Фрэнк Пламптон РАМСЕЙ

ФИЛОСОФСКИЕ РАБОТЫ

Перевод В. А. Суровцева

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТОМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

2003

УДК 1
ББК 1025
Р21

Рамсей Ф.П.

Р21 Философские работы / Пер. В.А. Суровцева. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2003. – 216 с. – (Библиотека аналитической философии).

ISBN 5-7511-1731-Х

В книгу включены работы выдающегося философа, математика и экономиста Фрэнка Пламптона Рамсея (издание приурочено к 100-летию со дня его рождения), оказавшие существенное влияние на развитие аналитической философии XX века.

Для философов, логиков, лингвистов.

УДК 1
ББК 1025

Издание подготовлено
при поддержке грантов РГНФ № 03-03-00363а и РФФИ № 03-06-80359.

ISBN 5-7511-1731-Х

Содержание

От переводчика. 6

Опубликованные статьи

I. ОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ (1925) 15
II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА (1926) 65
III. УНИВЕРСАЛИИ (1925) 81
A. Замечание на предыдущую статью (1926) 99
IV. ФАКТЫ И ПРОПОЗИЦИИ (1927) 101

Архивные материалы

I. ИСТИНА И ВЕРОЯТНОСТЬ (1926) 115
A. Вероятность и частичная уверенность (1929) 150
B. Рациональная степень уверенности (1928) 151
C. Статистика (1928) 155
D. Шанс (1928) 156
II. ТЕОРИИ (1929) 162
A. Каузальные качества (1929) 182
III. ОБЩИЕ ПРОПОЗИЦИИ И ПРИЧИННОСТЬ (1929) 185
A. Универсальность закона и факта (1928) 200
IV. ЗНАНИЕ (1929) 205
V. ФИЛОСОФИЯ (1929) 207
VI. ЭПИЛОГ (1925) 213

От переводчика

«Он мыслил необычайно ясно. Никто с такой лёгкостью, как он, не мог избежать смешения мысли, которому подвержены даже лучшие философы. Он мог уловить и проследить тончайшие различия. Более того, он обладал исключительной способностью выводить следствия из сложнейшего множества фактов. Он мог видеть то, что следует или может следовать из этих фактов, вместе взятых, когда другие вообще не видели никаких следствий. Вместе с тем, несмотря на его утончённость и изобретательность, которая часто вела других философов к отрицанию очевидных фактов, он производил впечатление человека, в самой совершенной степени обладающего здравым смыслом. Он, как казалось мне, обладал прекрасным чувством меры. Он видел, какие проблемы наиболее фундаментальны, и именно эти проблемы наиболее его интересовали, именно их он стремился решить. По этим причинам, вероятно, как и другие, я почти всегда чувствовал, в отношении любой темы, которую мы обсуждали, что он понимал её лучше, чем я. И там, где (как часто случалось) он не мог меня убедить, я в общем осознавал, что, вероятно, ошибаюсь я, а он прав и моё с ним несогласие соответствует недостатку интеллектуальных сил с моей стороны». *Дж. Э. Мур*[1].

«Вновь занявшись философией шестнадцать лет назад, я был вынужден признать, что моя первая книга содержит серьёзные ошибки. Понять эти ошибки – в той мере, в какой я сам едва ли смог бы это сделать, – мне помогла критика моих идей Фрэнком Рамсеем, в бесчисленных беседах с которым я обсуждал их множество раз в течение двух последних лет его жизни». *Л. Витгенштейн*[2].

[1] *Moore G.E.* Introduction // *F.P.Ramsey* The Foundation of Mathematics and Other Logical Essays. London: Routledge & Kegan Paul, 1931. P. VII.

[2] Философские исследования // *Л. Витгнештейн* Философские работы Ч. 1. М.: Гиозис, 1994. С. 78.

«Я думаю, что последняя статья Рамсея – это наиболее значительный вклад, когда-либо сделанный в математическую экономику, как в отношении внутренней важности и трудности её предмета, так и в отношении силы и элегантности разработанных технических методов. Чувствуется, как забавляется автор, ясно понимая предмет. Статью чрезвычайно сложно читать экономисту, но не трудно осознать, насколько тесно в ней скомбинированы научные и эстетические достоинства». *Дж. М. Кейнс*[3].

«Я не думаю, что Витгенштейн, доминирующий в Кембридже последние тридцать лет, был здоровым явлением для кембриджской философии. Мур каким-то особым чутьем понимал, что он не способен противодействовать влиянию Витгенштейна. Я думаю, что это мог бы сделать Рамсей, и он, вероятно, остановил бы Витгенштейна от исследований в том направлении, которое, как считаю я, вообще никогда не приведёт к успеху». *А. Айер*[4].

«Когда статистик Леонард Севидж работал над своей книгой о теории субъективной вероятности, он захотел найти хоть что-то, что на эту тему говорили философы. Он вышел на статью Рамсея и, прочитав её, нашёл, что то, что он сделал, было в значительной степени переописанием некоторых аспектов, разработанных Рамсеем в статье об основаниях теории субъективной вероятности. В своей книге *Основания статистики*, опубликованной в 1954 г., Севидж представил субъективизм респектабельной статистической теорией. Но самое замечательное в том, что Рамсей в небольшом докладе, подготовленном в 1926 г. для *Клуба моральных наук*, всё это уже сделал. Но либо он не донёс свои идеи, либо аудитория не была готова к их восприятию. Как часто случается, его идеи были переоткрыты людьми, так или иначе подготовленными». *Р. Джеффери*[5].

Эти блистательные характеристики ведущих кембриджских философов прошлого века относятся к человеку, прожившему всего 26 лет. Фрэнк Пламптон Рамсей (22 февраля 1903 г. – 19 января 1930 г.) – выдающийся математик, экономист и философ, столетие со дня рождения которого отмечается в 2003 г.[6]

При жизни им было опубликовано всего восемь статей, несколько рецензий и словарных заметок для Британской энциклопедии. В 1931 г. вышел в свет сборник избранных философских работ Ф.П. Рамсея, подготовленный его другом и коллегой Р. Брейтуэйтом (*Ramsey F.P.* The

[3] См.: *Sahlin N.-E.* The Philosophy of F.P.Ramsey. Cambridge: University Press, 1990. P. 203.

[4] См.: *Mellor D.H.* F.P.Ramsey // Philosophy. 1995. Vol 70. P. 250.

[5] Ibid. P. 249.

[6] О подробностях биографии см.: *Mellor D.H.* F.P.Ramsey // Philosophy. 1995. Vol. 70; Sahlin *N.-E.* The Philoso hy of F.P.Ramsey. Cambridge University Press, 1990.

Foundation of Mathematics and other Logical Essays. Routledge and Kegan Paul, London). В это издание, помимо опубликованных статей, вошли также некоторые рукописные материалы различной степени готовности. С тех пор эта книга является базовой для многочисленных воспроизведений работ Ф.П. Рамсея как в виде отдельных изданий[7] (с дополнениями) и переводов на другие языки, так и при составлении антологий по различным проблемам философии. Для переводов на русский язык этим изданием, за одним исключением[8], воспользовались и мы. Следует отметить, что интерес к оригинальным разработкам Ф. П. Рамсея всё более возрастает. Об этом свидетельствует практически полная публикация его архива[9]. Но эти тексты пока находятся в стадии историко-философской разработки. Поэтому мы не стали включать их в наш сборник, ограничившись лишь теми работами, которые оказали существенное влияние на развитие аналитической философии XX века.

Следует упомянуть о достижениях Ф.П. Рамсея не только в философии, но и в математике и экономике, хотя его работы в этих областях также не вошли в эту книгу. Здесь его результаты вполне соответствуют приведённым выше характеристикам Дж. М. Кейнса и Р. Джеффери. Их следствия были осознаны лишь спустя полвека после его смерти. В математике он известен прежде всего своей теоремой, которая, будучи сформулирована для частного случая проблемы разрешения[10], в конечном счёте в 70-х годах прошлого века привела к созданию в рамках теории графов специфического раздела, называемого ныне *теорией Рамсея*[11]. Что касается экономики, то любой современный учебник по математическим исследованиям в этой области отталкивается от результатов, полученных Ф.П. Рамсеем относительно экономического поведения и решений в двух статьях[12], которые Дж.М. Кейнс назвал “наиболее значительным вкладом, когда-либо сделанным в математическую экономику”.

---

[7] Укажем на одну из последних: *Ramsey F.P.* Philosophical Papers / Ed. D.H. Mellor. Cambridge: University Press, 1990.

[8] Текст “Универсальность закона и факта” переведён по публикации в сб.: *Ramsey F.P.* Foundations: Essays in Philosophy, Logic, Mathematics and Economics / Ed D.H. Mellor. London Routledge and Kegan Paul, 1978.

[9] Архив Ф. П. Рамсея не так давно и практически полностью был издан в двух книгах: *Ramsey F. P.* On Truth / ed. N. Rescher and U. Majer. Dordrecht: Kluwer. 1991; *Ramsey F. P.* Notes on Philosophy, Probability and Mathematics / Ed. M. C. Gavalotti. Napoli: Bibliopolis. 1991

[10] См. On a Problem of Formal Logic // *Ramsey F. P.* The Foundations of Mathematics ... P. 82–111

[11] См., например: *Грэхем Р.* Начала теории Рамсея. М.: Мир, 1984.

[12] См. *Ramsey F.P.* Foundations: Essays in Philosophy, Logic, Mathematics and Economics / Ed. D.H. Mellor. London: Routledge and Kegan Paul, 1978.

Интерес, которым мы руководствовались при отборе текстов для данного издания, ограничивает нас ссылкой на наиболее важные достижения Ф.П. Рамсея именно в области философии. Перед тем как охарактеризовать эти работы, укажем на их первоисточники[13]:

1925 г. – *Универсалии* (Mind 34. P. 401–417); *Основания математики* (Proceedings of the London Mathematical Society, 25. P. 338–384).

1926 г. – Универсалии и "метод анализа" – представлена здесь частично как "*Замечание на предыдущую статью*" – (Aristotelian Society Supplementary. Vol. 6. P. 17–26); *Математическая логика* (The Mathematical Gazette, 13. P. 185–194).

1927 г. – *Факты и пропозиции* (Aristotelian Society Supplementary. Vol. 7. P. 153–170).

Остальные тексты, за указанным исключением, впервые были опубликованы в издании, подготовленном Р. Брейтуэйтом.

Статья, открывающая сборник, посвящена широко обсуждавшимся в 10–20-х годах XX века вопросам обоснования математики. Среди трёх, получивших в этот период развитие, направлений, а именно логицизма, интуиционизма и формализма, Ф.П. Рамсей выбирает первое. Он однозначно причисляет себя к сторонникам Г. Фреге, Б. Рассела и А.Н. Уайтхеда, считавших, что вся математика, т.е. её понятия и предложения, выводима из понятий и предложений логики. Выдвинутая им по ходу обоснования своей позиции критика интуиционизма и формализма сохраняет своё значение до сих пор. Но он прекрасно осознаёт недостаточность решения, предложенного в *Principia Mathematica*. Недостаточность этого решения связана прежде всего с неопределённостью того, что считать предложениями логики. Некоторые из основоположений Б. Рассела и А.Н. Уайтхеда, принятые ими, чтобы избежать изначальной фрегеанской позиции, не свободной от противоречий, вызывают сомнение не только в своей логической природе (аксиома мультипликативности, аксиома бесконечности), поскольку они, в отличие от чистой логики, нечто утверждают о мире, но и в обоснованности вообще (аксиома сводимости). Именно эти сомнения зачастую вызывали неприятие позиции логицизма. Поэтому для реализации данной программы необходимо выяснить статус предложений логики, аналитичность которых всегда противопоставлялась предложениям, чья истинность или ложность зависит от структуры мира. Здесь Ф.П. Рамсей принимает точку зрения Л. Витгенштейна, который в *Логико-философском трактате* последовательно проводит мысль, что все предложения логики являются тавтологиями. Таким образом, чтобы

[13] Полную библиографию работ Рамсея, опубликованных до 1990 г., см.: *Ramsey F.P.* Philosophical Papers. P. 251–255.

обосновать точку зрения логицизма, необходимо доказать, что вызывающие сомнение положения либо излишни, либо являются тавтологиями, если соответствующим способом модифицировать их понимание. Ф.П. Рамсей блестяще выполняют свою задачу, демонстрируя первую альтернативу для аксиомы сводимости, а вторую – для аксиом мультипликативности и бесконечности. *Основания математики* поэтому можно считать кульминацией программы логицизма[14].

Несмотря на достижения, полученные в *Основаниях математики*, Ф.П. Рамсей осознаёт их ограниченность, поскольку вторая альтернатива решалась лишь в тех формальных системах, которые связаны особыми условиями. Он возвращается к этой проблеме в работе *Математическая логика*. Поскольку эта статья ставит ознакомительные задачи, её содержание в основном посвящено изложению и критике позиций всё тех же формализма и интуиционизма. Однако в заключительных разделах Рамсей вновь рассматривает статус предложений логики и окончательно доказывает, что аксиома бесконечности не может быть чисто логической. Данный результат свидетельствует о бесперспективности последовательного логицизма как философской программы обоснования математики. Этот вывод имеет важное значение для взглядов самого Ф.П. Рамсея, который, как показывают новые архивные публикации, указанные выше, эволюционирует в сторону финитистской точки зрения на математику. Эта эволюция ещё требует своего исследователя.

Статья *Универсалии* интересна в двух отношениях. Во-первых, в ней выясняется обоснованность деления первичных онтологических элементов на два фундаментально различных класса: индивиды и универсалии. Хотя это различие иллюстрируется в основном на примере взглядов Б. Рассела, его источник нетрудно найти уже у Аристотеля, который делил сущее на то, что существует само по себе, и то, что существует лишь привходящим образом. Те, кто отталкивался от современной логики, проясняли это различие, исходя из логической структуры мысли, соответствующим образом трансформируя давнюю философскую проблему в рамках лингвистического поворота. Вот здесь возникает второй интересный аспект. Ф.П. Рамсей показывает, что если отказаться от онтологических допущений, то само по себе формально-логическое описание допускает различные точки зрения. Можно создать описание, в котором это различие есть, но можно представить дело так, что это различие исчезает. Таким образом, задача не в том, чтобы в структурах логики наиболее точно отразить структуру реальности, но в том, чтобы решить, какое описание

[14] См., напр.: *Chihara C.S.* Ramsey' Theory of Types // Prospect for Pragmatism: Essays in Memory of F.P. Ramsey. Cambridge: University Press, 1980.

наиболее соответствует нашим целям. В этой позиции нетрудно увидеть предвосхищение тех взглядов современной аналитической философии, которые производны от концепции онтологической относительности У. Куайна, наиболее влиятельного мыслителя второй половины XX века в англоязычном мире. В этой статье Ф.П. Рамсей одним из первых показывает, как с точки зрения современной логики может быть обоснована философская доктрина прагматизма.

В ещё большей степени прагматистские тенденции проявляются в статье *Факты и пропозиции*. Одной из основных тем этой статьи является проблема истины. В современных Ф.П. Рамсею исследованиях истина понималась в основном как свойство специфических ментальных образований, которые могут быть описаны в рамках формально-логических процедур. В этой работе, однако, показывается, что истинность того или иного суждения следует рассматривать не с точки зрения того, каким образом выявляется его структура, но с точки зрения предпочтения тех или иных действий, к которым оно ведёт. Поэтому понятие истины не относится к описанию; оно является излишним. Здесь Ф.П. Рамсей впервые формулирует вариант дефляционной, или избыточной, теории истины, которая в разных модификациях усиленно разрабатывается в современной аналитической философии.

Проблеме истины посвящена и работа *Истина и вероятность*, наиболее законченный материал из архивов, который, по словам Р. Брейтуэйта, Рамсей собирался опубликовать после того, как напишет раздел о вероятности в науке. Основное достижение этого исследования – разработка субъективной интерпретации вероятностей. Здесь Рамсей выдвигает ряд критических аргументов против принципа индифферентности, на котором основан классический подход, и статистической интерпретации вероятности. Но основным пунктом приложения критических усилий является теория, разработанная Дж.М. Кейнсом[15]. Последний рассматривал вероятность как отношение между высказываниями, которое подобно отношению логического следования. Рамсей убедительно доказывает, что такого отношения нет, а вероятности должны рассматриваться с точки зрения субъективной уверенности в выборе шансов, при которых пари, заключённое на исход того или иного события, было бы максимально выгодным. Такой подход предвосхищает концепцию, позднее развитую Б. де Финетти и Л. Севиджем[16]. Более того, если следовать приведённому выше высказыванию Р. Джеферри, эта работа Рамсея в свёрнутом виде

[15] *Keynes J.M.* A Treatise on Probability. London: Macmillan, 1921.

[16] См.: *Кайберг Г.* Вероятность и индуктивная логика. М.: Прогресс, 1978. Гл.6.

уже содержит всё то, что было достигнуто спустя тридцать лет. Интересен и сугубо философский аспект этой работы, поскольку субъективная интерпретация вероятности есть развитие прагматистского подхода к логике, так как теорию вероятности Рамсей считает её разделом и достаточно убедительно это обосновывает. В приложении к работе *Истина и вероятность* даны более поздние заметки, уточняющие некоторые понятия (например, шанса) и соотношение субъективной интерпретации вероятности с классической и статистической.

В тексте *Теории* Ф.П. Рамсей ставит вопрос о роли теоретических терминов в науке и их соотношении с описанием наблюдаемых фактов, предвосхищая, по сути дела, проблематику Венского кружка. Однако речь здесь идёт не просто о редукции теоретического описания к эмпирическим, протокольным предложениям, но о той роли, которую теоретические термины играют в науке. Точка зрения Рамсея весьма близка операционализму и во многом является источником знаменитой 'дилеммы теоретика' К. Гемпеля[17]. Теоретические термины рассматриваются в этой работе как способ упорядочивания наблюдаемых фактов. Этот способ может быть обобщён в логике второго порядка, где теоретические термины представлены в качестве переменных, которым может быть придана различная интерпретация. Поэтому в некотором смысле точку зрения Рамсея можно считать предвосхищением теории Т. Куна о 'научных парадигмах', при смене которых интерпретация становится иной, но формальное описание во многом сохраняется тем же самым.

В заметках об *Общих пропозициях и причинности* Ф.П. Рамсей высказывает крайне оригинальную точку зрения, что так называемые общие пропозиции, нечто утверждающие обо всех предметах определённого класса, не являются суждениями, которые могут быть истинными или ложными. Основания этой позиции он находит в невозможности рассмотрения всех элементов некоторого класса, если он является бесконечным или даже достаточно большим. Адаптируя подход прагматизма, Рамсей считает, что общие пропозиции нужно рассматривать как предписания для поведения определённого типа, основанного на соответствии степеней уверенности в условии и следствии. Любая общая пропозиция на самом деле утверждает степень уверенности в наступлении некоторого события, если наступило какое-то другое событие. В современной логической литературе последнее утверждение называется 'тестом Рамсея'[18] и весьма активно обсуждается[19].

---

[17] Дилемма теоретика // Гемпель К.Г. Логика объяснения. М.: ДИК, 1998.

[18] См., напр.: *Gärdenfors P.* Belief Revision and the Ramsey Test for Conditional // Philosophical Review. 1986. Vol. 96.

[19] Укажем одну из последних работ: *Holton R., Price H.* Ramsey on Saying and Whistling // Noûs. 2003. Vol. 37(2).

В текстах *Знание*, *Философия* и *Эпилог* выражена точка зрения Ф.П. Рамсея на характер знания вообще и философского знания в частности. В двух первых текстах выражаются цели и методы аналитической философии, представителем которой и, безусловно, одним из самых выдающихся, является их автор. Здесь знание рассматривается с точки зрения достоверных убеждений, а философия – как рефлексия над таковыми. Но, на наш взгляд, самым интересным является третий текст. Прочитанный для Кембриджского дискуссионного общества тогда, когда его автору было всего 22 года, он выражает определённую жизненную установку. С этой установкой можно соглашаться или же нет, но она показывает, что формализованность подхода к философским проблемам, характерная для текстов философов-аналитиков, не отменяет вопрос о смысле жизни. Технические приёмы всё равно лишь остаются средством, главной, как и в любой философии, является цель.

В заключение отметим, что в своих исследоввниях Ф.П. Рамсей в основном использует символику, принятую Б. Расселом и А.Н. Уайтхедом в *Principia Mathematica*, хотя иногда в его рвботах встречаются обычная математическая запись и некоторые специфические обозначения. Для удобства читателя, следуя изданию Брейтуэйта, приведём отдельные замечания относительно наиболее важных элементов этой символики:

p, q, r используются для *пропозиций*.

a, b, c используются для *индивидов*.

f, g, ϕ, χ, ψ используются для *пропозициональных функций*.

[Пропозициональные функции иногда записываются как $f\hat{x}$, $\psi(x, y, z)$ и т.д., чтобы показать, сколько аргументов им соответствует.]

ϕa [иногда записывается как $\phi(a)$], $\psi(a, b, c)$ и т.д. являются пропозициями.

$\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$ используются для переменных в выражениях следующего типа:

$(x) . \phi(x)$, означающего *Для всех x истинно $\phi(x)$*;

$(\exists x) . \phi(x)$, означающего *Существует x, для которого истинно $\phi(x)$*.

Логические константы:

$\sim$ означает *не*,

$\vee$ означает *или*,

$\supset$ означает *влечёт* [$\supset_x$ означает *влечёт для каждого x*],

$\equiv$ означает *эквивалентно* [$\equiv_x$ означает *эквивалентно для каждого x*].

Другие выражения:

$\hat{x}(\phi x)$ означает *классϕ-ок*;

$\in$ означает *является членом класса*;

$\subset$ означает *включён в* (отношение между классами);

Nc означает чьё-то *кардинальное число*;

$(\iota x)(\phi x)$ означает *единственная вещь, выполняющая* ϕ;

E!$(\iota x)(\phi x)$ означает *одна и только одна вещь выполняет* ϕ;

Точки, . :, :. и т.д. используются вместо скобок;

Вместо $\sim p$ иногда используется $\overline{p}$;

ι(a) означает *класс, чьим единственным элементом является* a;

$m \equiv n \pmod{l}$ означает *m и n при делении на l имеют один и тот же остаток*;

p/h означает *вероятность пропозиции p при данной пропозиции h.*

В.А. Суровцев

ОПУБЛИКОВАННЫЕ СТАТЬИ

I

ОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ (1925)

ПРЕДИСЛОВИЕ

Задача этой статьи – дать удовлетворительное рассмотрение оснований математики в соответствии с общим методом Фреге, Уайтхеда и Рассела. Следуя этим авторам, я считаю, что математика является частью логики, и, таким образом, принадлежу школе, которую можно назвать логической в противоположиость школам формалистской и интуиционистской. Поэтому я беру *Principia Mathematica* как основу для обсуждения и улучшения; я уверен, что обнаружил, каким образом, используя работу м-ра Людвига Витгенштейна, её можно освободить от серьёзных возражений, которые были причиной её неприятия большинством немецких авторов, оставивших её направление исследований.

СОДЕРЖАНИЕ

(1) Введение.
(2) Principia Mathematica.
(3) Предикативные функции.
(4) Экстенсиональные функции.
(5) Аксиомы.

I. ВВЕДЕНИЕ

В этом разделе мы будем иметь дело с общей природой чистой математики[1] и с тем, как её можно обособить от других наук. На самом деле есть две различные категории вещей, отталкиваясь от которых можно выстроить рассмотрение. Это идеи или понятия математики и пропози-

[1] В будущем под 'математикой' мы всегда будем подразумевать 'чистая математика'.

ции математики. Данное различие не является ни искусственным, ни случайным, ибо большинство из тех, кто пишет на эту тему, концентрируют своё внимание на объяснении первой или второй из этих категорий, ошибочно предполагая, что удовлетворительное объяснение другой последовало бы немедленно.

Так, формалистская школа, наиболее именитым представителем которой ныне является Гильберт, концентрируется на пропозициях математики, таких как '2 + 2 = 4'. Формалисты провозглашают последние не имеющими смысла формулами, с которыми обращаются согласно некоторым произвольным правилам; они считают, что математическое познание состоит в знании того, какие формулы могут быть выведены из других формул в соответствии с определёнными правилами. Как таковые пропозиции математики непосредственно влекут то, как формалисты рассматривают её понятия, например число 2. '2' – это не имеющий смысла значок, встречающийся в этих не имеющих смысла формулах. Но что бы ни подразумевалось под таким рассмотрением математических пропозиций, оно, очевидно, безнадёжно как теория математических понятий, ибо последние встречаются не только в математических пропозициях, но также и в пропозициях повседневной жизни. Так, '2' встречается не только в '2 + 2 = 4', но также в 'До станции 2 мили', что является не формулой, лишённой смысла, но значимой пропозицией, в которой '2' нельзя понять как не имеющий смысла значок. Не может быть никаких сомнений, что '2' используется в одном и том же смысле в обоих случаях, ибо мы можем использовать '2 + 2 = 4', чтобы из 'До станции две мили, и до Гагса две мили' вывести, что 'До Гагса через станцию четыре мили', так что эти обычные значения двух и четырёх явно включены в '2 + 2 = 4'. Таким образом, безнадёжно неадекватная формалистская теория в определённой степени является результатом рассмотрения только пропозиций математики и пренебрежением анализом её понятий, на которые дополнительный свет может пролить их вхождение за рамками математики в пропозиции повседневной жизни.

Помимо установок формалистов, есть две главные общие установки в отношении оснований математики: установка интуиционистов, или финитистов, типа Брауэра или Вейля, в его нынешних статьях, и установка логицистов – Фреге, Уайтхеда и Рассела. По общему признанию, теория интуиционистов отказывается от многих наиболее плодотворных методов современного анализа. Но, как мне кажется, для этого нет причины, кроме той, что эти методы не согласуются с их личными предубеждениями. Поэтому они претендуют не на то, чтобы дать основание математике, которая известна нам, но только на более узкую совокупность истин, которая к тому же ещё и не вполне ясно определена. Остаются логицисты, чья работа достигла кульминации в *Principia Mathematica*. Выдвинутая здесь теория отвергается из-за некоторых деталей, особенно из-за непреодолимых затруднений, связанных с аксиомой сводимости. Но эти касающиеся деталей дефекты кажутся мне результатом принципиального недостатка, на который первым указал м-р Витгенштейн.

Логическая школа концентрируется на анализе математических понятий, относительно которых показывается, что они определимы в терминах очень небольшого числа фундаментальных логических понятий. Предпринимая такое рассмотрение понятий математики, они сразу же получают рассмотрение математических пропозиций, а именно, что они являются теми истинными пропозициями, в которых встречаются только математические или логические понятия. Так, Рассел в *The Principles of Mathematics* определяет чистую математику как 'класс всех пропозиций формы "*p* влечёт *q*", где *p* и *q* суть пропозиции, которые содержат одну или более переменных, одинаковых для обеих пропозиций, и ни *p*, и ни *q* не содержат каких-либо констант, кроме логических'[2]. Такое сведение математики к логике правильно описывалось м-ром Расселом как одно из величайших открытий нашего века[3]; но это не закрыло тему, как он, видимо, предполагал, поскольку всё ещё был далёк от адекватного понимания природы символической логики, к которой сводилась математика. В данном случае я ссылаюсь не на его наивную теорию, что логические константы являются именами реальных объектов (от которой он с тех пор отказался), но на его уверенность, что любая пропозиция, которая могла бы быть установлена с помощью только логических терминов[4], должна быть пропозицией логики или математики[5]. Я думаю, вопрос прояснится, если класс рассматриваемых пропозиций описать как совершенно общие пропозиции, подчёркивая тот факт, что они относятся не к отдельным вещам или отношениям, но к некоторым или всем вещам и отношениям. Но на самом деле, очевидно, что не все такие пропозиции являются пропозициями математики или символической логики. Возьмём, например, 'Любые две вещи различаются, по крайней мере, тридцатью способами'; это совершенно общая пропозиция, её можно выразить как следствие, включающее только логические константы и переменные, и она вполне могла бы быть истинной. Но никто не может рассматривать её как мате-

[2] Russell. *The Principles of Mathematics* (1903). P. 3.

[3] Loc. cit. P. 5.

[4] То есть переменных и логических констант.

[5] Здесь, как и везде, я пренебрегаю произвольным и тривиальным условием, что эта пропозиция должна иметь форму '*p* влечёт *q*'.

матическую или логическую истину; она совершенно отлична от такой пропозиции, как ‘Любые две вещи в совокупности с любыми другими двумя вещами дают четыре вещи’, которая является логической, а не просто эмпирической истиной. В соответствии с нашей философией мы можем провести различие, называя одну случайной, а другую необходимой пропозицией, или же одну – подлинной пропозицией, а другую – просто тавтологией. Но все мы должны согласиться, что между ними есть существенное различие и что определение математических пропозиций должно включать не просто их совершенную общность, но также и некоторые дальнейшие свойства. Указание на это, со ссылкой на Витгенштейна, содержится в книге Рассела *Introduction to Mathematical Philosophy*[6]; но на это нет указания в *Principia Mathematica*, и м-р Рассел, видимо, не понимает его громадной важности, например при рассмотрении исходных пропозиций. В указанном из *Introduction to Mathematical Philosophy* пассаже м-р Рассел проводит различие между пропозициями, выраженными в логических терминах, и пропозициями, которые логика может объявить истинными, и в качестве дополнительной характеристики последних приводит то, что они являются ‘тавтологичными’ в смысле, который он не может определить. Очевидно, однако, что определение этой характеристики существенно для ясного обоснования нашей темы, поскольку идея, которую следует определить, является одной из существенных сторон математических пропозиций – их содержания и их формы. Их содержание должно быть совершенно обобщённым, а их форма – тавтологичной.

Формалисты вообще пренебрегают содержанием и лишают математику смысла, логицисты пренебрегают формой и считают, что математика состоит из любых истинных обобщений; адекватную теорию мы можем получить, только принимая в расчёт обе стороны, рассматривая математику как составленную из тавтологичных обобщений.

Теперь мы должны объяснить определение тавтологии, которое было дано м-ром Витгенштейном в *Tractatus Logico-Philosophicus* и которое представляет его наиболее важный вклад в эту тему. Здесь мы не можем уклониться от некоторых объяснений, касающихся его теории пропозиций в целом.

Начать мы должны с понятия *атомарной пропозиции*[7]; атомарная пропозиция – это пропозиция, которую нельзя разложить на другие пропозиции и которая может состоять только из имён без логических констант. Например, приписывая имя качества ‘ϕ’ имени индивида ‘a’ и записывая

---

[6] P. 205.

[7] Витгенштейн называет их ‘элементарными пропозициями’, я назвал их ‘атомарными’, чтобы следовать м-ру Расселу, используя ‘элементарные’ в другом значении.

'ϕa', мы получаем атомарную пропозицию, утверждающую, что индивид имеет качество. Таким образом, если пренебречь тем фактом, что 'Сократ' и 'мудрый' – неполные символы, и рассматривать их как имена, то 'Сократ мудр' будет атомарной пропозицией, а 'Все люди смертны' или 'Сократ не мудр' не будут.

Предположим теперь, что у нас есть, скажем, n атомарных пропозиций $p, q, r \ldots$. В отношении их истинности и ложности имеется 2^n взаимоисключающих окончательных возможностей, которые мы можем упорядочить в таблице типа следующей (*И* обозначает истину, *Л* – ложь; ради краткости примем $n = 2$).

p	q
И	*И*
Л	*И*
И	*Л*
Л	*Л*

Эти 2^n возможностей мы будем называть истинностными возможностями n атомарных пропозиций. Мы можем захотеть выбрать из них любое подмножество и утверждать, что возможности из этого подмножества действительно реализованы, то есть выражать наше согласие с некоторыми из возможностей и наше несогласие с оставшимися. Мы можем сделать это, помещая значки И и Л напротив возможностей, с которыми мы согласны или не согласны соответсвенно. Этим способом мы получаем пропозицию.

Таким образом,

p	q	
И	*И*	*Л*
Л	*И*	*И*
И	*Л*	*И*
Л	*Л*	*И*

представляет собой пропозицию 'p и q не являются оба истинными' или 'p несовместимо с q', ибо мы допустили все возможности, кроме первой, от которой отказались.

Сходным образом

p	*q*	
И	*И*	*И*
Л	*И*	*И*
И	*Л*	*Л*
Л	*Л*	*И*

представляет собой пропозицию 'Если *p*, то *q*'.

Пропозиция, выражающая согласование и несогласование с истинностными возможностями *p*, *q* ... (которым не обязательно быть атомарными) называется функцией истинности от аргументов *p*, *q* ... . Или, более точно, о *P* говорится, что она является той же самой функцией истинности от *p*, *q* ..., каковой является *R* от *r*, *s* ... , если *P* выражает согласование истинностных возможностей *p*, *q* ... , соответствующее при подстановке *p* вместо *r*, *q* вместо *s* ... истинностным возможностям *r*, *s* ... , с которыми *R* выражает согласование. Так, '*p* и *q*' есть та же самая функция от *p*, *q*, каковой является '*r* и *s*' от *r*, *s*; в каждом случае допускается единственная возможность того, чтобы оба аргумента были истинными. М-р Витгенштейн осознал, что если мы принимаем такое рассмотрение истинностных функций как выражение согласования или несогласования с истинностными возможностями, то нет причин, по которым аргументы истинностных функций не являлись бы бесконечными по числу[8]. Поскольку никто из предшествующих авторов не рассматривал истинностные функции как применимые более чем к конечному числу аргументов, это нововведение является наиболее важным. Разумеется, если аргументы бесконечны по числу, их нельзя перечислить все и записать по отдельности; но нам и не нужно их перечислять, если мы можем определить их любым другим возможным способом, используя пропозициональные функции.

Пропозициональная функция – это такое выражение формы '$f\hat{x}$', что оно выражает пропозицию, когда любой символ (определённого подходящего логического типа, зависящего от *f*) подставляется вместо '$\hat{x}$'. Так, '$\hat{x}$ – человек' является пропозициональной функцией. Мы можем использовать пропозициональные функции, чтобы собрать вместе ряд пропозиций, каждая из которых является значением этой функции для всех возможных значений *x*. Таким образом, '$\hat{x}$ – человек' собирает вместе все пропозиции '*a* – человек', '*b* – человек' и т.д. Определив посредством пропозициональной функции множество пропозиций, мы теперь можем,

[8] Таким образом, логическая сумма множества пропозиций – это пропозиция о том, что по крайней мере одна пропозиция из этого множества является истинной, и безразлично, является это множество конечным или же бесконечным. С другой стороны, бесконечная алгебраическая сумма на самом деле является вообще не суммой, но *пределом* и поэтому не может рассматриваться как сумма, если не введены определённые ограничения.

не пользуя подходящий способ записи, утверждать логическую сумму или произведение этого множества. Так, записывая ‘$(x) . fx$’, мы утверждаем логическое произведение всех пропозиций формы ‘fx’; записывая ‘$(\exists x) . fx$’, мы утверждаем их логическую сумму. Так, ‘$(x) . x$ – человек’ подразумевало бы ‘Каждый является человеком’; ‘$(\exists x) . x$ – человек’ – ‘Существует нечто, являющееся человеком’. В первом случае мы допускаем лишь возможность того, что все пропозиции формы ‘x – человек’ являются истинными; во втором случае мы лишь исключаем возможность того, что все пропозиции формы ‘x – человек’ являются ложными.

Таким образом, обнаруживается, что общие пропозиции, содержащие ‘все’ и ‘некоторые’, являются истинностными функциями, для которых аргументы не перечисляются, но даны другим способом. Но мы должны предостеречь здесь от возможной ошибки. Возьмём такую пропозицию, как ‘Все люди смертны’; она не является, как можно было бы предположить, логическим произведением пропозиций ‘x смертен’ для тех значений x, которые являются людьми. Можно легко показать, что такая интерпретация ошибочна (см., например, *Principia Mathematica*, I, 1st ed., p. 47, 2nd ed., p. 45). ‘Все люди смертны’ должно интерпретироваться как означающее ‘(x) . если x – человек, то x смертен’, т.е. она является логическим произведением всех значений функции ‘если x – человек, то x смертен’.

М-р Витгенштейн утверждает, что все пропозиции являются в этом определённом смысле истинностными функциями элементарных пропозиций. Это сложно доказать, но благодаря ряду достоинств крайне удобно; оно говорит, что когда мы утверждаем что-либо, мы говорим об одной из определённых групп предельных возможностей, которая реализована, а не о тех возможностях, что остались. К тому же это применимо ко всем пропозициям, которые можно выразить в символизме *Principia Mathematica*, поскольку последние построены из атомарных пропозиций с помощью использования, во-первых, связок типа ‘если, то’ и ‘или’ и, во-вторых, различного вида общностей (мнимые переменные). Оба эти метода конструирования, как было показано, создают истинностные функции[9].

На основании такого рассмотрения мы видим, когда два пропозициональных символа должны рассматриваться как примеры одной и той же пропозиции, а именно когда они выражают согласование и несогласование с одним и тем же множеством истинностных возможностей атомарных пропозиций.

Так, в символизме *Principia Mathematica*

как ‘$p \supset q : \sim p . \supset . q$’, так и ‘$q \vee : p . \sim p$’

суть более усложнённые способы записи ‘q’.

---

[9] Относительно формы ‘A верит, что p’, вероятно, будут высказаны сомнения. Ясно, что она не является истинностной функцией ‘p’, но тем не менее может быть одной из других атомарных пропозиций.

Для любого заданного множества из n атомарных пропозиций в качестве аргументов есть 2^n соответствующих истинностных возможностей и, следовательно, подклассов их истинностных возможностей, а потому, истинностных функций от n аргументов, выражающих согласование с каждым подклассом и несогласование с остальными. Но среди этнх есть два крайних случая нанбольшей важности: один из них тот, в котором мы выражаем согласование со всеми истинностными возможностями, другой – в котором мы не выражаем согласование ни с одной из них. Пропозиция первого вида называется *тавтологией*, второго – *противоречием*. Тавтологии и противоречия являются не действительными пропозициями, но вырожденными случаями. Мы можем, вероятно, наиболее легко это прояснить, приняв простейший случай, когда есть только один аргумент.

Тавтология – это

‘

p	
И	*И*
Л	*И*

’,

т.е. ‘*p* или не-*p*’.

В действительности она вообще ничего не утверждает; она не делает вас более знающим, чем вы были ранее. Вы ничего не знаете о погоде, если знаете, что дождь идёт или не идёт[10].

Противоречне – это

‘

p	
И	*Л*
Л	*Л*

’,

т.е. ‘*p* не является ни истинным, ни ложным’.

Это, очевидно, самопротиворечиво и не представляет возможного состояния дел, чьё существование могло бы утверждаться.

Тавтологии и противоречия могут быть любой степени сложности; приведём другие примеры: ‘$(x) . \phi x : \supset : \phi a$’ – тавтология, ‘$\sim . (\exists x) . \phi x : \phi a$’ – противоречие. Ясно, что, отрицая противоречие, мы получаем тавтологию, а, отрицая тавтологию, – противоречие. Важно видеть, что тавтологии – это не просто истинные пропозиции, хотя для многих целей они могут трактоваться как истинные пропозиции. Подлинная пропозиция

[10] Wittgenstein. *Tractatus Logico-Philosophicus*, 4-461.

нечто утверждает о реальности, и она является истинной, если реальность такова, как утверждается. Но тавтология – это символ, сконструированный с тем, чтобы ничего не говорить о реальности, но выражать полное неведение, согласуясь с любой возможностью. Ассимиляция тавтологий и противоречий к истинным и ложным пропозициями соответственно вытекает из того факта, что тавтологии и противоречия могут рассматриваться в качестве аргументов истинностных функций так же, как обычные пропозиции, а при определении истинности или ложности истинностной функции тавтологии и противоречия среди её аргументов должны считаться за истинные и ложные соответственно. Так, если '*t*' – тавтология, а '*c*' – противоречие, то '*t* и *p*', 'Если *t*, то *p*', '*c* или *p*' суть то же самое, что и '*p*', а '*t* или *p*', 'Если *c*, то *p*' суть тавтологии.

Благодаря м-ру Витгенштейну, которому принадлежит весь этот анализ, мы получили здесь ясно определённый смысл тавтологии. Но можно задаться вопросом, является ли смысл, который мы обнаружили у тавтологий, сущностной характеристикой пропозиций математики и символической логики? Вопрос должен решаться сравнением. Являются ли пропозиции символической логики и математики тавтологиями в смысле м-ра Витгенштейна?

Начнём рассмотрение не с пропозиций математики, но с пропозиций *Principia Mathematica*[11]. Последние получаются с помощью процедуры дедукции из определённых исходных пропозиций, которые распадаются на две группы – на те, что выражены в символах, и те, что выражены в словах. Те, что выражены в словах, из-за теории типов почти все являются бессмысленными и должны быть заменены символическими конвенциями. Действительно, исходные предложения, те, что выражены в символах, за одним исключением, являются тавтологиями в смысле Витгенштейна. Поэтому, поскольку процедура дедукции такова, что из тавтологий следуют только тавтологии, если бы не один недостаток, вся структура состояла бы только из тавтологий. Этим недостатком является, конечно, аксиома сводимости, которая, как будет показано ниже[12], выступает подлинной пропозицией, чья истинность или ложность есть предмет грубого факта, а не логики. Следовательно, она в любом смысле не является тавтологией, и её введение в математику недопустимо. Но, предположим, без неё можно было бы обойтись и, соответственно, модифицировать *Principia Mathematica*, тогда последняя состояла бы только из тавтологий в смысле Витгенштейна. И, стало быть, если *Principia Mathematica* на

[11] Это различие проводится только потому, что *Principia Mathematica* может быть ошибочной интерпретацией математики; в главном, я думаю, она является правильной интерпретацией.

[12] См. раздел V.

правильном пути в обосновании и интерпретации математики, математика оказалась бы тавтологичной в витгенштейнианском смысле тавтологии.

Но адекватность *Principia Mathematica* есть предмет частностей; и поскольку мы видели, что она содержит весьма серьёзный порок, мы более не можем быть уверены, что математика – это то, что предполагали под ней Уайтхед и Рассел, или, следовательно, что она состоит из тавтологий в витгенштейнианском смысле. Ясно тем не менее одно: математика не состоит из подлинных предложений или утверждений о фактах, которые могут быть основаны на индуктивной очевидности, на которой предлагалось основать аксиому сводимости, но является в некотором смысле необходнмой или тавтологичной. В реальной жизни, как говорит Витгенштейн, "нет никаких математических пропозиций, в которых мы нуждаемся, но мы используем математические пропозиции *только* для того, чтобы из пропозиций, не принадлежащих математике, выводить другие, равным образом не принадлежащие математике"[13]. Так, мы используем '2 × 2 = 4', чтобы из 'В каждом кармане у меня лежит по два пенни' вывести 'В моих карманах всего лежит четыре пенни'. '2 × 2 = 4' само является не подлинной пропозицией, в пользу которого требуется опытная очевидность, но тавтологией, которую как тавтологию может видеть любой, кто способен полностью схватить её значение. Когда в математике мы продвигаемся дальше, пропозиции становятся столь усложнёнными, что мы непосредственно не можем видеть, что они являются тавтологиями, и должны убедиться в этом, выводя их из более очевидных тавтологий. Исходные пропозиции, на которые мы в конечном счёте выпадаем, должны быть такими, что для них не нужно требовать никакой очевидности, поскольку они являются явными тавтологиями типа 'Если p, то p'. Но тавтологии, из которых состоит математика, вероятно, могут, в свою очередь, относиться к тавтологиям не витгенштейнианского типа, но какого-то другого. Их сущностное использование должно облегчать вывод; наиболее наглядно это достигается конструированием тавтологий в смысле Витгенштейна, ибо если 'Если p, то q' является тавтологией, мы можем логически вывести 'q' из 'p', и наоборот, если 'q' следует из 'p', то 'Если p, то q' является тавтологией[14]. Но возможно, что есть другие виды формул, которые могут использоваться, чтобы облегчить вывод; например, те, которые мы могли бы назвать тождествами типа '$a = b$', обозначающими, что 'a' и 'b' могут быть подставлены вместо друг друга в любую

[13] Wittgenstein. Op. cit., 6-211.

[14] Вероятно, это можно сделать более ясным, заметнв, что если 'q' логически следует нз 'p', то '$p . \sim q$' должно быть самопротнворечнвым, следовательно, '$\sim(p . \sim q)$' или '$p \supset q$' тавтологнчны.

пропозицию без её изменения. Я имею в виду, не без изменения её истинности или ложности, но без изменения того, чем является пропозиция. В этом смысле '2 + 2 = 4' вполне может быть тождеством, поскольку 'У меня есть 2 + 2 шляпы' и 'У меня есть 4 шляпы' являются одной и той же пропозицией, так как они согласуются и не согласуются с одним и тем же множеством предельных истинностных возможностей.

Наша следующая проблема заключается в том, чтобы решить, состоит ли математика из тавтологий (в точном смысле, определённом Витгенштейном, которым мы в будущем будем ограничивать слово 'тавтология') или формул некоторого другого сорта. Достаточно ясно, что геометрия, в которой мы рассматриваем такие термины, как 'точка', 'линия', подразумевающие какие-то вещи, удовлетворяющие определённым аксиомам, так что истинностными функциями являются только константные термины типа 'или' и 'некоторые', состоит из тавтологий. То же самое должно относиться к анализу, если мы рассматриваем числа как то, что удовлетворяет аксиомам Пеано. Такая точка зрения, однако, была бы неадекватной, потому что, поскольку числа, начиная со 100, удовлетворяют аксиомам Пеано, она не давала бы нам средство отличить 'Это уравнение имеет три корня' от 'Это уравнение имеет сто три корня'. Поэтому числа должны определяться не как переменные, но как константы, и природа пропозиций анализа становится сомнительной.

Я уверен, что все они являются тавтологиями, но доказательство этого зависит от задания их детального анализа, а опровержение любой другой теории зависело бы от обнаружения непреодолимых затруднений в деталях её конструкции. В этом разделе я предлагаю обсудить вопрос общим способом, который неизбежно должен быть скорее смутным и неудовлетворительным. Вначале я попытаюсь объяснить значительные затруднения, которые должна преодолеть теория математики как тавтологий, а затем я объясню, почему альтернативные виды теорий, предполагаемые этими затруднениями, кажутся абсолютно непригодными. В следующих разделах я вернусь к теории, что математика состоит из тавтологий, рассмотрю и отчасти отвергну тот метод преодоления затруднений, который предложен в *Principia Mathematica*, и сконструирую альтернативное и, по моему мнению, удовлетворительное решение.

Наша первая задача – затруднения в теории тавтологий. Они вытекают из фундаментальной характеристики современного анализа, на которую мы теперь укажем. Эта характеристика может быть названа *экстенсиональностью*, а затруднения можно объяснить как проблемы, которые встают перед нами, если мы пытаемся свести исчисление объёмов к исчислению истинностных функций. Здесь, конечно, мы используем 'объём' [extension] в его логическом смысле, в котором объём предиката является классом, объём отношения – классом упорядоченных пар; поэтому, называя математику экстенсиональной, мы подразумеваем, что она имеет дело не с предикатами, но с классами, не с отношениями в обычном смысле, но с возможными соответствиями, или "отношениями по объёму", как называет их м-р Рассел. Возьмём в качестве примера этого пункта три фундаментальных математических понятия – идею действительного числа, идею функции (действительной переменной) и идею подобия классов (в смысле Кантора).

Действительные числа определяются как сегменты рациональных; любой сегмент рациональных чисел есть действительное число, и их имеется $2^{\aleph_0}$. Нет необходимости в том, чтобы сегмент определялся каким-либо свойством (или предикатом) его членов в обычном смысле предиката. Следовательно, действительное число – это объём и даже, быть может, объём без соответствующего содержания [intension]. Тем же самым способом функция действительной переменной является отношением по объёму, которую не нужно задавать каким-либо реальным отношением или формулой.

Этот пункт, вероятно, наиболее рельефен в определении подобия у Кантора. Говорится, что два класса подобны (*т.е.* имеют одинаковое кардинальное число), когда имеется одно-однозначное отношение, чьей областью является один класс, а конверсной областью – другой. Здесь существенно то, что одно-однозначному отношению нужно быть только отношением по объёму; очевидно, что два класса могут быть подобны, т.е. могут быть соотнесены, не находясь в каком-либо действительном соотносящем их отношении.

Есть проблема с языком, которую требуется здесь упомянуть; я использую слово 'класс' так, чтобы не привлекать принцип классификации, как естественно предполагается этим словом, но под 'классом' я подразумеваю любое множество вещей одного и того же логического типа. Мне кажется, что такое множество может или не может быть определено перечислением или как объём предиката. Если этого сделать нельзя, мы не можем упоминать его само по себе, но можем иметь с ним дело только имплицитно в пропозициях относительно всех классов или некоторых классов. То же самое истинно для отношений по объёму, под которыми я подразумеваю не просто объёмы действительных отношений, но любое множество упорядоченных пар. То, что это понятие встречается в математике, кажется мне совершенно ясным из последнего из указанных выше примеров канторовского определения подобия, где, очевидно, для одно-

однозначного отношения нет необходимости быть либо конечным, либо объёмом действительного отношения.

Таким образом, математика существенно экстенсиональна и может быть названа исчислением объёмов, поскольку её пропозиции утверждают отношения между объёмами. Её, как мы говорили, сложно свести к исчислению истинностных функций, к которым она должна быть сведена, если математика состоит из тавтологий; ибо тавтологии являются истинностными функциями определённого особого сорта, а именно истинностными функциями, согласующимися со всеми истинностными возможностями своих аргументов. Вероятно, наиболее легко мы сможем объяснить затруднение на примере.

Возьмём экстенсиональное утверждение простейшего возможного типа: утверждение, что один класс включает другой. Пока классы определяются как классы вещей, обладающих некими предикатами ϕ и ψ, затруднения нет. То, что класс ψ-ок включает класс ϕ-ок, просто означает, что всё, что является ϕ, является ψ, а это, как мы видели выше, представляет собой истинностную функцию. Но мы видели, что математика имеет дело (по крайней мере, явно) также и с классами, которые не заданы определяющими предикатами. (Такие классы встречаются не только тогда, когда упоминаются раздельно, но также в любом высказывании обо 'всех классах', 'всех действительных числах'.) Возьмём два таких, по возможности наиболее простых, класса – класс (a, b, c) и класс (a, b). Тогда то, что класс (a, b, c) включает класс (a, b), является в широком смысле тавтологичным и, несмотря на тривиальность, должно быть математической пропозицией; но оно, по-видимому, не является тавтологией в смысле Витгенштейна, т.е. некоторой разновидностью истинностной функции элементарных пропозиций. Очевидный способ попытаться образовать из этого истинностную функцию состоит в том, чтобы ввести тождество и записать '(a, b) содержится в (a, b, c)' как '$(x) : . x = a . \vee . x = b : \supset : x = a . \vee . x = b . \vee . x = c$'. Это определённо выглядит как тавтологичная истинностная функция, чьими предельными аргументами являются значения '$x = a$', '$x = b$', '$x = c$', т.е. пропозиции типа '$a = a$', '$b = a$', '$d = a$'. Но последние вообще не являются действительными пропозициями; в '$a = b$' либо 'a' и 'b' являются именами одной и той же вещи, и в этом случае пропозиция не говорит ничего, либо именами различных вещей, и в этом случае она является абсурдной. Ни в одном из случаев она не утверждает факт; она только кажется действительным утверждением из-за смешения со случаем, когда 'a' или 'b' является не именем, но дескрипцией[15]. Когда и 'a', и 'b' являются

[15] Более полное обсуждение тождества см. в следующем разделе.

именами, единственное значение, которое может быть придано '$a = b$', состоит в том, что оно указывает на то, что мы используем 'a' и 'b' в качестве имён одной и той же вещи или, более общо, как эквивалентные символы.

Предыдущее и другие наблюдения привели Витгенштейна к выводу, что математика состоит не из тавтологий, но из того, что он называл 'уравнениями', вместо чего я предпочёл бы поставить 'тождествами', т.е. формул формы '$a = b$', где 'a' и 'b' являются равными символами. В этом есть определённое удобство, например при рассмотрении '$2 + 2 = 4$'. Поскольку 'У меня есть 2 + 2 шляпы' и 'У меня есть 4 шляпы' являются одной и той же пропозицией[16], '$2 + 2$' и '4' являются равными символами. В таком виде это, очевидно, до смешного узкий взгляд на математику, ограничивающий её до простой арифметики; но интересно, можно ли сконструировать математику с тождеством в качестве своего основания? Я посвятил некоторое время развитию такой теории и нашёл, что она сталкивается с тем, что представляется мне непреодолимыми трудностями. Здесь следовало бы оставить попытку дать детальный обзор этого тупикового пути, но я попытаюсь в общем виде указать препятствия, в которые он упирается.

Прежде всего, мы должны рассмотреть, какая разновидность математических пропозиций будет в такой теории. Мы полагаем, что самым примитивным типом будет тождество '$a = b$', которое становится действительной пропозицией, если берётся не как пропозиция о вещах, подразумеваемых 'a' и 'b', но о самих этих символах. Математика тогда состоит из пропозиций, построенных из тождеств с помощью процесса, аналогичного тому, посредством которого обычные пропозиции конструируются из атомарных; другими словами, математические пропозиции в некотором смысле являются (согласно этой теории) истинностными функциями тождеств. Возможно, это преувеличение, и теория не может утверждать, что все математические пропозиции относятся к этой форме; но ясно, что это одна из наиболее важных форм, которые, по предположению, должны встречаться. Таким образом, о

$$`x^2 - 3x + 2 = 0 : \supset_x : x = 2 . \vee . x = 1'$$

следовало бы говорить, что оно относится к такой форме и должно соответствовать вербальной пропозиции, которая является истинностной функцией вербальной пропозиции, соответствующей аргументам '$x = 2$' и т.д. Таким образом, указанная выше пропозиции составляла бы 'Если "$x^2 - 3x + 2$"

[16] В выше объяснённом смысле. Они являются не одним и тем же предложением, но одной и той же истинностной функцией атомарных пропозиций и поэтому утверждают один и тот же факт.

означает 0, то “x” означает 2 или 1’. Математика была бы тогда, по крайней мере частично, деятельностью по конструированию формул, которые таким способом соответствуют вербальным пропозициям. Такую теорию было бы трудно и, вероятно, невозможно развить в деталях, но, я думаю, есть другие, более простые причины её отвергнуть. Они возникают, как только мы прекращаем считать математику изолированной структурой и рассматриваем математические элементы в нематематических пропозициях. Для простоты ограничимся кардинальными числами и предположим, нам известен анализ пропозиции, что класс ϕ-ок есть n по числу [$\hat{x}(\phi x)\in n$]. Здесь ϕ может быть любым обычным предикатом, определяющим класс; например, класс ϕ-ок может быть классом англичан. Возьмём теперь такую пропозицию, как ‘Квадрат числа ϕ-ок на два больше, чем куб числа ψ-ок’. Я думаю, нам не сможет помочь следующий анализ этой пропозиции:

$$(\exists m, n) \,.\, \hat{x}(\phi x)\in m \,.\, \hat{x}(\psi x)\in n \,.\, m^2 = n^3 + 2.$$

Это эмпирическая, а не математическая пропозиция, и относится она к ϕ-кам и ψ-кам, а не к символам; однако в ней встречается математическая псевдопропозиция $m^2 = n^3 + 2$, которой, согласно обсуждаемой теории, мы можем придать смысл, только относя её к символам, делая тем самым всю пропозицию отчасти относящейся к символам. Кроме того, будучи эмпирической пропозицией, она является истинностной функцией элементарных пропозиций, выражающих согласование с теми возможностями, которые задают числа ϕ-ок и ψ-ок, выполняющих $m^2 = n^3 + 2$. Таким образом, ‘$m^2 = n^3 + 2$’ является, как это, по-видимому, и есть, не одним из аргументов истинности в указанной выше пропозиции, но скорее частью истинностной функции типа ‘$\sim$’, ‘$\vee$’ или ‘$\exists m, n$’, определяющей, какую истинностную функцию элементарных пропозиций мы утверждаем. Такое объяснение использования $m^2 = n^3 + 2$ математической теорией тождества является совершенно неадекватным.

С другой стороны, теория тавтологий делала бы всё, что требуется; согласно ей $m^2 = n^3 + 2$ была бы тавтологией для тех значений m и n, которые её выполняют, и противоречием для всех других. Так,

$$\hat{x}(\phi x)\in m \,.\, \hat{x}(\psi x)\in n \,.\, m^2 = n^3 + 2$$

для первого множества значений m и n была бы просто эквивалентна

$$(\exists m, n) \,.\, \hat{x}(\phi x)\in m \,.\, \hat{x}(\psi x)\in n,$$

поскольку $m^2 = n^3 + 2$ является тавтологией и, следовательно, излишня; для всех других значений $m^2 = n^3 + 2$ было бы самопротиворечивым.

Поэтому

$$'(\exists m, n) . \hat{x}(\phi x) \in m . \hat{x}(\psi x) \in n . m^2 = n^3 + 2'$$

была бы логической суммой пропозиций

$$'\hat{x}(\phi x) \in m . \hat{x}(\psi x) \in n'$$

для всех m и n, выполняющих $m^2 = n^3 + 2$, и противоречием для всех других m и n и, следовательно, была бы требуемой нами пропозицией, поскольку логическая сумма противоречий является излишней. Поэтому затруднение, которое казалось фатальным для теории тождества, вообще избегается теорией тавтологий, следование которой, таким образом, вселяет в нас надежду и к которой мы обратимся, если не найдём способа преодолеть затруднения, которые обнаружились перед нами в попытке свести исчисление объёмов к исчислению истинностных функций. Попытка такого решения содержится в *Principia Mathematica*, и она будет обсуждаться в следующем разделе; но перед тем как мы к этому перейдём, необходимо кое-что сказать о хорошо известных противоречиях теории множеств, которых наша теория также должна избежать.

А. (1) Класс всех классов, которые ие являются элементами самих себя.

(2) Отношение между двумя отношениями, где одно не находится в отношении самого себя к другому.

(3) Парадокс Бурали-Форти относительно наибольшего ординала.

В. (4) 'Я сейчас лгу'.

(5) Наименьшее целое число, не именуемое менее чем десятью словами.

(6) Наименьший неопределимый ординал.

(7) Парадокс Ришара.

(8) Парадокс Вейля относительно 'гетерологическое'[10].

Принцип, по которому я их разделяю, имеет фундаментальную важность. Группа А состоит из противоречий, которые, если против них не принять меры предосторожности, встречались бы в самих логических и математических системах. Они включают только логические или математические термины, такие как класс и число, и показывают, что здесь дол-

[17] О первых семи парадоксах см.: *Principia Mathematica*. I (1910). P. 63. О восьмом см.: Weyl. *Das Kontinuum*. С. 2.

жна быть какая-то ошибка с нашей логикой или математикой. Но противоречия группы B не являются чисто логическими и не могут быть сформулированы в одних логических терминах, ибо все они содержат некоторую отсылку к мысли, языку или символизму, которые являются не формальными, но эмпирическими терминами. Поэтому своим возникновением они могут быть обязаны не ошибочной логике или математике, но ошибочным идеям, касающимся мысли и языка. Если это так, их не следует относить к математике или логике, если под 'логикой' мы подразумеваем символическую систему, хотя они, конечно, относятся к логике в смысле анализа мысли[18].

Этот взгляд на вторую группу противоречий не является оригинальным. Например, Пеано решил, что "Exemplo de Richard non pertine ad Mathematica, sed ad linguistica"[19], и поэтому отбросил его. Но такая установка не вполне удовлетворительна. У нас есть парадоксы, включающие как математические, так и лингвистические идеи; математики отбрасывают их, говоря, что ошибка должна заключаться в лингвистическом элементе, но лингвисты равным образом вполне могут отбросить их по противоположной причине, и противоречие никогда не будет разрешено. Единственное решение, которое когда-либо было дано[20], содержащееся в *Principia Mathematica*, определённо приписывает эти противоречия плохой логике, и необходимо ясно показать оппонентам этой точки зрения ошибку в том, что Пеано называл лингвистикой, но что я предпочёл бы назвать эпистемологией, которой обязаны эти противоречия.

II. PRINCIPIA MATHEMATICA

В предыдущем разделе я попытался объяснить затруднения, с которыми сталкивается теория: пропозиции математики являются тавтологиями; в этом разделе мы должны обсудить неудавшееся решение этих затруднений, данное в *Principia Mathematica.* Я попытаюсь показать, что это решение содержит три важных недостатка, и остаток этого исследования посвящу разъяснению модифицированной теории, которая от этих недостатков избавлена. Теория *Principia Mathematica* состоит в том, что каждый класс или множество (я использую эти слова как синонимы) опреде-

[18] Эти два значения слова 'логика' часто смешиваются. В действительности должно быть ясно, что те, кто говорит, что математика есть логика, не подразумевают под 'логикой' всё то, что подразумевают те, кто определяет логику как анализ и критику мысли.

[19] Rivista di Mat., 8 (1906). P. 157.

[20] Другие так называемые решения представляют собой просто неадекватные отговорки, которые решения не дают.

ляется пропозициональной функцией, т.е. состоит из тех значений x, для которых 'ϕx' истинно, где 'ϕx' – символ, выражающий пропозицию, если вместо x подставлен любой символ подходящего типа. Это равнозначно тому, чтобы сказать, что каждый класс имеет определённое свойство. Возьмём класс, состоящий из a и b; почему, можно спросить, должна существовать функция $\phi\hat{x}$, такая что 'ϕa' и 'ϕb' являются истинными, а все другие 'ϕx'-ы – ложными? На это отвечают, задавая такую функцию, как '$x = a\, .\vee .\, x = b$'. Пренебрежём пока затруднениями, связанными с тождеством, и примем этот ответ. Он показывает нам, что любой конечный класс определяется пропозициональной функцией, сконструированной посредством тождества; но в отношении бесконечных классов он оставляет нас точно там, где мы и были, т.е. без всякой причины предполагать, что все они определены пропозициональными функциями, ибо невозможно записать бесконечный ряд тождеств. На это возразят, что класс может быть нам дан только через перечисление его членов, и в этом случае он должен быть конечным, либо заданием определяющей его пропозициональной функции. Поэтому мы не можем каким-либо способом иметь дело с бесконечными классами или множествами, если таковые имеются, которые бы не были определены пропозициональными функциями[21]. Но этот аргумент содержит общую ошибку, ибо предполагает, что поскольку мы не можем рассматривать вещи обособленно, мы вообще не можем иметь с ними дело. Таким образом, хотя на бесконечный неопределяемый класс нельзя сослаться сам по себе, он тем не менее включён в любое высказывание, начинающееся с 'Все классы' или 'Существует класс такой, что', и если неопределяемые классы исключить, то значение всех таких высказываний будет фундаментально изменено.

Существуют неопределяемые классы или же нет – это вопрос эмпирический; обе возможности мыслимы. Но даже если на самом деле все классы определимы, мы не можем в нашей логике отождествить классы с определяемыми классами, не нарушая априорности и необходимости, которые являются сущностью логики. Но если кто-либо всё ещё считает, что под классами мы подразумеваем определяемые классы, а под 'Существует класс' – 'Существует определяемый класс', предложим ему рассмотреть следующую иллюстрацию. Эта иллюстрация относится не точно к этой проблеме, а к соответствующей проблеме для двух переменных. Но этот вопрос настолько явно аналогичен другому, что ответ на оба вопроса должен быть одним и тем же.

[21] Для краткости я буду называть такие классы 'неопределяемыми классами'.

Рассмотрим пропозицию '$\hat{x}(\phi x)\mathrm{sm}\,\hat{x}\,\psi x$' (т.е. класс, определяемый посредством $\phi\hat{x}$, имеет то же самое кардинальное число, что и класс, определяемый посредством $\psi\hat{x}$); она определяется так, чтобы подразумевать, что существует одно-однозначное отношение по объёму, чья область есть $\hat{x}(\phi x)$ и чья конверсная область есть $\hat{x}(\psi x)$. Теперь, если под отношением по объёму мы имеем в виду определяемое отношение, это подразумевает, что два класса имеют одинаковое кардинальное число только тогда, когда существует действительное отношение или функция $f(x, y)$, соотносящая их элемент за элементом. Однако ясно, что Кантором, который первый дал это определение, подразумевалось просто то, что они могут быть соотнесены, а не то, что должна быть пропозициональная функция, которая действительно их соотносит[22]. Так, класс ангелов-мужчин и класс ангелов-женщин могут быть бесконечными и равными по числу, так что можно было бы разделить всех мужчин и женщин на пары, без наличия какого-либо действительного соотносящего их отношения, такого как брак. Возможность неопределяемых классов и отношений по объёму – это сущностная часть экстенсиональной установки современной математики, на которую мы обращали внимание в разделе I, и то, что это игнорируется в *Principia Mathematica*, есть первый из трёх недостатков этой работы. Ошибка получается не из-за исходной пропозиции, утверждающей, что все классы определимы, но через задание определения класса, которое применяется только к определяемым классам, так что все математические пропозиции о некоторых или всех классах истолковываются неправильно. Это неверное понимание не просто вызывает возражение, когда рассматривается само по себе, оно особенно пагубно в связи с аксиомой мультипликативности, которая при надлежащей интерпретации является тавтологией, но при неверном понимании, на манер *Principia Mathematica*, становится значимой эмпирической пропозицией, истинность которой нет причин предполагать. Это будет показано в разделе V.

Второй недостаток в *Principia Mathematica* представляет неудачную попытку преодолеть не затруднения, вызванные экстенсиональностью математики, как в случае с первым недостатком, но затруднения, вызванные противоречиями, обсуждаемыми в конце раздела I. От этих противоречий предлагается избавиться с помощью того, что называют теорией типов, которая в действительности состоит из двух различных частей, направленных соответственно против двух групп противоречий. Эти две

[22] Ср.: W.E. Jonson. *Logic. Part II* (1929). P.159.

части были объединены, будучи выведены скорее небрежным способом из 'принципа порочного круга', но мне кажется существенным рассматривать их раздельно.

Противоречия группы А устраняются указанием на то, что пропозициональная функция не может значимо принимать саму себя в качестве аргумента, и разбиением функций и классов на иерархию типов в соответствии с их возможными аргументами. Так, утверждение, что класс является членом самого себя, не истинно и не ложно, но бессмысленно. Эта часть теории типов кажется мне безусловно правильной, и я не буду обсуждать её далее.

Далее, первая часть теории различает типы пропозициональных функций по их аргументам; так, есть функции от индивидов, функции функций от индивидов, функции функций от функций индивидов и т.д. Вторая часть, предназначенная для опровержения противоречий второй группы, требует установления различий между разными функциями, которые принимают одни и те же аргументы, например между различными функциями от индивидов. Следующее ниже объяснение этих различий основано на *Введении* ко второму изданию *Principia Mathematica*.

Мы начинаем с атомарных пропозиций, которые объяснены в разделе I. Из них посредством *штриха* (p/q = ни p, ни q не являются истинными) мы можем сконструировать любую истинностную функцию конечного числа атомарных пропозиций в качестве аргументов. Семейство полученных таким образом пропозиций называется элементарными пропозициями. Подстановкой переменной вместо имени индивида на место одного или более его вхождений в элементарную пропозицию мы получаем элементарную функцию от индивидов. Элементарная функция от индивида '$\phi\hat{x}$' есть, таким образом, функция, чьими значениями являются элементарные пропозиции, т.е. истинностные функции конечного числа атомарных пропозиций. Такие функции в первом издании *Principia Mathematica* назывались *предикативными функциями*. Мы будем говорить о них под их новым названием, а выражение 'предикативная функция' в следующем разделе будем использовать в новом оригинальном смысле, для которого оно, по-видимому, подходит больше. В общем, элементарная функция или матрица одной или более переменных, неважно являются ли последние индивидными или же нет, – это функция, чьими значениями являются элементарные пропозиции. Матрицы обозначаются восклицательным знаком после функционального символа. Так, '$F!(\hat{\phi}!\hat{z}, \hat{\psi}!\hat{z}, \hat{x}, \hat{y})$' есть матрица, имеющая в качестве аргументов два индивида и две элементарные функции от индивидов.

Из элементарной функции '$\hat{\phi} ! \hat{x}$' мы, как в разделе I, получаем пропозиции '$(x) . \hat{\phi} !x$' и '$(\exists x) . \hat{\phi} !x$', которые утверждают истинность всех или по крайней мере одного из значений '$\phi !x$'. Сходным образом из элементарной функции от двух индивидов '$\phi !(\hat{x}, \hat{y})$' мы получаем функции от одного индивида типа $(y) . \phi !(\hat{x}, y)$, $(\exists y) . \phi !(a, y)$'. Значениями этих функций являются такие пропозиции, как $(y) . \phi !(a, y)$, которые не являются элементарными пропозициями; следовательно, сами функции не являются элементарными функциями. Такие функции, чьи значения получаются обобщением матрицы, все значения которой являются индивидами, называются функциями первого порядка и записываются как $\phi_1 \hat{x}$.

Предположим, a является константой. Тогда '$\phi !a$' будет обозначать для различных значений ϕ все различные элементарные пропозиции, у которых a является конституентой. Следовательно, мы можем образовать пропозиции $(\phi) . \phi !a$ и $(\exists \phi) . \phi !a$, утверждающие истинность всех или по крайней мере одной пропозиции из вышеуказанного семейства пропозиций. Более общо, записывая $(\phi) . F!(\phi ! \hat{z})$ и $(\exists \phi) . F!(\phi ! \hat{z})$, мы можем утверждать истинность всех или по крайней мере одного из значений $F!(\phi ! \hat{z})$. Такие пропозиции явно не являются элементарными, поэтому, такие функции, как $(\phi) . F!(\phi \hat{z} !, x)$, не являются элементарными функциями от x. О таких функциях, включающих совокупность элементарных функций, говорится, что они относятся ко второму порядку, и их записывают как $\phi_2 x$. Применяя новую переменную ϕ_2, «мы получим другие новые функции:

$$(f_2) . f !(f_2 \hat{z}, x) \text{ и } (\exists f_2) . f !(f_2 \hat{z}, x),$$

которые опять-таки не встречаются среди значений для $\hat{\phi}_2 x$ (где ϕ_2 является аргументом), потому что совокупность значений $\phi_2 \hat{z}$, которые затрагиваются теперь, отличаются от совокупности значений $\phi !$, которые подразумевались первоначально. Однако мы можем расширить значение ϕ так, чтобы функция от x, в которой ϕ встречается как мнимая переменная, имела, соответственно, расширенное значение; однако чтобы ϕ можно было определить, $(\phi) . f !(\phi \hat{z}, x)$ и $(\exists \phi) . f !(\phi \hat{z}, x)$ никогда не могут быть значениями ϕx. Попытка сделать их таковыми похожа на попытку поймать свою собственную тень. Невозможно получить одну переменную, которая охватывает среди своих значений все возможные функции от индивидов»[23].

Для способа, где такое различие функций на порядки, для которых невозможна общность, используется для того, чтобы избежать противо-

---

[23] *Principia Mathematica*. I. 2[nd] ed. (1925). P. XXXIV.

речий группы B, рассматриваемых как следствие двусмысленности языка, не учитывающего это различие, можно сослаться на *Principia Mathematica*[24]. Здесь этот метод можно подходящим образом применить к не указанному в этой работе противоречию, которое свободно от посторонних деталей. Я имею в виду парадокс Вейля относительно 'гетерологическое'[25], который теперь необходимо объяснить. Некоторые прилагательные имеют значения, которые являются предикатами самих прилагательных; так слово 'короткое' является коротким, но слово 'длинное' длинным не является. Будем называть прилагательные типа 'короткое', чьи значения являются их предикатами, автологическими; остальные – гетерологическими. Теперь, является ли прилагательное 'гетерологическое' гетерологическим? Если да, то его значение не является его предикатом, т.е. оно не является гетерологическим. Но если оно не является гетерологическим, его значение является его предикатом, следовательно, оно является гетерологическим. Так мы получаем законченное противоречие.

Согласно принципам *Principia Mathematica* это противоречие следует решать следующим способом. Прилагательное является символом для пропозициональной функции, *например* 'ϕ' для $\phi\hat{x}$. Пусть R является отношением обозначения между 'ϕ' и $\phi\hat{x}$. Тогда 'w есть гетерологическое' представляет собой '$(\exists\phi) . wR(\phi\hat{x}) . \sim\phi w$'. Здесь, как мы видели, мнимая переменная ϕ должна иметь определённую область значений (*например*, область элементарных функций), членом которой не может быть само $Fx = :. (\exists\phi) : xR(\phi\hat{x}) . \sim\phi x$. Поэтому само 'гетерологическое' или 'F' не является прилагательным в том смысле, в котором прилагательным является 'ϕ'. У нас нет $(\exists\phi) . {}'F'R(\phi\hat{x})$, поскольку значение '$F$' не является функцией, включённой в область 'ϕ'. Поэтому, когда гетерологическое и автологическое определяются недвусмысленно, 'гетерологическое' не является прилагательным в рассматриваемом смысле и не является ни гетерологическим, ни автологическим, и противоречия – нет.

Таким образом, эта теория иерархии порядков функций от индивидов избегает противоречий, но она приводит нас к почти равному серьёзному затруднению, ибо лишает силы многие важные математические аргументы, которые, как оказывается, содержат такие же ошибки, что и противоречия. В первом издании *Principia Mathematica* предлагалось оправдать эти аргументы с помощью специальной аксиомы, аксиомы сводимости, которая утверждала, что для каждой неэлементарной функции существу-

---

[24] *Principia Mathematica*. I. 2nd ed. (1925). P. 117.

[25] Weyl. *Das Kontinuum*. S. 2.

и эквивалентная элементарная функция[26]. Нет причины предполагать истинность данной аксиомы; если бы она и была истинной, то это было бы счастливой случайностью, а не логической необходимостью, ибо она не является тавтологией. Определённо это будет показано в разделе V, но сейчас достаточно было бы того, что она не кажется тавтологией, и нет причины предполагать, что она является таковой. Такая аксиома не должна иметь места в математике, и всё, что не может быть доказано без её использования, вообще не может рассматриваться как доказанное.

Она, вероятно, имеет ценность, пока мимоходом не заметят то, что иногда пропускается. Можно спросить, почему аксиома сводимости не воспроизводит противоречия, которые устранило различие между элементарными и другими функциями? Ибо она утверждает, что для любой неэлементарной функции есть эквивалентная элементарная функция, а потому может утратиться то, что было достигнуто проведением различия. Это, однако, не имеет места благодаря особой природе рассматриваемых противоречий, ибо, как указано выше, второе множество противоречий не является чисто математическим, но включает идею мысли или значения, в связи с которыми эквивалентные функции (в смысле эквивалентности, объяснённой выше) не являются взаимозаменимыми; например, под определённым словом или символом может подразумеваться одно, а не другое, и одно может быть определимым, а другое – нет[27]. С другой стороны, любое чисто математическое противоречие, возникающее из смешения элементарных и неэлементарных функций, исправлялось бы с помощью аксиомы сводимости благодаря экстенсиональной природе математики, в которой эквивалентные функции взаимозаменимы. Но то, что такое противоречие возникает, показано не было, поэтому аксиома сводимости, по-видимому, не является самопротиворечивой. Эти рассуждения проясняют особенности этой второй группы противоречий и даже

[26] Две функции называются эквивалентными, когда одни и те же аргументы делают их обе истинными или обе ложными. (В немецком языке: *umfangsgleich.*)

[27] Д-р Л. Хвистек, по-видимому, проглядел этот пункт, состоящий в том, что, если функция определима, то эквивалентная элементарная функция не обязательно также определима в терминах данного символизма. В своей статье ("Über die Antinomien der Prinzipien der Mathematik", *Math. Zeitschrift*, 14, (1922), s.236-243) посредством S он обозначает много-однозначное отношение между натуральными числами и классами, которые определены посредством функций, определяемых в терминах некоторого символизма. Если $\phi\hat{z}$ не элементарная функция такого вида, то он делает вывод, что должно быть n такое, что $nS\hat{z}(\phi z)$. Это, однако, является ошибкой, поскольку $nS\hat{z}(\phi z)$ по определению обозначает

$$(\exists\psi) : \psi\,!x \equiv_x \phi x \,.\, nS(\psi\,!\hat{z}),$$

и поскольку $\psi\,!\hat{z}$ не с необходимостью определимо в терминах данных символов, нет причин для того, чтобы какое-то такое n существовало.

делают более вероятным то, что они имеют психологическое или эпистемологическое, а не чисто логическое или математическое решение; поэтому в рассмотрении этой темы в *Principia* есть нечто ошибочное.

Принципиальные математические методы, которые, по-видимому, требуют аксиомы сводимости, – это математическая индукция и Дедекиндово сечение, сущностные основания арифметики и анализа соответственно. М-р Рассел преуспел в том, чтобы обойтись без этой аксиомы в первом случае[28], но отказался от надежды на подобный успех во втором. Таким образом, Дедекиндово сечение остаётся, по существу, нелогичным методом, как часто подчёркивалось Вейлем[29], и обычный анализ рассыпается в прах. То, что это является её следствиями, – второй недостаток теории *Principia Mathematica*, и, по моему мнению, является абсолютно последовательным доказательство того, что в ней есть нечто ошибочное. Ибо, поскольку я не в состоянии ни принять аксиому сводимости, ни отвергнуть обычный анализ, я не могу поверить в теорию, которая не предоставляет мне третьей возможности.

Третий серьёзный недостаток *Principia Mathematica* заключается в трактовке тождества. Следует разъяснить, что подразумевается под нумерическим тождеством, т.е. тождеством в том смысле, чтобы считать за одно, а не за два. Для этого даётся следующее определение:

$$\text{‘}x = y \,.=:\, (\phi) : \phi\,!x \,.\supset.\, \phi\,!y : \mathrm{Df.}\text{’}$$ [30].

То есть две вещи являются тождественными, если у них все их элементарные свойства общие.

В *Principia* утверждается, что это определение зависит от аксиомы сводимости, поскольку без этой аксиомы две вещи могут иметь общими все свои элементарные свойства, но всё-таки не согласовываться в отношении функций более высокого порядка; и в этом случае их нельзя рассматривать как нумерически тождественные[31]. Хотя, как мы увидим, определение должно быть отвергнуто на других основаниях, я не думаю, что оно таким способом зависит от аксиомы сводимости. Ибо, хотя отбрасывание аксиомы сводимости разрушает очевидное общее доказательство того, что две вещи, согласующиеся в отношении всех элементарных функций, согласуются также в отношении всех других функций, я думаю, что это всё ещё следует и, вероятно, может быть доказано в любом отдельном случае. Возьмём, например, типичные функции второго порядка:

$$(\phi)\,.\,f\,!(\phi!\,\hat{z}, x) \text{ и } (\exists\phi)\,.\,f\,!(\phi\,\hat{z}!, x).$$

[28] См.: *Principia Mathematica*. I. 2nd ed. (1925). Appendix B.

[29] См.: Weyl H. *Das Kontinuum* и “Ьber die neue Grundlagenkrise der Mathematik” // *Math. Zeitschrift*/ 10 (1921). S.39-79.

[30] 13.01.

[31] *Principia Mathematica*. I.1st ed. (1910). 177.

Тогда, если у нас есть $(\phi) : \phi\,!x \,.\equiv.\, \phi\,!y$ $(x = y)$, отсюда следует $(\phi) . f!(\phi!\hat{z}, x) . \equiv . f!(\phi!\hat{z}, y)$, поскольку $f!(\phi!, x)$ является элементарной функцией x. Откуда

$$(\phi) . f!(\phi!\hat{z}, x) : \equiv : (\phi) . f!(\phi!\hat{z}, y)$$

$$\text{и } (\exists\phi) . f!(\phi!\hat{z}, x) : \equiv : (\exists\phi) . f!(\phi!\hat{z}, y).$$

Следовательно, отбрасывание аксиомы сводимости не приводит непосредственно к отбрасыванию определения тождества.

Реальное возражение на такое определение тождества – это то же самое возражение, что было выдвинуто против определяющих классов как определяемых классов. Данное определение интерпретируется неверно, поскольку не определяет тот смысл, в котором действительно используется символ тождества. Последнее можно наблюдать, когда определение делает самопротиворечивым то, что у двух вещей все их элементарные свойства общие. Это вполне возможно, даже если, фактически, этого никогда не происходит. Возьмём две вещи a и b. Тогда ничего самопротиворечивого нет ни в том, чтобы a обладало любым самонепротиворечивым множеством элементарных свойств, ни в том, чтобы этим множеством обладало b, ни, следовательно, в том, чтобы a и b имели эти свойства общими. Стало быть, поскольку это логически возможно, существенно иметь такой символизм, который позволял бы нам рассматривать эти возможности, а не исключать их посредством определения.

Бесполезно выдвигать возражения, что невозможно различить две вещи, у которых все свойства общие, поскольку если дать им различные имена, это будет значить, что обладание этими именами уже является различными свойствами. Ибо, хотя, так сказать, это и совершенно верно, что я не могу по указанной причине знать какие-то две отдельные неразличимые вещи, однако я вполне могу рассматривать такую возможность или даже знать, что есть две неразличимые вещи, не зная, что они собой представляют. Возьмём аналогичную ситуацию: поскольку людей на земле больше, чем волос на голове любого человека, постольку я знаю, что должны быть по крайней мере два человека с одним и тем же числом волос, но я не знаю, какие именно это люди.

Эти аргументы усилены открытием Витгенштейна, что знак тождества не является необходимой конституентой логического символизма, но может быть заменён соглашением, что различные знаки должны иметь различные значения. Это можно найти в *Tractatus Logico-Philosophicus* на с. 139; данное соглашение несколько неясно, но его можно сделать определённым и, следовательно, работающим, хотя, в общем, и неудобным. Но даже не имея другой ценности, оно обеспечивает эффективное доказательство того, что тождество может быть заменено символической конвенцией и, следовательно, является не подлинной пропозициональной функцией, но просто логическим приспособлением.

Мы, следовательно, делаем вывод, что трактовка тождества в *Principia Mathematica* основана на неправильном понимании математики и так же, как ошибочное определение классов особенно неудачно в связи с аксиомой мультипликативности, так и ошибочное определение тождества особенно вводит в заблуждение в связи с аксиомой бесконечности. Ибо, как мы увидим в разделе V, две пропозиции 'Существует бесконечное число вещей' и 'Существует бесконечное число вещей, отличающихся друг от друга в отношении элементарных функций' крайне различны.

III. ПРЕДИКАТИВНЫЕ ФУНКЦИИ

В этом разделе мы рассмотрим второе из трёх возражений, которые сделали в последнем разделе относительно теории оснований математики, данных в *Principia Mathematica*. Это возражение, вероятно, наиболее серьёзное из трёх, направлено против теории типов, которая, по-видимому, включает либо принятие неоправданной аксиомы сводимости, либо отказ от такого фундаментального типа математического доказательства, как Дедекиндово сечение. Мы видели, что это затруднение получается из второй из двух частей, на которые была разделена теория, а именно из той части, которая связана с различными областями функций заданных аргументов, например индивидов; и мы должны рассмотреть, нельзя ли исправить эту часть теории типов так, чтобы избавится от затруднения. Мы увидим, что это можно сделать простым и непосредственным способом, который является естественным следствием логической теории м-ра Витгенштейна.

Мы вновь начнём с той части его теории пропозиций, о которой уже говорилось в первом разделе. Мы видели, что он объясняет пропозиции в общем, ссылаясь на атомарные пропозиции; каждая пропозиция выражает согласование и несогласование с истинностными возможностями атомарных пропозиций. Мы видели также, что можно сконструировать много различных символов, и все они будут выражать согласование и несогласование с одним и тем же множеством возможностей. Например,

$$`p \supset q\text{'}, `{\sim}p \,.\vee .\, q\text{'}, `{\sim} : p \,.\, {\sim}q\text{'}, `{\sim}q \,.\supset .\, {\sim}p\text{'}$$

являются таким множеством; все они согласуются с тремя возможностями

$$`p \cdot q\text{'}, `{\sim}p \cdot q\text{'}, `{\sim}p \cdot {\sim}q\text{'},$$

но не согласуются с одной '$p \cdot {\sim}q$'. О двух символах такого рода, которые выражают согласование и несогласование с одним и тем же множеством возможностей, говорится, что они являются примерами одной и той же пропозиции. Они являются её примерами так же, как все определённые артикли на странице являются примерами слова 'the'. Но тогда как определённые артикли являются примерами одного и того же слова из учёта их физического сходства, различные символы являются примерами одной и той же пропозиции из-за того, что они имеют один и тот же смысл, т.е. выражают согласование с одним и тем же множеством возможностей. Говоря о пропозициях, мы будем подразумевать типы, примерами которых являются индивидуальные символы, и будем включать типы, для которых примеров, возможно, нет. Это неизбежно, поскольку для нас не имеет никакого значения, утверждал ли или выразил кто-нибудь символически пропозицию; мы должны рассмотреть все пропозиции в смысле всех возможных утверждений, независимо от того, утверждались они или же нет.

Любая пропозиция выражает согласование и несогласование с дополнительными множествами истинностных возможностей атомарных пропозиций, и наоборот, для любого множества таких истинностных возможностей было бы логически возможным утверждать согласование с одними пропозициями и несогласование со всеми другими, стало быть, множество истинностных возможностей определяет пропозицию. На практике эта пропозиция может быть крайне трудной из-за ограниченности возможностей нашего языка, ибо нам недостаёт как имён для множества объектов, так и методов создания утверждений, включающих бесконечное число атомарных пропозиций, кроме относительно простых случаев, таких как '$(x) \cdot \phi x$', который, вероятно, включает бесконечное множество (в определённых случаях) атомарных пропозиций 'ϕa', 'ϕb' и т.д. Тем не менее мы должны рассмотреть и те пропозиции, для выражения которых наш язык не подходит. В '$(x) \cdot \phi x$' мы утверждаем истинность всех возможных пропозиций, которые имели бы форму 'ϕx', и неважно, есть ли у нас имена для всех значений x. Очевидно, что общая пропозиция должна пониматься как то, что применяется вообще ко всему, а не просто ко всему тому, для чего у нас есть имена.

Теперь в связи с теорией типов мы подходим к самому важному пункту. В последнем разделе мы объяснили, что подразумевается под элементарной пропозицией, а именно пропозиция, эксплицитно сконструированная как истинностная функция атомарных пропозиций. В данный момент нам необходимо заметить, что, по теории Витгенштейна, элементарность в общем является прилагательным не для типа пропозиций, но только для его примеров. Ибо элементарный и неэлементарный пропозициональный символ могут быть примерами одной и той же пропозиции. Так, предположим, что создан список из всех индивидов 'a', 'b', … , 'z'. Тогда, если бы $\phi\hat{x}$ была элементарной функцией, то '$\phi a \,.\, \phi b \,.\, \ldots \,.\, \phi z$' была бы элементарной пропозицией, а '$(x) \,.\, \phi x$' – неэлементарной; но они выражали бы согласование с одними и теми же возможностями и, стало быть, были бы одной и той же пропозицией. Или возьмём пример, который действительно может встретиться, 'ϕa' и '$\phi a : (\exists x) \,.\, \phi x$' являются одной и той же пропозицией, поскольку $(\exists x) \,.\, \phi x$ ничего не добавляет к ϕa. Но первая является элементарной, а вторая – неэлементарной.

Следовательно, некоторые примеры пропозиций могут быть элементарными, а некоторые – неэлементарными, так что элементарность на самом деле является характеристикой не пропозиции, но её способа выражения. 'Элементарная пропозиция' подобна 'высказанному слову'; подобно тому, как одно и то же слово может быть и сказано и написано, так и одна и та же пропозиция может быть выражена как элементарно, так и не элементарно.

После этих предварительных объяснений мы перейдём к теории пропозициональных функций. Под пропозициональной функцией от индивидов мы подразумеваем символ формы '$f(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}, \ldots)$', который таков, что, если вместо '$\hat{x}$', '$\hat{y}$', '$\hat{z}$' … в него подставить любые индивиды, результат всегда будет пропозицией. Это определение нужно дополнить объяснением, что два таких символа рассматриваются как одна и та же функция, когда подстановка того же самого множества имён в тот и другой символ всегда даёт одну и ту же пропозицию. Так, если '$f(a, b, c)$' и '$g(a, b, c)$ являются одной и той же пропозицией для любого множества a, b, c, то '$f(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$' и '$g(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$' являются одной и той же функцией, даже если они выглядят совершенно по-разному.

Функция[32] 'ϕ' $\hat{x}$ даёт нам для каждого индивида пропозицию в смысле пропозиционального типа (который может не иметь каких-либо примеров, если мы не смогли придать индивиду имя). Поэтому функция собирает вместе множество пропозиций, чью логическую сумму и произведение мы утверждаем, записывая соответственно '$(\exists x) \,.\, \phi x$' и '$(x) \,.\, \phi x$'.

[32] В будущем, под 'функцией' мы всегда будем подразумевать пропозициональную функцию, если не устанавлнвается противоположное.

Эта процедура может быть расширена до случая нескольких переменных. Рассмотрим '$\phi(\hat{x}, \hat{y})$ и придадим y любое константное значение η; тогда $\phi(\hat{x}, \eta)$ даёт пропозицию, когда вместо подставляется любое индивидное имя, и, следовательно, является функцией одной переменной, из которой мы можем образовать пропозиции

$$`(\exists x) . \phi(x, \eta)\text{' и }`(x) . \phi(x, \eta)\text{'}.$$

Следующим рассмотрим '$(\exists x) . \phi(x, \hat{y})$'. Как мы видели, это даёт пропозицию, когда любое имя (например, 'η') подставляется вместо 'y', и, следовательно, является функцией одной переменной, из которой мы можем образовать пропозиции

$$(\exists y) : (\exists x) . \phi(x, y) \text{ и } (y) : (\exists x) . \phi(x, y).$$

Пока не возникнет затруднений, мы попытаемся трактовать функции от функций в точности таким же способом, как трактовали функции от индивидов. Для простоты возьмём функцию одной переменной, которая является функцией от индивидов. Это был бы символ формы '$f(\hat{\phi}\,\hat{x})$', который становится пропозицией при подстановке вместо '$\hat{\phi}\,\hat{x}$' любой функции от индивида. Тогда '$f(\hat{\phi}\,\hat{x})$'собирает вместе множество пропозиций, одно для каждой функции от индивида, для которых мы утверждаем логическую сумму или произведение, записывая '$(\exists\phi) . f(\phi\hat{x})$' и '$(\phi) . f(\phi\hat{x})$' соответственно.

Но это рассмотрение страдает от плачевной двусмысленности относительно области функций $\phi\hat{x}$, задающих значения $f(\phi\hat{x})$, относительно которых мы утверждаем логическую сумму или произведение. В этом отношении между функциями от функций и функциями от индивидов есть важное различие, которое стоит рассмотреть ближе. На самом деле, по-видимому, ясно, что выражения 'функция от функций' и 'функция от индивидов' не являются строго аналогичными, ибо тогда как функции являются символами, индивиды являются объектами, поэтому, чтобы получить выражение, аналогичное 'функция от функций', нам следовало бы сказать 'функция от имён индивидов'. С другой стороны, по-видимому, нет простого способа изменить выражение 'функция от функций' так, чтобы сделать его аналогичным 'функция от индивидов', и как раз это является причиной неприятностей. Ибо область значения функции от индивидов определённо фиксирована областью индивидов, объективной общностью, от которой нельзя избавиться. Но область аргументов функции от функций является областью символов, всех символов, которые становятся пропозициями, если ввести в них имя индивида. И эта область символов, действительная или возможная, не фиксируется объективно, но зависит от наших методов их конструирования и требует более точного определения.

Это определение может быть дано двумя способами, которые можно развести как субъективный и объективный методы. Субъективный[33] метод – это метод, принятый в *Principia Mathematica*; он состоит в определении функций как всех тех функций, которые, в первом приближении, могут быть сконструированы определённым способом лишь использованием знака '/'. Мы видели, каким образом это приводит к тупику аксиомы сводимости. С другой стороны, я буду применять совершенно оригинальный объективный метод, который приведёт нас к удовлетворительной теории, где такая аксиома не требуется. Этот метод должен трактовать функции от функций, насколько это возможно, тем же самым способом, как функции от индивидов. Знаки, которые могут быть подставлены как аргументы в '$\phi\hat{x}$', функции от индивидов, определяются их значениями; они должны быть именами индивидов. Сходным образом, я предлагаю определять символы, которые могут быть подставлены как аргументы в '$f(\phi\hat{x})$', не по способу их конструирования, но по их значениям. Это более трудно, поскольку функции не обозначают единичные объекты, как делают имена, но обладают значением более сложным способом, производным от значений пропозиций, которые являются их значениями. В конечном счёте проблема в том, чтобы в качестве значений $f(\phi\hat{x})$ зафиксировать некоторое определённое множество пропозиций так, чтобы мы могли утверждать их логическое произведение или сумму. В *Principia Mathematica* они определялись как все пропозиции, которые могут быть сконструированы определённым способом. Мой метод, с другой стороны, состоит в том, чтобы рассмотреть, как мы можем их сконструировать и определить с помощью описания их смысла или сути; и, поступая так, мы могли бы быть способны включить в это множество пропозиции, для которых у нас нет способа конструирования, точно так же, как мы включаем в область значений ϕx пропозиции, которые не можем выразить из-за недостатка имён для рассматриваемых индивидов.

Мы должны начать описание нового метода с определения атомарных функций индивидов как результата замены переменными любых имён индивидов в атомарных пропозициях, выраженных использованием одних имён; если имя встречается в пропозиции более чем однажды, оно

[33] Я не настаиваю на этом термине; я использую его просто потому, что не могу найти лучшего.

может быть заменено одной и той же или разными переменными или основной одной в её различных вхождениях. Значения атомарной функции индивидов являются, таким образом, атомарными пропозициями.

Затем мы распространяем на пропозициональные функции идею истинностных пропозициональных функций. (Первоначально, конечно, функции, на которые мы её распространяем, являются только атомарными, но расширение работает также и в общем; поэтому я установлю его в общем.) Предположим, у нас есть функции $\phi_1(\hat{x}, \hat{y}), \phi_2(\hat{x}, \hat{y})$ и т.д., тогда, говоря, что функция $\psi(\hat{x}, \hat{y})$ является определённой истинностной функцией (например, логической суммой) функций $\phi_1(\hat{x}, \hat{y})$, $\phi_2(\hat{x}, \hat{y})$ и т.д. и пропозиций p, q и т.д. мы подразумеваем, что какое-то значение $\psi(x, y)$, скажем, $\psi(a, b)$, является этой истинностной функцией от соответствующих значений $\phi_1(x, y)$, $\phi_2(x, y)$ и т.д., т.е. $\phi_1(a, b)$, $\phi_2(a, b)$ и т.д., и пропозиций p, q и т.д. Это определение позволяет нам включить функции в число аргументов любой истинностной функции, ибо оно всегда даёт нам уникальную функцию, которая является истинностной функцией от этих аргументов; например, логическая сумма $\phi_1(\hat{x})$, $\phi_2(\hat{x})$ ... определяется как $\psi(x)$, где $\psi(a)$ есть логическая сумма $\phi_1 a$, $\phi_2 a$ ..., определённая пропозиция для каждого a, так что $\psi(x)$ есть определённая функция. Она является уникальной, поскольку, если бы их было две, а именно $\psi_1(x)$ и $\psi_2(x)$, то $\psi_1(a)$ и $\psi_2(a)$ были бы для каждого a одной и той же пропозицией, а следовательно, две функции были бы идентичными.

Теперь мы можем дать наиболее важное в этой теории определение, определение предикативной функции. Я не использую этот термин в смысле первого издания *Principia Mathematica*, как я следую более поздним работам Рассела в использовании 'элементарная'. Понятие предикативной функции в моём смысле – это понятие, которое не встречается в *Principia* и которое отмечает существенное расхождение двух процедурных методов. *Предикативная функция* индивидов – это функция, которая является любой истинностной функцией, аргументами которой, конечными или бесконечными по числу, являются все либо атомарные функции от индивидов, либо пропозиции[34]. Это определяет некоторую область функций от индивидов, которая шире, чем любая область, встречающаяся в *Principia*. Допущение бесконечного числа включает, что мы не определяем область функций, как тех функций, которые могут быть сконструированы определённым способом, но определяем их, описывая их значения. Они должны быть истинностными функциями – не явно по их появлению, но по их значению – атомарных функций и пропозиций. Этим спо-

[34] Перед 'пропозиции' мы могли бы поставить 'атомарные', не сужая смысл данного определения. Ибо любая пропозиция является истинностной функцией атомарных пропозиций, а истинностная функция истинностной функции снова является истинностной функцией.

собом мы включим множество функций, для которых у нас не было способа конструирования и многие из которых мы можем сконструировать совершенно различными способами. Так, предполагая, что $\phi(\hat{x}, \hat{y})$ является атомарной функцией, а p – пропозицией, каждая из

$$\phi(\hat{x}, \hat{y}), \phi(\hat{x}, \hat{y}) . \vee . p, (y) . \phi(\hat{x}, y)$$

является предикативной функцией. [Последняя является предикативной, поскольку представляет собой логическое произведение атомарных функций $\phi(\hat{x}, y)$ для различных значений y.

Для функций от функций есть более или менее аналогичное определение. Во-первых, атомарная функция от (предикативных) функций индивидов и от индивидов может иметь только один функциональный аргумент (скажем, ϕ), но может иметь много индивидных аргументов (x, y и т.д.) и должна обладать формой $\phi(x, y \ldots a, b \ldots)$, где '$a$', '$b$' … являются именами индивидов. В частности, атомарная функция $f(\phi\hat{z})$ имеет форму ϕa. Предикативная функция от (предикативных) функций индивидов и от индивидов – это функция, которая является истинностной функцией, чьими аргументами являются все либо пропозиции, либо атомарные функции от функций индивидов и от индивидов, например $\hat{\phi} a . \supset . \hat{\psi} b : \vee : p$ (функция ϕ, ψ), $(x) . \hat{\phi} x$ (логическое произведение атомарных функций $\hat{\phi} a$, $\hat{\phi} b$ и т.д.). Ясно, что функция встречается в предикативной функции только посредством своих значений. Этим путём мы можем перейти к определению предикативных функций от функций функций и т.д. до любого порядка.

Рассмотрим теперь такие пропозиции, как $(\phi) . f(\phi\hat{x})$, где $f(\hat{\phi}\hat{x})$ является предикативной функцией от функций. Под областью значений ϕ мы понимали все предикативные функции; т.е. $(\phi) . f(\phi\hat{x})$ является логическим произведением пропозиций $f(\phi\hat{x})$ для каждой предикативной функции, и поскольку это определённое множество пропозиций, мы приписали $(\phi) . f(\phi\hat{x})$ определённую значимость [significance].

Рассмотрим теперь функцию от x, функцию $(\phi) . f(\phi\hat{z}, x)$. Является ли она предикативной функцией? Она представляет собой логическое произведение пропозициональных функций от x, $f(\phi\hat{z}, x)$ для различных ϕ-ок, которые, поскольку f предикативна, являются истинностными функниями от ϕx и пропозициями, возможно переменными для ϕ, но постоянными для x (например, ϕa). ϕx-ы, поскольку ϕ-ки предикативны, являются истинностными функциями атомарных функций x. Таким образом, пропозициональные функции от x, т.е. $f(\phi\hat{z}, x)$, являются истинностными функциями атомарных функций x и пропозиций. Следовательно, они являются предикативными функциями и их логическое произведение $(\phi) . f(\phi\hat{z}, x)$ является предикативным. Более общо, ясно, что посредством обобщения, независимо от типа мнимых переменных, мы никогда не сможем создать непредикативную функцию, ибо обобщение является истинностной функцией своих примеров и, если примеры предикативны, предикативным является и оно.

Таким образом, все функции индивидов, встречающиеся в *Principia*, являются предикативными в нашем смысле и включены в нашу переменную ϕ, так что всякая необходимость в аксиоме сводимости исчезает.

Но, возразят, в этом, конечно же, содержится порочный круг, вы не можете включить $F\hat{x} = (\phi) . f(\phi\hat{z}, \hat{x})$ в ϕ-ки, ибо это предполагает совокупность ϕ-ок. Однако на самом деле это не является порочным кругом. Пропозиция Fa – это, конечно, логическое произведение пропозиций $f(\phi\hat{z}, a)$, но выразить её подобным образом (единственно возможным для нас) – значит просто описать её определённым способом, ссылаясь на общность, членом которой может быть она сама, так же как мы можем указать на человека как на самого высокого в группе, идентифицируя, таким образом, его посредством совокупности, членом которой является он сам, не впадая в порочный круг. Пропозиция Fa в своём значении, т.е. факт, о котором она утверждает, что он имеет место, не включает совокупность функций, её включает просто наш символ. Возьмём простой случай: $(\phi) . \phi a$ является логическим произведением пропозиций ϕa, одной из которых является она сама, но этот случай значителен и порочен не более, чем тот факт, что пропозиция $p . q$ является логическим произведением множества p, q, $p . q$, членом которого является она сама. Единственное различие состоит в том, что благодаря нашей неспособности записывать пропозиции бесконечной длины, что логически является случайным, $(\phi) . \phi a$ не может, как $p . q$, быть выражена элементарно, но должна быть выражена как логическое произведение множества, членом которого она также является. Если бы мы обладали бесконечными ресурсами и могли выразить все атомарные функции типа $\psi_1 x$ и $\psi_2 x$, то мы могли бы образовать все пропозиции ϕa, т.е. все истинностные функции $\psi_1 a$, $\psi_2 a$ и т.д., и среди них была бы та, которая является логическим произведением их всех, включая саму себя, так же как $p . q$ является произведением $p, q, p \vee q, p . q$. Эта пропозиция, которую мы не можем выразить непосредственно, т.е.

элементарно, мы выражаем опосредованно, как логическое произведение их всех, записывая '$(\phi) \,.\, \phi a$'. Это, конечно, круговой процесс, но в нём явно нет ничего порочного.

На этом основано большое преимущество моего метода перед методом *Principia Mathematica*. В *Principia* область ϕ – это область функций, которые могут быть выражены элементарно, а поскольку $(\phi) \,.\, f(\phi\,!\,\hat{z}, x)$ так выразить нельзя, она не может быть значением $\phi!$, но я определяю значения ϕ не по тому, как они могут быть выражены, но по тому, какой разновидностью смыслов обладают их значения или, скорее, по тому, какие факты, утверждаемые их значениями, относятся к их аргументам. Таким образом, я включаю функции, не говоря уже об элементарных, которые даже не могут быть выражены нами вообще, кроме как посредством бесконечной символической системы. И любая функция, образованная посредством обобщения, является действительно предикативной, и более нет необходимости в аксиоме сводимости.

Остаётся показать, что моё понятие предикативных функций не вовлекает нас в какое-либо противоречие. Все подходящие противоречия, как я отмечал ранее, содержат некое слово типа 'означает', и я покажу, что они принадлежат сущностной двусмысленности таких слов, а не какому-либо недостатку в понятии предикативной функции.

Возьмём первым противоречие Вейля относительно 'гетерологическое', которое мы обсуждали в последнем разделе. Ясно, что данное там решение более нам не подходит. Ибо, как и раньше, если R есть отношение означивания между 'ϕ' и $\phi\hat{x}$, то 'x есть гетерологическое' эквивалентно '$(\exists\phi) : xR(\phi\hat{z}) \,.\, {\sim}\phi x$', понимаемая здесь область ϕ является областью предикативных функций. Тогда

$$(\exists\phi) : xR(\phi\hat{z}) \,.\, {\sim}\phi x,$$

которую я буду называть Fx, сама является предикативной функцией.

Поэтому

$$\text{'}F\text{'}\ R(F\hat{x})$$

и

$$(\exists\phi) : \text{'}F\text{'}\ R(\phi\hat{x})$$

и, следовательно,

$$F(\text{'}F\text{'}) \,.\, \equiv \,.\, {\sim}F(\text{'}F\text{'}),$$

что является противоречием.

Заметим, что противоречие по существу зависит от вывода $(\exists\phi)$: 'F' $R(\phi\hat{x})$ из 'F' $R(F\hat{x})$. Согласно *Principia Mathematica* этот вывод незаконен, поскольку F не является возможным значением $\phi\hat{x}$. Но если область $\phi\hat{x}$ является областью предикативных функций, то это решение ошибочно, поскольку $F\hat{x}$ определённо является предикативной функцией. Но, очевидно, есть другое возможное решение – отрицать, что 'F' $R(F\hat{x})$ является посылкой вывода. 'F' $R(F\hat{x})$ говорит, что 'F' означает $F\hat{x}$. Это определённо истинно для некоторых значений 'означает', поэтому, чтобы поддержать наше его отрицание, мы должны продемонстрировать некоторую двусмысленность в значении значения и сказать, что смысл, в котором 'F' означает $F\hat{x}$, т.е. в котором 'гетерологическое' означает гетерологическое, не является смыслом, обозначенным посредством 'R', т.е. смыслом, который входит в определение гетерологического. Мы можем легко показать, что это действительно имеет место, так что противоречие возникает просто благодаря двусмысленности слова 'значение' и вообще не имеет отношения к математике.

Прежде всего, говорить об 'F' как об обозначающем $F\hat{x}$ вообще кажется очень странным с точки зрения нашего определения пропозициональной функции как самого символа. Но выражение просто сжато. Факт, который мы пытаемся описать в этих терминах, состоит в том, что мы произвольно выбрали букву 'F' для определённой цели, так что 'Fx' имеет определённое значение (зависящее от x). В результате этого выбора 'F', первоначально не значимая, становится значимой; она имеет значение. Но ясно, что предположение о том, что есть единственный объект F, который она обозначает, – невозможное упрощение. Её значение более сложное, чем это, и должно быть исследовано далее.

Возьмём простейший случай, атомарная пропозиция полностью записывается как 'aSb', где 'a' и 'b' являются именами индивидов, а 'S' – именем отношения. Тогда 'a', 'b' и 'S' простейшим способом обозначают отдельные объекты a, b и S. Предположим теперь, что мы определяем

$$\phi x \;.=.\; aSx \text{ Df.}$$

Тогда 'ϕ' подставляется вместо 'aS' и обозначает не единственный объект, но имеет значение более сложным способом посредством трёхчленного отношения и к a, и к S. Тогда мы можем сказать, что 'ϕ' обозначает $aS\hat{x}$, подразумевая под этим, что 'ϕ' имеет это отношение к a и S. Мы можем расширить этот подход, чтобы иметь дело с любой элементарной функцией, т.е. сказать, что '$\phi\,!$' обозначает $\phi\,!\,\hat{x}$, означает, что '$\phi\,!$' определённым способом относится к объектам a, b и т.д., включённым в $\phi!\,\hat{x}$.

Но предположим теперь, что мы берём неэлементарный функциональный символ, например,

$$\phi_1 x : = : (y) . yRx \text{ Df.}$$

Здесь объекты, включённые в $\phi_1 \hat{x}$, затрагивают все индивиды как значения y. И ясно, что 'ϕ_1' вообще не относится к ним тем же способом, каким 'ϕ!' относится к объектам в своём значении. Ибо 'ϕ!' относится к a, b и т.д., будучи сокращением для выражения, содержащего имена a, b и т.д. Но 'ϕ_1' является сокращением для выражения, содержащего не 'a', 'b' ..., а только мнимую переменную, значениями которой могут быть последние. Ясно, что 'ϕ_1' обозначает то, что обозначает, более сложным способом, совершенно отличным от способа, которым обозначает 'ϕ!'. Конечно, так же как элементарность на самом деле не является характеристикой пропозиции, так и этот способ в действительности не является характеристикой функции; другими словами, $\phi_1 \hat{x}$ и $\phi\,!x$ могут быть одной и той же функцией, поскольку ϕ_1 всегда является той же самой пропозицией, что и $\phi\,!x$. Тогда 'ϕ_1' и 'ϕ!' будут иметь одинаковое значение, но будут подразумевать его в совершенно различных смыслах значения. Сходным образом, 'ϕ_2', включающая мнимую функциональную переменную, всё ещё будет обозначать иным и более сложным способом[35].

Таким образом, в противоречии, которое мы обсуждали, если 'R', символ отношения обозначения между 'ϕ' и ϕ, должен иметь определённое значение, то 'ϕ' может быть определённым способом только символом некоторого типа значения; предположим мы ограничиваем 'ϕ' элементарными функциями, принимая 'R' за отношение между 'ϕ!' и $\phi\,!\,\hat{x}$.

Тогда 'Fx' или '$(\exists\phi) : xR(\phi\hat{z}) . \sim\phi x$' являются не элементарными, но являются 'ϕ_2'.

Следовательно, 'F' обозначает не в смысле значения, обозначаемого посредством 'R' соответствующего 'ϕ!'-кам, но в смысле, соответствующем 'ϕ_2'; поэтому мы имеем ~:'F' $R(F\hat{x})$, которое, как мы объяснили выше, разрешает противоречие для этого случая.

Существенный пункт для понимания причины, почему

$$(\exists\phi) : \text{'}F\text{'}\ R(\phi\hat{x})$$

[35] Здесь область мнимой переменной в 'ϕ_2' является множеством предикативных функций, а не множеством элементарных функций, как в *Principia Mathematica*.

может быть истинным, только если 'F' является элементарной функцией, не в том, что область ϕ является областью элементарных функций, но в том, что символ не может иметь отношение R к функции, если он (символ) не является элементарным. Ограничение приходит не от '$\exists\phi$', но от 'R'. Различия 'ϕ!'-ок, 'ϕ_1'-ок и 'ϕ_2'-ок применяется к символам и к тому, как они обозначают, но не к тому, что они обозначают. Поэтому я всегда (в этом разделе) заключал 'ϕ!', 'ϕ_1' и 'ϕ_2' в кавычки.

Мне могут возразить, что это неполное решение; ибо, предположим, что мы приняли за R сумму отношений, соответствующих 'ϕ!'-кам, 'ϕ_1'-кам и 'ϕ_2'-кам. Тогда 'F', поскольку оно всё ещё содержит только $\exists\phi$ [36], всё ещё является 'ϕ_2', и в этом случае у нас должно быть 'F' $R(F\hat{x})$, которое разрушает наше решение.

Но это не так, поскольку сверхкомплексность, включённая в новое R, делает 'F' не 'ϕ_2', но ещё более сложным символом. Ибо для этого нового R, для которого 'ϕ_2'$R(\phi_2\hat{x})$, поскольку '$\phi_2 x$' есть какая-то форма, типа $(\exists\phi) . f(\phi\hat{z}, x)$, в $(\exists\phi)$. 'F'$R(F\hat{x})$, затрагивается по крайней мере переменная функция $f(\phi\hat{z}, x)$ от функций индивидов, ибо она включена в понятие переменной 'ϕ_2', которая включена в переменную ϕ, взятую в соединении с R. Ибо если нечто имеет отношение R к предикативной функции $\phi\hat{x}$, то $\phi\hat{x}$ должна быть выразима посредством либо 'ϕ!', либо 'ϕ_1', либо 'ϕ_2'.

Поэтому $(\exists\phi)$. 'F'$R(F\hat{x})$ включает не просто переменную ϕ (предикативную функцию индивидов), но также скрытую переменную f (функцию от функции индивида и от индивида). Поэтому 'Fx' или $(\exists\phi) : xR(\phi\hat{z}) . \sim\phi x$ представляет собой не 'ϕ_2', но то, что мы могли бы назвать 'ϕ_3', т.е. функцию от индивидов, включающую переменную функцию от функций индивидов. (Она, конечно, не является той же самой вещью, что 'ϕ_3' в смысле *Principia Mathematica*, 2nd ed.) Поэтому 'F' обозначает более сложным способом, ещё не включённым в R, и у нас нет 'F'$R(F\hat{x})$, так что противоречие вновь исчезает.

Из противоречий явно вытекает то, что мы не можем получить для пропозициональных функций всеохватное отношение значения. Какое бы отношение мы не брали, всё ещё есть способ конструирования символа, который обозначает таким способом, который не включён в наше отношение. Значения значения образуют логически неправильную совокупность.

---

[36] Область ϕ в $\exists\phi$ есть область предикативных функций, включающая 'ϕ_1'-ки, 'ϕ_2'-ки и т.д., поэтому она не изменяется с изменением R.

Посредством начатого выше процесса мы получаем иерархию пропозиций и иерархию функций от индивидов. И та и другая основаны на фундаментальной иерархии индивидов, функций от индивидов, функций от функций индивидов и т.д. Функцию от индивидов мы можем назвать функцией типа 1; функцию от функций индивидов – функцией типа 2 и т.д.

Теперь мы следующим образом конструируем иерархию пропозиций:

Пропозиции порядка 0 (элементарные), не содержащие мнимых переменных.

Пропозиции порядка 1, содержащие индивидные мнимые переменные.

Пропозиции порядка 2, содержащие мнимые переменные, чьими значениями являются функции типа 1.

Пропозиции порядка *n*, содержащие мнимые переменные, чьими значениями являются функции типа $n-1$.

Из этой иерархии мы выводим другую иерархию, иерархию функций, безотносительно к их типу, согласно порядку их значений. Таким образом,

функции порядка 0 (матрицы) не содержат мнимой переменной;

функции порядка 1 содержат индивидные мнимые переменные;

и т.д., т.е. значения функции порядка *n* суть пропозиции порядка *n*. Для этой классификации тип функций безразличен.

Мы должны подчеркнуть сущностное различие между порядком и типом. Тип функции является действительной её характеристикой, зависящей от аргументов, которые она может принимать, но порядок пропозиции или функции является не действительной характеристикой, но тем, что Пеано называл псевдофункцией. Порядок функции напоминает числитель дроби. Так же как из '$x = y$' мы не можем вывести, что числитель x равен числителю y, так и из того факта, что 'p' и 'q' являются примерами одной и той же пропозиции, мы не можем вывести, что порядок 'p' равен порядку 'q'. Это было показано выше (с. 40) для отдельного случая элементарной и неэлементарной пропозиций (порядков 0 и > 0), и очевидно, что это имеет силу в общем случае. Порядок есть лишь характеристика отдельного символа, который является примером пропозиции или функции.

Теперь мы кратко рассмотрим, каким образом эта теория разрешает оставшиеся противоречия группы B[37].

(*a*) 'Я сейчас лгу'.

---

[37] Можно также повторить, что для противоречий группы A моя теория сохраняет решение, данное в *Principia Mathematica*.

Это нам следует анализировать как '(∃ "*p*", *p*) : Я говорю "*p*" . "*p*" означает *p* . ~*p*'. Здесь, чтобы получить определённое значение для *означает*[38], необходимо некоторым образом ограничить порядок '*p*'. Предположим, что '*p*' должно относиться к *n*-ному или меньшему порядку. Тогда, если посредством ϕ_n символизировать функцию типа *n*, '*p*' может быть $(\exists\phi_n) \cdot \phi_{n+1}(\phi_n)$.

Поэтому ∃'*p*' включает $\exists\phi_{n+1}$ и 'Я сейчас лгу' в смысле 'Я сейчас утверждаю ложную пропозицию порядка *n*' относится по крайней мере к порядку *n* +1 и не противоречит само себе.

(*b*) (1) Наименьшее целое число, не именуемое менее чем десятью словами.

(2) Наименьший неопределимый ординал.

(3) Парадокс Ришара.

Все они проистекают из очевидной двусмысленности слов 'именующее' и 'определяющее'. Имя, или определение, является в каждом случае функциональным символом, который является именем или определением, лишь что-то обозначая. Смысл, в котором он обозначает, необходимо уточнить с помощью фиксации его порядка; имя или определение, включающее все такие имена или определения, будет относиться к более высокому порядку, а это устраняет противоречие. Моё решение этих противоречий, очевидно, весьма похоже на решение Уайтхеда и Рассела, различие между ними основано просто на наших различных концепциях порядка пропозиций и функций. Для меня пропозиции сами по себе не имеют порядков; они, так же как и различные истинностные функции атомарных пропозиций, суть определённые совокупности, зависящие только от того, чем являются атомарные пропозиции. Порядки и логически неправильные совокупности возникают лишь из-за символов, которые мы используем, чтобы символизировать факты, различными усложнёнными способами.

Подведём итог. В этом разделе я определил область предикативных функций, которые избегают противоречие и позволяют нам избавиться от аксиомы сводимости. Я разрешил противоречие группы B, которое объясняется тем фактом, что все они содержат некоторый эпистемический элемент.

---

[38] Когда я говорю "'*p*' означает *p*", я не предполагаю, что должен быть единственный объект *p*, обозначаемый '*p*'. Значение '*p*' состоит в том, что реализуется одна возможность из определённого множества возможностей, и это значение проистекает из отношений значения отдельных знаков в '*p*' к реальным объектам, о которых говорит '*p*'. Эти отношения значения различаются с порядком '*p*'. И порядок '*p*' ограничен не потому, что *p* ограничено в (∃*p*), но из-за 'означает', которое различается по значению с порядком '*p*'.

IV. ЭКСТЕНСИОНАЛЬНЫЕ ПРОПОЗИЦИОНАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ

Перед тем как продолжить, остановимся и посмотрим, чего мы добились. Мы видели, что введение понятия предикативной функции дало нам область для ϕ, которая позволяет избавиться от аксиомы сводимости. Следовательно, оно удаляет второй и наиболее важный недостаток теории *Principia Mathematica*, но в каком положении мы теперь находимся по отношению к двум другим затруднениям, затруднению, включающему все классы и отношения по объёму, а не только те, что определимы, и затруднению, связанному с тождеством?

От затруднения с тождеством мы можем, ценой значительных неудобств, избавиться, применяя конвенцию Витгенштейна, которая позволяет нам удалить знак '=' из любой пропозиции, в которой он встречается. Но это ставит нас в безнадёжное положение относительно классов, поскольку, избавляясь от '=' вообще, мы больше не можем в определении конечных классов использовать $x = y$ как пропозициональную функцию. Поэтому единственные классы, с которыми мы теперь способны иметь дело, – это классы, определяемые предикативными функциями.

Быть может, здесь полезно повторить определение предикативной функции индивидов; она представляет собой любую истинностную функцию атомарных функций и атомарных пропозиций. Мы называем такие функции 'предикативными', поскольку они соответствуют, насколько точное понятие может соответствовать смутному, идее, что ϕa предицирует a то же самое, что ϕb предицирует b. Они включают все пропозициональные функции, которые встречаются в *Principia Mathematica*, в том числе и тождество, как здесь определено. Очевидно, однако, что мы не должны так определять тождество, т.е. как согласованность в отношении всех предикативных функций, поскольку две вещи явно могут быть согласны в отношении всех атомарных функций и, следовательно, в отношении всех предикативных функций, тем не менее они могут быть двумя вещами, а не одной, как подразумевало бы предлагаемое определение тождества.

Поэтому наша теория в каждой части так же не адекватна, чтобы обеспечить экстенсиональную логику, как и *Principia Mathematica*; фактически, если мы отвергаем это ложное определение тождества, мы не способны включить в рассматриваемые классы даже конечные, перечислимые классы. Математика тогда становится безнадёжной, поскольку мы не можем быть уверены, что есть какие-то классы, определённые посредством предикативной функции, чьё число есть два, ибо все вещи могли бы распадаться на тройки, согласующиеся в каждом отношении, и в этом случае в нашей системе не было бы единичных и двухэлементных классов.

Если мы вообще должны сохранить обычную форму математики, то всё выглядит так, как если бы понятие пропозициональной функции не-

необходимо было несколько расширить, с тем чтобы включить также и другие классы. Такое расширение желательно и по другим основаниям, поскольку относительно многих вещей, которые было бы естественно рассматривать как пропозициональные функции, можно показать, что они не являются предикативными функциями.

Например,

$$F(x, y) = \text{Нечто – иное, чем } x \text{ и } y \text{ – удовлетворяет } \phi\hat{x}\,.$$

(Здесь, конечно, 'иное, чем' должно рассматриваться строго, а не как 'отличное от' в смысле *Principia Mathematica*.)

Последнее не является предикативной функцией, но построено из частей двух предикативных функций.

(1) Для $x \neq y$

$$F(x, y) \text{ есть} \qquad \phi x \,.\, \phi y : \supset : Nc'\hat{z}(\phi z) \geq 3 : .$$

$$\phi x \,.\, {\sim}\phi y \,.\vee.\, \phi y \,.\, {\sim}\phi x : \supset : Nc'\hat{z}(\phi z) \geq 2 : .$$

$${\sim}\phi x \,.\, {\sim}\phi y : \supset : Nc'\hat{z}(\phi z) \geq 1.$$

Это – предикативная функция, поскольку она является истинностной функцией ϕx, ϕy и константной пропозиции $Nc'\hat{z}(\phi z) \geq 1, 2, 3$, которая не включает x и y.

(2) Для x = y

$$F(x, x) \qquad \text{есть } \phi(x) \,.\supset.\, Nc'\hat{z}(\phi z) \geq 2 :$$

$${\sim}\phi x \,.\supset.\, Nc'\hat{z}(\phi z) \geq 1,$$

что является предикативной функцией.

Но сама $F(x, y)$ не является предикативной функцией, вероятно, это более сложно увидеть. Но легко видеть, что все функции этого вида не могут быть предикативными, поскольку, если бы они были таковыми, мы могли бы найти предикативную функцию, выполняющуюся каким-то одним заданным индивидом *a*, что мы, очевидно, в общем не можем сделать.

Ибо допустим fa (для отрицания возьмём ${\sim}f\hat{x}$).

Пусть $\alpha = \hat{x}(fx)$,

$\beta = \alpha - (a)$.

Тогда ϕx = 'Помимо x нет ничего, что выполняет fx и не является членом β' применяется к a, и только к a. Поэтому такие функции не могут всегда быть предикативными.

Как $F(x, y)$ выше, так и '$x = y$' создано из двух предикативных функций.

(1) Для $x \neq y$

за '$x = y$' можно взять $(\exists\phi) . \phi x . \sim\phi x : (\exists\phi) . \phi y . \sim\phi y$, т.е. противоречие.

(2) Для $x = y$

за '$x = y$' можно взять $(\phi) :. \phi x . \vee . \sim\phi x : \phi y . \vee . \sim\phi y$, т.е. тавтологию.

Но само '$x = y$' не является предикативной функцией.

Таким образом, кажется, что нам нужно ввести непредикативные пропозициональные функции. Как это должно быть сделано? Единственно осуществимый способ должен сделать это настолько радикально и решительно, насколько возможно вообще исключить представление о том, что ϕa говорит об a то, что ϕb говорит о b; трактовать пропозициональные функции как функции математические, т.е. полностью их экстенсионализировать. В самом деле, ясно, что, поскольку математические функции производны от пропозициональных, мы получим адекватное экстенсиональное рассмотрение первых, только обретя совершенно экстенсиональный взгляд на последние.

Поэтому в добавление к прежде определённому понятию предикативной функции, которое нам ещё потребуется в дальнейшем, мы определяем или, скорее, объясняем, ибо в нашей системе это должно приниматься как неопределяемое, новое понятие экстенсиональной пропозициональной функции [propositional function in extension]. Такая функция от одного индивида проистекает из некоего одно-многозначного отношения по объёму между пропозициями и индивидами; другими словами, из соответствия, осуществимого или неосуществимого, которое к каждому индивиду присоединяет особую пропозицию, индивид является аргументом функции, пропозиция – её значением.

Так, ϕ(Сократ) может быть: Королева Анна умерла.

ϕ(Платон) может быть: Эйнштейн великий человек;

$\phi\hat{x}$ – это просто произвольно приписанные индивиду x пропозиции ϕx.

Экстенсиональная функция будет отмечаться нижним индексом e следующим образом: $\phi_e \hat{x}$.

Тогда мы можем говорить о совокупности таких функций как об области мнимой переменной ϕ_e.

Рассмотрим теперь

$$(\phi_e) \,.\, \phi_e x \equiv \phi_e y,$$

которое утверждает, что в любом таком соответствии пропозиция, соотнесённая с x, эквивалентна пропозиции, соотнесённой с y.

Если $x = y$, то это – тавтология (поскольку является логическим произведением значений $p \equiv p$).

Но если $x \neq y$, то это – противоречие. Ибо в одном из этих соответствий некоторое p будет приписано x, а $\sim p - y$.

Тогда для этого соответствия $f_e \hat{x}$, $f_e\, x$ есть p, $f_e\, y$ есть $\sim p$, поэтому $f_e x \equiv f_e y$ является самопротиворечивым и $(\phi_e) \,.\, \phi_e x \equiv \phi_e y$ является самопротиворечивым.

Таким образом, $(\phi_e) \,.\, \phi_e x \equiv \phi_e y$ является тавтологией, если $x = y$, и противоречием, если $x \neq y$[39].

Поэтому его, соответственно, можно взять как определение $x = y$.

$x = y$ – это экстенсиональная функция двух переменных. Её значением является тавтология, когда x и y имеют одно и то же значение, и противоречие, когда x и y имеют разные значения.

Теперь мы можем определить эту предполагаемую область функций для переменной ϕ_e, предохраняясь от нападок, что она нелогична и ведёт к противоречиям. Она логична, поскольку является вразумительным способом записи, придающим определённое значение символам, в которых она разрабатывается. Не может она привести и к противоречиям, ибо будет избегать всех предполагаемых противоречий так же, как их будет избегать область предикативных функций. Любой символ, содержащий переменную ϕ_e, будет обозначать способом, отличным от символа, её не содержащего, и у нас будет тот же самый сорт двусмысленности 'значения', как в разделе III, который устранит противоречия. Посредством нашей новой записи нельзя будет каким-либо способом восстановить и первую группу противоречий, ибо для класса всё ещё невозможно будет являться членом самого себя, поскольку наши экстенсиональные функции по определению ограничены определёнными типами аргументов.

Теперь мы должны принять два определённых нами понятия, предикативные функции и экстенсиональные функции, и рассмотреть, в каких

---

[39] С другой стороны, $(\phi) \,.\, \phi x \equiv \phi y$ (ϕ предикативна) является тавтологией, если $x = y$, но не противоречием, если $x \neq y$.

случаях мы будем стремиться использовать одно, а в каких – другое[40]. Для начала возьмём случай, когда аргументы являются индивидами: тогда есть все преимущества в том, чтобы рассматривать область функций, которую мы используем в математике, как область экстенсиональных функций. Мы видели, каким образом это позволяет нам удовлетворительно определить тождество, и, очевидно, нам не будет нужна аксиома сводимости, ибо любая пропозициональная функция, получаемая обобщением или вообще любым способом, является экстенсиональной функцией. Далее, это даст нам удовлетворительную теорию классов, ибо любой класс будет определяться с помощью экстенсиональной функции, *например* посредством функции, которая является тавтологичной для какого-то члена класса аргументов, но противоречивой для какого-то другого аргумента, а нуль-класс будет определяться посредством самопротиворечивой функции. Поэтому совокупность классов может быть сведена к совокупности экстенсиональных функций, следовательно, она будет той совокупностью, которая требуется нам в математике, а не совокупностью предикативных функций, которые соответствуют не 'всем классам', но 'всем предикатам' или 'всем свойствам'.

С другой стороны, когда мы переходим к функциям от функций ситуация становится совсем иной. По-видимому, здесь нет возможности рассматривать что-то помимо предикативных функций от функций; причины для введения экстенсиональных функций более не применимы. Ибо нам нужно определить не тождество между функциями, но только тождество между классами, сводимое к эквивалентности функций, которое легко определить. Мы ведь стремимся рассматривать не классы функций, но классы классов, более простая трактовка которых также возможна. Поэтому в случае функций от функций мы ограничиваемся такими, которые являются предикативными.

Напомним определение предикативной функции от функций; она является истинностной функцией их значений и константных пропозиций[41].

---

[40] Конечно, предикативные функции также являются экстенсиональными функциями; вопрос в том, какая область нам нужна для нашей переменной функции.

[41] Я думаю, что именно предикативные функции от функций м-р Рассел во введении ко второму изданию *Principia Mathematica* пытается описать как функции, в которые функции входят только посредством своих значений. Но ясно, что это описание не подходит, поскольку $\phi\hat{x}$ посредством своего значения ϕa входит только в $F(\phi\hat{x})$ = 'Я верю, что ϕa', но очевидно, что это не является функцией подразумеваемого вида, ибо она не является экстенсиональной. Я думаю, суть дела можно объяснить, только введя, как сделал я, понятие истинностной функции. Настаивать, как делает м-р Рассел, что все функции от функций являются предикативными, – значит пуститься в бесполезный спор, благодаря двусмысленности смутного термина функций от функций, который может использоваться, чтобы подразумевать только предикативные функции или включать также и такие функции, как $F(\phi\hat{x})$ выше.

Все функции от функций, которые встречаются в *Principia*, относятся к этой разновидности, но ‘Я верю, что $(x) . \phi x$’ как функция $\phi \hat{x}$ – нет. Предикативные функции от функций являются экстенсиональными в смысле *Principia*, т.е. если область $f(\hat{\phi}\hat{x})$ является областью предикативных функций от функций, то

$$\phi_e x \equiv_x \psi_e x : \supset : f(\phi_e \hat{x}) \equiv f(\psi_e \hat{x}).$$

Это происходит потому, что $f(\phi_e \hat{x})$ является истинностной функцией значений $\phi_e x$, которые эквивалентны соответствующим значениям $\psi_e x$, так что $f(\phi_e \hat{x})$ эквивалентно $f(\psi_e \hat{x})$.

Если бы мы это предполагали, у нас была бы очень простая теория классов, поскольку не было бы нужды отличать $\hat{x}(\phi_e x)$ от $\phi_e \hat{x}$. Но хотя это и тавтология, явно нет способа это доказать, поэтому мы всё ещё должны были бы брать её как исходную пропозицию. Если мы стремимся этого избежать, нам следует лишь придерживаться теории классов, данной в *Principia*, которая основана на “производной экстенсиональной функции”. Область предикативных функций от функций адекватна тому, чтобы иметь дело с классами классов, поскольку, хотя, как мы видели, могут существовать классы индивидов, которые можно определять только экстенсиональными функциями, тем не менее любой класс классов можно определить посредством предикативной функции, а именно посредством $f(\alpha)$, где

$$f(\phi_e \hat{x}) = \Sigma_\psi (\phi_e x \equiv_x \psi_e x),$$

т.е. логическая сумма $\phi_e x \equiv_x \psi_e x$ для всех функций $\psi_e \hat{x}$, которые определяют члены класса классов. Конечно, если класс классов является бесконечным, это выражение не может быть записано. Но тем не менее логическая сумма этих функций будет, хотя мы и не можем её выразить[42].

Поэтому, чтобы получить полную теорию классов, мы должны принять, что область функций от индивидов является областью экстенсиональных функций; но область функций от функций является областью предикативных функций. Используя эти переменные, мы получаем систему *Principia Mathematica*, упрощённую тем, что опущена аксиома сводимости и несколько соответствующих изменений. Формально она почти не изменилась, но её смысл значительно переменился. И в таком сохранении формы при модификации интерпретации я следую великой школе математических логиков, которые посредством ряда поразительных оп-

[42] Логическая сумма не похожа на алгебраическую сумму; алгебраическую сумму может иметь только конечное число элементов, ибо ‘бесконечная сумма’ на самом деле есть предел. Но логическая сумма множества пропозиций есть пропозиция о том, что не все они ложны, и либо конечное, либо бесконечное множество существует.

ределений оборонили математику от скептиков и обеспечили твёрдое доказательство её пропозиций. Только так мы можем предохранить её от большевистской угрозы со стороны Брауэра и Вейля.

V. АКСИОМЫ

В последних двух разделах я показал, как исправить три принципиальных недостатка в *Principia Mathematica* как основании математики. Теперь мы рассмотрим два важных оставшихся затруднения, которые связаны с аксиомой бесконечности и аксиомой мультипликативности. Введение этих двух аксиом не так губительно, как введение аксиомы сводимости, поскольку сами по себе они не являются столь уж сомнительными предпосылками и поскольку математика в большей части независима от мультипликативной аксиомы и, как можно предположить, требует аксиому бесконечности. Тем не менее мы должны попытаться определить логический статус этих аксиом – являются ли они тавтологиями, эмпирическими пропозициями или даже противоречиями. В это исследование я, из любопытства, включу аксиому сводимости, хотя, поскольку мы от неё избавились, она нас больше не касается.

Начнём с аксиомы сводимости, которая утверждает, что все функции от индивидов, получаемые обобщением матриц, эквивалентны элементарным функциям. При обсуждении этого возникает несколько случаев, из которых я рассмотрю только наиболее интересный, а именно тот, при котором и число индивидов, и число атомарных функций от индивидов являются бесконечными. В этом случае аксиома является эмпирической пропозицией, другими словами, не является ни тавтологией, ни противоречием, и следовательно, не может ни утверждаться, ни отрицаться логикой или математикой. Это демонстрируется следующим образом:

(*a*) Эта аксиома не является противоречием, но может быть истинной.

Ибо вполне возможно, чтобы существовала атомарная функция, определяющая каждый класс индивидов. В этом случае каждая функция была бы эквивалентна не просто элементарной, но атомарной функции.

(*b*) Эта аксиома не является тавтологией, но может быть ложной.

Ибо вполне возможно, чтобы существовала бесконечность атомарных функций, и индивид a, такой, что, какую бы атомарную функцию мы не взяли, есть другой индивид, согласующийся с a в отношении всех других функций, но не в отношении взятой функции. Тогда $(\phi) . \phi!x \equiv \phi!a$ не могло бы быть эквивалентно какой-либо элементарной функции от x.

Показав, таким образом, что аксиома сводимости не является ни тавтологией, ни противоречием, перейдём к аксиоме мультипликативности. Она утверждает, что если задан любой реальный класс *K* реальных классов, т.е. некий класс, имеющий в точности один общий член с каждым членом из *K*, если под 'классом' мы подразумеваем, как делаю я, любое множество вещей, однородных по типу и не с необходимостью определяемых посредством функции, которая не является просто экстенсиональной функцией, аксиома мультипликативности кажется мне наиболее очевидной тавтологией. Я не могу видеть, каким образом она может быть предметом сомнений, и, я думаю, она никогда не была бы предметом сомнений, если бы не была неправильно интерпретирована. Ибо в значении, которое она имеет в *Principia*, где классы, чьё существование она утверждает, должны быть определимы только посредством пропозициональной функции той разновидности, которая встречается в *Principia*, она действительно становится сомнительной и, подобно аксиоме сводимости, не является ни тавтологией, ни противоречием. Мы доказываем это, показывая, что

(*a*) Она не является противоречием.

Ибо вполне возможно, чтобы каждый класс (в моём смысле) был бы определён посредством атомарной функции, так что, поскольку обязан быть класс в моём смысле, имеющий один общий член с каждым членом из *K*, он был бы и классом в смысле *Principia*.

(*b*) Она не является тавтологией.

Чтобы это показать, возьмём не саму аксиому мультипликативности, но эквивалентную теорему, что любые два класса соизмеримы.

Рассмотрим тогда следующий случай. Пусть существуют не атомарные функции от двух или более переменных, а только следующие атомарные функции от одной переменной:

Свяжем с каждым индивидом *a* атомарную функцию $\phi_a \hat{x}$ такую, что

$$\phi_a x \, . \equiv_x . \, x = a.$$

Другая атомарная функция $f\hat{x}$ такова, что как $\hat{x}(fx)$, так и $\hat{x}(\sim fx)$ являются бесконечными классами.

Тогда, в смысле *Principia*, не существует одно-однозначного отношения, имеющего в качестве области либо $\hat{x}(fx)$, либо $\hat{x}(\sim fx)$, и, следовательно, эти два класса несоизмеримы.

Стало быть, аксиома мультипликативности, интерпретированная как в *Principia*, не является тавтологией, но логически сомнительна. Но, как интерпретирую её я, она является очевидной тавтологией, и это можно считать дополнительным преимуществом моей теории. Вероятно, возразят, что если она является тавтологией, должна быть возможность её доказать, *т.е.* вывести из более простых исходных пропозиций, которых достаточно для выводимости остальной математики. Но мне ничуть не кажется неправдоподобным существование тавтологии, которая формулировалась бы в конечных терминах и чьё доказательство тем не менее было бы бесконечно сложным и, следовательно, для нас невозможным. Более того, мы не можем ожидать доказательства аксиомы мультипликативности в моей системе, поскольку моя система формально та же самая, что и система *Principia*, а аксиома мультипликативности, очевидно, не может быть доказана в системе *Principia*, в которой она не является тавтологией.

Теперь мы переходим к аксиоме бесконечности, для которой моя система и система *Principia* снова дают различные интерпретации. В *Principia*, благодаря используемому здесь определению тождества, эта аксиома подразумевает, что существует бесконечность различимых индивидов, что является эмпирической пропозицией; поскольку, даже предполагая, что бесконечность индивидов должна быть, логика не может определить, существует ли их бесконечность, а не два, которые имеют общими все свойства. Но в моей системе, допускающй экстенсиональные функции, аксиома бесконечности утверждает просто то, что есть бесконечное число индивидов. Это равным образом представляется вопросом факта, но глубокий анализ Витгенштейна показал, что это иллюзия и что если это нечто подразумевает, оно должны быть либо тавтологией, либо противоречием. Это было бы гораздо легче объяснить, если бы мы начали не с бесконечности, но с некоторого меньшего числа.

Начнём с 'Существуют индивиды', или, записывая в логической символике как можно проще, с

$$`(\exists x) \,.\, x = x'.$$

Что же представляет собой эта пропозиция? Она является логической суммой тавтологий $x = x$ для всех значений x и, следовательно, является тавтологией. Но, предположим, индивидов бы не было и, следовательно, не было бы значений x, тогда вышеуказанная формула будет совершенно бессмысленной. Поэтому, если она нечто подразумевает, она должна быть тавтологией.

Следующим возьмём 'Существуют по крайней мере два индивида', или

$$`(\exists x, y) \,.\, x \neq y'.$$

Это логическая сумма пропозиций $x \neq y$, которые являются тавтологиями, если x и y имеют различные значения, и противоречиями, если они имеют одинаковые значения. Поэтому она является логической суммой множества тавтологий и противоречий и, следовательно, тавтологией, если какая-то одна из множества пропозиций является тавтологией, но, в противном случае, она является противоречием. То есть она является тавтологией, если x и y могут принимать различные значения (т.е. если есть два индивида), в противном случае, она является противоречием.

Непродолжительное размышление покажет, что это будет иметь силу не только для 2, но для любого другого числа, конечного или бесконечного. То есть 'Существует по крайней мере n индивидов' всегда является либо тавтологией, либо противоречием и никогда подлинной пропозицией. Мы не можем, следовательно, ничего сказать о числе индивидов, поскольку, когда мы пытаемся это сделать, мы никогда не переходим к конструированию подлинной пропозиции, но только к формуле, которая является либо тавтологичной, либо самопротиворечивой. Число индивидов, по выражению Витгенштейна, может быть только показано, и оно будет показано тем, являются ли указанные выше формулы тавтологичными или противоречивыми.

Последовательность 'Существуют индивиды':

'Существует по крайней мере 2 индивида',

'Существует по крайней мере n индивидов',

'Существует по крайней мере $\aleph_0$ индивидов',

'Существует по крайней мере $\aleph_1$ индивидов'

начинается как тавтологичная, но где-то она становится противоречивой, и позиция последнего тавтологичного элемента показывает число индивидов.

Можно удивиться тому, каким образом, если об этом числе ничего нельзя сказать, мы можем, как различные возможности, предвидеть, что число индивидов в мире является таким-то. Мы делаем это, воображая различные универсумы рассуждения, которыми мы можем быть ограничены, так что под 'все' мы подразумеваем всё в универсуме расуждения; и тогда то, что такой-то универсум содержит такое-то количество индивидов, действительно является возможным и может утверждаться в подлинной пропозиции. Только тогда, когда мы берём не ограниченный универсум рассуждения, а мир в целом, нельзя ничего сказать о числе индивидов нём.

Мы можем создать логику не только для всего мира, но также и для ограниченного универсума рассуждения; если мы возьмём универсум, содержащий n индивидов, то

$Nc'\hat{x}(x = x) \geq n$ будет тавтологией,

$Nc'\hat{x}(x = x) \geq n+1$ будет противоречием.

Следовательно, $Nc'\hat{x}(x = x) \geq n+1$ не может быть выведено из исходных пропозиций, общих всем универсумам, стало быть, для универсума, содержащего $n + 1$ индивидов, должна приниматься как исходная пропозиция.

Сходным образом, аксиома бесконечности в логике всего мира, если она является тавтологией, не может быть доказана, но должна приниматься как исходная пропозиция. И разумеется, мы должны её принять, если не предпочитаем точку зрения, что всякий анализ является самопротиворечивым и бессмысленным. Мы ведь должны предполагать не то, что какое-то отдельное множество вещей, например атомов, является бесконечным, но просто то, что есть некоторый бесконечный тип, который мы можем принять как тип индивидов.

II

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА (1926)

Меня попросили рассказать о развитии математической логики со времени опубликования *Principia Mathematica*, и я подумал, что интереснее было бы, если бы вместо описания различных достижений относительно деталей, я бы кратко обсудил работу, которая была проделана в совершенно иных направлениях и претендовала на то, чтобы вообще выяснить позицию, принятую Уайтхедом и Расселом относительно природы математики и её логических оснований.

Начну с напоминания взглядов Уайтхеда и Рассела. Они заключались в том, что математика является частью формальной логики, что все идеи чистой математики могут быть определены в терминах не явно математических, но включённых в сложную мысль любого описания и что все пропозиции математики могут быть выведены из пропозиций формальной логики типа следующих: если p истинно, то p или q истинно. Эта точка зрения сама по себе кажется мне правдоподобной, ибо коль скоро логика стала развиваться за рамками своего старого силлогистического ядра, кроме форм 'Все люди смертны' и 'Некоторые люди смертны', мы ожидаем получить численные формы 'Два человека смертны', 'Три человека смертны', и число нужно будет включить в формальную логику.

Фреге первый утверждал, что математика является частью логики, и на этой основе сконструировал обстоятельную теорию. Но он столкнулся со знаменитыми противоречиями теории множеств; оказалось, что из его исходных пропозиций могут быть выведены противоречивые следствия. Уайтхед и Рассел избежали этой участи, введя свою теорию типов, подробное рассмотрение которой здесь дать невозможно. Но чтобы понять последующие развитие, одно из её следствий объяснить необходимо.

Предположим, у нас есть множество характеристик, скажем A, заданных, как все характеристики определённого сорта, тогда относительно какой-либо вещи мы можем спросить, обладает ли она характеристикой сорта A. Если да, это была бы другая её характеристика; и возникает вопрос, может ли эта характеристика, заключающаяся в обладании характеристикой вида A, сама относиться к виду A, учитывая, что она предполагает совокупность таких характеристик. Теория типов считает, что не может и что мы могли бы избежать противоречия, говоря, что она является характеристикой более высокого порядка и не может быть включена в какое-либо высказывание обо всех характеристиках более низкого порядка. Более общо, любое высказывание обо всех характеристиках должно рассматриваться как подразумевающее все характеристики определённого порядка. Само по себе это кажется правдоподобным, к тому же это единственный способ избежать определённых противоречий, которые вырастают из смешения этих порядков характеристик. Уайтхед и Рассел считают также, что высказывания о классах или множествах должны, в действительности, рассматриваться как высказывания о характеристиках, которые определяют эти классы (класс всегда задаётся как класс вещей, обладающих определённой чертой), поэтому любое высказывание обо всех классах на самом деле будет высказыванием обо всех характеристиках и будет подвержено тем же самым затруднениям в отношении порядка этих характеристик.

Такая теория позволяет нам легко избежать противоречий теории множеств, но она также имеет плачевное следствие, делая недействительным обычный и важный тип математического доказательства, посредством которого мы в конечном счёте устанавливаем существование верхней границы множества или существование предела ограниченного монотонного ряда. Обычно такие пропозиции выводят из принципа Дедекиндова сечения, из принципа, что если действительные числа полностью разделены на высший и низший класс, то должно быть разделяющее число, которое является либо нижним числом высшего класса, либо верхним числом низшего класса. Это, в свою очередь, доказывается рассмотрением действительных чисел как секций рациональных чисел; секции рациональных чисел являются особым видом классов рациональных чисел и, следовательно, высказывание о действительных числах будет высказыванием о виде классов рациональных чисел, т.е. о виде характеристик рациональных чисел, а рассматриваемые характеристики должны будут ограничиваться определённым порядком.

Предположим теперь, что у нас есть множество E действительных чисел; оно будет классом характеристик рациональных чисел. ξ, верхняя граница E, определяется как секция рациональных чисел, которая является суммой членов из E; т.е. ξ есть секция, чьи члены суть все те рациональные числа, которые являются членами любого члена из E, т.е. все те рациональные числа, которые характеризуются тем, что обладают любой характеристикой, приданной членам E. Поэтому верхняя граница ξ является секцией, которую определяет характеристика более высокого порядка, чем характеристики членов E. Следовательно, если все действительные числа означают все секции рациональных чисел, определяемых посредством характеристик определённого порядка, верхняя граница, в общем, будет секцией рациональных чисел, определяемых характеристикой более высокого порядка, и не будет действительным числом. Это подразумевает, что анализ, понимаемый в обычном смысле, полностью основан на ошибочном виде доказательства, которое при применении к другим областям ведёт к самопротиворечивым результатам.

Этого плачевного следствия теории типов Уайтхед и Рассел пытались избежать с помощью введения аксиомы сводимости, которая утверждала, что для любой характеристики более высокого порядка есть эквивалентная характеристика более низкого порядка – эквивалентная в том смысле, что всё, что имеет одна, имеет и другая, а потому они определяют один и тот же класс. Верхняя граница, которая, как мы видели, была классом рациональных чисел, определяемых с помощью характеристики более высокого порядка, определялась бы тогда эквивалентной характеристикой более низкого порядка и была бы действительным числом. К сожалению, эта аксиома определённо не является самоочевидной, и нет каких-либо причин предполагать её истинной. Если она была бы истинной, это было бы, так сказать, лишь счастливой случайностью и она не была бы логически истинной, как другие исходные пропозиции.

Во втором издании *Principia Mathematica*, первый том которого был опубликован в прошлом году, м-р Рассел показал, как математическая индукция, для которой, по-видимому, также требовалась аксиома сводимости, может быть сформулирована без неё, но он не сулил никакой надежды на то, что такой же успех ожидает теорию действительных чисел, для которой неприменим изощрённый метод, использованный для целых чисел. Таким образом, проблема остаётся далеко не решённой.

На это указал Вейль, который в 1918 году опубликовал небольшую работу под названием *Das Kontinuum*, где он отверг аксиому сводимости и пришёл к выводу, что обычный анализ ошибочен. Тем не менее он показал, что различные теоремы, такие как общий принцип сходимости Коши, всё ещё могут быть доказаны.

С тех пор Вейль изменил свою точку зрения и стал последователем Брауэра, лидера так называемой интуиционистской школы, основная доктрина которой заключается в отвержении закона исключённого третьего, согласно которому каждая пропозиция является истинной или ложной[1]. Данный закон отрицается, видимо, потому, что считается невозможным знать это *a priori* и равным образом невозможно знать это из опыта, поскольку, если мы не знаем либо то, что пропозиция является истинной, либо то, что она является ложной, мы не можем верифицировать, что она

[1] Например, как сказал Белый Рыцарь: 'Все, кто слышит, как я её пою, рыдают или же …'. 'Или же что?' спросила Алиса, поскольку Рыцарь внезапно замолчал. 'Или же, ты знаешь, не рыдают'.

является истинной или ложной. Брауэр отказался бы признать, что дождь либо идёт, либо не идёт, если бы не выглянул, чтобы посмотреть. Хотя, очевидно, затруднительно дать философское объяснение и нашему знанию этого закона логики. Я не могу убедить себя в том, что с достоверностью не знаю об истинности закона исключённого третьего. Конечно, он не может быть доказан, хотя Аристотель и привёл следующий остроумный аргумент в его пользу. Если пропозиция не является ни истинной, ни ложной, назовём её сомнительной; но тогда, если закон исключённого третьего был бы ложен, не нужно было бы сомневаться или не сомневаться, поскольку у нас было бы не три возможности, а четыре: она истинна, она ложна, она сомнительна, она ни истинна, ни ложна, ни сомнительна. И так далее *ad infinitum*.

Но если спросить: 'Почему бы и нет?', ясно, что сказать больше нечего, и я не вижу, каким образом можно найти какое-то общее основание, на котором можно обсуждать проблему. Брауэр считает закон исключённого третьего ложным в тех случаях, в которых, как сказал бы я, мы не в состоянии сказать, является пропозиция истинной или ложной. Например, на вопрос: 'Является $2^{\sqrt{2}}$ рациональным или иррациональным?' – мы ответить не можем, но Брауэр сказал бы, что ни то, ни другое. Мы не можем найти целые числа m и n такие, что $\frac{m}{n} = 2^{\sqrt{2}}$, следовательно, оно не является рациональным. И мы ие можем показать, что невозможно найти такие целые числа; следовательно, оно не является иррациональным. Я не могу не видеть, что проблема всё равно не решена, если сказать, что оно не является ни рациональным, ни иррациональным, но не сказать, каким. Отрицание закона исключённого третьего отказывает в логичности доказательству, называемому дилеммой, при котором демонстрируется, что если нечто следует из одного условия, а также из того, что этому условию противоречит, то делается вывод, что это нечто истинно безусловно. Брауэр неспособен оправдать многое из обычной математики, и его выводы даже более скептичны, чем выводы Вейля в его первой теории.

Вторая теория Вейля очень похожа на теорию Брауэра, но он, по-видимому, отрицает закон исключённого третьего по иным причинам и менее общим способом. Кажется, он не отрицает, что любая пропозиция является либо истинной, либо ложной, но отрицает производный закон, что либо каждое число имеет данное свойство, либо по крайней мере одно число его не имеет. Своё отрицание он объясняет прежде всего для действительных чисел следующим образом. Действительное число задаётся рядом целых чисел, например как десятичная дробь; этот ряд мы можем понимать как порождаемый либо законом, либо последовательными актами выбора. Если теперь мы говорим, что существует действительное число или ряд, обладающий определённым свойством, это может подразумевать только то, что мы нашли задающий ряд закон; но если мы говорим, что все ряды имеют некое свойство, мы подразумеваем, что обладание этим свойством относится к сущности ряда и, стало быть, принадлежит рядам, возникающим не только согласно закону, но и в результате свободных актов выбора. Следовательно, не верно, что либо все ряды имеют это свойство, либо есть ряд, его не имеющий. Ибо значение ряда в этих двух случаях различно. Но я не вижу, почему нельзя было бы использовать это слово последовательно. Однако даже если это и так, ничего подобного нельзя утверждать относительно целых чисел, которые не определяются посредством рядов, поэтому для отрицания закона исключённого третьего выдвигается другая, более фундаментальная причина. Она состоит в том, что общие и экзистенциальные пропозиции на самом деле вообще не являются пропозициями. Если я говорю: ‘2 есть простое число’, то это подлинное суждение, утверждающее факт; но если я говорю: ‘Существуют простые числа’ или ‘Все числа являются простыми’, то вообще не выражаю суждения. Если, говорит Вейль, знание – это сокровища, то экзистенциальная пропозиция – это бумага, подтверждающая существование сокровища, но не говорящая, где оно. Мы можем сказать ‘Существует простое число’ только тогда, когда мы прежде сказали ‘Это – просто число’ и забыли или предпочли не обращать внимания на то, какое именно число это было. Следовательно, нет основания говорить ‘Существует то-то и то-то’, если у нас нет программы его действительного поиска. В результате, математика должна быть весьма значительно изменена; например, невозможно получить функцию действительной переменной более чем с конечным числом точек разрыва. К основанию, на котором это покоится, а именно к точке зрения, что экзистенциальные и общие пропозиции не являются подлинными суждениями, я вернусь позже.

Но прежде я должен кое-что сказать о системе Гильберта и его последователей, в которой планируется раз и навсегда положить конец подобному скептицизму. Это должно быть сделано рассмотрением высшей математики как манипуляции с не имеющими значения символами согласно фиксированным правилам. Мы начинаем с определённых последовательностей символов, называемых аксиомами; из них мы можем вывести другие последовательности с помощью подстановки одних символов, называемых константами, вместо других, называемых переменными, и перехода от пары формул – p и если p, то q – к формуле q.

Собственно математика рассматривается, таким образом, как разновидность игры, разыгрываемой с не имеющими смысла значками на бумаге, по типу игры в крестики-нолики. Но помимо собственно математики, есть другой предмет, называемый метаматематикой, который не является бессмысленным, но состоит из действительных утверждений относительно математики, говорящих нам, что та или иная формула может или не может быть получена из аксиом согласно правилам вывода. Наиболее важная теорема метаматематики состоит в том, что из аксиом невозможно вывести противоречие, где под противоречием подразумевается формула определённых очертаний, за которую можно принять $0 \neq 0$. Это, как я полагаю, Гильберт доказал и поэтому устранил возможность противоречий и основанного на них скептицизма.

Итак, что бы ни делал математик, он определённо оставляет значки на бумаге, и поэтому эта точка зрения безусловно истинна, но трудно предположить, что в этом вся истина. Должна быть некоторая причина для выбора аксиом и какая-то причина, по которой особый значок $0 \neq 0$ рассматривается с таким предубеждением. Однако этот последний пункт можно объяснить тем фактом, что аксиомы вообще не должны допускать никакого вывода из $0 \neq 0$. Поэтому если бы $0 \neq 0$ можно было бы доказать, можно было бы доказать вообще всё, что навеки прекращало бы игру, которая стала бы весьма скучной для потомков. Но опять же можно спросить, действительно ли можно доказать, что аксиомы не ведут к противоречию, поскольку, если некоторые принципы не берутся за само собой разумеющееся и, по предположению, не ведут к противоречию, доказать ничего нельзя. Это возражение принимается, но настаивается, что принципы, используемые в метаматематическом доказательстве того, что аксиомы математики не ведут к противоречию, столь очевидно истинные, что даже скептик не может в них усомниться, ибо все они относятся не к абстрактным или бесконечно сложным вещам, но к значкам на бумаге. И хотя если и можно усомниться в том, должен ли подкласс определённого сорта бесконечного ряда иметь первый элемент, никто не может усомниться в том, что если значок = встречается на странице, то на этой странице есть место, где он встретился первый раз.

Но, приняв всё это за само собой разумеющееся, всё ещё необходимо спросить, какое предназначение или достоинство заключается в той игре, которую разыгрывают математики, если это действительно игра, а не форма знания. Единственный ответ, который даётся, состоит в том, что некоторые формулы математиков имеют значение или же им можно было бы его придать и что если эти формулы могут быть доказаны в символической системе, их значение будет истинным. Поскольку Гильберт раздемист мнение Вейля, что общие и экзистенциальные пропозиции не имеют значения, постольку единственными разделами математики, нечто подразумевающими, являются отдельные утверждения о конечных целых числах типа '47 является простым' и конъюнкции и дизъюнкции конечного числа утверждений типа 'Существует простое число между 50 и 100', которое может рассматриваться как означающее 'Либо 51 является простым, или 52 является простым и т.д., вплоть до или 99 является простым'. Но поскольку все такие пропозиции элементариой арифметики можно легко доказать совершенно без использования высшей математики, такое употребление вообще не может быть для неё важным. И кажется, что хотя работа Гильберта обеспечивает новый и мощный метод, который он успешно применил к проблеме континуума, в качестве философии математики она едва ли может рассматриваться как адекватная.

Мы видим, что эти авторы, хоть и значительны различия между ними, согласны, что математический анализ, в обычном смысле, не может рассматриваться как предмет истины, но либо является ложным, либо, в лучшем случае, представляет собой игру со значками на бумаге. Это подразумевает, я полагаю, что математикам Британии стоило бы уделить определённое внимание их мнениям и попытаться найти некоторый способ действовать согласно обстоятельствам.

Рассмотрим теперь, как можно было бы защитить классическую математику и расселовскую философию классической математики.

Мы должны начать с ключевого вопроса, со значения общих и экзистенциальных пропозиций, относительно которых Гильберт и Вейль, по существу, придерживаются одной и той же точки зрения. Вейль говорит, что экзистенциальная пропозиция является не суждением, но абстрактом суждения и что общая пропозиция является разновидностью чека, который можно обналичить в действительное суждение, когда встречается его пример.

Гильберт менее метафорично говорит, что они являются идеальными пропозициями и выполняют в логике ту же самую функцию, которую выполняют идеальные элементы в различных областях математики. Он объясняет их происхождение следующим образом. Подлинную конечную пропозицию типа 'Существует простое число между 50 и 100' мы записываем как 'Существует простое число, которое больше 50 и меньше 100', что, по-видимому, содержит часть '51 является простым, или 52 является простым и т.д., *ad infinitum*' и поэтому является бесконечной логической суммой, которая, как и бесконечная алгебраическая сумма, прежде всего бессмысленна и может получить вторичное значеиие, подчинённое определённым условиям сходимости. Но введение этих не имеющих значения форм настолько упрощает правила вывода, что их удобно сохранить, рассматривая как идеалы, для которых должна доказываться теорема непротиворечивости.

Мне кажется, что такая точка зрения на предмет обусловливает ряд затруднений. Во-первых, затруднительно видеть, каким образом предполагается использовать эти идеалы, ибо собственно математика, по-видимому, сводится к элементарной арифметике, не допускающей даже алгебры, поскольку сущность алгебры в общих утверждениях. Любое же высказывание элементарной арифметики может быть легко проверено или доказано без использования высшей математики, которая, если её существование предполагается только ради простой арифметики, кажется совершенно бесцельной. Во-вторых, затруднительно видеть, каким образом понятие идеала может снять предположение о возможности общего знания. Ибо оправдание идеалов покоится на том факте, что *все* не содержащие идеалов пропозиции, которые могут быть доказаны с их помощью, являются истинными. И поэтому метаматематика Гильберта, которой приписывается подлинная истина, обязана состоять из общих пропозиций обо всех возможных математических доказательствах, которые, хотя каждое доказательство является конечной конструкцией, вполне могут быть бесконечными по числу. И если, как говорит Вейль, экзистенциальная пропозиция – это бумага, подтверждающая существование сокровищницы знания, но не говорящая, где оно, я не могу видеть, каким образом мы объяснили бы полезность такой бумаги, кроме как предполагая у её получателя способность к экзистенциальному знанию того, что сокровища где-то есть.

Кроме того, даже если подход Гильберта и можно принять в той степени, в которой мы ограничиваем наше внимание математикой, я не вижу, каким образом его можно было бы сделать правдоподобным в отношении к знанию вообще. Так, если я говорю вам ‘Я – владелец собаки’, вы, по-видимому, получаете знание о факте, тривиальное, но всё же знание. Но ‘Я – владелец собаки’ в логическом символизме должно формулироваться как ‘Существует нечто, что является собакой и владельцем чего я являюсь’; стало быть, это знание есть знание экзистенциальной пропозиции, покрывающей, возможно, бесконечную область ‘вещей’. Но, быть может, утверждалось бы, что моё знание о том, что я держу собаку, возникает способом, описываемым Гильбертом, в результате некорректного рассмотрения того, что, по-видимому, является частью конечной пропозиции, типа ‘Ральф – это собака, владельцем которой являюсь я’. Но ваше знание, вероятно, таким способом объяснить нельзя, поскольку экзистенциальная пропозиция выражает всё то, что вы когда-либо знали, и, возможно, всё то, что вы когда-либо будете знать на эту тему.

Наконец, даже явно индивидуальные факты простой арифметики кажутся мне на самом деле общими. Ибо что представляют собой числа, о которых они говорят? Согласно Гильберту они представляют собой значки на бумаге, сконструированные из значков 1 и +. Но этот подход кажется мне неадекватным, поскольку, если бы я сказал ‘У меня две собаки’, я сообщил бы тебе нечто. Ты понял бы слово ‘два’, и всё предложение толковалось бы как ‘Существуют x и y, которые являются моими собаками и не идентичны друг другу’. Это высказывание, по-видимому, включает идею существования, а не относится к значкам на бумаге. Поэтому я не вижу, как серьёзно можно считать, что кардинальное число, отвечающее на вопрос ‘Сколько?’, является лишь значком на бумаге. Если затем мы берём один из таких индивидуальных арифметических фактов, типа $2 + 2 = 4$, мне кажется, что это подразумевает ‘Если того, что является p, – два, а также два того, что является q, и ничто не является и p, и q одновременно, то число вещей, являющихся либо p, либо q, – четыре’. Ибо именно в этом значении мы должны принять $2 + 2 = 4$, чтобы использовать его, как мы делаем, переходя от того, что у меня две собаки и два кота, к тому, что у меня четыре домашних животных. Этот явно индивидуальный факт (факт, что $2 + 2 = 4$) содержит тогда несколько элементов общности и существования, во-первых, потому, что эти p и q являются абсолютно общими характеристиками, во-вторых, потому, что части пропозиции, такие как ‘если того, что является p, – два’, включают, как мы видели, идею существования.

Возможно, всё утверждение, что общие и экзистенциальные пропозиции не могут выражать подлинных суждений или знаний, является чисто вербальным; возможно, что просто решили подчеркнуть различие между индивидуальными и общими пропозициями, отказавшись от использования словесного суждения и знания в связи с последними. Это, однако, было бы достойно сожаления, ибо все наши обычные ассоциации со словесным суждением и знанием соответствуют общим и экзистенциальным пропозициям в той же мере, в которой они соответствуют индивидуальным пропозициям, ибо и в том и в другом случае мы чувствуем большую или меньшую степень уверенности относительно предмета, и в том и другом случае мы, в некотором смысле, можем быть правы или ошибаться. Поэтому рассматриваемое предположение, что общее и экзистенциальное знание существует просто ради индивидуального знания, кажется мне ложным. В теоретизировании нас в принципе восхищает его общность, и в обыденной жизни вполне достаточно знать, что на некоем поле пасётся бык, и нет никакой пользы в том, чтобы вместо какого-то быка на каком-то поле знать, что это за бык и где это поле.

Как тогда мы должны объяснить общие и экзистенциальные пропозиции? Я не думаю, что мы можем сделать что-то лучшее, нежели принять точку зрения, выдвинутую Витгенштейном в качестве следствия его общей теории пропозиций. Он объясняет их ссылкой на то, что мы могли бы назвать атомарными пропозициями, которые утверждают самую простую разновидность фактов и могут быть выражены без использования, возможно скрытого, любых логических терминов типа: или, если, все, некоторые. 'Это – красное' является, вероятно, примером атомарной пропозиции. Предположим теперь, что у нас есть, скажем, n атомарных пропозиций; в отношении их истинности или ложности имеется 2^n взаимоисключающих предельных возможностей. Примем эти истинностные возможности n атомарных пропозиций; тогда мы можем взять любое подмножество этих истинностных возможностей и утверждать, что оно есть реализованная возможность из этого подмножества. Мы можем выбрать это подмножество возможностей, которые, как мы утверждаем, соответствуют истине 2^{2^n} способами, и это будут все пропозиции, которые мы можем построить из этих n атомарных пропозиций. Так, если взять простой пример, 'Если p, то q' выражает согласование с тремя возможностями (и p, и q являются истинными; p – ложно, q – истинно; p – ложно, q – ложно) и отрицает одну возможность (p – истинно, q – ложно).

Мы можем легко увидеть, что с этой точки зрения во всех обычных логических способах записи есть некоторая избыточность, поскольку мы можем многими способами записать то, что является существенным для одной и той же пропозиции, выражающей согласование и несогласование с одним и тем же множеством возможностей.

М-р Витгенштейн считает, что все пропозиции выражают согласование и несогласование с истинностными возможностями атомарных пропозиций или, как говорим мы, являются истинностными функциями атомарных пропозиций. Правда, рассматриваемые атомарные пропозиции часто неперечислимы, но определяются, как все значения определённой пропозициональной функции. Так, пропозициональная функция 'x есть красное' определяет совокупность пропозиций, которые являются её значениями, и мы можем утверждать, что все или по крайней мере одно из этих значений является истинным, говоря 'Для всех x, x есть красное' и 'Существует x такое, что x есть красное' соответственно. То есть если мы можем перечислить значения x как a, b … z, то сказать 'Для всех x, x есть красное' было бы эквивалентно пропозиции 'a есть красное, и b есть красное, и … и z есть красное'. Разумеется, ясно, что состояние сознания человека, использующего одно выражение, в некоторых отношениях отличается от состояния сознания человека, использующего другое выражение, но то, что может быть названо логическим значением этого высказывания, утверждаемый факт остаётся одним и тем же в обоих случаях.

Сейчас невозможно обсудить все аргументы, которые могут быть использованы против этой точки зрения, но кое-что необходимо сказать об аргументе Гильберта. Гильберт считает, что если переменная имеет бесконечное число значений, если, другими словами, в мире существует бесконечное число вещей рассматриваемого типа, мы обладаем здесь бесконечной логической суммой или произведением, которые, подобно бесконечной алгебраической сумме или произведению, изначально бессмысленны и значение которых может быть дано только опосредованным способом. Мне кажется, что это основано на ложной аналогии; логическая сумма множества пропозиций есть пропозиция о том, что одна пропозиция из этого множества является истинной, и представляется безразличным, конечно это множество или бесконечно. Она не похожа на алгебраическую сумму, для которой конечность существенна, поскольку алгебраическая сумма шаг за шагом увеличивается за счёт суммы двух элементов. Сказать, что нечто, возможно включающее бесконечность какого-то вида, бессмысленно, – значит сразу же провозгласить, что любая реальная теория множеств является невозможной.

Помимо обоснования простого подхода к экзистенциальным и общим пропозициям, теория Витгенштейна урегулирует другую проблему первейшей важности, точно объясняя особую природу пропозиций логики. Когда первоначально м-р Рассел говорил, что математика может быть сведена к логике, его взгляд на логику состоял в том, что она включает все истинные, абсолютно общие пропозиции, т.е. пропозиции, которые не содержат материальных (в противоположность логическим) констант. Позднее он отказался от этой точки зрения, поскольку было ясно, что помимо общности требуются некоторые дальнейшие характеристики. Ибо вполне возможно описать весь мир без упоминания каких-либо отдельных вещей и очевидно, что нечто случайно может быть истинным вообще для всего, не обладая характеристикой необходимости, принадлежащей истинам логики.

Тогда, если мы должны определить, что есть логика и, согласно точке зрения м-ра Рассела, математика, нам следует попытаться определить эту дальнейшую характеристику, которую в первом приближении можно было бы назвать необходимостью или, с другой точки зрения, тавтологичностью. Например, '*p* – либо истинно, либо ложно' можно рассматривать или как необходимую истину, или как тавтологию. Между прочим, эта проблема была решена в теории пропозиций Витгенштейна. Пропозиции, мы говорили, выражают согласование и несогласование с истинностными возможностями атомарных пропозиций. Если взять *n* атомарных пропозиций, тогда существует 2^n истинностных возможностей, и мы можем согласиться с любым их множеством и не согласиться с остальным. Тогда будет два предельных случая: в одном из них мы соглашаемся со всеми возможностями и не отвергаем ни одной; в другом мы не соглашаемся ни с одной возможностью, отвергая их все. Первый случай называется тавтологией, второй – противоречием.

Простейшей тавтологией является ‘*p* или не-*p*’; это высказывание ничего не добавляет к нашему знанию и действительно вообще не утверждает никакого факта; на самом деле, оно не является действительной пропозицией, но представляет собой вырожденный случай. Обнаруживается, что все пропозиции логики в этом смысле являются тавтологиями, и это их отличительная характеристика. Все исходные пропозиции *Principia Mathematica* за исключением, аксиомы сводимости, являются тавтологиями, а правила вывода таковы, что из тавтологий можно вывести только тавтологии, так что если бы не один недостаток, вся структура состояла бы из тавтологий. Таким образом, мы возвращаемся к прежнему затруднению, но есть надежда, что оно также может быть устранено некоторой модификацией теории типов, вытекающей из подхода Витгенштейна.

Теория типов должна дать нам возможность избегать противоречий. Теория Уайтхеда и Рассела состоит из двух различных частей, объединённых только тем, что обе они выводятся из достаточно смутного ‘Принципа порочного круга’. Первая часть разделила пропозициональные функции согласно их аргументам, т.е. классы согласно их членам; вторая часть породила необходимость в аксиоме сводимости, требуя различия между порядком функций с одним и тем же типом аргументов.

Мы легко можем разделить противоречия согласно тому, какая часть теории требуется для их решения, и когда мы делаем это, обнаруживается, что эти два множества противоречий различаются также и другим способом. Одни, разрешаемые в первой части теории, все являются чисто логическими; они не включают иных идей, кроме идей класса, отношения и числа, могут быть сформулированы в логическом символизме и встречаются в действительном развитии математики, когда она следует в правильном направлении. Таковы противоречие о наибольшем ординале и противоречие о классе классов, которые не являются членами самих себя. В отношении их решение м-ра Рассела кажется неизбежным.

С другой стороны, ни одно из второго множества противоречий не является чисто логическим или математическим, но все они включают некоторый психологический элемент, такой как значение, именование или утверждение. Они встречаются не в математике, но в мышлении о математике, поэтому возможно, что они вырастают не из ошибочности логики или математики, но из двусмысленности психологических и эпистемологических понятий значения и утверждения. Кажется, что здесь действительно должно быть именно так, поскольку проверка вскоре убеждает, что в каждом из этих случаев для противоречия существенно наличие психологического элемента, который не может быть сконструирован без введения отношения слов к их значению или чего-то подобного.

Если же мы попытаемся применить к проблеме теорию общности Витгенштейна, я думаю, что в этом направлении сконструировать решение достаточно легко. Объяснение в полном объёме само по себе потребовало бы статьи, но быть может, в нескольких словах удастся представить общую идею. Согласно теории Витгенштейна, общая пропозиция эквивалентна конъюнкции своих примеров, поэтому разновидность факта, утверждаемого общей пропозицией, по существу не отличается от факта, утверждаемого конъюнкцией атомарных пропозиций. Но символ общей пропозиции обозначает своё значение способом, отличным от того, которым своё значение обозначает символ элементарной пропозиции, поскольку последний содержит имена всех тех вещей, о которых он говорит, тогда как символ общей пропозиции содержит только переменную, сразу же обозначающую все свои значения. Поэтому, хотя две разновидности символа могут подразумевать одно и то же, смысл, в котором они это обозначают, должен различаться. Следовательно, порядки пропозиций будут характеристиками не того, что они обозначают, – это уместно лишь в математике, – но характеристиками символов, используемых для того, чтобы это обозначать.

Пропозиции первого порядка будут вполне подобны высказанным словам; одно и то же слово может быть как высказано, так и написано, и одна и та же пропозиция, теоретически, может быть выражена в различных порядках. Применяя это *mutatis mutandis* к пропозициональным функциям, мы обнаруживаем, что типические различия между функциями с одними и теми же аргументами применяются не к тому, что они обозначают, но к отношению обозначения между символом и обозначаемым объектом. Следовательно, в математике они могут быть опущены, а решение можно сохранить в несколько модифицированной форме, поскольку противоречия должны относиться здесь ко всему тому, что имеет дело с отношением обозначения.

Этим способом, я думаю, можно избежать затруднений, связанных с аксиомой сводимости, и избавиться от других, более философских возражений, выдвинутых Витгенштейном, реабилитируя, таким образом, общий подход к основаниям математики, предложенный Уайтхедом и Расселом. Но всё ещё остаётся важный пункт, в котором результирующая теория должна считаться неудовлетворительной, и это связано с аксиомой бесконечности.

Согласно авторам *Principia Mathematica*, нет способа доказать, что существует бесконечное число вещей какого-то логического типа, а если не существует бесконечного числа вещей какого-либо типа, вся теория бесконечных множеств и рядов, дифференциальное исчисление и анализ, в общем, разрушаются. Согласно их теории числа, если было бы только десять индивидов, в том смысле, в котором число подходит для индивидов, все числа, большие десяти, были бы тождественны нуль-классу, а потому друг другу. Конечно, существовало бы 2^{10} классов индивидов и, таким образом, для следующего типа чисел всё было бы нормально вплоть до 2^{10}. Поэтому, принимая достаточно высокий тип, можно достичь любого конечного числа.

Но таким способом было бы невозможно достичь $\aleph_0$. Существуют различные естественные предположения, устраняющие это затруднение, но все они, по-видимому, ведут к восстановлению противоречия с наибольшим ординалом.

По-видимому, и анализ нельзя было бы развить, кроме как в качестве следствия аксиомы бесконечности; и я не вижу, что на это вообще можно было бы возразить, поскольку практически нельзя было бы доказать пропозиции о бесконечных рядах, если бы таковые не существовали. С другой стороны, математика мира с заданным конечным числом членов имела бы небольшой теоретический интерес, так как все её проблемы можно было бы разрешить посредством механической процедуры.

Но мне кажется, что в связи с элементарными пропозициями теории чисел, которые можно доказать только с помощью трансцендентального метода, типа метода оценок Дирихле для числа классов квадратичных форм, возникает затруднение. Рассмотрим заключение следующей формы: ‘Каждое число имеет свойство *p*’, доказанное с помощью трансцендентальных методов только для случая бесконечного мира. Если, кроме того, мы знаем, что мир содержит, скажем, 1 000 000 вещей, мы можем доказать его, проверяя числа до 1 000 000. Но если предположить, что мир конечен и мы тем не менее не знаем какой-то верхней границы его размера, то вообще остаёмся без какого-либо метода доказательства этого.

Можно подумать, мы избежали бы этого вывода, говоря, что даже если бесконечные множества не могут существовать, понятие бесконечного множества не является самопротиворечивым и, следовательно, допустимо в математике. Но, я полагаю, это предположение бесполезно по трём причинам: во-первых, в результате достаточно сложного, но, я думаю, последовательного рассуждения, согласующегося с теорией Витгенштейна, оказывается, что если мы принимаем его теорию общих и экзистенциальных пропозиций (а это привело бы лишь к тому, что мы избавились бы от аксиомы сводимости), то отсюда следовало бы, что, если бесконечных множеств не существует, то понятие о таком множестве было бы самопротиворечивым; во-вторых, как бы то ни было, обычно принимается, что единственный способ демонстрации совместимости постулатов состоит в доказательстве теоремы о существовании, показывающей, что система постулируемого вида не просто может быть, но действительно есть; в-третьих, даже при условии несамопротиворечивости понятия бесконечного множества мы должны были бы в нашей системе логики сделать значительные изменения, чтобы подкрепить доказательства, зависящие от конструкций, касающихся вещей, которые могли бы существовать, но не существуют. Система *Principia* стала бы совершенно неподходящей.

Другая возможность состоит в том, чтобы адаптировать общий метод Гильберта и использовать его доказательство, что противоречие не может быть выведено из аксиом математики, включающих эквивалент аксиомы бесконечности. Мы можем тогда доказывать следующим образом. Вопрос о том, имеет данное число свойство *p* или же нет, всегда можно решить посредством вычисления. Это будет давать нам формальное доказательство результата для этого отдельного числа, который не может противоречить общему результату, выводимому из аксиомы бесконечности, являющейся, таким образом, обоснованной.

Но это доказательство всё ещё будет неполным, ибо оно будет применяться только к числам, которые можно символизировать в нашей системе. И если мы отрицаем аксиому бесконечности, то для значков чисел, которые могут быть сделаны на бумаге, существовал бы верхний предел, поскольку пространство и время были бы конечными как по объёму, так и по делимости, поэтому некоторые числа были бы слишком большими для того, чтобы быть записанными, и к ним доказательство не было бы применимо. Эти числа, являясь конечными, будут существовать на достаточно высоком уровне, и теория Гильберта не окажет нам помощи в доказательстве того, что они обладают свойством *p*.

Другое серьёзное затруднение относительно аксиомы бесконечности состоит в том, что если она является ложной, то затруднительно видеть, каким образом математический анализ можно использовать в физике, математика которой, по-видимому, требует, чтобы он был истинным, а не просто следовал из, возможно, ложных гипотез. Но подробное обсуждение этого вопроса увело бы нас слишком далеко.

У меня нет предположений относительно того, как развить эту тему далее. Я лишь надеюсь прояснить, что проблема является весьма сложной и что ведущие авторы весьма скептичны относительно того, можно ли чистую математику, как обычно подаётся, оправдать посредством логики, ибо Брауэр и Вейль говорят, что нельзя, а Гильберт предлагает оправдать её только как игру с лишёнными значения отметками на бумаге. С другой стороны, несмотря на свои попытки преобразовать точку зрения Уайтхеда и Рассела, я думаю, что из-за многих затруднений её нельзя считать вполне удовлетворительной.

III

УНИВЕРСАЛИИ (1925)

Цель этой статьи – рассмотреть, существует ли фундаментальное деление объектов на два класса, отдельные вещи [particulars] и универсалии. Этот вопрос обсуждается м-ром Расселом в статье, напечатанной в Трудах Аристотелевского общества за 1911 год. Его вывод об окончательности этого различия основан на двух известных аргументах, направленных против двух очевидных методов упразднения последнего, которые придерживаются либо того, что универсалии являются совокупностями отдельных вещей, либо того, что отдельные вещи являются совокупностями своих качеств. Эти аргументы, совершенно логичные как таковые, тем не менее, как мне кажется, всей проблемы не решают. Первый аргумент, который вновь появляется в *Проблемах философии*, в сравнении с номиналистами показывает, что пропозиция вида ‘Это чувственно-данное является белым’ должна в качестве конституенты иметь нечто такое, как белизна или сходство, не относящееся к тому же самому логическому типу, к которому относится само чувственно-данное. Второй аргумент, который в сжатом виде изложил также Мактаггарт в *Природе существования*, доказывает, что человек не может быть идентифицирован с суммой своих качеств. Но хотя человек и не может быть одним из своих собственных качеств, это не причина, по которой он не являлся бы качеством чего-то ещё. И действительно, материальные объекты описываются д-ром Уайтхедом как ‘подлинно аристотелевские прилагательные’. Поэтому мы не можем рассматривать эти два аргумента как то, что гарантирует различию между отдельными вещами и универсалиями безопасность от всякой критики.

Чем же тогда, я хотел бы спросить, является различие между отдельной вещью и универсалией? Что же можно сказать об одной, что не было бы также истинным и относительно другой? Если следовать м-ру Расселу, мы должны рассмотреть три вида различий: психологическое, физическое и логическое. В первом случае мы имеем различие между восприятием и понятием, объектами двух различных видов ментальных актов; однако маловероятно, чтобы такое различие имело фундаментальное значение, поскольку различию двух ментальных актов может не соответствовать какое бы то ни было различие в их объектах. Затем у нас есть множество различий между объектами, которые основаны на их отношениях в пространстве и времени; например, некоторые объекты в данный момент могут быть в одном месте, а другие объекты, такие как красный цвет, могут быть во многих местах. Но и здесь, несмотря на важность предмета, я думаю, мы не доходим до сути дела. Ибо когда, например, д-р Уайтхед говорит, что стол является прилагательным, а м-р Джонсон, что он является существительным, они спорят не о том, в скольких местах одновременно может находиться стол, но о его логической природе. А потому наше исследование в основном должно иметь дело с логическим различием.

Согласно м-ру Расселу класс универсалий есть сумма класса предикатов и класса отношений; однако эта доктрина отвергалась д-ром Стаутом[1]. Но д-ру Стауту уже был дан удовлетворительный ответ[2]. Поэтому я буду обсуждать только обычную точку зрения, которой придерживается м-р Рассел.

Согласно ему все элементы делятся на индивиды (или отдельные вещи), качества и отношения; качества и отношения сгруппированы вместе как универсалии; и иногда качества даже включаются в число отношений как одноместные отношения, в отличие от двух-, трёх- или многоместных отношений. М-р Джонсон также делит элементы на существительные и прилагательные, где последние включают отношения как переходные прилагательные; он рассматривает различие между существительным и прилагательным как объяснение различия между отдельной вещью и универсалией. Но между этими авторами, которые согласны до этого пункта, всё же есть важное различие. М-р Джонсон считает, что хотя природа существительного такова, что оно может функционировать в пропозиции только как субъект и никогда как предикат, прилагательные, однако, могут функционировать либо как предикат, либо как субъект, предикатом которого может быть второе прилагательное. Например, в 'Неаккуратность является недостатком' субъект сам является прилагательным – качеством неаккуратности. Таким образом, между существительными и прилагательными недостаёт симметрии, ибо тогда как предикат должен быть прилагательным, субъект может быть либо существительным, либо прилагательным и мы должны определить существительное как элемент, который может быть только субъектом и никогда предикатом.

М-р Рассел, с другой стороны, в своих *Лекциях по логическому атомизму*[3] это отрицает. Он говорит, что в прилагательном есть какая-то неполнота, некое предвосхищение формы пропозиции; поэтому символ прилагательного никогда не может стоять в одиночку или быть субъектом

[1] "The Nature of Universals and Proposition", *Proc. British Academy*, 1921-22.

[2] См. дискуссию между Дж.Э.Муром, Дж.Ф.Стаутом и Дж.Дэвисом Хиксом в *Aristotelian Society Supplementary* (1923. Vol. 3).

[3] *The Monist*, 1918 и 1919.

пропозиции, но должен быть дополнен до пропозиции, в которой он является предикатом. Следовательно, говорит он, надлежащим символом для красности является не слово 'красный', но функция 'x есть красный', и красное может входить в пропозицию только через значения этой функции. Таким образом, м-р Рассел сказал бы, что 'Неаккуратность является недостатком' на самом деле подразумевает нечто типа следующего: 'Для всякого x, если x есть неаккуратное, то x достойно осуждения'; и прилагательное неаккуратности не является субъектом пропозиции, но входит в неё только как предикат той его части, которая имеет форму 'x есть неаккуратное'. Эта доктрина является основанием новых результатов во второй редакции *Principia Mathematica*.

Ни одна из этих теорий не представляется вполне удовлетворительной, хотя и ни одна из них не может быть опровергнута. Действительно, точка зрения м-ра Рассела содержит затруднения, связанные с нашим познавательным отношением к универсалиям, и по этой причине она отвергалась в первой редакции *Principia*; но эти затруднения никоим образом не кажутся мне, как теперь и м-ру Расселу, непреодолимыми. Но я не могу обсудить их здесь, не привлекая многочисленных проблем, не имеющих отношения к главной моей цели. Ни одну из этих теорий нельзя опровергнуть, но на обе могут быть выдвинуты возражения, имеющие, по-видимому, некоторое основание. Например, м-р Рассел настаивает, что отношение между двумя элементами не может быть третьим элементом, который входит между ними, ибо тогда он вообще не был бы отношением и единственно подлинный элемент отношения состоял бы в связи между этим новым элементом и двумя первоначальными. Из такого рассмотрения м-р Брэдли выводил свой бесконечный регресс; теперь, по-видимому, его одобряет и м-р Рассел. М-р Джонсон может ответить, что для него связующий, или структурный, элемент является не отношением, а отличительными и соединяющими связями; но эти связи остаются наиболее загадочными объектами. Можно также возразить, что м-р Джонсон не делает различия между отдельными вещами и универсалиями, или не принимает в расчёт особую неполноту прилагательных, которая проявляется в возможности приписывания им приставки в виде вспомогательного глагола 'быть'. 'Быть красным' и 'быть человеком', по-видимому, не являются реальными вещами типа стула или ковра. Да и м-ру Расселу можно задать вопрос о том, каким образом могут существовать такие объекты, как его универсалии, содержащие форму пропозиции и поэтому являющиеся неполными. Они не могут встречаться в фактах, кроме как в соединении с другими объектами, и содержат формы пропозиций, конституентами которых являются. Каким способом универсалиям удаётся это в большей степени, чем чему-либо ещё?

Очевидно, однако, что ни один из этих аргументов на самом деле не является решающим и для любого, кто интересуется этими фундаментальными вопросами, такое положение дел крайне неудовлетворительно. В подобных случаях эвристичной может оказаться максима, что истина заключена не в одной из этих двух обсуждаемых точек зрения, но в некоторой третьей возможности, ещё не обдуманной, но которую мы можем обнаружить, если отвергнем нечто принимаемое за очевидное обоими участниками дискуссии.

Обе рассматриваемые теории принимают важную предпосылку, которая, на мой взгляд, непременно должна быть подвергнута сомнению. Они предполагают фундаментальную антитезу между субъектом и предикатом; а именно, если пропозиция состоит из двух связанных элементов, то эти два элемента должны функционировать различными способами: один – как субъект, другой – как предикат. Так, в 'Сократ мудр', Сократ является субъектом, мудрость – предикатом. Но предположим, мы обращаем пропозицию и говорим 'Мудрость есть характеристика Сократа', тогда мудрость, прежде бывшая предикатом, теперь становится субъектом. Однако (и это кажется мне ясным настолько, насколько что-то вообще может быть ясным в философии) два предложения 'Сократ мудр' и 'Мудрость есть характеристика Сократа' утверждают один и тот же факт и выражают одну и ту же пропозицию. Они, конечно, не являются одним и тем же предложением, но имеют одно и то же значение, подобно тому, как одно и то же значение могут иметь два предложения из различных языков. Вопрос о том, какое из двух предложений использовать, – это вопрос либо литературного стиля, либо точки зрения, с которой мы подходим к данному факту. Если центром нашего интереса является Сократ, мы говорим 'Сократ мудр', если мы обсуждаем мудрость, то можем сказать 'Мудрость есть характеристика Сократа'; но что бы мы ни говорили, мы подразумеваем одно и то же. Итак, субъектом одного из этих предложений является 'Сократ', другого – 'мудрость'. Поэтому которое из этих двух является субъектом, а которое – предикатом, зависит от того, какое именно предложение мы используем для того, чтобы выразить нашу пропозицию; но это не имеет никакого отношения к логической природе Сократа или мудрости, а является всецело предметом грамматистов. Тем же самым способом в достаточно гибком языке любая пропозиция может быть выражена так, чтобы любой её элемент являлся субъектом. Следовательно, между субъектом пропозиции и её предикатом нет сущностного различия, а фундаментальная классификация объектов не может быть на нём основана.

Я не утверждаю, что приведённый аргумент окончателен; я утверждаю, что он ставит под сомнение всё основание различия между отдельными вещами и универсалиями, выведенное из различия между субъектом и предикатом, и что вопрос требует нового исследования. Как раз здесь, что часто подчёркивал м-р Рассел, философов вводит в заблуждение субъектно-предикатная конструкция языка. Они предполагали, что все пропозиции должны иметь субъектно-предикатную форму, а это заставляло их отрицать существование отношений. Я постараюсь доказать, что почти все философы, включая самого м-ра Рассела, введены в заблуждение языком способом, гораздо более чреватым серьёзными последствиями, чем этот; что все теории отдельных вещей и универсалий суть следствие ошибочного приписывания реальности фундаментальной характеристике, которая является лишь характеристикой языка.

Итак, исследуем ближе различие субъекта и предиката и, для простоты, следуя м-ру Джонсону, включим отношение в число предикатов, а их члены в число субъектов. Первый вопрос, который мы должны задать, следующий: Что представляют собой пропозиции, которые имеют субъект или субъекты и предикат? Имеет ли это место для всех пропозиций или только для некоторых? Однако перед тем, как мы перейдём к ответу на эти вопросы, напомним, что задача, которая нас занимает, – это не просто задача грамматики; мы не школьники, разбирающие предложения на подлежащее, сказуемое, дополнение и т.д. Нас интересует не столько само предложение, сколько то, что оно обозначает и из чего мы надеемся обнаружить логическую природу реальности. Следовательно, мы должны искать смысл такого субъекта и предиката, которые не являются просто грамматическими, но имеют подлинно логическое значение.

Начнём с пропозиции вида ‘Либо Сократ мудр, либо Платон глуп’. Вероятно, мы согласимся, что к ней не применимы понятия субъекта и предиката; эти понятия можно применить к двум частям ‘Сократ мудр’ и ‘Платон глуп’, но целое ‘Либо Сократ мудр, либо Платон глуп’ представляет собой разделительную пропозицию, а не пропозицию с субъектом и предикатом. На это кто-то может выдвинуть следующее возражение. В такой пропозиции мы в качестве субъекта можем взять любой элемент по желанию, например Сократа. Предикатом тогда будет ‘быть мудрым, а не как Платон глупым’ или пропозициональная функция ‘*x* мудр или Платон глуп’. Фраза ‘быть мудрым, а не как Платон глупым’ будет тогда обозначать комплексную универсалию, утверждаемую при характеристике Сократа. Такая точка зрения, хотя она и очень часто встречалась, тем не менее кажется мне определённо ошибочной. Для того чтобы сделать вещи более ясными, возьмём простейший случай, пропозицию формы 'aRb'. В этом случае данная теория будет считать, что существуют три близко соотносящихся пропозиции: одна утверждает, что отношение R имеет место между элементами a и b; вторая утверждает об обладании a комплексным свойством 'находится в отношении R к b'; третья же утверждает, что b имеет комплексное свойство, заключающееся в том, что a находится к нему в отношении R. Эти три пропозиции должны быть разными, поскольку они обладают различным множеством конституент, тем не менее они должны быть не тремя, а одной пропозицией, ибо все они говорят об одном и том же, а именно, что a находится в отношении R к b. Поэтому теория комплексных универсалий ответственна за недоступное уму триединство, столь же бессмысленное, как и триединство в теологии. Этот аргумент можно усилить с помощью следующей процедуры определения: для некоторой цели 'aRb' может быть неоправданно длинным символом, поэтому более удобно сократить его до 'ϕb'. Это осуществляется посредством определения $\phi x = aRx$, обозначающего, что любой символ формы ϕx должен интерпретироваться как значение, которое подразумевается соответствующим символом aRx, сокращением которого он является. В более сложных случаях такое сокращение часто весьма полезно, но без него всегда можно обойтись, если позволяет время и место на бумаге. Тот, кто верит в комплексные универсалии, сталкивается теперь с дилеммой. Является ли 'ϕ', определённое таким способом, именем комплексного свойства x, которое состоит в том, что a находится к x в отношении R. Если да, то ϕx будет утверждением, что x имеет данное свойство; это было бы субъектно-предикатной пропозицией, субъектом которой является x, а предикатом ϕ; а это не тождественно реляционной пропозиции aRx. Но поскольку ϕx по предположению определён как сокращение для aRx, это было бы нелепо. Ибо если определение не интерпретируется как обозначение того, что определяемое и определяющее имеют одно и то же значение, процедура определения становится непонятной и мы сразу же теряем всякое оправдание взаимозамены определяющего и определяемого, на которой основана вся полезность определения. Предположим, с другой стороны, что 'ϕ', как оно определено выше, не является именем для комплексного свойства; тогда каким образом комплексное свойство вообще может стать объектом нашего рассмотрения и каким образом мы вообще можем говорить о нём, видя, что 'ϕ', представляющее собой лишь его возможное имя, является вовсе не именем, но сокращением для чего-то ещё? А тогда на каком основании можно постулировать существование такой вещи?

Несмотря на *reductio ad absurdum* этой теории, она всё ещё может быть полезной для исследования её источника и исследования того, почему столь многие придерживались этой теории, включая прежде и меня самого, не подвергая её сомнению. Я думаю, главную причину нужно искать в лингвистических преимуществах; она даёт нам объект, который есть 'значение' такого 'ϕ'. Мы часто стремимся говорить о 'значении "ϕ"', и часто гораздо проще предположить, что это – единственный объект, чем осознать, что он имеет гораздо более сложную природу, что 'ϕ' имеет отношение обозначения не к одному комплексному объекту, но к нескольким простым объектам, которые наименованы в его определении. Есть, однако, и другая причина популярности этой точки зрения. Эта причина касается затруднений, обычно ощущаемых при использовании переменных пропозициональных функций, которые, если принять эту точку зрения, кажутся надуманными. Можно задаться вопросом, каким образом мы должны интерпретировать такое утверждение, как 'a имеет все свойства b', если не предполагать, что свойства существуют? Ответ состоит в том, что оно должно интерпретироваться как логическое произведение всех пропозиций, которые могут быть сконструированы следующим способом. Возьмём пропозицию, в которую входит a (скажем, ϕa); заменим a на b и получим ϕb; затем образуем пропозицию $\phi b . \supset . \phi a$. На самом деле не всё так просто, но более подробное рассмотрение затрагивало бы множество деталей, а потому, должно быть здесь опущено. В этом случае 'a имеет все свойства b' и в первом приближении может рассматриваться как совместное утверждение всех пропозиций формы $\phi b . \supset . \phi a$, где для ϕ нет необходимости быть именем универсалии, поскольку такое ϕ есть просто остаток от пропозиции, в которой встречается a. Стало быть, указанное затруднение совершенно надуманно. То же самое, как можно видеть, приложимо к любому другому случаю мнимых переменных, где значения некоторых из них являются неполными символами. И это может объяснить стремление утверждать, что некоторые из неполных символов м-ра Рассела на самом деле не являются неполными, но представляют собой имена свойств или предикатов.

Поэтому я делаю вывод, что комплексные универсалии должны быть отвергнуты и что такая пропозиция, как 'Либо Сократ мудр, либо Платон глуп', не имеет ни субъекта, ни предиката. Сходные аргументы применимы к любой сложной пропозиции, т.е. к любой пропозиции, содержащей такие слова, как 'и', 'или', 'не', 'все', 'некоторые'. Следовательно, если мы должны где-то найти логическое различие между субъектом и предикатом, это будут, как их называл м-р Рассел, атомарные пропозиции, которые можно выразить простым предложением и которые содержат только имена и, возможно, связки, но не содержат ни одного из указанных выше слов.

Различие между субъектом и предикатом будет тогда вырастать из различных способов функционирования нескольких имён в атомарной пропозиции. Если это не чисто грамматическое различие, оно должно соответствовать различию в функционировании объектов в атомарном факте. Поэтому то, что мы должны исследовать прежде всего, – это конструкция атомарного факта из его конституент. Относительно этой конструкции могут быть выдвинуты три точки зрения. Первая из них принадлежит м-ру Джонсону. Согласно ему конституенты связаны тем, что он называет характеристической связью. Природа этой сущности является весьма тёмной, но я думаю, что мы можем рассматривать её как нечто такое, что не является конституентой факта, но представлено в языке связкой 'есть'; и мы можем описать эту теорию как придерживающуюся того, что соединение осуществляется посредством реальной связки. Следующей идёт теория м-ра Рассела. Он считает, что соединение осуществляется одной из конституент, что в каждом атомарном факте должна быть конституента, которая по своей природе является неполной или соединяющей и, так сказать, объединяет другие конституенты. Эта конституента будет универсалией, остальные – отдельными вещами. Наконец, есть теория м-ра Витгенштейна, который считает, что нет ни связки, ни какой-то особой соединяющей конституенты, но, как выражается он, объекты связаны один с другим подобно звеньям цепи.

С нашей точки зрения, наибольшего внимания требует вторая из этих теорий, поскольку первая и третья на самом деле не объясняют какого-либо различия в способах функционирования субъекта и предиката, но догматически его отбрасывают. Только в теории м-ра Рассела имеет место понятное различие между универсалиями и отдельными вещами, основанное на необходимости наличия в каждом факте связующего элемента или универсалии в соответствии с потребностью каждого предложения иметь глагол. Поэтому прежде всего мы должны рассмотреть теорию м-ра Рассела.

Значительное затруднение в этой теории связано с пониманием того, каким способом одна разновидность объектов может быть особым образом неполной. В некотором смысле любой объект является неполным, а именно: он может входить в факт только в соединении с другим объектом или объектами подходящего типа; точно так же и любое имя является неполным, поскольку, чтобы образовать пропозицию, мы должны объединить его с некоторыми другими именами подходящего типа. Как говорит Витгенштейн: «Вещь самостоятельна, поскольку она может входить но все возможные положения дел, но эта форма самостоятельности есть форма связи с состоянием дел, форма несамостоятельности. (Невозможно, чтобы слова выступали двумя различными способами, сами по себе и в предложении)»[4]. Так же считает и Джонсон: «В конечном счёте универсалия подразумевает прилагательное, которое может характеризовать отдельную вещь, а отдельная вещь подразумевает существительное, которое может быть охарактеризовано универсалией»[5]. Поэтому мы можем признать, что не только 'мудрый' включает форму пропозиции, но и 'Сократ', и едва ли обнаруживается какое-то основание для различия между ними. Суть критики м-ра Джонсона заключалась бы в том, что м-р Рассел не допускает самостоятельности прилагательного, поскольку он трактовал бы 's есть p' как функцию двух переменных, где аргументами были бы не s и p, но s и '$\hat{x}$ есть p'.

В ответ на эту критику м-р Рассел, я подозреваю, использовал бы два направления аргументации, чью обоснованность мы должны проверить. Первое сосредоточилось бы на большом удобстве для математической логики его функционального символизма, чему, может сказать он, нет иного объяснения, кроме того, что этот символизм соответствует реальности гораздо более, чем любой другой. Его второе направление аргументации состояло бы в том, что каждый может ощутить различие между отдельными вещами и универсалиями. Распространённость номинализма показала, что реальность универсалий предполагалась всегда и что эта распространённость, вероятно, явилась следствием того, что они фактически отличаются от отдельных вещей, будучи менее независимыми, менее самостоятельными. К тому же только признание различия между отдельными вещами и универсалиями делает их действительно различными видами объектов, какими они, очевидно, и являются, а не объектами, лишь по-разному относящимися к нам или к нашему языку. Например, м-р Джонсон описывает отдельные вещи как то, что представлено в мысли, будучи определено в своей характерной особенности; другие могут сказать, что отдельные вещи – это то, что подразумевается под грамматическим субъектом предложения. Но с этих позиций, что есть отдельная вещь, а что – универсалия, зависело бы от несущественных черт нашей психологии или нашего языка.

Рассмотрим эти направления доказательства в обратном порядке. Начнём с ощущения различия между отдельной вещью и универсалией, а затем перейдём к особому символическому удобству пропозициональных

[4] *Tractatus Logico-Philosophicus*, 2.0122.

[5] *Logic*. Ч. I. С.11.

функций. Допустим, что кто-то усматривает различие между Сократом и мудростью. Сократ является действительно независимой сущностью, мудрость – качеством и, что существенно, качеством чего-то ещё. Первое, на что мы укажем в этом аргументе, состоит в том, что он вообще не относится к объектам. 'Сократ мудр' не является атомарной пропозицией, а символы 'Сократ' и 'мудрый' являются не именами объектов, но неполными символами. В соответствии с Витгенштейном, с которым я согласен, это имело бы место относительно любого другого примера, который можно было бы предложить, поскольку мы не знакомы с какими-либо подлинными объектами или атомарными пропозициями, но просто выводим их как то, что предполагается другими пропозициями. Следовательно, ощущаемое нами различие – это различие между двумя разновидностями неполных символов или логических конструкций, и мы не можем без дальнейшего исследования делать вывод о том, что есть какое-то соответствующее различие между двумя разновидностями имён и объектов.

Я думаю, мы легко можем получить ясную идею различия между этими двумя разновидностями неполных символов (Витгенштейн называет их 'выражения'), типичными примерами которых являются 'Сократ' и 'мудрый'. Рассмотрим, когда и почему выражение встречается, так сказать, в изолированном единстве. Например, 'aRb' неестественно делит на 'a' и 'Rb', и мы хотим знать, почему кто-то делит его так и изолирует выражение 'Rb'. Ответ состоит в том, что если бы это было делом только данной пропозиции, не было бы причин делить её таким способом, но, как указывает Витгенштейн, важность выражений возрастает именно в связи с обобщением. Не 'aRb', но '$(x).\ xRb$' делает так, что Rb бросается в глаза. Записывая '$(x).\ xRb$', мы используем Rb, чтобы собрать вместе множество пропозиций xRb, истинность которых мы собираемся утверждать; именно здесь выражение Rb действительно является существенным, поскольку оно и есть то, что является общим для данного множества пропозиций. Осознав теперь, что в этом существо использования выражений, мы сразу же можем видеть, в чём состоит различие между Сократом и мудростью. Посредством выражения 'Сократ' мы собираем вместе все пропозиции, в которых оно встречается, т.е. все те пропозиции, с помощью которых мы говорили о Сократе, типа 'Сократ мудр', 'Сократ справедлив', 'Сократ не мудр и не справедлив'. Эти пропозиции собраны вместе как значения 'ϕ Сократ', где ϕ является переменной.

Рассмотрим теперь выражение 'мудрый'; его мы используем, чтобы собрать вместе пропозиции 'Сократ мудр', 'Платон мудр' и т.п., являющиеся значениями 'x мудр'. Но это не единственная совокупность, где для образования таковой мы используем 'мудрый'; так же как мы используем 'Сократ', чтобы собрать все пропозиции, в которых оно встречается, мы можем использовать 'мудрый', чтобы собрать все те пропозиции, в которых встречается оно, включая не только пропозиции типа 'Сократ мудр', но также пропозиции типа 'Ни Сократ, ни Платон не являются мудрыми', где эта последняя пропозиция является не значением 'x мудр', но лишь иной функцией 'ϕ мудр', в которой переменной является ϕ. Таким образом, тогда как Сократ даёт только одну совокупность пропозиций, мудрость даёт две: одна аналогична той, что даёт Сократ, а именно, совокупность всех пропозиций, в которой встречается мудрость, другая является более узкой совокупностью пропозиций формы 'x мудр'.

Очевидно, это и есть объяснение ощущаемого нами различия между Сократом и мудростью, которое м-р Рассел выражает, говоря, что с мудростью мы должны получать форму пропозиции. Поскольку все выражения должны быть дополнены, чтобы образовать пропозицию, прежде было трудно понять, каким образом мудрость может быть более неполной, чем Сократ. Теперь мы можем видеть, что причина этого в следующем: с выражением 'Сократ' мы имеем лишь идею дополнения его до пропозиции любым способом, тогда как для выражения 'мудрый' у нас есть не только это, но также идея дополнения его особым способом. И этот способ даёт нам не просто любую пропозицию, в которой встречается мудрость, но случай, в котором оно встречается особым образом, называемым нами её вхождением в качестве предиката, как в пропозиции 'Сократ мудр'.

Чем обусловлено это различие, и действительно ли оно вообще является различием? Другими словами, разве мы не можем сделать с 'Сократ' то, что мы делаем с 'мудрый', используя его, чтобы собрать множество пропозиций, более узкое, чем всё множество пропозиций, в которых оно встречается? Это невозможно или мы просто никогда так не делаем? Вот вопрос, на который мы должны теперь дать ответ. Способ сделать это, по-видимому, заключается в следующем. Предположим, что мы можем выделить среди свойств Сократа определённое подмножество, которое можно назвать качествами; грубо говоря, идея в том, что только простое свойство является качеством. Тогда, так же как в связи с выражением 'мудрый' относительно выражения 'Сократ', мы могли бы образовать два подмножества пропозиций. Имелось бы широкое множество пропозиций, в которых вообще встречается 'Сократ' и которое, как мы говорим, утверждает свойства Сократа, но к тому же имелось бы более узкое множество, которое утверждает качества Сократа. Поэтому если предположить, что справедливость и мудрость являются качествами, то 'Сократ мудр' и 'Сократ справедлив' принадлежали бы более узкому множеству и были бы значениями функции ‘Сократ есть q’. Но ‘Сократ не мудр и не справедлив’ утверждало бы не качество Сократа, но только составную характеристику или свойство, и было бы только значением функции ‘ϕСократ’, а не функции ‘Сократ есть q’.

Но хотя такое различие между качествами и свойствами логически возможно, мы, по-видимому, не можем провести его систематически. На этот факт может пролить свет параграф из *Логики* м-ра Джонсона, в котором он доказывает, что тогда как «мы можем надлежащим образом сконструировать составное прилагательное из простых прилагательных, природа любого термина, функционирующего как существительное, такова, что невозможно сконструировать подлинно составное существительное»[6]. Поэтому из двух пропозиций ‘Сократ мудр’ и ‘Сократ справедлив’ мы можем образовать пропозицию ‘Сократ не мудр, и Сократ не справедлив’, или кратко ‘Сократ не мудр и не справедлив’, которая, предицируя, согласно м-ру Джонсону, прилагательное Сократу, всё ещё являлась бы значением ‘ϕСократ’ и подтверждала бы ‘$(\exists\phi).\ \phi$Сократ’ или ‘Сократ имеет некоторое свойство’. Если же, с другой стороны, мы возьмём две пропозиции ‘Сократ мудр’ и ‘Платон мудр’ и образуем из них ‘Ни Сократ, ни Платон не являются мудрыми’, эта последняя пропозиция не являлась бы значением ‘x мудр’ и не подтверждала бы ‘$(\exists x).\ x$ мудр’ или ‘Нечто является мудрым’. Итак, в той мере, в которой ‘Сократ не мудр и не справедлив’ подтверждает ‘Сократ имеет некоторое прилагательное’, мы можем сказать, что ‘не мудр и не справедлив’ является составным прилагательным. Но поскольку ‘Ни Сократ, ни Платон не являются мудрыми’ не подтверждают ‘Нечто есть мудрое’, существительное может быть составным не в большей мере, чем некто может быть составным человеком.

Если тем не менее мы могли бы образовать область качеств в противоположность свойствам, то ‘Сократ не мудр и не справедлив’ не подтверждало бы ‘Сократ имеет некоторое качество’, а ‘не мудр и не справедлив’ не было бы качеством. Против этого м-р Джонсон говорит, что не существует универсально общезначимого критерия, посредством которого мы можем отличить качества от свойств; и это весьма правдоподобная точка зрения, когда мы, как сейчас, обсуждаем качества и свойства логических конструкций, таких как Сократ. Поскольку различие на самом деле является ясным только в связи с подлинными объектами, то мы можем сказать, что ϕ репрезентирует качество тогда, когда ϕa является двухчленной атомарной пропозицией, и это отличало бы качества от других пропозициональных функций или свойств. Но когда субъект a является логической конструкцией, а ϕa составной пропозицией, анализ которой нам

[6] *Часть II*. С. 61.

неизвестен, едва ли можно знать, что подразумевают, спрашивая, является ли ϕ простым, или называя его, если оно простое, качеством. Ясно, что оно должно было бы быть предметом не абсолютной, но относительной простоты.

Однако легко видеть, что теоретически аналогичные дистинкции определённо могут быть проведены также и для неполных символов. Возьмём любой неполный символ 'α'; он будет определён не в изоляции, но в соединении с каким-либо определённого вида символом x. Следовательно, мы можем определить, что αx обозначает aRx. Тогда этот неполный символ 'α' даст нам две области пропозиций: область αx, получаемую дополнением его тем способом, который указан в его определении, и общую область пропозиций, в которых вообще встречается α, другими словами, все функции истинности от пропозиций из предыдущей области и константных пропозиций не содержащих α. Таким образом, для двух известных случаев, случаев дескрипций и классов, как они трактуются в *Principia Mathematica*, более узкая область – это та область, в которой дескрипция или класс имеют первичное вхождение, более широкая область – это та область, в которой дескрипция или класс имеют любое вхождение, первичное или вторичное, где термины 'первичное' и 'вторичное' вхождение имеют значение, объяснённое в *Principia*. Короче говоря, в отношении любого неполного символа мы можем различить его первичное или вторичное вхождение, а по существу, это то же самое различие, которое мы обнаруживаем при характеристике прилагательного. Поэтому любой неполный символ на самом деле является прилагательным, а те неполные символы, которые выступают в качестве существительных, делают так только в результате нашей ошибки, связанной или с забывчивостью, или с неспособностью различить их первичное и вторичное вхождения. Возьмём в качестве частного примера случай материальных объектов. Их мы привыкли рассматривать как существительные; иными словами, мы используем их, чтобы определить область пропозиций только одним способом, и не проводим различия между их первичным и вторичным вхождениями. По крайней мере никто не проводил такого различия до д-ра Уайтхеда, объявившего, что материальные объекты являются прилагательными событий, в которых они имеют место, поэтому материальный объект A первично входит в пропозицию 'A имеет место в E'. Из такой пропозиции мы можем сконструировать все другие пропозиции, в которые входит A. 'A есть красное', таким образом, представляло бы собой 'Для всех E A имеет место в E, влечёт, что красность имеет место в E', где A имеет вторичное вхождение. Стало быть, различие между первичным и вторичным вхождением показано не просто как логическая необходимость, но в данном случае проводится на практике.

Что касается неполных символов, вывод в том, что фундаментальное различие имеет место не между существительным и прилагательным, но между первичным и вторичным вхождением и существительное есть просто логическая конструкция, при различении первичного и вторичного вхождения которой мы впадаем в ошибку. Поэтому быть существительным – это не объективное, но субъективное свойство в том смысле, что оно в действительности зависит ие от сознания кого-то одного, но от общих элементов в целеполаганиях и сознаниях всех людей.

Этот мой первый вывод, я думаю, имеет некоторое значение для философии природы и сознания, но это не то, что мне хотелось бы выделить в большей степени, и он не отвечает на вопрос, с которого я начинал свою статью. Ибо это заключение касается метода и возможности различения определённых логических конструкций на существительные и прилагательные, поскольку идея существительного и прилагательного традиционно имеет источником эти логические конструкции. Но действительно спорным является вопрос о возможности различения на индивиды и универсалии не логических конструкций, но подлинных объектов, и чтобы ответить нв него мы должны вернуться к тому этапу рассуждения, где мы оборвали его нить ради длинного отступления, касающегося логических конструкций.

Выше мы видели, что различие между отдельными вещами и универсалиями производно от различия между субъектом и предикатом, которое, как мы заметили, имеет место только в атомарной пропозиции. Затем мы исследовали три теории атомарных пропозиций, или, вернее, атомарных фактов: теорию связности м-ра Джонсона; теорию м-ра Рассела, считающего, что связь осуществляется универсалией, которая должна быть одна и только одна в каждом атомарном факте, и теорию м-ра Витгенштейна, полагающего, что объекты связаны один с другим подобно звеньям цепи. Мы обнаружили, что из этих теорий только м-р Рассел действительно приписал различные функции субъекту и предикату, задав тем самым смысл различию между ними, и мы перешли к обсуждению его теории. Мы нашли, что критика м-ром Джонсоном м-ра Рассела имеет два возможных ответа: один основан на том, что только теория Рассела учитывает ощущаемое нами различие между Сократом и мудростью, другой – что его способ записи гораздо более удобен, чем любой другой, и, следовательно, должен в большей степени соответствовать фактам. Затем мы рассмотрели первый из этих аргументов и исследовали различие между Сократом и мудростью. Мы обнаружили, что оно заключается в том факте, что тогда как Сократ определён только одной областью пропозиций, в которые он входит, мудрость определена двумя такими областями: полной областью 'f мудр' и более узкой областью 'x мудр'. Затем мы исследовали причину такого различия двух неполных символов, Сократа и мудрости, и решили, что она имеет субъективный характер и зависит от человеческих потребностей и интересов.

Мы хотим теперь рассмотреть, оказывает ли различие между Сократом и мудростью то влияние на состав атомарного факта, который утверждается м-ром Расселом. Это можно удобно скомбинировать с рассмотрением другого аргумента м-ра Рассела, касающегося большей пригодности его символизма. Сущность этого символизма, как показал м-р Джонсон, состоит не в том, чтобы допустить самостоятельность прилагательного, но в том, чтобы сделать его пропозициональной функцией, присоединяя его к переменной x. С точки зрения нашей предыдущей трактовки различия между существительным и прилагательным возможные преимущества этой процедуры сразу же предполагаются сами по себе, а именно: присоединение переменной x помогает нам провести различие (затребованное нами в случае прилагательного, но не в случае существительного) между значениями ϕx и значениями $f(\phi \hat{z})$, где f является переменной. Можно сказать, что только так мы можем отличить $(x).\ \phi x$ от $(f).\ f(\phi \hat{z})$. Но чтобы увидеть, что это преимущество весьма мало и не имеет фундаментального значения, требуется самое незначительное рассмотрение. Мы легко можем провести различие другим способом, определив, например, что посредством ϕx мы выражаем вхожденне переменной после ϕ, но если переменная входит до ϕ, то мы выражаем это с помощью $f(\phi \hat{z})$, или просто решив использовать буквы 'x', 'y', 'z' в одном случае, а буквы 'f', 'g', 'h' – в другом.

Но хотя предполагаемое преимущество функционального символизма является надуманным, есть причина, которая делает его абсолютно неизбежным. Возьмём такое свойство, как 'либо находиться в отношении R к a, либо находиться в отношении S к b'; репрезентировать его простым символом 'ϕ' было бы совершенно невозможно. Ибо как тогда мы могли бы определить ϕ? Мы не можем установить, что $\phi = Ra\ .\vee .\ Sb$, поскольку мы не знали бы, должны ли пробелы заполняться одним и тем же или разными аргументами, а потому не знали бы, должно ли ϕ быть свойством или отношением. Вместо этого мы должны были бы установить $\phi x .=.\ xRa\ .\vee .\ xSb$, которое объясняет не то, что обозначается самим по себе ϕ, но то, что для любого символа x вытекает, что ϕ есть сокращение для $xRa\,.\vee.\,xSb$. И это является причиной, делающей неизбежной введение пропозициональных функций. Здесь подразумевается просто то, что в таких случаях 'ϕ' является не именем, но неполным символом; 'ϕ' не может быть определено в изоляции, и нельзя допустить, чтобы оно стояло само по себе.

Но вывод относительно $xRa\,.\vee.\,xSb$ неприменим ко всем пропозициональным функциям. Если ϕa является двучленной атомарной пропозицией, то 'ϕ' является членом, отличным от a, и вполне может стоять сам по себе. Поэтому зададимся вопросом, почему же мы пишем 'ϕx' вместо 'ϕ' также и в этом случае? Причина этого лежит в фундаментальиой характеристике математической логики, её экстенсиональности, под которой я подразумеваю её первичный интерес к объёмам понятий класса и отношения. Так, если в любой пропозиции мы заменим какое-то имя на переменную, получившаяся пропозициональная функция определяет класс, и этот класс может быть одинаковым для двух функций, совершенно различных по форме, в одной из которых 'ϕ' является неполным символом, в другой – именем. Поэтому математическая логика, заинтересованная в функциях как обозначениях классов, не видит потребности в различении этих двух видов функций, поскольку различие между ними, несмотря на всю важность для философии, не соответствует какому-либо различию между классами, которые они определяют. Таким образом, поскольку некоторые ϕ являются неполными и не могут стоять в одиночку, а все ϕ, чтобы избежать бесполезного усложнения, должны трактоваться единообразно, то единственное решение состоит в том, чтобы не позволять никакому ϕ стоять в одиночку.

Таково оправдание практики м-ра Рассела. Но это к тому же опровергает его теорию, неверно оценивающую различие между теми функциями, которые являются именами, и теми, которые являются неполными символами, различие, которое, как отмечалось выше, несмотря на несущественность для математики, весьма важно для философии. Я не имею в виду то, что м-р Рассел отрицает это различие теперь; наоборот, из второй редакции *Principia Mathematica* ясно, что он его принимает; но я думаю, что его иынешняя теория универсалий является пережитком его неверной её оценки в прошлом.

Напомним, что мы нашли два возможных аргумента в пользу его теории универсалий. Один аргумент основывался на эффективности функциональной записи. Он, очевидно, отпадает, поскольку, как мы видели, функциональная запись просто упускает сущностное различие, которое не представляет интереса для математиков, и поскольку факт, что некоторые функции не могут стоять в одиночку, не является доказательством того, что этого не могут все. Другой аргумент основывался на различии, которое мы замечаем между Сократом и мудростью и которое соответствует различию между индивидами и универсалиями в его логической системе. Так же как Сократ определяет одну область пропозиций, а мудрость – две, так и a определяет одну область ϕa, а $\phi \hat{z}$ – две области ϕx и $f(\phi \hat{z})$. Но чем обусловлено это различие между индивидами и функциями? Опять-таки просто тем фактом, что определённые вещи не интересуют математика. Тот, кто заинтересован не только классами вещей, но также их качествами, стремился бы различить среди прочих те функции, которые являются именами. И если бы мы назвали качествами те объекты, именами которых они являются, и обозначили переменное качество посредством q, мы получили бы не только область ϕa, но также более узкую область qa, и тогда различие, аналогичное различию между 'Сократ' и 'мудрый', исчезло бы. Мы получили бы полную симметрию между качествами и индивидами: и те и другие могли бы иметь самостоятельные имена, и те и другие определяли бы две области пропозиций, ибо a определяло бы области qa и ϕa, где переменными являются q и ϕ, а q определяло бы области qx и fq, где переменными являются x и f.

Поскольку это было бы не на пользу пристрастным интересам математика, он изобретает символизм, который в отношении индивидов и качеств является совершенно симметричным. Становится ясно, что в словах 'индивид' и 'качество' смысла нет. Всё, что мы говорим об этих двух различных типах объектов, так это то, что два объекта, по одному из каждого типа, могли бы быть единственными конституентами атомариого факта. Поскольку эти два типа в любом случае симметричны, нет никакого смысла в том, чтобы называть один из них типом индивидов, а другой – типом качеств; эти два слова лишены всякого значения.

Против этого, однако, могут быть выдвинуты различные возражения, которые мы здесь кратко рассмотрим. Во-первых, могут сказать, что два элемента такого атомарного факта должны быть связаны характеристической связью и (или) характеристическим отношением, которое является асимметричным и разделяет свои члены на индивиды и качества. Возражая на это, я сказал бы, что характеристическое отношение является всего-навсего вербальной фикцией. 'q характеризует a' подразумевает не более и не менее, чем 'a есть q'; это просто удлинённая вербальная форма. И поскольку характеристическое отношение по общему признанию не является конституентой 'a есть q', оно вообще не может быть чем-то. Что касается связи, то я не могу понять, какого сорта вещью она могла бы быть, и предпочитаю точку зрения Витгенштейна, что в атомарном факте объекты связаны без помощи какого-либо посредника. Это означает не то, что факт является простой совокупностью своих конституент, но то, что он состоит в их единстве без какой-либо опосредующей связи. Есть ещё одно возражение, предполагаемое подходом м-ра Рассела в новой редакции *Principia*. Здесь он говорит, что все атомарные пропозиции имеют формы $R_1(x)$, $R_2(x,y)$, $R_3(x,y,z)$ и т.п., и поэтому он может *определить* индивиды как элементы, которые могут встречаться в пропозиции с любым числом элементов, тогда как *n*-членное отношение может, конечно же, встречаться только в пропозиции с $n+1$ элементом. Но это предполагает его теорию, касающуюся конструкции атомарных фактов, теорию, что каждый факт должен содержать элемент определённого вида, который называется универсалией. А эту теорию мы нашли совершенно безосновательной. Истина состоит в том, что мы ничего не знаем и не можем знать относительно форм атомарных пропозиций. Мы не знаем, некоторые или все объекты могут входить в более чем одну форму атомарной пропозиции, и, очевидно, нет способа решить какой-то подобный вопрос. Мы даже не можем сказать, что не существует атомарных фактов, состоящих из двух элементов одного и того же типа. Можно посчитать, что это приводит нас к противоречию порочного круга, но незначительное размышление покажет, что это не так, ибо противоречия, имеющие дело с полаганием функции в качестве собственного аргумента, возникают только тогда, когда мы в качестве аргумента берём функцию, содержащую отрицание, которая поэтому является неполным символом, а не именем объекта.

В заключение опишем с этой новой точки зрения способ действия математического логика. Он берёт любой тип объектов как предмет своего размышления и называет их индивидами, подразумевая под этим только то, что он выбрал этот тип в качестве субъекта рассуждения, хотя в равной мере он мог бы выбрать любой другой тип и назвать его индивидами. Результат замены имён этих индивидов в пропозиции на переменные он затем называет функциями, безотносительно к тому, является ли константная часть функции именем или неполным символом, поскольку это никак не влияет на класс, определяемый этой функцией. Несоблюдение этого различия приводит к функциональным символам; одни из них являются именами, другие – неполными символами, но все они трактуются как имена неполных объектов или свойств, а это ответственно за величайшую путаницу в теории универсалий. Из всех философов лишь Витгенштейн проигнорировал эту путаницу и объявил, что относительно форм атомарных пропозиций мы ничего не можем знать вообще.

А. ЗАМЕЧАНИЕ НА ПРЕДЫДУЩУЮ СТАТЬЮ (1926)

...Когда я писал свою статью, я полагал, что посредством актуального анализа невозможно обнаружить атомарные пропозиции. Теперь я в нем очень сомневаюсь и, следовательно, не могу быть уверен в том, что ни одна атомарная пропозиция не может быть обнаружена как та или иная последовательность из совокупности форм, которые могут быть выражены посредством $R_1(x)$, $R_2(x,y)$, $R_3(x,y,z)$ и т.п., где, как предполагал м-р Рассел, мы можем определить индивиды как элементы, которые могут входить в пропозиции любой из этих форм, а универсалии – как элементы, которые могут входить только в одну форму. Я допускаю, что такой случай мог бы быть, но поскольку никто тем не менее не может быть уверен, какая разновидность атомарных пропозиций существует, это нельзя утверждать в положительном смысле. В пользу этого нет строгой презумпции, и поэтому я считаю, что аргументация в моей статье устанавливает лишь то, что ничего подобного не может быть известно *a priori*.

А это имеет определенное значение, ибо философы, такие как м-р Рассел, думали, что, хотя они и не знают, на какие конечные элементы распадаются пропозиции, эти элементы должны тем не менее распадаться на универсалии и отдельные вещи, на категории, которые используются в философских исследованиях так, как если бы их применимость была *a priori* достоверна. Видимо, определено, что это производно прежде всего от предположения, что между конечными объектами должно быть различие, аналогичное различию, которое ощущается между такими элементами, как Сократ и мудрый. И для того чтобы видеть, разумно ли утверждать это различие, мы должны обнаружить, что же за различие, аналогичное проведенному в системе м-ра Рассела между отдельными вещами и универсалиями, имеет место между Сократом и мудрым.

Если мы рассмотрим логическую систему м-ра Рассела в развитии, как оно представлено во введении ко второй редакции *Principia Mathematica*, можно видеть, что в его трактовке отдельных вещей и универсалий есть различие. Мы найдём, что универсалии всегда встречаются как пропозициональные функции, которые служат для того, чтобы определить область пропозиций, особенно область значений функции ϕx и область значения функций от функции $f(\phi x)$, где f является переменной. Индивиды также служат для определения области пропозиций, но в этом случае есть только одна основная область, область функций от индивидов ϕa, где ϕ – переменная. Как указывает м-р Рассел, мы можем образовать более узкую область, используя переменное качество, но нет нужды так поступать. Это и есть единственное различие между способом функционирования индивидов и универсалий в его системе, а поскольку мы находим, что точно такое же различие есть между Сократом и мудрым, вероятно, что здесь мы и подошли к существу дела. Мудрый, как и *фх* в системе м-ра Рассела, определяет как более узкую область пропозиций 'x мудрый', так и более широкую область 'fмудрый', где последняя область включает все пропозиции, в которых встречается мудрый. Сократ, с другой стороны, используется только для того, чтобы определить более широкую область пропозиций, в которые он входит любым способом; у нас нет более точного способа выделения какой-то более узкой области. Мы не можем этого сделать, ограничив её до пропозиций, в которых Сократ встречается как субъект, потому что в любой пропозиции, в которую он входит, он может рассматриваться как субъект. Мы всегда можем рассмотреть пропозицию, говоря 'Для Сократа истинно, что – '. Суть в том, что в случае Сократа более узкая область исчезает…

Тем не менее такое различие между Сократом и мудрым является иллюзорным, поскольку можно показать теоретическую возможность образования сходной более узкой области для Сократа, хотя у нас никогда и не возникает в этом потребности. Однако как только обнаруживается этот факт, различие между Сократом и мудрым исчезает и мы начинаем, как д-р Уайтхед, называть Сократа прилагательным. Если вы считаете, что все или почти все пропозиции о материальных объектах являются функциями истинности пропозиций относительно их местоположения в событиях, тогда, на мой взгляд, вы будете рассматривать материальные объекты как прилагательные событий. Ибо в этом и состоит действительное значение различия между прилагательными и существительными. Я говорю, не то, что это различие вырастает из явного размышления над различением в отношении области пропозиций, но что это смутно ощущаемое различение является источником различия прилагательных и существительных. Моя точка зрения вполне подтверждается случаем с д-ром Уайтхедом, который рассмотренным способом сделал материальные объекты аналогичными мудрому, а затем объявил их все прилагательными.

IV

ФАКТЫ И ПРОПОЗИЦИИ (1927)

Проблема, с которой я предполагаю иметь дело, – это логический анализ того, что может быть названо одним из следующих терминов: суждение, убеждение или утверждение. Предположим, в данный момент я сужу, что Цезарь был убит, тогда в этом факте естественно различить, с одной стороны, или моё сознание, или наличествующее у меня ментальное состояние, или слова или образы в моём созиании, которые мы будем называть ментальным фактором или факторами, и, с другой стороны, или Цезаря, или убийство Цезаря, или Цезаря и убийство, или пропозицию, что Цезарь был убит, или факт, что Цезарь был убит, которые мы будем называть объективным фактором или факторами; и предположим, что факт моего суждения, что Цезарь был убит, состоит в наличии некоторого отношения или отношений между этими ментальными и объективными факторами. Вопросы, которые встают, касаются природы двух множеств факторов и отношений между ними; фундаментальное различие между этими элементами вряд ли вызывает сомнение.

Начнём с объективного фактора или факторов. Простейший взгляд состоит в том, что существует только один такой фактор, пропозиция, которая может быть либо истинной, либо ложной; при этом истинность и ложность – неразложимые признаки. Одно время этой точки зрения придерживался м-р Рассел, и в своём исследовании «О природе истины и лжи» он объясняет причины, которые вынудили его от неё отказаться. Вкратце эти причины состояли в неправдоподобии существования таких объектов, как ‘что Цезарь умер в своей постели’, который может быть описан как объективная ложь, и загадочная, согласно этой теории, природа различия между истиной и ложью. Поэтому он делает вывод, по моему мнению правильный, что суждение имеет не единственный объект, но является многоместным отношением сознания или ментальных факторов ко многим объектам, а именно к тем, которые мы обычно называем конституентами выраженной в суждении пропозиции.

Есть, однако, альтернативный способ считать, что суждение имеет единственный объект, который хорошо было бы рассмотреть до того, как мы продолжим. В упомянутом выше исследовании м-р Рассел утверждает, что восприятие, которое, в отличие от суждения он считает не допускающим ошибок, имеет единственный объект, например комплексный объект ‘нож-слева-от-книги’. Этот комплексиый объект, я думаю, может быть отождествлён с тем, что многие (а теперь и м-р Рассел) назвали бы *фактом*, что нож находится слева от книги; например, мы можем сказать, что воспринимали этот факт. И так же, как мы можем, когда берём какую-либо истинную пропозицию, типа той, что Цезарь не умер в своей постели, образовать соответствующую фразу, начинающуюся с 'факт, что' и говорить о факте, что он не умер в своей постели, так и м-р Рассел предполагал, что любой истинной пропозиции соответствует комплексный объект.

Кроме того, м-р Рассел считал, что объект аосприятия является фактом, но что в случае суждения возможность ошибки делает такой взгляд несостоятельным, поскольку объект суждения, что Цезарь умер в своей постели, не может быть фактом, что он умер в своей постели, поскольку такого факта ие было. Очевидно, однако, что это затруднение, связанное с ошибкой, может быть устранено постулированием в случае суждения двух различных отношений между ментальными факторами и фактом; одно имеет место в истинном суждении, другое – в ложном. Таким образом, суждение, что Цезарь был убит, и суждение, что Цезарь не был убит, имели бы один и тот же объект, факт, что Цезарь был убит, но различались бы относительно отношений между ментальным фактором и этим объектом. Поэтому в *Анализе сознания*[1] м-р Рассел говорит об убеждениях как об указании либо на факт, либо прочь от факта. Мне кажется, однако, что любой такой взгляд либо на суждения, либо на восприятия был бы неадекватным из-за причин, которые, если они обоснованны, имеют большее значение. Возьмём для простоты случай восприятия и, предполагая ради дискуссии, что оно не допускает ошибок, рассмотрим, может ли 'Он воспринимает, что нож находится слева от книги' действительно утверждать двухместное отношение между человеком и фактом. Предположим, что я, т.е. тот, кто делает утверждение, сам не могу видеть нож и книгу, не могу видеть то, что нож на самом деле находится справа от книги, но ошибочно предполагаю, что нож находится слева и что другой воспринимает его слева, и поэтому я ложно утверждаю 'Он воспринимает, что нож находится слева от книги'. Тогда моё высказывание, несмотря на ложность, осмысленно и имеет то же самое значение, которое оно имело бы, если бы было истинным; это значение не может, следовательно, состоять в том, что существует двухместное отношение между человеком и чем-то таким (фактом), именем чего является 'что нож находится слева от книги', поскольку такой вещи нет. Ситуация точно такая же, как и в случае

[1] С. 272. Следует заметить, что в *Анализе сознания* убеждение – это то, что мы называем ментальным фактором, а не весь комплекс ментальных факторов, отношений и объективных факторов.

дескрипций; ‘Король Франции – мудр’ не бессмысленно и, стало быть, как показал м-р Рассел, ‘король Франции’ является не именем, но неполным символом, и то же самое должно быть истинным относительно ‘король Италии’. Поэтому и ‘что нож находится слева от книги’, безразлично ложное или истинное, не может быть именем факта.

Но, спрашивается, почему бы не быть описанию факта? Если я говорю: ‘Он воспринимает, что нож находится слева от книги’, я подразумеваю, что он воспринимает факт, который не наименован, но описан определённым способом, и затруднение исчезает, когда моё утверждение анализируется в соответствии с расселовской теорией дескрипций. Сходным образом говорят, что ‘смерть Цезаря’ – это описание события и ‘факт, что Цезарь умер’ есть только иное выражение для ‘смерть Цезаря’.

Такое возражение возможно, но, на мой взгляд, не обоснованно. Истина в том, что фраза типа ‘смерть Цезаря’ может использоваться двумя различными способами. Обычно мы используем её как описание события и можем сказать, что ‘смерть Цезаря’ и ‘убийство Цезаря’ – это два разных описания одного и того же события. Но также мы можем использовать ‘смерть Цезаря’ в контексте типа ‘Он знает о смерти Цезаря’ в значении ‘Он знает, что Цезарь умер’. Здесь (и этот случай встречается при обсуждении процесса познания) мы можем рассматривать ‘смерть Цезаря’ как описание события. Если это так, то вся пропозиция была бы ‘Существует событие *E* определённого сорта, такое что он знает о *E*’, и она всё ещё оставалась бы истинной, если бы мы подставили другое описание того же самого события, например ‘убийство Цезаря’. То есть если его знакомство имеет в качестве своего объекта событие, описываемое посредством ‘смерть Цезаря’, тогда, если он знает о смерти Цезаря, он должен также знать и об убийстве Цезаря, ибо они идентичны. Но фактически он вполне может знать, что Цезарь умер, не зная о том, что он был убит, поэтому его знание должно в качестве своего объекта иметь не просто событие, но событие и к тому же его характерную особенность.

Связь между событием, которым была смерть Цезаря, и фактом, что Цезарь умер, по моему мнению, следующая: ‘что Цезарь умер’ на самом деле является экзистенциальной пропозицией, утверждающей существование события определённого сорта, которая в этом отношении сходна с пропозицией ‘Италия имеет короля’, выражающей существование человека определённого сорта. Событие такого сорта называется смертью Цезаря и должно смешиваться с фактом, что Цезарь умер, не в большей степени, чем король Италии с фактом, что Италия имеет короля.

Таким образом, мы видели, что фраза, начинающаяся с ‘факт, что’, не является именем, а также не является описанием; поэтому она не является ни именем, ни описанием какой-либо подлинной конституенты пропозиции, а потому пропозиция относительно 'факт, что *aRb*' должна разлагаться на (1) пропозицию *aRb*, (2) некоторую дальнейшую пропозицию об *a*, *R*, *b* и других вещах; и анализ познания с точки зрения отношения к фактам не может быть принят за окончательный. Таким образом, мы приходим к заключению м-ра Рассела, что суждение[2] имеет не один объект, а много объектов, с которыми ментальные факторы находятся в многоместном отношении; но он просто останавливается на этом, что нельзя признать удовлетворительным. Нет причины предполагать, что многоместное отношение является простым; оно может, например, быть следствием комбинации двухместных отношений между частями ментального фактора и отдельными объектами; и желательно, чтобы мы попытались обнаружить нечто большее в этом отношении и в том, как оно изменяется, когда изменяется форма пропозиции, выраженной в убеждении. Сходным образом теория дескрипций, довольствующаяся тем наблюдением, что 'Король Франции мудр', могла бы рассматриваться как утверждение возможно комплексного многоместного отношения между королевским саном, Францией и мудростью, значительно уступала бы теории м-ра Рассела, который точно объясняет, чем является это отношение.

Но перед тем как продолжить анализ суждений, необходимо кое-что сказать об истине и лжи, для того чтобы показать, что нет особой проблемы истины, но есть просто лингвистическая путаница. Истина и ложь первично приписываются пропозициям. Пропозиция, которой они приписываются, может быть либо дана эксплицитно, либо описана. Предположим прежде, что она даиа эксплицитно; тогда, очевидно, 'Истинно, что Цезарь был убит' означает не более чем, что Цезарь был убит, а 'Ложно, что Цезарь был убит' означает не более чем, что Цезарь не был убит. Они суть фразы, которые мы иногда используем для выразительности или, по соображениям стилистики, или с тем, чтобы указать позицию, занимаемую высказыванием в нашем доказательстве. Поэтому мы также можем сказать 'Факт в том, что он был убит' или 'То, что он был убит, противоречит факту'.

Во втором случае, в котором пропозиция описывается, а не дана эксплицитно, перед нами, вероятно, возникает больше проблем, ибо мы получаем высказывания, из которых нельзя в обычном языке удалить слова 'истинно' и 'ложно'. Так, если я говорю 'Он всегда прав', я подразумеваю, что утверждаемые им пропозиции всегда истинны, и, по-видимому, нет никакого способа выразить это без использования слова 'истинный'. Но предположим, что мы выражаем её следующим образом: 'Для всякого

[2] И, на наш взгляд, любая другая форма знания или мнения, *что* нечто имеет место.

p, если он утверждает *p*, то *p* – истинно', тогда мы видим: то, что пропозициональная функция *p* является истинной, есть то же самое, что и *p*. Так, например, её значение 'Истинно, что Цезарь был убит' совпадает с 'Цезарь был убит'. В русском языке мы должны добавить 'является истинной', забывая, что '*p*' уже содержит (переменный) глагол. Вероятно, это можно прояснить, предполагая на время, что подразумеваются пропозиции только одной формы, скажем реляционной формы *aRb*; тогда 'Он всегда прав' можно было бы выразить посредством 'Для всех *a*, *R*, *b*, если он утверждает *aRb*, то *aRb*', где 'является истинной', очевидно, было бы излишним добавлением. Когда в рассмотрение включаются все формы пропозиций, анализ более сложен, но не отличается по существу; и ясно, что проблема касается не природы истины и лжи, но природы суждения или утверждения, поскольку затруднение с анализом указанной выше формулировки относится к 'Он утверждает *aRb*'.

Вероятно, столь же непосредственно очевидно, что если мы анализируем суждение, то решаем проблему истины, ибо если рассматривать ментальный фактор (который часто и называют суждением), его истинность или ложность зависит только от того, что представляет собой выраженная в суждении пропозиция, а то, что мы должны объяснить, – это смысл выражения, что суждение есть суждение о том, что *a* находится в отношении *R* к *b*, т.е. является истинным, если *aRb*, и ложным в противном случае. Мы можем, если угодно, сказать, что оно является истинным, если существует соответствующий факт, факт, что *a* находится в отношении *R* к *b*, но для анализа это не существенно, а является лишь перифразой, ибо 'Факт, что *a* находится в отношении *R* к *b*, существует' не отличается от '*a* находится в отношении *R* к *b*'.

Чтобы продолжить далее, мы должны теперь рассмотреть ментальные факторы, имеющие место в убеждении. Их природа зависит от смысла, в котором мы используем неоднозначный термин убеждение. Например, мы можем сказать, что цыплёнок верит в ядовитость определённого вида гусениц, и этим просто подразумевать, что он воздерживается от поедания таких гусениц, поскольку с ними связан неприятный опыт. В таком убеждении ментальные факторы были бы частью поведения цыплёнка, которая как-то соотносится с объективными факторами, а именно, с разновидностью гусениц и отравлением. Точный анализ этого отношения был бы весьма затруднителен, но можно быть вполне уверенным, что в отношении убеждения такого рода прагматистская точка зрения была бы вполне корректной, т.е. точка зрения, что отношение между поведением цыплёнка и объективными факторами таково, что действия были бы полезными, если и только если гусеницы действительно были ядовитыми. Таким образом, любое множество действий, для полезности которых p является необходимым и достаточным условием, может быть названо верой в p, и поэтому быть истинным, если p, т.е. если эти действия являются полезными[3].

Но, не желая недооценивать данную разновидность убеждения, скажу, что это всё-таки не то, что я хочу здесь обсудить. Я предпочитаю иметь дело с теми убеждениями, которые выражены в словах или, возможно, в образах или других символах, сознательно утверждаемых или отрицаемых, ибо, на мой взгляд, эти убеждения наиболее подходящий предмет для логической критики.

В качестве таких ментальных факторов я рассматриваю слова, высказанные вслух кому-либо или просто воображаемые, связанные вместе и сопровождаемые чувством или чувствами веры или неверия, соотносящимся с ними способом, который я не предполагаю обсуждать[4]. Для простоты я буду предполагать, что рассматриваемый нами мыслитель использует систематически построенный язык с точной логической записью типа той, что представлена в *Principia Mathematica*. Примитивные знаки такого языка могут быть разделены на имена, логические константы и переменные. Начнём с имён. Каждое имя обозначает объект, где значимо двухместное отношение между ними. На самом же деле очевидно, что имя, значение, отношение и объект могут быть комплексными; и факт, что имя обозначает объект, в конечном счёте мог бы быть не формой двухместного отношения, но гораздо более сложным[5]. Тем не менее так же как в изучении шахмат нельзя ничего достигнуть обсуждением атомов, из которых состоит шахматист, так и в изучении логики ничего нельзя достигнуть введением конечности разложения имён и объектов, которые они обозначают. Они образуют элементы убеждений мыслящего, с точки зрения которых могут быть установлены логические отношения одного убеждения к другому, но их внутренняя структура не играет никакой роли.

Посредством одних имён мыслящий может образовать то, что мы называем атомарными предложениями, которые с формальной точки зрения не представляют серьёзной проблемы. Если a, R и b суть то, что является простым относительно его языка, т.е. относятся к тому типу приме-

[3] То, что полезно верить в aRb, означало бы, что полезно делать те вещи, которые полезны, если и только если aRb; а это очевидно эквивалентно aRb.

[4] Везде я выражаюсь так, как если бы различия между верой, неверием и простым рассмотрением коренились в наличии или отсутствии 'чувств', но вместо 'чувство' можно было бы подставить любое другое слово, которое предпочтёт читатель, например 'специфическое качество' или 'акт утверждения' и 'акт отрицания'.

[5] В случае имён это наиболее явно, поскольку, так как обычно они состоят из букв, комплексность их очевидна.

ров, для которых он имеет имена, он будет верить, что *aRb*, если обладает именами для *a*, *R* и *b*, которые при этом связаны в его сознании и сопровождаются чувством веры. Тем не менее последнее утверждение слишком просто, поскольку имена должны быть объединены способом, соответствующим *aRb*, а не *bRa*. Это можно объяснить, говоря, что именем *R* является не слово '*R*', но отношение, которое мы устанавливаем между '*a*' и '*b*', записывая '*aRb*'. Смысл, в котором это отношение объединяет '*a*' и '*b*', определяет тогда, будет ли это верой в то, что *aRb*, или в то, что *bRa*. Есть и другие различные затруднения такого же типа, но я предлагаю перейти к более интересным проблемам, которые возникают тогда, когда мы рассматриваем более сложные убеждения, для своего выражения требующие не только имён, но также логических констант; при этом мы должны объяснить способы обозначения таких слов, как 'не' и 'или'.

Одно возможное объяснение[6] состоит в том, что логические константы, или некоторые из них, например 'не' и 'и', с точки зрения которых могут быть определены все другие, являются именами отношений, так что предложения, в которых они встречаются, подобны атомарным, за исключением того, что утверждаемые ими отношения являются логическими, а не материальными. С этой точки зрения каждая пропозиция в конечном счёте является утвердительной, утверждающей простое отношение между простыми членами или простое качество простого члена. Так, 'Это – не красное' утверждает отношение отрицания между этим и красным, а 'Это – не не-красное' утверждает другое отношение отрицания между этим, красным, и первым отношением отрицания.

Эта точка зрения требует от меня настолько иную установку в отношении логики, что мне трудно найти общую основу для обсуждения. Тем не менее два пункта мне хотелось бы подвергнуть критике. Во-первых, я нахожу неудовлетворительным объяснение формальной логики как совокупности 'необходимых фактов'. Я полагаю, что заключение формального вывода должно содержаться в посылках, а не быть чем-то новым; я не могу поверить, что из одного факта, например, что вещь является красной, можно вывести бесконечное число различных фактов типа того, что вещь является не не-красной или что вещь является красной и не не-красной. Я бы сказал, что это один и тот же факт, просто выраженный разными словами. Однако всех этих различных способов говорить одно и то же вполне можно избежать. Например, мы можем выразить отрицание не введением слова 'не', но записывая то, что мы отрицаем, в перевёрнутом виде. Поскольку мы не приучены к восприятию полной осевой горизонтальной симметрии, такой символизм был бы неудобен, но, если бы мы

[6] Особенно см.: Chadwick J.A. Logical Constants. *Mind*, 1927.

его усвоили, то от ‘не-не’, т.е. от результата двойной записи отрицания предложения ‘*p*’, можно было бы освободиться, просто записывая само предложение ‘*p*’.

Поэтому мне кажется, что ‘не’ не может быть именем (ибо если бы это было так, то ‘не-не-*p*’ должно было бы говорить об объекте *не*, а потому отличалось бы по значению от ‘*p*’), но должно функционировать совершенно иным способом. Отсюда следует, что мы должны вводить отрицания н дизъюнкции способом, радикально отличным от позитивных утверждений, т.е. не так, чтобы они были другими, но с такими же позитивными отношениями, утверждениями. Таким образом, мы должны отказаться от идеи, что каждая пропозиция утверждает отношение между терминами. От этой ндеи ввиду её почтенного возраста отказаться так же трудно, как от идеи, что каждая пропозиция приписывает субъекту предикат.

Предположим, что наш мыслитель рассматривает единственное атомарное предложение и что в перспективе его размышления ведут либо к тому, что он в него верит, либо к тому, что он в него не верит. Можно предположить, что этот процесс изначально состоит в двух различных чувствах, относящихся к атомарному предложению и при таком отношении взаимно исключающих друг к другу. Поэтому различие между утверждением и отрицанием состоит в различии чувства, а не в отсутствии или наличии такого слова, как ‘не’. Однако в целях коммуникации без такого слова почти невозможно обойтись; вера в атомарное предложение сообщается, когда оно высказано вслух, неверие – когда оно высказано вместе со словом ‘не’. По ассоциации это слово становится частью внутреннего языка нашего мыслителя, и вместо чувства неверия относительно ‘*p*’ он иногда чувствует веру относительно ‘не-*p*’.

Если это происходит, мы можем сказать, что неверие в ‘*p*’ и вера в ‘не-*p*’ суть эквивалентные обстоятельства, но определить, что мы подразумеваем под ‘эквивалентные’, на мой взгляд, центральное затруднение темы. Это затруднение есть в любой теории, но для меня оно особенно важно, поскольку я считаю, что смысл ‘не’ заключается не в значимом отношении к объекту, но в эквивалентности между неверием в ‘*p*’ и верой в ‘не-*p*’.

Мне кажется, что эквивалентность между верой в ‘не-*p*’ и неверием в ‘*p*’ должна определяться с точки зрения причинности; для этих двух обстоятельств общимн являются многие нз их причин и многие из их следствий. Во многих случаях, ожидая, что что-то случится, но, не зная, что именно, мы как следствие принимаем один и тот же тип поведения. Можно сказать, что быть эквивалентными – значит иметь определённые общие каузальные свойства, которые при желании я мог бы определить более точно. Ясно, что они вовсе не являются простыми; нет однообразного действия, которое могла бы всегда производить вера в '*p*'. За исключением частных обстоятельств, она могла бы вообще вести к бездействию, так что её каузальные свойства выражали бы только то, что следствие вытекает из неё только тогда, когда выполнены некоторые другие условия. Часто должна приниматься только определённая разновидность причин и следствий; например, нас не интересуют факторы, определяющие ритм слов, и следствия, определяемые ритмом слов.

Итак, чувство уверенности относительно слов 'не-*p*' и чувство неверия относительно слов '*p*' имеют общими определённые каузальные свойства. Я предлагаю выражать этот факт, говоря, что два обстоятельства выражают одну и ту же установку, установку неверия в *p* или веры в не-*p*. С другой стороны, чувство веры в '*p*' имеет иные каузальные свойства и поэтому выражает иную установку, установку веры в *p*. Очевидно, что важность веры и неверия лежит не в их внутренней природе, но в их каузальных свойствах, т.е. в их причинах и, особенно, в их следствиях. Ибо на каком основании я имел бы чувство веры относительно имён '*a*', '*R*' и '*b*', когда *aRb*, и чувство неверия, когда не-*aRb*, за исключением того, что следствия этих чувств выполняются более часто, чем следствия чувств, им противоположных.

Если затем я говорю о ком-то, чьего языка я не знаю, 'Он верит, что не-*aRb*', я подразумеваю, что в его сознании имеет место такая комбинация чувства и слов, которая выражает установку веры в не-*aRb*, т.е. имеет определённые каузальные свойства, которые *в этом простейшем случае*[7] могут быть выделены как принадлежащие комбинации чувства неверия и имён *a*, *R* и *b* с добавлением в их число 'не'. Кроме того, мы можем сказать, что каузальные свойства связаны с *a*, *R* и *b* таким способом, что только то, что может их иметь, должно быть составлено из имён *a*, *R* и *b*. (Последнее представляет собой доктрину, что значение предложения должно выводиться из значений составляющих его слов.)

Когда мы имеем дело только с одной атомарной пропозицией, мы обычно игнорируем теорию вероятностей, обращаясь непосредственно к установкам частичной уверенности, и рассматриваем только крайние случаи полной веры и полного неверия. Но когда наш мыслитель рассматривает несколько атомарных пропозиций одновременно, вопрос более сложен, ибо мы должны иметь дело не только с полностью определёнными установками типа веры в *p* или неверия в *q*, но также с относительно нео-

[7] В более сложных случаях, рассматриваемых ниже, подобное выделение кажется мне невозможным, за исключением ссылки на частный язык. Существуют способы, в которых это может быть сделано явно, но, я думаю, все они являются иллюзорными.

пределёнными установками типа веры в то, что либо p, либо q является истинным, не зная, которое из двух. Однако любая такая установка может быть определена с точки зрения истинностных возможностей атомарных пропозиций, с которыми она согласуется и не согласуется. Поэтому если у нас есть n атомарных пропозиций, в отношении их истинности и ложности имеется 2^n взаимно исключающих возможностей, и возможная установка задана выбором какого-либо их множества и утверждением, что она есть это фактически реализованнсе множество, а не то множество, что осталось. Поэтому верить в p или q – значит выражать согласие со следующими возможностями: p – истинно и q – истинно, p – ложно и q – истинно, p – истинно и q – ложно и выражать несогласие с оставшейся возможностью: p – ложно и q – ложно. Сказать, что чувство веры относительно предложения выражает такую установку – значит сказать, что уверенность имеет определённые каузальные свойства, изменяющиеся вместе с установкой, т.е. с её изменением некоторые возможности выводятся из строя, а некоторые, так сказать, всё ещё остаются с нами. Строго говоря, мыслитель будет действовать, пренебрегая отвергнутыми возможностями, но я не знаю, как объяснить это точно.

В любом обычном языке такая установка может быть выражена посредством чувства веры относительно сложного предложения, образованного из атомарных предложений с помощью логических конъюнкций; эта установка зависит не от чувства, но от формы предложения. Поэтому кратко мы можем сказать, что предложение выражает установку и что значение предложения согласуется или не согласуется с такими-то и такими-то истинностными возможностями, подразумевая под этим, что кто-то утверждает или верит, что предложение таким-то образом согласуется или же нет.

В большинстве логических способов записи значение предложения предопределено знаками логических операций типа ‘не’ и ‘и’, которые в нём встречаются. Они значимы следующим образом: ‘не-p’, вне зависимости от того, является ‘p’ атомарным или же нет, выражает согласование с возможностями, с которыми ‘p’ выражает несогласование, и наоборот, ‘p и q’ выражает согласование с теми возможностями, с которыми согласование выражает как ‘p’, так и ‘q’, и несогласование со всеми другими возможностями. Посредством этих правил значение любого предложения, сконструированного из атомарных предложений с помощью ‘не’ и ‘и’, определено полностью; в соответствии с этим значение ‘не’ является правилом, определяющим установку, выраженную посредством ‘не-p’, с точки зрения того, что выражено посредством ‘p’.

Конечно, это можно использовать как *определение* 'не' только в символизме, основанном непосредственно на истинностных возможностях. Так, в нотации, объяснённой на с. 95 *Логико-философского трактата* м-ра Витгенштейна, мы можем определить 'не-*p*' как символ, получаемый взаимной заменой *T* и пробелов в последнем столбике '*p*'. Однако обычно мы всегда используем иную разновидность символизма, в которой 'не' является примитивным знаком, который нельзя определить без круга, но даже в этом символизме мы можем спросить, как должно анализироваться '"nicht" обозначает не', а это как раз тот вопрос, на который пытаются ответить изложенные выше замечания. В нашем обычном символизме истинностные возможности наиболее удобно выражать как конъюнкции атомарных пропозиций и их отрицаний, а любая пропозиция будет выразима как дизъюнкция тех истинностных возможностей, с которыми она согласуется.

Если мы применяем логические операции к атомарным предложениям смешанным образом, то иногда мы получаем сложные предложения, не выражающие установку уверенности. Так, '*p* или не-*p*' не исключает никакие возможности и поэтому вообще не выражает установку уверенности. Оно должно рассматриваться не как значимое предложение, но как разновидность вырожденного случая[8] и называется м-ром Витгенштейном тавтологией. Его можно добавить к любому другому предложению без изменения значения последнего, ибо '*q* : *p* или не-*p*' согласуется с теми же самыми возможностями, что и '*q*'. Пропозиции формальной логики и чистой математики в этом смысле являются тавтологиями; это и подразумевают, называя их 'необходимыми истинами'.

Сходным образом '*p* и не-*p*' исключает каждую возможность и не выражает возможной установки; оно называется *противоречием*.

С точки зрения этих идей мы можем объяснить то, что подразумевается под логическим, математическим или формальным выводом или импликацией. Вывод '*q*' из '*p*' формально обоснован, когда 'Если *p*, то *q*' является тавтологией или когда истинностные возможности, с которыми согласуется '*p*', содержатся среди тех истинностных возможностей, с которыми согласуется '*q*'. Когда это происходит, '*p*' всегда можно выразить в форме '*q* и *r*', так что заключение '*q*' уже, так сказать, содержится в посылке.

Перед тем как перейти к вопросу об общих пропозициях, я должен кое-что сказать об очевидном затруднении. Выше мы предполагали, что значение имён в языке нашего мыслителя в действительности может быть

[8] В математическом смысле, в котором две линии или две точки образуют вырожденный конус.

комплексным. Поэтому то, что для него было атомарным предложением, после перевода на улучшенный язык может оказаться совсем иным. Если это так, то может случиться, что некоторые комбинации истинности и ложности его атомарных предложений на самом деле были самопротиворечивыми. Это действительно предполагалось в случае с 'синий' и 'красный'. Лейбниц и Витгенштейн рассматривали 'Это является и синим, и красным' как самопротиворечие, как противоречие, скрытое недостаточным анализом. Что бы ни мыслилось в этой гипотезе, мне кажется, что формальная логика не связана с ней, но предполагает, что все истинностные возможности атомарных предложений действительно возможны, или, по крайней мере, трактует их как таковые. Никто не может сказать, что вывод от 'Это красное' к 'Это не синее' обоснован формально, наподобие силлогизма. Если вернуться к аналогии с шахматами, эту предпосылку, вероятно, можно сравнить с предпосылкой, что шахматисту не слишком сильно внушено, что некоторые позиции на доске представляются механически невозможными, а потому нам нужно рассматривать только те ограничения, которые навязаны правилами игры, и можно пренебречь любыми другими, которые могут по понятным причинам вырастать из физической конституции человека.

До сих пор мы ограничивались атомарными пропозициями и пропозициями, производными от атомарных с помощью любого конечного числа операций истинности, и если наше рассмотрение не должно быть безнадёжно неполным, мы должны теперь кое-что сказать об общих пропозициях, пропозициях, которые выражаются в русском языке посредством слов 'все' и 'некоторые', или, в нотации *Principia Mathematica*, мнимыми переменными. Относительно их я принимаю точку зрения м-ра Витгенштейна[9], что 'Для всех x, fx' должно рассматриваться как эквивалент логического произведения всех значений 'fx', т.е. комбинации fx_1 и fx_2 и fx_3 и ... и что 'Существует x такой, что fx' подобным же образом есть их логическая сумма. В связи с такими символами мы можем различить, во-первых, элемент общности, входящий особым способом в аргументы истинности, которые не перечисляются, как ранее, но определяются как все значения некоторой пропозициональной функции, и, во-вторых, функционально-истинностный элемент, который является логическим произведением в первом случае и логической суммой во втором.

Новым в общих пропозициях является только установление аргументов истинности посредством пропозициональной функции, а не посредством перечисления. Таким образом, общие пропозиции, так же как и молекулярные, выражают согласование и несогласование с истинностны-

[9] А также, видимо, м-ра Джонсона. Смотри его *Logic*, ч. II, с. 59.

ми возможностями атомарных пропозиций, но они делают это иным и более сложным способом. Чувство уверенности в 'Для всех x, fx' имеет определённые каузальные свойства, которые мы вызываем, выражая согласование только с той возможностью, что все значения fx являются истинными. Как и ранее, символу, чтобы содержать имена всех рассматриваемых объектов, скомбинированных в соответствующие атомарные предложения, не обязательно иметь эти каузальные свойства, но по специфическому закону психологии достаточно, чтобы он был сконструировын указанным выше способом посредством пропозициональной функции.

Как и ранее, это должно рассматриваться не как попытка определения 'все' и 'некоторые', но только как вклад в анализ фразы 'Я убеждён, что *все* (или *некоторые*)'.

Такой взгляд на общие пропозиции имеет большое преимущество, поскольку даёт нам право распространить на них подход м-ра Витгенштейна к логическому выводу и его точку зрения, что формальная логика состоит из тавтологий. Это к тому же единственная точка зрения, которая объясняет, каким образом 'fa' может быть выведено из 'Для всех x, fx', а 'Существует x, такой что fx' из 'fa'. Альтернативная теория, утверждающая, что 'Существует x, такой что fx' следует рассматривать как атомарную пропозицию формы '$F(f)$' (f приложимо), оставляет это совершенно непрояснённым; она не даёт понятной связи между тем, что a является красным, и тем, что красное приложимо, но, оставляя всякую надежду на объяснение этого отношения, просто довольствуется тем, что обозначает его как 'необходимое'.

Тем не менее я предвижу, что возражение может быть выдвинуто в следующих направлениях: во-первых, будет сказано, что a не может входить в значение 'Для всех x, fx', поскольку я могу утверждать последнее, даже никогда не слышав об a. На это я отвечаю, что существенная часть преимуществ символизма общности состоит в том, что он позволяет нам делать утверждения о вещах, о которых мы никогда не слышали и для которых не имеем имён. К тому же то, что a входит в значение 'Для всех x, fx', можно усмотреть из того факта, что если я говорю 'Для всех x, fx', а кто-то отвечает 'не-fa', то, даже если я ранее не слышал об a, он несомненно мне противоречит.

Второе возражение, которое можно выдвинуть, является более серьёзным; скажут, что такая точка зрения на общие предложения приводит к тому, что существование вещей в мире не случайный факт, как это есть на самом деле, но нечто предполагаемое логикой или в лучшем случае пропозициями логики. Поэтому будут настаивать, что даже если я могу составить перечень 'a', 'b', … 'z' всех вещей в мире, 'Для всех x, fx' всё же будет эквивалентно не '*fa* . *fb* ... *fz*', но скорее '*fa* . *fb* ... *fz* и *a*, *b* ... *z* суть все вещи'. На это м-р Витгенштейн ответил бы, что '*a*, *b* ... *z* суть все вещи' является бессмысленным и вообще не может быть записано в его усовершенствованном символизме для тождества. Надлежащее обсуждение этого ответа затрагивало бы всю его философию и, следовательно, выходило бы за рамки рассматриваемого здесь вопроса; всё, что я предлагаю сделать, это реплика *tu quoque!* Возражение, очевидно, не имело бы силы, если '*a*, *b* ... *z* суть все вещи' было бы тавтологией (а я полагаю, что при подходящих определениях это может быть сделано), ибо тогда значение оставалось бы без изменений. Поэтому оппоненты утверждали бы, что это не тавтология или, согласно их терминологии, не необходимая пропозиция; и этого они, по-видимому, придерживались бы при рассмотрении любой пропозиции такого сорта, т.е. они будут говорить, что утверждение о множестве вещей, что они суть или не суть все вещи, не может быть необходимо истинным или необходимо ложным. Но они, я полагаю, будут признавать, что нумерическое тождество и различие являются необходимыми отношениями, что 'Существует *x*, такой что *fx*' необходимо следует из '*fa*', и что всё, что с необходимостью следует из необходимой истины, само является необходимым. Если это так, их позиция не может быть поддержана. Ибо предположим, что фактически *a*, *b*, *c* не являются всеми вещами в мире, но что существует другая вещь *d*. Тогда то, что *d* не тождественно с *a*, *b*, или *c*, есть необходимый факт; поэтому необходимо, что существует некий *x*, такой, что *x* не тождествен с *a*, *b* или *c* или что *a*, *b*, *c* не единственные вещи в мире. Таким образом, это, даже с точки зрения оппонентов, является необходимой, а не случайной истиной.

В заключение я должен подчеркнуть свою признательность м-ру Витгенштейну, от идей которого производны мои взгляды на логику. Всё, что я сказал, обусловлено им, за исключением той части, которая имеет прагматистскую тенденцию[10], которая, как мне кажется, нужна для того, чтобы заполнить пробел в его системе. Но как бы ни рассматривались эти мои добавления и как бы ни заполнялся этот пробел, его концепция формальной логики кажется мне несомненно огромным продвижением относительно концепции любого предшествующего мыслителя.

Мой прагматизм производен от м-ра Рассела и, конечно, весьма смутен и неразвит. Сущность прагматизма я вижу в том, что значение предложения должно определяться референцией к действиям, к которым пришёл бы тот, кто его утверждает, или, выражаясь менее ясно, его возможными причиниами и следствиями. В этом, я уверен, несмотря на отсутствие большей определённости.

[10] И предположение, что понятие атомарной пропозиции может быть релятивизировано относительно языка.

АРХИВНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

I

ИСТИНА И ВЕРОЯТНОСТЬ (1926)

> Говорить о том, что есть, что этого нет, или о том, чего нет, что оно есть, значит говорить ложь, а говорить о том, что есть, что оно есть, и о том, чего нет, что его нет, значит говорить истину.
>
> *Аристотель*

> Когда несколько гипотез, в которые мы верим, но о которых более ничего не знаем, представлены в нашем сознании как взаимоисключающие и исчерпывающие, мы поровну распределяем среди них нашу уверенность... Обычно это принимается как описание способа, которым в простейших случаях мы *действительно* распределяем нашу уверенность. Все последующие теории вытекают из этого способа в качестве следствия, согласно которому мы должны распределять её в сложных случаях, *если будем последовательными*.
>
> *У. Ф. Донкин*

> Объект рассуждения заключается в том, чтобы из рассмотрения того, что мы знаем, выявить то, чего мы ещё не знаем. Следовательно, рассуждение оправданно, если оно таково, что даёт истинное заключение из истинных посылок, а не наоборот.
>
> *Ч. С. Пирс*

> Об истине никогда нельзя говорить как о предмете понимания, но только как о предмете веры.
>
> *У. Блейк*

ПРЕДИСЛОВИЕ

В этом исследовании теория вероятности рассматривается как раздел логики: логики частичной уверенности [partial belief] и недемонстративного доказательства. Но здесь нет намерения доказать, что это является единственным или даже наиболее важным аспектом темы. Вероятность имеет фундаментальную важность не только в логике, но также в статистике и физике, и нельзя быть заранее уверенным, что её наиболее пригодная интерпретация в логике будет подходить также и для физики. Действительно, расхождение во мнениях между статистиками, которые в большинстве своём адаптируют частотную теорию вероятности, и логиками, которые по большей части её отрицают, представляет дело так, что две школы на самом деле обсуждают различные вещи и что слово 'вероятность' используется логиками в одном смысле, а статистиками – в другом. Выводы, к которым мы приходим относительно значения вероятности в логике, не должны, следовательно, рассматриваться как предрешающие её значение в физике.

СОДЕРЖАНИЕ

(1) Частотная теория.
(2) Теория м-ра Кейнса.
(3) Степени уверенности.
(4) Логика согласованности.
(5) Логика истины.

(1) ЧАСТОТНАЯ ТЕОРИЯ

Надеясь избежать отдельных, чисто вербальных недоразумений, я предлагаю начать с некоторых допущений в пользу частотной теории. Во-первых, эта теория должна находить твёрдую основу в обыденном языке, который, в частности, часто использует 'вероятность' как синоним пропорции. Например, если мы говорим, что вероятность выздоровления при оспе равна трём четвёртым, я думаю, мы просто подразумеваем, что это – пропорция исцеления случаев оспы. Во-вторых, если мы начинаем с того, что называется исчислением вероятностей, рассматривая это исчисление прежде всего как раздел чистой математики, а затем подыскиваем некоторую интерпретацию формул, которая покажет, что наши аксиомы согласованны, а наш предмет не всецело бесполезен, то наиболее простая и наименее спорная интерпретация – это интерпретация с точки зрения частот. Это верно не только для обычной математической теории вероятности, но также и для символического исчисления, развитого м-ром Кейнском. Действительно, если соотношение $\frac{a}{h}$ его теории интерпретировать так, чтобы a и h рассматривались не как пропозиции, но как пропозициональные функции или понятия о классах, определяющие конечные классы, а подразумевало бы пропорцию элементов из h, которые являются также элементами из a, то все положения Кейнса становятся арифметическими трюизмами.

Помимо этих двух неизбежных допущений, есть ещё и третье, наиболее важное, которое я предлагаю временно принять, хотя оно и не выражает моего действительного мнения. Суть его в следующем. Предположим, мы начинаем с математического исчисления и спрашиваем не как ранее, какая интерпретация наиболее удобна для чистой математики, но какая интерпретация даёт результаты наибольшей ценности для науки вообще. Тогда, быть может, ответ вновь будет относиться к интерпретации с точки зрения частот, а именно вероятность в том смысле, как она используется в статистических теориях, особенно в статистической механике (т.е. вероятность, чей логарифм есть энтропия), на самом деле есть соотношение между количествами двух классов, или пределом такого соотношения. Сам я не считаю, что это так, но, в данном случае я склонен согласиться с частотной теорией в том, что вероятность, как она используется в современной науке, действительно совпадает с частотностью.

Но даже если всё это принять, остаётся случай, который, если следовать авторитету как обыденного языка, так и многих великих мыслителей, подходит для обсуждения под названием вероятности, что выявляет совсем иную тему: логику частичной уверенности. Может случиться, как утверждают некоторые приверженцы частотной теории, что логика частичной уверенности в конечном счёте окажется просто изучением частот либо в результате того, что частичная уверенность определима как некоторая разновидность частот или ссылается на таковую, либо потому, что она может быть предметом логического рассмотрения только тогда, когда основывается на частотах, данных в опыте. Однако вопрос об уместности этих утверждений может быть решён только в результате исследования частичной уверенности. Поэтому сейчас я предлагаю проигнорировать частотную теорию и начать исследование логики частичной уверенности. Я думаю, что наиболее удобно вместо непосредственного развития своей собственной теории начать с обсуждения взглядов м-ра Кейнса, которые столь хорошо известны и, в сущности, так широко приняты, что читатели, вероятно, чувствуют, что нет основания для переоткрытия предмета *de novo*, пока они не будут опровергнуты.

(2) ТЕОРИЯ М-РА КЕЙНСА

М-р Кейнс[1] начинает с предположения, что мы осуществляем вероятностиые выводы, для которых утверждаем объективную общезначимость. Мы переходим от полной уверенности в одной пропозиции к частичной уверенности в другой и утверждаем, что эта процедура объективно правильна. Поэтому если другой человек в сходных обстоятельствах учитывал бы иную степень уверенности, то, поступая так, он бы ошибался. М-р Кейнс объясняет это, предполагая, что между любыми двумя пропозициями, взятыми как посылка и заключение, имеет место одно и только одно отношение определённого сорта, называемое отношением вероятности. И если в любом заданном случае это отношение есть отношение степени α, то от полной уверенности в посылке нам следует, если мы действуем рационально, перейти к уверенности со степенью α в заключение.

Перед тем как критиковать эту позицию, возможно, мне будет позволено указать на очевидный и легко корректируемый дефект, имеющий место при утверждении этой точки зрения. Когда говорится, что степень отношения вероятности такая же, как и степень уверенности, которую оно оправдывает, видимо, предполагается, что и отношение вероятности, с одной стороны, и степень уверенности – с другой, могут быть естественным образом выражены в числах. Предполагается далее и то, что числовое выражение или измерение отношения вероятности совпадает с числовым выражением, присущим степени уверенности. Но если, как считает м-р Кейнс, это не всегда выразимо посредством чисел, тогда мы не можем придать его утверждению, что степень одного совпадает со степенью другого, такую простую интерпретацию, но должны предполагать, что он имеет в виду только то, что существует одио-однозначное соответствие между отношениями вероятности и степенями уверенности, которые они оправдывают. Это соответствие, очевидно, должно сохранять отношения больше и меньше и, таким образом, создавать многообразие отношений вероятности и многообразие степеней уверенности в сходном с м-ром Расселом смысле. Я думаю, достойно сожаления, что м-р Кейнс не видит этого ясно, поскольку точность этого соответствия обеспечила бы подобающим материалом его скептицизм совершенно так же, как и числовое измерение отношений вероятности. Действительно, некоторые из его аргументов против числового измерения отношений вероятности, по-видимому, равным образом вполне применимы против их точного соответствия степеням уверенности. Например, он доказывает, что если ставки страхования соответствуют субъективной, т.е. актуальной, степе-

[1] Keynes J. M. *A Treatise on Probability* (1921).

ни уверенности, то они не предопределены рационально и мы не можем заключать, что отношения вероятности могут быть измерены сходным образом. Можно было бы показать, что правильным заключением в таком случае является не то, что нечисловым отношениям вероятности соответствуют нечисловые степени рациональной уверенности, как считает м-р Кейнс, но то, что степени уверенности, которые всегда являются числовыми, не находятся в одно-однозначном соответствии с оправдывающими их отношениями вероятности. Ибо, как полагаю я, вполне допустимо, чтобы степени уверенности можно было измерять посредством психогальванометра или какого-то подобного прибора, а м-р Кейнс вряд ли захотел бы следовать тому, что все отношения вероятности могли бы быть вторичным образом приведены в соответствие с мерами уверенности, которые они оправдывают.

Но вернёмся к более фундаментальной критике взглядов м-ра Кейнса. Она, очевидно, состоит в том, что в действительности, видимо, нет ничего такого, что он описывает как отношения вероятности. Он предполагает, что, по крайней мере в некоторых случаях, они могут восприниматься. Но если говорить обо мне, я уверен, что это не так. Я их не воспринимаю, и если меня хотят убедить, что они существуют, то для этого требуется доказательство. Кроме того, я подозреваю, что и другие также не воспринимают их, поскольку слишком уж мало согласия относительно того, какие из них относятся к любым двум заданным пропозициям. Относительно их все мы, по-видимому, знаем некоторые общие положения, законы сложения и умножения. Но всё обстоит так, как если бы каждый знал законы геометрии, но никто не мог бы сказать, является ли любой данный объект кругом или квадратом. И я нахожу затруднительным представить, каким образом столь большой корпус общего знания может быть скомбинирован с такой скудной опорой на отдельные факты. Верно, что относительно некоторых отдельных случаев согласие есть, но они каким-то парадоксальным образом всегда в высшей степени усложнены. Мы все согласны, что вероятность выпадения монеты орлом есть , но никто из нас не может сказать точно, что представляет собой очевидность, которая формирует другой член отношения вероятности, относительно которого мы затем выносим суждение. Если, с другой стороны, мы берём простейшие из возможных пар пропозиций типа ‘Это есть красное’ и ‘То есть синее’ или ‘Это есть красное’ и ‘То есть красное’, чьи логические отношения легче всего усмотреть, то, я думаю, никто не претендует на уверенность в том, что же представляет собой связывающее их отношение вероятности. Или, если даже и будет утверждаться, что это отношение усматривается, никто не будет в состоянии ничего сказать относительно него с достоверностью; никто не будет в состоянии установить, больше или меньше оно, чем $\frac{1}{2}$, и т.д. Конечно, могут сказать, что оно не сравнимо с каким-либо соотношением чисел. Но от отношения, относительно которого столь мало может быть сказано с точностью, будет мало и научной пользы и будет трудно убедить скептика в его существовании. К тому же этот взгляд действительно весьма парадоксален. Ибо любой, верящий в индукцию, должен допустить, что между 'Это есть красное', рассматриваемым как заключение, и 'Это есть круглое', в совокупности с триллионом пропозиций формы '*a* есть круглое и красное' в качестве свидетельств, существует конечное отношение вероятности. Ведь трудно предположить, что по мере накопления примеров внезапно возникает пункт, скажем после 233 примеров, в котором отношение вероятности становится конечным и поэтому сравнимым с некоторым соотношением чисел.

Мне кажется, что если взять две пропозиции '*a* есть красное' и '*b* есть красное', между ними мы реально не сможем разглядеть более четырёх простых логических отношений, а именно: тождество формы, тождество предиката, различие субъекта и логическую независимость подстановки. Если кто-нибудь спросил бы меня, какую вероятность одна из этих пропозиций даёт другой, я не пытался бы ответить, рассматривая эти пропозиции и пытаясь разглядеть логические отношения между ними, скорее, я попытался бы вообразить, что одна из них – это всё, что мне известно, и попытался бы прикинуть, какую степень доверия я затем испытывал бы в отношении другой. Поступив так, я всё ещё мог бы сомневаться и, не удовлетворяясь этим, сказать: 'Это мне так думается, но я, конечно же, слишком глуп'. Прикинув тогда, что мог бы подумать мудрец, я назвал бы новую степень вероятности. Этот вид самокритики я буду обсуждать позднее, когда буду развивать свою собственную теорию. Всё, что я хочу отметить здесь, состоит в том, что просто глядя на две пропозиции, никто не оценивает степень вероятности, с которой, как предполагается, они соотнесены. При этом всегда *inter alia* рассматривается своя собственная действительная или гипотетическая степень уверенности. Мне кажется, это замечание, вырастает из наблюдения за своим собственным поведением. И только оно объясняет тот факт, что все мы можем оценить вероятность в случаях, взятых из действительной жизни, но совершенно не способны сделать это в логически простейших случаях, в которых, если вероятность была бы логическим отношением, разглядеть её было бы наиболее просто.

Другой аргумент против теории м-ра Кейнса вытекает, я думаю, из его неспособности быть последовательным даже в обсуждении первого принципа. В разделе об измерении вероятностей у него есть пассаж, в котором мы читаем следующее:

«Вероятность, см. раздел II (§ 12), в некотором смысле соотносится с принципами *человеческого* разума. Степень вероятности, которую для нас рационально принять, не предполагает логический образ в совершенстве и, в частности, соотносится с вторичными пропозициями, которые нам фактически известны; и она не зависит от того, имеется ли совершенный логический образ или же он непостижим. К этой степени вероятности ведут те логические процессы, на которые способно наше сознание или (в терминологии раздела II) которые оправдывают те вторичные пропозиции, которые нам фактически известны. Если мы не принимаем этот взгляд на вероятность, если мы не ограничиваем её таким способом и в этой степени не соотносим с человеческими способностями, мы пребываем в совершенной неизвестности, ибо мы даже не можем знать, что за степень вероятности оправдывалась бы восприятием логических отношений, которые мы неспособны и всегда были бы неспособны постичь»[2].

Этот пассаж, как мне кажется, совершенно непримирим с точкой зрения, которую м-р Кейнс принимает везде, за исключением этого и некоторых сходных отрывков. Ибо он, в общем, считает, что степень уверенности, оправдывающая нас в установлении заключения в доказательстве, предопределяется тем, какое отношение вероятности объединяет это заключение с нашими посылками. Есть только одно такое отношение и, соответственно, только одна подходящая, истинная вторичная пропозиция, о которой, разумеется, мы можем и не знать, но которая с необходимостью не зависит от человеческого сознания. Если она нам неизвестна, мы её не знаем и не можем сказать, насколько мы должны верить в заключение. Но часто он предполагает, что она нам известна. Отношения вероятности не суть то, что мы не способны уразуметь. Но с этой точки зрения содержание процитированного выше отрывка не имеет смысла. Отношения, оправдывающие вероятностные убеждения, суть вероятностные отношения, и бессмысленно говорить, что они оправдываются логическими отношениями, которые мы не способны и никогда не в состоянии уразуметь.

Значение этого отрывка для нашей цели состоит в том, что он, по-видимому, предполагает иной взгляд на вероятность, при котором неопределяемые отношения вероятности роли не играют, но при котором степень рациональной уверенности зависит от иных логических отношений. Например, между посылкой и заключением может быть такое отношение, чтобы посылка была логическим произведением тысячи примеров обобщения, где заключение было бы каким-то другим примером. И

---

[2] С. 32 (курсив Кейнса).

это отношение, которое не является неопределяемым вероятностным отношением, но определимо с точки зрения обычной логики и поэтому легко распознаваемо, может оправдывать определённую степень уверенности в заключении у того, кто верил в посылку. Таким образом, у нас было бы многообразие обычных логических отношений, оправдывающих одинаковые или различные степени уверенности. Сказать, что вероятность *a*, при наличии *h*, была такой-то, значило бы, что между *a* и *h* есть некоторое отношение, оправдывающее такую-то степень уверенности. И с этой точки зрения данное отношение можно было бы рассматривать как то, что вполне постижимо человеческим умом.

Эта вторая точка зрения на вероятность (т.е. что вероятность зависит от логических отношений, но сама не является новым логическим отношением) кажется мне более приемлемой, чем обычная теория м-ра Кейнса, но это не означает, что я в общем и целом склонен с ним согласиться. Эта точка зрения требует несколько смутной идеи логического отношения, оправдывающего степень уверенности; и эту идею мне не хотелось бы принимать в качестве неопределяемой, поскольку она вообще не кажется мне ясным или простым понятием. К тому же трудно сказать, какими логическими отношениями какие степени уверенности оправдываются и почему. Любое решение здесь было бы произвольным и вело бы к логике вероятности, состоящей (подобно формальной логике, если принять взгляд м-ра Чедвика на логические константы[3]) из множества так называемых ‘необходимых’ фактов. Я же считаю, что гораздо лучше искать объяснение этой ‘необходимости’ по образцу, разработанному м-ром Витгенштейном, который позволяет нам ясно видеть, в каком точном смысле и почему логические пропозиции являются необходимыми, а, в общем виде, почему система формальной логики состоит именно из этих пропозиций и что является их общей характеристикой. Подобно тому, как наука пытается объяснить и описать факты природы, так и философии следует, в определённом смысле, попытаться объяснить и описать факты логики; на эту цель не обращают внимания те философы, которые игнорируют подобные факты, считая их необъяснимыми и в неопределяемом смысле ‘необходимыми’.

Здесь я предлагаю закончить критику теории м-ра Кейнса, но не потому что нет других отношений, в которых она, по-видимому, открыта для возражений, а потому как я надеюсь, что сказанного достаточно для того, чтобы показать, что она не настолько удовлетворительна, чтобы считать бесполезной любую попытку трактовать предмет с несколько иной точки зрения.

[3] Chadwick J. A. Logical Constants, *Mind*, 1927.

(3) СТЕПЕНИ УВЕРЕННОСТИ

Предмет нашего исследования – это логика частичной уверенности, и я не думаю, что мы сможем далеко продвинуться, если у нас не будет по крайней мере приблизительного понятия о том, что представляет собой частичная уверенность и как её можно измерить, если можно измерить вообще. Если нам неизвестно, какая разновидность уверенности имеется в виду, вряд ли достаточно ясным было бы сказать, что при таких-то обстоятельствах рационально верить в пропозицию со степенью $\frac{2}{3}$. Следовательно, мы должны развить чисто психологический метод измерения уверенности. Недостаточно измерить вероятность; для того, чтобы наделить нашу веру вероятностью, мы к тому же должны быть способны измерить нашу уверенность.

Общим местом является то, что уверенность и другие психологические переменные неизмеримы. Если это верно, то наше исследование будет тщетным (и это будет тщетным для всякой теории вероятности, рассматриваемой как логика частичной уверенности), ибо если фраза 'уверенность с достоверностью $\frac{2}{3}$', бессмысленна, исчисление, чей единственный предмет – предписывать такие уверенности, также было бы бессмысленным. Стало быть, если мы не готовы всё списать на плохую работу, нам нужно считаться с тем, что уверенность в некоторой степени неизмерима. Если следовать аналогии с трактовкой вероятностей м-ром Кейнсом, нам следовало бы сказать, что некоторые уверенности измеримы, а некоторые – нет. Но, как мне кажется, это не соответствует правильному развитию темы. Я не вижу, каким образом мы могли бы точно разделить уверенности на те, которые имеют место в шкале чисел, и те, которые его не имеют. Но я думаю, что уверенность всё же различается по измеримости двумя следующими способами. Во-первых, некоторые уверенности могут быть измерены более точно, чем другие. Во-вторых, измерение уверенности почти определённо является двусмысленным процессом, ведущим к изменчивому ответу, зависящему от того, насколько точно проводится измерение. Степень уверенности в этом отношении подобна временному интервалу между двумя событиями. До Эйнштейна предполагалось, что все обычные способы измерения временного интервала при соответствующих преобразованиях ведут к одному и тому же результату. Эйнштейн показал, что это не так. Временной интервал не может более рассматриваться как строгое понятие; от него следует отказаться во всех точных исследованиях. Тем не менее временной интервал и система Ньютона вполне подходят для многих целей и более легки в применении.

Ниже я попытаюсь показать, что степень уверенности как раз подобна временному интервалу. Она не имеет строгого значения, если мы не указываем более точно, как её следует измерять. Но для многих целей мы можем предположить, что альтернативные способы измерения ведут к одному и тому же результату, хотя он и является истинным лишь приблизительно. В отношении одних убеждений расхождения в результате являются более яркими, чем в отношении других, которые поэтому менее измеримы. Оба этих недостатка в измеримости, относящиеся соответственно к затруднениям в получении достаточно точного измерения и к важной двусмысленности в определении измерительного процесса, встречаются также и в физике, а потому эти затруднения не относятся только лишь к нашей проблеме. Собственно к нашей проблеме относится затруднение образовать какую-либо идею того, каким образом должно проводиться измерение, каким образом должна быть получена единица измерения и т.д.

Рассмотрим теперь, что же предполагается при измерении уверенности. Удовлетворительная система, прежде всего, должна придавать любой уверенности величину или степень, имеющую определённое положение в ряду величин. У уверенностей, имеющих одинаковую степень, так же как и у одной и той же уверенности, степень всегда должна быть одной и той же, и т.д. Разумеется, это нельзя выполнить без введения определённых гипотез или фикций. Даже в физике мы не можем утверждать, что вещи, равные одному и тому же, равны друг другу, если принимаем 'равное' в значении 'чувственно равное', а не как фиктивное или гипотетическое отношение. Я не желаю обсуждать метафизические или эпистемологические аспекты этого процесса, но просто хочу заметить, что если это допустимо в физике, то это допустимо также и в психологии. Логически простые характеристики отношений, с которыми имеют дело в науке, никогда не сводятся к одной природе, но всегда предполагают какую-то примесь фикций.

Но наша цель не сводится к конструированию такой упорядоченной последовательности степеней. Мы также должны некоторым понятным способом приписать этим степеням числа. Разумеется, легко можно объяснить, что полную уверенность мы обозначаем как 1, полную уверенность в противном – как 0, а равную уверенность в пропозиции и в том, что ей противоречит, как $\frac{1}{2}$. Но не так легко сказать, что же подразумевается под достоверностью уверенности $\frac{2}{3}$ или под тем, что в определённую пропозицию верят в два раза сильнее, чем в то, что ей противоречит. Это более сложная часть нашей задачи, но она абсолютно необходима. Ведь мы вычисляем числовые вероятности, и если они должны соответствовать степеням уверенности, мы должны обнаружить некоторый определённый способ приписывания чисел степеням уверенности. В физике мы часто приписываем числа, обнаруживая физический процесс суммирования[4]. Численные меры длин не приписываются предмету произвольно с условием, что большая длина будет иметь большую меру. Мы определяем их далее, выбирая для суммирования физическое значение. Длина, полученная сложением двух данных длин, в качестве своей меры должна иметь сумму их мер. Система измерения, в которой этому ничего не соответствует, немедленно опознаётся как произвольная, как, например, шкала твёрдости Моуха[5], в которой 10 произвольно приписывается алмазу, самому твёрдому из известных материалов, 9 – следующему по твёрдости и т.д. Следовательно, мы должны найти процедуру суммирования степеней уверенности или некоторую её замену, которая была бы равным образом адекватной для того, чтобы задать цифровую шкалу.

Наша проблема состоит в следующем: каким образом это должно решить? Я думаю, есть два способа, от которых мы могли бы оттолкнуться. Прежде всего, мы можем предположить, что степень уверенности есть нечто воспринимаемое его носителем. Например, уверенности различаются по интенсивности чувства, которым они сопровождаются и которое может быть названо чувством уверенности или чувством доверия, и что под степенью уверенности мы подразумеваем интенсивность этого чувства. Эта точка зрения была бы очень неудобной, ибо не легко приписать числа интенсивностям ощущений. Но помимо этого, она кажется мне очевидно ложной, ибо уверенности, которых мы придерживаемся наиболее строго, часто вообще не сопровождаются особым чувством; никто не испытывает сильных ощущений относительно вещей, которые он считает само собой разумеющимися.

Поэтому мы склоняемся ко второму предположению. Степень уверенности является каузальным свойством уверенности, приблизительно выражаемым нами как степень, согласно которой мы готовы согласно ему действовать. Это предположение есть не что иное, как обобщение хорошо известной точки зрения, обсуждаемой м-ром Расселом в его книге *Анализ сознания*, которая состоит в том, что отличительный признак уверенности заключается в её каузальной действенности. В своей книге Рассел отбрасывает эту точку зрения по двум причинам, одна из которых, по-

[4] См.: Campbell N. *Physics, The Elements* (1920). P. 277.

[5] Ibid. P. 271.

видимому, связана с непониманием сути дела. Он утверждает, что в процессе размышления мы уверены во многом таком, что не ведёт к действию. Это возражение тем не менее бьёт мимо цели, поскольку утверждается не то, что уверенность есть идея, которая действительно приводит к действию, но то, что уверенность приводила бы к действию при определённых обстоятельствах. Это аналогично тому, что определённое количество мышьяка называли бы ядом не потому, что оно действительно убило или убьёт кого-то, но потому, что оно убило бы кого-то, если бы он его съел. Но второй аргумент м-ра Рассела имеет большее значение. Он указывает на невозможность предполагать, что уверенности отличаются от других идей только их действенностью, ибо в противном случае, если бы они были идентичными, идентичным была бы также и их действенность. Это совершенно верно, но всё же может быть случай, при котором природа различия между причинами совершенно неизвестна или известна весьма смутно, и при этом мы желаем говорить о различии между следствиями, которые легко наблюдаемы и важны.

Мне кажется, если мы хотим рассматривать уверенность количественно, это можно сделать единственным способом. Хорошо было бы считать, что различие между уверенностью и неуверенностью основывается на присутствии или отсутствии ощущений, данных в интроспекции. Но когда мы пытаемся найти, в чём состоит различие между более или менее твёрдой уверенностью, мы уже не можем рассматривать это различие как то, что связано с ощущениями, наблюдаемыми в большей или меньшей степени. Я, по крайней мере, не могу распознать какие-то такие чувства. Мне кажется, что различие состоит в том, насколько далеко согласно этим убеждениям мы готовы зайти. Они могут зависеть от степени некоторого чувства или чувств, но я не знаю точно, что это за чувства, и не вижу, что о них нам с необходимостью следует знать. Как раз то же самое обнаруживается в физике. Если проволока, соединяющая пластины цинка и меди, помещённые в кислоту, изменяет направление магнитной стрелки, находящейся по соседству, то в соответствии с тем, каким образом, в большей или меньшей степени, отклоняется стрелка, о проволоке говорится, что по ней течёт больший или меньший электрически ток. О природе этого 'тока' можно только догадываться, но то, что наблюдается и измеряется, суть просто его действия.

Без сомнения, возразят, что мы знаем, насколько сильна наша уверенность и что мы можем знать это только в том случае, если можем измерить наше убеждение посредством интроспекции. Это не кажется мне необходимо истинным. Я думаю, что во многих случаях наше суждение о прочности нашей уверенности на самом деле относится к тому, как мы действовали бы в гипотетических обстоятельствах. Ответят, что мы можем говорить о том, как мы действовали бы, только наблюдая за имеющимся чувством уверенности, предопределяющим наши действия. Но я опять-таки сомневаюсь в убедительности этого довода. Возможно, что то, что предопределяет, как нам следует действовать, к тому же заставляет нас, непосредственно или опосредованно, иметь правильное мнение о том, как нам следовало бы действовать, без того, чтобы это как-то осознавалось.

Предположим, однако, что относительно этого я ошибаюсь и что мы можем посредством интроспекции установить природу уверенности и измерить её степень. И всё-таки я буду настаивать, что измерение уверенности, с которой связана вероятность, не относится к этой разновидности, но измеряет уверенность *как* основание действий. Я думаю, это можно показать двумя способами. Во-первых, рассматривая шкалу вероятностей от 0 до 1 и способ её использования, мы найдём, что она весьма подходит для измерения уверенности как основания действия, но не способом, который относится к измерению ощущения, данного в интроспекции. Единицы, в которых измеряются такие чувства или ощущения, как я думаю, всегда различны по восприятию, ибо другого способа получить единицы измерения нет. Но я не вижу оснований предполагать, что интервал между уверенностью степени $\frac{1}{3}$ и уверенностью степени $\frac{1}{2}$ состоит как раз из того же количества воспринимаемых изменений, как и интервал от уверенности $\frac{2}{3}$ до уверенности $\frac{5}{6}$, или что шкала, основанная только на воспринимаемых различиях, имела бы какое-то простое отношение к теории вероятности. С другой стороны, вероятность $\frac{1}{3}$ явно соотносится с той разновидностью уверенности, которая вела бы к ставке 2 к 1, и ниже будет показано, как обобщить это отношение с тем, чтобы применить его к действию вообще. Во-вторых, количественные аспекты уверенности, как основы действий, очевидно, более важны, чем интенсивность ощущений уверенности. Последнее, без сомнения, интересно, но может весьма изменяться от индивида к индивиду, и практический интерес в качестве гипотетической причины уверенности *как* основания действия вполне объясняется состоянием этих индивидов.

Возможно, кто-нибудь скажет, что степень, с которой мы в соответствии с уверенностью действовали бы в определённых обстоятельствах, — вещь гипотетическая и, стало быть, не поддающаяся измерению. Но сказать так – значит просто обнаружить невежество в физике, которая постоянно имеет дело с гипотетическими количествами и их измерением; например, напряжение электричества в данной точке есть сила, воздействующая на единичный заряд, если бы он был помещён в данную точку.

Теперь попытаемся найти метод измерения уверенности как основу возможных действий. Ясно, что мы имеем дело с предрасположенностью, а не с актуальной уверенностью; иными словами, мы имеем дело не с уверенностью в тот момент, когда о ней думаем, но с уверенностью типа той, что Земля – круглая, о чём я думаю редко, но что направляет мои действия во всех подходящих случаях.

Давно установленный способ измерения уверенности человека должен предполагать пари и рассматривать, какой наименьший расклад этот человек готов принять. Я полагаю, что этот метод создаёт впечатление фундаментального, но вообще-то он страдает недостаточностью и, с необходимостью, неточностью. Он неточен отчасти из-за того, что его сводит на нет использование денег, отчасти из-за того, что человек может иметь особую приверженность или отвращение к заключению пари, поскольку его может либо привлекать, либо отталкивать возбуждение; возможны и какие-то иные причины, например он пишет книгу. Это затруднение подобно затруднению с различением двух взаимодополняющих сил. К тому же предложенное пари неизбежно изменяет мнение человека; точно так же мы не всегда можем измерить электрическое напряжение, действительно вводя заряд и рассматривая, какие силы на него действуют, поскольку его введение изменило бы измеряемое распределение.

Поэтому для того, чтобы сконструировать количественную теорию уверенности, которая была бы как более общей, так и более точной, я предлагаю в качестве основы принять общую психологическую теорию, которая сейчас повсеместно отбрасывается, но которая, как я считаю, тем не менее довольно близко приближается к истине в тех случаях, с которыми мы по большей части имеем дело. Я подразумеваю теорию, что мы действуем тем способом, которым, как мы думаем, наиболее удобно реализовать предмет наших желаний, поэтому действия человека полностью предопределены его желаниями и мнениями. Эту теорию нельзя сделать адекватной для всех фактов, но мне кажется, что она близка к истине, в частности в случае сознательной или профессиональной деятельности, и предполагается в большей части нашей мыслительной деятельности. Эта теория проста, и многие психологи, очевидно, предпочитают сохранить её, вводя неосознанные желания и неосознанные мнения с тем, чтобы в большей степени согласовать её с фактами. Я не берусь судить, насколько близко с помощью таких фикций можно подойти к требуемому результату, я претендую лишь на приблизительную истину, или истину в отношении той искусственной системы психологии, которая, как я думаю, подобно ньютоновской механике, всё ещё может продуктивно использоваться, даже если и известно о её ложности.

Следует заметить, что эта теория не должна отождествляться с психологией утилитаризма, где доминантную позицию занимает удовольствие. Теория, которую я предлагаю применить, состоит в том, что то, что нам требуется, может доставлять удовольствие нам самим, другому человеку или кому бы то ни было ещё и нашими действиями, как мы думаем, наиболее удобно достигнуть этих выгод. Но это не точная формулировка, ибо к точной формулировке можно прийти только после того, как мы введём понятие количества уверенности.

Назовём то, к чему в итоге стремится человек, 'выгодами' и предположим, что они численно измеримы и суммируемы. Иными словами, если человек относительно себя самого предпочитает час плавания часу чтения, то он предпочтёт два часа плавания одному часу плавания и одному часу чтения. Это, конечно, может показаться нелепым, но так может случиться только потому, что плавание и чтение не являются предельными выгодами, и потому, что мы не можем вообразить второй час плавания совершенно сходным с первым из-за усталости и т.д.

Предположим, что наш предмет не касается отдельных сомнений, но определён относительно всех пропозиций. Тогда мы можем сказать, что человек всегда будет выбирать то направление действия, которое, по его мнению, приведёт к наибольшей сумме выгод.

Следует подчеркнуть, что в этом исследовании выгода и ущерб никогда не будут пониматься в каком-либо этическом смысле, но просто как обозначение того, что человека притягивает или отталкивает.

Тогда возникает вопрос, каким образом мы можем модифицировать эту простую систему, чтобы принять в расчёт различные степени определённости человеческой уверенности. Я предполагаю, что как закон психологии мы введём, что его поведение управляется так называемым математическим ожиданием. Иными словами, если p – это пропозиция, относительно которой он сомневается, то любые выгоды или ущербы, для реализации которых, по его мнению, p является необходимым и достаточным условием, вводятся в его вычисления, помноженные на те же самые доли, которые называются 'степенями его уверенности в p'. Таким образом, мы определяем степень уверенности способом, который предполагает использование математического ожидания.

Мы можем установить это иначе. Предположим, что его степень уверенности в p есть $\frac{m}{n}$, тогда его действие таково, что он предпочёл бы это действие, если бы должен был повторить его точно n раз, в m из которых p истинно, а в других случаях ложно. [Здесь, быть может, необходимо предположить, что в каждом из n раз он не помнил предыдущие разы.]

Это также можно рассматривать как определение степени уверенности и можно легко видеть, что оно эквивалентно предыдущему определению. Приведём пример возможного случая. Я стою на перекрёстке и не знаю дороги; но в определённой степени считаю, что одна из двух дорог является правильной. Поэтому я предпочитаю идти этой дорогой, но высматриваю кого-нибудь, чтобы спросить. Если теперь я вижу кого-то пересекающим поле а полумиле, то сверну ли я, чтобы спросить его, будет зависеть от относительного неудобства свернуть со своего пути, чтобы пересечь поле или продолжать идти неправильной дорогой, если она неправильна. Но это будет также зависеть от того, насколько я уверен в том, что прав; и ясно, что чем больше я в этом уверен, тем на меньшее расстояние я бы захотел отойти от дороги, чтобы проверить своё мнение. Поэтому я предлагаю использовать расстояние, которое я готов пройти, чтобы задать вопрос, как меру уверенности в своём мнении. Сказанное выше объясняет, как это можно сделать. Мы можем установить это следующим образом. Предположим, что ущерб от прохождения x ярдов, чтобы задать вопрос, есть $f(x)$, выгода от прибытия в правильное место назначения есть r, выгода от прибытия в неправильное – w. Тогда если я готов пройти расстояние d, чтобы задать вопрос, то степень моей уверенности в том, что я нахожусь на правильном пути, задается посредством $p = 1 - \frac{f(d)}{r - w}$.

В этом действии существенно то, что его было бы выгодно мне принять, если бы я должен был действовать таким же способом n раз, в np из которых, я был на правильном пути, а в других – нет.

Следовательно, общая выгода, вытекающая из того, чтобы каждый раз не задавать вопросы:

$$= npr + n(1 - p)w$$
$$= nw + np(r - w).$$

Общая выгода, вытекающая из того, чтобы каждый раз спрашивать на расстоянии x:

$= nr - nf(x)$. [Теперь я всегда иду правильно.]

Это в большей степени, чем предшествующее выражение, обеспечивается

$$f(x) < (r - w)(1 - p),$$

$\therefore$ критическое расстояние d связано с p степенью уверенности посредством отношения $f(d) = (r - w)(1 - p)$ или $p = 1 - \frac{f(d)}{r - w}$, как утверждалось выше.

Легко видеть, что такой способ измерения уверенности даёт результаты, согласующиеся с обычными представлениями, во всяком случае в той степени, что полная уверенность обозначается 1, полная уверенность в противном – 0, равная уверенность и в том и в другом $\frac{1}{2}$. Кроме того, посредством измерения уверенности этот способ позволяет обосновывать заключение пари. Предлагая пари согласно p, мы даём субъекту возможное направление действия, следуя которому он будет получать столько-то дополнительной выгоды, если p – истинно, и столько-то дополнительного ущерба, если p – ложно. Если предположить, что пари заключается на успех и неудачу, а не на деньги, он будет принимать пари на каких-то более выгодных условиях, чем те, что соответствуют его состоянию уверенности. Фактически же его состояние уверенности измеряется теми условиями, которые он как раз и будет принимать. Но, как уже объяснялось, в это вмешивается стремление или отвращение к возбуждённому состоянию и тот факт, что пари заключается на деньги, а не бескорыстно. Поскольку все согласны, что при денежном пари деньги уменьшают предельную приемлемость, очевидно, что принимались бы наименее возможные ставки. Но тогда в измерение может вмешаться новый фактор – нежелание беспокоиться по мелочам.

Отбросим теперь предпосылку, что выгоды суммируемы и непосредственно измеримы, и попытаемся разработать систему с немногими, насколько это аозможно, предпосылками. Начнём с того, что мы, как и ранее, будем предполагать, что наш субъект относительно всего имеет определённую уверенность. Тогда он будет поступать таким образом, чтобы, как он верит, общие следствия его действий были по возможности наилучшими. Если бы мы обладали силой Всевышнего и способностью убедить нашего субъекта в нашей силе, мы могли бы, предлагая ему варианты выбора, раскрыть, как он распределял достоинства всех возможных развитий мира. Этим способом все возможные миры упорядочивались бы по ценности, но у нас ещё не было бы определённого способа представить их посредством чисел. Не было бы смысла в утверждении, что различие по ценности между α и β эквивалентно такому различию между γ и δ. [Здесь и далее мы используем греческие буквы для представления различных возможных совокупностей событий (предельных органичных единств), среди которых выбирает наш субъект.]

Предположим, что субъект способен сомневаться. Тогда мы могли бы проверить его степень уверенности в различных пропозициях, делая ему предложения следующего вида. Вы предпочли бы мир α в любом случае, или же мир β, если p – истинно, и мир γ, если p – ложно. Если для него было бы несомненным, что p – истинно, он просто сравнил бы α и β, как если бы никакие условия не добавлялись. Но если бы он сомневался в своём выборе, решение не было бы столь простым. Я предлагаю установить аксиомы и определения относительно принципов, управляющих выбором такого рода. Конечно, это весьма схематичная версия ситуации из реальной жизни, но я думаю, легче рассмотреть её в такой форме.

Первое затруднение, которое необходимо рассмотреть, состоит в следующем. Пропозиции типа p, используемые в вышеуказанном смысле как условия предложенных вариантов выбора, могут быть таковы, что их истинность или ложность есть объект желания субъекта. Это будет усложнять проблему, и мы должны предполагать, что существуют пропозиции, для которых это не имеет места и которые мы будем называть этически нейтральными. Если быть более точным, атомарная пропозиция p называется этически нейтральной, если два возможных мира, различающихся только в отношении истинности p, всегда имеют равную ценность; неатомарная пропозиция p называется этически нейтральной, если все её атомарные аргументы истинности[6] являются этически нейтральными.

Мы начнём с определения уверенности степени $\frac{1}{2}$ как уверенности в этически нейтральной пропозиции. О субъекте говорится, что он имеет степень уверенности $\frac{1}{2}$ в такой пропозиции p, если у него нет предпочтений между выбором (1) α, если p – истинно, и β, если p – ложно, и (2) α, если p – ложно, и β, если p – истинно, но есть лишь предпочтения между α и β. Посредством аксиомы мы предполагаем, что если это истинно для какой-то одной пары α и β, то это истинно для всех таких пар[7]. Это в строгом смысле приводит к определению уверенности степени $\frac{1}{2}$ как такой степени уверенности, для которой безразлично, заключать ли пари одним или другим способом при одних и тех же ставках.

Уверенность степени $\frac{1}{2}$, определённая таким способом, может быть использована для числового измерения ценностей следующим образом:

[6] Здесь я предполагаю теорию пропозиций м-ра Витгенштейна; по всей видимости, можно было бы дать эквивалентное определение с точки зрения другой теории.

[7] Относительно α и β должно предполагаться, что они неопределены постольку, поскольку совместимы как с p, так и с не-p.

Мы должны объяснить, что подразумевается под различием в ценности между α и β, эквивалентном различию в ценности между γ и δ. Это мы определяем, имея в виду, что если p является этически нейтральной пропозицией, степень уверенности в которой $\frac{1}{2}$, то у субъекта нет предпочтений между выбором (1) α, если p – истинно, и δ, если p – ложно, и выбором (2) β, если p – истинно, и γ, если p – ложно.

Это определение может сформировать основу для системы измерения ценностей следующим образом.

Назовём некое множество всех миров равным образом предпочтительным по ценности относительно заданного мира. Мы предполагаем, что если мир α предпочтительнее мира β, то любой мир той же ценности, что и α, предпочтительнее любого мира той же ценности, что и β, и будем говорить, что ценность α выше ценности β. Такое отношение 'выше' упорядочивает ценности в последовательность. Впредь мы будем использовать α как для мира, так и для его ценности.

Аксиомы

(1) Существует этически нейтральная пропозиция p, степень уверенности в которой $\frac{1}{2}$.

(2) Если p и q суть такие пропозиции и выбор α, если p, и δ, если не-p, эквивалентен выбору β, если p, и γ, если не-p, тогда выбор α, если q, и δ, если не-q, эквивалентен выбору β, если q, и γ, если не-q.

Def. В этом случае мы говорим, что $\alpha\beta = \gamma\delta$.

Теорема. Если $\alpha\beta = \gamma\delta$, то $\beta\alpha = \delta\gamma$, $\alpha\gamma = \beta\delta$, $\gamma\alpha = \delta\beta$.

(2*a*) Если $\alpha\beta = \gamma\delta$, то $\alpha > \beta$ эквивалентно $\gamma > \delta$, а $\alpha = \beta$ эквивалентно $\gamma = \delta$.

(3) Если выбор A эквивалентен выбору B, а выбор B эквивалентен выбору C, то выбор A эквивалентен выбору C.

Теорема. Если $\alpha\beta = \gamma\delta$ и $\beta\eta = \zeta\gamma$, то $\alpha\eta = \zeta\delta$.

(4) Если $\alpha\beta = \gamma\delta$, $\gamma\delta = \eta\zeta$, то $\alpha\beta = \eta\zeta$.

(5) (α, β, γ). E! $(9x)$ $(\alpha x = \beta\gamma)$.

(6) (α, β). E! $(9x)$ $(\alpha x = x\beta)$.

(7) Аксиома непрерывности: Каждая последовательность имеет границу (ординал).

(8) Аксиома Архимеда.

Эти аксиомы дают возможность поставить ценности в одно-однозначное соответствие с действительными числами. Поэтому если α' соответствует α и т.д., то $\alpha\beta = \gamma\delta . \equiv . \alpha' - \beta' = \gamma' - \delta'$.

Впредь мы используем α также и для соответствующего действительного числа α'.

Обладая определённым таким образом способом измерения ценности, мы можем теперь получить способ измерения уверенности в общем. Если выбор α несомненно безразличен к выбору β, если p – истинно, и выбору γ, если p – ложно[8], мы можем определить степень уверенности субъекта в p как отношение разницы α и γ к разнице β и γ, которую мы должны предполагать одной и той же для всех α, β и γ, удовлетворяющих условиям. Она приблизительно равна определению степени уверенности в p посредством шансов, на которых субъект заключил бы пари на p, где пари заключается с точки зрения разницы в ценностях как определено. Это определение применимо только к частичной уверенности и не включает достоверные убеждения. При уверенности степени 1 в p, α несомненно не отличается от α, если p, и любого β, если не-p.

Мы можем также определить весьма полезную новую идею – 'степень уверенности в p при наличии q'. Она не подразумевает степень уверенности в 'Если p, то q', или в 'p влечёт q', или степень уверенности в p, которую имел или должен был бы иметь субъект, если бы он знал q. Она приблизительно выражает шансы, на которых он заключил бы теперь пари на p, и пари было бы обоснованным, если q – истинно. Такие условные пари часто заключались в восемнадцатом веке.

Степень уверенности в p при данном q измеряется следующим образом. Предположим, субъекту безразлично, выбрать ли (1) α, если q – истинно, и β, если q – ложно, или же (2) γ, если p – истинно и q – истинно, δ, если p – ложно и q – истинно, и β, если q – ложно. Тогда степень его уверенности в p при данном q, которую мы должны предполагать одной и той же для любых α, β, γ и δ, удовлетворяющих заданным условиям, есть отношение разницы α и δ к разнице γ и δ. Это не та же самая степень, с которой он аерил бы в p, если бы в q он верил без сомнений, ибо знание q по психологическим причинам может глубоко изменить всю его систему убеждений.

[8] Здесь β должно включать истинность p, γ – её ложность; больше нет необходимости, чтобы p было этически нейтральным. Но мы должны предполагать, что существует мир с какой-то приданной ценностью, в котором p – истинно, и мир, в котором p – ложно.

Каждое из наших определений сопровождается аксиомой постоянства, и как только она становится ложной, соответствующая степень уверенности необоснованна. Это имеет некоторую аналогию с ситуацией в отношении к одновременности, обсуждавшуюся выше.

Я не разрабатывал математическую логику этого в деталях, поскольку, считаю, что это скорее напоминало бы уточнение десятичной дроби до седьмого знака, когда результат действен только для второго. От моей логики не следует требовать чего-то большего, чем метод, который мог бы работать.

На основании этих определений и аксиом можно доказать фундаментальные законы вероятностной веры (степени уверенности расположены между 0 и 1):

(1) Степень уверенности в p + степень уверенности в $\bar{p} = 1$.

(2) Степень уверенности в p при наличии q + степень уверенности в $\bar{p}$ при наличии $q = 1$.

(3) Степень уверенности в (p и q) = степень уверенности в $p \times$ степень уверенности в q при наличии p.

(4) Степень уверенности в (p и q) + степень уверенности в (p и $\bar{p}$) = степень уверенности в p.

Два первых вытекают непосредственно. (3) доказывается следующим образом:

Пусть степень уверенности в $p = x$, а степень уверенности в q при наличии $p = y$.

Очевидно, что $\xi \equiv \xi + (1 - x)t$, если p – истинно, и $\xi - xt$, если p – ложно, для любого t.

$$\xi + (1-x)t, \text{ если } p \text{ – истинно} \equiv \begin{cases} \xi + (1-x)t + (1-y)u, & \text{если `}p \text{ и } q\text{' – истинно,} \\ \xi + (1-x)t - yu, & \text{если } p \text{ – истинно, а } q \text{ – ложно;} \end{cases} \quad \text{для любого } u.$$

Выберем u так, чтобы $\xi + (1 - x)t - yu = \xi - xt$,
т.е. пусть $u = t/y$ $(y \neq 0)$.

Очевидно, что $\xi \equiv$

$$\begin{cases} \xi + (1-x)t + (1-y)\,t/y, \text{ если } p \text{ и } q - \text{истинно} \\ \xi - xt \text{ в противном случае,} \end{cases}$$

$\therefore$ степень уверенности в 'p и q' $= \dfrac{xt}{t + (1-y)t/y} = xy$. $(t \neq 0)$

Если $y = 0$, возьмём $t = 0$.

Далее, ξ, несомненно, $\equiv \xi$, если p – истинно, и ξ, если p – ложно

$\equiv \xi + u$, если p – истинно и q – истинно; ξ, если p – ложно и q – ложно; ξ, если p – ложно

$\equiv \xi + u$, если pq – истинно; ξ, если pq – ложно

$\therefore$ степень уверенности в $pq = 0$.

(4) вытекает из (2) и (3) следующим образом.

Степень уверенности в pq = степени уверенности в p × степень уверенности в q при наличие p по (3). Сходным образом степень уверенности в $p\bar{q}$ = степени уверенности в p × степень уверенности в $\bar{q}$ при наличии p $\therefore$ сумма = степень уверенности в p по (2).

Это – законы вероятности, которые, как мы доказали, необходимо истинны для любого согласованного множества степеней уверенности. Любое определённое множество степеней уверенности, которое их нарушает, было бы несогласованным в том смысле, что оно преступает законы предпочтения выбора, например закон, по которому предпочтительность является транзитивным, асимметричным отношением, и если α предпочтительнее β, то β, очевидно, не может быть предпочтительнее α, если p, и β, если не-p. Если бы чьё-то ментальное состояние нарушало эти законы, его выбор зависел бы от определённой формы, в которой ему были бы предложены варианты, что было бы абсурдным. У коварного спорщика был бы список заключаемых против него пари, и тогда в любом случае он шёл бы на верное поражение.

Поэтому мы находим, что точное рассмотрение природы частичной уверенности обнаруживает, что законы вероятности – это законы согласованности, это расширение формальной логики до логики частичной уверенности, до логики согласованности. В своём значении, будучи уникально предопределены как рациональные законы, они не зависят от какой-либо степени уверенности в пропозиции; они просто различают те множества уверенностей, которые подчиняются им как согласованные множества.

Обладание какой-либо степенью уверенности влечёт определённую меру согласованности, а именно готовность к заключению пари на данную пропозицию при тех же самых шансах для любых ставок, где ставки измеряются с точки зрения предельных ценностей. Обладание степенями уверенности, подчиняющимися законам вероятности, влечёт последующую меру согласованности, а именно такую согласованность между шансами, приемлемыми для различных пропозиций, которые предупреждают список пари, заключённых против вас.

Заканчивая этот раздел, было бы уместно сделать некоторые замечания. Во-первых, он коренным образом основан на заключении пари, но это не будет выглядеть неразумным, если осознать, что вся наша жизнедеятельность в некотором смысле есть пари. Когда мы идём на станцию, мы держим пари, что поезд действительно прибудет, и если бы у нас не было достаточной степени уверенности в этом, мы отклонили бы пари и остались дома. Варианты, которые даёт нам Бог, всегда обусловлены предположением об истинности определённой пропозиции. Во-вторых, через этот раздел красной нитью проходит идея математического ожидания. Неудовлетворённость, которая часто ощущается относительно этой идеи, во многом связана с неточностью измерения успехов. Математическое ожидание с точки зрения денег явно не является подходящим руководством для поведения. Обсуждая мою систему, следует помнить, что в ней математическим ожиданием действительно определяется ценность в случае уверенности степени $\frac{1}{2}$, а потому можно ожидать подходящих измерений для обоснованных применений математического ожидания также и в случае других степеней уверенности.

В-третьих, ничего не было сказано относительно степеней уверенности, когда число альтернатив бесконечно. Относительно этого я практически ничего не могу сказать, за исключением того, что сомневаюсь в возможности сознания схватить больше, нежели конечное число альтернатив. Можно рассмотреть вопросы, в которых допустимо бесконечное число альтернатив, но для того чтобы рассмотреть ответы, их необходимо объединить в конечное число групп. Это затруднение уместно при рассмотрении индукции, но даже тогда, как мне кажется, вводить это нет необходимости. Мы можем обсуждать, даёт ли прошлый опыт высокую вероятность тому, что завтра взойдёт солнце, без того, чтобы беспокоиться о том, какова вероятность восхода солнца каждое утро на веки вечные. По этой причине мне кажется, хотя я и не могу сказать точно, что обсуждение проблемы м-ром Ритчем неудовлетворительно[9]. Действительно, мы можем согласиться с тем, что индуктианым обобщениям нужна не конечная вероятность, но отдельные ожидания, учитывающие индуктивные основания, которые вне всяких сомнений имеют высокую числовую вероятность в сознании каждого из нас. В том, что завтра взойдёт солнце, каждый из нас уверен больше, чем в том, что с первого бросания двух костей я не выкину 12, т.е. здесь у нас есть более высокая степень уверенности, чем $\frac{35}{36}$. Если индукция испытывает потребность в логическом оправдании, то с вероятностью события это связано приблизительно таким способом.

(4) ЛОГИКА СОГЛАСОВАННОСТИ

Можно согласиться с тем, что в некотором смысле дело логики сказать нам, что мы должны мыслить; но интерпретация этого высказывания приводит к значительным затруднениям. Можно сказать, что мы должны мыслить то, что является истинным, но в этом смысле нам говорит, что именно мыслить, любая наука, а не только логика. В этом смысле мы не могли бы найти какого-то оправдания частичной уверенности. Самое лучшее состоит в том, что нам следует верить со степенью 1 во все истинные пропозиции и со степенью 0 – во все ложные. Но это слишком высокий стандарт, которого можно было бы ожидать от смертного человека, и мы должны согласиться, что некоторая степень сомнения или даже ошибки по-человечески оправданна.

Я полагаю, что многие логики присоединятся к оценке их науки, которая дана во вступлении м-ра Кейнса к *Трактату о вероятности*: «Часть нашего знания мы приобретаем непосредственно, а часть через доказательство. Теория вероятности связана с частью, приобретаемой посред-

[9] Ritchie A. D. Induction and Probability, *Mind* 1926. P. 318. "Следствие предыдущего обсуждения установить можно просто. Если проблема индукции устанавливается так: «Каким образом индуктивные обобщения могут достичь высокой численной вероятности?», то это – псевдопроблема, поскольку ответ заключается в том, что «не могут». Этот ответ, однако, не является отрицанием обоснованности индукции, но представляет собой непосредственное следствие природы вероятности. Он всё равно оставляет незатронутой действительную проблему индукции: «Каким образом может возрастать вероятность индукции?»". Обсуждение этой темы Кейнсом он оставляет за рамками статьи.

ством доказательства, и она рассматривает различные степени, в которых приобретённый таким способом результат является убедительным или же неубедительным». Там, где м-р Кейнс говорит *Теория вероятности*, другие сказали бы *Логика.* Иными словами, считается, что наши мнения могут быть разделены на те, которых мы придерживаемся непосредственно в результате восприятия или задействовав память, и те, которые мы выводим из предшествующих аргументов. Дело логики принять первый класс и лишь критиковать получение второго класса из первого.

Логика как наука о доказательстве и выводе традиционно и оправданно делилась на дедуктивную и индуктивную; но различие и соотношение между этими двумя разделами предмета может быть рассмотрено совершенно различными способами. Согласно м-ру Кейнсу обоснованные дедуктивные и индуктивные доказательства, по существу, сходны. И те и другие оправдываются логическими отношениями между посылкой и заключением и различаются лишь по степени. Как я уже объяснял, эту позицию я не могу принять. Я не вижу, чем могли бы быть эти недемонстративные логические отношения, и не вижу, как они могут оправдывать частичную уверенность. В случае неопровержимых логических доказательств я могу принять мнение об их обоснованности. Оно приводилось многими авторами и может быть найдено по существу одинаковым у Канта, Де Моргана, Пирса и Витгенштейна. Все эти авторы согласны, что заключение формально обоснованного доказательства содержится в его посылках, что отрицать заключение, принимая посылки, было бы самопротиворечивым, что формальная дедукция не увеличивает нашего знания, но только приводит к ясности то, что нам уже было известно в иной форме, и что мы обязаны принять её обоснованность, ибо, в противном случае, страдали бы от несогласованности с самими собой. Логическое отношение, которое оправдывает вывод, состоит в том, что смысл или суть заключения содержится в смысле посылок.

Но в случае индуктивного доказательства это отнюдь не так. Его невозможно представить как сходное с дедуктивным доказательством и лишь более слабое по степени. Нелепо говорить, что смысл заключения лишь частично содержится в смысле посылок. Мы можем принять посылки и совершенно отрицать заключение, без какой-либо несогласованности или противоречия.

Поэтому мне кажется, что доказательства можно разделить на два радикально различных вида, следуя Пирсу: (1) 'экспликативные, аналитические, или дедуктивные' и (2) 'амплифиативные, синтетические, или, попросту говоря, индуктивные'[10]. Доказательства второго типа основаны

[10] Peirce C. S. *Chance, Love and Logic*. P. 92.

на точке зрения, важность которой в большей степени обусловлена близостью к воспоминаниям и восприятиям, чем к дедуктивным доказательствам. Мы можем рассматривать восприятие, память и индукцию как три фундаментальных способа приобретения знания. Дедукция, с другой стороны, есть просто метод упорядочивания нашего знания и исключения несогласованности или противоречий.

Таким образом, логика (если исключить аналитическую логику, т.е. теорию элементов и пропозиций) совершенно явственно должна распадаться на две части: малую логику, представляющую собой логику согласованности, или формальную логику; и большую логику, которая есть логика открытия, или индуктивная логика.

Теперь нам следует заметить, что это различие никак не совпадает с различием между достоверной и частичной уверенностью. Мы видели, что теория согласованности для частичной уверенности имеет место точно в такой же степени, как и теория согласованности для уверенности достоверной, хотя по разным причинам первая не так важна, как последняя. Фактически теория вероятности является обобщением формальной логики, но в процессе обобщения уничтожается один, наиболее важный аспект последней. Если p и q совместимы и при этом q следует из p, то то, что p влечёт q, является, по словам Витгенштейна, 'тавтологией' и может рассматриваться как вырожденный случай истинной пропозиции, не включающей идею согласованности. Это даёт нам возможность рассматривать (не вполне корректно) формальную логику, включающую математику, как объективную науку, состоящую из объективно необходимых пропозиций. Таким образом, она даёт нам не просто ἀνάγκη λέγειν (т.е. если мы утверждаем p, то обязаны последовательно утверждать также и q), но к тому же ἀνάγκη εἶναι (т.е. если p – истинно, то q должно быть истинным). Но когда мы расширяем формальную логику, чтобы включить частичную уверенность, то эта прямая объективная интерпретация утрачивается. Ибо если мы верим и в pq со степенью $\frac{1}{3}$, и в $p\bar{q}$ со степенью $\frac{1}{3}$, мы обязаны последовательно верить также и в $\bar{p}$ со степенью $\frac{1}{3}$. Это – ἀνάγκη λέγειν. Но мы не можем сказать, что если pq на $\frac{1}{3}$ истинно и $p\bar{q}$ на $\frac{1}{3}$ истинно, то $\bar{p}$ также должно быть истинным на $\frac{1}{3}$, ибо такое высказывание было бы чистой нелепицей. Соответствующей ἀνάγκη λέγειν – нет. Следовательно, в отличие от исчисления согласованности полной уверенности исчисление объективной частичной уверенности не может быть интерпретировано непосредственно как предмет объективной тавтологии.

Тем не менее это возможно обходным путём. В начале этого исследования мы видели, что исчисление вероятностей могло бы быть интерпретировано с точки зрения класса пропорций. Теперь мы нашли, что оно также может быть интерпретировано как исчисление согласованной частичной уверенности. Поэтому следует ожидать некую тесную связь между этими двумя интерпретациями, некое объяснение возможности применения одного и того же математического исчисления к двум столь различным множествам феноменов. Объяснение найти не трудно. Между частичной уверенностью и частотами есть множество связей. Например, данные в опыте частоты нередко ведут к соответствующей частичной уверенности, а частичная уверенность, согласно теореме Бернулли, ведёт к ожиданиям соответствующих частот. Но ни то, ни другое в точности не связанно с тем, что нам требуется. Частичная уверенность, в общем, не может быть связана единственным образом с какой-то действительной частотой, ибо связь всегда устанавливается посредством принятия рассматриваемой пропозиции в качестве примера пропозициональной функции. Наш выбор пропозициональной функции в определённой степени является произвольным, и соответствующая частота будет весьма изменяться согласно нашему выбору. Притязание некоторых показателей частотной теории на то, что частичная уверенность подразумевает полную уверенность в частотной пропозиции, подтвердить нельзя. Но мы находим, что сама идея частичной уверенности включает ссылку на гипотетическую или идеальную частоту. Если предполагать, что блага суммируемы, то уверенность степени $\frac{m}{n}$ есть разновидность уверенности, ведущей к действию, которое было бы наилучшим при повторении n раз, в m из которых эта пропозиция является истинной. Короче, мы можем сказать, что эта разновидность уверенности наиболее подходит к числу гипотетических случаев (иначе, одинаковых случаев) в пропорции $\frac{m}{n}$, в которых рассматриваемая пропозиция является истинной. Эта связь между частичной уверенностью и частотой как раз и позволяет нам использовать исчисление частот как исчисление согласованной частичной уверенности. И в некотором смысле мы можем сказать, что эти две интерпретации суть объективный и субъективный аспекты одного и того же внутреннего значения. Точно так же формальная логика может быть интерпретирована объективно, как предмет тавтологии, и субъективно, как законы согласованного мышления.

Я думаю, мы найдём, что этот взгляд на исчисление вероятностей разрешает различные затруднения, представлявшие до этого загадку. Во-первых, он даёт нам ясное оправдание аксиом исчисления, которого совершенно недоставало таким системам, как система м-ра Кейнса. Ибо теперь легко видеть, что если частичная уверенность согласована, то она будет подчиняться этим аксиомам. Но совершенно неясно, почему им должны подчиняться загадочные логические отношения м-ра Кейнса[11]. Ведь поразительно, что мы можем как игнорировать примеры этих отношений, так и быть осведомлёнными относительно их общих законов.

Во-вторых, теперь вполне можно обойтись без *принципа индифферентности*. Когда говорят об ожидании человека, вынимающего из урны чёрные и белые шары, мы не рассматриваем это как относящееся к формальной логике. Его первоначальные ожидания могут согласовываться с тем, что ему нравится. Мы же хотим указать на то, что если у него есть определённые ожидания, то он, соответственно, обязан иметь другие определённые ожидания. Но это просто согласует вероятность с обычной формальной логикой, которая не критикует посылки, но просто декларирует, что определённые заключения единственно совместимы с посылками. Возможность вывести *принцип индифферентности* из формальной логики имеет большие преимущества, ибо совершенно ясно, что задать чисто логические условия его обоснованности, как пытается м-р Кейнс, невозможно. Я не хочу обсуждать этот вопрос в деталях, поскольку это ведёт к казуистике и произвольным различиям, которые могут обсуждаться бесконечно. Но тот, кто пытается, согласно методу м-ра Кейнса, решить, какие подходящие альтернативы рассматривать как равные в молекулярной механике (например, в фазовом пространстве Гиббса), очень скоро поймёт, что это – предмет физики, а не чистой логики. Используя формулу умножения, как она используется в обратной вероятности, мы, согласно теории м-ра Кейнса, можем редуцировать все вероятности к коэффициентам *априорных* вероятностей. Поэтому в отношении этих последних

---

[11] В системе м-ра Кейнса, по-видимому, основополагающие аксиомы – законы сложения и умножения – являются не чем иным, как определениями. Это просто логическая ошибка. Его определения были бы формально необоснованными, если бы не предполагаемые соответствующие аксиомы. Поэтому его определение умножения предполагает закон, что если вероятность *a* при данном *bh* равна вероятности *c* при данном *dk* и вероятность *b* при данном *h* равна вероятности *d* при данном *k*, то вероятности *ab* при данном *h* и *cd* при данном *k* равны.

принцип индифферентности имеет первостепенную важность. Но вопрос здесь, очевидно, не только в формальной логике. Каким образом на чисто логических основаниях мы можем разделить спектр на равновероятные диапазоны?

Третье затруднение, которое преодолевается нашей теорией, представлено в теории м-ра Кейнса следующим случаем. Предположим, я считаю, что воспринимаю или вспоминаю нечто, но у меня нет уверенности. Однако это даёт мне некоторое основание верить, в противоположность теории м-ра Кейнса, согласно которой степень уверенности в этом, рациональная для меня, заключается в том, что дано посредством вероятностного отношения между рассматриваемой пропозицией и тем, что известно мне с достоверностью. Он не может оправдать вероятностную уверенность, основанную не на доказательстве, но на непосредственном освидетельствовании. С нашей точки зрения, в формальной логике нет ничего, что противоречило бы такой уверенности. Вопрос о том, будет ли она разумной, зависит от того, что я назвал большей логикой, которая будет темой следующего раздела. Здесь же мы видим, что относительно такой вероятности, которую метод м-ра Кейнса, оправдывающий вероятностную уверенность только посредством отношения к определённому знанию, совершенно не способен охватить, возражений нет.

(5) ЛОГИКА ИСТИНЫ

Часто обсуждается, насколько обоснованно проводить различие между логикой согласованности и логикой истины. С одной стороны, настаивают, что логическая согласованность есть лишь разновидность согласованности фактуальной, что если уверенность в p не согласуется с уверенностью в q, это просто подразумевает, что p и q не являются оба истинными и что это – необходимый или логический факт. Я убеждён, что это затруднение может соприкасаться с теорией тавтологий Витгенштейна, согласно которой если уверенность в p несовместима с уверенностью в q, то то, что p и q не являются оба истинными, есть не факт, но тавтология. Но здесь я не собираюсь обсуждать этот вопрос далее.

С другой стороны, настаивают, что формальная логика, или логика согласованности, – это вся логика, а индуктивная логика либо бессмысленна, либо является частью естественных наук. Эта точка зрения, которая, как я полагаю, была высказана Витгенштеном, встречается гораздо реже. Но я думаю, было бы достойным сожаления из уважения к авторитету отказываться от попытки сказать нечто полезное об индукции.

бы его разум действовал согласно определённым правилам, которые мы приблизительно можем назвать 'научным методом', он имел бы такую степень уверенности. Но, в-четвёртых, нет нужды подразумевать нечто подобное, ибо человек не всегда уверен в научном методе, и так же как мы задаём вопрос 'С необходимостью ли я разумен?', можно спросить: 'С необходимостью ли разумен учёный?' Мне кажется, что в этом последнем значении мы можем идентифицировать рациональное мнение с мнением идеальной личности в сходных обстоятельствах. Однако чем могло бы быть мнение этой идеальной личности? Как отмечалось прежде, высший идеал состоял бы в том, чтобы всегда иметь истинное мнение и быть в нём уверенным. Но этот идеал больше подходит Богу, а не человеку[13].

Мы же рассмотрим человеческое сознание и то, что мы по большей части можем о нём спросить[14]. Человеческое сознание, по существу, работает согласно общим правилам или привычкам. Процесс мышления, который не следует некоторому правилу, был бы просто беспорядочной последовательностью идей. Везде, где выводится *A* из *B*, мы делаем так в силу некоторого отношения между ними. Поэтому проблему идеала мы можем установить так: «Какие привычки в самом общем смысле было бы лучше иметь человеческому сознанию?» Это – крайне широкий и неясный вопрос, на который едва ли можно было бы ответить, если бы не

[13] [Ранний набросок темы предшествующего параграфа в некоторых отношениях лучше. – Ф.П.Р.

Что же подразумевают, когда говорят, что степень уверенности разумна? Во-первых, часто подразумевают, что она была бы для меня приемлемой, если бы в данный момент моё мнение касалось той же темы, что и мнение рассматриваемого человека, но в отличие от данной ситуации, когда я, например, пьян, я был бы трезвым. Иногда мы идём дальше и спрашиваем: 'Разумен ли я?' Это может подразумевать, что я подчиняюсь определённым перечислимым стандартам, которые мы называем научным методом и оцениваем в расчёте на тех, кто их использует и достигает успеха. В этом смысле быть разумным подразумевает думать как учёный или руководствоваться только логическими рассуждениями и индукцией или чем-то подобным (т.е. разумность подразумевает рефлексию). В-третьих, мы можем обратиться к источнику того, почему мы восхищаемся учёными и ориентируемся на критику не первичного индивидуального мнения, но ментальной привычки. Иначе, мы можем обратиться к выяснению истины или к учёту таких степеней уверенности, которые будут наиболее полезны. (Включить склонность к сомнению или частичной уверенности.) Затем мы можем критиковать мнение согласно продуцирующей его привычке. Ясно, что это верно, поскольку всё зависит от этой привычки. Было бы неразумно получать правильное заключение в силлогизме, смутно припомнная о пропущенном элементе, общим обеим посылкам.

Мы используем разумность в смысле 1, когда говорим о доказательствах учёного, но это не кажется мне рациональным. В смысле 2 мы используем разумность, когда *противопоставляем* разум и предрассудки или инстинкты. В смысле 3 разумность используется, когда мы *оцениваем* ценность новых методов мышления, таких как предсказание.]

[14] То, что следует далее до конца раздела, почти всецело основано на работах Ч.С. Пирса. [Особенно его "Illustration of the Logic of Science", *Popular Science Monthly*, 1877 и 1878, перепечатано в *Chance Love and Logic* (1923).]

возможности, ограниченные прежде всего человеческой природой, соответствующим образом определённой. Мы могли бы вообразить некоторые полезные привычки, а на те привычки, которые предполагаются у каждого человека. [Необходимо объяснить, что я использую привычку в наиболее общем из возможных смыслов, обозначая просто правило или закон поведения, включая инстинкт. Я не хочу отличать приобретённые правила или привычки в узком смысле от изначальных правил или инстинктов, но предлагаю все их одинаково называть привычками.] Поэтому наиболее общий критицизм человеческого сознания вынужденно тёмен и бесперспективен, но нечто полезное сказать можно, если ограничить предмет следующим образом.

Возьмём привычку, которая определённым способом формирует мнение; например, привычку переходить от мнения, что гриб – жёлтый, к мнению, что он – несъедобен. Затем, принимая, что человек имеет привычку такого типа, мы можем просто спросить, какую степень мнения, что гриб – несъедобен, было бы для него наилучшим принять, когда он видит гриб. Иными словами, принимая, что он всегда одним и тем же образом приходит к мысли относительно всех жёлтых грибов, мы можем спросить, какая степень уверенности была бы для него наилучшей, что он – несъедобен. Ответ состоит в следующем. В общем случае, степень уверенности в несъедобности жёлтых грибов, являющаяся наилучшей, равнялась бы пропорции жёлтых грибов, которые фактически несъедобны. (Это вытекает из смысла степени уверенности.) Такой вывод относительно пространственно-временной области грибов, которую он включает, по необходимости смутен, но он едва ли более смутен, чем вопрос, на который отвечает. (Ср. концентрация в некотором пункте газа, состоящего из молекул.)

Установим это иным способом. Всегда, когда я осуществляю вывод, я делаю это согласно некоторому правилу или привычке. Когда нам даны посылка и заключение, вывод дан не полностью. Мы требуем также, чтобы между ними было задано отношение, в силу которого вывод осуществляется. Сознание работает согласно общим законам, поэтому если оно выводит q из p, это происходит из-за того, что q является примером функции ϕx, а p есть соответствующий пример функции ψx, такой что сознание всегда выводило бы ϕx из ψx. И когда мы критикуем не мнения, но процессы, посредством которых они образуются, правила вывода определяют для нас область, к которой может быть применена теория частот. Правило вывода может быть узким, как в случае, когда, увидев молнию, я жду раскатов грома, или более широким, когда, рассмотрев 99 примеров общего правила, которые, согласно моим наблюдениям, истинны, я заключаю, что 100-й также является истинным. В первом случае привычка, предопределяющая процесс, следующая: 'После вспышки молнии ожидается гром'. Степень ожидания, которая была бы наилучшей для создания этой привычки, равна пропорции случаев вспышки молнии, за которыми действительно следует гром. Во втором случае, когда из 99 наблюдаемых примеров определённого сорта общего правила выводится, что 100-й пример также является истинным, имеется более общая привычка. Для этой привычки лучшим было бы создать степень уверенности, равную пропорции всех случаев из 99 примеров общего правила, являющихся истинными, в которых 100-й также является истинным.

Таким образом, задав единичное мнение, мы можем хвалить или порицать его лишь на основании истинности или ложности. Но задав привычку определённой формы, мы можем хвалить или порицать её в соответствии с тем, насколько близко или далеко продуцируемая ею степень уверенности находится от действительной пропорции, в которой привычка ведёт к истине. Затем мы можем хвалить или порицать мнения в зависимости от нашей хвалы или порицания привычек, которые их продуцируют.

Этот подход можно применить не только к привычкам вывода, но также к привычкам наблюдения и памяти. Связывая с образом определённое чувство, мы считаем, что образ репрезентирует нечто такое, что действительно случается с нами, но относительно чего мы не можем быть уверены полностью. В нашей памяти степень прямого доверия изменяется. Если мы спрашиваем, что представляет собой лучшая степень доверия к участку в определённом специфическом ощущении памяти, ответ должен зависеть от того, как часто, когда ощущение имеет место, событие, чей образ присоединяет память, действительно имеет место.

Среди привычек человеческого сознания индукция занимает особое положение. Со времён Юма в оправдание индуктивных выводов было написано очень много. Юм показал, что индукция не может быть редуцирована к дедуктивному выводу или оправдана формальной логикой. Что касается его доказательства, оно кажется мне окончательным. И на предположении м-ра Кейнса, что от него можно оправиться, рассматривая индукцию как форму вероятного вывода, на мой взгляд, настаивать нельзя. Но предполагать, что вытекающая отсюда ситуация – это скандал в философии, я думаю, ошибочно.

Нас всех убеждают индуктивные доказательства, и наша уверенность рациональна, поскольку мир устроен так, что индуктивные выводы в целом ведут к истинным мнениям. Поэтому мы не способны ни помочь убеждению в индукции, ни, если бы мы всё-таки могли оказать такую помощь, мы не видим, почему это следует делать, поскольку уверены, что она является заслуживающим доверия процессом. Верно, что если кто-то не имеет привычки к индукции, мы не сможем доказать ему, что он ошибается; но в этом нет ничего особенного. Если человек сомневается в своей памяти или в своём восприятии, мы не можем доказать ему, что они заслуживают доверия. Просить об этом – значит требовать невозможного, и то же самое истинно относительно индукции. Она является одним из первичных источников познания, таким же, каким является память. Никто не считает скандалом в философии, что нет доказательства того, что мир не начался две минуты назад и что все наши воспоминания не являются иллюзорными.

Мы все согласны с тем, что человек, не использующий индуктивных выводов, неразумен. Вопрос лишь в том, что под этим подразумевается. С моей точки зрения, это означает не то, что этот человек как-то грешил бы против формальной логики или формальной вероятности, но то, что он не приобрёл весьма полезной привычки, без которой он находился бы в очень затруднительном положении в том смысле, что к истинным мнениям он приходил бы с гораздо меньшей степенью правдоподобия[15].

Сказанное выше – разновидность прагматизма. Мы судим о ментальных привычках на основании того, как они работают, т.е. на основании того, являются ли мнения, к которым они ведут, в большинстве своём истинными, или истинными по большей части, чем те мнения, к которым бы вели альтернативные привычки.

Индукция является такой полезной привычкой, и поэтому её разумно принять. Всё, что может сделать философия, – это проанализировать её, определить степень её полезности и найти, от каких характеристик природы она зависит. При исследовании этих проблем сама индукция подразумевается как то, без чего обойтись невозможно, как то, без чего мы были бы беспомощны. В этом круге нет ничего порочного. Только посредством памяти мы можем определить степень точности памяти, ибо, если мы проводим эксперименты, чтобы определить её действенность, они были бы бесполезны, если бы мы их не помнили.

Рассмотрим в свете сказанного, что же представляет собой индуктивная, или человеческая, логика – логика истины. Её дело рассмотреть методы мышления и обнаружить, какие степени доверия в них следовало бы установить, т.е. в какой пропорции случаев они ведут к истине. В этом исследовании от естественных наук её может отличить только большая общность её проблем. Она должна рассмотреть соответствующую обоснованность различных типов научных процедур, таких как поиск закона

[15] 'Правдоподобно' просто означает здесь, что я не убеждён в этом, но только имею относительно этого определённую степень уверенности.

причинности согласно методам Милля, и современных математических методов, типа априорных доказательств, использованных при открытии теории относительности. Надлежащий план такого исследования следует искать у Милля[16]. Я имею в виду не детали его методов или даже его использование закона причинности, но его способ трактовки предмета как исследование индукции относительно индукций, где закон причинности, управляющий малым количеством законов, сам доказывается индукцией через перечисление. Различные научные методы, которые могут быть использованы, последнее прибежище находят в индукции через простое перечисление. Мы выбираем простейший закон, который соответствует фактам. Но если мы не находим, что полученные таким образом законы к тому же соответствуют фактам, отличным от этих, но которым они должны соответствовать, мы отказываемся от этой процедуры в пользу некоторой другой.

А. ВЕРОЯТНОСТЬ И ЧАСТИЧНАЯ УВЕРЕННОСТЬ (1929)

Недостаток моей статьи о вероятности состоял в том, что частичная уверенность рассматривалась в ней как психологический феномен, определяемый и измеряемый психологом. Но эта разновидность психологии имеет весьма незначительную перспективу и совершенно неприменима в развитой науке. Фактически понятие уверенности степени для внешнего наблюдателя бесполезно, кроме случая, когда оно используется самим мыслителем, который говорит ‘Да, я верю в это со степенью $\frac{2}{3}$’, т.е. (если взять наиболее естественную интерпретацию) ‘Я верю в это с той же самой степенью, с которой верю в $p \vee q$, когда считаю, что p, q, r равновероятны, и знаю, что только одно из них является истинным’. Ну и что же является сутью этого числового сравнения? Каким образом используется это число? В огромном количестве случаев оно используется просто как основа для получения дальнейших чисел того же самого сорта, выдавая в конечном счёте такое число, которое столь близко стоит к 0 или 1, что рассматривается как 0 или 1, а частичная уверенность становится полной уверенностью. Однако иногда для практических решений используется само это число. Каким образом? Мне бы хотелось сказать, что оно используется согласно закону математического ожидания; но я не могу этого сделать, ибо мы могли бы использовать это правило, только если бы измерили успехи и неудачи. Но некоторым образом мы, быть может, к

[16] Ср. также рассмотрение ‘общих правил’ в разделе ‘О нефилософской вероятности’ в *Трактате* Юма

этому приближаемся, подобно тому, как в экономике по предположению максимизируется неизмеряемая полезность. Возникает также вопрос, почему именно это и есть закон математического ожидания. Ответ на него состоит в том, что если мы используем вероятность для измерения полезности, как объяснено в моей статье, то согласованность требует также и этого закона. Конечно, если бы полезность измерялась другим способом, например в деньгах, мы бы не использовали математическое ожидание.

Если в эквивалентных различиях полезности смысла нет, то деньги являются столь же хорошим способом их измерения, как и любой другой. Однако этот смысл можно задать нашим методом вероятности или с помощью времени; т.е. $x - y = y - z$, если x за 1 день и z за один день = y за 2 дня. Но промежутки должны быть длительными или соотнесёнными с различными сроками жизни или людьми, чтобы предотвратить взаимное влияние. Приведут ли эти два метода к одному и тому же? Можем ли мы доказать это с помощью Бернулли? Очевидно, нет; Бернулли оценивает только шансы. Человек может рассматривать 1 успех и 1 неудачу как равные 2 нейтральным, но рассматривать двойную неудачу просто как то, что внушает страх, не значит оценивать какой-либо шанс. (Но это можно было бы сделать! Нет, был бы шанс его небытия.) Я думаю, это показывает, что мой метод измерения более здрав; только он подходит для *всего.*

Всё это только на уровне идеи, но какой на самом деле в ней смысл? Я думаю, мы можем сказать так:

Теория – это множество пропозиций, содержащее (p и q), если она содержит p и q, и если она содержит какое-то p, то содержит и все его логические следствия. *Интерес* к таким множествам вытекает из возможности нашего применения того из них, в которое все мы верим.

Теория вероятностей – это множество чисел, ассоциированное с парами пропозиций, подчиняющихся исчислению вероятностей. *Интерес* к такому множеству вытекает из возможности согласованно действовать в соответствии с ним.

Математик, разумеется, имеет дело только с формой вероятности; вся истина в том, что он связан только с тем, что достоверно.

B. РАЦИОНАЛЬНАЯ СТЕПЕНЬ УВЕРЕННОСТИ (1928)

Когда мы обращаемся к рациональности = моей или = учёного, определить её точно совершенно невозможно. Следуя Пирсу, мы приписываем её привычке, а не индивидуальному суждению. Грубо говоря, рациональная степень уверенности = пропорции случаев, в которых привычка ведёт к истине. Но, пытаясь быть более точными, мы сталкиваемся со следующими затруднениями.

(1) Мы не всегда можем взять действительную привычку. Она вполне корректно может быть получена из некоторого предшествующего, случайно вводящего в заблуждение опыта. Тогда мы ищем более общую привычку, формирующую эту привычку.

(2) Мы не можем взять пропорцию *действительных* случаев; например в карточной игра весьма редко разыгрывается комбинация, привлекающая особое внимание, так что существует очень мало действительных примеров.

(3) Иногда мы действительно предполагаем теорию о мире с закономерностями и случайностями, и подразумеваем не пропорцию действительных случаев, но то, что является исключением в нашей теории.

(4) Но можно доказать, что эти усложнения не были необходимы при рассмотрении (1), где мы учитываем только самые общие привычки, для которых есть так много примеров, что если бы исключение в нашей теории отличалось бы от действительной пропорции, наша теория была бы ошибочной.

(5) К тому же в предельных случаях, типа индукции, для неё не могло бы быть *исключений*: это не тот сорт вещей, у которого есть исключения.

К счастью, в том, чтобы фиксировать точный смысл 'рациональный', никакого смысла нет. Этого можно было бы требовать лишь по одной из двух причин: либо потому, что рациональное является предметом науки (чего нет), либо потому, что это поможет нам рационально узнать, что такое рациональность (чего нет, хотя некоторые ложные понятия могут послужить нам помехой). Чтобы прояснить, что ни в одной из этих целей нет нужды, мы должны рассмотреть (1) содержание логики и (2) полезность логики.

СОДЕРЖАНИЕ ЛОГИКИ

(1) Предварительное философско-психологическое исследование природы мысли, истины и рациональности.

(2) Формулы для формального вывода = математика.

(3) Советы, помогающие избежать недоразумений (относится к медицинской психологии).

(4) Очерк наиболее общих пропозиций, известных или используемых в качестве привычек для вывода с абстрактной точки зрения, либо просто индуктивно, типа 'Математический метод разрешил все другие

проблемы, поэтому ...', либо иначе, систематически, когда это называется метафизикой. Всё это, так или иначе, можно назвать метафизикой. Однако это рассматривается как логика, когда применяется в отношении нерешённой проблемы, а не просто как информация, интересная ради неё самой.

Из всего этого только одно, очевидно (2), есть явная наука.

ПОЛЕЗНОСТЬ ЛОГИКИ

Полезность пунктов (1) и (3) очевидна; интересны же (2) и (4). (2) = математика необходима для обработки и систематизации нашего знания. Кроме того, эти (2) и (4) определённым способом помогают нам при рассуждениях делать выводы.

ЛОГИКА КАК САМОКОНТРОЛЬ (Ср. Пирс)

Самоконтроль подразумевает либо

(1) не действовать согласно сиюминутным желаниям, но остановиться, чтобы их обдумать, т.е. рассмотреть все желания и увидеть, какое из них действительно является наиболее сильным; его ценность должна исключать несогласованность в действии;

либо (2) формировать в качестве результата решающую привычку к действию не в отношении временного побуждения или стимула, но в отношении привычки, определённым способом согласованной с постоянным желанием.

Различие в том, что в (1) мы останавливаемся, чтобы обдумать, а в (2) мы обдумали это раньше и останавливаемся только для того, чтобы сделать то, что решили заранее.

Поэтому и логика даёт нам возможность

(1) не выносить суждение об очевидности того, что непосредственно нам дано, но остановиться и обдумать всё то, что так или иначе с этим соотносится. Она даёт нам возможность не быть непоследовательными и к тому же уделять внимание самым общим фактам: например, все вороны, которых я видел до этого, были чёрными, поэтому любая другая будет чёрной; «Но нет», цвет в тех-то и тех-то случаях является переменным качеством. К тому же дело не в том, чтобы перейти от $\phi a.\phi b\ldots$ к вероятности $(x)\phi x$, но в рассмотрении того, что a, b ... есть класс, который я видел (и то, что мы видим, особым образом подпадает или же не подпадает под ϕ). Это различие относится к различию между пристрастной и произвольной выборками.

(2) Формирование определённых фиксированных привычек к процедуре или интерпретации означает лишь пересмотр интервалов, когда мы обдумываем эти вещи. Здесь происходит то же самое, как и в любом общем суждении. Мы рассматривали бы процесс как 'логику', когда он был бы совершенно общим (например, не ожидать, что женщина коварна, но, например, пренебречь корреляцией коэффициентов с вероятностной ошибкой, большей чем они сами).

В отношении формирования суждения или частичного суждения (что является решением иметь уверенность такой-то степени, т.е. действовать определённым способом) мы должны заметить:

(*a*) Мы спрашиваем 'p?', а не 'Истинно ли мыслить p?' и не 'Рационально ли мыслить p?' (Но в качестве первого шага это было бы полезным.)

Но (*b*) 'Истинно ли мыслить p?' никогда нельзя установить без установления p, которому оно эквивалентно.

(*c*) 'Рационально ли мыслить p?' просто подразумевает 'Является ли p тем, что обыкновенно имеет место в этом случае?' и столь же двусмысленно, как и 'обыкновенно'. Постановка такого вопроса может нам помочь, но ответить на этот вопрос зачастую не легче, чем на само p.

(*d*) Для различных рассмотрений такого типа не может быть полезным ни точный смысл, в котором могут быть установлены 'рационально' или 'обыкновенно', ни весомость, приписанная какому-то такому принципу. Например, процент смертности людей старше 60 равен $\frac{1}{10}$, но все 20 рыжих, с которыми я знаком и которые достигли 60 лет, дожили до 70. Что я должен ожидать от ещё одного 60-летнего рыжего? Ожидание у меня есть, но предо мной очевидность, и она действует на моё сознание. Имеет место конфликт этих двух 'обыкновенностей', которые должны действовать на моё сознание; одна из них действительно рациональна, другая же нерациональна.

(*c*) Тем не менее когда очевидность весьма усложнена, для её упрощения вводятся статистические данные. Они выбираются таким образом, чтобы, по возможности, повлиять на меня так, как влияли бы все репрезентируемые ими факты, если бы я мог постичь их совершенно ясно. Но вместе с тем это не может быть сведено к формуле. На предмет могут воздействовать мои остальные знания, поэтому p может быть эквивалентно влиянию q, но не влиянию ph на qh.

(*f*) Есть исключения, в которых вопрос 'Рационально ли мыслить p?' вполне разрешал бы проблему. Так, если мы говорим, что одно из имён этих людей начинается с A и что это касается 8 из них, то рационально верить в степени $\frac{1}{8}$, что любое из их имён в отдельности начинается с A, и так поступали бы все мы (если бы не чувствовали, что здесь есть нечто ещё).

(*g*) Тем не менее вводить идею 'рационального' на самом деле ошибочно. Лучше сказать 'обыкновенно', и это проясняет неопределённость. Рациональность зависит от того, что рассматривается как уместное. *Если за достаточное мы принимаем уместное*, рациональность мыслимости *p* становится, как минимум, столь же проблематичной, как и вопрос относительно *p*. Если мы всё рассматриваем как уместное, всё становится одним и тем же.

(*h*) Что же нам следует рассматривать как уместное? То, что полезно принять как уместное. Если бы на рациональное мы могли полагаться как на то, что принимается в качестве уместного, здесь бы всё и подразумевалось. Иначе об этом невозможно было бы говорить. Но возникает вопрос, который может задать наблюдатель, а не сам мыслящий. Если для мыслящего вещь уместна, он не может её отвергнуть, а если он чувствует её неуместной, он не может её использовать.

(*i*) Фактически мы отвечаем или можем ответить на данный вопрос лишь при весьма незначительном ощущении уместности, апеллируя к тому, что это рационально. Тогда это будет эквивалентно тому, что мы знаем и рассматриваем как уместное.

(*j*) Как уместные рассматриваются или не рассматриваются не только пропозиции, но и формальные факты, например, $a = a$. Мы можем реагировать на ϕa иначе, чем на какое-то другое ϕx, не потому что мы нечто знаем об a, но, например, по эмоциональным причинам.

C. СТАТИСТИКА (1928)

Научная статистика связана с сокращением фактов относительно индивидов, которые интерпретируются как произвольная выборка из бесконечной 'совокупности'. Если рассматриваемые качества дискретны, это просто подразумевает, что мы рассматриваем пропорции наблюдаемых индивидов, обладающих этими качествами, и приписываем эти пропорции гипотетической совокупности. Если качества непрерывны, мы берём совокупность в простой и удобной форме, содержащей различные параметры, которые тогда выбираются так, чтобы дать наиболее высокую вероятность наблюдаемым примерам. В любом случае вероятностная ошибка вычисляется для примера из такой совокупности[17].

Значение этой процедуры в том, что мы записываем в удобной и простой форме:

[17] См.: Fisher R. A. Theory of statistical estimation. *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 22. P. 700–725 (1925); Ibidem. *Statistical Methods for Research Workers*.

(1) приблизительные пропорции, имеющие данные качества в различной степени;

(2) число наблюдаемых нами примеров (весомость нашей индукции) (вероятностная ошибка).

Но нельзя задать правило, чтобы, используя числа, установить степень уверенности в отношении нового примера.

Введение бесконечной совокупности представляет собой глупую фикцию, которую нельзя защитить кроме как некоторой ссылкой на продвижение к пределу, разрушающему её смысл. Процедуру вычисления параметров по максимальному правдоподобию и вероятностной ошибке можно определить как процесс в чистой математике. Его смысл предполагает теорию или множество шансов. Пропорцию бесконечной совокупности следовало бы заменить шансами.

Конечно, цель не всегда состоит в простой индукции, но заключается в каузальном анализе; мы обнаруживаем, что шансы не совпадают с теми, что мы ожидали, так как кость неравновесна или люди сегодня более осторожны и т.д.

D. ШАНС (1928)

(1) В том смысле, в котором представляют себе некоторые, например Н. Кэмпбел, Нисбет[18], объективных шансов не существует.

Например, нет установленного факта формы 'В n последовательных подбрасываниях число орлов расположено между $\frac{n}{2} \pm \varepsilon(n)$'. Наоборот, у нас есть веская причина верить, что любой такой закон был бы нарушен, если бы мы рассмотрели достаточное количество его примеров.

Относительно бесконечной серии подбрасываний нет никакого факта, установленного эмпирически. Такая формулировка применяется только для того, чтобы избежать противоречия с опытом, а то, чему опыт не может противоречить и чего он не может подтвердить, установленным не считается.

(Относительно этого Н. Кэмпбел совершает простую ошибку.)

Непродуманная частотная теория исключается, поскольку она оправдывает аргумент 'завершённости шансов', например в отношении пола потомков.

(2) Следовательно, шансы должны определяться степенями уверенности. Но они не соответствуют чьим-то действительным степеням уве-

[18] Nisbet R. H. The Foundation of Probability. *Mind*, 1926.

ренности. Шансы, что за 1000 орлов последует решка, равны шансам, что решка последует за 999 орлами, но первого каждый ожидает больше, чем последнего.

(3) Шансы суть степени уверенности в рамках определённой системы уверенностей и степеней уверенности, но не в системы уверенностей и степеней уверенности какой-то действительной личности, а в упрощённой системе, к которой отчасти приближается этот действительный человек.

(4) Эта система уверенностей состоит, во-первых, из естественных законов, в которых уверены с достоверностью, хотя для людей они на самом деле, конечно, совершенно недостоверны.

(5) К тому же эта система содержит различные вещи следующего типа. Когда знают ψx, и ничего подходящего более неизвестно, то ϕx всегда ожидают со степенью уверенности p (то, что подходит или не подходит, также специфицируется в рамках системы). Это записывается так: шанс ϕ при данном ψ есть p (если $p = 1$, то всё это совпадает с законом). Шансы в совокупности с законами образуют дедуктивную систему, соответствующую правилам вероятности, и действительная уверенность того, кто использует эту систему, приближалась бы к уверенности, дедуцируемой из комбинации этой системы с особым знанием фактов, предполагаемым пользователем, где это знание (неточно) берётся как достоверное.

(6) Шансы в такой системе не должны смешиваться с частотами. Шанс ϕx при данном ψx может отличаться даже от *известных* частот для тех ψ, которые являются ϕ. Например, шанс выпадения монеты орлами вчера равняется $\frac{1}{2}$, поскольку 'вчера' является безразличным, но пропорция действительного выпадения орлов вчера могла быть равна 1.

(7) Очевидно, однако, что для каждой пропозиции мы не вооружены системами степеней уверенности, данной нам для любого базиса фактуального знания. Наши системы покрывают только часть поля, и там, где у нас нет системы, мы говорим, что не знаем шансов.

(8) Феномены, для которых у нас есть систематические шансы, – это шансы на исход игры, на рождение, на смерть и на все виды коррелирующих коэффициентов.

(9) Под объективным шансом мы подразумеваем не просто то, что в нашей системе у нас есть шанс $\frac{\phi(x)}{\psi(x)}$, но то, что у нас нет надежды преобразовать систему в пару законов $\alpha x \,.\, \psi x \supset_x . \,\phi x : \beta x \,.\, \psi x \,. \supset_x . \sim\phi x$ и т.д.,

где αx, βx суть дизъюнкции легко наблюдаемых свойств (по времени предшествующих ϕx). Как указывает Пуанкаре[19], это имеет место, когда малые причины производят значительные результаты.

Шансы являются объективными в другом смысле, в котором с ними согласен каждый, в противоположность, например, ставкам на лошадей.

(10) Под несовпадением события или несоответствием шансу мы подразумеваем то, что если бы нам стало это известно, то мы уже не рассматривали бы нашу систему как удовлетворительную, хотя согласно нашей системе событие могло бы быть не более невероятным, чем любая альтернатива. Так, 1000 орлов подряд выпали бы не благодаря случайности, т.е. если бы мы проводили наблюдение, это изменило бы нашу систему шансов для данной монеты. Если последнее обозначить как *h*, то шансы в нашей системе с *h* в качестве предположения заметно отличались бы от наших действительной степени уверенности при наличии *h*.

Говоря, что вещь не соответствует шансу, мы подразумеваем только то, что наша система шансов должна быть изменена, а не то, что она должна стать системой законов. Так, несимметричная монета выпадает на орла не благодаря шансу, даже если это и не всегда так; шанс, например, может быть $= \frac{2}{3}$, а не $\frac{1}{2}$.

Если мы говорим 'Мы встретились не случайно', т.е. *запланированно*, план является просто фактором, модифицирующим шансы. Но наша встреча могла бы случиться также и потому, что мы прогуливались по одной и той же дороге.

(11) Вот почему Н. Кэмпбел считает, что несовпадения нельзя допускать, т.е. несовпадения $. \supset .$ система ошибочна, $\therefore$ система $. \supset .$ нет несовпадений. Несмотря на видимость формально последовательного, это рассуждение ошибочно, поскольку система – это не пропозиция, являющаяся истинной или ложной, но несовершенное приближение к состоянию сознания, где несовершенства при определённых обстоятельствах могут становиться слишком уж вопиющими.

(12) Под тем, что *в конечном счёте* соответствует шансу, мы подразумеваем отсутствие закона (здесь обобщение не более чем контролируемая сложность), известного или неизвестного, который предопределяет будущее из прошлого. Если, далее, мы предполагаем, что шансы предельны, это подразумевает наилучшую из возможных систем, в которой имелись бы эти шансы.

[19] См.: *Science et Hypothèse* и *Science et Méthode*.

(13) В выборе системы мы должны пойти на компромисс между двумя принципами: субъект всегда ставит условие, что система (мы выбираем простейшую, а соответственно, и всё остальное) не должна противоречить любым из известных нам фактов, и (с соответствующими следствиями) мы выбираем систему, которая даёт самый высокий шанс наблюдаемым нами фактам. Это положение есть 'принцип максимального правдоподобня' Фишера и задаёт метод верификации системы шансов.

(14) Вероятность в физике подразумевает шанс в объяснённом здесь смысле, возможно, с некоторыми усложнениями, поскольку мы имеем дело с 'теорией' в смысле Кэмпбела, а не просто с обычной системой, являющейся обобщением 'законов' Кэмпбела. Чем является в теории шанс, едва ли можно объяснить до тех пор, пока мы не знаем чего-то большего о природе теорий.

(15) Короче говоря, наука статистики должна иметь дело с нашим ракурсом видения. Он включает три части:

(*a*) Совокупность и упорядоченность выборок из многообразных данных.

(*b*) Индукция = формирование системы шансов посредством принципа максимального правдоподобия на основании того, что дано.

(*c*) Каузальный анализ; например, эта игральная кость часто выпадает именно так, следовательно, её центр тяжести должен быть смешён к противоположной стороне.

(16) Единственное имеющееся в наличии затруднение связано с (*c*) каузальным анализом, при котором мы, по-видимому, принимаем высказывание о шансах как факт и доказываем 'Такое частое выпадение кости на шестёрку не соответствует шансу' $\therefore$ 'шанс $> \frac{1}{6}$' $\therefore$ 'центр тяжестн смешён'. Довод, который, по-видимому, несовместим с нашим решением парадокса (а именно, что шанс $= \frac{1}{6}$ противоречит этому несоответствию), состоял бы в том, что 'шанс $= \frac{1}{6}$' и 'шанс $> \frac{1}{6}$' не являются пропозициями и не могут служить в качестве посылок и заключений доказательств.

(17) Затруднение устраняется размышлением над тем, что система, которую мы в конечном итоге используем, не только даёт нам степени

уверенности или шансы выпадения x на шесть (при условии, что x брошена) = $\frac{1}{6}$, но также и то, что выпадение x на шесть (при условии, что x брошена и несимметрична) > $\frac{1}{6}$. Следовательно, перестановкой получаем: x несимметрична / x выпадает на шесть . x подброшена > x несимметрична / x подброшена. Мы аргументируем так: если $a/bh > a/h$, то $b/ah > b/h$. По-видимому, 'Шанс выпадения x на шесть равен p' трактуется как подлинная пропозиция, но в действительности подразумевается невыраженное условие, которое согласно нашей системе, будучи добавлено к предположению, даёт шанс p.

(18) Мы можем установить это следующнм образом. Статистический каузальный анализ предполагает фундаментальную систему, в рамках которой он развивается и которую он оставляет неизменной. По-видимому, это положение никогда не учитывается. По-видимому, учитывается более ограниченная система, пронзводная или выводимая из фундаментальной системы посредством добавления эмпирической посылки. Поэтому на самом деле в расчёт принимается (модифицируется или отвергается) уже не ограниченная система, но эмпирическая посылка, на которой она основана.

Конечно, эта эмпирическая посылка может быть неизвестна или известна весьма смутно. Например, из факта, что мальчиков рождается больше, чем девочек, я заключаю к некоторому превосходству в числе, подвижности или способности к оплодотворению сперматозоидов, несущих мужской признак, или к одной из тысячи других возможных причин, поскольку, согласно принципу индифферентности, который является частью моей фундаментальной системы, наблюдаемое неравенство было бы слишком неправдоподобно, если бы такого различия не было. Но, как кажется, между этой причиной и несимметричной монетой фундаментального различия нет.

(19) Обратим внимание на проблему Пуанкаре 'Почему случайные события подчинены закону?' Фундаментальный ответ на этот вопрос состоит в том, что они не подчинены закону, если для всего поля случайных событий принять, что относительно них обобщения невозможны (рассмотрим, например, инфекционные болезни, дактили в гекзаметрах, смерть от удара копытом, рождения великих людей).

Как говорит Пуанкаре, парадокс в том, что страховой агент по неведению может легко получать полезные выводы, тогда как если бы он знал законы здоровья, он должен был бы пройти через бесконечные вычисления. Фактически же он работает не по неведению, но отталкивается от опыта частот.

(20) Обратим внимание на ‘произвольность’.

Кейис[20] даёт, по сути, корректное её рассмотрение. Но

(*a*) его рассмотрение по существу вводит понятие описания. Мы же хотим не того, чтобы a являлось произвольным элементом из $\hat{x}(Sx)$ для цели ϕx, но того, чтобы описание $(\iota x)(\psi x)$ было произвольным описанием, когда $x = (\iota x)(\psi x)$ безразличен для $\phi x/Sx.h$.

(*b*) По существу, нужно расширить термин так, чтобы охватить выбор не просто одного элемента, но многих. Таким образом, то, что $\psi\hat{x}$ даёт произвольный выбор n S-ок в отношении $\phi\hat{x}$, подразумевает, что $\alpha = \hat{x}(\psi x)$ безразлично к вероятностям формы: Пропорция из α, которая есть $\phi = \lambda/\alpha \in n.\alpha \subset \hat{x}(Sx).h$.

Идея произвольного выбора полезна в индукции, где ценность доказательства ‘Пропорция λ ψS-ок есть ϕ-ки’ $\therefore$ ‘Пропорция λ S-ок есть ϕ-ки’ зависит от того, произвольно ли отбирает ψ. Если $\lambda = 1$, ценность доказательства, конечно, усиливается, если ψ склоняется против ϕ, и ослабляется, если ψ склоняется в его пользу.

[20] *Treatise on Probability*. P. 291.

II

ТЕОРИИ (1929)

Попробуем описать теорию просто как язык для обсуждения фактов, которые, как говорят, теория объясняет. Это не обязывает нас к философскому вопросу о том, является ли теория только языком. Скорее, если бы мы знали, на какую разновидность языка она претендует, если претендует вообще, то могли бы продвинуться в том, чтобы обнаружить, что это за язык. Мы должны попытаться сделать наше описание настолько общим, насколько возможно, но мы не можем быть уверены, что фактически достигли наиболее общего типа теории, поскольку возможные усложнения бесконечны.

Прежде всего, рассмотрим объясняемые факты. Они входят в универсум дискурса, который мы будем называть *первичной системой*. Эта система составлена из всех терминов[1] и пропозиций (истинных или ложных) рассматриваемого универсума. Мы должны предполагать, что первичная система дана нам таким образом, чтобы у нас был способ записи, способный выразить каждую пропозицию. Что же должна представлять собой эта запись?

В первом приближении она может состоять из имён различных типов, любые два или более из которых, соединённые вместе, дают атомарную пропозицию, например: имена *a*, *b* … *z*, 'красное', 'раньше'. Но, я думаю, система, которую мы пытаемся объяснить, редко относится к такой разновидности. Если, например, мы имеем дело с последовательностью переживаний, мы не пытаемся объяснить их временной порядок (который мы не можем объяснить чем-то более простым) или, если предполагать *какой-то* порядок, что идёт первым, *a* или *b*. Мы считаем само собой разумеющимся, что они упорядочены и что *a* идёт раньше *b* и т.д., и пытаемся объяснить, какое является красным, какое синим и т.д. По существу, в '*a* раньше *b*' и '*a*', и '*b*', и т.п. на самом деле являются не именами, а описаниями, за исключением случая настоящего времени. Мы считаем само собой разумеющимся, что эти описания единственны в своём роде и вместо '*a* было красным' имеем, например, 'По счёту 3-е тому назад было красным'. Нужные нам символы являются не именами, но

---

[1] 'Универсум' первичной системы может содержать 'синее или красное', но не 'синее' или 'красное'; т.е. мы могли бы объяснить, когда вещь является 'синей или красной' в противоположность 'зелёной или жёлтой', но не то, какой она является, синей или красной. Термином тогда было бы 'синее или красное'; 'синее', 'красное' – бессмысленны для нашей настоящей цели.

числами: 0-й (т.е. настоящее), 1-й, –1-й и т.д., в общем случае *n*-й. Мы можем использовать красный(*n*), чтобы обозначить, что *n*-й является красным, считая вперёд или назад от выделенного места. Если последовательность заканчивается, скажем, 100, то мы могли бы записать $N(101)$ и в общем случае $N(m)$, если $m > 100$, подразумевая 'Не существует *m*-й'; или, что ещё проще, рассматривать, например, красный(*m*) как бессмыслицу, если $m > 100$, тогда как, если бы мы записали $N(101)$, нам следовало бы сказать, что красный (*m*) является ложным. Я не уверен, что это необходимо, но мне кажется, что так всегда происходит на практике, т.е. термины нашей первичной системы имеют структуру, а любая структура может быть репрезентирована посредством чисел (или пар чисел, или другой комбинацией чисел).

Можно пойти ещё дальше, ибо не только некоторые элементы нашей первичной системы, но даже все могут быть лучше представлены символически с помощью чисел. Например, цвета имеют структуру, в которой любому данному цвету может быть приписано место посредством трёх чисел, и т.п. Трактовать так можно даже запахи; наличие запаха обозначается посредством 1, отсутствие – посредством 0 (числами можно задать всю совокупность качеств запахов). Мы, разумеется, не можем составить пропозицию из чисел, не используя какую-то связь. То, что момент 3 имеет цвет 1 и запах 2, должно записываться как $\chi(3) = 1$ и $\phi(3) = 2$, где χ и ϕ соответствуют общим формам цвета и запаха и, возможно, являются функциями с ограниченным числом значений. Поэтому, например, $\phi(3) = 55$ может быть бессмысленным, поскольку 55-го запаха нет.

Даже если такая возможность есть, она не так уж и выгодна там, где мы, соответственно, имеем дело с несколькими элементами (например, с несколькими запахами). Там, где у нас есть множественнсость, как, например, в случае с моментами времени, мы не можем их наименовать и наша теория не будет объяснять первичную систему, в которой они имеют имена, ибо она будет учитывать не их индивидуальность, но только их расположение. В общем случае использованием чисел ничего достигнуть нельзя, и даже может быть утрачена ясность там, где порядку и т.п. чисел ничего не соответствует в природе элементов.

Если бы все элементы были репрезентированы посредством чисел, то все пропозиции первичной системы имели бы форму утверждений о значениях, принимаемых определёнными однозначными числовыми функциями. Это были бы не математические функции в обычном смысле, ибо то, что такая-то функция имеет такое-то значение, всегда было бы предметом факта, а не делом математики.

Мы выражались так, как если бы подразумеваемые нами числа всегда являлись целыми числами, и если правы сторонники финитной точки зрения, в исходной первичной системе это действительно должно быть так, хотя целые числа, конечно, могут принимать форму рациональных чисел. Это подразумевает, что мы могли бы связать пару (m, n) с парой $(\lambda m, \lambda n)$, всегда идентичной с (m, n). Если, однако, наша первичная система уже является вторичной, отталкивающейся от какой-то другой теории, действительные числа вполне могут подойти.

Это относится к первичной системе. Обратимся теперь к теоретической конструкции.

Мы начнём с типичной формы теории и позднее рассмотрим, является эта форма наиболее общей или же нет. Предположим, что атомарные пропозиции нашей первичной системы таковы: $A(n)$, $B(m, n)$ ..., где m, n и т.д. в качестве значений принимают целые числа, подлежащие любым уточнениям, например, что в $B(m, n)$ m может принимать лишь значения 1, 2.

Далее, введём новые пропозициональные функции $\alpha(n)$, $\beta(n)$, $\gamma(n, m)$ и т.д., а под пропозициями вторичной системы будем подразумевать любую функцию истинности от значений α, β, γ и т.д. Установим также пропозиции об этих значениях, например $(n).\ \overline{\alpha(n).\beta(n)}$, которые будем называть *аксиомами*, а все пропозиции вторичной системы, выводимые из аксиом, будем называть *теоремами*.

Кроме этого, создадим словарь, который принимает форму последовательности определений функций первичной системы A, B, C ... в терминах функций вторичной системы α, β, γ, например, $A(n) = \alpha(n) . \vee . \gamma(O, n^2)$. Рассматривая эти определения как эквивалентности и добавляя их к аксиомам, мы будем способны вывести пропозиции первичной системы, которые будем называть *законами*, если они являются общими пропозициями, и *следствиями*, если они являются единичными пропозициями. Совокупность законов и следствий будет элиминативным результатом [the eliminant], если α, β, γ ... и т.д. можно удалить из словаря и аксиом. Истинность именно этой совокупности законов и следствий утверждает наша теория.

Это можно пояснить на примере[2]. Интерпретируем числа n, n_1, n_2, и т.д. как моменты времени и предположим, что первичная система содержит следующие функции:

[2] [Этот пример, *по-видимому*, поверхностен и, следовательно, стоит изобрести лучший. Но фактически он выявляет несколько полезных пунктов, которые в противном случае обнаружить было бы трудно. Однако он может упустить пункты, которые мы будем рассматривать позднее. Недостаток всех примеров Нико в том, что они не дают внешнего мира, в котором что-то *происходит*. – *Ф.П.Р.*]

$A(n)$ = Я вижу синее в n;

$B(n)$ = Я вижу красное в n;

[$\overline{A}(n) . \overline{B}(n)$ = Я ничего не вижу в n].

$C(n)$ = Между $n - 1$ и n я чувствую, что мои глаза открыты;

$D(n)$ = Между $n - 1$ и n я чувствую, что мои глаза закрыты;

$E(n)$ = Я делаю шаг вперёд в n;

$F(n)$ = Я делаю шаг назад в n.

Предположим также, что мы конструируем теорию следующим способом: Во-первых, m будет пониматься как принимающая значения только 1, 2, 3

и $f(m)$ определяется посредством $\begin{cases} f(1) = 2 \\ f(2) = 3 \\ f(3) = 1 \end{cases}$

Затем мы вводим

$\alpha(n, m)$ = В момент n я нахожусь в месте m.

$\beta(n, m)$ = В момент n место m является синим.

$\gamma(n)$ = В момент n мои глаза открыты.

Аксиомы:

$(n, m, m') : \alpha(n, m) . \alpha(n, m') . \supset . m = m'$.

$(n) . (\exists m) . \alpha(n, m)$.

$(n) . \beta(n, 1)$.

$(n) : \beta(n, 2) . \equiv . \overline{\beta}(n + 1,2)$.

Словарь:

$A(n) = (\exists m) . \alpha(n, m) . \beta(n, m) . \gamma(n)$.

$B(n) = (\exists m) . \alpha(n, m) . \overline{\beta}(n, m) . \gamma(n)$.

$C(n) = \overline{\gamma}(n - 1) . \gamma(n)$.

$D(n) = \gamma(n - 1) . \overline{\gamma}(n)$.

$E(n) = (\exists n) . \alpha(n - 1, m) . \alpha\{n, f(m)\}$.

$F(n) = (\exists n) . \alpha\{n - 1, f(m)\} . \alpha(n, m)$.

Об этой теории можно сказать, что она репрезентирует меня как перемещающегося между тремя пунктами: ‘вперёд’ – в смысле $ABCA$, ‘назад’ – в смысле $ACBA$. Место A – всегда синее, место B – попеременно синее и красное, место C – синее или красное, в соответствии с законом, который мною не обнаружен. Если мои глаза открыты, я вижу цвет места, в котором я нахожусь, если они закрыты, цвет я не вижу. Законы, вытекающие из теории, могут быть выражены следующим образом:

(1) $(n) . \{\overline{A}(n) \vee \overline{B}(n)\} . \{\overline{C}(n) \vee \overline{D}(n)\} . \{\overline{E}(n) \vee \overline{F}(n)\}$;

(2) $(n_1, n_2)\ \{n_1 > n_2 . C(n_1) . C(n_2) . \supset . (\exists n_3) . n_1 > n_3 > n_2 . D(n_3)\}$;

(2') (2) с взаимной заменой вхождений C и D.

Определим $\begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{matrix}(n_1, n_2)$ как

$$Nc'\ \hat{\nu}\ \{n_1 < \nu\ n_2 . E(\nu)\}$$

$$-Nc'\ \hat{\nu}\ \{n_1 < \nu\ n_2 . F(\nu)\} \equiv \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{matrix} \pmod 3)$$

(3) $[(\exists n_1) . C(n_1) . n_1\ n . n \geq \nu > n_1 . \supset_\nu . \overline{D}(\nu)] \supset_n : A(n) \vee B(n)$;

(4) $[(\exists n_1) . D(n_1) . n_1\ n . n \geq \nu > n_1 . \supset_\nu . \overline{C}(\nu)] \supset_n : \overline{A}(n) \vee \overline{B}(n)$;

(5) $(n) :. (\exists m) : m = 0,1$ или $2 : m(\nu, n) \supset_\nu \overline{B}(\nu) : (m-1)(\nu_1, n) . (m-1)(\nu_2, n)$

$\nu_1 \not\equiv \nu_2 \pmod 2 \supset_{\nu_1 \nu_2} . \overline{A}(\nu_1) \vee \overline{A}(\nu_2) . \overline{B}(\nu_1) \vee \overline{B}(\nu_2)$
[где для этой цели $0 - 1 = 2$].

Далее, их можно сравнить с аксиомами и словарём, и нет сомнений, что обычному уму аксиомы и словарь дадут законы в более удобной форме.

Теперь выразим всё это математически, записывая:

$A(n)$	как	$\phi(n) = 1$;
$B(n)$	как	$\phi(n) = -1$;
$\overline{A}(n) . \overline{B}(n)$	как	$\phi(n) = 1$;

$C(n)$	как	$\chi(n) = 1$;
$D(n)$	как	$\chi(n) = -1$;
$\overline{C}(n) . \overline{D}(n)$	как	$\chi(n) = 0$;
$E(n)$	как	$\psi(n) = 1$;
$F(n)$	как	$\psi(n) = -1$;
$\overline{E}(n) . \overline{F}(n)$	как	$\psi(n) = 0$.

Вместо $\alpha(n, m)$ имеем $\alpha(n)$, функцию, принимающую значения 1, 2, 3.

$\beta(n, m)$	„	$\beta(n, m)$	„	„	1, –1.
$\gamma(n)$	„	$\gamma(n)$	„	„	1, 0.

Нашими аксиомами сразу становятся:

(1) $(n) . \alpha(n) = 1 \vee 2 \vee 3$;

(2) $(n) . \beta(n, 1) = 1$;

(3) $(n) . \beta(n, 2) \neq \beta(n + 1, 2)$;

(4) $(n, m) . \beta(n, m) = 1 \vee -1$;

(5) $(n) . \gamma(n) = 0 \vee 1$.

Из них на (1), (4), (5) едва ли стоит обращать внимание, поскольку они просто говорят, какие значения способны принимать функции.

Наши определения превращаются в:

(i) $\phi(n) = \gamma(n) \times \beta\{n, \alpha(n)\}$;

(ii) $\chi(n) = \gamma(n) - \gamma(n - 1)$;

(iii) ψ(n) = остаток по модулю 3 от α(n) – α(n – 1).

В наших законах, разумеется, ϕ, χ, ψ должны быть такими, чтобы можно было найти α, β, γ, удовлетворяющие 1–5 и i–iii. Просматривая прежние законы, мы вместо них получаем

(1) $\phi(n) = -1 \vee 0 \vee 1$, $\chi(n) = -1 \vee 0 \vee 1$, $\psi(n) = -1 \vee 0 \vee 1$;

(2) $(n, m) . \left| \sum_{r-n}^{m} \chi(\nu) \right| \leq 1$;

(3) $(\exists m) . \qquad = 1 : \supset_n . \phi(n) \neq 0$;

$$(3)\ (\exists m)\,.\ \sum_{r-m}^{n} \chi(r) = 1 : \supset_n .\ \phi(n) \neq 0;$$

$$(4)\ (\exists m)\,.\ \sum_{r-n}^{n'} \psi(r) = -1 : \supset_n .\ \phi(n) = 0;$$

$$(5)\ (n) :.\ (\exists m) : \sum_{r-n}^{n'} \psi(r) \equiv m (\mathrm{mod}\ 3)\ .\ \supset_{n'}\ .\ \phi(n') \neq -1 : \sum_{r-n}^{n'} \psi(r) \equiv$$

$$\sum_{r-n}^{n'} \psi(r) \equiv m - 1 (\mathrm{mod}\ 3)\ .\ n' \equiv n'' + 1 (\mathrm{mod}\ 2)\ .\ \supset_{n', n''}\ .\ \phi(n')\ \phi(n'') = 0 \vee -1.$$

До сих пор мы демонстрировали только генезис *законов*; *следствия* возникают тогда, когда мы добавляем к аксиомам пропозиции, включающие, например, частные значения n, из которых можно вывести пропозиции в первичной системе, не имеющие форму (n)... . Их мы называем *следствиями*.

Если взять идею теории в её математической форме, то объяснить её можно следующим образом. Вместо того, чтобы просто говорить о том, что мы знаем о значениях функций, с которыми имеем дело, мы говорим, что они могут быть сконструированы определённым способом, который задан словарём, из функций, удовлетворяющих определённым условиям, которые заданы аксиомами.

Приведём теперь пример теории. Но перед тем как перейти к систематическому обсуждению различных черт этого примера и того, встречаются ли они в любой теории, сформулируем некоторые вопросы, которые могут быть заданы относительно теории, и рассмотрим, как на них можно ответить в данном случае.

1. Можно ли на языке этой теории сказать нечто такое, чего мы не могли бы сказать без неё?

Очевидно, нет, ибо мы можем легко удалить функции вторичной системы и поэтому сказать в первичной системе всё, что даёт нам теория.

2. Можем ли мы посредством эксплицитных определений воспроизвести структуру нашей теории в рамках первичной системы?

[Этот вопрос важен, поскольку Рассел, Уайтхед, Нико и Карнап, по-видимому, предполагали, что мы можем и должны сделать это.[3]]

Здесь необходимо провести некоторые разграничения. Например, мы можем рассуждать следующим образом. Если необходимо предполагать

[3] Nicod Jean. *La Gûomûtrie dans le Monde Sensible* (1924); Carnap Rudolf. *Der Logische Aufbau der Welt* (1928).

истинность законов и следствий, факты первичной системы должны допускать определение функций со всеми свойствами функций вторичной системы, и это даёт решение нашей проблемы. Но неприятность состоит в том, что истинность законов и следствий может быть установлена посредством целого ряда различных множеств фактов, и в соответствии с каждым из этих множеств мы можем получить различные определения. Поэтому наша проблема поиска одного-единственного множества определений, которое делало бы словарь и аксиомы истинными всякий раз, когда истинными являются законы и следствия, всё ещё не решена. Однако мы можем сразу же решить её формально, расчленяя первоначально полученные множества определений, т.е. если различные множества фактов, удовлетворяющие законам и следствиям, суть P_1, P_2, P_3, а соответствующие определения $\alpha(n, m)$ суть

$\alpha(n, m) = L_1 \{A, B, C \ldots, n, m\}$

$L_2 \{A, B, C \ldots, n, m\}$ и т.д.,

мы создаём определение

$\alpha(n, m) = P_1 \supset L_1 \{A, B, C \ldots, n, m\}$

$P_2 \supset L_2 \{A, B, C \ldots, n, m\}$ и т.д.

Такое определение формально обоснованно и, очевидно, выполняет наши требования.

Возражение могут вызвать комплексность и произвольность, поскольку каждое из L_1, $L_2 \ldots$, вероятно, можно выбрать многими способами.

К тому же это эксплицитно предполагает, что наша первичная система конечна и содержит определённое число неслучайных атомарных пропозиций.

Поэтому рассмотрим, какие есть другие способы.

На первый взгляд мы можем предположить, что ключ – просто в словаре. Словарь даёт определения $A, B, C \ldots$ в терминах $\alpha, \beta, \gamma \ldots$ Нельзя ли обратить его с тем, чтобы получить определения $\alpha, \beta, \gamma \ldots$ в терминах $A, B, C \ldots$? Или, используя математическую форму, нельзя ли решить равенства для $\alpha, \beta, \gamma \ldots$ в терминах $\phi, \chi, \psi \ldots$, если добавить к словарю, что мы вполне оправданно можем сделать, только лишь те законы и аксиомы, которые устанавливают, какие значения способны принимать функции?

Однако когда мы рассматриваем равенства (i), (ii), (iii), то находим следующее. Если мы пренебрегаем ограничениями на значения, которыми обладают функции, совокупное решение, обеспечиваемое посредством $\gamma(n)$, может быть получено из (ii) так, чтобы всегда имелся множитель

$\phi(n)$; т.е. в общем случае всегда имеется множитель ± 1 или 0, который никогда не исчезает, если не исчезает $\phi(n)$. Это истинно, конечно, только при условиях, накладываемых на ϕ и χ посредством законов. Предполагая эти законы и ограничение на значенне, мы получаем решение

$$\alpha(n) \equiv \sum_{0}^{n} \psi(n) + C_1 \pmod 3,$$

$$\gamma(n) = \sum_{0}^{n} \psi(n) + C_2$$

для α и γ.

А для $\beta(n, m)$ решение задаётся не определением, а, например, тривиально $\beta(n, m) = \phi(n)$ (предполагая, что $\gamma(n) = 1$ или 0).

Здесь C_2 должно быть выбрано так, чтобы $\gamma(n)$ всегда равнялось 1 или 0 и значение, необходимое для этой цели, зависит от фактов первичной системы и не может быть выведено просто из законов. Фактически оно должно быть единицей или нулём:

(*a*) Если существует наименьшее положительное или нулевое n, для которого $\chi(n) \neq 0$, то, соответственно, $\chi(n)$ для этого n есть -1 или $+1$.

(*b*) Если существует наименьшее отрицательное n, для которого $\chi(n) \neq 0$, то, соответственно, $\chi(n)$ для этого n есть $+1$ или -1.

(*c*) Если не существует n, для которого $\chi(n) \neq 0$, то безразлично, каким будет C_2, $+1$ или -1.

Таким образом, мы получаем дизъюнктивное определение C_2 и поэтому определение $\gamma(n)$. И снова, хотя любое значение C_1 будет удовлетворять ограничениям на значение $\alpha(n)$, вероятно, только одно такое значение будет удовлетворять *аксиомам*, и это значение вновь должно быть дизъюнктивно определено. И, в-третьих, $\beta(n, m)$ вообще не фиксируется посредством равенств и было бы сложным делом снова попытаться различить случаи, чтобы сказать, сколько возможных решений для $\beta(n, m)$ будут удовлетворять аксиомам.

Поэтому мы делаем вывод, что ни в этом, ни в общем случае нет какого-либо простого способа обратить словарь так, чтобы получить решение либо единственное в своём роде, либо с очевидностью превосходящее все другие решения, которое к тому же удовлетворяло бы аксиомам. Причина этого отчасти заключается в затруднениях с деталями решения равенств, отчасти в том факте, что вторичная система обладает большим многообразием, т.е. большими степенями свободы, чем первичная систекаждая принимает 2 или 3 значения, и такое возрастание многообразия является, я думаю, универсальной характеристикой подходящих теорий.

Поскольку один словарь недостаточен, следующий, вселяющий надежду метод, связан с использованием и словаря, и аксиом тем способом, на который ссылаются во многих популярных рассмотрениях теорий, когда говорят, что значение пропозиции относительно внешнего мира состоит в том, что мы обычно рассматривали бы как *критерий* или *проверку* её истинности. Это предполагает, что нам следует определить пропозиции вторичной системы через их критерий в первичной.

Используя этот метод, мы, прежде всего, должны отличить *достаточный* критерий пропозиции от её *необходимого* критерия. Если p есть пропозиция вторичной системы, то под её достаточным критерием, т.е. $\sigma(p)$, мы будем подразумевать дизъюнкцию всех пропозиций q в совокупности со словарём и аксиомами, такую что $\sim q$ не является следствием словаря и аксиом[4]. С другой стороны, посредством необходимого критерия для p, т.е. $\tau(p)$ мы будем обозначать конъюнкцию всех тех пропозиций первичной системы, которые следуют из p в совокупности со словарём и аксиомами.

Связь $\sigma(p)$ и $\tau(p)$ мы можем прояснить следующим образом. Рассмотрим все истинностные возможности атомарных пропозиций в первичной системе, которые совместимы со словарём и аксиомами. Обозначим такие истинностные возможности посредством r, словарь и аксиомы – посредством a. Тогда $\sigma(p)$ есть дизъюнкция каждого r, такая что

$r\ \bar{p}\ a$ есть противоречие

$\tau(p)$ – дизъюнкция каждого r, такая что

$r\ p\ a$ не есть противоречие.

Если посредством L мы обозначим совокупность законов и следствий, т.е. дизъюнкцию каждого рассматриваемого здесь r, тогда, очевидно, имеем

(i) $\sigma(p) : \equiv : L . \sim\tau(\sim p)$,

(ii) $\tau(p) : \equiv : L . \sim\sigma(\sim p)$,

[4] Добавлять законы и следствия, поскольку они вытекают из словаря и аксиом, необходимости нет. Можно подумать, однако, что мы берём их вместо аксиом, но легко видеть, что это было бы просто углублением различия между достаточными и необходимыми критериями и, в общем, затрудняло бы применение метода. Последнее предложение можно сформулировать так, чтобы $\sim q$ не должно было быть законом или следствием.

(iii) $\sigma(p) \vee \tau(\sim p) . \equiv . L$.

Мы также имеем

(iv) $\sigma(p_1 . p_2) : \equiv : \sigma(p_1) . \sigma(p_2)$,

ибо $p_1 . p_2$ следует из q тогда и только тогда, когда из q следуют и p_1, и p_2.

Отсюда мы получаем двойственное выражение [dual]

(v) $\tau(p_1 \vee p_2) . \equiv . \tau(p_1) \vee \tau(p_2)$.

Мы также имеем

(vi) $\sigma(p) \supset \tau(p)$

(при рассмотренных выше r),

(vii) $\sigma(p) \vee \sigma(\sim p) . \supset . L . \supset . \tau(p) \vee \tau(\sim p)$ из (iii),

и из (vi), (ii), (iii).

(viii) $\sigma(p) . \supset . \sim\sigma(\sim p) . L$,

(ix) $L . \sim\tau(\sim p) . \supset . \tau(p)$.

Наконец, мы имеем

(x) $\sigma(p_1) \vee \sigma(p_2) . \supset . \sigma(p_1 \vee p_2)$,

Поскольку если q следует или из p_1 или из p_2, то оно следует из $p_1 \vee p_2$, и двойственное выражение –

(xi) $\tau(p_1 . p_2) . \supset . \tau(p_1) . \tau(p_2)$.

С другой стороны, и это очень важный пункт, конверсия (vi) – (xi) в общем случае не является истинной. Проиллюстрируем это, приняв (x) и рассмотрев следующее 'r':

$B(0) . \bar{A}(0) : n \neq 0 . \supset_n . \bar{A}(n) . \bar{B}(n)$.
$C(n) . \equiv_n . n = 0 : D(n) . \equiv_n . n = 1$.

$(n) . \bar{E}_n . \bar{F}_n$,

т.е., что глаза человека открыты только однажды, когда он видит синее.

Из этого мы можем вывести $\alpha(0, 2) \vee \alpha(0, 3)$

$\therefore$ Данное $r \supset \sigma\{\alpha(0, 2) \vee \alpha(0, 3)\}$.

Но из него мы не можем вывести $\alpha(0, 2)$ или $\alpha(0, 3)$, поскольку оно равным образом совместимо и с тем и с другим. Следовательно, ни $\{\alpha(0, 2)\}$, ни $\{\alpha(0, 3)\}$ не являются истинными и мы не имеем

$$\sigma\{\alpha(0,2) \vee \alpha(0,3)\} \supset \sigma\{\alpha(0,2)\} \vee \sigma\{\alpha(0,3)\}\ .$$

Отсюда следует, что мы не можем дать определения, такие, что если p есть какая-то пропозиция вторичной системы, то p посредством определений будет обозначать $\sigma(p)$ [или альтернативно $\tau(p)$], ибо если p_1 определяется как $\sigma(p_1)$, а p_2 обозначает $\sigma(p_2)$, то $p_1 \vee p_2$ будет означать $\sigma(p_1) \vee \sigma(p_2)$, что в общем случае не совпадает с $\sigma(p_1 \vee p_2)$. Поэтому мы можем использовать σ только для того, чтобы определить некоторые из пропозиций вторичной системы, которые можно назвать *атомарными* вторичными пропозициями и из которых вытекали бы зиачения [meanings] других пропозиций.

Например, взяв наши функции α, β, γ, мы могли бы продолжить следующим образом:

$\gamma(n)$ определяется как $A(n) \vee B(n)$, где нет затруднений, как $A(n) \vee B(n) \equiv \sigma\{\gamma(n)\} \equiv \tau\{\gamma(n)\}$.

$\beta(n, m)$ можно было бы определить как $\sigma\{\beta(n, m)\}$, т.е. мы могли бы сказать, что место m было 'синим' в момент n, только если это можно было бы доказать. В противном случае мы сказали бы, оно не было 'синим' (проще говоря, было 'красным').

$\overline{\beta}(n, m)$ тогда означало бы $\overline{\sigma}\{\beta(n, m)\}$, а не $\sigma\{\overline{\beta}(n, m)\}$.

Альтернативно мы могли бы использовать τ и определить

$$\beta(n, m) \text{ есть } \tau\{\beta(n, m)\},$$

$$\text{и } \overline{\beta}(n, m) \text{ было бы } \overline{\tau}\{\beta(n, m)\}.$$

В этом случае нам следовало бы говорить, что m – 'синее', всякий раз, когда нет доказательства, что оно не таково; этого, однако, можно было бы достигнуть и с помощью σ, если бы мы определили $\beta(n, m)$ как $\sim\beta'(n, m)$, а $\beta'(n, m)$ как $\sigma\{\beta'(n, m)\}$, т.е. применяя σ к $\overline{\beta}$, а не к β.

В общем ясно, что τ всегда даёт то, что можно было бы получить, применяя σ к противоречию. Поэтому мы можем ограничить наше внимание σ.

Однако дело существенно меняется в зависимости от того, определяем ли мы посредством σ β или $\overline{\beta}$, особенно в связи с пунктом 3. Ибо у нас нет ни закона относительно значений $\beta(n, 3)$, ни какого-либо способа вывести их за исключением того, когда истинно $\alpha(n, 3)$ и истинны $A(n)$ или $B(n)$.

Если мы определяем $\beta'(n, 3)$ как $\sigma\{\beta'(n, 3)\}$, то будем говорить, что 3 никогда не является синим, за исключением того случая, когда мы наблюдаем, что оно синее. Если мы определяем $\bar{\beta}(n, 3)$ как $\sigma\{(n, 3)\}$, то будем говорить, что оно всегда является синим, за исключением того случая, когда мы видим, что оно не синее.

Переходя теперь к $\alpha(n, m)$, мы могли бы определить

$$\alpha(n, 1) = \sigma\{\alpha(n, 1)\},$$

$$\alpha(n, 1) = \sigma\{\alpha(n, 1) \vee \alpha(n, 2)\} . \bar{\sigma}\{\alpha(n, 1)\},$$

$$\alpha(n, 3) = \bar{\sigma}\{\alpha(n, 1) \vee \alpha(n, 2)\};$$

и для любого n истинным должно было бы быть одно и только одно из $\alpha(n, 1)$, $\alpha(n, 2)$, $\alpha(n, 3)$; тогда как если бы мы просто установили

$$\alpha(n, m) = \sigma\{\alpha(n, m)\},$$

этого бы не следовало, поскольку все

$$\sigma\{\alpha(n, 1)\}, \sigma\{\alpha(n, 2)\}, \sigma\{\alpha(n, 3)\}$$

вполне могли оказаться ложными.

[Например, если $(n) . \bar{A}(n) . \bar{B}(n)$.

Конечно, во всех этих определениях мы должны предполагать, что $\sigma\{\alpha(n, m)\}$ и т.д., заменяется тем, чем, согласно исчислению, как мы находим, они должны быть. Эти определения, в том виде, в котором они установлены, кажутся круговыми, но не тогда, когда интерпретируются таким способом.

Например, $\sigma\{\alpha(n, 1)\}$ есть L, т.е. законы (1) – (5) в совокупности с

$$(\exists n_1, n_2) . 2(n_1, n) . 2(n_2, n) . n_1 \neq n_2 \pmod 2 . Bn_1 . Bn_2 .$$
$$\vee . (\exists n_1, n_2, n_3) . 2(n_1, n) . 2(n_2, n) . 2(n_3, n) . n_1 \neq n_2 \pmod 2 . An_1 . An_2 . Bn_3 .$$
$$\vee . (\exists n_1, n_2) . 1(n_1, n) . 2(n_2, n) . Bn_1 . Bn_2 .$$

Видимо, к таким определениям и ведёт нас популярная фраза, что значение высказывания во вторичной системе задаётся её критерием в первичной системе. Но таковы ли они, как нам требуется?

Мы хотим, чтобы при использовании этих определений аксиомы и словарь были бы истинными всякий раз, когда теория применима (т.е. всякий раз, когда законы и следствия являются истинными), т.е. чтобы интерпретированные посредством этих определений аксиомы и словарь вытекали бы из законов и следствий.

Легко показать, что это не так. Возьмём, например, последнюю аксиому на с. 163:

$$(n) : \beta(n, 2) \,.\equiv.\, \bar{\beta}(n+1, 2),$$

которая, согласно нашим определениям, подразумевает

$$(n) : \sigma\{\beta(n, 2)\} \,.\equiv.\, \bar{\sigma}\{\beta(n+1, 2)\},$$

что явно ложно, поскольку если бы, что вполне возможно, человек никогда не открывал бы глаза в месте 2, то как $\sigma\{\beta(n, 2)\}$, так и $\sigma\{\beta(n+1, 2)\}$ были бы ложны.

[Определение посредством τ не было бы лучше, поскольку $\tau\{\beta(n, 2)\}$ и $\tau\{\beta(n+1, 2)\}$ оба были бы истинными.]

Однако эта линия аргументации открыта возражению следующего сорта. Если мы принимаем эти определения, верно, что аксиомы не будут вытекать из законов и следствий, но на самом деле нет необходимости, чтобы это было так. Ибо законы и следствия не могут репрезентировать весь эмпирический (т.е. первичной системы) базис теории. С законами и следствиями, например, совместимо, чтобы человек никогда не открывал глаза в месте 2, но тогда каким образом он мог бы сформулировать данную теорию с особым законом чередования, который он приписывает месту 2? Конструируя нашу теорию посредством эксплицитных определений, мы хотим не того, чтобы аксиомы вытекали из одних законов и следствий, но из этих последних в совокупности с определёнными экзистенциальными пропозициями первичной системы, репрезентирующими переживания, которые должен иметь человек, для того чтобы быть в состоянии как-то продемонстрировать причину формулировки этой теории.

Несмотря на обоснованность этого возражения в данном случае, если принять несколько более усложнённую теорию, легко видеть, что оно не обеспечивает нас общим решением этого затруднения. Другими словами, такие пропозиции, которые могли бы быть добавлены этим способом к законам и следствиям, не всегда предоставляли бы удовлетворительный базис для аксиом. Предположим, например, что теория обеспечивает целостную систему пунктов, идентифицированную посредством последовательности переходов, иеобходимых для того, чтобы из одного пункта попасть в другой. Предположим, было установлено и воплощено в теории, что цвет каждого места следует усложнённому циклу, однниаковому для каждого места, но что места отличаются одно от другого относительно фазы этого цикла согласно неустановленному закону. Ясно, что такая теория могла бы быть обоснованно сформулирована человеком, который не открывал глаза ни в одном из пунктов и не имел оснований считать, что он открыл бы глаза во всех пунктах или даже вообще посетил их. Предположим затем, что m – это место, в которое он никогда не приходит, и что $\beta(n, m)$ – это функция вторичной системы, означающая, что m является сниним в n. Тогда, если он не знает фазу m, мы никогда не могли бы иметь $\sigma\{\beta(n, m)\}$, но если, например, цикл даёт синий цвет один раз из шести, из аксиомы мы должны получить $\beta(0, m) \vee \beta(1, m) \vee \ldots \vee \beta(6, m)$. Стало быть, у нас было бы то же самое затруднение, что и раньше.

Если наша теория должна быть сконструирована посредством явных определений, последние не могут определять просто с помощью σ (или τ), но должны быть более усложнёнными. Например, относительно места 2 в нашем первоначальном примере мы можем определить

$\beta(0, 2)$ как $\sigma\{\beta(0, 2)\}$,

$\beta(n, 2)$ как $\sigma\{\beta(0, 2)\}$, если n – чётное,

$\sim\sigma\{\beta(0, 2)\}$, если n – нечётное.

То есть если нам неизвестно, в какой фазе оно находится, мы предполагаем его определённость, включая это 'допущеиие' в наше определение. Например, говоря, что фаза является синей-чётной и красной-нечётной, мы подразумеваем, что у нас есть причина так думать; говоря же, что фаза является синей-нечётной и красной-чётной, мы подразумеваем не то, что у нас есть причина считать так, но просто имеем в виду, что у нас нет причин думать противоположное.

Но в общем и целом определения должны будут быть весьма усложнёнными. Чтобы верифицировать их полноту, мы должны были бы пройти через все случаи, удовлетворяющие законам и следствиям (вместе с какими-то другими пропозициями первичной системы, которые мы считаем правильным предполагать), и увидеть, что в каждом случае определения удовлетворяют аксиомам. Таким образом, в конце мы придём к чему-то очень похожему на общие дизъюнктивные определения, с которых мы начинали это обсуждение (с. 167). В лучшем случае мы получим дизъюнкции с несколькими членами и с большей связностью и целостностью их конструкции, сколько именно будет зависеть от отдельного случая.

Мы сразу же можем видеть, что (в конечной схеме) такие определения всегда возможны, а посредством σ и τ мы не получаем реального упрощения.

3. Мы видели, что всегда *можно* воспроизвести структуру нашей теории с помощью явных определений. Наш следующий вопрос: 'Является ли это *необходимым* для того, чтобы узаконить использование теории?'

Ответ, что это не может быть необходимым, по-видимому, ясен, или же теория ни использовалась бы вообще. Скорее, чем дать все эти определения, было бы проще оставить факты, законы и следствия в языке первичной системы. К тому же произвольность определений делает для них невозможным быть адекватными теории как чему-то, находящемуся в процессе развития. Например, наша теория не даёт какого-либо закона для цвета в месте 3. Поэтому мы могли бы, воплощая нашу теорию в явных определениях, определить место 3 как красное, если не наблюдалось, что оно – синее (или *vise versa*). Последующее наблюдение может теперь привести нас к добавлению к нашей теории новой аксиомы относительно цвета места 3, задающей то, как говорить о следующем цикле. Она возникала бы просто как добавок к аксиомам, другие аксиомы и словарь оставались бы неизменными.

Но если бы наша теория конструировалась посредством явных определений, то эта новая аксиома не была бы истинной, если бы мы не изменили определения, ибо она зависела бы от совершенно иного приписывания цветов месту 3 в те моменты, когда оно не наблюдалось из предыдущего места, в котором мы бы находились (что всегда в такие моменты делает его красным), а, на самом деле, из любого *предыдущего* места, за исключением именно того, который предписывается нашей новой аксиомой. А это мы никогда не угадали бы, используя наши определения, если бы уже не знали этой новой аксиомы. Другими словами, используя явные определения, мы ничего не можем добавить к нашей теории, не изменяя определения и, стало быть, смысла целого.

[Но, несмотря на то, что использование явных определений не может быть необходимым, я думаю, поучительно рассмотреть (как мы и делали), каким образом эти определения можно сконструировать. От этого зависит возможность их задать. Я думаю, что для полного понимания предмета это действительно существенно.]

4. Принимая затем, что явные определения не являются необходимыми, каким образом мы должны объяснить функционирование нашей теории без них?

Ясно, что в такой теории затрагиваются суждения, и эти суждения могут быть даны с помощью законов и следствий. Теория же является просто языком, в который они облечены и который мы можем использовать без разработки законов и следствий.

Лучший способ записать нашу теорию, по-видимому, таков: $(\exists\ \alpha, \beta, \gamma)$: словарь . аксиомы.

Словарь будет выражен в форме эквивалентностей.

Очевидно, что здесь α, β, γ должны браться чисто экстенсионально [extensionally]. Их объёмам [extensions] могут соответствовать или не соответствовать содержания [intensions], но это безразлично к тому, что может быть выведено в первичной системе.

Любые добавления к теории, в форме новых аксиом или же частных утверждений, типа $\alpha(0, 3)$, должны быть сделаны в рамках первоначальных α, β, γ. Поэтому сами по себе они не являются пропозициями в строгом смысле. Точно так же совершенного значения не имеют разные предложения в сказке, начинающейся с 'Давным-давно, в незапамятные времена ...', которые поэтому не являются пропозициями.

Это создаёт как теоретическое, так и практическое различие:

(*a*) Когда мы спрашиваем о значении [meaning], например, α (0, 3), оно может быть дано, только когда мы знаем, к какому перечню 'пропозиций' *первичной и вторичной* системы должно быть добавлено α (0, 3). Далее, в первичной системе различно значение между $(\exists\alpha, \beta, \gamma)$: список . $\alpha(0, 3)$ и $(\exists\alpha, \beta, \gamma)$. список. (В наш список мы включаем пропозиции первичной системы, хотя они и не содержат α, β, γ.)

При этом подходе α (0, 3) подразумевает нечто подобное тому, что выше мы назвали $\tau\{\alpha(0, 3)\}$, но между $\tau\{\alpha$ (0, 3) + список$\}$ и τ(список) действительно есть различие.

(*b*) На практике, если задаться вопросом: «Является ли α (0, 3) истинным?», мы должны принять установку, скорее отличную от той, которую мы приняли бы относительно подлинных пропозиций.

Ибо к нашему списку мы не добавили бы $\alpha(0, 3)\}$, если бы не считали, что это можно оправдать, т.е. если бы мы не предполагали, что $(\exists\alpha, \beta, \gamma)$: список . $\alpha(0, 3)$ является истинным. $(\exists\alpha, \beta, \gamma)$: список . $\overline{\alpha}$ (0, 3) также может быть истинным. Мы должны были бы считать, что можем пополнить наш список (или надеяться на пополнение) и рассматривать, будет ли $\alpha(0, 3)$ соответствовать каким-то дальнейшим дополнениям определённо лучше, чем $\bar{\alpha}(0, 3)$. Например, в нашей небольшой теории к любому списку, который включает $\bar{\alpha}(n, 3) . \vee . \bar{A}(n) . \bar{B}(n)$, всегда можно было бы добавить либо $\beta(n, 3)$, либо $(n, 3)$. Но мы не добавляем наудачу заранее, поскольку надеемся из наблюдаемых примеров получить закон, а затем, согласно этому закону, дополнить ненаблюдаемые примеры.

Тем не менее не придавая до сих пор по ходу *рассуждения* значение тому, что эти функции не являются полными пропозициями, мы обеспечили любой логической комбинации такую интерпретацию, что она занимает место в области действия единственного прсфикса $(\exists\alpha, \beta, \gamma)$. Например, $\overline{\beta(n,3).\bar{\beta}(n,3)}$ должно быть $(\exists b) : \overline{\beta(n,3).\ \bar{\beta}(n,3)}$,

а не $\overline{(\exists\beta)\ \beta(n,3).(\exists\beta)\ \bar{\beta}(n,3)}$.

Поэтому мы можем рассуждать относительно персонажей сказки в той же степени, как если бы они были определены в реальности, условившись при этом, что мы не берём то, что говорим, частично из одной сказки, а частично из другой.

Поэтому мы можем сказать, что неполнота 'пропозиций' вторичной системы воздействует на наши *разногласия*, но не на наше *рассуждение*.

5. Упоминание 'разногласий' приводит нас к важному вопросу об отношениях между теориями. Что мы подразумеваем, говоря об эквивалентности или противоречивости теорий? Или говоря о том, что одна теория содержится в другой и т.д.?

В теории мы должны различать два элемента:

(1) То, что она утверждает: её смысл [meaning] или содержание.

(2) Её символическую форму.

Две теории называются *эквивалентными*, если они имеют одинаковое содержание, *противоречащими*, если они имеют противоречащие содержания, *совместимыми*, если их содержания совместимы, и говорят, что теория A *содержится* в теории B, если содержание A включено в содержание B.

Если две теории эквивалентны, то между их символическими формами может быть большее или меньшее сходство. Эту разновидность совпадения трудно, если вообще возможно, определить точно. Думается, что можно установить определённую степень сходства посредством возможности определения функций из B в терминах функций из A, или наоборот. Но это не имеет значения, если не уточнить соответствующую усложнённость определений. Если мы допускаем определения любой степени усложнённости, тогда, по крайней мере в конечном случае, это отношение просто становится эквивалентностью. Ибо каждое множество функций *может* быть определено в терминах первичной системы и поэтому множество функций другой вторичной системы может быть определено *посредством* словаря.

Две теории могут быть совместимы, не будучи эквивалентными друг другу, т.е. можно найти множество фактов, которые согласуются с обеими теориями Но можно найти и другое множество фактов, которые согласуются с одной, но не согласуются с другой. Приверженцы двух таких теорий вполне могут спорить друг с другом, хотя и не утверждать ничего такого, что отрицает другой. Ибо для спора не необходимо, чтобы одна спорящая сторона утверждала p, а другая – $\bar{p}$. Достаточно того, чтобы одна сторона утверждала нечто такое, что другая воздерживалась бы утверждать. Например, один говорит: 'Если идёт дождь, Кембридж победит', другой говорит: 'Даже если идёт дождь, они проиграют'. Эти утверждения, рассмотренные как материальные импликации (что мы и должны делать с такой точки зрения на науку), не являются несовместимыми, поскольку если дождь не идёт, оба утверждения являются истинными. Тем не менее каждый может привести доводы в пользу своей собственной уверенности и указать на отсутствие доводов у его противника.

Иногда спрашивают, имеет ли какое-то значение 'пропозиция' вторичной системы. Мы можем интерпретировать это как вопрос о том, будет ли теория, в которой эта пропозиция отрицается, эквивалентна той теории, в которой она утверждается. Это, конечно, зависит от того, что ещё по предположению содержит теория. Скажем, а нашем примере бессмысленно соединять $\beta(n, 3)$ с $\bar{\alpha}(n, 3) \vee \bar{\gamma}(n)$. Но не соединённое таким способом оно не бессмысленно, поскольку тогда, при определённых обстоятельствах, оно исключало бы моё видение красного, тогда как $\bar{\beta}(n, 3)$ при этих обстоятельствах исключало бы моё видение синего. Возможно, что эти обстоятельства возникнут, и поэтому теории не являются эквивалентными. В реалистическом языке мы говорим, что могли бы это наблюдать, или, скорее, что наблюдать это возможно (поскольку 'могли бы' влечёт зависимость от нашей воли, что часто имеет место, но *не имеет отношения к делу*), но не то, что это будет наблюдаться.

Даже объединённое с $\overline{\alpha}(n,3) \vee \overline{\gamma}(n)$, $b(n,3)$может получать значение позднее, если мы добавим к нашей теории некоторые законы относительно цвета места 3. [Хотя тогда $\beta(n,3)$, вероятно, снова являлось бы следствием или противоречило бы остальному. Я думаю, мы тогда сказали бы, это имеет значение, поскольку $\beta(n,3)$ даёт теорию, а $\overline{\beta}$ (n, 3) – противоречие.]

Вопрос о том, осмысленны ли пропозиции, в высшей степени уместен не только в отношении общих аксиом, которые мы включаем в нашу теорию, но также относительно частных пропозиций. Имеет ли смысл сказать, что обратная сторона Луны имеет поверхность из зелёного сыра? Если наша теория допускает в качестве возможности, что мы можем здесь продвинуться или выяснить каким-то другим способом, то это имеет смысл. Если нет, то нет, т.е. вполне уместна наша теория о Луне, а не просто наша теория о вещах вообще.

6. Мы могли бы спросить: «В какого типа теориях каждая 'пропозиция' вторичной системы имеет значение в этом смысле?»

Я не могу ответить на это надлежащим образом, но только весьма смутно и неопределённо. Но я и не думаю, что это очень важно. Если теория должна соответствовать актуальному состоянию знания, она должна посредством словаря содержать переводы многих частных пропозиций первичной системы. Это почти достоверно будет предохранять многие 'пропозиции' вторичной системы от обладания каким-либо *непосредственным* значением. Например, если в теории установлено, что в момент n я нахожусь в месте 1, тогда не только для места 2 не имеет непосредственного значения быть синим в момент n, но это не имеет значения для любого другого очень удалённого от этого места в момент $n + 1$. Если же такие 'пропозиции' вообще должны иметь значение, то это должно быть либо потому что они, или то, что им противоречит, включены в саму теорию (тогда они не означают 'ничего' или означают 'противоречие'), либо в силу каузальных аксиом, связывающих их с другими возможными первичными фактами, где 'возможность' означает неложность в теории.

Эта каузальность, разумеется, относится к вторичной системе и должна формулироваться в теории.

Кроме того, каузальные аксиомы в строгом смысле регулируют последовательность во времени. Могут быть и другие регулируемые упорядочивания, требуемые пространством, например непрерывность и простота. Но их можно сформулировать, только если мы уверены, что они не будут конфликтовать с будущим опытом, объединённым с каузальными аксиомами. Приписывание природе простоты, за исключением того, когда опыт доказывает противоположное, есть хорошая максима к созданию теории, но она не может вводиться в теорию в форме 'Natura non facit saltum', за исключением тех случаев, когда мы видим, что природа поступает именно так.

Возьмём, например, проблему «Существует ли планета размеров и формы чайника?» Этот вопрос имеет значение постольку, поскольку мы не знаем, какой эксперимент мог бы эту проблему решить. Как только нам это становится известно, он теряет всякий смысл, если мы не восстанавливаем её посредством новых аксиом, например аксиомы относительно возможных для планет орбит.

Но могут сказать: «Разве вопрос с *onus probandi* не проясняется определением однозначно?» Это явно подразумевает: «Обнаружим ли мы в опыте такой чайник?» Я думаю, нет, ибо имеются три случая:

(1) Опыт покажет, что такой чайник существует.

(2) Опыт покажет, что такой чайник не существует.

(3) Опыт не покажет ничего.

И мы вполне можем отличить (2) от (3), хотя тот, кто возражает, может их смешать.

Этот чайник в принципе не отличается от чайника в кухонном шкафу.

А. КАУЗАЛЬНЫЕ КАЧЕСТВА (1929)

Имея дело с движением тел, мы вводим понятие массы, т.е. качество, которое мы не наблюдаем, но которое используем для объяснения движения. Мы можем 'определить' его только предположительно. На самом же деле, если его продумать, оно остаётся непонятным. Например, 'Это тело имеет массу 3 = Если мы сталкиваем это тело с каким-то заданным телом, которое коалесцировано с первым, имеющим массу 1 и тройную скорость первого тела, то результирующее тело будет покоиться' не удовлетворяет условию понятности, если рассматривается только как следствие закона, а именно закона механики, сформулированного в терминах массы. Истина в том, что мы рассматриваем нашу первичную систему в рамках фикций, принимаемых вторичной системой. В данном случае у нас есть фикция качества. К тому же мы можем получить фикции индивидов. Но всё это проясняется моим рассмотрением теорий.

В единичные пропозиции вторичной системы мы верим с такой-то степенью вероятности, как и в первичной системе. Фиктивность просто игнорируется. Мы рассуждаем относительно веса тела точно так же, как относительно его положения, ни на миг не предполагая, что оно не имеет один и тот же точный вес. Единственное различие состоит в том, что нас в конечном счёте интересуют не пропозиции с фикциями, но их использование просто в качестве посредников. Они не заботят нас ради себя самих. Общие пропозиции во вторичной системе мы трактуем так же, как поддающиеся изменению гипотезы, и поэтому как случайные.

Теория – это способ обсуждать единичные первичные пропозиции и вытекающие из них, поддающиеся изменению гипотезы. Если две теории согласуются в этом, они являются эквивалентными, и существует более или менее усложнённый перевод одной в другую. В противном случае они различаются точно так же, как две несогласующиеся, но поддающиеся изменению гипотезы.

Ни одна пропозиция вторичной системы не может быть понята обособленно от всей теории, которой она принадлежит. Если кто-то говорит: 'Зевс мечет молнии', это бессмысленно не потому, что Зевс не встречается в моей теории и неопределим в её терминах. Я должен рассмотреть его как часть теории и проследить её следствия, например что молнии заканчиваются после жертвоприношений.

Относительно терминов теории точку зрения 'реализма' можно принять так же, как и относительно каузальных законов, но это равным образом глупо. Пропозиция 'Существует такое качество, как масса' – бессмысленна, если мы имеем в виду следствия теории механики. Иногда нужно выражаться именно в рамках рассмотрения экзистенциальных суждений. Я думаю, что ключевой, вероятно, является теория общих и экзистенциальных суждений.

[То, что можно спросить относительно массы, – это возможность определения её некоторым способом. Например, мышьяк сейчас не является неопределимым, но был таковым при зарождении химии. N.B. – Гипотетические определения не являются определениями. Например, 'Если бы я растворил его, он бы …', но я его не растворил.]

Интересная проблема возникает относительно того, что случилось бы, если бы мышление другого человека было изложено в моей вторичной системе. [Или даже моё собственное мышление? Некоторая аналогия с так называемым кругом в теории причинности.] Это могло бы иметь место, если бы он был знаком с массой или электрическим зарядом. Но, разумеется, с этим никто не знаком. Однако когда мы переходим на уровень ощущений, я чувствую, что в этом что-то есть. Например, слепой человек ожидает операцию и думает, что в результате он будет видеть. Тогда цвет для него (мы вполне можем это предположить) в данный момент является просто теоретической идеей, т.е. термином его вторичной системы, с которой, как он считает, он познакомится, т.е. часть его будущего мышления заключается в его нынешней вторичной системе.

Каузальные, фиктивные или 'таинственные' качества, конечно, могут исчезнуть с прогрессом науки. Например, относительно теплоты, вымышленной причины известного феномена расширения (и ощущений, но их можно не принимать во внимание и рассматривать теплоту только постольку, поскольку она появляется в механике), обнаружилось, что она заключается в движении мельчайших частиц.

Вероятно, то же самое относится к бактериям и признакам Менделя, или генам.

Это, конечно, подразумевает, что в последующей теории эти параметрические функции будут заменены функциями системы.

Совершенно неверно, говорить с Норманном Кэмпбелом, что 'действительно' есть знак теоретической идеи. Любое изменение в теории, посредством которой какой-то простой термин заменяется комплексным, можно выразить, сказав, это 'действительно' обстоит так-то и так-то. Особенно когда фиктивная идея заменяется, как в приведённых выше примерах, первичной идеей. Кэмпбел считает, что, например, атомистическая теория газов объясняет первичные свойства, скажем температуру, посредством фиктивных свойств, например бомбардировки. Но использовать выражение 'действительно' было бы естественно лишь при прямо противоположной точке зрения.

III

ОБЩИЕ ПРОПОЗИЦИИ И ПРИЧИННОСТЬ (1929)

Рассмотрим значение общих пропозиций в ясно определяемом, заданном мире. (В частности, в общем смысле материального мира.) Это включает обычную проблему причинности.

Кроме нас, все всегда говорили, что эти пропозиции бывают двух видов. Во-первых, *конъюнкции*, например: 'Каждый в Кембридже проголосовал'; переменная здесь, конечно, не люди в Кембридже, но ограниченный в пространстве регион, различающийся согласно тому, как определена у говорящего идея 'Кембриджа', которая относится к 'этому городу' или 'городу в Англии, называемому Кембриджом' или к чему-то ещё, чем она может быть.

Ориентированные по старинке логики были правы, говоря, что они являются конъюнкциями, но ошибались в своём анализе того, конъюнкцией чего они являются. Но они были правы в радикальном различении их от другого вида, который мы можем назвать *вариативными гипотетическим выражениями* [variable hypothetical], например: 'Мышьяк – это яд', 'Все люди смертны'.

Почему же они не являются конъюнкциями?

Установим это следующим способом. Что общего они имеют с конъюнкциями и чем они от них отличаются? Мы можем, грубо говоря, сказать, что когда мы смотрим на них субъективно, они различаются совершенно, но когда мы смотрим на них объективно, т.е. на условия их истинности и ложности, они кажутся одинаковыми.

$(x) \,.\, \phi x$ отличается от конъюнкции потому, что

(*a*) Оно не может быть выписано как конъюнкция.

(*b*) Его состав никогда не используется как конъюнкция; мы никогда не используем его в качестве мысли о классе, за исключением его применения к конечному классу, т.е. мы используем только прикладное правило.

(*c*) [То же самое, что и (*b*), но несколько изменённое.] Оно всегда выходит за рамки того, что мы знаем или хотим; ср. Милль о 'Все люди смертны' и 'Герцог Веллингтона смертен'. Оно выражает вывод, который мы в любое время готовы сделать, а не изначальную уверенность.

Изначальная уверенность – это карта прилегающего пространства, которой мы руководствуемся. Она остаётся такой картой, сколь сильно бы мы её не усложняли или не вдавались в детали. Но если мы открыто расширяем её до бесконечности, она более не является картой; мы не можем её принять или ею руководствоваться. Наше путешествие заканчивается до того, как у нас возникает нужда в её отдаленных частях.

(*d*) Подходящая степень достоверности – это достоверность отдельного случая или конечного множества отдельных случаев, но не бесконечное число, которое мы никогда не используем и которое для нас вообще не может быть достоверным.

$(x) . \phi x$ имеет сходство с конъюнкцией

(*a*) В том, что оно содержит всё наименьшее, т.е. здесь всё конечное, конъюнкции, а выглядит как бесконечное произведение.

(*b*) Когда мы спрашиваем, что делает его истинным, мы неизбежно отвечаем, что оно истинно, если и только если каждый x обладает ϕ, т.е. когда мы рассматриваем его как пропозицию, способную к двум случаям, к случаю истинности и случаю ложности, мы вынуждены сделать его конъюнкцией и получить теорию конъюнкций, которую мы не можем выразить из-за недостатка символической способности.

[Но то, что мы не можем сказать, мы не можем сказать и также не можем просвистеть.]

Тогда если оно не конъюнкция, то оно вообще не пропозиция, и встаёт вопрос, каким образом оно вообще может быть верным или ошибочным.

Итак, в случае пропозиций правильное и ошибочное, т.е. истинное и ложное, встречаются двояко. Они встречаются человеку, высказывающему пропозицию, всякий раз, когда он образует её истинностную функцию, т.е. дизъюнктивно обосновывает случаи её истинности и случаи её ложности. Такого мы никогда не делаем с этими вариативными гипотетическими выражениями, кроме как в математике, но теперь и там это осознаётся как ошибочное. По-видимому, мы можем делать так всякий раз, когда обсуждаем различные теории, получаемые комбинацией различных предлагаемых законов природы. Но здесь, если P есть такой закон, мы рассматриваем не альтернативу между P (т.е. $(x) . \phi x$) и $\overline{P}$ (т.е. $\overline{(x) . \phi x}$), но рассматриваем либо принятие P, либо непринятие P (где непринятие P как закона ни в коей мере не влечёт ложность закона, т.е. не влечёт $(\exists x) . \overline{\phi x}$), или же, иначе, принятие $P = (x) . \phi x$ или принятие $Q = (x) . \overline{\phi x}$.

Другим способом правильное и ошибочное в связи с пропозициями встречается наблюдателю, который говорит, что правильной или ошибочной является уверенность человека в пропозиции. Это, конечно же, ориентирует просто на то, что думает сам наблюдатель и что он выводит из тождества или различия между своей точкой зрения и тем, что он принимает за таковую у человека, которого критикует. Если *A* мыслит *p* и считает также, что *B* мыслит *p*, он говорит, что *B* мыслит истинно; если он мыслит *p* и думает, что *B* мыслит $\bar{p}$, он говорит, что *B* мыслит ложно. Но не всегда критицизм может иметь такой простой вид; может случиться и так, что когда *B* мыслит *p*, *A* мыслит ни *p*, ни $\bar{p}$, но рассматривает вопрос как необоснованный. Он может считать В глупым за то, что тот мыслит *p*, без того чтобы самому мыслить $\bar{p}$. Это почти всегда случается с условными высказываниями. Когда *B* говорит: 'Если я съем этот пирог с грибами, у меня заболит живот', а *A* говорит: 'Нет, не заболит', на самом деле последний не противоречит пропозиции первого, если это, по крайней мере, рассматривается как материальная импликация. Он не противоречил бы и предполагаемому утверждению *B*, что очевидность доказывает это так-то и так-то. *B* может и не делать такого утверждения; рационально же он фактически не может сделать это никогда, даже если он и прав. Ибо он может быть прав и без всякого *доказательства* со своей стороны.

Фактически согласие и несогласие возможны относительно любого аспекта точки зрения человека и не обязательно принимают простую форму '*p*' и '$\bar{p}$'.

Многие предложения выражают когнитивные установки, не будучи пропозициями, и различие между тем, чтобы сказать 'да' или 'нет' относительно когнитивной установки, не является различием между тем, чтобы сказать 'да' или 'нет' относительно пропозиции. Это истинно даже относительно обычных условных высказываний [как можно видеть из рассмотренного примера, он утверждает нечто для случая, когда его протазис истинен, и мы применяем закон исключённого третьего не к целому, но только к следствию] и гораздо более верно относительно вариативных гипотетических выражений.

Следовательно, для того чтобы понять вариативное гипотетическое выражение и его правильность или ошибочность, мы должны рассмотреть различия в возможных установках относительно него. Зная, чем они являются и что включают, мы с легкостью сможем объяснить значение того, когда говорим, что такая установка является правильной или ошибочной. Для этого нужно просто иметь такую установку самим и мыслить, что кто-то рядом имеет такую же или иную установку.

Что тогда является возможными установками на вопрос: Все ли люди смертны?

(1) Верить в это с большей или меньшей уверенностью.

(2) Не принимать это во внимание.

(3) Не верить в это, поскольку это недоказуемо.

(4) *Не* верить в это на основании уверенности в том, что *может* существовать определённый тип людей, которые были бы бессмертны.

(5) Не верить в это, будучи убеждённым, что особый человек является бессмертным.

Мы должны проанализировать эти установки. Очевидно, что в первом примере анализ должен проводиться с точки зрения убеждений в единичных пропозициях, и такого анализа будет достаточно для нашей настоящей цели.

Верить, что все люди смертны, – что же это означает? Отчасти говорить так, отчасти верить в отношении любого подвернувшегося *x*, что если он – человек, то он смертен. Общая уверенность включает

(*a*) общую формулировку,

(*b*) привычку к единичному убеждению.

Они, конечно, связаны. Склонность выводится из формулировки согласно психологическому закону, который формирует значение 'все'.

Поэтому мы объясняем

(1) С точки зрения понятия '*привычка*'.

(2) При отсутствии проблем.

(3) Проблема, видимо, может возникнуть, если мы спросим: «Что же рассматривает мыслящий?» Но на самом деле здесь нет проблемы. Это ни рассмотрение того, является ли вещь такой-то или же нет, ни опять же рассмотрение того, имеет ли это какое-то значение или нет, но рассмотрение некоторого средства. Возникает идея общего высказывания, рассматривается очевидность и снова исчезает.

По приведённым причинам в (4) и (5) оно исчезает более убедительно, а именно: в (4) у нас есть другое общее высказывание, которое, комбинируясь с предложенным, давало бы заключенне, к которому у нас не было бы привычки (само собой исчезает и третье высказывание, а именно: 'Ни один человек не относятся к этому типу'). В (5) у нас было бы единичное высказывание, решительно противоречащее предложенному.

Вариативные гипотетические выражения, или каузальные законы, образуют систему, с которой говорящий встретится в будущем. Следовательно, они не являются субъективными в том смысле, что если ты и я произносим различные такие высказывания, то каждый из нас говорит нечто о себе самом, игнорируя друг друга, как, например: 'Я шёл в Грантчестер', 'Я не шёл'. Ибо если в будущем нам встретятся различные системы, мы не согласимся, даже если действительное будущее согласуется и с тем и с другим, поскольку оно *может* (логически) согласовываться с одним, но не с другим, т.е. поскольку мы не верим в одно и то же. (Ср.: Если *A* достоверно, а *B* сомнительно, то они всё же могут поспорить.)

Вариативные гипотетические выражения являются не суждениями [judgments], но правилами для вынесения суждения [judging]: 'Если мне встретится ϕ, я буду рассматривать его как ψ'. Последнее нельзя *отрицать*, но с ним может *не соглашаться* тот, кто его не приемлет.

Поэтому эти установки, видимо, не включают никакой загадочной идеи, помимо идеи привычки. Ясно, что любая пропозиция о привычке является общей, следовательно, критицизм общего суждения человека сам является общим суждением. Но поскольку все убеждения включают привычку, её включает критицизм любого суждения вообще, и я не вижу, что можно было бы на это возразить. Относительно этого есть ощущение круга, но я думаю, что это иллюзия. Как бы то ни было, мы вернёмся к этому ниже.

Такое рассмотрение каузальных законов имеет определённое сходство с точкой зрения Брейтуэйта[1], и мы должны сравнить его подробнее, чтобы увидеть, избегает ли оно возражений, которому подвержена она. Он говорил, что в общности закона уверены на недемонстративных основаниях, я говорил, что это не так по трём причинам:

(*a*) В универсальность некоторых законов вообще не верят, например в неизвестные каузальные законы.

(*b*) В универсальность некоторых фактов верят на недемонстративных основаниях.

(*c*) В универсальность (производную и локализованную) некоторых законов верят на демонстративных основаниях.

Поэтому я строю иную теорию, согласно которой каузальные законы являлись бы следствиями тех пропозиций, которые принимались бы в качестве аксиом, если бы было известно всё и это всё по возможности наиболее простым способом организовалось бы в дедуктивную систему.

Сказанное выше подразумевает, конечно, полное отрицание этого взгляда (ибо невозможно знать всё и организовать это всё в дедуктивную систему) и возвращение к чему-то близкому к Брейтуэйту. Каузальное обобщение не является, как я думал, простым, но представляет собой то, во что мы верим. Мы можем ему доверять, поскольку оно является простым, но это другая тема. Говоря это, я не должен заблуждаться. Вариативные гипотетические выражения отличаются от конъюнкций не тем простым фактом, что мы в них верим, а более радикально. Но очевидность вариативных гипотетических выражений, по крайней мере, часто

---

[1] Braithwaite R.B. The Idea of Necessary Connexion. *Mind* 36, 1927 и 1928.

является конъюнктивной; так, конъюнкция отличается от всего другого тем, что мы верим, что она приведёт нас к новому примеру, т.е. выводим из неё вариативное гипотетическое выражение.

Это объясняет, каким образом Брейтуэйт приходит к тому, чтобы сказать, что законы суть то, во что мы верим; но устанавливать это так, как полагает он, конечно, ошибочно, поскольку не застраховано от возражений, выдвинутых выше. Проблема Брейтуэйта заключалась в том, чтобы объяснить значение выражения '*P* есть закон природы'. Наше решение состоит в том, что сказать это – значит утверждать *P* на манер вариативных гипотетических выражений. [Конечно, мы можем расширить закон природы до любой конъюикции, следуя одному из указанных выше смыслов.] Но это решение неполно, поскольку оно вообще не объясняет, что мы имеем в виду, когда говорим о неизвестных законах природы или о законах описанных, но не установленных, например о законе, что черты людей в некоторой степени зависят от хромосом (но никто не знает как). Или же кто-то открыл закон распределения энергии (но я не знаю, что это за закон), и как во втором примере говорю, что он верит в вариативное гипотетическое выражение, и в дальнейшем вывожу, что оно является истинным, но поскольку я не знаю, что оно собой представляет, сам я не могу применить его установку в отношении этого выражения.

Таким образом, в каждом из этих случаев мы, по-видимому, трактуем неизвестный закон как истинную пропозицию способом, которым в нашей теории выражаться невозможно.

То же самое затруднение встречается также и в финитистской теории математики, когда мы говорим о неизвестной истинной математической пропозиции. В этой более ясной области решение было бы более лёгким, и его можно было бы распространить на другую область.

Неизвестная истина в теории чисел не может интерпретироваться как (неизвестная) пропозиция, истинная для всех чисел, но как доказанная или доказуемая пропозиция. Доказуемость, в свою очередь, подразумевает доказуемость для любого числа шагов и, согласно финитистским принципам, это число должно быть некоторым способом ограничено, например до человечески возможного. 'Тот-то открыл новую теорему' подразумевает, следовательно, что он сконструировал доказательство из определённого конечного числа шагов.

Когда мы обращаемся к неизвестному каузальному закону, то что здесь соответствует процессу доказательства, на которое нацелено вышеуказанное решение? Ясно, что только процесс получения очевидности для каузального закона. Утверждение, что такой закон существует, хотя мы и не знаем его, должно подразумевать, что в некоторой ограниченной области есть такие единичные факты (дизъюнкция), которые привели бы нас, если бы мы их знали, к утверждению вариативного гипотетического выражения. Но этого недостаточно, ибо должны быть не просто факты, ведущие к обобщению. Это, когда мы проводим обобщение, не должно вводить нас в заблуждение. (Или мы не могли бы назвать его истинным каузальным законом.) Следовательно, такой закон необходимо было бы утверждать как имеющий силу в границах определённой ограниченной области, взятой в рамках нашего возможного опыта.

В случае математики ничего соответствующего этому нет, ибо математическое обобщение должно, в случае доказуемости, иметь силу в любом отдельном случае. Но эмпирическое обобщение доказать нельзя. Особыми фактами являются также и то, что должна быть ведущая к нему очевидность, и то, что он имеет силу в других случаях.

На это рассмотрение есть два возражения по причине круга. Мы пытаемся объяснить смысл утверждения существования неизвестного каузального закона, и наше объяснение, можно сказать, осуществляется с точки зрения утверждения таких законов двумя различными способами. Мы говорим, он подразумевает, что существуют факты, которые *вели бы* нас к утверждению *вариативного гипотетического выражения*. Здесь можно сказать, что это подразумевает, что они вели бы нас на основании одного, возможно неизвестного, каузального закона к образованию привычки, которая формировалась бы с помощью другого неизвестного каузального закона.

На это мы, во-первых, ответим, что каузальный закон, на основании которого факты приводили бы нас к обобщению, не должен быть каким-то неизвестным законом, например законом, посредством которого знание фактов сводило бы нас с ума и поэтому приводило бы к сумасшедшим обобщениям, но в соответствии с известными законами, выражающими наши методы индуктивного рассуждения; во-вторых, что неизвестное вариативное гипотетическое выражение должно рассматриваться здесь как подразумевающее неизвестное выражение (чей синтаксис был бы, конечно, известен, но не его элементы или их значения), которое, разумеется, вело бы к привычке на основании известного психологического закона.

Я думаю, то, что мы сказали, является подходящим наброском ответов на соответствующие проблемы анализа. Но этот набросок способен сбить нас с толку и оставить неудовлетворёнными относительно того, что главный вопрос – это, по-видимому, вопрос не психологического, но метафизического анализа. И этот вопрос заключается в следующем: 'Является причинность реальностью или же фикцией; если фикцией, то является ли она полезной или вводящей в заблуждение, произвольной или незаменимой?'

Мы можем начать с вопроса о том, играют ли эти вариативные гипотетические выражения существенную роль в нашей мысли? Мы можем, например, считать, что они могли бы быть устранены и заменены первичными пропозициями, которые служат для них в качестве очевидных. В этом, как я думаю, состоит точка зрения Милля, который доказывал, что вместо того, чтобы говорить: 'Все люди смертны, следовательно, герцог Велингтон умрёт', мы можем сказать: 'Такой-то человек умер[2], следовательно, умрёт и герцог'. Эту точку зрения можно поддержать наблюдением за тем, что конечная цель мышления состоит в том, чтобы вести нас к действию, и что в любом случае наше действие зависит только от уверенности или степеней уверенности в единичных пропозициях. И поскольку было бы возможно организовать наши единичные убеждения без использования посредников с переменными, мы пытаемся заключить, что они совершенно излишни.

Но я думаю, что это было бы ошибочным; даже не учитывая их ценность для упрощения нашей мысли, следует учесть, что они образуют существенную часть нашего сознания. То, что мы эксплицитно мыслим в общих терминах, в своей основе достойно всяческих похвал и порицаний и дополнительного обсуждения. Мы не можем хвалить человека, кроме как рассматривая то, что случилось бы, если бы он действовал иначе, и этот вид невыполненного условного высказывания не может быть интерпретирован как материальная импликация, но сущностно зависит от вариативных гипотетических выражений. Рассмотрим это подробнее.

Когда мы колеблемся относительно возможного действия, мы спрашиваем себя, что произойдёт, если мы сделаем то или это. Если мы даём определённый ответ в форме 'Если я сделаю *p*, то результатом будет *q*', это, собственно, может рассматриваться как материальная импликация или дизъюнкция 'Не-*p*, или *q*'. Но эта дизъюнкция, конечно, отличается от любой обычной дизъюнкции тем, что один из её членов не является чем-то таким, относительно чего мы пытаемся узнать истинность, но является чем-то таким, что в наших силах сделать истинным или ложным[3].

---

[2] Мы можем склоняться к тому, чтобы сказать, что очевидность состоит не просто в том, что *A*, *B*, *C* умерли, но в том, что *A*, *B*, *C* умерли и никто, насколько нам известно, не остался живым, т.е. 'все, о ком мы знаем, умерли'. Но то, что добавлено, является не частью очевидности, но её описанием, говорящим 'и это вся очевидность'.

[3] Можно рассматривать чьё-то будущее преднамеренное действие как интеллектуальную проблему: 'А буду ли я упорствовать в этом действии?' Но только отделяя себя от этого чьего-то будущего.

Если мы продолжаем ‘И если q, то r’, то по большей части получаем материальную импликацию вполне обычного вида.

К тому же определённые ответы ‘Если p, то результатом будет q’ мы часто получаем в виде ‘Если p, то результатом может быть q’ или ‘Если p, то результатом было бы q’. Ясно, что здесь степень вероятности не является степенью уверенности в ‘Не-p, или q’, но степенью уверенности в q при условии p, которой, очевидно, можно обладать без определённой степени уверенности в p, p не является интеллектуальной проблемой. И наше поведение в основном определено этой степенью условной уверенности.

Теперь представим человека в такой ситуации. Например, предположим, что у него есть пирожное и он решает его не есть, поскольку думает, что оно вызовет у него расстройство желудка, и предположим, что мы рассматриваем его поведение и решаем, что он ошибается. Уверенность, в соответствии с которой действует этот человек и которая состоит в том, что если он съест пирожное, то заболеет, берётся, согласно представленному выше рассмотрению, как материальная импликация. Мы не можем противоречить этой пропозиции ни до, ни после события, ибо она является истинной при условии, что человек не ел пирожное и до события у нас не было причины думать, что он его съест, а после события мы знаем, что он его не ел. Поскольку он не мыслил ничего ложного, почему же мы спорим с ним или осуждаем его?

До события мы отличаемся от него вполне очевидным способом; этот способ состоит не в том, что он верит в p, а мы в $\bar{p}$, но в том, что он имеет отличную от нашей степень уверенности в q при условии p, и мы, очевидно, пытаемся обратить его к нашей точке зрения[4]. Но после события мы оба знаем, что он не ел пирожное и что он не заболел. Различие между нами в том, что он думает, что если бы он съел, то он бы заболел, тогда как мы считаем, что он бы не заболел. Но это *prima facie* не различие в степенях уверенности в какой-то пропозиции, ибо мы оба согласны относительно всех фактов.

Значение этих утверждений о невыполненных условиях, и факта, что эти условия, выполненные или нет, безразличны к расхождению между

[4] Если два человека спорят ‘Если p, то будет ли q?’ и оба сомневаются относительно p, они в качестве условия добавляют p к опоре своего знания и на этой основе спорят относительно q; так что в этом смысле ‘Если p, то q’ и ‘Если p, то $\bar{q}$’ являются противоречивыми. Мы можем сказать, что они фиксируют свои степени уверенности в q при условии p. Если p оказывается ложным, эти степени уверенности становятся *пустыми*. Если же какая-то из сторон уверена в p наверняка, вопрос перестаёт подразумевать для неё нечто ещё, кроме вопроса относительно того, что следует из определённых законов или гипотез.

нами, общая, как мы можем сказать, основа спора заключается в том факте, что мы мыслим в общих терминах. Мы, каждый из нас, имеем вариативные гипотетические выражения (или, в случае недостоверности, шансы), которые применяем к любым таким проблемам, и различие между нами – это различие в отношении к ним. У нас есть степени ожидания, смутиые или ясные, относительно исхода любого состояния дел, когда бы и где бы оно ие происходило. Там, где есть склонность к двусмысленности, это зависит от определения состояния дел. Например, в рассмотрение того, что случилось бы, если бы человек действовал иначе, мы склонны вводить какой-то факт, о котором нам известно, иезависимо от того, знает ли он о нём или же нет, скажем, действительное расположение всех карт в бридже в противоположность вероятностям их расположения с его точки зрения. Но всё-таки ясно, что наши ожидания являются общими. Когда вид ясно определён, мы в любом случае ожидаем его с той же самой вероятностью. Если же это не так, и в каждом действительном случае мы надеялись бы на иное, то ожидание в воображаемом случае не имело бы смысла.

Всё это, разумеется, равным образом вполне применимо к следствиям любого гипотетического события, а не только к человеческим действиям. Я выбрал разъяснение со ссылкой иа последние потому, что, как я думаю, они имеют исключительную важиость в объяснении особой позиции, предполагаемой каузальными законами, которые являются важным, но не единственным типом вариативных гипотетических выражений. Рассматривая этот вопрос, начнём с условных высказываний вообще.

‘Если p, то q’ ни в каком отношении не может быть истинным, если истинной не является материальная импликация $p \supset q$. Но это вообще-то подразумевает, что материальная импликация $p \supset q$ является не только истинной, но и выводимой или проверяемой некоторым особым способом, эксплицитно не установленным[5]. Это всегда очевидно, когда ‘Если

[5] ‘Если p, то q’ может также подразумевать $pr \supset q$, где r не является фактом или законом или составленным только из фактов или законов, ио также составлено из пропозиций вторичиой системы. Например, с солипсистской точки зрения: ‘Если я открываю глаза, я вижу красное’. Условные высказывания в теории внешнего мира Милля имеют эту природу и не могут использоваться для определения внешнего мира. Всё, что может быть использоваио, – это законы, из которых в комбинации с моим прошлым опытом может следовать, что если я открою глаза, то увижу красное. Но этим иельзя защитить предположение относительио внешнего мира, если мы не считаем, что удовлетворительное знание законов позволяет сделать нам все такие предположения достоверными. Я нечто предполагаю; это может быть условиым, только если условие может указывать на вторичную систему.

Точку зрения Милля можио заменить, говоря, что внешний мир является вторичной системой и что любая пропозиция о иём обязывает к утверждению не более чем к отрицанию всех течений опыта, несовместимого с ним.

p, то q' или 'Поскольку p, то q' (*поскольку* есть просто вариант *если*, когда истинность p известна) есть мысль, заслуживающая установления, даже если уже известно, что или p – ложно или что q – истинно. В общем, вместе с Миллем мы можем сказать, что 'Если p, то q' подразумевает, что q выводимо из p, т.е., конечно, из p в совокупности с определёнными фактами и законами, которые не сформулированы, но на которые каким-то образом указывает контекст. Это означает, что $p \supset q$ следует из этих фактов и законов, которые в случае истинности ни в коем случае не являются условными фактами. Поэтому, несмотря на впечатление *производности*, объяснение Милля не содержит круга, как считал Брэдли. Конечно, то, что $p \supset q$ следует из фактов, является не пропозицией логики, но описанием фактов: 'Они как таковые должны включать $p \supset q$'. В соответствии с предполагаемыми законами или фактами мы получаем различные утончённые синтаксические вариации. Например, 'Если бы он был здесь, он должен был проголосовать за (ибо голосование было единогласным), но если бы он был здесь, он проголосовал бы против (поскольку это в его характере)'. [Здесь закон = вариативное гипотетическое выражение.]

Один класс случаев имеет особую важность, а именно те случаи, в которых, как мы говорим, наше 'если' даёт нам не только *ratio cognoscendi*, но также *ratio essendi*. В одном из таких нормальных случаев, когда мы, например, говорим 'Если бы произошло p, то произошло бы и q', $p \supset q$ должно следовать из условного высказывания $(x) . \phi x \supset \psi x$ и фактов $r . pr \supset q$ является примером $\phi x \supset \psi x$, и q описывает события, произошедшие не ранее, чем любое из событий, описываемых в pr. Вариативное гипотетическое выражение этого типа мы называем *каузальным законом*.

Теперь мы должны объяснить особую важность и объективность, приписываемую каузальным законам; почему, например, дедукция следствия из причины рассматривается столь радикально отличным образом от дедукции причины из следствия. (Никто не скажет, что причина существует постольку, поскольку существует следствие.) Фундаментальным фактом, по-видимому, является то, что будущее ожидается в настоящем или, выражаясь мягче, предрешается настоящим, но прошлое – нет. Что это означает? Трудно сказать, поскольку если мы пытаемся выражаться яснее, то всё это или превращается в бессмыслицу или сводится к определению: 'Мы, по определению, говорим о *ratio essendi*, когда протазис раньше аподазиса'. Мы чувствуем, что это ошибочно; мы думаем, что относительно полученного нами прошлого и будущего есть некоторое различие, но чем оно могло бы быть? Между законами, выводящими следствие из причины, и законами, выводящими причину из следствия, есть различия, но суть ли они то, что мы подразумеваем? Нет, ибо они обнаружены *a* *posteriori*; но то, что подразумеваем мы, является *априорным*. [Второй закон термодинамики является *апостериорным*; особенное в том, что он, по-видимому, выводится из отсутствия закона (т.е. шанса), но может быть и закон смешения.]

Тогда в чём же таком мы уверены в будущем, в чём не были бы уверены относительно прошлого; прошлое, мы считаем, установленным. Более того, если подразумевается, что оно является прошлым, то это может означать, что оно установлено *для нас*, что теперь наше мнение ничего не может в нём изменить, что любое настоящее событие безразлично к нашей вероятности любого прошлого события. Но это явно неверно. Верно то, что любое наше возможное настоящее желание безразлично (для нас) к любому прошлому событию. Для другого (или для нас самих в будущем) оно может служить как знак прошлого, но для нас теперь то, что мы делаем, влияет только на вероятность будущего.

Это представляется мне сутью предмета. То, что я не могу воздействовать на прошлое, – это способ совершенно ясно сказать нечто истинное о моей степени уверенности. И снова, мне кажется, общее различие причины и следствия вытекает из ситуации, когда мы размышляем, что предпринять. В этом случае нас занимает не безучастное знание или классификация (которым это различие всецело чуждо), но набросок различных следствий наших возможных действий, которые мы естественным образом совершаем, следуя вперёд в будущее, переходя от причины к следствию, а не от следствия к причине. Мы можем вызвать A или A', которые вызывают B или B', которые … и т.д.; вероятности A и B взаимозависимы, но, согласно нашим нынешним желаниям, мы прежде приходим к A.

Мы говорим, что другие люди могут воздействовать только на будущее, а не на прошлое по двум причинам. Во-первых, по аналогии с нами самими мы знаем, что они, с их собственной точки зрения, могут воздействовать на будущее, а не на прошлое, во-вторых, если мы подводим их действие под общую категорию причины и следствия, то причиной может быть только то, что произошло раньше. В конечном счёте это подразумевает, что, вызывая причину, мы (в нашем исчислении) можем лишь опосредованно воздействовать на события, наступившее позднее, чем она. В некотором смысле моё нынешнее действие есть конечное и единственное конечное обстоятельство.

[Конечно, нам извесно, что то, на что мы не можем воздействовать, это наше собственное прошлое. Мы знаем, что на наше собственное будущее мы можем воздействовать. Из опыта известно, что влияние распространяется самое большее со скоростью света.]

Ясно, что принятие и использование каузальных законов предполагает не 'закон причинения' в том смысле, что каждое событие имеет причину. У нас есть некоторые вариативные гипотетические выражения формы 'Если ϕx, то ψx' (где ψ позднее, чем ϕ), называемые каузальными законами. Другие имеют форму 'Если ϕx, то для ψx вероятность α'; это называется шансом. Мы предполагаем, что шанс максимален, если у нас нет надежды заменить его законом, и при этом нам известно достаточно фактов. Нет причины предполагать, что он не является максимальным. Закон есть единство шансов. Конечно, как показано в моём исследовании о шансе, шансы дают не действительные степени уверенности, но более простую систему, к которой приближается действительная система. Поэтому мы также не уверены в законах окончательно.

С точки зрения того, что мы уже сказали, каузальная необходимость не является фактом. Утверждая каузальный закон, мы утверждаем не факт, не бесконечную конъюнкцию, не конъюнкцию универсалий, но вариативное гипотетическое выражение, которое, строго говоря, вообще не является пропозицией, но является формулой, из которой мы выводим пропозиции.

Наиболее очевидная критика этой точки зрения состоит в том, что она содержит круг, ибо она пытается найти объяснение причинности посредством понятия, а именно понятия вариативного гипотетического выражения, которое само затрагивает причинность. Ибо существование вариативного гипотетического выражения зависит от нашего его использования в таком качестве, т.е. от перехода согласно каузальному закону нашей природы от него к отдельным убеждениям. Мы должны попытаться сделать ответ на эту критику совершенно ясным, ибо она совершенно необоснованна.

Один второстепенный пункт можно указать первым: вариативные гипотетические выражения включают причинность не в большей и не в меньшей степени, чем обычные убеждения; ибо к существу любой уверенности принадлежит то, что из неё мы выводим, как согласно ей действовать, и это понятие включает причинность в той же степени, как и вариативное гипотетическое выражение. Связь каузального закона с последним более сложна, но по существу не отличается. Нет иерархии типов каузальных законов, но есть просто возрастающее однородное усложнение типа $(x)\ldots$, $(x)(y)\ldots$, $(x)(y)(z)\ldots$

Теперь главный пункт. Мир, или скорее та его часть, с которой мы знакомы, обнаруживает, как все мы должны согласиться, значительную повторяемость в последовательности. Сверх и помимо этого я настаиваю на том, что он не обнаруживает характеристику, называемую каузальной необходимостью, но что мы высказываем предложения, называемые каузальными законами, от которых (т.е. высказывая которые) мы переходим к действиям и пропозициям, связанным с ними определённым способом, и говорим, что факт, утверждаемый в пропозиции, который является примером каузального закона, есть случай каузальной необходимости. Это – повторяющаяся черта нашего поведения, часть общей повторяемости вещей. Как и всегда, за повторяемостью здесь нет ничего, что называется причинностью, но мы снова можем дать вариативное гипотетическое выражение относительно этого нашего поведения и говорить о нём как о примере причинности.

Но разве не может быть чего-то такого, что можно назвать реальной связью универсалий? Этого я не могу отрицать, ибо в этой фразе я ничего не могу понять; я не нахожу ничего такого, что мы называем каузальными законами.

Точно таким же образом может быть и бесконечная совокупность, но то, что кажется пропозициями о ней, вновь является вариативными гипотетическими выражениями, а 'бесконечная совокупность' на самом деле является бессмыслицей.

Вариативные гипотетические выражения имеют формальные аналоги в других пропозициях, которые заставляют нас иногда принимать их как факты относительно универсалий, а иногда как бесконечные конъюнкции. Эти аналоги вводят в заблуждение и, несмотря на трудности, их следует избегать, хотя, использованные в качестве подтверждения различными складами ума, они и дают эмоциональное удовлетворение. Обе эти формы 'реализма' должны быть отвергнуты реалистическим духом.

К реалистической точке зрения на причинность нас заставляет стремиться, например, следующее. Предположим, что человеческий род, не имея на то причины, всегда предполагал, что клубника вызывает боль в животе, и поэтому никогда её не ел; тогда все их, с позволения сказать, убеждения, например, что если я поем клубники, то заболею, были бы истинными, но разве здесь не было бы чего-то ошибочного? Разве не факт, что если бы они её поели, то не заболели бы?

Нет, это не факт; это следствие моего правила. Факт состоит в том, что я поел её и не заболел. Если бы мы рассматривали невыполненное условие как факт, мы должны были бы предполагать, что любое такое высказывание, как 'Если бы он тасовал карты, он сдал бы себе козырного туза', имеет ясный смысл, истинный или ложный, что является абсурдным. Мы рассматриваем его как осмысленное, только если оно, или то, что ему противоречит, может быть выведено из нашей системы. Иначе мы говорим 'Ты не можешь сказать, что случилось бы', это звучит как признание неосведомлённости и действительно является таковым, поскольку подразумевает, что мы не можем предсказать, что *будет* происходить в сходном случае, но не поскольку 'то, что случилось бы' есть в действительности то, в чём мы не осведомлены.

Но их система, скажете вы, соответствует всем тем фактам, которые им известны. Если обе эти системы соответствуют фактам, то не является ли выбор произвольным? Тем не менее мы убеждены, что система однозначно предопределена и что достаточно долгое исследование приведёт всех нас к ней. Это соответствует понятию истины у Пирса как тому, во что в конце концов будет верить каждый; оно применяется не к истинному высказыванию о состоянии дел, но к 'истинной научной системе'.

Ошибка наших друзей, отказывающихся есть клубнику, состоит в том, что они не экспериментировали. Почему бы не провести эксперимент? Если p относится к q, для того чтобы повысить значение вероятности, хорошо было бы до действия обнаружить, каким образом q включает p. Но если q известно, это не стоит труда; им известно, как они думают, к чему привело бы экспериментальное исследование, поэтому они, естественно, не могут пойти на это.

Затруднение в основе возникает из рассмотрения каждого предложения как пропозиции. Когда при рассмотрении сходной ситуации видно, что шансы не являются пропозициями, то ясно, что и законы не являются какими-либо пропозициями, не взирая на другие причины.

ЗАМЕЧАНИЯ

(1) Все теории, шансы и законы конструируются с точки зрения того, что они будут дополнены в результате открытия дальнейших фактов; эти факты всегда рассматриваются как известные наверняка. Что нужно делать, когда мы в них не уверены, остаётся совершенно смутным, так же как и то, какую попрввку нужно делать на неуверенность относительно самой теории.

(2) Шанс и закон используются в теоретической системе как в первичной системе одним и тем же способом, как и причина, если теоретическая система темпоральна. Теоретическая система, конечно, во всём подобна переменному гипотетическому высказыванию, а именно в том, что из неё выводится; и законы в теоретической системе в двух шагах от вывода.

(3) Если следствия закона или теории не ясны, т.е. если не существует теста относительно того, что нечто может или не может быть из него выведено, то он должен быть взят *формально*. Это не привычка верить в ψ

всегда, когда мы видим ϕ, но привычка верить в значение любого символа, выведенного из этих значков.

(4) Кое-что следует сказать об отношении этой теории к теории Юма. Юм, как и мы, говорил, что нет ничего, кроме повторяемости, но он, по-видимому, противоречит себе, говоря о предопределённости в сознании и чувстве определённости как о том, что задаёт идею необходимости. Нас несправедливо обвиняют в таком же круге; он попадает в неприятное положение, принимая 'идею' необходимости и выискивая 'впечатление'. Мне не ясно, существует ли такая идея и такое впечатление, но онн могут быть. Когда в результате опыта мы вынуждены по-особому мыслить, у нас, вероятно, есть иное чувство, когда мы принимаем решение вновь. Но мы не должны говорить, что чувствуем себя связанными необходимостью, ибо в сознании есть только повторяемость; необходимость же всегда является фигурой речи. Я думаю, что он очень хорошо это понимал, но предполагал у своих читателей больше умственных способностей, чем они обнаруживали в своих буквальных интерпретациях.

(5) В противоположность чисто *дескриптивной* теории наукн, моя теория может быть названа *предсказывающей*. Рассматривать закон как сводку определённых фактов кажется мне неадекватным; к тому же он является установкой на ожидание в будущем. Различие максимально ясно в отношении к шансам; суммированные факты не устраняют равного шанса для случайного стечения обстоятельств, которые, будучи суммированы, привели бы к совершенно иной теории.

А. УНИВЕРСАЛЬНОСТЬ ЗАКОНА И ФАКТА (1928)

1. Согласно Джонсону[6], различие состоит в том, что универсальность законов [universals of law] применяется к более широкой области, чем универсальность фактов [universals of fact], т.е. к более широкой области, чем всё, но это невозможно (область x в $(x) \, . \, \phi x \supset \psi x$ и есть всё).

2. Согласно многим, различие состоит в том, что когда то, что все A есть B, является универсальностью факта, то это – сокращение для этого A, являющегося B, что A есть B, ...; это не верно; в первом приближении универсальность может быть обнаружена в этом смысле, но как только она сообщается кому-то ещё, она перестаёт иметь этот смысл, поскольку слушающему неизвестно, сколько A существует и существует ли вообще, но ему известно просто то, что всё существующее есть B. Но для слушающего это не подразумевает и того, что эта универсальность является универсальностью закона.

[6] Johnson W.E. *Logic. P. 3* (1924). Ch. I.

3. Согласно Брейтуэйту[7], различие состоит в том, что в универсальности закона уверены на основаниях, которые не являются демонстративными. Это не будет работать, потому что

(*a*) в универсальность некоторых законов вообще не верят;

(*b*) в универсальность некоторых фактов верят на недемонстративных основаниях;

(*c*) в универсальность некоторых законов верят на основаниях, которые в его смысле являются демонстративными.

Любого из этих утверждений достаточно для того, чтобы расстроить его определение. Рассмотрим их по очереди.

4. (*a*) Мы, многие из нас, думаем, что причиной многих черт потомка являются (неизвестные) характеристики хромосом объединённых клеток; но с точки зрения Брейтуэйта думать так – значит считать, что мы знаем, какими характеристиками хромосом они являются. Недостаточно сказать

$(\exists\phi) : \phi(\text{хромосомы}) \supset_{\text{всегда}} \psi(\text{потомок})$;

если мы говорим, что универсальность каузальна, мы подразумеваем, что в

$(\exists\phi) : \phi(\text{хромосомы}) \supset_{\text{всегда}} \psi(\text{потомок})$

всегда уверены, что явно ложно, пока не обнаружено ϕ. Можно было бы ответить, что нам нужно не 'уверены', но что-нибудь типа 'будем уверены', 'были бы уверены' или 'могли бы верить'.

5. Из этих исправленных версий 'будем' явно не подходит; причины наследуемых черт не изменятся, если новое вторжение варваров задержит прогресс науки; 'были бы' двигалось бы по кругу, поскольку оно подразумевает, что определённые обстоятельства были бы причиной для того, чтобы поверить; 'могли бы' быть уверены – подразумевало бы это же самое или же нечто радикально отличное, что рассмотрим позднее.

6. (*b*) Ясно только то, что в универсальность факта (например, 'Все уснули') нельзя легко уверовать на демонстративных основаниях. Например, в это можно было бы поверить на основании признаков или потому, что я сказал нечто такое, на что любой бодрствующий, вероятно, дал бы ответ.

7. (*c*) Этот пункт не так ясен, как другие, из-за двусмысленности относительно того, что подразумевается включить в 'универсальность закона'. Если она подразумевает универсальность, чей субъект не упоминает какой-либо отдельной пространственно-временной позиции, лучше было бы сделать это частью определения. Или же возьмём 'Всегда, когда

---

[7] Braithwaite R.B. The Idea of Necessary Connexion. *Mind* 36 (1927). P. 467-77; *Mind* 37 (1928). P. 62-72.

этот шар наполняли водородом и отпускали, он взлетал'; это, или нечто подобное этому, только более усложнённое, конечно, является универсальностью закона, однако в это можно верить в результате наблюдения за всеми его примерами.

8. Чтобы приблизиться к более корректному решенню, классифицируем типы универсальности несколько точнее. Так, у нас есть следующие классы:

(1) изначальные законы природы;
(2) производные законы природы, т.е. общие пропозиции, выводимые из изначальных законов природы;
(3) то, что называется законами в широком смысле; т.е. общие пропозиции, выводимые из изначальных законов вместе с различными фактами существования, по предположению известными каждому, например, что тела падают;
(4) универсальность фактов; но она не может быть строгим образом разведена с (3); с детермиииистской точки зрения всякая универсальность фактов может быть выведена из изначальных законов вместе с достаточным количеством фактов существования.

9. Этот список классов, вероятно, может предполагать следующее решение. Фундаментальное различие имеется между (1) и (2), с одной стороны, и (3) н (4) – с другой. Оно состоит в том, что универсальность в классах (1) и (2) не упоминает отдельных пространственно-временных позиций, тогда как в (3) и (4) универсальность делает это (отсюда потребность в фактах существования, чтобы её вывести). Между (1) и (2) и между (3) и (4) различие смутно, в первом случае – из-за искусственной классификации, во втором – из-за количества фактов, требуемых для их вывода.

10. Это решение, однако, не подходит, поскольку существует универсальность, относящаяся к (3) и (4), которая не упоминает отдельных пространственно-временных позиций, но всё-таки не вытекает из изначальных законов. Так, все премьер-министры консерваторы Англии между 1903 и 1928 годами носили имя, начинающееся с B. Поэтому, вероятно, все премьер-министры консерваторы страны с населением 40000000–50000000, чья столица называется 'Лондон' и нмеет 7000000 жителей... во время между 2–27 годами, после того как эта страна потеряла королеву, которая правила 64 года...носили имена, начинающиеся с B. Если мы достаточно вникнем в детали, то (если мир не воспроизводит себя бесконечно каждый раз лишь с незначительно отличающимися деталями) мы

получим истинное обобщение, которое не упоминает пространственно-временную позицию, но это не было бы законом природы.

11. Что же тогда верно относительно универсальности классов (1) и (2), но не универсальности классов (3) и (4)? Мы видели, что это не их пространственно-временная индифферентность и не то, что в них не уверены. Можно заметить, что это и не комбинация их черт, ибо тот факт, что в них верят или могут верить, совершенно безразличен. На основании авторитета или свидетельства верить можно во что угодно. Кроме того, различие сохранялось, даже если бы мы знали всё.

12. Этот последний пункт даёт нам ключ. Даже если мы знаем всё, мы всё же хотим систематизировать наше знание как дедуктивную систему, и в этой системе общие аксиомы былн бы фундаментальными законами природы. В некоторой степени выбор аксиом неизбежно произволен, но если должна сохраняться какая-то простота, то наименее правдоподобно, что произвольной является структура фундаментальных обобщений, где некоторые рассматриваются как аксиомы, а другие – производны. Какие-то другие истинные обобщения можно было бы тогда вывести из этих с помощью отдельных фактов существования. Эти фундаментальные обобщения были бы тогда универсальностью классов (1) и (2), аксиомы будут образовывать класс (1).

13. На самом деле мы не знаем всего, но то, что мы знаем, мы стремимся организовать как дедуктивную систему и называем её аксиомы законами. Мы рассматриваем, как эта система развивалась бы, если бы мы знали немного больше, и называем последующие аксиомы или следствия, которые были бы в этом случае законами (мы считаем, что таковые определённого вида были бы, хотя и не знаем точно какого). Мы также думаем, как можно было бы организовать все истины в качестве дедуктивной системы, и называем её аксиомы изначальными законами.

14. Свойство универсальности (а именно, что в дедуктивной системе *должна* быть аксиома, охватывающая всё) на самом деле не является гипотетическим. Скрытая универсальность есть лишь поддельная универсальность. Нечто утверждается просто обо всём мире, а именно, что истинные общие пропозиции имеют такие формы, что они образуют систему, требуемого сорта с заданной пропозицией в требуемом месте. Эту систему образуют факты посредством внутренних отношений, а не убеждения в них людей посредством пространственно-временных отношений. Разумеется, от системы требуется быть простой, насколько возможно, но это лишь другое смутное формальное свойство, не каузальное, если же каузальное, то лишенное своей каузальности (см. § 16).

15. Мне возразят, что когда мы используем понятие закона, как в случае высказывания о каузальной импликации, мы ничего не говорим об основной дедуктивной системе. Ответ состоит в том, что мы так поступаем, как только выходим за рамки простой материальной или формальной импликации. Но важной частью высказываний о каузальной импликации всегда является материальная или формальная импликация, которая не ссылается на систему. Остальным интересуются только философы, систематизаторы или те, кто взывает к чувствам. Практик желает знать только то, что все, кто принял мышьяк, умерли, а не то, что это является каузальной импликацией, ибо универсальность факта, *в рамках его собственных границ*, также хорошо руководит поведением, как и универсальность закона.

16. Всегда можно считать, что уверенность, являющуюся каузальным фактом, мы не должны включать в анализ причины. Изложенная выше теория избегает этой опасности (см. § 14). Альтернативный способ её избежать состоит в том, чтобы сказать, что уверенность, если таковая есть, встречающаяся в анализе причины, есть уверенность, лишённая своей каузальности, т.е. с каузальными импликациями, редуцированными к материальным импликациям.

17. Законы, включённые в *каузальные импликации*, суть указанные выше классы (1) и (2). Клвсс (3) – нет; в случаях, в которых нам естественным образом следовало бы прибегать к универсальности класса (3), мы вместо этого можем, расширяя r, сделать $pr \supset q$ примером класса (2). Именно возможность сделать это в рамках предполагаемых ограничений на r отличает класс (3) от класса (4).

IV

ЗНАНИЕ (1929)

Я всегда говорил, что убеждение [belief] является знанием, если оно (i) истинно, (ii) достоверно, (iii) получено в результате надёжной процедуры. Но слово 'процедура' весьма неудовлетворительно; процедурой мы можем назвать вывод, но даже тогда ненадёжность, по-видимому, указывает только на ошибочный метод, а не на ложные предпосылки, как это предполагается. Можем ли мы сказать, что воспоминание получено в результате надёжной процедуры? Я думаю, вероятно, можем, если мы подразумеваем каузальную процедуру, связанную с тем, что происходит, при моём её воспоминании. Тогда мы можем сказать, что убеждение, полученное посредством надёжной процедуры, было вызвано тем, что не является убеждениями в этом смысле и не сопровождается тем, что в большей или меньшей степени полагается на истинные убеждения, но если в этом ряду причинности встречаются другие опосредующие убеждения, все они должны быть истинными.

Например, вопрос 'Является ли телепатия знанием?' может подразумевать: (*a*) принимая, что такой процесс существует, можно ли рассчитывать на создание истинных убеждений у телепата (в рамках определённых ограничений, например, когда предмет убеждения касается мыслей телепата)? Или (*b*) предполагая, что мы агностики, гарантирует ли истину ощущение телепатии? То же самое относится к женской интуиции, впечатлительности и т.д. Вероятно, нам следовало бы говорить не то, что (iii) приобретается в результате надёжной процедуры, но то, что (iii) образуется надёжным способом.

Тем не менее мы говорим 'Я знаю' всякий раз, когда уверены, не задумываясь над надёжностью. Но если мы задумываемся, тогда остаёмся уверенными, если и только если мы мыслим заслуживающий нашего доверия путь. (Предположим, мы его знаем, но если нет, просто примем его как известный. Например, Бог, по предположению, вложил в наше сознание надёжную процедуру.) Ибо мыслить путь надёжным – значит просто сформировать привычку следовать этому пути в различных гипотетических обстоятельствах.

Ещё одно. В *Проблемах философии* Рассел говорит, что мы, иногда, несомненно, ошибаемся, поэтому всё наше знание заражено некоторой степенью сомнения. Мур предпочитает это отрицать, говоря, что это, конечно же, было бы самопротиворечивым, но это является просто педантизмом и игнорированием того, что подразумевает знание.

По существу, однако, суть в следующем: мы не можем без самопротиворечия сказать *p* и *q* и *r* и … и то, что одно из *p*, *q*, *r* … является ложным. (N.B. Мы знаем то, что мы знаем, иначе здесь не было бы противоречия.) Но мы можем быть почти уверены, что одно является ложным, и тем не менее быть почти уверенными в каждом, но тогда *p*, *q*, *r* заражены сомнением. Однако Мур прав, говоря, что не все они заражены с необходимостью, но если мы исключаем некоторые, мы, вероятно, в известной степени осознаём, что одно из исключаемых, вероятно, ошибочно и т.д.

V

ФИЛОСОФИЯ (1929)

Философия должна иметь какое-то применение, и мы обязаны принимать её всерьёз; она должна прояснять наши мысли и поэтому наши действия. Или ещё, она есть предрасположенность к проверке и к исследованию того, что нечто должно обстоять так, т.е. главное положение философии состоит в том, что философия как таковая бессмысленна. И снова мы должны принять всерьёз, что она бессмысленна, а не претендовать, как Витгенштейн, на то что это важная бессмыслица!

В философии мы берём пропозиции, полученные в науке и в повседневной жизни, и пытаемся представить их как логическую систему с исходными терминами, определениями и т.д. По существу, философия есть система определений или, что случается гораздо чаще, система описаний того, как можно дать определения.

Я не думаю, что, следуя Муру, об определениях необходимо говорить как об объяснении того, что мы прежде подразумевали нашими пропозициями, но скорее, что они показывают, как мы намерены использовать их в будущем. Мур сказал бы, что они остаются теми же самыми, что философия не изменяет того, что кто-то подразумевает под ‘Это – стол’. Но мне кажется, что может, ибо значения во многом потенциальны, и, следовательно, изменения могут проявиться лишь в редких и критических ситуациях. К тому же философия иногда, вынуждена прояснять и различать понятия, прежде смутные и смешанные; ясно, что это подразумевает лишь закрепление для нас их будущего значения[1]. Ясно, однако, что определения должны как минимум давать нам будущее значение, а не просто какой-то изящный способ получения определённой структуры.

Некогда я беспокоился о природе философии из-за излишней схоластичности. Я не мог видеть, каким образом мы можем понять слово, не будучи в состоянии уразуметь, корректно предложенное определение или же нет. Я не осознавал смутности самой идеи понимания и затрагиваемого этой идеей указания на многообразность исполнения, любое из которых может быть ошибочным и требовать пересмотра. Логика обеспечивает тавтологиями, математика – тождествами, философия – определени-

[1] Но даже если их прежнее значение не совсем было запутанным, философия всё равно способна на прояснение и различения. Образцом такого прояснения является, например, теория дескрипций Рассела.

ями; при всей тривиальности они являются частью жизненно важной работы по прояснению и организации нашей мысли.

Если мы считаем философию системой определений (и прояснения употребления слов, которые не могут быть номинально определены), затруднительными мне кажутся здесь следующие проблемы:

(1) Относительно каких определений мы чувствуем, что они обеспечиваются философией, а какие мы оставляем науке или чувствуем, что их не нужно давать вообще?
(2) Когда и как мы можем обойтись без определения, довольствуясь лишь описанием того, как определение может быть дано? [Этот пункт упоминался выше.]
(3) Как можно провести философское исследование без вечного *petitio principii*?

(1) Философия связана не со специальными проблемами определения, но только с общими. Она предполагает определить не отдельные термины искусства или науки, но установить, например, проблемы, которые возникают при определении любого такого термина или при отношении любого термина физического мира к терминам опыта.

Термины искусства и науки должны тем не менее быть определены, но не обязательно номинально; например, мы определяем массу, объясняя, как её измерить, но это не номинальное определение. В теоретической структуре оно просто задаёт отношение термина ‘масса’ к определённым экспериментальным фактам. К терминам, которые у нас нет нужды определять, относятся такие, как ‘стул’, относительно их мы знаем, что при необходимости их всегда можно определить, или же такие, как ‘трефы’ (карточная масть), которые мы легко можем определить в визуальном или каком-то другом языке, но не можем подходящим образом изложить в словах.

(2) Решением того, что в (1) мы называли ‘общей проблемой определения’, является, естественно описание определений, из которых мы узнаём, как образовать действительное определение в любом отдельном случае. По-видимому, мы часто не получаем *действительных* определений, потому что номинальное определение часто не подходит для решения проблемы, поскольку требуется объяснение использования символа.

Но это даже не затрагивает того, что, как можно предположить, представляет в пункте (2) действительную трудность; ибо мы сказали только о том случае, в котором слово определяется, будучи просто описанным (поскольку трактуется как одно из класса). Конечно, его определение или объяснение так же лишь описывается, но описывается таким способом, что когда дано действительное слово, то можно вывести его действительное определение. Но есть и другие случаи. В этих случаях слову, чьё определение должно быть дано, мы даём взамен не его определение, но высказыванне, что его значение таким-то способом включает сущности такого-то сорта, т.е. высказывание, которое *дало бы* нам определение, если бы у нас для этих сущностей были имена.

Что касается употребления этого слова, оно, очевидно, должно соответствовать термину, используемому в связи с переменными, когда он устанавливается в качестве значения правильной комплексной переменной, и это предполагает, что мы обладаем переменными без имён для всех их значений. Сложный вопрос возникает относительно того, всегда ли мы должны быть *способны* наименовать все эти значения, и если да, то какой род способностн подразумевается. Ясно, однако, что этот феномен некоторым образом связан с ощущениями, для которых наш язык слишком фрагментарен. Например, 'голос Джейн' есть описание характеристики ощущений, для которой у нас нет имени. Вероятно, мы могли бы её нанменовать, но можем ли мы отождествить и наименовать различные модуляции, из которых она состоит?

Возражение, которое часто выдвигается относительно этих описаний определений чувственных характеристик, состоит в том, что они выражают то, что мы должны обнаружить при анализе, но сам этот анализ изменяет ощущения, развивая сложность, на открытие которой он просто претендует. Внимание, несомненно, может изменить наш опыт, но мне кажется возможным, что иногда оно открывает предсуществующую сложность (т.е. позволяет нам адекватно её символизировать), ибо это согласуется с любым изменением случайных фактов, кроме создания самой этой сложности.

Другое затруднение, связанное с описаниями определенний, состоит в том, что, ограничиваясь ими, мы можем получить простую бессмыслицу, вводя не имеющие смысла переменные, когда, например, описываем такие переменные, как 'отдельная вещь' или 'точка'. Мы можем, например, сказать, что под 'пятном' мы подразумеваем бесконечный класс точек; если это так, то нам следует передать философию теоретической психологии. Ибо в философии мы так анализируем *нашу* мысль, что пятно не может быть заменено бесконечным классом точек; мы не можем задать особый бесконечный класс экстенсионально. 'Это пятно красное' не является сокращением для '*a* есть красное, *b* есть красное и т.д. ...', где *a*, *b* и т.д. являются точками. (Да этого и не могло бы быть, если хотя бы *a* не являлась красной.) К бесконечным классам точек можно прийти только тогда, когда мы смотрим на сознание со стороны и конструируем его теорию, в которой сенсорное поле сознания состоит из класса окрашенных точек, который оно мыслит.

Если же мы создали такую теорию относительно нашего собственного сознания, нам следует рассматривать его как отчёт об определённых *фактах*, например, что эта точка является красной. Но когда мы мыслим сознания других людей, у нас нет фактов, однако в целом мы остаёмся в области теории и можем убедить себя в том, что такие теоретические конструкции исчерпывают это поле. Тогда мы возвращаемся к нашему собственному сознанию и говорим, что на самом деле есть только эти теоретические процессы. Наиболее явный этому пример, конечно, материализм. Но многие другие философы, например Карнап, делают именно эту ошибку.

(3) Наш третий вопрос относился к тому, каким образом мы можем избежать *petitio principii*, опасность которого возникает примерно следующим образом.

Подходящий метод прояснить свою собственную мысль состоял бы просто в том, чтобы обдумать её самому: 'Что я под этим подразумеваю?', 'Что за отдельные понятия включены в этот термин?', 'Что в действительности из этого следует?' и т.д., и проверить тождество значения предложенного определяемого и определяющего посредством действительных и гипотетическнх примеров. Это мы часто можем сделать, не размышляя о природе самого значения. Мы можем сказать, подразумеваем мы одну и ту же или разные вещи под 'лошадью' и 'свиньёй', совершенно не мысля о значении как таковом. Но чтобы ставить более сложные вопросы такого типа, мы, очевидно, нуждаемся в логической структуре, в системе логики, в которую мы их вводим. Эти вопросы мы можем надеяться получить сравнительно лёгким предварительным применением тех же самых методов; например, не трудно было бы видеть, что быть истинным для 'не-*p* или не-*q*', то же самое, как быть истинным для 'неверно, что *p* и *q*'. В этом случае мы конструируем логику, а весь наш анализ совершенно *не затрагивает самосознания*, поскольку всё время касается фактов, а не наших о них размышлений, решая, что мы имеем в виду, без какой-либо ссылки на природу значений. [Конечно, мы можем также размышлять о природе значения, не привлекая самосознания, т.е. мысля непосредственно данный нам случай значения, без ссылки на то, что *это* наше значенне.] Это один из методов, и он может быть правильным, но я считаю, что он ошибочен и заводит в тупик. Я расстаюсь с иим следующим образом.

Мне кажется, что в процессе прояснения нашей мысли мы приходим к терминам и предложениям, которые мы не можем прояснить очевидным способом, определяя их значение. Например, мы не можем определить переменные условные высказывания и теоретические термины, но можем объяснить способ, которым они используются, и в этом объяснении мы вынуждены учитывать не только объекты, о которых говорим, но и наши собственные ментальные состояния. Как сказал бы Джонсон, в этой части логики мы не можем отрицать эпистемическую или субъективную сторону.

Это подразумевает, что мы не можем разобраться с этими терминами и предложениями, не разобравшись со значением. По-видимому, мы попадаем в следующую ситуацию. Мы, например, не можем понять то, что говорим о времени и внешнем мире, без предварительного понимания значения и, однако, не можем понять значение без некоторого предварительного понимания времени и, вероятно, внешнего мира, которые в нём содержатся. Поэтому мы не можем преобразовать нашу философию в поступательное движение к цели, но должны рассматривать наши проблемы в целом и перескакивать к одновременному решению. Здесь есть нечто от природы гипотезы, ибо мы примем это не как следствие прямого доказательства, но единственно как то, что мы можем считать удовлетворяющим некоторым нашим требованиям.

Разумеется, нам не следует говорить о доказательстве в строгом смысле, но в философии есть процесс, аналогичный 'линейному выводу', при котором вещи постепенно приобретают ясность. И поскольку, по указанным выше причинам, мы не можем довести этот процесс до конца, мы находимся в обычной для учёных ситуации, довольствуясь частичными улучшениями. Мы можем сделать некоторые вещи ясными, но мы не можем прояснить их все.

За исключением весьма ограниченного поля, я нахожу такое самосознание в философии неизбежным. Мы приходим к философствованию, поскольку не знаем ясно, что же мы имеем в виду; вопрос всегда в следующем: 'Что я подразумеваю под *x*?' И только совершенно случайно мы можем установить это, не размышляя над значением. Но это не только препятствие; со значением необходимо иметь дело; без сомнения, оно является ключом к истине. Я чувствую, что если мы его отрицаем, то находимся в абсурдной ситуации подобно ребёнку в следующем диалоге: 'Скажи "завтрак".' – 'Не могу.' – 'Что ты не можешь сказать?' – 'Не могу сказать "завтрак"'.

Но необходимость самосознания не должна использоваться как оправдание бессмысленных гипотез; мы имеем дело с философией, а не с психологией, и наш анализ наших высказываний, касаются они значения или же нет, должен быть таковым, чтобы мы могли их понять.

Главную опасность для нашей философии, помимо лености и расплывчатости, представляет *схоластика*, сущность которой состоит в том, чтобы трактовать то, что является смутным, так, как если бы оно было ясным, и пытаться подвести его под точную логическую категорию. Типичным примером схоластики является точка зрения Витгенштейна на то, что все наши повседневные пропозиции в совершенном порядке и что невозможно мыслить нелогично. (Последнее подобно утверждению, что нарушить правила игры в бридж невозможно, поскольку, если вы их нарушаете, то не играете в бридж, или, как говорит миссис С., играете в небридж.) Другим примером является доказательство относительно знакомства с тем, что предшествует, которое приводит к выводу о нашей способности воспринимать прошлое. Простое рассмотрение телефона-автомата показывает, что мы можем по-разному реагировать на *AB* и на *BA*, не воспринимая прошлого; поэтому данное доказательство совершенно несостоятельно. Оно основано на игре со словом ‘знакомство’, которое подразумевает, во-первых, способность к символизции и, во-вторых, чувственное восприятие. Витгенштейн, по-вндимому, точно так же двусмысленно использует своё понятие ‘данности’.

VI

ЭПИЛОГ (1925)

Будучи обязан написать работу для Общества, я, как обычно, затруднился с выбором темы, но я льстил себя тем, что этот порок касается не только меня, а вырастает из того факта, что предмета, подходящего для обсуждения, действительно нет. К тому же, прочитав недавно, по случаю, лекцию о теории типов, я осознал, что в этом предложении слово 'предмет' должно быть ограничено, подразумевая предмет первого порядка, и что, вероятно, могут быть предметы второго порядка, которые были бы возможиы. И тогда я увидел то, что в готовом виде уже лежало передо мной, а именно: мне следует выдвинуть тезис, что достойного обсуждения предмета (первого порядка) нет.

Если это истинно, вопрос серьёзен. Ибо для чего же существует Общество, если не для дискуссий? А если нечего обсуждать… но это можно оставить на потом.

Я не собираюсь утверждать, что не было ничего, что стоило бы обсуждать, но утверждаю, что нет ничего помимо этого; действительно, мы установили всё, осознав, что, помимо науки, познать ничего нельзя. И поскольку большинство из нас некомпетентно в большинстве наук, то, обмениваясь информацией, мы не можем с пользой обсуждать эту информацию, поскольку являемся только слушателями.

Окинем взглядом возможные предметы для дискуссии. Насколько я могу видеть, они подпадают под следующие заголовки: наука, философия, история и политика, психология и эстетика (предваряя какие бы то ни было вопросы, я отделяю психологию от других наук).

Если исключить специалистов, то наука, история и политика не подходят для обсуждения. Другие темы просто требуют большей информации, и до тех пор, пока дополнительная информация не получена, необходимо только мнение тех, кто в этой области разбирается лучше всех. Существует ещё философия, но она также стала слишком техничной для непрофессионалов. В добавок к этим недостаткам, есть мнение величайших современных философов, что такого предмета, как философия, нет, что она является не учением, а методом и что вместо ответов на вопросы она просто нацелена на исцеление головной боли. Можно подумать, что помимо такой технической философии, чьим ядром является логика, есть разновидность популярной философии, которая имеет дело с такими предметами, как отношение человека к природе и смысл нравственности. Но любая попытка трактовать эти темы серьёзно сводит их к вопросам или науки, или технической философии, или, ещё более прямолинейно, приводит их рассмотрение к бессмысленности.

Возьмём в качестве примера недавнюю лекцию Рассела "Во что я верю". Предмет своей веры он разделяет на две части: философию природы и философию ценностей. Его философия природы в главном состоит из выводов современной физики, физиологии и астрономии с незначительной примесью его собственной теории материальных объектов как отдельной разновидиости логического конструирования. Её содержание, следовательно, может обсуждаться только теми, кто обладает соответствующими знаниями в теории относительности, атомистической теории, физиологии и математической логике. Единственная остающаяся возможность для дискуссии, связанная с этим разделом его статьи, состояла бы в подчёркивании ошибок в определённых пунктах, например в несоразмерности физических размеров звёзд и человека. К этой теме я ещё вернусь.

Его философия ценностей состояла в утверждении, что единственные вопросы о ценностях – это вопросы о потребностях людей и о том, как их потребности могут быть удовлетворены; отталкиваясь от этого, он переходит к ответам на эти вопросы. Поэтому вся проблема оказывается частью психологии и её обсуждение следует отнести к вопросам последней.

Его главное высказывание о ценностях можно, разумеется, оспорить, и большинство из нас согласны с тем, что объективность добра – это то, что мы принимаем или отвергаем в связи с существованием Бога. Однако нам следует осознать, что теология и абсолютная этика, эти две известные темы, не имеют предмета.

Этика тогда сводится к психологии, и это приводит меня к психологии как теме для обсуждения. О большинстве из наших собраний можно было бы сказать, что они имели дело с психологическими вопросами. Этот предмет интересует всех нас в большей или меньшей степени по практическим соображениям. При его рассмотрении мы должны отличать собственно психологию, являющуюся изучением ментальных событий с точки зрения установления научных обобщений, от простого уподобления нашему собственному опыту из личного интереса. Показатель заключается в том, что мы стремились бы знать об этом опыте как посторонние, например, когда это происходит с нашими друзьями, т.е. интересуемся ли мы им как научным материалом или просто из личного любопытства.

Я думаю, что мы редко, если вообще когда-либо, обсуждаем фундаментальные психологические вопросы, но гораздо чаще просто сравниваем их с нашим опытом, что не является формой дискуссии. Я думаю, мы слишком редко осознаём, насколько часто наши аргументы имеют следующую форму: *А*.: "По полудни я ходил в Гранчестер"; *В*.: "А я не ходил". Часто мы обсуждаем и другую тему, например, что мы восхищены некоторыми людьми или поступками или стыдимся их. Возьмём наше обсуждение способности сдерживать аффекты. *А.*, например, утверждает, что он испытывает неловкость, утрачивая невозмутимость, а *В.* утверждает, что в этом случае он не чувствует никакой вины. Но, несмотря на приятное времяпрепровождение, это, вообще говоря, является ие дискуссией, но обменом мнений.

Подлинная психология, с другой стороны, – это наука, о которой большинство из нас знает слишком мало, чтобы отважиться на рискованное суждение.

Наконец, остаётся эстетика, включая литературу. Эта тема возбуждает нас более, чем что-либо ещё, но на самом деле мы не обращаемся к ней не часто. Наши аргументы слишком слабы, мы всё ещё находимся на уровне "Давайте обсуждать вкус бананов с теми, кто их ел" и слишком мало можем сказать о психологических проблемах, из которых действительно состоит эстетика, например почему определённое сочетание цветов вызывает у нас такие особые впечатления. То, что мы действительно делаем, вновь похоже на сравнение с нашим опытом. В данном случае эта практика особенно выгодна, поскольку критика может указать другим на то, относительно чего они, если бы уделили внимание, получили бы те же самые впечатления, которых лишились бы в противном случае. Мы ведь не обсуждаем, да и не можем обсуждать, является ли одно произведение искусства лучше другого; мы просто сравниваем впечатления, которые они нам дают.

Я прихожу к заключению, что обсуждать действительно нечего, и это заключение соответствует ощущению, которое я обычно испытываю от разговоров. Это относительно новое явление, которое вызвали две причины, оказывающие постоянное воздействие на протяжении девятнадцатого века. Одна из них – это прогресс науки, другая – упадок религии; и это сделало все прежние общие вопросы либо техническими, либо смешными. Этот процесс в развитии цивилизации каждый из нас должен повторить в себе. Я, например, пришёл как новичок и получал удовольствие от обсуждений и доказательств как никто другой в мире. Но постепенно я пришёл к тому, что рассматриваю их как всё менее и менее важные, поскольку они перестали казаться мне чем-то большим, чем разговоры о покупках и частной жизни, а это едва ли подходит для общей беседы. К тому же, по мере размышлений, я пришёл к выводу, что люди знают о себе гораздо меньше, чем они воображают, и практически перестал стремиться говорить о себе, как обычно бывало, считая, что это достаточно скучно. Всё ещё остаётся литература и искусство, но о них никто не может рассуждать доказательно, можно только обменяться мнениями, так же как можно обменяться информацией об истории или экономике. Но об искусстве обмениваются не информацией, а впечатлениями.

Это возвращает меня к Расселу и к его лекции “Во что я верю”. Если я должен был бы написать *Weltanschauung*, я предпочёл бы название не “Во что я верю”, но “Что я переживаю”. Это связано с витгенштейновским взглядом на философию, что философия не даёт нам убеждений, но просто облегчает чувство интеллектуального дискомфорта. Также если бы я должен был поспорить с лекцией Рассела, это относилось бы не к тому, во что он верит, но к указаниям на то, что он переживает. На самом деле никто не может спорить с пережнваниями человека, можно только иметь иные переживания и, вероятно, рассматривать свои собственные переживания как более привлекательные или более способствующие счастливой жизни. С этой точки зрения о том, что является предметом не фактов, но переживаний, я буду заключать по некоторым знамениям, касающимся вещей вообще или, как я скорее сказал бы, не вещей, а жизни в целом.

Видимо, я отличаюсь от некоторых своих друзей в том, что придаю малое значение физической стороне. Я не чувствую ущербность перед величием небес. Звёзды могут быть большими, но они не способны мыслить или любить; и эти качества впечатляют меня гораздо больше, чем размер. Меня не убеждает вес в сто килограммов.

Меня привлекает мир в перспективе, а не как модель в масштабе. На переднем плане находятся человеческие существа, а звёзды столь же малы, как трёхпенсовые монеты. В действительности, я не верю в астрономию, кроме как в усложнённое описание отдельных моментов того, как протекают ощущения человека и, возможно, животных. Эту свою перспективу я применяю не только к пространству, но также и ко времени. Мир безразличен ко времени, всё умрёт, но до этого ещё далеко, а с точки зрения нынешней ценности мира это не значит практически ничего. Настоящее не менее ценно из-за того, что будущее пусто. Человечество, которое в моей картине мира находится на первом плане, я нахожу интересным и в целом привлекательным. По крайней мере сейчас, я нахожу мир приятным и увлекательным местом. Вы можете находить его угнетающим; мне вас жалко, а вы меня презираете. Но у меня есть причина, а у вас нет. У вас была бы причина презирать меня, если бы ваше чувство соответствовало факту, тогда как моё – нет. Но факту не может соответствовать ни то, ни другое. Сам по себе факт не является ни добрым, ни злым; факт – это как раз то, что волнует меня, но угнетает вас. С другой стороны, у меня есть причина жалеть вас, поскольку взволнованным быть приятнее, чем угнетённым, и не просто приятнее, быть взволнованным – лучше любого другого занятия.

28 февраля 1925.