чаще всего и дается уравнение данного распределения. Как видно из уравнения, два параметра — средняя арифметическая ( $\bar{x}$ ) и среднее квадратическое отклонение ( $\sigma$ ) — определяют очертание симметричной кривой нормального распределения. В зависимости от их значения она может иметь разный центр группирования, быть более удлиненной или сжатой.

Если площадь, ограниченную кривой нормального распределения, принять за 1 или 100%, то можно рассчитать площадь, заключенную между кривой и любыми двумя ординатами.

Установлено, что площадь между ординатами, проведенными на расстоянии  $\sigma$  с каждой стороны от средней арифметической, составляет 0,683 всей площади. Это означает, что 68,3% всех исследованных единиц (частот) отклоняются от средней арифметической не более чем на  $\sigma$ , т. е. находятся в пределах ( $\bar{x} \pm \sigma$ ). Площадь, заключенная между ординатами, проведенными на расстоянии  $2\sigma$  в одну и другую сторону от средней арифметической, составляет 0,954, т. е. 95,4% всех единиц совокупности находятся в пределах ( $\bar{x} \pm 2\sigma$ ). И наконец, 0,997, или 99,7%, всех единиц находятся в пределах ( $\bar{x} \pm 3\sigma$ ). Это так называемое правило трех сигм, характерное для нормального распределения.

Нормальное распределение характерно для явлений в области биологии и техники. В области экономических явлений чаще встречаются умеренно асимметричные распределения. Тем не менее кривая нормального распределения имеет определенное значение в анализе вариационных рядов и в теории выборочного метода применительно к социально-экономическим явлениям.

Есть несколько способов построения кривой нормального распределения по эмпирическим данным, если есть основания предположить близость данного распределения к нормальному. По одному из этих способов теоретические частоты ( $m'$ ) отыскиваются по формуле:

$$m' = \frac{Nh}{\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}},$$

где  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} = \varphi(t)$  — табулированная величина, отыскиваемая

по отклонениям  $t$ , а  $Nh/\sigma$  — константа, на которую умножаются значения  $\varphi(t)$  и которая определяет теоретические частоты исходя из общей численности единиц совокупности и числа выделяемых групп.

Последовательность расчета теоретических частот по этой формуле такова: 1) рассчитывается средняя арифметическая ряда ( $\bar{x}$ ); 2) рассчитывается среднее квадратическое отклонение ( $\sigma$ ); 3) находится нормированное отклонение каждого варианта от средней арифметической, т. е.  $t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$ ; 4) для найденных  $t$  по таблицам определяется  $\varphi(t)$  (см. Приложение, табл. 1); 5) рассчитывается константа  $\frac{Nh}{\sigma}$ ; 6) каждое значение  $\varphi(t)$  умножается на константу.

Результаты умножения (после округления до целых чисел) будут искомыми частотами ( $m'$ ) теоретической кривой нормального распределения.

Таблица 31

Середина интервала, $x$	$m$	$(x - \bar{x})$	$t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$	$\varphi(t)$	$63 \cdot \varphi(t) = m'$
92,5	3	-17,7	-2,22	0,0339	2,13 $\approx$ 2
97,5	6	-12,7	-1,59	0,1127	7,1 $\approx$ 7
102,5	15	-7,7	-0,96	0,2516	15,85 $\approx$ 16
107,5	27	-2,7	-0,34	0,3765	23,72 $\approx$ 24
112,5	26	2,3	0,29	0,3825	24,1 $\approx$ 24
117,5	10	7,3	0,91	0,2637	17,17 $\approx$ 17
122,5	8	12,3	1,54	0,1219	7,7 $\approx$ 8
127,5	5	17,3	2,17	0,0379	2,39 $\approx$ 2
Итого:	100	—	—	—	100

$$\bar{x} = 110,2 \quad \sigma = 8, \quad \frac{Nh}{\sigma} = \frac{100 \cdot 5}{8} \approx 63 \quad m' = 63\varphi(t)$$

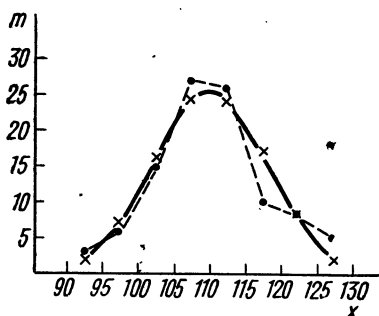


Рис. 22. Эмпирическое (— — —) и теоретическое (в табл. 31) распределение предприятий по проценту выполнения плана

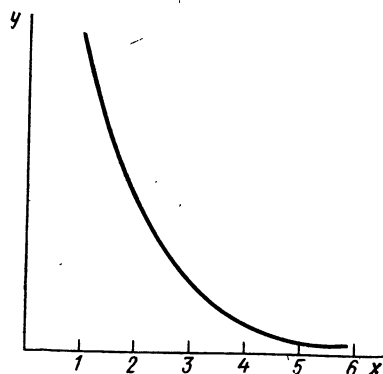


Рис. 23. Распределение Пуассона

В табл. 31 на условном примере распределения 100 предприятий по проценту выполнения плана по валовой продукции ( $x$ ) показан расчет теоретических частот при выравнивании ряда по кривой нормального распределения.

Эмпирическое и теоретическое распределение показано на рис. 22.

### 4.3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ШАРЛЬЕ

Строго симметричные распределения, близкие к нормальному, в области социально-экономических явлений встречаются довольно редко. Чаше приходится встречать несколько асимметричные распределения.

При выравнивании таких рядов, естественно, важно найти и такую кривую, которая бы учитывала асимметрию и эксцесс ряда. Для рядов с умеренной асимметрией такой кривой может служить *распределение Шарлье*, частоты которого рассчитываются по формуле:

$$m' = \frac{Nh}{\sigma} \varphi(t) \left[ 1 + \frac{r_3}{6} (t^3 - 3t) + \frac{E_x}{24} (t^4 - 6t^2 + 3) \right],$$

где  $N$  — общее число единиц в совокупности;

$h$  — величина интервала;

$r_3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$  — нормированный момент третьего порядка, выступающий в качестве показателя асимметрии ряда;

$E_x = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$  — показатель эксцесса;

$t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$  — нормированные отклонения, по которым определяется  $\varphi(t)$ .

Как указывалось, при нормальном распределении  $r_3 = 0$  и  $E_x = 0$ . Нетрудно заметить, что если в записанную выше формулу распределения Шарлье подставить  $r_3 = 0$  и  $E_x = 0$ , то последнее преобразуется в нормальное, т. е.

$$m' = \frac{Nh}{\sigma} \varphi(t).$$

Таким образом, распределение Шарлье представляет собой как бы нормальное распределение, скорректированное на показатели асимметрии и эксцесса.

4.4.  
РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПУАССОНА

К числу важнейших теоретических распределений, имеющих научное и практическое применение, относится *распределение Пуассона*. Это распределение в своей классической форме присуще дискретным величинам и возникает в тех случаях, когда сами варианты  $x$  являются своего рода частотами, результатом подсчета какого-то редко возникаемого события среди наблюдаемых единиц, причем с увеличением значений  $x$  вероятность их наступления падает. Графически такое распределение имеет вид, показанный на рис. 23.

Аналитически распределение Пуассона выражается формулой

$$y' = \frac{a^x e^{-a}}{x!}, \text{ где } a = \bar{x}.$$

Как видно из формулы, единственным параметром этого распределения является средняя арифметическая ( $\bar{x}$ ). Для распределения Пуассона характерно то, что дисперсия переменной  $x$  равна ее математическому ожиданию, т. е.  $\sigma^2 = \bar{x}$ .

Нахождение теоретических частот при выравнивании ряда по распределению Пуассона производится в следующем порядке:

- 1) находится средняя арифметическая ряда, т. е.  $\bar{x} = a$ ;
- 2) по таблицам определяется  $e^{-a}$ ;
- 3) для каждого значения  $x$  определяется теоретическая частота

по формуле  $m' = N \frac{a^x e^{-a}}{x!}$ , где  $N$  — число единиц совокупности.

Таблица 32

Количество бракованных изделий из 100 проверенных $x$	Число рабочих $m$	$xm$	Теоретические частоты $m'$
0	282	0	275
1	160	160	164
2	39	78	49
3	15	45	10
4	3	12	2
5	1	5	0
Итого:	500	300	500

Рассмотрим выравнивание ряда по кривой Пуассона на конкретном примере. Пусть имеется следующее распределение 500 рабочих по количеству выработанных ими бракованных изделий из 100 проверенных (табл. 32).

Рассчитаем среднюю арифметическую ряда:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{300}{500} = 0,6.$$

(Отметим, что  $\sigma^2 = 0,68$ , т. е. близка к  $\bar{x}$ .)

По таблице находим  $e^{-0,6} = 0,5488$ . Подставляя в формулу  $m' = N \frac{a^x e^{-a}}{x!}$  значения  $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ , находим теоретические частоты.

Так,

$$m'_{(0)} = 500 \cdot \frac{0,6^0 \cdot 0,5488}{0!} = 274,4,$$

$$m'_{(1)} = 500 \cdot \frac{0,6 \cdot 0,5488}{1} = 164,$$

$$m'_{(2)} = 500 \cdot \frac{0,6^2 \cdot 0,5488}{1 \cdot 2} = 49$$

и т. д. Все теоретические частоты показаны в последней графе таблицы (с округлением до целых чисел).

Распределение Пуассона, поскольку оно характерно для редко встречающихся явлений, иногда называют «законом малых чисел».

Рассмотренные распределения далеко не исчерпывают возможные типы кривых распределений.

## § 5

### СРАВНЕНИЕ ЧАСТОТ ЭМПИРИЧЕСКОГО И ТЕОРЕТИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПРИ ПОМОЩИ КРИТЕРИЕВ СОГЛАСИЯ

Как было показано выше, вычисление теоретических частот производится исходя из той или иной гипотезы о предполагаемом законе распределения. Следовательно, после расчета теоретических частот возникает необходимость проверки выдвинутой гипотезы о соответствии или несоответствии того или иного теоретического закона распределения, принятого в качестве математической модели для эмпирического распределения.

Проверка гипотезы строится на основе сопоставления частот эмпирического и теоретического распределений и суждения о случайности или существенности их расхождений. При этом исходят из того, что если расхождения между эмпирическими и теоретическими частотами можно считать случайными, то гипотеза о том, что принятое теоретическое распределение соответствует данному эмпирическому, не отвергается.

**Критерий Пирсона «хи-квадрат».** Для оценки случайности или существенности расхождений между частотами эмпирического и теоретического распределений в статистике используют ряд показателей, именуемых критериями согласия. Одним из основных и наиболее распространенным показателем является критерий  $\chi^2$  (хи-квадрат), предложенный английским статистиком К. Пирсоном:

$$\chi^2 = \sum \frac{(m - m')^2}{m'} \quad (1)$$

где  $m$  и  $m'$  — соответственно эмпирические и теоретические частоты.

Величину «хи-квадрат» можно рассчитать и по другой формуле, непосредственно вытекающей из предыдущей:

$$\chi^2 = \sum \frac{(m - m')^2}{m'} = \sum \left[ \frac{m^2 - 2mm' + (m')^2}{m'} \right] = \sum \frac{m^2}{m'} - 2\sum m + \sum m'.$$

Если учесть, что  $\sum m = \sum m'$ , т. е. сумма эмпирических и теоретических частот должна быть равна, то из записанного выше следует:

$$\chi^2 = \sum \frac{m^2}{m'} - \sum m,$$

или, приняв  $\sum m = N$  (объем совокупности), запишем в окончательном виде:

$$\chi^2 = \sum \frac{m^2}{m'} - N. \quad (2)$$

Очевидно, что  $\chi^2$  зависит как от расхождений между  $m$  и  $m'$ , так и от числа групп (классов) в ряду, поскольку  $\chi^2$  получается как сумма слагаемых. Одно и то же значение  $\chi^2$  для рядов с неодинаковым числом групп будет иметь различную надежность.

Пирсоном найдено распределение величин  $\chi^2$  и составлены таблицы, позволяющие определять вероятность наступления определенного значения  $\chi^2$  для разного числа групп в вариационных рядах. Если вероятность  $P(\chi^2)$  значительно отличается от нуля, то расхождения между частотами теоретического и эмпирического распределения можно считать случайными, а гипотезу, выдвинутую при расчете теоретических частот, не опровергнутой для данного наблюдения.

При этом определяемая по таблицам вероятность наблюдаемого значения  $\chi^2$  принимается в зависимости от так называемого *числа степеней свободы*, под которым понимается число групп, частоты которых могут принимать значения, не связанные друг с другом. Практически для вариационного ряда число степеней свободы определяется как число групп в рассматриваемом ряду минус число ограничивающих эти два ряда связей. Число ограничивающих связей, в свою очередь, определяется числом сведений эмпирического ряда, используемых при исчислении теоретических частот. Так, например, в случае выравнивания ряда по кривой нормального распределения между эмпирическим и теоретическим распределением три связи: одинаковая сумма частот, средняя арифметическая и среднее квадратическое отклонение. Поэтому при выравнивании по кривой нормального распределения число степеней свободы ( $k$ ) определяется как  $n-3$ , где  $n$  — число групп в ряду. При выравнивании по кривой Пуассона  $k=n-2$ , так как в этом случае для нахождения теоретических частот учитывались две ограничивающие связи: средняя арифметическая и сумма частот.

Для оценки существенности наблюдаемого значения  $\chi^2$  при данном числе степеней свободы ( $k$ ) могут использоваться таблицы двух типов.

По таблицам первого вида (см. Приложение, табл. 3) отыскивается вероятность наступления наблюдаемого значения  $\chi^2$  при данном числе степеней свободы ( $k$ ). Если вероятность близка к нулю (как правило, меньше 0,05), расхождения между эмпирическими и теоретическими частотами считают существенными, а гипотезу не приемлемой для данного распределения.

По таблицам другого типа определяется предельное верхнее значение «хи-квадрата» (критическое значение) при данном числе степеней свободы и заданном уровне значимости. Затем наблюдаемое значение «хи-квадрата» сравнивают с табличным (критическим). Если фактическое «хи-квадрат» меньше табличного ( $\chi_{\text{ф}}^2 < \chi_{\text{табл}}^2$ ), то при заданном уровне значимости расхождения между эмпирическими и теоретическими частотами считают случайными, а гипотезу о принятом законе распределения приемлемой.

Следует остановиться на понятии уровня значимости, используемого в таблицах второго вида. *Уровень значимости* применительно к проверке статистических гипотез — это вероятность, с которой может быть опровергнута гипотеза о том или ином законе распределения. Чем меньше уровень значимости, тем меньше вероятность не принять гипотезу. Обычно уровень значимости  $P(\chi^2) = \alpha$  принимают 0,05 или 0,01, а отвечающая данной вероятности (уровню значимости) при определенном числе степеней свободы величина  $\chi^2$  считается критической.

Если наблюдаемое значение  $\chi_{\text{ф}}^2$  превышает критическое значение, отвечающее принятому уровню значимости, то гипотеза о том или ином законе распределения не принимается.

Расчет «хи-квадрата» для приводимого выше примера о распределении 100 предприятий по проценту выполнения плана показан в табл. 33.

Для данного ряда распределения число степеней свободы равно  $k=8-3=5$ .

Пользуясь таблицами второго типа, определяем, что при  $k=5$  и уровне значимости  $\alpha=0,05$  предельное значение «хи-квадрата» равно 11,07. Фактически же рассчитанное  $\chi_{\text{ф}}^2=8,61$ , т. е. меньше табличного. Следовательно, гипотеза о случайности расхождения между частотами эмпирического и теоретического распределений не опровергнута.

Таблица 33

$x$	$m$	$m'$	$(m-m')$	$(m-m')^2$	$\frac{(m-m')^2}{m'}$
92,5	3	2	1	1	0,5
97,5	6	7	-1	1	0,14
102,5	15	16	-1	1	0,06
107,5	27	24	3	9	0,37
112,5	26	24	2	4	0,16
117,5	10	17	-7	49	2,88
122,5	8	8	0	0	0
127,5	5	2	3	9	4,5

$$\chi^2=8,61$$

Пользуясь критерием «хи-квадрат» для оценки степени соответствия эмпирических и теоретических распределений, следует иметь в виду, что он будет



эффективным, если общий объем совокупности больше 50 и число единиц в каждом классе не менее 5.

Кроме того, следует учитывать, что данный критерий применим для сопоставления частот, т. е. абсолютных показателей. Если же распределение дано в частотах, т. е. в относительных показателях, то в формуле перед знаком суммы должна учитываться общая численность единиц совокупности, т. е.

$$\chi^2 = N \Sigma \frac{(w - w')^2}{w'}$$

**Критерий Романовского.** Для оценки степени соответствия эмпирических и теоретических распределений могут использоваться и другие критерии. Так, критерий, предложенный В. И. Романовским, строится на основе использования упомянутого выше критерия «хи-квадрат», но не требует специальных таблиц для оценки существенности.

Критерий Романовского определяется по формуле

$$\frac{|\chi^2 - k|}{\sqrt{2k}}$$

где  $k$  — число степеней свободы.

Расхождения между эмпирическими и теоретическими частотами считаются случайными, если значение критерия Романовского меньше 3. В рассмотренном примере критерий Романовского равен

$$\chi^2 = \frac{8,61 - 5}{\sqrt{2 \cdot 5}} = 1,14, \text{ т. е. меньше } 3.$$

Следовательно, расхождения между эмпирическими и теоретическими частотами можно считать случайными и гипотезу о нормальном распределении единиц в изучаемом ряду не опровергнута.

**Критерий Ястремского.**

Критерий Ястремского строится аналогично критерию Романовского, но в отличие от последнего Ястремский пользуется не числом степеней свободы, а числом групп ( $n$ ) в вариационном ряду и особой величиной  $\theta$ , зависящей от числа групп (для  $n < 20$   $\theta = 0,6$ ).

Критерий Ястремского можно выразить следующим отношением:

$$\frac{|\chi^2 - n|}{\sqrt{2n + 4\theta}} \text{ или } \frac{|\chi^2 - n|}{\sqrt{2n + 2,4}}$$

Толкование отношения Ястремского такое же, как и Романовского, т. е. расхождения между эмпирическими и теоретическими частотами считаются случайными, если отношение меньше 3.

Для рассматриваемого нами примера критерий Ястремского равен

$$\frac{8,61 - 8}{\sqrt{2 \cdot 8 + 2,4}} = \frac{0,61}{\sqrt{18,4}} = 0,14.$$

Поскольку отношение значительно меньше 3, то и по этому критерию приходим к тем же выводам, что и раньше: расхождение между эмпирическими и теоретическими частотами можно считать случайными и гипотезу о нормальном распределении приемлемой для данного наблюдения.

Все три рассмотренных выше критерия согласия основаны на сравнении частот эмпирического и теоретического распределений.

**Критерий Колмогорова.** Академиком А. Н. Колмогоровым совместно с профессором Н. В. Смирновым разработан критерий согласия, основанный на сопоставлении накопленных частот (или частостей), т. е. на сравнении интегральных распределений эмпирических и теоретических частот (частостей). Этот критерий, вошедший в литературу под названием критерия Колмогорова и обозначаемый через  $\lambda$  (лямбда), рассчитывается по формуле

$$\lambda = d\sqrt{N},$$

где  $d$  — абсолютная величина максимальной разности между накопленными частостями эмпирического и теоретического рядов распределений, а  $N$  — численность единиц совокупности.

Если распределение задано в частотах, то формула приобретает вид:

$$\lambda = \frac{D}{\sqrt{N}},$$

где  $D$  — максимальная разность (по модулю) накопленных частот двух распределений, а  $N$  — то же, что и ранее, т. е. общее число единиц совокупности.

Расчет критерия Колмогорова для приведенного выше примера показан в табл. 34.

Таблица 34

$x$	Частоты		Накопленные частоты		Разность между накопленными частотами ( $s-s'$ )
	эмпирические, $m$	теоретические, $m'$	эмпирические, $s$	теоретические, $s'$	
92,5	3	2	3	2	1
97,5	6	7	9	9	0
102,5	15	16	24	25	1
107,5	27	24	51	49	2
112,5	26	24	77	73	4—максимальная разность ( $D$ )
117,5	10	17	87	90	3
122,5	8	8	95	98	3
127,5	5	2	100	100	0

Различным значениям  $\lambda$  соответствуют различные значения вероятностей. Эти показатели табулированы (см. Приложение, табл. 4). По таблице определяем, что для нашего значения  $\lambda=0,4$

вероятность  $P(\lambda)$  равна 0,997. Как и для показателя  $\chi^2$ , считается вполне допустимым рассматривать случайными расхождения между эмпирическими и теоретическими частотами, если вероятность  $P(\lambda)$  больше 0,05. В нашем примере вероятность почти близка к единице. Следовательно, гипотеза о нормальном распределении в данном случае не опровергнута.

## Глава VII

### ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД

#### § 1

#### ПОНЯТИЕ О ВЫБОРОЧНОМ МЕТОДЕ. ОСНОВНЫЕ ВИДЫ ВЫБОРКИ

Из всех видов несплошного наблюдения в статистической практике наибольшее признание и распространение получило выборочное наблюдение.

*Выборочное наблюдение* — это такое несплошное наблюдение, при котором отбор подлежащих обследованию единиц совокупности осуществляется случайно, отобранная часть подвергается обследованию, после чего результаты распространяются на всю исходную совокупность.

К использованию выборочного метода (или выборки) прибегают в тех случаях, когда само наблюдение связано с порчей или уничтожением наблюдаемых единиц (например, при контроле качества многих видов продукции: испытании пряжи на крепость, электрических лампочек — на продолжительность горения, консервов — на доброкачественность и др.), когда сплошное наблюдение практически невозможно осуществить из-за большого объема совокупности или по другим причинам, когда исследование больших совокупностей необходимо провести в сжатые сроки и небольших затратах и т. д.

Выборочный метод позволяет экономить время, средства, труд на организацию самого наблюдения и обработку данных. Поэтому этот фактор также учитывается при организации обследования той или иной совокупности.

Совокупность, из которой производится отбор, в статистике принято называть *генеральной* и все ее обобщающие показатели (среднюю, дисперсию и др.) — генеральными. Численность единиц генеральной совокупности обозначают через  $N$ .

Совокупность отобранных единиц именуют *выборочной* совокупностью и все ее обобщающие показатели — выборочными. Численность единиц выборочной совокупности (или объем выборки) обозначают через  $n$ .

При правильной организации выборочного наблюдения выборочные показатели очень близки к генеральным. В этом находит проявление закон больших чисел.

**Виды выборок.** Отбор единиц из генеральной совокупности при выборочном обследовании может быть осуществлен по-разному. По способу организации отбора различают: собственно-случайную, механическую, типическую, или районированную, серийную (или гнездовую) выборки.

*Собственно-случайная выборка* — это такая, при которой отбор единиц в выборочную совокупность производится непосредственно из всей массы единиц генеральной совокупности. При этом каждой единице совокупности обеспечивается одинаковая вероятность быть отобранной благодаря случайности отбора.

Случайность отбора можно обеспечить путем применения жеребьевки или использования таблицы случайных чисел.

При этом, если генеральная совокупность конечна, то все ее единицы ( $N$ ) нумеруют. При первом способе, т. е. жеребьевке, на каждую единицу составляется своего рода билет с соответствующим номером, билеты помещаются в закрытый сосуд, тщательно перемешиваются и затем извлекаются по одному в объеме, равном намеренному объему выборки. По вынутым по жребью номерам и формируется выборочная совокупность.

Вторым способом обеспечения случайного отбора является использование таблиц случайных чисел, по которым определяются номера единиц, подлежащих включению в выборку. При этом способе из любого столбца таблицы случайных чисел, содержащей четырехзначные (или пятизначные) числа, выписывается столько чисел, сколько должно соответствовать объему выборки. При этом обязательно учитывается численность генеральной совокупности. Так, если численность генеральной совокупности исчисляется трехзначным числом, то в выписываемых из таблицы числах отбрасывается или первая, или последняя цифра, и все числа, которые по своему значению превышают численность единиц генеральной совокупности, пропускаются. После того как такие числа выписаны, из генеральной совокупности отбирают и обследуют те единицы, порядковый номер которых совпадает с выписанными из таблиц числами.

Случайный отбор может осуществляться в виде повторного отбора (выборки) и бесповторного.

При *повторной* выборке предполагается, что каждая отобранная из генеральной совокупности единица вновь возвращается в нее после обследования (т. е. не исключается из списка) и, следовательно, при этом не исключена возможность повторного отбора и обследования отдельных единиц.

При *бесповторной* выборке каждая отобранная единица исключается из числа единиц генеральной совокупности и, следовательно, может попасть в выборку лишь один раз.

*Механическая выборка* является разновидностью собственно-

случайной. При механической выборке вся генеральная совокупность делится на  $n$  равных частей (механически, без учета какого-либо существенного признака) и затем из каждой части отбирается одна единица. Практически этот способ отбора удобен в тех случаях, когда список всех единиц генеральной совокупности можно составить в соответствии с их естественным расположением, например по алфавиту или в порядке их пространственного размещения и др. В этих списках наблюдению подвергаются единицы, находящиеся на равном расстоянии друг от друга, т. е. отбираются единицы через определенный интервал: например, при 20%-ном отборе — каждая пятая единица, при 25%-ном отборе — каждая четвертая и т. д. Начало отсчета определяется случайно или приурочивается к середине первого интервала.

Механический способ отбора удобен к применению и в тех случаях, когда генеральная совокупность формируется постепенно и заранее список ее единиц составить нельзя. Например, при выборочном обследовании покупателей в магазинах, посетителей поликлиник и т. д. заранее составить списки генеральной совокупности нельзя, так как она формируется постепенно. Но, обследуя, например, каждого пятого, или десятого и т. д. посетителя, мы организуем механическую выборку, обеспечивающую случайность отбора.

*Типической, или районированной* выборкой называется такая, при которой вся генеральная совокупность предварительно подразделяется на качественно-однородные по существенному признаку группы, а затем уже из этих групп производится случайный отбор  $n$  единиц. При этом, если генеральная совокупность разбита на  $K$  групп, то общее число единиц выборочной совокупности должно равняться сумме единиц, отобранных из каждой группы. Распределение единиц выборочной совокупности между группами, или, другими словами, отбор единиц из каждой группы, наиболее часто проводится пропорционально численности групп в составе генеральной совокупности, т. е. по формуле  $n_i = \frac{N_i}{N} n$ ,

или  $n_i = \frac{n}{N} N_i$ . Возможны и другие способы отбора (кроме пропорционального) при типической выборке. Так, иногда рекомендуется так называемый оптимальный отбор, при котором учитывается не только численность единиц в каждой группе общей совокупности ( $N_i$ ), но и вариация изучаемого признака, измеряемая средним квадратическим отклонением ( $\sigma_i$ ). В этом случае отбор единиц из каждой выделенной группы определяется по формуле:

$$n_i = \frac{N_i \sigma_i}{\sum N_i \sigma_i} n.$$

При *серийной (гнездовой)* выборке отбору подлежат не отдельные единицы совокупности, а целые их группы, серии или

гнезда, в состав которых входят единицы, связанные определенным образом: например, территориально (селения, районы и др.), организационно (студенческие группы, предприятия, бригады и др.), упаковкой (продукция, оформляемая в пачки, коробки, ящики и пр.), во времени (продукция, выработанная за определенный отрезок времени) и др. Отбор серий может быть организован как собственно-случайная или механическая выборка. Внутри отобранных серий (гнезд) обследуются все единицы, т. е. проводится сплошное наблюдение.

Возможен и такой случай, что внутри отобранных серий, в свою очередь, путем случайной выборки отбираются отдельные единицы, которые и составляют выборочную совокупность. Но это уже комбинация двух выборок или двухступенчатая выборка, для которой существуют свои правила расчета ошибок выборки.

Следует отметить, что в статистической практике различные способы отбора часто применяются в сочетании друг с другом, т. е. комбинируются.

*Метод моментных наблюдений.* Особое место среди видов выборочного наблюдения занимает так называемое моментное наблюдение. Этот метод эффективно используется при изучении наличия или длительности отдельных элементов какого-либо процесса.

При этом методе выборочного обследования предварительно составляется перечень тех состояний процесса, относительную длительность которых предполагается установить. Например, при изучении структуры рабочего времени оборудования (или его использования) можно выделить такие состояния оборудования, как работа, наладка, простой.

После составления перечня состояний определяются моменты, на которые должно фиксироваться то или иное состояние изучаемого процесса. Отбор самих моментов может определяться случайно, например, на основе таблицы случайных чисел, и через строго определенные интервалы времени (периодически) по принципу механической выборки. Проводя наблюдение в заранее выбранные моменты, отмечают то состояние процесса, в котором обнаруживается единица наблюдения, а затем после нескольких таких наблюдений на протяжении определенного отрезка времени и обработки данных наблюдения определяется доля отметок того или иного состояния в общем числе отметок. Таким образом, возвращаясь к приведенному выше примеру, можно определить структуру использования рабочего времени оборудования, т. е. долю времени в работе, наладке, простое.

Этот метод моментных наблюдений был предложен в 1938 г. английским статистиком Типпетом для определения длительности отдельных элементов производственного процесса.

## § 2 ПОНЯТИЕ ОБ ОШИБКАХ ВЫБОРКИ

Задачей выборочного наблюдения является определение характеристик генеральной совокупности по выборочным данным. Чаще других при выборочном наблюдении исследуется либо среднее значение того или иного признака у единиц совокупности (например, средняя урожайность, средняя заработная плата рабочих, и т. д.), либо доля единиц, обладающих тем или иным признаком, т. е. удельный вес определенных единиц в совокупности (например, доля орошаемых земель, доля отдельных пород деревьев в лесном массиве и т. д.).

Выборочные показатели, как правило, не совпадают с соответствующими показателями генеральной совокупности, а несколько отличаются от них в одну или другую сторону, т. е. при выборочном наблюдении всегда могут возникнуть ошибки, которые можно подразделить на *ошибки регистрации* и *ошибки репрезентативности*.

Ошибки регистрации при выборочном наблюдении, как и при сплошном, могут возникнуть по разным причинам: и по вине того, кто проводит наблюдение, и по вине отвечающего на те или иные вопросы, и от способа наблюдения. Но если тщательно провести подготовку кадров и продумать организацию проведения наблюдения, то в силу ограниченности выборочной совокупности (по сравнению с генеральной совокупностью) ошибки регистрации можно свести к минимуму или во всяком случае уменьшить их по сравнению с ошибками регистрации сплошного наблюдения.

Ошибка репрезентативности (представительства) свойственна лишь выборочному наблюдению и представляет собой величину возможных расхождений между показателями выборочной и генеральной совокупности.

Ошибки репрезентативности, в свою очередь, могут иметь случайный характер и систематический.

Систематическая ошибка — это ошибка, тенденциозно искажающая величину исследуемого признака в сторону ее увеличения или уменьшения. Возникает она главным образом в результате нарушения случайности отбора.

Случайная ошибка — это ошибка, имеющая одинаковую величину вероятности в сторону увеличения или уменьшения изучаемого показателя; это ошибка, появление которой возможно в силу самого несплошного наблюдения, в силу того, что исследуется часть, а не вся совокупность.

Определение величины случайных ошибок репрезентативности и является одной из главных задач теории выборочного метода. Их фиксирование позволяет судить о точности выборки, о возможности распространения выборочных характеристик на генеральную совокупность.

Если среднюю величину изучаемого признака в выборочной

совокупности обозначить через  $\bar{x}$ , а в генеральной — через  $\bar{x}$ ; то абсолютная разность между ними, т. е.  $|\bar{x}-\bar{x}|$  будет ошибкой выборки для средней. Аналогично, если долю определенных исследуемых единиц в совокупности выборочной обозначить через  $\omega$ , а в генеральной — через  $p$ , то ошибка выборки для доли будет  $|\omega-p|$ .

Однако определить фактическую величину случайной ошибки выборки на основе непосредственного составления генеральной и выборочной средней (или доли), как это показано выше, практически невозможно, так как характеристики генеральной совокупности нам неизвестны и ради их определения и проводится выборочное наблюдение.

Случайные ошибки выборки определяются по формулам, разработанным на основе теории вероятностей, и носят вероятностный характер.

Теория выборочного метода, основанная на законе больших чисел, позволяет определить с определенной вероятностью максимальную (предельную) величину отклонений выборочных показателей от генеральных. Большая заслуга в разработке теории выборочного метода принадлежит выдающимся математикам: Я. Бернулли, С. Д. Пуассону, П. Л. Чебышеву, А. А. Маркову, А. М. Ляпунову и др. (а в советский период — А. Н. Колмогорову, С. Н. Бернштейну, А. Я. Хинчину, Б. В. Гнеденко, В. И. Романовскому и др.).

### § 3

## ОШИБКИ СОБСТВЕННО-СЛУЧАЙНОЙ ВЫБОРКИ

**Ошибки выборки при повторном отборе.** Рассмотрим некоторые вопросы теории выборочного метода и формулы ошибок выборки для собственно-случайной повторной выборки, так как именно применительно к этому методу были впервые разработаны основные положения теории выборочного метода.

При повторном собственно-случайном отборе каждая единица генеральной совокупности имеет одинаковую вероятность попасть в выборку. Если отбирается  $n$  единиц, то возможны различные комбинации единиц, попадающих в выборочную совокупность, но каждая из этих комбинаций также имеет одинаковую вероятность. Это легко проиллюстрировать следующей элементарной моделью выборки.

Предположим, генеральная совокупность состоит из 5 единиц со значениями определенного признака 4, 5, 6, 7, 8. Среднее значение признака и дисперсия в генеральной совокупности будут соответственно равны:  $\bar{x}=6$ , и  $\sigma_r^2=2$ .

Теперь представим, что из этой генеральной совокупности методом повторной случайной выборки отбираются две единицы.



Значения выборочной средней при этом могут быть различными в зависимости от того, в каком сочетании попадут в выборку отобранные единицы. Это видно из табл. 35.

Таблица 35

Возможные комбинации номеров отбираемых единиц	Сумма их значений	Выборочная средняя, $\bar{x}_i$	Возможные комбинации номеров отбираемых единиц	Сумма их значений	Выборочная средняя, $\bar{x}_i$
1 и 1	4+4=8	4,0	3 и 3	6+6=12	6,0
1 и 2	4+5=9	4,5	3 и 4	6+7=13	6,5
1 и 3	4+6=10	5,0	3 и 5	6+8=14	7,0
1 и 4	4+7=11	5,5	4 и 1	7+4=11	5,5
1 и 5	4+8=12	6,0	4 и 2	7+5=12	6,0
2 и 1	5+4=9	4,5	4 и 3	7+6=13	6,5
2 и 2	5+5=10	5,0	4 и 4	7+7=14	7,0
2 и 3	5+6=11	5,5	4 и 5	7+8=15	7,5
2 и 4	5+7=12	6,0	5 и 1	8+4=12	6,0
2 и 5	5+8=13	6,5	5 и 2	8+5=13	6,5
3 и 1	6+4=10	5,0	5 и 3	8+6=14	7,0
3 и 2	6+5=11	5,5	5 и 4	8+7=15	7,5
			5 и 5	8+8=16	8,0

Как видно из табл. 35, при повторной выборке двух единиц из пяти возможно 25 комбинаций различных пар, дающих в результате то или иное значение выборочной средней.

Таблица 36

Выборочная средняя, $\bar{x}_i$	Число таких средних, $f_i$	Вероятность, $p_i$	Ошибка выборочной средней, $\bar{x}_i - \bar{x}$
4,0	1	0,04	-2,0
4,5	2	0,08	-1,5
5,0	3	0,12	-1,0
5,5	4	0,16	-0,5
6,0	5	0,20	0
6,5	4	0,16	+0,5
7,0	3	0,12	+1,0
7,5	2	0,08	+1,5
8,0	1	0,04	2,0
—	25	1,00	—

При этом наблюдается повторение отдельных вариантов выборочной средней. Если записать все варианты выборочной средней и определить их частоты, то получим следующее распределение выборочных средних (табл. 36).

В этой же таблице (пр. 3) определена вероятность каждой из выборочных средних как частное от деления частоты каждой средней на общее их число (так как вероятность определяется отношением числа случаев-шансов, благоприятных наступлению данного события, к числу всех возможных случаев-шансов).

В последней графе показаны ошибки выборочной средней ( $\bar{x} - \bar{x}$ ).

Как видно из табл. 36, различные значения выборочной средней имеют неодинаковую вероятность. Чем больше отклоняется выборочная средняя от генеральной, тем меньше ее вероятность. (При большом числе наблюдений распределение вероятностей выборочных средних подчиняется закону нормального распределения.)

Отдельные выборочные средние ( $\bar{x}_i$ ) в нашем примере принимают значения от 4 до 8. Средняя из них точно совпадает с генеральной средней независимо от того, будем ли мы рассчитывать ее, взвешивая по частотам ( $m_i$ ) или по вероятностям ( $p_i$ ).

Так, при взвешивании по частотам получаем

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 1 + 4,5 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + \dots + 7,5 \cdot 2 + 8 \cdot 1}{1 + 2 + 3 \dots + 2 + 1} = \frac{150}{25} = 6.$$

При взвешивании по вероятностям:

$$\bar{x} = 4 \cdot 0,04 + 4,5 \cdot 0,08 + 5 \cdot 0,12 + \dots + 7,5 \cdot 0,08 + 8 \cdot 0,04 = 6.$$

Средняя арифметическая, получаемая путем взвешивания отдельных вариантов на их вероятности, называется математическим ожиданием данной случайной величины. Математическое ожидание условно обозначают через  $M$  (иногда — через  $E$ ).

Таким образом, можно записать, что  $M(\bar{x}) = \sum \bar{x}_i p_i = \bar{x}$ , т. е. математическим ожиданием выборочной средней является генеральная средняя. Это утверждение имеет строго математическое доказательство, которое мы здесь опускаем.

(Если математическое ожидание выборочной характеристики совпадает с величиной этой характеристики в генеральной совокупности, то такая характеристика называется несмещенной оценкой. Таким образом, о выборочной средней можно сказать, что она является несмещенной оценкой генеральной средней.)

Отдельные значения выборочной средней могут отличаться от генеральной средней, т. е. от своего математического ожидания.

В каждом конкретном случае выборки реализуется лишь одно из возможных значений выборочной средней и, следовательно, каждый раз возникает определенная ошибка ( $\bar{x} - \bar{x}$ ), т. е. отклонение выборочной средней от генеральной, которое имеет ту же вероятность, что и выборочная средняя. Отсюда возникает необходимость оценки выборочных данных, т. е. определения возможных расхождений выборочной средней и генеральной.

При определении точности выборочных показателей различают среднюю ошибку и предельную.

*Средняя ошибка выборки* есть не что иное, как среднее квадратическое отклонение возможных значений выборочной средней от генеральной средней, т. е. от своего математического ожидания.

Если математическое ожидание дисперсии выборочной средней обозначить через  $\mu^2$  и записать  $\mu^2 = M(\bar{x}_i - \bar{x})^2$ , то корень квадрат-

ный из этой дисперсии, т. е.  $\mu$ , и есть средняя ошибка выборочной средней:

$$\mu = \sqrt{M(\tilde{x}_i - \bar{x})^2}.$$

Рассчитаем среднюю ошибку выборочной средней в нашем примере. Для этого возведем в квадрат найденные выше отклонения отдельных вариантов выборочной средней от генеральной средней, умножим их на вероятности, суммируем и из результата извлечем корень квадратный. Все указанные расчеты показаны в табл. 37.

Отсюда средняя ошибка выборочной средней равна

$$\mu = \sqrt{M(\tilde{x}_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\sum (\tilde{x}_i - \bar{x})^2 p_i} = \sqrt{1} = 1.$$

Таблица 37

$\tilde{x}_i$	$p_i$	$(\tilde{x}_i - \bar{x})$	$(\tilde{x}_i - \bar{x})^2$	$(\tilde{x}_i - \bar{x})^2 p_i$
4,0	0,04	-2,0	4,00	0,16
4,5	0,08	-1,5	2,25	0,18
5,0	0,12	-1,0	1,00	0,12
5,5	0,16	-0,5	0,25	0,04
6,0	0,20	0	0	0
6,5	0,16	+0,5	0,25	0,04
7,0	0,12	+1,0	1,00	0,12
7,5	0,08	+1,5	2,25	0,18
8,0	0,04	+2,0	4,00	0,16
-	1,00	-	-	1,00

Мы определили среднюю ошибку выборки, рассчитав предварительно все возможные значения выборочной средней. Практически же такие расчеты производить трудно, а порой и невозможно, когда речь идет о выборке не двух, а большого числа единиц из больших массивов генеральной совокупности. Но в этом нет и необходимости. Средняя ошибка выборки определяется по другим формулам.

В математической статистике доказывается, что дисперсия возможных значений выборочной средней, т. е.  $\mu^2$ , в  $n$  раз меньше дисперсии генеральной совокупности, т. е.

$$\mu^2 = \frac{\sigma_r^2}{n}.$$

Нетрудно заметить, что и в нашем примере дисперсия выборочных средних ( $\mu^2 = 1$ ) в два раза меньше дисперсии генеральной совокупности ( $\sigma_r^2 = 2$ ). Но два — это объем нашей выборки. Следовательно, мы могли получить  $\mu^2$  путем деления  $\sigma_r^2$  на 2.

Таким образом, формула средней ошибки выборки может быть записана как

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma_r^2}{n}} \text{ или } \mu = \frac{\sigma_r}{\sqrt{n}}, \quad (1)$$

где  $n$  — число единиц выборочной совокупности (объем выбор-

ки), а  $\sigma_r$  — среднее квадратическое отклонение исследуемого признака в генеральной совокупности.

Из этой формулы видно, что средняя ошибка выборки прямо пропорциональна среднему квадратическому отклонению (показателю вариации признака) и обратно пропорциональна корню квадратному из числа наблюдений (объема выборки). Другими словами, ошибка выборки будет тем меньше, чем больше объем выборки и чем меньше вариация признака в генеральной совокупности.

Записанная выше формула (1) является теоретической. При ее использовании предполагается знание дисперсии генеральной совокупности. Практически же вариация признака в генеральной совокупности точно неизвестна. Поэтому на практике в формуле средней ошибки выборки пользуются значением дисперсии, рассчитанной для выборочной совокупности ( $\sigma_B^2$ ), т. е. расчетная формула средней ошибки (для среднего значения признака) имеет вид

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma_B^2}{n}}. \quad (2)$$

Поскольку дисперсия выборочной совокупности не равна дисперсии генеральной совокупности, то ошибка выборки, рассчитанная по этой формуле, будет приближенной.

Однако легко можно найти соотношение между  $\sigma_r^2$  и  $\sigma_B^2$  и выразить генеральную дисперсию через выборочную дисперсию. Согласно правилу сложения вариации, выраженному правилом сложения дисперсий, дисперсия в генеральной совокупности складывается за счет вариации отдельных вариантов от выборочной средней и за счет отклонений выборочных средних от генеральной, т. е.

$$M(x - \bar{x})^2 = M(x - \bar{x})^2 + M(\bar{x} - x)^2.$$

В левой части — дисперсия генеральной совокупности  $\sigma_r^2$ . В правой части первое слагаемое есть дисперсия выборочной совокупности  $\sigma_B^2$ , а второе слагаемое есть  $\frac{\sigma_r^2}{n}$ .

Отсюда  $\sigma_r^2 = \sigma_B^2 + \frac{\sigma_r^2}{n}$ , а

$$\sigma_B^2 = \sigma_r^2 - \frac{\sigma_r^2}{n} = \sigma_r^2 \frac{n-1}{n}.$$

Следовательно,

$$\sigma_r^2 = \frac{\sigma_B^2 n}{n-1}.$$

Подставляя в формулу (1) вместо  $\sigma_r^2$  найденное выше значение  $\frac{\sigma_B^2 n}{n-1}$ ,

получим

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma_B^2 n}{(n-1)n}} = \sqrt{\frac{\sigma_B^2}{n-1}}. \quad (3)$$

При большом числе  $n$  вычитаемая единица существенно не изменяет величину ошибки выборки, поэтому обычно в формуле ошибки выборки значение выборочной дисперсии делится на  $n$ , т. е.

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma_B^2}{n}}$$

И только в случаях так называемой малой выборки, когда объем выборки не превышает 20, вычитаемой из знаменателя единицей игнорировать нельзя, и в случаях малой выборки средняя ошибка выборки рассчитывается по формуле (3).

**Предельная ошибка выборки.** В каждой конкретной выборке расхождение между выборочной средней и генеральной, т. е.  $|\bar{x} - \bar{x}|$ , может быть меньше средней ошибки выборки  $\mu$ , равно ей или больше ее. (Это видно и из данных приводимого выше примера.)

Причем каждое из этих расхождений имеет различную вероятность. Поэтому фактические расхождения между выборочной средней и генеральной  $|\bar{x} - \bar{x}|$  можно рассматривать как некую предельную ошибку, связанную со средней ошибкой  $\mu$  и гарантируемую с определенной вероятностью ( $P$ ). Обозначив предельную ошибку через  $\Delta$ , можно рассчитать ее по формуле:  $\Delta = t\mu$ ,

где  $\mu$  — средняя ошибка выборки, а

$t$  — так называемый коэффициент доверия, зависящий от того, с какой вероятностью определяется предельная ошибка.

Формула предельной ошибки выборки вытекает из основных положений теории выборочного метода, сформулированных в ряде теорем теории вероятностей, отражающих закон больших чисел.

Одной из главных теорем, лежащих в основе теории выборочного метода, является теорема Чебышева. Применительно к выборочному методу теорема Чебышева может быть сформулирована следующим образом: *сколь угодно близка к единице вероятность того, что при достаточно большом объеме выборки и ограниченной дисперсии генеральной совокупности разность между выборочной средней ( $\bar{x}$ ) и генеральной средней ( $\bar{x}$ ) будет сколь угодно мала, т. е. не превзойдет заданного предела  $t\mu$ .*

Теорему Чебышева можно записать в следующем виде:

$$P(|\bar{x} - \bar{x}| \leq t\mu) \rightarrow 1, \\ \text{при } n \rightarrow \infty$$

т. е. на основе этой теоремы можно сказать, что по мере увеличения объема выборки расхождения между выборочной средней и генеральной будут сокращаться и что это гарантируется с вероятностью, близкой к единице. Но какова вероятность наступления каждого значения  $t\mu$ , эта теорема не определяет.

Эта неопределенность в дальнейшем была устранена Ляпуновым, который доказал, что при достаточно большом числе наблюдений и ограниченной дисперсии распределение вероятностей вы-

борочных средних, а следовательно, и их отклонений от генеральной средней подчиняется закону нормального распределения, и поэтому вероятность ( $P$ ) наступления той или иной величины предельной ошибки  $\Delta = t\mu$  может быть рассчитана как функция от  $t$  по интегралу Лапласа.

Теорема Ляпунова, именуемая центральной предельной теоремой Ляпунова, применительно к выборочному методу может быть сформулирована следующим образом: *при достаточно большом объеме выборки и ограниченной дисперсии генеральной совокупности вероятность того, что разность между выборочной средней*

*и генеральной средней будет в пределах  $\pm t\mu = \pm t \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  равна*

$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

С учетом теоремы Ляпунова записанное ранее неравенство Чебышева получает определенность и может быть выражено следующим образом:

$$P(|\tilde{x} - \bar{x}| \leq t\mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

или

$$P\left(|\tilde{x} - \bar{x}| \leq t \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Стоящий в правой части равенства интеграл Лапласа является функцией от  $t$ . Рассчитанные по этой формуле величины вероятностей ( $P$ ) для разных  $t$  табулированы, т. е. имеются специальные таблицы значений вероятностей для разных  $t$  (см. Приложение, табл. 2).

По таблице определяем, что

при  $t=1$   $P(\Delta \leq \mu) = 0,683$ ,

при  $t=2$   $P(\Delta \leq 2\mu) = 0,954$ ,

при  $t=3$   $P(\Delta \leq 3\mu) = 0,997$ .

Эти значения соответствующих друг другу  $t$  и  $P$  рекомендуется запомнить.

Эти показатели означают, что с вероятностью, равной 0,683, можно утверждать, что предельная ошибка выборки не превзойдет  $\mu$ ; с вероятностью 0,954 можно утверждать, что предельная ошибка  $\Delta$  (расхождение между выборочной и генеральной средней) не превзойдет двукратную среднюю ошибку, т. е.  $2\mu$ ; и наконец, с вероятностью, равной 0,997, можно утверждать, что предельная ошибка не превзойдет  $3\mu$ .

Поскольку предельная ошибка выборки связана со средней ошибкой и коэффициентом доверия, то расчет ее производится в следующем порядке: 1) по выборочным данным определяется

средняя ошибка выборки, т. е.  $\mu$ ; 2) задается вероятность ( $P$ ), с которой искомая предельная ошибка гарантируется (так называемая доверительная вероятность); 3) в соответствии с доверительной вероятностью по таблицам определяется  $t$ ; 4) и наконец, средняя ошибка выборки умножается на  $t$ , т. е. находится  $\Delta = \pm t\mu$ .

**Ошибка при определении доли.** Приведенные выше формулы ошибок выборки рассматривались для оценки по выборочным данным генеральной средней, т. е. речь шла об ошибках средней величины признака.

Рассмотренные формулы применимы и для определения ошибок выборки при установлении доли тех или иных единиц в совокупности. При этом следует лишь вместо дисперсии  $\sigma_r^2$  пользоваться показателем дисперсии альтернативного признака, которая, как указывалось на с. 87, равна произведению доли единиц, обладающих данным признаком ( $p$ ), на долю единиц, не обладающих данным признаком ( $1-p=q$ ), т. е. равна  $pq$ .

Тогда теоретическая формула средней ошибки для доли запишется как

$$\mu = \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

а предельная ошибка выразится как

$$\Delta = t \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

Поскольку и в данном случае генеральная доля ( $p$ ) неизвестна (ради ее определения и проводится выборочное обследование), то для практических целей используются расчетные формулы, в которых вместо генеральной доли  $p$  принимается выборочная частота  $w$ .

Таким образом формула средней ошибки для доли будет

$$\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$$

И соответственно предельная ошибка для доли будет исчисляться по формуле

$$\Delta = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$$

**Ошибки выборки при бесповторном отборе.** Все формулы приведенных выше ошибок выборки рассматривались применительно к повторному отбору. Однако на практике чаще применяется бесповторный отбор, гарантирующий более точные результаты (большую репрезентативность), поскольку при этом отборе исключается возможность повторного обследования одних и тех же единиц генеральной совокупности.

Большая точность результатов бесповторной выборки находит отражение и в формулах ошибок выборки для средней и доли. Для бесповторного отбора формулы ошибок выборки, приведенные выше, используются с некоторыми коррективами. В частности в указанных ранее формулах появляется дополнительный множи-

тель  $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$  или  $\sqrt{1 - \frac{n}{N}}$ , если пренебречь единицей в зна-

менателе при больших значениях  $N$ .

Следовательно, в случае бесповторного отбора формула предельной ошибки для средней будет

$$\Delta = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

а для доли

$$\Delta = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}.$$

Поскольку множитель под корнем  $\left(1 - \frac{n}{N}\right)$  всегда меньше еди-

ницы, то очевидно, что предельная ошибка выборки, рассчитываемая по формулам бесповторного отбора, будет меньше, чем при расчете по формулам повторного отбора, что и подтверждает большую репрезентативность бесповторного отбора.

Однако на практике при организации бесповторного отбора часто используются формулы для повторного отбора. Это имеет место в тех случаях, когда численность единиц генеральной совокупности ( $N$ ) неизвестна или безгранична или когда  $n$  очень мало по сравнению с  $N$  и, по существу, введение дополнительного множителя, близкого по значению к 1, не повлияет на величину ошибки выборки.

#### § 4 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФОРМУЛ ПРЕДЕЛЬНОЙ ОШИБКИ ВЫБОРКИ

На основе формул предельной ошибки выборки, разработанных математической теорией выборочного метода, могут решаться следующие задачи.

1. Определение доверительных пределов генеральной средней (или доли) с заданной вероятностью.
2. Определение вероятности того, что расхождение между выборочными и генеральными характеристиками не превзойдет определенную заданную величину.
3. Определение необходимой численности (объема) выборки, которая с определенной вероятностью обеспечит заданную точность выборочных показателей.



Рассмотрим решение каждой из этих задач на конкретных примерах.

**Определение доверительных пределов генеральных характеристик.**

а) *Определение доверительных пределов средней.* При решении задач этого типа рассчитываются выборочная средняя ( $\bar{x}$ ) и с заданной вероятностью  $P$  предельная ошибка выборки  $\Delta = t\mu$ , на основании которой определяются доверительные пределы для генеральной средней:  $\bar{x} - t\mu \leq \bar{x} \leq \bar{x} + t\mu$ . Предположим, на опытном участке лесонасаждений для определения диаметра саженцев методом собственно-случайной выборки обследовано 100 деревьев саженцев, для которых определены средний диаметр и дисперсия:  $\bar{x} = 20$  мм и  $\sigma_B^2 = 25$ .

Необходимо с вероятностью  $P = 0,9545$  определить доверительные пределы среднего диаметра саженцев на всем участке.

Предельную ошибку  $\Delta = t\mu$  определяем по формуле повторного отбора, так как численность генеральной совокупности ( $N$ ) неизвестна. По Приложению, табл. 2 для вероятности  $P = 0,9545$  находим  $t = 2$ .

Таким образом, получаем

$$\Delta = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = 2 \sqrt{\frac{25}{100}} = 1 \text{ и } \bar{x} = \tilde{x} \pm \Delta.$$

Отсюда доверительные интервалы (пределы) генеральной средней будут следующими:

$$\begin{aligned} 20 - 1 &\leq \bar{x} \leq 20 + 1, \\ 19 &\leq \bar{x} \leq 21, \end{aligned}$$

т. е. с вероятностью  $P = 0,954$  можно утверждать, что средний диаметр саженцев на участке колеблется в пределах от 19 до 21 мм.

б) *Определение доверительных пределов доли.* Аналогично решается задача и при определении пределов для генеральной доли.

Предположим, среди выборочно обследованных (проверенных) 400 единиц продукции 20 оказалось бракованных, т. е. выборочная доля (частость) брака  $w = 20/400 = 0,05$ . С вероятностью  $P = 0,95$  определить долю брака в генеральной совокупности.

По Приложению табл. 2 для вероятности  $P = 0,95$  находим  $t = 1,96$ .

Предельная ошибка для доли будет равна

$$\Delta = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}} = 1,96 \sqrt{\frac{0,05 \cdot 0,95}{400}} = 0,02.$$

(Как и в предыдущем случае, используем формулу повторного отбора, поскольку численность единиц генеральной совокупности не дана.)

Генеральная доля будет равна:  $p = w \pm \Delta = w \pm t\mu$ . А довери-

тельные пределы генеральной доли будут выражаться следующим образом:  $\omega - t\mu \leq p \leq \omega + t\mu$ . Конкретно в нашем примере доверительные пределы генеральной доли брака составят:

$$\begin{aligned} 0,05 - 0,02 \leq p \leq 0,05 + 0,02, \\ 0,03 \leq p \leq 0,07 \end{aligned}$$

Таким образом с вероятностью  $P = 0,95$  можно утверждать, что доля бракованной продукции колеблется от 0,03 до 0,07 (или от 3 до 7%).

**Определение доверительной вероятности.** При расчете выборочных характеристик может ставиться задача определения вероятности допуска той или иной ошибки, т. е. отклонения от соответствующих характеристик генеральной совокупности не более чем на определенную заданную величину, которую можно рассматривать как предельную ошибку выборки  $\Delta = t\mu$ .

Предположим, из стада в 1000 голов собственно-случайной бесповторной выборкой обследовано 250 коров на определение средней жирности молока. Средняя жирность молока по выборочным данным оказалась равной 3,8% при среднем квадратическом отклонении 1,2% (т. е.  $\bar{x} = 3,8\%$  и  $\sigma_v = 1,2\%$ ).

Необходимо определить, с какой вероятностью можно утверждать, что при определении средней жирности молока допущена ошибка не более 0,2% (т. е.  $\Delta \leq 0,2\%$ ).

Поскольку вероятность является функцией  $t$ , то необходимо определить по исходным данным  $t$  (по формуле  $t = \frac{\Delta}{\mu}$ ), а затем по соответствующей таблице найти вероятность, соответствующую данному значению  $t$ .

Вначале определим среднюю ошибку выборки:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{1,44}{250} \left(1 - \frac{250}{1000}\right)} = 0,065.$$

Затем находим

$$t = \frac{\Delta}{\mu} = \frac{0,2}{0,065} = 3,08.$$

Для данного значения  $t = 3,08$  (см. Приложение, табл. 2) определяем вероятность  $P = 0,9979$ .

Таким образом, почти достоверно можно утверждать, что при определении по выборочным данным средней жирности молока ( $\bar{x} = 3,8\%$ ) допущена ошибка, не превышающая 0,2%.

Аналогично решаются задачи и при определении доверительной вероятности допуска той или иной заданной ошибки для доли.

**Определение необходимой численности выборки.** При проведении выборочного наблюдения очень важно правильно опреде-

лить численность (объем) выборочной совокупности, которая с определенной вероятностью обеспечит заданную точность результатов наблюдения. Формулы для определения необходимой численности выборки ( $n$ ) легко получить непосредственно из формул ошибок выборки.

Так, из формулы предельной ошибки выборки для *повторного*

$$\text{отбора } \Delta = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} \text{ нетрудно записать, что } n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2} \text{ (для средней)}$$

или, если вместо  $\sigma^2$  подставить  $pq$  — дисперсию альтернативного признака,

$$n = \frac{t^2 pq}{\Delta^2} \text{ (для доли).}$$

Аналогично из формулы предельной ошибки выборки для *бес-*

$$\text{повторного отбора } \Delta = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} \text{ находим, что}$$

$$n = \frac{N t^2 \sigma^2}{N \Delta^2 + t^2 \sigma^2} \text{ (для средней)}$$

и

$$n = \frac{N t^2 pq}{N \Delta^2 + t^2 pq} \text{ (для доли).}$$

Как видно из приведенных формул, для определения необходимой численности выборки нужно знать  $\sigma^2$  или  $pq$ , т. е. дисперсию в генеральной совокупности. Однако до выборки она практически неизвестна. Поэтому приходится определять ее ориентировочно на основе пробной выборки, или по данным аналогичных обследований в прошлом, или другим способом. Так, например,  $\sigma$  можно иногда определить чисто эмпирически следующим образом. Если предположительно известно минимальное и максимальное значение признака  $x$  в совокупности и можно считать распределение близким к нормальному, то, приняв размах вариации ( $x_{\max} - x_{\min}$ ) за  $6\sigma$ , путем деления последнего на 6 (или для большей гарантии на 5) определяем  $\sigma$ .

Дисперсию альтернативного признака  $pq$  также можно до выборки определить ориентировочно исходя из предположения о возможном предельном значении  $p$  в генеральной совокупности. Например, если по опыту известно, что для определенной продукции доля брака не превышает 8%, т. е.  $p = 0,08$ , то дисперсия принимается  $pq = 0,08 \cdot 0,92 = 0,0736$ . Если же ничего неизвестно о доле ( $p$ ), то можно принимать максимальное значение  $pq = 0,25$ , получаемое при предположении равенства  $p$  и  $q$ , т. е. если  $p = q = 0,5$ .

Рассмотрим конкретные примеры. 1. На заводе 5000 рабочих. Предполагается с помощью выборочного метода определить сред-

нюю месячную заработную плату. Каким должен быть объем выборки ( $n$ ), чтобы можно было с вероятностью  $P=0,997$  утверждать, что ошибка выборки не превысит 2 руб.? Дисперсия заработной платы по пробной выборке равна 100.

Подставляя в формулы для  $n$  значения  $N=5000$ ,  $\sigma^2=100$ ,  $\Delta=2$  и  $t=3$  (для  $P=0,997$ ), находим, что при повторном отборе

$$n = \frac{t^2\sigma^2}{\Delta^2} = \frac{9 \cdot 100}{4} = 225,$$

а при бесповторном отборе

$$n = \frac{Nt^2\sigma^2}{N\Delta^2 + t^2\sigma^2} = \frac{5000 \cdot 9 \cdot 100}{5000 \cdot 4 + 9 \cdot 100} = 215.$$

Таким образом, чтобы обеспечить заданную точность выборки при повторном отборе, необходимо выборочно обследовать 225 человек, а при бесповторном отборе — 215 человек.

2. Предположим, на факультете, где учится 1000 студентов, требуется выборочным методом определить долю студентов, занимающихся спортом. Какой должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью  $P=0,954$  можно было гарантировать ошибку выборки для доли не более 5% (т. е.  $\Delta \leq 0,05$ ).

Как и в предыдущей задаче, подставляя в формулы для  $n$  значения  $N=1000$ ,  $\Delta=0,05$ ,  $t=2$  и  $pq_{\max}=0,25$ , находим при повторном отборе:

$$n = \frac{t^2pq}{\Delta^2} = \frac{4 \cdot 0,25}{0,0025} = 400 \text{ человек}$$

и при бесповторном отборе

$$n = \frac{Nt^2pq}{N\Delta^2 + t^2pq} = \frac{1000 \cdot 4 \cdot 0,25}{1000 \cdot 0,0025 + 4 \cdot 0,25} = 285 \text{ человек.}$$

Таким образом, для обеспечения заданной точности при повторном отборе необходимо обследовать 400 студентов, а при бесповторном отборе — 285.

Рассмотренные выше формулы средней и предельной ошибок выборки (для средней и для доли) разработаны применительно к собственно-случайной выборке и используются при организации собственно-случайной выборки и ее разновидности — механической выборки. Для типической (районированной) и серийной (гнездовой) выборок эти формулы несколько видоизменяются, конкретизируются в соответствии с особенностями каждого метода.

## § 5 ОШИБКИ ВЫБОРКИ ПРИ ТИПИЧЕСКОЙ ВЫБОРКЕ

При типической выборке отбор единиц осуществляется не непосредственно из всей массы единиц генеральной совокупности, а из отдельных ее частей, выделенных по опре-

деленному существенному признаку. Следовательно, ошибка выборки при этом методе отбора будет зависеть не от вариации признака во всей совокупности, а от вариации признака внутри каждой группы, а эта внутригрупповая вариация измеряется средней из групповых дисперсий.

Поэтому при типической выборке в формулах ошибок выборки вместо общей дисперсии  $\sigma^2$  следует учитывать среднюю из групповых ( $\overline{\sigma_i^2}$ ), если речь идет о средней, и  $\omega(1-\omega)$ , если речь идет о доле.

Таким образом, формулы предельной ошибки выборки при типическом отборе можно записать следующим образом (табл. 38).

Таблица 38

Способ отбора	Предельная ошибка выборки	
	для средней	для доли
Повторный отбор	$\Delta = t \sqrt{\frac{\overline{\sigma_i^2}}{n}}$	$\Delta = t \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}}$
Бесповторный отбор	$\Delta = t \sqrt{\frac{\overline{\sigma_i^2}}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$	$\Delta = t \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$

Поскольку, исходя из правила сложения дисперсий, средняя из групповых дисперсий всегда меньше общей дисперсии, то очевидно, что при типическом отборе ошибка выборки будет меньше.

Записанные выше формулы применимы при пропорциональном отборе, т. е. когда из каждой выделенной группы отбирается одинаковый процент единиц.

Рассмотрим пример. Предположим, в совокупности рабочих одного из цехов предприятия ( $N=1000$  человек) выделены группы по профессиям и из каждой группы произведена 10%-ная бесповторная выборка для определения среднего процента выполнения норм.

Результаты исследования следующие (табл. 39).

Таблица 39

Профессии	Объем выборки, $n_i$	Средний процент выполнения норм, $\bar{x}_i$	Среднее квадратическое отклонение, $\sigma_i$
Слесари	20	102	2
Токари	50	108	4
Фрезеровщики	30	105	

Требуется определить с вероятностью  $P=0,954$  доверительные пределы процента выполнения норм всеми рабочими цеха.

Исчислим общую выборочную среднюю (для выполнения норм):

$$\bar{x} = \frac{\sum \tilde{x}_i n_i}{\sum n_i} = \frac{102 \cdot 20 + 108 \cdot 50 + 105 \cdot 30}{20 + 50 + 30} = 105,9\%$$

Рассчитываем среднюю из групповых дисперсий:

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 n_i}{\sum n_i} = \frac{4 \cdot 20 + 25 \cdot 50 + 16 \cdot 30}{20 + 50 + 30} = 18,1.$$

Тогда предельная ошибка выборки будет равна:

$$\Delta = t \sqrt{\frac{\bar{\sigma}_i^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 2 \sqrt{\frac{18,1}{100} \left(1 - \frac{100}{1000}\right)} = 0,4.$$

Следовательно,  $\bar{x} \pm \Delta$  или доверительные пределы генеральной средней равны:

$$105,9 - 0,4 \leq \bar{x} \leq 105,9 + 0,4,$$

$$105,5\% \leq \bar{x} \leq 106,3\%.$$

Для определения необходимой численности выборки при типическом отборе сначала определяется общая численность  $n$  по формуле

$$n = \frac{t^2 \bar{\sigma}_i^2}{\Delta^2} \quad (\text{для повторного отбора})$$

и

$$n = \frac{N t^2 \bar{\sigma}_i^2}{N \Delta^2 + t^2 \bar{\sigma}_i^2} \quad (\text{для бесповторного отбора}),$$

а затем уже определяется необходимый отбор из каждой группы в зависимости от вида отбора: пропорционального, непропорционального, оптимального, учитывающего и численность единиц в каждой группе, и вариацию признака.

## § 6 ОШИБКИ ВЫБОРКИ ПРИ СЕРИЙНОМ ОТБОРЕ

Наиболее распространенным способом серийного отбора является такой, при котором образуемые в генеральной совокупности и отбираемые при выборке серии (гнезда) являются равновеликими. Очевидно, что при серийной выборке, которая предусматривает сплошное наблюдение единиц в отобранных сериях, ошибка выборки будет зависеть, не от числа обследованных единиц совокупности, а от числа отобранных серий. Кроме того, ошибка выборки будет зависеть не от вариации при-

знака во всей совокупности, а от вариации серийных средних, которая измеряется межсерийной дисперсией.

Если общее число серий в генеральной совокупности обозначить через  $S$ , а число отобранных — через  $s$ , то формулы предельной ошибки выборки при серийном отборе можно записать следующим образом (табл. 40).

Т а б л и ц а 40

Способ отбора	Предельная ошибка выборки	
	для средней	для доли
Повторный отбор	$\Delta = t \sqrt{\frac{\delta_x^2}{s}}$	$\Delta = t \sqrt{\frac{\delta_p^2}{s}}$
Бесповторный отбор	$\Delta = t \sqrt{\frac{\delta_x^2}{s} \left( \frac{S-s}{S-1} \right)}$	$\Delta = t \sqrt{\frac{\delta_p^2}{s} \left( \frac{S-s}{S-1} \right)}$

В приводимых выше формулах при бесповторном отборе множитель под корнем  $\frac{S-s}{S-1}$  может выражаться и как  $1 - \frac{s}{S}$ , если

число серий  $S$  в генеральной совокупности значительно и единицей в знаменателе можно пренебречь.

Как и в случае типической выборки, ошибка выборки при серийном отборе будет меньше, чем при собственно-случайной выборке. Это вытекает из того, что межсерийная (межгрупповая) дисперсия, фигурирующая в формуле для серийного отбора, согласно правилу сложения дисперсий, меньше общей дисперсии генеральной совокупности.

Вопрос о необходимой численности выборки при серийном отборе сводится, по существу, к определению необходимого числа серий, при отборе которых будет обеспечена с той или иной вероятностью заданная точность результатов.

## § 7 КОМБИНИРОВАННАЯ ВЫБОРКА

В статистической практике выборочное наблюдение из больших массивов генеральной совокупности часто проводится в виде комбинированной, или ступенчатой, выборки. При комбинированной выборке выборочная совокупность единиц формируется в результате так называемого ступенчатого отбора. Например, для обследования успеваемости студентов факультета выборочную совокупность студентов можно сформировать в ре-

зультате двухступенчатого отбора: вначале провести случайный отбор групп (как серий), а затем в каждой группе методом механической или собственно-случайной выборки отобрать определенное число студентов.

При комбинированной выборке общая ошибка выборки складывается из ошибок, возможных на каждой ступени, и определяется как корень квадратный из квадратов ошибок соответствующих выборок. Так, например, если серийная выборка комбинируется с механической, то предельная ошибка выборки будет определяться по формуле

$$\Delta = t \sqrt{\frac{\delta^2}{s} \left( \frac{S-s}{S-1} \right) + \frac{\sigma^2}{n} \left( 1 - \frac{n}{N_s} \right)}.$$

Применение комбинированной выборки предполагает обязательное знание (или ознакомление) состава генеральной совокупности и составление обоснованной схемы отбора по ступеням.

## § 8 МАЛАЯ ВЫБОРКА

Рассмотренные выше формулы предельной ошибки выборки, основанные на нормальном распределении вероятностей и предположении о том, что размах между  $\bar{x}_{\max}$  и  $\bar{x}_{\min}$  примерно равен шестикратной средней ошибке, т. е.  $6\mu$ , применимы для выборок большого объема. Однако в практике иногда применяют и так называемые малые выборки. К последним обычно относят выборки, объем которых не превышает 20, т. е.  $n \leq 20$ .

При малых выборках распределение выборочных средних, а следовательно, и ошибок выборки отличается от нормального. Поэтому для оценки результатов малой выборки используют несколько видоизмененные формулы. Во-первых, средняя ошибка

малой выборки рассчитывается по формуле  $\mu_{м.в} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n-1}}$ , т. е. в

знаменателе подкоренного выражения принимается  $n-1$ . Во-вторых, для увязки средней ошибки малой выборки с предельной ( $\Delta_{м.в} = t\mu_{м.в}$ ) учитывается то, что при недостаточно большом объеме выборки стандартизованная разность между выборочной и генеральной средней  $\left( t = \frac{\bar{x} - \bar{x}}{\mu_{м.в}} \right)$  имеет распределение Стьюдента

(а не нормальное). Это распределение было открыто в 1908 г. английским математиком Стьюдентом (псевдоним В. Госсета) и имеет следующее выражение:

$$S(t) = C \left( 1 + \frac{t^2}{n-1} \right)^{-\frac{n}{2}}, \text{ где } C = \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\sqrt{\pi(n-1)} \Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)},$$



$S(t) = P(t)$  — вероятность того, что стандартизованная разность между выборочной и генеральной средней имеет величину  $t$ .

Стьюдент определил, что вероятность того или иного  $t$  не зависит от дисперсии признака в генеральной совокупности, а зависит лишь от  $n$  и от  $t$ .

На графике распределение Стьюдента представляет собой одностороннюю симметричную кривую, приближающуюся к нормальной по мере увеличения  $n$ . Вероятность того, что фактически полученное при выборке  $t_{\phi}$  будет не больше заданного  $t$ , измеряется площадью кривой влево от ординаты  $(t)$  и характеризуется интегралом

$$S(t) = C \int_{-\infty}^{+t} \left( 1 + \frac{t^2}{n-1} \right)^{-\frac{n}{2}} dt.$$

На практике пользуются готовыми таблицами распределений Стьюдента, т. е. значений функции  $S(t)$  для разных  $t$  и  $n$  (см. Приложение, табл. 5).

Нетрудно видеть, что если  $S(t) = P(t_{\phi} < t)$  — вероятность того, что фактически полученное при выборке  $t_{\phi}$  меньше заданного  $t$ , то  $1 - S(t) = P(t_{\phi} > t)$  — вероятность того, что фактически полученное при выборке  $t_{\phi}$  превзойдет заданное  $t$ .

Рассматривая стандартизованное отклонение  $t_{\phi}$  по модулю, т. е. с двух сторон кривой, можно записать, что

$$P(|t_{\phi}| > t) = 2[1 - S(t)],$$

т. е. это вероятность того, что фактическое отклонение превзойдет заданное значение  $t$  по абсолютной величине.

Отсюда вероятность того, что  $t_{\phi}$  будет внутри определенно заданных пределов (от  $-t$  до  $+t$ ), равна  $1 - 2[1 - S(t)]$ , т. е.  $P(|t_{\phi}| \leq t) = 2S(t) - 1$  или, что то же самое,

$$P(|\tilde{x} - \bar{x}| \leq t\mu_{\text{м.в.}}) = 2S(t) - 1 = C \int_{-t}^{+t} \left( 1 + \frac{t^2}{n-1} \right)^{-\frac{n}{2}} dt.$$

Последняя формула и применяется для нахождения пределов генеральной средней.

Другими словами, вероятность того, что генеральная средняя находится в определенных пределах ( $\tilde{x} \pm t\mu_{\text{м.в.}}$ ), определяется по формуле

$$P(\tilde{x} - t\mu_{\text{м.в.}} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + t\mu_{\text{м.в.}}) = 2S(t) - 1.$$

Таким образом, при малой выборке расчет доверительных пределов для генеральной средней строится на основе распределения Стьюдента. Рассмотрим следующие примеры.

Пример 1. Предположим, на участке леса выборочным мето-

дом обследовано 8 деревьев с целью определения деловой древесины в одном дереве. Выборочная средняя составила  $1,8 \text{ м}^3$  при среднем квадратическом отклонении  $\sigma = 0,28 \text{ м}^3$ . Требуется с вероятностью, равной 0,955, определить доверительные пределы для генеральной средней.

Решение. 1. Находим среднюю ошибку выборки:

$$\mu_{\text{м.в}} = \frac{0,28}{\sqrt{8-1}} = \frac{0,28}{2,65} = 0,11.$$

2. Из условия  $P(|\bar{x} - \bar{x}| \leq t_{\text{м.в}}) = 2S(t) - 1 = 0,955$  находим

$$S(t) = \frac{0,955 + 1}{2} = 0,978.$$

3. По таблице распределения вероятностей Стьюдента находим, что для  $n=8$  вероятности  $P=0,978$  соответствует  $t=2,3$ .

Следовательно, предельная ошибка  $\Delta = 2,3\mu_{\text{м.в}}$ , т. е.

$$\Delta = 2,3 \cdot 0,11 = 0,253.$$

Отсюда доверительные пределы генеральной средней равны:

$$1,8 - 0,253 < \bar{x} < 1,8 + 0,253, \\ 1,547 < \bar{x} < 2,053.$$

Таким образом, с вероятностью 0,955 можно утверждать, что в исследуемой совокупности в одном дереве содержится деловой древесины от 1,547 до 2,053  $\text{м}^3$ .

Пример 2. Предположим, на участке леса выборочно обследовано 10 деревьев с целью определения диаметра крон. Выборочная средняя составила 4,2 м при среднем квадратическом отклонении равном 0,6 м. Требуется определить вероятность того, что расхождение между генеральной средней и выборочной не превысит 0,3 м, т. е.  $P(|\bar{x} - \bar{x}| \leq 0,3) = ?$

Решение. 1. Находим среднюю ошибку выборки:

$$\mu_{\text{м.в}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}} = \frac{0,6}{\sqrt{10-1}} = 0,2.$$

2. Исходя из заданного значения предельной ошибки  $\Delta < 0,3$  находим  $t$ :

$$t = \frac{\Delta}{\mu_{\text{м.в}}} = \frac{0,3}{0,2} = 1,5.$$

3. По таблицам распределения вероятностей Стьюдента находим  $S(t)$  для  $t=1,5$  и  $n=10$ .  $S(t) = 0,916$ .

Отсюда  $P(|\bar{x} - \bar{x}| \leq t_{\text{м.в}}) = 2S(t) - 1 = 2 \cdot 0,916 - 1 = 0,832$ , т. е. вероятность того, что расхождение между выборочной и генеральной средней не превзойдет 0,3 м, равна 0,832.

Кратко ответ можно записать следующим образом:

$$P(3,9 < \bar{x} < 4,5) = 0,832.$$

Вместо таблиц распределения вероятностей Стьюдента  $S(t)$  и последующего пересчета  $[2S(t)-1]$  можно пользоваться готовыми таблицами значений функции  $P(t) = 2S(t)-1$ .

## § 9

### ОЦЕНКА СУЩЕСТВЕННОСТИ РАСХОЖДЕНИЯ ДВУХ ВЫБОРОЧНЫХ СРЕДНИХ

До сих пор, говоря о выборочном методе и расчете вероятностных ошибок для выборочных показателей, мы все рассуждения строили, основываясь на данных одной выборки.

Однако могут встретиться случаи, когда из генеральной совокупности производится одна, а затем вторая выборка, и значения двух выборочных средних (или доли) будут различны.

Предположим, в крупном хозяйстве (колхозе, совхозе) выборочно обследовано 80 коров для определения среднего дневного надоя молока. Спустя несколько дней из этой же генеральной совокупности повторно проведена выборка еще 120 коров.

В первом случае средний дневной надой молока получился равным 12 кг ( $\bar{x}_1 = 12$  кг), а во второй раз — 10 кг ( $\bar{x}_2 = 10$  кг).

Для каждой была рассчитана своя ошибка выборки  $\mu_1 = 2$  и  $\mu_2 = 1,5$ . Естественно, в таких случаях возникает потребность оценить расхождения, т. е. ответить на вопрос, случайны или существенны расхождения между  $\bar{x}_1$  и  $\bar{x}_2$ . В математической статистике доказывается, что для больших выборок средняя ошибка разности двух выборочных средних может быть определена по средним ошибкам каждой из этих выборочных средних на основе следующей формулы:

$$\mu_{\text{разн}} = \sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2}.$$

Следовательно, предельную допустимую ошибку разности можно рассматривать как  $3\mu_{\text{разн}}$ .

Для того чтобы ответить на вопрос, случайны или существенны расхождения между выборочными средними, пользуются обычно следующим отношением:

$$\frac{|\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2|}{\mu_{\text{разн}}}$$

Если это отношение меньше 3, то различия между  $\bar{x}_1$  и  $\bar{x}_2$  считают случайными. Если это отношение превышает 3, то можно говорить о существенности расхождений, и это, в частности, может свидетельствовать о том, что генеральная совокупность неоднородна и должна быть разбита на качественно-однородные подгруппы.

В нашем примере

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 12 - 10 = 2 \text{ кг.}$$

Средняя ошибка разности выборочных средних равняется:

$$\mu_{\text{разн}} = \sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2} = \sqrt{4 + 2,25} = 2,5.$$

Отсюда

$$\frac{\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2}{\mu_{\text{разн}}} = \frac{2}{2,5} = 0,8, \text{ т. е. } < 3.$$

Следовательно, гипотезу о случайности различия между выборочными средними можно считать неопровергнутой.

## § 10

### РАСПРОСТРАНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫБОРКИ НА ГЕНЕРАЛЬНУЮ СОВОКУПНОСТЬ

Конечной целью выборки является распространение выборочных данных на генеральную совокупность. Если исследователя интересуют средние показатели или доля, то в таком случае, как было указано выше, к выборочной средней или частоте прибавляется и вычитается предельная ошибка выборки и определяются доверительные интервалы средней (или доли) относительно генеральной совокупности.

Эти интервалы служат основой для оценки абсолютных, итоговых величин генеральной совокупности. В таких случаях для распространения выборочных данных необходимо, обязательно знать численность единиц генеральной совокупности.

Есть два способа распространения выборочных данных на генеральную совокупность: способ прямого пересчета и способ поправочных коэффициентов.

При первом способе среднее значение величины признака выборочной совокупности умножается на число единиц в генеральной совокупности.

Так, например, если средний настриг шерсти с одной овцы по выборочным данным ожидается в пределах 3,1—3,3 кг, а число овец в генеральной совокупности — 2000, то ожидаемый настриг шерсти со всех овец будет 6200—6600 кг.

Второй способ (точнее говоря, способы) применяется в более сложных случаях, например при обследовании совокупности по ряду признаков, отличающихся своей репрезентативностью, а также когда выборочное наблюдение проводится с целью уточнения результатов сплошного наблюдения.

Например, при сплошных переписях скота 10% всех хозяйств обследуется повторно. На основе обнаруженных расхождений рассчитывается поправочный коэффициент, на который корректируют данные сплошного наблюдения всей совокупности.

Выборочное наблюдение в настоящее время находит все большее применение, и поэтому многие вопросы теории и практики выборочного наблюдения требуют дальнейшего детального изучения и совершенствования.

## КОРРЕЛЯЦИЯ

## § 1

ПОНЯТИЕ О КОРРЕЛЯЦИОННОЙ  
ЗАВИСИМОСТИ

Одним из наиболее общих законов объективного мира является закон всеобщей связи и зависимости между явлениями. Естественно, что, исследуя явления в самых различных областях, приходится изучать связи и зависимости как между количественными, так и между качественными показателями.

Говоря о взаимосвязи и зависимости между отдельными явлениями, показателями, следует иметь в виду, что для количественных признаков (показателей) связи могут быть функциональными и корреляционными (статистическими).

Связь между переменными является функциональной, когда определенному значению одной переменной строго соответствует одно или несколько определенных значений другой переменной. Такие связи мы обычно встречаем в точных науках (математика, физика и т. д.). Например, площадь круга прямо пропорциональна квадрату его радиуса.

Совсем иного рода зависимости встречаются в области экономических и других явлений, где взаимно действуют многие факторы. Например, урожайность определенной культуры зависит от количества выпавших осадков. Но одному и тому же количеству осадков, выпавших в одном или разных районах, в разные годы, может соответствовать неодинаковая урожайность, ибо на нее кроме осадков влияли многие другие факторы. Такого рода зависимости между показателями, проявление которых варьирует в силу взаимодействия многих прочих факторов и которые проявляются лишь в общем, в среднем при массовом наблюдении, называются *корреляционными*. А метод изучения корреляционных связей называется *методом корреляции*.

Слово «корреляция» заимствовано из английского «*co-relation*» — соотношение, соответствие. Оно удачно отражает особенность зависимостей между показателями, у которых определенному значению одного показателя может соответствовать несколько значений другого.

Если в корреляционных зависимостях одному значению факторного признака ( $x$ ) соответствует несколько значений результативного признака ( $y$ ), то, очевидно, всегда можно определить среднее значение  $y$ , соответствующее определенному значению  $x$ .

Другими словами, корреляционная связь может проявляться в среднем при большом числе наблюдений в виде определенной

зависимости между средним значением результативного признака и признаками-факторами.

Отсюда основной задачей корреляционного метода является определение по данным большого числа наблюдений того, как с изменением факторного признака при прочих равных условиях меняется среднее значение результативного признака.

Эта задача может быть решена методом группировок и методом регрессионного и корреляционного анализов.

## § 2 МЕТОД ГРУППИРОВОК И ВЫЯВЛЕНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ

Располагая данными о двух корреляционно зависимых показателях у единиц какой-либо статистической совокупности, всегда можно путем простейшего приема группировки выявить эту зависимость.

Для этого достаточно провести группировку единиц изучаемой совокупности по факторному признаку и для каждой выделенной группы рассчитать среднее значение результативного показателя.

Если результативный признак зависит от факторного, то в изменении факторного признака и среднего значения результативного будет обнаруживаться определенная закономерность.

Сказанное хорошо иллюстрируется приведенной ранее табл. 4.

Говоря об использовании метода группировок для выявления корреляционной зависимости, следует иметь в виду, что это только прием, при помощи которого можно иллюстрировать наличие или отсутствие связи. Установить же зависимость между теми или иными показателями и правильно выбрать факторный признак, определяющий изменение результативного, — дело той конкретной области знания, к которой относятся изучаемые явления.

Часто для выявления взаимосвязи между двумя показателями используют специальные корреляционные таблицы, характеризующие распределение единиц совокупности по двум признакам. Эти таблицы являются исходной базой для расчета средних значений результативного признака по группам.

Ниже в качестве примера приведена корреляционная табл. 41, характеризующая зависимость между себестоимостью 1 ц зерна ( $y$ ) и урожайностью зерновых ( $x$ ) по данным 84 хозяйств.

По внешнему виду корреляционной таблицы, т. е. по расположению чисел в ней, можно судить о наличии или отсутствии связи между двумя показателями, положенными в основу группировки. Так, если числа разбросаны в таблице беспорядочно, то это свидетельствует либо об отсутствии всякой зависимости между группировочными признаками, либо о незначительной зависимости.

Чем ближе числа сконцентрированы к одной из диагоналей и центру таблицы, образуя своего рода эллипс, тем зависимость между показателями  $x$  и  $y$  теснее и ближе к линейной.

Таблица 41

Зависимость между урожайностью зерновых и себестоимостью 1 ц зерна

Урожайность, ц/га $x$	Себестоимость 1 ц, руб. $y$						Итого (число совхозов)	Средняя себестоимость 1 ц $y_i$
	до 3	3—5	5—7	7—9	9—11	11—13		
До 5				1			1	8,0
5—7				1			4	10,0
7—9			3	3	2	1	8	7,75
9—11		4	13	7	1		25	6,4
11—13		14	4	2			20	4,8
13—15	1	13	2	1			17	4,35
15—17	2	6					8	4,0
Свыше 17	1						1	2,0
Итого (число совхозов):	4	37	22	15	5	1	84	5,6

В итоговых строках и столбцах корреляционной таблицы даются два распределения: распределение по признаку  $x$  — итог справа по строкам и распределение по признаку  $y$  — итог снизу по графам. На основе этих распределений всегда можно для каждой группы значение признака  $x$ , рассчитать среднее значение признака  $y$ , т. е.  $\bar{y}_i$ , а затем проследить за его изменением от группы к группе (см. последнюю графу приведенной корреляционной табл. 41).

Как видно из корреляционной табл. 41, по мере увеличения урожайности средняя себестоимость 1 ц зерна снижается. Исключение составляет первая группа, но она может не приниматься во внимание, так как содержит лишь одну единицу.

Корреляционную зависимость можно изобразить для наглядности графически. При этом, имея  $n$  взаимосвязанных пар  $x$  и  $y$ , пользуясь прямоугольной системой координат, каждую такую пару изображают в виде точки на плоскости. Соединяя последовательно такие точки, получаем ломаную линию, именуемую эмпирической линией регрессии.

Если в рассматриваемом выше примере для каждой интервальной группы признака  $x$  (урожайности) рассчитать середины интервалов и рассматривать их взаимосвязанно со средними значениями  $y$  по группам, то на графике получим следующую эмпирическую линию регрессии (рис. 24).

График наглядно иллюстрирует снижение себестоимости 1 ц зерна по мере увеличения урожайности.

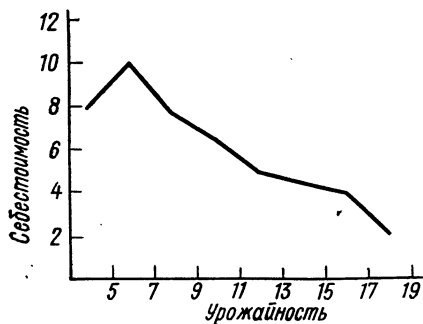


Рис. 24. Эмпирическая линия регрессии

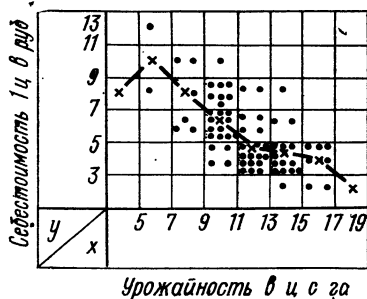


Рис. 25. Корреляционное поле и линия средних значений  $y$

Когда значительное число взаимосвязанных пар  $x$  и  $y$  изложено в корреляционной таблице, то целесообразнее по исходным данным построить корреляционное поле, а на его фоне уже строить по средним значениям эмпирическую линию регрессии.

Корреляционное поле представляет, по существу, ту же корреляционную таблицу, в клетках которой вместо чисел проставлено соответствующее число точек и заголовки которой перенесены в нижний левый угол (рис. 25).

Данное графическое изображение не только отражает общую зависимость, но и показывает концентрацию индивидуальных точек вокруг линии средних значений.

При изучении корреляционных связей возникает необходимость решить два вопроса: о форме связи и о тесноте зависимости.

### § 3 НАХОЖДЕНИЕ УРАВНЕНИЙ СВЯЗИ (УРАВНЕНИЙ РЕГРЕССИИ)

Первый вопрос о форме связи решается путем нахождения уравнения связи (уравнения регрессии).

В данном случае, изучая по графику характер изменения взаимно коррелируемых величин, необходимо описать зависимость между ними математически.

Уравнение связи (регрессии) позволяет определить, каким в среднем будет значение результивного признака ( $y$ ) при том или ином значении факторного признака  $x$ , если остальные факторы, влияющие на  $y$  и не связанные с  $x$ , рассматривать неизменными, т. е. абстрагироваться от них.

Связь между величинами может быть прямой и обратной. По аналитическому выражению связи различают: *прямолинейные* и *криволинейные*.



Первые имеют место, когда с возрастанием (или убыванием) значений  $x$  значения  $y$  увеличиваются (или убывают) более или менее равномерно, образуя на графике прямую линию. В этом случае уравнение связи записывается как  $\bar{y}_x = a_0 + a_1x$  ( $\bar{y}_x$  читается: «игрек, выравненный по икс»).

Криволинейная форма связи может выражаться различными кривыми, из которых простейшими будут:

1) парабола второго порядка  $\bar{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2$ ;

2) гипербола  $\bar{y}_x = a_0 + \frac{a_1}{x}$ ;

3) показательная функция  $\bar{y}_x = a_0a_1^x$  (последнюю можно привести к линейному виду, перейдя к логарифмам исходных данных:  $\lg \bar{y}_x = \lg a_0 + x \lg a_1$ );

4) степенная функция  $\bar{y}_x = a_0x^{a_1}$  и т. д.

Говоря о взаимозависимых парах  $x$  и  $y$ , мы везде рассматриваем  $y$  как функцию  $x$ , т. е.  $\bar{y}_x = f(x)$ . Но при изучении отдельных взаимозависимых показателей может ставиться и задача определения зависимости  $x$  от  $y$ , т. е.  $\bar{x}_y = \varphi(y)$ .

Вопрос о том, какой показатель рассматривать в качестве результативного, должен решаться в каждом конкретном случае, исходя из цели исследования.

После определения формы связи, т. е. вида уравнения регрессии, по эмпирическим данным определяются параметры искомого уравнения.

При этом отыскиваемые параметры должны быть такими, при которых бы рассчитанные по уравнениям теоретические значения результативного признака максимально приближались к эмпирическим данным.

Искомые параметры уравнения связи чаще всего находят с помощью способа наименьших квадратов, т. е. при условии, чтобы  $\Sigma(y - \bar{y}_x)^2 = \min$  (см. с. 94).

В зависимости от формы связи в каждом конкретном случае определяется своя система уравнений, позволяющая отыскать параметры, удовлетворяющие вышеназванному требованию минимизации.

Ниже мы рассмотрим отыскание параметров и нахождение уравнений связи для некоторых ее форм.

**Линейная зависимость.** В случае прямолинейной связи между  $x$  и  $y$  вида  $\bar{y}_x = a_0 + a_1x$  параметры уравнения  $a_0$  и  $a_1$  отыскиваются путем решения системы нормальных уравнений,

$$\begin{cases} na_0 + a_1\Sigma x = \Sigma y, \\ a_0\Sigma x + a_1\Sigma x^2 = \Sigma xy, \end{cases}$$

где  $n$  — число рассматриваемых пар взаимозависимых величин;

$\Sigma x$  — сумма значений факторного признака;

$\Sigma x^2$  — сумма квадратов значений факторного признака;

$\Sigma y$  — сумма значений результативного признака;

$\Sigma xy$  — сумма произведений значений факторного признака на значение результативного признака.

Вычислив по эмпирическим данным все записанные выше суммы и подставив их в систему уравнений, находим параметры искомой прямой.

При этом возможны два случая нахождения параметров уравнений регрессии: а) по данным о значении факторного и результативного признаков у каждой единицы совокупности (по списку), б) по сгруппированным данным (в виде корреляционной или иной таблицы).

Ниже показан расчет параметров уравнения связи между стоимостью основных фондов и валовой продукцией для случая «а», т. е. по данным 10 однородных предприятий (данные условные) (табл. 42).

Таблица 42

Основные производственные фонды млн. руб., $x$	Валовая продукция млн. руб., $y$	$x^2$	$xy$	$\bar{y}_x = -1,024 + 2,12x$
1,2	2,8	1,44	3,36	1,5
1,6	4,0	2,56	6,40	2,4
2,5	3,8	6,25	9,5	4,3
3,8	6,5	14,44	24,7	7,0
4,3	8,0	18,49	34,4	8,1
5,5	10,1	30,25	55,55	10,6
6,0	9,5	36,0	57,0	11,7
8,0	12,5	64,0	100,0	15,9
9,1	18,3	82,81	166,53	18,3
10,0	24,5	100,0	245,0	20,2
$\Sigma x = 52$ $n = 10$	$\Sigma y = 100$	$\Sigma x^2 = 356,24$	$\Sigma xy = 702,44$	$\Sigma \bar{y}_x = 100$

По найденным суммам записываем систему уравнений:

$$\begin{cases} 10a_0 + 52a_1 = 100, \\ 52a_0 + 356,24a_1 = 702,44. \end{cases}$$

Решая систему уравнений, находим  $a_0 = -1,024$ ;  $a_1 = 2,12$ . Таким образом, искомое уравнение регрессии (связи) будет  $\bar{y}_x = -1,024 + 2,12x$ .

Подставляя в данное уравнение последовательно значения  $x$ , получим выравненные значения результативного признака  $\bar{y}_x$ , которые показывают, каким теоретически должен быть средний размер валовой продукции при данном размере основных производственных фондов (при прочих равных условиях).

Выравненные (теоретические) значения (с округлением до десятых) показаны в последней графе таблицы.

На графике фактические и выравненные (рассчитанные по уравнению связи) значения выглядят следующим образом (рис. 26).

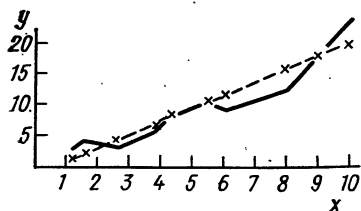


Рис. 26. Эмпирические и выравненные уровни ряда

Для нахождения параметров  $a_0$  и  $a_1$  при линейной зависимости могут быть предложены готовые формулы.

Так, для рассмотренного случая на основе определителей второго порядка получаем:

$$a_1 = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - \sum x \sum x}, \quad (1)$$

или (после деления на  $n$ )

$$a_1 = \frac{\sum xy - \bar{x} \bar{y} n}{\sum x^2 - \bar{x}^2 n}, \quad (2)$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}.$$

Для нашего примера:

$$a_1 = \frac{10 \cdot 702,44 - 52 \cdot 100}{10 \cdot 356,24 - 52 \cdot 52} = 2,12.$$

$a_0 = 10 - 2,12 \cdot 5,2 = -1,024$ , т. е. ответ, как и следовало ожидать, тот же.

Найденный в уравнении линейной регрессии коэффициент  $a_1$  при  $x$  именуют *коэффициентом регрессии*. Коэффициент регрессии показывает, на сколько изменяется результативный признак  $y$  при изменении факторного признака  $x$  на единицу.

**Коэффициент эластичности.** В экономическом анализе часто используют рассчитываемые на основе уравнений регрессии *коэффициенты эластичности* результативного признака относительно факторного.

*Коэффициент эластичности* ( $\Theta$ ) показывает, на сколько процентов изменяется в среднем результативный признак  $y$  при изменении факторного признака  $x$  на 1%.

Коэффициент эластичности рассчитывается по формуле

$$\Theta = \frac{\partial \bar{y}_x}{\partial x} \frac{x}{\bar{y}_x},$$

где  $\frac{\partial \bar{y}_x}{\partial x}$  — первая производная уравнения регрессии  $y$  по  $x$ .

Коэффициент эластичности для большинства форм связи величина переменная, т. е. изменяется с изменением фактора  $x$ .

Так, для линейной зависимости ( $\bar{y}_x = a_0 + a_1 x$ )

$$\Theta = a_1 \frac{x}{a_0 + a_1 x}.$$

Применительно к уравнению регрессии, приведенному на с. 137 и выражающему зависимость объема валовой продукции от размера (стоимости) основных производственных фондов. ( $\bar{y}_x = -1,024 + 2,12x$ ), коэффициент эластичности будет равен

$$\Xi = \frac{2,12x}{-1,024 + 2,12x}$$

Подставляя в данное выражение разные значения  $x$ , будем получать и различные значения  $\Xi$ . Так, например, при  $x=5$   $\Xi = 1,11$ , а при  $x=8$   $\Xi=1,09$  и т. д. Это значит, что при увеличении основных фондов  $x$  с 5 до 5,05 млн. руб., т. е. на 1%, объем валовой продукции ( $y$ ) возрастет в среднем на 1,11% прежнего уровня; при увеличении  $x$  с 8 до 8,08 млн. руб., т. е. на 1%, объем валовой продукции возрастет на 1,09% прежнего уровня.

**Расчет параметров уравнения регрессии по сгруппированным данным.** Если наблюдение ведется над большим числом пар значений  $x$  и  $y$ , то, как указывалось ранее, такие данные удобнее располагать в виде корреляционной таблицы (корреляционной решетки) и расчет необходимых для решения системы сумм тогда проводится с учетом частот каждого признака в отдельности и совместных для двух признаков. Другими словами, если частоты каждого признака обозначить через  $m_x$  и  $m_y$ , то для решения системы рассчитываются  $\Sigma x m_x$ ,  $\Sigma x^2 m_x$ ,  $\Sigma y m_y$  и  $\Sigma x y m_{xy}$ .

Если значения признаков  $x$  и  $y$  в корреляционной таблице даны в интервале «от и до», то для каждого интервала должна быть рассчитана середина интервала (центральное значение). И, если это возможно, в целях упрощения счета переменные  $x$  и  $y$  заменяются новыми переменными  $x'$  и  $y'$ , уменьшенными по сравнению с первоначальными.

Уравнение связи в таком случае находится между  $x'$  и  $y'$ , а затем путем подстановки соответствующих значений новых переменных (например,  $x' = \frac{x-a}{k}$  и  $y' = \frac{y-b}{l}$ ) переходят к уравнению

регрессии между  $x$  и  $y$ .

Рассмотрим на примере расчет уравнения регрессии в виде прямой по данным корреляционной таблицы, отражающей распределение 100 предприятий области по двум показателям: росту производительности труда и валовой продукции в процентах к предыдущему году (табл. 43).

Рассчитав среднее значение  $y$  по строкам  $\bar{y}_i$ , можно предположить в данном случае прямолинейную зависимость  $y$  от  $x$  в виде уравнения

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 x.$$

Прежде чем искать по данным таблицы суммы, необходимые для решения системы уравнения, произведем для упрощения счета некоторые преобразования с переменными  $x$  и  $y$ . Найдя в ин-

тервальных группах  $x$  и  $y$  середины (центральные значения), заменим их новыми переменными  $x'$  и  $y'$ , связанными со старыми следующими соотношениями:

$$x' = \frac{x - 107,5}{5} \text{ и } y' = \frac{y - 112,5}{5}.$$

Тогда новые переменные  $x$  выразятся числами:  $-2; -1; 0; +1; +2$ , а  $y$  — числами:  $-3; -2; -1; 0; +1; +2$ . Система нормальных уравнений для нахождения параметров прямой в этом случае будет иметь вид

$$\begin{aligned} Na_0' + a_1' \Sigma x' m_x &= \Sigma y' m_y, \\ a_0' \Sigma x' m_x + a_1' \Sigma (x')^2 m_x &= \Sigma x' y' m_{xy}. \end{aligned}$$

Для нахождения сумм  $\Sigma x' m_x$ ;  $\Sigma (x')^2 m_x$ ;  $\Sigma y' m_y$  и  $\Sigma x' y' m_{xy}$  справа и внизу корреляционной таблицы строим дополнительные столбцы и строки, сведения для которых находятся путем перемножения соответствующих показателей таблицы.

Правда, при отсутствии опыта некоторые затруднения могут встретиться при отыскании произведения  $x' y' m_{xy}$ .

Таблица 43

Корреляционная решетка

Производительность труда в процентах к предыдущему году, $x$	Валовая продукция в процентах к предыдущему году ( $y$ )												
	до 100	100—105	105—110	110—115	115—120	120—125	итого	средняя по строкам $\bar{y}_i$	дополнительные столбцы				
	-3	-2	-1	0	1	2	$m_x$	$y_i$	$x^2 m$	$x^2 m$	$\Sigma y^1$	$x' y' m_{xy}$	
До 100	-2	2	1					3	99,2	-6	12	-8	16
100—105	-1	2	13	8	1			24	104,2	-24	24	-40	40
105—110	0		8	18	10	1		37	108,0	0	0	-33	0
110—115	1			5	13	2		20	111,8	20	20	-3	-3
115—120	2				6	8	2	16	116,3	32	64	12	24
<b>Итого:</b>	$m_y$	4	22	31	30	11	2	100	108,9	22	120	-72	77
Дополнительные строки	$y^1 m_y$	-12	-44	-31	0	11	4	-72					
	$y^2 m_y$	36	88	31	0	11	8	174					

Есть несколько способов расчета этой величины по данным таблицы. В нашем примере мы первоначально рассчитали по каждой строке сумму  $y'$ , т. е.  $|\Sigma y'|$ .

Например, по первой строке для этого следует произвести следующие действия:  $(-3) \cdot 2 + (-2) \cdot 1 = -8$ ; по второй строке:  $(-3) \cdot 2 + (-2) \cdot 13 + (-1) \cdot 8 = -40$  и т. д.

Затем каждая из этих сумм умножается на значение  $x'$ , соответствующее данной строке, что равносильно перемножению  $x'$  на  $y'$  и на  $m_{xy}$ .

В первой строке это будет  $(-8) \cdot (-2) = 16$ , во второй строке  $(-40) \cdot (-1) = 40$  и т. д.

Итоговая строка по этому столбцу равна  $\Sigma x'y'm_{xy} = 77$ . (Можно эту сумму определить и по-другому. В уголке каждой клеточки записывают произведение частоты данной клетки на соответствующие  $x$  и  $y$ , а затем все эти числа суммируют.)

Определив все суммы, решаем систему уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} 100a'_0 + 22a'_1 = -72, \\ 22a'_0 + 120a'_1 = 77, \end{cases} \quad a'_1 = \frac{100 \cdot 77 - 22 \cdot (-72)}{100 \cdot 120 - 22 \cdot 22} = 0,8,$$

$$a'_0 = \bar{y}' - a'_1 \bar{x}' = -0,72 - 0,8 \cdot 0,22 = -0,896 (\approx -0,9).$$

Отсюда  $y'_x = -0,9 + 0,8x'$ .

Подставив в это уравнение  $y' = \frac{y - 112,5}{5}$  и  $x' = \frac{x - 107,5}{5}$ ,

получим в окончательном виде искомое уравнение прямой, определяющее зависимость относительного роста валовой продукции от относительного роста производительности труда.

$$\bar{y}_x = 22 + 0,8x.$$

**Сопряженные уравнения.** Часто коррелируемые величины  $x$  и  $y$  носят такой характер зависимости, при которой каждую из них можно рассматривать в качестве факторного и результативного показателей. Если  $x$  рассматривать как функцию, т. е.  $\bar{x}_y = b_0 + b_1y$ , то все расчеты, связанные с определением параметров данной прямой, производятся в полной аналогии с описанным выше, т. е. для нахождения параметров  $b_0$  и  $b_1$  решаем систему нормальных уравнений вида:

$$\begin{cases} nb_0 + b_1 \Sigma y = \Sigma x, \\ b_0 \Sigma y + b_1 \Sigma y^2 = \Sigma xy. \end{cases}$$

Сами же уравнения  $\bar{y}_x$  и  $\bar{x}_y$  называют *сопряженными*. Для рассматриваемого нами примера  $\bar{x}_y = b_0 + b_1y$  отражает зависимость роста производительности труда от роста валовой продукции.

Подставив в записанную выше систему уравнений имеющиеся суммы (дополнительно рассчитав  $\Sigma y^2 = 174$ ), получим

$$\begin{cases} 100b'_0 - 72b'_1 = 22, \\ -72b'_0 + 174b'_1 = 77. \end{cases}$$

Отсюда

$$b'_1 = 0,759, \quad b'_0 = 0,316,$$

$$\bar{x}'_y = 0,316 + 0,759y'.$$

Перейдя к первоначальным значениям  $x$  и  $y$ , получим  $\bar{x}_y = = 28,48 + 0,759y$  — уравнение, выражающее зависимость роста производительности труда от роста валовой продукции.

**Параболическая зависимость.** Изменение  $y$  с изменением  $x$  может отражаться на графике ломаной линией регрессии, отличающейся от прямой и приближающейся по виду к изогнутым линиям типа параболы второго порядка, гиперболы и др.

При нахождении уравнения связи между такого рода показателями  $x$  и  $y$  в качестве аппроксимирующей функции принимается тип кривой, наиболее близкий по характеру к линии регрессии эмпирического ряда.

Если при равномерном возрастании  $x$  значения  $y$  возрастают или убывают ускоренно, то чаще всего в этом случае зависимость между коррелируемыми величинами может быть выражена в виде параболы второго порядка  $\bar{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2$ , параметры которой находят путем решения системы нормальных уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1\Sigma x + a_2\Sigma x^2 = \Sigma y, \\ a_0\Sigma x + a_1\Sigma x^2 + a_2\Sigma x^3 = \Sigma xy, \\ a_0\Sigma x^2 + a_1\Sigma x^3 + a_2\Sigma x^4 = \Sigma x^2y. \end{cases}$$

Рассмотрим в качестве примера зависимость между урожайностью озимой пшеницы ( $y$ ) и количеством внесенных удобрений ( $x$ ) по данным наблюдения на 5 участках (данные условные).

Все необходимые для решения системы суммы рассчитаны в табл. 44.

Таблица 44

Внесено минеральных удобрений ц/га, $x$	Урожайность ц/га, $y$	$x^2$	$x^3$	$x^4$	$xy$	$x^2y$	$\bar{y}_x$
1	6	1	1	1	6	6	6,2
2	9	4	8	16	18	36	8,5
3	10	9	27	81	30	90	10,4
4	12	16	64	256	48	192	11,9
5	13	25	125	625	65	325	13,0
15 $n=5$	50	55	225	979	167	649	50

По данным таблицы записываем систему уравнений:

$$\begin{cases} 5a_0 + 15a_1 + 55a_2 = 50, \\ 15a_0 + 55a_1 + 225a_2 = 167, \\ 55a_0 + 225a_1 + 979a_2 = 649. \end{cases}$$

Решив эту систему, получим параметры искомого уравнения параболы второго порядка:  $a_0=3,41$ ;  $a_1=2,98$ ;  $a_2=-0,214$ .

Искомое уравнение будет  $\bar{y}_x=3,41+2,98x-0,214x^2$ .

Подставляя в это уравнение последовательно значения  $x$ , получим теоретические значения  $\bar{y}_x$ . Рассчитанные по уравнению значения  $\bar{y}_x$  показаны в последней графе таблицы.

В целом ряде случаев зависимость между  $x$  и  $y$  может выражаться уравнением параболы более высокого порядка.

Системы нормальных уравнений для отыскания параметров параболы  $n$ -го порядка составляются и решаются аналогично. Причем для отыскания параметров параболы  $n$ -го порядка система содержит  $n+1$  уравнение с  $(n+1)$  неизвестными.

**Уравнение гиперболы.** Обратная зависимость между двумя величинами (когда с уменьшением  $x$  увеличивается  $y$  и, наоборот, с увеличением  $x$  уменьшается  $y$ ) может выражаться как уравнением прямой с отрицательным коэффициентом при  $x$ , т. е. с отрицательным  $a_1$ , так и уравнением гиперболы

$$\bar{y}_x = a_0 + \frac{a_1}{x}.$$

Согласно требованию способа наименьших квадратов система нормальных уравнений для нахождения параметров гиперболы  $a_0$  и  $a_1$  будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum \frac{1}{x} = \sum y, \\ a_0 \sum \frac{1}{x} + a_1 \sum \frac{1}{x^2} = \sum \frac{y}{x} \end{cases}$$

или при наличии частот

$$\begin{cases} Na_0 + a_1 \sum \frac{m_x}{x} = \sum y m_y, \\ a_0 \sum \frac{m_x}{x} + a_1 \sum \frac{m_x}{x^2} = \sum \frac{y m_y}{x}. \end{cases}$$

В последнем виде система нормальных уравнений решается и при наличии исходных данных в форме корреляционной таблицы.

Рассмотрим составление уравнения гиперболы на конкретном примере.

Воспользовавшись данными табл. 41 и предположив, что между себестоимостью ( $y$ ) и урожайностью ( $x$ ) существует зависимость в форме уравнения гиперболы, рассчитаем все необходимые для решения системы уравнений суммы в табл. 45.

$$\begin{cases} 84a_0 + 7,854a_1 = 470, \\ 7,854a_0 + 0,808a_1 = 47,57. \end{cases}$$



$$a_1 = \frac{84 \cdot 47,57 - 7,854 \cdot 470}{84 \cdot 0,808 - 7,854 \cdot 7,854} = 49,22$$

$$a_0 = \frac{470 \cdot 0,808 - 47,57 \cdot 7,854}{84 \cdot 0,808 - 7,854 \cdot 7,854} = 0,99 \approx 1.$$

Отсюда искомое уравнение гиперболы  $\bar{y}_x = 1 + \frac{49,22}{x}$ .

Таблица 45

x \ y							Итого $m_x$	$\bar{y}_i$	Дополнительные графы				$\bar{y}_x$
	2	4	6	8	10	12			$\frac{m_x}{x}$	$\frac{m_x}{x^2}$	$\Sigma y$	$\frac{1}{x} \Sigma y$	
4					1		1	8	0,250	0,062	8	2	13,3
6					3		4	10	0,667	0,111	40	6,67	9,2
8				3	3		8	7,75	1,000	0,125	62	7,75	7,2
10			4	13	7		25	6,4	2,500	0,250	160	16,0	5,9
12			14	4	2	2	20	4,8	1,667	0,139	96	8	5,1
14			13	2	1		17	4,35	1,214	0,087	74	5,29	4,5
16	1		6				8	4,0	0,500	0,031	28	1,75	4,1
18	1						1	2	0,056	0,003	2	0,11	3,7
Итого $m_y$ $u_{m_y}$	4	37	22	15	5	1	84	5,6	7,854	0,808	470	47,57	

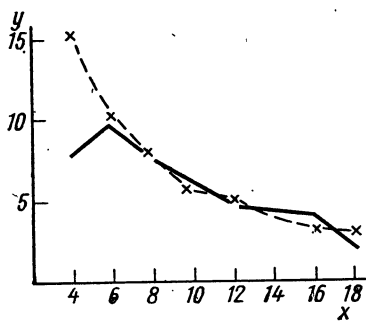


Рис. 27. Эмпирические (—) и выравненные (---) значения  $y$

Подставляя в данное уравнение последовательно значения  $x=4, 6, 8, \dots$ , получим вероятные значения себестоимости 1 ц зерна, соответствующие определенным значениям урожайности (см. последнюю графу таблицы —  $\bar{y}_x$ ). Изобразив на графике эмпирические и теоретические уровни, получим следующую картину (рис. 27).

Однако выбор той или иной формы связи является делом весьма ответственным и не всегда простым, так как одна и та же зависимость с большей или меньшей точностью может быть отражена несколькими

формулами. При этом исследователь всегда должен отдать предпочтение той форме связи, параметры которой рассчитываются более просто и при этом имеют определенную экономическую (логическую) интерпретацию.

При оценке же точности избранной формы связи обычно руководствуются следующим: необходимо, чтобы рассчитываемые по формуле так называемые выравненные значения максимально воспроизводили эмпирический ряд, чтобы общая сумма выравненных значений  $y$  совпадала с суммой фактических значений  $y$  (т. е.  $\Sigma \bar{y}_x = \Sigma y$ ) и чтобы остаточная дисперсия между фактическими и теоретическими значениями результативного показателя была минимальной.

#### § 4 ИЗМЕРЕНИЕ ТЕСНОТЫ СВЯЗИ

Кроме составления уравнения регрессии (связи) для коррелируемых переменных второй задачей является измерение тесноты зависимости между ними. Измерить тесноту связи между коррелируемыми величинами — это, значит, определить, насколько вариация результативного признака зависит от вариации факторного (факторных) признака. Измерить тесноту зависимости между величинами  $x$  и  $y$  можно при помощи корреляционного отношения ( $\eta$ ) и линейного коэффициента корреляции ( $r$ ).

Первый показатель (корреляционное отношение, или коэффициент корреляции по Персону) применим ко всем случаям корреляционной зависимости независимо от формы этой связи.

Второй показатель (линейный коэффициент корреляции), как явствует из самого названия, служит мерой тесноты связи лишь для линейной зависимости между  $x$  и  $y$ .

**Корреляционное отношение.** Говоря о корреляционном отношении как о показателе измерения тесноты зависимости, следует различать *теоретическое корреляционное отношение* и *эмпирическое*.

*Теоретическое корреляционное отношение* представляет собой относительную величину, получающуюся в результате сравнения среднего квадратического отклонения в ряду выравненных значений результативного признака, т. е. рассчитанных по уравнению регрессии, со средним квадратическим отклонением в ряду эмпирических значений результативного признака. Если первое обозначить через  $\delta$ , а второе — через  $\sigma$ , то  $\eta = \frac{\delta}{\sigma}$

Учитывая, что сумма выравненных и эмпирических значений результативного признака совпадает, т. е.  $\Sigma \bar{y}_x = \Sigma y$ , и среднее значение признака у этих рядов одинаково ( $\bar{y}$ ), среднее квадратическое отклонение ряда выравненных значений результативного признака можно записать так

$$\delta = \sqrt{\frac{\Sigma (\bar{y}_x - \bar{y})^2}{n}} \quad \text{или} \quad \delta = \sqrt{D_{y_x}}$$

Среднее квадратическое отклонение ряда эмпирических значений результативного признака можно записать как

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (y - \bar{y})^2}{n}} \quad \text{или} \quad \sigma = \sqrt{D_y}.$$

Тогда корреляционное отношение можно записать следующим образом:

$$\eta = \sqrt{\frac{D_{\bar{y}_x}}{D_y}} \quad \text{или} \quad \eta = \sqrt{\frac{\Sigma (\bar{y}_x - \bar{y})^2}{\Sigma (y - \bar{y})^2}}.$$

Возведя в квадрат обе части, получим  $\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2}$ . Это корреляционное отношение в квадрате именуют коэффициентом детерминации.

Если считать, что  $\sigma^2 = D_y$  — дисперсия эмпирического ряда — характеризует вариацию в ряду игреков за счет всех факторов, включая и фактор  $x$ , т. е. измеряет общую вариацию величины  $y$ , а  $\delta^2$  — дисперсия выравненного ряда (ее можно обозначить и  $D_{\bar{y}_x}$ ) — характеризует вариацию результативного признака под влиянием вариации фактора  $x$ , при прочих равных условиях, то отношение этих дисперсий показывает, какую долю в общей дисперсии результативного признака занимает дисперсия, определяемая влиянием факторного признака  $x$ .

Другими словами, в основе исчисления корреляционного отношения лежит правило сложения дисперсий, согласно которому общая дисперсия равна сумме межгрупповой дисперсии и средней из групповых дисперсий, т. е.  $\sigma^2 = \delta^2 + \bar{\sigma}_i^2$ .

При изучении корреляционных связей дисперсия в ряду  $\bar{y}_x$  и является межгрупповой дисперсией ( $\delta^2 = D_{\bar{y}_x}$ ), ибо она отражает колеблемость групповых значений результативного признака (т. е. характерных для данной группы  $x$ ) вокруг общей средней ряда, т. е. колеблемость за счет факторного признака.

В силу сказанного  $\bar{\sigma}_i^2$ , т. е. средняя из групповых дисперсий, согласно правилу сложения дисперсий должна отразить вариацию в ряду  $y$  за счет всех остальных факторов, кроме  $x$ . Ее можно назвать *остаточной дисперсией*.

Влияние всех прочих факторов, кроме  $x$ , по существу найдет отражение в разности эмпирических и выравненных значений результативного признака.

Таким образом, если остаточную дисперсию в ряду  $y$ , т. е. отражающую влияние всех факторов, кроме  $x$ , обозначить через

$\sigma_{\text{ост}}^2 = \frac{\Sigma (y - \bar{y}_x)^2}{n}$ , то можно записать  $\bar{\sigma}_i^2 = \sigma_{\text{ост}}^2$ . И тогда из правил сложения дисперсии получаем  $\delta^2 = \sigma^2 - \sigma_{\text{ост}}^2$ . Это равенство дает

нам возможность рассчитывать корреляционное отношение по двум формулам:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}; \quad (1)$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\sigma^2 - \sigma_{\text{ост}}^2}{\sigma^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{\text{ост}}^2}{\sigma^2}}. \quad (2)$$

(Теоретическое корреляционное отношение при криволинейной зависимости часто называют *индексом корреляции*.)

При значительной корреляции расчет по второй формуле намного проще, так как отклонения  $(y - \bar{y}_x)$ , как правило, по значению меньше, чем отклонения  $(\bar{y}_x - \bar{y})$ .

Как видно и из первой и из второй формул, корреляционное отношение может находиться в пределах от 0 до 1.

Если результативный признак всецело зависит от фактора  $x$  (т. е. связан с ним функционально), то в этом случае выравненные значения результативного признака  $(\bar{y}_x)$  совпадут с эмпирическими  $(y)$ , и тогда  $\delta^2$  будет равна  $\sigma^2$  или  $\sigma_{\text{ост}}^2 = 0$ . И корреляционное отношение  $\eta$  будет иметь значение, равное 1, что означает полную зависимость вариации  $y$  от вариации  $x$ .

Если же фактор  $x$  не оказывает никакого влияния на  $y$ , то в этом случае общая дисперсия ( $\sigma^2$ ) совпадает с дисперсией, отражающей влияние всех факторов, кроме  $x$ , т. е.  $\sigma^2 = \sigma_{\text{ост}}^2$ . И в этом случае корреляционное отношение примет значение, равное 0. Это означает, что признак  $y$  не коррелирован с фактором  $x$ .

Как следствие этого, можно сказать, что чем ближе значение корреляционного отношения к 1, тем больше теснота зависимости между  $y$  и  $x$ . И наоборот, чем ближе  $\eta$  к 0, тем зависимость меньше. Обычно при значении  $\eta < 0,3$  говорят о малой зависимости между коррелируемыми величинами, при  $0,3 < \eta < 0,6$  говорят о средней тесноте связи и при  $\eta > 0,6$  — о большой (существенной) зависимости.

Проиллюстрируем расчет теоретического корреляционного отношения как меры тесноты связи на примере, рассмотренном в табл. 44, для которого по параболе второго порядка найдены значения урожайности при различных значениях количества внесенных удобрений. Исходные данные и расчет дополнительных показателей, необходимых для исчисления корреляционного отношения, показаны в табл. 46.

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{y}_x - \bar{y})^2}{n} = \frac{29,46}{5} = 5,892 \text{ — дисперсия ряда теоретических значений результативного признака}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n} = \frac{30}{5} = 6 \text{ — дисперсия эмпирического ряда значений результативного признака.}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} = \sqrt{\frac{5,892}{6}} = \sqrt{0,982} \approx 0,99.$$

Таблица 46

Внесено минеральных удобрений, ц/га $x$	Урожайность, ц/га		$y - \bar{y}$	$(y - \bar{y})^2$	$\bar{y}_x - \bar{y}$	$(\bar{y}_x - \bar{y})^2$
	фактическая $y$	рассчитанная по уравнению $\bar{y}_x$				
1	6	6,2	-4	16	-3,8	14,44
2	9	8,5	-1	1	-1,5	2,25
3	10	10,4	0	0	0,4	0,16
4	12	11,9	2	4	1,9	3,61
5	13	13,0	3	9	3,0	9,00
$\Sigma x = 15$	$\Sigma y = 50$ $y = 10$	$\Sigma \bar{y}_x = 50$	0	30	0	29,46

Корреляционное отношение  $\eta \approx 0,99$  характеризует в данном случае очень высокую степень тесноты зависимости изменения урожайности от изменения количества внесенных удобрений.

От теоретического корреляционного отношения следует отличать эмпирическое, упоминавшееся в гл. VI на с. 89, рассчитываемое по данным групповых таблиц как

$$\eta_{\text{эмп}} = \sqrt{\frac{D_{\bar{y}_i}}{D_y}}$$

где  $D_{\bar{y}_i}$  — дисперсия групповых средних результативного признака,

$D_y$  — общая дисперсия результативного признака в совокупности.

Эмпирическое корреляционное отношение не требует знания и расчета уравнений регрессии, а основывается только на сопоставлении межгрупповой и общей дисперсий результативного признака, рассчитанных по групповым таблицам.

Покажем расчет эмпирического корреляционного отношения по данным табл. 43.

Общую дисперсию ( $\sigma_y^2$  или  $D_y$ ) результативного признака ( $y$ ) в этом примере рассчитаем по формуле

$$D_y = (\bar{y}^2 - \bar{y}^2) \cdot 25 = \left[ \frac{174}{100} - \left( \frac{-72}{100} \right)^2 \right] \cdot 25 = 30,54.$$

Межгрупповая дисперсия ( $\delta^2$  или  $D_{\bar{y}_i}$ ) будет равна

$$D_{\bar{y}_i} = \frac{\Sigma (\bar{y}_i - \bar{y})^2 m}{\Sigma m} = \frac{(99,2 - 108,9)^2 \cdot 3 + (104,2 - 108,9)^2 \cdot 24 + (108 - 108,9)^2 \cdot 37 + (111,8 - 108,9)^2 \cdot 20 + (116,3 - 108,9)^2 \cdot 16}{3 + 24 + 37 + 20 + 16} = 18,8676.$$

Отсюда эмпирическое корреляционное отношение равно

$$\eta_{\text{эмп}} = \sqrt{\frac{18,8676}{30,54}} = 0,786.$$

На основе исчисленного значения корреляционного отношения можно сделать вывод о том, что вариация групповых средних существенно зависит от вариации группировочного признака.

**Линейный коэффициент корреляции.** В случае линейной зависимости между двумя коррелируемыми величинами тесноту связи измеряют линейным коэффициентом корреляции ( $r$ ), который может быть рассчитан по нескольким формулам.

Одна из этих формул:

$$r = a_1 \frac{\sigma_x}{\sigma_y}, \quad (1)$$

где  $a_i$  — коэффициент регрессии в уравнении связи,

$\sigma_x$  — среднее квадратическое отклонение факторного признака,

$\sigma_y$  — среднее квадратическое отклонение результативного признака.

Тождество линейного коэффициента корреляции и корреляционного отношения (теоретического) в случае линейной зависимости легко доказывается математически. Как уже отмечалось, теоретическое корреляционное отношение равно:

$$\eta = \sqrt{\frac{D_{y_x}}{D_y}},$$

где  $D_{y_x} = \frac{\sum (\bar{y}_x - \bar{y})^2}{n}$ .

Преобразуем последнее выражение, исходя из того, что при линейной зависимости  $\bar{y}_x = a_0 + a_1 x$  и  $\bar{y} = a_0 + a_1 \bar{x}$ .

$$\text{Тогда } D_{y_x} = \frac{\sum (a_0 + a_1 x - a_0 - a_1 \bar{x})^2}{n} = \frac{a_1^2 \sum (x - \bar{x})^2}{n} = a_1^2 D_x.$$

$$\text{Отсюда } \eta = \sqrt{\frac{a_1^2 D_x}{D_y}} = a_1 \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = r.$$

В этой формуле линейный коэффициент корреляции ( $r = a_1 \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ ) выступает как бы в роли стандартизованного коэффициента регрессии, т. е. показывает, на сколько сигм изменится в среднем  $y$  при увеличении  $x$  на одну сигму.

Линейный коэффициент корреляции может быть рассчитан и по другим формулам. Так, если в системе нормальных уравнений, используемых для нахождения параметров прямой, произвести деление на  $n$  и решить новую систему относительно  $a_1$ , а затем значение  $a_1$  подставить в вышеприведенную формулу линейного коэффициента корреляции (1), то получим, что

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}. \quad (2)$$

Путем также некоторых несложных преобразований можно получить формулу линейного коэффициента корреляции в виде

$$r = \frac{\Sigma (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{n\sigma_x\sigma_y} \quad (3)$$

или

$$r = \frac{\Sigma (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\Sigma (x - \bar{x})^2 \Sigma (y - \bar{y})^2}} \quad (4)$$

Обозначив  $x - \bar{x} = d_x$  и  $y - \bar{y} = d_y$ , формулу (4) можно записать в виде

$$r = \frac{\Sigma d_x d_y}{\sqrt{\Sigma (d_x)^2 \Sigma (d_y)^2}} \quad (5)$$

Часто для исчисления линейного коэффициента корреляции используют формулу, содержащую суммы некоторых исходных показателей, а именно

$$r = \frac{n\Sigma xy - \Sigma x \Sigma y}{\sqrt{[n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2][n\Sigma y^2 - (\Sigma y)^2]}} \quad (6)$$

или

$$r = \frac{\Sigma xy - \frac{\Sigma x \Sigma y}{n}}{\sqrt{\left[\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}\right] \left[\Sigma y^2 - \frac{(\Sigma y)^2}{n}\right]}} \quad (7)$$

Изучение формул линейного коэффициента корреляции показывает, что величина последнего не зависит от того, какая из величин  $x$  или  $y$  принимается за причину, а какая — за следствие.

Поэтому в случае взаимно сопряженных показателей  $x$  и  $y$  для первой формулы линейного коэффициента корреляции может меняться только порядок записей. Так, если  $x$  рассматривать как фактор, а  $y$  — результат, то  $r_{y/x} = a_1 \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ .

Если же в роли факторного показателя выступает  $y$ , а  $x$  рассматривается как результативный, то  $r_{x/y} = b_1 \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ .

Но так как численно они равны, то можно записать:

$$r = a_1 \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \text{ и } r = b_1 \frac{\sigma_y}{\sigma_x}.$$

Отсюда  $r^2 = a_1 b_1$ , т. е. квадрат линейного коэффициента корреляции равен произведению сопряженных коэффициентов регрессии.

Сказанное выше о неизменном значении  $r_{y/x}$  и  $r_{x/y}$  относится только к случаю линейной зависимости. В случае же нелинейной (криволинейной) зависимости  $\eta_{y/x}$  и  $\eta_{x/y}$  будут различными.

И всегда нужно четко определять, зависимость какого показателя от какого измеряется:  $y$  по  $x$  или  $x$  по  $y$ .

Покажем расчет линейного коэффициента корреляции по различным формулам на примере задачи, приведенной на с. 137.

1. Учитывая, что для указанного примера составлено уравнение связи, т. е. известно  $a_1 = 2,12$ , воспользуемся формулой

$$r = a_1 \frac{\sigma_x}{\sigma_y}; \quad \sigma_x \text{ и } \sigma_y \text{ рассчитаем по формулам}$$

$$\sigma_x = \sqrt{x^2 - (\bar{x})^2} \text{ и } \sigma_y = \sqrt{y^2 - (\bar{y})^2},$$

для чего воспользуемся суммами, рассчитанными для исчисления параметров уравнения связи.

Перепишем эти суммы:

$$\Sigma x = 52; \quad \Sigma y = 100; \quad \Sigma x^2 = 356,24; \quad n = 10.$$

Недостающую сумму квадратов игреков ( $\Sigma y^2$ ) определим дополнительно:

$$\Sigma y^2 = 2,8^2 + 4^2 + 3,8^2 + 6,5^2 + 8^2 + 10,1^2 + 9,5^2 + 12,5^2 + 18,3^2 + 24,5^2 = 1428,18.$$

Отсюда

$$\bar{x} = 5,2; \quad \bar{y} = 10; \quad \bar{x}^2 = 35,624; \quad \bar{y}^2 = 142,818;$$

$$\sigma_x = \sqrt{x^2 - (\bar{x})^2} = \sqrt{35,624 - 5,2^2} = 2,93,$$

$$\sigma_y = \sqrt{y^2 - (\bar{y})^2} = \sqrt{142,818 - 100} = 6,54,$$

$$r = a_1 \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = 2,12 \cdot \frac{2,93}{6,54} \approx 0,95,$$

т. е. теснота связи между основными фондами и изменением валовой продукции большая.

2. Воспользуемся другой формулой:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Так как ( $\overline{xy} = 70,244$ ), то

$$r = \frac{70,244 - 5,2 \cdot 10}{2,93 \cdot 6,54} \approx 0,95, \text{ т. е. ответ получился тот же.}$$

Для примера, приведенного на с. 140 в виде корреляционной таблицы, расчет коэффициента корреляции удобно произвести с использованием сумм  $\Sigma x'$ ;  $\Sigma x'y'$ ;  $\Sigma y'$  и  $\Sigma (x')^2$  по формуле

$$r = \frac{\Sigma x'y' - \frac{\Sigma x' \Sigma y'}{n}}{\sqrt{\left[ \Sigma (x')^2 - \frac{(\Sigma x')^2}{n} \right] \left[ \Sigma (y')^2 - \frac{(\Sigma y')^2}{n} \right]}}.$$



В нашем примере

$$\Sigma x'm_x = 22; \Sigma (x')^2 m_x = 120; n = 100; \Sigma y'm_y = -72;$$

$$\Sigma (y')^2 m_y = 174, \Sigma x'y'm_{xy} = 77.$$

$$r = \frac{77 - \frac{22(-72)}{100}}{\sqrt{\left[120 - \frac{(22)^2}{100}\right] \left[174 - \frac{(-72)^2}{100}\right]}} = 0,72.$$

Линейный коэффициент корреляции может принимать значения от  $-1$  до  $+1$ , причем знак коэффициента определяется в ходе самого решения. Если коэффициент регрессии отрицательный, то и коэффициент корреляции будет иметь знак «минус», если  $xy < \bar{x}\bar{y}$ , то в этом случае  $r$  тоже будет отрицательным. Коэффициент корреляции со знаком «минус» означает обратную зависимость между  $x$  и  $y$ , т. е. зависимость, при которой с увеличением  $x$  уменьшается  $y$ , и наоборот. Коэффициент корреляции, равный нулю, означает отсутствие линейной зависимости между величинами  $y$  и  $x$ . Коэффициент корреляции, равный единице, означает функциональную зависимость между  $y$  и  $x$ . Следовательно, всякое промежуточное значение  $r$  от  $0$  до  $1$  характеризует степень приближения корреляционной зависимости в изменении  $x$  и  $y$  к функциональной.

Таким образом, коэффициент корреляции при линейной зависимости служит и мерой тесноты связи, и показателем, характеризующим степень приближения корреляционной зависимости между  $y$  и  $x$  к функциональной (линейной). На практике при изучении корреляционных зависимостей часто порядок исследования бывает обратный тому, какой мы рассмотрели выше, т. е. часто начинают анализ не с составления уравнения регрессии (связи), а с расчета коэффициента корреляции ( $r$ ), а затем переходят к нахождению уравнения регрессии.

Зная значение коэффициента корреляции ( $r$ ) между переменными  $x$  и  $y$ , а также их основные характеристики  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$  и  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$ , легко записать уравнение регрессии между ними в виде прямой  $\bar{y}_x = a_0 + a_1 x$ . При этом параметр  $a_1$  (коэффициент регрессии) легко получить из формулы

$$r = a_1 \frac{\sigma_x}{\sigma_y}, \text{ откуда } a_1 = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x}, \text{ а } a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}.$$

По указанным характеристикам можно записать уравнение прямой в виде  $\bar{y}_x - \bar{y} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x})$ .

Таким образом, изучение корреляции между переменными  $y$  и  $x$  включает в себя измерение тесноты связи и определение (со-

ставление) уравнения связи (регрессии). Порядок же изучения этих сторон зависимости может быть различным и определяться самим исследователем.

## § 5

### ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА КОРРЕЛЯЦИИ И КОЭФФИЦИЕНТА РЕГРЕССИИ

Как всякий статистический показатель, коэффициент корреляции может рассчитываться по выборочным данным. В этом случае должна быть рассчитана ошибка коэффициента корреляции ( $\sigma_r$ ).

Если число наблюдений достаточно велико ( $n > 50$ ), то этот показатель определяется по формуле  $\sigma_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$ , а сам коэффициент корреляции — в пределах  $r \pm 3\sigma_r$ .

Если  $n < 50$  или значение коэффициента корреляции  $r$  невелико, то приходится решать вопрос о том, насколько реальна связь между рассматриваемыми показателями  $y$  и  $x$ . Ответ на этот вопрос можно получить, сопоставляя между собой численные значения  $r$  и  $\sigma_r$ . При большом числе наблюдений величина  $r$  должна превышать  $\sigma_r$  не менее чем в три раза. Если  $\frac{|r|}{\sigma_r} > 3$ , то  $r$  считается значимым, а связь — реальной. Если  $\frac{|r|}{\sigma_r} < 3$ , то связь между  $y$  и  $x$  не доказана, и можно высказать предположение, что значение коэффициента корреляции, отличное от нуля, получено случайно.

Аналогично определяются и ошибка корреляционного отношения и его значимость.

Сказанное выше о необходимости определения ошибки и значимости коэффициента корреляции (и корреляционного отношения) относится и к параметрам уравнения регрессии, полученным по выборочным данным, т. е. рассчитанные для ограниченного числа выборочных наблюдений параметры того или иного уравнения регрессии нельзя рассматривать как единственно возможные. При другом отборе наблюдаемых единиц совокупности их значения (параметров) могут варьировать. Следовательно, в каждом конкретном случае, найдя по эмпирическим данным параметры уравнения регрессии, необходимо определить их возможные ошибки и пределы, в которых эти параметры могут находиться, а также определить значимость (существенность) этих параметров.

Рассмотрим эти показатели для случая линейной зависимости, т. е. выражаемой уравнением  $\bar{y}_x = a_0 + a_1x$ .

Средняя ошибка ( $\mu$ ) параметра  $a_0$  может быть определена по формуле  $\mu_{a_0} = \frac{\sigma_{ост}}{\sqrt{n-2}}$ , (1)

где  $\sigma_{\text{ост}}$  — корень квадратный из остаточной дисперсии

$$\left( \sigma_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum (y - \bar{y}_x)^2}{n} \right),$$

$n$  — число наблюдений,

$(n-2)$  — число степеней свободы.

Остаточную дисперсию можно выразить как разность между общей дисперсией и межгрупповой, т. е. как

$$\sigma_{\text{ост}}^2 = \sigma_y^2 - \delta^2.$$

Разделив обе части равенства на общую дисперсию ( $\sigma_y^2$ ), получаем

$$\frac{\sigma_{\text{ост}}^2}{\sigma_y^2} = 1 - r^2.$$

Отсюда  $\sigma_{\text{ост}}^2 = \sigma_y^2(1 - r^2)$  или  $\sigma_{\text{ост}} = \sigma_y \sqrt{1 - r^2}$ .

Подставив последнее выражение в формулу (1), получаем следующую формулу средней ошибки параметра  $a_0$ :

$$\mu_{a_0} = \frac{\sigma_y \sqrt{1 - r^2}}{\sqrt{n - 2}}.$$

где  $\sigma_y$  — среднее квадратическое отклонение результативного показателя,

$r$  — коэффициент корреляции между  $x$  и  $y$ .

Средняя ошибка параметра  $a_1$ , т. е. коэффициента регрессии, определяется по формуле

$$\mu_{a_1} = \frac{\sigma_{\text{ост}}}{\sigma_x \sqrt{n - 2}} \quad \text{или} \quad \mu_{a_1} = \frac{\sigma_y \sqrt{1 - r^2}}{\sigma_x \sqrt{n - 2}}.$$

Зная среднюю ошибку параметра и задавшись определенной вероятностью, а следовательно, и коэффициентом доверия ( $t$ ), можно построить для каждого параметра доверительные интервалы. Например, для коэффициента регрессии они будут определены как  $a_1 \pm t \mu_{a_1}$ .

Значимость (существенность) коэффициента регрессии проверяется путем сопоставления самого параметра, т. е. значения коэффициента регрессии, с его средней ошибкой. Обозначив это отношение через  $t$ , получаем

$$t = \frac{a_1}{\mu_{a_1}} = \frac{a_1 \sigma_x \sqrt{n - 2}}{\sigma_y \sqrt{1 - r^2}}.$$

По значению  $t$  в зависимости от объема наблюдений и судят о значимости параметра.

Для  $n > 20$ , если  $t > 3$ , параметр считается значимым. Если  $n < 20$ , то обращаются к таблицам значения критерия  $t$  Стьюдента. По таблице Стьюдента—Фишера для определенного уровня значимости (например,  $\alpha = 0,05$ ) и числа степеней свободы  $k = n - 2$  определяется табличное (критическое) значение  $t$ . Если  $t_{\text{факт}} > t_{\text{табл}}$ , то параметр считается значимым.

Так, для примера, приведенного на с. 137, для  $a_1=2,12$  средняя ошибка будет равна

$$\mu_{a_1} = \frac{\sigma_y \sqrt{1-r^2}}{\sigma_x \sqrt{n-2}} = \frac{6,54 \sqrt{1-0,95^2}}{2,93 \sqrt{10-2}} = 0,246.$$

Отсюда  $t=2,12:0,246=8,618$ .

При уровне значимости  $\alpha=0,05$  и  $k=10-2=8$ ,  $t_{\text{табл}}=2,306$ . Так как фактическое  $t$  (8,618) больше табличного, можно сделать вывод о значимости коэффициента регрессии  $a_1$ .

## § 6 КОЭФФИЦИЕНТЫ КОРРЕЛЯЦИИ РАНГОВ

Наряду с такими показателями, как линейный коэффициент корреляции ( $r$ ) и корреляционное отношение  $\eta$ , для измерения тесноты зависимости между коррелируемыми показателями часто используются так называемые *эмпирические* показатели, именуемые *коэффициентами корреляции рангов* (или ранговые коэффициенты корреляции) Спирмэна ( $\rho$ ) и Кендэла ( $\tau$ ).

Оба этих показателя основаны на корреляции не самих значений коррелируемых величин (например,  $x$  и  $y$ ), а их рангов.

**Коэффициент корреляции рангов Спирмэна.** Для расчета коэффициента корреляции рангов Спирмэна значения случайных величин  $x$  и  $y$  нумеруются (каждая отдельно) в порядке возрастания (или убывания) от 1 до  $n$ , т. е. им присваивается определенный ранг ( $N_x$  и  $N_y$ ) — порядковый номер в ряду. Если встречается несколько одинаковых значений  $x$  (или  $y$ ), то каждому значению присваивается ранг, равный частному от деления суммы рангов, приходящихся на эти значения, на число этих равных значений.

Затем ранги отдельных значений факторного признака сопоставляются с рангами результативного признака. Разность рангов ( $N_x - N_y$ ) обозначают  $d$ . Степень тесноты связи между изучаемыми признаками в этом случае можно определить по формуле, предложенной Спирмэном:

$$\rho = 1 - \frac{6\sum d^2}{n_s - n} \quad \text{или} \quad \rho = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2 - 1)},$$

где  $d$  — разность рангов  $x$  и  $y$ ,  
 $n$  — число пар наблюдений.

Коэффициент корреляции рангов Спирмэна ( $\rho$ ) может принимать значения в пределах от 0 до  $\pm 1$ .

Когда ранги результативного признака полностью совпадают с рангами факторного признака, то каждое значение  $N_x = N_y$  и  $\sum d^2 = 0$ . Соответственно в формуле Спирмэна  $\rho = 1$ , т. е. можно говорить почти о полной прямой связи.

Если ранги идут строго в противоположном направлении, т. е. первому рангу фактора  $x$  соответствует  $n$ -й ранг (последний) результативного признака  $y$ , второму рангу  $x$  соответствует  $n-1$  ранг  $y$  и т. д., то в этом случае максимальная величина будет равна  $\frac{n(n^2-1)}{3}$  и, следовательно,  $\frac{6\Sigma d^2}{n(n^2-1)}$  может иметь макси-

мальное значение 2. И тогда по формуле Спирмэна  $\rho = -1$ , что свидетельствует почти о полной обратной связи между  $x$  и  $y$ .

Если же связь между изменениями  $x$  и  $y$  отсутствует ( $\rho = 0$ ), то, очевидно, в этом случае должно наблюдаться равенство

$$\Sigma d^2 = \frac{n(n^2-1)}{6}.$$

Следует иметь в виду, что этот эмпирический показатель менее точен по сравнению с  $r$  и  $\eta$ , и поэтому если он получает крайние значения 1 и 0, то это нельзя безоговорочно расценивать как свидетельство функциональной связи или абсолютного отсутствия зависимости. Во всех других случаях, т. е. когда  $\rho$  не принимает крайних значений, он бывает довольно близким к  $r$  или  $\eta$ .

Таблица 47

Производственные основные фонды млн. руб., $x$	Валовая продукция млн. руб., $y$	$N_x$	$N_y$	$d = N_x - N_y$	$d^2$
1,2	2,8	1	1	0	0
1,6	4,0	2	3	-1	1
2,5	3,8	3	2	1	1
3,8	6,5	4	4	0	0
4,3	8,0	5	5	0	0
5,5	10,1	6	7	-1	1
6,0	9,5	7	6	1	1
8,0	12,5	8	8	0	0
9,1	18,3	9	9	0	0
10,0	24,5	10	10	0	0
$n = 10$				$\Sigma d^2 = 4$	

$$\rho = 1 - \frac{6\Sigma d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \cdot 4}{10 \cdot 99} = 0,98$$

положив ряд рангов признака  $x$  в порядке возрастания, параллельно записывают соответствующие каждому рангу  $x$  значения рангов  $y$ . Затем определяют меру соответствия последовательности рангов  $y$  последовательности рангов  $x$ . При этом для каждого

Если же учесть, что расчет его прост, то станет понятным, почему многие отдадут ему предпочтение.

Рассмотрим расчет коэффициента корреляции рангов на примере табл. 47. Коэффициент корреляции рангов свидетельствует об очень тесной связи между изменениями  $y$  и  $x$ .

**Коэффициент корреляции рангов Кендэла ( $\tau$ ).** Для измерения тесноты корреляционной зависимости на основе использования рангов признаков существует и другой показатель, предложенный Кендэлом.

Для расчета коэффициента Кендэла ( $\tau$ ), как и для Спирмэна, значения признаков  $x$  и  $y$  ранжируют. Рас-

ранга  $y$  определяют число следующих за ним значений рангов, превышающих его величину. Сумму чисел таких превышений обозначим  $P$  и будем считать со знаком плюс (+). Аналогично для каждого ранга  $y$  определяют число следующих за ним рангов, имеющих значение меньше его величины. Сумму чисел таких случаев обозначим через  $Q$  и будем считать со знаком минус (-).

Очевидно, что наибольшее значение  $P$  достигает в том случае, если ранги  $y$  точно совпадают с рангами  $x$ . Если число пар рангов равно  $n$ , то максимальное значение слагаемого  $P$  будет равняться:

$$P_{\max} = (n-1) + (n-2) + \dots + 3 + 2 + 1 = \frac{n(n-1)}{2}.$$

Соответственно слагаемое  $Q_{\max}$  тоже имеет максимум абсолютного значения, если последовательность вариантов  $y$  имеет обратную тенденцию по отношению к последовательности рангов вариантов  $x$ , т. е.

$$|Q_{\max}| = \frac{n(n-1)}{2}.$$

Коэффициент Кендэла ( $\tau$ ) предполагает измерение меры соответствия последовательности рангов двух переменных путем сравнения общего итога суммы положительных и отрицательных баллов ( $S=P+Q$ ) с максимальным значением одного из слагаемых, т. е.

$$\tau = \frac{S}{\frac{n(n-1)}{2}} \quad \text{или} \quad \tau = \frac{2S}{n(n-1)}. \quad (1)$$

В приведенном примере  $P=9+7+7+6+5+3+3+2+1=43$ , а  $Q=0+(-1)+0+0+0+(-1)+0+0+0=-2$ . Общая сумма  $S=43-2=41$  (или сразу  $S=9+7+7+6+5+3+3+2+1-1-1=41$ ). Отсюда

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)} = \frac{2 \cdot 41}{10 \cdot 9} = 0,91.$$

Полученный коэффициент свидетельствует о значительной тесноте зависимости между изменениями значений  $x$  и  $y$ .

(При достаточно большом  $n$  между значениями ранговых коэффициентов  $\rho$  и  $\tau$  существует соотношение  $\tau = \frac{2}{3} \rho$ ).

Приведенная выше формула коэффициента корреляции рангов Кендэла (1) применима для тех случаев, когда отдельные значения признака (как  $x$ , так и  $y$ ) не повторяются и, следовательно, их ранги не объединены. Если же встречается несколько одина-

ковых значений  $x$  (или  $y$ ) и ранги объединяются (т. е. каждому значению  $x$  (или  $y$ ) присваивается ранг, равный частному от деления суммы рангов, входящихся на эти значения, на число этих переменных), то коэффициент корреляции рангов Кендэла определяется по формуле

$$\tau = \frac{S}{\sqrt{\left[\frac{n(n-1)}{2} - U_x\right]\left[\frac{n(n-1)}{2} - U_y\right]}}, \quad (2)$$

где  $U_x = U_y = \frac{\sum t(t-1)}{2}$  — показатели числа баллов, корректирующих (уменьшающих) максимальную сумму баллов за счет повторений (объединений)  $t$  рангов в каждом ряду, а  $S$ , как и в предыдущей формуле, — общая сумма баллов при оценке  $+1$  каждой пары рангов, имеющих одинаковый порядок изменения, и  $-1$  каждой пары рангов, имеющих обратный порядок изменения. (Любой объединенной паре придается балл 0.)

Таблица 48

$x$	$y$	$N_x$	$N_y$
13	21	1	2
15	20	2,5	1
15	22	2,5	3
16	23	4	4,5
18	23	6	4,5
18	24	6	6
18	25	6	7,5
19	25	8	7,5
20	26	9	9,5
21	26	10	9,5

Рассмотрим расчет коэффициента корреляции рангов Кендэла по второй формуле на следующем условном примере.

Пусть имеются следующие значения двух коррелируемых признаков ( $x$  и  $y$ ) и их рангов ( $N_x$  и  $N_y$ ) (табл. 48).

Рассматривая каждую пару рангов, определяем число пар, следующих за ними в возрастающем порядке (каждый случай оцениваем баллом  $+1$ ). Так, за первой парой рангов (1 и 2) 8 таких случаев, за второй парой — 7, за третьей парой — 7, за четвертой — 5, за пятой — 3, за шестой — 3, за седьмой — 2, за восьмой — 2, за девятой — 0.

При возрастании рангов  $x$  убывание ранга  $y$  обнаруживаем только в одном случае (вторая пара). Этот случай оцениваем баллом  $-1$ . Общая сумма баллов подсчитана ниже:

$$S = 8 + 7 + 7 + 5 + 3 + 3 + 2 + 2 - 1 = 36.$$

$$\text{Максимальная сумма баллов равняется } \frac{n(-1)}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45.$$

Подсчитаем поправки  $U_x$  и  $U_y$

$$U_x = \frac{\sum t(t-1)}{2} = \frac{2(2-1) + 3(3-1)}{2} = 4,$$

$$U_y = \frac{\sum t(t-1)}{2} = \frac{2(2-1) + 2(2-1)' + 2(2-1)}{2} = 3.$$

Отсюда

$$\tau = \frac{S}{\sqrt{\left[\frac{n(n-1)}{2} - U_x\right]\left[\frac{n(n-1)}{2} - U_y\right]}} = \frac{36}{\sqrt{(45-4)(45-3)}} = 0,86.$$

Полученный результат позволяет сделать вывод о значительном соответствии последовательности рангов двух переменных, а следовательно, о большой зависимости между рассматриваемыми показателями.

Ранговые коэффициенты корреляции Спирмена и Кендэла обладают тем преимуществом, что позволяют изучать и измерять зависимость не только между рангами количественных показателей, но и любых других, для которых можно произвести ранжирование.

## § 7 КОЭФФИЦИЕНТ ФЕХНЕРА .

Вторым простейшим непараметрическим показателем, используемым для измерения тесноты зависимости между двумя коррелируемыми показателями, является *коэффициент Фехнера*. Он строится на сравнении поведения отклонений отдельных вариантов от своей средней величины по каждому признаку. При этом принимается во внимание не величина самих отклонений, а их знаки. Найдя отклонения от средней в каждом ряду, сравнивают знаки и подсчитывают число совпадений и несовпадений знаков. Если совпадения знаков обозначить символом  $C$ , а несовпадения —  $H$ , то коэффициент Фехнера можно записать как

$$K_{\Phi} = \frac{\Sigma C - \Sigma H}{\Sigma C + \Sigma H}.$$

Покажем его расчет на одном из приводимых выше примеров (табл. 49).

Т а б л и ц а 49

Основные производственные фонды, млн. руб. $x$	Валовая продукция, млн. руб. $y$	$x - \bar{x}$	$y - \bar{y}$
1,2	2,8	—	—
1,6	4,0	—	—
2,5	3,8	—	—
3,8	6,5	—	—
4,3	8,0	—	—
5,5	10,1	+	+
6,0	9,5	+	—
8,0	12,5	+	+
9,1	18,3	+	+
10,0	24,5	+	+
$\bar{x} = 5,2$	$\bar{y} = 10$		

Число совпадений знаков — 9, число несовпадений — 1. Отсюда коэффициент Фехнера:

$$K_{\Phi} = \frac{9 - 1}{9 + 1} = 0,8.$$



## § 8 ПОНЯТИЕ О МНОЖЕСТВЕННОЙ КОРРЕЛЯЦИИ

Результативный признак может зависеть от нескольких факторных (двух и более) признаков. Например, производительность труда рабочих зависит от стажа и уровня квалификации рабочих, от состояния оборудования и т. п. Урожайность сельскохозяйственных культур зависит от выпавших осадков, количества внесенных в почву удобрений, сроков посева, уборки и т. п. В таких случаях, когда результативный признак корреляционно зависит от нескольких факторов, говорят о множественной корреляции.

При исследовании множественной корреляции последняя рассматривается чаще всего в форме линейной зависимости, т. е. если результативный признак  $y$  рассматривать как функцию, например, двух случайных величин  $x$  и  $z$ , т. е.  $y=f(x, z)$ , то зависимость между ними можно выразить уравнением

$$\bar{y}_{x,z} = a_0 + a_1x + a_2z,$$

параметры которого определяются из системы нормальных уравнений, отвечающей требованиям способа наименьших квадратов:

$$\begin{cases} na_0 + a_1\Sigma x + a_2\Sigma z = \Sigma y, \\ a_0\Sigma x + a_1\Sigma x^2 + a_2\Sigma zx = \Sigma yx, \\ a_0\Sigma z + a_1\Sigma xz + a_2\Sigma z^2 = \Sigma yz. \end{cases}$$

При трех факторных признаках ( $x, z, u$ ) линейное уравнение примет вид:  $\bar{y}_{x,z,u} = a_0 + a_1x + a_2z + a_3u$ . Для нахождения же параметров этого уравнения ( $a_0, a_1, a_2, a_3$ ) придется решать уже систему четырех нормальных уравнений.

Исследование множественной корреляции при большом числе факторных признаков весьма трудоемко и требует применения вычислительных машин.

При изучении множественных связей, так же как и при изучении парной корреляции, наряду с составлением уравнения регрессии решается задача и измерения тесноты зависимости результативного признака  $y$  от всех факторных признаков, вместе взятых, или от каждого в отдельности при условии постоянства значений остальных факторов.

Для решения первой задачи, т. е. измерения тесноты зависимости  $y$  от нескольких факторов совместно, может служить упоминавшееся ранее корреляционное отношение, которое в случае множественной связи называют *совокупным коэффициентом корреляции*. Обозначают его через  $R$  (иногда внизу ставятся в виде индекса переменные, между которыми измеряется зависимость, например,  $R_{y/x,z}$  или  $R_{y/x,z,u}$  и т. д.).

В общем виде совокупный коэффициент корреляции можно записать как  $R = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}$ , где  $\sigma^2$  — дисперсия в ряду эмпирических значений результативного признака, а  $\delta^2$  — дисперсия в ряду теоретических значений результативного признака, рассчитанных по уравнению множественной регрессии.

Совокупный коэффициент корреляции можно рассчитать и через парные коэффициенты корреляции.

В случае зависимости  $y$  от двух переменных  $x$  и  $z$  совокупный коэффициент корреляции можно выразить как

$$R_{y/x,z} = \sqrt{\frac{r_{yx}^2 + r_{yz}^2 - 2r_{yx}r_{yz}r_{xz}}{1 - r_{xz}^2}},$$

где  $r$  — парные коэффициенты корреляции между переменными, указанными в индексе каждого коэффициента.

Наряду с совокупным коэффициентом корреляции при изучении множественной связи могут рассчитываться *частные* коэффициенты корреляции, роль которых сводится к тому, чтобы выразить тесноту зависимости между изменением результативного признака  $y$  от одного фактора при постоянных значениях другого (или других).

В отличие от коэффициента парной корреляции частный коэффициент корреляции измеряет тесноту зависимости между двумя признаками (например, между  $y$  и  $x$ ) при условии устранения влияния третьего фактора ( $z$ ) как на  $y$ , так и на  $x$ , но при наличии его.

В случае зависимости  $y$  от  $x$  и  $z$  можно рассчитать два частных коэффициента корреляции. Так, частный коэффициент корреляции между  $y$  и  $x$  при устранении на них влияния  $z$ , т. е.  $r_{yx}$ , записывается следующим образом:

$$r_{yx} = \frac{r_{yx} - r_{xz}r_{yz}}{\sqrt{(1 - r_{xz}^2)(1 - r_{yz}^2)}},$$

где  $r$  — парные коэффициенты корреляции между указанными в индексе переменными.

Частный коэффициент корреляции между  $y$  и  $z$  при устранении на них влияния  $x$ , т. е.  $r_{yz}$ , аналогично запишется формулой

$$r_{yz} = \frac{r_{yz} - r_{xz}r_{yx}}{\sqrt{(1 - r_{xz}^2)(1 - r_{yx}^2)}}.$$

В приведенных формулах частных коэффициентов корреляции корень в знаменателе всегда принимается положительным. Поэтому знак частных коэффициентов корреляции будет определять-

ся значениями парных коэффициентов корреляции, содержащихся в числителе формулы, и, следовательно, частный коэффициент корреляции может принимать значения от  $-1$  до  $+1$ .

## § 9 СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ КАЧЕСТВЕННЫМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ

Наряду с изучением корреляционной зависимости между количественными показателями статистически может устанавливаться связь и между качественными признаками, например, зависимость успеваемости студентов от семейного положения, урожайности — от географического положения районов и т. д.

При изучении зависимости между качественными признаками не ставится задача представления ее уравнением. Здесь речь идет только об установлении наличия связи и измерении ее тесноты. В простейшем случае, если совокупность единиц по каждому из двух взаимозависимых признаков подразделяется на две подгруппы, зависимость между ними изучается при помощи четырехклеточной таблицы корреляции, или «таблицы четырех полей».

Например, желая установить зависимость урожайности определенной культуры от географического фактора, для какой-либо территориальной единицы (например, области) можно составить следующую таблицу распределения хозяйств области по районам и урожайности (цифры условные) (табл. 50).

Таблица 50

Районы	Урожайность		всего хозяйств
	высокая	низкая	
Южные	80 (a)	36 (b)	116
Северные	30 (c)	54 (d)	84
Всего хозяйств:	110	90	200

В клетках таблицы на пересечении строк и граф проставляются числа ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ), показывающие, сколько единиц совокупности (в нашем примере — хозяйств) встречается с сочетанием одного и другого признаков. Иногда уже по распределению единиц в таблице можно сказать, существует зависимость между признаками или нет. Так, в нашем примере в южных районах пре-

обладает численность хозяйств с высокой урожайностью, а в северных — с низкой. Следовательно, зависимость урожайности от географического расположения существует.

Таблица четырех полей является простейшим случаем изучения особенностей распределения единиц изучаемой совокупности по двум взаимосвязанным признакам. По каждому из двух взаимо-

связанных признаков совокупность единиц может подразделяться более чем на две группы, как, например, в следующей таблице, характеризующей распределение хозяйств одного из районов по рентабельности и производственному направлению хозяйств (цифры условные) (табл. 51).

Таблица 51

Группы хозяйств по производственному направлению	Уровень рентабельности			
	ниже среднего	средний	выше среднего	всего хозяйств
Животноводческие	30	50	40	120
Зерновые	70	80	50	200
Хлопководческие	10	20	50	80
Всего хозяйств:	110	150	140	400

Анализ таких таблиц «на глаз» с точки зрения установления зависимости между признаками еще больше затрудняется.

В этих целях в качестве критерия наличия связей между качественными показателями используется  $\chi^2$ , что связано со следующими простыми рассуждениями, возникающими при анализе распределения частот в таблице сопряженности по отдельным строкам и графам. Если признак, положенный в основу группировки по строкам, не зависит от признака, положенного в основу группировки по графам, то в каждой строке (и графе) распределение частот должно быть пропорционально распределению их в итоговой строке (и графе). Такое распределение можно считать своего рода теоретическим, рассчитанным при предположении отсутствия зависимости между изучаемыми признаками.

Эмпирическое распределение может в различной степени отклоняться от такого теоретического распределения. Оценить случайность или существенность этих расхождений можно при помощи критерия  $\chi^2$ , который в случае табличного оформления распределения единиц совокупности по отдельным группам будет выражаться следующим образом:

$$\chi^2 = \sum \frac{(m_{ij} - m'_{ij})^2}{m'_{ij}},$$

где

$m_{ij}$  — эмпирические частоты по группам } где  $i$  — номер строки,  
 $m'_{ij}$  — теоретические частоты по группам } а  $j$  — номер графы.

Для найденного значения  $\chi^2$  (и определенного числа степеней свободы) по таблицам определяется вероятность его наступления —  $P(\chi^2)$ .

Малое значение вероятности (обычно меньше 0,05) свидетельствует о том, что выдвинутая гипотеза о случайности распределения единиц по группам не согласуется с эмпирическими данными, т. е. это свидетельствует о наличии зависимости между показателями, положенными в основу образования групп в таблице.

При этом число степеней свободы  $K$  для таблиц сопряженности определяется как произведение  $(K_1-1)(K_2-1)$ , где  $K_1$  и  $K_2$  — число групп в строках и графах.

Воспользуемся  $\chi^2$  для оценки наличия связи между признаками, приведенными в табл. 50.

Рассчитаем теоретические частоты внутри таблицы пропорционально распределению частот в итоговой строке:

$$m'_{11} = \frac{116 \cdot 110}{200} = 63,8, \quad m'_{12} = \frac{116 \cdot 90}{200} = 52,2,$$

$$m'_{21} = \frac{84 \cdot 110}{200} = 46,2, \quad m'_{22} = \frac{84 \cdot 90}{200} = 37,8.$$

$$\begin{aligned} \chi^2 = \sum \frac{(m_{ij} - m'_{ij})^2}{m'_{ij}} &= \frac{(80 - 63,8)^2}{63,8} + \frac{(36 - 52,2)^2}{52,2} + \\ &+ \frac{(30 - 46,2)^2}{46,2} + \frac{(54 - 37,8)^2}{37,8} = 21,75. \end{aligned}$$

$$K = (2-1)(2-1) = 1.$$

По таблицам вероятность ( $P$ ) случайного наступления  $\chi^2 = 21,75$  при  $K=1$  равна 0,0000, т. е. практически невероятно.

Так как теоретическое распределение строилось в предположении независимости признаков таблицы, то найденное значение вероятности означает, что гипотезу о независимости признаков нельзя считать доказанной, следовательно, скорее можно говорить о наличии связи между двумя признаками, положенными в основу группировки.

Для измерения тесноты зависимости между двумя качественными признаками используются различные показатели.

**Коэффициенты ассоциации и контингенции.** Так, если изучается распределение в виде таблицы «четырёх полей», т. е. когда по каждому признаку выделяются лишь две группы, то для измерения тесноты связи обычно используют коэффициент ассоциации ( $K_A$ ) или коэффициент контингенции ( $K_R$ ).

Применительно к таблице «четырёх полей», частоты которых можно обозначить через  $a, b, c, d$ , коэффициент ассоциации выражается формулой

$$K_A = \frac{ad - bc}{ad + bc}.$$

Коэффициент контингенции исчисляются по формуле

$$K_k = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

В примере, приводимом на с. 162,

$$K_k = \frac{80 \cdot 54 - 36 \cdot 30}{\sqrt{116 \cdot 84 \cdot 110 \cdot 90}} = 0,33.$$

Коэффициенты ассоциации и контингенции являются своего рода коэффициентами корреляции для качественных признаков. Причем всегда

$$K_k < K_a.$$

**Коэффициенты взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова.** Если по каждому из двух взаимосвязанных признаков выделяется число групп больше двух, то для подобного рода таблиц теснота связи между качественными признаками может быть измерена с помощью показателей взаимной сопряженности К. Пирсона и А. А. Чупрова:

коэффициент взаимной сопряженности К. Пирсона

$$C = \sqrt{\frac{\Phi^2}{\Phi^2 + 1}};$$

коэффициент взаимной сопряженности А. А. Чупрова

$$K = \sqrt{\frac{\Phi^2}{V(K_1 - 1)(K_2 - 1)}},$$

где в обеих формулах  $\Phi^2$  — показатель взаимной сопряженности, который представляет собой не что иное, как  $\frac{\chi^2}{N}$ , где  $N = \sum m$ , т. е. число единиц совокупности.

Но  $\Phi^2$  может рассчитываться и независимо от  $\chi^2$ , как сумма отношений квадратов частот каждой клетки к произведению итоговых частот столбца и строки минус единица, т. е. если в таблице частоты внутри клеток обозначить через  $m_{ij}$ , где  $i$  — номер строки, а  $j$  — номер графы, итоговые частоты по строкам — через  $M_i$ , а по графам —  $M_j$ , то

$$\Phi^2 = \sum \frac{m_{ij}^2}{M_i M_j} - 1.$$

Расчет  $\Phi^2$  для примера табл. 51 показан ниже.

$$\Phi^2 = \left( \frac{30^2}{110 \cdot 120} + \frac{70^2}{110 \cdot 200} + \frac{10^2}{110 \cdot 80} + \frac{50^2}{150 \cdot 120} + \frac{80^2}{150 \cdot 200} + \dots \right)$$

$$+ \frac{20^2}{150 \cdot 80} + \frac{40^2}{140 \cdot 120} + \frac{50^2}{140 \cdot 200} + \frac{50^2}{140 \cdot 80} ) - 1 = 1,093 - 1 = 0,093.$$

Тогда

$$C = \sqrt{\frac{\varphi^2}{\varphi^2 + 1}} = \sqrt{\frac{0,093}{1,093}} = \sqrt{0,085} = 0,29.$$

В формуле А. А. Чупрова  $K_1$  и  $K_2$  означают число групп соответственно по строкам и графам.

В нашем примере коэффициент взаимной сопряженности А. А. Чупрова равен

$$K = \sqrt{\frac{\varphi^2}{V(K_1-1)(K_2-1)}} = \sqrt{\frac{0,093}{V(3-1)(3-1)}} = 0,22.$$

Коэффициенту взаимной сопряженности А. А. Чупрова многие отдают предпочтение, так как он учитывает число групп по каждому признаку и, следовательно, более полно отражает тесноту зависимости, нежели коэффициент Пирсона.

\* \* \*

Мы рассмотрели основные, но далеко не исчерпывающие вопросы корреляционного метода изучения взаимосвязи между отдельными признаками. В настоящее время в связи с развитием вычислительной техники особенно широко используется многофакторный корреляционный анализ. Однако следует иметь в виду, что чрезмерное увлечение включением в уравнение регрессии большого числа факторов порой может не способствовать анализу, а затруднять его.

## Глава IX

### РЯДЫ ДИНАМИКИ

#### § 1

#### ПОНЯТИЕ О РЯДАХ ДИНАМИКИ И ИХ РОЛЬ В АНАЛИЗЕ

Изучение изменения явлений во времени является одной из важных задач статистики. Решается эта задача при помощи составления и анализа так называемых рядов динамики (или временных рядов).

*Ряд динамики* представляет собой ряд числовых значений определенного статистического показателя в последовательные моменты, или периоды времени.

Числовые значения того или иного статистического показателя, составляющие динамический ряд, принято называть *уровнями* ряда.

Ряды динамики, как правило, выражают в таблицах или графически. При графическом изображении динамического ряда на оси абсцисс строится шкала времени, а на оси ординат — шкала уровней ряда (арифметическая или логарифмическая).

Одной из основных задач исследования рядов динамики является выявление определенной закономерности в изменении уровней ряда, т. е. основной тенденции изменения уровней, именуемой *трендом*.

Таблица 52

Численность населения СССР на 1/1, млн. человек

Год	Млн. человек
1970	241,7
1971	243,9
1972	246,3
1973	248,6
1974	250,6
1975	253,3
1976	255,5
1977	257,8
1978	260,0
1979	262,4
1980	265,5

Таблица 53

Численность родившихся в СССР по месяцам за 1977 г., тыс. человек

Месяц	Число родившихся
Январь	410,5
Февраль	364,7
Март	413,1
Апрель	403,4
Май	410,3
Июнь	394,1
Июль	407,0
Август	395,6
Сентябрь	376,5
Октябрь	376,8
Ноябрь	366,8
Декабрь	374,6
Всего:	4693,4

Таблица 54

Средняя урожайность зерновых в СССР (во всех хозяйствах)

Год	Средняя урожайность, ц/га
1970	15,6
1971	15,4
1972	14,0
1973	17,6
1974	15,4
1975	10,9
1976	17,5
1977	15,0
1978	18,5
1979	14,2

Ниже приведено в качестве иллюстрации несколько рядов динамики и их графическое изображение.

Данные табл. 52 (и ее график) наглядно показывают, что численность населения в СССР неуклонно возрастает.

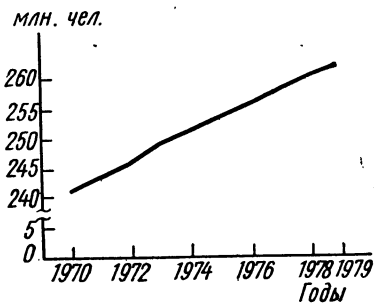


Рис. 28. Динамика численности населения в СССР

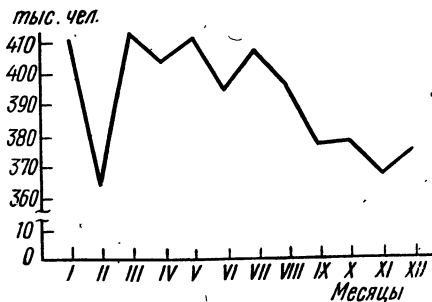


Рис. 29. Динамика числа родившихся по месяцам в 1977 г.



Несколько иной характер изменения уровней ряда наблюдаем в табл. 53 (и ее графике), где одновременно с постепенным уменьшением рождаемости во времени имеет место значительная колеблемость уровней по месяцам.

Динамика урожайности зерновых культур в СССР также имеет значительные колебания уровней по годам (табл. 54).

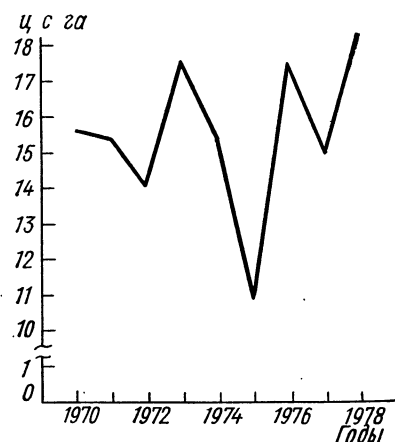


Рис. 30. Динамика урожайности зерновых в СССР

Таблица 55

Темпы роста национального дохода СССР (1928 г. = 1) \*

	1928 г.	1940 г.	1965 г.	1970 г.	1975 г.	1978 г.	1979 г.
Национальный доход	1	5,1	31	45	59	68	70

\* Вестник статистики, 1979, № 4, с. 67.

Таким образом, ряды динамики тех или иных изучаемых показателей могут отражать различные процессы изменения.

Уровни любого ряда являются результатом взаимодействия самых различных причин, одни из которых могут действовать длительно, другие — кратковременно, одни являются главными, определяющими тенденцию изменения, а другие — случайными, затушевывающими ее.

Поэтому, чтобы сделать правильные выводы о закономерностях развития того или иного показателя, надо суметь отделить главную тенденцию изменения от колебаний, вызванных влиянием случайных кратковременных причин, для чего ряды динамики подвергают анализу и математической обработке.

**Виды рядов динамики.** Рассматривая приведенные выше в качестве примеров ряды динамики, нетрудно заметить, что в одних рядах уровни выражены абсолютными показателями, у других средними или относительными показателями. В зависимости от вида показателей — уровней ряда и ряды динамики обычно подразделяют на ряды *абсолютных, относительных, и средних величин* (показателей). При этом ряды абсолютных величин рассматриваются как исходные, а ряды относительных и средних величин как производные.

Кроме того уровни рядов динамики могут относиться к определенным моментам или интервалам времени. В зависимости от

этого в статистике различают моментные ряды и интервальные ряды.

*Моментным* называется ряд, уровни которого характеризуют величину явления по состоянию на определенные моменты времени, определенные даты (например, табл. 52).

*Интервальным* называется такой ряд, уровни которого характеризуют величину изучаемого показателя, полученную в итоге за определенный период времени (в табл. 53 — по месяцам). Отличительной особенностью интервальных рядов абсолютных величин является то, что уровни их можно дробить и складывать. Подобные действия с уровнями моментных рядов лишены смысла. Возможность суммирования уровней интервальных рядов абсолютных величин позволяет строить ряды с нарастающими итогами.

На основе рядов абсолютных величин могут быть построены динамические ряды относительных и средних величин.

Ряды относительных величин могут характеризовать темпы роста определенного показателя (табл. 55), изменение удельного веса того или иного показателя в совокупности и пр.

Примерами рядов динамики средних величин могут служить данные о средней урожайности зерновых культур в СССР (табл. 54), данные о средней численности занятых в народном хозяйстве и пр.

При изучении явлений общественной жизни в статистике приходится иметь дело с различными видами динамических рядов. Однако с какими бы рядами динамики не приходилось иметь дело, основным требованием, предъявляемым к анализируемым рядам, является *сопоставимость* их уровней.

Несопоставимость уровней может возникнуть по различным причинам, в числе которых: изменение территории, к которой отнесены те или иные показатели; изменение методологии учета или расчета показателей (например, в одни годы среднюю урожайность считали с засеянной площади, а в другие — с убранной); изменение в ценах для стоимостных показателей; различная продолжительность периодов, к которым относятся уровни; изменение даты учета. Могут быть и другие причины.

При этом, говоря об изменении территории, к которой относятся показатели за разное время, следует иметь в виду, что вопрос о сопоставимости или несопоставимости данных при изменении территории может решаться по-разному в зависимости от целей исследования. Если, например, ставится задача показать изменение численности населения или объема промышленного производства в связи с изменением границ области, то не только можно, но и должно сопоставлять данные в фактических границах этой области. Если же ставится задача изучения темпов естественного прироста населения или темпов развития промышленности, то, очевидно, сравниваемые показатели должны относиться к одним и тем же территориальным границам.

Таким образом, прежде чем анализировать динамический ряд, надо, исходя из цели исследования, убедиться в сопоставимости уровней ряда, и если последняя отсутствует, добиться ее дополнительными расчетами.

Большое значение придавал сопоставимости данных при анализе рядов динамики В. И. Ленин. Во многих его работах проделаны кропотливые пересчеты с целью достижения сопоставимости анализируемых в динамике показателей.

**Смыкание рядов динамики.** Решение вопроса о сопоставимости уровней ряда особенно важно при так называемом *смыкании* рядов. Под смыканием рядов динамики понимают объединение в один ряд (более длинный) двух или нескольких рядов, уровни которых исчислены по разной методологии или в разных границах. При этом для осуществления смыкания необходимо, чтобы для одного из периодов (переходного) имелись данные, исчисленные по разной методологии (или в разных границах). Рассмотрим это на примере. Предположим, по одному из промышленных объединений имеются следующие данные о выпуске продукции, оцененной за разные периоды в различных сопоставимых ценах (табл. 56).

Таблица 56

	1973 г.	1974 г.	1975 г.	1976 г.	1977 г.	1978 г.	1979 г.	1980 г.
Валовая продукция, млн. руб. В ценах 1967 г. в ценах 1975 г.	40 —	45 —	50 54	— 58	— 65	— 68	— 72	— 80
Сомкнутый (сопоставимый) ряд	43,2	48,6	54	58	65	68	72	80

Чтобы проанализировать динамику выпуска продукции за 1973—1980 гг., необходимо сомкнуть (соединить) приведенные выше два ряда в один. А чтобы уровни нового ряда были сопоставимы, необходимо пересчитать данные за 1973 и 1974 гг. в цены 1975 г. Для этого на основе данных о валовой продукции за 1975 г. в новых и старых ценах находим соотношение между ними:  $54:50=1,08$ . Умножая на полученный коэффициент данные за 1973 и 1974 гг., приводим их таким образом в сопоставимый

вид с последующими уровнями. Сомкнутый (сопоставимый) ряд динамики показан в нижней строке таблицы.

## § 2 ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РЯДОВ ДИНАМИКИ

Поскольку ряды динамики состоят из  $n$ -го числа варьирующих уровней, то они, как всякая статистическая совокупность, нуждаются в обобщении, в некоторых обобщенных характеристиках.

Для любого ряда динамики прежде всего можно рассчитать такой обобщенный показатель, как средний уровень ряда.

Для интервальных рядов и рядов средних величин средний уровень рассчитывается как средняя арифметическая из отдельных уровней, т. е. если отдельные уровни обозначить через  $y_i$ ,

то средний уровень ( $\bar{y}$ ) выразится как  $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$ , где  $n$  — число уровней.

Так, для ряда динамики, приведенного в табл. 54, средняя урожайность зерновых за 9 лет (1970—1978) составила:

$$\bar{y} = \frac{15,6 + 15,4 + 14,0 + \dots + 15,0 + 18,5}{9} = 15,5 \text{ ц/га.}$$

Аналогично можно рассчитать среднюю урожайность за любой другой интервал времени.

Несколько по-иному приходится рассчитывать средний уровень для моментных рядов. Если исходить из рассмотрения простейшего случая, когда имеются данные лишь на начало и конец какого-либо периода, то в этом случае средний уровень определяется как средняя арифметическая из этих двух показателей. Но в моментных рядах динамики каждый уровень можно рассматривать как показатель, относящийся одновременно к началу одного и концу другого периода. Так, по данным табл. 52 показатель 253,3 млн. человек можно рассматривать как численность населения на конец 1974 г. или на 1 января 1975 г., 255,5 млн. человек — численность населения на конец 1975 г. или на начало 1976 г. и т. д. По этим данным нетрудно рассчитать среднегодовую численность населения за каждый год.

Так; среднегодовая численность населения в 1975 г. составит:

$$\frac{253,3 + 255,5}{2} = 254,4 \text{ млн. человек,}$$

$$\text{в 1976 г.: } \frac{255,5 + 257,8}{2} = 256,65 \text{ млн. человек,}$$

$$\text{в 1977 г.: } \frac{257,8 + 260,0}{2} = 258,9 \text{ млн. человек,}$$

в 1978 г.:  $\frac{260,0 + 262,4}{2} = 261,2$  млн. человек.

За четыре года (1975—1978) средняя численность населения определится как средняя арифметическая из среднегодовых показателей, т. е. следующим образом:

$$\bar{y} = \frac{254,4 + 256,65 + 258,9 + 261,2}{4} = 257,8 \text{ млн. человек.}$$

Если пользоваться непосредственно уровнями ряда, то

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{\frac{253,3 + 255,5}{2} + \frac{255,5 + 257,8}{2} + \frac{257,8 + 260}{2} + \frac{260 + 262,4}{2}}{4} = \\ &= \frac{\frac{253,3}{2} + 255,5 + 257,8 + 260 + \frac{262,4}{2}}{4} = 257,8 \text{ млн. человек.} \end{aligned}$$

Для расчета средней численности населения за 4 года мы использовали 5 уровней моментного ряда, из которых первый и последний берутся в полусумме, а остальные полностью (в знаменателе же принимается число на единицу меньше числа уровней).

В общем виде расчет среднего уровня для моментного ряда, содержащего  $n$  уровней, можно выразить следующей формулой:

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}}{n-1}$$

или

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1 + y_n}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} y_i}{n-1}$$

Эта средняя известна в статистике как средняя *хронологическая для моментных рядов*.

Применение этой формулы предполагает равные отрезки времени между датами (моментами), к которым относятся уровни моментного ряда. В случае же неравных интервалов между датами среднюю хронологическую для моментных рядов следует рассчитывать как среднюю арифметическую взвешенную, приняв в качестве весов отрезки времени между датами.

Если для ряда рассчитан средний уровень, то, естественно, отдельные уровни ряда будут отличаться от него (варьировать). Поэтому, как для любой статистической совокупности вообще, в динамических рядах можно определять колеблемость уровней при помощи известных уже нам среднего квадратического отклонения ( $\sigma$ ) и коэффициента вариаций ( $V$ ).

Они выражаются формулами:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n}} \text{ и } V = \frac{\sigma}{\bar{y}} 100 \%$$

Средний уровень ряда, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации — обобщающие показатели. Вместе с тем при изучении рядов динамики важно проследить за направлением и размером изменений уровней во времени. С этой целью для динамических рядов рассчитывают следующие показатели: абсолютный прирост, темп роста, темп прироста.

Абсолютный прирост рассчитывается как разность между двумя уровнями ряда, т. е.  $\Delta y = y_i - y_{i-1}$ . Он показывает, на сколько единиц в абсолютном выражении уровень одного периода больше или меньше какого-то предыдущего уровня и, следовательно, может иметь знак «+» (при увеличении уровней) или «-» (при уменьшении уровней).

*Темп роста* — относительный показатель (выражаемый в коэффициентах или процентах), получающийся в результате деления двух уровней, показывает, во сколько раз уровень данного периода больше или меньше базисного уровня или сколько процентов составил уровень данного периода по сравнению с базисным уровнем. В качестве базисного уровня (т. е. того уровня, с которым производится сравнение) в зависимости от цели исследования может приниматься какой-то постоянный для всех уровней (часто начальный уровень ряда) либо для каждого последующего предшествующий ему:

$$T_0 = \frac{y_i}{y_0} \text{ или } T_{i-1} = \frac{y_i}{y_{i-1}}$$

В первом случае говорят о базисных темпах роста, во втором случае — о цепных темпах роста.

*Темп прироста* — относительный показатель, показывающий, на сколько процентов один уровень больше (или меньше) базисного уровня. Этот показатель можно рассчитать путем вычитания 100% из темпа роста или как процентное отношение абсолютного прироста к тому базисному уровню, по сравнению с которым абсолютный прирост рассчитан.

Рассчитаем все эти показатели на примере данных о производстве стали в СССР за период 1973—1978 гг. (табл. 57).

Приведенные выше показатели являются основными характеристиками, используемыми при анализе рядов динамики. Они позволяют судить об изменениях уровней в абсолютном и относительном выражениях (с точки зрения их размера и направления).

Для названных показателей, в свою очередь, тоже могут рассчитываться обобщающие показатели в виде средних величин: среднегодовой абсолютный прирост, среднегодовой коэффициент и темп роста и прироста.

Таблица 57

Показатели	Год					
	1973	1974	1975	1976	1977	1978
Производство стали, млн. т. у	132	136	141	145	147	151
Ежегодный абсолютный прирост, млн. т.	—	4	5	4	2	4
Цепные темпы роста коэффициенты, проценты	—	1,030	1,037	1,028	1,014	1,027
	—	103,0	103,7	102,8	101,4	102,7
Базисные темпы роста коэффициенты, проценты	1,0	1,030	1,068	1,095	1,114	1,144
	100,0	103,0	106,8	109,5	111,4	114,4
Темпы прироста T—100% По годам к 1973 г.	—	3,0	3,7	2,8	1,4	2,7
	—	3,0	6,8	9,5	11,4	14,4

**Исчисление средних абсолютных приростов, темпов роста и темпов прироста.** Средний абсолютный прирост рассчитывается как средняя арифметическая простая из абсолютных приростов (цепных) за отдельные периоды, т. е. например, за 5 лет (1974—1978) средний годовой абсолютный прирост выплавки стали составил:

$$\overline{\Delta y} = \frac{4 + 5 + 4 + 2 + 4}{5} = 3,8 \text{ млн. т}$$

или, что то же самое, на основе абсолютного прироста за пять лет:

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n - 1} = \frac{151 - 132}{5} = 3,8 \text{ млн. т.}$$

Из индивидуальных цепных темпов роста *средний темп роста* исчисляется как *средняя геометрическая*. Так, если индивидуаль-

ные темпы роста, выраженные в коэффициентах, обозначить  $T_1, T_2, \dots, T_n$ , то средний темп роста ( $\bar{T}$ ) выразится как

$$\bar{T} = \sqrt[n]{T_1 T_2 T_3 \dots T_n}.$$

Основания для применения этой формулы вытекают из следующих логических и математических рассуждений. При расчете среднегодового темпа роста предполагается, что при замене индивидуальных темпов роста средним (одинаковым для всех лет) конечный уровень ряда должен оставаться неизменным, одним и тем же. Так, для условий нашего примера

$$132 \cdot 1,03 \cdot 1,037 \cdot 1,028 \cdot 1,014 \cdot 1,027 = 151$$

и  $132 \cdot \bar{T} \cdot \bar{T} \cdot \bar{T} \cdot \bar{T} \cdot \bar{T} = 151.$

Исходя из равенства правых частей, можно записать:

$$132 \cdot 1,03 \cdot 1,037 \cdot 1,028 \cdot 1,014 \cdot 1,027 = 132 (\bar{T})^5$$

или после сокращения на 132:

$$(\bar{T})^5 = 1,03 \cdot 1,037 \cdot 1,028 \cdot 1,014 \cdot 1,027.$$

Отсюда

$$\bar{T} = \sqrt[5]{T_1 T_2 T_3 T_4 T_5} = \sqrt[5]{1,03 \cdot 1,037 \cdot 1,028 \cdot 1,014 \cdot 1,027}.$$

Для расчета  $\bar{T}$  логарифмируем левую и правую части равенства:

$$\begin{aligned} \lg \bar{T} &= \frac{\lg 1,03 + \lg 1,037 + \lg 1,028 + \lg 1,014 + \lg 1,027}{5} = \\ &= \frac{0,0128 + 0,0158 + 0,0120 + 0,0060 + 0,0116}{5} = \frac{0,0582}{5} = 0,0116. \end{aligned}$$

Отсюда  $\bar{T} = 1,027$ , или если выразить в процентах, среднегодовой темп роста  $\bar{T} = 102,7\%$ .

Нетрудно доказать, что произведение цепных темпов роста, выраженных в коэффициентах, равняется отношению крайних уровней ряда или базисному темпу роста. Поэтому, если в распоряжении исследователя имеются абсолютные уровни ( $y_1, y_2, \dots, y_n$ ), средний темп роста легко рассчитать по формуле

$$\bar{T} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}},$$

тождественной приведенной выше средней геометрической.

Чтобы убедиться в этом, заменим под корнем темпы роста уровнями, на основе которых они рассчитывались. Тогда средний темп роста выразится следующим образом:

$$\bar{T} = \sqrt[5]{\frac{136}{132} \cdot \frac{141}{136} \cdot \frac{145}{141} \cdot \frac{147}{145} \cdot \frac{151}{147}} = \sqrt[5]{\frac{151}{132}}.$$



В этой записи 132 — первый уровень ряда, а 151 — последний (шестой). Показатель же степени остается прежним, равным числу лет (5), для которых рассчитывается средний темп роста. Поэтому в общем виде при наличии  $n$  уровней средний темп роста рассчитывается для  $n-1$  периодов, т. е. по формуле

$$\bar{T} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$$

Другими словами,  $n$  в двух приведенных формулах имеет различное значение. Во втором случае  $n$  — число уровней ряда, а в первом  $n$  — число темпов роста, которое всегда на единицу меньше числа уровней, по которым коэффициенты рассчитаны.

Так как  $\frac{y_n}{y_1}$  можно рассматривать как базисный темп роста, рассчитанный по отношению к первому периоду, то последняя формула среднего темпа роста применима не только для абсолютных уровней, но и для темпов роста, рассчитанных по отношению к одной и той же базе.

Например, если известно, что производительность труда в промышленности СССР в 1978 г. по сравнению с 1928 г. выросла в 23 раза, а в 1970 г. по сравнению с тем же 1928 г. — в 15 раз, то нетрудно определить среднегодовой темп роста производительности труда в промышленности за 8 лет (1971—1978):

$$\bar{T} = \sqrt[8]{\frac{23}{15}} = \sqrt[8]{1,533} = 1,055, \text{ или } 105,5\%$$

т. е. среднегодовой темп роста производительности труда составил в промышленности за указанный период 105,5%.

Среднегодовой же темп прироста рассчитывается как  $\bar{T}-100\%$ , т. е. путем вычитания 100% из среднего темпа роста.

### § 3 ВЫРАВНИВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ РЯДОВ

Довольно редко можно встретить такие динамические ряды, уровни которых на протяжении длительного периода оставались бы неизменными. Чаще уровни ряда со временем меняются, колеблются, но эта колеблемость для различных явлений неодинакова и может вызываться разными причинами. Колебания уровней ряда могут вызываться случайными причинами,

<sup>1</sup> Вместо приводимых выше расчетов с логарифмированием, зная отношение крайних уровней, можно воспользоваться готовыми таблицами, в которых рассчитаны среднегодовые темпы роста из разных значений подкоренных отношений для различного периода (см.: Айрапетов А. М. Таблицы исчисления среднегодовых темпов роста, прироста и снижения. М., 1971).

влиянием сезонности, действием каких-либо главных, определяющих факторов, способствующих повышению или снижению показателя. В этой связи говорят, что динамика ряда включает три компонента: тенденцию (долговременное движение), кратковременное систематическое движение и несистематическое случайное движение. Изучая динамические ряды, исследователи с давних времен пытаются разделить эти компоненты и выявить закономерности развития явлений в отдельные отрезки времени. С этой целью ряды динамики подвергают обработке, которая может быть менее или более сложной.

**Сглаживание путем укрупнения интервалов.** Простейший способ обработки ряда с целью выявления закономерности изменения его уровней заключается в определении итоговых или средних показателей для укрупненных интервалов времени.

Пусть, например, имеются следующие данные, отражающие выпуск продукции на предприятии по месяцам (табл. 58):

Таблица 58

Месяц	Выпуск продукции млн. руб.	Месяц	Выпуск продукции млн. руб.
Январь	5,1	Июль	5,6
Февраль	5,4	Август	5,9
Март	5,2	Сентябрь	6,1
Апрель	5,3	Октябрь	6,0
Май	5,6	Ноябрь	5,9
Июнь	5,8	Декабрь	6,2

Таблица 59

Квартал	Выпуск продукции, млн. руб.	Среднемесячный выпуск продукции по кварталам, млн. руб.
I	15,7	5,23
II	16,7	5,57
III	17,6	5,87
IV	18,1	6,03

Таблица 60

Год	Валовой сбор хлопка-сырца, млн. т	Скользкая сумма 5 членов ряда	Скользкая средняя 5 членов ряда
1965	5,7	—	—
1966	6,0	—	—
1967	6,0	29,3	5,86
1968	5,9	30,5	6,1
1969	5,7	31,6	6,32
1970	6,9	32,9	6,58
1971	7,1	34,7	6,94
1972	7,3	37,4	7,48
1973	7,7	38,4	7,68
1974	8,4	39,6	7,92
1975	7,9	41,1	8,22
1976	8,3	41,9	8,38
1977	8,8	42,7	8,54
1978	8,5	—	—
1979	9,2	—	—

Укрупним интервалы до трех месяцев и рассчитаем общий и среднемесячный выпуск продукции по кварталам. Новые данные будут выглядеть следующим образом (табл. 59).

Как видно из примера, новый ряд более четко выражает общую закономерность увеличения выпуска продукции.

Говоря об этом способе обработки динамических рядов, следует иметь в виду, что общий итог показателя укрупненных периодов можно получить лишь для абсолютных уровней интервальных рядов. Для рядов средних величин при укрупнении периодов вычисляются лишь новые средние уровни.

**Сглаживание способом скользящей средней.** Довольно часто при обработке динамического ряда с целью определения тенденции развития применяют сглаживание способом скользящей средней. По этому способу фактические уровни заменяются рядом скользящих средних, которые рассчитываются для определенных последовательно подвижных (скользящих) интервалов и относятся к середине каждого из них.

Сглаживание указанным способом можно производить по любому числу членов ряда ( $n$ ).

Процесс расчета иллюстрирует табл. 60, характеризующая производство хлопка-сырца в СССР в 1965—1979 гг.

Как видно из табл. 60 сглаженный ряд, состоящий из скользящих средних, показывает более плавное повышение урожая хлопка из года в год.

Недостатком сглаживания ряда способом скользящей средней является то, что сглаженный ряд «укорачивается» по сравнению

с фактическим на  $\frac{n-1}{2}$  членов с одного и другого конца (под

$n$  имеется в виду число членов, из которых рассчитываются скользящие средние). В нашем примере в сглаженном ряду недостает по 2 члена с каждой стороны  $\frac{5-1}{2} = 2$ .

Сглаживание способом скользящей средней можно производить и по четному числу членов. Только при этом приходится применять прием, известный под названием *центрирования*. В этом случае из каждой пары сглаженных скользящих средних рассчитывается средняя арифметическая, которая и относится к определенной временной точке, поскольку средняя, рассчитанная для четного числа членов, попадает между двумя временными точками.

**Выравнивание рядов динамики по аналитическим формулам.** Более совершенным способом обработки динамических рядов с целью установления тенденции развития является *выравнивание по аналитическим формулам*.

При этом способе на основе фактических данных ряда подбирается наиболее подходящая для отражения тенденции развития явления математическая формула (аппроксимирующая функция), которая принимается за модель развития и по которой рассчитывают выравненные значения.

Другими словами, уровни ряда рассматриваются как функция времени  $[\bar{y}_t = f(t)]$ , и задача выравнивания сводится к определению вида функции в каждом конкретном случае, отысканию ее

параметров по эмпирическим данным и расчету теоретических уровней по найденной формуле. Простейшими формулами, выражающими тенденцию развития (тренд), являются:

- 1) аналитическая прямая вида  $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$ ,
- 2) показательная функция  $\bar{y}_t = a_0 a_1^t$ ,
- 3) парабола второго порядка  $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ ,
- 4) гипербола  $\bar{y}_t = a_0 + \frac{a_1}{t}$ .

Во всех случаях  $\bar{y}_t$  — теоретический уровень (читается «игрек», выравненный по  $t$ ),  $t$  — условное обозначение времени,  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  — параметры аналитических функций.

**Выравнивание по прямой линии.** Выравнивание по прямой дает эффект, как правило, в тех случаях, когда абсолютные приросты более-менее постоянны, т. е. когда уровни изменяются в арифметической прогрессии (или близко к ней).

Параметры  $a_0$  и  $a_1$  для искомой прямой находятся по способу наименьших квадратов, путем решения системы нормальных уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \Sigma t = \Sigma y, \\ a_0 \Sigma t + a_1 \Sigma t^2 = \Sigma yt, \end{cases} \quad (1)$$

где  $y$  — уровни эмпирического ряда,

$n$  — количество уровней ряда,

$t$  — порядковый номер периода, или момента времени.

Эту систему легко упростить, если отсчет времени (при равных интервалах) ведется от середины ряда. При нечетном числе уровней срединная точка (год, месяц и др.) принимается за 0, тогда предшествующие периоды обозначаются соответственно через  $-1$ ,  $-2$ ,  $-3$  и т. д., а последующие за срединным периоды — соответственно через  $+1$ ,  $+2$ ,  $+3$  и т. д. При четном числе уровней ряда два срединных момента времени обозначаются через  $-1$  и  $+1$ , а все остальные — через два интервала, как показано в табл. 61. При отсчете времени от середины ряда  $\Sigma t = 0$  и система уравнений для отыскания  $a_0$  и  $a_1$  принимает следующий вид:

$$\begin{cases} na_0 = \Sigma y, \\ a_1 \Sigma t^2 = \Sigma yt. \end{cases} \quad (2)$$

Откуда

$$a_0 = \frac{\Sigma y}{n} \text{ и } a_1 = \frac{\Sigma yt}{\Sigma t^2}.$$

Рассмотрим выравнивание по прямой для динамического ряда, характеризующего выплавку стали в СССР за 1965—1970 гг. (табл. 61).

Рассматривая уровни ряда как функцию времени и считая, что в данном случае развитие может быть отражено прямой вида  $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$ , найдем параметры последней ( $a_0$  и  $a_1$ ), как указывалось выше, т. е. решая систему уравнений (2). Необходимые для решения уравнения  $\Sigma y$ ,  $\Sigma t^2$ ,  $\Sigma yt$  рассчитаны в табл. 61.

Таблица 61

Год	Выплавка стали, млн. т, $y$	Условное обозначение времени, $t$	$t^2$	$yt$	Выравненные уровни, $\bar{y}_t$
1965	91,0	-5	25	-455,0	91,8
1966	96,9	-3	9	-290,7	96,6
1967	102,2	-1	1	-102,2	101,4
1968	106,5	+1	1	106,5	106,2
1969	110,3	+3	9	330,9	111,0
1970	115,9	+5	25	579,5	115,8
$\Sigma$	622,8	0	70	169,0	622,8

Используя рассчитанные итоги, определяем:

$$a_0 = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{622,8}{6} = 103,8;$$

$$a_1 = \frac{\Sigma yt}{\Sigma t^2} = \frac{169}{70} = 2,4.$$

Отсюда  $\bar{y}_t = 103,8 + 2,4t$ . Коэффициент регрессии в данном уравнении  $a_1 = 2,4$  характеризует средний абсолютный прирост выплавки стали за полугодие.

Подставляя в данное уравнение последовательно значения  $t = -5, -3, -1, +1, +3, +5$ , находим выравненные уровни (см. последнюю графу табл. 61).

**Выравнивание по показательной функции.** Выравнивание по показательной функции производится в основном, когда ряд отражает развитие в геометрической прогрессии, т. е. когда цепные темпы роста более или менее постоянны.

Если при выравнивании используется показательная функция вида  $\bar{y}_t = a_0 a_1^t$ , то нетрудно заметить, что логарифм этой функции ( $\lg \bar{y}_t = \lg a_0 + t \lg a_1$ ) представляет собой уравнение прямой. Следовательно, заменив уровни ряда их логарифмами, параметры  $a_0$  и  $a_1$  можно определить через их логарифмы, решая систему нормальных уравнений, которая в этом случае выглядит так:

$$\begin{cases} n \lg a_0 + \lg a_1 \Sigma t = \Sigma \lg y, \\ \lg a_0 \Sigma t + \lg a_1 \Sigma t^2 = \Sigma t \lg y \end{cases}$$

или при  $\Sigma t = 0$

$$\begin{cases} n \lg a_0 = \Sigma \lg y, \\ \lg a_1 \Sigma t^2 = \Sigma t \lg y, \end{cases}$$

откуда

$$\lg a_0 = \frac{\Sigma \lg y}{n} \text{ и } \lg a_1 = \frac{\Sigma t \lg y}{\Sigma t^2}.$$

Рассмотрим выравнивание по показательной функции на условном примере, характеризующем динамику численности населения одного из городов за 1973—1979 гг. (табл. 62).

Таблица 62

Год	Численность населения на начало года тыс. человек ( $y$ )	$\lg y$	Условное обозначение времени, $t$	$t^2$	$t \lg y$	$\lg \bar{y}_t$	Выравненные уровни ( $\bar{y}_t$ )
1973	205,2	2,3122	-3	9	-6,9366	2,3115	204,8
1974	209,0	2,3201	-2	4	-4,6402	2,3197	208,8
1975	212,6	2,3275	-1	1	-2,3275	2,3279	212,7
1976	216,2	2,3349	0	0	0	2,3361	216,8
1977	220,8	2,3439	1	1	2,3439	2,3443	221,0
1978	225,1	2,3524	2	4	4,7048	2,3525	225,2
1979	230,0	2,3617	3	9	7,0851	2,3607	229,5
	1519,0	16,3527	0	28	0,2295	16,3527	1518,8

Приняв в качестве выравнивающей показательную функцию вида  $\bar{y}_t = a_0 a_1^t$  и прологарифмировав ее  $\lg \bar{y}_t = \lg a_0 + t \lg a_1$  параметры  $a_0$  и  $a_1$  найдем указанным выше способом, используя рассчитанные в таблице необходимые суммы.

$$\lg a_0 = \frac{\sum \lg y}{n} = \frac{16,3527}{7} = 2,3361, \text{ отсюда } a_0 = 216,8;$$

$$\lg a_1 = \frac{\sum t \lg y}{\sum t^2} = \frac{0,2295}{28} = 0,0082, \text{ отсюда } a_1 = 1,019.$$

Следовательно,

$$\lg \bar{y}_t = 2,3361 + 0,0082t \quad (1)$$

или

$$\bar{y}_t = 216,8 \cdot 1,019^t. \quad (2)$$

Для расчета выравненных уровней удобнее пользоваться формулой (1), т. е. логарифмами. Подставляя в эту формулу значения  $t = -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$ , найдем логарифмы ( $\lg \bar{y}_t$ ), а затем по таблицам —  $\bar{y}_t$ .

Логарифмы выравненных уровней и сами уровни показаны в двух последних графах табл. 62.

Таким образом, методика расчета при выравнивании по показательной функции во многом повторяет расчеты выравнивания по прямой, хотя форма выравненного ряда кардинально иная. График, построенный по логарифмам признака, характеризуется

прямой линией, а при переходе к потенциальной функции получаем экспоненту.

Величина  $a_1$  в показательной функции характеризует средний коэффициент роста изучаемого показателя в рассматриваемый период.

**Выравнивание по параболе второго порядка.** При выравнивании по параболе второго порядка  $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$  параметры  $a_0$ ,  $a_1$  и  $a_2$  определяются из системы нормальных уравнений, отвечающих требованию способа наименьших квадратов, которая при  $\Sigma t = 0$  имеет вид:

$$\begin{cases} na_0 + a_2 \Sigma t^2 = \Sigma y, \\ a_1 \Sigma t^2 = \Sigma yt, \\ a_0 \Sigma t^2 + a_2 \Sigma t^4 = \Sigma yt^2. \end{cases}$$

Выравнивание по параболе второго порядка можно проиллюстрировать на примере данных о производстве черепицы в СССР за 1960—1964 гг. (табл. 63).

Используя полученные суммы, решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 5a_0 + 10a_2 = 220,2, \\ 10a_1 = -56,2, \\ 10a_0 + 34a_2 = 411. \end{cases}$$

Находим:  $a_0 = 48,2$ ;  $a_1 = -5,62$ ;  $a_2 = -2,08$ . Отсюда искомое уравнение параболы второго порядка:  $\bar{y}_t = 48,2 - 5,62t - 2,08t^2$ . Рассчитанные по этому уравнению выравненные уровни показаны в последней графе табл. 63. Как видно из табл. 63 эти уровни

Таблица 63

Год	Производство черепицы, (млн. м <sup>2</sup> ), $y$	Условное обозначение времени $t$	$t^2$	$yt$	$yt^2$	$t^4$	Выравненные уровни ( $y_t = 48,2 - 5,62t - 2,08t^2$ )
1960	51,1	-2	4	-102,2	204,4	16	51,12
1961	51,5	-1	1	-51,5	51,5	1	51,74
1962	48,9	0	0	0	0	0	48,20
1963	39,9	1	1	39,9	39,9	1	40,50
1964	28,8	2	4	57,6	115,2	16	28,54
Итого: $n=5$	220,2	0	10	-56,2	411,0	34	220,1

очень близки к эмпирическим. Следовательно, парабола второго порядка довольно точно отражает тренд на данном отрезке времени.

Аналогично могут использоваться и другие аналитические функции для выравнивания рядов динамики.

**Выравнивание при помощи ряда Фурье.** Особое место в аналитическом выравнивании динамических рядов занимает выравнивание при помощи ряда Фурье, который можно выразить следующим уравнением:

$$\bar{y}_t = a_0 + \sum_{k=1}^m (a_k \cos kt + b_k \sin kt).$$

Выравнивание по приведенной формуле рекомендуется производить в тех случаях, когда в эмпирическом ряду наблюдается периодичность изменения уровней. В этом случае периодичность колебаний уровней динамического ряда можно представить в виде синусоидальных колебаний. Поскольку последние представляют собой гармонические колебания, то синусоиды, полученные при выравнивании рядом Фурье, называют гармониками различных порядков. Показатель  $k$  в приведенном уравнении определяет число гармоник. Обычно при выравнивании по ряду Фурье рассчитывают несколько гармоник (чаще не более четырех) и затем уже определяют, с каким числом гармоник наилучшим образом отражается периодичность изменения уровней ряда.

При выравнивании по ряду Фурье периодические колебания уровней динамического ряда как бы представляют в виде суммы нескольких синусоид (гармоник), наложенных друг на друга. Так, например, при  $k=1$  уравнение ряда Фурье будет иметь вид

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t.$$

При  $k=2$  соответственно:

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t + a_2 \cos 2t + b_2 \sin 2t.$$

и т. д.

Параметры уравнения теоретических уровней, определяемых рядом Фурье, находят, как и в других случаях, по способу наименьших квадратов. Не излагая здесь вывода, приведем готовые формулы, используемые для исчисления указанных выше параметров уравнения ряда Фурье:

$$a_0 = \frac{\Sigma y}{n}; \quad a_k = \frac{2 \Sigma y \cos kt}{n}; \quad b_k = \frac{2 \Sigma y \sin kt}{n}.$$

Последовательные значения  $t$  обычно определяют от 0 с увеличением (приростом), равным  $2\pi/n$ , где  $n$  — число уровней эмпирического ряда.

Например, при  $n=10$  временные точки  $t$  можно записать следующим образом:

$$0; \frac{2\pi}{10}; \frac{2\pi}{10} \cdot 2; \frac{2\pi}{10} \cdot 3; \frac{2\pi}{10} \cdot 4; \frac{2\pi}{10} \cdot 5; \frac{2\pi}{10} \cdot 6; \frac{2\pi}{10} \cdot 7; \frac{2\pi}{10} \cdot 8; \frac{2\pi}{10} \cdot 9,$$

а после сокращения:

$$0; \frac{\pi}{5}; \frac{2\pi}{5}; \frac{3\pi}{5}; \frac{4\pi}{5}; \pi; \frac{6\pi}{5}; \frac{7\pi}{5}; \frac{8\pi}{5}; \frac{9\pi}{5}.$$



При  $n=12$  значения  $t$  выразятся другой последовательностью:

$$0; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}; \pi; \frac{7\pi}{6}; \frac{4\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{3}; \frac{11\pi}{6}.$$

Для определенных в каждом конкретном случае  $t$  находят значения синусов и косинусов разных гармоник, которые для удобства выражают в таблицах. Например, для  $n=12$  таблица имеет следующий вид (табл. 64).

Таблица 64

$t$	$\cos t$	$\cos 2t$	$\cos 3t$	$\cos 4t$	$\sin t$	$\sin 2t$	$\sin 3t$	$\sin 4t$
0	1	1	1	1	0	0	0	0
$\pi/6$	0,866	0,5	0	-0,5	0,5	0,866	1	0,866
$\pi/3$	0,5	-0,5	-1	-0,5	0,866	0,866	0	-0,866
и т. д.								

Выравнивание по ряду Фурье часто дает положительный эффект в рядах, содержащих сезонную волну.

Покажем выравнивание по ряду Фурье на условных данных о средней дневной выработке тракторов (ДТ-54 и ДТ-55) в колхозах одного из районов (см. табл. 65). В этой же таблице содержатся значения  $\cos t$  и  $\sin t$ , а также произведения  $y \cos t$  и  $y \sin t$ , необходимые для определения параметров уравнения модели первой гармоники.

На основе полученных итогов находим:

$$a_0 = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{68,4}{12} = 5,7,$$

$$a_1 = \frac{2\Sigma y \cos t}{n} = \frac{2(-9)}{12} = -1,5,$$

$$b_1 = \frac{2\Sigma y \sin t}{n} = \frac{2(-1,11)}{12} = -0,185.$$

Отсюда  $\bar{y}_t = 5,7 - 1,5 \cos t - 0,185 \sin t$ .

Вычисленные по этому уравнению теоретические значения приведены в последней графе табл. 65.

Параметры гармоник второго и высшего порядка рассчитываются аналогично, и их значения последовательно присоединяются к значениям параметров первой гармоники. Опустив расчеты, запишем уравнения для выравнивания нашего ряда с учетом второй и третьей гармоник. Для второй гармоники:

$$\bar{y}_t = 5,7 - 1,5 \cos t - 0,185 \sin t - 1,07 \cos 2t + 0,375 \sin 2t.$$

Для третьей гармоники:

$$\bar{y}_t = 5,7 - 1,5 \cos t - 0,185 \sin t - 1,07 \cos 2t + 0,375 \sin 2t + 0,63 \cos 3t - 0,185 \sin 3t.$$

Таблица 65

Месяц	$t$	Средняя дневная выработка трактора, га $y$	$\cos t$	$\sin t$	$y \cos t$	$y \sin t$	$\bar{y}_t$
I	0	4,4	1	0	4,4	0,00	4,2
II	$\pi/6$	4,3	0,866	0,5	3,72	2,15	4,3
III	$\pi/3$	4,6	0,5	0,866	2,30	3,98	4,8
IV	$\pi/2$	6,0	0	1	0,00	6,00	5,5
V	$2\pi/3$	7,1	-0,5	0,866	-3,55	6,15	6,3
VI	$5\pi/6$	5,8	-0,866	0,5	-5,02	2,90	6,9
VII	$\pi$	6,3	-1	0	-6,30	0,00	7,2
VIII	$7\pi/6$	7,7	-0,866	-0,5	-6,67	-3,85	7,1
IX	$4\pi/3$	7,6	-0,5	-0,866	-3,80	-6,58	6,6
X	$3\pi/2$	5,9	0	+1	0,00	-5,90	5,9
XI	$5\pi/3$	4,4	0,5	-0,866	2,20	-3,81	5,1
XII	$11\pi/6$	4,3	0,866	-0,5	3,72	-2,15	4,5
		68,4			-9,00	-1,11	

Ниже в табл. 66 приведены фактические уровни и выравненные по ряду Фурье с учетом различного числа гармоник.

Таблица 66

Месяц	Фактические уровни ( $y$ )	Выравненные по ряду Фурье с использованием гармоник		
		первого ряда $1/y_t$	второго ряда $2/y_t$	третьего ряда $3/y_t$
I	4,4	4,2	4,2	4,8
II	4,3	4,3	4,1	4,0
III	4,6	4,8	5,6	4,8
IV	6,0	5,5	6,6	6,4
V	7,1	6,3	6,5	7,0
VI	5,8	6,9	6,0	5,9
VII	6,3	7,2	6,1	5,5
VIII	7,7	7,1	6,9	7,0
IX	7,6	6,6	7,5	8,3
X	5,9	5,9	7,0	7,1
XI	4,4	5,1	5,3	4,8
XII	4,3	4,5	3,7	3,8

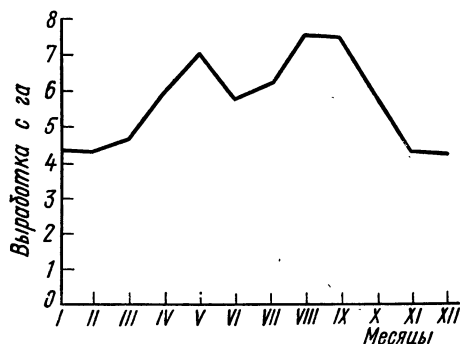


Рис. 31. Средняя дневная выработка тракторов (ДТ-54 и ДТ-55) по месяцам в колхозах

Как видно из табл. 66, уже первая гармоника ряда Фурье довольно хорошо аппроксимирует фактический ряд. Вторая гармоника не улучшает результаты выравнивания, но третья вносит некоторые коррективы в сторону улучшения особенно в центре ряда.

Остаточные дисперсии  $\left(\sigma_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum(y - \bar{y}_t)^2}{n}\right)$ , рассчитанные для трех случаев, подтверждают вышесказанное. Так,

$${}_1\sigma_{\text{ост}}^2 = 0,407; {}_2\sigma_{\text{ост}}^2 = 0,409 \text{ и } {}_3\sigma_{\text{ост}}^2 = 0,328.$$

Таким образом можно сделать вывод, что гармоника третьего порядка ряда Фурье наиболее близка к фактическим уровням ряда.

#### § 4 ВЫЯВЛЕНИЕ И ИЗМЕРЕНИЕ СЕЗОННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Внутригодовые уровни многих показателей существенно зависят от сезонности. Так, например, расход электроэнергии в летние месяцы значительно меньше, чем в зимние. Потребление мясных продуктов больше в зимние месяцы, производство многих видов продуктов (сахара, растительного масла и пр.), связанных с переработкой сельскохозяйственной продукции, увеличивается в месяцы, непосредственно следующие за окончанием уборки урожая; цены на рынке на овощи в отдельные месяцы неодинаковые и т. д.

В таких случаях при укрупнении интервалов закономерность изменения не только не проявляется, но и затушевывается. Только наблюдение за месячными (или квартальными) уровнями может обнаружить колеблемость в ряду, вызванную влиянием сезонности.

При графическом изображении таких рядов сезонные колебания наглядно проявляются в повышении или снижении уровней в определенные месяцы года. В качестве примера могут служить приведенные в табл. 65 данные о выработке тракторов. На графике этот ряд будет выглядеть, как показано на рис. 31.

Наблюдение за сезонными колебаниями представляет интерес с точки зрения стремления к их устранению (например, стремление равномерного использования тракторов в сельском хозяйстве в течение года или строительных рабочих в строительстве и т. д.). Кроме того, знание особенностей сезонных колебаний для тех или иных показателей может быть использовано при решении многих практических задач (планирование выпуска продукции по месяцам там, где она испытывает влияние сезонности: потребности в рабочей силе, оборудовании и т. п.). Поэтому изучение и измерение «сезонной волны» являются одной из важных задач при анализе рядов динамики.

В статистике существует ряд методов для выявления и измерения сезонной волны.

1 способ. А. Самый простой способ заключается в следующем: для каждого года рассчитывается средний уровень, а за-

тем с ним сопоставляется (в процентах) уровень каждого месяца. Это процентное отношение обычно именуют индексом сезонности

$$I_{\text{сезон}} = y_i / \bar{y} \cdot 100 \%$$

В приведенном выше примере (табл. 65) средний уровень ряда составляет

$$\bar{y} = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{68,4}{12} = 5,7.$$

Индекс сезонности для января составит  $\frac{4,4}{5,7} \cdot 100 \% = 77 \%$ ,

для февраля  $\frac{4,3}{5,7} \cdot 100 \% = 75 \%$  и т. д.

Б. Однако месячные данные одного года в силу элемента случайности слишком ненадежны для выявления закономерности колебаний. Поэтому надежнее пользоваться месячными данными за ряд лет (в основном за 3 года). Тогда для каждого месяца рассчитывается средняя величина уровня за 3 года, затем из них рассчитывается среднемесячный уровень для всего ряда и в заключение определяется процентное отношение средних для каждого месяца к общему среднемесячному уровню ряда, т. е.

$$I_{\text{сезон}} = \bar{y}_i / \bar{y} \cdot 100 \%$$

где  $\bar{y}_i$  — средняя для каждого месяца за 3 года,  $\bar{y}$  — общий среднемесячный уровень за 3 года.

Проиллюстрируем этот расчет на условном примере. Предположим, мы располагаем месячными данными о дневной выработке трактора (ДТ-54 и ДТ-55) в колхозах за 3 года (табл. 67).

Таблица 67

Месяц	Средняя дневная выработка на трактор, га мягкой пахоты				Индекс сезонности $(\bar{y}_i / \bar{y}) \cdot 100\%$
	1976 г.	1977 г.	1978 г.	в среднем за 3 года, $\bar{y}_i$	
I	4,4	4,2	4,3	4,3	77
II	4,3	4,1	4,5	4,3	77
III	4,5	4,2	5,1	4,6	82
IV	6,2	5,4	6,0	5,9	105
V	7,0	6,8	7,1	7,0	125
VI	6,0	6,3	6,5	6,3	112
VII	6,3	6,0	6,3	6,2	114
VIII	7,7	7,0	7,5	7,4	132
IX	7,6	7,2	7,1	7,3	130
X	6,0	5,9	6,2	6,0	107
XI	4,4	4,3	4,5	4,4	79
XII	4,3	4,1	4,2	4,2	75
Средний уровень ряда	5,7	5,4	5,8	$\bar{y} = 5,6$	100

По средним данным за 3 года индексы сезонности составляют:

для января  $\frac{4,3}{5,6} \cdot 100 \% = 77 \%$ ; для февраля  $\frac{4,3}{5,6} \cdot 100 \% = 77 \%$ ;

для марта  $\frac{4,6}{5,6} \cdot 100 \% = 82\%$  и т. д. (см. последнюю графу табл. 67).

## II способ.

При наличии данных за 3 года или другой отрезок времени применяется и такой метод: рассчитываются индексы сезонности для каждого года, как указывалось в первом случае, затем из индексов сезонности каждого месяца находится средняя арифметическая.

Можно проиллюстрировать этот прием на исходных данных приведенного выше примера. Рассчитаем индексы сезонности для каждого года.

$$\text{Для января 1976 г.: } \frac{4,4}{5,7} \cdot 100\% = 77\%, \text{ для февраля 1976 г.: } \\ \frac{4,3}{5,7} \cdot 100\% = 75\% \text{ и т. д.}$$

$$\text{Для января 1977 г.: } \frac{4,2}{5,4} \cdot 100\% = 77\%, \text{ для февраля 1977 г.: } \\ \frac{4,1}{5,4} \cdot 100\% = 76\% \text{ и т. д.}$$

$$\text{Для января 1978 г.: } \frac{4,3}{5,8} \cdot 100\% = 74\%, \text{ для февраля 1978 г.: } \\ \frac{4,5}{5,8} \cdot 100\% = 77\% \text{ и т. д.}$$

Средний индекс сезонности января будет

$$\frac{77 + 77 + 74}{3} = 76, \text{ для февраля } \frac{75 + 76 + 77}{3} = 76 \text{ и т. д.}$$

Индексы сезонности, рассчитанные в нашем примере двумя методами, мало отличаются друг от друга. Это можно объяснить сравнительной стабильностью месячных уровней в разные годы.

Если же наблюдается тенденция к увеличению или уменьшению из года в год месячных уровней, то второму способу следует отдать предпочтение.

## III способ.

При наличии тенденции к увеличению или уменьшению уровней из года в год применимы и другие способы измерения сезонных колебаний, в частности расчет индексов сезонности на основе *цепных помесечных отношений*.

Суть его в следующем. Для нескольких лет определяется процентное отношение уровня каждого месяца к предыдущему. Далее, из этих относительных величин, рассчитанных для нескольких лет, вычисляется средняя для каждого месяца. Затем средняя из январских цепных отношений принимается за 100%. Средняя величина из цепных отношений для февраля оставляется без изменений, так как данное отношение рассчитано по отношению к январю. Средние величины цепных отношений всех остальных месяцев, начиная с марта, пересчитанные по отношению к январю, определяются по методу цепных произведений с последующей корректировкой, которую удобнее рассмотреть на конкрет-

ном примере. Пусть мы располагаем следующими данными по одной из областей о численности рабочих и служащих, занятых в строительстве (в тысячах человек) (табл. 68).

Таблица 68

Месяц	Численность занятых, тыс. чел.			
	1977 г.	1978 г.	1979 г.	1980 г.
I	4,8	5,0	5,8	6,0
II	4,7	5,0	6,0	6,3
III	5,0	5,3	6,2	6,6
IV	5,0	6,0	6,0	6,8
V	5,3	6,0	6,1	7,0
VI	6,2	6,5	7,0	7,5
VII	6,8	8,0	8,1	8,6
VIII	7,2	8,2	8,2	8,5
IX	7,0	7,1	7,6	8,0
X	6,1	6,5	7,0	7,1
XI	6,0	6,4	6,6	7,0
XII	5,0	6,0	6,2	6,8

Таблица 69

Месяц	Месячные цепные отношения				Средняя величина из цепных месячных отношений	Средняя величина месячных отношений к январю
	1977 г.	1978 г.	1979 г.	1980 г.		
I	—	100,0	96,7	96,8	97,8	100,0
II	98,0	100,0	103,4	105,0	101,6	101,6
III	106,4	106,0	103,3	104,8	105,1	106,8
IV	100,0	113,2	96,8	103,0	103,2	110,2
V	106,0	100,0	101,7	103,0	102,6	113,1
VI	117,0	108,3	114,7	107,1	111,8	126,4
VII	109,7	123,0	115,7	114,7	115,8	146,4
VIII	106,0	102,5	101,2	98,8	102,1	149,5
IX	97,2	86,6	92,7	94,1	92,7	138,6
X	87,1	91,5	92,1	88,7	89,8	124,5
XI	98,4	98,5	94,3	98,6	97,4	121,3
XII	83,3	93,7	94,3	97,1	92,0	111,6
I			93,9		97,8	109,1

Найдем помесечные цепные отношения уровней, т. е. уровень каждого месяца выразим в процентах к предыдущему. Например, относительный уровень февраля 1977 г. к январю составит

$$\frac{4,7}{4,8} \cdot 100\% = 98\%$$

уровень марта к февралю  $\frac{5}{4,7} \cdot 100\% = 106,4\%$  и т. д.

Затем из относительных величин для каждого месяца рассчитаем среднюю.

Приняв январскую среднюю за 100% и оставив февральскую среднюю (101,6) без изменения, пересчитываем все остальные средние по отношению к январю. Тогда (на основе перехода от цепных индексов к базисным) отношение мартовского уровня к январскому составит  $101,6 \cdot 1,051 = 106,8$ ; отношение апреля к январю будет  $106,8 \cdot 1,032 = 110,2$  и т. д.

Результаты таких подсчетов показаны в табл. 69 (в последней графе).

Последний показатель в последней графе таблицы (109,1%) получен путем умножения среднего показателя, характеризующего отношение декабрьского уровня к январю (111,6), на величину показателя, отражающего отношение январского уровня к декабрьскому (0,978).

По идее, произведение отношений  $\frac{\text{декабрь}}{\text{январь}} \cdot \frac{\text{январь}}{\text{декабрь}}$  должно давать 1, или 100%. У нас же получилось 109,1%, разница в 9,1% «набежала» за 12 месяцев за счет влияния тренда, т. е. тенденции к увеличению.

Разделив 9,1 на 12, определяем величину поправки (0,758), на которую должны быть скорректированы все рассчитанные отношения к январской базе. Для этого из февральского показателя вычитаем 0,758, из мартовского  $0,758 \cdot 2 = 1,516$ , из апрельского  $0,758 \cdot 3 = 2,274$  и т. д.

В результате получаем скорректированные средние помесечные отношения (январь = 100%). Найдя из них среднюю арифметическую, сопоставляем с ней скорректированные средние помесечные отношения в процентах. Полученные

относительные показатели выступают в качестве индексов сезонности. Скорректированные средние месячные отношения и расчет индексов сезонности показаны в табл. 70.

Таблица 70

Месяц	Средние месячные отношения с учетом поправки (январь = 100%)	Индексы сезонности, %
I	—	—
II	100,8	$(100,8 : 116,6) \cdot 100 = 86,4$
III	105,3	$(105,3 : 116,6) \cdot 100 = 90,3$
IV	107,9	$(107,9 : 116,6) \cdot 100 = 92,5$
V	110,0	$(110,0 : 116,6) \cdot 100 = 94,3$
VI	122,5	$(122,5 : 116,6) \cdot 100 = 105,1$
VII	141,8	$(141,8 : 116,6) \cdot 100 = 121,6$
VIII	144,2	$(144,2 : 116,6) \cdot 100 = 123,6$
IX	132,6	$(132,6 : 116,6) \cdot 100 = 113,7$
X	117,7	$(117,7 : 116,6) \cdot 100 = 100,9$
XI	113,7	$(113,7 : 116,6) \cdot 100 = 97,5$
XII	103,3	$(103,3 : 116,6) \cdot 100 = 88,6$
I	100,0	$(100,0 : 116,6) \cdot 100 = 85,8$

Средняя из них = 116,6.

В данном примере при корректировании средних месячных отношений поправка, рассчитанная на основе расхождения двух январских показателей (109,1 — 100), вычиталась, так как наблюдалась тенденция к увеличению уровней ряда. В случае же наличия тенденции к уменьшению уровней поправку пришлось бы прибавлять к средним месячным отношениям.

#### IV способ.

Следующий прием измерения сезонных колебаний основан на отношении фактических месячных данных к скользящей средней, рассчитанной на 12 месяцев. При этом методе месячные уровни исследуемого показателя за ряд лет сглаживаются 12-месячной скользящей средней. Затем фактические уровни каждого месяца процентируются к скользящей (подвижной) средней. На основе таких отношений (индексов сезонности) за ряд лет находится средняя арифметическая для каждого месяца, эти средние являются индексами сезонных колебаний.

Аналогично индексы сезонности могут быть построены на основе отношений фактических месячных данных к уровням, выравненным по аналитическим формулам.

### § 5

#### ПОНЯТИЕ ОБ АВТОКОРРЕЛЯЦИИ В РЯДАХ ДИНАМИКИ

Во многих рядах динамики наблюдается определенная зависимость уровней  $t$ -того периода от предшествующих им. Например, численность поголовья скота на определенный

год зависит от поголовья в предшествующие годы, урожайность в определенные годы связана с урожайностью предшествующих лет и т. п.

Зависимость между последовательными уровнями ряда динамики называется *автокорреляцией*. Автокорреляцию измеряют при помощи *коэффициента автокорреляции*, исчисляемого на основе формул парного линейного коэффициента корреляции.

**Коэффициент автокорреляции.** Для расчета коэффициента автокорреляции параллельно с исходными уровнями ряда ( $y_t$ ) записываются уровни, сдвинутые на один период, т. е.  $y_{t-1}$  (или  $y_{t+1}$ ). Тогда формулу коэффициента автокорреляции можно записать следующим образом:

$$r_a = \frac{\overline{y_t y_{t-1}} - \bar{y}_t \bar{y}_{t-1}}{\sigma_{y_t} \sigma_{y_{t-1}}} \quad (1)$$

Если значение последнего уровня мало отличается от первого, то, чтобы сдвинутый ряд не укорачивался, его можно условно дополнить, принимая  $y_n = y_1$ . Тогда  $\bar{y}_t = \bar{y}_{t-1}$  и  $\sigma_{y_t} = \sigma_{y_{t-1}}$ , поскольку рассчитываются они для одного и того же ряда. При такой замене, т. е. если  $\bar{y}_t \simeq \bar{y}_{t-1}$  и  $\sigma_{y_t} \simeq \sigma_{y_{t-1}}$ , формула коэффициента автокорреляции принимает вид

$$r_a = \frac{\overline{y_t y_{t-1}} - (\bar{y}_t)^2}{\sigma_{y_t}^2} \quad (2)$$

или

$$r_a = \frac{\sum y_t y_{t-1} - n (\bar{y}_t)^2}{\sum y_t^2 - n (\bar{y}_t)^2} \quad (3)$$

Иногда приходится при анализе рядов динамики исследовать вопрос о наличии или отсутствии автокорреляции не между самими уровнями ряда, а между их отклонениями от среднего уровня или от тренда. В этом случае сумма таких остаточных величин (отклонений) и средняя из них равны 0. Нетрудно видеть из формулы (3), что для рядов, у которых  $\bar{y} = 0$ , коэффициент автокорреляции будет выражаться формулой

$$r_a = \frac{\sum y_t y_{t-1}}{\sum y_t^2} \quad (4)$$

(Так как обычно через  $y$  обозначаются уровни ряда, то, чтобы не вносить путаницы в обозначения, для остаточных величин предпочтительнее использовать символ  $\varepsilon$ . Тогда коэффициент авто-

корреляции для остаточных величин выразится как  $r_a = \frac{\sum \varepsilon_t \varepsilon_{t-1}}{\sum \varepsilon_t^2}$ ).



Коэффициент автокорреляции может рассчитываться не только между соседними уровнями, т. е. сдвинутыми на один период, но и между сдвинутыми на любое число единиц времени ( $m$ ). Этот сдвиг, именуемый *временным лагом*, определяет и порядок коэффициента автокорреляции: первого порядка (при  $m=1$ ), второго порядка (при  $m=2$ ) и т. д. Из формулы (4) видно, что при  $m=0$ , т. е. когда ряд коррелируется с самим собой,  $r_a=1$ .

Покажем расчет коэффициента автокорреляции первого порядка (между соседними уровнями) на условном примере данных о поголовье коров в одном из районов. Исходные данные и расчет необходимых величин для подстановки в формулу (2) показаны в табл. 71.

Таблица 71

Год	Поголовье коров, тыс. голов $y_t$	Поголовье коров со сдвигом в 1 год $y_{t-1}$	$y_t y_{t-1}$	$y_t^2$
1971	4,2	(5,3)	(22,26)	(17,64)
1972	4,0	4,2	16,80	16,00
1973	4,3	4,0	17,20	18,49
1974	4,2	4,3	18,06	17,64
1975	4,3	4,2	18,06	18,49
1976	4,4	4,3	18,92	19,36
1977	4,5	4,4	19,80	20,25
1978	4,8	4,5	21,60	23,04
1979	5,0	4,8	24,00	25,00
1980	5,3	5,0	26,50	28,09
$\Sigma$	45,0	45,0	203,20	204,00

Таблица 72

Пятипроцентный и однопроцентный уровни вероятности коэффициентов автокорреляции \*

Объем выборки, $n$	Положительные значения		Отрицательные значения	
	5%-ный уровень	1%-ный уровень	5%-ный уровень	1%-ный уровень
5	0,253	0,297	-0,753	-0,798
6	0,345	0,447	-0,708	-0,863
7	0,370	0,510	-0,674	-0,799
8	0,371	0,531	-0,625	-0,764
9	0,366	0,533	-0,593	-0,737
10	0,360	0,525	-0,564	-0,705
11	0,353	0,515	-0,539	-0,679
12	0,348	0,505	-0,516	-0,655
13	0,341	0,495	-0,497	-0,634
14	0,335	0,485	-0,479	-0,615
15	0,328	0,475	-0,462	-0,597
20	0,299	0,432	-0,399	-0,524

\* Таблица с сокращением заимствована из кн.: Езекиэл М. и Фокс К. Методы анализа корреляций и регрессий. М., 1966, с. 354.

По итоговым данным таблицы находим

$$\overline{y_t y_{t-1}} = \frac{203,2}{10} = 20,32,$$

$$\overline{y_t} = \frac{45}{10} = 4,5; (\overline{y_t})^2 = (4,5)^2 = 20,25,$$

$$\sigma_{y_t}^2 = y_t^2 - (\overline{y_t})^2 = \frac{204}{10} - (4,5)^2 = 20,4 - 20,25 = 0,15.$$

Подставляя полученные значения в формулу (2), находим

$$r_a = \frac{y_t y_{t-1} - (\bar{y}_t)^2}{\sigma_{y_t}^2} = \frac{20,32 - 20,25}{0,15} = 0,47.$$

Тот же результат получим и по формуле (3)

$$r_a = \frac{\sum y_t y_{t-1} - n (\bar{y}_t)^2}{\sum y_t^2 - n (\bar{y}_t)^2} = \frac{203,2 - 10 (4,5)^2}{204 - 10 (4,5)^2} = \frac{0,7}{1,5} = 0,47.$$

По найденному значению коэффициента автокорреляции судить о наличии или отсутствии автокорреляции в ряду «на глаз» рискованно. Существуют специальные таблицы, в которых для разного числа членов ряда ( $n$ ) и разных уровней существенности (значимости) определена критическая область проверяемой гипотезы (об отсутствии автокорреляции).

Одна из таких таблиц, составленная Р. Андерсоном (1942), приведена выше (табл. 72).

Для суждения о наличии или отсутствии автокорреляции в исследуемом ряду фактическое значение коэффициента автокорреляции сопоставляется с табличным (критическим) для 5%-ного или 1%-ного уровня значимости (вероятности допустить ошибку при принятии нулевой гипотезы о независимости уровней ряда).

Если фактическое значение коэффициента автокорреляции меньше табличного, то гипотеза об отсутствии автокорреляции в ряду может быть принята. Если же фактическое значение больше табличного, то можно сделать вывод о наличии автокорреляции в ряду.

Возвращаясь к нашему примеру, приведенному в табл. 71, сравним рассчитанное нами значение коэффициента автокорреляции ( $r_a=0,47$ ) с табличным. По табл. 72 находим, что для  $n=10$  при 5%-ном уровне значимости критическое значение коэффициента автокорреляции равно 0,360. Поскольку наше фактическое значение больше табличного ( $0,47 > 0,36$ ), можно сделать вывод о наличии автокорреляции в исследуемом ряду. (Хотя такой вывод мы не смогли бы сделать с 1%-ным уровнем значимости, для которого критическое значение коэффициента автокорреляции равно 0,525.)

**Нахождение уравнения авторегрессии.** Для рядов динамики, у которых установлено наличие автокорреляции, каждый уровень ( $y_t$ ) может рассматриваться как функция предыдущих значений уровней. Уравнение, выражающее эту зависимость, называется *уравнением авторегрессии*. Уравнение авторегрессии, связывающее исходные уровни ряда с теми же уровнями, сдвинутыми на определенный лаг, находится по общим правилам регрессионного анализа.

Наиболее простой формой зависимости между уровнями ряда может служить линейная, выражающаяся уравнением

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 y_{t-1}.$$

Параметры данного уравнения авторегрессии найдем, решая следующую систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \Sigma y_{t-1} = \Sigma y_t, \\ a_0 \Sigma y_{t-1} + a_1 \Sigma y_{t-1}^2 = \Sigma y_t y_{t-1}. \end{cases}$$

(При этом следует иметь в виду, что поскольку сдвинутый ряд ( $y_{t-1}$ ) содержит на один уровень меньше исходного ряда, то все расчеты сумм необходимо производить для одного и того же числа членов ряда, а именно для  $n-1$ .)

Продолжим рассмотрение примера, приведенного в табл. 71, и найдем для него уравнение авторегрессии. Скорректировав с учетом сдвига итоги, рассчитанные в табл. 71, получим следующие значения величин, необходимых для решения системы нормальных уравнений:

$$\begin{aligned} n &= 9; \Sigma y_t = 40,8; \Sigma y_{t-1} = 39,7, \\ \Sigma y_{t-1}^2 &= 175,91; \Sigma y_t y_{t-1} = 180,94. \end{aligned}$$

Подставив их в систему уравнений, получаем

$$\begin{cases} 9a_0 + 39,7a_1 = 40,8, \\ 39,7a_0 + 175,91a_1 = 180,94. \end{cases}$$

Решив систему, находим  $a_0 = -0,87$  и  $a_1 = 1,225$ . Отсюда авторегрессионная модель будет иметь вид:

$$y_t = -0,87 + 1,225 y_{t-1}.$$

Подставляя в найденное уравнение значения уровней  $y_{t-1}$ , находим  $\hat{y}_t$ , т. е. теоретическое поголовье коров для каждого года на основе данных за предыдущий год.

Рассчитанные теоретические и исходные фактические уровни поголовья коров показаны в табл. 73.

Из табл. 73 видно, что начиная с 1975 г. теоретические уровни, рассчитанные по авторегрессионной модели первого порядка, практически совпадают с фактическими уровнями, что означает, что найденное линейное уравнение достаточно хорошо отражает характер зависимости между последовательными уровнями ряда.

Более сложной формой линейной авторегрессионной зависимости будет такая, при которой значение уровня в каждый момент  $t$

Таблица 73

Год	Поголовье коров, тыс. голов	
	Фактическое $y_t$	Теоретическое $\hat{y}_t$
1971	4,2	—
1972	4,0	4,3
1973	4,3	4,0
1974	4,2	4,4
1975	4,3	4,3
1976	4,4	4,4
1977	4,5	4,5
1978	4,8	4,6
1979	5,0	5,0
1980	5,3	5,3

(т. е.  $y_t$ ) характеризуется зависимостью от нескольких предшествующих значений данного показателя одновременно, т. е.

$$\hat{y}_t = f(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-m})$$

или

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \dots + a_m y_{t-m},$$

где  $m$  — число уровней ряда, включаемых в уравнение в качестве переменных и определяющих порядок авторегрессии.

Обычно чтобы определить число предшествующих уровней ( $m$ ), которые могут оказывать влияние на уровень  $t$ -того периода, рекомендуется найти уравнение авторегрессии первого, второго, третьего и т. д.

Оценку авторегрессионной модели с различным числом предшествующих уровней можно получить при помощи остаточной дисперсии, которая рассчитывается между фактическими и теоретическими уровнями ряда.

Исследование автокорреляции является одним из важных элементов анализа рядов динамики.

## § 6

### КОРРЕЛЯЦИЯ РЯДОВ ДИНАМИКИ

Во многих экономических исследованиях при решении различного рода задач приходится изучать динамику нескольких показателей одновременно, т. е. рассматривать параллельно несколько динамических рядов. Естественно, что в этих случаях можно встретить ряды, у которых колебания уровней взаимообусловлены. Например, динамика цен на какую-либо продукцию земледелия на рынке в известной степени связана с динамикой урожайности данной продукции. В свою очередь, динамика урожайности или валовых сборов зависит от динамики количества осадков. Динамика перевозок грузов определенным образом зависит от динамики производства продукции промышленности и сельского хозяйства и т. п.

При изучении такого рода рядов динамики, естественно, возникает желание и необходимость измерить зависимость между рядами динамики, вернее, определить, насколько колебания уровней одного ряда зависят от колебания уровней другого ряда. Эта задача решается обычно путем коррелирования рядов динамики, т. е. путем исчисления коэффициента корреляции между уровнями двух рядов.

**Коррелирование уровней.** Коррелируя ряды динамики, следует учитывать, что уровни в каждом ряду в большинстве случаев не независимы, что между ними существует автокорреляция, которая искажает характер и тесноту зависимости между изучаемыми показателями. Поэтому коррелировать уровни рядов динамики можно лишь в том случае, если в каждом из них отсутствует автокорреляция. Следовательно, прежде чем коррелировать ряды динамики (по уровням), необходимо проверить каждый из рядов

на наличие или отсутствие автокорреляции в них (при помощи коэффициента автокорреляции, описанного в предыдущем параграфе). В случае наличия автокорреляции между уровнями ряда последняя должна быть устранена.

Есть несколько способов исключения автокорреляции в рядах динамики.

**Коррелирование отклонений от выравненных уровней.** Один из способов исключения автокорреляции заключается в том, что коррелируются не сами уровни, а отклонения фактических уровней от выравненных, отражающих тренд, т. е. коррелируются остаточные величины. Для этого каждый ряд динамики выравнивают по определенной характерной для него аналитической формуле (т. е. находят  $\bar{x}_t$  и  $\bar{y}_t$ ), затем из эмпирических уровней вычитают выравненные (т. е. находят  $d_x = x - \bar{x}_t$  и  $d_y = y - \bar{y}_t$ ) и определяют тесноту зависимости между рассчитанными отклонениями  $d_x$  и  $d_y$ . Формулу коэффициента корреляции между остаточными величинами можно записать в следующем виде:

$$r = \frac{\Sigma d_x d_y}{\sqrt{\Sigma d_x^2 \Sigma d_y^2}}$$

Рассмотрим измерение тесноты связи между остаточными величинами на конкретном примере.

Предположим, по одному из районов имеются следующие данные о поголовье коров ( $x$ ) и производстве молока ( $y$ ) за 10 лет.

Таблица 74

Год	Поголовье коров, тыс. голов $x$	Производство молока, тыс. т $y$	Выравненные значения	
			$\bar{x}_t$	$\bar{y}_t$
1971	4,0	10,0	3,9	10,2
1972	4,0	10,2	4,0	10,7
1973	4,2	11,5	4,2	11,1
1974	4,3	11,8	4,3	11,5
1975	4,4	12,0	4,4	12,0
1976	4,5	12,6	4,6	12,4
1977	4,6	12,8	4,7	12,9
1978	4,8	13,1	4,9	13,3
1979	5,0	13,6	5,0	13,7
1980	5,3	14,3	5,1	14,2
	45,1	122,0	45,1	122,0

Таблица 75

$d_x = x - \bar{x}_t$	$d_y = y - \bar{y}_t$	$d_x^2$	$d_y^2$	$d_x d_y$
+0,1	-0,2	0,01	0,04	-0,02
0	-0,5	0	0,25	0
0	+0,4	0	0,16	0
0	+0,3	0	0,09	0
0	0	0	0	0
-0,1	0,2	0,01	0,04	-0,02
-0,1	-0,1	0,01	0,01	+0,01
-0,1	-0,2	0,01	0,04	+0,02
0	-0,1	0	0,01	0
+0,2	+0,2	0,04	0,04	+0,04
0	0	0,08	0,68	0,03

Чтобы исключить влияние автокорреляции в каждом ряду, выравняем и один и второй ряд по уравнению прямой. Не приводя

расчеты параметров, запишем уравнения тренда для каждого ряда (при условии отсчета времени от середины ряда):

$$\bar{x}_t = 4,51 + 0,07 t, \quad \bar{y}_t = 12,2 + 0,22 t.$$

Подставляя в каждое уравнение значения  $t = -9, -7, -5, \dots$ , получаем выравненные значения поголовья коров ( $\bar{x}_t$ ) и производства молока ( $\bar{y}_t$ ). Эти значения приведены в двух последних столбцах табл. 74. В табл. 75 показаны отклонения фактических уровней от выравненных (с точностью до десятого знака) и расчет величин, необходимых для исчисления коэффициента корреляции между  $d_x$  и  $d_y$ .

Находим значение коэффициента корреляции между остаточными величинами:

$$r = \frac{\Sigma d_x d_y}{\sqrt{\Sigma d_x^2 \Sigma d_y^2}} = \frac{0,03}{\sqrt{0,08 \cdot 0,68}} = \frac{0,03}{0,233} = 0,128.$$

Судя по значению рассчитанного коэффициента корреляции, можно сказать, что зависимость между коррелируемыми величинами незначительная (в исследуемом периоде времени).

**Проверка остаточных величин на автокорреляцию.** При исчислении коэффициента корреляции между остаточными величинами предполагается, что отклонения фактических уровней от выравненных (т. е.  $d_x$  и  $d_y$ ) являются случайными величинами, не зависящими от времени, т. е. что между ними отсутствует автокорреляция. Однако, если недостаточно точно подобрано уравнение тренда или по другим причинам, остаточные величины могут содержать автокорреляцию — тогда их коррелировать нельзя.

Поэтому прежде чем коррелировать отклонения  $d_x$  и  $d_y$ , необходимо в каждом ряду проверить остаточные величины на отсутствие автокорреляции в них. Для этого можно воспользоваться упоминавшимся уже на с. 191 коэффициентом автокорреляции для рядов с нулевым значением среднего уровня. Если обозначить отклонения от тренда в любом ряду динамики символом  $\varepsilon_t$  и ( $\Sigma \varepsilon_t = 0$ ), то коэффициент автокорреляции для остаточных величин выразится следующей формулой:

$$r_a = \frac{\sum_{t=2}^n \varepsilon_t \varepsilon_{t-1}}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2}.$$

Вывод об отсутствии автокорреляции в остаточных величинах можно сделать в том случае, если фактическое значение  $r_a$  окажется меньше табличного для данного числа наблюдений ( $n$ ) и принятого уровня значимости (см. табл. 72).

**Критерий Дурбина—Ватсона.** Для проверки автокорреляции

в остаточных величинах в настоящее время часто используют критерий Дурбина—Ватсона, обозначаемый символом  $d$  и рассчитываемый по формуле

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}.$$

Этот показатель можно связать с предыдущей формулой коэффициента автокорреляции для остаточных величин. Так, если

предположить, что  $\sum_{t=2}^n e_t^2 \approx \sum_{t=2}^n e_{t-1}^2$ , то, возведя в квадрат чис-

литель критерия  $d$ , можно записать

$$d = \frac{2 \sum_{t=2}^n e_t^2 - 2 \sum_{t=2}^n e_t e_{t-1}}{\sum_{t=1}^n e_t^2} = 2 \left( 1 - \frac{\sum_{t=2}^n e_t e_{t-1}}{\sum_{t=1}^n e_t^2} \right).$$

Вычитаемая из единицы дробь является не чем иным, как коэффициентом автокорреляции, записанным выше ( $r_a$ ). Очевидно, что если автокорреляция отсутствует, т. е.  $r_a = 0$ , то значение  $d$  будет равно 2. Соответственно, если имеет место полная автокорреляция, то дробь (т. е.  $r_a$ ) будет равна 1 или  $-1$ , а значение  $d$  равно 0 или 4.

Для более точного суждения о возможности принятия (или непринятия) гипотезы об отсутствии автокорреляции в остаточных величинах ( $e_t$ ) составлены таблицы, в которых для разного числа наблюдений ( $n$ ) и числа независимых переменных в уравнении регрессии ( $v$ ) определены верхние ( $d_2$ ) и нижние ( $d_1$ ) критические границы критерия  $d$ , позволяющие принять или отвергнуть гипотезу об отсутствии автокорреляции. Ниже приведена одна из таких таблиц в сокращенном виде (табл. 76).

Для проверки гипотезы об отсутствии автокорреляции в остаточных величинах рассчитанная по формуле величина  $d$  сравнивается с  $d_1$  и  $d_2$  табличными. При этом: 1) если  $d > d_2$  (до  $4 - d_2$ ), то гипотеза об отсутствии автокорреляции принимается; 2) если  $d < d_1$ , то гипотеза об отсутствии автокорреляции отвергается; 3) если  $d_1 \leq d \leq d_2$  или находится в пределах между ( $4 - d_2$ ) и ( $4 - d_1$ ), то ничего определенного сказать нельзя и требуется дальнейшее исследование для уточнения (например, уточнение уравнения тренда, увеличение числа наблюдений и пр.); 4) если  $d > (4 - d_1)$ , то имеет место отрицательная автокорреляция.

Для иллюстрации расчета критерия Дурбина—Ватсона ( $d$ )

вернемся к примеру, рассмотренному на с. 196, и проверим гипотезу об отсутствии автокорреляции в остаточных величинах в ряду  $y$  (производство молока). В табл. 77 приведены все расчеты, связанные с определением показателя  $d$ , для остаточных величин  $d_y = \varepsilon_t$ :

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2} = \frac{1,24}{0,68} = 1,823.$$

Таблица 76\*

Значения критерия Дурбина — Ватсона при 5% уровне существенности (для положительной автокорреляции)

Число наблюдений, $n$	$v=1$		$v=2$		$v=3$	
	$d_1$	$d_2$	$d_1$	$d_2$	$d_1$	$d_2$
15	1,08	1,36	<b>0,95</b>	1,54	0,82	1,75
20	1,20	1,41	<b>1,10</b>	1,54	1,00	1,68
30	1,35	1,49	<b>1,28</b>	1,57	1,21	1,65
50	1,50	1,59	1,46	1,63	1,42	1,67

\* Таблица заимствована из работы: Четыркин Е. М. Статистические методы прогнозирования. М., 1975, с. 82.

Таблица 77

Остаточные величины, $\varepsilon_t = \varepsilon_t$	$\varepsilon_{t-1}$	$\varepsilon_t^2$	$\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}$	$(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2$
-0,2	—	0,04	—	—
-0,5	-0,2	0,25	-0,3	0,09
+0,4	-0,5	0,16	+0,9	0,81
+0,3	+0,4	0,09	-0,1	0,01
0	+0,3	0	-0,3	0,09
+0,2	0	0,04	+0,2	0,04
-0,1	+0,2	0,01	-0,3	0,09
-0,2	-0,1	0,04	-0,1	0,01
-0,1	-0,2	0,01	+0,1	0,01
+0,2	-0,1	0,04	+0,3	0,09
		0,68		1,24

Как видно из расчетов, критерий  $d$  близок к 2 и по табл. 76

$$d > d_2 \text{ (для } n=15, d_2=1,36).$$

Следовательно, можно принять гипотезу об отсутствии автокорреляции в остаточных величинах  $\varepsilon_t = d_y$  и коррелировать их с соответствующими остаточными величинами других рядов.

**Коррелирование последовательных разностей.** Исключить влияние предыдущего уровня на последующий, т. е. автокорреляцию, можно и другим способом, а именно путем вычитания из каждого уровня предшествующего ему, т. е. находя разности уровней.

Алгебраически легко показать, что при переходе от уровней к их разностям исключается влияние общей тенденции на колеблемость.

Если исходить из того, что каждый фактический уровень является результатом главной тенденции (тренда) и случайного остаточного фактора, т. е.  $y = \bar{y}_t + \varepsilon_t$ , где  $\bar{y}_t$  — выравненное значение



ние, определяющее тренд,  $\varepsilon_t$  — разность между фактическим и выравненным значением, то при изменении ряда по прямой, т. е. если  $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$ , обозначая последовательно временные точки через  $t = 1, 2, 3, \dots$ , можно записать:

$$\begin{aligned} \text{для } t = 1 \quad y_1 &= a_0 + a_1 + \varepsilon_1, \\ \text{» } t = 2 \quad y_2 &= a_0 + 2a_1 + \varepsilon_2, \\ \text{» } t = 3 \quad y_3 &= a_0 + 3a_1 + \varepsilon_3, \\ \text{» } t = 4 \quad y_4 &= a_0 + 4a_1 + \varepsilon_4 \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

Найдем первые разности:

$$\begin{aligned} \Delta'_1 &= y_2 - y_1 = a_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1), \\ \Delta'_2 &= y_3 - y_2 = a_1 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_2), \\ \Delta'_3 &= y_4 - y_3 = a_1 + (\varepsilon_4 - \varepsilon_3) \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

Так как во всех этих разностях присутствует одна и та же постоянная величина  $a_1$ , то очевидно, что колебания рассчитанных разностей зависят только от  $\varepsilon_t$ , т. е. при этом влияние общей тенденции (тренда) механически исключается.

Если уровни ряда изменяются по параболе второго порядка, т. е. если  $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ , тогда рассуждения, аналогичные предыдущим, приведут к следующей записи:

$$\begin{aligned} \text{для } t = 1 \quad y_1 &= a_0 + a_1 + a_2 + \varepsilon_1, \\ \text{» } t = 2 \quad y_2 &= a_0 + 2a_1 + 4a_2 + \varepsilon_2, \\ \text{» } t = 3 \quad y_3 &= a_0 + 3a_1 + 9a_2 + \varepsilon_3, \\ \text{» } t = 4 \quad y_4 &= a_0 + 4a_1 + 16a_2 + \varepsilon_4 \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

Находим первые разности:

$$\begin{aligned} \Delta'_1 &= y_2 - y_1 = a_1 + 3a_2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1), \\ \Delta'_2 &= y_3 - y_2 = a_1 + 5a_2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_2), \\ \Delta'_3 &= y_4 - y_3 = a_1 + 7a_2 + (\varepsilon_4 - \varepsilon_3) \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

Как видно, первые разности содержат кроме постоянного  $a_1$  еще и переменные слагаемые ( $3a_2, 5a_2, 7a_2$ ).

Чтобы добиться устранения влияния общей тенденции, на основе первых разностей рассчитаем вторые разности:

$$\begin{aligned} \Delta''_1 &= \Delta'_2 - \Delta'_1 = 2a_2 + (\varepsilon_3 - 2\varepsilon_2 + \varepsilon_1), \\ \Delta''_2 &= \Delta'_3 - \Delta'_2 = 2a_2 + (\varepsilon_4 - 2\varepsilon_3 + \varepsilon_2) \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

Как видно из расчетов, колебания вторых разностей определяются только величинами  $\varepsilon_t$ , так как  $2a_2$  — величина постоянная во всех вторых разностях.

Таким образом, если возникает необходимость определить корреляцию между двумя рядами с исключением влияния общей тенденции в каждом ряду, то можно коррелировать разности уровней: при изменении уровней по прямой — первые разности, при изменении по параболе второго порядка — вторые разности, при изменении по параболе  $n$ -го порядка —  $n$ -е разности. Формула коэффициента корреляции разностей, используемая для измерения тесноты зависимости между исследуемыми рядами, имеет вид

$$r_{\Delta x \Delta y} = \frac{\Sigma \Delta x \Delta y}{\sqrt{\Sigma (\Delta x)^2 \Sigma (\Delta y)^2}}.$$

**Корреляция рядов с лагом.** Изучая корреляцию между рядами динамики, следует иметь в виду, что в целом ряде случаев изменения уровней одного ряда могут вызвать изменение уровня другого ряда только через определенный интервал времени. Например, увеличение (или снижение) производства многих товаров в данном периоде вызовет увеличение (или уменьшение) объема товарооборота через определенный промежуток времени, изменение цен на рынке на определенную продукцию земледелия может вызвать изменение (увеличение или сокращение) посевных площадей под данной культурой через год, увеличение числа браков в данном году может привести к увеличению числа родившихся через год и т. д. Поэтому, чтобы правильно оценить влияние изменения уровней одного ряда на другой, необходимо сдвигать один ряд относительно другого на определенный промежуток времени (лаг) и коррелировать ряды с лагом. Это может быть сдвиг на 1 месяц, на 3 месяца, на полгода, на 1 год, на 2 года и т. д. Предварительный качественный, логический анализ должен помочь исследователю определить этот лаг.

\* \* \*

Коэффициент корреляции, рассчитываемый для измерения тесноты зависимости изменения уровней двух рядов, является своего рода средним, обобщающим показателем. Однако для длительного периода эта зависимость не является постоянной, она может меняться во времени. Поэтому, чтобы судить о том, в какие периоды зависимость между изменениями уровней двух рядов слабее или сильнее, рекомендуется рассчитывать серию скользящих коэффициентов корреляции для определенного интервала (по аналогии с расчетом скользящей средней при выравнивании динамических рядов).

Изменяемость уровней одного ряда может вызываться изменением уровней нескольких рядов: например, изменение перевозок грузов зависит от изменения производства различных товаров и от изменения тарифов. Изменяемость урожайности зависит от изменяемости сроков сева, количества осадков, количества тепла, количества внесенных удобрений и т. д.

Корреляцию между такими рядами можно рассматривать как множественную и применять к ним все приемы исследования множественной корреляции.

В заключение еще раз отметим, что, прежде чем коррелировать ряды динамики, следует подвергнуть их тщательному анализу и установить логическую связь между рассматриваемыми показателями.

В противном случае при формальном подходе можно рассчитать довольно высокий коэффициент корреляции и там, где никакой зависимости не существует (в силу простого поступательного параллельного изменения во времени двух показателей).

## § 7 ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ РЯДОВ ДИНАМИКИ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ

При анализе рядов динамики иногда приходится прибегать к интерполяции и экстраполяции рядов. Под *интерполяцией* понимают нахождение неизвестных промежуточных уровней (их значений) ряда динамики, т. е. определение недостающих уровней внутри ряда.

Под *экстраполяцией* понимают нахождение уровней за пределами изучаемого ряда, т. е. продление ряда на основе выявленной закономерности изменения уровней в изучаемый отрезок времени. Экстраполяция может проводиться на будущее (так называемая *перспективная экстраполяция*) и в прошлое (так называемая *ретроспективная экстраполяция*). Обычно, говоря об экстраполяции рядов динамики, чаще подразумевают перспективную экстраполяцию.

Изучая ряды динамики, исследователи с давних пор стремились на основе выявленных особенностей изменения явлений в прошлом предугадать поведение ряда в будущем, т. е. пытались строить различные прогнозы путем экстраполяции рядов.

Экстраполяцию ряда динамики можно осуществить различными способами. Но независимо от применяемого способа каждая такая экстраполяция обязательно основывается на предположении того, что закономерность (тенденция) изменения изучаемого явления, выявленная для определенного периода времени в прошлом, сохранится на ограниченном отрезке времени в будущем. Так как в действительности тенденция развития не остается неизменной, то данные, получаемые путем экстраполяции ряда, надо рассматривать как вероятностные оценки.

Рассмотрим некоторые простейшие приемы экстраполяции рядов динамики, помогающие прогнозировать те или иные показатели.

Если при анализе ряда динамики обнаруживается, что абсолютные приросты уровней примерно постоянны, то в этом случае можно рассчитать средний абсолютный прирост (как среднюю

арифметическую) и последовательно прибавлять его к последнему уровню ряда столько раз, на сколько периодов экстраполируется ряд. Например, за период 1965—1970 гг. среднегодовой абсолютный прирост производства стали в СССР составил 5 млн. т. Прибавляя последовательно этот прирост к уровню 1970 г. (115,9 млн. т), можно экстраполировать ряд на несколько лет. Так, для 1975 г. получим следующую оценку производства стали в стране:  $115,9 + 5 \cdot 5 = 140,9$  млн. т (фактическое производство стали в 1975 г. составило 141 млн. т).

Если за исследуемый ряд лет (или другие периоды) годовые темпы роста остаются более-менее постоянными, то в этом случае можно рассчитать средний темп роста и последний уровень ряда умножить на средний темп роста, возведенный в степень, соответствующую периоду экстраполяции. Допустим, численность населения определенного района изменялась следующим образом (табл. 78).

Таблица 78

Год	1975	1976	1977	1978	1979	1980
Численность населения, тыс. человек	52	53	54,5	55,8	57,5	59,1
Цепные темпы роста	—	1,02	1,03	1,025	1,03	1,028

Так как темпы роста по годам более-менее стабильны, рассчитаем средний годовой темп роста:

$$\bar{T} = \sqrt[5]{\frac{59,1}{52}} = 1,026.$$

Если исходить из предположения о том, что данный темп развития сохранится и на определенный отрезок времени в будущем, то можно рассчитать перспективную численность населения. Так, на начало 1981 г. численность населения составит  $59,1 \cdot 1,026 = 60,6$  (млн. чел.); на начало 1982 г. —  $59,1 \cdot 1,026^2 = 62,2$  (млн. чел.) и т. д.

Учитывая, что между изменениями нескольких показателей существует зависимость, можно экстраполировать один ряд динамики на основе имеющихся сведений об изменении второго ряда, связанного с ним. Так, например, определив зависимость между изменением объема капитальных вложений и объемом выпускаемой продукции в той или иной отрасли, можно экстраполировать данные о производстве продукции на основе данных о намечаемых капиталовложениях и т. д.

Экстраполяция возможна при выравнивании рядов по какой-либо аналитической формуле. Зная уравнение для исчисления теоретических уровней и подставляя в него значения  $t$  за пределами исследованного ряда, можно оценить будущие значения уровней. Так, например, на основе уравнения прямой  $\bar{y}_t = 103,8 + 2,4t$ , найденного при выравнивании данных о производстве стали в СССР за 1965—1970 гг. (см. с. 180), можно определить производство стали (оценку) в 1975 г. ( $t = 15$ ):

$$\bar{y}_t = 103,8 + 2,4 \cdot 15 = 139,8 \text{ млн. т (фактически — 141 млн. т).}$$

Порой при прогнозировании можно основываться на экстраполяции авторегрессионной модели уровней ряда. При этом методе изучаемый ряд динамики анализируется с точки зрения автокорреляции.

Очевидно, что чем больше автокорреляция между уровнями ряда, тем больше оснований для расчета будущих показателей по прошлым.

При этом автокорреляция должна быть исчислена для разных разрывов между уровнями. Установив наличие автокорреляции между уровнями ряда (с определенным лагом), можно найти уравнение, выражающее эту автокорреляционную зависимость; и, пользуясь им, экстраполировать ряд.

Прогнозирование, основанное только на обработке данных о прошлом, слишком рискованно, если оно не учитывает множества взаимосвязанных фактов и моментов, которые способны изменить тенденцию изменения в будущем.

Значит ли это, что в социалистическом плановом хозяйстве прогнозирование не должно иметь место? Отнюдь нет. Дело в том, что прогнозирование не заменяет собой планирование. Но планирование не может не опираться на сложившиеся в народном хозяйстве пропорции, взаимосвязи темпов развития отдельных показателей. Все это можно выявить только на основе анализа данных за прошедшие периоды.

Поэтому составлению любого плана должны предшествовать тщательная обработка и анализ рядов динамики по важнейшим показателям, которые дают исходную информацию для составления научно обоснованных оптимальных планов.

В этой связи прогнозирование на основе обработки данных рядов динамики является не самоцелью, а частью сложной работы по составлению оптимальных планов, своего рода «набросками» на предварительном этапе планирования, из которых может вырисовываться стройная система показателей народнохозяйственного плана.

Прогнозы могут строиться на длительный период (долгосрочные прогнозы) и на небольшие отрезки времени (краткосрочные прогнозы). Естественно, что и методы прогнозирования при этом могут и должны различаться. Так, например, при долгосрочном прогнозе урожайности (на 5—10 лет) следует исходить из динамики средней многолетней урожайности и экстраполировать най-

денную для нее модель аппроксимирующей функции. Для краткосрочных же прогнозов более важно изучение влияния факторов, определяющих изучаемый показатель. Например, при прогнозировании урожайности в текущем году важно изучать состояние на определенный момент многих факторов, влияющих на урожайность (количество влаги в почве весной, количество внесенных удобрений, качество семян и пр.), и, зная зависимость урожайности от них в виде уравнения связи, установленного по данным наблюдений в прошлом, строить прогноз.

В этом случае прогноз изучаемого показателя строится как бы по факторам-симптомам, т. е. по состоянию отдельных факторов на данный период определяется состояние прогнозируемого показателя в будущем.

Экономическое прогнозирование требует прежде всего хорошего знания изучаемого показателя и владения различными методами обработки динамических рядов, которые бы в каждом отдельном случае помогли обнаружить общую закономерность изменения (тренд), периодичность в повышении или снижении уровней (если она имеет место), случайные колебания, автокорреляцию и корреляцию между отдельными рядами.

## *Глава X*

---

### ИНДЕКСЫ

#### § 1

#### ОБЩЕЕ ПОНЯТИЕ ОБ ИНДЕКСАХ

Среди методов статистического анализа важное место занимает индексный метод. Слово индекс (*index*) в переводе с латинского означает показатель. Индексы, прежде всего, — относительные показатели. Причем если любой индекс — относительная величина, то не всякая относительная величина — индекс. Индексами можно назвать относительные величины, характеризующие соотношение явлений во времени, пространстве и по сравнению с планом.

При помощи индексов можно характеризовать изменения самых различных показателей: изменение размеров посевных площадей, урожайности, объема выпускаемой продукции, цен, себестоимости, численности работающих, производительности труда, заработной платы и т. п.

При всем своем разнообразии эти показатели можно подразделить на две группы. Одни показатели являются объемными, допускающими суммирование (это объем выпускаемой продукции, размер посевных площадей, численность работающих и т. п.). Все они выражаются абсолютными величинами. Другие представ-

ляют собой показатели, рассчитанные на какую-то единицу (показатели цен, себестоимости, урожайности, производительности труда, заработной платы и т. п.). Их условно можно назвать качественными. Эти показатели обычно выражаются в виде средних величин.

Исходя из указанного деления, одну группу индексов можно назвать индексами количественных показателей, а вторую группу индексов — индексами качественных показателей.

Индексы могут отражать изменение во времени и пространстве как отдельных единичных, простых показателей (например, изменение объема производства чугуна, стали, электроэнергии и т. п.), так и одноименных показателей по сложным совокупностям (например, изменение объема производства продукции всей промышленности). Индексы первого рода, т. е. отражающие соотношение простых единичных показателей, называют *индивидуальными*. Индексы второго рода, т. е. характеризующие изменение определенного показателя в целом по какой-то сложной совокупности, называют *общими*. Общие индексы являются своего рода сводными показателями, обобщающими изменение изучаемого явления по совокупности. Последние, в свою очередь, могут различаться по широте совокупности. Так, например, наряду с общим индексом, характеризующим изменение объема продукции всей промышленности, могут исчисляться индексы объема производства по отдельным отраслям. Последние, будучи по своей природе общими индексами, выступают в этом случае в роли групповых (частных) индексов. Иногда их также называют субиндексами по отношению к общеитоговому (тотальному) индексу.

Исчисление общих индексов, выступающих в качестве обобщающих относительных показателей, позволяющих соотнести между собой показатели по сложным совокупностям, составляет особый прием исследования, именуемый *индексным методом*. Индексный метод дает возможность не только изучать динамику тех или иных сложных показателей, но и измерять влияние отдельных факторов на динамику сложного показателя, дает возможность абстрагироваться от одних факторов в случае необходимости или рассматривать их взаимосвязанно. В настоящее время индексный метод завоевал прочное место в статистике, хотя отдельные вопросы, связанные с его использованием, и сегодня не решены до конца.

Индексный метод имеет свою терминологию и символику. Обычно для обозначения индексируемых величин пользуются следующей символикой:  $q$  — количество (объем) какого-либо продукта,  $c$  или  $z$  — себестоимость единицы изделия,  $p$  — цена единицы продукции,  $t$  — затраты времени на единицу продукции,  $w$  — выработка продукции в единицу времени,  $\Pi$  — посевная площадь,  $y$  — урожайность отдельных культур и т. д. Чтобы различать, к какому периоду относятся индексируемые величины, возле символа внизу ставятся подстрочные знаки. Например, если срав-

нивается продукция 1980 г. с продукцией 1970 г., то первая обозначается через  $q_1$ , а вторая — через  $q_0$ .

Исходя из принятых обозначений индексируемых величин, легко записать для различных показателей индивидуальные индексы, обычно обозначаемые через  $i$ . Так, индивидуальный индекс

объема выразится как  $i = \frac{q_1}{q_0}$ , индекс цен —  $i = \frac{p_1}{p_0}$ , индекс себестоимости —  $i = \frac{c_1}{c_0}$ , индекс урожайности  $i = \frac{y_1}{y_0}$  и т. д.

Общие же индексы, обычно обозначаемые символом  $I$ , рассчитываются сложнее.

Особенности и различные способы построения общих индексов рассмотрим отдельно для количественных и качественных показателей.

## § 2

### ОБЩИЕ ИНДЕКСЫ КОЛИЧЕСТВЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Наиболее типичным индексом количественных показателей является индекс объема, или, как его чаще называют, индекс физического объема. Общий индекс физического объема, как любой общий индекс вообще, может быть построен двумя способами: как агрегатный и как средний из индивидуальных.

**Агрегатный индекс физического объема.** Допустим, мы располагаем данными о производстве различных видов продукции в пределах одного предприятия или группы предприятий за два периода; необходимо при помощи общего индекса охарактеризовать изменение объема всей продукции. Поскольку несоизмеримая в физических единицах продукция не допускает простого суммирования, то прежде всего необходимо найти определенный соизмеритель, при помощи которого можно было бы выразить в соизмеримом виде общий объем продукции в базисном и отчетном периодах. Таким соизмерителем могут служить и себестоимость единицы продукции, и затраты труда на единицу продукции, и другие. Чаще всего для неоднородной продукции в качестве соизмерителя выступает цена. Умножая на цены количество производимой продукции, получаем стоимостное (ценностное) выражение продукции каждого вида, которое допускает суммирование.

Пользуясь принятой ранее символикой, стоимость продукции в базисном периоде можно представить как  $\sum q_0 p_0$ , а в отчетном периоде —  $\sum q_1 p_1$ , т. е. стоимость зависит от количества произведенной продукции и от цен.

Если продукцию двух сравниваемых периодов оценить по одним и тем же ценам и сопоставить, то мы покажем изменение стоимости всей продукции за счет изменения только объема (физиче-



ского) продукции. Построенный таким образом индекс именуется *агрегатным индексом физического объема*. Его формулу можно записать следующим образом:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p}{\sum q_0 p},$$

где  $q_0$  и  $q_1$  — продукция в базисном и отчетном периодах;  $p$  — цены, сопоставимые для двух периодов.

Обычно при построении агрегатного индекса физического объема в качестве соизмерителей принимаются цены базисного периода ( $p_0$ ).

Таким образом, *агрегатным индексом* называется общий индекс, полученный путем сопоставления итогов, выражающих величину сложного показателя в отчетном и базисном периодах при помощи соизмерителей (неизменных). Сам способ исчисления общего индекса таким путем (при помощи соизмерителей) называется *агрегатным*. Отличительной особенностью любого агрегатного индекса является то, что в числителе и знаменателе его фигурирует сумма произведений двух показателей, один из которых меняется, т. е. выступает в роли индексируемой величины, а второй остается неизменным, т. е. выступает в роли соизмерителя. Разность между числителем и знаменателем агрегатных индексов характеризуется в абсолютном выражении изменение сложного показателя за счет изменения индексируемой величины.

Проиллюстрируем расчет агрегатного индекса физического объема на условном примере (табл. 79).

Таблица 79

Продукты	Выработано единиц		Цена за единицу, руб.		Стоимость продукции	
	базисный период, $q_0$	отчетный период, $q_1$	базисный период, $p_0$	отчетный период, $p_1$	базисного периода в базисных ценах, $q_0 p_0$	отчетного периода в базисных ценах, $q_1 p_0$
1	2	3	4	5	6	7
А	5 000	6 000	15	18	75 000	90 000
Б	2 000	3 000	10	9	20 000	30 000
В	6 000	7 000	5	4,5	30 000	35 000
Итого:	—	—	—	—	125 000	155 000

Чтобы рассчитать агрегатный индекс физического объема, определяем стоимость продукции базисного и отчетного периодов по одним и тем же базисным ценам (см. гр. 6 и 7) и делим вторую на первую:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{155\,000}{125\,000} = 1,24, \text{ или } 124\%,$$

т. е. общий выпуск продукции увеличился в отчетном периоде по сравнению с базисным в 1,24 раза, или на 24%.

Вычитая из числителя знаменатель (155 000—125 000=30 000), находим, что стоимость продукции в абсолютном выражении увеличилась в отчетном периоде на 30 000 руб. за счет увеличения объема выпускаемой продукции.

Агрегатный способ исчисления общих индексов является основным в советской статистике, но не единственным.

**Средний арифметический и средний гармонический индексы физического объема.** Суть второго способа состоит в том, что по отдельным видам продукции рассчитываются индивидуальные индексы объема  $(i = \frac{q_1}{q_0})$ , а затем из них рассчитывается средний индекс.

При использовании второго метода возникает прежде всего вопрос о форме средней и о весах.

В практике советской статистики средние индексы рассчитываются в форме средней арифметической и гармонической, причем каждая из этих форм должна приниматься как взвешенная, т. е.

$$\bar{I} = \frac{\sum if}{\sum f} \quad \text{и} \quad \bar{I} = \frac{\sum M}{\sum \frac{M}{i}},$$

где  $i = \frac{q_1}{q_0}$  — индивидуальные индексы объема, а  $f$  и  $M$  — веса соответственно в среднем арифметическом и гармоническом индексах.

При определении весов и одного и второго индексов исходят из тождества их агрегатному, который, как указывалось, является основной формой индекса.

Следовательно, веса среднеарифметического и среднегармонического индексов должны определяться, исходя из соблюдения условия этого тождества, т. е. при исчислении среднего арифметического индекса объема должно выполняться следующее условие:

$$\frac{\sum if}{\sum f} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Это будет иметь место при  $f = q_0 p_0$ . Действительно,

$$I_q = \frac{\sum i q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum \frac{q_1}{q_0} q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Таким образом, общий индекс объема в форме среднеарифметического будет иметь вид

$$\bar{I}_q = \frac{\sum i q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Аналогично, определяя веса среднегармонического индекса объема, следует помнить о необходимости соблюдения условия:

$$\frac{\Sigma M}{\Sigma \frac{M}{i}} = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0}$$

Это равенство будет соблюдено, если  $M = q_1 p_0$ . Тогда

$$I_q = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma \frac{q_1 p_0}{i}} = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma \frac{q_1 p_0}{q_1} q_0} = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0},$$

т. е. среднегармонический индекс объема можно записать как

$$\bar{I}_q = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma \frac{q_1 p_0}{i}}$$

Преобразование агрегатного индекса физического объема в средний арифметический и средний гармонический можно наглядно произвести и путем следующих простых подстановок.

Исходя из индивидуального индекса объема  $(i = \frac{q_1}{q_0})$ , выражаем продукцию отчетного периода как  $q_1 = i q_0$ .

Подставляя данное выражение в числитель агрегатной формулы, получаем общий индекс физического объема в форме среднего арифметического:

$$I = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0} = \frac{\Sigma i q_0 q_0}{\Sigma q_0 q_0}$$

Аналогично, выражая продукцию базисного периода как  $q_0 = \frac{q_1}{i}$ , производим замену в знаменателе агрегатного индекса физического объема. В результате получаем общий индекс физического объема в форме среднего гармонического индекса:

$$I = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0} = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma \frac{q_1 p_0}{i}}$$

Такое преобразование наглядно показывает тождество между агрегатным индексом и средним арифметическим и гармоническим индексами физического объема.

Как видно из приведенных формул, весами индивидуальных индексов объема в среднем арифметическом индексе служит стоимость продукции базисного периода в базисных (или сопоставимых) ценах, а в гармоническом индексе — стоимость продукции отчетного периода в базисных (или сопоставимых) ценах.

При решении конкретных задач выбор той или иной формы среднего индекса определяется прежде всего наличием в распоряжении исследователя исходных данных наряду с индивидуальными индексами.

Так, при наличии данных о стоимости продукции в сопоставимых ценах в базисном периоде общий индекс из индивидуальных должен рассчитываться как арифметический.

Если же имеются в наличии данные о стоимости продукции отчетного периода в базисных ценах, то расчет общего индекса должен осуществляться по гармонической средней.

**Пример 1**

Т а б л и ц а 80

Продукты	Индивидуальные индексы объема $i=q_1:q_0$	Стоимость продукции* в базисном периоде в базисных ценах, тыс. руб. $q_0p_0$
А	1,08	2400
Б	1,10	600
В	1,12	1000

$$\bar{I}_p = \frac{\sum i q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{1,08 \cdot 2400 + 1,1 \cdot 600 + 1,12 \cdot 1000}{2400 + 600 + 1000} = \frac{4372}{4000} = 1,093, \text{ или } 109,3\%$$

**Пример 2**

Т а б л и ц а 81

Продукты	Индивидуальные индексы объема $i=q_1:q_0$	Стоимость продукции в отчетном периоде в сопоставимых ценах базисного периода тыс. руб. $q_1 p_0$
А	1,03	515
Б	1,06	848
В	1,04	728

$$\bar{I}_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum \frac{q_1 p_0}{i}} = \frac{515 + 848 + 728}{\frac{515}{1,03} + \frac{848}{1,06} + \frac{728}{1,04}} = \frac{2091}{2000} = 1,0455, \text{ или } 104,55\%$$

**§ 3**

**ОБЩИЕ ИНДЕКСЫ  
КАЧЕСТВЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ**

Изучение динамики качественных показателей также связано с необходимостью расчета и индивидуальных и общих индексов. При этом исчисление индивидуальных индексов не вызывает трудностей, оно так же элементарно, как и для количественных показателей.

При расчете же общих индексов возможны различные подходы к решению в зависимости от того, рассматривается ли индексируемый показатель для однородной или разнородной совокупности единиц.

Общий индекс качественного показателя, рассчитываемый по совокупности, состоящей из разнородных единиц, определяет средний размер изменения индексируемого показателя по совокупности в целом. Например, средний размер изменения цен определенного набора продуктов (молока, мяса, овощей и др.), или средний размер изменения заработной платы рабочих разных профессий, или изменения их производительности труда и т. п.

Задача подобного рода ничем не отличается от постановки вопроса при исчислении индексов количественных показателей и решается аналогично путем построения агрегатных и средних из индивидуальных индексов.

**Агрегатный индекс цен.** Рассмотрим построение агрегатного индекса качественного показателя на примере индекса цен. Допустим, мы располагаем следующими данными о ценах на три вида продукции, произведенной в отчетном и базисном периодах (табл. 82).

Таблица 82

Продукты	Базисный период		Отчетный период	
	произведено единиц, $q_0$	цена за единицу, руб. $p_0$	произведено единиц, $q_1$	цена за единицу, руб. $p_1$
А	580	5,0	600	4,5
Б	1200	3,8	1300	3,0
В	700	9,0	750	8,0

Легко определить изменение цен в отчетном периоде по сравнению с базисным на каждый продукт в отдельности.

$$\text{Так, } i_A = \frac{4,5}{5} = 0,9; i_B = \frac{3}{3,8} = 0,79; i_V = \frac{8}{9} = 0,888.$$

Чтобы показать, как в среднем изменились цены на все продукты, надо рассчитать общий индекс либо по агрегатной формуле, либо как средний из индивидуальных.

При построении агрегатного индекса цен рассуждаем так же, как при построении индекса объема: если нельзя суммировать цены на различные продукты, то можно суммировать и сопоставлять стоимость этих продуктов.

Однако, сопоставляя стоимости, мы должны показать изменение цен, следовательно, надо устранить влияние изменения количества производимой (или реализуемой) в разные периоды продукции на стоимостной показатель. Для этого в ценах отчетно-

го и базисного периодов нужно оценить один и тот же количественный набор продукции.

В практике советской статистики агрегатный индекс цен строится по формуле, в которой в качестве весов («соизмерителей») принимается продукция отчетного периода ( $q_1$ ):

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0},$$

где  $p_1$  и  $p_0$  — цены на продукты соответственно в отчетном и базисном периодах;  $q_1$  — количество продукции отчетного периода.

Рассчитанный по данной формуле общий индекс цен показывает, как изменилась стоимость продукции отчетного периода по сравнению с базисным за счет изменения цен.

В нашем примере общий индекс цен, построенный по агрегатной формуле, будет следующим:

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{600 \cdot 4,5 + 1300 \cdot 3 + 750 \cdot 8}{600 \cdot 5 + 1300 \cdot 3,8 + 750 \cdot 9} = \frac{12\ 600}{14\ 690} = 0,8577,$$

т. е. в среднем по всем продуктам цены снизились на 14,23% (85,77% — 100%).

Строя агрегатный индекс цен по продукции отчетного периода ( $q_1$ ), во-первых, мы получаем возможность, вычитая из числителя формулы знаменатель, определить ту сумму прибыли (или убытка), которую получает продавец (в широком смысле слова) от реализации продукции отчетного периода за счет повышения (снижения) цен. Или, другими словами,  $\sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0$  представляет собой ту сумму экономии, которую получает покупатель (в широком смысле слова), покупая продукцию в отчетном периоде ( $q_1$ ) по сниженным ценам (или сумму убытка при повышении цен).

Во-вторых, строя агрегатный индекс цен по продукции отчетного периода ( $q_1$ ), мы сохраняем взаимосвязь между такими тремя взаимосвязанными индексами, как индекс объема, индекс цен и индекс стоимости. При правильном построении индексов взаимосвязанных показателей для последних должна соблюдаться та же взаимосвязь, которая существует и между самими показателями.

Так, если стоимость можно представить как произведение цены на количество, то и произведение индекса цен на индекс объема должно давать индекс стоимости, т. е.  $I_{pq} = I_p I_q$ , или

$$\frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} \cdot \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Если бы мы построили индекс цен по продукции базисного периода ( $q_0$ ), то эта зависимость не была бы достигнута.

Однако надо отметить, что указанный выбор весов при построении агрегатного индекса цен нельзя считать обязательным во всех случаях. В статистике многие задачи могут и должны решаться по-разному в зависимости от конкретной цели и особенностей исследования. Проиллюстрируем это следую-

шими рассуждениями. Предположим, мы изучаем изменение цен на продукты питания трудящихся в какой-либо капиталистической стране и отмечаем, что цены резко возросли, в результате чего некоторые продукты вообще выпали из потребления трудящихся, т. е. если, скажем, условно в базисном периоде в состав потребляемых продуктов ( $q_0$ ) входило 20 наименований, то в отчетном периоде ( $q_1$ ) — только 15. Очевидно, что при такой ситуации индекс цен, рассчитанный по  $q_1$ , неправильно отразит изменение цен, так как он вообще не затронет изменения цен на те продукты, которые выпали из потребления из-за чрезмерного повышения цен.

Поэтому в данном конкретном случае более правильно отразит изменение цен индекс, построенный по продукции базисного периода, т. е.

$$I_p = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0}.$$

Но, повторяем, выбор этой формулы может быть продиктован особыми условиями исследования.

**Средний арифметический и средний гармонический индексы цен.** Как мы уже указывали, наряду с агрегатным индексом общие индексы могут быть построены как средние из индивидуальных, тождественные агрегатным.

Применительно к индексам цен среднеарифметический индекс будет выглядеть следующим образом:

$$\bar{I}_p = \frac{\sum i q_1 p_0}{\sum q_1 p_0}, \text{ где } i = \frac{p_1}{p_0},$$

а среднегармонический как

$$\bar{I}_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{q_1 p_1}{i}}.$$

Преобразование агрегатного индекса цен в средний арифметический и средний гармонический индексы можно произвести тем же способом, который упоминался выше для индексов физического объема.

Так, если из индивидуального индекса цен ( $i = \frac{p_1}{p_0}$ ) выразить цену отчетного периода как  $p_1 = i p_0$  и подставить это выражение в числитель агрегатного индекса цен, то получим средний *арифметический* индекс цен, тождественный агрегатному:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum i p_0 q_1}{\sum p_0 q_1}.$$

Выражая цену базисного периода как  $p_0 = \frac{p_1}{i}$  и подставляя

это выражение в знаменатель агрегатного индекса, получим общий индекс цен в форме среднего *гармонического* индекса:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i}}.$$

Таким образом, весами индивидуальных индексов в средне-арифметическом индексе цен служит стоимость продукции отчетного периода в базисных ценах ( $q_1 p_0$ ). В среднем гармоническом индексе цен весами индивидуальных индексов служит стоимость продукции отчетного периода в ценах этого же периода, т. е.  $q_1 p_1$ .

Нетрудно видеть, что средний гармонический индекс цен удобно применять в тех случаях, когда известны изменение цен на отдельные продукты и выручка от продажи в отчетном периоде ( $q_1 p_1$ ) по отдельным группам товаров, а само количество проданных товаров неизвестно.

Аналогично индексу цен исчисляется и индекс себестоимости продукции (во всех трех формах) для разнородной совокупности продуктов.

#### § 4 ИНДЕКСЫ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН

**Индексы переменного состава.** Во всех упомянутых выше примерах мы рассматривали случаи, когда для совокупности несоизмеримых в натуре показателей определялся средний размер изменения индексируемого показателя (в форме агрегатного или среднего из индивидуальных индексов). Однако при изучении динамики качественных показателей часто приходится определять *изменение средней величины* индексируемого показателя для какой-либо *однородной совокупности*. Например, по совокупности заводов, выпускающих одну и ту же продукцию, но с разным уровнем себестоимости, можно показать изменение *средней себестоимости*; или при реализации одной и той же продукции на разных рынках — изменение (динамику) *средней цены* и т. п.

В общем виде динамику (или пространственное сравнение) таких средних показателей можно выразить в виде отношения ( $\bar{x}_1 : \bar{x}_0$ ), которое является относительным показателем динамики и может быть названо индексом средних величин.

Относительную величину, характеризующую динамику двух средних показателей для однородной совокупности, в статистике называют *индексом переменного состава*. Поскольку средние величины при этом рассчитываются как взвешенные, то индекс переменного состава для любых качественных показателей можно записать в общем виде следующим образом:

$$I_{\text{пер.сост.}} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}.$$

Свое название (переменного состава) эти индексы получили потому, что средние величины, динамику которых эти индексы отражают, могут меняться не только за счет изменения индексируемого показателя у отдельных объектов (частей целого), но и



за счет изменения удельного веса этих частей в общей совокупности (изменение состава).

Так, например, средняя себестоимость определенного вида продукции, выпускаемой на разных предприятиях, зависит не только от уровня себестоимости на отдельных предприятиях, но и от количества продукции, выпускаемой этими предприятиями. Поэтому индекс себестоимости переменного состава отражает изменение средней себестоимости определенного продукта как за счет изменения себестоимости на каждом предприятии, так и за счет изменения удельного веса отдельных предприятий в общем выпуске продукции.

Обозначив себестоимость единицы продукции через  $c$ , а выпуск продукции отдельных предприятий через  $q$ , можно следующим образом записать формулу индекса себестоимости переменного состава:

$$I_{\bar{c}} = \bar{c}_1 : \bar{c}_0 = \frac{\Sigma c_1 q_1}{\Sigma q_1} : \frac{\Sigma c_0 q_0}{\Sigma q_0}.$$

Аналогично индекс цен переменного состава запишется как

$$I_{\bar{p}} = \bar{p}_1 : \bar{p}_0 = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma q_1} : \frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma q_0}.$$

Этот индекс покажет, как изменилась средняя цена отдельного вида продукта, реализованного по разным ценам на разных рынках, за счет изменения цен и за счет изменения количества (доли) продукции, проданной на разных рынках.

По этой же схеме можно записать индексы переменного состава и для других показателей.

Так, индекс урожайности переменного состава выражается следующим образом:

$$I_{\bar{y}} = \bar{y}_1 : \bar{y}_0 = \frac{\Sigma y_1 \Pi_1}{\Sigma \Pi_1} : \frac{\Sigma y_0 \Pi_0}{\Sigma \Pi_0},$$

где  $\bar{y}_0$  и  $\bar{y}_1$  — средняя урожайность соответственно в базисном и отчетном периодах,

$y_0$  и  $y_1$  — урожайность отдельных культур соответственно в базисном и отчетном периодах,

$\Pi_0$  и  $\Pi_1$  — площадь под отдельными культурами соответственно в базисном и отчетном периодах.

Индекс урожайности переменного состава отражает изменение средней урожайности группы культур (например, зерновых) как за счет изменения урожайности отдельных культур, так и за счет изменения структуры посевных площадей. Аналогично речь может идти о динамике средней урожайности одной какой-то культуры по группе хозяйств, районов и т. д.

(С другими индексами переменного состава мы еще встретимся в последующих главах.)

Все индексы переменного состава наряду с изменением индексируемого показателя отражают на себе влияние изменения состава (структуры) совокупности, для которой рассчитаны средние.

Рассмотрим исчисление индекса переменного состава на примере индекса себестоимости.

Допустим, в нашем распоряжении имеются следующие данные о выпуске и себестоимости одного и того же продукта по трем предприятиям (табл. 83):

Таблица 83

Предприятия	Базисный период			Отчетный период		
	выпуск продукции		себестоимость единицы, руб. $c_0$	выпуск продукции		себестоимость единицы, руб. $c_1$
	тыс. единиц $q_0$	в долях к итогу $d_0$		тыс. единиц $q_1$	в долях к итогу $d_1$	
№ 1	10	0,50	15	10	0,40	14,2
№ 2	6	0,30	13	7	0,28	12,5
№ 3	4	0,20	10	8	0,32	9,5
Итого:	20	1,00	13,4	25	1,00	12,22

Рассчитаем среднюю себестоимость единицы данного вида продукции по трем предприятиям в отчетном и базисном периодах как среднюю арифметическую взвешенную: средняя себестоимость в базисном периоде

$$\bar{c}_0 = \frac{\sum c_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{15 \cdot 10 + 13 \cdot 6 + 10 \cdot 4}{10 + 6 + 4} = 13,4 \text{ (руб.)},$$

средняя себестоимость в отчетном периоде

$$\bar{c}_1 = \frac{\sum c_1 q_1}{\sum q_1} = \frac{14,2 \cdot 10 + 12,5 \cdot 7 + 9,5 \cdot 8}{10 + 7 + 8} = 12,22 \text{ (руб.)}.$$

Сопоставляя их, получим

$$I_{\text{себ.пер.сост.}} = \bar{c}_1 : \bar{c}_0 = 12,22 : 13,4 = 0,912, \text{ или } 91,2\%,$$

т. е. средняя себестоимость единицы изделия снизилась на 8,8% (91,2%—100%).

Если бы выпуск продукции по отдельным предприятиям оставался без изменения или изменился всюду пропорционально, т. е. если бы удельный вес каждого предприятия в выпуске продукции оставался неизменным, то тогда, очевидно, снижение средней себестоимости на 8,8% можно было объяснить только снижением себестоимости на каждом предприятии. Фактически же в нашем примере менялась не только себестоимость на каждом предприятии, но и удельный вес каждого предприятия в общем выпуске продук-

ции. Следовательно, снижение себестоимости на 8,8% достигнуто за счет упомянутых выше факторов.

Рассчитаем для сравнения индексы себестоимости по каждому предприятию:

$$\text{по 1-му предприятию } i = \frac{14,2}{15} = 0,947, \text{ или } 94,7\%,$$

$$\text{по 2-му предприятию } i = \frac{12,5}{13} = 0,961, \text{ или } 96,1\%,$$

$$\text{по 3-му предприятию } i = \frac{9,5}{10} = 0,95, \text{ или } 95\%.$$

Нетрудно заметить, что общий индекс себестоимости переменного состава (91,2%) превосходит по значению каждый из этих частных индексов, показывающих снижение себестоимости от 3,9 до 5,3%.

Значит, снижение средней себестоимости на 8,8% произошло частично и за счет структурного фактора, т. е. за счет изменения удельного веса каждого предприятия в общем выпуске продукции.

**Индексы фиксированного состава.** Чтобы исключить влияние изменения структуры совокупности на динамику средних величин, средние показатели для двух периодов рассчитывают по одной и той же фиксированной структуре (последняя, как правило, фиксируется на уровне отчетного периода). Индекс, характеризующий динамику средних величин при одной и той же фиксированной структуре совокупности, носит название *индекса фиксированного состава*.

Для индекса себестоимости это фиксирование одной и той же структуры ( $q_1$ ) найдет отражение в следующей записи:

$$I_{\text{фикс. сост.}} = \frac{\sum c_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum c_0 q_1}{\sum q_1}.$$

После сокращения на  $\sum q_1$  этот индекс принимает вид известной уже нам формулы агрегатного индекса:

$$I_{\text{фикс. сост.}} = \frac{\sum c_1 q_1}{\sum c_0 q_1}.$$

В этом индексе влияние структурного фактора устранено, поэтому он определяет средний размер изменения себестоимости определенного вида продукции по совокупности предприятий.

Индекс фиксированного состава не может выходить за пределы значений частных (групповых) индексов, ибо он является средним из них. Чтобы убедиться в этом, рассчитаем индекс себестоимости фиксированного состава в нашем примере:

$$I_{\text{ф. с.}} = \frac{\sum c_1 q_1}{\sum c_0 q_1} = \frac{14,2 \cdot 10 + 12,5 \cdot 7 + 9,5 \cdot 8}{15 \cdot 10 + 13 \cdot 7 + 10 \cdot 8} = \frac{305,5}{321} = 0,952.$$

или 95,2%.

Полученный результат означает, что в среднем по всем трем предприятиям себестоимость снизилась на 4,8% (или, что одно и то же, средняя себестоимость данного продукта на 4,8% снизилась за счет снижения ее на отдельных предприятиях).

**Индекс структурных сдвигов.** Так как индекс переменного состава отражает на себе влияние двух факторов, а индекс фиксированного состава только усредняет изменение индексируемого показателя без учета изменения структуры совокупности, то статистически можно выявить влияние структурного фактора на динамику среднего показателя, если разделить индекс переменного состава на индекс фиксированного состава. Относительную величину, получающуюся в результате деления этих двух индексов, условно можно назвать индексом структуры (структурных сдвигов).

$$I_{\text{структ.}} = I_{\text{пер. сост.}} : I_{\text{фикс. сост.}}$$

Индекс структуры можно записать и как отношение средних величин, рассчитанных для разной структуры совокупности, по постоянной величине качественного показателя (последняя обычно принимается на уровне базисного периода).

Так, для показателя себестоимости индекс структуры выразится следующим образом:

$$I_{\text{структ.}} = \left( \frac{\sum c_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum c_0 q_0}{\sum q_0} \right) : \frac{\sum c_1 q_1}{\sum c_0 q_1} \text{ или } I_{\text{структ.}} = \frac{\sum c_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum c_0 q_0}{\sum q_0}$$

В нашем примере индекс структурных сдвигов равен:

$$0,912 : 952 = 0,958, \text{ или } 95,8\%$$

Это означает, что за счет изменения доли отдельных предприятий в общем выпуске продукции средняя себестоимость снизилась на 4,2%.

Аналогично рассчитываются индексы переменного и фиксированного составов, а также структурных сдвигов для других качественных показателей.

В приводимых выше формулах индексов переменного и фиксированного составов в качестве весов при исчислении средних принимались абсолютные показатели. Однако, как известно, при исчислении средних величин в качестве весов могут использоваться и относительные показатели (частоты), характеризующие долю единиц с определенным значением признака в общей совокупности.

Если воспользоваться обозначениями вариантов через  $x$ , а их долей через  $d$ , то в этой символике (учитывая при этом, что  $\sum d = 1$ ) для любых качественных показателей  $x$  упомянутые индексы можно выразить следующими формулами:

$$\begin{aligned} I_{\text{пер. сост.}} &= \sum x_1 d_1 : \sum x_0 d_0, \\ I_{\text{фикс. сост.}} &= \sum x_1 d_1 : \sum x_0 d_1, \\ I_{\text{структ.}} &= \sum x_0 d_1 : \sum x_0 d_0. \end{aligned}$$

Представляется, что в такой записи упомянутые индексы более наглядно отражают свое содержание и название.

Во всех трех случаях идет речь о динамике средней величины  $x$ . Но индекс переменного состава отражает динамику средней величины за счет изменения  $x$  и  $d$ . Индекс фиксированного состава характеризует изменение средней величины лишь за счет изменения  $x$ , т. е. самих вариантов при неизменных весах (структуре). И наконец, индекс структурных сдвигов характеризует изменение средней величины лишь за счет изменения  $d$ , т. е. долей (частостей) отдельных вариантов.

Нетрудно видеть, что и в этой записи индекс структуры может быть получен путем деления индекса переменного состава на индекс фиксированного состава. Покажем использование последних трех формул для расчета индексов себестоимости по данным табл. 83.

$$I_{\text{пер.сост.}} = \Sigma c_1 d_1 : \Sigma c_0 d_0 = \frac{14,2 \cdot 0,4 + 12,5 \cdot 0,28 + 9,5 \cdot 0,32}{15 \cdot 0,5 + 13 \cdot 0,3 + 10 \cdot 0,2} = \frac{12,22}{13,4} = 0,912;$$

$$I_{\text{фик.сост.}} = \Sigma c_1 d_1 : \Sigma c_0 d_1 = \frac{14,2 \cdot 0,4 + 12,5 \cdot 0,28 + 9,5 \cdot 0,32}{15 \cdot 0,4 + 13 \cdot 0,28 + 10 \cdot 0,32} = \\ = \frac{12,22}{12,84} = 0,952;$$

$$I_{\text{структ.}} = \Sigma c_0 d_1 : \Sigma c_0 d_0 = 12,84 : 13,4 = 0,958,$$

т. е. ответы получены те же, что и раньше (см. с. 217—219).

Нетрудно видеть, что  $0,912 = 0,952 \cdot 0,958$ , т. е. индекс переменного состава равняется индексу фиксированного состава, умноженному на индекс структурных сдвигов.

## § 5 ЦЕПНЫЕ И БАЗИСНЫЕ ИНДЕКСЫ

В § 1 гл. IX отмечалось, что в зависимости от выбора базы сравнения темпы роста в рядах динамики могут рассчитываться либо с одной и той же (постоянной для всех) базой сравнения, либо с переменной. Аналогично ряд индексов с постоянной базой сравнения именуют *базисными индексами*. Ряд индексов, каждый из которых рассчитан по отношению к предыдущему периоду, именуют *цепными индексами*. Между цепными и базисными индексами существует определенная зависимость, позволяющая переходить от одних индексов к другим. А именно: для индивидуальных индексов произведение цепных показателей всегда дает базисный индекс. В свою очередь, отношение двух базисных индивидуальных индексов дает цепной показатель.

Для общих индексов эта зависимость будет иметь место только при условии, что ряд общих индексов рассчитан с одними и теми же весами, т. е. для так называемых *индексов с постоянными весами*. Поясним это несколько подробнее.

Если имеются, например, данные по предприятию о выпуске нескольких видов (А, Б, В) продукции и о ценах на нее за четыре периода:

I	II	III	IV
$q_1/p_1$	$q_2/p_2$	$q_3/p_3$	$q_4/p_4$

то при исчислении цепных и базисных общих индексов объема и цен можно по-разному решать вопрос о весах (соизмерителях). Так, например, при исчислении цепных индексов физического объема продукцию всех периодов можно оценить в одних и тех же ценах (предположим, ценах I периода  $p_1$ ). Тогда такие цепные индексы будут выглядеть следующим образом:

$$I_{q_{2/1}} = \frac{\Sigma q_2 p_1}{\Sigma q_1 p_1}; \quad I_{q_{3/2}} = \frac{\Sigma q_3 p_1}{\Sigma q_2 p_1}; \quad I_{q_{4/3}} = \frac{\Sigma q_4 p_1}{\Sigma q_3 p_1}.$$

Так как все они имеют одни и те же веса (соизмерители —  $p_1$ ), то они представляют собой ряд индексов с постоянными весами. И в этом случае можно перейти от цепных индексов к базисному и наоборот.

Действительно,

$$\frac{\Sigma q_2 p_1}{\Sigma q_1 p_1} \cdot \frac{\Sigma q_3 p_1}{\Sigma q_2 p_1} \cdot \frac{\Sigma q_4 p_1}{\Sigma q_3 p_1} = \frac{\Sigma q_4 p_1}{\Sigma q_1 p_1}.$$

Но при построении ряда цепных индексов можно было поступить и по-другому: для каждого периода строить индекс объема по ценам предыдущего периода, например:

$$I_{q_{2/1}} = \frac{\Sigma q_2 p_1}{\Sigma q_1 p_1}; \quad I_{q_{3/2}} = \frac{\Sigma q_3 p_2}{\Sigma q_2 p_2}; \quad I_{q_{4/3}} = \frac{\Sigma q_4 p_3}{\Sigma q_3 p_3}.$$

Эти индексы построены по разным соизмерителям, т. е. они являются *индексами с переменными весами*. Для таких индексов переход цепных индексов к базисным и наоборот невозможен:

$$\frac{\Sigma q_2 p_1}{\Sigma q_1 p_1} \cdot \frac{\Sigma q_3 p_2}{\Sigma q_2 p_2} \cdot \frac{\Sigma q_4 p_3}{\Sigma q_3 p_3} \neq \frac{\Sigma q_4 p_1}{\Sigma q_1 p_1}.$$

Аналогично и индексы цен для двух, трех и четырех периодов можно записать в двух вариантах. Цепные индексы цен: а) с постоянными весами (примем в качестве постоянных весов  $q_1$ ):

$$I_{p_{2/1}} = \frac{\Sigma p_2 q_1}{\Sigma p_1 q_1}; \quad I_{p_{3/2}} = \frac{\Sigma p_3 q_1}{\Sigma p_2 q_1}; \quad I_{p_{4/3}} = \frac{\Sigma p_4 q_1}{\Sigma p_3 q_1},$$

б) с переменными весами:

$$I_{p_{2/1}} = \frac{\Sigma p_2 q_2}{\Sigma p_1 q_2}; \quad I_{p_{3/2}} = \frac{\Sigma p_3 q_3}{\Sigma p_2 q_3}; \quad I_{p_{4/3}} = \frac{\Sigma p_4 q_4}{\Sigma p_3 q_4}.$$

В первом случае (для индексов с постоянными весами) переключение цепных индексов дает базисный, во втором случае (для индексов с переменными весами) не дает.

Отмечая «положительную» особенность индексов с постоянными весами, позволяющую переходить от цепных индексов к базисным и наоборот, вместе с тем нужно указать на ограниченное применение таких индексов. В частности, для индексов цен построение их с постоянными весами малоинтересно. Какой, например, инте-

рес может представлять расчет индекса цен в четвертом периоде по сравнению с третьим по весам (продукции) первого периода? С практической стороны для цен гораздо больший интерес представляют индексы с переменными весами, хотя для них и не при-сущи указанные выше взаимосвязи между цепными и базисными индексами. С постоянными весами рассчитываются главным обра-зом индексы физического объема продукции.

## § 6 ВЗАИМОСВЯЗАННЫЕ ИНДЕКСЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ РОЛИ ОТДЕЛЬНЫХ ФАКТОРОВ В ДИНАМИКЕ СЛОЖНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Рассматривая общие индексы, мы говорили в основном о их возможности характеризовать динамику сложных совокупностей. Однако этим не исчерпывается роль индексов в статистике. Не менее важной и нужной в анализе является вторая особенность индексов — измерять роль отдельных факторов в динамике сложных показателей. По существу, возможности решения этой задачи заложены в самом построении общих индексов в агрегатной форме.

Многие статистические показатели взаимосвязаны, и эта взаимосвязь, в частности, проявляется в том, что некоторые из них представляют собой произведение других. Например, товароборот является произведением количества реализованной продукции на цену, валовой сбор той или иной культуры — произведением урожайности на площадь, объем произведенной продукции — произведе-нием численности работающих на их производительность труда и т. д.

Все сомножители в таких произведениях могут рассматриваться как факторы, определяющие величину сложного (результативно-го) показателя. Следовательно, когда идет речь о динамике сложного показателя, то его изменение может происходить за счет изменения всех определяющих факторов. Так, товароборот может измениться за счет изменения количества (объема) реализованных товаров и за счет изменения цен. На изменение валового сбора может оказывать влияние изменения посевных площадей и изменение урожайности. Объем выпущенной продукции на любом пред-приятии может меняться как за счет изменения численности рабо-чих, так и за счет изменения их производительности труда и т. д.

Одна из задач статистики при анализе изменения такого рода сложных показателей состоит в определении роли отдельных фак-торов в этом процессе.

Чтобы выявить влияние отдельного фактора, необходимо в ре-зультативном показателе, представленном в виде произведения нескольких факторов, исследуемый фактор рассматривать как переменный, а остальные — постоянными. Так, если некоторый

показатель ( $k$ ) можно представить в виде произведения двух факторов ( $a$ ,  $b$ ), то отношение  $\frac{a_1 b_0}{a_0 b_0}$  должно показать изменение  $k$  за счет фактора  $a$  и отношение  $\frac{a_0 b_1}{a_0 b_0}$  — изменение  $k$  за счет фактора  $b$ .

В свою очередь, отношение  $\frac{a_1 b_1}{a_0 b_0}$  покажет изменение резуль- тативного показателя за счет обоих факторов.

Такого рода подход к решению вопроса о выявлении роли отдельных факторов встречаем в III томе «Капитала» К. Маркса при исследовании факторов, влияющих на норму прибыли. Так, К. Маркс писал: «Норма прибыли является функцией многих переменных, и, если мы желаем узнать, как влияют эти переменные на норму прибыли, мы должны по порядку исследовать обособлен- ное влияние каждой из них...»<sup>1</sup>.

Это общее указание требует дополнительных конкретных уточ- нений в каждом отдельном случае. В частности, при обособлении каждого фактора и абстрагировании от влияния прочих факторов важно решить вопрос: на уровне какого периода (базисного или отчетного) следует рассматривать факторы, принимаемые за по- стоянные.

Теоретически здесь возможны следующие решения. Во-первых, когда независимо от последовательности изучения влияния индек- сируемых факторов постоянные факторы рассматриваются на уровне базисного периода, т. е. как было показано выше. Во-вторых, когда постоянные факторы рассматриваются на уровне отчетного периода, т. е.  $\frac{a_1 b_1}{a_0 b_1}$  (влияние фактора  $a$ ) и  $\frac{a_1 b_1}{a_1 b_0}$  (влияние фактора  $b$ ). В-третьих, когда каждый из уже исследованных факто- ров при определении влияния других (последующих) факторов рассматривается на уровне отчетного периода, т. е. если влияние первого фактора  $a$  определять отношением  $\frac{a_1 b_0}{a_0 b_0}$ , то влияние второго фактора в этом случае должно определяться отношением

$$\frac{a_1 b_1}{a_1 b_0}$$

Число возможных вариантов подобного отношения будет уве- личиваться по мере увеличения числа факторов-сомножителей в резуль- тативном показателе. Следовательно, прежде чем рассмат- ривать обособленное влияние каждого из факторов, необходи- мо обосновать констатацию «прочих» факторов на том или ином уровне.

<sup>1</sup> Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 25, ч. I, с. 67.



Изменение сложного показателя за счет отдельных факторов находит отражение в факторных индексах.

В советской статистике принята следующая практика построения факторных индексов. Если результирующий показатель можно представить как произведение объемного и качественного факторов, то, определяя влияние объемного фактора на изменение результирующего показателя, качественный показатель (фактор) фиксируют на уровне базисного периода. Если же определяется влияние качественного показателя, то объемный (рассматриваемый как постоянный) фиксируется на уровне отчетного периода.

Любой агрегатный индекс, по существу, построен по указанному выше принципу обособленного рассмотрения влияния отдельных факторов на изменение сложного показателя. Действительно, индекс физического объема в агрегатном виде  $I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$  показывает, как изменяется стоимость определенного круга продукции (сложный показатель) за счет изменения количества продукции при фиксировании уровня цен по базисному периоду. Агрегатный индекс цен  $I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}$  отражает изменение стоимости за счет влияния изменения цен при фиксировании объема продукции на уровне отчетного периода. Индексы физического объема и цен являются факторными по отношению к индексу стоимости, т. е.

$$I_{qp} = I_q I_p$$

или

$$\frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \cdot \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}.$$

Аналогично взаимосвязь между индексами валового сбора, урожайности и посевной площади можно записать в виде следующего равенства:

$$\frac{\sum y_1 \Pi_1}{\sum y_0 \Pi_0} = \frac{\sum y_1 \Pi_1}{\sum y_0 \Pi_1} \cdot \frac{\sum y_0 \Pi_1}{\sum y_0 \Pi_0},$$

где индекс урожайности  $\left(\frac{\sum y_1 \Pi_1}{\sum y_0 \Pi_1}\right)$ , отражающий изменение валового сбора за счет изменения урожайности, построен по площади, зафиксированной в отчетном периоде, а индекс посевных площадей  $\left(\frac{\sum y_0 \Pi_1}{\sum y_0 \Pi_0}\right)$ , показывающий изменение валового сбора за счет изменения посевных площадей, построен при фиксировании урожайности на уровне базисного периода.

К числу взаимосвязанных индексов относятся и индексы переменного состава (отражающие изменение средних уровней качественных показателей), индексы структурных сдвигов и индексы фиксированного состава:

$$I_{\text{пер. сост.}} \left( \begin{array}{l} \text{отношение средних} \\ \text{уровней} \end{array} \right) = I_{\text{структ. сдвигов}} I_{\text{фик. сост.}} \left( \begin{array}{l} \text{отношение средних уровней} \\ \text{при структуре совокупности} \\ \text{в отчетном периоде} \end{array} \right)$$

На основе взаимосвязи между этими индексами всегда можно проанализировать и определить влияние структурного фактора и изменения самой индексируемой величины на динамику средних уровней изучаемого показателя (см. пример на с. 217—220).

Таким образом, для раскрытия различных сторон динамики сложных показателей используется не один, а целый ряд индексов, различных по построению и содержанию, но вместе с тем связанных между собой и дополняющих друг друга. Поэтому мы вправе говорить о системе индексов, используемых в анализе динамики различных показателей.

## § 7 РАЗЛОЖЕНИЕ АБСОЛЮТНЫХ ПРИРОСТОВ ПО ФАКТОРАМ

Значение относительных величин в любом исследовании намного возрастает, если они дополняются абсолютными показателями. Возможность определения влияния отдельных факторов на динамику сложных (результативных) показателей через построение взаимосвязанных индексов позволяет в индексном методе дополнить анализ динамики сложных явлений абсолютными показателями, в частности определить в абсолютном выражении изменение сложного показателя за счет влияния отдельных факторов. Расчеты, связанные с определением в абсолютном выражении изменения сложного (результативного) показателя за счет отдельных факторов, называют *разложением абсолютного прироста по факторам*. Рассмотрим конкретный пример.

Предположим, имеются следующие данные по трем шахтам (табл. 84):

Таблица 84

Шахта	Добыча угля, т		Среднегодовая численность рабочих		Среднегодовая добыча угля на одного рабочего т	
	1979 г.	1980 г.	1979 г.	1980 г.	1979 г.	1980 г.
	$q_0 = w_0 T_0$	$q_1 = w_1 T_1$	$T_0$	$T_1$	$w_0$	$w_1$
№ 1	200 000	243 600	400	420	500	580
№ 2	360 000	390 400	600	610	600	640
№ 3	440 000	495 000	500	550	880	900
Итого:	1 000 000	1 130 000	1 500	1 580	667	715

Общая добыча угля по трем шахтам возросла за год на 130 тыс. т (на 13%), что, очевидно, связано с увеличением общей численности рабочих на шахтах и ростом среднегодовой добычи одного рабочего.

Разложим абсолютный прирост добычи угля по факторам, т. е. выразим его как алгебраическую сумму двух слагаемых, определяющих изменение добычи угля за счет каждого фактора в отдельности.

Рассматривая объем добытого угля как сложный показатель, представляющий собой произведение численности рабочих ( $T$ ) на их производительность труда ( $w$ ), запишем в общем виде и рассчитаем (пользуясь обозначенной в таблице символикой) следующие три взаимосвязанных индекса:

индекс общего объема добытого угля

$$I_q = \frac{\Sigma w_1 T_1}{\Sigma w_0 T_0} = \frac{1\ 130\ 000}{1\ 000\ 000} = 1,13, \text{ или } 113\%;$$

факторный индекс, отражающий изменение добычи угля за счет изменения числа рабочих:

$$I_T = \frac{\Sigma w_0 T_1}{\Sigma w_0 T_0} = \frac{500 \cdot 420 + 600 \cdot 610 + 880 \cdot 550}{1\ 000\ 000} = \frac{1\ 060\ 000}{1\ 000\ 000} = 1,06, \text{ или } 106\%;$$

индекс, отражающий изменение добычи угля за счет изменения производительности труда (среднегодовой добычи одного рабочего):

$$I_w = \frac{\Sigma w_1 T_1}{\Sigma w_0 T_1} = \frac{1\ 130\ 000}{1\ 060\ 000} = 1,066, \text{ или } 106,6\%.$$

Нетрудно заметить, что в самих показателях числителя и знаменателя, на основе которых рассчитаны эти индексы, содержится ответ на поставленный вопрос о разложении абсолютного прироста по факторам.

В первом (результативном) индексе объема в числителе показана фактическая добыча угля в 1980 г., а в знаменателе — добыча 1979 г. Вычитая из числителя знаменатель, получаем абсолютный прирост, распределяемый по факторам, т. е.

$$\Sigma w_1 T_1 - \Sigma w_0 T_0 = 1\ 130\ 000 - 1\ 000\ 000 = 130\ 000 \text{ т.}$$

Рассмотрим факторные индексы. В индексе  $I_T$  знаменатель представляет собой показатель фактической добычи угля в 1979 г. Числитель же является расчетной (условной) величиной, показывающей, какой была бы добыча в отчетном периоде (в 1980 г.), если бы производительность труда оставалась без изменения, а менялось лишь число рабочих.

Следовательно, вычитая из числителя этой формулы знамена-

тель, мы определяем, какая часть общего прироста добычи угля достигнута за счет изменения числа рабочих, т. е.

$$\Sigma \omega_0 T_1 - \Sigma \omega_0 T_0 = \Sigma (T_1 - T_0) \omega_0 = 1\,060\,000 - 1\,000\,000 = 60\,000 \text{ т.}$$

(Следует иметь в виду, что в данном показателе нашло отражение и влияние структурного фактора, т. е. распределение рабочих по шахтам.)

Во втором факторном индексе, отражающем влияние изменения производительности труда, числитель представляет собой фактическую добычу угля в отчетном периоде, а знаменатель показывает, каким был бы этот объем, если бы рабочие в 1980 г. работали с производительностью 1979 г. Так как число рабочих принимается неизменным и в числителе и в знаменателе, то, вычитая из первой второй, получаем ответ на вопрос о том, какая часть абсолютного прироста обусловлена изменением производительности труда на отдельных шахтах, т. е.

$$\Sigma \omega_1 T_1 - \Sigma \omega_0 T_1 = \Sigma (\omega_1 - \omega_0) T_1 = 1\,130\,000 - 1\,060\,000 = 70\,000 \text{ т.}$$

Как видно, 60 тыс. + 70 тыс. = 130 тыс., т. е. сумма слагаемых (по факторам) дает общий прирост. Это подтверждается и алгебраически:

$$\Sigma \omega_1 T_1 - \Sigma \omega_0 T_0 = (\Sigma \omega_0 T_1 - \Sigma \omega_0 T_0) + (\Sigma \omega_1 T_1 - \Sigma \omega_0 T_1).$$

Таким образом, при данном способе разложения абсолютного прироста мы исходим из общего принципа построения факторных индексов, при котором в случае индексирования качественных показателей объемный показатель фиксируется на уровне отчетного периода, а если индексируется объемный показатель, то качественный показатель фиксируется на уровне базисного периода.

При других способах построения факторных индексов слагаемые, на которые распределяется абсолютный прирост, будут не идентичными полученным выше, т. е. изменится и разложение по факторам. Например, если во всех факторных индексах постоянная величина, от влияния которой абстрагируются, принимается на уровне базисного периода, то при разложении абсолютного прироста по факторам остается неразложенный остаток. Этот неразложенный прирост является результатом взаимодействия обоих факторов и подлежит, в свою очередь, распределению между ними.

Поэтому изложенный выше первый принцип разложения абсолютного прироста по факторам, принятый в практике советской статистики, является наиболее удобным для аналитических целей. При таком построении достигается возможность оценить влияние изменения качественного фактора на сложный показатель в реально существующем в нем соотношении объемных показателей.

Аналогичные формулы разложения абсолютного прироста по факторам могут быть записаны для самых различных результативных показателей, которые можно представить как произведение

объемного фактора на качественный. Во всех таких случаях прирост результативного показателя за счет качественного фактора можно рассчитать как произведение прироста данного фактора на величину объемного фактора в отчетном периоде или, наоборот, прирост результативного признака за счет объемного фактора можно определить как произведение прироста данного фактора на уровень качественного фактора в базисном периоде.

Разложение абсолютного прироста по двум факторам — это наиболее простой случай распределения абсолютного прироста по факторам вообще. В действительности можно встретить сколько угодно результативных показателей, зависящих от трех и более факторов. Так, например, стоимость материальных затрат, связанных с производством определенной продукции на предприятии, зависит от количества выпущенной продукции, норм расхода того или иного сырья и цен на это сырье. Изменение любого из названных факторов повлечет за собой изменение сложного результативного показателя. Следовательно, изучая динамику такого сложного показателя, важно правильно построить систему взаимосвязанных индексов и разложить абсолютный прирост по трем факторам.

Эта задача сложнее, нежели при изучении взаимодействия двух факторов, так как, определяя влияние одного из трех факторов на величину результативного показателя, приходится фиксировать в качестве неизменных два фактора, каждый из которых может фиксироваться на разном уровне. Здесь решение вопроса для различных показателей чаще зависит от логических рассуждений.

Если обозначить количество выработанной продукции через  $q$ , нормы расхода материалов на единицу продукции — через  $m$ , а цены на материалы — через  $p$ , то результативный показатель  $z$  — общая стоимость материальных затрат — выразится как  $\Sigma z = \Sigma qmp$ , а индекс общих затрат будет

$$I_z = \frac{\Sigma q_1 m_1 p_1}{\Sigma q_0 m_0 p_0}$$

Факторные индексы при этом должны быть построены так, чтобы они были взаимосвязаны и составляли систему, а не существовали изолированно друг от друга. Такая взаимосвязь будет иметь место, в частности, при следующем построении факторных индексов:

$$\frac{\Sigma q_1 m_1 p_1}{\Sigma q_0 m_0 p_0} = \frac{\Sigma q_1 m_0 p_0}{\Sigma q_0 m_0 p_0} \cdot \frac{\Sigma q_1 m_1 p_0}{\Sigma q_1 m_0 p_0} \cdot \frac{\Sigma q_1 m_1 p_1}{\Sigma q_1 m_1 p_0}$$

где индекс объема  $\left( \frac{\Sigma q_1 m_0 p_0}{\Sigma q_0 m_0 p_0} \right)$  построен при фиксировании расхода материалов и цен на уровне базисного периода, индекс удельных расходов  $\left( \frac{\Sigma q_1 m_1 p_0}{\Sigma q_1 m_0 p_0} \right)$  — при фиксировании объема продук-

ции на уровне отчетного периода, а цен на уровне базисного периода и индекс цен  $\left( \frac{\sum q_1 m_1 p_1}{\sum q_1 m_1 p_0} \right)$  — при фиксировании и объема

продукции, и норм расхода на уровне отчетного периода. Вычитая из числителя каждой формулы ее знаменатель, можно получить сумму абсолютного изменения стоимости материальных затрат за счет соответствующего фактора.

Чем больше взаимосвязанных факторов определяют результативный показатель, тем более сложным является процесс разложения по факторам и тем большего обоснования требует построение каждого из факторных индексов. В целом же этот прием разложения абсолютных приростов результативного показателя по факторам является очень важным в статистическом анализе.

## § 8

### ТЕРРИТОРИАЛЬНЫЕ ИНДЕКСЫ

До сих пор все проблемы, связанные с построением индексов, мы рассматривали на примерах, характеризующих динамику явления. Однако, как указывалось в начале главы, к индексам относят и относительные величины, получающиеся в результате сравнения двух одноименных показателей, относящихся к разным территориям (или другим объектам). Это так называемые территориальные индексы, которые имеют особенное значение для экономико-географических исследований.

Наши статистические справочники содержат значительное количество данных по важнейшим экономическим показателям в территориальном разрезе. Они могут быть использованы для построения территориальных индексов.

При этом, если объектом пространственного сравнения является единственный, простой показатель, то территориальные сопоставления не вызывают особых затруднений. Например, если в районе «А» урожайность пшеницы составила 22 ц/га, а в районе «В» — 20 ц/га, то, сопоставив первый показатель со вторым, получим относительную величину 1,1, которая является территориальным индексом и показывает, что урожайность пшеницы в районе «А» в 1,1 раза выше, чем в районе «В». Этот индекс, по существу, является индивидуальным.

Построение территориальных индексов усложняется, когда возникает необходимость пространственных сравнений по сложным совокупностям, содержащим определенный набор компонентов. В частности, при построении территориальных индексов в агрегатной форме возникает вопрос о том, какие данные следует в этих индексах принимать в качестве весов или соизмерителей.

В территориальных индексах индексируемой величиной может быть объемный показатель и качественный. Для качественных по-

казателей территориальные индексы могут рассчитываться как индексы переменного и фиксированного состава.

Вместе с тем при всей формальной схожести с индексами динамики территориальные индексы отличаются по существу и имеют свои особенности в построении. И решающую роль в выборе весов того или иного общего индекса должна играть задача или цель исследования (сопоставления).

Сравнительно просто могут быть построены территориальные индексы количественных показателей, в частности индексы физического объема продукции в агрегатной форме. Весами (соизмерителями) в таких индексах могут быть использованы сопоставимые цены. Так, при сравнении продукции района «А» с районом «В» территориальный агрегатный индекс физического объема можно

записать как  $I_q = \frac{\sum q_A p}{\sum q_B p}$ , где  $q_A$  и  $q_B$  — соответственно продук-

ция районов «А» и «В»;  $p$  — сопоставимые цены для двух районов.

Однако если пространственное сравнение двух районов производится с целью определения различий трудоемкости произведенной там продукции, то в качестве весов следует принять трудоемкость единицы каждого вида продукции (затраты времени на изготовление единицы продукции). Эта трудоемкость ( $t$ ), как любой качественный показатель, используемый в роли соизмерителей при индексировании объемных показателей, должна фиксироваться на одном и том же уровне для обоих районов. Но здесь возникает проблема, какую же трудоемкость принимать в качестве фиксированной: ею может быть трудоемкость того района, данные которого сопоставляются; трудоемкость базисного; средняя трудоемкость для сравниваемых районов или трудоемкость, осредненная для более широкой территории.

Различное решение вопроса о весах даст, очевидно, и различные ответы на вопрос о пространственном различии объема продукции ряда районов.

Не меньше проблем возникает и при построении территориальных индексов качественных показателей. Так, например, при сравнении уровня цен на определенную продукцию, реализуемую в двух районах, возможно несколько вариантов взвешивания.

В качестве фиксированного показателя можно принимать объем продукции того района, который сравнивается с другим, т. е.

$$I_p = \frac{\sum q_A p_A}{\sum q_A p_B}$$

В качестве фиксированного показателя можно принять объем продукции того района, с которым производится сравнение, т. е.

$$I_p = \frac{\sum q_B p_A}{\sum q_B p_B}$$

Не исключен и такой вариант, когда в качестве весов может быть зафиксирован суммарный объем продукции по двум районам или какой-то другой постоянный состав ее.

Ясно, что и в этом случае, т. е. при построении территориальных индексов качественных показателей, различное решение вопроса о взвешивании даст не равнозначные ответы.

Рассмотрим это на примере. Предположим, по двум районам имеются следующие данные о реализации нескольких видов промышленной продукции (табл. 85).

Таблица 85

Виды продукции	Район «А»		Район «В»	
	количество реализованной продукции, $q_A$	цена за единицу руб. $p_A$	количество реализованной продукции $q_B$	цена за единицу руб. $p_B$
<i>a</i>	500	30	2000	25
<i>b</i>	1200	5	600	7
<i>c</i>	800	10	3000	8

Пусть по приведенным данным необходимо сравнить цены на указанную продукцию по двум районам. При этом выбор базы сравнения должен строго определяться задачами и объектом исследования. Если объектом исследования является район «А», то, естественно, данные этого района и должны сопоставляться с показателями другого района.

Территориальное сопоставление цены отдельных видов продукции не представляет трудности. Достаточно, например, 30 разделить на 25, чтобы сказать, что в районе «А» по сравнению с районом «В» цена продукта *a* выше в 1,2 раза (или на 20%), по продукту *b* — ниже на 29%, по продукту *c* — выше на 25%. При сопоставлении же уровня цен в целом по всем видам продукции территориальный индекс цен в агрегатной форме, как указывалось выше, может быть построен по-разному:

$$a) I_p = \frac{\sum q_A p_A}{\sum q_A p_B} = \frac{500 \cdot 30 + 1200 \cdot 5 + 800 \cdot 10}{500 \cdot 25 + 1200 \cdot 7 + 800 \cdot 8} = 1,062;$$

$$b) I_p = \frac{\sum q_B p_A}{\sum q_B p_B} = \frac{2000 \cdot 30 + 600 \cdot 5 + 3000 \cdot 10}{2000 \cdot 25 + 600 \cdot 7 + 3000 \cdot 8} = 1,202;$$

$$в) I_p = \frac{\sum q_{A+B} p_A}{\sum q_{A+B} p_B} = \frac{2500 \cdot 30 + 1800 \cdot 5 + 3800 \cdot 10}{2500 \cdot 25 + 1800 \cdot 7 + 3800 \cdot 8} = 1,156.$$

Таким образом, получено три ответа. При взвешивании по продукции района «А» индекс показывает, что цены на данный вид продукции в районе «А» на 6,2% выше, чем в районе «В». Второй



индекс, построенный по весам объема продукции района «В», показывает превышение цен в районе «А» по сравнению с районом «В» на 20,2%. Третий индекс, где весами взята сумма продукции по двум районам, показывает превышение цен в районе «А» на 15,6%.

На наш взгляд, наибольший практический интерес может представлять первый индекс, т. е. рассчитанный по продукции района «А». В числителе этого индекса показана реальная выручка от продажи в районе «А». Знаменатель же, являясь расчетной величиной, характеризует, какой была бы эта выручка, если бы продукция района продавалась по ценам района «В». Следовательно, разность между числителем и знаменателем в этой формуле определяет потери (если разность положительная) покупателей района «А» или выигрыш (если разность отрицательная) за счет различий в ценах по сравнению с районом «В».

### § 9 ТЕРРИТОРИАЛЬНЫЕ ИНДЕКСЫ ПЕРЕМЕННОГО И ФИКСИРОВАННОГО СОСТАВА НА ПРИМЕРЕ ИНДЕКСОВ УРОЖАЙНОСТИ

Среди статистических показателей, сопоставляемых по отдельным хозяйствам, районам, странам, важное место занимает урожайность. Обычно, сопоставляя урожайность по двум или нескольким территориям, можно судить о качестве почв в этих районах, о культуре земледелия и о других моментах, определяющих урожайность.

Сопоставление урожайности какой-либо одной культуры по нескольким территориям вполне допустимо, если методы исчисления урожайности везде одинаковы.

Для группы однородных культур речь может идти уже только о средней урожайности. В этом случае территориально сопоставляется средняя урожайность по группе культур одного района (страны) со средней урожайностью второго района. Если пользоваться принятой ранее терминологией, то отношение средних уровней определенного качественного показателя по двум территориям можно назвать индексом переменного состава, который в развернутом виде запишется:

$$I_y = \bar{y}_A : \bar{y}_B = \frac{\sum y_A \Pi_A}{\sum \Pi_A} : \frac{\sum y_B \Pi_B}{\sum \Pi_B},$$

т. е. сопоставляемые средние для каждого района рассчитаны по структуре посевных площадей соответствующего района. Так как различная структура посевных площадей не может не влиять на уровень урожайности, то для сравнения средней урожайности в чистом виде, т. е. без влияния различной структуры посевных пло-

щадей, последняя должна быть принята одинаковой для двух районов.

Тогда сравнение средней урожайности, рассчитанной для двух районов по одной и той же структуре посевных площадей, по существу, будет представлять собой индекс фиксированного состава.

При этом возникает вопрос: структуру посевных площадей какого района следует фиксировать при расчете средней урожайности. Если принять структуру посевных площадей района «А», то формула индекса фиксированного состава будет

$$I_y = \frac{\sum y_A \Pi_A}{\sum \Pi_A} : \frac{\sum y_B \Pi_A}{\sum \Pi_A}$$

Если же фиксировать структуру посевных площадей района «В», то формула индекса урожайности фиксированного состава представит в виде

$$I_y = \frac{\sum y_A \Pi_B}{\sum \Pi_B} : \frac{\sum y_B \Pi_B}{\sum \Pi_B}$$

Приводимый ниже пример иллюстрирует расчет записанных выше трех индексов (табл. 86).

Таблица 86

Посевные площади (П) и урожайность культур (у) в двух районах

Культура	Район «А»			Район «В»		
	П <sub>А</sub> (в %)	у <sub>А</sub> (ц с га)	у <sub>А</sub> П <sub>А</sub>	П <sub>В</sub> (в %)	у <sub>В</sub> (ц с га)	у <sub>В</sub> П <sub>В</sub>
Пшеница озимая	52,0	20,0	1040	10	11	110
Пшеница яровая	10	11	110	2	10	20
Рожь	9	10	90	68	13,5	918
Кукуруза	20	24	480	5	20	100
Гречиха	3	9	27	5	7	35
Рис	1	50	50	2	35	70
Прочие	5	7	35	8	6	48
Итого:	100	18,32	1832	100	13,01	1301

Сопоставляя среднюю урожайность зерновых района «А» (18,32) с урожайностью в районе «В» (13,01), находим территориальный индекс урожайности (переменного состава):

$$I_y = \frac{\sum y_A \Pi_A}{\sum \Pi_A} : \frac{\sum y_B \Pi_B}{\sum \Pi_B} = 18,32 : 13,01 = 1,409, \text{ или } 140,9\%$$

Таблица 87

$y_A П_B$	$y_B П_A$
200	572
22	100
680	121,5
120	40,0
45	21,0
100	35,0
56	30,0
1222	919,5

Чтобы определить территориальные индексы фиксированного состава, устраняющие влияние различной структуры посевных площадей в двух районах, рассчитаем в обоих районах среднюю урожайность: 1) по структуре посевных площадей района «А» и 2) по структуре посевных площадей района «В» (определив предварительно необходимые для расчета средних произведения  $y_A П_B$  и  $y_B П_A$  в табл. 87).

По структуре посевных площадей района «А» территориальный индекс урожайности фиксированного состава будет равен

$$\frac{\sum y_A П_A}{\sum П_A} : \frac{\sum y_B П_A}{\sum П_A} = 18,32 : 9,195 = 1,99.$$

При структуре посевных площадей района «В» территориальный индекс урожайности фиксированного состава составит

$$\frac{\sum y_A П_B}{\sum П_B} : \frac{\sum y_B П_B}{\sum П_B} = 12,22 : 13,01 = 0,939.$$

Таким образом, видим, что два индекса, рассчитанные по разной структуре посевных площадей, крайне противоречивы. Согласно результату первого индекса в районе «А» урожайность зерновых почти в 2 раза выше урожайности района «В». Из второго индекса урожайности следует, что в районе «А» урожайность зерновых ниже, чем в районе «В», на 6,1%.

Возникает вопрос, какой же из этих индексов верен, т. е. правильно отражает пространственное соотношение средней урожайности без учета влияния структуры посевных площадей.

Думается, что ответ на этот вопрос можно дать только, исходя из познавательной задачи данного сопоставления; он не может быть однозначным.

В большинстве случаев при расчете индекса урожайности фиксированного состава следует отдать предпочтение первому, т. е. построенному по структуре посевных площадей того района, данные которого сопоставляются.

Рассчитанный таким образом индекс позволяет определить, каковы потери или дополнительные сборы урожая зерновых в районе «А» за счет различий в урожайности с другими сопоставляемыми районами.

Кроме того, такое построение индекса фиксированного состава обеспечивает взаимосвязь между индексом переменного состава,

индексом фиксированного состава и индексом структуры, о которой упоминалось выше. Действительно,

$$\frac{\Sigma y_A \Pi_A}{\Sigma \Pi_A} : \frac{\Sigma y_B \Pi_B}{\Sigma \Pi_B} = \left( \frac{\Sigma y_A \Pi_A}{\Sigma \Pi_A} : \frac{\Sigma y_B \Pi_A}{\Sigma \Pi_A} \right) \left( \frac{\Sigma y_B \Pi_A}{\Sigma \Pi_A} : \frac{\Sigma y_B \Pi_B}{\Sigma \Pi_B} \right).$$

(изменение средней урожайности за счет различий урожайности отдельных культур и структуры посевных площадей)

(различия в средней урожайности только за счет различий в урожайности отдельных культур)

(различия в средней урожайности за счет структуры посевных площадей)

Исходя из взаимосвязи между тремя индексами, всегда можно проанализировать влияние отдельных факторов на различия урожайности в двух районах (странах), причем следует обращать внимание на то, одинаковы ли сравниваемые районы по почвенно-климатическим условиям или нет.

Если одинаковы, то подобного рода анализ может помочь решить вопрос о выборе более рациональной структуры посевных площадей. Так, например, если для однотипных районов структурный индекс оказывается ниже 100%, т. е. означает снижение средней урожайности в районе «А» по сравнению с районом «В» за счет структуры посевных площадей, то это может явиться сигналом для пересмотра данной структуры к приближению ее к структуре района «В» или выбора более оптимальной.

Для разных же по условиям районов такой индексный анализ просто покажет роль отдельных факторов, определяющих различия в средней урожайности двух районов, причем в этом случае и различия в структуре, и различия урожайности отдельных культур будут вызываться в основном почвенно-климатическими условиями сравниваемых районов.

Рассмотренные в самых общих чертах основные принципы построения территориальных индексов далеко не исчерпывают всех проблем, которые могут возникнуть при территориальных сопоставлениях различных конкретных показателей. Решить многие из возникающих проблем помогают исследователю опыт статистической работы и знание конкретного объекта исследования.

ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ  
ЭКОНОМИЧЕСКОЙ  
СТАТИСТИКИ

*Глава XI*

---

ПРЕДМЕТ И МЕТОД  
ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Предметом экономической статистики как части единой статистической науки являются процессы расширенного социалистического воспроизводства, в частности явления и процессы, происходящие в области производства, обращения, распределения и потребления. Кроме того, экономическая статистика изучает природные ресурсы как фактор производства и, с другой стороны, влияние хозяйственной деятельности человека на природные ресурсы и природные условия жизни общества.

Изучение массовых явлений и процессов в области экономики в экономической статистике основывается на общих принципах статистического метода исследования, который соединяет в себе массовое статистическое наблюдение, сводку данных с широким использованием группировок, расчет различных обобщающих показателей и их анализ.

Таким образом, все приемы и методы статистического исследования и статистические показатели, рассмотренные в первой части настоящего пособия, находят применение в экономической статистике при изучении народного хозяйства в целом и его отдельных отраслей:

Вместе с тем в каждой отрасли народного хозяйства и для всего народного хозяйства рассчитываются и используются в анализе свои специфические методы и показатели, характеризующие различные стороны расширенного воспроизводства. Разработка этих показателей — одна из важных задач экономической статистики.

Следует различать конкретный статистический показатель от показателя-категории. Первый представляет собой цифровую характеристику определенного явления (например, объем продукции

какого-то предприятия). Второй характеризует общие свойства и признаки многих конкретных статистических показателей одного и того же типа (например, валовая продукция относительно всех предприятий). Экономическая статистика рассматривает показатели-категории (в дальнейшем для простоты мы будем именовать их просто показателями) с учетом их взаимосвязи и взаимодействия при характеристике воспроизводственного процесса.

*Экономическая статистика* как научная дисциплина *раскрывает содержание и методологию системы статистических показателей*. Эта система должна обеспечивать методологическое единство и сопоставимость идентичных показателей по отдельным отраслям — плановых и отчетных показателей. Система показателей экономической статистики не остается неизменной. Одни показатели отмирают (например, показатели натуральной оплаты за работу машинно-тракторных станций), другие появляются (например, реализованная продукция и др.). В настоящее время одной из главных задач экономической статистики является разработка показателей, характеризующих экономическую эффективность социалистического производства.

Теоретической основой системы показателей экономической статистики служат марксистско-ленинская политическая экономия и исторический материализм. Только правильно понимая сущность тех или иных экономических процессов, можно при помощи статистических показателей отражать эти процессы, выявлять свойственные им закономерности и т. п. Касаясь вопросов анализа заработной платы с помощью статистики, К. Маркс говорил: «Только поняв отношения, действующие при образовании нормы прибыли, статистика приобретает способность предпринять действительный анализ уровня заработной платы в различные эпохи и в различных странах»<sup>1</sup>.

Система показателей экономической статистики должна отражать все стороны процесса расширенного социалистического воспроизводства.

Во второй части настоящего пособия рассматриваются показатели статистики населения, показатели статистики национального богатства, показатели статистики производства общественного продукта, показатели статистики труда, показатели статистики себестоимости продукции, показатели статистики обращения, показатели статистики национального дохода, показатели баланса народного хозяйства. Показатели же статистики непроизводственной сферы (показатели здравоохранения, просвещения, культуры, науки и т. п.) в данный краткий курс статистики не включены.

<sup>1</sup> Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 25, ч. I, с. 263.

## КЛАССИФИКАЦИЯ ОТРАСЛЕЙ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА

В народном хозяйстве функционирует множество предприятий, учреждений, в которых трудятся граждане страны, обеспечивая деятельность всех звеньев хозяйственной, культурной, бытовой и политической жизни государства.

Труд в любой отрасли при социализме является общественно полезным. Однако результаты труда не везде одинаковы, имеют неодинаковое экономическое значение.

Деятельность одних предприятий направлена на создание материальных ценностей (благ) или доведение их от производителя к потребителю; деятельность других — на оказание различного рода услуг культурного или бытового назначения, на управление, просвещение и т. п.

Предприятия первой группы составляют *сферу материального производства*, предприятия второй группы — *непроизводственную сферу*. Для развития общества решающее значение имеет сфера материального производства, поэтому важно установить границы и пропорции между производственной и непроизводственной сферами, чтобы правильно распределять материальные и трудовые ресурсы между ними, определять размеры общественного производства и т. п.

Отсюда возникает проблема классификации отдельных видов деятельности и отраслей народного хозяйства, объединяющих их.

Материальное производство связано с овеществлением труда, его материализацией в определенных продуктах. Эта материализация, овеществление труда происходит как при создании новых материальных благ (например, в промышленности, строительстве, сельском хозяйстве), так и при последующей транспортировке, упаковке и т. п. материальных благ, влекущей за собой увеличение массы овеществленного в них труда (например, на транспорте, в торговле).

Отсюда к сфере материального производства относят все виды деятельности, в результате которых создаются материальные блага в форме продуктов, энергии или увеличивается стоимость за счет перемещения грузов, хранения продуктов, сортировки их и т. п.

Для полного и точного учета различных видов деятельности и изучения структуры народного хозяйства ЦСУ СССР совместно с Госпланом СССР разработан и введен в действие с 1976 г. Общесоюзный классификатор «Отрасли народного хозяйства» (ОКОНХ), представляющий собой группировки видов деятельности по отраслям народного хозяйства, складывающиеся на основе общественного разделения труда.

Классификационной единицей отрасли является каждое отдельное предприятие (организация), состоящее на самостоятельном балансе. Если на предприятии имеются подсобно-вспомогательные производства и подразделения, осуществляющие различные по своему характеру функции, и если они имеют самостоятельную систему учета и выделены в отдельные учетные единицы, то такие производства и подразделения относятся к тем отраслям народного хозяйства, которые соответствуют характеру их деятельности в общественном разделении труда. Например, подсобное сельское хозяйство при промышленном предприятии должно быть отнесено к отрасли «Сельское хозяйство»; подсобное промышленное производство при колхозе или совхозе — к отрасли «Промышленность» и т. д.

В действующей практике планирования и статистики в соответствии с Общесоюзным классификатором к *отраслям материального производства* отнесены следующие отрасли народного хозяйства: промышленность, сельское хозяйство, лесное хозяйство, транспорт грузовой, связь по обслуживанию предприятий производственной сферы, строительство, геология и разведка недр (в части глубокого разведочного бурения на нефть и природный газ) — собирательная отрасль; водное хозяйство (в части производственной деятельности) — собирательная отрасль, торговля и общественное питание, материально-техническое снабжение и сбыт, заготовки, прочие виды деятельности сферы материального производства.

К *непроизводственной сфере* относятся: жилищно-коммунальное хозяйство и бытовое обслуживание населения, пассажирский транспорт, связь в части обслуживания населения и организаций непроизводственной сферы, здравоохранение, социальное обеспечение, физическая культура, народное образование, культура и искусство, наука и научное обслуживание, кредитование и государственное страхование, управление, партийные и общественные организации.

Для непроизводственной сферы характерно то, что ее деятельность направлена на оказание населению различного рода услуг, на управление, просвещение и т. п. В непроизводственной сфере не создается национальный доход, а происходит его перераспределение.

В некоторых отраслях народного хозяйства выполняются функции, относящиеся по своему характеру и к сфере материального производства и к непроизводственной сфере. И в классификаторе эти отрасли отнесены соответственно и к отраслям материального производства и к непроизводственной сфере, например транспорт, связь.

Перечисленные выше отрасли народного хозяйства, образующие сферу материального производства, состоят, в свою очередь, из подотраслей, групп и подгрупп.

Ведущей и наиболее крупной отраслью материального производства является промышленность.



*Промышленность* — совокупность предприятий, занятых добычей продуктов природы (добыча полезных ископаемых, рыболовство, заготовка леса и пр.) и переработкой сырья промышленного и сельскохозяйственного происхождения. К промышленности относят также деятельность промышленных предприятий, состоящих на балансе непромышленных предприятий (например, кирпичное производство отдельных колхозов и т. п.), и внутризаводской транспорт, рассматриваемый как неотъемлемая часть промышленного производства.

В промышленности классификатором предусмотрено выделение следующих укрупненных отраслей промышленности: электроэнергетика, топливная промышленность, черная металлургия, цветная металлургия, химическая и нефтехимическая промышленность, машиностроение и металлообработка, лесная, деревообрабатывающая и целлюлозно-бумажная промышленность, промышленность строительных материалов, стекольная и фарфоро-фаянсовая промышленность, легкая промышленность, пищевая промышленность, микробиологическая промышленность, мукомольно-крупяная и комбикормовая промышленность, медицинская промышленность, полиграфическая промышленность, другие промышленные производства.

Промышленность подразделяют на добывающую и обрабатывающую. К добывающей промышленности относятся предприятия по добыче природного сырья для обрабатывающей промышленности, предприятия по заготовке леса, улову рыбы, добыче китов, морского зверя и морских продуктов, полносистемные водопроводы, гидроэлектростанции.

К обрабатывающей промышленности относятся предприятия, перерабатывающие продукцию добывающей промышленности и перерабатывающие продукты сельского хозяйства.

По назначению производимой продукции в промышленности выделяют группу «А» — производство средств производства и группу «Б» — производство предметов потребления.

*Сельское хозяйство* — отрасль материального производства, осуществляющая производство сырых продуктов растительного и животного происхождения (зерна, овощей, хлопка, шерсти, молока, яиц и др.), выращивание скота, птицы, рыбы и т. п., а также выращивание многолетних насаждений (например, садов).

Для сельского хозяйства в части производственных отношений характерно наличие двух форм собственности (государственной и кооперативной) и вытекающей из них двух форм хозяйств: совхозов и колхозов. В классификаторе предусматриваются выделение сельскохозяйственных предприятий по формам собственности и по каждому типу хозяйств, их специализация по отраслям растениеводства и животноводства и др. К отрасли «Сельское хозяйство» относят и межхозяйственные сельскохозяйственные предприятия и организации, а также подсобные сельскохозяйственные предприятия при промышленных и других предприятиях, учреж-

дениях и организациях. Сюда же относят организации по эксплуатации ирригационных и мелиоративных систем, ветеринарные учреждения, организации по обслуживанию сельского хозяйства, хозяйства по разведению и выращиванию племенного скота, рыбы и т. д., а также личное подсобное хозяйство населения.

*Лесное хозяйство* — отрасль материального производства, деятельность которой направлена на выращивание лесов, уход за ними и содержание в пригодном для эксплуатации состоянии. Сюда же относится создание лесозащитных полос для полей, дорог, водоемов. В классификаторе по лесному хозяйству в связи с однородностью структуры предприятий лесного хозяйства предусмотрены всего три группировки: производственные предприятия (лесхозы, лесные питомники, лесопарки, леспромхозы и др.), предприятия и организации по обслуживанию лесного хозяйства (лесомелиоративные станции, базы авиационной охраны лесов, лесоустроительные предприятия и др.), хозяйственное управление лесным хозяйством.

*Транспорт* — отрасль народного хозяйства, занятая перемещением людей и грузов. К отраслям материального производства относят лишь грузовой транспорт, осуществляющий работу по перевозке грузов, их погрузке, разгрузке и хранению. Перемещающая грузы от места производства к месту потребления, грузовой транспорт увеличивает их стоимость на величину затрат, связанных с перевозками, т. е. он является неотъемлемой частью воспроизводства общественного продукта. В классификаторе по транспорту предусматривается выделение отдельных его видов: железнодорожный транспорт, речной, лесосплав, морской транспорт, автомобильный, воздушный, магистральный трубопроводный транспорт, прочие виды транспорта. К транспорту как отрасли материального производства относят и дорожное хозяйство (предприятия и организации по ремонту и содержанию автомобильных дорог общего пользования и сооружений на них, кроме дорог в городах, относящихся к коммунальному хозяйству), а также погрузочно-разгрузочные и транспортно-экспедиционные организации.

*Связь* — отрасль народного хозяйства, осуществляющая передачу сообщений. Нового продукта связь не создает. Но, обслуживая производственные предприятия, она способствует выполнению производственных функций предприятий. Затраты на передачу таких сообщений включаются в стоимость производимой предприятиями продукции. Следовательно, труд работников связи, затрачиваемый на обслуживание производственных предприятий, овеществляется в стоимости продукта, производимого в промышленности и других отраслях материального производства.

Поэтому связь в части обслуживания производства относят к отраслям материального производства.

Торговля, материально-техническое снабжение и заготовка осуществляют функции обращения товаров, создаваемых в промышленности и сельском хозяйстве.

*Торговля* доводит до потребителя произведенные в промышленности и сельском хозяйстве продукты. Ее функции — не производство товаров, а их реализация. Однако в этом процессе обращения торговля выполняет ряд производственных функций: хранение товаров, их расфасовку, развеску, упаковку и др. Поэтому в статистической практике СССР торговлю относят к отраслям материального производства.

*Материально-техническое снабжение и сбыт* как отрасль материального производства представляют собой совокупность самостоятельных сбытовых и снабженческих организаций, осуществляющих в основном продвижение средств производства, конечным потребителем которых являются производственные предприятия различных отраслей и некоторые организации непромышленной сферы. Другими словами, эта отрасль осуществляет плановое распределение и поставку средств производства во все отрасли народного хозяйства. В классификаторе по этой отрасли самостоятельно выделяются *снабжение и сбыт*.

*Заготовки* — особая отрасль материального производства, занимающаяся плановой заготовкой сельскохозяйственной продукции, ее хранением и сортировкой. Сюда относятся: заготовительные пункты, элеваторы, зерносушительные фабрики, конторы по заготовке продукции растениеводства и животноводства, принадлежащие заготовительным организациям, заготовительные организации потребкооперации, организации по заготовке лекарственного сырья и др.

К прочим видам деятельности сферы материального производства относят издательское дело, производство кинофильмов, сбор утиля, металлолома, охотничьи хозяйства, заготовку продуктов леса (ягод, грибов и пр.), а также добычу сырья и его обработку в хозяйствах населения (заготовка грибов, дров и пр.).

К соответствующим отраслям материального производства относятся также научно-исследовательские организации, являющиеся подразделениями производственных отраслей, а также конструкторские и проектные организации, опытные поля, опорные пункты производственного назначения.

*Водное хозяйство и геология и разведка недр*, названные выше в перечне отраслей материального производства (и в непромышленной сфере), являются *собирательными* отраслями (т. е. охватывают виды деятельности разных отраслей) и предусмотрены в классификаторе для практических целей планирования и статистики.

Собирательная отрасль «Геология и разведка недр» в части производственной деятельности включает в себя организации и предприятия по глубокому разведочному бурению на нефть и газ, осуществляемому за счет капитальных вложений. Все остальные геологоразведочные организации относят к непромышленной сфере.

Как собирательная отрасль в статистике выделена и «Служба

быта». При этом к производственным видам деятельности, т. е. к отраслям материального производства, относятся: промышленные предприятия, осуществляющие изготовление и ремонт предметов личного потребления по индивидуальным заказам населения; предприятия по ремонту металлоизделий, бытовых машин и приборов, транспортных средств, принадлежащих отдельным гражданам, ремонту и изготовлению по индивидуальным заказам мебели, обуви, головных уборов и других изделий; предприятия химической чистки и крашения, прачечные, комбинаты бытового обслуживания, ремонтно-строительные организации, осуществляющие ремонт и строительство жилищ по индивидуальным заказам населения.

К отраслям непромышленной сферы относятся: фотографии, кинолаборатории по обслуживанию населения, бани, парикмахерские, организации по уборке квартир, похоронные бюро, конторы кладбищ, крематории, справочные бюро и др.

В практических целях в статистике возможно выделение и других собирательных отраслей.

Кроме названных выше классификаций в каждой отрасли материального производства при разработке материалов наблюдения широко используются другие классификации и группировки, помогающие отражать разные стороны экономической жизни. Например, при разработке данных экономической статистики сводка дается в территориальном разрезе, по отраслевому признаку или формам подчинения, по формам собственности. Затем в каждой отрасли материального производства в целях глубокого изучения явлений отдельные предприятия группируются по их размеру (по числу работающих, по валовой продукции, по стоимости основных средств и т. п.; в сельском хозяйстве — по размеру посевной площади, по поголовью скота и др.), по проценту выполнения плана, рентабельности и т. п. В случае необходимости используются комбинированные группировки.

## *Глава XIII*

---

### ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ СТАТИСТИКИ НАСЕЛЕНИЯ

#### § 1 ЗАДАЧИ СТАТИСТИКИ НАСЕЛЕНИЯ

Население, будучи главной производительной силой общества, является и самым ценным ее «капиталом». Без населения (трудоспособной его части) немыслимо общественное производство. Вместе с тем само социалистическое производство осуществляется во имя удовлетворения материальных и духовных

потребностей населения. Таким образом, население является прямым непосредственным участником производственного процесса и потребителем результатов этого процесса. Поэтому статистическое изучение общественного производства невозможно без всестороннего изучения населения.

Марксистско-ленинская теория учит, что не может быть вечных законов развития общества, что каждая общественно-экономическая формация имеет свой характерный для нее закон народонаселения.

К. Маркс писал, что всякому особенному историческому способу производства в действительности свойственны свои особенные, имеющие исторический характер законы населения.

Так, для капитализма характерной особенностью закона населения является закон относительного перенаселения. Он означает, что при капитализме с ростом производительности труда и его интенсивности часть рабочих постоянно выбрасывается из сферы производства, лишается работы, пополняя армию безработных. Другими словами, предложение рабочих рук при капитализме все время превышает спрос на них капитала. Это, в свою очередь, ухудшает положение трудящихся, так как армия безработных создает реальные возможности для снижения заработной платы работающим и вызывает у них постоянный страх потерять работу.

Для капитализма характерны резкие различия в условиях жизни отдельных слоев населения, свои закономерности распределения занятого населения по отдельным отраслям хозяйства, свои темпы роста численности населения, свои показатели жизненного уровня, смертности и т. п.

При социализме, ликвидировавшем эксплуатацию труда и обеспечившем непрерывный рост общественного производства, изменились условия труда и жизни населения, более рационально используются трудовые ресурсы. С устранением частнокапиталистической собственности на средства производства устранена и возможность образования относительно избыточного населения. Таким образом, в отличие от капиталистического закона населения социалистический закон народонаселения характеризуется полной занятостью трудоспособного населения и рациональным его использованием, плановым распределением его по отраслям хозяйства, стиранием граней между классами общества, между условиями их жизни, постоянным повышением материального и культурного уровня жизни населения.

Население как совокупность отдельных лиц, проживающих на определенной территории, весьма неоднородно по своему составу и очень изменчиво. Изучение закономерностей развития и изменения состава населения следует изучать всегда в зависимости от способа производства, т. е. в конкретных исторических условиях.

*Основными задачами статистики населения СССР* являются: определение численности населения и его размещения по территории страны; изучение состава населения (по полу, возрасту, обра-

зованию, национальной принадлежности, социальному положению, занятиям и т. п.); изучение естественного движения населения (рождаемости, смертности, прироста населения, заключения и расторжения браков) и изучение миграции населения, т. е. механического движения населения, а также перспективные расчеты численности населения.

Основными источниками статистики населения являются переписи населения и текущая регистрация актов гражданского состояния, осуществляемая в городах органами записей актов гражданского состояния (ЗАГСами), а в сельской местности — Советами депутатов трудящихся, а также текущая регистрация передвижения населения паспортными учреждениями.

## § 2 ИЗУЧЕНИЕ ЧИСЛЕННОСТИ НАСЕЛЕНИЯ И ЕГО РАЗМЕЩЕНИЯ

Изучение численности населения и его размещения по территории страны является одной из важных задач статистики. Основным источником наиболее полных и точных сведений о численности населения, его составе и расселении являются переписи населения, проводимые через определенные промежутки времени. В СССР переписи населения проводились в 1920, 1923, 1926, 1939, 1959, 1970, 1979 гг.

Переписи населения дают сведения о численности населения на определенную дату. В промежутках между переписями численность населения определяется расчетным путем на основе исходных данных последней переписи и данных текущей статистики о естественном и механическом движении населения.

Численность населения учитывается прежде всего по населенным пунктам.

При определении численности населения отдельных населенных пунктов на определенную дату в статистике могут учитываться различные категории населения: *постоянное* и *наличное*. К постоянному населению определенного пункта относят лиц, обычно проживающих в данном пункте, независимо от их фактического местонахождения в момент учета (переписи). К наличному относятся все лица, фактически находящиеся в данном пункте на момент учета независимо от того, является ли пребывание их в этом пункте временным или постоянным.

В практике проведения переписей населения в СССР учитывалось одновременно как постоянное население, так и наличное. Необходимость такого двойного учета диктовалась различными потребностями. Так, например, для решения таких задач, как планирование строительства жилья, школ, детских учреждений, больниц и др., необходимо исходить из численности постоянного населения каж-

дого пункта. При решении таких задач, как обеспечение бесперебойной работы городского транспорта, торговых предприятий и т. д., необходимо исходить из численности наличного населения.

Численность населения в любом пункте в течение года подвержена существенным изменениям. Она может меняться за счет рождений, смертей, переездов отдельных лиц из одного пункта в другой. Поэтому для расчета целого ряда показателей в статистике приходится рассчитывать среднюю численность населения за год или другой отрезок времени.

Среднегодовая численность обычно рассчитывается как средняя арифметическая из показателей численности населения на начало и конец года.

При наличии данных о численности населения на несколько равностоящих дат среднегодовая численность населения может быть определена более точно по формуле средней хронологической для моментных рядов.

Если данные о численности населения имеются на начало и конец значительного по длительности промежутка времени, то, учитывая, что изменение численности населения близко к геометрической прогрессии, среднего численность населения как среднее значение показательной функции можно определить по отношению прироста численности населения к приросту натуральных логарифмов этой численности, т. е.

$$\bar{S} = \frac{S_K - S_H}{\ln S_K - \ln S_H},$$

где  $S_H$  — численность населения на начало года;

$S_K$  — численность населения на конец года;

$\bar{S}$  — среднегодовая численность населения.

Поскольку населенные пункты, по которым учитывается население, подразделяются на городские и сельские, то и население страны с точки зрения размещения его по территории делят на *городское* и *сельское*. К городскому населению относят все население, проживающее в городах и городских поселках (включая и рабочие поселки, и курортные места). Соответственно к сельскому населению относятся все лица, проживающие в сельской местности.

(Указанное выше понятие городского и сельского населения не должно смешиваться с понятием несельскохозяйственного и сельскохозяйственного населения. Последнее понятие связано с характером труда, т. е. производственным признаком.)

Отнесение того или иного населенного пункта к городским поселениям осуществляется законодательным порядком дифференцированно по отдельным республикам в зависимости от общей численности населения и удельного веса в нем несельскохозяйственного населения.

Приводимые ниже данные дают представление о численности населения СССР за разные годы с подразделением его на городское и сельское (табл. 88).

Как видно из табл. 88, в 1980 г. численность городского населения составила 63% всего населения, в то время как до Великой Отечественной войны в 1940 г. оно составляло лишь  $\frac{1}{3}$ , а до революции — менее  $\frac{1}{5}$  всего населения. Таким образом, наблюдаются неуклонный рост численности городского и сокращение сельского населения. Это изменение структуры населения связано с общим изменением всей структуры нашей экономики, с индустриализацией страны, с развитием промышленности, появлением новых промышленных поселков и городов, механизацией сельского хозяйства, высвобождающей свободные рабочие руки.

Таблица 88

Численность населения СССР на начало года

Год]	Численность населения млн. чел.	В том числе (в проценте ко всему населению)	
		городское	сельское
1913	159,2	18	82
1940	194,1	33	67
1950	178,5	39	61
1960	212,3	49	51
1970	241,7	56	44
1980	264,5	63	37

Чтобы получить представление об особенностях расселения населения по территории страны, для отдельных территориальных или административных единиц рассчитывается *показатель плотности населения*. Плотность населения определяется путем деления численности населения данной территории на ее площадь в квадратных километрах.

Наряду с показателем плотности населения в анализе размещения населения используются и такие показатели, как средний размер поселений (городских и сельских) в том или ином экономическом или административном районе, среднее расстояние между поселениями, среднее расстояние поселений от их административного центра.

### § 3 ОСНОВНЫЕ ГРУППИРОВКИ НАСЕЛЕНИЯ

Изучение такой сложной и варьирующей по многим признакам совокупности, как население, немислимо без расчленения его на отдельные группы и подгруппы, т. е. без группировок. Одной из первых группировок, используемых в статистике населения, следует назвать группировку населения по социальному составу. Исходя из особенностей социалистического общественного производства и роли отдельных индивидуумов в общественной организации труда, советская статистика выделяет следующие общественные группы населения: рабочие, служащие, колхозники, прочие.



Последняя группа объединяет такие малочисленные общественные группы, как кустари, лица свободных профессий, служители культа и др.

Советская статистика группирует по общественным группам как лиц, имеющих самостоятельный доход (самодетельное население), так и лиц, находящихся на иждивении работающих, а также пенсионеров, учащихся-стипендиатов, военнослужащих. Иждивенцы отдельных лиц (дети, неработающие женщины и др.) относятся к той же общественной группе, что и кормилец. Пенсионеры относятся к той общественной группе, к которой они принадлежали до ухода на пенсию. Учащиеся-стипендиаты, не работавшие до учебы, относятся к общественной группе лица, на иждивении которого они находились до учебы. Учащиеся, работавшие до учебы, относятся к той общественной группе, к которой они принадлежали до учебы. Военнослужащие, как учащиеся и пенсионеры, самостоятельной группы не образуют и относятся к той общественной группе, к которой они принадлежали до призыва на военную службу.

В табл. 3 уже приводились данные о распределении населения СССР по общественным группам в разные годы.

Наряду с группировкой всего населения по общественным группам в статистике населения применяют *группировку занятого населения по отраслям народного хозяйства*. Эта группировка имеет важное значение для экономической характеристики населения страны или отдельных ее районов. Она может быть различной степени расчленения. Можно дать группировку занятого населения по отраслям народного хозяйства (занятые в промышленности, сельском хозяйстве, на транспорте и т. п.), а внутри каждой отрасли выделить более мелкие подгруппы. Например, занятых в промышленности сгруппировать в разрезе отдельных отраслей промышленности: машиностроение, химическая промышленность, легкая и т. д. — или по производствам. На основе таких группировок определяют число лиц, занятых в отраслях материального производства и в непромышленной сфере, рассчитывают сельскохозяйственное и несельскохозяйственное население.

Экономическую характеристику населения дает и группировка *занятого населения по занятиям*. Например, выделение токарей, слесарей, ткачей, врачей и т. д.

Если отдельный человек имеет несколько занятий одновременно, то при переписи (или ином учете) учитывается одно главное, приносящее наибольший доход.

Сведения о группировке населения по занятиям играют важную роль для разработки баланса труда и подготовки кадров.

Для такого многонационального государства, как СССР, большое значение в изучении населения имеет группировка населения *по национальности*.

Распределение населения по национальности далеко не совпадает с размещением его по тем или иным союзным и автономным

республикам. В каждой республике живут лица самых различных национальностей. Изучение национального состава населения каждой республики (в географическом разрезе) позволяет решать многие вопросы, связанные с учетом особенностей национального состава (издание газет и журналов на том или ином языке, открытие соответствующих школ, культурных учреждений и т. п.).

Изучение национального состава обычно осуществляется на основе материалов переписи населения. При этом каждый опрашиваемый во время переписи человек сам относит себя к той или иной национальности. При переписях обычно наряду с национальностью учитывается родной язык опрашиваемого. Но вопрос о национальности определяется независимо от языка.

Сугубо демографическими группировками населения являются *группировки населения по полу, возрасту, семейному положению.*

Группировка населения по полу, важная сама по себе, часто дается в комбинации с другими группировочными признаками.

Таблица 89

**Численность населения по полу и возрастным группам на 1/1 1974 г.\***

Возраст	Численность населения, млн. чел.	В том числе	
		мужчин	женщин
0—9 лет	42,0	21,4	20,6
10—19 »	49,7	25,3	24,4
20—29 »	36,0	18,2	17,8
30—39 »	35,7	17,5	18,2
40—49 »	35,1	16,2	18,9
50—59 »	20,0	7,4	12,6
60—69 »	19,6	6,6	13,0
70—79 »	9,7	2,8	6,9
80—89 »	2,8	0,8	2,0
90 лет и старше	0,3	0,0	0,3
<b>Все население</b>	<b>250,9</b>	<b>116,2</b>	<b>134,7</b>

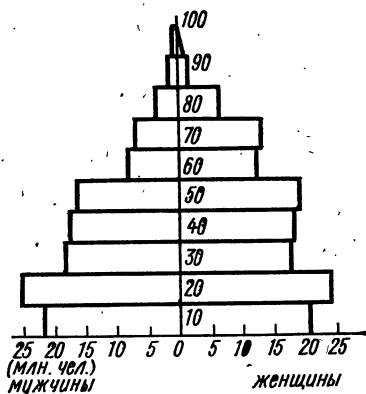


Рис. 32. Половозрастная пирамида населения СССР на 1 января 1974 г.

\* Народное хозяйство СССР в 1973 г. М., 1974, с. 34.

Изучение полового состава населения особенно важно в сочетании с возрастным. Представление о половозрастном составе населения в 1974 г. дает табл. 89.

С изучением возрастного состава населения в статистике связано решение многих практических задач: определение различных возрастных контингентов: ясельного, дошкольного, школьного, трудоспособного населения, мужского населения призывного воз-

раста, лиц пенсионного возраста, лиц избирательного возраста и т. п.

Основой для всех возрастных группировок населения и вместе с тем самой подробной является группировка населения по одно-годовичным возрастным группам, на основе которых могут быть построены любые интервальные возрастные группы. Погодовая возрастная группировка является основной и для составления таблиц смертности, и расчета целого ряда демографических показателей (половозрастных коэффициентов смертности, средней продолжительности жизни для каждого возраста и т. д.), и расчета перспективной численности населения.

Для наглядности данные о половозрастном составе населения изображают графически в виде *половозрастной пирамиды*.

В этой пирамиде на центральной вертикальной оси строится шкала возрастных групп (по возрастанию снизу вверх). По обе стороны от центральной оси откладываются полосы, длина которых отвечает численности лиц каждого интервального возраста (влево — мужчин, вправо — женщин). При неравных возрастных интервалах длина полосок принимается в расчете на интервал возраста в 1 год, т. е. как плотность распределения.

Выше приведена половозрастная пирамида населения СССР на 1 января 1974 г. (рис. 32).

При изучении *семейного состояния* населения определяют число лиц, *состоящих и не состоящих в браке*. Группа «несостоящих в браке» объединяет овдовевших людей, разведенных и тех, кто еще не вступал в брак, т. е. эта группа весьма неоднородна по своему составу. Такое выделение, в частности, проводилось в переписях 1939, 1959, 1970, 1979 гг. Но такая группировка не дает полного представления о семейном состоянии населения. Более правильное представление о семейном состоянии даст группировка, при которой выделяются группы населения: никогда не состоявшие в браке, состоящие в браке, разведенные и вдовы.

Кроме рассмотренных выше, в статистике населения широко используются и многие другие группировки. Практически при разработке материалов переписей населения строятся распределения по всем признакам, включаемым в качестве вопросов в переписные листы. При этом многие признаки комбинируются. Так, например, программа разработки материалов Всесоюзной переписи населения 1979 г. предусматривает кроме названных выше группировок получение таблиц, характеризующих распределение населения по источникам средств существования и возрасту, по источникам средств существования и общественным группам; распределение занятого населения по отраслям народного хозяйства, уровню образования и общественным группам; распределение занятых преимущественно умственным и физическим трудом по отраслям народного хозяйства, по отдельным занятиям в сочетании с возрастом, уровнем образования, национальностью и т. д.

Целый ряд распределений строятся отдельно для городского

и сельского населения, для мужчин и женщин. Особый интерес вызывают группировки среди женского населения, относящиеся к воспроизводству населения. Например, распределение всех женщин (а также занятых умственным и физическим трудом) по возрасту и числу рожденных детей в сочетании с состоянием в браке, национальностью и уровнем образования (в разрезе городов и сел).

Эти и многие другие группировки позволяют получать всестороннюю демографическую и социально-экономическую характеристику населения.

#### § 4 ИЗУЧЕНИЕ ЕСТЕСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ НАСЕЛЕНИЯ

Численность населения не остается неизменной. Ее изменение за счет рождений и смертей называют *естественным движением*. Основными показателями, характеризующими естественное движение населения, являются: показатели рождаемости, смертности, естественного прироста, а также тесно связанные с предыдущими показатели браков и разводов.

Рождаемость, смертность и естественный прирост населения учитываются в абсолютном выражении в виде числа родившихся и умерших за тот или иной отрезок времени, естественного прироста населения (разность между числом родившихся и умерших).

Однако абсолютные показатели естественного движения населения не могут характеризовать уровень рождаемости, смертности, естественного прироста, так как они зависят от общей численности населения. Поэтому для характеристики естественного движения населения указанные показатели рассчитываются по отношению к 1000 человек населения, т. е. выражаются в виде относительных величин.

Основными относительными показателями естественного движения являются: коэффициент рождаемости, коэффициент смертности, коэффициент брачности, коэффициент разводов. Все эти коэффициенты рассчитываются в промилле.

*Коэффициент рождаемости* ( $K_p$ ) вычисляется путем деления числа родившихся за год ( $N$ ) на среднегодовую численность населения, т. е. 
$$K_p = \frac{1000N}{S}.$$

*Коэффициент смертности*, ( $K_{см}$ ) аналогично рассчитывается путем деления числа умерших за год ( $M$ ) на среднегодовую численность населения, т. е. 
$$K_{см} = \frac{1000M}{S}.$$

*Коэффициент естественного прироста* ( $K_{ест.пр}$ ) можно рассчитать по формуле

$$K_{ест.пр} = \frac{N - M}{S} \cdot 1000$$

или как разность между коэффициентами рождаемости и смертности, т. е.

$$K_{\text{ест.пр}} = K_p - K_{\text{см.}}$$

*Коэффициент брачности* определяется как отношение числа заключенных за год браков к среднегодовой численности населения, а *коэффициент разводов* — как отношение числа расторгнутых за год браков к среднегодовой численности населения.

Для характеристики соотношения между рождаемостью и смертностью в статистике населения исчисляются *показатель жизнечности* (показатель Покровского), представляющий собой отношение числа родившихся к числу умерших.

Все указанные показатели обычно рассчитываются за год, но могут исчисляться и за более длительные промежутки времени. В таких случаях данные в числителе и знаменателе приведенных формул должны относиться к одному и тому же периоду.

Рассмотренные выше показатели, рассчитываемые на 1000 человек всего населения, являются *общими* коэффициентами. Наряду с ними для более детальной характеристики воспроизводства населения рассчитываются *частные (специальные)* коэффициенты. Последние в отличие от общих коэффициентов, рассчитываются на 1000 человек определенной возрастной, половой, профессиональной или иной групп населения.

Так, при изучении рождаемости большое применение находит *специальный коэффициент рождаемости*, именуемый иногда *показателем фертильности*, который рассчитывается как отношение числа родившихся к средней численности женщин в возрасте от 15 до 49 лет. Этот же показатель можно получить и на основе общего коэффициента рождаемости, если последний разделить на показатель, характеризующий долю женщин рассматриваемого контингента (15—49 лет) в общей численности населения.

Наряду с общим коэффициентом рождаемости и показателем фертильности в статистике населения рассчитываются *частные коэффициенты рождаемости для отдельных возрастных групп* женщин, *показатель суммарной плодовитости* (рассчитывается делением суммы повозрастных коэффициентов рождаемости на 1000), а также *брутто-коэффициент воспроизводства населения* — среднее число девочек, рожденных женщиной за всю ее жизнь (исчисляется путем умножения коэффициента суммарной плодовитости на 0,49 — долю девочек среди родившихся) и *нетто-коэффициент воспроизводства населения* — среднее число девочек, рожденных женщиной за всю жизнь и доживших до того возраста, в котором была женщина при рождении каждой из этих девочек. Для исчисления последнего показателя повозрастные коэффициенты рождаемости умножаются на число женщин ( $L_x$ ) в каждой возрастной группе и на 0,49. Полученная сумма делится на начальное число ( $l_0$ ) таблиц смертности, принимаемое обычно за 10 000 или 100 000.

При изучении смертности также рассчитывается целый ряд

частных коэффициентов. Поскольку большое значение имеет изучение детской смертности, то особо рассчитывается коэффициент *детской смертности*, характеризующий уровень смертности детей до одного года. Этот показатель должен определить, сколько из числа родившихся детей умирает в возрасте до одного года (на 1000 человек). Учитывая, что в текущем году в возрасте до одного года могут умереть дети рождений прошлого года, коэффициент детской смертности можно рассчитать по формуле

$$K_{д.см} = \frac{m}{2/3N_1 + 1/3N_0} \cdot 1000,$$

где  $m$  число умерших за год детей в возрасте до одного года;  $N_1$  — число родившихся в текущем году;  $N_0$  — число родившихся в предыдущем году. (Есть и другие формулы.)

Кроме коэффициента детской смертности в статистике населения также рассчитываются частные коэффициенты смертности по отдельным возрастным группам, а также коэффициент смертности населения старше одного года. Приводимая таблица помогает видеть, насколько различный уровень смертности по отдельным половозрастным группам (табл. 90).

Следует особо отметить значение частных коэффициентов (возрастных) в анализе общих коэффициентов смертности. Общие коэффициенты смертности зависят не только от повозрастных коэффициентов смертности, но и от возрастной структуры населения. Так, общий коэффициент смер-

ности будет выше в той совокупности, где больший удельный вес занимают лица более пожилого возраста и дети до одного года, т. е. где больше удельный вес возрастных групп, имеющих более высокие коэффициенты смертности.

Поэтому, если возникает необходимость сравнить по двум районам, странам или другим совокупностям показатели смертности, то последние для обеих совокупностей следует рассчитывать по одной и той же возрастной структуре населения. Такие коэффициенты называют *стандартизованными коэффициентами смер-*

Таблица 90

Смертность населения по полу и возрасту в 1973—1974 гг.

Возраст	Число умерших на 1000 человек населения соответствующей возрастной группы		
	мужчины	женщины	оба пола
0—4 года	8,5	6,8	7,7
5—9 лет	0,8	0,5	0,7
10—14 »	0,6	0,4	0,5
15—19 »	1,4	0,6	1,0
20—24 »	2,5	0,8	1,6
25—29 »	3,1	0,9	2,0
30—34 »	4,4	1,4	2,8
35—39 »	5,4	1,8	3,6
40—44 »	7,4	2,6	4,9
45—49 »	9,7	3,7	6,4
50—54 »	13,9	5,8	8,8
55—59 »	19,5	8,2	12,3
60—64 »	28,7	12,6	18,2
65—69 »	40,9	20,2	27,0
70 лет и старше	90,5	66,7	73,5

ности. Они свободны от влияния структурного фактора и поэтому пригодны для сравнения по разным объектам (профессиям, общественным группам, городскому и сельскому населению, по странам и т. п.).

Возрастные коэффициенты смертности и связанные с ними показатели доживаемости при переходе от одного возраста к другому находят отражение в так называемых *таблицах смертности*. «Подлежащим» в этих таблицах являются годовичные возрастные группы населения от 0 (новорожденные) до 100 лет.

В «сказуемом» содержатся такие показатели, как

1) число доживающих до каждого данного возраста  $x$  лет (обозначается условно через  $l_x$ ). (Все расчеты ведутся на 10 000 или 100 000 человек);

2) число умирающих при переходе от возраста  $x$  к возрасту  $x+1$  лет —  $d_x$ ;

3) вероятность умереть в течение предстоящего года жизни, т. е. при переходе от возраста  $x$  к возрасту  $x+1$  лет. Обозначается этот показатель —  $q_x$  и  $q_x = \frac{d_x}{l_x}$ .

4) вероятность дожить до следующего возраста —  $p_x$ . Этот показатель показывает, какая доля из лиц каждого возраста  $x$  лет доживает до следующего возраста  $x+1$  лет, и рассчитывается соответственно как отношение

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}.$$

Если учесть, что в сумме вероятность дожить и умереть равна единице ( $p_x + q_x = 1$ ), то вероятность дожить до следующего возраста можно определить как  $p_x = 1 - q_x$ ;

5) число живущих в возрасте  $x$  лет ( $L_x$ ) представляет собой среднюю величину из числа доживающих до возраста  $x$  лет и до возраста  $x+1$  лет. Этот показатель для всех возрастов, кроме первого (0 лет), примерно может быть рассчитан как

$$L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2};$$

6) число прожитых человеко-лет ( $T_x$ ) представляет собой общее число человеко-лет, которые предстоит прожить совокупности лиц от возраста  $x$  лет до предельного возраста ( $\omega$ ) включительно, т. е.

$$T_x = \sum_x^{\omega} L_x.$$

Этот показатель играет важную роль при исчислении средней продолжительности предстоящей жизни для любой возрастной группы.

Его правильнее было бы назвать «числом предстоящих человеко-лет жизни». Он необходим для расчета средней продолжительности предстоящей жизни населения;

7) средняя продолжительность предстоящей жизни населения ( $e_x^0$ ) рассчитывается путем деления суммы прожитых (предстоящих) человеко-лет на численность изучаемого поколения.

Если итог предстоящих человеко-лет жизни для новорожденных ( $T_0$ ) разделить на их численность (принимаемую обычно за 10 000 или 100 000 человек), то получим показатель, показывающий, сколько в среднем из общей суммы предстоящих человеко-лет жизни придется на одного новорожденного, т. е. получим показатель средней продолжительности предстоящей жизни:

$$e_0^0 = \frac{\sum_0^w L_x}{l_0} = \frac{T_0}{l_0}.$$

Аналогично рассчитывается средняя продолжительность предстоящей жизни для любой возрастной группы:

$$e_x^0 = \frac{T_x}{l_x}.$$

Среднюю продолжительность предстоящей жизни можно считать приближенно и по следующей формуле:

$$e_x^0 = \frac{1}{2} + \frac{l_{x+1} + l_{x+2} + \dots + l_w}{l_x}.$$

Показатель средней продолжительности предстоящей жизни зависит от уровня смертности населения, а последняя, в свою очередь, зависит от социальных условий жизни населения. Сказанное наглядно иллюстрируют приводимые данные (табл. 91).

Таблица 91

Средняя продолжительность жизни населения СССР и дореволюционной России (в годах)

	Средняя продолжительность жизни всего населения	В том числе	
		мужчин	женщин
1896—1897 гг. (по 50 губерниям Европейской России)	32	31	33
1926—1927 гг. (по европейской части СССР)	44	42	47
1958—1959 гг. (по всей территории СССР)	69	64	72
1971—1972 гг.	70	64	74



Как видно из табл., средняя продолжительность жизни в СССР возросла более чем в два раза по сравнению с дореволюционной Россией.

Упомянутый показатель средней продолжительности жизни населения не следует смешивать со средним возрастом умерших в тот или иной период или со средним возрастом живущих.

Последние два показателя могут быть рассчитаны самостоятельно: первый — по данным о распределении умерших (за год) по возрасту, а второй — по данным о возрастной структуре населения.

Все три упомянутых показателя имеют различное содержание и используются для разных целей.

Кроме перечисленных показателей в таблицах смертности рассчитывают еще один показатель, именуемый *коэффициентом дожития*, или коэффициентом передвижки. В отличие от показателя  $P_x$  — «вероятности дожить до следующего возраста» — «коэффициент дожития» рассчитывается путем сопоставления средней численности живущих в смежных возрастных группах, а не доживающих до этих возрастных групп. Если обозначить его через  $P_x$ , то

$$P_x = \frac{L_{x+1}}{L_x}.$$

Таблицы смертности составляются в целом по СССР и по отдельным районам как для всего населения, так и отдельно для городского и сельского населения, для мужчин и женщин.

Таблицы смертности имеют большое практическое значение. Они помогают глубоко и всесторонне анализировать изменение численности населения за счет естественного прироста, а также используются при перспективных расчетах общей численности и возрастного состава населения, а в страховом деле для определения ставок платежей при страховании жизни лиц разных возрастов.

## § 5 ИЗУЧЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ НАСЕЛЕНИЯ

Изменение численности населения отдельных населенных пунктов, районов происходит не только за счет естественного движения населения, но и за счет механического движения или территориального перемещения отдельных лиц внутри страны, т. е. за счет миграции населения. Перемещение населения внутри страны называют *внутренней миграцией*, а перемещение населения из одной страны в другую — *внешней*.

Внутренняя миграция может вызываться разными причинами. При этом следует отметить, что характер миграции в капиталист-

тических странах и в СССР резко отличен. В капиталистических странах миграция чаще носит вынужденный характер. Она связана с поисками работы или вообще «лучших мест», желанием лучше устроиться. В СССР наряду с различными индивидуальными причинами миграция населения в значительной части связана с планомерным развитием народного хозяйства. Так, освоение целинных и залежных земель в Казахстане, развитие отдельных районов Сибири и Дальнего Востока, новостройки в самых различных уголках нашей родины вызывают организованный массовый переезд туда главным образом молодежи.

Миграция населения в нашей стране осуществляется также за счет направления на работу по распределению молодых специалистов, окончивших те или иные специальные учебные заведения, за счет организованного набора сельской молодежи для работы в промышленности, строительстве и т. п.

Основными показателями миграции населения по каждому населенному пункту являются: число *прибывших* лиц, число *выбывших* лиц. По этим показателям кроме общей численности показывается распределение по полу, возрасту, причинам миграции.

На основе данных о числе прибывших в данный населенный пункт и выбывших из него как разность этих показателей определяются механический прирост или убыль населения, именуемые сальдо миграции. В результате сравнения абсолютных показателей со среднегодовой численностью населения рассчитываются *коэффициенты прибытия, выбытия, механического* (и общего) *прироста*, характеризующие интенсивность миграционного процесса.

Источниками сведений о миграции населения в городах являются данные паспортных столов о прописке и выписке населения, а в сельских местностях — списки населения, которые ведутся и заполняются по определенной форме сельскими Советами.

Данные о миграции позволяют наблюдать за тем, куда и откуда, в каких количествах происходит перемещение населения в стране, что очень важно знать при планировании и анализе многих хозяйственных и других мероприятий. Данные о сальдо миграции населения по каждому населенному пункту вместе с данными о естественном приросте населения служат основой для расчетов численности населения на любую дату в период между переписями.

## § 6 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРСПЕКТИВНОЙ ЧИСЛЕННОСТИ НАСЕЛЕНИЯ

Для планирования многих народнохозяйственных показателей очень важно знать (предвидеть) численность населения на планируемый период. Поэтому одной из задач статистики населения является определение численности населения на пер-

спективу. Методы перспективных расчетов могут быть разными, но любой из них основывается на определенном допущении о будущем ходе воспроизводства, на установлении закономерности изменения численности населения в прошлом и распространения ее (прямо или косвенно) на будущее.

При перспективных расчетах может идти речь либо об определении общей численности населения, либо о численности отдельных половозрастных групп.

Если требуется определить общую численность населения, прогнозирование может быть произведено на основе анализа динамики численности населения за ряд лет, определения тенденции изменения ее (путем выравнивания по аналитическим формулам или авторегрессионным моделям) и экстраполяции рядов динамики. Возможен и иной метод: за основу расчета принимаются данные о численности населения на определенную дату ( $S_0$ ) и данные о коэффициентах рождаемости, смертности и механического прироста. Предположив, что эти коэффициенты останутся неизменными на определенный отрезок времени в будущем, т. е. при постоянном режиме воспроизводства общую численность населения через  $t$  лет можно рассчитать по формуле

$$S_t = S_0(1+K)^t,$$

где  $K$  — общий коэффициент прироста населения за год.

Например, если на начало 1980 г. численность населения одного из городов составила 520 тыс. человек, а годовые коэффициенты рождаемости, смертности и механического прироста составили соответственно 20, 12 и 2‰, то численность населения через 5 лет, т. е. на начало 1985 г., составит

$$S_t = 520 + \frac{520(20 - 12 + 2)^5}{1000} = 520(1,01)^5 = 546,5 \text{ тыс. человек}$$

(1,01 в данном случае является общим годовым коэффициентом роста населения).

В приведенном расчете коэффициенты рождаемости, смертности и механического прироста принимались неизменными на уровне 1980 г. Но они могут и меняться за счет разных факторов. Поэтому по возможности приходится их учитывать и при расчете перспективной численности населения пользоваться уже скорректированными коэффициентами.

Кроме определения общей численности часто возникает необходимость расчета численности отдельных половозрастных групп. В этом случае необходимо знать возрастной состав населения и показатели дожития ( $P_x$ ) по каждой возрастной группе, содержащиеся в таблицах смертности. На основе этих данных методом «передвижки возрастов» определяется перспективная численность через  $t$  лет для любой возрастной группы ( $x$ ). Так, например,

численность любой возрастной группы ( $x$ ) через год (кроме возраста 0) может быть определена по формуле

$$S_x = S_{x-1} P_{x-1},$$

а с учетом миграции

$$S_x = S_{x-1} P_{x-1} (1 + K_{x-1}^M),$$

где  $S_{x-1}$  — численность предыдущей возрастной группы, а  $P_{x-1}$  соответствующие коэффициенты дожития ( $x=1, 2, \dots, \omega$ ),

$K_{x-1}^M$  — коэффициент миграции отдельных возрастных групп.

Чтобы рассчитать число детей возраста 0, т. е. родившихся в течение года, надо знать среднюю численность женщин каждого возраста и повозрастную рождаемость. Умножая первый показатель на второй, получим число рождений от женщин каждого возраста, а после суммирования — общее число рождений.

Если обозначить исходное число женщин в возрасте  $x$  через  $S_x$ , то через год женщин в возрасте  $x$  будет  $S_{x-1} P_{x-1}$ , а средняя годовая численность будет:  $0,5(S_x + S_{x-1} P_{x-1})$ .

Обозначив повозрастные коэффициенты рождаемости через  $F_x$ , можно записать следующую формулу для определения числа рождений ( $N$ ), т. е. детей в возрасте 0 через год:

$$N = 0,5 \sum_{15}^{49} (S_x + S_{x-1} P_{x-1}) F_x.$$

Из числа родившихся ( $N$ )  $0,51 N$  относят к мальчикам, а  $0,49 N$  — к девочкам.

(Расчет числа родившихся можно произвести и более простым путем, умножая численность женщин рождающего контингента на специальный коэффициент рождаемости — для женщин возраста 15—49 лет.)

Таким образом, после всех расчетов получаем численность населения по полу и возрасту через год. Проведя аналогичные расчеты для полученных данных, получим численность населения по полу и возрасту через 2 года и т. д. Отсюда и название метода исчисления — метод «передвижки возрастов». Конечно, и при этом методе необходимо учитывать показатели сальдо миграции по отдельным возрастам.

В заключение отметим, что перспективное исчисление населения оправдывает себя на сравнительно небольшие отрезки времени — 5—10 лет. Чем дальше отстоит период, для которого рассчитывается перспективная численность населения, тем больше ошибок могут содержать расчетные данные, т. е. тем больше снижается точность прогноза. Поэтому не случайно прогноз делается в нескольких вариантах, в каждом из которых предполагается разная степень развития выявленных в прошлом тенденций.

## ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ СТАТИСТИКИ НАЦИОНАЛЬНОГО БОГАТСТВА

### § 1

#### ПОНЯТИЕ О НАЦИОНАЛЬНОМ БОГАТСТВЕ И ЕГО СОСТАВЕ

Все материальные блага, созданные трудом человека, и изученные природные ресурсы образуют *национальное богатство* общества. Совокупность материальных благ, созданных трудом человека, т. е. материальные ценности, которыми располагает общество, называют в статистике *национальным имуществом*. Оно составляет важнейшую часть национального богатства. Национальное имущество неоднородно по своему составу и экономическому назначению. Значительная его часть выполняет функцию средств производства и является материально-технической базой общества. Это производственные фонды — основные и оборотные. Другая часть национального имущества представляет собой материальные блага, используемые в непродуцственной сфере. К этой группе относятся непродуцственные основные фонды (жилые здания, школы, больницы, библиотеки и т. п.), запасы товаров и продуктов потребления и различное имущество потребительского назначения у организаций и населения.

Таким образом, национальное имущество может быть расчленено на следующие категории.

1. Сфера материального производства: основные производственные фонды; оборотные производственные фонды (материальные запасы для производства).

2. Сфера непродуцственная: непродуцственные основные фонды, запасы товаров и продуктов для потребления (фонды обращения, резервы и запасы); личное имущество населения.

*Основные производственные фонды* — это средства труда, функционирующие во всех отраслях материального производства. Их особенностью является то, что они многократно участвуют в производственном процессе, сохраняют при этом свою вещественную (натуральную) форму и переносят свою стоимость на готовый продукт частями, по мере снашивания.

*Оборотные производственные фонды*, или материальные запасы для производства, — это предметы труда, находящиеся в процессе производства или в запасе у государственных и кооперативных организаций. Их особенностью является то, что они однократно участвуют в производственном процессе, теряют при этом свою натуральную (вещественную) форму и переносят свою стоимость

на готовый продукт полностью. Это — сырье, вспомогательные материалы, топливо и т. п., находящиеся на складах как предприятий-потребителей, так и предприятий-поставщиков, а также на складах снабженческих и сбытовых организаций. К оборотным производственным фондам относится и незавершенное производство в промышленности, сельском хозяйстве, строительстве.

*Непроизводственные основные фонды* включают в себя все виды предметов и имущества длительного употребления, используемых в непроизводственной сфере. Это — жилые здания, школы, клубы, поликлиники, больницы, транспортные средства непроизводственного назначения, кинотеатры и т. п. Воспроизводство основных непроизводственных фондов осуществляется путем финансирования из средств бюджета.

В состав группы *«Запасы товаров и продуктов для потребления»* относят запасы готовой продукции предприятий, производящих предметы потребления, запасы товаров в торгующих организациях, запасы сельскохозяйственных продуктов у сельского населения.

*Личное имущество населения* представляет собой все предметы длительного пользования, имеющие непроизводственное назначение: мебель, бытовые машины, транспортные средства и т. п.

Отнесение отдельных материальных благ к той или иной указанной выше группе элементов национального имущества зависит от тех функций, какие эти блага выполняют в производственном процессе или в народном хозяйстве. Так, например, токарный станок, действующий на каком-либо заводе, будет отнесен к основным производственным фондам. Токарный станок, выпущенный машиностроительным заводом для отпуска на сторону и находящийся пока на складе завода, будет отнесен к оборотным средствам предприятия как готовая продукция. Если станок используется в качестве учебного пособия в ремесленном училище или в школе для обучения учащихся, то он будет отнесен к непроизводственным фондам. Таким образом, в основу деления материальных благ на производственные (основные и оборотные) и непроизводственные фонды положена их функция в производственном процессе и народном хозяйстве.

## § 2

### СТАТИСТИКА ПРИРОДНЫХ РЕСУРСОВ И ОХРАНЫ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

Природные ресурсы СССР разнообразны и велики. Советский Союз занимает первое место в мире по разведанным запасам угля, железных и марганцевых руд, торфа, по лесным и гидроэнергетическим ресурсам; располагает большими запасами нефти, природного газа и других ископаемых.

Природные ресурсы представляют общенародную собственность. Природные ресурсы (природная среда) являются не только экономическими ресурсами, не только условиями хозяйственной деятельности человека (общества), но и условиями существования самого человека, т. е. рассматриваются как окружающая человека природная среда.

Во второй половине XX в. в связи с ростом масштабов производства и бурным развитием градостроительства значительно возросли объемы перерабатываемых и потребляемых природных ресурсов, а также возросли выбросы вредных отходов производственного и хозяйственно-бытового характера, что приводит к истощению и загрязнению окружающей среды, к нарушению равновесия в природе.

Охрана природы в СССР является государственной политикой, о чем свидетельствует ряд изданных за последние годы законодательных актов и постановлений партии и правительства, направленных на охрану и рациональное использование природных богатств.

В Конституции СССР (в ст. 18) записано: «В интересах настоящего и будущих поколений в СССР принимаются необходимые меры для охраны земли и ее недр, водных ресурсов, растительного и животного мира, для сохранения в чистоте воздуха и воды, обеспечения воспроизводства природных богатств и улучшения окружающей среды».

Вопросы охраны природы обсуждались на XXVI съезде КПСС и в «Основных направлениях экономического и социального развития СССР на 1981—1985 годы и на период до 1990 года»; принятых съездом. Выделен специальный раздел «Охрана природы».

В связи с вышеизложенным возникает необходимость в статистику природных ресурсов включать новый раздел. «Статистика охраны окружающей среды» и при статистическом изучении природных ресурсов как части национального богатства учитывать не только наличие отдельных компонентов природной среды (в территориальном разрезе), их состояние, использование, а также и меры по охране окружающей среды и затраты, связанные с их осуществлением.

Государственная статистика СССР в составе природных ресурсов выделяет: земельный фонд, лесной фонд, водные ресурсы, полезные ископаемые. Очевидно, необходимо расширить это понятие и включать в понятие природной среды и атмосферный воздух, и животный и растительный мир с соответствующим отражением их в статистике окружающей среды.

**Статистика земельного фонда.** Земельным фондом в статистике именуется всю территорию страны (или отдельных ее районов).

Земельный фонд в СССР является общенародным достоянием, т. е. государственной собственностью, но используется разными землепользователями (хозяйствами, организациями, лицами и пр.) в разных назначениях.

Статистика земельного фонда изучает: размер земельного фонда и его распределение по отдельным территориям; состав по назначению и землепользователям; характеризует использование земельного фонда, осуществляет учет орошаемых и осушаемых земель, изучает мероприятия по улучшению качества земли (мелиорации)

и по рациональному использованию и охране земли от загрязнения, эрозии и пр.

С точки зрения назначения в едином государственном фонде выделяется:

1) земля сельскохозяйственного назначения; 2) земля специального назначения: а) площадь под населенными пунктами, б) площадь под горнопромышленными разработками, г) площадь под транспортными объектами, д) площадь, используемая для сбора и обезвреживания твердых и жидких отходов; 3) естественно-непродуктивные земли (ледники, скальные выходы); 4) площадь лесного фонда; 5) площадь, занятая водными объектами; 6) охраняемые земли (заповедники и др.); 7) прочие земли.

Учет в таком разрезе важен как для характеристики хозяйственного использования земли, так и с точки зрения характеристики окружающей среды.

Наряду с учетом земель по назначению статистика изучает состав землепользователей. Основными землепользователями являются: 1) колхозы, 2) совхозы, 3) другие государственные хозяйства (подсобные и откормочные хозяйства предприятий и учреждений, опытные станции и пр.), 4) промышленность, 5) транспорт, 6) организации гослесфонда, 7) колхозники, рабочие, служащие и другие группы населения, 8) прочие землепользователи.

В границах отдельных землепользователей земля сельскохозяйственного назначения учитывается по *угодьям*. Под земельным угодьем понимают участок земли, имеющий определенное производственное назначение. Важнейшими видами сельскохозяйственных угодий являются: пашня, залежи, перелogi, целина, сенокосы, выгоны, пастбища, сады, ягодники, виноградники и др.

*Пашня* — площадь земли, постоянно используемая для посева сельскохозяйственных культур. К ней относят и огороды. *Залежами* называют земельные площади, ранее использовавшиеся под посев, но заброшенные, не используемые в настоящее время. *Перелogi* — земля, остающаяся без посева специально с целью восстановления ее плодородия. *Целина* — земля, не использовавшаяся для выращивания сельскохозяйственных культур, но вполне пригодная для этой цели. Пашню, залежи, перелogi и целину называют *пахотными* землями.

Распределение земельной площади у отдельных землепользователей по угодьям не остается неизменным. Осваиваются целинные земли, выкорчевывается кустарник, осушаются болота и т. д.

Переход одних угодий в другие, как правило, более продуктивные именуют *трансформацией* угодий. Наблюдение за трансформацией угодий с целью выяснения изменений в структуре земельного фонда — одна из задач статистики. Важно при этом учитывать площадь сельскохозяйственных земель, выбывающих из оборота по тем или иным причинам, а также вовлеченных в сельскохозяйственный оборот в результате рекультивации земель, нарушенных



горными, торфоразработочными, геологоразведочными и строительными работами, а также в результате освоения болот и лесных угодий.

Для характеристики использования сельскохозяйственных угодий в статистике рассчитывают ряд показателей. Так, путем деления посевной площади на площадь пашни (посев, пар и огороды) определяют *коэффициент использования пашни*. Сопоставляя пашню с общим размером пахотных земель (пашня, залежи, перелоги и целина), получаем *показатель использования пахотных земель*. Об использовании сенокосных угодий судят по количеству зеленой массы, полученной с единицы площади сенокосов.

Обобщающим показателем использования сельскохозяйственных угодий является *выход продукции земледелия на каждые 100 га угодий*.

При изучении земли не только как средства производства, но и как компонента окружающей природной среды одной из важных задач статистики земельных ресурсов является учет мероприятий, направленных на охрану земли от загрязнения, эрозии и т. п., на повышение качества сельскохозяйственных угодий, а также затрат, связанных с осуществлением этих мероприятий.

Капитальные вложения на охрану и рациональное использование земельных ресурсов направляются на: строительство противоэрозионных гидротехнических сооружений, строительство противоселевых и противооползневых сооружений, террасирование крутых склонов, создание полезащитных лесных полос; создание противоэрозионных лесных насаждений по оврагам, балкам, склонам, берегам рек и водоемов; создание противодефляционных лесных насаждений на песках; рекультивацию земель, нарушенных горнопромышленными разработками, и др.

**Статистика лесного фонда.** Часть земельного фонда занятая лесом и кустарником со всеми находящимися среди них угодьями (пастбищами, сенокосами, пустолями, вырубками, предназначенными для выращивания леса, и т. п.) составляет *лесной фонд СССР*.

В круг задач статистики лесного фонда входят: определение площади лесного фонда (и запасов лесных ресурсов), его размещения, состава, состояния, использования, восстановления, а также учет мероприятий по охране и уходу за лесами.

В составе лесного фонда выделяют прежде всего: 1) *лесную* площадь (площадь, покрытая лесом и непокрытая, но предназначенная для ведения лесного хозяйства — вырубки, гари, пустоши и др.) и 2) *нелесную* площадь, которая, в свою очередь, делится на используемую и неиспользуемую.

К используемой нелесной площади относят все виды угодий, расположенные внутри лесов: пашня, сенокосы, усадьбы, пастбища, пруды, дороги и др. К неиспользуемой нелесной площади относят болота, овраги и пр.

Весь лесной фонд в СССР делится на леса государственные

и колхозные. И те и другие являются общенародным достоянием, но первые находятся в ведении различных государственных ведомств, за которыми этот фонд закреплен (Министерства лесной промышленности, лесного хозяйства и др.), а вторые закреплены (как и земля) за колхозами.

В зависимости от народнохозяйственного значения и назначения лесов последние делятся на три группы.

В первую группу относят: леса-заповедники, курортные леса, зеленые зоны вокруг городов, водоемов, вдоль рек; почво- и полевые защитные леса, защитные полосы вдоль железнодорожных и шоссе-ных дорог, орехопромысловые леса и некоторые другие. В этой группе лесов запрещена рубка, кроме санитарной.

Ко второй группе относятся леса с ограниченной вырубкой — не превышающей годовой прирост древесины. Это в основном леса малолесных и среднелесных густонаселенных промышленных районов.

К третьей группе относят леса промышленного значения, расположенные в лесозаготовительных районах, т. е. это леса, в которых проводятся массовые лесозаготовки для нужд народного хозяйства.

Отнесение к той или иной группе леса не является постоянным, через определенные периоды времени леса из одной группы могут быть переведены в другую.

Наряду с учетом площадей по каждой из этих групп лесов в статистике ведется учет запасов лесных ресурсов в виде количества древесины на корню в тысячах кубических метров.

*Лесопокрытая* площадь и запасы лесных ресурсов учитываются по породам (хвойные, твердо- и мягколиственные), по возрасту (молодняк I и II класса, средневозрастные, припевающие, спелые и перестойные деревья).

По отдельным породам и в целом по всем деревьям исчисляется *производительность лесов*, которая выражается показателем среднего запаса древесины ( $m^3$ ) на 1 га лесной площади.

На основе сопоставления данных о площади, покрытой лесом, с площадью той или иной территории в статистике рассчитывается показатель процента *лесистости* данной территории (района, области, республики, страны). Этот показатель необходим для характеристики обеспеченности данной территории лесом.

В СССР площадь, покрытая лесом, составляет 33%. Общий запас лесонасаждений составляет около 80 млрд.  $m^3$ . 80% всех запасов древесины составляют хвойные породы: лиственница, сосна, ель, кедр, пихта. Более 80% запасов всех лесонасаждений сосредоточено в Восточной Сибири, на Дальнем Востоке, на Урале и в Западной Сибири.

Запасы лесных ресурсов не остаются неизменными. Для изучения «движения» лесных ресурсов статистика учитывает ежегодно вырубаемые леса (по площади и запасам древесины). При этом учитывается рубка по видам (сплошная, группово-выборочная, условно-сплошная) и по назначению или причинам (рубка главного

пользования, рубка ухода за лесом, рубка при проведении нефтегазопроводов и электролиний и др.). Кроме того, учитывается площадь лесов, погибших от пожаров, заражения болезнями и вредителями, затопления и пр.

Одновременно учитывается площадь восстановленных лесов естественно и искусственно путем посева и посадки.

Чтобы леса нормально функционировали, они нуждаются в постоянном наблюдении и уходе за ними, в охране от вредителей, пожаров, загрязнений и пр. Осуществляемые мероприятия по охране и защите лесных ресурсов (биологические, химико-профилактические, противопожарные, гидролесомелиоративные и др.) строго учитываются и находят отражение в статистической отчетности по лесу.

**Статистика водных ресурсов.** Единый государственный фонд водных ресурсов СССР включает в себя: реки, озера, водохранилища, каналы с водой и другие поверхностные водные объекты; подземные воды, ледники, снежники, внутренние моря.

СССР располагает огромными запасами водных ресурсов (2-е место в мире). Вместе с тем проблема воды, и прежде всего чистой пресной воды, является весьма актуальной. Это объясняется, во-первых, всевозрастающим потреблением воды промышленностью и другими отраслями народного хозяйства, а также городами и, во-вторых, загрязнением водоемов сбросами в них неочищенных сточных вод.

Водные ресурсы — часть национального богатства, и охрана водных ресурсов от загрязнения и истощения — одна из главных проблем охраны окружающей (природной) среды в целом.

За последние годы вышел целый ряд постановлений ЦК КПСС и Совета Министров СССР и издан ряд законов по вопросу охраны и рационального использования водных ресурсов. И многое делается в настоящее время для реализации этих постановлений. При этом решение проблемы чистой воды и рационального ее использования осуществляется как путем строительства очистных сооружений, так и путем создания малоотходных и безотходных производств, создания на предприятиях систем оборотного водоснабжения и повторного последовательного использования воды.

Основными задачами статистики водных ресурсов являются: определение запасов водных ресурсов, их состава и качества (по отдельным территориям и бассейнам); определение забора воды из отдельных водных объектов и объема сбрасываемых в них сточных вод (с учетом степени и способов очистки); характеристика использования воды (объемов) на различные нужды (орошение, производственные нужды и др.), а также контроль за осуществлением мероприятий, направленных на охрану водных ресурсов и рациональное использование воды и др.

Государственный учет поверхностных вод (измерение речного стока, запасов и притока воды в водохранилища, озера и моря, запасов воды в ледниках и снежниках), контроль за их качеством

и режимом и ведение водного кадастра возложены на Государственный комитет СССР по гидрометеорологии и контролю природной среды. Учет естественных ресурсов подземных вод, включая минеральные, и наблюдение за их режимом и качеством осуществляет Министерство геологии СССР.

Учет и контроль использования воды и сбросов сточных вод осуществляет Министерство мелиорации и водного хозяйства СССР (на основе отчетности водопользователей).

ЦСУ СССР по согласованию с перечисленными выше органами разрабатывает и утверждает формы государственной статистической отчетности об использовании вод и инструкции по их заполнению.

С 1974 г. для всех предприятий, организаций и учреждений, использующих и сбрасывающих воду, введена статистическая отчетность № 2-тп (водхоз) «Отчет об использовании воды», разработка которой возложена на Министерство мелиорации и водного хозяйства СССР. Введение этой отчетности положило начало созданию государственной статистики водных ресурсов. Эта отчетность, разрабатываемая в территориальном и ведомственном разрезе, позволяет выявлять источники загрязнения водных объектов, определять водопотребление отдельных предприятий и отраслей, а также их сбросы сточных вод, качество сбрасываемых вод и т. п.

Наряду с общими водными запасами статистика изучает гидроэнергетические ресурсы. Мощность последних исчисляется в киловаттах водных сил. При изучении гидроэнергетических ресурсов обычно выделяют следующие категории: А — мощность и выработка энергии действующих и строящихся ГЭС, В<sub>1</sub> — мощность и выработка (проектируемые) для ГЭС, для которых составлены технические проекты, и В<sub>2</sub> — мощность и выработка ГЭС, охваченных проектированием.

Со статистикой водных ресурсов непосредственно связан и существующий самостоятельно раздел статистики водных богатств, т. е. животного и растительного мира морей, океанов, рек и пр. Основной задачей этого раздела статистики является определение запасов рыбы, морского зверя и различных водорослей, а также учет мероприятий, направленных на сохранение и увеличение этих запасов.

Как указывалось выше, в настоящее время предпринимается широкий круг мероприятий, направленных на охрану и рациональное использование водных ресурсов, охрану водных богатств. Статистика учитывает эти мероприятия и выделяемые на их осуществление капитальные вложения и текущие затраты.

Государственные капитальные вложения на охрану водных ресурсов направляются на строительство: сооружений для очистки производственных и коммунальных сточных вод, береговых станций очистки балластных и льяльных (подсланевых) вод, систем оборотного водоснабжения; на строительство и приобретение установок по сбору нефти, мазута и других жидких и твердых отходов с акваторий рек, водоемов, портов и внутренних морей; на создание водоохраных зон и на другие мероприятия.

**Статистика полезных ископаемых.** Полезные ископаемые изучаются статистикой только разведанные. Все полезные ископаемые по характеру использования подразделяют на: металлы, неметаллические полезные ископаемые (графит, калийные соли, фосфориты и др.), горючие или топливно-энергетические ресурсы (уголь, нефть, торф, сланец, газ).

По своему народнохозяйственному значению все полезные ископаемые делятся на *балансовые* и *забалансовые*. К балансовым относят все запасы полезных ископаемых, эксплуатация которых в современных условиях считается целесообразной. К забалансовым относят все запасы полезных ископаемых, эксплуатация которых в современных условиях экономически нецелесообразна ввиду малой мощности залежей, ввиду сложности переработки или по другим причинам. Со временем эти полезные ископаемые могут явиться объектом разработок.

Не все полезные ископаемые изучены в одинаковой степени. Поэтому по степени изученности запасы полезных ископаемых в статистике подразделяют на четыре категории: А, В, С<sub>1</sub>, С<sub>2</sub>. Категория А включает в себя запасы, полностью изученные и разведанные, с точным очерчиванием их контура. Это запасы, данные о которых могут быть использованы в расчетах по строительству объектов и их эксплуатации. Категория В охватывает запасы, достаточно изученные, но без определения их точного контура. К категории С<sub>1</sub> относят запасы, изученные лишь в общих чертах по геологическому и геофизическому данным. Контуров этих запасов определены по разведочным выработкам путем экстраполяции. К категории С<sub>2</sub> относят запасы, приближенно определенные по единичным пробам и образцам.

Изменение запасов полезных ископаемых по отдельным видам и группам изученности отражается в балансах по следующей общей схеме: 1) наличие запасов на начало года, 2) увеличение запасов за счет геологических разведок, уточнений и пр., 3) уменьшение запасов за счет добычи и потерь, 4) наличие запасов на конец года.

Полезные ископаемые относятся к невозобновляемым природным ресурсам, поэтому особенно необходимо заботиться об их рациональном использовании, о комплексном использовании всех компонентов, содержащихся в них, об уменьшении потерь, утилизации отходов производства.

**Статистика охраны воздушного бассейна.** Рост масштабов производства и автомобильного транспорта приводит к возрастанию выбросов в атмосферу и загрязнению воздушного бассейна. Отсюда все более острой становится проблема чистого воздуха и охраны воздушного бассейна как части природной среды.

Статистика состояния и охраны атмосферного воздуха является одним из наиболее молодых разделов статистики природной среды. В ее задачи входит: сбор и обработка информации об источниках загрязнения воздушного бассейна, об объемах вредных выбросов

в атмосферу, о составе вредных веществ в выбросах, о степени очистки выбрасываемых в атмосферу выбросов, о состоянии атмосферного воздуха, о мерах по защите воздушного бассейна от загрязнения и затратах на их осуществление.

Наблюдение и контроль за состоянием воздушного бассейна возложен на Государственный комитет СССР по гидрометеорологии и контролю природной среды. На него возлагается: регулирование использования воздушного бассейна городов и промышленных центров и осуществление государственного контроля за источниками его загрязнения, разработкой и соблюдением норм предельных выбросов загрязняющих веществ в атмосферу. Комитету предоставлено право проверки соблюдения норм и правил охраны атмосферного воздуха предприятиями, учреждениями, стройками и другими объектами, независимо от их ведомственной принадлежности, а также вносить предложения о приостановлении, до проведения необходимых мероприятий, эксплуатации действующих производственных объектов, нарушающих установленные нормы.

Учет выбросов в атмосферу производится по следующим основным вредным ингредиентам: пыль, сажа, окись углерода, окись азота, двуокись серы, сероводород, сероуглерод, фенол. Особо учитываются случаи значительного превышения предельно допустимых концентраций (ПДК).

Основным источником сведений об источниках загрязнения, их выбросах, обеспеченности очистными сооружениями, степени очистки выбрасываемых в атмосферу выбросов является статистическая отчетность введенная ЦСУ СССР с 1974 г. для всех промышленных и других предприятий, производящих выбросы в атмосферу. Аналогичные сведения содержатся и в годовых отчетах санитарно-эпидемиологических станций (СЭС) в разделе «Государственный санитарный надзор за охраной атмосферного воздуха от загрязнений промышленными выбросами».

На основании обработки этих данных могут строиться ряды распределений городов (и числа жителей в них) по показателю степени загрязнения атмосферы отдельными загрязнителями. Такое изучение помогает раскрытию различных закономерностей в статистике заболеваний, миграции населения и др.

Основными мероприятиями, охраны атмосферного воздуха являются: совершенствование технологических процессов с целью уменьшения выбросов в атмосферу, строительство очистных сооружений, аппаратов и установок для улавливания и обезвреживания вредных выбросов; повышение эффективности действующих очистных сооружений; увеличение контрольно-регулирующих пунктов по проверке и снижению токсичности выхлопных газов автомобилей и др.

На осуществление этих мероприятий ежегодно выделяются государственные капитальные вложения, учитываемые статистикой.

Охрана воздушного бассейна — часть комплексной охраны всей природной среды, так как всякое загрязнение атмосферы со временем загрязняет поверхность земли, воду, леса.

### § 3

## СТАТИСТИКА ОСНОВНЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФОНДОВ

### 3.1.

#### ОСНОВНЫЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ФОНДЫ И ИХ СОСТАВ

Важнейшую часть национального богатства составляют основные производственные фонды, представляющие собой материально-техническую базу народного хозяйства. Поэтому им уделяется особое внимание в статистике.

Как уже отмечалось выше, основные производственные фонды (средства) — это средства труда, функционирующие во всех отраслях материального производства. К основным производственным фондам относят только продукты общественного труда, начавшие функционирование в производстве. Поэтому, например, не могут быть отнесены к основным фондам станки, находящиеся на складе готовой продукции завода-производителя; не являются основными фондами земля и дикорастущий лес, поскольку они не являются продуктами общественного труда. Но посаженный и выращенный лес, капитальные вложения в землю, направленные на ее улучшение, относят к основным производственным фондам.

Главными задачами статистики основных фондов являются: определение их объема, состава, динамики и использования.

Изучая основные производственные фонды, статистика группирует их по территориальным единицам, формам собственности, отраслям народного хозяйства и отраслям материального производства и др.

**Классификация основных производственных фондов.** Основные производственные фонды весьма различны по своему вещественно-натуральному составу и назначению. Одни создают условия для осуществления производственного процесса (здания), другие выполняют транспортные функции, при помощи третьих осуществляется производственный процесс (машины, инструменты и пр.) и т. д. Поэтому, естественно, возникает необходимость их классификации, объединения в качественно-однородные группы по признаку производственного назначения. В настоящее время в практике нашей статистики принята следующая единая типовая классификация основных производственных фондов по всему народному хозяйству.

1. Здания. 2. Сооружения. 3. Передаточные устройства. 4. Машины и оборудование, в том числе: а) силовые машины и оборудование, из них автоматические; б) рабочие машины и оборудование, из них автоматические; в) измерительные и регулирующие

приборы и устройства и лабораторное оборудование, из них автоматические; г) вычислительная техника, в том числе автоматическая; д) прочие машины и оборудование, из них автоматические. 5. Транспортные средства. 6. Инструмент. 7. Производственный инвентарь и принадлежности. 8. Хозяйственный инвентарь. 9. Рабочий и продуктивный скот. 10. Многолетние насаждения. 11. Капитальные затраты по улучшению земель (без сооружений). 12. Прочие основные фонды. По отдельным отраслям материального производства эта типовая классификация конкретизируется с учетом особенностей отрасли.

В *промышленности* учет основных производственных фондов ведется по всем позициям приведенной выше классификации, кроме 9, 10 и 11.

В *сельском хозяйстве* основные производственные фонды учитываются по следующим группам: строения и сооружения; мелиоративные сооружения; тракторы; комбайны; прочие сельскохозяйственные машины и орудия; транспортные средства; прочее оборудование и инвентарь; рабочий скот и продуктивный, птица, пчелы.

В *строительстве* основными позициями классификации основных производственных фондов являются: строительные машины и механизмы, временные сооружения. К последним обычно относят здания подсобных мастерских, складов и различных сооружений, используемых до окончания строительства.

На *железнодорожном транспорте* среди основных фондов выделяют: сооружение пути; подвижной состав, с выделением особо локомотивов; грузовые и специальные вагоны; вспомогательный транспорт.

Как видно из примеров, при всем различии классификаций основных фондов в отдельных отраслях материального производства вполне обеспечивается объединение отдельных групп основных фондов в позиции единой типовой классификации основных фондов по народному хозяйству.

В последние годы в составе основных фондов выделяют и отражают в отчетности *основные фонды по охране окружающей среды* (водных ресурсов, атмосферы, недр и рациональному использованию минеральных ресурсов).

Существуют и другие выделения в составе основных фондов. Так, в составе промышленно-производственных основных фондов выделяют так называемые *активные* производственные фонды, под которыми подразумевается та часть основных фондов, которая активно, непосредственно воздействует или используется для воздействия на предмет труда. Обычно к активным основным фондам относят рабочие и силовые машины, измерительные, регулирующие приборы и устройства, лабораторное оборудование, а также инструмент. Для простоты счета в практике часто активные производственные основные фонды определяют как разность между стоимостью всех основных фондов (производственных) и стоимостью зданий и сооружений.



Так как основные фонды функционируют длительно и снашиваются по частям и при этом условия их воспроизводства со временем меняются, то в каждый конкретный момент времени любой элемент основных фондов может иметь несколько денежных оценок.

Различают оценку основных фондов по *первоначальной* стоимости и *восстановительной*. Каждая из них, в свою очередь, может быть рассчитана как полная и как остаточная, т. е. за вычетом износа.

*Полная первоначальная стоимость* — это стоимость основных фондов в момент их ввода в действие или приобретения, т. е. это сумма фактических затрат на строительство, приобретение, перевозку и монтаж основных фондов к началу их функционирования. В этой оценке основные фонды поступают на баланс предприятия (или организации) и отражаются в отчетности. И эта оценка остается неизменной в активе баланса предприятий до момента переоценки основных фондов.

*Полная восстановительная стоимость* — это сумма затрат, необходимых для воспроизводства в новом виде основных фондов в современных условиях. Другими словами, это стоимость воспроизводства основных фондов на момент оценки с учетом всех реально существующих условий строительного производства, цен, уровня производительности труда, механизации работ и т. п. Восстановительная стоимость определяется на основе инвентаризации и переоценки основных фондов.

*Остаточная* (или за вычетом износа) стоимость, как первоначальная, так и восстановительная, определяется путем вычитания из полной стоимости суммы износа основных фондов. Эта стоимость дает представление о фактической величине стоимости основных фондов, не перенесенной на готовый продукт.

На балансах предприятий основные фонды учитываются в активе по полной первоначальной стоимости. Там же в пассиве отражается сумма износа. Следовательно, вычитая из полной стоимости сумму износа основных фондов, можно получить их остаточную стоимость.

Говоря об износе основных фондов, следует иметь в виду, что износ может быть физическим и моральным. Под физическим износом понимается утрата стоимости в результате функционирования основных фондов. Моральный износ означает обесценение основных фондов, вызванное появлением новых, более эффективных основных фондов.

Как правило, большинство видов основных фондов не функционирует до полного физического износа. Они испытывают на себе действие морального износа, и часто то или иное оборудование, будучи еще физически годным, но морально устаревшим, заменяется новым, более производительным, более эффективным.

Определение восстановительной стоимости основных фондов, как полной, так и остаточной, возможно лишь на основе единовременной инвентаризации и переоценки. Необходимость в периодических переоценках основных фондов возникает в связи с тем, что вводимые в разные годы основные фонды получают в отчетности смешанную оценку (как по полной, так и по остаточной стоимости), которая не соответствует действительной стоимости их производства на момент учета.

Статистическая практика СССР знает ряд таких переоценок. Так, в 1925 г. были переоценены основные фонды крупной государственной промышленности, а в последующие годы переоценивались основные фонды железных дорог, водного транспорта, совхозов и др. Генеральная инвентаризация и переоценка основных фондов во всех отраслях народного хозяйства (кроме колхозов) были впервые проведены по состоянию на 1 января 1960 г. (в колхозах — на 1 января 1962 г.). Эта статистическая работа имела большое народнохозяйственное значение и по своему масштабу не уступала Всесоюзной переписи населения. До этого основные фонды на балансах предприятия учитывались в различной смешанной оценке, что не отражало действительных размеров основных фондов и сильно затрудняло правильное определение размеров амортизационных отчислений. В 1960 г. впервые за годы Советской власти были одновременно учтены и переоценены в современной стоимости все основные фонды, по которым производятся амортизационные отчисления. При переоценке учитывалась стоимость воспроизводства основных фондов в современных условиях, физический и моральный износ, т. е. производилась оценка по восстановительной стоимости.

Переоценка основных фондов открыла широкие возможности для более тщательного их изучения, позволила уточнить распределение их по видам и назначению; по отраслям; позволила упорядочить исчисление сумм амортизационных отчислений, определить их фактический износ, определить их использование.

С течением времени возникала необходимость в новой переоценке основных фондов. За 1961—1970 гг. существенно изменились технико-экономические условия общественного производства. Создано было множество новых видов машин, оборудования, аппаратов и приборов и одновременно снято с производства много устаревших конструкций машин, оборудования и приборов. В 1967 г. были введены новые оптовые цены на промышленную продукцию, новые тарифы на электрическую и тепловую энергию и на грузовые перевозки. В 1969 г. были введены новые сметные нормы и цены в строительстве. Все это не могло не сказаться на стоимости основных фондов. Поэтому по состоянию на 1 января 1972 г. была проведена новая генеральная инвентаризация и переоценка основных фондов хозяйственных предприятий и организаций. Одновременно эта инвентаризация совмещалась с переписью парка производственного оборудования.

Переоценка основных фондов учреждений и организаций, состоящих на государственном бюджете, проводилась по состоянию на 1 января 1973 г.

В результате переоценки восстановительная стоимость основных фондов оказалась на 9% выше по сравнению с первоначальной, что вызвано главным образом повышением оптовых цен на промышленную продукцию, повышением сметных норм и цен в строительстве и транспортных тарифов.

### 3.3. АМОРТИЗАЦИЯ ОСНОВНЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФОНДОВ

В процессе функционирования основные производственные фонды снашиваются, теряют постепенно свою стоимость в результате физического и морального износа. Денежное

выражение физического и морального износа основных фондов известно в статистике под названием *амортизации*.

Для основных производственных фондов амортизация характеризует ту часть их стоимости, которую они теряют в процессе производства и переносят на производимый продукт. Снашивание основных производственных фондов (амортизация) определяется через амортизационные отчисления, включаемые в себестоимость продукции. Эта стоимость основных производственных фондов, перенесенная на готовый продукт, возмещается через реализацию продукта и постепенно накапливается, образуя так называемый *амортизационный фонд*. Амортизационный фонд служит источником финансирования капитальных вложений для восстановления (возмещения) основных производственных фондов и их капитального (и среднего) ремонта и модернизации.

При определении величины ежегодных амортизационных отчислений должны учитываться полная первоначальная (после переоценки — восстановительная) стоимость основных производственных фондов, срок их службы (намечаемый), необходимость капитального ремонта и модернизации на весь срок службы, а также ликвидационная стоимость выбывающих объектов, поскольку после выбытия они могут быть реализованы (металлолом). Таким образом, годовая сумма амортизации должна быть такой, чтобы сумма амортизационных отчислений, накопленная за весь срок службы основных производственных фондов, обеспечивала полную их замену после выбытия и, кроме того, проведение необходимого капитального (и среднего) ремонта и модернизации за весь срок службы.

Сказанное выше находит отражение в следующей формуле:

$$A = \frac{\Pi + K + M - Л + Д}{Г},$$

где  $A$  — годовая сумма амортизации;  $\Pi$  — полная первоначальная (или восстановительная) стоимость основных производственных фондов;  $K$  — стоимость капитального и среднего ремонта за весь срок службы основных фондов;  $M$  — стоимость затрат на модернизацию за весь срок службы;  $Л$  — ликвидационная стоимость основных фондов;  $Д$  — стоимость демонтажа основных фондов;  $Г$  — число лет службы основных производственных фондов.

Процентное отношение амортизационных отчислений к среднегодовой полной первоначальной (или восстановительной) стоимости основных производственных фондов представляет годовую норму амортизации:

$$H_A = \frac{A}{\Pi} \cdot 100\%.$$

После переоценки основных фондов в 1960 г. (начиная с 1 января 1963 г.) наряду с общей нормой амортизации стали устанавливаться нормы амортизации отдельно на капитальный ремонт

и на полное восстановление (реновацию). Определяются они путем деления соответствующих сумм годовой амортизации на полную первоначальную (или восстановительную) стоимость основных фондов.

Так, норма амортизации на капитальный ремонт и модернизацию основных фондов выразится формулой

$$H_{K \text{ и } M} = \frac{K + M}{ГП} \cdot 100\%.$$

Норма амортизации на полное восстановление основных фондов (реновацию) определяется по формуле

$$H_p = \frac{П - Л + Д}{ГП} \cdot 100\%.$$

Следовательно,  $H_A = H_{K \text{ и } M} = H_p$ .

Нормы амортизации утверждаются правительством и доводятся до предприятий соответствующими министерствами. Периодически они пересматриваются. Так, в 1974 г. в целом по промышленности общая норма амортизации составляла 7,4%, в том числе на капитальный ремонт 3,5%, а в 1977 г. — соответственно 7,7 и 3%. Незначительное повышение общей нормы амортизации объясняется сокращением среднего срока службы основных фондов. Нормы амортизации дифференцированы как по отдельным отраслям промышленности, так и по отдельным видам и группам основных фондов. В настоящее время действует около 1800 норм амортизационного отчисления на различные виды основных фондов.

Часть амортизационных отчислений, предназначенных для полного восстановления основных фондов, поступает в фонд развития производства. Последний направляется на финансирование капитальных вложений по внедрению новой техники, модернизации оборудования, механизации и автоматизации, а также на другие нужды.

#### 3.4.

#### БАЛАНС ОСНОВНЫХ ФОНДОВ

Объем и состав основных фондов не остаются неизменными. Наличие и движение основных фондов за тот или иной период (как правило, за год) отражаются в балансах основных фондов, которые составляются на разных уровнях: для отдельных предприятий, отрасли, экономического района, республики, всего народного хозяйства.

Баланс основных фондов может строиться в оценке как по полной стоимости, так и по остаточной (за вычетом износа).

Баланс основных фондов предприятия по полной стоимости характеризует объем основных фондов на начало года, увеличение и уменьшение их в течение года и объем на конец года (все по полной стоимости).

Увеличение основных фондов предприятия может происходить за счет ввода в действие новых основных фондов и безвозмездно-

го поступления от других предприятий. Уменьшение основных фондов может происходить за счет выбытия основных фондов от ветхости и износа, передачи другим предприятиям, выбытия вследствие стихийных бедствий.

С учетом вышеизложенного баланс основных фондов предприятий по полной стоимости строится по следующей схеме (табл. 92):

Таблица 92

Группы основных фондов	Наличие на начало года	Поступило в отчетном году				Выбыло в отчетном году				Наличие на конец года
		всего	в том числе			всего	в том числе			
			введено в действие новых	поступление от других предприятий	прочие		ликвидировано	передано другим предприятиям	прочие	
A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Данные этого баланса позволяют определить прирост основных фондов за год как разность между показателями гр. 10 и 1 или как разность между показателями гр. 2 и 6.

На основе отчетности отдельных предприятий строятся балансы в разрезе отрасли и др.

Схема баланса основных фондов отрасли аналогична приведенной выше и отличается лишь тем, что в поступлении и выбытии выделяются основные фонды, полученные из других отраслей и переданные в другие отрасли.

Данные отчетности предприятий позволяют составлять баланс основных фондов и по стоимости за вычетом износа, т. е. остаточной.

Баланс основных фондов по остаточной стоимости строится по следующей схеме (табл. 93):

Таблица 93

Группы основных фондов	Наличие на начало года	Поступление за год				Выбытие и износ за год				Наличие на конец года		
		всего	в том числе			всего	в том числе					
			ввод в действие новых фондов	капитальный ремонт и модернизация	поступило от других предприятий		прочие	выбыло от ветхости и износа	износ за год		передано другим предприятиям	прочие
A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Таким образом, в последнем балансе находят отражение капитальный ремонт и модернизация как фактор, повышающий остаточную стоимость основных фондов, и износ (сумма годовых амортизаций) как фактор, уменьшающий стоимость основных фондов. В зависимости от конкретной задачи изучения основных фондов следует использовать либо один, либо другой баланс (либо оба вместе).

### 3.5. ПОКАЗАТЕЛИ СОСТОЯНИЯ И ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОСНОВНЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФОНДОВ

**Показатели состояния основных фондов.** По данным балансов основных фондов могут быть рассчитаны показатели, характеризующие состояние основных фондов. Для характеристики состояния основных фондов в статистике исчисляется ряд показателей.

Так, сопоставляя остаточную стоимость основных фондов на определенную дату с полной первоначальной, можно получить *коэффициент годности* основных фондов.

С коэффициентом годности основных фондов непосредственно связан *коэффициент износа*. Он может быть получен как разность между единицей и коэффициентом годности либо как отношение суммы износа к полной первоначальной (восстановительной) стоимости основных фондов.

Сумма износа основных фондов показывается в пассиве баланса на начало и конец года. Поэтому показатели годности и износа основных фондов могут быть рассчитаны в двух вариантах: на начало и конец года.

Показатель годности и показатель износа зависят от того, какая часть основных фондов выбывает из-за ветхости, сколько вводится в действие новых фондов. Поэтому наряду с характеристикой износа и годности основных фондов в статистике рассчитывают показатели выбытия и обновления основных фондов.

*Коэффициент выбытия* основных фондов рассчитывается путем деления стоимости выбывших основных фондов на стоимость всех фондов на начало года.

*Коэффициент обновления* основных фондов определяется как частное от деления стоимости вновь введенных основных фондов на стоимость основных фондов на конец года, т. е. показывает удельный вес новых фондов в общем объеме всех основных фондов на конец года. Основные фонды при этих расчетах принимаются в оценке по полной стоимости. Коэффициент выбытия и коэффициент обновления могут рассчитываться как по всем основным фондам, так и по отдельным их группам и элементам.

**Показатели использования основных фондов.** Улучшение использования основных производственных фондов является одним из важнейших факторов эффективности общественного производ-

ства, повышения общественной производительности труда. Улучшение использования основных фондов означает дополнительный выпуск продукции с имеющихся производственных фондов. Использование отдельных видов основных фондов поэтому можно характеризовать сравнением фактически произведенной ими продукции с их максимальной мощностью. Обобщающим показателем использования всех основных производственных фондов в целом является выпуск продукции в стоимостном выражении на каждый рубль стоимости основных фондов (или на 100, на 1000 руб.). Этот показатель именуется *показателем фондоотдачи*, рассчитывается путем деления валовой продукции, произведенной за год, на среднегодовую стоимость основных производственных фондов.

Показатель фондоотдачи является одним из основных показателей, используемых для характеристики эффективности общественного производства. (Для народного хозяйства в целом он часто рассчитывается на основе данных о национальном доходе, а не на основе валового общественного продукта.)

Поскольку не все виды основных фондов в равной степени участвуют в производстве продукции, то показатель фондоотдачи зависит от структуры основных фондов. Поэтому целесообразно рассчитывать этот показатель в нескольких вариантах: 1) валовую продукцию (или НЧП) делить на стоимость всех основных производственных фондов; 2) валовую продукцию (или НЧП) делить на стоимость только активных основных фондов; 3) валовую продукцию (или НЧП) делить на стоимость рабочих машин и оборудования. В этом случае можно говорить об использовании всех основных производственных фондов, их активной части и отдельно рабочих машин и оборудования. В свою очередь, эти показатели взаимосвязаны.

Показатель общей фондоотдачи зависит от структуры основных фондов: от удельного веса активной их части и от удельного веса в последней машин и оборудования.

Судить об использовании основных производственных фондов можно и по показателю, обратному фондоотдаче, именуемому *показателем фондоемкости* продукции. Последний показатель рассчитывается путем деления среднегодовой стоимости основных производственных фондов на валовую продукцию, произведенную за год. Этот показатель характеризует уровень затрат основных производственных фондов на единицу продукции (на 1 руб. продукции).

Показатель фондоемкости, как и показатель фондоотдачи, может рассчитываться на уровне предприятия, отрасли, народного хозяйства. В отдельных отраслях народного хозяйства (и промышленности) в последние годы ЦСУ СССР рассчитывает показатель фондоемкости продукции в двух вариантах: прямой и полной.

Прямая фондоемкость показывает затраты основных производственных фондов данной отрасли на 1 руб. произведенной продукции. Полная же фондоемкость учитывает и частичные затраты основных фондов тех отраслей, которые обслуживают данную отрасль.

При изучении динамики показателей фондоотдачи и фондоемкости для расчета последних и продукция и основные фонды должны быть оценены в неизменных ценах (сопоставимых).

Фондоотдача — один из основных показателей эффективности общественного производства. В «Основных направлениях экономического и социального развития СССР на 1981—1985 годы и на период до 1990 года», принятых XXVI съездом КПСС, подчеркнута необходимость уделять особое внимание «увеличению отдачи основных фондов во всех отраслях народного хозяйства» и намечено «осуществить меры, направленные на повышение фондоотдачи в отраслях народного хозяйства, объединениях, на предприятиях»<sup>1</sup>.

**Показатели фондовооруженности труда.** Рост основных производственных фондов означает всевозрастающую вооруженность труда основными фондами (техническую вооруженность труда) во всех отраслях материального производства. Поэтому при изучении основных фондов в статистике рассчитывается показатель *фондовооруженности труда*, определяемый как отношение среднегодовой стоимости основных производственных фондов (по полной первоначальной стоимости) к средней годовой численности работников (в промышленности — к среднегодовому промышленно-производственному персоналу, в сельском хозяйстве — к среднегодовой численности занятых в сельскохозяйственном производстве и т. д.). При изучении динамики фондовооруженности труда основные производственные фонды должны учитываться в неизменных ценах.

Если предприятие работает не в одну смену, а в две или три, то фондовооруженность рассчитывается не на общее число работающих, а на численность работников, занятых в наибольшую смену, так как одни и те же основные фонды используются во всех сменах.

Рост фондовооруженности труда — один из важнейших факторов роста производительности труда.

Показатель фондовооруженности труда взаимосвязан с показателями производительности труда и фондоотдачи. Это иллюстрирует следующая запись:

$$\frac{\text{ВП}}{\text{ОФ}} = \frac{\text{ВП}}{T} : \frac{\text{ОФ}}{T}$$

фондоотдача =  $\frac{\text{производительность}}{\text{труда}}$  :  $\frac{\text{фондовооруженность}}{\text{труда}}$

где *ВП* — валовая продукция в сопоставимых ценах;

*ОФ* — среднегодовая стоимость основных производственных фондов;

*T* — численность работающих.

<sup>1</sup> Материалы XXVI съезда КПСС. М., 1981, с. 138, 141.



**Основные виды оборудования и их классификация.** Среди активных основных производственных фондов важное место принадлежит машинам и оборудованию. В соответствии с классификацией основных производственных фондов среди машин и оборудования выделяют две большие группы: 1) силовые машины и оборудование и 2) рабочие машины и оборудование. И хотя обе эти группы имеют производственное назначение, в статистической литературе оборудование первой группы принято называть энергетическим (или силовым), а оборудование второй группы — производственным.

*Энергетическое оборудование* представляет собой совокупность силовых машин и установок, представляющих энергетическую основу хозяйственных предприятий, предназначенных для преобразования потенциальной энергии природных сил в механическую энергию, приводящую в движение рабочие органы производственного оборудования, а также для преобразования одного вида энергии в другой. Отдельные энергетические установки и машины выполняют различные функции. Одни преобразуют энергию природных ресурсов (воды, ветра) и потенциальную энергию топлива в механическую. Это первичные (механические) двигатели. К ним относятся различного рода турбины (паровые, газовые гидравлические), двигатели внутреннего сгорания, паровые машины и др. Энергия, выработанная первичными двигателями, либо передается непосредственно рабочим машинам, приводя их в движение через механический привод, либо поступает в электрогенераторы, которые преобразуют механическую энергию в электрическую, а затем последняя поступает в приемники электроэнергии (электродвигатели, электроаппараты, электропечи, электролитические ванны и т. п.), где, в свою очередь, электрическая энергия превращается в соответствующий необходимый для данного производственного процесса вид энергии — механическую, химическую, тепловую. В соответствии с вышеизложенным в составе энергетического оборудования, обслуживающего производственный процесс, выделяют следующие группы: 1) котлы (паровые, водогрейные); 2) механические двигатели: паровые турбины, паровые машины, локомобили, дизели, газовые двигатели, газогенераторные двигатели, прочие двигатели внутреннего сгорания, водяные турбины, двигатели прямого действия; 3) электродвигатели; 4) электроаппараты: электропечи (плавильные, нагревательные), электросварочные аппараты, электролитические ванны, нагревательные приборы; 5) силовые трансформаторы.

(Оборудование электростанций и их работа учитываются особо.)

*Производственное оборудование* — это совокупность машин, станков, аппаратов и других средств труда, при помощи которых рабочий воздействует на предметы труда.

Разнообразие видов производственного оборудования вызывает необходимость их *классификации*. В основу классификации производственного оборудования положены прежде всего такие признаки, как метод воздействия на предмет труда и производственное назначение оборудования. По методу воздействия на предмет труда обычно выделяют оборудование для механической, термической и химической обработки материалов. По назначению производственное оборудование подразделяется на две группы: 1) оборудование общепроизводственного назначения, т. е. применяемое в разных отраслях, и 2) специализированное технологическое оборудование, т. е. применяемое лишь в определенной отрасли. Внутри каждой группы выделяются свои подгруппы. Так, например, среди оборудования общепроизводственного назначения выделяется оборудование металлорежущее, литейное, деревообрабатывающее, горнорудное, строительные машины и т. п. В свою очередь, в составе металлорежущего оборудования выделяются токарные, сверлильные, фрезерные и другие станки.

Специализированное технологическое оборудование прежде всего подразделяется по отраслям (промышленности, транспорта, сельского хозяйства и др.), а затем уже в каждой отрасли выделяются определенные группы оборудования, отражающие специфику отрасли. Так, например, в составе сельскохозяйственных машин выделяют почвообрабатывающие, посадочные, уборочные и прочие машины.

Изучая энергетическое оборудование и производственное оборудование, статистика определяет их количество, состав, движение, состояние, мощность и использование.

**Показатели наличия, движения и состояния оборудования.** При изучении количества оборудования прежде всего различают так называемое *наличное* оборудование, т. е. все оборудование, числящееся в инвентарных описях предприятия. В наличном оборудовании выделяют *установленное* и *неустановленное* оборудование. К установленному относится оборудование: 1) действующее; 2) временно или в течение всего года бездействующее (вследствие неисправности, находящееся в резерве, на консервации), но установленное на фундаменте; 3) находящееся в капитальном и текущем ремонте и реконструкции (даже если оно снято с фундамента); 4) находящееся в пусковом периоде, т. е. не переданное в эксплуатацию, но дающее хотя бы и нерегулярно продукцию.

К *неустановленному* относится оборудование, находящееся на складах, в монтаже, в пути.

Для характеристики качественного (технического) состояния оборудования выделяют: а) новое оборудование, не бывшее в эксплуатации; б) исправное или требующее текущего ремонта; в) требующее среднего или капитального ремонта; г) требующего модернизации; д) негодное, подлежащее списанию.

Кроме того, отдельные виды оборудования группируются по

возрасту, т. е. сроку службы. Следует иметь в виду, что возраст машин может определяться и по «конструкции», т. е. по моменту ее изобретения.

Наличие оборудования, как и всех основных фондов, не остается неизменным. Оно обновляется за счет ввода в действие новых, модернизации действующих групп оборудования, из его состава выбывает изношенное.

**Показатели мощности оборудования.** Наряду с учетом оборудования в физических единицах в статистике учитывается и его мощность — способность единицы того или иного вида оборудования производить определенное количество продукции или энергии за единицу времени (т. е. потенциальная производительность оборудования). Для производственного оборудования, где существует множество его видов, нет единых единиц измерения мощности. — они определяются в зависимости от особенностей оборудования и, следовательно, выражаются в тех единицах, для выработки которых предназначено данное оборудование. В некоторых случаях мощность производственного оборудования характеризуется (измеряется) некоторыми параметрами их рабочих органов, или пространств. Так, например, мощность доменных печей может быть охарактеризована их полезным объемом в кубических метрах; мощность мартеновских печей — площадью их пода в квадратных метрах; мощность прядильного оборудования — числом веретен и т. п. На основании размера тех или иных органов или скорости их вращения подсчитывается то количество продукции, которое может быть произведено на данном оборудовании в единицу времени, т. е. потенциальная производительность труда или мощность оборудования.

Для энергетического оборудования применяется ряд единиц измерения мощности. Так, мощность механических двигателей, электромоторов, электроаппаратов измеряется в киловаттах (кВт), мощность силовых трансформаторов — в киловольт-амперах (произведение силы тока в амперах на напряжение в киловольтах), мощность паровых котлов — паропроизводительностью в тоннах пара в час. Мощность тракторов измеряется в лошадиных силах.

Говоря о мощности энергетического оборудования, следует различать три конструктивных вида мощности: *теоретическую* (расчетную), под которой понимается мощность, которую имел бы двигатель при абсолютном отсутствии потерь тепловой и механической энергии; *индикаторную* — с учетом потерь тепловой энергии; *эффективную* — с учетом потерь как тепловой, так и механической энергии.

Кроме того, с точки зрения нагрузки двигателя различают: *нормальную* (экономическую) мощность — мощность, с которой двигатель может работать при наибольшем коэффициенте полезного действия; *максимально длительную* (номинальную) мощность, под которой понимается та наибольшая мощность, с кото-

рой оборудование может работать длительное время с полной надежностью.

При учете мощности энергетического оборудования в статистике принимается *максимально длительная эффективная мощность*. Именно эта мощность фиксируется в паспортах оборудования.

В отдельные отрезки времени работы фактическая мощность, которую развивает двигатель, может отличаться от максимально длительной эффективной. Поэтому для отдельных двигателей или систем двигателей рассчитывается *средняя фактическая мощность*.

Последняя определяется путем деления энергии, выработанной за определенный период, на число часов работы двигателя. Если определяется средняя фактическая мощность станции, где установлено несколько двигателей, то вся энергия, выработанная станцией за определенный период, делится на число часов работы станции. Временем работы станции считается время, в течение которого работал хотя бы один двигатель.

**Суммарная энергетическая мощность, обслуживающая производственный процесс.** При изучении энергетического оборудования того или иного предприятия, хозяйства, объединения и пр. важно определить суммарную энергетическую мощность, обслуживающую производственный процесс.

Суммарная энергетическая мощность ( $M$ ), обслуживающая производственный процесс, определяется по формуле

$$M = M_{\text{механических}} \text{ двигателей} + M_{\text{электродвигателей}} + M_{\text{электроаппаратов}}$$

или сокращенно:

$$(M = M_{\text{мех. дв}} + M_{\text{эл. дв}} + M_{\text{эл. ап}}).$$

В приведенной формуле величина первого слагаемого характеризует мощность механического привода, т. е. мощность первичных двигателей, обслуживающих рабочие машины непосредственно механической энергией. Причем в  $M_{\text{мех. дв}}$  не входит  $M_{\text{механических}} \text{ двигателей}$ , обслуживающих электрогенераторы. Второе и третье слагаемое характеризуют мощность электрического привода, т. е. мощность всех электродвигателей (электромоторов) своего и чужого тока, мощность электроаппаратов, потребляющих электроэнергию в производственном процессе.

Суммарная энергетическая мощность в сельском хозяйстве определяется как мощность всех механических двигателей, мощность электрических двигателей и мощность живой тягловой силы. (При этом живая лошадь приравнивается к 0,5 механической лошадиной силы.) Измеряется энергетическая мощность в сельском хозяйстве в лошадиных силах. Для перевода одних единиц мощности в другие следует пользоваться следующими соотношениями: 1 кВт = 1,36 л. с. и 1 л. с. = 0,736 кВт.

**Суммарная энергия, потребленная в производственном процессе.** Аналогично расчету суммарной мощности рассчитывается и суммарная энергия, потребленная в производственном процессе.

Так количество энергии, потребленной в производственном процессе ( $\Sigma$ ), можно определить по формуле  $\Sigma = \Sigma_{\text{мех. дв}} + \Sigma_{\text{эл. дв}} + \Sigma_{\text{эл. ап}}$

где  $\Sigma_{\text{мех. дв}}$  — механическая энергия, выработанная механическими двигателями и переданная рабочим механизмам;

$\Sigma_{\text{эл. дв}}$  — электрическая энергия, потребленная электродвигателями;

$\Sigma_{\text{эл. ап}}$  — электрическая энергия, потребленная электроаппаратами.

На основе обобщения данных по отдельным предприятиям можно рассчитать общее количество энергии, потребленной в производственном процессе, в разрезе объединений, отраслей промышленности, отраслей материального производства и др.

**Показатели использования оборудования.** Одной из задач статистики является изучение использования оборудования. Улучшение использования оборудования — важный фактор увеличения объема продукции, снижения ее себестоимости, повышения фондоотдачи, экономии капитальных вложений.

Основными показателями использования оборудования являются: использование численности различных парков оборудования; использование оборудования во времени, коэффициент сменности работы оборудования; использование оборудования по мощности; использование оборудования по объему выполненных работ (интегральный показатель).

Показатель использования наличного (или установленного) оборудования определяется путем сравнения численности фактически действовавшего оборудования с наличным (или установленным). Такое сопоставление дает представление об удельном весе работающего оборудования во всем наличном или установленном.

Однако и работающее оборудование может использоваться не полностью как во времени, так и по мощности.

Показатель использования оборудования во времени именуют *коэффициентом экстенсивной нагрузки*. Он исчисляется как отношение фактического времени работы оборудования к календарному (при непрерывном режиме работы) или нормативному (при прерывном режиме работы).

Вторым показателем использования оборудования во времени является *коэффициент сменности работы оборудования*, характеризующий, сколько смен в среднем работает каждая единица оборудования в течение суток.

Коэффициент сменности определяется путем деления общего числа отработанных станко-смен на число станко-дней работающего (или установленного) оборудования. При этом он может рассчитываться как по данным единовременного наблюдения о ра-

боте оборудования в течение суток, так и на основе данных о работе оборудования за более длительные периоды времени: месяц, год.

Рассмотрим расчет этого показателя на примере. Предположим, наблюдение за работой оборудования в течение суток показало, что из 100 установленных в цехе станков 60 станков работало в три смены, 30 станков — в две смены (первую и вторую) и 10 станков — в одну смену (первую). Тогда число отработанных станко-смен составит: в первой смене  $10+30+60=100$ , во второй смене  $30+60=90$  и в третьей смене — 60. Общее число отработанных станко-смен равно  $100+90+60=250$ . А число станко-дней установленного оборудования равно числу установленных на данные сутки станков, т. е. 100. Отсюда коэффициент сменности работы оборудования равен

$$\frac{250}{100} = 2,5 \text{ смены.}$$

Нетрудно видеть, что этот же результат можно было получить, рассчитав коэффициент сменности как среднюю арифметическую взвешенную, где вариантами служат число смен работы оборудования, а весами — количество оборудования, работавшего соответственно одну, две, три смены, т. е. коэффициент сменности работы оборудования в рассматриваемые сутки в нашем примере будет равен

$$\frac{3 \cdot 60 + 2 \cdot 30 + 1 \cdot 10}{60 + 30 + 10} = \frac{250 \text{ станко-смен}}{100 \text{ станков}} = 2,5 \text{ смены.}$$

Несмотря на иную форму расчета метод и здесь, по существу, сохранен прежний, т. е. общее число отработанных станко-смен сопоставляется с числом станко-дней установленного оборудования.

Показатель использования оборудования по мощности называют *коэффициентом интенсивной нагрузки*. Коэффициент интенсивной нагрузки рассчитывается путем сопоставления средней фактической мощности оборудования с максимально возможной (потенциальной). Показатель, отражающий использование оборудования и по времени и по мощности, т. е. по объему выполненной работы, называют *коэффициентом интегральной нагрузки*. Он может быть получен путем непосредственного сравнения фактически выполненного объема работ с максимально возможным или же путем умножения коэффициента интенсивной нагрузки на коэффициент экстенсивной нагрузки, т. е.  $K_{\text{интегр. нагр}} = K_{\text{интенс. нагр}} \times K_{\text{экст. нагр}}$ .

Кроме этих общих показателей в отдельных отраслях рассчитываются свои специфические показатели использования оборудования.

Так, например, для характеристики использования мартеновских печей рассчитывается среднесуточный съем стали с 1 м<sup>2</sup> пода печи. Для этого количество выплавленной стали делят на число метросуток работы печи.

В текстильной промышленности для характеристики использования оборудования исчисляют показатель производительности 1000 веретен в час (количество пряжи в кило-номерах делится на число отработанных веретено-часов) и показатель производительности одного станка в час (количество выработанного годного суровья (в уточных нитях) делится на фактически отработанные станко-часы).

В лесной промышленности для характеристики использования оборудования исчисляют показатель годовой вывозки древесины на один тепловоз, автомобиль, трактор и т. п.

На транспорте для характеристики использования подвижного состава и перевозочных средств исчисляются такие показатели, как коэффициент использования автомобильного, вагонного и других парков, выражающийся отношением работавшего парка ко всему списочному; коэффициент использования пробега грузовых автомашин (товарных вагонов), выражающийся отношением пробега с грузом к общему пробегу соответствующих перевозочных средств; коэффициент использования грузоподъемности автомашин, вагонов, судов и пр.

Поскольку в сельском хозяйстве в составе энергетического оборудования преобладают передвижные механические двигатели внутреннего сгорания, которыми оснащены тракторы, самоходные комбайны, грузовые автомобили, а различные сельскохозяйственные машины являются не стационарными, а прицепными или навесными, то основное внимание там уделяется использованию тракторов, самоходных комбайнов и грузовых автомашин.

Чтобы охарактеризовать использование каждого из этих видов машин, необходимо знать общую среднюю численность машин и объем выполненной ими работы.

Учитывая, что состав тракторного парка по маркам (типам) различен, для определения суммарной численности тракторов тракторы отдельных марок переводятся в так называемые «условные эталонные тракторы». В системе коэффициентов перевода отдельных марок тракторов в «эталонные» за единицу приняты тракторы ДТ-75, Т-75. Коэффициенты перевода построены с учетом не только мощности тракторов той или иной марки, но и нормообразующих условий их эксплуатации (например, почвенных условий и др.).

Общий объем выполненных тракторных работ с 1972 г. определяется (измеряется) в так называемых «условных эталонных гектарах». Условно-эталонный гектар — это объем работы, соответствующий вспашке одного гектара при определенном, принятом за эталон, уровне нормообразующих условий работы трактора.

Сопоставляя общий объем выполненных тракторами работ (в эталонных гектарах) с общей средней численностью условных эталонных тракторов, получаем среднюю выработку на один трактор, т. е. показатель использования тракторов. Этот показатель может рассчитываться за разные периоды (за год, за машино-день, машино-смену).

Средняя выработка комбайнов (по отдельным видам) изменяется средним размером убранной площади или количеством полученной продукции в расчете на одну среднесезонную машину или на один отработанный машино-день.

#### § 4 ПОКАЗАТЕЛИ СТАТИСТИКИ ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОГРЕССА

Производственное оборудование — та часть основных производственных фондов, которая наиболее подвержена техническому прогрессу и, в свою очередь, создает основу дальнейшего технического прогресса. Технический прогресс означает непрерывное совершенствование и создание новых более производительных орудий производства и технологических процессов, прекращение выпуска устаревших машин, материалов и т. д.

Экономическая статистика изучает масштабы и темпы внедрения новой техники, ее использование, эффективность; изучает развитие электрификации народного хозяйства, механизации и автоматизации производства и т. д.

Система показателей статистики технического прогресса отражает: 1) выпуск новых, более совершенных машин, механизмов, аппаратов и т. п., 2) внедрение новых, более совершенных технологических процессов, 3) электрификацию народного хозяйства и отдельных его отраслей, 4) механизацию отдельных работ в разных отраслях народного хозяйства, 5) использование машин с программным управлением, 6) автоматизацию производственных процессов и применение поточных линий, 7) эффективность внедрения новой техники.

Показатели первых двух групп не требуют особых пояснений. Эти показатели охватывают сведения о количестве созданных за отдельные периоды времени новых типов машин, оборудования, аппаратов, приборов (по видам: энергетическое, электротехническое, автогенное и сварочное, радиоаппаратура и оборудование связи, металлорежущие станки, литейное оборудование и т. п.), а также о числе единиц модернизированного производственного оборудования по отдельным отраслям и о количестве наименований снятых с производства машин, аппаратов и приборов устаревших конструкций.

Показатели электрификации народного хозяйства. Общеизвестно, какое большое значение придавал электрификации страны, ее народного хозяйства, В. И. Ленин.



Характеристика электрификации народного хозяйства в статистике обеспечивается системой показателей, которые отражают: число, мощность и состав электростанций, а также количество производимой ими электроэнергии всего и на душу населения; уровень электрификации производственных процессов, централизации электроснабжения, электровооруженности труда и др.

Основными и исходными показателями для характеристики электрификации народного хозяйства является мощность электростанций и количество вырабатываемой ими электроэнергии.

Установленная мощность электростанции определяется по сумме мощностей всех установленных первичных двигателей, связанных с электрогенераторами и предназначенных для выработки электроэнергии. Если мощность первичных двигателей меньше мощности электрогенераторов, то установленная мощность станции считается по мощности электрогенераторов.

Для изучения состава электростанций и вырабатываемой ими электроэнергии в статистике используются группировки.

Так, в составе электростанций выделяют стационарные и передвижные (электропоезда, вагоны-электростанции и др.).

По назначению электростанции подразделяют на: 1) районные, 2) промышленные, 3) коммунальные, 4) транспортные, 5) сельские.

Электростанции группируются по территориальному признаку (это важно для изучения электрификации отдельных районов), по виду используемых энергоресурсов (гидроэлектростанции, тепловые, атомные, ветровые), по мощности.

Так как многие электростанции в настоящее время объединены в энергосистемы и производство электроэнергии и снабжение ею отдельных отраслей народного хозяйства все более централизуется, то в составе электростанций выделяют: 1) электростанции, работающие изолированно, и 2) электростанции, объединенные в энергосистемы.

Сопоставляя количество электроэнергии, выработанной электростанциями, входящими в энергосистемы, с общим производством электроэнергии за тот или иной период, получаем показатель *централизации электроснабжения* (или производства электроэнергии). Производство электроэнергии и ее использование на разные нужды находят отражение в *электробалансах*, которые составляются по отдельным предприятиям, отдельным электростанциям, энергосистемам и в целом по народному хозяйству (в территориальном разрезе).

В приходной части электробаланса предприятия отражаются общая выработка электроэнергии и поступление со стороны, а в расходной части — количество электроэнергии, потребленной на производственные и хозяйственные нужды, отпущенной на сторону, потери. В общем объеме потребления выделяется электроэнергия, потребленная: 1) электроаппаратами для технологических процессов, 2) электромоторами на двигательную силу, 3) на

освещение производственных помещений. В отпущенной на сторону электроэнергии указывается ее распределение по назначению и отраслям народного хозяйства.

В электробалансах, построенных по народному хозяйству в целом, в приходной части показываются источники электроэнергии (по видам электростанций), а в расходной части — потребление в отраслевом разрезе и по назначению.

Проявлением электрификации народного хозяйства является всевозрастающая степень электрификации производственного процесса. Для характеристики последнего в статистике рассчитывают *коэффициенты электрификации производственного процесса*: потенциальные (по данным о мощности) и фактические (по данным об энергии).

*Потенциальный коэффициент электрификации производственного процесса* определяется путем сопоставления мощности электрических двигателей и электроаппаратов с суммарной энергетической мощностью ( $M$ ), используемой в производственном процессе.

*Фактический коэффициент электрификации производственного процесса* рассчитывается путем сопоставления количества электроэнергии, потребленной электродвигателями и электроаппаратами, со всей потребленной в производственном процессе энергией.

Эти коэффициенты наиболее применимы в промышленности. В других отраслях применяют и иные показатели электрификации. Так, на железнодорожном транспорте уровень электрификации можно охарактеризовать показателем протяженности электрифицированных линий (абсолютно и в процентах к общей эксплуатационной длине железных дорог), а также показателем удельного веса электровозной тяги в грузообороте железнодорожного транспорта.

Особого внимания заслуживает изучение электрификации в сельском хозяйстве. Среди показателей электрификации сельского хозяйства можно выделить следующие: 1) общее количество потребленной электроэнергии в сельском хозяйстве (в том числе колхозами и совхозами); 2) количество электроэнергии, потребленной на производственные нужды (в колхозах и совхозах); 3) мощность сельских электростанций и количество произведенной ими электроэнергии; 4) число колхозов (совхозов), пользующихся электроэнергией, в процентах к общему числу колхозов (совхозов); 5) число и мощность электродвигателей (по совхозам и колхозам); 6) число колхозов (совхозов), получающих электроэнергию: а) от своих электростанций, б) от государственных электростанций.

Проявлением электрификации народного хозяйства является и всевозрастающая вооруженность труда электрической энергией. Для характеристики последней в статистике рассчитывают *коэффициенты электровооруженности труда*. Эти коэффициенты рас-

считываются как потенциальные (по данным о мощности) и фактические (по данным электроэнергии).

При исчислении потенциального коэффициента электровооруженности труда в расчет принимается число рабочих в наибольшую смену, поскольку одна и та же электрическая мощность используется рабочими разных смен.

Фактический коэффициент электровооруженности труда рассчитывается на общую численность рабочих или на отработанные ими человеко-часы.

Пользуясь для мощности и энергии символикой, приводимой ранее, и обозначив число рабочих в наибольшую смену через  $T_{н.}$  среднесписочную численность рабочих (за разные периоды) — через  $T$ , а число отработанных человеко-часов — через  $T_{ч}$ , запишем формулы коэффициентов электровооруженности труда следующим образом:

$$1) K_{\text{потенц. эл. воор. труда}} = \frac{M_{\text{эл. дв.}} + M_{\text{эл. ап.}}}{T_{н.}}$$

$$2) K_{\text{факт. эл. воор. труда}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{эл. дв.}} + \mathcal{E}_{\text{эл. ап.}}}{T}$$

$$3) K_{\text{факт. эл. воор. труда}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{эл. дв.}} + \mathcal{E}_{\text{эл. ап.}}}{T_{ч}}$$

Первый коэффициент показывает, каким количеством киловатт электрической мощности вооружен в процессе труда один рабочий.

Второй коэффициент показывает, сколько киловатт-часов электроэнергии использовалось одним рабочим в течение отчетного периода.

Третий коэффициент показывает, сколько киловатт-часов электроэнергии использовалось одним рабочим в течение одного часа работы.

Если в числителях приведенных выше формул учитывать не только электрическую, но и механическую мощность (энергию), т. е. суммарную, то рассчитанные по этим данным показатели (коэффициенты) будут характеризовать *энерговооруженность труда* (соответственно потенциальную и фактическую).

Коэффициенты электро- и энерговооруженности труда могут рассчитываться как для отдельных предприятий, так и для отраслей в целом.

**Показатели механизации и автоматизации производства.** Наряду с электрификацией народного хозяйства важным направлением технического прогресса является механизация и автоматизация производства.

Под механизацией понимают применение в производственном процессе различных машин и механизмов с целью замены ручного физического труда. Механизация может быть частичной и полной (комплексной).

Высшая ступень механизации — автоматизация. При автоматизации применение машин и механизмов не только заменяет ручной физический труд, но и обеспечивает управление машинами (частично или полностью) с помощью специальных приборов.

В статистике различают коэффициент механизации труда и коэффициент механизации работ.

*Коэффициент механизации труда* определяется как отношение времени, отработанного рабочими на механизированных работах, ко всему отработанному ими времени.

*Коэффициент механизации работ* определяется как отношение объема работ (или объема продукции), выполненных при помощи машин и механизмов, к общему объему выполненных работ. Характеризуя уровень механизации производства, чаще применяют второй показатель, т. е. коэффициент механизации работ.

Наиболее простым является исчисление коэффициента механизации по отдельным видам работ. Если объем работ, выполненных с помощью машин, обозначить через  $q_m$ , а немеханизированных через  $q_n$ , то формулу коэффициента механизации одного вида работ можно выразить следующим образом:

$$K_{\text{механизации одного вида работ}} = \frac{q_m}{q_m + q_n}.$$

В народном хозяйстве уровень механизации определяется по многим отдельным видам работ. Так, в угольной промышленности определяется уровень механизации выемки угля, навалки, откатки угля и породы, погрузки угля в железнодорожные вагоны. Большинство из этих работ полностью механизированы ( $K_{\text{мех. работ}} = 100\%$ ).

В сельском хозяйстве в земледелии уровень механизации определяется по таким работам, как пахота, сев, уборка, сенокосение и др. В животноводстве для характеристики уровня механизации отдельных видов работ определяют процент голов скота, переведенных на то или иное обслуживание при помощи машин и механизмов. Механизацию работ в животноводстве характеризуют такие показатели, как: 1) механизация доения — процентное отношение числа коров, доящихся при помощи машин; ко всему поголовью доящихся коров; 2) механизация подачи воды (или раздачи корма) — процентное отношение голов скота, содержащегося на фермах с механической подачей воды (или раздачей корма), к общему поголовью скота; 3) механизация стрижки овец — процентное отношение овец, остриженных электроагрегатами, ко всему поголовью остриженных овец и др.

На железнодорожном и водном транспорте основным показателем механизации является показатель, характеризующий уровень механизации погрузочно-разгрузочных работ (в процентах к общему объему).

В строительстве уровень механизации определяется по таким важнейшим видам работ, как: 1) земляные работы, 2) погрузка

и разгрузка камня, песка, гравия, щебня, шлака, леса, металлических и бетонных конструкций, цемента, 3) штукатурные работы, 4) малярные работы, 5) приготовление бетона, раствора, 6) монтаж бетонных и железобетонных конструкций.

Наряду с характеристикой уровня механизации отдельных видов работ в статистике возникает необходимость измерять уровень механизации нескольких видов работ, т. е. рассчитывать сводный показатель (коэффициент) механизации различных видов работ. Расчет этого показателя осуществляется по тому же принципу сопоставления объема работ, выполненных с помощью машин и механизмов, с общим объемом выполненных работ. Однако так как различные виды работ не допускают суммирования, то возникает проблема их соизмерения.

Наиболее приемлемым соизмерителем для этой цели представляются нормированные затраты рабочего времени на единицу продукции на немеханизированных работах. Эти затраты мало подвержены изменению и поэтому могут выполнять роль соизмерителей (в отличие от затрат времени на единицу продукции на механизированных работах, которые при внедрении новой техники существенно меняются).

Формулу сводного коэффициента механизации разнородных работ можно записать следующим образом:

$$K_{\text{механизации разнородных работ (сводный)}} = \frac{\Sigma q_m t_n}{\Sigma q_m t_n + \Sigma q_n t_n},$$

где  $t_n$  — нормированные затраты немеханизированного труда на единицу продукции (работ),  
 $\Sigma q_m t_n$  и  $\Sigma q_n t_n$  — объемы механизированных и немеханизированных работ в трудовом выражении (в затратах немеханизированного труда).

Уровень автоматизации производства может быть охарактеризован такими показателями, как: 1) наличие автоматических линий и автоматических участков; 2) удельный вес станков, агрегатов, оснащенных автоматическими приборами, в общем количестве одноименного оборудования; 3) то же самое по стоимости оборудования; 4) удельный вес объема продукции, полученной на автоматических линиях и установках, в общем объеме выпущенной продукции (в натуре — по отдельным видам продукции и в денежном выражении — по совокупной продукции).

В связи с созданием за последние годы автоматизированных систем управления (АСУ) приобретает значение характеристика не только автоматизации производства, но и автоматизации управления.

В зависимости от целевого назначения автоматизированные системы управления подразделяют на: АСУ предприятиями, АСУ технологическими процессами производства, АСУ территориальными организациями, АСУ министерств и ведомств, АСОИ (ав-

томатизированные системы обработки информации). Наряду с отраслевыми АСУ создаются автоматизированные системы общегосударственного значения: плановых расчетов (АСПР), государственной статистики (АСГС), Госбанка СССР и другие.

XXVI съезд КПСС наряду с другими задачами поставил задачу — «Обеспечить дальнейшее развитие и повышение эффективности сети автоматизированных систем управления и вычислительных центров коллективного пользования, продолжая их объединение в единую общегосударственную систему сбора и обработки информации для учета, планирования и управления»<sup>2</sup>.

Показатели статистики технического прогресса тесно взаимосвязаны. Внедрение новой техники и новой технологии приводит к повышению механизации трудоемких работ, автоматизации производства.

**Показатели эффективности внедрения новой техники.** В конечном счете внедрение новой техники должно приводить к большей эффективности производства, к повышению прибыльности и рентабельности. Следовательно, в числе показателей статистики новой техники должны рассматриваться и показатели эффективности внедрения новой техники.

Одним из таких показателей является срок окупаемости капитальных вложений на новую технику. Его можно выразить следующей формулой:

$$T = \frac{K}{C_0 - C_1},$$

где  $T$  — срок окупаемости капитальных вложений,  
 $K$  — капитальные вложения на новую технику,  
 $C_0$  и  $C_1$  — себестоимость готовой продукции до внедрения новой техники и после внедрения.

Как видно из формулы, в знаменателе формулы отражается годовая сумма экономии от снижения себестоимости выпускаемой продукции за счет внедрения новой техники, а в числителе — капитальные вложения, связанные с внедрением новой техники. Частное от деления числителя на знаменатель показывает, за какой срок эти капиталовложения окупятся, и после чего, следовательно, использование этой техники будет давать чистую прибыль.

Если намечается строительство новых предприятий (внедрений новых технологических процессов) и возможны варианты, то для сравнения сроков окупаемости двух различных вариантов используют формулу

$$T = \frac{K_1 - K_2}{C_2 - C_1},$$

где  $K_1$  и  $K_2$  — капитальные вложения по сравниваемым вариантам,

$C_1$  и  $C_2$  — себестоимость годовой продукции по этим вариантам.

<sup>2</sup> Материалы XXVI съезда КПСС, с. 201.

Величину, обратную  $T$ , т. е.  $\frac{1}{T} = \frac{C_2 - C_1}{K_1 - K_2} = E$ ,

иногда называют коэффициентом сравнительной эффективности ( $E$ ).

Если рассматриваемые варианты предусматривают и различный объем годовой продукции, то, разумеется, необходимо и себестоимость и капитальные затраты пересчитать на один и тот же объем.

## § 5

### ПОКАЗАТЕЛИ СТАТИСТИКИ ПРЕДМЕТОВ ТРУДА И МАТЕРИАЛЬНЫХ ЗАПАСОВ

Наряду с основными производственными фондами (средствами) для осуществления производственного процесса и создания определенной продукции (и ее стоимости) необходимы оборотные средства. Оборотные средства включают в себя *оборотные фонды и фонды обращения*. Подавляющую часть оборотных фондов составляют предметы труда. Кроме того, к оборотным фондам относится и незавершенное производство.

Фонды обращения включают в себя готовую продукцию на складах предприятий, товары в пути, денежные ресурсы и средства в незаконченных расчетах.

Оборотные фонды и их составная часть — предметы труда — являются важной частью национального богатства и являются предметом изучения статистики.

Статистика оборотных фондов (средств) изучает их объем, структуру, динамику и использование.

Изучаются оборотные фонды (средства) в разрезе отдельных предприятий, отраслей, территорий, по народному хозяйству в целом.

При изучении оборотных средств в них прежде всего выделяют *товарно-материальные ценности*, в состав которых входят: производственные запасы, незавершенное производство и полуфабрикаты собственного изготовления, продукция готовая и прочие товарно-материальные ценности. Эта часть оборотных средств устанавливается для каждого предприятия в соответствии с определенными нормами и именуется нормируемыми оборотными средствами. Вторая часть оборотных средств — денежные ресурсы и средства в расчетах — ненормируемые оборотные средства.

Значительную и важную часть товарно-материальных ценностей составляют *производственные запасы*, т. е. запасы, предназначенные для производственного потребления и находящиеся на складах предприятий-потребителей.

В зависимости от назначения и предметного содержания производственные запасы подразделяются на следующие группы: 1) сырье, основные материалы и полуфабрикаты; 2) вспомогательные материалы; 3) топливо и горючее; 4) тара и тарные ма-

териалы; 5) запасные части для ремонта; 6) малоценный и быстроизнашивающийся инструмент и инвентарь; 7) незавершенное производство; 8) семена, корма и посадочные материалы; 9) животные на откорме и молодняк.

Последние две позиции характерны для сельского хозяйства и составляют там значительную долю.

Структура производственных запасов по отдельным отраслям материального производства, естественно, варьирует.

При изучении и анализе производственных запасов в последних обычно выделяют текущие запасы, страховые, подготовительные и сезонные.

На основе статистической отчетности, содержащей сведения по каждому предприятию о наличии производственных запасов (по видам) на начало отчетного периода, поступлении и расходе в течение отчетного периода и об остатках на конец периода, исчисляются показатели, характеризующие обеспеченность предприятия отдельными видами материальных запасов.

*Показатель обеспеченности предприятия запасами* того или иного материала исчисляется как отношение величины производственного запаса, на среднесуточную потребность в данном виде материалов.

Наряду с производственными запасами в статистике различают *сбытовые запасы*, под которыми понимается готовая продукция (средства производства), находящаяся на складах предприятий-изготовителей и сбытовых организаций и предназначенная для производственного потребления. Эти запасы образуются уже в сфере обращения. В сфере обращения различают и *товарные запасы*, под которыми понимаются запасы готовой продукции (предметов-потребления), находящейся на предприятиях, у снабженческо-сбытовых и торговых организаций и предназначенной для реализации.

Формы материальных запасов непрерывно переходят одна в другую, и то, что на один момент выступает, например, в виде незавершенного производства, через определенный период будет отражаться в готовой продукции или в товарах, а готовая продукция данного момента через определенный период выступает уже в роли производственных запасов и т. д. Поэтому структура оборотных средств может изучаться только на определенную дату.

**Показатели использования оборотных фондов (средств).** Одним из важных проявлений эффективного хозяйствования является рациональное, экономное использование оборотных фондов как части оборотных средств, т. е. полное (по возможности безотходное) рациональное использование сырья, материалов, топлива и электроэнергии и уменьшение их расходов на единицу продукции.

Для характеристики использования отдельных видов оборотных фондов в статистике рассчитывается ряд показателей.



Одним из общих показателей эффективного использования материальных оборотных средств, т. е. сырья, материалов, топлива и других производственных запасов (включая и потребление электроэнергии), является показатель материалоемкости продукции.

*Общая материалоемкость продукции* определяется как отношение стоимости потребленных материальных оборотных фондов к стоимости валовой продукции (или товарной, реализованной).

Показатели материалоемкости могут рассчитываться и по отдельным видам материалов для отдельных видов продукции.

В отраслях первичной обработки исходного сырья исчисляется показатель выхода готовой продукции из определенного количества сырья (например, выход сахара из сахарной свеклы, выход пряжи из хлопка-волокна, выход растительного масла из семян подсолнечника и пр.).

В обрабатывающих отраслях показателем использования материалов служит коэффициент использования материалов, который получается путем деления чистого веса единицы той или иной продукции на фактический вес материала, израсходованного на данную единицу продукции.

В большинстве отраслей промышленности использование сырья, материалов, топлива и электроэнергии характеризуется показателем удельного расхода. Под *удельным расходом* понимают средний фактический расход определенного предмета труда на единицу изготовленной продукции. Так, если общее количество произведенной продукции одного вида обозначить через  $q$ , количество определенного материала, затраченного на всю продукцию, через  $M$ , то удельный расход данного материала равен

$$m = \frac{M}{q}.$$

**Индексы удельных расходов.** Сопоставляя показатели удельного расхода за два периода (или фактический с плановым), получаем *индекс удельного расхода*. Для отдельных видов сырья, материалов, топлива и электроэнергии, израсходованных на производство одного вида продукции, рассчитываются индивидуальные индексы удельного расхода по формуле  $i = m_1 : m_0$ .

Если один вид материала используется для производства нескольких видов продукции, то для характеристики изменения удельного расхода данного вида материала рассчитывается агрегатный (общий) индекс по формуле

$$I_{\text{уд. расх}} = \frac{\sum m_1 q_1}{\sum m_0 q_1},$$

т. е. как отношение количества данного вида материала, фактически израсходованного на производство указанных видов продукции, к количеству, которое пришлось бы затратить на эту продукцию при удельных расходах базисного периода.

На производство продукции, как правило, расходуется не один, а несколько видов предметов труда. В этом случае дать характеристику динамики удельных расходов можно только с помощью их стоимостной оценки.

Так, индекс, характеризующий динамику удельных расходов нескольких видов сырья, материалов и т. п. на единицу продукции определенного (одного) вида, будет выражаться следующей формулой:

$$I_{\text{уд. расх}} = \frac{\sum m_1 p_0}{\sum m_0 p_0},$$

где  $m_1$  и  $m_0$  — удельные расходы отдельных предметов труда соответственно отчетного и базисного периодов,  
 $p_0$  — цена каждого предмета труда в базисном периоде.

Общий же индекс, характеризующий изменение удельных расходов всей массы используемых материалов (сырья, топлива и электроэнергии) на всю произведенную (неоднородную) продукцию, выразится следующей формулой:

$$I_{\text{уд. расх}} = \frac{\sum q_1 m_1 p_0}{\sum q_1 m_0 p_0},$$

где  $q_1$  — объем отдельных видов продукции отчетного периода,

а  $m$  и  $p$  — те же, что и в предыдущей формуле.

Разность между числителем и знаменателем будет характеризовать в денежном выражении экономию (при результате со знаком «—») или перерасход (при результате со знаком «+») материальных затрат на производство продукции за счет изменения удельных расходов материалов.

При изучении динамики удельных расходов объектом исследования может быть не одно предприятие, а совокупность. В этом случае рассчитываются средние удельные расходы и их динамика отражается с помощью индексов переменного состава, которые, в свою очередь, можно записать как произведение индекса фиксированного состава на индекс структурных сдвигов.

**Оборачиваемость оборотных средств.** Распространенным показателем использования оборотных средств (и их частей) является показатель оборачиваемости оборотных средств.

*Показатель оборачиваемости* определяется продолжительностью одного оборота в днях или числом оборотов в том или ином периоде и рассчитывается для отдельных видов предметов труда, оборотных фондов и в целом для всех оборотных средств.

Для всех оборотных средств показатель оборачиваемости — число оборотов — рассчитывается как отношение стоимости реализованной продукции к величине среднего остатка оборотных средств за соответствующий период.

Например, если предприятие реализовало за год продукции на сумму 6000 тыс. руб., а среднегодовой остаток оборотных средств составил 750 тыс. руб., то годовое число оборотов равно

$$K = \frac{6000}{750} = 8 \text{ (раз)}.$$

Зная число оборотов за год, нетрудно рассчитать продолжительность одного оборота в днях. Так, в нашем примере она равняется 45 дням (360:8). (Следует иметь в виду, что при расчете средней продолжительности одного оборота в днях число дней периода принимается: для месяца — 30, для квартала — 90 и для года — 360.)

Среднюю продолжительность одного оборота можно рассчитать и как отношение произведения среднего остатка оборотных средств и количества дней в отчетном периоде к стоимости реализованной продукции или путем деления среднего остатка оборотных средств за тот или иной период на величину однодневного оборота.

Изучая оборачиваемость оборотных средств, важно выявить те факторы, за счет которых возможно ускорение оборачиваемости, приводящее к высвобождению средств.

Объем высвободившихся в связи с ускорением оборачиваемости средств можно определить путем умножения суммы дневной реализации на показатель изменения продолжительности оборота оборотных средств.

## Глава XV

---

### ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ СТАТИСТИКИ ПРОИЗВОДСТВА ОБЩЕСТВЕННОГО ПРОДУКТА

#### § 1

#### ПОНЯТИЕ О СОВОКУПНОМ ОБЩЕСТВЕННОМ ПРОДУКТЕ

*Совокупный (валовой)* общественный продукт представляет собой сумму материальных благ, созданных за определенный период (как правило, за год) в отраслях материального производства.

Учет произведенной в народном хозяйстве продукции осуществляется в натуральном и стоимостном (денежном) выражении. Общая величина совокупного (валового) общественного продукта определяется в стоимостном выражении.

Оценка продукции в каждой отрасли проводится по действующим в ней отпускным ценам. Например, в промышленности отпускными ценами служат оптовые цены, которые, в свою очередь, делятся на оптовые цены предприятия (без налога с оборота) и оптовые цены промышленности (с налогом с оборота). Первые используются при оценке продукции отдельных предприятий, вторые — для определения объема всей промышленной продукции как части совокупного общественного продукта. В сельском хозяйстве продукция, проданная государству, оценивается по государственным закупочным ценам; в строительстве продукция оценивается по сметной стоимости; на грузовом транспорте — по стоимости перевозочного тарифа и т. д. Причем оценка продукции в любой отрасли материального производства производится как в действующих (текущих) ценах, так и в сопоставимых (неизменных). Последние используются для изучения динамики объема продукции.

Состав совокупного общественного продукта может рассматриваться с точки зрения его вещественного содержания и элементов стоимости.

Как совокупность материальных благ по своему вещественному составу совокупный (валовой) общественный продукт состоит из средств производства и предметов потребления.

С точки зрения элементов стоимости валовой общественный продукт включает в себя как стоимость затрат прошлого овеществленного труда, т. е. стоимость потребленных в производстве средств производства ( $C$ ), так и вновь созданную стоимость ( $V + m$ ).

Общественный продукт возникает в результате сложных производственных связей как внутри отдельных предприятий отраслей, так и между отраслями. При этом продукция одного вида используется в качестве исходного материала при производстве продукции другого вида, что, естественно, приводит к повторному счету перенесенной стоимости в общей стоимости производимой продукции. Повторный счет перенесенной стоимости в итоге совокупного валового продукта будет увеличиваться по мере увеличения этапов обработки. Так, например, стоимость добытого за год угля (или другого вида топлива) будет повторно учтена в стоимости электроэнергии, произведенной на этом угле, и, в свою очередь, в стоимости других продуктов, при производстве которых использовалась электроэнергия; или стоимость хлопка, выращенного за год, будет повторно учитываться в стоимости пряжи, выработанной из него, и соответственно в стоимости ткани, выработанной из этой пряжи, и в одежде, сшитой из ткани и т. д. Величина повторного счета в стоимости продукции (для предприятия) характеризует так называемый внутренний оборот продукции, т. е. объем продукции (в стоимостном выражении), произведенной и переработанной в пределах данного предприятия (объединения) за определенный период. Повторный счет перенесенной

стоимости можно рассматривать и с точки зрения отрасли, народного хозяйства, и тогда он характеризует внутриотраслевой или народнохозяйственный оборот.

Поэтому при исчислении продукции отдельных предприятий, отраслей и совокупного общественного продукта одной из основных задач является решение вопроса о повторном счете.

**Основные стоимостные показатели продукции.** В экономической статистике разработан и применяется ряд стоимостных показателей продукции, имеющих различное содержание и отражающих различные аспекты производства, обращения и использования продукции. Эти показатели следующие: валовой оборот, валовая продукция, товарная продукция, реализованная продукция, чистая продукция. (В некоторых отраслях промышленности находит применение показатель «нормативная стоимость обработки» — НСО.)

*Валовой оборот* представляет собой сумму стоимости продукции всех производственных циклов. Естественно, что при этом многократно учитывается стоимость продукции, передаваемой из одного производственного цикла в другой. Валовой оборот как статистический показатель в статистической отчетности не отражается. Однако в статистической практике реально существует исчисление продукции по методу валового оборота (например, валовая продукция в ряде отраслей промышленности и в сельском хозяйстве исчисляется по методу валового оборота).

*Валовая продукция* — стоимостный показатель, характеризующий результат производственной деятельности без повторного счета в пределах отдельных предприятий (объединений). Конечный результат производственной деятельности можно рассматривать с точки зрения отдельного предприятия, объединения, отрасли, народного хозяйства.

*Товарная продукция* — часть произведенной продукции, предназначенной для реализации за пределы предприятий, т. е. поступающей в народнохозяйственный оборот.

*Реализованная продукция* — это продукция фактически отгруженная и оплаченная покупателем (или сбытовой организацией).

*Чистая продукция* исчисляется, как правило, в целом по отраслям материального производства путем вычитания стоимости материальных затрат из валовой продукции отраслей.

В настоящее время чистая продукция рассчитывается и для отдельных предприятий (промышленных), но как *нормативная чистая продукция* (НЧП), т. е. на основе нормативов чистой продукции, представляющих часть оптовой цены изделия, соответствующую вновь созданной стоимости.

В соответствии с постановлением ЦК КПСС и Совета Министров СССР (1979) «Об улучшении планирования и усилении воздействия хозяйственного механизма на повышение эффективности производства и качества работы» осуществляется переход к широкому внедрению показателя нормативной чистой продукции в планировании и учете объема производства в стоимостном выражении.

Все перечисленные выше стоимостные показатели продукции исчисляются лишь в промышленности. В других отраслях материального производства некоторые из перечисленных показателей не рассчитываются. Так, например, нет показателя товарной и реализованной продукции на транспорте и пр.

Однако во всех отраслях материального производства исчисляются валовая продукция и чистая продукция как исходные показатели для определения величины (объема) соответственно совокупного (валового) общественного продукта и национального дохода. Поскольку каждая отрасль материального производства имеет свою специфику, рассмотрим подробнее отраслевые особенности исчисления показателей продукции.

## § 2

### ПРОДУКЦИЯ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

**Понятие промышленной продукции.** Под промышленной продукцией понимают прямой полезный результат производственной деятельности промышленного предприятия, выражающийся в форме продуктов или услуг промышленно-производственного характера. Из данного определения вытекает, что к промышленной продукции не относится брак, поскольку он не является полезным результатом деятельности; не относится результат деятельности непромышленных подразделений, находящихся на балансе промышленного предприятия (например, продукция подсобных сельскохозяйственных предприятий); не относятся к продукции отходы производства, поскольку они не являются прямым результатом деятельности предприятия.

Продукция промышленности в целом складывается из продукции отдельных промышленных предприятий (объединений).

Организационно каждое предприятие представляет собой сложную единицу, в состав которой входят отделы и цехи, выполняющие различные функции как промышленно-производственного, так и непроизводственного характера.

С производством продукции связаны промышленно-производственные цехи, которые, в свою очередь, делятся по производственному назначению на основные цехи (цехи, занятые выпуском основной продукции предприятия и полуфабрикатов, — механический, литейный, сборочный и др.); вспомогательные цехи (цехи, обслуживающие своей продукцией основное производство, — инструментальный, ремонтный, заводская электростанция и др.); подсобные цехи (цехи, занятые производством тары, упаковкой, отделы, занимающиеся самозаготовкой топлива); побочные цехи (вырабатывающие продукцию из отходов основного производства, не являющуюся основной для данного предприятия).

Результат деятельности всех промышленно-производственных

цехов предприятия (без брака) составляет промышленную продукцию предприятия.

**Показатели продукции по степени готовности и назначению.** По степени готовности и по назначению продукцию промышленного предприятия можно подразделить на следующие элементы.

*Готовые изделия* — продукты с законченной обработкой в пределах основных цехов данного предприятия и предназначенные к отпуску на сторону, а также законченная продукция побочных цехов.

*Полуфабрикаты* — изделия, законченные производством в пределах одного из основных цехов, но нуждающиеся в дальнейшей переработке (или сборке) в пределах данного предприятия. Полуфабрикаты могут переходить из цеха в цех для последующей обработки, но могут частично как готовая продукция отдельных цехов отпускаться на сторону для переработки или сборки на других предприятиях. Следует иметь в виду, что указанные понятия «готовые изделия» и «полуфабрикаты» даны с точки зрения предприятия, вырабатывающего данные изделия.

*Продукция подсобных и вспомогательных цехов* — тара, инструменты, изготовленные на заводе, модели, штампы, выработанная заводской электростанцией электроэнергия и т. п. Продукция указанных цехов, как правило, расходуется в пределах самого же предприятия. Однако часть ее может отпускаться на сторону другим предприятиям.

К промышленной продукции относят и *работы промышленного характера*, выполненные по заказам на сторону, представляющие собой услуги, в результате которых не создаются самостоятельные материальные блага, а лишь восстанавливается или увеличивается стоимость ранее созданных материальных благ. К работам промышленного характера относят ремонт промышленных изделий, оборудования, мебели и т. п. Работы промышленного характера, выполненные для своего капитального строительства, приравниваются к работам, произведенным на сторону. Капитальный ремонт своего оборудования и транспортных средств также считается услугой, оказанной на сторону.

*Незавершенное производство* — продукция, начатая, но незаконченная обработкой во всех промышленно-производственных цехах. (Обычно учитывается на предприятиях с длительным производственным циклом.)

Перечисленное деление промышленной продукции на ее элементы помогает более точно определять ее объем и избегать дублирования отдельных элементов.

**Учет продукции в натуральном выражении** Отдельные виды продукции промышленности учитываются в физических единицах: штуках, тоннах, метрах и т. п., т. е. в натуральном выражении.

Для строгого и точного учета продукции в натуре установлена обязательная для всех предприятий номенклатура (перечень) изделий, сведения о выпуске которых должны даваться в отчете лю-

бого предприятия независимо от размера выпуска и роли каждого продукта для данного предприятия. Эта номенклатура содержит строгое наименование единиц измерения для каждого вида изделий.

Учет продукции в натуральном выражении весьма важен и необходим, но его недостаточно. В частности, он не дает возможности определить итоговую величину выпускаемой продукции для предприятий с разнородным ассортиментом продукции. Кроме того, в натуральном выражении могут быть учтены только готовые изделия и полуфабрикаты. Общий же объем произведенной продукции с учетом незавершенного производства и услуг промышленно-производственного характера в натуральном выражении определить невозможно.

Для нескольких разновидностей одной и той же продукции применяют иногда *условно-натуральные* измерители продукции. При этом методе единицы одного из продуктов принимают условно за единицу измерения и все остальные разновидности продуктов пересчитывают в эти условные единицы с помощью тех или иных коэффициентов. Например, производство товарных вагонов можно показать в пересчете на 2-осные вагоны, мыла в пересчете на 40%-ное и т. п. Коэффициенты пересчета строятся либо на основе соотношения потребительных свойств продуктов, либо на основе соотношения их трудоемкости или себестоимости.

Однако, как видно из содержания самого показателя, условно-натуральное выражение продукции имеет ограниченное применение.

**Стоимостные показатели продукции промышленности.** Характеризовать результат работы отдельных предприятий и промышленности в целом помогают упоминавшиеся уже выше показатели продукции в стоимостном выражении: валовой оборот, валовая продукция, товарная продукция, реализованная продукция и чистая продукция. Остановимся несколько подробнее на этих показателях.

*Валовой оборот* представляет собой стоимость продукции, выработанной за отчетный период всеми цехами предприятия независимо от ее использования. Другими словами, валовой оборот — это сумма продукции всех цехов предприятия. Поскольку валовой оборот содержит повторный счет стоимости продукции, обрабатываемой последовательно в отдельных цехах, он как показатель выпуска продукции самостоятельного значения не имеет и не используется в качестве характеристики результата деятельности предприятий, а часто служит лишь промежуточным для исчисления другого показателя, отражающего ту часть продукции всех цехов, которая осталась в отчетном периоде непротребленной на нужды предприятия. Этот показатель именуется валовой продукцией предприятия.

*Валовая продукция* — стоимостный показатель, используемый в статистике для определения объема произведенной продукции



как отдельных предприятий, так и промышленности в целом. Валовая продукция промышленного предприятия представляет собой стоимость продукции всех промышленно-производственных цехов за вычетом той части этой продукции, которая была потреблена внутри данного предприятия на его производственные нужды. Таким образом, валовая продукция включает в себя лишь ту часть продукции каждого цеха, которая осталась переработанной на данном предприятии, составляет конечный продукт предприятия. Продукция, выработанная на данном предприятии и потребленная на его производственные нужды, называется *внутризаводским оборотом*.

На предприятиях с длительным производственным циклом (машиностроение, ремонтные предприятия и др.), где имеет место незавершенное производство, валовая продукция включает в себя изменение остатков незавершенного производства (в размере разности остатков его на конец и начало отчетного периода).

Валовую продукцию предприятия можно определить как сумму продукции всех цехов за вычетом внутризаводского оборота. Валовую продукцию, не учитывающую внутризаводской оборот, называют *валовой продукцией*, рассчитанной *по заводскому методу*, а сам метод исчисления — заводским методом.

Валовую продукцию по заводскому методу можно определить двояко.

Один из способов заключается в том, что вначале можно определить валовой оборот предприятия, а затем из этой суммы вычесть внутризаводской оборот.

Второй способ расчета валовой продукции по заводскому методу основывается на суммировании основных элементов, входящих в нее.

Согласно второму методу в валовую продукцию должны быть включены следующие элементы: 1) готовые изделия, выработанные основными и побочными цехами как из своего сырья, так и из сырья и материала заказчика; 2) полуфабрикаты своего производства, отпущенные на сторону; 3) изменение (разность) остатков полуфабрикатов своего производства; 4) продукция подсобных и вспомогательных цехов, выработанная и отпущенная в отчетном периоде на сторону (инструменты, тара, модели, штампы, пар, электроэнергия и пр.); 5) разность остатков продукции подсобных и вспомогательных цехов за отчетный период; 6) работы промышленного характера, выполненные на сторону, а также своему капитальному строительству (капитальный ремонт своего оборудования также включается в валовую продукцию); 7) разность остатков незавершенного производства на конец и начало отчетного периода.

Этот метод (позлементный) исчисления валовой продукции по отдельным предприятиям является основным в нашей статистике.

Покажем расчет валовой продукции на примере. Предположим, имеются следующие данные по заводу в тыс. руб. (табл. 94):

Таблица 94

	Остаток на начало периода	Выработано в отчетном периоде	Потреблено из своей выработки в отчетном периоде	Реализовано на сторону	Остаток на конец отчетного периода
1	2	3	4	5	6
Готовые изделия	—	520	—	520	—
Полуфабрикаты	5	200	160	18	27
Работы промышленного характера	—	40	—	40	—
Производство вспомогательных цехов	3	60	48	8	7
Незавершенное производство	10	—	—	—	14
	18	820	208	586	48

I способ:  $ВП = ВО$  — внутриводской оборот.

Валовой оборот (ВО) по заводу равен итогу третьей графы (820) плюс разность остатков незавершенного производства на конец и начало периода (14—10), т. е.  $820 + 4 = 824$  тыс. руб.

Внутриводской оборот представлен итогом четвертой графы (208). Отсюда  $ВП = 824 - 208 = 616$  (тыс. руб.).

II способ (по элементам):  $ВП =$  готовые изделия (520) плюс полуфабрикаты, отпущенные на сторону (18), и разность остатков на конец и начало периода (27—5), плюс работы промышленного характера на сторону (40) плюс продукция вспомогательных цехов на сторону (8) и плюс разность остатков (7—3), плюс разность остатков незавершенного производства (14—10), т. е.  $ВП = 520 + 18 + 22 + 40 + 8 + 4 + 4 = 616$  тыс. руб.

В ряде производств в виде исключения при учете валовой продукции по заводскому методу не вычитают некоторые виды изделий и полуфабрикатов, выработанных и потребленных на производственные нужды самого предприятия (объединения).

Для отраслей промышленности и промышленности в целом объем валовой продукции исчисляется как сумма валовой продукции отдельных предприятий (объединений); т. е. по заводскому методу.

Валовая продукция промышленных предприятий оценивается в оптовых ценах предприятий (без налога с оборота), текущих и сопоставимых (неизменных). В настоящее время в качестве сопоставимых приняты цены на 1 января 1975 г.

*Товарная продукция* — это стоимость произведенной предприятием продукции (включая и работы промышленно-производственного характера) и предназначенной для отпуска на сторону. (Отпуск своему капитальному строительству и непромышленным хозяйствам своего предприятия приравнивается к отпуску на сторону.) Если сравнивать товарную продукцию с валовой, то в товарную не включаются следующие элементы: изменение остатков незавершенного производства (там, где оно учитывается), изменение остатков полуфабрикатов собственного производства, а также остатков продукции подсобных и вспомогательных цехов (т. е. продукция, остающаяся на предприятии) и стоимость материала заказчика.

Товарная продукция оценивается: а) в оптовых ценах предприятий, принятых в плане, и б) в фактически действующих оптовых ценах.

По разным причинам часть товарной продукции может оставаться нереализованной в том периоде, когда она произведена. При вводе в действие новой экономической реформы (1965) и разработке системы мер по улучшению управления промышленностью, совершенствованию планирования и усилению экономического стимулирования было принято решение в число планируемых предприятию показателей включать объем реализации, характеризующий объем продукции, поступившей в народнохозяйственный оборот.

*Реализованная продукция* — это продукция, отпущенная на сторону и оплаченная покупателем. При этом продукция считается реализованной с момента поступления денег на расчетный счет предприятия в Госбанке. Отпуск продукции (как и работ промышленного характера) своему капитальному строительству и непромышленным частям своего предприятия рассматривается как отпуск на сторону и включается в объем реализованной продукции после того, как этот отпуск будет отражен на счете «Реализация».

В отдельных отраслях промышленности в порядке отступления от заводского метода в объем реализации включается стоимость изделий и полуфабрикатов своего производства, переданных для дальнейшей переработки из цеха в цех внутри того же предприятия, если передача эта осуществлялась по оптовым ценам, а не по себестоимости.

Объем реализации продукции планируется предприятиям (объединениям) не только в стоимостном, но и в натуральном выражении по важнейшим видам продукции. И план по объему реализации считается выполненным в том случае, когда выполнение по общему объему в стоимостном выражении согласуется с выполнением по установленной номенклатуре (в ассортименте).

Для усиления ответственности предприятий за выпуск продукции в установленной номенклатуре и своевременность поставок продукции в соответствии с заключенными договорами начиная

с июля 1977 г. в статистической отчетности установлен показатель «Объем реализации продукции в оптовых ценах предприятий, принятых в плане, с учетом выполнения обязательств по поставкам».

Таким образом, выполнение плана по объему реализации продукции в настоящее время определяется с учетом выполнения обязательств по поставкам.

При этом размеры недопоставок за отчетный месяц, квартал и период с начала года определяются нарастающим итогом с учетом недопоставок в предшествующем периоде и восполнения недопоставленной продукции в последующих периодах, т. е. согласно Положению о поставках количество продукции, недопоставленное поставщиком в одном периоде, прибавляется к количеству продукции, подлежащему поставке в следующем периоде.

Среди стоимостных показателей особое место занимает показатель *чистой продукции*. Полная стоимость любого продукта складывается из перенесенной стоимости и стоимости, вновь созданной живым трудом данного периода. Чистая продукция представляет собой новую стоимость, созданную в отчетном периоде. Если считать, что валовая продукция отражает полную стоимость продукции, то для исключения чистой продукции достаточно из валовой продукции исключить перенесенную стоимость, т. е. стоимость всех материальных затрат (стоимость израсходованного сырья, материалов, топлива, электроэнергии, износа основных средств, определяемого суммой амортизационных отчислений). Все необходимые для этого сведения имеются в учете.

Если стоимость валовой продукции рассматривать как сумму складываемых  $c+v+m$ , где  $c$  — стоимость потребленных в производстве средств производства, то  $v+m$  представляет собой вновь созданную стоимость или чистую продукцию.  $v$  — это часть чистой продукции, распределяемая между работниками в соответствии с количеством и качеством их труда (заработная плата), а  $m$  — часть чистой продукции, идущая на общественные нужды (на расширение производства, управление, здравоохранение, просвещение и т. п.).

Чистая продукция промышленности исчисляется в оптовых ценах промышленности (т. е. с учетом налога с оборота). А поскольку валовая продукция отдельных предприятий, являющаяся основой для исчисления чистой продукции, оценивается в оптовых ценах предприятия, т. е. без налога с оборота, то практически для определения чистой продукции из валовой продукции промышленности, рассчитанной по заводскому методу, необходимо вычесть стоимость всех материальных затрат и к полученной разности прибавить сумму налога с оборота, поступившую в бюджет.

Долгие годы в статистической практике чистая продукция исчислялась лишь для промышленности в целом. В 70-е годы в порядке эксперимента на ряде машиностроительных предприятий стали исчислять чистую продукцию на основе стабильных норма-

тивов, установленных на каждую единицу изделия и заложенных в оптовые цены изделий.

Как уже указывалось на с. 300, в настоящее время осуществляется переход министерств, объединений и предприятий к применению показателя нормативной чистой продукции (НЧП). Объем нормативной чистой продукции определяется путем умножения нормативов чистой продукции по каждому изделию на количество произведенных изделий и последующего суммирования произведений.

*Норматив чистой продукции* представляет собой часть оптовой цены изделия, включающую заработную плату, отчисления на социальное страхование и нормативную прибыль.

Нормативы чистой продукции разрабатываются и утверждаются для всех готовых изделий, полуфабрикатов, запасных частей и услуг промышленного характера, реализуемых на сторону.

Нормативы чистой продукции, как правило, являются отраслевыми, т. е. определяются на базе среднотраслевой себестоимости данного изделия, в том числе среднотраслевой заработной платы.

Показатель нормативной чистой продукции становится одним из основных для оценки деятельности предприятий, объединений и министерств. Он используется для определения динамики (темпов роста) физического объема производства, производительности труда, для планирования фонда заработной платы и контроля за его использованием, а также в расчетах фондоотдачи. В процентах к объему нормативной чистой продукции устанавливается норматив отчислений от прибыли в единый фонд развития науки и техники, создаваемый в министерствах и ведомствах.

Переход к широкому внедрению в промышленности показателя нормативной чистой продукции, наиболее полно и реально отражающего результаты труда каждого предприятия (объединения), не означает отказ от других упомянутых выше стоимостных показателей продукции, которые остаются в статистической отчетности и имеют свое назначение и использование.

Кроме упомянутых выше показателей продукции для характеристики результатов деятельности в отдельных отраслях применяется оценка продукции по так называемой нормативной стоимости обработки (НСО). При этом методе каждый продукт оценивается по разработанной для него нормативной стоимости обработки, которая включает в себя расходы (на единицу) на заработную плату основных производственных рабочих, общецеховые и общезаводские расходы.

Объем производственной работы как результат производственной деятельности за тот или иной период можно определить и методом оценки продукции в трудовых затратах. При этом методе для оценки каждого вида продукции используются нормативные показатели (нормы) затрат рабочего времени на единицу изделия.

Таким образом, в промышленности исчисляется и используется ряд показателей продукции, каждый из которых имеет свои особенности и назначение.

Сельское хозяйство как отрасль материального производства имеет свои особенности, которые неизбежно учитываются и отражаются в статистике продукции. Основной особенностью сельскохозяйственного производства является то, что оно связано с использованием земли и производственный процесс непосредственно связан с биологическим процессом развития, созревания и воспроизводства растений и животных. Поскольку большинство биологических процессов протекает циклично, то это предопределяет сезонность производства. Поэтому если в промышленности, например, продукция выпускается и учитывается в течение всего года непрерывно, то в сельском хозяйстве значительная часть продукции поступает в народнохозяйственный оборот один раз в год, и полный объем произведенной продукции определяется в конце года.

Кроме того, в сельском хозяйстве продукция создается не только в государственных и колхозно-кооперативных хозяйствах, где существует отчетность по продукции, но и в личных подсобных хозяйствах колхозников, рабочих и служащих. Эта продукция не охвачена отчетностью и определяется расчетным путем.

Нельзя не отметить также то, что в сельском хозяйстве результат производства (количество и качество продукции) существенно зависит от природных и метеорологических условий.

В соответствии с делением сельского хозяйства на подотрасли продукция этой отрасли складывается из продукции растениеводства и продукции животноводства и учитывается как в натуральном, так и в стоимостном выражении.

**А. Натуральные показатели продукции растениеводства.** Общий объем отдельных видов продуктов растениеводства, выращенных за отчетный период, измеренный в весовых единицах, называется *валовым сбором*, или *урожаем*.

Средняя величина сбора каждой культуры, исчисленная в расчете на единицу земельной площади (га), занятой под эту культуру, называется *урожайностью*.

Валовой сбор каждой культуры можно представить как произведение урожайности на посевную площадь. Эти три показателя — *посевная площадь*, *валовой сбор* и *урожайность* — являются основными в статистике растениеводства и рассматриваются взаимосвязанно.

**Статистика посевных площадей.** Посевной площадью называют земельную площадь (часть пашни), занятую под посев различных сельскохозяйственных культур. В практике при подсчете итога посевных площадей по отдельным хозяйствам, категориям хозяйств, районам и т. п. могут возникнуть трудности, вызванные тем, что одни и те же площади могут засеиваться несколько раз или одновременно несколькими культурами. В этой связи в со-

ветской статистике различают четыре категории посевных площадей.

*Обсемененная площадь* — площадь, на которую высеяны семена. При этом площадь участков, на которую несколько раз высевались семена, столько раз и включается в обсемененную площадь. Эта категория посевных площадей определяется как площадь, обсемененная в данном календарном году, и как площадь, обсемененная под урожай данного года.

*Весенняя продуктивная площадь* — площадь, фактически занятая посевами весной к окончанию весеннего сева. Это площадь, с которой ожидается получение урожая в данном году. В нее включаются сохранившиеся озимые посевы прошлого года, яровые посевы текущего года и укосные площади многолетних трав посева прошлых лет.

*Уборочная площадь* — площадь, с которой в данном году предполагается уборка урожая. Эта площадь легко определяется путем вычитания из весенней продуктивной площади площадей погибших летом посевов, площадей под многолетними культурами, которые в год посева не дают урожая, а также площадей, предназначенных под выпас скота.

*Фактически убранная площадь* — площадь, на которой завершены уборочные работы. Расчет этой категории имеет смысл, когда часть уборочной площади по тем или иным причинам остается необранной.

Посевные площади учитываются по культурам. При этом обычно выделяются: зерновые и бобовые культуры (рожь, пшеница, кукуруза на зерно, овес, ячмень, рис, просо, гречиха, вика, фасоль, горох и др.); технические культуры (масличные, сахарная свекла, хлопчатник, лен-долгунец, табак и др.); кормовые культуры (многолетние травы, однолетние травы, кукуруза на силос и зеленый корм, кормовые корнеплоды и пр.); картофель и овоще-бахчевые культуры.

Основными источниками сведений о посевных площадях в советской статистике являются заключительный учет посевных площадей, осуществляемый по всей территории СССР через районных инспекторов государственной статистики сразу по окончании весеннего сева, и годовые отчеты совхозов, колхозов, подсобных хозяйств. Для хозяйств населения размер и структура посевных площадей определяются расчетно на основе имеющихся сведений о численности таких хозяйств и материалов выборочных бюджетных обследований.

**Валовой сбор.** Определение размеров валовых сборов различных культур возможно лишь по окончании уборки. Валовые сборы отдельных культур определяются по их фактическому сбору, именуемому *амбарным урожаем*. Причем зерновые культуры и подсолнечник учитываются в так называемом *бункерном весе* (вес, определенный при выходе из бункера комбайна, без очистки), а остальные культуры — в чистом весе.

Надо отметить, что до 1954 г. в практике советской статистики вместо фактически оприходованного урожая учитывался так называемый «видовой» урожай, или «урожай на корню», который не давал точного представления о количестве поступающей в народное хозяйство продукции земледелия. Однако, хотя этот показатель в настоящее время заменен фактическим (амбарным) урожаем, все же для решения целого ряда практических задач в планировании необходимо иметь сведения об урожае до того, как эти сведения будут зафиксированы в годовых отчетах, т. е. статистике необходимо иметь сведения об ожидаемых валовых сборах.

Предварительные размеры валовых сборов, т. е. оценка видов на урожай, определяются органами статистики по зерновым культурам, сахарной свекле, подсолнечнику и картофелю на основе субъективной оценки и оперативной отчетности хозяйств в период начала уборки, а также некоторых прогнозных данных.

В годовых же отчетах отражаются окончательные размеры валовых сборов, определенные по данным непосредственного наблюдения.

**Статистика урожайности.** Показатель урожайности, т. е. сбор с 1 га, определяется на основе данных о валовых сборах. Вместе с тем он рассматривается как один из важнейших факторов, определяющих объем продукции земледелия, ибо чем выше сбор с 1 га, тем больше валовые сборы с одних и тех же площадей. Отсюда понятен тот интерес, который проявляется к изучению урожайности сельскохозяйственных культур в статистике.

Изучение урожайности ведется по отдельным культурам и по группам однородных культур. Особенный интерес представляет изучение динамики урожайности. При этом изучение динамики урожайности по отдельным культурам не вызывает затруднений. Чтобы показать, как изменилась урожайность по отдельной культуре, достаточно сравнить уровень ее за два сравниваемых периода.

Для группы однородных культур может ставиться и решаться двоякая задача: либо изучается изменение средней урожайности различных культур, либо изучается среднее изменение урожайности группы культур (при постоянной для сравниваемых периодов структуре посевных площадей).

Решение первой задачи достигается путем построения индекса урожайности переменного состава, т. е. путем сравнения средней урожайности за два периода.

$$I_{\text{урожайности переменного состава}} = \bar{y}_1 : \bar{y}_0 = \frac{\Sigma y_1 \Pi_1}{\Sigma \Pi_1} : \frac{\Sigma y_0 \Pi_0}{\Sigma \Pi_0},$$

где  $y_0$  и  $y_1$  — урожайность отдельных культур, а  $\Pi_0$  и  $\Pi_1$  — посевные площади под ними соответственно в базисном и отчетном периодах,

$\bar{y}_0$  и  $\bar{y}_1$  — средняя урожайность данной группы культур в базисном и отчетном периодах.

Этот индекс отражает изменение средней урожайности как за счет изменения урожайности отдельных культур, так и за счет изменения структуры посевных площадей по культурам.

Постановка и решение второй задачи сводятся к устранению влияния структуры посевных площадей на показатели средней



урожайности в сравниваемые периоды. С этой целью средняя урожайность за оба периода рассчитывается при условии одной и той же структуры посевных площадей (как правило, зафиксированной для отчетного периода). При сравнении таких показателей будет показано изменение средней урожайности только за счет изменения урожайности отдельных культур, т. е. среднее изменение урожайности группы культур.

Другими словами, для решения второй задачи используется индекс урожайности фиксированного состава:

$$I_{\text{урожайности фиксированного состава}} = \frac{\sum y_1 \Pi_1}{\sum \Pi_1} : \frac{\sum y_0 \Pi_1}{\Pi_1} = \frac{\sum y_1 \Pi_1}{\sum y_0 \Pi_1}.$$

Как видно, индекс урожайности фиксированного состава представляет собой не что иное, как агрегатный индекс, весами которого служит посевная площадь отдельных культур в отчетном периоде.

Рассмотрим расчет индексов урожайности переменного и фиксированного состава на условном примере. Предположим, имеются следующие данные по району об урожайности и посевных площадях под зерновыми за два периода (табл. 95).

Т а б л и ц а 95

Культура	Урожайность, ц/га		Посевная площадь, тыс. га	
	1970 г. У <sub>0</sub>	1980 г. У <sub>1</sub>	1970 г. Π <sub>0</sub>	1980 г. Π <sub>1</sub>
Пшеница яровая	9,8	15,0	20	28
Кукуруза	18,0	26,0	3	4
Просо	6,2	8,0	2	1
Рожь озимая	8,0	10,0	10	7
Итого:	9,8	15,05	35	40

Рассчитаем среднюю урожайность зерновых в 1970-и 1980 гг. Средняя урожайность в 1970 г. равна

$$\bar{y}_0 = \frac{\sum y_0 \Pi_0}{\sum \Pi_0} = \frac{9,8 \cdot 20 + 18 \cdot 3 + 6,2 \cdot 2 + 8 \cdot 10}{20 + 3 + 2 + 10} = 9,8 \text{ ц/га.}$$

Средняя урожайность зерновых в 1980 г. равна

$$\bar{y}_1 = \frac{\sum y_1 \Pi_1}{\sum \Pi_1} = \frac{15 \cdot 28 + 26 \cdot 4 + 8 \cdot 1 + 10 \cdot 7}{28 + 4 + 1 + 7} = 15,05 \text{ ц/га.}$$

Сопоставление полученных средних и даст нам индекс переменного состава:

$$I_{\text{пер. сост}} = \bar{y}_1 : \bar{y}_0 = 15,05 : 9,8 = 1,5357, \text{ или } 153,57 \%$$

Индекс переменного состава показывает, что средняя урожайность зерновых возросла на 53,5%.

Однако, очевидно, что этот рост средней урожайности зерновых обусловлен как увеличением урожайности отдельных культур, так и изменением структуры посевных площадей.

Чтобы показать только, как в среднем возросла урожайность по всем культурам, надо устранить влияние структурного фактора и рассчитать индекс фиксированного состава:

$$\begin{aligned} I_{\text{фикс. сост}} &= \frac{\sum y_1 \Pi_1}{\sum y_0 \Pi_1} = \frac{15 \cdot 28 + 26 \cdot 4 + 8 \cdot 1 + 10 \cdot 7}{9,8 \cdot 28 + 18 \cdot 4 + 6,2 \cdot 1 + 8 \cdot 7} = \\ &= \frac{602}{408,6} = 1,4733, \text{ или } 147,33\%. \end{aligned}$$

т. е. по всем культурам урожайность возросла в среднем на 47,33%.

Расхождения в рассчитанных индексах переменного и фиксированного состава падают на долю структурного фактора.

Чтобы определить влияние изменения структуры посевных площадей на динамику средней урожайности, разделим индекс урожайности переменного состава на индекс фиксированного состава. Полученный от деления двух индексов показатель именуют иногда структурным индексом, или индексом структурных сдвигов.

В рассматриваемом примере он равен

$$I_{\text{структ. сдвигов}} = I_{\text{п.с.}} : I_{\text{ф.с.}} = 1,5357 : 1,4733 = 1,042, \text{ или } 104,2\%.$$

Данный индекс означает, что на 4,2% средняя урожайность возросла за счет изменения структуры посевных площадей, в частности за счет увеличения доли посева пшеницы и кукурузы, более урожайных по сравнению с просом и овсом культур.

Таким образом, мы видим, что в зависимости от цели исследования при изучении динамики урожайности группы культур могут рассчитываться и различные индексы урожайности.

Касаясь вопроса об изучении динамики урожайности, следует отметить, что если анализируются данные не за два периода, а за длительный период, т. е. изучается тенденция изменения, то в этом случае следует прибегать ко всем известным в статистике методам обработки и анализа рядов динамики (к укрупнению интервалов, сглаживанию способом скользящей средней, выравниванию по аналитическим формулам, нахождению авторегрессионных моделей).

**Б. Натуральные показатели продукции животноводства.** Продукция животноводства в натуральном выражении складывается из продуктов, получаемых от животных в результате их хозяйственного использования (молоко, шерсть, яйца, мед и др.), а также из продукции выращивания скота, выражающейся в приплоде, привесе и приросте животных (в живом весе).

К продукции животноводства относятся только такие продукты, получение которых не связано с убоем скота.

Продукция животноводства рассчитывается по категориям хозяйств в территориальном разрезе. Сведения для таких расчетов имеются в месячных, квартальных и годовых отчетах сельскохозяйственных предприятий, составленных на основе первичной документации. В этих отчетах содержатся сведения об общем количестве надоенного молока, общем настриге шерсти (по видам) и др.

*Продукция выращивания скота* выражается в виде приплода, прироста и привеса скота в живом весе. Исчислить этот показатель можно, суммируя вес приплода и разность между съемочным и постановочным на откорм весом молодняка и взрослых животных, или по обороту стада, составленному в живом весе.

Важнейшим показателем откорма и нагула является убойный вес животных (вес туши без головы, кожи, внутренностей и нижней части ног).

Хотя продукты, связанные с убоем скота (мясо, шкуры и пр.), не являются сельскохозяйственной продукцией, в отчетах колхозов и совхозов содержатся данные об убойном контингенте, и сельскохозяйственная статистика рассчитывает показатели выхода мясной продукции.

**Показатели продуктивности животных.** Объем продукции животноводства зависит от поголовья животных и от их *продуктивности*. Под продуктивностью животных понимают выход того или иного продукта в расчете на одно животное.

Основными показателями продуктивности сельскохозяйственных животных являются: средний удой молока в расчете на одну удойную и одну фуражную корову, средний настриг шерсти с одной овцы, среднесуточный привес скота и птицы от откорма и нагула, средняя яйценоскость одной курицы-несушки, средний вес одной птицы, выход меда на одну пчелосемью и др. Показатели продуктивности рассчитываются на основе данных о валовом выходе той или иной продукции и количестве животных, от которых эта продукция получена.

Приводимые данные дают представление о продуктивности основных видов скота в колхозах и совхозах СССР (табл. 96).

Таблица 96 \*

	1950 г.	1960 г.	1970 г.	1979 г.
Средний годовой удой молока от одной коровы, кг	1137	1938	2298	2309
Средний годовой настриг шерсти с одной овцы, кг	2,2	2,6	3,3	3,3

\* Народное хозяйство СССР в 1979 г. М., 1980, с. 282.

В ряде случаев показатели продуктивности являются исходной базой для исчисления валового выхода продукции. Например, для хозяйств колхозников, рабочих и служащих по данным бюджетных обследований определяется средняя удоимость коров, которая затем умножается на общее число коров в этих хозяйствах. Полученное произведение является показателем надоя молока в этих хозяйствах. Суммируя показатели надоя по всем хозяйствам, получим валовой надой молока по области или другому административному району.

Так же точно определяются общий настриг шерсти и другая продукция животноводства по административным районам.

**Статистика численности скота.** Статистический учет скота в различных категориях хозяйств ведется прежде всего по видам. При этом выделяются: крупный рогатый скот, свиньи, овцы, козы, лошади, мулы, верблюды и пр. Отдельно выделяется мелкое животноводство: кролиководство, птицеводство, рыбоводство, пчеловодство, собаководство, шелководство, пушное звероводство.

В зависимости от использования животных в хозяйстве различают: рабочий скот — животные, используемые в качестве тягловой силы, и продуктивный скот — животные, от которых получают продукты животноводства (молоко, шерсть, мясо и др.). К рабочему скоту относятся лошади, мулы, буйволы, верблюды, волы, олени; к продуктивному — коровы, свиньи, овцы, козы.

Рабочий и продуктивный скот изучается по половозрастным группам. При этом выделяются: самцы-производители, маточное поголовье, ремонтный молодняк (молодняк, предназначенный для пополнения взрослого поголовья), приплод данного года и скот на откорме и нагуле.

Взрослый рабочий скот и продуктивный скот входят в состав основных фондов отдельных хозяйств. Ремонтный молодняк, скот, поставленный на откорм, и приплод данного года входят в состав оборотных фондов хозяйств.

Наблюдение за наличием скота в каждой группе имеет большое значение для планирования воспроизводства скота.

Учет скота в СССР осуществляется путем проведения ежегодных переписей (на 1 января), охватывающих все виды хозяйств, и посредством отчетности, представляемой сельскохозяйственными предприятиями.

Рост поголовья продуктивного скота во всех категориях хозяйств СССР характеризуется следующими данными (табл. 97):

Таблица 97

(млн. голов на 1 января)

	1950 г.	1960 г.	1975 г.	1980 г.
Крупный рогатый скот	58,1	74,2	109,1	115,1
в том числе коровы	24,6	33,9	41,9	43,3
Свиньи	22,2	53,4	72,3	73,9
Овцы	77,6	136,1	145,3	143,6

В табл. 97 поголовье скота показано по состоянию на начало года. Однако для многих расчетов необходимо знать среднегодовую численность отдельных видов скота.

Среднегодовая численность отдельных видов скота может быть определена как частное от деления годового числа кормо-дней на число дней в году. Если известна численность скота на начало или конец каждого месяца, то средняя численность определяется по формуле средней хронологической для моментных рядов.

Поголовье скота не остается неизменным. Оно изменяется за счет приплода, приобретения на стороне, выбраковки, падежа и пр. Для расширенного воспроизводства стада необходимо, чтобы численность ремонтного молодняка превышала количество выбраковывающихся по разным причинам животных. Наличие ремонтного молодняка, в свою очередь, определяется приплодом.

**Показатели воспроизводства стада.** В целях изучения воспроизводства стада, взаимоконтроля прихода и расхода скота составляется баланс численности поголовья (по отдельным видам и группам скота), именуемый в статистике *оборотом стада*. В этом балансе (обороте стада) отражается: наличие скота на начало года; все поступления скота за год: приплод, покупка, переход в старшие возрастные группы из младших; расход скота: сдача государству, убой, падеж, переход в старшие группы и пр.; наличие на конец года.

Воспроизводство стада характеризуется рядом показателей. Это — удельный вес коров в стаде (или любого другого маточно-го поголовья); показатель обеспеченности стада самцами-производителями, определяемый количеством маточного поголовья, приходящегося на одного производителя; показатель использования маточного поголовья, получающийся путем деления расплодившихся маток к количеству маток, способных к расплоду; показатель выхода приплода, рассчитываемый путем деления количества родившихся животных на количество маток, способных к расплоду; показатель сохранения молодняка, получающийся как отношение числа сохранившегося молодняка к числу родившихся в данном хозяйстве и поступивших со стороны в текущем году; показатель обеспеченности стада ремонтным молодняком, показывающий, сколько телок старше года или нетелей (покрытых телок) приходится на каждые 100 коров (так как ежегодно выбраковывается от 8 до 12% коров, то для обеспечения расширенного воспроизводства стада на каждые 100 коров надо иметь более 12 нетелей и телок); показатель убоя и продажи определяется путем деления численности скота, сданного на мясо, забитого в хозяйстве и проданного на убой, на численность поголовья (среднегодовую).

**Стоимостные показатели продукции сельского хозяйства.** Наряду с учетом отдельных видов продукции сельского хозяйства в натуре возникает необходимость определить общий объем всей сельскохозяйственной продукции как части совокупного общественного продукта в денежном выражении. При этом следует иметь

в виду, что учет продукции в денежном выражении ведется лишь в общественных хозяйствах (совхозах, колхозах, подсобных хозяйствах и пр.). В хозяйствах же населения такого учета продукции не существует. Поэтому при определении общего объема продукции всего сельского хозяйства продукция хозяйств населения, учитываемая в натуре (по бюджетным обследованиям и пр.), оценивается в ценах реализации текущего периода в централизованном порядке. Таким образом, вся продукция сельского хозяйства в денежном выражении определяется расчетным путем.

В денежном выражении в сельском хозяйстве исчисляется валовая продукция, товарная продукция и чистая продукция.

*Валовая продукция* всего сельского хозяйства определяется как сумма валовой продукции растениеводства и валовой продукции животноводства, т. е. рассчитывается по методу валового оборота.

*Валовая продукция растениеводства* включает в себя стоимость валовых сборов сельскохозяйственных культур, произведенных за год (зерновых, технических, кормовых, овощей и пр.), стоимость выращивания молодых многолетних насаждений и разность остатков незавершенного производства на конец и начало года. (Величина незавершенного производства в земледелии определяется стоимостью затрат под урожай будущих лет.)

*Валовая продукция животноводства* — это стоимость продуктов, получение которых не связано с убоем животных (молоко, яйца, шерсть, мед и пр.), плюс стоимость приплода, прироста и привеса животных в живом весе.

Из продукции, созданной в сельском хозяйстве, часть остается в самих сельскохозяйственных предприятиях и личных подсобных хозяйствах для производственных целей и для личного потребления, а часть поступает в народнохозяйственное обращение, реализуется на сторону.

Та часть продукции, которая реализуется за пределы сельскохозяйственных предприятий, поступает в народнохозяйственное обращение, называется *товарной продукцией*.

В товарную продукцию включаются: вся продукция, сданная и проданная государству, кооперации и на рынке; возврат семенных ссуд; продукция, идущая на снабжение работников совхозов; продукты, выделенные для оплаты труда лиц, привлеченных для работы в колхозе со стороны; продукты, проданные членам колхозов в счет денежной оплаты труда. Товарная продукция является основной частью сельскохозяйственной продукции. Преобладающая часть товарной продукции поступает государству через государственные закупки, меньшая часть товарной продукции реализуется на рынке.

Поскольку по разным хозяйствам и разным видам продукции различная часть оседает в хозяйствах и выходит за их пределы, то при изучении валовой и товарной продукции важно определять товарность продукции как всего сельского хозяйства, так и от-

дельных культур. *Товарность продукции* сельского хозяйства характеризуется процентным отношением товарной продукции к валовой. По отдельным видам продуктов товарность может быть определена на основе сопоставления данных о реализации и производстве каждого продукта в натуре. При исчислении товарности продукции по сельскому хозяйству в целом (как и по растениеводству и животноводству в отдельности) из товарной и валовой продукции следует исключать так называемые малотоварные продукты (солому, навоз, силосные культуры и пр.). И для полной сопоставимости товарной продукции с валовой из последней необходимо вычесть ту часть продукции, которая не может быть предметом обращения: стоимость незавершенного производства в растениеводстве и выращивания многолетних насаждений.

Валовая и товарная продукция сельского хозяйства оценивается в текущих и сопоставимых ценах.

Исчисление валовой продукции в текущих ценах необходимо для включения ее в совокупный общественный продукт, для определения чистой продукции сельского хозяйства, для определения доходов, получаемых отдельными хозяйствами, и т. д.

Оценка же в сопоставимых ценах необходима для изучения динамики объема производства и реализации, для изучения динамики производительности труда и многих других показателей (уровня производства сельскохозяйственной продукции на душу населения, на 100 га сельскохозяйственных угодий и т. п.). В настоящее время в качестве сопоставимых цен приняты цены 1973 г.

При исчислении валовой продукции сельского хозяйства товарная и нетоварная ее части оцениваются отдельно.

Товарная часть продукции оценивается по фактическим ценам реализации: продажа продуктов государству колхозами, совхозами и населением по государственным закупочным ценам, продажа колхозами и населением на рынке — по ценам колхозного рынка.

Нетоварная же часть продукции (продукция, остающаяся на внутрихозяйственные нужды) в совхозах и колхозах оценивается по себестоимости, а в личных подсобных хозяйствах населения — по среднетоварным ценам.

Валовая продукция сельского хозяйства в сопоставимых ценах рассчитывается централизованно органами статистики в целом по СССР и по отдельным республикам, краям и областям.

*Чистая продукция* сельского хозяйства, как и в любой другой отрасли материального производства, представляет собой вновь созданную в течение года стоимость. И определяется как разность между валовой продукцией сельского хозяйства и стоимостью всех материальных затрат за год.

В материальные затраты в сельском хозяйстве включаются: все потребленные в производстве сырье и материалы как сельскохозяйственного, так и несельскохозяйственного происхождения (семена, корма, удобрения, горючее, яйца на выведение цыплят,

химикаты, медикаменты для скота и др.), а также амортизация основных средств.

Рассчитывается чистая продукция централизованно в целом по сельскому хозяйству.

#### § 4 ПРОДУКЦИЯ СТРОИТЕЛЬСТВА

Строительство — отрасль материального производства, основной функцией которой является создание, реконструкция, восстановление и капитальный ремонт зданий и сооружений. Следовательно, и продукцией строительства являются созданные и реконструированные за год производственные и непроизводственные здания (заводы, фабрики, склады, жилые дома, больницы, школы, клубы и т. п.), а также сооружения (дороги, мосты, шахты, каналы, доменные и мартеновские печи, линии электропередач и т. п.).

Осуществление строительства требует больших капитальных вложений. Последние формируются из фонда амортизационных отчислений и национального дохода. Однако капитальные вложения за тот или иной период не равнозначны по объему продукции строительства. Капитальные вложения — это средства, направленные на создание основных фондов.

*Капитальные вложения* включают в себя следующие элементы: затраты на производство строительных работ (включая и монтаж различных конструкций, входящих в строящиеся здания и сооружения, устройство линий связи, сигнализации, санитарно-техническое устройство и т. п.); затраты на монтаж оборудования; затраты на приобретение готового оборудования; затраты на приобретение инструмента и инвентаря, включаемого в состав основных средств; затраты на различные подготовительные работы, связанные со строительством и реконструкцией определенных объектов, затраты на приобретение рабочего скота.

*Продукцией строительства* в натуральном выражении являются объекты, созданные за счет основной части капитальных вложений в процессе строительной деятельности. Надо отметить, что к продукции строительства относят и капитальный ремонт зданий и сооружений, хотя затраты на последнее не относятся к капитальным вложениям.

Капитальное строительство в СССР осуществляется: хозяйственным способом (когда организация, для которой строится объект, сама обеспечивает весь производственный строительный процесс: набирает рабочую силу, приобретает материал и т. п.) и подрядным способом (когда строительство осуществляется специальной строительной-монтажной организацией — подрядчиком, с которой заказчик заключает договор). Подавляющая часть строительного-монтажных работ в СССР (более 80%) осуществляется подрядным способом.



Продукция строительства как результат производственной деятельности строительных организаций выражается в виде ввода в действие законченных объектов и выполненных работ.

*Законченное строительство* представляет собой совершенно готовые, вводимые в действие здания и сооружения. *Незавершенное* (незаконченное) *строительство* представляет собой законченные работы по отдельным их видам и конструктивным элементам зданий и сооружений. *Незавершенное строительство* — незаконченные виды отдельных работ и конструктивных элементов зданий и сооружений. (Под конструктивными элементами понимают укрупненные части зданий и сооружений: фундамент, стены, крыша, перекрытие и т. п.).

Учитывается продукция строительства в натуральном и денежном выражении. В натуре учитываются законченные (готовые) объекты и отдельные виды работ. При этом единицы измерения отражают величину объекта (работы) или его мощность. Например, для жилых домов определяется жилая площадь в м<sup>2</sup>, для электростанций — их мощность в тыс. (млн.) кВт.

Отдельно выполненные работы тоже могут быть измерены по-разному, например, покрытые полы и кровля — в м<sup>2</sup>, объем земляных работ или кладка кирпича — в м<sup>3</sup> и т. д.

Различные по степени готовности объекты строительства и выполненные строительные работы могут быть определены полностью лишь в стоимостном выражении (денежном). При этом в денежной оценке или в стоимостном выражении исчисляются следующие категории продукции строительства: валовая продукция, товарная продукция и чистая продукция.

*Валовая продукция строительства* характеризует объем всех выполненных работ в отчетном периоде и представляет собой сумму стоимости: введенных в действие готовых объектов (без стоимости оборудования), изменения остатков незавершенного строительства, изменения остатков незавершенного строительного производства и капитального ремонта зданий и сооружений, а также их текущего ремонта, выполненного подрядным способом.

По элементам затрат в валовую продукцию строительства входят стоимость выполненных строительного-монтажных геологоразведочных, буровых и проектно-изыскательских работ, относящихся к данным объектам, стоимость изменения остатков незавершенного строительного производства, а также стоимость капитального ремонта зданий и сооружений и их текущего ремонта, выполненного подрядным способом. Значительная часть валовой продукции строительства (более 90%) приходится на долю строительного-монтажных работ, которые, в свою очередь, характеризуют стоимость законченного строительства (готовых объектов) и прироста остатков незавершенного строительства.

В соответствии с постановлением ЦК КПСС и Совета Министров СССР (1979) «Об улучшении планирования и усилении воздействия хозяйственного механизма на повышение эффективности

производства и качества работы» для оценки деятельности строительно-монтажных организаций введен показатель товарной строительной продукции.

*Товарная продукция строительства* представляет собой стоимость строительно-монтажных работ по предприятиям, объектам и пусковым комплексам, подготовленным к выпуску продукции (или иному использованию по назначению) и сданным заказчику. Этот показатель ориентирует строительные организации прежде всего на ввод в действие производственных мощностей и объектов.

*Чистая продукция строительства* характеризует вновь созданную стоимость. Определяется чистая продукция строительства путем вычитания из валовой продукции строительства стоимости материальных затрат. Начиная с одиннадцатой пятилетки для отдельных строительно-монтажных организаций предусматривается расчет нормативной чистой продукции. Этот показатель будет служить основой для определения уровня производительности труда в строительстве.

Оценивается продукция строительства в сметных ценах и по фактической стоимости.

Сметные цены необходимы для соблюдения контроля за ходом выполнения плана ввода в действие основных фондов, для сопоставления физического объема строительства в разные периоды. Сметные цены в строительстве можно сравнить в какой-то степени с сопоставимыми ценами в промышленности.

Оценка же по фактической стоимости помогает определять действительные размеры затрат на вводимые в действие основные фонды, выявлять отклонение от сметной стоимости по разным причинам.

Продукция строительства учитывается в разрезе форм собственности (государственное, кооперативное, колхозное и индивидуальное строительство), в территориальном разрезе (по отдельным административным районам), по экономическому назначению (строительство производственного и непроизводственного назначения).

## § 5 ПРОДУКЦИЯ ПРОЧИХ ОТРАСЛЕЙ МАТЕРИАЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА

**Продукция транспорта.** Определяя продукцию транспорта как часть совокупного общественного продукта, следует иметь в виду, что речь идет о продукции грузового транспорта. Выполняя функцию перемещения грузов от производителя к потребителю, грузовой транспорт, не создавая новых продуктов, увеличивает стоимость перевозимых грузов. Поэтому продукция его определяется прежде всего количеством (весом) перевезенных грузов на определенное расстояние, т. е. грузооборотом в тонно-километрах.

При этом наряду с показателем общего объема перевозок на транспорте учитывается *отправление* грузов в тоннах и *прибытие* грузов в тоннах в адрес получателей.

Эти натуральные показатели необходимы для характеристики объема работы отдельных станций, портов и других транспортных единиц, а также совокупности таких предприятий в пределах той или иной территории.

Из стоимостных показателей продукции на транспорте исчисляется валовая и чистая продукция.

*Валовая продукция транспорта* представляет собой сумму стоимости перевозок грузов. Она определяется как выручка за перевозку грузов и за погрузочно-разгрузочные работы.

*Чистая продукция транспорта*, т. е. вновь созданная транспортом стоимость, равна валовой продукции за вычетом стоимости материальных затрат на транспорте (стоимости топлива, смазочных материалов, износа основных средств и т. п.).

**Продукция связи.** Продукцией связи являются услуги, связанные с передачей писем, телеграмм и других сообщений. В натуральном выражении продукция связи определяется количеством писем, телеграмм, посылок, междугородных и других телефонных разговоров и т. п.

В стоимостном выражении продукция связи как отрасли материального производства определяется валовой продукцией.

*Валовая продукция связи* измеряется выручкой органов связи за услуги, оказанные предприятиям отраслей материального производства, т. е. это выручка за услуги производству.

**Продукция торговли.** *Валовая продукция торговли* (как и заготовительных организаций) определяется на основе разности между продажной и покупной ценой товаров. Эту разность именуют еще реализованным торговым наложением, или реализованной товарной наценкой.

При этом следует иметь в виду, что при определении покупной цены товаров промышленности или сельского хозяйства учитывается оплата работ грузового транспорта и связи. Поэтому для определения валовой продукции торговли из величины наценки (разности между продажной ценой и ценой приобретения) вычитаются расходы, связанные с оплатой наемного транспорта и связи, так как эта величина стоимости учитывается в валовой продукции транспорта и связи.

## § 6

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА СОВОКУПНОГО (ВАЛОВОГО) ОБЩЕСТВЕННОГО ПРОДУКТА

Совокупный (валовой) общественный продукт, характеризующий результат годового производства во всех отраслях материального производства, определяется как сумма

валовой продукции всех отраслей материального производства. Приводимая ниже таблица дает представление о распределении валового общественного продукта по отдельным отраслям (табл. 98).

Таблица 98

**Валовой общественный продукт по отраслям народного хозяйства**  
(в ценах соответствующих лет; млрд. руб.)\*

	1960 г.	1978 г.
Валовой общественный продукт	304	992,1
В том числе в отраслях:		
Промышленность	189	633,1
Сельское хозяйство	49	147,0
Строительство	32	99,2
Транспорт и связь	13	43,7
Торговля, заготовки, материально-техническое снабжение и др.	21	69,1

\* Народное хозяйство СССР в 1978 г. М., 1979, с. 41.

Упомянутый выше способ определения объема валового общественного продукта как суммы валовой продукции всех отраслей материального производства является основным в практике планирования и статистики СССР и именуется *заводским методом*, поскольку в каждой отрасли материального производства валовая продукция рассчитывается по заводскому методу, т. е. без внутривзаводского оборота. Исключение составляет сельское хозяйство, где валовая продукция определяется по принципу валового оборота, т. е. как сумма всех произведенных за год продуктов земледелия и животноводства, включая и потребленные внутри хозяйств.

Рассчитанный по заводскому методу совокупный (валовой) общественный продукт, естественно, не освобожден от повторного счета, а, наоборот, включает в себя продукцию одних предприятий, переработанную другими предприятиями. Это, с одной стороны, может оцениваться как отрицательный момент рассматриваемого показателя. Но для определенных целей такой расчет валового общественного продукта является обоснованным и необходимым. Например, благодаря повторному счету отражаются реальные производственные связи между отдельными предприятиями и между отраслями.

Валовая продукция народного хозяйства, рассчитанная по заводскому методу, является в действующей практике основным показателем объема совокупного общественного продукта, но не единственно возможным. Кроме заводского метода при определении совокупного общественного продукта возможно применение

и других методов, по-иному решающих проблему повторного счета. В частности, валовой общественный продукт можно исчислить по *отраслевому и народнохозяйственному методу*, т. е. с устранением не только внутриводовского оборота, но и оборота между предприятиями одной отрасли и разных отраслей. Валовой общественный продукт, рассчитанный по народнохозяйственному методу, должен отразить конечный результат годового производства. Валовой общественный продукт, рассчитанный по народнохозяйственному методу, в отличие от валового общественного продукта, рассчитанного по заводскому методу, не зависит от организационной структуры производства.

Объем валовой продукции народного хозяйства по народнохозяйственному методу можно определить как разность между валовой продукцией народного хозяйства по заводскому методу и стоимостью средств производства, выработанных и потребленных в данном году в народном хозяйстве. Однако несмотря на кажущуюся простоту, этот метод расчета практически не применим из-за отсутствия полных сведений о выработанной продукции и потребленной в том же году в народном хозяйстве.

Проще определить валовой общественный продукт по народнохозяйственному методу, исходя из его материально-вещественного состава, а именно как стоимость произведенных в течение года а) предметов потребления, б) основных производственных фондов (а также машин и оборудования, не вошедших еще в основные фонды); в) стоимость остатков сырья, материалов, топлива, полуфабрикатов и незавершенного производства на конец года.

Или же валовой общественный продукт по народнохозяйственному методу можно определить как сумму национального дохода (чистая продукция всех отраслей материального производства) плюс амортизация основных производственных фондов и стоимость запасов сырья, материалов, топлива, полуфабрикатов и остатков незавершенного производства на начало периода (года).

Таким образом, для характеристики объема совокупного общественного продукта можно использовать два показателя: 1) валовую продукцию народного хозяйства по заводскому методу и 2) валовую продукцию народного хозяйства по народнохозяйственному методу.

Первый показатель именуют валовым общественным продуктом, второй показатель — конечным общественным продуктом.

(Следует отметить, что в экономической литературе встречается и несколько иная, более узкая трактовка понятия конечного общественного продукта, а именно как национальный доход плюс амортизация основных производственных фондов за год.)

Несомненно, что оба показателя — и валовой общественный продукт и конечный общественный продукт — необходимы в статистике. Как уже указывалось, валовой общественный продукт по заводскому методу является основным показателем совокупного общественного продукта в нашей статистике.

Объем совокупного общественного продукта определяется органами статистики по отдельным союзным республикам и по СССР в целом. При этом расчеты по союзным республикам проводятся вначале по оптовым ценам предприятий, т. е. без налога с оборота. Сумму налога с оборота, которая должна быть включена в совокупный общественный продукт республик, ЦСУ СССР определяет централизованно и доводит до сведения ЦСУ союзных республик, после чего последние и корректируют свои первоначальные итоги.

Для характеристики динамики физического объема валового общественного продукта последний оценивается в сопоставимых (неизменных) ценах.

## *Глава XVI*

---

### ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ СТАТИСТИКИ ТРУДА

Труд является основным фактором производства. Отсюда вытекает важность статистического изучения трудовых ресурсов и фактически занятых в народном хозяйстве и их использования в разных отраслях народного хозяйства при исследовании результатов деятельности отдельных предприятий или совокупности предприятий. Статистика труда, как один из важнейших разделов экономической статистики, охватывает большой круг вопросов. В ее задачи входит: изучение численности, состава, распределения, использования трудовых ресурсов и их динамики; изучение численности состава и использования работающих в народном хозяйстве; изучение производительности труда (уровня, динамики и факторов, ее определяющих); изучение оплаты труда (форм, состава, уровня и динамики); составление балансов трудовых ресурсов.

Постановлением ЦК КПСС и Совета Министров СССР (1979) в числе показателей, утверждаемых промышленным министерством, объединениям и предприятиям в пятилетних планах (с распределением по годам), предусматривается ряд показателей по труду: рост производительности труда; норматив заработной платы на рубль продукции; лимит численности рабочих и служащих и задание по сокращению применения ручного труда. И в задачи статистики входит наблюдение за выполнением всех упомянутых выше показателей по труду. Ниже будут рассмотрены показатели статистики численности, состава работников, использования рабочего времени, производительности труда и оплаты труда в основном для предприятий производственной сферы.

## § 1 ИЗУЧЕНИЕ ЧИСЛЕННОСТИ И СОСТАВА РАБОТАЮЩИХ

**Показатели численности работников.** Основную массу трудовых ресурсов, занятых в народном хозяйстве, составляют лица, работающие в государственных предприятиях и учреждениях, а также работающие по найму в кооперативных предприятиях и учреждениях. (В статистических публикациях эта группа лиц объединяется одним названием — рабочие и служащие в народном хозяйстве.)

Численность работников предприятий (и учреждений) определяется на определенную дату и как средняя численность за определенный период времени. При определении численности в статистике учитывается так называемый *списочный состав* работников. В списочный состав работников предприятия включаются лица, принятые на постоянную, сезонную или временную работу (на один день и больше), если последняя связана с производственной деятельностью предприятия. Не включаются в списочный состав работников предприятия: а) лица, привлеченные для выполнения случайных, разовых работ (вставка стекол, натирка полов и пр.), оплачиваемых за счет фонда заработной платы несписочного состава; б) учащиеся профтехучилищ; в) работники, направленные на учебу с отрывом от производства (получающие стипендию за счет предприятий), и некоторые другие.

Списочный состав (численность) работников на каждом предприятии определяется ежедневно. При этом за каждый календарный день по данным табельного учета в списочном составе определяется число явившихся и не явившихся на работу.

Поскольку списочная численность в отдельные дни различна (в результате приема и увольнения работников), то для характеристики того числа работников, которым располагало предприятие за весь период, рассчитывается средняя списочная численность за тот или иной период (прежде всего за месяц).

*Среднесписочная численность* работников исчисляется путем деления суммы численности списочного состава за все дни изучаемого периода (например, месяца) на календарное число дней в данном периоде (месяце). При этом списочное число работников за выходные и праздничные дни принимается равным списочной численности персонала предыдущего дня.

Так как списочная численность работников за каждый день складывается из числа явившихся и не явившихся на работу, то среднесписочная численность работников может быть определена также путем деления суммы явок и неявок за все дни периода на календарное число дней в периоде.

На предприятиях, работавших неполный месяц, среднесписочная численность работающих определяется по тому же методу.

что и для предприятий, работавших полный месяц, т. е. путем деления суммы списочного состава работников за все дни работы предприятия в отчетном периоде (включая и выходные, и праздничные) на число календарных дней в рабочем месяце.

Среднесписочная численность работников за квартал (полугодие) определяется как средняя арифметическая из показателей среднесписочной численности за каждый месяц.

Наряду со средней списочной численностью можно определить и *среднюю явочную* численность работников (путем деления суммы человеко-дней явок в отчетном периоде на число дней работы предприятия в данном периоде).

**Показатели состава работников.** Общая численность занятых в народном хозяйстве изучается статистикой прежде всего в разрезе отдельных отраслей народного хозяйства, а затем на предприятиях отдельных отраслей статистический учет работников ведется по отдельным группам и категориям.

Так, статистическое изучение работников предприятий производственной сферы предусматривает их деление на две крупные группы по их отношению к производственной деятельности: а) *персонал, занятый основной производственной деятельностью* предприятий, и б) *персонал, не связанный с основной производственной деятельностью* предприятий.

К первой группе относят промышленно-производственный персонал в промышленности; лиц, занятых на строительных и монтажных работах в строительстве; всех работников, занятых сельскохозяйственным трудом в сельском хозяйстве, и т. п.

Ко второй группе относятся работники жилищно-коммунального хозяйства, детских садов и яслей, медицинских, культурно-бытовых и других учреждений, оплачиваемые за счет предприятия определенной отрасли материального производства.

С точки зрения определения результатов производственной деятельности тех или иных предприятий для статистики наибольший интерес представляет изучение персонала, занятого основной производственной деятельностью.

В соответствии с ролью отдельных работников в производственном процессе при учете численности персонала, занятого основной деятельностью, выделяют следующие категории: *рабочие* — лица, занятые прямо или косвенно в производственном процессе; *ученики* — лица, обучающиеся различным производственным операциям и готовящиеся стать рабочими, но получающими пока заработную плату по ученической сетке; *инженерно-технические работники (ИТР)* — лица, осуществляющие техническое руководство производством (отнесение отдельных работников к категории ИТР определяется занимаемой работником должностью, а не наличием диплома и уровнем образования); *служащие* — лица, занимающие административно-хозяйственные должности и занимающиеся канцелярским трудом; *младший обслуживающий персонал (МОП)* — курьеры, истопники, уборщи-



цы производственных помещений и т. п.; *охрана* (вахтеры, сторожа, пожарники).

В отдельных отраслях эта классификация дополняется выделением характерных для данной отрасли профессий.

Во всех отраслях категория рабочих как наиболее важная, многочисленная и разнообразная изучается статистикой особенно детально.

Во многих отраслях народного хозяйства в зависимости от сроков работы рабочие подразделяются на постоянных, временных (принятых на срок не свыше 2 месяцев или не более 4 месяцев, при замещении штатных работников по разным причинам) и сезонных.

Для расчетов, связанных с определением производительности труда, большое значение имеет деление рабочих на основных, т. е. непосредственно занятых производственными операциями, и вспомогательных, т. е. занятых обеспечением работы основных рабочих.

Большое значение имеет отражение в статистической отчетности производственных объединений (предприятий) численности рабочих и учеников на основных и вспомогательных работах, занятых ручным трудом и на работах с тяжелыми условиями труда.

Изучение состава рабочих ведется по полу, профессиям, стажу работы, формам и системам оплаты труда, размеру заработной платы, образованию, уровню квалификации и т. п.

Квалификация рабочих определяется разрядами тарифной сетки. Для определения среднего квалификационного уровня рабочих рассчитывается средний тарифный разряд как средняя арифметическая из тарифных разрядов, взвешенных по числу рабочих каждого разряда.

## § 2 ПОКАЗАТЕЛИ ДВИЖЕНИЯ РАБОТНИКОВ

Численность и состав персонала производственных предприятий не остаются неизменными. Они меняются за счет приема, увольнения и перехода из одной категории персонала в другую. Это движение изучается статистически и находит отражение в статистической отчетности. Наиболее детально изучается движение производственных рабочих.

Численность принятых учитывается в следующем разрезе: а) принятые по организованному набору; б) окончившие профессионально-технические училища; в) переведенные из других предприятий,строек, организаций; г) принятые самим предприятием. Кроме того, показывается число лиц, переведенных в рабочие из других категорий персонала как производственных, так и непроизводственных подразделений предприятия.

Численность выбывших также учитывается по причинам выбытия. При этом выделяются следующие группы уволенных: а)

переведено на другие предприятия, стройки, организации; б) в связи с окончанием срока договора или выполнением работ; в) в связи с переходом на учебу, призывом в Советскую Армию, уходом на пенсию и по другим причинам, предусмотренным законом; г) по собственному желанию; д) уволено за прогул и другие нарушения трудовой дисциплины.

Кроме того, показывается число рабочих, переведенных в другие категории персонала основной деятельности и непроектных организаций своего предприятия.

Число принятых и уволенных иногда называют *оборотом* рабочих, соответственно *по приему* и *по увольнению*.

Как показывалось выше, увольнение может происходить по разным причинам. Некоторые причины увольнения с точки зрения производства считаются уважительными, если они вызываются производственными, государственными или другими соображениями (сокращение производства, призыв в армию, уход на пенсию и др.). Увольнение по этим причинам считается необходимым оборотом по увольнению. Увольнение же по причинам, неуважительным с точки зрения производства (за прогулы и другие нарушения трудовой дисциплины, по собственному желанию), называют *излишним оборотом по увольнению*. Излишний оборот по увольнению принято именовать в статистике *текучестью* рабочих.

Текучесть рабочих весьма отрицательное и нежелательное явление, так как замена одних рабочих другими, часто не имеющими достаточных трудовых навыков, необходимых для работы на данном предприятии, приводит к ухудшению результатов работы на тех или иных участках, к снижению производительности труда.

Для изучения причин текучести в статистике проводят специальные обследования и разработана специальная статистическая отчетность.

Абсолютный размер оборота по приему, увольнению и текучести не дает полного представления о размерах движения рабочих на разных предприятиях. Например, на двух предприятиях оборот по увольнению одинаков — 100 человек, но на одном предприятии среднесписочная численность рабочих 500 человек, а на втором — 1000. Ясно, что интенсивность оборота по увольнению на первом предприятии выше.

Для оценки и анализа данных о приеме и выбытии рабочих в статистике исчисляют коэффициенты оборота, текучести и постоянства рабочих.

*Коэффициент оборота* рабочих исчисляется следующим образом: *по принятым* рабочим — как отношение общего числа принятых за отчетный период к среднесписочному числу рабочих за этот же период; *по выбывшим* рабочим — как отношение общего числа выбывших рабочих в течение отчетного периода к среднесписочной численности рабочих за этот же период.

*Коэффициент текучести* рабочих рассчитывается как отношение числа рабочих, уволенных за прогулы и другие нарушения трудо-

вой дисциплины, а также по собственному желанию, к среднесписочной численности рабочих.

*Коэффициент постоянства* представляет собой отношение численности рабочих, состоявших в списочном составе предприятия весь отчетный год, к среднесписочной численности рабочих за год.

В статистической отчетности находит отражение и движение инженерно-технических работников. По этой категории промышленно-производственного персонала показывается число: а) принятых в течение года, б) переведенных в ИТР из других категорий персонала, в) выбывших в течение года, г) переведенных из ИТР в другие категории персонала. Кроме того, в статистической отчетности содержатся сведения о числе ИТР, состоявших в списочном составе предприятия весь отчетный год (с 1 января по 31 декабря включительно), что дает возможность и по ИТР определять коэффициент постоянства.

### § 3 ПОКАЗАТЕЛИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВРЕМЕНИ РАБОЧИХ

Изучение фонда времени и его использования неразрывно связано с анализом результатов производственной деятельности предприятий. Календарный фонд времени при всех самых благоприятных условиях не может быть полностью отработан, так как существуют праздничные дни, выходные и пр.

При определенной численности работников и заданном режиме работы можно рассчитать максимально возможное время, которое может располагать то или иное предприятие при выпуске продукции. Однако и это максимальное (потенциальное) время не полностью отрабатывается, так как в действительности имеют место невыходы на работу по болезни и другим причинам. Поэтому важно в каждом конкретном случае проанализировать использование рабочего времени.

Показатели использования времени разработаны в статистике лишь для категории производственных рабочих.

Отработанное и неотработанное рабочими время учитывается в человеко-днях и человеко-часах.

*Отработанный человеко-день* — это день, в который рабочий явился на работу и приступил к ней, независимо от продолжительности работы в этот день. *Отработанный человеко-час* — это час фактической работы одного рабочего. Очевидно, что человеко-часы являются более точным измерителем отработанного времени.

В статистической отчетности дается характеристика использования календарного времени рабочими в следующем разрезе:

- 1) число отработанных рабочими человеко-дней;
- 2) число человеко-дней целодневных простоев;

3) число человеко-дней неявок на работу — всего в том числе: очередные отпуска, отпуска по учебе, отпуска по беременности и родам, болезни, прочие неявки, разрешенные законом, с разрешения администрации, прогулы, отвлеченные на сельскохозяйственные работы;

4) человеко-дни праздничные и выходные;

5) всего человеко-дней явок и неявок на работу (сумма с. 1, 2, 3, 4).

Полученный в пятой строке итог представляет собой *календарный фонд* времени в человеко-днях. Вычитая из этого фонда неявки, приходящиеся на праздничные и выходные дни, а также очередные отпуска, получаем так называемый *максимально возможный фонд* рабочего времени, т. е. то количество человеко-дней, которое могло бы быть отработано при полном отсутствии потерь (неявок и простоев).

Сопоставляя число отработанных человеко-дней с максимально возможным фондом, получаем *коэффициент использования максимально возможного фонда рабочего времени*. Это один из показателей использования рабочего времени, наиболее общий.

Этот показатель может рассчитываться как по суммарным данным, так и по данным в расчете на одного рабочего.

Наряду с учетом отработанного и неотработанного времени в человеко-днях статистическая отчетность производственных предприятий содержит и показатели: а) отработано рабочими человеко-часов (всего и в том числе сверхурочно) и б) число человеко-часов внутрисменного простоя.

Путем деления отработанных человеко-часов на отработанные человеко-дни определяется *средняя фактическая продолжительность рабочего дня* в часах. Эта общая схема расчета средней фактической продолжительности рабочего дня применима для условий шестидневной рабочей недели.

При условии пятидневной рабочей недели (т. е. с двумя выходными), при одновременном сохранении общей продолжительности недельного рабочего времени, приходится вносить следующую поправку в расчет. Поскольку часы второго выходного дня распределены между оставшимися пятью рабочими днями, т. е. они находят отражение в числителе дроби, то эти дополнительные выходные дни должны учитываться и в знаменателе дроби. Кроме того, в статистической практике в числитель расчета средней фактической продолжительности рабочего дня включают и внутрисменные простои. Другими словами, в условиях пятидневной рабочей недели средняя фактическая продолжительность рабочего дня рассчитывается следующим образом:

$$\begin{array}{l} \text{Средняя фактическая} \\ \text{продолжительность рабо-} \\ \text{чего дня} \end{array} = \frac{\text{Число отработанных рабочими человеко-часов} + \text{человеко-часы внутрисменного простоя рабочих}}{\text{отработанные человеко-дни} + \text{человеко-дни, приходящиеся на дополнительные выходные, представленные при пятидневной рабочей неделе}}$$

Таким образом, полученный показатель средней продолжительности рабочего дня, поскольку он включает и часы внутрисменных простоев, отражает фактическую продолжительность пребывания рабочего на работе (а не фактическое, чистое, число отработанных человеко-часов в каждом отработанном человеко-дне).

Сопоставляя среднюю фактическую продолжительность с установленной (предусмотренной законодательством), получаем коэффициент использования рабочего дня.

Если для отдельных групп рабочих законодательством предусмотрена различная продолжительность рабочего дня, то рассчитывается средняя установленная продолжительность рабочего дня как средняя арифметическая взвешенная, где весами служит численность рабочих с разной продолжительностью рабочего дня.

#### § 4

### ПОКАЗАТЕЛИ СТАТИСТИКИ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ТРУДА

Еще в 1918 г. в статье «Очередные задачи Советской власти» В. И. Ленин писал: «Во всякой социалистической революции, после того как решена задача завоевания власти пролетариатом и по мере того как решается в главном и основном задача: экспроприировать экспроприаторов и подавить их сопротивление, выдвигается необходимо на первый план коренная задача создания высшего, чем капитализм, общественного уклада, именно: повышение производительности труда, а в связи с этим (и для этого) его высшая организация»<sup>1</sup>.

Самое важное, самое главное для построения коммунизма в нашей стране — это достижение высокой производительности труда. Непрерывный рост производительности труда является законом социалистического общества.

Громадное значение роста производительности труда для социалистического общества ставит перед статистикой серьезные задачи в области изучения уровня производительности труда, его динамики и факторов, определяющих рост производительности труда.

**Определение уровня производительности труда.** Уровень производительности труда измеряется количеством продукции, создаваемой в единицу времени, либо затратами времени на единицу продукции.

Следовательно, рост производительности труда в конечном счете означает сокращение затрат рабочего времени на производство того или иного продукта.

Если выработанную продукцию обозначить через  $q$ , а время, затраченное на ее производство, через  $T$ , то для расчета уровня

<sup>1</sup> Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 36, с. 187.

производительности труда получим следующие формулы:

$$\omega = \frac{q}{T} \text{ или } t = \frac{T}{q},$$

где  $\omega$  — выработка продукции в единицу времени,  
 $t$  — затраты времени на единицу продукции.

Первый показатель иногда называют прямым показателем, (чем больше величина этого показателя, тем выше производительность труда). Второй показатель — обратным (чем меньше величина этого показателя, тем выше производительность труда).

Для расчета показателей производительности труда как продукция, так и время, затраченное на ее производство, могут быть измерены в различных единицах. Продукция может измеряться в натуральных, условно-натуральных, стоимостных и трудовых единицах, время — в отработанных человеко-часах, человеко-днях или человеко-месяцах, человеко-годах. В условиях выпуска однородной продукции естественно измерять выработку в натуральных величинах. В условиях выпуска разнородной продукции могут быть использованы только обобщающие показатели продукции в стоимостном, трудовом и в некоторых случаях в условно-натуральном выражении.

При этом, естественно, показатели уровня производительности труда в различных отраслях материального производства имеют некоторые особенности.

Так, в промышленности уровень производительности труда измеряется и в натуральном выражении (например, в угольной промышленности — добыча угля на одного рабочего), и в условно-натуральном выражении (например, в доменном производстве — производство чугуна в пересчете на перелыйный на одного рабочего), и в трудовом выражении (как объем продукции в нормо-часах, приходящийся на одного работавшего, или отработанный человеко-день, человеко-час), и, наконец, в денежном выражении продукции. Последний показатель является основным и представляет собой практически выработку продукции в сопоставимых ценах на одного работающего.

В большинстве отраслей промышленности долгое время (до конца десятой пятилетки) уровень производительности труда определялся на основе валовой продукции в сопоставимых ценах, т. е. путем деления валовой продукции в сопоставимых ценах (на 1/1 1975 г.) на среднесписочное число работников промышленно-производственного персонала. Для предприятий, у которых цикл производства составлял менее двух месяцев и где нет существенных различий между валовой и товарной продукцией, в основу расчета уровня производительности труда принималась товарная продукция. По предприятиям швейной отрасли промышленности и ряда других отраслей легкой и пищевой промышленности производительность труда (как выработка на одного работника промышленно-производственного персонала) определялась по нормативной стоимости обработки (НСО).

Начиная с одиннадцатой пятилетки в соответствии с постановлением ЦК КПСС и Совета Министров СССР «Об улучшении планирования и усилении воздействия хозяйственного механизма на повышение эффективности

производства и качества работы» (1979) исчисление производительности труда для большинства отраслей промышленности предусматривается на основе показателя нормативной чистой продукции, как независимой от стоимости переработанного сырья, материалов и комплектующих изделий.

В *строительстве* показатели производительности труда также исчисляются в натуральных и стоимостных показателях. Первые, т. е. натуральные, показатели применяются при характеристике уровня производительности труда на отдельных видах строительных работ. Например, объем земляных (выемка грунта в кубических метрах), штукатурных, кровельных и других работ (в тех или иных единицах) в расчете на одного работающего или на один отработанный человеко-день, человеко-час.

Показатель в денежном выражении используется для характеристики уровня производительности труда в целом по объему строительно-монтажных работ.

Долгое время основным показателем уровня производительности труда в строительстве являлась выработка одного работающего в сметных ценах. Исчислялся этот показатель путем деления объема строительно-монтажных работ (в сопоставимых сметных ценах) на среднесписочную численность работающих.

Начиная с одиннадцатой пятилетки в строительстве, как и в промышленности, предусматривается исчисление производительности труда на основе нормативной чистой продукции.

На железнодорожном, морском и речном *транспорте* основным показателем производительности труда является выработка на одного работника, занятого на перевозках (в тонно-километрах перевозок). Исчисляется этот показатель путем деления грузооборота в тонно-километрах на среднесписочную численность работников, занятых на перевозках.

К работникам, занятым на перевозках, относятся: на железнодорожном транспорте — все линейные и управленческие работники дороги, обеспечивающие движение поездов, текущий ремонт, содержание и охрану имущества и устройств дороги; на морском транспорте — плавающий состав (и резерв) транспортного флота; на речном транспорте — плавающий состав транспортного и служебно-вспомогательного флота, а также береговой состав портов и пристаней (кроме занятых в подсобно-вспомогательных хозяйствах).

В *торговле* производительность труда характеризуется величиной товарооборота на одного работника в единицу времени.

В *сельском хозяйстве*, как и в других отраслях материального производства, производительность труда может быть исчислена в виде натуральных и стоимостных показателей.

Однако при этом имеется ряд особенностей в исчислении этих показателей, обусловленных своеобразием сельскохозяйственного производства, в частности сезонным характером производства и неравномерным производством продукции в течение года и существенным влиянием природных факторов на результат деятельно-

сти. Исходя из этих соображений и особенностей сельскохозяйственного производства в отдельные периоды и для разных работ, в статистике сельского хозяйства рассчитываются прежде всего так называемые косвенные, или вспомогательные, показатели производительности труда, которые характеризуют не конечный результат, а объем отдельных видов работ, выполненных в единицу времени (или на одного работника), или затраты времени на единицу работы (например, количество вспаханной или убранной площади либо затраты времени на 1 га пахоты, на 1 га убранной площади). Эти показатели являются натуральными.

Однако от косвенных показателей по отдельным видам работ можно перейти и к полным натуральным показателям производительности труда по отдельным видам продукции. Так, например, по данным о затратах труда на 1 га посева какой-либо культуры, определяемых в отдельные периоды работы (пахоты, сева, уборки), можно получить сумму затрат труда на 1 га посева данной культуры. Затем, когда уже определены валовой сбор данной культуры и ее средняя урожайность, получаем натуральный показатель уровня затрат труда на 1 ц продукции данного вида. Такие показатели исчисляются по важнейшим продуктам в растениеводстве, а также в животноводстве по молоку, шерсти и привесу крупного рогатого скота и свиней.

Полную характеристику производительности труда в сельском хозяйстве можно дать только при помощи стоимостного показателя. Основным обобщающим показателем производительности труда в сельском хозяйстве является валовая продукция в сопоставимых ценах в расчете на одного среднегодового работника.

Производительность *общественного труда* (по народному хозяйству в целом) определяется на основе национального дохода (в сопоставимых ценах), т. е. путем деления величины произведенного за год национального дохода (в сопоставимых ценах) на среднегодовую численность занятых в сфере материального производства.

**Показатели часовой, дневной и месячной производительности труда и их взаимосвязь.** Показатели уровня производительности труда (в натуральном и стоимостном выражении) могут рассчитываться на один отработанный человеко-час, человеко-день, человеко-месяц (т. е. на одного работника в месяц), на человеко-год (т. е. на одного работника в год).

В зависимости от того, на какую единицу отработанного времени рассчитаны показатели производительности труда, различают: часовую, дневную, месячную (а также квартальную, годовую) производительность труда. Рассчитанные на разные единицы времени, эти показатели имеют и разный характер, экономический смысл.

Показатель *часовой* производительности труда, рассчитываемый путем деления общего объема продукции, выработанной за



отчетный период, на общее число отработанных в данном периоде человеко-часов, характеризует производительность труда за час чистого времени работы. Показатель *дневной* производительности труда, рассчитываемый путем деления объема продукции на отработанные человеко-дни, будет отражать и степень использования рабочего дня. Показатель, исчисленный на один человеко-месяц или на одного списочного работника, что одно и то же, характеризует *месячную* производительность труда (среднемесячную выработку) одного работника с учетом степени использования рабочего времени в течение месяца. Наконец, показатель годовой производительности труда (выработка одного работника за год) будет отражать взаимодействие всех факторов: и уровня часовой производительности труда, и фактической продолжительности рабочего дня, месяца, года.

Указанные показатели взаимосвязаны. Так, средняя дневная производительность труда равна средней часовой, умноженной на среднюю фактическую продолжительность рабочего дня.

В свою очередь, средняя месячная производительность труда равна средней дневной производительности труда, умноженной на среднюю фактическую продолжительность рабочего месяца (или равна часовой производительности труда, умноженной на среднюю фактическую продолжительность рабочего дня и на среднюю фактическую продолжительность рабочего месяца).

Взаимосвязь между приведенными показателями позволяет рассчитывать одни показатели на основе других и, кроме того, выявлять влияние степени использования рабочего времени на разные показатели производительности труда.

**Индексы производительности труда.** Статистика изучает не только уровни производительности труда, но и динамику производительности труда. Последнее решается с помощью построения индексов.

При этом по отдельным видам продукции (или работ) расчет индивидуальных индексов не представляет трудностей в методологическом отношении. Индивидуальные индексы могут строиться как по прямым, так и по обратным показателям производительности труда.

Так, для прямых показателей индивидуальный индекс можно записать как

$$i = \omega_1 : \omega_0 = \frac{q_1}{T_1} : \frac{q_0}{T_0}$$

(символы те же, что и в предыдущих формулах).

Поскольку выработка ( $\omega$ ) и затраты рабочего времени на единицу продукции ( $t$ ) связаны между собой как обратные числа, то индивидуальный индекс производительности труда можно записать и как:

$$i = t_0 : t_1 = \frac{T_0}{q_0} : \frac{T_1}{q_1}$$

Наряду с индивидуальными индексами в статистической практике приходится исчислять индексы производительности труда по совокупности предприятий, вырабатывающих как однородную, так и неоднородную продукцию. Такие индексы являются общими.

При этом схема расчета общих индексов остается такой же, как и для индивидуальных индексов, с той только разницей, что при расчете общих индексов сопоставляются средние уровни производительности труда, рассчитанные для рассматриваемых совокупностей.

Если обозначить общие индексы производительности труда через  $I$ , то формула для них будет следующей:

$$I_{\text{пр.тр}} = \bar{w}_1 : \bar{w}_0 \quad (\text{или} \quad I_{\text{пр.тр}} = \bar{t}_0 : \bar{t}_1).$$

Эта формула может конкретизироваться в зависимости от условий, где она применяется. Так, для совокупности предприятий, вырабатывающих однородную продукцию, средняя выработка ( $\bar{w}$ ) может быть определена в натуральном выражении; тогда приведенную выше формулу можно переписать в более развернутом виде:

$$I_{\text{пр.тр}} = \bar{w}_1 : \bar{w}_0 = \frac{\Sigma q_1}{\Sigma T_1} : \frac{\Sigma q_0}{\Sigma T_0}.$$

Для предприятий же, где в силу выпуска различных изделий не допускается суммирование продукции в натуре, общий индекс производительности труда можно записать в виде:

$$I_{\text{пр.тр}} = \frac{\Sigma q_1 K}{\Sigma T_1} : \frac{\Sigma q_0 K}{\Sigma T_0},$$

где  $K$  — коэффициент для соизмерения продукции (коэффициент перевода в условно-натуральные единицы, цена единицы продукции, трудовые затраты по нормам на единицу продукции).

В зависимости от того, в каких единицах выражена продукция, а следовательно, и средняя выработка, сопоставляемая за два периода, индексы принято называть соответственно:

натуральный индекс производительности труда:

$$I = \frac{\Sigma q_1}{\Sigma T_1} : \frac{\Sigma q_0}{\Sigma T_0};$$

стоимостный индекс производительности труда:

$$I = \frac{\Sigma q_1 p}{\Sigma T_1} : \frac{\Sigma q_0 p}{\Sigma T_0};$$

трудовой индекс производительности труда:

$$I = \frac{\Sigma q_1 t_n}{\Sigma T_1} : \frac{\Sigma q_0 t_n}{\Sigma T_0}.$$

Стоимостный индекс является основным индексом производительности труда, в частности в промышленности. Он применяется и для отдельных предприятий, и для совокупности предприятий.

Средняя выработка в стоимостном выражении, сопоставляемая в этом индексе за два периода, до последнего времени представляла собой величину валовой продукции (в сопоставимых ценах), приходящейся на одного работника. Указанный выше стоимостный индекс имеет недостаток, вытекающий из особенностей показателя валовой продукции. В частности, рост выработки валовой продукции на одного работника может не сопровождаться сокращением затрат рабочего времени на единицу продукции, а вызываться просто применением более дорогих видов сырья, материалов и комплектующих изделий.

Поэтому не случайно в отраслях, где стоимость сырья и материалов меняется, например в швейной промышленности, стоимостный индекс производительности труда исчисляется не по валовой продукции, а на основе объема продукции в оценке по нормативной стоимости обработки.

Как уже указывалось выше, начиная с одиннадцатой пятилетки в основу расчета производительности труда в промышленности и строительстве будет положен показатель чистой продукции (нормативной). Следовательно, и стоимостный индекс производительности труда для большинства отраслей будет строиться на основе показателя нормативной чистой продукции.

Все рассмотренные выше общие индексы производительности труда являются *индексами переменного состава*. Поэтому, как любой индекс переменного состава, они отражают в динамике средних уровней влияние двух факторов: изменение производительности труда на отдельных участках, предприятиях и изменение доли (по числу работающих) участков, предприятий с различным уровнем производительности труда.

Рассмотрим расчет стоимостного индекса производительности труда переменного состава на условном примере (табл. 99).

Таблица 99

Заводы	Нормативная чистая продукция тыс. руб.		Среднесписочное число, работающих				Выработка на одного работающего, руб.		Индексы производительности труда
	базисный период	отчетный период	базисный период		отчетный период		базисный период	отчетный период	
			тыс. чел.	в процен- тах к итогу	тыс. чел.	в процен- тах к итогу			
№ 1	4 000	3 150	4	20	3	15	1000	1050	1,05
№ 2	9 000	7 725	6	30	5	25	1500	1545	1,03
№ 3	20 000	24 960	10	50	12	60	2000	2080	1,04
Итого:	33 000	35 835	20	100	20	100	1650	1791,75	1,086

По данным табл. 99 общий индекс производительности труда переменного состава равен

$$I = \frac{\Sigma q_1 p}{\Sigma T_1} : \frac{\Sigma q_0 p}{\Sigma T_0} = \frac{35\,835}{20} : \frac{33\,000}{20} = 1,086,$$

т. е. средняя выработка нормативной чистой продукции (в сопоставимых нормативах) на одного работника по трем заводам выросла на 8,6%.

В то же время видно, что на первом заводе производительность выросла лишь на 5%, на втором — на 3, на третьем заводе — на 4%. Очевидно, что кроме факта роста производительности труда на отдельных заводах на величине общего индекса отразилось изменение доли отдельных заводов (по числу работающих). В частности, в отчетном периоде возросла доля третьего завода (с 50 до 60%), у которого самая высокая производительность труда, и уменьшилась доля первого и второго заводов, где более низкий уровень производительности труда. Такое изменение структуры (перемена состава) и привело к тому, что средняя выработка по трем заводам выросла больше, чем отмечалось на каждом заводе.

В тех случаях, когда возникает необходимость устранить влияние структурного фактора (изменение доли отдельных заводов с разными уровнями производительности труда) на изменение средней производительности труда, рассчитывается *индекс фиксированного состава* как средний арифметический из частных (групповых), взвешенных по числу рабочих в отчетном периоде, т. е. по формуле

$$I_{\text{пр.тр.ф.с}} = \frac{\Sigma i T_1}{\Sigma T_1}.$$

В рассматриваемом выше примере этот индекс будет равен

$$I = \frac{1,05 \cdot 3 + 1,03 \cdot 5 + 1,04 \cdot 12}{20} = 1,039, \text{ или } 103,9\%.$$

Этот индекс не выходит за пределы индексов отдельных заводов. Он показывает, что *в среднем* по всем заводам производительность труда возросла на 3,9%.

Указанный способ устранения влияния структурного фактора был предложен академиком С. Г. Струмилиным и носит его имя.

Очевидно, что если индекс переменного состава (отражающий влияние двух факторов) разделить на индекс фиксированного состава (отражающий влияние изменения индексируемого показателя), то можно получить третий индекс, характеризующий изменение средней выработки за счет влияния структурного фактора. Этот индекс условно называется индексом *структуры*.

Так, в нашем примере  $I_{\text{структ}} = 1,086 : 1,039 = 1,045$ . Это означает, что средняя выработка нормативной чистой продукции (в со-

поставимых нормативах) выросла на 4,5% за счет изменения доли предприятий с различным уровнем производительности труда.

В тех случаях, когда индекс переменного состава рассчитывается как натуральный и общие затраты времени на производство всей продукции можно рассматривать как  $T = qt$ , то для расчета индексов фиксированного состава, кроме формулы, указанной выше, можно воспользоваться формулой вида

$$I = \frac{\sum q_1 t_0}{\sum q_1 t_1}$$

где производительность труда измеряется затратами рабочего времени на единицу продукции ( $t$ ).

Этот агрегатный индекс тождествен среднему арифметическому, что видно из следующих преобразований.

Если индивидуальные индексы записать:  $i = \frac{q_1}{T_1} : \frac{q_0}{T_0}$  и рассматривать  $T = qt$  (с соответствующими значками для базисного и отчетного периодов), то

$$I_{\text{нр.тр.ф.с}} = \frac{\sum i T_1}{\sum T_1} = \frac{\sum \left( \frac{q_1}{T_1} : \frac{q_0}{T_0} \right) T_1}{\sum T_1} = \frac{\sum \left( \frac{q_1}{q_1 t_1} : \frac{q_0}{q_0 t_0} \right) q_1 t_1}{\sum q_1 t_1} = \frac{\sum q_1 t_0}{\sum q_1 t_1}$$

Таким образом, при изучении динамики производительности труда могут использоваться как индексы переменного, так и индексы фиксированного состава. Кроме того, в каждом конкретном случае в зависимости от особенностей исследуемой совокупности применяются либо натуральные, либо стоимостные, либо трудовые индексы производительности труда.

**Статистическое изучение влияния факторов на изменение производительности труда.** При изучении динамики производительности труда одной из важных задач статистики является изучение влияния отдельных факторов на изменение производительности труда. Этим вопросам уделяется большое внимание, и не случайно с 1978 г. введена специальная статистическая отчетность для промышленных предприятий «Влияние отдельных факторов на изменение производительности труда». В этой отчетности выделяются следующие пять основных групп факторов:

- I. Повышение технического уровня производства.
- II. Улучшение организации производства и труда.
- III. Изменение природных условий в добывающих отраслях промышленности и лесозаготовках, а также изменение способов производства или добычи полезных ископаемых.
- IV. Изменение объема и структуры производства продукции.
- V. Прочие факторы.

Рост производительности труда означает выпуск определенного объема продукции при меньших затратах труда. Следовательно, при фиксированном объеме производства рост производи-

тельности труда предполагает высвобождение численности работников.

С этих позиций и исследуется в статистике влияние отдельных факторов на изменение производительности труда, т. е. определение влияния каждого фактора на изменение производительности труда осуществляется путем расчета экономии рабочего времени в результате проведенных технических или других мероприятий. Экономия труда выражается как возможное уменьшение численности работников в связи с мероприятиями, проводимыми по каждой группе факторов.

I группа факторов — «Повышение технического уровня производства» — объединяет такие мероприятия, как: а) механизация и автоматизация производственных процессов, укрупнение агрегатов, механизация тяжелых и трудоемких работ; б) изменение конструкции и технических характеристик изделий, повышение качества продукции; в) внедрение новых, более эффективных видов сырья, материалов, топлива; г) улучшение использования сырья, материалов и пр.

Для расчета экономии труда за счет влияния этой группы факторов для каждого вида продукции, связанной с определенным мероприятием, определяется трудоемкость в нормо-часах до внедрения мероприятия и после и рассчитывается экономия рабочего времени на единицу продукции. Умножая последний показатель на фактический выпуск продукции (со времени изменения трудоемкости до конца года), получаем общую экономию рабочего времени в нормо-часах по конкретному участку, и на основании этого показателя (с учетом среднего процента выполнения норм выработки рабочими-сдельщиками на данном участке после внедрения мероприятия) определяется возможное изменение численности рабочих-сдельщиков.

II группа факторов — «Улучшение организации производства и труда» — охватывает такие мероприятия, как: а) изменение норм и зон обслуживания; б) совершенствование управления производством, механизация учетных и вычислительных работ; в) изменение норм выработки, не связанное с проведением мероприятий по совершенствованию техники; г) изменение потерь рабочего времени.

Расчет уменьшения численности рабочих по пункту «а» производится путем сравнения численности персонала, обслуживающего данные станки, аппараты, агрегаты и т. п., исчисленной исходя из норм и зон обслуживания прошлого года, и численности персонала, рассчитанной исходя из норм и зон обслуживания в отчетном году (после изменения норм и зон обслуживания).

Расчет уменьшения численности работников за счет совершенствования управления производством (пункт «б») проводится путем сопоставления численности отдельных категорий персонала (в среднесписочном исчислении) в отчетном и прошлом году с учетом периода действия проведенного мероприятия.

Расчет уменьшения численности рабочих за счет изменения норм выработки (пункт «в») осуществляется аналогично тому, как определяется уменьшение численности рабочих в связи с повышением технического уровня производства.

Расчет уменьшения численности рабочих за счет изменения потерь рабочего времени (пункт «г») осуществляется на основе данных об использовании рабочего времени промышленно-производственных рабочих за прошлый и отчетный год.

По III группе факторов — «Изменение природных условий в добывающих отраслях промышленности и лесозаготовках» — расчет изменения численности работающих производится в основном путем сравнения затрат труда в нормо-часах на выпуск продукции отчетного года по затратам времени на единицу продукции в прошлом и отчетном годах (т. е. путем сравнения  $\Sigma q_1 t_{н1}$  и  $\Sigma q_0 t_{н0}$ ).

IV группа факторов — «Изменение объема и структуры производства» — включает в себя: а) относительное уменьшение численности некоторых категорий работников промышленно-производственного персонала в связи с увеличением объема производства; б) изменение численности рабочих за счет изменения удельного веса разных видов продукции в общем ее выпуске; в) изменение численности работников за счет изменения доли покупных полуфабрикатов и кооперированных поставок.

По пункту «а» в этой группе расчеты проводятся для всего промышленно-производственного персонала без основных рабочих. Относительное изменение численности этих работников в связи с увеличением объема производства определяется путем сравнения среднесписочной численности работников в отчетном году ( $T_1$ ) с численностью работников за прошлый год ( $T_0$ ), скорректированной на коэффициент роста объема продукции в отчетном го-

ду по сравнению с прошлым годом, т. е. как 
$$T_1 - T_0 \frac{Q_1}{Q_0}.$$

Нетрудно видеть, что при  $T_1 < T_0 \frac{Q_1}{Q_0}$  будет иметь место относительное уменьшение численности, а если  $T_1 > T_0 \frac{Q_1}{Q_0}$ , то будет относительное увеличение численности работников.

Расчеты по пункту «б» производятся следующим образом. По отдельным видам продукции (и в целом по предприятию) определяются затраты труда (в нормо-часах) на выпуск продукции прошлого года и удельная трудоемкость прошлого года (количество нормо-часов на 1 тыс. руб. продукции). Затем определяются затраты труда на выпуск продукции в отчетном году по удельной трудоемкости прошлого года и сравниваются с затратами труда прошлого года.

По последнему пункту («в») изменение численности работников определяется следующим образом. Вначале определяется удельный вес ( $d$ ) стоимости покупных полуфабрикатов и комплек-

тующих изделий в объеме валовой продукции (в оптовых ценах на 1 января 1975 г.) в прошлом и отчетном годах и влияние изменения этих удельных весов на производительность труда как

$\left(1 - \frac{1-d_1}{1-d_0}\right)$ . Умножая полученную величину на среднесписочную численность работников, рассчитанную на объем продукции отчетного года по выработке на одного работника за прошлый год, получаем величину изменения численности работников в результате изменения удельного веса кооперированных поставок.

## § 5

### ПОКАЗАТЕЛИ ВЫПОЛНЕНИЯ НОРМ ВЫРАБОТКИ

Вопрос о нормах выработки тесно примыкает к вопросу о показателях производительности труда, так как норма выработки — это задание по производительности труда по каждой производственной операции.

Норма выработки может быть задана или в виде числа деталей, которое должен выработать за единицу времени рабочий, или в виде затрат времени на единицу продукции. Показатель выполнения нормы получается от сопоставления фактической выработки с нормой, если норма задана прямым показателем (выработкой), или из сопоставления нормы с фактическим показателем, если норма задана обратным показателем (затратой времени на единицу). Так, если при норме 5 шт. в час рабочий выполняет 10 шт., то показатель выполнения нормы  $(10:5) \cdot 100 = 200\%$ . Или, что то же самое, если норма затрат времени на одну деталь 12 мин, а фактически затрачено 6 мин, то показатель выполнения нормы  $(12:6) \cdot 100 = 200\%$ .

Выполнение нормы выработки определяется как для отдельных рабочих, так и для коллективов в целом. При этом может быть две ситуации: 1) рабочий-сдельщик выполняет в течение месяца одни и те же операции или производит одну и ту же продукцию и 2) рабочий-сдельщик производит в течение месяца разные виды продукции.

В первом случае индивидуальный коэффициент выполнения норм выработки будет  $K = \frac{V_{\text{ф}}}{V_{\text{н}}}$ , где  $V_{\text{ф}}$  и  $V_{\text{н}}$  — соответственно средняя фактическая выработка за час (или смену) и норма выработки одного рабочего.

Или коэффициент выполнения норм времени  $K = \frac{t_{\text{н}}}{t_{\text{ф}}}$ , где  $t_{\text{н}}$  и  $t_{\text{ф}}$  — время по норме и фактически затраченное время на единицу изделия.



Во втором случае, т. е. когда рабочий производит разноименную продукцию, для каждой из которых установлены свои нормы времени, выполнение норм выработки определяется по формуле

$$K = \frac{\sum q_i t_{н}}{\sum q_i t_{ф}}, \text{ т. е. сопоставляется все рабочее время, которое по-}$$

требовалось бы на созданную продукцию при нормативных затратах времени на единицу, с фактически затраченным рабочим временем.

Эта же формула применяется и для оценки процента выполнения норм выработки коллектива рабочих по предприятию в целом.

Для совокупности предприятий (по объединению, управлению, министерству) средний процент выполнения норм выработки определяется как средняя арифметическая из показателей выполнения норм выработки отдельных предприятий ( $K$ ), взвешенных по численности рабочих-сдельщиков в отдельных предприятиях ( $T$ ),

$$\bar{K} = \frac{\sum K_i T_i}{\sum T_i}.$$

## § 6

### СТАТИСТИКА ОПЛАТЫ ТРУДА

**Понятие о заработной плате.** На государственных предприятиях оплата труда осуществляется в форме заработной платы. В колхозах — в форме оплаты труда колхозников из доходов колхозов.

Заработная плата при социализме — это часть национально-го дохода, поступающая в индивидуальное распоряжение рабочих и служащих в денежной форме в соответствии с количеством и качеством их труда. (Кроме заработной платы рабочие и служащие, как и колхозники, получают из выделяемого в национальном доходе общественного фонда потребления ряд выплат и льгот в виде пособий, пенсий, бесплатного лечения, бесплатного обучения и т. п.) Кроме того, на каждом предприятии за счет отчислений от прибыли в соответствии с результатами деятельности предприятия создается фонд материального поощрения, из которого производятся выплаты отдельным рабочим по результатам их труда. Поэтому при изучении оплаты труда следует различать, о каких выплатах рабочим и служащим идет речь: о чистой денежной заработной плате или с учетом выплат из фонда материального поощрения (или идет речь о доходах с учетом выплат и льгот из фонда общественного потребления).

В 1980 г. средняя месячная денежная заработная плата рабочих и служащих составила 168,5 руб., а с учетом выплат и льгот из общественного фонда — 232 руб.

**Системы и формы заработной платы.** Существуют две системы заработной платы: повременная и сдельная. При повременной за-

рабочей плате заработок исчисляется работнику за проработанное время, причем ставка за единицу времени зависит от квалификации работника. Разновидностью повременной заработной платы является повременно-премиальная, когда кроме оплаты отработанного времени работник получает премии за качественные достижения в работе (за экономию сырья, топлива, энергии, за высокое качество продукции).

Сдельная заработная плата предполагает оплату труда в соответствии с количеством изготовленной продукции. Размер сдельной заработной платы определяется расценками на единицу продукции и количеством произведенной продукции. Существует ряд разновидностей сдельной заработной платы.

При прогрессивной сдельной заработной плате изделия, выработанные в пределах нормы, оплачиваются по простым сдельным расценкам, а при перевыполнении нормы расценка повышается за каждую выполненную сверх нормы единицу.

Премиально-сдельная система предусматривает кроме оплаты по расценкам еще и премии за качественные достижения в работе.

Бригадная сдельная оплата предполагает оплату труда бригады в целом по общим результатам, а затем внутри бригады общая сумма заработка распределяется в соответствии с участием каждого работника в выполняемой работе и уровнем квалификации.

Аккордная оплата — это оплата за определенную работу, которая должна быть выполнена не позднее указанного срока.

Статистика изучает распространение различных систем и форм заработной платы по удельному весу работников, оплачиваемых по разным системам, в общей численности работников либо по удельному весу сумм заработной платы, выплаченной по разным системам, в общем фонде заработной платы.

**Фонд заработной платы и его состав.** В статистике заработной платы основным и исходным показателем является фонд заработной платы. *Фондом заработной платы* называется общая сумма денежных средств, начисленная предприятием (учреждением) рабочим и служащим за определенный период.

При этом в фонд заработной платы включаются начисленные суммы, а не выданные на руки рабочим и служащим.

Фонд заработной платы включает сумму средств, начисленную как за выполненную работу (с учетом премий, оплачиваемых из фонда заработной платы), так и за неотработанное время, если это предусмотрено законодательством (оплата очередных отпусков, перерывов в работе кормящих матерей, простоев не по вине рабочего, времени, используемого для выполнения государственных обязанностей, и т. п.). Кроме того, в фонд заработной платы включаются и различные доплаты: за работу в сверхурочное время, за руководство учениками и пр. Если рабочие и служащие получают от предприятия бесплатно или на льготных условиях какие-либо натуральные выдачи или услуги (топливо, электроэнер-

гию и пр.), то стоимость этих бесплатных натуральных выдач и услуг (или разность между обычной ценой и льготной) также включается в фонд заработной платы.

Не включаются в фонд заработной платы: оплата суточных во время командировок; премии, единовременные поощрения и вознаграждения, начисленные из фонда материального поощрения; начисления страховых взносов по социальному страхованию и др.

Фонд заработной платы на отдельных предприятиях (объединениях) учитывается и отражается в отчетности по труду в разрезе отдельных групп и категорий работников. Так, на промышленных предприятиях учитывается фонд заработной платы промышленно-производственного персонала и непромышленного персонала.

Фонд промышленно-производственного персонала, в свою очередь, дается в разрезе отдельных категорий. При этом для отдельных категорий состав фонда заработной платы имеет разную степень детализации.

Так, для всех категорий, кроме рабочих, в составе фонда заработной платы выделяют: оплату по основным окладам; премии из фонда заработной платы; оплату по коэффициентам (районным, за работу в пустынной местности и пр.), оплату очередных отпусков; вознаграждения за выслугу лет; прочие виды оплаты.

Состав фонда заработной платы рабочих значительно шире.

Так, в фонде заработной платы рабочих учитывают следующие его составные элементы: оплата по сдельным расценкам; повременная оплата по тарифным ставкам (окладам); премии сдельщикам и повременщикам (только из фонда заработной платы); доплата сдельщикам по прогрессивным расценкам в связи с изменением условий работ; доплата за работу в сверхурочное время; оплата целодневных простоев и часов внутрисменного простоя; оплата по коэффициентам и северные надбавки; оплата очередных отпусков; вознаграждения за выслугу лет; стоимость бесплатных коммунальных услуг и натуральные выдачи; прочие виды заработной платы (доплата рабочим-сдельщикам, выполняющим работы ниже присвоенного им разряда, надбавка неосвобожденным бригадирам за руководство работой бригады, оплата брака не по вине рабочего, оплата перерывов в работе кормящих матерей, доплата до среднего заработка, оплата выходных пособий, оплата рабочего времени, затраченного на выполнение государственных и общественных обязанностей и на прохождение военных сборов, предусмотренных законодательством, доплата за работу в ночное время, персональная надбавка и пр.).

Фонд заработной платы для отдельных категорий и для персонала в целом определяется за месяц, квартал и год.

**Фонды заработной платы производственных рабочих.** В полном составе фонда заработной платы рабочих (независимо от того, за какой период он рассчитывается: за месяц, квартал или год) можно выделить различные по характеру оплаты части, име-

нуемые фондом часовой заработной платы и фондом дневной заработной платы.

*Фонд часовой заработной платы* рабочих включает оплату фактически отработанного ими времени (по сдельным расценкам и тарифным ставкам), премии (из фонда заработной платы), а также доплаты за работу в ночное время, за вредность производства, за руководство бригадами и обучение учеников, оплату брака не по вине рабочего, т. е. фонд часовой заработной платы характеризует сумму заработной платы за отработанные человеко-часы при нормальной продолжительности рабочей смены.

*Фонд дневной заработной платы* рабочих характеризует сумму заработной платы за отработанные человеко-дни. Соответственно в него входит фонд часовой заработной платы и оплата часов, не проработанных, но подлежащих оплате: оплата перерывов для кормящих матерей, оплата внутрисменных простоев, оплата часов, затраченных в пределах рабочего дня на выполнение государственных обязанностей. Кроме того, в дневной фонд заработной платы включается доплата за сверхурочность и некоторые другие.

Все выплаты, перечисленные на с. 346 в составе фонда заработной платы производственных рабочих, составляют *полный фонд заработной платы* (именуемый также месячным фондом), т. е. полный фонд заработной платы включает дневной фонд и все остальные выплаты: оплату очередных отпусков, оплату целодневных простоев и других неотработанных человеко-дней, оплата которых предусмотрена законодательством, оплату по коэффициентам вознаграждения за выслугу лет, стоимость бесплатных коммунальных услуг и натуральных выдач и пр.

Такое выделение фондов заработной платы производственных рабочих имеет значение при анализе. Соотношение между ними дает представление об удельном весе оплаты неотработанного времени и, следовательно, в определенной степени может характеризовать организацию производства и труда на предприятии. Данные о соотношении указанных фондов заработной платы рабочих могут быть использованы для выявления резервов экономии полного фонда заработной платы.

Кроме того, отдельные фонды заработной платы производственных рабочих используются для исчисления разных средних уровней заработной платы.

**Показатели абсолютной и относительной экономии (перерасхода) фонда заработной платы.** Фонд заработной платы — важнейший показатель, утверждаемый в плане по труду. Каждому предприятию устанавливается по плану определенный фонд заработной платы с подразделением его на фонд производственного и непромышленного персонала.

Фонд заработной платы производственного персонала планируется с учетом плана объема производства и реализации продукции (по нормативу на 1 руб. товарной продукции). (По мере перехода к применению показателя нормативной чистой продук-

ции последняя будет использоваться и для планирования фонда заработной платы, и контроля за его использованием.)

В силу разных причин фактический фонд заработной платы может отличаться от планового. Поэтому при анализе расходования фонда заработной платы фактический фонд сравнивается с плановым.

Разность между фактическим фондом заработной платы и плановым является показателем *абсолютной экономии* (при знаке «—») или *перерасхода* (при знаке «+») *фонда заработной платы*. Однако следует учитывать, что поскольку на каждый рубль выпускаемой продукции существует норматив заработной платы, то при перевыполнении плана по объему продукции фактический фонд заработной платы неизбежно превзойдет плановый (при прочих равных условиях). И законодательством предусматривается дополнительная выдача средств к плановому фонду заработной платы в случае перевыполнения плана по продукции.

Поэтому для суждения о действительной экономии или перерасходе фонда заработной платы фактический фонд сравнивают с плановым, скорректированным на процент выполнения плана по продукции. Разность между фактическим фондом заработной платы и плановым, скорректированным на процент выполнения плана по продукции (с учетом норматива выдачи средств), характеризует *относительную экономию (перерасход) фонда заработной платы*.

Поскольку оплата труда части работников-повременщиков не зависит от процента выполнения плана по продукции, то плановый фонд заработной платы корректируется не точно на процент перевыполнения плана по продукции, а несколько меньше. Норматив выдачи средств за каждый процент перевыполнения плана по продукции составляет для разных предприятий от 0,6 до 0,9%. При этом следует иметь в виду, что этот норматив выдачи дополнительных средств для заработной платы распространяется лишь на нормативы заработной платы на сверхплановую продукцию.

Рассмотрим расчет экономии или перерасхода фонда заработной платы без учета и с учетом выполнения производственной программы на следующем условном примере. Предположим, производственному объединению на 1981 г. установлен норматив заработной платы промышленно-производственного персонала — 20 коп. на 1 руб. товарной продукции. Объем товарной продукции в I квартале по плану должен был составить 3500 тыс. руб., а фактически составил 3800 тыс. руб. Фактически начисленный фонд заработной платы промышленно-производственного персонала составил 730 тыс. руб. Норматив выдачи средств на заработную плату для данной отрасли установлен в размере 0,7% за каждый процент перевыполнения плана по продукции.

Сначала определим абсолютную экономию, или перерасход фонда заработной платы, т. е. без учета выполнения плана по продукции.

1. Определяем плановый фонд заработной платы, исходя из норматива заработной платы на плановый выпуск товарной продукции:

$$3500 \text{ тыс. руб.} \times 0,2 = 700 \text{ тыс. руб.}$$

2. Вычитаем из фактического фонда плановый:

$$730 \text{ тыс. руб.} - 700 \text{ тыс. руб.} = 30 \text{ тыс. руб.}$$

На основе полученного результата делаем вывод о том, что по объединению имеет место абсолютный перерасход фонда заработной платы в сумме 30 тыс. руб.

Для определения относительной экономии, или перерасхода фонда заработной платы, т. е. с учетом выполнения плана по объему производства, рассчитываем плановый фонд заработной платы, исходя из нормативов заработной платы на плановый и сверхплановый выпуск продукции. Эта расчетная сумма фонда заработной платы составит

$$(3500 \cdot 0,2) + (300 \cdot 0,2 \cdot 0,7) = 700 + 42 = 742 \text{ тыс. руб.}$$

Эта расчетная сумма и представляет собой плановый фонд заработной платы, скорректированный на процент выполнения плана по объему производства.

Вычитая из фактического фонда заработной платы расчетную сумму, получаем

$$730 \text{ тыс. руб.} - 742 \text{ тыс. руб.} = -12 \text{ тыс. руб.}$$

На основе полученного результата делаем вывод, что с учетом выполнения плана по объему продукции по объединению в I квартале достигнута экономия (относительная) в размере 12 тыс. руб.

**Фонд материального поощрения и фонд оплаты труда.** На предприятиях, переведенных на новую систему планирования и материального стимулирования, наряду с фондом заработной платы учитывается *фонд материального поощрения*, образуемый за счет отчислений от прибыли и используемый для выплаты премий, единовременных поощрений, вознаграждений по итогам годовой работы предприятий (объединений), премий за работы по созданию, разработке и внедрению новой техники и т. п. В связи с созданием этого фонда из него в настоящее время выплачивается и часть премий, которые раньше выплачивались из фонда заработной платы.

Фонд материального поощрения в подавляющей своей части распределяется между работниками предприятий в соответствии с их участием в результатах производства (т. е. за труд).

Поэтому в статистике наряду с учетом фонда заработной платы и фонда материального поощрения определяется *общий фонд оплаты труда* как сумма двух названных выше фондов. Исчисление общего фонда оплаты труда очень важно в статистике.

Общий фонд оплаты труда определяет сумму денежных средств, полученных рабочими и служащими за их труд, и в значительной степени определяет их покупательный спрос. На основе общего фонда оплаты труда исчисляется средняя заработная пла-

та рабочих и служащих в целом по народному хозяйству (и по отдельным предприятиям).

**Показатели средней заработной платы.** Уровень заработной платы характеризуется средней заработной платой одного работника.

Средняя заработная плата рассчитывается в статистике для разных категорий работников и за различные периоды времени (за месяц, квартал, год). Общая схема расчета средней заработной платы проста: фонд заработной платы за соответствующий период делится на среднесписочную численность работников за этот же период. Однако следует иметь в виду, что на предприятиях, у которых образуется фонд материального поощрения, средняя заработная плата определяется на основе общего фонда оплаты труда, т. е. с учетом и фонда материального поощрения.

По категории производственных рабочих рассчитывается ряд показателей уровня заработной платы: 1) средняя часовая заработная плата, 2) средняя дневная заработная плата, 3) средняя месячная (квартальная, годовая) заработная плата. Каждый из этих показателей рассчитывается на основе соответствующих фондов и имеет самостоятельное значение.

*Средняя часовая* заработная плата рабочих определяется путем деления часового фонда заработной платы за тот или иной период времени (месяц, квартал, год) на число отработанных рабочими в этом периоде человеко-часов. Средняя часовая заработная плата характеризует уровень оплаты часа непосредственной «чистой» работы.

*Средняя дневная* заработная плата рабочих определяется путем деления дневного фонда заработной платы за определенный период на отработанные в этом периоде рабочими человеко-дни. Этот показатель характеризует оплату отработанного человеко-дня с учетом оплаты и непроработанных часов.

*Средняя месячная* (соответственно и квартальная и годовая) заработная плата рабочих определяется путем деления полного фонда их заработной платы за месяц (квартал или год) на среднесписочную численность рабочих за этот же период.

При этом, как указывалось выше, на предприятиях, переведенных на новую систему планирования и материального стимулирования, где образуется и распределяется фонд материального поощрения, средняя месячная, квартальная и годовая заработная плата рассчитывается путем деления полного фонда оплаты труда за месяц, квартал или год на среднесписочную численность рабочих за этот же период.

**Индексы заработной платы.** Динамика заработной платы изучается при помощи построения индексов переменного и фиксированного состава. Индекс заработной платы переменного состава представляет собой отношение средних уровней заработной платы:

$$I_{\text{з.п.пер.сост}} = \bar{x}_1 : \bar{x}_0 = \frac{\sum x_1 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum x_0 T_0}{\sum T_0},$$

где  $\bar{x}_0$  и  $\bar{x}_1$  — средние уровни заработной платы в базисном и отчетном периодах;

$x_0$  и  $x_1$  — уровни заработной платы отдельных категорий работников соответственно в базисном и отчетном периодах;

$T_0$  и  $T_1$  — численность отдельных категорий работников в базисном и отчетном периодах.

Индекс переменного состава отражает динамику средней заработной платы как за счет изменения индивидуальной заработной платы отдельных работников, так и за счет изменения удельного веса работников с разной оплатой труда.

Поскольку роль этих факторов неодинакова, то представляется необходимым показывать динамику средней заработной платы за счет каждого фактора в отдельности.

Индекс, устраняющий влияние структурного фактора, именуется индексом фиксированного состава. Его формулу получим, если в приведенном выше выражении и в базисном и отчетном периодах зафиксируем одну и ту же структуру работников ( $T_1$ ), т. е.

$$I_{з.п. \text{ фикс. сост}} = \frac{\sum x_1 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum x_0 T_1}{\sum T_1} = \frac{\sum x_1 T_1}{\sum x_0 T_1}.$$

Этот индекс отражает изменение средней заработной платы без учета влияния изменения в составе рабочих. Он же отражает изменение фонда заработной платы за счет изменения оплаты труда отдельных рабочих.

Разделив индекс переменного состава на индекс фиксированного состава, получим индекс структурных сдвигов, характеризующий динамику средней заработной платы за счет изменения состава (структуры) работников с разным уровнем оплаты труда:

$$I_{\text{стр. сдв}} = I_{\text{пер. сост}} : I_{\text{фикс. сост}}.$$

Рассмотрим расчет этих индексов на условном примере. Пусть имеются следующие данные по предприятию:

Таблица 100

Группы рабочих	Среднемесячная численность рабочих		Месячный фонд заработной платы, тыс. руб.		Средняя заработная плата, руб.		Индекс заработной платы ( $x_1/x_0$ )
	в базисном периоде $T_0$	в отчетном периоде $T_1$	в базисном периоде $x_0 T_0$	в отчетном периоде $x_1 T_1$	в базисном периоде $\bar{x}_0$	в отчетном периоде $\bar{x}_1$	
Основные	1600	1900	240	342	150	180	1,20
Вспомогательные	400	200	36	20	90	100	1,11
Итого:	2000	2100	276	362	138	172,38	1,24



Средняя заработная плата всех рабочих равна:

а) в базисном периоде

$$\bar{x}_0 = \frac{\Sigma x_0 T_0}{\Sigma T_0} = \frac{276\,000}{2000} = 138 \text{ руб.}$$

б) в отчетном периоде

$$\bar{x}_1 = \frac{\Sigma x_1 T_1}{\Sigma T_1} = \frac{362}{2100} = 172,38 \text{ руб.}$$

Отсюда индекс заработной платы переменного состава равен

$$I = \frac{\Sigma x_1 T_1}{\Sigma T_1} : \frac{\Sigma x_0 T_0}{\Sigma T_0} = 172,38 : 138 = 1,249,$$

т. е. средняя заработная плата по заводу выросла на 24,9%. Вместе с тем из табл. 100 видно, что по первой группе рабочих заработная плата выросла на 20%, а по второй — на 11%.

Очевидно, что рост средней заработной платы по предприятию в целом на 24,5% обусловлен как ростом заработной платы по каждой группе рабочих, так и изменением их удельного веса в общей совокупности. (Удельный вес основных рабочих в базисном периоде составлял 80%, а в отчетном — 90,5%.)

Чтобы устранить влияние структурного фактора на динамику средней заработной платы, рассчитаем индекс фиксированного состава:

$$I_{\text{фикс. сост}} = \frac{\Sigma x_1 T_1}{\Sigma x_0 T_1} = \frac{362\,000}{150 \cdot 1900 + 90 \cdot 200} = 1,194, \text{ или } 119,4\%.$$

Индекс фиксированного состава показывает, что без учета влияния изменения структуры рабочих средняя заработная плата выросла на 19,4%.

Отсюда индекс структурных сдвигов равен

$$I_{\text{стр. сдв}} = I_{\text{пер. сост}} : I_{\text{фикс. сост}} = 1,249 : 1,194 = 1,046, \text{ или } 104,6\%.$$

т. е. за счет изменения структуры (состава) рабочих средняя заработная плата выросла на 4,6%.

Изучение динамики средней заработной платы сопровождается в статистике сравнением ее с динамикой производительности труда. Рост заработной платы, как известно, обуславливается ростом производительности труда. При этом темп роста производительности труда должен опережать темп роста заработной платы. Только в этом случае возможно осуществление расширенного воспроизводства.

## § 7

### НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ СТАТИСТИКИ ТРУДА В КОЛХОЗАХ

При определении трудовых ресурсов в колхозах учитывается прежде всего численность трудоспособных колхозников (мужчин и женщин), а также подростков до 16 лет и

лиц пенсионного возраста, участвующих в общественном производстве. Учитывая сезонность сельскохозяйственных работ и колебания в затратах труда на протяжении года, в годовом отчете колхоза указываются число работавших по месяцам и среднегодовая численность.

Годовой отчет содержит сведения о численности и составе работающих по профессиям и должностям.

Особо учитываются механизаторские кадры. Наряду со среднегодовой численностью по трактористам и комбайнерам показываются их наличие на начало года, прибытие в колхоз в течение года, выбытие из колхоза и наличие на конец года.

Учет отработанного времени в колхозах (как и в совхозах) ведется в человеко-днях, а по некоторым видам работ — дополнительно и в человеко-часах. Отработанные человеко-дни учитываются по каждой профессии (должности) как для колхозников, так и для наемных и привлеченных лиц и служат основой для оплаты труда.

Оплата труда колхозников определяется общей суммой денег и стоимости продуктов, выделенных из средств колхоза для выдачи колхозникам.

При этом следует различать основную оплату труда, построенную на принципах сдельщины, и дополнительную оплату труда, начисляемую за перевыполнение заданий по повышению урожайности, выращиванию молодняка, повышению продуктивности животных и т. п.

Кроме непосредственной оплаты труда колхозники получают по более дешевым ценам продукты, бесплатно или за небольшую плату транспорт для своих нужд.

В качестве обобщающего показателя, определяющего уровень денежных доходов работающих в колхозах, рассчитывается средняя оплата труда одного среднегодового работника в колхозах путем деления общей суммы денежных средств, выделенных для распределения по труду среди колхозников и стоимости продукции, выделенной для распределения по труду в натуре, на среднегодовое число работников, занятых в колхозном производстве. При этом продукция, выданная в натуре, оценивается по государственным закупочным ценам.

Кроме того, колхозники имеют доходы от личного подсобного хозяйства.

Совокупность всех доходов, получаемых колхозниками от общественного и личного хозяйства, образует общий размер доходов колхозников. Эти доходы, выраженные в неизменных ценах, служат основой для исчисления индекса доходов колхозников.

## ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ СТАТИСТИКИ СЕБЕСТОИМОСТИ ПРОДУКЦИИ

### § 1 ПОНЯТИЕ СЕБЕСТОИМОСТИ ПРОДУКЦИИ, ИЗУЧЕНИЕ ЕЕ УРОВНЯ И СТРУКТУРЫ

Производство любой продукции связано с материальными затратами в виде сырья, топлива, энергии, износа оборудования, инструментов и пр., а также с оплатой труда работников предприятий.

Сумма затрат в денежном выражении, связанных с производством и реализацией продукции или выполнением определенных работ, составляет *себестоимость* продукции.

Очевидно, что чем экономнее расходуются материалы, энергия и другие виды материальных затрат и чем правильнее организован труд и его оплата, тем меньше себестоимость продукции.

Себестоимость является частью отпускной цены продукции, а следовательно, и стоимости продукции. Уменьшение себестоимости или снижение ее удельного веса в полной стоимости продукции означает увеличение прибыли предприятий как основного источника финансовых ресурсов государства и соответственно фонда материального поощрения, образуемого на предприятиях.

Поскольку в себестоимости отражаются результаты работы и хозяйствования предприятия, этот показатель считают качественным показателем работы предприятия.

Во многих партийных и правительственных решениях неоднократно подчеркивалась необходимость бережливого хозяйствования, умелого расходования средств, рационального использования каждого рубля и вообще всех ресурсов предприятий.

В Программе КПСС сказано: «Необходимо всемерно усиливать хозяйственный расчет, добиваться строжайшей экономии и бережливости, сокращения потерь, снижения себестоимости и повышения рентабельности производства».

В постановлении ЦК КПСС и Совета Министров СССР «Об улучшении планирования и усилении воздействия хозяйственного механизма на повышение эффективности производства и качества работы» (1979) в системе показателей, утверждаемых промышленным министерствам, объединениям и предприятиям, предусмотрен и показатель снижения себестоимости продукции.

Задача снижения себестоимости продукции и работ была поставлена еще раз на XXVI съезде КПСС как одна из основных задач экономического развития, повышения эффективности общественного производства на период 1981—1990 гг.

В зависимости от круга затрат различают *производственную* себестоимость, отражающую затраты предприятия, связанные только с производством продукции, и *полную* себестоимость продукции, включающую, кроме того, и расходы, связанные с реализацией продукции.

Себестоимость может рассчитываться для всей товарной продукции, для группы продуктов и для одного определенного продукта.

Определение величины затрат, приходящихся на единицу продукции, называют калькуляцией себестоимости.

В ряде отраслей речь может идти об уровне себестоимости отдельных работ (например, на транспорте — себестоимость перевозки одной тонны груза на 1 километр; в сельском хозяйстве — себестоимость вспашки или посева 1 га площади; в строительстве — себестоимость единицы выполнения отдельных видов работ и т. п.).

Основными задачами статистики себестоимости являются: определение общей суммы затрат на производство продукции, т. е. общей себестоимости продукции; изучение структуры себестоимости, уровня себестоимости и ее динамики, а также факторов изменения себестоимости.

Уровень себестоимости, т. е. себестоимость единицы продукции (или работ) определенного вида, исчисляется путем деления общей суммы затрат на общее количество выпущенной продукции (или работ).

Уровень себестоимости *всей* продукции определяется показателем *затрат на 1 руб. товарной продукции*, который рассчитывается как отношение всей суммы затрат на производство товарной продукции к стоимости этой продукции в оптовых ценах предприятия. Изучая себестоимость, важно знать не только уровень себестоимости, но и ее структуру, т. е. удельный вес отдельных затрат в общей стоимости.

Структура себестоимости изучается в статистике в двух разрезах: по элементам затрат и по статьям расходов (калькуляционным статьям).

*Элементы затрат* — это однородные по назначению расходы. Основными элементами затрат являются: сырье и основные материалы, вспомогательные и прочие материалы, топливо со стороны, энергия со стороны, амортизация основных средств, заработная плата и отчисления на социальное страхование, прочие денежные расходы.

При этом делении затрат на элементы предусматривается возможность расчленения всех затрат в себестоимости на затраты прошлого (овеществленного) труда и живого труда.

Структура себестоимости по элементам дает представление о том, что израсходовано на производство продукции. Эта группировка затрат по элементам очень важна. Так, например, зная затраты по элементам, в частности материальные затраты (затра-

ты прошлого труда), и вычитая их из валовой продукции, легко определить чистую продукцию. В свою очередь, если из чистой продукции промышленности вычесть элемент «заработная плата», то разность представляет собой сумму прибылей и налога с оборота, составляющих величину накоплений в промышленности.

Однако учет затрат только по элементам затrudняет калькулирование себестоимости, ибо не все элементы затрат могут быть прямо отнесены на тот или иной вид продукции. Если, например, сырье в основном можно отнести на ту продукцию, на которую оно израсходовано, то заработную плату вспомогательных рабочих, ИТР и служащих нельзя отнести на конкретные изделия. Эти расходы могут быть отнесены на определенную продукцию лишь косвенно, условным расчетом.

На основе деления расходов (затрат) на прямые и косвенные строится постаейный разрез себестоимости.

*Статьи расходов* призваны показать, *на что и где* израсходованы отдельные затраты. Некоторые статьи однородны (они отражают прямые затраты), а некоторые (отражающие косвенные затраты) носят комплексный характер, т. е. объединяют затраты живого и прошлого труда. Такая, например, статья, как расходы по содержанию и эксплуатации оборудования, содержит расходы на оплату труда и расходы на материал для ремонта.

*Калькуляционные статьи затрат* в себестоимости имеют специфический характер в отдельных отраслях хозяйства.

В промышленности обычно все затраты учитываются и отражаются в отчетности по следующим статьям: 1) сырье и материалы; 2) возвратные отходы (вычитаются); 3) покупные изделия, полуфабрикаты и услуги кооперированных предприятий; 4) топливо и энергия на технологические цели; 5) заработная плата основная производственных рабочих; 6) заработная плата дополнительная производственных рабочих; 7) отчисления на социальное страхование; 8) расходы на подготовку и освоение производства; 9) расходы на содержание и эксплуатацию оборудования; 10) цеховые расходы; 11) общезаводские расходы; 12) потери от брака; 13) прочие производственные расходы; 14) повышенные затраты, списанные за счет фонда освоения новой техники (вычитаются); 15) внепроизводственные расходы.

Сумма затрат по статьям 1, 3—13 за вычетом 2 и 14 характеризует *производственную* себестоимость товарной продукции. Прибавляя к производственной себестоимости непроизводственные расходы (затраты, связанные с упаковкой продукции, доставкой ее к пунктам отправления, содержанием аппарата бытовых контор, складов и пр.), отраженные в статье 15, получаем *полную* себестоимость товарной продукции.

Наряду с полной себестоимостью *всей товарной* продукции в статистической практике учитывается и отражается в отчетности полная себестоимость *сравнимой* товарной продукции, т. е. выпущавшейся как в базисном, так и в отчетном периодах.

В других отраслях материального производства статьи затрат несут несколько иной характер, нежели в промышленности. В сельском хозяйстве (в совхозах) в составе себестоимости продукции выделяют следующие затраты:

А. По растениеводству:

1) заработная плата с начислениями, 2) семена и посадочные материалы, 3) горючее и смазочные материалы, 4) удобрения органические и минеральные, 5) автотранспорт, 6) амортизация основных средств, 7) текущий ремонт основных средств, 8) прочие основные затраты, 9) общепроизводственные и общехозяйственные расходы.

Б. По животноводству:

1) заработная плата с начислениями, 2) корма, 3) амортизация основных средств, 4) текущий ремонт основных средств, 5) прочие основные затраты, 6) общепроизводственные и общехозяйственные расходы.

В строительстве себестоимость строительных и монтажных работ определяется по следующим статьям:

А. Прямые затраты: материалы, основная заработная плата рабочих, расходы по эксплуатации машин и механизмов, прочие прямые расходы.

Б. Накладные расходы: административно-хозяйственные расходы, коммунальные расходы, противопожарная и сторожевая охрана, износ малоценного инвентаря и инструмента, а также временных мелких сооружений.

## § 2

### ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ СЕБЕСТОИМОСТИ

Для изучения динамики себестоимости продукции в статистике используются индексы: индивидуальные — при изучении динамики себестоимости одного определенного вида продукции и общие — при изучении динамики себестоимости совокупности продуктов в целом.

*Индивидуальные индексы* легко получить, сравнивая себестоимость одного вида продукции за два периода:

$$i = c_1 : c_0.$$

Если речь идет об одном и том же виде продукции, выпускаемой на разных предприятиях, то здесь может представлять интерес изучение динамики средней себестоимости единицы данной продукции. В этом случае используется следующая формула сравнения средних уровней себестоимости однородной продукции:

$$I_c = \bar{c}_1 : \bar{c}_0 = \frac{\sum c_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum c_0 q_0}{\sum q_0},$$

которая является по своему содержанию индексом переменного состава. В приведенной формуле  $c_0$  и  $c_1$  — себестоимость единицы изделия в базисном и отчетном периодах,  $q_0$  и  $q_1$  — количество продукции данного вида в базисном и отчетном периодах, а  $\bar{c}_0$  и  $\bar{c}_1$  — средние уровни себестоимости однородной продукции.

Этот индекс показывает изменение средней себестоимости определенного вида продукции как за счет изменения ее уровней на отдельных предприятиях, так и за счет изменения удельного веса продукции, выпущенной отдельными предприятиями (структурный фактор).

Если необходимо исключить влияние структурных изменений, то рассчитывается индекс фиксированного состава:

$$I_{с.ф.с} = \frac{\sum c_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum c_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum c_1 q_1}{\sum c_0 q_1}.$$

Пример расчета индексов себестоимости переменного и фиксированного состава приведен в главе «Индексы» на с. 217.

Для общей характеристики динамики себестоимости по совокупности продуктов можно воспользоваться агрегатным индексом себестоимости:

$$I = \frac{\sum q_1 c_1}{\sum q_1 c_0}.$$

Числитель этой формулы ( $\sum q_1 c_1$ ) представляет собой сумму фактических затрат на производство продукции отчетного периода, знаменатель — ту сумму затрат, которую пришлось бы затратить на выпуск продукции отчетного периода, если бы себестоимость единицы продукции оставалась на уровне базисного периода, т. е. в этой формуле одна и та же продукция ( $q_1$ ) оценивается по себестоимости отчетного и базисного периодов, а затем сопоставляется. Разность между числителем и знаменателем ( $\sum q_1 c_1 - \sum q_1 c_0$ ) характеризует абсолютный размер экономии от снижения себестоимости.

Однако этот индекс может быть использован лишь для такого круга продукции, которая выпускалась и в базисном, и в отчетном периодах, т. е. для сравнимой продукции.

Продукция, ранее не выпускавшаяся на данном предприятии (или на других предприятиях треста, отрасли), называется несравнимой.

Причем понятие сравнимой продукции может рассматриваться с точки зрения предприятия, треста, отрасли.

**Общие индексы себестоимости по группе предприятий.** Рассмотренная выше формула агрегатного индекса в том виде, как она записана, применима для сравнимой продукции одного предприятия. Однако в практике возникает необходимость исчислять общий индекс себестоимости по группе предприятий. В этом случае в зависимости от того, как решается вопрос о круге сравнимой продукции (с точки зрения каждого предприятия самостоя-

тельно или по совокупности предприятий в целом), расчет общего индекса себестоимости может осуществляться двояко.

В первом случае группа предприятий рассматривается как простая сумма отдельных предприятий, и понятие сравнимой продукции рассматривается с точки зрения каждого предприятия.

Суммируя по всем предприятиям изучаемой группы данные о себестоимости сравнимой продукции отчетного периода ( $\Sigma \Sigma c_1 q_1$ ) и сопоставляя эту величину с суммой себестоимости этой же фактически произведенной в отчетном периоде сравнимой продукции, оцененной по себестоимости базисного периода ( $\Sigma \Sigma c_0 q_1$ ), получаем следующий общий индекс:

$$I_c = \frac{\Sigma \Sigma c_1 q_1}{\Sigma \Sigma c_0 q_1}.$$

Поскольку этот индекс отражает и измеряет в среднем лишь те изменения себестоимости, которые имели место на отдельных предприятиях, то этот индекс называется рассчитанным по *заводскому методу*.

Во втором случае группа заводов рассматривается как единое целое, и вопрос о сравнимой продукции решается с точки зрения всех предприятий, т. е. к сравнимой относится продукция отчетного периода, которая вырабатывалась в базисном периоде хотя бы на одном из группы предприятий.

При втором случае для каждого вида продукции, входимой в понятие сравнимой, определяется общий ее объем в отчетном периоде и рассчитывается средняя себестоимость единицы продукции по группе предприятий (в отчетном и базисном периодах).

Рассчитанная по этим данным формула общего индекса себестоимости будет иметь следующий вид:

$$I = \frac{\overline{\Sigma c}_{1(\text{гр})} q_{1(\text{гр})}}{\overline{\Sigma c}_{0(\text{гр})} q_{1(\text{гр})}}.$$

Подстрочные знаки (гр) означают везде, что речь идет о показателях по группе предприятий.

Поскольку в этом индексе фигурируют средние показатели себестоимости, которые зависят от удельного веса предприятий с разным уровнем себестоимости, т. е. несущие на себе влияние структурного фактора, то очевидно, что этот индекс отражает и измеряет изменение себестоимости как за счет условий работы на самих предприятиях, так и за счет факторов, не зависящих от предприятий. Описанный выше второй способ исчисления индекса называют *народнохозяйственным*.

**Индекс затрат на 1 руб. товарной продукции.** На промышленных предприятиях изучение динамики себестоимости всей продукции (сравнимой и несравнимой) осуществляется при помощи сравнения показателя затрат на 1 руб. товарной продукции.

Затраты на 1 руб. товарной продукции исчисляются путем де-



ления себестоимости всей товарной продукции ( $\Sigma qc$ ) на стоимость ее в отпускных ценах ( $\Sigma qpr$ ). Этот показатель показывает, во сколько копеек обошлось хозяйству производство 1 руб. товарной продукции. Он свободен от влияния изменения ассортимента выпускаемой продукции и рассчитывается по всей продукции (сравнимой и несравнимой).

Сопоставляя названные показатели на два периода, получаем *индекс затрат на 1 руб. товарной продукции*:

$$I = \frac{\Sigma q_1 c_1}{\Sigma q_1 p_1} : \frac{\Sigma q_0 c_0}{\Sigma q_0 p_0}$$

Данный индекс отражает изменение затрат на 1 руб. товарной продукции (себестоимости) в реальных условиях отчетного и базисного периодов.

Однако в целом ряде случаев изменения указанных затрат могут произойти независимо от воли предприятия (например, за счет изменения уровня цен на потребленные материалы и за счет изменения оптовых цен на готовую продукцию, за счет изменения транспортных тарифов). В этом случае для оценки динамики себестоимости без учета влияния внешних факторов необходимо пользоваться индексом затрат на 1 руб. товарной продукции, рассчитанным в сопоставимых ценах. Для этого в знаменателях и первой и второй дробей товарная продукция оценивается в оптовых ценах базисного периода.

Кроме того, в числитель первой дроби, т. е. при расчете затрат на 1 руб. товарной продукции в отчетном периоде, вносится поправка ( $K$ ) на сумму изменения себестоимости всей продукции за счет изменения цен на потребленное сырье, материалы и т. п., т. е. в этом случае индекс затрат на 1 руб. товарной продукции (в сопоставимых ценах) будет иметь вид

$$I = \frac{\Sigma q_1 c_1 \pm K}{\Sigma q_1 p_0} : \frac{\Sigma q_0 c_0}{\Sigma q_0 p_0}$$

Все сказанное выше об изучении динамики себестоимости в основном относится и к изучению выполнения плана по снижению себестоимости продукции с той лишь разницей, что во втором случае в качестве базы сравнения принимается плановое задание.

При этом отметим лишь некоторые особенности.

Если фактический выпуск продукции отличается от установленного планом по количеству и ассортименту, то это необходимо учитывать при оценке выполнения плана по снижению себестоимости. Так, например, плановый показатель затрат на 1 руб. товарной продукции определяется, исходя из определенного количества товарной продукции, предусмотренной планом ( $q_{пл}$ ), плановой себестоимости ( $c_{пл}$ ) и оптовой цены ( $p_{пл}$ ), т. е. как

$$\frac{\Sigma q_{пл} c_{пл}}{\Sigma q_{пл} p_{пл}}$$

Фактические затраты на 1 руб. товарной продукции (в плановых ценах) рассчитывают как

$$\frac{\Sigma q_1 c_1}{\Sigma q_1 p_{пл}}$$

т. е. по фактически выпущенной продукции ( $q_1$ ).

Если фактический выпуск продукции отклоняется от плана (по количеству и ассортименту), то и плановый показатель затрат на 1 руб. товарной продукции пересчитывают на фактический выпуск и ассортимент продукции, т. е. определяют как

$$\frac{\Sigma q_1 c_{пл}}{\Sigma q_1 p_{пл}}$$

Таким образом, индекс фактического изменения затрат на 1 руб. товарной продукции по сравнению с плановыми можно выразить следующим соотношением:

$$I = \frac{\Sigma q_1 c_1}{\Sigma q_1 p_{пл}} : \frac{\Sigma q_1 c_{пл}}{\Sigma q_1 p_{пл}} = \frac{\Sigma q_1 c_1}{\Sigma q_1 c_{пл}}$$

В последние годы министерствам дано право наряду с показателем затрат на 1 руб. товарной продукции устанавливать для подведомственных им предприятий задания по себестоимости в зависимости от особенностей производства и в виде процента снижения себестоимости сравнимой продукции, в виде плановой себестоимости единицы отдельных видов продукции.

### § 3 ФАКТОРЫ ИЗМЕНЕНИЯ СЕБЕСТОИМОСТИ ПРОДУКЦИИ

Одной из важных задач статистики является изучение факторов изменения себестоимости продукции. На изменение себестоимости влияют много факторов. Можно сказать, что любые изменения организационного или технического порядка, направленные на совершенствование производства, в конечном счете приводят к изменению себестоимости. К числу так называемых технико-экономических факторов изменения себестоимости можно отнести: совершенствование технического уровня производства (механизация и автоматизация производственных процессов, внедрение новой прогрессивной технологии, улучшение использования производственного оборудования, сырья, материалов, топлива, энергии и пр.), совершенствование организации управления производством (улучшение организации труда и условий труда, сокращение непроизводительных расходов и потерь от брака, улучшение материально-технического снабжения и пр.) и некоторые другие.

В отраслях добывающей промышленности к числу факторов изменения себестоимости продукции следует отнести изменение природных условий и способов добычи полезных ископаемых и других видов сырья (изменение условий залегания, изменение со-

держания тех или иных компонентов в руде, изменение способов добычи, улучшение комплексного использования полезных ископаемых и пр.).

Изменение природных условий — важный фактор изменения себестоимости продукции сельского хозяйства.

Естественно, в отдельных отраслях материального производства можно выделить специфические для данной отрасли факторы изменения себестоимости.

Влияние тех или иных технико-экономических факторов в конечном счете находит отражение в изменении структуры затрат на производство продукции. Поэтому наряду с общими индексами себестоимости, о которых уже шла речь выше, в статистике рассчитывают индексы по отдельным статьям (или элементам) и с их помощью определяют влияние динамики отдельных затрат в абсолютном и относительном выражении на динамику себестоимости продукции (сравнимой). При этом возможны два способа.

Первый заключается в том, что на основе данных о затратах на производство продукции в отчетном и базисном периодах по каждой статье (или элементу) рассчитывается абсолютный размер экономии (—) или перерасхода (+) и затем процентируется к общей сумме затрат базисного периода.

При втором способе влияние динамики отдельных затрат на динамику общей себестоимости определяется на основе поэлементных (позлементных) индексов себестоимости и удельного веса отдельных затрат в общей себестоимости изделия базисного периода. Для этого удельный вес каждой статьи (элемента) умножается на разность между значением частного индекса и 100% (т. е. на показатель повышения или снижения затрат по данной статье).

Например, если индекс по сырью равен 92% (т. е. затраты на сырье снизились на 8%) и удельный вес сырья в общей себестоимости базисного периода составлял 0,55, т. е. 55%, то влияние снижения затрат по сырью на изменение общей себестоимости можно определить следующим образом:

$$(92-100) \cdot 0,55 = -8 \cdot 0,55 = -4,4\%$$

т. е. снижение затрат по сырью на 8% (при удельном их весе в базисном периоде в 0,55) привело к снижению общей себестоимости на 4,4%.

Изучение структуры затрат на производство показывает, что основная часть затрат приходится на материальные затраты. Так, например, в структуре затрат на производство продукции в промышленности в 1978 г. материальные затраты составили более 80%. Поэтому при изучении динамики себестоимости продукции особенно важно выявить факторы изменения уровня *материальных затрат* на производство.

Изменение уровня материальных затрат в себестоимости в конечном счете зависит от двух факторов: 1) от изменения удельных расходов материалов (расходов сырья, материалов, топлива,

энергии на единицу продукции) и 2) от изменения цен на материалы. Эти два фактора не равнозначны с точки зрения оценки качества работы предприятий. Так, если изменение удельных расходов материалов полностью зависит от самого предприятия, то изменение цен — фактор, не зависящий непосредственно от предприятия.

Изучая динамику материальных затрат в общей себестоимости, в статистике рассчитывают два частных индекса: индекс удельных расходов материалов и индекс цен на материалы. Если обозначить удельные расходы материалов через  $m$ , цены — через  $p$ , а выпуск продукции — через  $q$ , то индекс удельных расходов материалов выразится следующей формулой:

$$I_{\text{уд.расх}} = \frac{\sum q_1 m_1 p_0}{\sum q_1 m_0 p_0}$$

Этот индекс характеризует изменение материальных затрат на выпуск продукции отчетного периода ( $q_1$ ) за счет изменения удельных расходов материалов и при элиминировании влияния изменения цен.

Индекс цен на материалы, характеризующий изменение материальных затрат на выпуск продукции отчетного периода за счет изменения цен (при элиминировании влияния изменения удельных расходов), выразится следующей формулой:

$$I_{\text{ц}} = \frac{\sum q_1 m_1 p_1}{\sum q_1 m_1 p_0}$$

Нетрудно видеть, что произведение этих двух индексов дает индекс материальных затрат в себестоимости продукции:

$$\frac{\sum q_1 m_1 p_0}{\sum q_1 m_0 p_0} \times \frac{\sum q_1 m_1 p_1}{\sum q_1 m_1 p_0} = \frac{\sum q_1 m_1 p_1}{\sum q_1 m_0 p_0}$$

Разность между числителем и знаменателем в каждом из записанных выше индексов характеризует в абсолютном выражении размер экономии (—) или перерасхода (+) материальных затрат за счет соответствующего фактора.

Так, разность  $\sum q_1 m_1 p_0 - \sum q_1 m_0 p_0$  характеризует абсолютный размер экономии (перерасхода) материальных затрат в себестоимости за счет изменения удельных расходов материалов. Разность  $\sum q_1 m_1 p_1 - \sum q_1 m_1 p_0$  характеризует абсолютный размер экономии (перерасхода) материальных затрат за счет изменения цен.

Соответственно разность  $\sum q_1 m_1 p_1 - \sum q_1 m_0 p_0$  равна сумме двух предыдущих разностей и характеризует изменение материальных затрат (экономия или перерасход) за счет изменения как удельных расходов материалов, так и цен на эти материалы.

Мы кратко остановились в настоящем параграфе лишь на индексном методе выявления роли отдельных факторов в динамике себестоимости.

Разумеется, к изучению влияния изменения отдельных факторов на динамику себестоимости применимы и другие методы, в частности корреляционный.

## Глава XVIII

### ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ СТАТИСТИКИ ОБРАЩЕНИЯ

Продукция, созданная в отдельных отраслях материального производства, должна быть доведена до потребителя.

Доведение материальных благ из сферы производства до потребителя называется *обращением* общественного продукта. Функции обращения как стадии процесса социалистического воспроизводства выполняют грузовой транспорт, материально-техническое снабжение и торговля.

Грузовой транспорт осуществляет пространственное перемещение продукции, созданной в других отраслях производственной сферы.

Кроме транспортировки в процессе обращения эта продукция должна быть распределена между потребителями, т. е. реализована. Средства производства распределяются между потребителями через систему органов материально-технического снабжения. Предметы потребления доводятся до потребителя в виде актов купли-продажи через торговлю (государственную, кооперативную и колхозную).

Таким образом, в статистике обращения основными являются показатели статистики грузового транспорта (грузооборота), статистики материально-технического снабжения и статистики торговли.

#### § 1

#### ПОКАЗАТЕЛИ СТАТИСТИКИ ГРУЗОБОРОТА

К. Маркс отмечал, что любой продукт становится законченной потребительной стоимостью лишь тогда, когда закончено его перемещение из пункта производства в пункт потребления.

При этом следует иметь в виду, что перемещение предметов труда в пределах производственного предприятия (доставка сырья и материалов со склада в производственные цехи, перемещение незаконченной продукции из цеха в цех) считается частью производственного процесса и не относится к транспорту как отрасли материального производства. Транспорт как отрасль материаль-

ного производства начинается тогда, когда продукт выходит за пределы предприятия.

Деятельность транспорта характеризуется многими статистическими показателями, среди которых наиболее важное значение имеет система показателей, связанных с перевозкой грузов, т. е. показатели статистики *грузооборота*.

Статистика грузооборота ведется по видам транспорта (железнодорожный, речной, морской, автомобильный и др.), в территориальном разрезе (по областям, краям, республикам), в разрезе административного деления транспорта (по станциям, отделениям, дорогам, портам, пароходствам и пр.), по видам грузов.

Исходными показателями статистики грузооборота являются показатели *объема* перевозок (массы перевезенных грузов), измеряемые в тоннах, и пробег грузов в километрах (милях).

Для характеристики объема перевозок отдельных станций (портов) и совокупности транспортных предприятий определяют такие показатели, как «отправлено грузов», «прибыло грузов» и «перевезено грузов».

В показатель «отправлено грузов» (или «отправление») включаются грузы, принятые от отправителей для перевозки по назначению. В показатель «прибыло грузов» (или «прибытие») включаются грузы, прибывшие в адрес получателей, и грузы, переданные для дальнейшей перевозки другим видам транспорта.

Показатель «перевезено грузов» включает все отправленные грузы и транзитные грузы, поступившие с других видов транспорта для дальнейшей перевозки.

При изучении объема перевозок в территориальном разрезе наряду с показателями «отправление» и «прибытие» рассчитывают показатели «вывоз грузов» и «ввоз грузов». Эти показатели отражают только отправление за пределы изучаемой территории и прибытие грузов из других районов, т. е. в этих показателях не учитываются внутрирайонные перевозки.

Поскольку перевозимые грузы учитываются по видам, то по показателю «отправлено грузов» можно судить о производственном направлении хозяйства данного района.

По показателю «прибыло грузов» также можно судить о том, каким сырьем или продуктами потребления снабжается данный район. Перевозимые транспортом грузы весьма разнообразны. Они могут быть минерального или животного происхождения; скоропортящимися или длительного хранения; перевозимыми в пределах района или транзитными и т. д. Детальное и всестороннее изучение грузовых потоков требует применения различного рода группировок, классификаций.

Только на основе изучения грузов во всем их разнообразии можно правильно решать задачи о выборе вида транспорта, перевозочных средств, установления тарифов и т. п.

Поскольку каждый груз перевозится на определенное расстояние, то, умножая вес перевозимого груза на расстояние перевоз-

ки, можно определить общий пробег грузов в тонно-километрах. Сумма произведений веса отправленных грузов на дальность их перевозки составляет собой показатель общего объема *грузооборота*, выражаемый в тонно-километрах (в морском транспорте — в тонно-милях). Этот показатель характеризует объем транспортной работы по перевозке грузов, и он же является показателем продукции транспорта в натуральном выражении.

При этом необходимо иметь в виду, что грузооборот может рассчитываться в эксплуатационных и тарифных тонно-километрах. Эксплуатационные тонно-километры исчисляются по фактическому пути следования грузов, тарифные тонно-километры — по справочнику тарифных расстояний, т. е. по кратчайшему пути.

Показатель грузооборота в тарифных тонно-километрах является основным в транспортной статистике. По нему производится оплата грузовых перевозок, на основе этого же показателя рассчитывается ряд производных показателей, характеризующих качественную сторону работы транспорта.

На основе показателя грузооборота определяется такой показатель, как *средняя дальность* перевозки грузов. Этот показатель характеризует то расстояние, на которое в среднем перевозится каждая тонна груза. Рассчитывается он путем деления грузооборота в тонно-километрах на вес перевезенного груза. Средняя дальность перевозок рассчитывается по отдельным видам грузов и по всему грузообороту для отдельных видов транспорта.

Наряду со средней дальностью перевозки грузов при анализе грузовых потоков широкое применение находит другой показатель, характеризующий деятельность транспорта. Это показатель густоты перевозок. *Густота грузовых перевозок* (или *грузонапряженность*) рассчитывается путем деления грузооборота на определенном участке на длину изучаемого участка. Этот показатель отражает то число тонн грузов, которое приходится на 1 км эксплуатационного пути.

Средняя густота перевозок рассчитывается для отдельных видов транспорта. Наиболее высокие показатели густоты перевозок в СССР наблюдаются на железнодорожном транспорте. В 1978 г. на 1 км эксплуатационной длины железнодорожного транспорта приходилось в среднем 24,5 млн. т грузов. За последние годы наблюдается заметный рост густоты перевозок на автомобильном и трубопроводном транспорте.

Поскольку транспортные перевозки определяются количеством произведенной в отдельных отраслях материального производства продукции, то для характеристики соотношения между грузовыми перевозками и производством исчисляется *коэффициент перевозимости* грузов.

Этот показатель рассчитывается по отдельным районам и в целом по стране. Для отдельных районов коэффициент перевозимости определяется как отношение отправления того или иного продукта к объему его производства в данном районе.

## § 2 ИЗУЧЕНИЕ ТЕРРИТОРИАЛЬНЫХ ГРУЗОПОТОКОВ

Транспорт выполняет важную роль в экономических связях между отдельными экономическими и административными районами страны. Изучение грузопотоков из района в район и транспортных связей между ними осуществляется при помощи составления таблиц корреспонденции перевозок и транспортных балансов.

*Таблицы корреспонденции* перевозок составляются по отдельным видам грузов. В подлежащем этих таблиц указываются пункты отправления грузов, а в сказуемом — пункты назначения. Внутри таблицы показан объем перевозок. Эти таблицы часто называют шахматными: по диагонали таблицы отражаются внутрирайонные перевозки. Вертикальные итоги дают представление о количестве прибывшего груза, а горизонтальные итоги — о количестве отправленного груза. При этом внутрирайонный обмен в итоге исключен.

На основе таблиц, отражающих корреспонденцию перевозок, можно судить о том, куда направляются отдельные виды грузов и в каком объеме. Такая таблица помогает обнаруживать нерациональные перевозки.

Для отдельных районов и в целом по стране для анализа грузооборота составляется сводная таблица по всем видам транспорта в виде *транспортного баланса*.

Ниже приведен макет транспортного баланса (табл. 101).

Т а б л и ц а 101

(млн. т)

Виды транспорта	Отправление			Прибытие			Баланс сальдо ±
	всего	внутренние перевозки	вывоз	всего	внутренние перевозки	ввоз	

Транспортный баланс должен характеризовать ввоз и вывоз по видам транспорта. Сальдо баланса характеризует разность между величиной отправления и прибытия (или между вывозом и ввозом). Если отправление превышает прибытие, то сальдо будет положительным, если прибытие превышает отправление, то сальдо отрицательное. В первом случае говорят о положительном балансе, а во втором — об отрицательном. Если отправление равно прибытию, то имеет место нулевое сальдо.



Данные транспортного баланса позволяют судить о связи между отправлением и прибытием по видам транспорта.

Транспортные балансы разрабатываются за год.

На основе транспортных балансов могут быть построены балансы межрайонных связей. Такие балансы показывают соотношение между производством, прибытием и отправлением важнейших видов продукции по отдельным районам страны (областям, краям, республикам). Подлежащее этого баланса должно содержать по каждому району перечень отдельных видов продукта, а сказуемое — производство, потребление, отправление и прибытие (последние два по видам транспорта).

### § 3

## ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ СТАТИСТИКИ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОГО СНАБЖЕНИЯ

Материально-техническое снабжение осуществляется продвижением средств производства от предприятий-производителей к предприятиям-потребителям путем планового распределения и реализации средств производства. Благодаря такому своеобразному акту купли-продажи средств производства осуществляются хозяйственные связи между отдельными предприятиями.

Основной задачей статистики материально-технического снабжения является организация надежного контроля за выполнением планов комплексного и бесперебойного снабжения народного хозяйства средствами производства. Статистика материально-технического снабжения должна отражать наличие материальных ресурсов в народном хозяйстве, их распределение и использование.

Статистическая отчетность по материально-техническому снабжению, составляемая предприятиями-поставщиками, сбытовыми организациями, а также предприятиями-потребителями, позволяет выделить в системе показателей следующие группы: показатели, характеризующие поставки и реализацию сырья, материалов, топлива и оборудования; показатели, характеризующие поступление сырья, материалов, топлива и оборудования на предприятия; показатели запасов средств производства у производителей, сбытовых организаций и потребителей; показатели использования сырья, материалов и топлива; показатели издержек организаций материально-технического снабжения.

Первая группа показателей характеризует распределение производственных средств производства. Здесь различают показатели *поставок* и *реализации*. Под поставкой понимают фактический отпуск продукции потребителю или отправление ее транспортом. Данные о поставках могут быть выражены как в натуральных, так и в денежных единицах. Продукция, оплаченная потребителем, считается реализованной. Показатели поставок и реализации

средств производства могут не совпадать, так как момент отпуска продукции потребителю и момент оплаты ее потребителем не совпадают. Кроме того, реализация средств производства сбытовым организациям в поставки не входит, а в показатель реализации включается. (Поставки охватывают только средства производства, переданные предприятиям-потребителям непосредственно.)

Для сравнения уровней поставок за разные периоды исчисляется *среднесуточная поставка*. Кроме того, исчисляются показатели выполнения плана реализации и поставок, показатели частоты поставок и их равномерности.

*Средняя частота поставок*, характеризующая длительность интервалов между отдельными поставками, выражается в днях и рассчитывается как средняя арифметическая взвешенная из фактических интервалов между поставками.

Например, если в течение отчетного периода четыре поставки производились с интервалом в 5 дней, девять поставок — с интервалом в 8 дней и двенадцать поставок — с интервалом в 17 дней, то средняя частота поставок составит 11,84 дня:

$$\left[ \frac{(5 \cdot 4) + (8 \cdot 9) + (17 \cdot 12)}{4 + 9 + 12} \right].$$

Вторая группа показателей характеризует действительное поступление средств производства к потребителям. Под *поступлением* средств производства понимают фактическое прибытие их на склады предприятий-потребителей. При изучении этого показателя особенно важно учитывать своевременность (ритмичность) поступлений и комплектность.

Третья группа показателей характеризует *наличие (запас)* тех или иных средств производства на определенный момент и обеспеченность ими отдельных производственных единиц. Сведения об остатках готовой продукции у поставщиков и остатков сырья, материалов и топлива у потребителей получают из данных текущей отчетности. Кроме того, органы государственной статистики проводят единовременные учеты остатков важнейших видов сырья и материалов у потребителей.

Показатель *обеспеченности* предприятия сырьем, топливом и материалами определяется путем деления объема производственных запасов каждого вида материалов на его среднесуточный расход.

Четвертая группа показателей характеризует *использование* сырья, материалов, топлива. Важнейшими в этой группе показателей являются показатели удельного расхода, под которыми понимается средний расход данного материала на единицу продукции. Для анализа динамики удельных расходов используют индексы удельных расходов (индивидуальные и общие).

Последняя группа показателей характеризует издержки организаций материально-технического снабжения и позволяет исчислять чистую продукцию этой отрасли материального производства.

Советская статистика торговли располагает развернутой системой показателей, характеризующих все стороны деятельности торговли.

Важнейшим показателем статистики торговли является товарооборот. *Товарооборот* — это продажа материальных благ, являющихся предметами потребления. Другими словами, товарооборот отражает движение в форме актов купли-продажи материальных благ, являющихся предметами потребления, от производителя к непосредственному потребителю — населению.

Не относят к товарообороту безденежный оборот материальных благ, а также реализацию услуг населению, осуществляемых такими предприятиями, как кинотеатры, бани, парикмахерские и т. п.

**Виды товарооборота.** Различают оптовый и розничный товарообороты.

*Оптовый товарооборот* представляет собой сумму продаж товаров торгующим организациям для последующей реализации. Другими словами, это продажа в сферу обращения.

*Розничный товарооборот* представляет собой сумму продаж предметов потребления непосредственному потребителю, т. е. прежде всего населению. Розничный товарооборот характеризует стоимость товаров, выбывающих из сферы обращения в сферу потребления.

Сумма оптового и розничного товарооборотов, т. е. совокупность продаж товаров всех звеньев той или иной торговой системы, образует *валовой товарооборот*. Валовой товарооборот включает стоимости одних и тех же товаров столько раз, сколько звеньев в обращении они прошли. Устраняя повторный счет стоимостей одних и тех же товаров, определяют *чистый товарооборот*.

Чистый товарооборот характеризует сумму конечных продаж для той или иной торговой системы. В масштабах всей торговли чистый товарооборот совпадает с розничным товарооборотом. Однако для отдельных торговых организаций или административных районов чистый товарооборот будет включать кроме розничного товарооборота еще и оптовые продажи другим торгующим организациям или районам.

Чем меньше звеньев проходит товар, тем больше чистый товарооборот будет приближаться к валовому. Сопоставляя валовой товарооборот с чистым товарооборотом, получают показатель, характеризующий среднее число звеньев, через которые прошла совокупность товаров от производителя к потребителю. Этот показатель именуют *коэффициентом звенности* товаропродвижения.

Например, если валовой товарооборот области составил

2000 тыс. руб. в месяц, а чистый — 800 тыс. руб., то коэффициент звенности товаропродвижения составил 2,5:

$$\left( \frac{2000 \text{ тыс. руб.}}{800 \text{ тыс. руб.}} \right).$$

Чем меньше звенность, тем скорее товар доходит до потребителя, тем меньше издержки обращения. Поэтому наблюдение за тем, сколько звеньев прошла та или иная товарная масса, является одной из важных задач статистики торговли.

Статистика подробно изучает как оптовый, так и розничный товарообороты.

Оптовый товарооборот осуществляется через систему бытовых организаций промышленности, в которую входят прифабричные склады, выходные базы (для нескольких предприятий) и областные торговые базы в местах потребления товаров. Областные базы, получая товары от прифабричных складов или выходных баз, продают их торгующим организациям.

Оптовый товарооборот может быть охарактеризован отгрузкой товаров рыночного фонда и реализацией товаров.

Показатель *отгрузки* товаров рыночного фонда включает продажу товаров прифабричными складами и выходными базами областным торговым базам или непосредственно розничным торгующим организациям.

Показатель *реализации* товаров рыночного фонда включает продажи товаров розничным торгующим организациям любыми бытовыми организациями. По источнику образования товарные ресурсы в оптовой торговле делятся на: товары из государственных фондов, распределяемые в централизованном порядке, и товары из местных ресурсов. По назначению товарные ресурсы делятся на рыночный фонд, фонд промышленной переработки и вне-рыночный фонд (продукты на экспорт и для снабжения различных организаций).

*Розничный товарооборот* осуществляется через систему розничных торгующих организаций. Выделяют три основные формы розничного товарооборота: товарооборот государственной торговли, который делится на товарооборот торговой сети и товарооборот общественного питания; товарооборот кооперативной торговли; товарооборот колхозной торговли.

В состав розничного товарооборота государственной и кооперативной торговли входят: продажа населению промышленных и продовольственных товаров из розничной сети через магазины, палатки, киоски, аптеки и т. п., через базы и склады (например, лесоматериалы, дрова, строительные материалы и пр.); продажа печатных изданий; продажа сельскохозяйственных продуктов непосредственно из совхозов и подсобных хозяйств государственных предприятий; выручка мастерских за ремонт одежды, обуви, хозяйственных предметов и т. п.; продажа товаров учреждениям и предприятиям для их хозяйственных (но непроездных)

нужд и продажа товаров из торговой сети колхозам, продажа продуктов питания учебным, лечебным, детским и другим учреждениям для питания обслуживаемого контингента.

Таким образом, в розничный товарооборот государственной и кооперативной торговли входит товарооборот по продаже товаров населению и по продаже товаров организациям, учреждениям и предприятиям для хозяйственных нужд.

Общий объем розничного товарооборота государственной и кооперативной торговли определяется как выручка (кассовая) за проданный товар плюс сумма безналичных перечислений, произведенных через Госбанк, за товары, отпущенные различным организациям, а также плюс стоимость товаров, отпущенных населению в кредит.

На основе данных о суммах продаж по отдельным товарам и товарным группам определяется товарная структура розничного товарооборота государственной и кооперативной торговли.

*Общественное питание* является разновидностью розничной торговли. Предприятия общественного питания выполняют одновременно производственные и торговые функции, т. е. они реализуют и продукцию собственного производства, и покупные товары (фрукты, табачные изделия, кондитерские изделия, алкогольные и безалкогольные напитки и т. п.). Розничный товарооборот общественного питания складывается из розничной продажи продукции собственного производства (обеденной и прочей) и продажи покупных товаров.

В последние годы в соответствии с решением ЦК КПСС и Совета Министров СССР об улучшении организации общественного питания в крупных предприятиях общественного питания концентрируется первичная обработка сырья, а более мелкие заведения (кафе, закусочные, столовые и др.) работают в основном на полуфабрикатах, получаемых от своих же смежных предприятий общественного питания. В таких условиях, естественно, появляется возможность в общем товарообороте предприятий общественного питания, который определяется как кассовая выручка, выделять оптовый товарооборот — продажа полуфабрикатов, кулинарных и кондитерских изделий другим предприятиям общественного питания — и розничный товарооборот.

Наряду с учетом товарооборота в денежном выражении в предприятиях общественного питания в отчетности учитывается выпуск обеденной продукции в натуральном выражении, в блюдах: первые блюда, вторые (в том числе мясные, рыбные, овощные, крупяные); третьи; холодные блюда.

На основе натуральных показателей продукции предприятий общественного питания по отдельным районам рассчитываются показатели обеспеченности населения общественным питанием, такие, как количество реализованных полуфабрикатов на 100 человек населения, число блюд, приходящихся на 100 человек населения и т. п. за определенный период.

Кроме того, для оценки работы предприятий общественного питания следует определить среднюю численность населения, обслуживаемого данным предприятием, путем деления общего числа отпущенных за сутки блюд на средний состав обеда (т. е. на среднее число блюд в обеде).

*Товарооборот колхозной торговли* определяется с помощью специально организованных текущих выборочных обследований, проводимых более чем в 300 крупных промышленных городах СССР. Для этого в каждом из отобранных городов ежедневно на всех рынках регистрируются привоз продукции, ее продажа и остатки к концу дня по продуктам свыше 70 наименований. Продажи колхозов учитываются отдельно от продаж колхозников и других групп населения. Данные о количестве проданной продукции определяют как разность между объемом привезенной (и принесенной) на рынок продукции и ее остатком к концу дня.

Данные о ценах на колхозных рынках регистрируются по основным рынкам тех же городов, по той же номенклатуре, что и количества, причем цена фиксируется модальная, т. е. наиболее часто встречающаяся.

На основе зафиксированных данных о ценах и количествах проданных товаров получают данные об объеме розничного товарооборота колхозной торговли и его структуре.

Более полные данные об объеме товарооборота колхозной торговли могут быть получены расчетным путем на основе баланса сельскохозяйственной продукции, бюджетных данных и других источников.

Таким образом, розничный товарооборот всей внутренней торговли складывается из товарооборота государственной и кооперативной торговли (включая общественное питание) и товарооборота колхозной торговли.

**Товарные запасы и их оборачиваемость.** Бесперебойное обслуживание спроса населения требует определенных *товарных запасов* в необходимом ассортименте. Поэтому показатели товарных запасов имеют большое значение в статистике розничного товарооборота.

В статистической практике различают запасы нормального хранения, обеспечивающие повседневную торговлю, и запасы сезонного хранения, обеспечивающие торговлю на весь сезон до следующего поступления.

Товарные запасы определяются в виде остатков на начало и конец определенного отчетного периода и как средняя величина за весь отчетный период.

При изучении товарных запасов широко используются группировки, позволяющие изучать распределение товарных запасов по всем звеньям торговли, по местонахождению, по назначению, по товарным группам.

Величина товарных остатков определяется либо балансовым методом (по схеме: остатки на начало периода + поступления —

—расход=остатки на конец периода), либо путем инвентаризации.

На основе данных о размерах товарооборота (как по отдельным товарным группам, так и по всем товарам в целом) и об остатках товаров за тот или иной период рассчитывается показатель скорости товарооборота, или оборачиваемость.

*Скорость оборота товаров, или оборачиваемость*, может выражаться либо числом оборотов, совершаемых товаром за определенный период, либо продолжительностью одного оборота в днях.

*Число оборотов* товарных запасов определяется путем деления величины товарооборота на средний остаток товарных запасов в отчетном периоде.

Так, например, если товарооборот за квартал составил 750 млн. руб., а средний остаток товаров — 125 млн. руб., то число оборотов за квартал равно  $750:125=6$  (оборотов).

*Продолжительность* же одного оборота в днях, т. е. оборачиваемость в днях, вычисляется путем деления продолжительности отчетного периода на число оборотов за этот период. В нашем примере число дней составляет 90. Тогда продолжительность одного оборота равна 15 дням (90:6).

Оборачиваемость товаров будет тем быстрее, чем больше число оборотов или чем меньше время одного оборота. Поэтому при изучении динамики оборачиваемости число оборотов в отчетном периоде сопоставляется с аналогичным показателем в базисном периоде или же время обращения в базисном периоде сопоставляется с аналогичным показателем в отчетном периоде.

Если при вычислении времени обращения товаров вместо средних остатков товаров пользоваться величиной остатка на начало или конец определенного периода, то в результате получится показатель, характеризующий *обеспеченность* товарными запасами.

Предположим, что в том же примере на конец квартала остатки товарных запасов составили 100 млн. руб., а товарооборот остается неизменным. Обеспеченность товарными запасами на конец квартала составляет 12 дней:

$$\left( \frac{90 \cdot 100}{750} \right).$$

Показатели оборачиваемости и обеспеченности должны рассчитываться не только по всей товарной массе, а прежде всего по отдельным товарным группам и видам товаров, поскольку для отдельных видов товаров устанавливаются определенные нормы запасов, учитывающие специфику товара. Например, для хлеба может считаться нормальным двухдневный запас в торговой сети, а для обуви или других промышленных товаров такой запас явно недостаточен.

При изучении показателей оборачиваемости по всей сумме то-

варных запасов следует иметь в виду, что среднее число оборотов по всей товарной массе зависит как от оборачиваемости отдельных видов товаров, так и от структуры товарных запасов. Если увеличивается удельный вес быстро оборачивающихся товаров, то средняя скорость, т. е. среднее число оборотов товарных запасов, возрастает. Поэтому, изучая динамику показателей оборачиваемости по всей товарной массе, следует выявлять роль упомянутых выше двух факторов.

Объем товарооборота зависит от количества реализуемых товаров и от уровня цен, по которым реализуется продукция. Поэтому изучение показателей товарооборота вызывает необходимость статистического изучения розничных цен.

**Розничные цены.** Розничные цены — это цены, по которым товары продаются населению. Розничные цены в СССР на товары государственной и кооперативной торговли устанавливаются дифференцированно по территориальным поясам. Единые общесоюзные цены устанавливаются лишь на те товары (в основном непродовольственные), в ценах которых незначительная доля транспортных расходов. Для большинства же товаров (главным образом продовольственных) поясная цена учитывает условия производства отдельных видов продукции в разных районах и транспортные расходы по доставке их к месту потребления.

Цены государственной и кооперативной торговли устанавливаются государственными органами и фиксируются в прейскурантах. Цены колхозной торговли складываются на рынке, причем уровень цен колхозной торговли зависит от количества товаров в государственной и кооперативной торговле и уровня цен на них, а также от спроса и предложения по отдельным товарам на самих колхозных рынках.

Отсюда и специфика учета и изучения розничных цен. Наличие единых поясных розничных цен в государственной и кооперативной торговле не требует регистрации их по отдельным торговым точкам. По колхозной же торговле регистрация уровня цен проводится органами статистики.

Регистрация цен колхозной торговли проводится на основных рынках 264 крупных городов СССР 25-го числа каждого месяца по номенклатуре товаров, превышающей 70 наименований (раздельно по колхозам и колхозникам). Кроме того, районными инспекторами государственной статистики на рынках всех районных центров ежемесячно регистрируются цены по 17 наиболее важным товарам, продаваемым колхозниками.

Наряду с данными о розничных ценах колхозной торговли на 25-е число по каждому городу возникает необходимость рассчитывать средние цены за месяц или другой более длительный интервал времени, а также средние цены по совокупности городов или совокупности разных секторов торговли (например, по государственной и кооперативной, по кооперативной и колхозной торговле).

Средняя цена по отдельным видам товаров может рассчиты-



заться по-разному в зависимости от наличия и характера исходных данных.

Так, например, в колхозной торговле, где имеются сведения о ценах на 25-е число каждого месяца, средняя цена за месяц на отдельные товары по каждому городу нечислится как средняя арифметическая простая из уровней цен на две даты.

Для совокупности городов средняя цена отдельных товаров (или товарных групп) рассчитывается как средняя арифметическая взвешенная. По средней арифметической взвешенной, как правило, рассчитывается средняя цена в тех случаях, когда наряду с уровнями цен имеются данные о количествах проданных товаров.

Если данные о количествах проданной продукции отсутствуют, а имеются сведения об обороте, т. е. выручке от продажи, и о ценах на отдельные товары, то средняя цена рассчитывается как средняя гармоническая.

Динамика розничных цен изучается с помощью индексного метода.

Изменение розничных цен означает изменение покупательной способности рубля. При снижении цен покупательная способность рубля повышается, т. е. на одну и ту же сумму средств может быть приобретено большее количество товаров. На основе индекса цен легко рассчитать индекс покупательной способности рубля как величину, обратную индексу цен:

$$I_{\text{покупательной способности рубля}} = \frac{1}{I_{\text{цен}}}$$

**Издержки обращения.** Продвижение товаров из сферы производства до потребителя требует определенных затрат в денежном выражении со стороны торгующих организаций. Это расходы на заготовку, перевозку, сортировку, хранение, упаковку товаров и их реализацию; расходы, связанные с износом основных фондов, потреблением топлива, электроэнергии, оплатой услуг транспорта, связи и т. п. Эти расходы торгующих организаций именуется *издержками обращения*.

По своему экономическому содержанию издержки обращения складываются из: расходов по оплате труда, расходов по оплате материалов и товаров, потребленных в торговле (тара, топливо, электроэнергия, товарные потери и т. п.), расходов по оплате услуг других отраслей народного хозяйства (транспорта, связи).

Издержки обращения учитываются отдельно по оптовой торговле, розничной торговле и общественному питанию.

Величина издержек обращения может быть охарактеризована двумя показателями: абсолютной суммой затрат в рублях и относительным уровнем издержек обращения, рассчитываемым по отношению к объему товарооборота.

*Абсолютная сумма издержек* обращения позволяет определить общий объем затрат и их состав для каждого торгового предприя-

тия торговой организации или для торговли в целом в конкретных условиях места и времени. Но для сопоставления издержек обращения в разных по объему товарооборота торговых организациях и для динамических сопоставлений рассчитывается относительный показатель, относительный уровень издержек обращения, представляющий собой процентное отношение абсолютной суммы издержек обращения к товарообороту данной торговой организации или отрасли торговли. *Относительный уровень* издержек обращения, выражаемый обычно в процентах, можно рассматривать как сумму издержек обращения, приходящихся на 100 руб. товарооборота.

По народному хозяйству абсолютный размер издержек обращения в целом следует определять исходя из чистого товарооборота. В практике советской статистики уровень издержек обращения рассчитывается относительно розничного товарооборота, который является для народного хозяйства чистым товарооборотом.

Уровень издержек обращения зависит от многих факторов. Важнейшими из них являются размер и структура товарооборота, сокращение звенности в торговле, ускорение оборачиваемости товарных запасов, повышение производительности труда торговых работников.

Для выявления влияния отдельных факторов на уровень издержек обращения в статистике широко применяется метод группировок.

Для изучения динамики уровня издержек обращения используется индексный метод.

## *Глава XIX*

---

### ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ СТАТИСТИКИ НАЦИОНАЛЬНОГО ДОХОДА

#### § 1

#### ПОНЯТИЕ О НАЦИОНАЛЬНОМ ДОХОДЕ И МЕТОДЫ ЕГО ИСЧИСЛЕНИЯ

Созданные во всех отраслях материального производства материальные блага и производственные услуги составляют совокупный (валовой) общественный продукт.

Одна часть совокупного общественного продукта потребляется в производстве, т. е. идет на возмещение потребленных в производстве средств производства, обеспечивая тем самым непрерывность производственного процесса. Другая часть совокупного об-

публичного продукта, оставшаяся после возмещения материальных затрат в производстве, используется обществом на потребление и расширение производства. Эта часть совокупного общественного продукта и представляет собой национальный доход. Таким образом, *национальный доход* — это часть совокупного общественного продукта, остающаяся после возмещения потребленных в производстве средств производства.

«Валовой доход, — писал К. Маркс, — есть та часть стоимости и измеряемая ею часть валового продукта [Bruttoprodukts oder Rohprodukts], которая остается за вычетом части стоимости и измеряемой ею части всего произведенного продукта, возмещающей вложенный на производство и потребленный в нем постоянный капитал»<sup>1</sup>.

Национальный доход состоит из предметов потребления и средств производства, представляя одновременно вновь созданную стоимость. Создается он только в отраслях материального производства.

Национальный доход является основным источником развития нашей экономики, повышения материального и культурного уровня жизни трудящихся. Поэтому национальный доход относится к числу важнейших показателей народного хозяйства. Исчисляется этот показатель ежегодно в целом по СССР и по союзным республикам.

Величина (объем) национального дохода может быть определена разными методами: *производственным, распределительным и методом конечного использования.*

Первый метод основан на учете национального дохода, исходя из его содержания, по источникам образования. Как уже указывалось, национальный доход представляет собой часть совокупного (валового) общественного продукта за вычетом потребленных в производстве средств производства. В свою очередь, валовой общественный продукт представляет собой сумму валовой продукции всех отраслей материального производства. Вычитая из валовой продукции стоимость материальных затрат, получаем чистую продукцию каждой отрасли материального производства. Следовательно, национальный доход можно представить как *сумму чистой продукции* всех отраслей материального производства. Указанный метод расчета национального дохода именуют *производственным.*

Таким образом, схема производственного метода исчисления национального дохода такова: в каждой отрасли материального производства определяется валовая продукция; из валовой продукции вычитается стоимость материальных затрат и определяется чистая продукция; сумма чистой продукции всех отраслей материального производства и характеризует объем произведенного национального дохода.

Такой метод исчисления национального дохода позволяет оп-

<sup>1</sup> Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 25, ч. II, с. 409.

ределить удельный вес отдельных отраслей материального производства в создании национального дохода.

Приводимая ниже таблица дает представление о национальном доходе СССР по отраслям народного хозяйства (табл. 102).

Таблица 102

(в фактически действовавших ценах; млрд. руб.)

	1965 г.	1970 г.	1975 г.	1978 г.
Весь национальный доход	193,5	289,9	363,3	422,5
В том числе произведенный в отраслях народного хозяйства:				
Промышленность	100,1	148,3	191,2	216,2
Сельское хозяйство	43,6	63,1	61,5	73,6
Транспорт и связь	11,5	16,3	23,0	25,9
Строительство	17,9	30,0	41,3	46,0
Торговля и др.	20,4	32,2	46,3	60,8

Как видно из табл. 102, большая часть национального дохода создается в промышленности (в 1978 г. — 52,6%).

Второй метод исчисления национального дохода — *распределительный* — основан на учете каналов распределения национального дохода.

Созданный в отраслях материального производства, национальный доход не оседает там, где он непосредственно создан. Национальный доход служит источником доходов всех социальных предприятий, учреждений и населения. При этом происходит сложный процесс распределения и перераспределения национального дохода. Чтобы правильно определить величину национального дохода распределительным методом, следует прежде всего различать: распределение национального дохода, в результате которого образуются *первичные доходы* в сфере материального производства, и перераспределение национального дохода, в результате которого образуются *конечные доходы* во всех отраслях народного хозяйства.

Под первичным распределением национального дохода понимают распределение его в той сфере, где он создан, т. е. отраслях материального производства. В результате первичного распределения национального дохода образуются доходы трудящихся в сфере материального производства (*v*) (заработная плата рабочих и служащих в сфере материального производства, доходы колхозников и пр.) и первичные доходы предприятий отраслей материального производства (*m*) (прибыли производственных предприятий, налог с оборота, начисления на заработную плату, плата за производственные фонды, отчисления в фонд развития производства, отчисления в фонд социально-культурных мероприятий и жилищного строительства и пр.).

Первично распределенный национальный доход подвергается дальнейшему перераспределению путем изъятия части первичных доходов из отраслей материального производства (в виде налога с оборота, отчисления от прибылей и пр.) и передачи их в непроизводственную сферу, на управление и оборону, на выплату пенсий и стипендий и пр. Население, оплачивая различного рода услуги, также участвует в перераспределении национального дохода.

Перераспределение национального дохода осуществляется через финансово-кредитную систему и через куплю-продажу услуг.

В результате перераспределения национального дохода образуются *конечные доходы* трудящихся всех отраслей народного хозяйства и предприятий и учреждений.

Зная каналы распределения национального дохода, можно определить национальный доход как сумму первичных или конечных доходов населения, предприятий и учреждений. Этот метод расчета именуют распределительным.

Национальный доход используется на *потребление и накопление*. Или, другими словами, национальный доход подразделяется на фонд потребления и фонд накопления. В *фонд потребления* (непроизводственного) включается личное потребление населения и потребление материальных благ в учреждениях и организациях непроизводственной сферы, например в больницах, школах, научно-исследовательских институтах и пр. К непроизводственному потреблению относится также годовой износ зданий и оборудования в непроизводственной сфере.

Фонд накопления включает в себя прирост основных фондов, прирост запасов сырья, полуфабрикатов, незавершенного производства, готовой продукции в производственных предприятиях и в торговых организациях, прирост государственных резервов.

Следовательно, национальный доход можно представить как сумму непроизводственного потребления + накопление предметов потребления + накопление средств производства. Практически приходится суммировать еще и потери продукции, возмещаемые за счет национального дохода, и превышение экспорта над импортом.

Такой метод исчисления национального дохода именуют *методом конечного использования*.

Согласно этой схеме национальный доход представляет собой валовую продукцию второго подразделения и накопления средств производства, т. е. накопленных продуктов первого подразделения.

Таким образом, национальный доход может быть определен разными методами. В практике советской статистики отдается предпочтение производственному методу исчисления национального дохода. Национальный доход, использованный на потребление и накопление (в фактических ценах), отличается от произведенного национального дохода (суммы чистой продукции отраслей материального производства) на величину возмещения потерь и внешнеторгового сальдо.

Национальный доход оценивается прежде всего в текущих ценах, так как он должен сопоставляться с такими показателями, как заработная плата, розничный товарооборот, госбюджет и пр. Но для динамических сопоставлений он рассчитывается в сопоставимых ценах.

Пересчет национального дохода в сопоставимые цены можно осуществить разными методами. Один из методов (так называемый метод прямого счета) состоит в том, что в каждой отрасли материального производства в сопоставимых ценах оцениваются валовая продукция и материальные затраты, вычитая из первого второе, получаем чистую продукцию отраслей в сопоставимых ценах или после суммирования по всему народному хозяйству получаем объем национального дохода в сопоставимых ценах.

Второй метод заключается в том, что в сопоставимые переоцениваются непосредственно массы товаров и продуктов, составляющие национальный доход: непроемленное потребление и накопление. Есть и другие методы.

В 1980 г. национальный доход, использованный на потребление и накопление, составил 437 млрд. руб. (в сопоставимых ценах). Причем фонд потребления составил 75,3%. В 11-й пятилетке планируется увеличить национальный доход на 18—20% и удельный вес фонда потребления в национальном доходе повысить до 77,3%<sup>2</sup>. Это позволит осуществить программу подъема материального и культурного уровня жизни народа, намеченную XXVI съездом КПСС на 11-ю пятилетку.

## § 2 ФАКТОРЫ РОСТА НАЦИОНАЛЬНОГО ДОХОДА

Поскольку национальный доход создается в отраслях материального производства, то основными факторами его роста являются: увеличение числа лиц, занятых в отраслях материального производства, или отработанного ими времени; повышение производительности труда во всех отраслях материального производства; экономия материальных затрат.

Увеличение численности занятых в сфере материального производства как фактор роста национального дохода не является решающим на современном этапе. В период роста технического прогресса основная роль как источнику создания национального дохода отводится повышению производительности труда.

Еще К. Маркс писал: «Действительное богатство общества и возможность постоянного расширения процесса его воспроизводства зависит не от продолжительности прибавочного труда, а от его производительности и от большей или меньшей обеспеченности тех условий производства, при которых он совершается»<sup>3</sup>.

<sup>2</sup> Материалы XXVI съезда КПСС. М., 1981, с. 38, 44.

<sup>3</sup> Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 25, ч. II, с. 386.

При уменьшении материальных затрат (доли), т. е. экономном расходовании средств производства, увеличивается масса потребительных стоимостей и увеличивается удельный вес национального дохода (чистой продукции) в совокупном общественном продукте.

Влияние всех трех перечисленных выше факторов на рост национального дохода и их взаимосвязь можно выразить количественно при помощи следующего соотношения индексов:

$$I_{н.д.} = I_{ч.р.} \cdot I_{пр.тр} \cdot I_{уд.в.н.д.}, \quad (1)$$

где  $I_{н.д.}$  — индекс национального дохода;

$I_{ч.р.}$  — индекс численности работников отраслей материального производства или фонда отработанного времени;

$I_{пр.тр}$  — индекс производительности труда, исчисленной по валовому продукту;

$I_{уд.в.н.д.}$  — индекс удельного веса национального дохода в совокупном общественном продукте.

Если показатель производительности труда исчислен на основе национального дохода, то в нем уже учтено изменение удельного веса материальных затрат в валовом общественном продукте, а следовательно, и изменение удельного веса национального дохода в валовом общественном продукте. В этом случае изменение национального дохода рассматривается от двух основных факторов: изменения численности занятых в сфере материального производства (или отработанного ими времени) и изменения общественной производительности труда, т. е. исчисленной на основе национального дохода. И взаимосвязь между этими индексами выразится следующим образом:  $I_{н.д.} = I_{ч.р.} I_{общ.пр.тр.}$  (2)

Рассмотрим на конкретном условном примере взаимосвязь между упомянутыми индексами по (1) и (2) формулам (табл. 103).

Приведенные данные позволяют проиллюстрировать взаимосвязь между отдельными индексами по формулам (1) и (2).

Так, если исходить из производительности труда, исчисленной на основе валового общественного продукта, то получаем по формуле (1):

$$I_{н.д.} = 1,1 \cdot 1,2 \cdot 1,125 = 1,485, \text{ или } 148,5\%$$

Если исходить из производительности труда, исчисленной на основе национального дохода, то, применяя формулу (2), имеем

$$I_{н.д.} = 1,1 \cdot 1,35 = 1,485, \text{ или } 148,5\%$$

(Нетрудно видеть, что индекс общественной производительности труда, т. е. исчисленный на основе национального дохода (1,35), равняется индексу производительности труда, исчисленному по валовому общественному продукту (1,2), умноженному на индекс удельного веса национального дохода в валовом общественном продукте (1,125), т. е.  $1,35 = 1,2 \cdot 1,125$ .)

Степень влияния отдельных факторов на динамику национального дохода можно определить не только относительно, но и аб-

Таблица 103

Показатели	Базисный период	Отчетный период	Индексы
1. Валовой общественный продукт в сопоставимых ценах, млрд. руб.	600	792	1,32
2. Материальные затраты в сопоставимых ценах, млрд. руб.	360	435,6	1,21
3. Национальный доход в сопоставимых ценах, млрд. руб. (1—2)	240	356,4	1,485
4. Удельный вес национального дохода в валовом общественном продукте (3 : 1)	0,4	0,45	1,125
5. Численность работников в отраслях материального производства, млн. человек	60	66	1,1
6. Производительность труда в расчете на одного работника материального производства, тыс. руб. (1 : 5)	10	12	1,2
7. Производительность труда, исчисленная на основе национального дохода, тыс. руб. (3 : 5)	4	5,4	1,35

солютно, т. е. можно разложить абсолютный прирост национального дохода по факторам.

Так, в нашем примере национальный доход увеличился в отчетном периоде по сравнению с базисным на 116,4 млрд. руб. (356,4—240). Разложить этот абсолютный прирост по трем факторам (изменение численности занятых в отраслях материального производства, производительности труда и материальных затрат) можно следующим образом.

1. Начиная изучение с выявления влияния изменения численности занятых в отраслях материального производства, находим, что последняя увеличилась на 10% (предполагается, что и отработанное время изменилось также). Следовательно, можно считать, что за счет этого фактора и национальный доход увеличился по сравнению с базисным периодом также на 10%, т. е. на

$$24 \text{ млрд. руб.} \left( \frac{240}{100} \cdot 10 \right).$$

2. Производительность труда, исчисленная по валовому общественному продукту, возросла на 20%. И прирост национального дохода за счет этого фактора принимается в размере 20% по отношению национального дохода базисного периода с учетом его прироста за счет изменения численности работников материального производства (или отработанного ими времени), т. е. в нашем примере находим 20% от (240+24) млрд. руб. Это составит

$$62,8 \text{ млрд. руб.} \left( \frac{264}{100} \cdot 20 \right).$$



3. Влияние третьего фактора, т. е. экономии материальных затрат, определяем следующим образом. В базисном периоде удельный вес материальных затрат в валовом общественном продукте составил 0,6, или 60%. Если бы не было экономии материальных затрат, то удельный вес их в валовом продукте отчетного периода остался бы прежним, т. е. в размере 60%, и в стоимостном выражении это составило бы 475,2 млрд. руб.  $\left(\frac{792}{100} \cdot 60\right)$ .

Фактическая же сумма материальных затрат составила 435,6 млрд. руб. Следовательно, разность между фактической величиной материальных затрат (435,6 млрд. руб.) и рассчитанной по удельному весу базисного периода (475,2 млрд. руб.), равная 39,6 млрд. руб., и характеризует прирост национального дохода за счет экономии материальных затрат. Эту же величину можно было исчислить на основе индекса валового продукта. Так, если индекс валового общественного продукта равен 1,32, то при отсутствии экономии материальных затрат последние должны были бы возрасти в таком же соотношении и составили бы  $360 \cdot 1,32 = 475,2$  млрд. руб. Поскольку фактическая сумма материальных затрат составила 435,6 млрд. руб., то разность между 475,3 и 435,6 (т. е. 39,6 млрд. руб.) и составляет прирост национального дохода за счет экономии материальных затрат.

Суммируя рассчитанные по трем факторам приросты национального дохода, получаем общий прирост национального дохода:  $24 + 52,8 + 39,6 = 116,4$  млрд. руб.

В изложенном выше методе выявления влияния трех факторов на прирост национального дохода производительность труда исчислялась по валовому общественному продукту.

Если же производительность труда исчисляется по национальному доходу, то экономия материальных затрат рассматривается как элемент роста общественной производительности труда, и тогда анализ прироста национального дохода ведется по двум факторам:

1) за счет изменения численности занятых в отраслях материального производства (или отработанного времени): прирост численности занятых умножается на базисную производительность труда, исчисленную по национальному доходу. В нашем примере  $(66 - 60) \cdot 4 = 24$  млрд. руб.;

2) за счет изменения общественной производительности труда: разность между величиной показателя общественной производительности труда в отчетном и базисном периодах умножается на численность занятых в материальном производстве в отчетном периоде. В нашем примере  $(5,4 - 4) \cdot 66 = 92,4$  млрд. руб.

Принимая весь прирост национального дохода за 100%, можно определить, какая часть прироста достигнута за счет каждого фактора. Так, в нашем примере прирост национального дохода на 20,6% достигнут за счет роста численности работников мате-

риального производства  $\left(\frac{24}{116,4} \cdot 100\right)$  и за счет роста общественной производительности труда — на 79,4%  $\left(\frac{92,4}{116,4} \cdot 100\right)$ .

В 11-й пятилетке намечается повысить производительность общественного труда на 17—20% и получить за счет этого не менее 85,9% прироста национального дохода.

## Глава XX

---

### ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О БАЛАНСЕ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА

#### § 1 БАЛАНСОВЫЕ РАСЧЕТЫ В НАРОДНОМ ХОЗЯЙСТВЕ

Среди средств, помогающих выражать в конкретных цифрах связи между отдельными показателями, отдельными экономическими процессами, отдельными объектами, особое место в статистике занимают *балансы*.

В социалистическом обществе, где расширенное воспроизводство осуществляется планомерно с соблюдением пропорциональности развития всего народного хозяйства, планирование и анализ производства, распределения, потребления и накопления общественного продукта невозможны без балансовых расчетов. Балансы увязывают ресурсы и потребление, поступление и выбытие, приход и расход, источники и их использование.

Балансы подразделяются на статические и динамические. Для первых характерно равенство целого сумме составных его частей. Для вторых характерна увязка определенных показателей на конец периода с показателями на начало периода, т. е. к величине изучаемого показателя на начало периода прибавляется приход (поступление), исключается расход (выбытие), что приводит к величине данного показателя на конец периода. Практически динамические балансы тесно переплетаются со статическими.

Балансовые расчеты имеют большое практическое применение как на отдельных предприятиях, так и в масштабах народного хозяйства.

На отдельных предприятиях составляются балансы труда, основных фондов, производства и потребления электроэнергии и др.

Для экономико-географических исследований большое значе-

ние имеют различного рода балансы, характеризующие резервы и их использование в территориальном разрезе. Так, например, районные материальные балансы строятся по следующей схеме.

В части ресурсов выделяются: запасы на начало периода, производство за указанный период, поступления или ввоз из других районов, прочие поступления.

В расходной части записываются: расход на нужды района (с выделением основных потребителей или направлений расхода), вывоз в другие районы, прочие расходы.

Балансы, составленные в территориальном разрезе, помогают установить экономические связи между отдельными районами.

## § 2

### ПОНЯТИЕ О БАЛАНСЕ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА

Наряду с отдельными балансовыми расчетами для планирования и анализа процесса расширенного социалистического воспроизводства в целом в советской статистике составляется баланс народного хозяйства.

*Баланс народного хозяйства* представляет собой систему взаимосвязанных таблиц и показателей, характеризующих процесс расширенного социалистического воспроизводства; его основные пропорции, условия и результаты за определенный период времени. Баланс народного хозяйства отражает роль отдельных отраслей материального производства в создании общественного продукта и движении его до конечного использования. Он позволяет установить пропорции между производством и потреблением, между потреблением и накоплением, между отдельными отраслями материального производства и т. п.

Теоретической основой баланса народного хозяйства СССР является марксистско-ленинская теория воспроизводства.

В настоящее время баланс народного хозяйства содержит систему таблиц, среди которых можно выделить следующие основные разделы.

I. Материальный баланс народного хозяйства, куда включаются: баланс производства, потребления и накопления общественного продукта; баланс основных фондов; материальные (натуральные) балансы отдельных продуктов.

II. Финансовый баланс народного хозяйства, включающий сводный финансовый баланс (баланс производства и использования общественного продукта и национального дохода) и баланс денежных доходов и расходов населения.

III. Баланс трудовых ресурсов народного хозяйства.

IV. Итоговая сводная таблица баланса народного хозяйства.

Все показатели в перечисленных балансах, кроме материаль-

ных по отдельным продуктам и трудовым ресурсам, приводятся в денежном выражении (в текущих и сопоставимых ценах). Материальные балансы по отдельным продуктам содержат показатели в физических единицах измерения, обычно применяемых для измерения тех или иных продуктов.

Поскольку балансовый метод используется при планировании и анализе итогов развития народного хозяйства, то на разных этапах и для разной цели могут составляться как плановый, так и отчетный балансы народного хозяйства (последний именуется также исполнительным).

Рассмотрим кратко схемы некоторых основных таблиц отчетного баланса народного хозяйства.

Одной из главных таблиц баланса народного хозяйства является *баланс производства, потребления и накопления общественного продукта (сводный материальный баланс)*, в котором отражается весь процесс производства и использования общественного продукта в разрезе форм собственности и отраслей народного хозяйства. Краткая схема сводного материального баланса или баланса производства, потребления и накопления общественного продукта приведена в табл. 104.

Как видно из табл. 104, совокупный общественный продукт делится прежде всего по экономическому назначению на средства производства и предметы потребления и по происхождению на продукцию промышленности, сельского хозяйства, строительства и лесного хозяйства. Показатели этого баланса позволяют выявить и изучить важнейшие пропорции в народном хозяйстве и экономические связи, в частности пропорции между производством средств производства и предметов потребления (т. е. между продукцией I и II подразделений), соотношение между потреблением и накоплением общественного продукта, экономические взаимосвязи между отраслями материального производства.

На основе сопоставления данных балансов за разные периоды изучается динамика воспроизводства общественного продукта.

В целях детализации отдельных сторон воспроизводства баланс производства, потребления и накопления общественного продукта дополняется балансом основных фондов и материальными балансами по важнейшим видам продуктов в натуральном выражении.

*Баланс основных фондов* включает сведения об объеме основных фондов на начало и конец года, источниках их пополнения и причинах выбытия, о приросте основных фондов в целом по народному хозяйству и по отдельным отраслям (по формам собственности).

Баланс основных фондов составляется по полной стоимости и за вычетом износа (по первоначальной стоимости и восстановительной). Баланс основных фондов по первоначальной стоимости за вычетом износа можно назвать основным. Он наиболее орга-

## Баланс производства, потребления и накопления общественного продукта

Общественный продукт по подразделениям, отраслям и основным экономическим группам продуктов	Произведено за год				Ввезено из-за границы (или других республик)	Всего приход (производство плюс ввоз) (по формам собственности)
	в отпускных ценах предприятий (по формам собственности)	валовая выручка транспорта, связи, торговли (по формам собственности)	налог с оборота на продукцию, облагаемую этим налогом	Итого произведено по ценам потребителей		
I. Средства производства в том числе:						
А. Продукция строительства						
Б. Продукция промышленности						
В. Продукция сельского хозяйства						
Г. Продукция лесного хозяйства						
II. Предметы потребления в том числе:						
А. Продукция строительства						
Б. Продукция промышленности						
В. Продукция сельского хозяйства						
Г. Продукция общественного питания						
Всего по народному хозяйству						
в том числе:						
1. Продукция промышленности						
2. Продукция строительства						
3. Продукция сельского хозяйства						
4. Продукция общественного питания						
5. Продукция лесного хозяйства						

**(сводный материальный баланс) — в фактических ценах, млн. руб.)****Распределение**

Производственные материальные затраты (по отраслям и формам собственности)	Потребление (фонд непроизводственного потребления)		Накопление (фонд накопления)		Всего использовано (по формам собственности и отраслям)	Потери (по отраслям и формам собственности)	Вывоз из СССР (или республик) (по отраслям и формам собственности)	Всего использовано и распределено
	личное потребление населения (по общественным группам)	в учреждениях и организациях непроизводственной сферы (по отраслям и формам собственности)	прирост основных фондов (производственных и непроизводственных) по отраслям и формам собственности	прирост материальных запасов и резервов производственного и непроизводственного назначения (по отраслям и формам собственности)				
					итого потребления			

нично связан с балансом производства, потребления и накопления общественного продукта.

Данные балансов основных фондов, важные сами по себе, служат основой для расчета ряда экономических показателей, используемых в анализе, например при исчислении коэффициента технической вооруженности труда (фондовооруженности труда), коэффициента эффективности использования основных фондов и др.

Для увязки производства и потребления отдельных продуктов строятся натуральные материальные балансы по приводимой ниже схеме:

<p>Ресурсы — всего В том числе: Остатки у поставщиков на начало периода Производство Импорт Прочие поступления</p>	<p>Распределение — всего В том числе: Расход на производственно-эксплуатационные нужды (по потребителям) Расход на строительство Экспорт Рыночный фонд Государственный резерв Прочие расходы Остатки у поставщиков на конец отчетного периода</p>
--	---

Материальные балансы, составляемые по различным видам топлива, металлу, электроэнергии, по многим предметам потребления и т. д., позволяют судить об объеме и составе запасов, о производстве и структуре распределения отдельных продуктов.

Примерно по такой же схеме составляются материальные балансы по отдельным областям, экономическим районам, краям и республикам, т. е. в территориальном разрезе. В таких балансах вместо экспорта и импорта указывается вывоз в другие районы и ввоз из других районов. К районным материальным балансам прилагаются таблицы, показывающие, из каких районов вывозится и в какие районы ввозится данный продукт.

На основе районных материальных балансов составляются материальные балансы по народному хозяйству в территориальном разрезе, которые позволяют установить сложившиеся пропорции между производством и потреблением по отдельным районам страны, характеризуют размещение производительных сил и рациональность перевозок тех или иных продуктов.

*Сводный финансовый баланс* отражает производство, распределение, перераспределение и конечное использование общественного продукта и национального дохода.

В отличие от сводного материального баланса сводный финансовый баланс характеризует источники образования и кругооборот доходов общества. Составляется он в денежном выражении по фактическим ценам отчетного периода.

Основой для составления сводного финансового баланса являются: баланс доходов и расходов социалистических производственных предприятий; баланс доходов и расходов учреждений и организаций непроизводственной сферы, баланс доходов и расходов населения; баланс расчетных отношений финансовой системы с предприятиями, организациями и населением.

В подлежащем сводного финансового баланса перечисляются участники производства и распределения и перераспределения общественного продукта и национального дохода; производственные предприятия сферы материального производства (по социальным формам и отраслям материального производства); учреждения и организации непроизводственной сферы (по отраслям: просвещение, здравоохранение и т. п.); население (по общественным группам).

В сказуемом сводного финансового баланса находит отражение производство общественного продукта и национального дохода, а также их первичное распределение, перераспределение и конечное использование.

В первой графе сказуемого показывается величина произведенного за год общественного продукта, во второй графе — величина материальных затрат в производстве. В третьей графе сказуемого фиксируется величина национального дохода как разность между стоимостью общественного продукта и стоимостью материальных затрат в производстве.

Далее в двух последующих графах (четвертой и пятой) показывается первичное распределение национального дохода внутри той сферы, где этот доход создается. В результате первичного распределения образуются первичные доходы лиц, занятых в сфере материального производства, и первичные доходы предприятий и хозяйств сферы материального производства. Естественно, эти графы не заполняются по второму разделу подлежащего, т. е. по учреждениям и организациям непроизводственной сферы, где не создается национальный доход.

Доходы учреждений и организаций непроизводственной сферы и населения, занятого в непроизводственной сфере, образуются в порядке перераспределения национального дохода. В последующих графах таблицы сводного финансового баланса и находит отражение величина национального дохода, переданного предприятиями, учреждениями и населением в порядке перераспределения с указанием направлений этих передач: отчисление в финансово-кредитную систему, оплата услуг населением, взносы населением в общественные организации и т. д., здесь же показывается общая сумма средств, полученных предприятиями, учреждениями и населением в порядке перераспределения национального дохода с указанием источников получения: выручка от продажи услуг населению, оплата труда в непроизводственной сфере, пенсии, стипендии и т. д.

На основе сопоставления всех передач и всех получений опре-



Таблица 105

Баланс производства, распределения и перераспределения общественного продукта и национального дохода (сводный финансовый баланс) (сокращенная схема)

	I. Производство общественного продукта (валовая продукция)	II. Материальные затраты в производстве	III. Национальный доход	IV. Первичное распределение национального дохода	V. Перераспределение общественного продукта и национального дохода
А. Сфера материального производства					
Б. Непроизводственная сфера					
В. Население					
Всего:					
всего					
					в том числе
					1. Платежи и отчисления в финансово-кредитную систему
					2. Оплата услуг населением
					3. Непосредственная передача предприятий средств на социальную сферу
					4. Вносы населения в общественные организации
					5. Передача населению материальных благ производственными организациями
				а) оплата труда в сфере материального производства	
				б) первичные доходы предприятий	

	<p><b>В. Перераспределение общественного продукта и национального дохода</b></p> <p><b>Б. Поступило из фонда перераспределения</b></p> <p style="text-align: center;">в том числе</p> <p>1. Из финансово-кредитной системы</p> <p>2. Выручка от продажи услуг населению</p> <p>3. Пенсии, стипендии, пособия</p> <p>4. Взносы населения в общественные организации</p> <p>5. Непосредственное поступление средств от производственных предприятий на непроизводственные нужды и выплаты материального поощрения</p> <p>6. Оплата труда в непроизводственной сфере</p> <p>7. Получено населением материальных благ</p> <p>8. Сальдо перераспределения</p> <p>VI. Сальдо экспорта и импорта товаров</p> <p>а) возмещение материальных затрат на производство</p> <p>б) потребление</p> <p>в) накопление основных оборотных фондов, резервов и запасов</p> <p>г) возмещение потерь</p> <p>Итого</p>	<p>Всего</p> <p>1. Из финансово-кредитной системы</p> <p>2. Выручка от продажи услуг населению</p> <p>3. Пенсии, стипендии, пособия</p> <p>4. Взносы населения в общественные организации</p> <p>5. Непосредственное поступление средств от производственных предприятий на непроизводственные нужды и выплаты материального поощрения</p> <p>6. Оплата труда в непроизводственной сфере</p> <p>7. Получено населением материальных благ</p> <p>8. Сальдо перераспределения</p> <p>VI. Сальдо экспорта и импорта товаров</p> <p>а) возмещение материальных затрат на производство</p> <p>б) потребление</p> <p>в) накопление основных оборотных фондов, резервов и запасов</p> <p>г) возмещение потерь</p> <p>Итого</p>	<p>А. Сфера материального производства</p> <p>Б. Непроизводственная сфера</p> <p>В. Население</p> <p>Всего:</p>
--	--	---	---

деляется сальдо перераспределения (положительное или отрицательное) по каждой позиции подлежащего. Естественно, по всему народному хозяйству сальдо перераспределения равно нулю.

Наконец, в последней части сказуемого таблицы сводного финансового баланса показывается конечное использование общественного продукта и национального дохода, в частности определяются фонд возмещения, фонд потребления и фонд накопления. Кроме того, особо выделяется часть совокупного общественного продукта, используемого на возмещение потерь в народном хозяйстве.

Таким образом, сводный финансовый баланс характеризуют объем и источники доходов предприятий производственной сферы, учреждений и организаций непроизводственной сферы и населения, а также характеризует конечное использование общественного продукта и национального дохода.

Поскольку труд является важнейшим фактором производства и объем произведенного за год совокупного общественного продукта зависит от количества затраченного в производстве труда и от его производительности, то, естественно, изучение воспроизводства общественного продукта немислимо без изучения воспроизводства трудовых ресурсов общества. Поэтому в системе таблиц баланса народного хозяйства баланс трудовых ресурсов является одним из важных разделов, связанных со многими другими.

*Баланс трудовых ресурсов* должен охарактеризовать объем и состав трудовых ресурсов и их распределение по отраслям производства и видам обслуживания.

Трудовые ресурсы складываются из населения в трудоспособном возрасте (за вычетом неработающих инвалидов) и работающих подростков и пенсионеров. Далее, в балансе выделяются лица, занятые в народном хозяйстве в целом и отдельно в отраслях материального производства и непроизводственной сфере, учащиеся и занятые в домашнем хозяйстве.

Наряду с исчислением баланса трудовых ресурсов в целом по народному хозяйству исчисляют балансы труда по отдельным отраслям, по категориям поселений (город, село), по отдельным республикам, экономическим районам, регионам.

В дополнение к балансу трудовых ресурсов составляется баланс квалифицированных рабочих кадров. Кроме того, по каждой отрасли материального производства рассчитывается число отработанных за год человеко-дней, т. е. дается характеристика использования рабочего времени.

Составляются балансы трудовых ресурсов на основе данных переписи населения, отчетности по труду предприятий и учреждений, отчетов учебных заведений о численности учащихся, статистики социального обеспечения о числе неработающих пенсионеров и на основе специальных единовременных обследований.

С 1959 г. баланс народного хозяйства СССР пополнился еще

одним важным разделом — отчетным межотраслевым балансом производства и распределения продукции в народном хозяйстве. За все время создано 4 таких баланса: за 1959, 1966, 1972 и 1977 гг.

Составляется межотраслевой баланс в ценностном выражении и в натуральных измерителях.

Различаются эти балансы не только единицами измерения, но и методом построения и содержанием.

Межотраслевой баланс в ценностном выражении предназначен для характеристики кругооборота произведенного за год совокупного общественного продукта в целом по народному хозяйству и по отдельным отраслям сферы материального производства. В балансе 1959 г. выделялись 83 отрасли материального производства, в 1966 г. — 110 отраслей, в 1972 г. — 112 отраслей, в 1977 г. — 119 отраслей.

Межотраслевой баланс в ценностном выражении строится как шахматная таблица, в которой выделяются 4 квадранта (раздела) по следующей схеме (табл. 106).

В подлежащем таблицы (по строкам) в пределах I квадранта выделяется большое число отраслей сферы материального производства. В той же последовательности перечислены отрасли в сказуемом I квадранта.

Далее в подлежащем подытоживаются все материальные затраты, выделяется амортизация. Затем в III квадрante выделяют отдельные элементы чистой продукции.

В сказуемом II квадранта указываются элементы использования конечного продукта: фонд потребления, фонд накопления, возмещение выбытия основных фондов и капитальный ремонт и пр.

В итогах строк и граф показана валовая продукция ( $x_i$ ).

Таким образом, по горизонтали в каждой строке баланса показано использование продукции каждой отрасли на производственное потребление (в разрезе отраслей и видов продукции), непроизводственное и личное потребление, накопление, потери и пр.

Показатели же по графам (колонкам) I и III квадрантов, т. е. по вертикали, характеризуют в стоимостном выражении структуру продукта каждой отрасли.

Другими словами, I квадрант межотраслевого баланса в ценностном выражении характеризует производственные связи между отдельными отраслями материального производства. Здесь находит отражение фонд возмещения или все то, что поступает из произведенной продукции в отрасли материального производства.

II квадрант отражает национальный доход и его использование на накопление и потребление.

III квадрант характеризует структуру национального дохода.

Каждая строка I+II квадрантов дает распределение созданного продукта между возмещением, потреблением и накоплением.

## Схема межотраслевого баланса общественного продукта

Отрасли, производящие продукцию		Отрасли, потребляющие продукцию										Итого	Всего
		использование общественного продукта											
		производительное потребление					конечный продукт						
		1	2	...	<i>i</i>	...	<i>n</i>	фонд потребления	фонд накопления	возмещение выветрия и капитальный ремонт основных фондов	зарплата экспорт (импорт)		
1	Металлургия	$a_{11}x_1$	$a_{12}x_2$	...	$a_{1i}x_i$	...	$a_{1n}x_n$					$y_1$	$x_1$
2	Электроэнергетика	$a_{21}x_1$	$a_{22}x_2$	...	$a_{2i}x_i$	...	$a_{2n}x_n$					$y_2$	$x_2$
<i>i</i>	...	$a_{i1}x_1$	$a_{i2}x_2$	...	$a_{ii}x_i$	...	$a_{in}x_n$					$y_i$	$x_i$
<i>n</i>	...	$a_{n1}x_1$	$a_{n2}x_2$	...	$a_{ni}x_i$	...	$a_{nn}x_n$					$y_n$	$x_n$
I квадрат		III квадрат											
Амортизация													
Стоимость конечного продукта		$v_1$	$v_2$	...	$v_n$								
Стоимостный состав национальных доходов		$m_1$								$m_n$			
Итого чистой продукции													$\Sigma x_i$

\* Таблица заимствована из учебника «Курс экономической статистики». Под ред. А. И. Петрова. М., «Статистика», 1975, с. 467.

Каждая колонка I+III квадрантов дает представление об общественных издержках производства и о стоимостной структуре продукции по отраслям.

IV квадрант характеризует элементы перераспределения национального дохода.

Таким образом, все четыре квадранта взаимосвязаны и отражают расширенное социалистическое воспроизводство общественного продукта и производственные связи между отраслями материального производства.

*Межотраслевой баланс в натуральных измерителях* составляется по наиболее важным видам продуктов (в 1959 г. он включал 157 наименований, а в 1966 г. — 237, в 1972 г. — 247). Характеризуя ресурсы и использование продуктов, он одновременно отражает межотраслевые связи в пределах выделенной номенклатуры продуктов.

Следует отметить, что для 1977 г. внесены существенные изменения в принцип построения схемы отчетного межотраслевого баланса в натуральном выражении. Если в предыдущих балансах отражался расход каждого продукта на производство других обязательно по всем видам продуктов, предусмотренных номенклатурой баланса, то в балансе 1977 г. расход каждого продукта показывается лишь по основным его потребителям.

На основе данных межотраслевых балансов рассчитываются коэффициенты прямых и полных затрат материалов на производство соответственно в стоимостном и натуральном выражении.

Под *прямыми* затратами понимают расход одного продукта непосредственно на изготовление другого. Под *полными* затратами понимают расходы определенного продукта на изготовление другого как непосредственно, так и косвенно через другие продукты.

Разработка и анализ межотраслевых балансов играют большую роль в планировании. Данные отчетного межотраслевого баланса помогают выявить народнохозяйственные пропорции и закономерности развития расширенного социалистического воспроизводства.

Мы рассмотрели в самых общих чертах лишь некоторые схемы таблиц баланса народного хозяйства.

Составление баланса народного хозяйства весьма сложная работа. До 1956 г. баланс народного хозяйства составлялся централизованно лишь в целом по СССР.

Однако с развитием народного хозяйства и хозяйств союзных республик возникла необходимость выявления взаимосвязей между ними, оценки роли каждой из них в создании совокупного общественного продукта. Начиная с 1956 г. в ЦСУ союзных республик начали осуществляться отдельные балансовые расчеты как элементы баланса народного хозяйства вначале по весьма ограниченной программе, а затем по более широкой. Так, после 1957 г. по союзным республикам составляются натуральные балансы важ-

нейших сельскохозяйственных продуктов, балансы трудовых ресурсов, балансы денежных доходов и расходов населения. С 1962 г. по республикам составляется баланс производства, потребления и накопления общественного продукта — одна из главных таблиц баланса народного хозяйства, а с 1965 г. — баланс основных фондов. И наконец, за 1966 г. межотраслевой баланс составлялся как по СССР в целом, так и по союзным республикам.

Таким образом, хотя баланс народного хозяйства по полной расширенной программе составляется в целом по СССР, отдельные его составные элементы и таблицы составляются и в пределах союзных республик.

# Приложения

Таблица 1

Значения функции  $\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$

Целые и десятичные доли $t$	Сотые доли $t$									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3876	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2529	2468	2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1926	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	989	973	957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0241	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0303	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0038	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0,0037	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,5	0009	0008	0008	0008	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,6	0006	0006	0006	0005	0008	0007	0007	0005	0007	0006
3,7	0004	0004	0004	0004	0005	0005	0005	0007	0005	0004
3,8	0003	0003	0003	0003	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,9	0002	0002	0002	0002	0003	0002	0002	0002	0002	0002
4,0	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0002	0002	0002	0002	0001	0001
4,1	0,0001338	—	—	—	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
4,5	0,0000160	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5,0	0,0000015	—	—	—	—	—	—	—	—	—



Таблица 2

$$\text{Значения функции } \Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Целые и десятичные доли $t$	Сотые доли $t$									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0080	0,0160	0,0239	0,0319	0,0399	0,0478	0,0558	0,0638	0,0717
0,1	0797	0876	0955	1034	1113	1192	1271	1350	1428	1507
0,2	1585	1663	1741	1819	1897	1974	2051	2128	2205	2282
0,3	2358	2510	2586	2586	2661	2737	2812	2886	2960	3035
0,4	3108	3182	3255	3328	3401	3473	3545	3616	3688	3759
0,5	3829	3899	3969	4039	4108	4177	4245	4313	4381	4448
0,6	4515	4581	4647	5346	4778	4843	4907	4971	5035	5098
0,7	5161	5223	5285	5935	5407	5467	5527	5587	5646	5705
0,8	5763	5821	5878	6476	5991	6047	6102	6157	6211	6265
0,9	6319	6372	6424	0,6970	6528	6579	6629	6679	6729	6778
1,0	0,6827	0,6875	0,6923	7415	0,7017	0,7063	0,7109	0,7154	0,7199	0,7243
1,1	7287	7330	7373	4713	7457	7499	7540	7580	7620	7660
1,2	7699	7737	7775	7813	7850	7887	7923	7959	7994	8029
1,3	8064	8098	8132	8165	8198	8230	8262	8293	8324	8355
1,4	8385	8415	8444	8473	8501	8529	8557	8584	8611	8638
1,5	8664	8690	8715	8740	8764	8789	8812	8836	8859	8882
1,6	8904	8926	8948	8969	8990	9011	9031	9051	9070	9090
1,7	9109	9127	9146	9164	9181	9199	9216	9233	9249	9265
1,8	9281	9297	9312	9327	9342	9357	9371	9385	9399	9412
1,9	9426	9439	9456	9464	9476	9488	9500	9512	9523	9564
2,0	0,9545	0,9556	0,9451	0,9576	0,9586	0,9596	0,9606	0,9616	0,9625	0,9634
2,1	9643	9651	9660	9668	9676	9684	9692	9700	9707	9715
2,2	9722	9729	9736	9743	9749	9756	9762	9768	9774	9780
2,3	9786	9791	9797	9802	9807	9812	9817	9822	9827	9832
2,4	9836	9841	9845	9849	9853	9857	9861	9865	9869	9872
2,5	9876	9879	9883	9886	9889	9892	9895	9898	9901	9904
2,6	9907	9910	9912	9915	9917	9920	9922	9924	9926	9928
2,7	9931	9933	9935	9937	9939	9940	9942	9944	9946	9947
2,8	9949	9951	9952	9953	9955	9956	9958	9959	9960	9961
2,9	9963	9964	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972
3,0	0,9973	0,9974	0,9975	0,9976	0,9976	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980
3,1	9981	9981	9982	9983	9983	9984	9984	9985	9985	9986
3,2	9986	9987	9987	9988	9988	9989	9989	9989	9990	9990
3,3	9990	9991	9991	9991	9992	9992	9992	9992	9993	9993
3,4	9993	9994	9994	9994	9994	9994	9995	9995	9995	9995
3,5	9995	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9997	9997
3,6	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9998	9998	9998
3,7	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998
3,8	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
3,9	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
4,0	0,999936	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
4,5	0,999994	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5,0	0,99999994	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Таблица 3

Таблица вероятностей  $P(\chi^2)$ 

$\chi^2$ K	1	2	3	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	30
1	0,3173	0,1574	0,0833	0,0455	0,0143	0,0047	0,0016	0,0005	0,0002	0,0001	0,0000	—	—	—	—	—
2	0,6065	0,3679	0,2231	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001	0,0000	0,0000	—	—	—
3	0,8013	0,5724	0,3916	0,2615	0,1116	0,0460	0,0186	0,0074	0,0029	0,0011	0,0004	0,0002	0,0001	0,0000	—	—
4	0,9098	0,7358	0,5578	0,4060	0,1991	0,0916	0,0404	0,0174	0,0073	0,0030	0,0012	0,0005	0,0002	0,0001	0,0000	—
5	0,9626	0,8491	0,7000	0,5494	0,3062	0,1562	0,0752	0,0348	0,0156	0,0068	0,0029	0,0013	0,0005	0,0002	0,0001	—
6	0,9856	0,9197	0,8088	0,6767	0,4232	0,2381	0,1247	0,0620	0,0296	0,0138	0,0062	0,0028	0,0012	0,0005	0,0002	0,0000
7	0,9948	0,9598	0,8850	0,7798	0,5398	0,3326	0,1886	0,1006	0,0512	0,0251	0,0120	0,0056	0,0025	0,0011	0,0005	0,0001
8	0,9982	0,9810	0,9344	0,8571	0,6472	0,4335	0,2650	0,1512	0,0818	0,0424	0,0212	0,0103	0,0049	0,0023	0,0010	0,0002
9	0,9994	0,9915	0,9643	0,9114	0,7399	0,5341	0,3505	0,2133	0,1223	0,0669	0,0352	0,0179	0,0089	0,0043	0,0020	0,0004
10	0,9998	0,9963	0,9814	0,9473	0,8153	0,6288	0,4405	0,2851	0,1730	0,0996	0,0550	0,0293	0,0151	0,0076	0,0037	0,0009
11	0,9999	0,9985	0,9907	0,9699	0,8734	0,7133	0,5304	0,3626	0,2330	0,1411	0,0816	0,0453	0,0244	0,0127	0,0065	0,0016
12	1,0000	0,9994	0,9995	0,9834	0,9161	0,7851	0,6160	0,4457	0,3007	0,1912	0,1157	0,0571	0,0375	0,0203	0,0107	0,0028
13	—	0,9998	0,9979	0,9912	0,9462	0,8436	0,6939	0,5276	0,3738	0,2491	0,1575	0,0652	0,0354	0,0311	0,0170	0,0047
14	—	0,9999	0,9991	0,9955	0,9665	0,8893	0,7622	0,6063	0,4497	0,3134	0,2068	0,1301	0,0786	0,0458	0,0259	0,0076
15	—	1,0000	0,9996	0,9974	0,9797	0,9238	0,8197	0,6790	0,5255	0,3821	0,2627	0,1719	0,1078	0,0615	0,0380	0,0199
16	—	—	0,9998	0,9989	0,9881	0,9489	0,8666	0,7440	0,5987	0,4530	0,3239	0,2202	0,1432	0,0895	0,0540	0,0180
17	—	—	0,9999	0,9995	0,9932	0,9665	0,9036	0,8001	0,6671	0,5238	0,3885	0,2742	0,1847	0,1194	0,0745	0,0263
18	—	—	1,0000	0,9998	0,9962	0,9786	0,9319	0,8372	0,7291	0,5925	0,4557	0,3328	0,2320	0,1550	0,0998	0,0374
19	—	—	—	0,9999	0,9979	0,9867	0,9539	0,8856	0,7837	0,6535	0,5224	0,3946	0,2843	0,1962	0,1302	0,0518
20	—	—	—	1,0000	0,9989	0,9919	0,9682	0,9161	0,8305	0,7166	0,5874	0,4579	0,3405	0,2424	0,1658	0,0699
21	—	—	—	—	0,9994	0,9951	0,9789	0,9369	0,8696	0,7696	0,6490	0,5213	0,3995	0,2931	0,2064	0,0920
22	—	—	—	—	0,9997	0,9972	0,9863	0,9574	0,9015	0,8159	0,7060	0,5830	0,4599	0,3472	0,2517	0,1185
23	—	—	—	—	0,9999	0,9984	0,9913	0,9705	0,9269	0,8553	0,7575	0,5919	0,5203	0,4038	0,3009	0,1494
24	—	—	—	—	0,9999	0,9991	0,9945	0,9799	0,9466	0,8881	0,8080	0,6968	0,5793	0,4616	0,3552	0,1848
25	—	—	—	—	1,0000	0,9995	0,9967	0,9866	0,9617	0,9148	0,8424	0,7468	0,6357	0,5194	0,4076	0,2243

Таблица 4

Значения функции  $P(\lambda)$ 

$\lambda$	$P_\lambda$	$\lambda$	$P_\lambda$	$\lambda$	$P_\lambda$	$\lambda$	$P_\lambda$
0,30	1,0600	0,70	7112	1,10	0,1777	1,90	0003
0,35	0,9997	0,75	6272	1,20	1122	2,00	0015
0,40	9972	0,80	5441	1,30	0681	2,10	0007
0,45	9874	0,85	4653	1,40	0397	2,20	0001
0,50	9639	0,90	3927	1,50	0222	2,30	0001
0,55	8643	0,95	3275	1,60	0120	2,40	0000
0,60	9228	1,00	2700	1,70	0062	2,50	0000
0,65	7920			1,80	0032		

Таблица 5

 $S(t)$  в распределении Стьюдента

$t \backslash n$	$n$									
	1	2	3	4	5	6-7	8-10	11-15	16-25	25-30
0,0	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500
0,1	532	535	537	537	538	538	539	539	539	539
0,2	563	570	573	574	576	576	578	578	578	578
0,3	593	606	608	610	612	613	615	616	616	616
0,4	621	636	642	645	647	649	651	652	653	654
0,5	648	667	674	678	681	683	685	687	689	689
0,6	672	695	705	710	713	715	718	721	722	724
0,7	694	723	733	739	742	746	749	752	754	756
0,8	715	746	759	766	770	774	778	781	783	785
0,9	733	768	783	790	795	800	804	808	811	813
1,0	750	789	804	813	818	823	828	832	835	838
1,1	765	807	842	834	839	844	850	854	858	800
1,2	779	824	842	852	858	864	870	874	878	881
1,3	791	838	858	868	875	881	887	892	896	889
1,4	803	852	872	883	890	896	902	907	912	915
1,5	813	864	885	896	903	909	916	921	925	928
1,6	822	875	896	908	915	921	928	933	937	940
1,7	831	884	906	918	925	932	938	943	948	951
1,8	839	893	915	927	934	941	947	952	956	959
1,9	846	901	923	935	942	948	955	960	964	967
2,0	852	908	930	942	949	955	962	967	970	973
2,1	858	915	937	948	955	961	967	972	976	978
2,2	864	921	942	954	960	966	972	977	980	982
2,3	870	926	948	958	965	971	977	981	984	986
2,4	874	931	952	963	969	975	980	984	987	989
2,5	879	935	956	976	973	978	983	987	989	991
2,6	883	939	960	970	976	981	986	989	991	993
2,7	887	943	963	973	979	983	988	991	993	995
2,8	891	946	966	976	981	985	990	993	995	996
2,9	894	949	969	978	983	987	991	994	996	997
3,0	898	952	971	980	985	989	993	995	997	997
3,1	901	955	973	982	987	990	994	996	997	998

Продолжение табл. 5

	1	2	3	4	5	6—7	8—10	11—15	16—25	25—30
3,2	904	967	975	984	988	991	995	997	998	998
3,3	906	960	977	985	989	992	995	997	998	999
3,4	909	962	979	986	990	993	996	998	998	999
3,5	911	964	980	988	991	993	997	998	999	—
3,6	914	965	982	989	992	994	997	998	—	—
3,7	916	967	983	990	993	995	998	999	—	—
3,8	918	969	984	990	994	996	998	999	—	—
3,9	920	970	985	991	994	996	998	999	—	—
4,0	922	971	986	992	995	997	998	—	—	—
4,1	924	973	987	993	995	997	999	—	—	—
4,2	926	974	988	993	996	998	999	—	—	—
4,3	927	975	988	994	996	998	999	—	—	—
4,4	929	976	989	994	996	998	—	—	—	—
4,5	930	977	989	995	997	998	—	—	—	—
4,6	932	978	990	995	997	998	—	—	—	—
4,7	933	979	991	995	997	999	—	—	—	—
4,8	935	980	991	996	898	999	—	—	—	—
4,9	936	980	992	996	998	999	—	—	—	—
5,0	937	981	992	996	998	999	—	—	—	—

# Оглавление

## Часть первая

### ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ

#### Глава I.

##### ПРЕДМЕТ, МЕТОД И ЗАДАЧИ СТАТИСТИКИ

- § 1. Предмет и метод статистики . . . . . 3
- § 2. Статистика и экономическая география . . . . . 6

#### Глава II.

##### ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О СТАТИСТИЧЕСКОМ НАБЛЮДЕНИИ

- § 1. Статистическое наблюдение как первый этап статистического исследования . . . . . 12
- § 2. Виды и способы статистического наблюдения . . . . . 14
- § 3. План статистического наблюдения . . . . . 17
- § 4. Ошибки статистического наблюдения и контроль материалов статистического наблюдения . . . . . 22
- § 5. Особенности статистического наблюдения при экономико-географических исследованиях . . . . . 25

#### Глава III.

##### СВОДКА И ГРУППИРОВКА СТАТИСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

- § 1. Общее понятие о сводке. Ее организация и техника . . . . . 27
- § 2. Сущность и задачи группировок . . . . . 30
- § 3. Вторичная группировка . . . . . 33
- § 4. В. И. Ленин о группировках . . . . . 36
- § 5. Статистические таблицы . . . . . 37

#### Глава IV.

##### ГРАФИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

- § 1. Графики и их роль в обобщении и анализе статистических данных . . . . . 41
- § 2. Основные виды графиков . . . . . 43

#### Глава V.

##### АБСОЛЮТНЫЕ, ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ И СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

- § 1. Абсолютные величины . . . . . 52
- § 2. Относительные величины . . . . . 54
- § 3. Средние величины . . . . . 57

#### Глава VI.

##### СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВАРИАЦИОННЫХ РЯДОВ

- § 1. Общие сведения о вариационных рядах, их построение . . . . . 59
- § 2. Графическое изображение вариационных рядов . . . . . 64
- § 3. Основные характеристики вариационного ряда . . . . . 67
  - 3.1. Средние величины . . . . . 67
  - 3.2. Мода и медиана . . . . . 73

3.3. Квартили и децили . . . . .	77
3.4. Показатели вариации . . . . .	79
3.5. Понятие о моментах распределения . . . . .	89
3.6. Показатели асимметрии и эксцесса . . . . .	91
§ 4. Теоретические кривые распределения . . . . .	93
4.1. Выравнивание вариационных рядов способом наименьших квадратов . . . . .	93
4.2. Кривая нормального распределения и ее построение по эмпирическим данным . . . . .	96
4.3. Распределение Шарлье . . . . .	99
4.4. Распределение Пуассона . . . . .	100
§ 5. Сравнение частот эмпирического и теоретического распределений при помощи критериев согласия . . . . .	101

### Глава VII.

#### ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД

§ 1. Понятие о выборочном методе. Основные виды выборки . . . . .	106
§ 2. Понятие об ошибках выборки . . . . .	110
§ 3. Ошибки собственно-случайной выборки . . . . .	111
§ 4. Использование формул предельной ошибки выборки . . . . .	119
§ 5. Ошибки выборки при типической выборке . . . . .	123
§ 6. Ошибки выборки при серийном отборе . . . . .	125
§ 7. Комбинированная выборка . . . . .	126
§ 8. Малая выборка . . . . .	127
§ 9. Оценка существенности расхождения двух выборочных средних . . . . .	130
§ 10. Распространение результатов выборки на генеральную совокупность . . . . .	131

### Глава VIII.

#### КОРРЕЛЯЦИЯ

§ 1. Понятие о корреляционной зависимости . . . . .	132
§ 2. Метод группировок и выявление корреляционных зависимостей . . . . .	133
§ 3. Нахождение уравнений связи (уравнений регрессии) . . . . .	135
§ 4. Измерение тесноты связи . . . . .	145
§ 5. Оценка надежности коэффициента корреляции и коэффициента регрессии . . . . .	153
§ 6. Коэффициенты корреляции рангов . . . . .	155
§ 7. Коэффициент Фехнера . . . . .	159
§ 8. Понятие о множественной корреляции . . . . .	160
§ 9. Статистическое изучение зависимости между качественными показателями . . . . .	162

### Глава IX.

#### РЯДЫ ДИНАМИКИ

§ 1. Понятие о рядах динамики и их роль в анализе . . . . .	166
§ 2. Основные характеристики рядов динамики . . . . .	171
§ 3. Выравнивание динамических рядов . . . . .	176
§ 4. Выявление и измерение сезонных колебаний . . . . .	186
§ 5. Понятие об автокорреляции в рядах динамики . . . . .	190
§ 6. Корреляция рядов динамики . . . . .	195
§ 7. Экстраполяция рядов динамики и прогнозирование . . . . .	202

### Глава X.

#### ИНДЕКСЫ

§ 1. Общее понятие об индексах . . . . .	205
§ 2. Общие индексы количественных показателей . . . . .	207
§ 3. Общие индексы качественных показателей . . . . .	211
§ 4. Индексы средних величин . . . . .	215
§ 5. Цепные и базисные индексы . . . . .	220
§ 6. Взаимосвязанные индексы и определение роли отдельных факторов в динамике сложных показателей . . . . .	222
§ 7. Разложение абсолютных приростов по факторам . . . . .	225

§ 8. Территориальные индексы . . . . .	229
§ 9. Территориальные индексы переменного и фиксированного состава на примере индексов урожайности . . . . .	232

*Часть вторая*

**ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ**

<i>Глава XI.</i> ПРЕДМЕТ И МЕТОД ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ . . . . .	236
--	-----

<i>Глава XII.</i> КЛАССИФИКАЦИЯ ОТРАСЛЕЙ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА . . . . .	238
---	-----

<i>Глава XIII.</i> ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ СТАТИСТИКИ НАСЕЛЕНИЯ	
§ 1. Задачи статистики населения . . . . .	243
§ 2. Изучение численности населения и его размещения . . . . .	245
§ 3. Основные группировки населения . . . . .	247
§ 4. Изучение естественного движения населения . . . . .	251
§ 5. Изучение механического движения населения . . . . .	256
§ 6. Определение перспективной численности населения . . . . .	257

<i>Глава XIV.</i> ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ СТАТИСТИКИ НАЦИОНАЛЬНОГО БОГАТСТВА	
§ 1. Понятие о национальном богатстве и его составе . . . . .	260
§ 2. Статистика природных ресурсов и охраны окружающей среды . . . . .	261
§ 3. Статистика основных производственных фондов . . . . .	270
3.1. Основные производственные фонды и их состав . . . . .	270
3.2. Оценка основных фондов . . . . .	272
3.3. Амортизация основных производственных фондов . . . . .	273
3.4. Баланс основных фондов . . . . .	275
3.5. Показатели состояния и использования основных производственных фондов . . . . .	277
3.6. Показатели статистики оборудования . . . . .	280
§ 4. Показатели статистики технического прогресса . . . . .	287
§ 5. Показатели статистики предметов труда и материальных запасов . . . . .	294

<i>Глава XV.</i> ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ СТАТИСТИКИ ПРОИЗВОДСТВА ОБЩЕСТВЕННОГО ПРОДУКТА	
§ 1. Понятие о совокупном общественном продукте . . . . .	298
§ 2. Продукция промышленности . . . . .	301
§ 3. Продукция сельского хозяйства . . . . .	309
§ 4. Продукция строительства . . . . .	319
§ 5. Продукция прочих отраслей материального производства . . . . .	321
§ 6. Определение объема совокупного (валового) общественного продукта . . . . .	322

<i>Глава XVI.</i> ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ СТАТИСТИКИ ТРУДА	
§ 1. Изучение численности и состава работающих . . . . .	326
§ 2. Показатели движения работников . . . . .	328
§ 3. Показатели использования времени рабочих . . . . .	330
§ 4. Показатели статистики производительности труда . . . . .	332
§ 5. Показатели выполнения норм выработки . . . . .	343
§ 6. Статистика оплаты труда . . . . .	344
§ 7. Некоторые вопросы статистики труда в колхозах . . . . .	352

**Глава XVII.**

**ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ СТАТИСТИКИ СЕБЕСТОИМОСТИ  
ПРОДУКЦИИ**

§ 1. Понятие себестоимости продукции, изучение ее уровня и структуры	354
§ 2. Изучение динамики себестоимости	357
§ 3. Факторы изменения себестоимости продукции	361

**Глава XVIII.**

**ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ СТАТИСТИКИ ОБРАЩЕНИЯ**

§ 1. Показатели статистики грузооборота	364
§ 2. Изучение территориальных грузопотоков	367
§ 3. Основные показатели статистики материально-технического снабжения	368
§ 4. Некоторые вопросы статистики торговли	370

**Глава XIX.**

**ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ СТАТИСТИКИ НАЦИОНАЛЬНОГО ДОХОДА**

§ 1. Понятие о национальном доходе и методы его исчисления	377
§ 2. Факторы роста национального дохода	381

**Глава XX.**

**ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О БАЛАНСЕ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА**

§ 1. Балансовые расчеты в народном хозяйстве	385
§ 2. Понятие о балансе народного хозяйства	386

<b>Приложения</b>	<b>399</b>
-------------------	------------



*ГРОМЫКО  
ГАЛИНА ЛЕОНТЬЕВНА*

**СТАТИСТИКА**

---

Заведующая редакцией  
*Н. А. Рябикина*

Редактор *Н. П. Сушко*

Художественный редактор  
*Б. С. Вехтер*

Технический редактор  
*Э. С. Кондрашова*

Корректор *В. П. Кададинская*

Тематический план 1981 г. № 35  
ИБ № 1063

Сдано в набор 23.01.81. Под-  
писано к печати 12.08.81.  
Л-105406. Формат 60×90<sup>1/16</sup>.  
Бумага тип. № 3. Гарни-  
тура Литературная. Высо-  
кая печать. Усл. печ. л. 25,5.  
Уч.-изд. л. 27,64. Тираж  
21 000 экз. Зак. 20. Цена  
1 р. 10 к. Изд. № 1331.

---

Издательство  
Московского университета  
103009, Москва, ул. Герцена, 5/7.  
Типография Изд-ва МГУ.

Цена 1 р. 10 к.

