

А. М. Анисов

Зенон и проблема движения

Цит. по Анисов А. М. Апории Зенона и проблема движения // Труды научно-исследовательского семинара Логического центра Института философии РАН / РАН. Ин-т философии, Обществ. ин-т логики, когнитологии и развития личности. – М., 2000. – Вып. 14 / Редкол.: А. С. Карпенко (отв. ред.) и др. – Стр. 139-153.

Нашей целью будет не реконструкция зеноновских аргументов, а стремление понять с точки зрения современной науки, на какие реальные трудности в анализе движения указал Зенон Элейский. Именно указал, поскольку о попытке приписать непосредственно Зенону современную постановку проблем движения не может быть и речи. Кстати говоря, эта постановка в логико-философской литературе не отличается единством. Нередко ответственность за парадоксы движения возлагается на неточность и размытость используемых понятий¹. Уточним понятия – парадоксы исчезнут. Мы с этим не согласны. Апории Зенона касаются самих основ человеческого миропонимания. Они требуют не просто уточнения понятий, а выбора философской платформы объяснения реальности. Поскольку дело построения таких платформ не может быть завершено, пока существует мыслящий разум, на

¹ См., напр., Войшвилло Е. К. Еще раз о парадоксе движения о диалектических и формально-логических противоречиях // "Философские науки", 1964, № 4.

выборе одной из них лежит печать неизбежной исторической ограниченности. Сказанное, разумеется, в полной мере относится и к построениям в данной статье. Но сегодня, несомненно, мы понимаем и знаем больше, чем два с половиной тысячелетия назад, а завтра, возможно, удастся продвинуться вперед еще дальше².

Начнем рассмотрение зеноновских затруднений с апорий о движении.

² Вряд ли в данном случае стоит разделять оптимизм А. М. Анисова, поскольку о пространстве и времени, а следовательно, и о движении мы знаем отнюдь не больше, чем древние греки. Научные теории, которые, как правило, дают нам новые знания, давным-давно отошли от проблемы движения и со времен Галилея движением называют "продвинутоость". Сама же проблема движения осталась за рамками науки. (Руслан Хазарзар.)

Ахилл и черепаха

Ахилл – герой и, как бы мы сейчас сказали, выдающийся спортсмен. Черепаха, как известно, одно из самых медлительных животных. Тем не менее Зенон утверждал, что Ахилл проиграет черепахе состязание в беге. Примем следующие условия. Пусть Ахилла отделяет от финиша расстояние 1, а черепаху – $1/2$. Двигаться Ахилл и черепаха начинают одновременно. Пусть для определенности Ахилл бежит в 2 раза быстрее черепахи. Тогда, пробежав расстояние $1/2$, Ахилл обнаружит, что черепаха успела за то же время преодолеть отрезок $1/4$ и по-прежнему находится впереди героя. Далее картина повторяется: пробежав четвертую часть пути, Ахилл увидит черепаху на одной восьмой части пути впереди себя и т. д. Следовательно, всякий раз, когда Ахилл преодолевает отделяющее его от черепахи расстояние, последняя успевает уползти от него и по-прежнему остается впереди. Таким образом, Ахилл никогда не догонит черепаху. Начав

Ахилл и черепаха

движение, Ахилл никогда не сможет его завершить.

Знающие математический анализ обычно указывают, что ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} 1/2^n$$

сходится к 1. Поэтому, дескать, Ахилл преодолеет весь путь за конечный промежуток времени и, безусловно, обгонит черепаху³. Но вот

³ Действительно, апория "Ахилл и черепаха" известна нам прежде всего в формулировке Аристотеля (Физика, 29 А 26 DK): "Самый быстрый бегун никогда не догонит самого медленного, т. к. догоняющий должен прежде достичь того места, откуда сдвинулся убегающий, так что более медленный всегда будет чуть впереди". На это оппоненты Зенона, как правило, возражают: "Почему это "всегда будет чуть впереди"? Пусть скорость первого – 10 м/с, второго – 5 м/с, начальная дистанция между ними – 5 м. Тогда через 2 секунды более быстрый бегун будет на 5 м впереди, следовательно, слово "всегда" неверно".

Ахилл и черепаха

Поистине удивительно, как разум может запутывать себя в догматическом нежелании признать свою слабость: "всегда (черепаха впереди)", "никогда (Ахилл не догонит)" – не значит бесконечное течение времени. Согласно апориям, и время не превысит своего предела. А парадокс не опровергается его констатацией. Констатацией он как раз утверждается. К сожалению, многих настолько приучили опровергать путем приведения к противоречию, что они и сами противоречия (парадоксы) готовы "опровергать" подобным же образом. Ведь можно переформулировать апорию следующим образом: "Никогда не пройдет одна секунда, ибо когда пройдет полсекунды, останется полсекунды, когда пройдет половина полсекунды ($1/4$), останется $1/4$ секунды..." и т. д. Как же действительно опровергается парадокс? Он опровергается демонстрацией того, за счет чего он существует. Т. е. необходимо указать принципиально неверное утверждение в рассуждениях Зенона, а не демонстрировать путем других рассуждений или эмпирики, что Зенон пришел к противоречию – Зенон об этом и сам прекрасно знал и сам же об этом говорил. Наконец, формулировку апории можно изменить, не меняя ее сути: "Самый быстрый бегун не сможет догнать самого медленного (хотя при этом он не будет прекращать движения), ибо догоняющий должен прежде достичь того места, откуда сдвинулся убегающий, так что более медленный будет впереди". (Руслан Хазарзар.)

что пишут по данному поводу Д. Гильберт и П. Бернайс:

"Обычно этот парадокс пытаются обойти рассуждением о том, что сумма бесконечного числа этих временных интервалов все-таки сходится и, таким образом, дает конечный промежуток времени. Однако это рассуждение абсолютно не затрагивает один существенно парадоксальный момент, а именно парадокс, заключающийся в том, что некая бесконечная последовательность следующих друг за другом событий, последовательность, завершаемость которой мы не можем себе даже представить (не только физически, но хотя бы в принципе), на самом деле все-таки должна завершиться"⁴.

Принципиальная незавершаемость данной последовательности заключается в том, *что в ней отсутствует последний элемент*. Всякий раз, указав очередной член последовательности, мы

⁴ Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики. Логические исчисления и формализация арифметики. М., 1979. С. 40.

можем указать и следующий за ним. Интересное замечание, также указывающее на парадоксальность ситуации, встречаем у Г. Вейля:

"Представим себе вычислительную машину, которая выполняла бы первую операцию за $1/2$ минуты, вторую – за $1/4$ минуты, третью – за? минуты и т. д. Такая машина могла бы к концу первой минуты "пересчитать" весь натуральный ряд (написать, например, счетное число единиц). Ясно, что работа над конструкцией такой машины обречена на неудачу. Так почему же тело, вышедшее из точки А, достигает конца отрезка В, "отсчитав" счетное множество точек $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$?"⁵

Древние греки тем более не могли себе представить завершенную бесконечную совокупность. Поэтому вывод Зенона о том, что движение из-за необходимости "пересчитать" бесконечное число точек не может закончиться, еще тогда произвел большое впечатление. На

⁵ Цит. по Даан-Дальмеднко А., Пенффер Ж. Пути и лабиринты. Очерки по истории математики. М., 1986. С. 237.

Ахилл и черепаха

схожих аргументах основывается апория о невозможности начать движение.

Дихотомия

Рассуждения очень простое. Для того, чтобы пройти весь путь, движущееся тело сначала должно пройти половину пути, но чтобы преодолеть эту половину, надо пройти половину половины и т. д. до бесконечности. Иными словами, при тех же условиях, что и в предыдущем случае, мы будем иметь дело с перевернутым рядом точек: $(1/2)^n, \dots, (1/2)^3, (1/2)^2, (1/2)^1$. Если в случае апории "Ахилл и черепаха" соответствующий ряд не имел последней точки, то в Дихотомии этот ряд не имеет *первой* точки. Следовательно, заключает Зенон, движение не может начаться. А поскольку движение не только не может закончиться, но и не может начаться, движения нет. Существует легенда, о которой вспоминает А. С. Пушкин в стихотворении "Движение":

*Движенья нет, сказал мудрец брадатый.
Другой смолчал и стал пред ним ходить.
Сильнее бы не мог он возразить;
Хвалили все ответ замысловатый.
Но, господа, забавный случай сей
Другой пример на память мне приводит:
Ведь каждый день пред нами солнце ходит,
Однако ж прав упрямый Галилей.*

Действительно, согласно легенде, один из философов так и "возразил" Зенону. Зенон велел быть его палками: ведь он не собирался отрицать чувственное восприятие движения. Он говорил о его *немыслимости*, о том, что строгое размышление о движении приводит к неразрешимым противоречиям. Поэтому, если мы хотим избавиться от апорий в надежде, что это вообще возможно (а Зенон как раз считал, что невозможно), то мы должны прибегать к теоретическим аргументам, а не ссылаться на чувственную очевидность. Рассмотрим одно любопытное теоретическое возражение, которое

было выдвинуто против апории "Ахилл и черепаха".

"Представим себе, что по дороге в одном направлении движутся быстроногий Ахилл и две черепахи, из которых Черепаха-1 несколько ближе к Ахиллу, чем Черепаха-2. Чтобы показать, что Ахилл не сможет перегнать Черепаху-1, рассуждаем следующим образом. За то время, как Ахилл пробежит разделяющее их вначале расстояние, Черепаха-1 успеет уползти несколько вперед, пока Ахилл будет пробегать этот новый отрезок, она опять-таки продвинется дальше, и такое положение будет бесконечно повторяться. Ахилл будет все ближе и ближе приближаться к Черепахе-1, но никогда не сможет ее перегнать. Такой вывод, конечно же, противоречит нашему опыту, но логического противоречия у нас пока нет.

Пусть, однако, Ахилл примется догонять более дальнюю Черепаху-2, не обращая никакого внимания на ближнюю. Тот же способ рассуждения позволяет утверждать, что Ахилл сумеет вплотную приблизиться к Черепахе-2, но

это означает, что он перегонит Черепаху-1. Теперь мы приходим уже к логическому противоречию"⁶.

Здесь трудно что-либо возразить, если оставаться в плену образных представлений. Необходимо выявить формальную суть дела, что позволит перевести дискуссию в русло строгих рассуждений. Как нам кажется, первая апория сводится к следующим трем утверждениям:

(0) Каков бы ни был отрезок $[A B]$, движущееся от A к B тело должно побывать во всех точках отрезка $[A B]$.

(1) Любой отрезок $[A B]$ можно представить в виде бесконечной последовательности убывающих по длине отрезков $[A a_1]$ $[a_1 a_2]$ $[a_2 a_3]$... $[a_n a_{n+1}]$.

⁶ Сидоренко Е. А. Логические выводы доказательства и теория дедукции // Логика научного познания. М., 1987. С. 92. Недавно автор вновь подтвердил свою позицию. См.: Сидоренко Е. А. О парадоксах и о том, как Ахиллу догнать черепаху // "Философские исследования", № 3. М., 1999.

(2) Поскольку бесконечная последовательность a_i ($1 \leq i < \omega$) не имеет последней точки, невозможно завершить движение, побывав в каждой из точке этой последовательности.

Проиллюстрировать полученный вывод можно по-разному. Наиболее известная иллюстрация – "самое быстрое никогда не сможет догнать самое медленное" – была рассмотрена выше. Но можно предложить более радикальную картину, в которой обливающийся потом Ахилл (вышедший из пункта А) безуспешно пытается настичь черепаху, преспокойно греющуюся на Солнце (в пункте В) и даже не думающую убежать. Суть апории от этого не меняется. Иллюстрацией тогда станет куда более острое высказывание – "самое быстрое никогда не сможет догнать неподвижное". Если первая иллюстрация парадоксальна, то вторая – тем паче.

При этом нигде не утверждается, что убывающие последовательности отрезков a_i для $[A B]$ и a'_i для $[A' B']$ должны быть одинаковы. Напротив, если отрезки $[A B]$ и $[A' B']$ неравны по

Дихотомия

длине между собой, их разбиения на бесконечные последовательности убывающих отрезков окажутся различными. В приведенном рассуждении Ахилла отделяет от черепах 1 и 2 разные расстояния. Поэтому мы имеем два различных отрезка $[A B_1]$ и $[A B]$ с общей начальной точкой A . Неравные отрезки $[A B_1]$ и $[A B]$ порождают различные бесконечные последовательности точек, и недопустимо использовать одну из них вместо другой. Между тем именно эта незаконная операция применяется в аргументах о двух черепахах⁷.

Если не смешивать иллюстрации и существо апории, то можно утверждать, на наш взгляд, что апории "Ахилл" и "Дихотомия" симметричны по отношению к друг другу. В самом деле, "Дихотомия" также водится к следующим трем утверждениям:

⁷ Как остроумно заметила по этому поводу Л. Н. Евтушенко, пусть каждый гонится за своей черепахой. Ведь если можно вводить Черепаху-1 и Черепаху-2, то почему нельзя ввести Ахилла-1 и Ахилла-2?

Дихотомия

(0) Каков бы ни был отрезок $[A B]$, движущееся от A к B тело должно побывать во всех точках отрезка $[A B]$.

(1) Любой отрезок $[A B]$ можно представить в виде бесконечной последовательности убывающих по длине отрезков $[b_{n+1} b_n] \dots [b_3 b_2] [b_2 b_1] \dots [b_1 B]$.

(2) Поскольку бесконечная последовательность b_i не имеет первой точки, невозможно побывать в каждой из точек этой последовательности.

Таким образом, апория "Ахилл" основывается на тезисе о невозможности завершить движение из-за необходимости посетить последовательно каждую из точек бесконечного ряда, упорядоченного по типу w (т. е. по типу порядка на натуральных числах), который не имеет последнего элемента. В свою очередь "Дихотомия" утверждает невозможность начала движения из-за наличия бесконечного ряда точек, упорядоченных по типу w^* (так упорядочены целые отрицательные числа), который не имеет первого элемента.

Дихотомия

Проанализировав более тщательно две приведенные апории, мы обнаружим, что обе они опираются на допущение о *непрерывности* пространства и времени в смысле их *бесконечной делимости*. Такое допущение непрерывности отличается от современного, но имело место в древности. Без допущения тезиса о том, что любой пространственный или временной интервал можно разделить на меньшие по длине интервалы, обе апории рушатся. Зенон прекрасно это понимал. Поэтому он приводит аргумент, исходящий из принятия допущения о *дискретности* пространства и времени, т. е. допущения о существовании элементарных, далее неделимых, длин и времен.

Стадий

Итак, допустим существование неделимых отрезков пространства и интервалов времени. Рассмотрим следующую схему, на которой каждая клетка таблицы представляет неделимый блок пространства. Имеется три ряда объектов А, В и С, занимающих по три блока пространства, причем первый ряд остается неподвижным, а ряды В и С начинают *одновременное* движение в направлении, указанном стрелками:

	A1	A2	A3	
B3	B2	B1		→
←		C1	C2	C3

(0) Начальное положение

	A1	A2	A3	
	B3	B2	B1	
	C1	C2	C3	

(1) Конечное положение

Стадий

Ряд С, утверждает Зенон, за неделимым момент времени прошел одно неделимое место неподвижного ряда А (место А1). Однако за то же самое время ряд С прошел два места ряда В (блоки В2 и В3). Согласно Зенону, это противоречиво, т. к. должен был встретиться момент прохождения блока В2, изображенный на следующей схеме:

	В3	В2	В1	
		С1	С2	С3

(0/1) Промежуточное положение

Но где в это промежуточное положение находился ряд А? Для него просто не остается соответствующего места. Остается либо признать, что движения нет, либо согласиться с тем, что ряд А делим не на три, а на большее количество мест. Но в последнем случае мы вновь возвращаемся к допущению о бесконечной делимости пространства и времени, снова попадая в тупик

Стадий

апорий "Дихотомия" и "Ахилл". При любом исходе движение оказывается невозможным. Известный английский физик-космолог и философ Дж. Уитроу следующим образом прокомментировал сложившуюся ситуацию:

Апория "Стадий", "несмотря на все ее остроумие, решается довольно просто, т. к., если пространство и время состоят из дискретных единиц, в этом случае относительные движения должны быть таковы, что переходы типа $0 \rightarrow 1$ – АА могут случаться в последующие моменты. Отрицание Зеноном этой возможности основывается не на логическом законе, а просто на ошибочной апелляции к "здравому смыслу", т. к. в действительности он молчаливо предполагает постулат непрерывности, который несовместим с гипотезой, принятой в начале рассуждения. Как это ни странно, но если мы примем такие гипотезы, то движение будет представлять собой прерывную последовательность различных конфигураций, как в кинофильме, и ни в какой момент времени не будут существовать промежуточные конфигурации. Переход

электрона с одной орбиты на другую рассматривается в элементарной теории атома Бора именно как переход такого типа"⁸.

Мы считаем, что сказанное Уитроу верно. Промежуточное положение (0/1) с логической точки зрения вовсе не обязано наличествовать в какой-то момент времени, поскольку предположение о его отсутствии непротиворечиво⁹. Другой вопрос, что наши

⁸ Уитроу Дж. Естественная философия времени. М., 1964. С. 177.

⁹ Увы, Анисов напрасно соглашается с Уитроу. Поставленный Зеноном вопрос абсолютно правомерен с логической точки зрения: если возможно продвижение одного тела относительно другого (в данном случае объекта В относительно объекта С) на одну "дискрету" пространства, то, следовательно, проходит некоторый интервал времени, а значит, совершенно правомерен вопрос, как изменилось и изменилось ли вообще положение объекта А относительно объектов В и С за этот промежуток времени? Если положение объекта А изменилось, то мы приходим к отмеченному Зеноном противоречию. Если же не изменилось, то движущее тело некоторый конкретный промежуток времени простопокоилось в одной точке, что

Стадий

привычные представления о движении, опирающиеся интуицию непрерывности, оказываются неадекватными в дискретном случае. В этом отличие дискретной ситуации от ситуации с бесконечной делимостью пространственных и временных интервалов. Утверждение, что ряд $1/2^1, 1/2^2, 1/2^3, \dots, 1/2^n$ завершится, логически противоречиво, если n не ограничено. Аналогичным образом, необычная вычислительная машина Германа Вейля никогда не сможет завершить вычисления в какой-то момент времени из-за неограниченного числа

само по себе противоречиво (см. апорию "Летающая стрела"). В квантовой механике этот вопрос решается путем постулирования максимально возможной скорости – скорости света c . Согласно этому постулированию, движущиеся друг навстречу другу со скоростью c объекты приближаются друг к другу все с той же скоростью c , а не $2c$, ибо никакие объекты не могут приближаться друг к другу (или удаляться друг от друга) со скоростью, большей скорости света. Но, во-первых, такое постулирование, насколько мне известно, оспаривается современными физиками, а во-вторых, оно не только не разрешает проблем движения, но и ставит новые. (Руслан Хазарзар.)

шагов процесса пересчета множества натуральных чисел. Можно, используя понятие предела, просуммировать упомянутый ряд и получить единицу, или, вводя трансфинитные числа, допустить выполнение в ходе вычислений количества шагов, равного первому бесконечному числу?. Такие построения уже будут непротиворечивыми. Но они обладают существенным, на наш взгляд, изъяном.

Осмысливая принципы, лежащие в основе теории множеств (которая может, как известно, рассматриваться в качестве фундамента современной математики), Дж. Р. Шенфилд указывает на "следующий фундаментальный вопрос: если дана совокупность S шагов, то существует ли шаг, следующий за каждым шагом из S ?"¹⁰ Рассматривая случаи, когда S состоит из единственного шага или из бесконечной последовательности шагов S_n, S_i, \dots , он отвечает

¹⁰ Шенфилд Дж. Р. Аксиомы теории множеств // Справочная книга по математической логике. Теория множеств. М., 1982. С. 11.

на поставленный вопрос утвердительно: "В первых двух случаях мы отчетливо можем представить себе ситуацию, когда все шаги из S уже осуществлены"¹¹. Применим эти рассуждения к апории "Ахилл". Ряд $1/2^1, 1/2^2, 1/2^3, \dots, 1/2^n, \dots$ не может быть завершен, т. к. у него отсутствует последний элемент. Но представим себе, что Ахилл уже побывал в каждой из точек, которая следует за всеми точками бесконечного ряда и является концом пути. Движение, таким образом, завершено. Проблема, однако, в том и заключается, каким образом получилось так, что Ахилл побывал во всех точках не имеющего конца ряда $1/2^1, 1/2^2, 1/2^3, \dots, 1/2^n, \dots$? Если уже "дано", то и говорить не о чем – апория разрешается, фактически, путем постулирования наличия решения¹².

¹¹ Там же, с. 12.

¹² Суть проблемы заключается в интеграции бесконечного количества частей, а наука – математический анализ, в частности – рассматривает только дифференциацию уже определенной, а значит, и актуализированной бесконечности: целое уже дано и остается только делить его на части; в то

время как Зенон задается вопросом, а как это целое из таких частей составить (а уже потом пробовать его делить)? Получается, само решение возможно только при завершении процесса, т. е., по сути, возможно только при актуальной бесконечности. При потенциальной бесконечности, т. е. при условиях, заданных Зеноном, первые две апории ("Ахилл" и "Дихотомия") неразрешимы. Но ведь условия, заданные Зеноном, безупречны с точки зрения логики. Посылка может быть либо ложной, либо универсальной. Ложность посылки никто не утверждает. Но если она универсальна, то вывод логически верен, ибо обратное утверждение противоречит универсальности посылки, что абсурдно. А потому утверждение, что ошибка Зенона якобы заключается в том, что предел бесконечной последовательности не является членом этой последовательности, есть не утверждение ошибки Зенона, но как раз его правоты: действительно, предела "догнал" в рассуждениях Зенона не получается. Логически все безупречно.

Впрочем, при рассмотрении проблем, связанных с апорией "Ахилл и черепаха", мне однажды пришлось встретиться со следующим аргументом: "У нас в условии апории произведено деление на бесконечное число частей. Поэтому то, что мы не можем указать, на каком конечном этапе бегун догонит черепаху, не может служить основанием для утверждения о том, что он не догонит ее за бесконечное число этапов. Доказательство от противного здесь не

применимо, мы не можем доказать, исходя из посылок, ни справедливость утверждения, ни справедливость отрицания. Кажущееся логичным рассуждение о том, что раз бегун не догоняет черепаху на конечном числе этапов (мы не можем указать конечный этап, на котором он ее догонит), то он не догонит ее и на бесконечном числе, является порочным кругом: доказываемся ровно то утверждение, что кладется в основу". Т. е. ставится под сомнение закон исключенного третьего, дающий основание доказательству от противного (что, кстати, само по себе уже ставит рассуждения Зенона в ряд парадоксов). Но ведь аналогичным путем в математике постулируются сходящиеся суммы: никто не может прямым путем доказать того, что они не превысят своего предела, это доказываемся от противного. На каждом из этапов Ахилл не догоняет черепаху, причем число этих этапов потенциально бесконечно. А потому мы не только не можем указать конечный этап, на котором Ахилл догонит черепаху, мы знаем, что такой этап невозможен, ибо противоречитсылке. И здесь нет никакого порочного круга как логической ошибки, здесь именно "доказываемся ровно то утверждение, что кладется в основу". *Circulus vitiosus* как ошибка возможен при условном допущениисылки, а в апориисылка – бесспорна. При этом всякая логика тавтологична, если верна, и выводит ровно то, что в нее заложили. Т. е. мы снова возвращаемся к тому, с чего и

Логически все это непротиворечиво (вопреки мнению самого Зенона). Но здесь процесс движения, содержащий, по условию задачи, *бесконечное* число шагов, сводится, по сути, к *трем* шагам: на шаге 1 вводится ряд точек $1/2^1$,

начали: для опровержения апории необходимо опровергнуть посылку, а она-то как раз и неоспорима.

Другой небезынтересный аспект – тривиальность самой апории "Ахилл и черепаха": мол, речь всегда идет о догоняющем Ахилле, а догоняющий (потенциальная бесконечность), разумеется, – и не догнал. Но, с другой стороны, если, как в математическом анализе, уже "дано" (актуальная бесконечность), то и говорить не о чем – апория разрешается, фактически, путем постулирования наличия решения. Но такое "решение" не менее тривиально рассуждений Зенона. Беда в том, что тривиальны оба варианта, и выходит, что в обоих случаях мы получаем ровно то, что постулируем. Но нетривиальность данной апории в том, что Зенон показывает невыводимость актуальной бесконечности из потенциальной. В то же самое время из опыта мы знаем, что догоняющий, если он быстрее, становится догнавшим и перегнавшим. И проблема описания движения в апории "Ахилл и черепаха" остается – во всяком случае, до тех пор, пока не будет постулирована дискретность пространства-времени. (Руслан Хазарзар.)

Стадий

$1/2^2, 1/2^3, \dots, 1/2^n, \dots$, на шаге 2 *постулируется*, что Ахилл побывал в каждой из этих точек, а на шаге 3 делается вывод о завершении движения в конечной точке, *не принадлежащей* рассматриваемому ряду. В результате как бы "пересчитан" ряд, упорядоченный по типу $w+1$. *По видимости речь идет о бесконечном по числу шагов процессе, тогда как на деле процесс при таком подходе завершается за три шага.* Сказанное приобретает большую наглядность, если обратиться к симметричной ситуации с апорией "Дихотомия". Здесь вначале движущееся тело поместим в точке старта. Затем добавим к имеющейся точке старта совокупность точек, упорядоченный по типу w^* , получив тем самым линейный порядок типа $1+w^*$, и, на последнем шаге, постулируем, что тело побывало в каждой из точек ряда?*. Значит, движение успешно началось, хотя между точкой старта и любой из последующих точек лежит бесконечное множество промежуточных точек. Снова перед нами процесс из трех шагов, и снова вопрос о принципиальной возможности пересчета

бесконечного порядкового типа $1+w^*$ обходится путем *постулирования преодоления бесконечности за один шаг.*

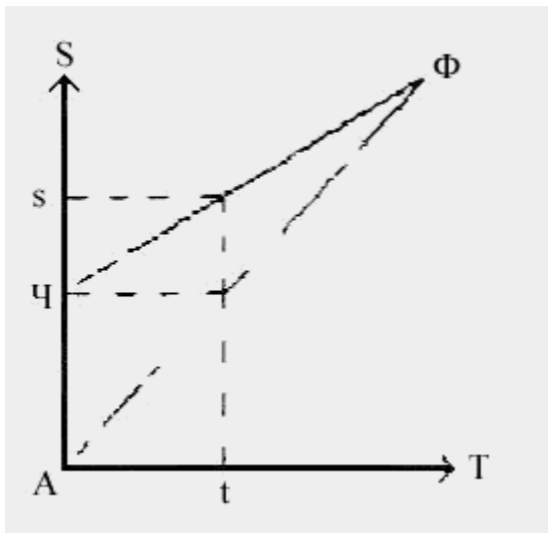
Легко представить себе совокупности, упорядоченные по типам $w+1$ и $1+w^*$, в качестве данностей. Но вообразить *процесс пошагового получения этих совокупностей элемент за элементом, в соответствии с порядком на них, логически невозможно.* Неизбежно на каком-то шаге либо а) будет нарушен порядок прохождения элементов (наряду с движениями от предыдущих точек к последующим придется вводить скачки от последующих точек к предыдущим), либо б) потребуется постулировать переход не от элемента к элементу, а *от совокупности* элементов к элементу или наоборот. Первая альтернатива ускользнула от внимания исследователей и потому требует особого разбора, который будет проведен в дальнейшем.

Что касается второй альтернативы, то именно она реализуется в рассмотренных псевдорешениях парадоксов движения. Между

тем, в апориях Зенона движение понимается как переход от точки к точке, но ни в коем случае не как переход от совокупности точек к точке или обратно. Проблема в том, можно ли, двигаясь от одной точки пути к другой, завершить движение, и в том, можно ли, попав в какую-то точку, найти другую точку, куда нужно попасть на следующем шаге, что необходимо для начала процесса движения. Если же вместо переходов от точки к точке в процессе движения нам рекомендуют переходить от множества точек к отдельным точкам или от отдельных точек к множествам точек, то поставленная проблема подменяется другими. Кроме того, если в процессе движения мы должны посетить бесконечное количество точек, то и сам этот процесс неизбежно оказывается содержащим бесконечное число шагов. Как было показано, переходы от совокупностей точек к точкам и обратно могут совершаться за конечную последовательность шагов. Просто на одном из этих шагов обязательно будет использована бесконечная совокупность точек, введенная как актуальная

данность, но не полученная в процессе поэтапного конструирования структура. В этом и заключается изъян предлагаемого разрешения апорий.

Получается в итоге, что трудности, связанные с апориями "Ахилл" и "Дихотомия", остались не преодоленными. Другое дело апория "Стадий", которая оставляет надежду на положительное разрешение проблемы движения в дискретном случае. Однако у Зенона есть апория против движения, которая вообще не связана ни с трудностями оперирования с бесконечностью, ни с вопросом о непрерывности или дискретности пространства и времени. Это апория "Летающая стрела". Формулируется она очень просто. В каждый момент полета стрела занимает определенное место и покоится в нем. В противном случае придется допустить, что за мгновение стрела способна изменить свое местоположение, что нелепо. Следовательно, движение стрелы есть сумма состояний покоя, т. е. стрела не движется.



Суть затруднения в том, что, согласно Зенону, движение тела означает изменение его местоположения. За мгновение времени никаких изменений в местоположении тел произойти не может. Но поскольку время складывается из мгновений, в каждой из которых все тела

покоятся, движения нет. Отметим, что это рассуждение нельзя опровергнуть ссылкой на то, что движущееся тело обладает отличной от нуля мгновенной скоростью, как это иногда думают¹³. Действительно, рассмотрим следующий рисунок. Видно, что более высокая скорость бега Ахилла по сравнению с черепахой отражена меньшим углом наклона графика его бега к оси S . Угол наклона графика связан, как известно, с мгновенной скоростью, значение которой определяется тангенсом угла касательной к графику функции. Однако все это не отменяет того факта, что в любой момент времени t Ахилл и черепаха находятся в строго определенных точках пути. В этих точках они вполне неподвижны. Вся картина их взаимного расположения во времени и пространстве дана сразу, целиком. И ничто в этой картине не движется, вся она складывается из состояний покоя в каждой точке графиков.

¹³ Даан-Дальмеднко А., Пенффер Ж. Цит. соч. С. 238.

Рассмотренное представление движения имеет статический характер. Оно полностью подобно изображению движения при помощи кинематографии. Как известно, изображение движения на киноленте складывается из отдельных кадров, на которых все неподвижно. Но если прокрутить эту ленту со скоростью 24 кадра в секунду, возникает иллюзия движения. Теперь представим себе, что количество кадров ленты несчетно, и что все они упорядочены так же, как и действительные числа, в результате чего каждому моменту времени соответствует один кадр. В итоге мы получим как раз ту картину движения, которая сводит его к сумме состояний покоя (отдельных кадров), расположенных непрерывным образом (в отличие от реальных кинолент). Но именно так и описывается движение в современной физике. Выдающиеся ученые чувствовали это. Например, такой тонкий аналитик, как Б. Рассел, фактически прямо признал то, что Зенон отрицал в качестве парадокса: "... мы живем в неизменном мире и... стрела в каждый момент своего полета

фактически покоится"¹⁴, однако, согласно Расселу, данное обстоятельство не мешает признавать наличие движений и изменений в том смысле, что в разные моменты времени мир находится в *разных* состояниях.

А. Грюнбаум в ответ на это возразил, что кадры киноленты существуют *одновременно*, и потому те, кто обвиняет современную физику в уподоблении мира киноленте, приписывают ей абсурдное положение о том, что все события одновременны¹⁵. Хотя некоторые авторы давали повод для таких упреков, в целом выставленное возражение ошибочно. Мы имеем дело с тропом, который можно назвать *кинематографической метафорой*, так что о буквальном отождествлении мира и реальных кинолент речь, конечно, не идет. В рамках кинематографической метафоры отдельный кадр соответствует состоянию мира в определенный момент времени,

¹⁴ Цит по Уитроу Дж. Там же. С. 179.

¹⁵ Грюнбаум А. Философские проблемы пространства и времени. М., 1969. С. 405.

так что разные кадры представляют разные мгновения времени, в полном согласии с физикой. И когда оппоненты А. Грюнбаума говорят о *сосуществовании* последовательных моментов времени в статической картине мира, то термин "сосуществовать" можно использовать в *безвременном* смысле. Рассмотрим словосочетания "совокупность событий 1997 года" и "совокупность событий 9997 года". С точки зрения статики обе упомянутые совокупности *не меняются*. Они *существуют* в неизменном виде независимо от всяких ссылок на момент "теперь" или "сейчас" или на какие-либо другие временные интервалы, что и позволяет говорить о них как сосуществующих в безвременном смысле, подобном тому, в каком мы говорим о совокупностях предметов, изображенных на кадрах с номерами 1997 и 9997. Только в отличие от реальных кинолент, нельзя утверждать, что "кадры" "совокупность событий 1997 года" и "совокупность событий 9997 года" существуют одновременно. Однако это не означает, что фраза "Существуют события 1997

года и существуют события 9997 года" лишилась смысла. Напротив, в статической концепции времени она вполне осмыслена. Но это все, что требуется для утверждения *совместного сосуществования* разновременных совокупностей событий.

Разумеется, раздавались голоса против такого статического подхода к описанию времени и движения в современной науке. Одним из критиков был философ-интуитивист А. Бергсон. Он настаивал на том, что необходимо различать описание *результатов* движения и описание движения как особого *процесса* или *акта*. По мнению Бергсона, наука в принципе не способна постичь движение как процесс или акт:

"... Если во времени механика постигает лишь одновременность¹⁶, то в движении – только неподвижность.

¹⁶ Вот пример того, как неаккуратное использование слов способствует возникновению обоснованных подозрений в непонимании элементарных вещей. Утверждать, что "механика постигает лишь одновременность" – значит

Можно было бы предвидеть этот результат, если вспомнить, что механика по необходимости оперирует с уравнениями, а алгебраическое уравнение всегда выражает совершившийся факт. Между тем сама суть длительности и движения, какими они предстают нашему сознанию, заключается в процессе непрерывного становления; алгебра же может выражать в своих формулах результаты, полученные в определенный момент длительности, и положение, занимаемое в пространстве движущимся телом, но она не в состоянии выразить саму длительность и само движение"¹⁷.

В случае движения мы "имеем дело не с *вещью*, но с *процессом*", поэтому "в движении

входить в вопиющее противоречие с действительным положением дел в этой науке. Еще раз повторим: критика статических, парменидовских, представлений о времени и движении современной науки не должна приписывать ей нелепое утверждение об одновременности разновременных событий.

¹⁷ Бергсон А. Опыт о непосредственных данных сознания // Бергсон А. Соч. Т. 1. М., 1992. С. 101.

следует различать два элемента: пройденное пространство и действие, посредством которого тело проходит его". Обращаться с этими элементами нужно по-разному. Например, "делить можно вещь, но не акт"¹⁸. Зенон же, по мнению Бергсона, смешивает процесс движения, каждый акт которого неделим, с бесконечно делимым пространством.

"Почему Ахилл обгоняет черепаху? Потому, что каждый шаг Ахилла и каждый шаг черепахи в качестве движений неделимы, а в качестве пространства – суть различные величины, а значит, пространство, пройденное Ахиллом, будет больше, чем сумма расстояний, пройденного черепахой, и того, на которое она вначале его опередила. Зенон совершенно не принимает в расчет, что только пространство можно разлагать и вновь составлять, поэтому он, воссоздавая движение Ахилла по тому же закону, что и

¹⁸ Там же. С. 98.

движения черепахи, смешивает пространство с движением"¹⁹.

^{19a} Там же. С. 99.

^{19b} Увы, и апелляция к интуиции совершенно не дает нам разрешения проблемы движения. Так, М. Мерло-Понти в своей работе "Пространство" пишет: "Пытаясь мыслить движение и разрабатывая его философию, мы незамедлительно попадаем под влияние критической установки, направленной на проверку истины. Мы спрашиваем себя, что же в действительности дано нам в движении; мы готовы отвергнуть явления, чтобы постичь истину движения, не осознавая, что именно эта установка редуцирует феномен и противостоит нашему желанию охватить его, поскольку она вводит вместе с понятием истины в себе такое предположение, которое способно скрыть от нас генезис движения. Предположим, что я бросаю камень. Он пролетает над садом. На мгновение он становится удаляющимся предметом, напоминающим метеор, а затем, когда падает на землю на некотором расстоянии, вновь становится камнем. Если я хочу "ясно" помыслить этот феномен, то его необходимо разложить на составные части. Я должен предположить, что сам камень реально в движении не изменяется. Поскольку камень, который я держал в своей руке и который обнаружил на земле в момент окончания его полета, – один и тот же, то, следовательно, он является тем же самым камнем, который передвигался в воздухе.

Движение – это только атрибут движущегося тела и невидимо в самом камне. Оно может быть только изменением отношений между камнем и средой, окружающей его. Мы можем говорить о движении в той мере, насколько камень сохраняет свою идентичность, противопоставляясь в различных соотношениях своему окружению. Если, с другой стороны, я предполагаю, что камень исчезает, достигая точки P , а другой камень, тождественный первому, возникает из ничего в точке P' , находящейся на максимально близком расстоянии к первой точке, то, в этом случае, мы имеем не одно, а два различных движения. Следовательно, не существует движения, отличного от движущегося тела, которое бы переносило его от начальной точки к конечной, сохраняя свою непрерывность. Поскольку движение никоим образом не присуще движущемуся телу, а всецело заключается в его отношениях со своей окружающей средой, оно не может обойтись без внешнего указателя. Действительно, указатель является наилучшим способом наиболее явного приписывания движения "телу в движении". Если различия между телом в движении и движением установлены, то не существует ни движения без движущегося тела, ни движения без объективного указателя, ни абсолютного движения. Тем не менее, эта идея фактически отрицает движение. Для того чтобы точно отличить движущееся тело от движения, необходимо, строго говоря, утверждать, что "движущееся

тело" не движется. Как только мы привносим идею движущегося тела, которое остается в течение своего движения одним и тем же, аргументы Зенона вновь обнаруживают свою актуальность. В этом случае бесполезны возражения о том, что мы не должны рассматривать движение как последовательность дискретных позиций, соотносящихся с последовательностью дискретных моментов времени, и что пространство и время не состоят из совокупности дискретных элементов. Даже если мы рассматриваем два завершенных последовательных момента и две фиксированные примыкающие точки, то все равно между ними в каждом случае существует различие, несмотря на то, что оно меньше любого заранее заданного количества, а их дифференциация находится в начальной стадии. Идея движущегося тела, идентичного во всех фазах движения в качестве простого явления, исключает феномен "сдвига" и предполагает идею пространственной и временной позиций, которые всегда идентичны в себе, даже если они не являются таковыми для нас, и, следовательно, такое положение камня, которое всегда существует и никогда не изменяется. Даже если мы создадим математический способ, позволяющий зафиксировать неопределенную множественность позиций и моментов, то все равно невозможно понять сам акт перехода, имеющий место в одном и том же движущемся теле, который всегда осуществляется между двумя моментами и двумя позициями, независимо от того, в какой близости друг от

Здесь А. Бергсон не прав. Похоже, для Зенона было несомненным, что движение есть именно процесс. Ведь он говорит не о трудностях введения завершенных в своей данности отрезков пространства, а о немислимости процесса их прохождения. Либо движение будет описано как процесс, как ряд последовательных операций или действий по осуществлению движения, либо придется признать, что любая попытка такого описания неминуемо ведет к противоречиям, что будет означать логическую невозможность движения. Согласно Пармениду и Зенону, неизбежна вторая альтернатива. Движения как процесса нет и быть не может. Со своей стороны, объявляя апории против движения софизмами, Бергсон не в состоянии предложить приемлемого их решения. Нельзя же считать таким решением

друга мы их выбираем. Таким образом, пытаюсь отчетливо мыслить движение, я не могу понять, как возможно его начало и то, как оно может быть дано мне как феномен".

наивную апелляцию к интуиции²⁰. Вместе с тем, в рассуждениях французского философа о

²⁰ Кроме того, оппоненты Зенона говорят, что в апории "Стрела" заложена следующая ошибка: утверждается, что в каждый момент времени стрела покоится (скорость = 0), а в отдельной точке вообще ничего нельзя сказать о движении/скорости объекта. Однако речь в данной апории идет о дискретной, прерывной модели, в котором каждый промежуток – есть сумма неделимых точек, точек-"атомов". И здесь нужно задать вопрос: тело, преодолевшее неких промежуток, побывало во всех точках-"атомах" этого промежутка? Надо полагать, что побывало (в противном случае, тело "размазано" по некоторому отрезку, т. е. аморфно). Оно могло двигаться в рамках каждой отдельной точки-"атома"? Нет. Ибо продвижение на пол-"атома" невозможно уже хотя бы потому, что у самого движущего тела нет такой части – пол-"атома", – которая могла бы продвинуться. Так что делало тело, когда было в определенной точке, если не могло двигаться в ее рамках? Ничего, отвечают оппоненты Зенона, ибо что можно сделать за нулевой промежуток времени (мол, мы не можем даже утверждать, что тело покоилось в этой точке, т. к. в отдельной точке мы не можем отличить движение от неподвижности)? Но ведь промежуток не нулевой, а меньший "дискретного" параметра. Хотя, по сути, в этот "промежуток времени" (не нулевой, но меньший

коренном отличии статического представления о движении от процессуального заключено рациональное зерно.

"дискретного" параметра) "застывает" и само время, т. е. в этот "промежуток" нет и самого времени. И мы можем продолжить утверждение диалектического материализма "Движение есть, и движенья нет" до "Время есть, и времени нет".

Апория "Стрела" показывает нам, что в дискретной модели мира объект даже не прыгает из точки в соседнюю точку, а исчезает из одной точки и появляется в другой (в противном случае мы приходим к непрерывности). По сути, это – два разных объекта, ибо между ними нет связи, непрерывности, идентичности, а это в корне противоречит интуитивному пониманию движения, ибо никто не называет движением исчезновение одного объекта в одном месте и появление другого объекта в другой точке. Движение мыслится и понимается нами как движение одного и того же тела, ибо движение – это атрибут движущегося тела и может быть только изменением отношений между телом и средой, окружающей его. Мы можем говорить о движении в той мере, насколько тело сохраняет свою идентичность, противопоставляясь в различных соотношениях своему окружению. (Руслан Хазарзар.)

Современная наука, особенно математика и физика, блестяще подтвердила философию элеатов, приняв статические представления о движении. Та картина движения, которую она дает, надо полагать, вполне бы удовлетворила как Парменида, так и Зенона с точки зрения отсутствия в ней *процесса* движения. Обгоняя черепаху, Ахилл не движется в том смысле, что не переходит из одного места в другое. Просто в один момент времени он находится в одном месте, в другой – в другом, подобно тому, как мчащийся по шоссе автомобиль на киноленте просто размещается в разных кадрах этой ленты. Произошла всего лишь смена терминологии при неизменном подходе, выдвинутом еще элеатами. Они вряд ли согласились бы считать уравнения и графики функций, показывающие, где находится движущееся тело в каждый момент времени, описанием движения. Такого рода аппарат способен зафиксировать наличный результат движения, но не объяснить, как тело переходит от одного места к другому. А раз нет актов перехода, нет и движения. Но можно отмахнуться от

проблемы процессуальности движения, подменив ее статическим геометрическим представлением: вместо актов перехода взять графики соответствующих функций и назвать их описаниями движения тел.

Можно вообразить, что если бы элеатам предъявили современный взгляд на движение, сводящийся к тому, что в одни моменты времени тела находятся тут, а в другие там, то они вряд ли стали бы спорить с такой позицией. В сущности, именно это и утверждает Зенон в апории "Летящая стрела". Стрела в разные мгновения полета находится в разных местах. Данное положение он и не думает оспаривать. Только если современная наука ставит здесь точку, считая, что тем самым философские проблемы описания движения исчерпаны и осталось лишь преодолеть технические трудности, элеаты идут дальше, требуя, если угодно, предъявления своего рода алгоритмов движения, а не геометрических функций или уравнений. Их вывод о невозможности движения основывается исключительно на неудачах попыток построения

таких алгоритмов. Осталось вернуться к статической картине мира, в которой в разные моменты времени тела могут находиться в разных местах, но покоятся в каждом из них. Словно бы вняв призыву элеатов, современная наука послушно следует в русле заданной ими парадигмы. Единственное отличие состоит в том, что наука не согласилась считать движение чем-то большим, чем нахождением в разные моменты времени в разных местах. Но поистине это бунт на коленях. Фактически, современная наука приняла *выводы* элеатов, забыв о том, откуда и как они были получены, изменив при этом терминологию и назвав движением то, что элеаты не могли позволить считать таковым.

Сходство прослеживается вплоть до забавных мелочей. Спросите к современного космолога, как выглядит Вселенная с точки зрения внешнего наблюдателя? Распространенный ответ – Вселенная с точки зрения является четырехмерной гиперсферой конечных размеров. Подобно тому, как существо,двигающееся по сфере в одном направлении, возвращается в ту же

точку, путешественник по нашей Вселенной, если он никуда не сворачивал, вернется снова на Землю, хотя все время удалялся от нее. Правда, промежуток времени будет очень большой. Так что не только центральный тезис элеатов об отсутствии движения находит поддержку в современном естествознании, но даже такая малозначительная деталь философии Парменида, как конечность²¹ и сферичность бытия, тоже встречается в современной космологии благожелательный прием.

Другое дело, что принятие основных выводов философии элеатов (терминологические расхождения не в счет) происходит в науке неосознанно. Далекое не все физики и математики даже слышали о Пармениде, хотя, быть может, имя Зенона им более известно. Современная наука взяла на вооружение главный тезис элеатов, состоящий в противопоставлении чувственного знания и знания умопостигательного. Желая

²¹ Третий крупный представитель элейской школы – Мелисс – считал бытие бесконечным.

описать при помощи математики какое-либо явление природы, ученые меньше всего склонны при этом обращать внимание на соответствие принятых теоретических допущений данных восприятия и даже эксперимента. Например, допущение в современной математике и физике бесконечных структур, весьма проблематичных с точки зрения эмпирического оправдания, приобрело поистине повоальный характер. Так, время сплошь и рядом отождествляют с множеством действительных чисел, количество которых не только бесконечно, но и несчетно. Явно дискретная структура нашего опыта никак не сказывается на масштабах применения в физике непрерывных образований (вроде только что упоминавшейся действительной прямой) и т. д. – количество примеров легко умножить...