

Н. П. Юшкин
И. И. Шафрановский
К. П. Янулов

**ЗАКОНЫ
СИММЕТРИИ
В МИНЕРАЛОГИИ**

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
КОМИ ФИЛИАЛ
ИНСТИТУТ ГЕОЛОГИИ

549
96

Н. П. Юшкин
И. И. Шафрановский
К. П. Янулов

ЗАКОНЫ СИММЕТРИИ В МИНЕРАЛОГИИ

Ответственные редакторы
Н. Н. ШЕФТАЛЬ, А. М. АСХАБОВ



ЛЕНИНГРАД
Издательство «Н А У К А»
ЛЕНИНГРАДСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
1987

Юшкин Н. П., Шафрановский И. И., Янулов К. П. **Законы симметрии в минералогии.** — Л.: Наука. 1987. — 335 с.

В книге анализируется современное состояние теории симметрии и ее приложений в минералогических исследованиях. Рассмотрены законы кристалломорфологической и кристаллоструктурной симметрии, закономерности симметрии минерального мира Земли в целом и некоторых космических объектов. Разрабатывается методика изучения с помощью теории симметрии сложных минеральных систем и минералообразующих процессов. Рассмотрены перспективы развития учения о симметрии в минералогии и геологии.

Книга рассчитана на широкий круг минералогов, кристаллографов, геологов, на преподавателей и студентов вузов,

Библиогр. 297 назв. Ил. 103. Табл. 50.

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук Р. В. ГАЛИУЛИН

д-р геол.-минер. наук, проф. Л. В. МАХЛАЕВ



217831

От редактора

К настоящему времени установлены основные законы симметрии внешних форм и структуры кристаллов, но все время возникают новые прогрессивные подходы в изучении их симметрии. Основополагающий вклад в эту область внесли русские и советские ученые: А. В. Гадолин, Е. С. Федоров, А. В. Шубников, В. И. Михеев, И. И. Шафрановский и ряд других.

Настоящая книга творчески подытоживает основные, выполненные за многие годы разработки по симметрии кристаллов минералов и ее изменениям в процессе генезиса, а также данные о симметрии минерального мира в целом. Она охватывает симметрию минералов Луны и метеоритов, уделено в ней внимание и геокристаллическим моделям.

Книга представляет собою выполненное на высоком научном уровне изложение материала по вопросам симметрии в минералогии с широким охватом явлений.

Как указывает инициатор и организатор этой работы Н. П. Юшкин, ее цель «попытаться определить новые пути применения теории симметрии к минералогическим исследованиям» и показать, что может дать в современных условиях минералогии симметричный подход.

Охарактеризуем кратко основной вклад каждого автора в содержание книги.

Главы «Развитие и современное состояние учения о симметрии в минералогии» (с участием И. И. Шафрановского и К. П. Янулова), «Законы симметрии минерального мира» и «Эволюция симметрии минерального мира» написаны Н. П. Юшкиным. Именно в этих главах заложен материал, характеризующий симметрию уже не отдельных минералов, а всего минерального мира. В них данные И. И. Шафрановского о постоянстве соотношений известных в науке минералов по видам симметрии и сингониям, независимо от числа вновь открываемых минералов за большие периоды времени, объединены с данными А. Е. Ферсмана и Ю. Б. Марина, установившими постепенное снижение симметрии при естественных, последовательных генетических преобразованиях минеральных видов. Кроме того, показано в обобщенном виде снижение симметрии минералов при переходе от глубинных пород к поверхностным и от высокотемпературных к низкотемпературным с включением данных о минеральном составе литосферы Луны и метеоритов, где наблюдается подобная, хотя и несколько ослабленная закономерность. Это обобщение материала с выходом за пределы Земли очень своевременно и представляет большой научный интерес. Н. П. Юшкиным проведена детальная

статистическая обработка изложенного материала с использованием термодинамических и физико-химических параметров кристаллообразования.

Глава «О геокристаллических моделях», также написанная Н. П. Юшкиным, заканчивается изложением работ С. И. Кислицына с их характеристикой Н. В. Беловым. В ней содержится интересный материал, хотя в работах С. И. Кислицына еще прочно связаны фантазия и реальность. В «Заключении» Н. П. Юшкин характеризует состояние и перспективы проблемы законов симметрии в минералогии. Хотелось бы подчеркнуть правильность его утверждения, что для минералога и кристаллографа необходим простой методический аппарат классической симметрии, помогающий разобраться в многообразии минерального мира. Процесс углубления понятий симметрии естественно усложняет этот аппарат. Однако логически простой вывод новых закономерностей и ценность их для практического использования может это компенсировать.

Главы «Кристаллографические законы в минералогии», «Законы кристалломорфологической симметрии» и «Принцип диссимметрии—симметрии в минералогической кристаллографии» написаны автором широко известных многочисленных работ, развивающих учение о симметрии кристаллов, историком этого учения — И. И. Шафрановским. В первых двух главах изложены общие кристаллографические и кристалломорфологические законы и дана их классификация, в третьей охарактеризован принцип диссимметрии—симметрии с привлечением интересного исторического материала. Изложение этого важного вопроса можно считать одним из лучших в литературе.

Глава «Законы кристаллоструктурной симметрии», весьма важная и трудная для изложения, написана К. П. Януловым. Она представляет собой подробное изложение законов симметрии, управляющих структурой кристаллов. Эти законы охарактеризованы с большим историческим введением, показывающим, как наука постепенно приходила к правильным представлениям о структуре кристаллов. В ней отражены и взгляды на симметрию структуры и современных ученых, например Р. В. Галиулина. Глава написана очень реалистично. В частности, рассмотрен вопрос об отклонениях структуры реальных кристаллов от идеальной. Изложение отвечает строгим требованиям и к учебной литературе, и пригодно как для студентов, так и для квалифицированных исследователей.

Следует сказать несколько слов и о главе «Перспективы развития учения о симметрии». Она состоит из высказываний двенадцати исследователей, занимающихся проблемами симметрии: семи советских (в том числе и автора предисловия) и пяти зарубежных. Отметим большую ценность включения этого материала в книгу.

В целом книга высокого уровня, полезная, содержательная и интересная. В ней органически стройно соединились подходы к теме, рассмотренной с разных позиций и на разном материале.

Перейдем теперь к вопросу, который невольно возникает при детальном знакомстве с книгой. Это вопрос о связи минералогии и кристаллографии. Хотя кристаллография нередко упоминается в тексте, создается впечатление, что она подчинена минералогии, поскольку все же выращиваемые кристаллотехнологами монокристаллы мало отличаются от природных. Отсюда следует, что выделение ее в независимую от минералогии

науку мало обосновано. Подтвердим самостоятельность этих направлений созданием кристаллографами в начале войны оборонной, далекой от минералогии, сегнетоэлектрической промышленности,¹ изготовившей порядка двух миллионов сверхчувствительных акустических приборов для фронта и тыла. Второй пример — разработка в 1953 г. впервые в мире промышленного метода выращивания монокристаллических эпитаксиальных слоев (пленок), также объектов не минералогических, — основы микроэлектроники, автоматизирующей производство, информатику, быт и впервые интеллектуальную работу.² Третий пример — разработка в 1972 г., на 6 лет раньше, чем в США, искусственной эпитаксии. Этот метод позволяет получать монокристаллические пленки на любой не эпитаксиальной наращиваемому материалу подложке, в том числе на поликристаллической и аморфной. Искусственная эпитаксия³ дает новые, еще не использованные промышленностью, перспективы микроэлектронике.

Следующая, более близкая к минералогии кристаллографическая работа — графический синтез монокристаллов. Объемный монокристалл выращивают, используя обычно стержневые затравки, но его можно выращивать и в виде толстой пластины, параллельной одной важной грани. Такой кристалл однороднее, так как принадлежит одной пирамиде роста. Для всего мира кристаллов формы ведущих граней можно свести всего к шести типам. Вырастив на подложке приемом искусственной эпитаксии плоский участок, соответствующий выбранной грани, можно растить его дальше слоем любой толщины. Рост кристалла будет подчиняться заданному чертежу, т. е. идеям исследователя. К словам К. С. Федорова, что наша наука «одна из главнейших опорных пунктов в понимании неорганической природы вообще», можно добавить: «и в управлении образованием ее кристаллов».

Остановимся на крупных кристаллографических работах последнего времени, усиливающих взаимную связь наук. В книге профессора кристаллографии В. С. Урусова⁴ классическая ионная модель строения неорганических кристаллов заменена моделью распределения в них электронной плотности, а энергия решетки энергией атомизации. Эти важные нововведения приблизили кристаллохимию к действительности и расширили ее приложения. Первый научный плод новой кристаллохимии теоретическая работа Л. С. Дубровинского.⁵ В ней путем нахождения минимумов энергии атомизации определены структуры и ряд физических свойств тридцати оксидных и силикатных минералов.

¹ Ш е ф т а л ь Н. Н. Статический метод выращивания монокристаллов из растворов // Тр. Ин-та кристаллографии АН СССР. 1948. №4. С. 231—239. С т а н ц о в В. Монокристаллы сегнетовой соли // Химия и жизнь. 1985. № 5.

² Ш е ф т а л ь Н. П., К о к о р и ш Н. П., К р а с и л о в А. В. Кристаллизация монокристаллических слоев кремния и германия из газовой фазы // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1957. С. 146—152.

³ Ш е ф т а л ь Н. Н. Искусственная эпитаксия // Материалы электронной техники. Ч. 1. Физико-химические основы методов синтеза. Новосибирск, 1983.

⁴ У р у с о в В. С. Энергетическая кристаллохимия. М.: Наука, 1975.

⁵ Д у б р о в и н с к и й Л. С. Развитие методов теоретического предсказания и моделирования кристаллических структур минералов: Автореф. канд. дис. М.: МГУ, 1986.

Очень важна для понимания симметрии роста и реальной структуры кристаллов многолетняя поисковая работа К. И. Чепижного. На примере кварца и ряда других кристаллов он изучил реальную структуру их частиц от 1 мкм и меньше, почти до размера атомов, используя оптическое и электронно-микроскопическое наблюдение и рентгенометрические методы. Он показал, что микрокристаллы размером, лишь немного превышающим атомы, уже образуют блочные структуры из псевдосимметричных тетраэдрических частиц. Условия роста воздействуют на них как однородные деформации, т. е. вызывают сдвиги, растяжения, сжатия и кручения.

Данные К. И. Чепижного согласуются с идеями Е. С. Федорова о «рассыпчатом и неоднородном строении кристаллов» и Н. П. Юшкина о микроблочном строении кристаллов,⁶ приобретающих в результате однородных деформаций составляющих их полиэдров более общие, чем симметричные, гомологические закономерности. Геометрическая правильность блочных структур не уступает атомным. Они подтверждают также идеи Гаюи о минеральном ядре, идею Браве — о пространственных макро-решетках с узлами, занятыми не атомами, а частицами вещества. Переход от 32 классов симметрии к 215 видам гомологии, выведенными В. И. Михеевым, требует динамических моделей, позволяющих «выворачиванием» и другими приемами вскрывать пройденные этапы развития кристаллов по макро- и микроморфологии.

К. И. Чепижным создано около 2000 таких динамических моделей. Переход от статических моделей кристаллов, подчиняющихся 32 классам симметрии, к моделям, подчиняющимся 215 динамическим видам гомологии, вместе с переходом от атомных недеформированных структур к структурам из однородно деформированных полиэдров, объединенных в слегка прерывные по длине блочные цепочки — вискерсы, коренным образом меняет представление о внешней и внутренней морфологии кристаллов и процессах их роста. Новые факты открывают и новые пути управления свойствами синтезируемых кристаллов.

Таким образом, минералогия и кристаллография движутся к новой фазе своего развития.

Каковы же должны быть взаимоотношения между ними?

Организационная независимость не мешает их свободному взаимодействию и сотрудничеству. Это показывает следующий пример.

В минералогии существует старинное понятие типоморфизма минералов. Это связь внешней формы природных кристаллов с температурой их образования, концентрацией рН и некоторыми другими условиями роста. Новые минералогические исследования в ряде случаев настолько уточнили эту связь, что по форме кристаллов и ее изменению оказалось возможным прогнозировать возрастание или убывание концентрации полезных ископаемых на еще не разведанной глубине, надежно определяя перспективны разведки и эксплуатации месторождений.

Такое обогащение старого понятия новым содержанием дало установленным закономерностям значение открытия. Благодаря активной

⁶ Юшкин Н. П. Теория микроблочного роста кристаллов в природных гетерогенных растворах. Сыктывкар, 1971. 52 с.

поддержке кристаллографов Отделением наук о Земле АН СССР типоморфизм в его новой форме признан открытием и зарегистрирован в Государственных реестрах открытий СССР и НРБ. (Открытия и изобретения. 1983. № 35. Диплом № 270; Бюллетень за изобретения. . . 1983. 6 июня. № 4).

Вернемся к росту кристаллов.

Переход в описании минералов с двухступенчатой схемы на трехступенчатую (кристалл—блочная структура—атомная структура) коренным образом изменяет научные представления о кристаллах, их внешней и внутренней морфологии и процессах роста. Он имеет и большое практическое значение. Подтверждением практической важности, предсказанной гомологией строения кристаллов из малых блоков, служат использующие эту закономерность порошковая металлургия, промышленность ситаллов и бронирующих плазменных покрытий, состоящих из высокопрочных малых блоков (0.5 мкм и меньше). Можно ожидать, что новые тела и их преобразования, еще мало воспринятые минералогами, приведут к новым теоретическим и практическим успехам.

Появление книги, подытоживающей историю и результаты теоретического использования в минералогии и в космических представлениях законов симметрии, этого частного случая гомологии, будет иметь большое положительное значение. Она наглядно показывает прогресс минералогии, а отчасти и кристаллографии, состояние и перспективы их теории и практических приложений.

ВВЕДЕНИЕ

Учение о симметрии, в значительной степени разработанное в недрах минералогии, сыграло большую роль в развитии минералогической науки и практики. На основе учения о симметрии сформированы современные представления о морфологии и внутреннем строении природных кристаллов и их агрегатов, позволяющие не только объяснять, но и прогнозировать свойства минералов, устанавливать их генезис, определять поведение в минералобразующих процессах. Успехи минералогии в немалой степени обязаны широкому развитию в ней идеи симметрии, а само учение о симметрии достигло в настоящее время большого совершенства.

После фундаментальных трудов Е. С. Федорова, еще до открытия дифракции рентгеновских лучей, раскрывшего геометрические закономерности царства кристаллов и на основе их симметрии выявившего основные мотивы атомной структуры кристаллических веществ, казалось, что учение о симметрии полностью исчерпало себя в приложении к минералогической кристаллографии. Однако классическая кристаллография была лишь плацдармом, с которого началось широкое наступление учения о симметрии во все области минералогической теории и практики. Исследования и теоретические разработки великих кристаллографов и минералогов прошлого и современных исследователей раскрыли новые законы симметрии минерального мира, отражающие не только его структуру и свойства, но и его динамику.

Можно выделить несколько направлений, по которым развиваются сегодня приложения учения о симметрии к минералогии.

Во-первых, продолжается разработка теории симметрии с тем, чтобы найти возможность наиболее точного и полного описания реальных кристаллов и кристаллических структур любой сложности с позиций симметрии.

Во-вторых, ведутся поиски путей приложения теории симметрии к описанию и исследованию кристаллофизических и кристаллогенетических явлений и процессов, разрабатывается учение о динамической симметрии.

В-третьих, делаются многочисленные попытки раскрыть генетический смысл разнообразных проявлений симметрии, имеющих большое значение для построения прогнозов.

В-четвертых, раскрываются симметричные закономерности мира минералов, характеризующие одну из важнейших сторон его структуры.

Иначе говоря, формируются новые представления о симметрии минералов, охватывающие не только их формы и структуру, но и генезис.

Современная литература по теории симметрии и ее приложениям обширна. Ежегодно публикуется по несколько фундаментальных монографий о симметрии как принципе научного познания, ее философском и общенаучном значении, о математическом базисе теории симметрии и о применении аппарата к исследованию явлений и процессов в химии, физике, биологии и в естествознании в целом. Но в этом мощном потоке литературы нет работ, рассматривающих современное состояние и проблемы учения о симметрии в минералогии, за исключением излагающих и развивающих классические представления о ее приложениях к описанию формы и структуры минеральных индивидов.

Эта книга о законах симметрии в современной минералогии написана с целью попытаться определить новые пути применения теории симметрии к минералогическим исследованиям, показать те новые результаты, которые может дать в современных условиях этот древнейший и постоянно развивающийся методический подход.

Нашим стремлением было показать, что основным объектом для использования симметрии в минералогических исследованиях должен быть не столько отдельный минеральный индивид как геометрическое или физическое тело, сколько минерал в его естественной геологической среде, минерал как представитель сложного по составу и структуре минерального царства, органически связанный с другими его членами, как компонент литосферы, горных пород и руд.

В нашу задачу не входило дать обзор или анализ приложения всех законов симметрии к минералогии. Содержание книги — результат изысканий ее авторов в тех областях минералогии, в которых сосредоточены их исследовательские интересы. В то же время в обзорных главах и разделах, в исторических отступлениях рассмотрены или просто упомянуты и другие основные направления и результаты в исследовании симметрии, что позволяет, как мы надеемся, в общих чертах представить современное состояние учения о симметрии в минералогии в целом.

Профессором кафедры кристаллографии Ленинградского горного института им. Г. В. Плеханова И. И. Шафрановским написаны главы «Кристаллографические законы в минералогии», «Законы кристалломорфологической симметрии», «Принцип симметрии—диссимметрии в минералогической кристаллографии». Старшим научным сотрудником лаборатории физики и технологии минерального сырья Института геологии Коми филиала АН СССР доцентом К. П. Януловым написана глава «Законы кристаллоструктурной симметрии». Директором Института геологии Коми

филиала АН СССР профессором Н. П. Юшкиным написаны главы «Развитие и современное состояние учения о симметрии в минералогии» (при участии И. И. Шафрановского и К. П. Янулова), «Законы симметрии минерального мира», «Эволюция симметрии минерального мира», «О геокристаллических моделях». Организация всего материала книги в соответствии с ее коллективно разработанной структурой проведена Н. П. Юшкиным. Им же написаны введение и заключение. В некоторых разделах в качестве соавторов принимали участие А. И. Глазов и Г. И. Шафрановский, эти места соответствующим образом отмечены в книге.

Мы благодарны нашим коллегам из разных стран — Г. Амштутцу, Д. Я. Буркхардту, Д. Надь, М. Сенешаль, И. Харгиттаи, а также советским ученым — Р. В. Галиулину, Э. Н. Елисееву, И. С. Желудеву, В. А. Франк-Каменецкому, Н. Н. Шефталю, К. И. Чепижному, откликнувшимся на нашу просьбу высказать свое мнение о перспективах развития учения о симметрии и приславших свои размышления, из которых составлена глава «Перспективы развития учения о симметрии».

Большая работа по редактированию книги проведена профессором Н. Н. Шефталем и кандидатом геол.-минер. наук А. М. Асхабовым, а по рецензированию — доктором физико-матем. наук Р. В. Галиулиным и доктором геол.-минер. наук профессором Л. В. Махлаевым.

В процессе разработки минералогических проблем симметрии авторы пользовались помощью, советами, конструктивной критикой многих специалистов — В. Ф. Алявдина, Н. В. Белова, Г. Б. Бокия, В. В. Буканова, В. М. Винокурова, Д. П. Григорьева, П. Л. Дубова, Ю. М. Дымкова, Н. З. Евзиковой, А. Г. Жабина, Б. П. Зидаровой, М. В. Классен-Неклюдовой, И. Н. Костова, С. К. Кузнецова, М. Н. Малеева, Д. А. Минеева, В. А. Мокиевского, Я. М. Нюссика, А. С. Поваренных, В. А. Попова, В. И. Силаева, Ю. А. Ткачева, Ю. А. Урманцева, В. С. Урусова, В. Г. Фекличева, П. Хартмана, Б. В. Чеснокова, П. П. Юхтанова и многих других.

Основные положения книги неоднократно обсуждались на заседаниях Сыктывкарского минералогического семинара.

Многочисленные расчеты выполнялись Л. Н. Божеско, Я. А. Брелером, Н. А. Каримовым. Большую помощь в оформлении и подготовке к изданию книги оказали Л. Н. Божеско и В. С. Остащенко.

Всем перечисленным и неназванным здесь коллегам и помощникам, принявшим участие в работе над этой книгой, авторы выражают глубокую признательность.

РАЗВИТИЕ И СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ УЧЕНИЯ О СИММЕТРИИ В МИНЕРАЛОГИИ

Чувство симметрии развивалось у человека с глубокой древности. Зарождалось оно, очевидно, из наблюдений природных объектов, живых и неживых, и реализовывалось в орудиях труда, предметах быта. Симметричными, порой даже идеально симметричными, были первые каменные рубила, наконечники стрел и копий, топоры. Симметричным старался сделать древний человек и свое первое жилище — был ли это полог в пещере или жилище шалашного типа, или хижина с остовом из бивней мамонта.

В современной жизни, в современном познании и культуре, понятие о симметрии проникло буквально во все области — от техники до музыки. Термин «симметрия» знает каждый. В то же время у ученых все еще нет единого мнения о понятии симметрии, все еще ведутся ожесточенные споры, какой же смысл вкладывается в этот термин?

В. И. Вернадский (1965) по этому поводу писал: «Несмотря на большую литературу о симметрии и на огромные практические приложения, очень нелегко выяснить положение симметрии в системе наук. О ней говорят как о чем-то общеизвестном, самопонятном и делают из нее выводы, которыми пользуются на каждом шагу. Но мы не найдем в этой литературе точного определенного указания на то, что же представляют собой явления симметрии в природных процессах» (с. 175).

Введение термина «симметрия» приписывают Пифагору из Реггиума или связывают со школой пифагорейцев и датируют VI в. до н. э. (Вернадский, 1965). Он складывается из древнегреческих слов *συν* (син.) и *μέτρον* (метрон) — *συμμετρία* (совместно измерять) — и означает соразмерность, сходство, ответственность, равномерность в расположении какого-либо целого.

За многовековую историю поля охвата учения о симметрии необычайно расширились. Симметрия сейчас рассматривается не только в ее конкретных проявлениях, но и как математика природы, по меткому выражению И. И. Шафрановского, — как закон природы, как принцип познания, как философская категория.

Поэтому в современные определения понятия симметрии, как правило, вкладывается широкий смысл, симметрологи стремятся сделать их всеобъемлющими, универсальными. В большинстве

случаев симметрия определяется как красота, обусловленная пропорциональностью частей тела или любого целого, равновесием, подобием, гармонией, согласованностью, именно так определяет ее, например, оксфордский словарь:

«Симметрия, — подчеркивает Г. Вейль, — в широком или узком смысле, в зависимости от того, как вы определите значение этого понятия, является той идеей, посредством которой человек на протяжении веков пытался постичь и создать порядок, красоту, совершенство» (1968, с. 37).

Философские определения симметрии и связанной с нею асимметрии даются исходя из диалектики тождества и различия, как это делает, например, В. С. Готт (1972): «Симметрия — это категория, обозначающая процесс существования и становления тождественных моментов в определенных условиях и определенных отношениях между различными и противоположными состояниями явлений мира» (с. 370). «Асимметрия — это категория, которая обозначает существование и становление в определенных условиях и отношениях различий и противоположностей внутри единства, тождества, цельности явлений мира» (с. 375). Такое понятие симметрии позволяет распространить его на все состояния и структуры материи, а также на все типы связей и взаимодействий.

Представления о симметрии обычно учитывают наличие в объектах и явлениях неизменного, инвариантного по отношению к некоторым преобразованиям.

Наиболее общим, полным и не противоречивым является определение симметрии, данное Ю. А. Урманцевым (1974): «Симметрия — это категория, обозначающая сохранение признаков П объектов О относительно изменений И» (с. 195). И далее: «Асимметрия — противоположность симметрии; это категория, означающая несохранение признаков П объектов О относительно изменений И» (с. 195).

В основе любого строгого определения симметрии прямо или косвенно учитывается понятие равенства, но и оно допускает возможность широкой трактовки. Так, в элементарной геометрии равными называются фигуры, совпадающие при наложении всеми своими точками. Понятие равенства, предложенное Мёбиусом, включает не только конгруэнтные, но и энантиоморфные тела. А. В. Шубников, а за ним Н. В. Белов, А. М. Заморзаев и др. еще более расширили его введением n -кратных равенств, добавляя к абстрактным телам все новые и новые признаки сходства (равенства). Отсюда вытекает возможность существования различных симметрии, основанных на различных критериях равенства.

Если исключить из рассмотрения криволинейную симметрию, гомотопию и симметрию подобия, то образ находящийся в равновесии весов является наиболее иллюстративной моделью симметрии. Здесь мы видим зеркальную симметрию, симметрию правого и левого, а в не явном виде — поворотную осевую и трансляционную симметрию. Зеркальная симметрия выражается равенством правого и левого плечей коромысла весов, а поворотная и транс-

ляционная — в неизменно сохраняющемся равновесии при любых перестановках весов и поворотах их вокруг прямой, совпадающей с направлением отвеса и проходящей через точку опоры коромысла.

Стремление дать общее определение понятия симметрии, естественно, но не всегда оправданно. Как совершенно справедливо подчеркивал А. В. Шубников, нет симметрии вообще, симметрия всегда конкретна. И когда речь идет о приложении теории симметрии к конкретным областям естествознания, то каких-либо трудностей, связанных с неопределенностью понятия симметрии, обычно не возникает.

В кристаллографии и минералогии достаточно строгим и сегодня является определение симметрии, данное еще в 1901 г. Е. С. Федоровым (смысл которого, впрочем, определился задолго до него): «Симметрия есть свойство геометрических фигур повторять свои части или, говоря точнее, свойство их в различных положениях приходиться в совмещение с первоначальным положением» (Федоров, 1901, с. 3).

И хотя в фундаментальных трудах по кристаллографии выводятся в соответствии с духом современной науки и более обобщающие определения, например, такие как: «симметрия — это инвариантность объектов при некоторых их преобразованиях в пространстве описывающих их переменных» (Вайнштейн, 1979, с. 38), практическая минералогическая кристаллография по-прежнему опирается на классическое (федоровское) определение. Так, в одном из последних учебников кристаллографии (Шафрановский, Алявдин, 1984) вся система морфологии кристаллов выводится из такого определения симметрии: «симметрией называется закономерная повторяемость равных фигур или равных частей одной и той же фигуры» (с. 21).

«Кристаллы блещут симметрией» — это крылатое выражение великого Е. С. Федорова ярко определяет симметрию как важнейшее, специфическое свойство кристаллических индивидов (рис. 1), определяющееся силами взаимодействия между кристаллообразующими частицами (атомами, молекулами). Иногда симметрия проявляется и в агрегатах (рис. 2, 3).

Правда, следовало бы заметить, что кристаллы блещут симметрией тому, кто ищет в кристаллическом мире порядок, регулярность, кто в нем выискивает что-то общее, специфическое. Но исследователя, изучающего реальные кристаллы, особенно минералога, имеющего дело с природными минеральными зёрнами, кристаллы удивляют уродством, дефектами, постоянными отклонениями от тех идеальных моделей, с которыми он знакомился в курсе классической кристаллографии. И в поисках закономерностей, порядка в этих уродствах кристаллов скрыт огромный резерв совершенствования минералогической кристаллографии.

Анализу особенностей развития учения о симметрии в минералогии посвящено большое число монографий и статей. Среди них следует обратить внимание на книги по истории кристаллографии

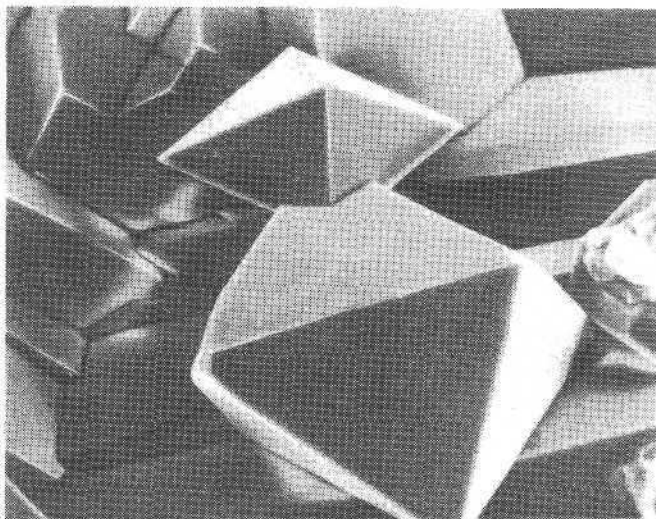


Рис. 1. Мелкие октаэдрические идеально симметричные кристаллы флюорита. Увел. 15.

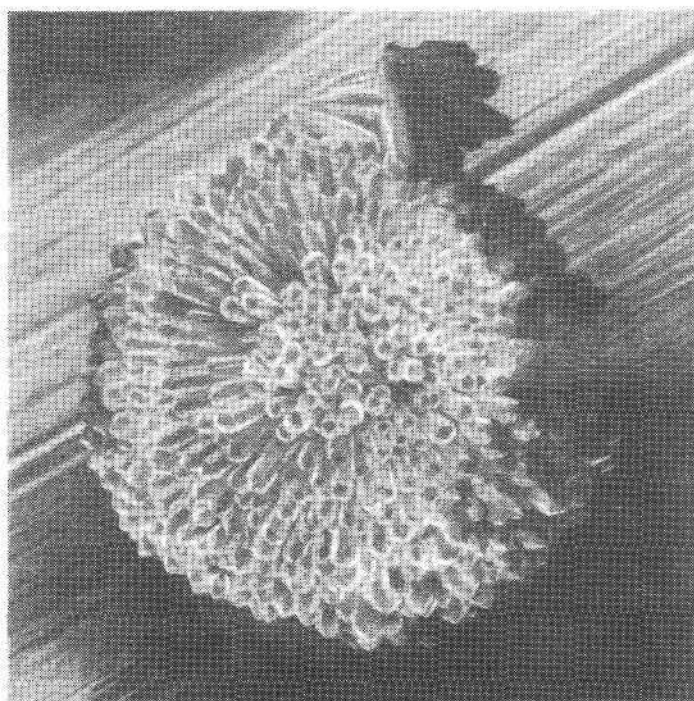


Рис. 2. Сферические агрегаты симметричных кристаллов иодата меди, вросшие в геле. Увел. 15.

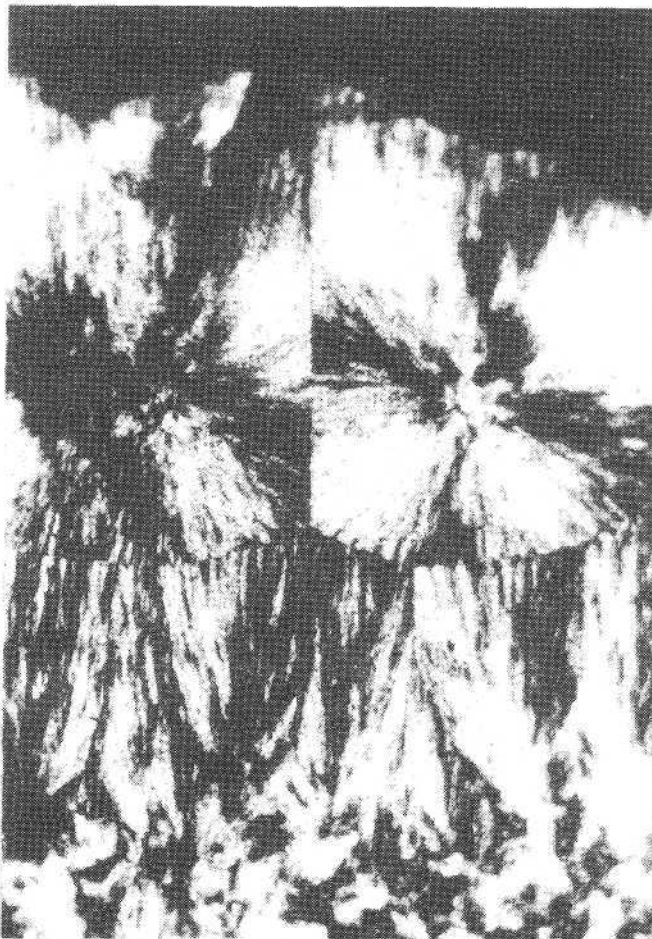


Рис. 3. Элементы симметрии в текстурах минеральных агрегатов.

и минералогии А. М. Теряева (1819), К. М. Маркса (Marx, 1825), Ф. Кобелля (Kobell, 1864), В. Уэвелля (1869), П. Грота (Groth, 1926), Г. Терча (Tertsch, 1947), Дж. Бурке (Burke, 1966), А. В. Шубникова (1972), В.И.Вернадского (1975, 1977, 1980) и др. Глубокое историческое исследование развития кристаллографии изложено в серии монографий И. И. Шаfranовского (1962, 1978, 1980). Эволюция основных симметричных идей прослежена в брошюре Н. П. Юшкина (1984). Интересный атлас по истории кристаллографии готовится международным авторским коллективом, возглавляемым Дж. Лима де Фария под эгидой Международного союза кристаллографов.

Наличие такой обширной и обстоятельной исторической литературы избавляет нас от необходимости составления традицион-

ного исторического очерка и позволяет ограничиться хронологической схемой основных событий, определивших развитие учения о симметрии в минералогии.

Итак, учение о симметрии с древнейших времен до наших дней развивалось в последовательности следующих важнейших имен и связанных с ними событий:

VI в. до н. э. — Пифагор (?) и пифагорейская школа — открытие правильных выпуклых многогранников, введение термина «симметрия»;

V в. до н. э. — Платон — доказательство существования всего пяти правильных многогранников и приписывание им гипотетической роли в геометрии природы (тетраэдр — огонь, куб — земля, октаэдр — воздух, икосаэдр — вода, додекаэдр — Вселенная);

III в. до н. э. — Евклид — геометрия правильных и других многогранников;

79 г. — Плиний Старший — описание природных кристаллов (горного хрусталя, берилла) как многогранников, открытие закона плоскогранности и спайности кристаллов;

1546 г. — Г. Агрикола — упрощенное описание обликов природных кристаллов (угловатых тел) как многоугольных столбчатых, пластинчатых и других фигур;

1611 г. — И. Кеплер — кристаллографическое описание «шестиугольного снега» как пример первого монографического кристаллографического исследования, попытка истолкования формы снежинок с помощью шаровых упаковок;

1630 г. — В. Дависсон — идея о простых формах и их комбинациях;

1650 г. — П. Гассенди — построение кристаллов из полиэдрических частиц;

1665 г. — Р. Гук — построение кристаллов из сферических частиц; изучение кристаллов под микроскопом;

1669 г. — Н. Стенон — открытие закона постоянства углов на кристаллах, описание роста кристаллов как результата послойного нарастания граней;

1669 г. — Э. Бартолин — открытие явления двупреломления лучей в исландском шпате и описание спайности кальцита;

1685 г. — А. Левенгук — микроскопические наблюдения над ростом кристаллов;

1688 г. — Д. Гутлиельмини — установление постоянства углов на кристаллах солей: селитры, каменной соли, купороса, квасцов; подтверждение закона постоянства углов;

1690 г. — Х. Гюйгенс — создание волновой теории света, гипотеза о внутреннем строении кальцита из сплюснутых эллипсоидальных частиц, образующих решетчатую структуру;

1698 г. — И. Шейхер — введение термина «кристаллология» как названия научной дисциплины, посвященной горному хрусталу («кристаллу») (этот же термин был предложен и И. Готтингером);

- 1704 г. — **И. Ньютон** — идея кристаллической решетки;
- 1723 г. — **М. Капеллер** — введение термина «кристаллография» в качестве названия науки о горном хрустале; создание первой геометрической классификации кристаллов (камней, металлов, солей);
- 1749 г. — **М. В. Ломоносов** — открытие постоянства углов на кристаллах селитры и других веществ и его объяснение с помощью упаковок из шаровых корпускул;
- 1768 г. — **К. Линней** — систематика минералов на основе геометрических и химических свойств, моделирование минералов с помощью кристаллографических форм;
- 1772 г. — **Ж. Б. Ромэ-Делиль** — определение кристаллографии как науки, описывающей геометрические фигуры, свойственные различным минералам;
- 1773 г. — **Т. Бергман** — построение различных кристаллических форм кальцита из мельчайших спайных осколков;
- 1774 г. — **А. Вернер** — установление семи основных кристаллических обликов;
- 1784 г. — **Ж. Б. Ромэ-Делиль** — установление закона постоянства углов на кристаллах на основании многочисленных измерений с помощью прикладного гониометра Каранжо;
- 1784 г. — **Р.-Ж. Гаюи** — создание структурной кристаллографической теории, рассматривающей внутреннее строение кристаллов в виде кладок из элементарных полиэдрических частиц, установление закона целых и малых чисел (впоследствии закона национальности отношений параметров);
- 1801 г. — **Р.-Ж. Гаюи** — установление закона симметрии кристаллов;
- 1804 г. — **Х. С. Вейс** — формулировка закона поясов;
- 1807 г. — **И. Бернгарди** — идея кристаллографических систем;
- 1809 г. — **У. Х. Волластон** — создание однокружного отражательного гониометра;
- 1813 г. — **Д. Брюстер** — открытие оптической двуосности кристаллов;
- 1813 г. — **У. Х. Волластон** — замена элементарных полиэдров в кристаллоструктурных моделях Гаюи шариками, эллипсоидами и математическими точками (решетчатый характер структуры);
- 1818 (1814—1815) г. — **Х. С. Вейс** — установление семи кристаллографических систем; введение индексов кристаллических форм;
- 1819 г. — **Э. Митчеллих** — открытие явления изоморфизма;
- 1822 г. — **Ф. Моос** — установление шести кристаллографических систем;
- 1823 г. — **Ф. Нейман** — создание стереографических и гномонических проекций кристаллов;
- 1823 г. — **Э. Митчеллих** — открытие явления полиморфизма;
- 1824 г. — **Л. Зеебер** — идея пространственной кристаллической решетки;

- 1825 г. — **О. Френель** — учение об оптических эллипсоидах в кристаллах;
- 1826 г. — **М. Л. Франкенгейм** — аналитический вывод 32 видов конечной симметрии кристаллов;
- 1827 г. — **К. Ф. Мёбиус** — определение симметричных фигур;
- 1829 г. — **Ю. Грасман** — разработка методов гномонического и гномостереографического проектирования;
- 1830 г. — **И. Гессель** — вывод видов симметрии (точечных групп) для конечных фигур (32 кристаллографических класса содержатся в них как частные случаи);
- 1934—1836 гг. — **У. Тальбот** — создание поляризационного микроскопа с двумя призмами Николя;
- 1835 г. — **Ф. Нейман** — принцип симметрии: симметрия физических свойств принадлежит к тому же роду, что и его кристаллографическая форма;
- 1835 г. — **М. Л. Франкенгейм** — вывод 15 (вместо 14) пространственных решеток;
- 1839 г. — **В. Миллер** — введение кристаллографических символов (символов Миллера);
- 1848 г. — **Л. Пастер** — открытие явления энантиоморфизма;
- 1850 г. — **О. Браве** — вывод 14 пространственных решеток;
- 1852—1891 гг. — **Н. И. Кокшаров** — создание фундаментального труда «Материалы для минералогии России» с исключительно многочисленными измерениями кристаллов — уникальный фактический материал для кристаллографии минералов;
- 1867 г. — **А. В. Гадолин** — вывод 32 видов симметрии кристаллов;
- 1868 г. — **К. Жордан** — вывод групп движения для прерывных и непрерывных систем;
- 1870 г. — **П. Грот** — открытие явления морфотропии;
- 1876 г. — **П. Грот** — «Физическая кристаллография» (1-е издание);
- 1879 г. — **Л. Зонке** — вывод 65 (66) пространственных групп симметрии (группы первого рода);
- 1883 г. — **В. Барлоу** — создание теории шаровых упаковок и соответственных моделей кристаллических структур;
- 1885 г. — **Е. С. Федоров** — «Начало учения о фигурах», вывод параллелоэдров;
- 1889 г. — **Е. С. Федоров** — создание двуокружного универсального (теодолитного) гониометра;
- 1890 г. — **Е. С. Федоров** — вывод 230 пространственных групп;
- 1891 г. — **А. Шенфлис** — вывод 230 пространственных групп;
- 1892 г. — **Л. Флетчер** — введение понятия об оптической индикатрисе;
- 1893 г. — **Е. С. Федоров** — разработка теодолитного метода в минералогии и петрографии;
- 1893 г. — **В. Гольдшмидт** — создание новой модели двуокружного гониометра;

- 1894 г. — **Ф. Бекке** — открытие секториального строения кристаллов;
- 1894 г. — **П. Кюри** — формулировка универсального принципа симметрии;
- 1896 г. — **Г. В. Вульф** — введение понятия о плоскости симметрии — основного элемента симметрии;
- 1897 г. — **В. Гольдшмидт** — создание таблиц кристаллографических углов;
- 1901 г. — **Г. В. Вульф** — введение сетки Вульфа в практику кристаллосимметричных исследований;
- 1906—1919 гг. — **П. Грот** — «Химическая кристаллография»;
- 1907 г. — **А. К. Болдырев** — вывод элементов симметрии конечных и бесконечных фигур;
- 1912 г. — **М. Лауэ** — открытие дифракции рентгеновских лучей в кристаллах;
- 1913—1925 гг. — **В. Гольдшмидт** — «Атлас кристаллографических форм»;
- 1913 г. — **У. Г. и У. Л. Брэгги** — первые расшифровки кристаллических структур;
- 1913 г. — **У. Л. Брэгг и Г. В. Вульф** (формула Брэгга — Вульфа) — вывод независимо друг от друга основной формулы рентгеноструктурного анализа;
- 1916 г. — **П. Дебай** — разработка метода порошка в рентгеноанализе (метод Дебая—Шерера);
- 1920 г. — **Е. С. Федоров** — «Царство кристаллов»; таблицы для кристаллохимического анализа;
- 1925 г. — **Д. В. Наливкин** — введение понятия о криволинейной симметрии;
- 1926 г. — **В. М. Гольдшмидт** — расчет значений ионных и атомных радиусов в кристаллических структурах;
- 1926 г. — **У. Л. Брэгг** — расшифровка структуры силикатов;
- 1927 г. — **Л. Полинг** — законы построения ионных кристаллов;
- 1929 г. — **Ф. Махачки** — создание классификации силикатов;
- 1930 г. — **Г. Хееш** — учение об антисимметрии;
- 1934 г. — **Б. Н. Делоне** — разработка кристаллографической геометрии;
- 1935 г. — **К. Герман, Ш. Могэн** — введение системы обозначения 230 пространственных групп;
- 1937—1939 гг. — **А. К. Болдырев** — «Определитель кристаллов»; кристаллографический диагноз;
- 1937 г. — **И. Д. Донней, Д. Харкер** — утверждение нового закона кристаллографической морфологии;
- 1938 г. — **А. К. Болдырев, В. И. Михеев и др.** — «Рентгенометрический определитель минералов»;
- 1940 г. — **Г. Б. Бокий** — вывод 146 кристаллографических разновидностей простых форм;
- 1940 г. — **Дж. Я. Буркхардт** — разработка общей теории n-мерных пространственных групп;

- 1948 г. — **Г. Г. Леммлейн** — развитие учения о секториальном строении кристаллов;
- 1948 г. — **И. И. Шафрановский** — вывод 1403 структурных разновидностей простых форм;
- 1951 г. — **А. В. Шубников** — создание учения о симметрии и антисимметрии конечных фигур;
- 1955 г. — **В. И. Михеев, И. И. Шафрановский, С. Ш. Генделев** — введение понятия о реберных и вершинных формах кристаллов и их вывод;
- 1956 г. — **Н. В. Белов, Т. Н. Тархова** — разработка учения о симметрии;
- 1957 г. — **А. М. Заморзаев, Е. И. Соколов** — кратная антисимметрия;
- 1960 г. — **А. В. Шубников** — понятие о симметрии подобия;
- 1960 г. — **П. С. Желудев** — понятие о полной симметрии;
- 1961 г. — **В. И. Михеев** — разработка учения о гомологии кристаллов;
- 1961 г. — **Н. В. Белов** — кристаллохимия силикатов с крупными катионами;
- 1961 г. — **Д. П. Григорьев** — «Онтогения минералов» (разработка учения об онтогении минералов ведется Д. П. Григорьевым с 1946 г.);
- 1962 г. — **О. Витке** — учение о криптосимметрии;
- 1966 г. — **В. А. Мокиевский, И. И. Шафрановский, П. К. Вовк, И. И. Афанасьев** — геометрический вывод законов двойникования кристаллов;
- 1966 г. — **В. А. Копчик** — вывод шубниковских групп симметрии кристаллов;
- 1970 г. — **П. Л. Дубов** — учение о криволинейной симметрии;
- 1971 г. — **Д. П. Григорьев** — разработка учения об анатомии кристаллов и вывод законов анатомии кристаллов;
- 1974 г. — **Ю. А. Урманцев** — обобщенное учение о симметрии природы и природе симметрии;
- 1977 г. — **И. И. Шафрановский, Г. И. Шафрановский** — вывод ложных простых форм на искаженных кристаллах;
- 1978 г. — **А. М. Заморзаев, Э. И. Галярский, А. Ф. Палистрант** — учение о цветной симметрии, ее обобщение и приложения;
- 1979 г. — **Е. П. Макагонов** — вывод законов симметрии кристаллических сростков;
- 1981 г. — **А. И. Глазов** — разработка методов морфометрии реальных кристаллов;
- 1983 г. — **Н. П. Юшкин** — введение понятия о кристаллоструктурной симметрии минеральных систем и разработка кристаллосимметричного анализа;
- 1984 г. — **Р. В. Галиулин** — разработка новой кристаллографической геометрии;
- 1984 г. — **Н. З. Евзикова** — обобщение теории и методов поисковой кристалломорфологии;

1984 г. — **В. А. Попов** — учение о практической кристалломоρφологии минералов;

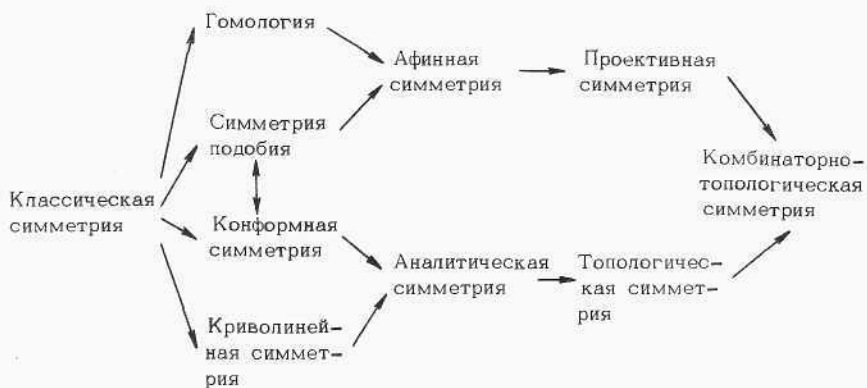
1984 г. — **Н. П. Юшкин** — установление основных кристаллосимметричных законов минерального мира Земли и космических объектов.

Из этого перечня имен и событий отчетливо видно, что с древнейших времен в органическом единстве, в тесном переплетении идеологических течений и взаимопроникновении идей развивались две ветви симметричного учения — теория симметрии кристаллических индивидов и теория симметрии кристаллических сред. Некоторый разрыв между ними должна заполнить теория симметрии кристаллических сростков, которая начинает разрабатываться в последнее время. С конца прошлого века, с введением в науку универсального принципа симметрии П. Кюри, эффективно развивается еще одна ветвь — учение о симметрии минералогических явлений и процессов, а в последнее время — учение о закономерностях симметрии минерального мира.

Современная система прикладной к минералогии и минералогической кристаллографии теории симметрии характеризуется довольно сложной, но динамичной структурой и приспособлена для исследования и строгого описания почти всех минералогических объектов. Эта система складывается из двух структурных уровней: *теории классической симметрии* — *теории обобщенной симметрии* (Франк-Каменецкий и др., 1984; Дубов и др., 1985).

Теория классической симметрии охватывает изометричные преобразования пространства. Она включает в себя разработку понятий об элементах и операциях симметрии, вывод точечных и пространственных групп симметрии. Основным «инвентарем» классической симметрии являются 32 класса симметрии (32 точечные группы), объединяемые в семь сингоний или в три категории симметрии, 75 стержневых, 80 слоевых и 230 пространственных (федоровских) групп. Содержание геометрических разделов любого учебника кристаллографии — это и есть изложение теории классической симметрии.

Теория обобщенной симметрии разрабатывает представления об антисимметрии и цветной симметрии, в том числе и многоцветной, имеющие широкие приложения при описании реальных кристаллов и их сростков, а также при исследовании их физических свойств. Кроме того, здесь рассматриваются группы неизометричной симметрии — симметрии подобия, конформной, криволинейной и других симметрии, гомологии. П. Л. Дубовым (1976) сделана попытка дальнейшего обобщения понятия локальной симметрии. В работе П. Л. Дубова и др. (1985) довольно наглядно продемонстрирована суперпозиция всех симметрий, вытекающих из общего принципа сохранения симметрии: симметрия не исчезает, а трансформируется в соответствии со схемой соподчинения симметрии:



Приложение теории обобщенной симметрии к минералогическим исследованиям началось сравнительно недавно. В этом направлении сделаны только первые шаги, но и они показали, что у новой теории большое будущее.

В общем в приложении новых симметричных подходов повторяется тот же методический мотив, который ярко проявился при разработке классической симметрии: идеализация реальных минералогических объектов и явлений → поиски отклонений от идеализированных моделей в процессе исследования → новый уровень идеализации и т. д.

В связи с расширением полей охвата учения о симметрии и энергичным развитием теории симметрии, эволюцией ее фундаментальных понятий необходимо обратить внимание на некоторые парадоксы симметрии.

При математическом описании симметрии выявляются два принципиально различных рода совмещения равных фигур или частей одной и той же фигуры. Совмещения первого рода связаны с вращением вокруг определенных направлений — осей симметрии. Совмещения второго рода происходят путем зеркальных отражений в плоскостях симметрии. Хотя Г. В. Вульф показал, что все мыслимые операции симметрии можно свести к одному началу — отражениям, двойственность операций симметрии тем не менее остается. Это, по-видимому, послужило предметом обсуждения и выяснения — какая из операций симметрии была впервые установлена человеком? Обычно как на первично освоенную указывается на билатеральную симметрию, и не только потому, что она распространена среди формдвигающихся организмов и у самого человека, но и якобы по физиологической неспособности человеческого восприятия к определению осевой симметрии. По-видимому, действительно билатеральная симметрия, симметрия правого и левого на созерцательном уровне, в первую очередь привлекла внимание человека. Во всяком случае уже в древнейших каменных орудиях раннего палеолита отчетливо выражена плоскость симметрии. Вместе с тем нельзя отрицать возможность

фиксации человеком на том же наглядно-созерцательном уровне вращательной симметрии. Достаточно, например, взглянуть на распространенную детскую игрушку — бумажную вертушку, чтобы сказать, что она обладает определенной правильностью — симметрией.

Другим, если так можно назвать, парадоксом является указание на возникающее противоречие между наглядной симметрией и ее теоретическим обобщением. В визуально определяемой асимметричной фигуре нет никакой симметрии, никаких ее элементов, в то же время как в эквивалентном абстрактном математическом образе асимметричная фигура обладает бесконечным набором осей симметрии первого порядка — 1. Из этого как бы следует, что вообще нет асимметричных тел, в законах симметрии нет нуля. Это противоречие пытаются разрешить различными путями. Н. Ф. Овчинников (1966) объясняет его недоступностью для наших органов чувств восприятия типов движения, связанных с вращением фигур. Благодаря этому якобы создается ложное впечатление отсутствия симметрии. Необоснованность такого рода утверждений очевидна. Следует говорить не о невозможности восприятия человеком симметрии, связанной с движением, а о трудностях описания такой симметрии.

Наиболее распространенным способом устранения указанного противоречия является исключение из рассмотрения осей симметрии первого порядка, как случая тривиального. Обоснованным основанием этому служит присутствие осей 1 во всех без исключения фигурах.

Рассматривая указанное противоречие, Ю. А. Урманцев (1974) совершенно справедливо указывает на недопустимость, ошибочность игнорирования единицы, осей первого порядка, единичной операции в теории симметрии. Необходимость сохранения единичного элемента вытекает и из общефилософских принципов.

Отсутствие нуля в теории симметрии не должно удивлять и собственно не является парадоксом, на каком бы уровне мы симметрию не рассматривали. Необходимость тело с симметрией 1 считать асимметричным вытекает из самого понятия симметричной фигуры. Симметричной мы можем назвать фигуру, состоящую из равных, закономерно расположенных асимметричных частей. Чем выше симметрия фигуры, тем большее число асимметричных частей ее слагает. Например, куб, относящийся к гексоктаэдрическому виду симметрии $m\bar{3}m$, состоит из 48 равных асимметричных частей (рис. 4). Когда число равных асимметричных частей фигуры максимально уменьшится и станет равным единице (утверждение, что фигура состоит из нуля равных частей бессмысленно), фигура превратится в тело, называемое нами асимметричным. Фигура будет тождественной самой себе, будет совмещаться сама с собой, и для этой операции или не требуется никакого движения, или возможны повороты, кратные 2π , вокруг любой прямой, проходящей через центр тяжести. Все это и выражается символом 1 или C_1 .

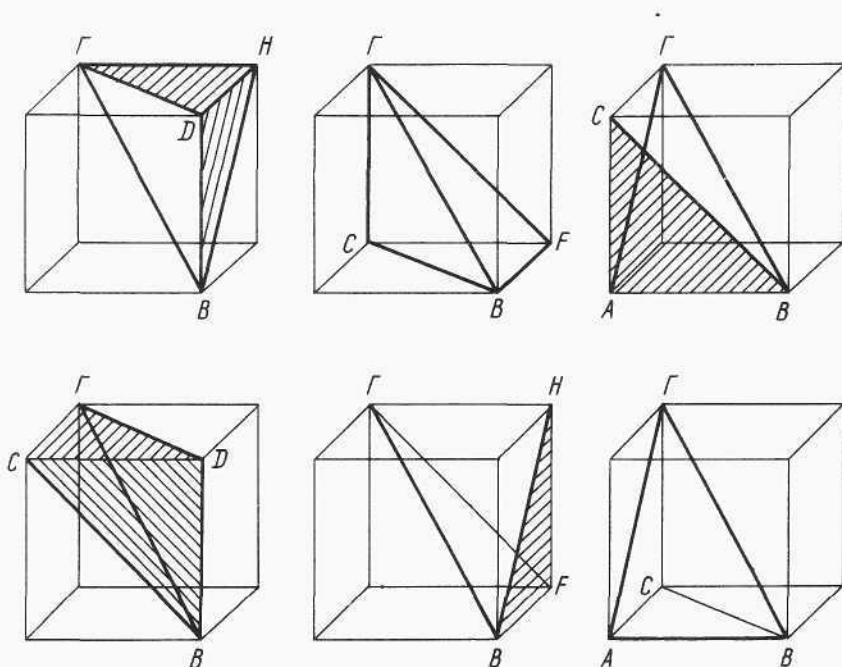


Рис.4. Разбиение гексоктаэдрического куба (O/r) на 48 симметрично равных частей, представляющих собой неправильные тетраэдры с симметрией C_2 .

Продолжая разговор об отсутствии нулевого репера симметрии, отметим, что существует сколько угодно множеств, в том числе и совершенно обыденных, которые не имеют нуля. Например, любая денежная система начинается с 1 и нет монеты достоинством в 0. Отсутствует нуль и в окружающем нас мире, поскольку материя — эта объективная реальность, существующая вне нас, независимо от нас — вечна.

В связи со стремлением во что бы то ни стало иметь в теории симметрии нуль, напомним о так называемой мультипликативной форме записи операций симметрии, получившей наибольшее распространение в теории групп. В этой записи действия над элементами групп называются умножением и записываются $rxs = t$, $(r, s) = t$, $rs = t$, обратный элемент обозначается r^{-1} , а единичный — 1. Но кроме такой записи существует и другая, аддитивная форма, скрывающаяся в кристаллографии под достаточно распространенным выражением — «сложение элементов симметрии». В аддитивной форме групповые операции носят название сложения и записываются $r + s = t$, обратный элемент обозначается r , единичный — 0.

Заканчивая рассмотрение проблемы асимметрии попытаемся ответить на вопрос: симметричен ли кристалл моноэдрического

вида? Вопрос можно рассматривать с разных позиций. Во-первых, симметрично внутреннее строение — слагающие кристалл частицы (структурные единицы) располагаются по узлам решетки. Во-вторых, симметричен он и по своему облику в той же мере, в какой реальный кристалл кубической сингонии отклоняется от идеальной симметрии куба. Этим мы хотим еще раз подчеркнуть, что симметрия не столько свойство тел и явлений, сколько метод познания.

Мы неоднократно отмечали, что учение о симметрии, развивающееся долгое время в недрах минералогии, в настоящее время внедрилось практически во все области естествознания и даже в культуру, в практическую деятельность человека. Особенно эффективными и для областей приложения, и для развития самой теории симметрии являются попытки ее использования в физике, химии, биологии и других областях.

В физике теория симметрии используется не только при исследовании твердых тел по аналогии с исследованием кристаллов в минералогии, но и в квантовой механике, при исследовании атомной структуры, молекулярных колебаний, в теории кристаллического поля, в приложении к элементарным частицам — полям, при исследовании проблемы пространства и времени. На основе данных о симметрии твердых тел, применяя современный симметричный аппарат, можно предсказать очень многие их физические свойства. Литература о применении принципов симметрии в физике весьма обширна и включает большое число обобщающих монографий (Янг Чжень-нинь, 1958; Нокс, Голд, 1970; Васильев, 1972; Желудев, 1976; Карасев, 1978; Сиротин, Шаскольская, 1979; Преображенский, 1981; Ляховский, Болоков, 1983; Элиот, Добер, 1983, и др.).

В химии учение о симметрии является главным инструментом кристаллохимического анализа, который в общем-то заимствован химией у минералогии и не является собственным изобретением. Однако в последнее время большие успехи достигнуты в других областях химии — в изучении строения и свойств химических веществ, их электронной структуры и колебательных спектров, в исследовании и описании химических реакций. В целом области применения теории симметрии в химии определяются И. С. Дмитриевым (1976) схемой на с. 26.

Существуют фундаментальные симметричные исследования химических процессов (Пирсон, 1979) и разработки теории симметрии, специально приспособленной к химическим приложениям (Фларри, 1983), а также другие исследования (Джаффе, Орчин, 1967; Ормонт, 1973; Дмитриев, 1976; Изюмов, Сыромятников, 1984, и др.).

В области биологии наиболее популярными являются исследования, направленные на поиски принципиальных различий в симметрии живого и неживого. Этот подход, намеченный Л. Пастером в середине XIX в. (Пастер, 1960) в связи с открытием энантиоморфизма, привлекал самое пристальное внимание В. И. Вернадского,



много размышлявшего над проблемой симметрии живых и косных тел (Вернадский, 1965, 1975, 1977, 1980). Сейчас приложения симметричных исследований в биологии значительно расширились и охватывают не только все объекты биологии, но и биосимметричные явления. Особенно много сделал для внедрения симметричной идеологии в биологию Ю. А. Урманцев, создавший новое научное направление — учение о биосимметрии (Урманцев, 1965, 1974, Петухов, 1981, и др.).

Аппарат теории симметрии все шире начинает использоваться в искусстве для исследования архитектурных, изобразительных и других орнаментов, для анализа поэтических произведений, музыки и др. (Шубников, Копчик, 1972; Узоры симметрии, 1980; Шафрановский, 1985; Symmetrie, 1980, и др.).

Развитие теории симметрии, связанное с ее применением в «некристаллических» областях знания, оборачивается большой пользой и для минералогии. Новые подходы, методические приемы, выработанные в физике, химии, биологии, оказываются применимыми и в минералогии. Прекрасной иллюстрацией этому может служить, например, универсальный принцип симметрии—диссимметрии П. Кюри.

Теория симметрии развивается в основном через ее приложения, но не только в конкретных приложениях, но и как самостоятельное учение высокой степени общности. Идеология и общая теория излагаются в целом ряде трудов (Богомолов, 1934; Делоне и др., 1934; Шубников, 1940, 1948, 1951, 1975; Наливкин, 1951; Копчик, 1966; Овчинников, 1966; Бахман, 1969; Вигнер, 1971;

Готт, 1972; Заморзаев, 1976; Заморзаев и др., 1977, 1978; Зоркий, 1979; Белов и др., 1980; Дубов, 1982; Лоос, 1985; Burchardt, 1966; Figueiredo, 1978; Berzi, Nagy, 1980; Durski, 1981; Waldrop, 1983, и др.).

Учение о симметрии в минералогии излагается почти во всех учебниках по кристаллографии, в трудах по минералогической кристаллографии и в специальных изданиях (Болдырев, 1907, 1934; Брэгг, 1938; Шубников, Флинт, Бокий, 1940; Белов, 1947, 1976; Аншелес, 1952; Флинт, 1952; Шафрановский, 1957, 1961, 1974, 1985; Михеев, 1961; Григорьев, 1961, 1971; Костов, 1965; Лазаренко, 1967; Зоркий, 1968; Бокий, 1971; Евзикова, 1972; Загальская, Литвинская, 1973, 1976; Григорьев, Жабин, 1975; Попов, 1976; Шефталъ, 1977; Вайнштейн, 1979; Макагонов, 1979; Глазов, 1981; Шафрановский, Алявдин, 1984; Методологические проблемы, 1985; Юшкин, 1985, и др.).

В последующих главах будут рассмотрены некоторые аспекты этого учения, в том числе и новые, разрабатываемые авторами.

КРИСТАЛЛОГРАФИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ В МИНЕРАЛОГИИ

Учение о симметрии, развивавшееся в прошлом столетии главным образом исследователями природных кристаллов — минералогами, основывалось прежде всего на эмпирических законах классической кристаллографии. Упомянутые законы относятся ко всем без исключения кристаллическим веществам, как природным, так и искусственным. Однако нам следует выявить в них то, что относится собственно к минеральным веществам и какую они могут принести пользу в деле изучения и использования этих природных объектов.

Все эти законы были открыты на кристаллах минералов (закон постоянства углов — на кварце, закон рациональности отношений параметров — на кальците, закон поясов — на полевошпате и т. д.). Эти законы бесспорно принадлежат к кристаллографии, так как охватывают не только минеральные образования, но и все окристаллизованные вещества вообще. Вместе с тем их нельзя отрывать и от породившей их минералогии, в развитии которой они сыграли и продолжают играть весьма существенную роль.

Что же в них является собственно кристаллографическим и собственно минералогическим? Вопрос этот по сути дела не имеет принципиальной важности. Вспомним замечательные, актуально звучащие и ныне слова Е. С. Федорова (1917): «Существуют ли вообще настоящие границы между науками, и не составляют ли все науки, взятые в целом, нечто объединенное и естественно неразделимое, а то, что выставляется как границы отдельной науки, не есть ли лишь нечто искусственное, подогнанное соответственно уровню знаний в каждое данное время?» (с. 425).

Однако запросы современной практики требуют всемерного уточнения собственно минералогической тематики и ее строжайшего ограничения. Согласно Н. П. Юшкину (1977), минералогия изучает «кристаллическую и субкристаллическую форму организации материи во внешних оболочках планет» (с. 6). Приведенная формулировка резко подчеркивает неотрывность минералогической тематики от кристаллографической. Более того, из нее следует, что кристаллография должна лежать в основе минералогии (как это и было в прошлом столетии, когда объектами

изучения являлись преимущественно кристаллографические индивиды минералов). Такой подход следует особенно приветствовать в связи со становлением современного естествознания на рельсы математизации, так как кристаллография представляет подлинную математику природы («геометрическую минералогию», по Е. С. Федорову) должна служить математическим костяком минералогии.

Эта связь минералогии с кристаллографией хорошо гармонирует с другой характерной тенденцией развития современной науки, прямо противоположной дифференциации: с интеграцией, ведущей к плодотворному содружеству, а иногда и слиянию нескольких научных дисциплин. В качестве примера назовем здесь структурную минералогию, столь блестяще развитую в трудах Н. В. Белова и его школы. Напомним также о возобновленном союзе между минералогией и кристаллографией, нашедшем свое воплощение в минералогической кристалломорфологии — верной соратнице онтогении минералов.

Вернемся, однако, к вопросу о том, что именно должны дать минералогии кристаллографические законы. Относительно законов, действующих в минералогии, лучше всего, по нашему мнению, сказано в предисловии к книге «Онтогенические методы изучения минералов» (1970). Автор предисловия пишет: «Процессы в минеральном мире идут, конечно, по обычным химическим и физическим законам. Однако в силу специфичности внутренних и внешних условий минералообразования эти законы проявляются в таких сочетаниях, что их действие приводит к специфическим результатам, всегда в чем-то отличным от результатов лабораторных опытов и технических процессов. Вследствие этого общие законы физики и химии в их общем виде являются и законами минералогии. . . Настоящая задача генетической минералогии заключается в выявлении химических и физических законов при анализе результатов природных процессов» (с. 8). Это иллюстрируется наглядной схемой, где минералогия фигурирует в качестве особого сечения (среза) физико-химических наук, соотносясь с ними, как специальное с общим. Наука о кристаллах относится к физико-химическим дисциплинам, и тем самым сказанное выше относительно последних всецело приложимо и к ней.

Рассмотрим по отдельности основные законы классической кристаллографии с точки зрения их использования в минералогической практике, а также их роли в истории развития учения о симметрии вообще и симметрии минералов в частности.

А. К. Болдырев в своей «Кристаллографии» (1934, с. 48) дает следующий перечень эмпирических законов геометрической кристаллографии:

1. Закон плоскогранности и прямореберности кристаллов.
2. Закон постоянства углов в кристаллах (закон Стенона и Ромэ Делиля).
3. Закон рациональности отношений параметров (закон Гаюи).
4. Закон поясов или зон (закон Вейса).

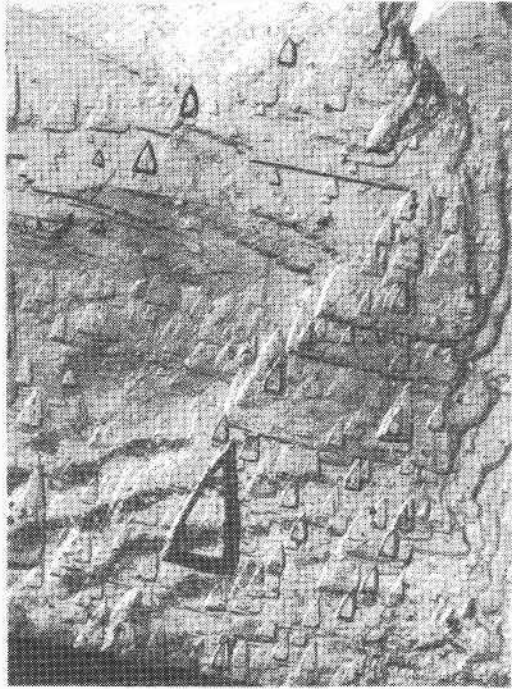
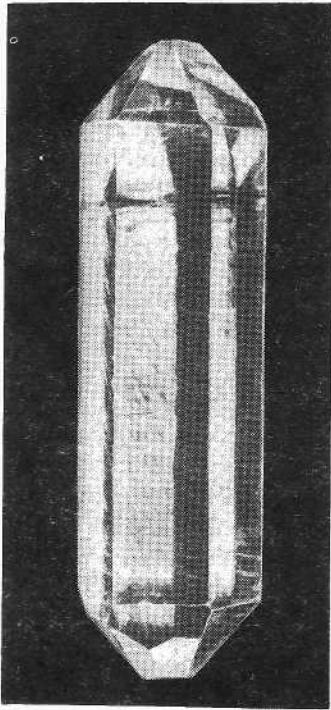


Рис. 5. Плоскогранность — характерная черта кристаллов. Синтетический кварц. Натур. вел.

Рис. 6. Гранный рельеф кристалла: вицинали на кварце. Увел. 30.

5. Закон кристаллографической однородности.
6. Закон кристаллографической симметрии.
7. Закон кристаллографических пределов (закон Федорова).
8. Законы срастания кристаллов друг с другом.

К этому перечню добавим еще два следующих фундаментальных закона, хотя и выведенных не эмпирически, а теоретически,

9. Закон Браве.
10. Принцип симметрии—диссимметрии П. Кюри.

1. Закон плоскогранности и прямореберности кристаллов приписывается Плинию Старшему (23—79 н. э.). В его тексте о горном хрустале отмечается: «гладкость боков его (горного хрусталя) столь совершенна, что того никаким искусством произвести невозможно» (цит. по Шафрановскому, 1978, с. 34). Кристаллы, действительно, плоскогранны (рис. 5), но в настоящее время доказано, что даже грани, кажущиеся на глаз идеально плоскостными, на самом деле обладают более или менее сложным микрорельефом (рис. 6, 7). Это связано с наличием бугорков и впадин роста, штриховок, вицинальных образований и пр.

В прежние времена авторы, как правило, сознательно пренебрегали этими усложнениями, принимая во внимание лишь кристаллы с зеркально-гладкими гранями. Именно такие совершенные образования, тщательно измерявшиеся на гониометрах, дали основу для построения классической кристаллографии минералов с их симметрией и формами. Изображения минеральных кристаллов в сводках и руководствах, а также модели кристаллографических полиэдров, изучаемых студентами при прохождении курсов кристаллографии, представляют именно такие идеализированные плоскогранные и прямореберные фигуры.

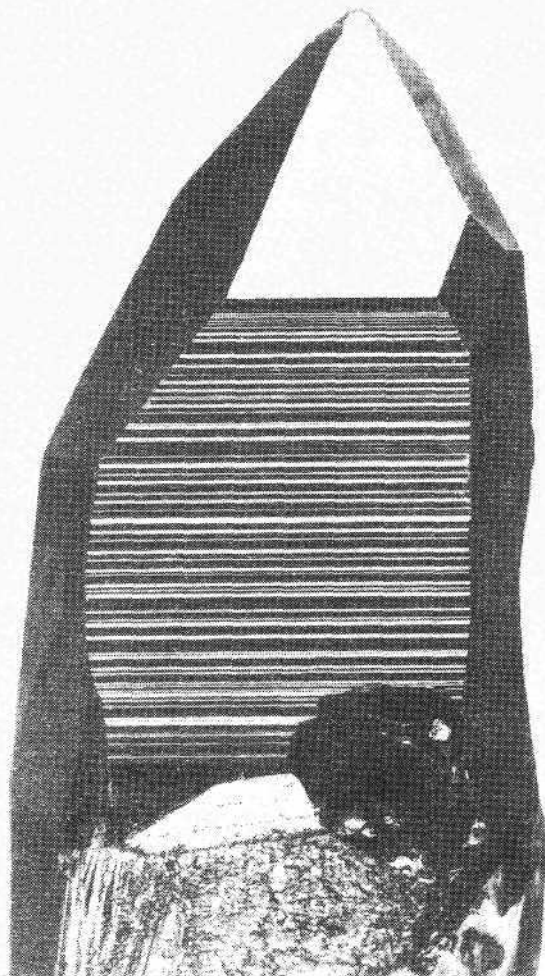


Рис. 7. Гранный рельеф кристалла: штриховка на кварце. Natur. вел.

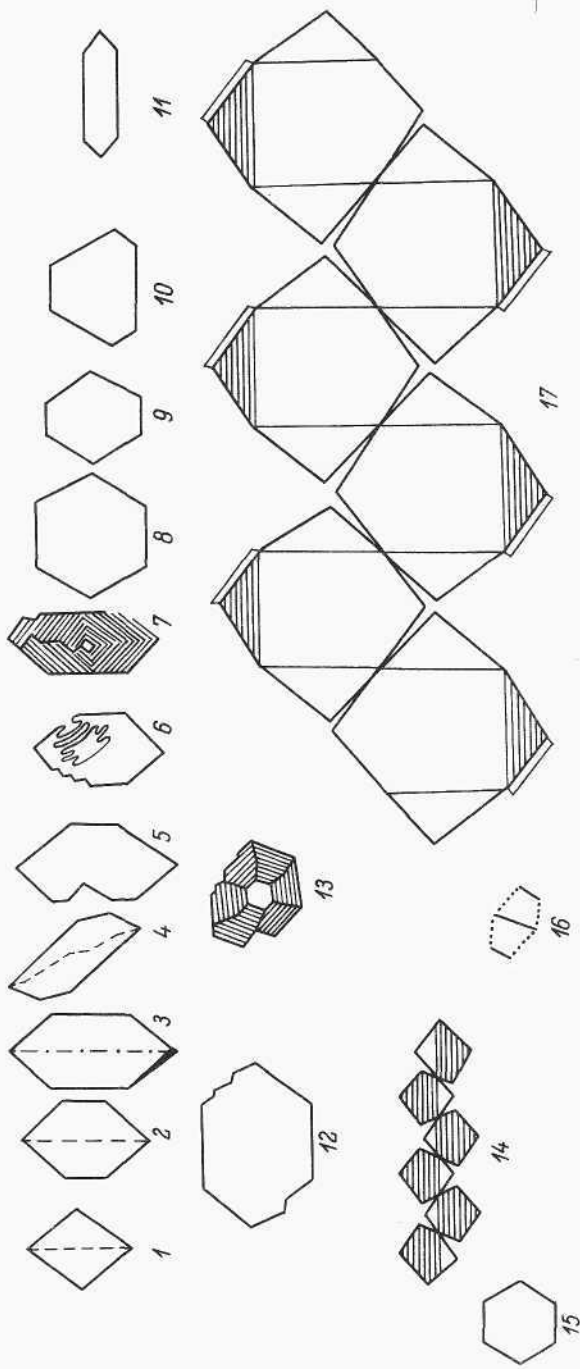


Рис. 8. Рисунки Н. Стенона, иллюстрирующие постоянство углов на кварце (1—13) и гематите (14—17).

Как бы отталкиваясь от идеальных прообразов, современные исследователи обращают особое внимание на гранные скульптуры со всеми их осложнениями и разнообразием. Чувствительность штриховок, вициналей и других аксессуаров к воздействию внешней среды делает их особо ценными при решении минерагенетических задач. Напомним также, что такие отклонения от плоскогранности, как штриховки на кубах пирита и призматических гранях кварца сыграли в свое время решающую роль при установлении простых форм и истинной симметрии этих минералов.

2. Закон постоянства углов в кристаллах был впервые отмечен Н. Стеноном в 1669 г. При объяснении рисунков (рис. 8) в трактате «О твердом, естественно содержащемся в твердом» ученый писал: «я мог бы привести большое количество (рисунков) для доказательства того, что на плоскости число и длина сторон кристалла (кварца) по-разному изменяются без изменения углов. . .» (цит. по Шафрановскому, 1978, с. 82). Из приведенной цитаты видно, что Стенон в первую очередь обращал внимание на углы между «сторонами», т. е. ребрами. Эти же углы косвенно характеризуют и наклоны между гранями. Закон постоянства углов он обнаружил, обводя на бумаге карандашом кристаллы кварца (именно в то время появились графитовые карандаши, впервые изготовленные в Англии). Поражающие точностью рисунки Стенона с развертками кристаллов гематита и пирита показывают, что постоянство углов было установлено им и для этих минералов.

В том же 1669 г. Э. Бартолин отметил константность углов для спайных ромбоэдрических обломков кальцита, а в 1695 г. А. Левенгук убедился в том, что углы на растущих микроскопических кристалликах гипса остаются неизменными. Знал об этом законе и И. Ф. Генкель (1678—1744) — саксонский минералог и наставник юного Ломоносова, — что видно из следующей красноречивой цитаты: «Природа в своих сочетаниях и смешениях раз и навсегда соизволила выбрать связь, структуру и внешнее строение веществ, согласно их свойству и соответственно внешним условиям и обстоятельствам. От этого принятого правила она уже не отступает, а ставит циркуль и отмеряет углы, раз и навсегда установленные для разных веществ» (цит. по Шафрановскому, 1978, с. 14). М. В. Ломоносов в 1749 г. впервые на примере селитры связал постоянство углов на кристаллах с внутренним, строго закономерным расположением элементарных частиц (корпускул), т. е. с гипотетической структурой в виде шаровой упаковки. Окончательную формулировку закона дал в 1783 г. Ж. Д. Ромэ-Делиль (1736—1790), систематически изучивший множество кристаллов различных веществ (главным образом минералов) и измеривший их углы прикладным гониометром Каранжо: «Грани кристалла могут изменяться по своей форме и относительным размерам, но их взаимные наклоны постоянны и неизменны для каждого рода кристаллов» (цит. по Шафрановскому, 1978, с. 232). Закон постоянства углов на кристаллах сразу же показал

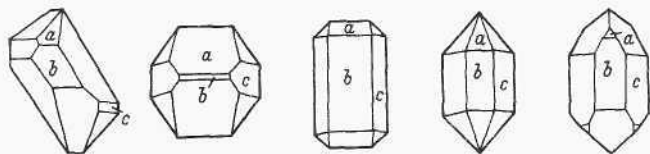


Рис. 9. Рисунки Роме де Лиля, иллюстрирующие закон постоянства углов на кварце.

исследователям строгую повторяемость одинаковых углов (рис. 9) как на различных, так и на отдельных кристаллах одного и того же вещества (минерала), т. е. на их симметрию. Богатейший материал гониометрических измерений дал прочную и надежную базу для теоретических построений в области симметрии кристаллических тел. Тем самым закон постоянства углов явился исходным пунктом для развития сперва минерало-кристаллографического, а затем и всеобщего учения о симметрии. Общеизвестно и практическое значение этого закона, лежащего в основе диагностики минеральных кристаллов. Сопоставление измеренных угловых величин с соответственными эталонными данными в таблицах специальных определителей и установление полной согласованности между теми и другими позволяет отождествить вещество исследуемого кристалла с веществом минерала-эталона.

Для этой именно цели служат знаменитые определители: «Таблицы кристаллографических углов» В. Гольдшмидта (Goldschmidt, 1897), «Царство кристаллов» Е. С. Федорова (Fedorow, 1920), «Определитель кристаллов» А. К. Болдырева (1937, 1939), «Указатель кристаллов» Т. Баркера и др.

Переходя к собственно минералогическому характеру закона, важно было бы установить статистически: какие именно угловые величины играют первенствующую роль в мире минералов. В свое время была сделана попытка выявить закономерности в распределении полярных расстояний для кристаллов средних сингоний по материалам «Определителя кристаллов» А. К. Болдырева и др. В результате была отмечена близость средних значений полярных расстояний для всех трех сингоний средней категории. Среднее значение ρ для 1429 форм с косыми гранями тригональной сингонии равно 54° , для 1057 форм тетрагональной сингонии — 52° , для 488 гексагональной — 52° . Эти средние угловые величины близки к углу $L_4:L_3$ или $[001] : [111]$ кубического кристалла — $54^\circ 44'$. К сожалению, при подсчетах были использованы материалы, включающие и минералы, и искусственные соединения (хотя первые и преобладали).

Было бы желательно провести соответственные подсчеты исключительно для минеральных кристаллов. Необходимо вообще подчеркнуть важность именно статистического подхода к объектам мира минералов. Только такой подход позволит выявить собственно минералогический характер общекристаллографических законов.

Выявляя собственно минералогическое значение закона постоянства углов, нельзя не вспомнить о еле заметных колебаниях угловых величин, связанных с непостоянством химического состава, а тем самым и с некоторыми отклонениями кристаллических структур от идеальных моделей. Эти колебания, обусловленные генетическими условиями, представляют особенный интерес для минералогии. Это хорошо понимал общепризнанный классик минералогической гониометрии — академик Н. И. Кокшаров (1818—1892).

В интереснейшем письме к акад. А. Я. Купферу от 15 мая 1858 г. Н. И. Кокшаров развивает это положение и пишет о значении проводившихся им измерений: «Я пытаюсь не только получить удовлетворительные результаты, определяющие форму кристаллическую одного минерала (т. е. я не только измеряю угол или углы, принадлежащие примитивной форме), но я при помощи измерений учитываю колебания, имеющие место для различных индивидов одного и того же минералогического вида. Причины этих колебаний объясняются тем, что в одном кристалле соединено несколько индивидов, или тем, что изоморфные между собой соединения в различных количествах входят в один и тот же минерал. Мне кажется, что с помощью большого числа (множества) наблюдений и точных измерений можно выяснить много вещей, еще не выясненных до сих пор, а также получить ключ к пониманию некоторых законов, которым подчиняются взаимоотношения кристаллической формы, химического состава и удельного веса. Так, например, мне удалось показать, что угол, образованный гранью гексагональной пирамиды апатита с вертикальной осью, равен $49^{\circ}42'$ в апатите, содержащем лишь фтор и не содержащем хлора, тогда как в апатитах, не содержащих фтора, но содержащих лишь хлор, этот угол равен $49^{\circ}51'$ » (Архив АН СССР, фонд 5, оп. К, д. 74, л. 36—43).

Из этого, не опубликованного при жизни ученого документа мы узнаем о тех идеях, которые вдохновляли Кокшарова, придавая глубокую направленность его подвижническому труду. Учитывая еле уловимые колебания углов, он пытался во-первых, выявить углы, свойственные собственно кристаллическим индивидам, и, во-вторых, связать колебания таких углов с химизмом минерала.

Множественно измеренные и тщательно проверенные угловые величины рассматривались им как основа для построения будущей кристаллографии минералов, а затем и минералогической кристаллохимии. Идея Н. И. Кокшарова о влиянии химизма на геометрию минерала была абсолютно правильной. В настоящее время данные прецизионных рентгенометрических измерений, улавливающих колебания (в ангстремах) структурных параметров в зависимости от изменения химического состава, наглядно иллюстрируют сказанное. То, что Кокшаров пытался когда-то уловить с помощью своего старинного однокружного гониометра, фиксируется сейчас путем точнейших рентгенометрических исследований

не внешней, (гранной), а внутренней (структурной) геометрии кристалла.

Заблуждение ученого заключалось в том, что он переоценивал точность своих гониометрических измерений. Напомним, что средние результаты измерений приводились им с точностью до секунд (как известно, несовершенство плоскостей кристаллических граней ограничивает точность гониометрических данных минутами). Вместе с тем его стремление использовать лишь наиболее совершенно образованные кристаллы и его метод, основанный на многократных повторных измерениях одних и тех же углов, привели к тому, что полученные им угловые величины оказались наиболее совершенными из всех, приводившихся как до него, так и после геометрических констант минералов. Отбрасывая секунды, мы и сейчас пользуемся кокшаровскими цифрами как самой надежной основой для характеристики кристалломорфологической геометрии того или иного конкретного минерала.

3. Закон рациональности отношений параметров был впервые описан Р.-Ж. Гаюи (1743—1822) в 1783 г. Этот закон лишь с оговорками может быть назван собственно «эмпирическим». Исходя из спайности кальцита и других минералов, Гаюи создал свою структурную теорию, согласно которой кристаллические тела соответствуют кладкам молекулярных «кирпичиков». На основе этой теории ученый заранее предсказал свой закон и только затем эмпирически стал проверять и фактически устанавливать его на кристаллах разных минералов.

Закон Гаюи — закон целых и малых чисел в кристаллографии — является аналогом закона кратных отношений в химии, открытого в 1803 г. Д. Дальтоном (1766—1844). Оба ученых были убежденными сторонниками атомистической гипотезы строения вещества. Основываясь на представлении о закономерном убывании молекулярных кирпичиков в последовательных слоях кристаллов, Гаюи пришел к выводу о простоте законов такого убывания: «Кристаллизация ограничивается лишь некоторыми случаями, незначительно отступающими от наибольшей простоты. Чаще всего убывание молекул осуществляется в результате отступления на один или два ряда, иногда на три или четыре, реже на пять или шесть» (цит. по Шафрановскому, 1978, с. 268). Это и есть первоначальная формулировка знаменитого закона Гаюи. Современная его формулировка выглядит следующим образом: «Двойные отношения параметров, отсекаемых двумя любыми гранями кристалла на трех пересекающихся ребрах его, равны отношениям целых и сравнительно малых чисел» (Попов, Шафрановский, 1964, с. 139).

Закон Гаюи явился истоком для ряда новых направлений в кристаллографии. Заменяя молекулярные «кирпичики» центрами их тяжести, Браве пришел к своей теории решетчатого строения кристаллов. Понятие решетки с ее рядами (ребрами) и плоскими сетками (гранями) объясняет появление целых чисел в законе Гаюи. Наличие малых чисел объясняется законом Браве, согласно

которому «грани, наиболее часто образующиеся на кристалле в процессе кристаллизации, или, другими словами, плоские сетки, наиболее пригодные для ограничения кристалла, являются, в общем, теми, ретикулярная плотность которых наиболее значительна» (Шафрановский, 1980, с. 155). Необходимо остановиться и на законе симметрии, найденном Гаюи. «Законы убывания, — пишет ученый, — подчиняются другому закону, который мы называем законом симметрии. . . Идентичные части ядра (исходной части кристалла) обладают между собой таким сходством, что при их взаимной замене путем перемещения ядра относительно глаза облик ядра будет казаться неизменившимся» (цит. по Шафрановскому, 1978, с. 269).

Приведенная цитата является тем зародышем, из которого впоследствии развернулась теория кристаллографической симметрии. С помощью законов убывания Гаюи разработал свою кристаллографическую символику. В дальнейшем учение о кристаллографических символах существенно видоизменилось, хотя и основывалось всецело на законе рациональности отношений параметров. Из курса элементарной кристаллографии известно, что, исходя из этого закона, за координатные оси выбираются ребра кристаллов (или оси симметрии) и вычисляются двойные отношения отрезков, отсекаемых гранями на данных осях, причем одна из граней принимается за единичную. Индексы полученных символов, согласно закону Гаюи, отвечают целым и малым (обычно не превышающим десяти) числам.

Практическое значение закона известно: полученные путем гониометрических измерений угловые характеристики кристалла уточняются законом рациональности отношений параметров с помощью соответственной символики. Символы граней кристаллов дают наиболее краткое, наглядное и математически строгое понятие о пространственном расположении гранных плоскостей. Общеизвестно, что любое описание минерала в современных сводках обязательно содержит перечень символов важнейших простых форм параллельно с таблицей характерных угловых величин (обычно сферических координат φ и ρ).

Нельзя не подчеркнуть того, что учение о символах развивалось в основном на материале из мира минералов. Гаюи занимает почетное место не только в истории кристаллографии, свои открытия в области структурной кристаллографии он широко применил для классификации минералов. Его минералогическая классификация являлась по сути дела кристаллохимической и по идее предвосхищала современную систематику минералов, в основу которой положены как химизм, так и структура минералов (каждому кристаллическому веществу Гаюи приписывал свойственную только ему полиэдрическую форму молекулы, т. е. свою структуру). Переходя к вопросу о собственном минералогическом значении закона Гаюи, следует снова обратиться к статистическим данным, сгруппированным в имеющихся крупных минералогических сводках и определителях.

Чтобы убедиться в справедливости закона, следует выявить, какие именно символы характерны для большинства минеральных кристаллов, и действительно ли в них выступают на первый план простейшие индексы? В качестве поучительного примера приведем данные, почерпнутые из «Определителя кристаллов» А. К. Болдырева. (Несмотря на истекший срок в сорок с лишним лет со времени его издания, «Определитель» наряду с «Атласом кристаллических форм» В. Гольдшмидта является непревзойденным справочником по кристаллографическому огранению минералов).

В «Определителе» перечни простых форм отдельных минералов даны в порядке частоты встречаемости с учетом величин гранных площадей. На первом месте стоят важнейшие гранные формы. В табл. 1 приведены списки таких первенствующих форм для тетрагональных, тригональных и гексагональных минералов. Как видим, во всех трех сингониях основные габитусные формы характеризуются простейшими символами, индексы которых чаще всего соответствуют единицам, двойкам и нулям. Именно эти формы и создают основное огранение наиболее обычных и совершенных кристаллических многогранников. Приведенные данные убедительно свидетельствуют в пользу выдающейся роли закона Гаюи в мире минералов. Вместе с тем они указывают и на тесную связь закона Гаюи с законом Браве, само собой разумеется, что формы с простейшими символами, как правило, соответствуют плотнейшим плоским сеткам (сказанное согласуется и со статистическими данными Е. С. Федорова и Г. Фриделя, подтверждающими истинность закона Браве).

4. Закон поясов Х. С. Вейс (1780—1856) впервые описал в 1822 г. Он показал, что все грани полевого шпата выводятся с помощью своеобразных комбинаций из нескольких исходных граней, так как лежат на пересечении двух или нескольких зон. Геометрическое развитие закона зон дал ученик Вейса, крупный кристаллограф и физик Ф. Нейман (1798—1895). Он ввел в кристаллографию гномонические и гностереографические проекции и, пользуясь ими, показал, что, исходя из четырех непа-

Таблица 1

Важнейшие габитусные формы тетрагональных, тригональных и гексагональных минералов

Тетрагональные минералы (87 минералов)		Тригональные минералы (111 минералов)		Гексагональные минералы (74 минерала)	
001	32	0001	46	1010	30
111	20	1011	38	0001	26
110	15	1120	14	1120	11
010	13	1010	6	1011	5
011	6	1012	2	2021	2
231	1	2021	2		
		2023	1		
		2241	1		

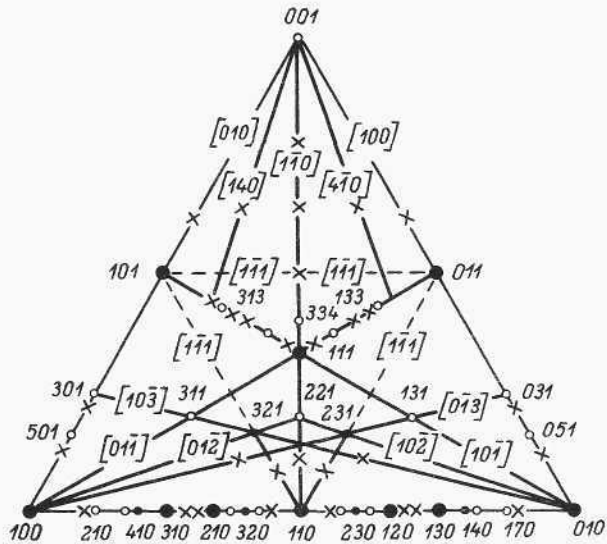


Рис. 10. К иллюстрации закона поясов. Гномоническая проекция граней рутила (по Niggli, 1926).

параллельных граней кристалла (три из которых не лежат в одной зоне), путем развития поясов выводится бесконечное количество возможных граней (см., например, рис. 10).

Впоследствии учение о зонах в кристаллографии было развито Е. С. Федоровым в ряде статей («Закон зон Вейса и новая кристаллография (без вычислений)», 1899 г. и др.). Им же было показано, что закон Вейса по сути дела дублирует закон Гаюи: оба этих закона являются различными выражениями одного и того же основного закона кристаллографии — закона решетчатого строения кристаллов (или закона кристаллической однородности). Для нас важно отметить, что закон поясов демонстрирует особенность расположения граней на кристаллах минералов.

П. Ниггли в своем «Учебнике минералогии» (Niggli, 1926) привел большое количество гномонических проекций минералов (рис. 10) в виде треугольников с выделенными важнейшими зонами.

В. Гольдшмидт добавил к закону поясов «закон complication», согласно которому в пределах отдельных зон последовательно появляются «компликационные грани», символы которых соответствуют суммам символов двух исходных граней, между которыми находятся эти второстепенные формы (компликационные грани пригупляют ребра исходных граней). Эти законы дают возможность графически определять символы граней и, конечно, оказывают большую помощь в деле диагностики минералов по их внешнему огранению. Статистическая проверка этого закона и выявление важнейших зон минералов могут быть легко осуществ-

влены с помощью упомянутых проекций в учебнике П. Ниггли, а также с учетом таблиц В. Гольдшмидта (Goldschmidt, 1897).

5. Закон кристаллической однородности лежит в основе всей классической кристаллографии. По А. К. Болдыреву: «Кристаллической однородностью называется такое свойство кристаллического вещества, в силу которого два одинаковых по форме, размерам и ориентировке участка, выделенных в этом веществе, обнаруживают совершенно тождественные свойства по параллельным направлениям. По различным направлениям эти свойства могут быть и различны» (Болдырев, 1934, с. 56). Этот закон относится лишь к идеальным кристаллам. В природе безупречно идеальных кристаллов не существует. Вспомним хотя бы зональное и секториальное строение реальных кристаллов, в которых отдельные зоны или сектора могут различаться как химически, так и физически. Несмотря на это, закон кристаллической однородности лежит в основе всей классической кристаллографии. С ним связаны понятия кристаллических решеток и правильных систем точек, без которых невозможны были бы выводы законов конечной и бесконечной симметрии. В настоящее время, когда величественное здание классической симметрии построено, внимание исследователей направляется на изучение искажений и дефектов реальных кристаллических тел и их структур.

6. Закон симметрии гласит, что в кристаллах возможны лишь одинарные, двойные, тройные, четверные и шестерные поворотные, инверсионные (или зеркально-поворотные) и винтовые оси симметрии. А. В. Гадолин (1828—1892) в особенно ясной и строгой форме доказал этот закон. Это позволило ему осуществить знаменитый вывод 32 законов симметрии.

Симметрия навсегда заняла прочное место и ведущее в современной теоретической и практической минералогии. Статистические закономерности, связанные с симметричным распределением минералов по 32 видам симметрии, имеют исключительно важное геолого-минералогическое значение, и к этой проблеме мы еще будем не раз возвращаться.

7. Закон кристаллографических пределов Е. С. Федорова подразделяет мир кристаллов на два типа: кубический и гексагональный. Оказывается, кристаллы низшей категории приближаются по своим углам либо к тетрагональным (кубическим), либо к гексагональным. По сути дела этот закон нельзя назвать эмпирическим, — Е. С. Федоров вывел его из своей теории параллелоэдров. Три исходных идеальных параллелоэдра являются кубическими (куб, ромбодекаэдр, кубооктаэдр), а один — гексагональным (гексагональная призма с пинакоидом). Однородные деформации этих четырех идеальных фигур образуют все остальные параллелоэдры с более низкой симметрией. Геометрию параллелоэдров Е. С. Федоров положил в основу своей теории кристаллического строения. Статистическая проверка, проведенная ученым при обработке материала для таблиц кристалло-

химического анализа («Царство кристаллов»), подтвердила реальность закона пределов.

В настоящее время закон Федорова частично объясняется важной структурной ролью двух наиболее симметричных плотнейших шаровых упаковок, — кубической и гексагональной. Вместе с тем отмечаются также черты кубичности в гексагональных кристаллах и гексагональности в кубических образованиях (Франк-Каменецкий, Шафрановский, 1961; Шафрановский, 1983а, 1983б).

Следует помнить, что во всех плотнейших шаровых упаковках (кубической, гексагональной и других) важное значение имеет один и тот же угол в $54^{\circ}44'$ (его положение в кубической сингонии отмечалось выше). Невольно напрашивается предположение, что наряду с законом Федорова некоторую роль играет и принцип Э. Малляра, провозглашающий тяготение всех кристаллов к кубической симметрии. Сейчас настало время проверить на имеющемся статистическом материале значение федоровского закона пределов в реальном минералогическом мире. Особенно большие трудности в этом деле связаны с задачей отнесения низкосимметричных кристаллов к кубическому или гексагональному типу.

8. Законы срастания кристаллов друг с другом в большинстве случаев были открыты на минералах — кварце, полевом шпате, гипсе и др. Сейчас они стоят в центре внимания множества исследователей. В настоящее время широкое обобщение материала по геометрии сростков дал Е. П. Макагонов (1979). В. А. Мокиевский с соавторами (1983) завершил вывод точечных двуцветных симметричных групп двойников на основе 32 видов симметрии. Значение систем 32 видов симметрии как основы для вывода кристаллических сростков будет рассмотрено ниже.

Выдающийся интерес представляет триадная теория двойников Л. А. Варданянца, показывающая, как путем двойникования и построения комплексных образований низкосимметричные индивиды (например, триклинный плагиоклаз) образуют все более высокосимметричные совокупности вплоть до кубических срастаний (Варданянц, 1950). Современная литература по двойниковым образованиям поистине неисчерпаема. Широкое проявление двойниковых и эпитаксических срастаний в мире минералов общеизвестно. И опять приходится пожалеть о том, что до сих пор отсутствует статистическая сводка, полностью охватывающая закономерные срастания собственно минералов.

К закону Браве и принципу симметрии—диссимметрии П. Кюри мы еще вернемся. Говоря о законах срастания, нельзя не упомянуть закон агрегации К. Ф. Наумана, сформулированный им в 1859 г. и гласящий: «неделимые неорганической природы подчинены преобладающему закону агрегации, вследствие которого они являются образовавшимися один подле другого, один над другими и один сквозь других» (цит. по Кокшарову, 1863, с. 7).

Подводя итоги вышесказанному, повторим еще раз, что при оценке роли кристаллографических законов в минералогии не следует ограничиваться приведенными выше общеизвестными и общепринятыми положениями. Необходимо сделать фундаментальную ревизию этих законов, исходя из собственно минералогического материала, выявив особенности их минералогической специфики. Широкую помощь в этом деле могут оказать статистические данные.

По сути дела именно такой собственно минералогический подход был принят В. Гольдшмидтом в его таблицах и фундаментальном девятитомном «Атласе кристаллических форм» (1913—1923). Последний и сейчас служит богатейшим источником для получения информации о формах минералов.

Упомянутая выше ревизия законов необходима. В самом деле, перечисляя 47 кристаллографических простых форм, мы далеко не уверены в том, что все эти формы реализуются в минералогии. Видел ли, например, кто-нибудь природный пентагон-трететраэдр или пентагон-триоктаэдр? Нет у нас отчетливого познания и того, какие именно простые формы и почему возглавляют первые места по статистической важности не на теоретических моделях, а на реальных кристаллах минералов.

Поучительный пример в этом отношении представляет смелая попытка Н. З. Евзиковой (1976) подойти к закону Браве с позиций практика-минералога и придать ему совершенно новое, чисто минералогическое звучание. Ссылаясь на свои геологоразведочные и кристалломорфологические работы по касситериту, она пишет: «В свете пространственно-возрастной изменчивости кристаллов касситерита и экономических требований к разработке месторождений закон Браве выступает как простое следствие горнорудной практики, поскольку во все времена эксплуатировались предпочтительно богатые оловянные руды и зоны минерализации» (Евзикова, 1976, с. 26). В результате напрашивается следующий вывод: «Следовательно, плотные грани на кристаллах минералов . . . обязаны своим существованием той специфике кристаллизации, которая наиболее благоприятна для создания природой данного минерального вида» (там же, с. 27—28). Сделанное заключение требует конечно некоторого углубления в отношении структурно-генетической первоосновы, однако самый подход Н. З. Евзиковой к классическому закону кристаллографии дает пример его переноса в область минералогии.

Кристаллография с ее учением о симметрии приходит на помощь минералогии и в вопросе о приведении к точным математическим характеристикам минералообразующих сред. Как известно, семь предельных видов конечной симметрии, по П. Кюри (∞ , ∞/m , ∞m , $\infty 2$, ∞/mmm , ∞/∞ , $\infty/\infty m$), исчерпывающе охватывают все возможные случаи видов симметрии, их подгрупп. Среди них в природе наиболее часто проявляются два случая: симметрия конуса (∞m) и симметрия диэдра (m). Среды с такой симметрией порождают соответственные искаженные формы. Для

первого случая это будут преимущественно истинные и ложные «пирамиды», а для второго — «диэдры», «пинакоиды», «моноэдры». Следует, конечно, ожидать, что именно эти формы статистически займут первые места среди ложных простых форм искаженных кристаллических полиэдров.

В 1966 г. А. С. Поваренных опубликовал статью, в которой суммарные статистические данные заслуживают самого пристального внимания. В литературе уже отмечалось закономерное падение чисел минеральных видов при разбивке их на три категории: низшую, среднюю и высшую: Σ минеральных видов низшей категории : Σ минеральных видов средней категории : Σ минеральных видов высшей категории = 4 : 2 : 1 (прибл.). Здесь невольно приходит на память федоровский закон эллипсоида сингонии. Переход от шара кубической сингонии к эллипсоиду средних категорий приводит к двум эллипсоидам вращения (+ и -), а переход от них к эллипсоиду низшей категории — к четырем трехосным эллипсоидам +, +-, -, -+.

Статистические данные, по А. С. Поваренных, за истекшее время дополнились новыми материалами. Однако они существенно не изменили приведенные соотношения. Те же данные показывают и другую закономерность: Σ кубических минеральных видов + Σ гексагональных минеральных видов (274) = Σ тетрагональных минеральных видов + Σ тригональных минеральных видов (274) = Σ ромбических минеральных видов (279) = $1/2 \Sigma$ моноклинных + Σ триклинных минеральных видов (481 : 2 = 240.5). Здесь живо вспоминаются федоровский закон кристаллографических пределов и вытекающий из него закон проективности кристаллов.

Отметим также закономерность связи между симметрией минералов и их генезисом, установленную Ю. Б. Мариным (1973) на аксессуарных минералах в гранитоидах разных формационных типов. Так, например, минералы группы окислов кубической сингонии наиболее обычны для производных древних циклов; окислы средних сингонии характерны для более молодых серий; соответственные минералы низших сингонии встречаются практически только в породах молодых серий. Вспомнив закон эллипсоида Е. С. Федорова, можно сказать, что здесь происходит эволюция шара к эллипсоиду вращения, а затем трехосному эллипсоиду. Любопытно заметить, что подобная же эволюционная закономерность имеет место на поверхности земного шара для форм органического мира. Переходы от симметрии шара ($\infty L_{\infty} \infty PC - \infty / \infty m$) к симметрии конуса ($L_{\infty} \infty P - \infty m$) и диэдра ($P - m$).

Особое место среди законов, используемых в минералогии, занимает универсальный принцип симметрии—диссимметрии П. Кюри. Нам он особенно важен, так как связывает симметрию явления (природного объекта, кристалла) с симметрией породившей его среды. Истолкованию отдельных пунктов этого принципа с позиций кристаллографии, а также его применению в генетической минералогии посвящена специальная глава.

Текст настоящей главы не выходил за рамки классической симметрии. В дальнейшем минералогическая кристаллография, несомненно, должна будет взять на вооружение новые понятия расширенной, неклассической симметрии.

Криволинейная симметрия Д. В. Наливкина, симметрия подобия и антисимметрия А. В. Шубникова, гомология В. И. Михеева, цветная симметрия Н. В. Белова, А. М. Заморзаева и др. существенно расширяют наши научные горизонты и приводят к раскрытию новых углубленных закономерностей. Во главе этого будущего направления должен встать принцип сохраняемости симметрии в виде взаимных переходов от классических элементов симметрии к неклассическим и обратно.

ЗАКОНЫ КРИСТАЛЛОСТРУКТУРНОЙ СИММЕТРИИ

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ГРУППЫ

Способность кристаллических веществ при определенных условиях образовывать многогранники (иногда весьма правильные), ограниченные плоскими гранями и прямыми ребрами, указывает на существование особой внутренней закономерности, присущей кристаллическому твердому телу. Уже И. Кеплер, рассматривая снежинки, пришел к выводу, что корпускулы льда, если их представить шарами, должны располагаться по принципу плотнейшей упаковки. Р. Гук, И. Ньютон, Х. Гюйгенс и М. В. Ломоносов также изображали внутреннее строение кристаллов с помощью правильных укладок шаров. Р.-Ж. Гаюи, изучая спайность, пришел к идее многогранных молекул, выполняющих кристаллическое пространство наподобие кирпичей в стенной кладке. Однако структурная теория Гаюи сталкивалась с существенными трудностями при объяснении теплового расширения кристаллов и существовании спайности по плоскостям октаэдра — фигуры, не выполняющей пространство без промежутков. В результате в одном и том же кристаллическом веществе, например флюорите, приходилось допускать существование двух видов молекул — октаэдрических и тетраэдрических.

Затруднение в значительной степени было преодолено У. Волластоном в 1813 г., предложившем рассматривать не сами многогранники Гаюи, а вписанные в них шары, эллипсоиды или просто центры их тяжести — точки. Таким образом, У. Волластона следует считать основателем теории решеток.

В настоящее время мы представляем себе пространственную решетку как бесконечную трехмерную периодическую систему точек — узлов решетки, расположенных по вершинам равных и смежных по целым граням параллелепипедов. Такое определение решетки почти ничего не говорит о ее симметрии. Впервые этот вопрос был решен М. Л. Франкенгеймом в 1815 г., который вывел 15 кристаллографических семейств (решеток), относимых к 6 известным классам. Вывод этот не был строгим, содержал, как показали дальнейшие исследования, лишнюю решетку и к тому же не был понят современниками.

Полный вывод всех возможных типов решеток, связанных с симметрией кристалла, был осуществлен в 1850 г. О. Браве, который показал, что существует 14 решеток, ныне носящих его имя, отвечающих 7 сингониям (рис. 11). Распределение решеток по сингониям неравномерно. В триклинной сингонии возможна одна примитивная решетка, узлы которой располагаются по вершинам косоугольного параллелепипеда общего вида. Этот параллелепипед обладает только центром симметрии. Моноклинная сингония представлена двумя решетками: примитивной P и базоцентрированной C (одна из граней параллелепипеда в центре содержит дополнительный узел). В ромбической сингонии четыре решетки: примитивная P , базоцентрированная C , объемцентрированная I и гранецентрированная F . Все решетки Браве ромбической сингонии прямоугольные.

В кубической сингонии решетки имеют форму куба и подразделяются на примитивную P , объемцентрированную I и гранецентрированную F .

Сложнее вопрос с решетками гексагональной (и тригональной) сингонии. Очевидно, что параллелепипед не может обладать осью симметрии шестого порядка, поэтому, чтобы согласовать симметрию кристалла с симметрией решетки, Браве предложил особую призматическую ячейку с осью 6, представляющую собой гексагональную призму, усеченную пинакоидом. В такой ячейке узлы решетки располагаются по вершинам призмы и в центре базисных (пинакоидальных) граней. Гексагональную ячейку можно представить как совокупность трех параллелепипедов с ромбическим основанием (и углами ромба в 60° и 120°), повернутых друг относительно друга вокруг общего ребра на 120° .

Решетка Браве для тригональной сингонии — примитивный параллелепипед в форме ромбоэдра R . Однако тригональные кристаллы в действительности могут иметь не только тригональную ромбоэдрическую решетку, но и гексагональную, призматическую. Это обстоятельство делает до некоторой степени искусственным выделение самостоятельной тригональной сингонии. Напомним, что Е. С. Федоров не выделил тригональную сингонию в качестве самостоятельной, равноправной единицы, а рассматривал ее как гипосингонию гексагональной сингонии.

Заслугой О. Браве является не только сделанный им геометрический вывод 14 решеток, но и создание стройной для того времени теории строения кристаллов. Узлы в выведенных решетках отождествлялись им с центрами тяжести молекул. Сами молекулы при этом располагались параллельно друг другу и могли иметь симметрию более низкую, чем голоэдрия данной сингонии. Тем самым можно было построить модели и объяснить существование более низкосимметричных кристаллов, чем сама решетка с узлами-точками, обладающими симметрией шара. С современной точки зрения, в построениях Браве интуитивно применен принцип суперпозиций симметрии (сочетание симметрии решетки и симмет-


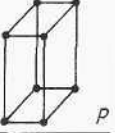
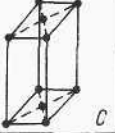
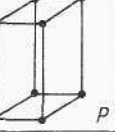
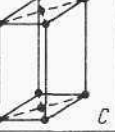
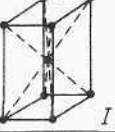
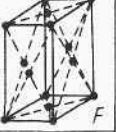

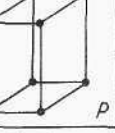

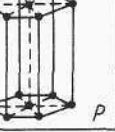
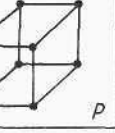

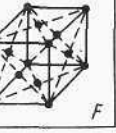
Сингония	Тип решетки			
	примитивная	базоцентрированная	объемноцентрированная	гранецентрированная
Триклинная	 <i>P</i>			
Моноклинные	 <i>P</i>	 <i>C</i>		
Ромбическая	 <i>P</i>	 <i>C</i>	 <i>I</i>	 <i>F</i>
Тригональная (ромбоэдрическая)	 <i>P</i>			
Тетрагональная	 <i>P</i>		 <i>I</i>	
Гексагональная	 <i>P</i>			
Кубическая	 <i>P</i>		 <i>I</i>	 <i>F</i>

Рис. 11. Четырнадцать решеток Браве.

рии молекул), получивший впоследствии строгое обоснование в работах К. Неймана, П. Кюри.

Однако уже современники Браве понимали, что новая теория структуры кристаллов не покончила со всеми противоречиями и трудностями. Самые серьезные возражения вызывало требуемое теорией взаимно параллельное расположение молекул, хотя антипараллельное размещение вполне допустимо с точки зрения

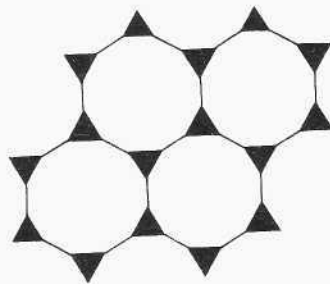
симметрии. Например, частицы, располагающиеся по вершинам шестиугольника, не только не параллельны друг другу, но и не образуют единой решетки (рис. 12).

Указанное обстоятельство побудило Л. Зонке рассматривать структуру кристалла вне зависимости от собственной симметрии молекул, а симметрию целого получить путем специального размещения точек в кристаллическом пространстве. Основная посылка Л. Зонке, основанная на теории групп движения К. Жордана, заключалась в том, что кристалл представляет собой бесконечную систему точек, в которой каждая точка имеет одинаковое окружение по сравнению с любой другой. Если соединить прямыми данную точку пространства с остальными ее окружающими, то получается определенная связка прямых, очень удачно названная Б. Н. Делоне «звездой Зонке». Такие связки конгруэнтны, т. е. совместно равны друг другу. Л. Зонке нашел все такие системы в числе 65, которые впоследствии были названы Е. С. Федоровым простыми.

По сравнению с представлениями Браве теория Зонке была шагом вперед, позволяющим естественным образом объяснить причину существования мероздрических форм, а также ряд физических свойств, наблюдавшихся в кристаллах. Тем не менее рассмотрение в качестве симметрических преобразований одних движений и полное игнорирование симметрии 2-го рода отражений делало работу незавершенной.

Заключительный шаг в построении структурной теории, позволяющей геометрическим путем вывести всевозможные законы строения, был сделан Е. С. Федоровым и несколько позже и иным методом немецким математиком А. Шенфлисом. Они допустили в качестве равноправных элементы симметрии как первого, так и второго рода. Выведенные Е. С. Федоровым 230 законов «правильных систем фигур», или 230 пространственных групп, включали в себя как 65 систем Зонке, так и 14 решеток Браве. 230 федоровских групп обычно представляют списком, который слабо отражает взаимоотношения между этими группами. Р. В. Галиулиным предложена таблица (рис. 13), которая позволяет обозреть все федоровские группы разом, наглядно представить важнейшие связи между группами. В основу таблицы положена классификация кристаллических классов по сингониям (строки подтаблицы «Кристаллические классы») и деление кристаллических классов на голоэдрии, гемиедрии, тетартоэдрии и огдоэдрию. Клетки, обведенные сплошными линиями, соответствуют кристаллическим классам подтаблицы. Если кристаллическому классу соответствует несколько различных типов Браве решеток, то соответствующая клетка разбивается горизонтальными пунктирными линиями на подклетки, соответствующие типам Браве. В 7 случаях, когда кристаллический класс может быть двумя способами «вставлен» в решетку, эти подклетки разбиваются штрихпунктирной линией. Так получаются 73 клетки, взаимнооднозначно соответствующие симморфным федоровским группам.

Рис. 12. Фигуры, расположенные по вершинам шестиугольника, антипараллельны и не образуют единой решетки.



Международный символ соответствующей симморфной группы выписан в левом верхнем углу каждой клетки.

Во втором столбце каждой клетки, соответствующей кристаллическому классу с элементами симметрии 2-го рода, выписаны гемисимморфные федоровские группы. Асимморфные федоровские группы выписаны в порядке возрастания их индексов асимморфизма — индекса максимальной стационарной подгруппы в кристаллическом классе, соответствующем данной федоровской группе. Смена индексов асимморфизма отмечена точечными линиями. Фигурными скобками объединены энантиоморфные федоровские группы.

Таблица вскрывает ряд соотношений группа — подгруппа. Все федоровские группы, входящие в одну клетку, являются подгруппами соответствующей симморфной группы. В первом столбце таблицы представлены 14 групп Браве. При бесконечно малых деформациях решетки ее тип Браве меняется так, как указано стрелками на подтаблице «Типы Браве».

Скоро исполняется столетие со дня появления в свет основного закона Е. С. Федорова по геометрической теории структуры кристаллов. За последние 90 лет она неоднократно подвергалась решающим испытаниям. Открытая Лауэ дифракция элементарных частиц — электронов и нейтронов, появление резонансных методов исследования подтвердили ее правильность. Более чем в 20 тысячах исследованных кристаллических структур нет ни одной, расположение атомов и молекул в которой не отвечало бы одному из законов федоровской симметрии.

Во многих современных изданиях федоровские группы представлены в виде последовательного списка, начинающегося от самых примитивных, относящихся к триклинной сингонии, и оканчивающегося сложными группами кубической сингонии. Между тем Е. С. Федоровым было проведено глубокое исследование внутренней структуры группы и дана их интерпретация и весьма важная классификация, основанная не только на возрастании величины симметрии (кратность) группы. Все правильные системы фигур (это первоначальное название наиболее точно выражает основной кристаллографический смысл этих групп) делятся Е. С. Федоровым на три типа: симморфные, гемисимморфные и асимморфные.

Симморфные правильные системы получаются путем сложения групп переносов Браве с одним из 32 видов симметрии возможных в кристалле. Иными словами узлы решетки Браве имеют симметрию

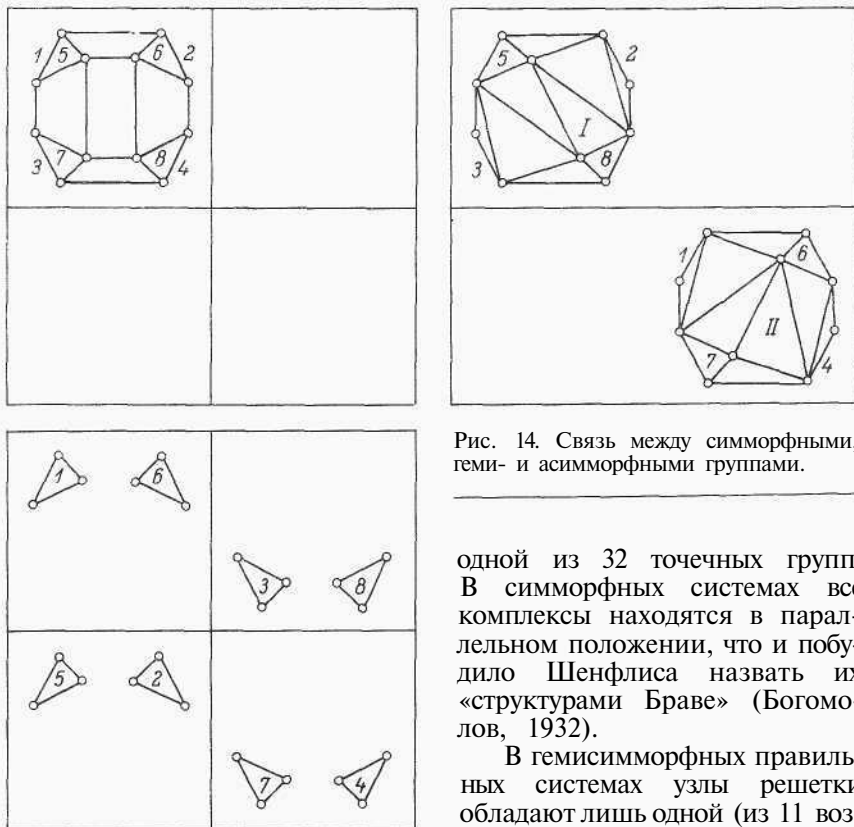


Рис. 14. Связь между симморфными, геми- и асимморфными группами.

одной из 32 точечных групп. В симморфных системах все комплексы находятся в параллельном положении, что и побудило Шенфлиса назвать их «структурами Браве» (Богомолов, 1932).

В гемисимморфных правильных системах узлы решетки обладают лишь одной (из 11 возможных) аксиальной симметрией,

а имеющаяся плоскость симметрии (плоскость скольжения) не проходит через узлы решетки.

Асимморфные системы характеризуются тем, что кроме групп переносов они содержат винтовые оси симметрии, которые связывают друг с другом узлы решетки, не проходя через них.

Таким образом, если рассматривать ячейку пространственной решетки, то в случае симморфной системы ее может характеризовать одна фигура, в случае гемисимморфной — две зеркально-равные, в случае асимморфных — несколько совместно равных фигур. Фигуры, характеризующие геми- и асимморфные системы, являются частями симморфной фигуры (рис. 14).

Такое глубокое проникновение в особенности строения пространственных групп в принципе открывало возможности для предсказания существования не только молекулярных, но и ионных кристаллов. По-видимому, авторитет Д. И. Менделеева, перед научными заслугами которого Е. С. Федоров преклонялся, и который, как известно, не признавал теорию электролитической диссоциации, не позволил ему сделать этот завершающий и решающий шаг в разработке реальной теории структуры кристаллов.

Сравнительно недавно В. А. Копчик (1966) показал, что классификацию федоровских групп можно значительно усовершенствовать, если принять во внимание, что гемисимморфные и асимморфные группы следует рассматривать как подгруппы соответствующих симморфных групп (табл. 2).

Мы уже отметили, что среди многих тысяч изученных кристаллических структур нет ни одной, противоречащей группам симметрии Е. С. Федорова. Это, конечно, не означает, что нет структур, нет кристаллов, отклоняющихся в том или ином смысле от законов, диктуемых правильными системами. Наоборот, примеров таких отклонений много. К ним относятся структуры с различного рода изоморфными замещениями: нуль-мерными, одно- и двумерными, блочными, нестехиометрические соединения, структуры которых характеризуются избытком или недостатком ионов. В результате этого некоторые правильные системы точек в группе оказываются неполностью занятыми.

Таблица 2

Подгруппы симморфных федоровских групп

Симморфные <i>S</i>	Гемисимморфные <i>h</i>	Асимморфные <i>a</i>
Триклинная сингония		
<i>P1</i> <i>P1̄</i>		
Моноклинные сингония		
<i>P2</i> <i>B2</i>		<i>P2₁</i>
<i>Pm</i> <i>Bm</i>	<i>Pb</i> <i>Bb</i>	
<i>P2/m</i> <i>B2/m</i>	<i>P2/b</i> <i>B2/b</i>	<i>P2_{1m}</i> , <i>P2_{1/b}</i>
Ромбическая сингония		
<i>P222</i> <i>C222</i> <i>F222</i> <i>I222</i>		<i>P222₁</i> , <i>P22₁2₁</i> , <i>P2₁2₁2₁</i> <i>C222₁</i> <i>I2₁2₁2₁</i>
<i>Pmm2</i> <i>Cmm2</i> <i>Amm2</i> <i>Fmm2</i> <i>Imm2</i>	<i>Pcc2</i> , <i>Pma2</i> <i>Pnc2</i> , <i>Pba2</i> , <i>Pnn</i> <i>Ccc2</i> <i>Abm2</i> , <i>Ama2</i> , <i>Aba2</i> <i>Fdd2</i> <i>Iba2</i> , <i>Ima2</i>	<i>Pmc2₁</i> , <i>Pca2₁</i> <i>Pmn2₁</i> , <i>Pna2₁</i> <i>Cmc2₁</i>
<i>Pmmm</i> <i>Cmmm</i> <i>Fmmm</i> <i>Immm</i>	<i>Pnnn</i> , <i>Pccm</i> , <i>Pban</i> <i>Cccm</i> , <i>Cmma</i> , <i>Ccca</i> <i>Fddd</i> <i>Ibam</i>	<i>Pmma</i> , <i>Pnna</i> , <i>Pmna</i> , <i>Pcca</i> , <i>Pbam</i> , <i>Pccn</i> , <i>Pbcm</i> , <i>Pnmm</i> , <i>Pmmn</i> , <i>Pbcn</i> , <i>Pbca</i> , <i>Pmna</i> <i>Cmcm</i> , <i>Cmca</i>

Таблица 2 (продолжение)

Симморфные <i>S</i>	Гемисимморфные <i>h</i>	Асимморфные <i>a</i>
Тетрагональная сингония		
<i>P4</i> <i>I4</i>		<i>P4</i> ₁ , <i>P4</i> ₂ , <i>P4</i> ₃ <i>I4</i> ₁
<i>P</i> $\bar{4}$ <i>I</i> $\bar{4}$		
<i>P4/m</i> <i>I4/m</i>	<i>P4/n</i>	<i>P4</i> ₂ / <i>m</i> , <i>P4</i> ₂ / <i>n</i> <i>I4</i> ₁ / <i>c</i>
<i>P4/22</i> <i>I422</i>		<i>P4</i> ₂ / <i>2</i> ₁ <i>2</i> , <i>P4</i> ₁ <i>22</i> , <i>P4</i> ₁ <i>2</i> ₁ <i>2</i> , <i>P4</i> ₂ <i>22</i> , <i>P4</i> ₂ <i>2</i> ₁ <i>2</i> , <i>P4</i> ₃ <i>22</i> , <i>P4</i> ₃ <i>2</i> ₁ <i>2</i> <i>I4</i> ₁ <i>22</i>
<i>P4mm</i> <i>I4mm</i>	<i>P4bm</i> , <i>P4cc</i> , <i>P4nc</i> <i>I4cm</i>	<i>P4</i> ₂ <i>cm</i> , <i>P4</i> ₂ <i>nm</i> , <i>P4</i> ₂ <i>mc</i> , <i>P4</i> ₂ <i>bc</i> <i>I4</i> ₁ <i>md</i> , <i>I4</i> ₁ <i>cd</i>
<i>P</i> $\bar{4}2m$ <i>P</i> $\bar{4}m2$ <i>I</i> $\bar{4}m2$ <i>I</i> $\bar{4}m2$	<i>P</i> $\bar{4}2c$ <i>P</i> $\bar{4}c2$, <i>P</i> $\bar{4}b2$, <i>P</i> $\bar{4}n2$ <i>I</i> $\bar{4}c2$	<i>P</i> $\bar{4}2$ ₁ <i>m</i> , <i>P</i> $\bar{4}2$ ₁ <i>c</i> <i>I</i> $\bar{4}2$ ₁ <i>d</i>
<i>P4/mmm</i> <i>I4/mmm</i>	<i>P4/mcc</i> , <i>P4/nbm</i> , <i>P4/nnc</i> <i>I4/mcm</i>	<i>P4/mbm</i> , <i>P4/mnc</i> , <i>P4/nmm</i> , <i>P4/ncc</i> , <i>P4/nmc</i> , <i>P4</i> ₂ / <i>mcm</i> , <i>P4</i> ₂ / <i>nbc</i> , <i>P4</i> ₂ / <i>nmn</i> , <i>P4</i> ₂ / <i>mbc</i> , <i>P4</i> ₂ / <i>mnm</i> , <i>P4</i> ₂ / <i>nmc</i> , <i>P4</i> ₂ / <i>nct</i> <i>I4</i> ₁ / <i>nmd</i> , <i>I4</i> ₁ / <i>acd</i>
Тригональная сингония		
<i>P3</i> <i>R3</i>		<i>P3</i> ₁ , <i>P3</i> ₂
<i>P</i> $\bar{3}$ <i>R</i> $\bar{3}$		
<i>P312</i> <i>P321</i> <i>R32</i> <i>P3m1</i> <i>P31m</i> <i>R3m</i>	<i>P3c1</i> <i>P31c</i> <i>R3c</i>	<i>P3</i> ₁ <i>2</i> , <i>P3</i> ₂ <i>12</i> <i>P3</i> ₁ <i>2</i> ₁ , <i>P3</i> ₂ <i>2</i> ₁
<i>P</i> $\bar{3}m1$ <i>P</i> $\bar{3}1m$ <i>R</i> $\bar{3}m$	<i>P</i> $\bar{3}c1$ <i>P</i> $\bar{3}1c$ <i>R</i> $\bar{3}c$	
Гексагональная сингония		
<i>P6</i>		<i>P6</i> ₁ , <i>P6</i> ₅ , <i>P6</i> ₂ , <i>P6</i> ₄ , <i>P6</i> ₃
<i>P</i> $\bar{6}$		
<i>P6/m</i>		<i>P6</i> ₃ / <i>m</i>
<i>P622</i>		<i>P6</i> ₁ <i>22</i> , <i>P6</i> ₅ <i>22</i> , <i>P6</i> ₂ <i>22</i> , <i>P6</i> ₄ <i>22</i> , <i>P6</i> ₃ <i>22</i>

Таблица 2 (продолжение)

Симморфные <i>S</i>	Гемисимморфные <i>h</i>	Асимморфные <i>a</i>
<i>P6mm</i>	<i>P6cc</i>	<i>P6₃cm, P6₃mc</i>
<i>P6m2</i> <i>P62m</i>	<i>P6c2</i> <i>P62c</i>	
<i>P6/mmm</i>	<i>P6/mcc</i>	<i>P6₂/mcm, P6₃/mmc</i>
Кубическая сингония		
<i>P23</i> <i>F23</i> <i>I23</i>		<i>P2₁3</i> <i>I2₁3</i>
<i>Pm3</i> <i>Fm3</i> <i>Im3</i> <i>P432</i> <i>F432</i> <i>I432</i> <i>P43m</i> <i>F43m</i> <i>I43m</i>	<i>Pn3</i> <i>Fd3</i> <i>P43n</i> <i>F43c</i>	<i>Pa3</i> <i>Ia3</i> <i>P4₃32, P4₃32, P4₁32</i> <i>F432</i> <i>I4₁32</i> <i>I43d</i>
<i>Pm3m</i> <i>Fm3m</i> <i>Im3m</i>	<i>Pn3n</i> <i>Fm3c</i>	<i>Pm3n, Pn3m</i> <i>Fd3m, Fd3c</i> <i>Ia3d</i>
73	54	103
		Σ 230

Строго говоря, структура любого реального кристалла при обычной для нас температуре имеет в себе многочисленные тепловые дефекты и, следовательно, отклоняется от идеальной симметрии Е. С. Федорова. Это отнюдь не умаляет значения федоровских групп в наши дни. Наоборот, если бы не было идеальной теории и идеальных законов макро- и микросимметрии, мы бы не смогли изучать и реальный природный кристалл.

Особенностью структурной симметрии (как, впрочем, и морфологической макросимметрии) является неравномерное распределение кристаллов минералов по федоровским группам. Существует немало групп, не имеющих вовсе своих представителей не только среди природных, но и среди искусственных соединений. Наибольшей «популярностью» пользуются асимморфные системы, за ними идут симморфные и сравнительно редки гемисимморфные. По подсчетам С. А. Богомолова (1934), примерное соотношение систем друг к другу можно выразить как отношение $S : h : a = 3 : 2 : 5$. Причины такого рода селекции до сих пор не выяснены. Еще резче неравномерность распределения кристаллических веществ выявляется в встречаемости пространственных групп. Так, симметрия более 50 % изученных веществ описывается всего 10—12 пространственными группами: $P2_1/b$, $Pmna$, $P\bar{3}m1$, $R\bar{3}m$,

$P4/nmm$, $P6_3/mmc$, $Pa3$, $Ia3$, $F\bar{4}3m$, $I\bar{4}3m$, $Fm3m$, $Fd3m$. Обращает на себя внимание, что в этом списке совершенно нет групп гемисимморфных — 5 симморфных, остальные асимморфные.

Пытаясь объяснить наблюдаемую диспропорцию, В. Новацкий пришел к выводу, что не существует общего правила, объясняющего столь жесткую селекцию федоровских групп, действительного для всех кристаллических соединений. Возможную причину этого он видит в природе или взаимодействии между частицами, строящими кристалл, и в характере кристаллического поля, возникающего в их ансамбле (Новацкий, 1949).

Действительно, если рассмотреть симметрию строения минералогически различных классов минералов, например окислов и сульфидов, то, как видно из табл. 3, распределение сравниваемых классов минералов различно как по видам симметрии, так и по федоровским группам. Для сульфидов наиболее типичны группы $Fm3m$, $F\bar{4}3m$, $Pa3$, $6_3/mmc$, $P\bar{3}m1$, $R\bar{3}m$, $Pmna$, $P2_1/b$, для окислов (в рассмотрении не были приняты во внимание окислы, содержащие гидроксил) характерны: $Fd3m$, $Fm3m$, $Ia3$, $P4/nmm$, $I4/mmm$, $P\bar{3}m1$, $R\bar{3}c$, $P2_1/b$.

Особенно резки различия для кубических структур, среди которых у сульфидов преобладают симморфные (70.2%), а среди окислов асимморфные (77.4%) типы пространственных групп.

Таблица 3

Распределение сульфидов и окислов по федоровским группам

Федоровская группа и ее тип	Сульфиды		Окислы	
	число минеральных видов	относительное количество, %	число минеральных видов	относительное количество %
Кубическая сингония				
O_h				
S $Pm3m$	3	1.44	2	0.85
a $Pn3m$	1	0.48	3	1.28
S $Fm3m$	45	21.63	22	9.40
a $Fd3m$	8	3.85	51	21.79
a $Fd3c$	—	—	11	4.70
S $Im3m$	—	—	1	0.42
a $Ia3d$	—	—	1	0.42
	57	27.4	91	38.89
T_d				
S $P\bar{4}3m$	2	0.96	—	—
S $F\bar{4}3m$	14	6.73	—	—
S $I\bar{4}3m$	2	0.96	—	—
a $I\bar{4}3d$	—	—	2	0.85
	18	8.65		
T_h				
a $Pa3$	14	6.73		
a $Ia3$	—	—	18	7.69
	14	6.73	18	7.69

Таблица 3 (продолжение)

Федоровская группа и ее тип	Сульфиды		Оксиды	
	число минеральных видов	относительное количество, %	число минеральных видов	относительное количество, %
<i>T</i>				
<i>S</i> <i>I</i> ₂₃	—	—	1	—
<i>a</i> <i>P</i> _{2,3}	5	2.40	3	1.28
	5	2.40	4	1.70
Всего	94	45.19	115	49.14
Тетрагональная сингония				
<i>D</i> _{4h}				
<i>S</i> <i>P</i> ₄ / <i>mmm</i>	—	—	2	0.85
<i>h</i> <i>P</i> ₄ / <i>mcc</i>	—	—	1	0.43
<i>a</i> <i>P</i> ₄ / <i>nmm</i>	2	0.96	12	5.13
<i>a</i> <i>P</i> ₄ ₂ / <i>mnc</i>	1	0.48	2	0.85
<i>a</i> <i>P</i> ₄ ₂ / <i>mbc</i>	—	—	1	—
<i>a</i> <i>P</i> ₄ ₂ / <i>mnm</i>	—	—	13	5.56
<i>S</i> <i>I</i> ₄ / <i>mmm</i>	—	—	17	7.26
<i>h</i> <i>I</i> ₄ / <i>mcm</i>	1	0.48	—	—
<i>a</i> <i>I</i> ₄ ₁ / <i>amd</i>	—	—	4	1.71
	4	1.92	52	22.22
<i>D</i> ₄				
<i>a</i> <i>P</i> ₄ ₂ ₁ ₂	—	—	1	0.43
<i>D</i> _{2d}				
<i>S</i> <i>P</i> ₄ <i>m</i> ₂	1	0.48	—	—
<i>h</i> <i>P</i> ₄ <i>b</i> ₂	—	—	2	0.85
<i>S</i> <i>I</i> ₄ <i>2m</i>	1	0.48	—	—
	2	0.96	2	0.85
<i>C</i> _{4h}				
<i>a</i> <i>P</i> ₄ ₂ / <i>m</i>	1	0.48	—	—
Всего	7	3.36	55	23.50
Гексагональная сингония				
<i>D</i> _{6h}				
<i>S</i> <i>P</i> ₆ / <i>mmm</i>	1	0.48	—	—
<i>a</i> <i>P</i> ₆ ₃ / <i>mnc</i>	21	10.10	6	2.56
	22	10.58	6	2.56
<i>D</i> ₆				
<i>a</i> <i>P</i> ₆ ₂ ₂	—	—	1	0.43
<i>C</i> _{6v}				
<i>a</i> <i>P</i> ₆ ₃ <i>mc</i>	6	2.88	3	1.28
<i>C</i> _{6h}				
<i>a</i> <i>P</i> ₆ ₃ / <i>m</i>	1	0.48	—	—
Всего	29	19.94	10	4.27

Таблица 3 (продолжение)

Федоровская группа и ее тип	Сульфиды		Окислы	
	число минеральных видов	относительное количество, %	число минеральных видов	относительное количество, %
Тригональная сингония				
D_{3d}				
<i>S P3m1</i>	12	5.77	14	5.98
<i>S R3m</i>	8	3.85	3	1.28
<i>h R3c</i>	—	—	7	2.99
	20	9.62	24	10.26
D_3				
<i>a P3,21</i>	1	0.48	2	0.85
<i>S R32</i>	1	0.48	—	—
	2	0.96	2	0.85
C_{3v}				
<i>S R3m</i>	2	0.96	—	—
<i>h R3c</i>	2	0.96	—	—
	4	1.92	—	—
C_3				
<i>S R3</i>	2	0.96	—	—
Всего	28	13.46	26	11.11
Ромбическая сингония				
D_{2h}				
<i>S Pmmm</i>	1	0.48	—	—
<i>a Pmma</i>	1	0.48	—	—
<i>a Pccn</i>	—	—	1	0.43
<i>a Pbcm</i>	—	—	1	0.43
<i>a Pnnt</i>	4	1.92	—	—
<i>a Pmmn</i>	2	0.96	1	0.43
<i>a Pbca</i>	—	—	2	0.85
<i>a Pmna</i>	12	5.77	5	2.14
<i>a Cmcm</i>	—	—	2	0.85
<i>a Cmca</i>	1	0.48	—	—
<i>h Cmna</i>	3	1.44	—	—
<i>h Ibam</i>	1	0.48	1	0.42
	25	12.02	13	5.56
D_2				
<i>a P2,2,2,2,1</i>	1	0.48	1	0.42
<i>a P2,2,2,2</i>	1	0.48	—	—
<i>a C222,1</i>	—	—	2	0.85
	2	0.96	3	1.28
C_{2v}				
<i>h Pma2</i>	1	0.48	—	—
<i>a Pmn2,1</i>	1	0.48	1	0.43
<i>a Pna2,1</i>	1	0.48	—	—
<i>a Cmc2,1</i>	1	0.48	—	—

Таблица 3 (продолжение)

Федоровская группа и ее тип	Сульфиды		Окислы	
	число минеральных видов	относительное количество, %	число минеральных видов	относительное количество, %
<i>h Abm2</i>	1	0.48	—	—
<i>h Fdd2</i>	1	0.48	1	0.43
	6	2.88	2	0.85
Всего	33	15.86	18	7.69

Моноклинная сингония

<i>C_{2h}</i>				
<i>S P2/m</i>	1	0.48	—	—
<i>a P2₁/m</i>	2	0.96	1	0.43
<i>S B2/m</i>	1	0.48	1	0.43
<i>h P2/b</i>	1	0.48	—	—
<i>a P2₁/b</i>	11	5.29	6	2.56
<i>h B2/b</i>	1	0.48	2	0.85
Всего	17	8.17	10	4.27
<i>S</i> — симморфных	97	46.63	63	26.92
<i>h</i> — гемисимморфных	12	5.77	14	5.99
<i>a</i> — асимморфных	99	47.60	157	67.09

Распределение сульфидов и окислов по видам симметрии также различно (рис. 15). Сульфиды доминируют в гексатетраэдрических — T_d , дигексагонально-дипирамидальных — D_{6h} , ромбодипирамидальных — D_{2h} и призматических — C_{2h} видах симметрии, а окислы — в гексаоктаэдрических — O_h и дитетрагонально-дипирамидальных — D_{4h} видах симметрии. Все это подтверждает важную роль характера межатомной связи в формировании структуры кристалла и, следовательно, его симметрии.

Значение пространственных групп симметрии не ограничивается структурной микрокристаллографией, но оказывает влияние на внешнюю форму кристалла, его морфологию. В 1948 г. И. И. Шафрановским были выведены структурно-кристаллографические разновидности простых форм. Было показано, что внешнее ограничение кристаллов зависит от элементов симметрии федоровских групп.

Две кристаллографические разновидности одной простой формы структуры различны в том случае, если они принадлежат кристаллам, относящимся к разным пространственным группам, или если грани их отличаются расположением относительно элементов симметрии пространственной группы.

Может показаться, что число структурных разновидностей какой-либо простой формы должно равняться числу пространственных групп, в которых данные формы встречаются. Однако это не всегда так. Для 31 простой формы число структурных

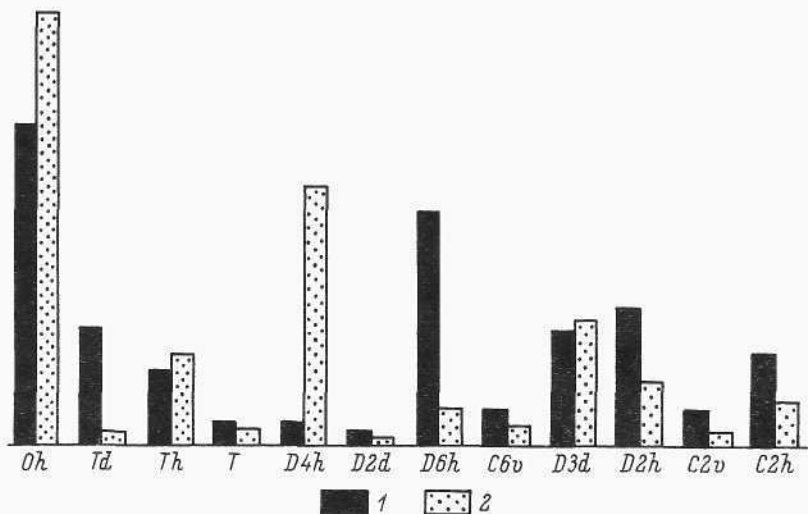


Рис. 15. Распределение сульфидов (1) и оксидов (2) по видам симметрии.

разновидностей равно числу пространственных групп. Например, куб образует 36 разновидностей и встречается в 36 пространственных группах.

Для 16 остальных простых форм число разновидностей превышает число пространственных групп. Так, например, пинакоид образует 211 разновидностей, но встречается в 155 группах. Последнее объясняется тем, что нередко в одной и той же пространственной группе одна простая форма дает несколько разновидностей, отличающихся неодинаковым расположением граней относительно элементов симметрии. Такие разновидности характеризуются различными типами символов.

В качестве примера разберем вывод структурных разновидностей в пространственной группе $C_{2/m}$, относящейся к планаксиальному (призматическому) виду симметрии моноклинной сингонии. В данном виде симметрии присутствуют два типа простых форм: пинакоиды и ромбические призмы. Грани первых перпендикулярны либо двойным осям, либо плоскостям симметрии. Призматические грани расположены косо относительно элементов симметрии. Наличие пинакоидов, перпендикулярных, с одной стороны, плоскости симметрии, а с другой — двойной оси, заставляет их подразделять на две серии кристаллографически различных форм.

На рис. 16 изображены элементы симметрии взятой нами группы. Рассмотрим грань пинакоида (010), перпендикулярную осям 2 и 2 , и параллельную плоскостям m и a . Для нее можно составить следующую формулу структурного различия: $\perp 2 - 2_1 \parallel m - a, l < 0$.

Затем перейдем к граням пинакоидов, перпендикулярных плоскостям $m-a$ и параллельных осям $2-2_1$. Их существует бесконечное множество с общим символом типа $\{hOl\}$. Среди таких граней выделяется одна, в плоскости которой лежит компонента скольжения a . На рис. 16 эта грань совпадает с плоскостью чертежа. Все остальные грани $\{hOl\}$ расположены косо относительно упомянутой компоненты скольжения. Следовательно, лишь для одной грани данной серии плоскость скользящего отражения a сохраняет свое значение. На симметрию остальных граней $\{hOl\}$ она не оказывает влияния. Таким образом, надо различать два сорта структурных разновидностей пинакоида. Это необходимо отразить и в формулах их структурного различия. Исходя из вышесказанного, формулу структурного различия пинакоида $\{hOl\}$, совпадающего с компонентой скольжения a , пишем следующим образом: $\perp m-a \parallel 2-2_1, \bar{1} \parallel a \rightarrow$. Остальные грани типа $\{hOl\}$ характеризуются так: $\perp m-a \parallel 2-2_1, \bar{1} \angle a \rightarrow$.

Необходимо подробнее остановиться на плоскостной симметрии граней, рассматриваемых как односторонние, бесконечно протяженные плоскости (при этом принимается во внимание та симметрия, которая является общей для всей серии сеток, параллельных данной грани).

Для разобранных выше двух разновидностей пинакоида симметрия резко различается. В первом случае грани обладают серией взаимно параллельных, чередующихся через одну из плоскостей симметрии m и плоскостей скользящего отражения a . Во втором случае присутствуют лишь одни, опять-таки взаимно параллельные, плоскости симметрии m (рис. 16).

Грани ромбических призм расположены косо ко всем элементам симметрии рассматриваемой пространственной группы. Для них получаем формулу: $\perp 0 \parallel \bar{1} \angle 2-2_1, m-a$.

Следовательно, в пространственной группе $C2/m$, относящейся к планаксиальному виду моноклинной сингонии, имеется всего четыре структурные разновидности форм — три пинакоида и одна ромбическая призма.

Общая сумма всех разновидностей простых форм составляет 1403. По сингониям они разбиваются следующим образом: триклинная — 2, моноклинная — 46, ромбическая — 342, тетрагональная — 455, гексагональная и тригональная — 298, кубическая — 260.

Итак, в низшей категории сингоний имеется всего 390 разновидностей, в средней — 753 и в высшей — 260.

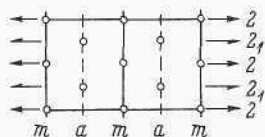


Рис. 16. Федоровская группа $C2/m$ и два типа плоскостной симметрии грани $\{hOl\}$.

Количество разновидностей простых форм параллельно с числом пространственных групп, в которых они встречаются, приведены в табл. 4.

Таблица 4

Сопоставление разновидностей простых форм с числом пространственных групп, в которых они встречаются

Формы	Число разновидностей	Число пространственных групп
Пинакоид	211	155
Тетрагональная призма	126	68
Ромбическая призма	117	65
Тетрагональная дипирамида	94	48
Моноэдр	71	68
Гексагональная призма	57	47
Дитетрагональная призма	54	54
Диэдр	52	29
Тетрагональная пирамида	40	18
Гексаэдр	36	36
Ромбододекаэдр	36	36
Тетрагон-триоктаэдр	30	25
Ромбическая дипирамида	28	28
Гексагональная дипирамида	27	22
Октаэдр	25	25
Тригон-триоктаэдр	25	25
Тетрагексаэдр	24	24
Ромбическая пирамида	22	22
Тригональная призма	22	22
Гексагональная пирамида	21	16
Дитетрагональная дипирамида	20	20
Дигексагональная призма	20	20
Тетрагональный тетраэдр	19	14
Ромбоэдр	18	15
Дитригональная призма	17	17
Тригональная дипирамида	14	12
Тригон-тритетраэдр	14	11
Тригональная пирамида	13	10
Дитетрагональная пирамида	12	12
Тетрагональный скаленоэдр	12	12
Пентагондододекаэдр	12	12
Тетраэдр	11	11
Тетрагон-тритетраэдр	11	11
Тетрагональный трапецоэдр	10	10
Гексаоктаэдр	10	10
Ромбический тетраэдр	9	9
Пентагон-триоктаэдр	8	8
Тригональный трапецоэдр	7	7
Дидодекаэдр	7	7
Дитригональная пирамида	6	6
Дитригональный скаленоэдр	6	6
Гексагональный трапецоэдр	6	6
Гексатетраэдр	6	6
Пентагон-тритетраэдр	5	5
Дитригональная дипирамида	4	4
Дигексагональная пирамида	4	4
Дигексагональная дипирамида	4	4

При использовании структурно-кристаллографических разновидностей простых форм необходимо обращать особое внимание на симметрию отдельно взятых граней и рассматривать их не как конечные многогранники, а как бесконечно протяженные односторонние плоскости. Здесь принимается во внимание симметрия тех узоров, которые наносятся на грани их плоскими сетками, рассматриваемыми с поверхности. Всего возможно 17 плоскостных групп симметрии. Все они изображены на рис. 17. В плоских двумерных группах невозможны винтовые оси симметрии, в результате чего плоскостная симметрия граней может значительно снижаться. Например, грань пинакоида гексагональной сингонии в группе $P6_122$, перпендикулярная шестерной винтовой оси, обладает плоскостной симметрией C_1 , характеризующейся полным отсутствием осей и плоскостей симметрии. Аналогичный пример представляют грани куба в пространственных группах $P2_13$, $P4_132$, также обладающие плоскостной симметрией C_1 , в связи с наличием перпендикулярных к ним винтовых осей 2_1 , 4_1 , 4_3 , при отсутствии простых осей и плоскостей симметрии.

Можно подсчитать, в скольких структурных разновидностях форм встречается та или иная плоская группа. Здесь обнаруживается строгая закономерность в последовательности групп. В табл. 5 приведено число разновидностей простых форм, соответствующих определенной плоской группе n , одновременно указана величина симметрии плоской группы. Как видно из таблицы, количество плоскостных групп (число разновидностей, в которых они встречаются) падает с повышением величины их симметрии.

Реальное значение в кристалломорфологии минералов структурных разновидностей простых форм можно получить с помощью статистических данных, основанных на богатейшем материале по кристаллическим формам минералов. На примере отдельных минералов можно убедиться в преобладающем значении в огранке кристаллов граней с высокой плоскостной симметрией. Эта закономерность иллюстрируется данными табл. 6, полученной суммированием 19 тетрагональных минералов, взятых из справочника «Определитель кристаллов». Сюда относятся (в-олово, литаргит, анатаз, рутил, циркон, касситерит, шеелит, селлаит, халькопирит, ксенотим, повеллит, вульфенит, каломель, гаусманит, апофиллит, галенит, везувиан, митчерлихит, меллит.

В строке, соответствующей наиболее высокой величине симметрии, стоят лишь габитусные грани. Следующая строка, отвечающая величине симметрии 4, содержит больше всего габитусных граней, меньше средних и лишь одну малую грань. В строке с величиной симметрии 2 находятся приблизительно равные количества габитусных средних и мелких граней. Наконец, строка с величиной симметрии 1 содержит меньше всего габитусных форм, больше средних и максимальное число мелких граней. Правый вертикальный столбец показывает возрастание числа форм с падением величины симметрии. Трудно представить более наглядное проявление закономерности, согласно которой высоко-

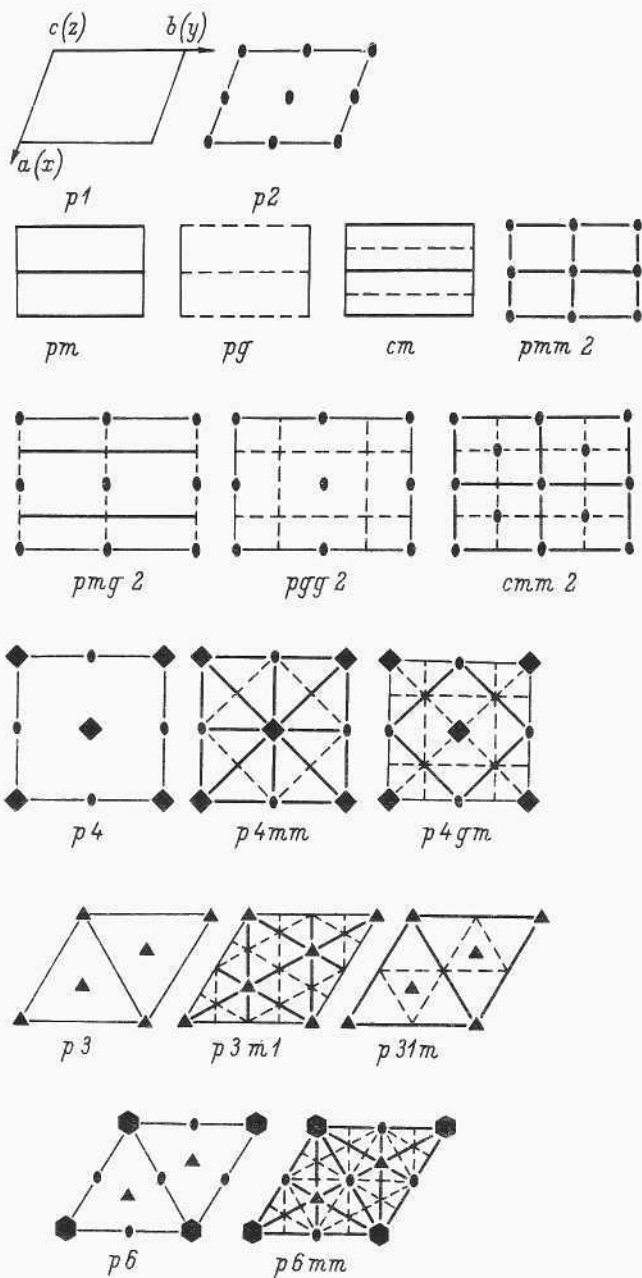


Рис. 17. Графическое изображение 17 плоских групп G_2 и правильные системы точек, их характеризующие.

симметричные грани являются одновременно и важнейшими гранями в отношении величины.

Интересно сравнить количество теоретически возможных форм, соответствующих той или иной величине симметрии, с числом (табл. 7) реально проявляющихся граней для тех же 19 тетрагональных минералов.

Как видно из таблицы, формы с высокой симметрией (8 и 4) почти нацело проявляются в виде реальных граней, число же реальных форм с низкой симметрией представляет лишь ничтожную долю теоретически возможных случаев.

Зависимость развития и частоты встречаемости граней от их бесконечной плоскостной симметрии позволяет с известной долей вероятности предугадывать важнейшие формы кристаллов, соответствующие различным пространственным группам симметрии.

Параллельно с развитием учения о макро- и микросимметрии кристаллов и почти независимо от него развивалось и учение о кристаллической решетке. После вывода О. Браве 14 возможных в кристаллическом веществе решеток наиболее значительная работа в этом направлении была проделана Е. С. Федоровым и его сотрудниками. Опираясь на достижения своих предшественников — Р.-Ж. Гаюи и О. Браве, Е. С. Федоров до конца исследовал проблему выполнения пространства параллельно ориентированными многогранниками — параллелоэдрами. Всего различающихся числом граней оказалось 4 параллелоэдра, названные по числу параллельных граней три-, тетра-, гекса- и гептапараллелоэдрами. Наиболее симметричными параллелоэдрами, из которых можно получить любые другие менее симметричные, были куб, гексагональная призма, ромбододекаэдр и особый, открытый Е. С. Федоровым, полуправильный многогранник, представляющий комбинацию куба и октаэдра, в которой все ребра фигуры оказывались равными.

Если вместо совокупности выполняющих пространство параллелоэдров рассмотреть только их центры тяжести, то в зависимости от вида многогранника получим одну из основных решеток Браве.

Совокупность трипараллелоэдров отвечает примитивной решетке Браве, тетрапараллелоэдров — гексагональной призматической, гексапараллелоэдров — гранецентрированной и гептапараллелоэдров — объемцентрированной решетке. Соответственно этому четыре основные решетки были названы Е. С. Федоровым гексаэдрической (получаемой укладкой кубов), призматической (укладка гексагональных призм), додекаэдрической (укладка ромбододекаэдров) и октаэдрической (укладка особого федоровского кубооктаэдра).

Смысл, который вкладывал Е. С. Федоров в существующую связь между параллелоэдрами, выполняющими пространство и решетками Браве, заключался в том, что в отличие от Браве, отождествляющего частицы кристалла с точками-узлами решетки, Е. С. Федоров рассматривал частицы, строящие решетку вместе

Плоскостная симметрия и число структурно-кристаллографических простых форм

Плоскостная группа	Число разновидностей	Величина симметрии	Плоскостная группа	Число разновидностей	Величина симметрии
C_1^1	715	1	C_{2v}^4	21	4
C_s^1	187	2	C_4^1	18	4
C_2^2	125	2	C_{3v}^1	10	6
C_2^1	123	2	C_{3v}^2	10	6
C_3^1	47	3	C_{4v}^1	9	9
C_{2v}^1	36	4	C_{4v}^2	5	8
C_{2v}^3	36	4	C_6^1	5	6
C_s^3	27	4	C_{6v}^1	2	12
C_{2v}^2	27	4		Σ 1403	

Таблица 6

Распространенность граней на кристаллах тетрагональных минералов

Величина симметрии	Число граней			Σ
	габитусные	средние	малые	
8	3	—	—	3
4	24	5	1	30
2	46	33	38	117
1	19	49	73	141
Σ	92	87	112	

Таблица 7

Число теоретически возможных и реально установленных форм на тетрагональных кристаллах

Величина симметрии	Теоретическое число форм	Число реально установленных форм	Процент реальных форм по отношению к теоретическому
8	3	3	100
4	33	30	91
2	∞	117	—
1	∞	141	—

с окружающим их пространством. Частицы приобретали определенную форму и вместе с тем образовывали решетку со всеми присущими ей свойствами, важнейшим из которых являлась различная ретикулярная плотность (число частиц, приходящихся на единицу площади) у сеток (в макрокристаллографии — граней), не связанных друг с другом элементами симметрии (рис. 11). В отличие от своего предшественника Е. С. Федоров не только принимает за основу 14 решеток, но и устанавливает между

ними генетическое родство, выводя путем однородных деформаций из высокосимметричных гексагональной и кубических решеток остальные менее симметричные. Таким образом, по Е. С. Федорову, одна и та же решетка Браве может быть получена различными путями. На рис. 18 можно видеть, что, например, существуют две ромбические центрированные J-решетки, связанные с двумя различными кубическими структурами, девять моноклинных C-решеток и т. д.

Таким образом, во взглядах Е. С. Федорова на строение кристалла мы видим как бы синтез двух эпохальных теорий: Гаюи с его представлениями о существовании многогранных молекул, без промежутков строящих кристалл, и дискретной решетки — теорией строения Браве.

Не ограничиваясь теоретическим рассмотрением проблемы, Е. С. Федоров уже с конца XIX столетия искал практические пути экспериментального подтверждения своих взглядов. В изданном им и развиваемом его учениками и сотрудниками кристаллохимическом анализе были указаны возможные пути определения структуры реальных кристаллов. Метод определения структуры кристалла состоял из гониометрических измерений как можно большего числа кристаллов данного вещества, определения его важнейших поясов, выявления статистического порядка различных граней по их встречаемости и степени развития, придания кристаллу правильной (т. е. отвечающей федоровскому типу структуры) установки, вычисления теоретической плотности сеток, соответствующих имеющимся граням, и сравнения с реальной последовательностью граней, установления того или иного типа структуры. Уже из этого весьма схематичного перечня операций по определению структуры кристалла видно, что метод позволил определять не действительную структуру кристаллического тела, а только его решетку Браве или, как принято сейчас говорить, трансляционную группу кристалла. Этим замечанием мы не умаляем и не пытаемся умалить работы Е. С. Федорова. Нельзя забывать того, что предложенный Е. С. Федоровым метод определения внутреннего строения кристалла по его внешним формам является первой попыткой косвенного определения расположения элементарных частиц в кристаллах. Если определение структуры в его кристаллохимическом анализе и не дает окончательного ответа на положение атомов в кристаллической структуре, то важность второй части исследования — определение вещества исследуемого кристалла — остается актуальной и ныне.

Новая попытка расширить классический закон Браве с чисто геометрической точки зрения, заменив решетку совокупностью элементов симметрии пространственных групп, дана в работах И. Д. Х. Доннея и Д. Харкера (Шафрановский, 1957). Как указано выше, закон О. Браве в том виде, как его понимали Е. С. Федоров, Г. Фридель и др., носит характер лишь первого приближения. Отклонение в развитии реальных граней от теоретической последовательности объясняется более сложным располо-

Кубический тип			Характер деформации
Гексаэдрическая структура - h	Октаэдрическая структура - o	Додекаэдрическая структура - d	
<p>Куб. P</p> <p>Тетр. P</p> <p>Триг. R</p> <p>Ромб. P</p> <p>Мон. P</p> <p>Трикл. P</p>	<p>Куб. J</p> <p>Тетр. J</p> <p>Триг. R</p> <p>Ромб. F</p> <p>Мон. C</p> <p>Трикл. P</p>	<p>Куб. F</p> <p>Тетр. J</p> <p>Триг. R</p> <p>Ромб. J</p> <p>Мон. C</p> <p>Трикл. P</p>	<p>Гекс. P</p> <p>Гекс. P</p> <p>Ромб. C</p> <p>Мон. C</p> <p>Трикл. P</p>
<p>Растяжение или сжатие по главной оси</p>	<p>Растяжение или сжатие 1 главной оси</p>	<p>Растяжение или сжатие 1 главной оси</p>	<p>сдвиг 1 главной оси</p>
<p>Второй сдвиг</p>			

Рис. 18. Связь структур Е. С. Федорова с решетками Браве.

жением частиц в реальной структуре, отличающимся от схематического расположения узлов решетки Браве. В связи с этим И. Д. Х. Донней и Д. Харкер предложили расширить закон Браве, приняв во внимание одно из наиболее важных свойств структуры — ее симметрию. Для этого они обращаются к 230 пространственным группам. В последних в отличие от групп макросимметрии возможны два типа сложных элементов симметрии — винтовые оси и плоскости скользящего отражения. Часть их присуща самим решеткам Браве. Донней и Харкер принимают во внимание лишь те винтовые оси и плоскости скользящего отражения, которые не входят в состав трансляционных решеток, появляясь лишь после сложения с ними. Воздействие их заключается в создании добавочных узлов, лежащих вне узлов простой трансляционной решетки. Эти новые узлы не выводятся из любого узла решетки путем трансляции. Они могут быть получены с помощью трансляций, соединенных с вращениями вокруг осей или отражениями в плоскостях. Узлы простой решетки Браве находятся в параллельной ориентировке. Добавочные узлы или повернуты относительно их, или соответствуют их отражениям.

Донней и Харкер доказывают, что добавочные узлы, рассматриваемые наравне с узлами пространственной решетки, резко меняют ретикулярную плотность граней, перпендикулярных винтовым осям, и некоторых граней, перпендикулярных плоскостям скользящего отражения. Морфологическое значение таких граней оказывается пониженным.

В самом деле, представим себе плоскость, перпендикулярную простой оси порядка n . Новая частица, взятая в данной плоскости, повторится вокруг оси n -раз, причем все эти n -частицы будут лежать в одной и той же плоскости. Совсем иная картина получится в случае плоскости, перпендикулярной винтовой оси того же порядка n . Здесь частицы будут также повторяться вокруг оси n раз, но все они, располагаясь вдоль винтовой линии, окажутся лежащими не в одной плоскости, а в n разных плоскостях (как бы в разных этажах), перпендикулярных оси. В связи с этим ретикулярная плотность грани, перпендикулярной винтовой оси порядка n , в n раз меньше плотности грани, перпендикулярной простой оси того же порядка. Аналогичные рассуждения показывают, что грани, перпендикулярные плоскости скользящего отражения, но не совпадающие с компонентами скольжения, имеют вдвое меньшую плотность по сравнению с имеющими плоскости симметрии.

Зная симметрию пространственной группы, можно предсказать ее влияние на развитие форм. И наоборот, морфологические особенности дают указание на принадлежность кристаллов к той или иной пространственной группе (точнее, к тому или иному семейству пространственных групп).

Для символов граней, перпендикулярных винтовым осям или плоскостям скользящего отражения, а также имеющих пониженную плотность в связи с центрировкой решетки, Донней и Харкер

предложили ввести усложненные индексы. Введение таких индексов в формулу, по которой рассчитывается ретикулярная плотность, дает возможность сразу же вычислить ее значение с учетом дополнительных узлов. Площадь элементарного параллелограмма сетки вычисляется по формуле

$$S_{hkl}^2 = h^2 S_{100}^2 + k^2 S_{010}^2 + l^2 S_{001}^2 + 2(hkS_{100}S_{010} \cos \nu + hlS_{100}S_{001} \cos \mu + lkS_{001} \times \\ \times S_{010} \cos \lambda),$$

где $S_{010} = bc \sin \alpha$, $S_{010} = ca \sin \beta$, $S_{001} = ab \sin \gamma$, $\lambda = (010) : (001)$, $\mu = (001) : (100)$, $\nu = (100) : (010)$.

Величина S_{hkl} , как видно из формулы, увеличивается в n раз, если умножить все три индекса на n (n — любое число). Поэтому для любой грани (hkl) , перпендикулярной винтовой оси порядка n , символ, по Доннею и Харкеру, примет вид $(nh \ nk \ nl)$.

В результате Донней и Харкер пришли к следующей обобщающей формулировке закона Браве: *морфологическое значение грани кристалла обратно пропорционально площади элементарного параллелограмма сетки в примитивной решетке, при условии отсутствия винтовых осей и плоскостей скользящего отражения в пространственной группе.*

Влияние центрировки решетки, действие винтовых осей и плоскостей скользящего отражения приводят к замене в формуле S индексов грани индексами, умноженными в несколько раз.

Этот обобщенный и расширенный закон Браве является чисто геометрическим, всецело основанным на расположении элементов симметрии в ячейке. Он не считается с расположением различных атомов, с их природой, их весом, связями и прочими физическими свойствами, очевидно, влияющими на развитие кристаллических форм. Поэтому новая интерпретация закона Браве имеет, так же как и прежняя, лишь приближенное схематическое значение.

В настоящее время подробное рассмотрение большого количества кристаллических веществ с известной пространственной группой показало огромное влияние симметрии кристаллов на их внешнюю форму. Влияние симметрии пространственных групп, хотя и не является единственным фактором, но все же накладывает резкий отпечаток на развитие граней. Многие аномальные отклонения в развитии форм от теоретического значения, прежде поражавшие кристаллографов, нашли свое истолкование с помощью учета симметрии соответственных пространственных групп.

Эффектный пример в этом отношении представляет кварц. Известно, что пинакоид на кварце отсутствует, несмотря на то что в гексагональной трансляционной решетке кварца первое место по плотности занимает сетка пинакоида $\{0001\}$. Теоретически последовательность важнейших форм кварца, по Браве, следующая: $\{0001\}$, $\{10\bar{1}0\}$, $\{10\bar{1}1\}$, $\{11\bar{2}0\}$, $\{11\bar{2}1\}$, $\{11\bar{2}2\}$. Тройная винтовая ось симметрии кварца является винтовой осью с компонентой скольжения $c/3$. Следовательно, на расстоянии $c/3$ появляются три геометрически эквивалентные пинакоидальные сетки, повернутые друг относительно друга на 120° . В связи с этим, согласно

Доннею и Харкеру, пинакоид кварца должен обозначаться символом $\{0003\}$, а не $\{0001\}$. Если теперь определить теоретическую важность пинакоида, то он окажется на восьмом месте. Теоретическая последовательность главных форм кварца, по Доннею и Харкеру, в общем согласуется с реальным развитием граней кварца: $\{10\bar{1}0\}$, $\{10\bar{1}1\}$, $\{11\bar{2}0\}$, $\{10\bar{1}2\}$, $\{11\bar{2}1\}$, $\{20\bar{2}1\}$, $\{11\bar{2}2\}$, $\{0003\}$ и т. д. Некоторую аномалию представляет лишь форма $\{11\bar{2}0\}$, весьма редко наблюдавшаяся на кварце.

Не менее эффектно объясняется при помощи симметрии пространственных групп редкость пинакоида на цирконе (Шафрановский, 1945, 1948) и целый ряд других прежде непонятных аномалий.

Не следует, однако, забывать, что и в своем расширенном виде закон Браве остается лишь приближенной, чисто геометрической схемой, объясняющей далеко не все особенности в развитии кристаллических граней, хотя статистическое обозрение кристаллов в общем подтверждает значение учета симметрии пространственной группы.

Исходя из симметрии пространственной группы и вводя в обиход морфологической кристаллографии символы индекса, которые в необходимых случаях представляют собой не взаимно простые числа, а содержат общий множитель, Донней и Харкер по сути дела прибегали к структурному фактору, широко используемому при рентгеноанализе кристаллических структур. С помощью структурного фактора можно определить порядок интенсивности для тех или иных плоских сеток. Те случаи, когда для некоторой плоской сетки структурный фактор обращается в нуль, соответствуют перестановке грани, параллельной этой сетке, на более низкое место в последовательности форм. Это перемещение идет в соответствии с тем порядком отражения рентгеновских лучей от плоской сетки, при котором структурный фактор имеет большее значение.

При таком представлении становится ясным, что список последовательности граней должен находиться в соответствии с наиболее сильными отражениями рентгеновских лучей от кристалла. Рентгеновским методом, регистрирующим наиболее интенсивные отражения, является метод Дебая (метод порошка). Этим методом получают список отражений, составленный в порядке убывания величин межплоскостных расстояний d/n . Линии на снимке порошка имеют различную интенсивность — обычно оцениваются на глаз по десятибалльной шкале. Если между плоскими сетками hkl данного порядка не находится никаких других атомов, интенсивность этого порядка должна быть максимальной. Если такие атомы уже существуют, то интенсивность отражения уменьшится. Когда дополнительные атомы составляют аналогичную плоскую сетку на середине межплоскостного расстояния, интенсивность отражения обращается в нуль.

Таким образом, наиболее интенсивные линии дебаеграммы, выписанные в порядке убывания d/n , указывают на самые важные

границ кристалла. Это обстоятельство позволяет использовать любой рентгенометрический определитель минералов для определения наиболее важных граней кристаллов.

Практическая проверка в общем подтверждает справедливость высказанных соображений (табл. 8).

Следует обратить внимание на большое количество совпадений данных статистической последовательности с последовательностью граней, определенных по рентгенограмме. В этом отношении дебаграммы дают более удовлетворительные результаты, чем теоретический метод Доннея—Харкера.

Необходимо указать, что по методу Доннея—Харкера для веществ, имеющих одну и ту же пространственную группу, например NaCl, KCl, MgO, CaF₂ и т. п., будут получаться одни и те же результаты, в то время как реальные кристаллы при этом могут иметь различные структуры и морфологические облики. Преимуществом рентгеновского метода является отсутствие необходимости в знании пространственной группы симметрии, без которых невозможны теоретические расчеты по методу Доннея—Харкера.

При просмотре материала, относящегося к другим минералам, было установлено, что некоторые грани, в достаточной степени раз-

Таблица 8

Сравнение статистической важности граней (Стат.) с последовательностью сеток, найденных по рентгенограммам (РОМ) и Доннею—Харкеру (Д—Х) для кристаллов кубической сингонии

Минерал	Стат.	РОМ	Д—Х	Минерал	Стат.	РОМ	Д—Х
Золото	111	111	111	Шпинель	111	113	111
	100	100	100		110	100	110
	110	110	110		113	111	113
Сфалерит		113	113		100	110	100
	110	111	111	Галит	100	100	111
	111	110	100		111	110	100
	100	113	110		120	111	110
	113	331	113		112	120	113
112	112		110		112		
Галенит	100	111	111				
	111	100	100				
	110	110	110				
	113	113	113				
Пирит	100	100	111				
	120	120	100				
	111	112	120				
	113	113	112				
Периклаз				Анальцим	112	212	112
	111	111	111		100	100	110
	100	100	100		332	332	123
		110	110				100
Уранинит		120	113				
	111	111	111	Гранаты	110	120	112
	100	100	100		112	112	110
	110	110	110		123	230	123
	113	113			123	100	

витые на кристаллах, отсутствуют в списке рентгеноопределителя. Очевидно, такие грани в структурном отношении являются менее важными и развиваются вследствие благоприятных условий, связанных с окружениями другими гранями. Поэтому они должны считаться фиктивно, а не истинно важными гранями.

С другой стороны, следует отмечать случаи, когда сетки, дающие интенсивные линии на рентгенограмме, весьма редко образуют реальные грани кристалла (например {1122} кварца). Редкость таких граней объясняется опять-таки окружением других более важных форм, неблагоприятствующих развитию данной и при этом расположенных под тупыми углами к ней. Важность формы {1122} сказывается в том, что она является двойниковой плоскостью японских двойников кварца и неизменно присутствует на поверхности растворения кварца, а также среди мелких регенерирующих граней.

Используя рентгенометрические методы для выявления важных граней кристаллов, мы принимаем наиболее интенсивные линии на дебаеграмме. Как известно, интенсивность линии зависит не только от структурного фактора в общем смысле, но и от фактора повторяемости. При исключении фактора повторяемости получено менее удовлетворительное совпадение результатов со статистическими данными. Несмотря на это пока не нашедшее должного объяснения обстоятельство, рентгенометрический способ заслуживает внимания, так как он всецело базируется на экспериментальных данных

ПРИНЦИП ПЛОТНЕЙШИХ УПАКОВОК И СТРОЕНИЕ КРИСТАЛЛОВ

Кристаллическое вещество представляет собой наиболее конденсированное состояние материи в литосфере. Оно достигается наибольшим по сравнению с другими состояниями (жидким, газообразным) сближением частиц (атомов, ионов, молекул) и, следовательно, характеризуется максимально плотным заполнением этими частицами пространства.

О плотнейших укладках частиц — корпускул — писали, как мы уже отмечали выше, И. Кеплер, Р. Гук, И. Ньютон, Х. Гюйгенс, М. В. Ломоносов, многие другие естествоиспытатели и философы.

В своем новогоднем послании королевскому советнику и другу В. фон Вакенфелсу «О шестиугольном снеге» Кеплер в 1611 г. рассмотрел вопрос о возможных укладках равных шаров на плоскости и в пространстве и установил наиболее плотную укладку

их, заполняющую $\frac{\pi\sqrt{2}}{6} \cdot 100\%$ пространства. Почти четыре столетия прошло с тех пор, как И. Кеплер опубликовал свои наблюдения. За это время было установлено бесконечное множество способов плотнейших укладок шаров, дающих один и тот же процент заполнения пространства, доказана применимость этих законов

к описанию структур кристаллов, но исчерпывающего строгого доказательства, что получающиеся укладки являются плотнейшими из возможных, пока не найдено.

В 1749 г. М. В. Ломоносов очень ярко и образно описал строение кристаллов селитры исходя из принципа плотного расположения частиц. Он писал: «частицы селитры имеют сферическую форму, к каковой по большей части стремятся мельчайшие природные тела, собирающиеся в кучу. . . , шесть корпускул расположены друг около друга так, что прямые линии, соединяющие их центры, образуют равносторонние треугольники. В результате получается фигура, ограниченная шестью линиями, подобная разрезу призм, образуемых селитрою. Частицы селитры, размещенные таким образом почти в бесчисленном числе, образуют кристаллические призмы селитры». Примечательна оценка самого Ломоносова выдвинутой им гипотезы: «Хотя все это создано силой воображения, но согласуется с природой составных частей селитры и ее внешним видом, а потому представляется заслуживающим некоторого доверия» (Ломоносов, 1951, с. 273—275).

Как видно из приведенных цитат, М. В. Ломоносов предвосхитил современную теорию строения кристаллов и может считаться основателем структурной морфологии кристаллов.

В то же время плотнейшие упаковки шаров были досконально изучены Н. В. Беловым и применены для расшифровки и моделирования кристаллических структур (Белов, 1947).

Сама по себе геометрическая задача о плотнейшем заполнении пространства равновеликими шарами, как было упомянуто выше, имеет бесконечное количество решений. Однако для кристаллографии наибольшее значение имеют не более десятка решений, из которых два являются основными.

Плотнейшее расположение шаров на плоскости невариантно и в точности соответствует описанию М. В. Ломоносова. Получающийся слой, в котором шары занимают вершины правильных треугольников, имеет симметрию. Все остальные упаковки могут быть получены плотной укладкой таких слоев друг на друга, причем шары верхних слоев должны входить в лунки нижних. Можно так уложить слои, что шары третьего слоя (и в дальнейшем все нечетные) будут располагаться точно над шарами первого, при этом возникает двуслойная упаковка . . . |AB|AB| . . . Существует и другой вариант, когда шары третьего слоя будут находиться над треугольными лунками первого и только четвертый слой повторит первый. При этом условии возникнет трехслойная упаковка |ABC|ABC|. Легко представить себе путем комбинации букв А, В, С, что существует множество других плотнейших упаковок. Например, |ABAC| — соответствует четырехслойной «топазовой» упаковке, |ABCACB| — шестислойной «рамзаитовой» и т. д.

Кроме обозначения упаковок с помощью букв А, В и С существуют и другие, позволяющие более детально представлять их свойства. Особенно удобен, как будет видно из дальнейшего,

способ обозначения их с помощью букв г (гексагональная) и к (кубическая), предложенный Н. В. Беловым. Буква г обозначает слой упаковки, расположенный между парами одной ориентации, например $\begin{vmatrix} AB \\ \Gamma\Gamma \end{vmatrix} \begin{vmatrix} AB \\ \Gamma\Gamma \end{vmatrix} \begin{vmatrix} AB \\ \Gamma\Gamma \end{vmatrix}$, а буква к — слой, зажатый между слоями

противоположной ориентировки: $\begin{vmatrix} ABC \\ ккк \end{vmatrix} \begin{vmatrix} ABC \\ ккк \end{vmatrix} \begin{vmatrix} ABC \\ ккк \end{vmatrix} \dots$ или в более сложном случае, например девятислойной упаковки, $\begin{vmatrix} ABABCACBC \\ кггкккггк \end{vmatrix} \begin{vmatrix} ABABCACBC \\ кггкккггк \end{vmatrix} \dots$

Если рассмотреть один плотно упакованный слой, то, очевидно, что через центры шаров проходят оси 6 и плоскость симметрии в числе, равном порядку оси. Через промежутки между шарами проходят оси 3 и такое же количество плоскостей симметрии. Отсюда следует, что минимальная симметрия плотнейшей упаковки не может быть ниже $3m$, такие упаковки получаются в случае совершенно произвольной укладки слоев. Если порядок укладки слоев А, В, С ограничен некоторой периодичностью, то группа симметрии $3m$ будет являться подгруппой более высокой симметрии. В периодических упаковках возможно появление шестерных инверсионных, зеркально-поворотных и винтовых осей.

Кроме вертикальных элементов симметрии, проходящих нормально к плотно упакованным слоям, возможны горизонтальные (параллельно плотно упакованным слоям) и в одном частном случае косые элементы симметрии. Эти добавочные элементы симметрии могут быть найдены при рассмотрении формулы Белова. Слой, отвечающий букве г, разбивает всю бесконечную упаковку на две симметричные части. Следовательно, букве г в формуле соответствует горизонтальная плоскость симметрии (II). Центры (х) симметрии лежат в слоях (совпадают с центрами шаров), соответствующих букве к, или между слоями кк или гг, если эта пара одинаковых букв рассекает формулу на две зеркально-симметричные части:

$$\begin{array}{c} \dot{A}BCABCACBCA\dot{B}A \\ \dot{\Gamma}ккккккгккккк\dot{\Gamma} \\ \parallel \quad x \quad \parallel \quad x \quad \parallel \\ \dots | AB | AB | AB | \dots = \dots | \Gamma\Gamma | \Gamma\Gamma | \Gamma\Gamma | \dots \\ \parallel x \parallel x \parallel x \parallel x \parallel \\ \dots | ABC | ABC | \dots = \dots | ккк | ккк | \\ | x x x | x x x | \end{array}$$

Принимая во внимание все сказанное, можно доказать, что существует всего восемь федоровских групп симметрии возможных для плотнейших упаковок равновеликих шаров: $P3m$, $R3m$, $P\bar{3}m1$, $R\bar{3}m$, $P6m2$, $P\bar{6}_3mc$, $P6_3/mmc$ и $Fm\bar{3}m$. Первые семь пространственных групп относятся к гексагональной или тригональной сингониям и лишь восьмая — к кубической сингонии.

Простейшая, двуслойная плотнейшая упаковка $|AB|AB|$ имеет симметрию $P6_3/mmc$, а следующая за ней трехслойная $|ABC|ABC|$ —

ГмЗм. Отсюда и другое название упаковок $|гг|гг|гг|$ — гексагональная и $|ккк|ккк|$ — кубическая. Все остальные многослойные упаковки по симметрии будут относиться к гексагональной сингонии. Под гексагональной сингонией мы вслед за Г. Б. Бокием подразумеваем «гексагональную сингонию» в широком смысле слова, т. е. включающую две сингонии тригональную и гексагональную.

В современных классификациях видов симметрии часто тригональная сингония отделена от гексагональной и между ними вписана тетрагональная сингония. Это на первый взгляд удобно, так как следует порядку целых чисел 1, 2, 3, 4, 6, но нарушает естественные связи между видами симметрии. Виды тетрагональной сингонии тяготеют к ромбическим и кубическим видам, а гексагональные — к тригональным. Последнее обстоятельство находит свое выражение и в симметрии плотнейших упаковок шаров.

Среди минералов и искусственных соединений наиболее важны гексагональная и кубическая плотнейшие упаковки. Структуры многих простых веществ и особенно металлов можно представить как плотнейшую упаковку атомов (точнее ионов металла). Например, Be , Mg , Zn , Cd , Y , Os имеют гексагональную двухслойную плотно упакованную структуру. Плотнейшей кубической упаковкой обладают структуры Al , Cu , Ag , Au , Pb . Встречаются (но редко) среди простых веществ и многослойные плотнейшие упаковки. Так, например, самарий образует девятислойную упаковку $к|кггкккгк|к...$

Для всех упаковок характерны и играют важную роль в структурах пустоты между шарами упаковки. В каждой упаковке их два сорта. Одни пустоты образованы 4 шарами, их называют тетраэдрическими, так как центры шаров располагаются по вершинам правильного тетраэдра, другие — 6 шарами. Центры этих шаров расположены по вершинам октаэдра и называются октаэдрическими. Число обоих сортов пустот постоянно: в упаковке из n -шаров присутствуют $2n$ тетраэдрических и n октаэдрических пустот.

Многие ионные соединения и минералы представляют собой плотно упакованные структуры, в которых атомы занимают места шаров, а катионы располагаются в пустотах между атомными шарами. Многие бинарные соединения могут служить хорошей иллюстрацией сказанному. Сфалерит ZnS — сера занимают места шаров ПКУ, ионы Zn^{2+} занимают половину имеющихся тетраэдрических пустот. Li_2O — ионы Li^{2+} занимают все тетраэдрические пустоты ПКУ. Галит $NaCl$ — ионы Na^+ располагаются в октаэдрических пустотах. Li_3Bi — ионы Li^{3+} занимают как тетраэдрические, так и октаэдрические пустоты (рис. 19). В этих соединениях строение и стехиометрический состав оказываются взаимосвязанными.

Может сложиться впечатление, что симметрия структур, построенных на принципе плотнейшей упаковки, должна обязательно отвечать указанным выше федоровским группам. На самом деле

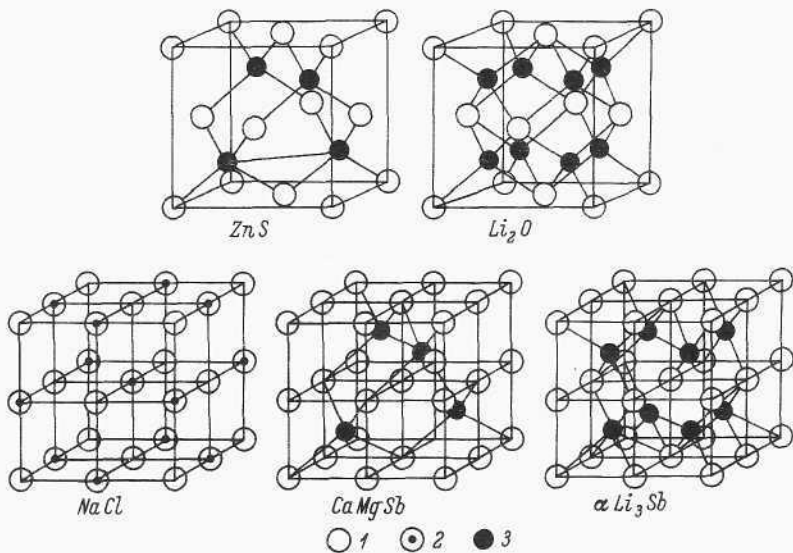


Рис. 19. Заполнение пустот катионами в плотнейшей кубической упаковке:

/ — анионы; 2 — катионы в октаэдрических пустотах; 3 — катионы в тетраэдрических пустотах.

это не так. Плотные упакованные структуры могут относиться к любой сингонии, любой пространственной группе. Происходит это, в частности, потому, что характер заселения катионами пустот, упаковка могут изменять ее симметрию. Например, структуры (табл. 9) полиморфических разновидностей TiO_2 — рутила, анатаза и брукита, построенных по принципу гексагональной, кубической и четырехслойной «топазовой» упаковок. Характер же заселения половины октаэдрических пустот таков, что рутил и анатаз имеют тетрагональные структуры, брукит — ромбическую. Кроме способа заселения пустот плотнейшей упаковки на симметрию структуры оказывает влияние и ее искажение: смещение и поляризация анионов под влиянием кристаллического поля. Эти отклонения от идеального положения шаров-анионов можно видеть и в структуре рутила, где два аниона, окружающих Ti^{4+} , расположены

Таблица 9

Симметрия кристаллов TiO_2 с плотнейшей упаковкой анионов

Минерал	Тип плотнейшей упаковки	Симметрия плотнейшей упаковки	Симметрия кристалла
Рутил	гг гг	$P6_3/mmc$	$P4/mnm$
Анатаз	ккк ккк	$Fm\bar{3}m$	$I4/amd$
Брукит	кгкг кгкг	$P6_3/mmc$	$Pbca$

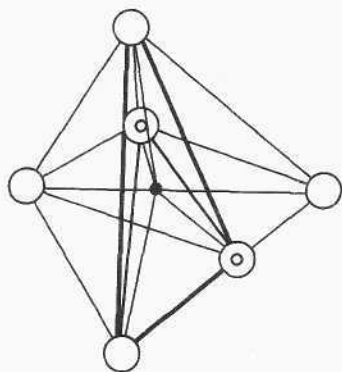


Рис. 20. Октаэдрическая координация Ti^{4+} в анатазе (четыре аниона O^{2-} , находящихся на ближайшем расстоянии, образуют тетраэдр, два O^{2-} сверху и снизу дополняют его до октаэдра)

ближе к нему, чем остальные четыре. В бруките расстояния $Ti-O$ меняются от 1.87 до 2.04 Å, а анатаза, где октаэдрическая координация титана $[TiO_6]$ настолько деформирована, что более похожа на тетраэдрическую, плюс два иона кислорода сверху и снизу (рис. 20).

Приведенные примеры одновременно показывают, что плотнейшие упаковки, как и многие другие геометрические образы кристаллографии (решетка, правильные системы точек и т. д.), представляют собой идеальные модели кристаллических структур, облегчающие восприятие, но не являющиеся их точными копиями. Это видно еще и из следующих соображений. В ПКУ благодаря ее симметрии $Fm\bar{3}m$ нет единичных направлений. Все направления являются симметрично-равными. В этих условиях атомы или ионы, строящие такую упаковку, можно без большой погрешности аппроксимировать шарами. В гексагональной плотнейшей упаковке условия существенно иные. Здесь имеются одна плотно упакованная плоскость и одна ось симметрии 3(6) порядка. Следовательно, существует отчетливо выраженное единичное направление. В реальной структуре кристалла с единичным направлением будут связаны особые физические и химические свойства, в общем виде выражаемые эллипсоидом вращения, главная ось которого совпадает с единичным направлением.

Таблица 10

Отношение осей c/a для плотноупакованных гексагональных кристаллов металла

Металл	c/a	Несферичность вдоль оси c
Бериллий	1.5677	-0.960
Осмий	1.5790	-0.968
Титан	1.5873	-0.971
Цирконий	1.59	-0.978
Магний	1.6235	-0.993
Идеальная гексагональная плотнейшая упаковка	1.6333	1.000
Натрий (5К)	1.634	+1.001
Цинк	1.856	+1.136
Кадмий	1.885	+1.156

Примечание. Знаки —, + соответствуют сжатию или вытянутости ионов металла (Григорович, 1966).

Отсюда с неизбежностью следует, что шарообразные атомы (ионы) под влиянием анизотропии кристаллического поля будут поляризоваться и превращаться в эллипсоиды вращения. Просмотр многих плотно упакованных гексагональных структур убеждает нас в этом (табл. 10).

В случае идеальной гексагональной упаковки шаров отношение осей ячейки $a_0 : c_0 = 1 : \frac{2\sqrt{3}}{3} \approx 1 : 1.633$. В реальных кристаллах оно отличается от этого значения, что и показывает степень отклонения ионов от сферической формы. Даже когда отношение осей близко к 1.633, то это не означает, что атомы (ионы), строящие упаковку, шарообразны: шар, имеющий определенную симметрию ∞/m , не является в строгом смысле шаром (симметрия шара $m\infty m$). Кроме того, достаточно изменить температуру кристалла и отношение осей неизбежно отклонится от прежнего идеального значения в силу анизотропии теплового расширения.

Часто существование двух основных типов плотнейших упаковок рассматривается как структурное подтверждение установленного в начале века Е. С. Федоровым закона кристаллографических пределов. Однако это не совсем так. Действительно, плотнейшая кубическая упаковка соответствует кубической додекаэдрической структуре, но кроме нее, по Е. С. Федорову, есть еще кубическая, октаэдрическая и гексаэдрическая структуры, с которыми у плотнейшей кубической упаковки мало общего.

Что же касается гексагональной плотнейшей упаковки, то с призматической гексагональной структурой Е. С. Федорова у них только то общее, что обе относятся к гексагональной сингонии (рис. 21). Гексагональная плотнейшая упаковка не может быть описана с помощью одной решетки Браве (именно она соответствует призматической структуре). Хотя шары упаковки и соответствуют одной правильной системе точек, но они образуют, если

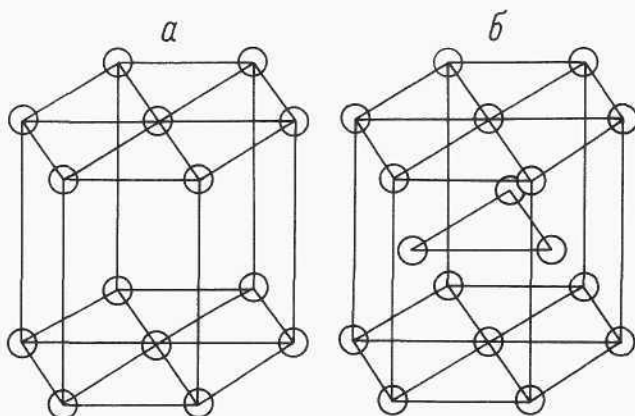


Рис. 21. Призматическая структура Е. С. Федорова (а) и гексагональная плотнейшая упаковка (б).

так можно выразиться, две вставленные друг в друга гексагональные решетки Браве. Кроме того, симметрия гексагональной упаковки относится к асимморфному типу, реальность нахождения которой в кристалле Е. С. Федоров отрицал.

Можно привести ряд конкретных структурных примеров, плотнейшие упаковки ионов в которых не подтверждают резких различий между кубическими и гексагональными типами структур, а скорее указывают на существование переходов между ними.

Мы уже приводили примеры распространенности плотнейших упаковок среди простых веществ и бинарных соединений.

Принцип плотнейшей упаковки справедлив и для многих сложных ионных соединений. Так как размеры катионов значительно меньше размеров анионов, то последние, как правило, образуют плотнейшую упаковку, а катионы располагаются в ее пустотах.

Применение плотнейших упаковок полезно не только при описании известных структур, но и при определении новых.

Принцип плотнейших упаковок справедлив не только для соединений с ненаправленными связями (металлические и ионные кристаллы), но и для некоторых гомеоплярных и молекулярных кристаллов, особенно в тех случаях, когда форма молекул близка к изометрической. При формах молекул, отличающихся от шарообразной, сам принцип плотнейшего заполнения кристаллического пространства, как это показал А. И. Китайгородский (1955), остается в силе. Молекулы, как правило, оказываются чрезвычайно плотно упакованными: выступы одних заходят во впадины соседних, но, конечно, центры тяжести молекул при этом могут значительно уклоняться от идеальной геометрии плотнейших шаровых упаковок.

ЗАКОНЫ КРИСТАЛЛОМОРФОЛОГИЧЕСКОЙ СИММЕТРИИ

УТОЧНЕНИЕ ПОНЯТИЙ О СИММЕТРИИ И ФОРМАХ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ТЕЛ

В обширной литературе, посвященной учению о симметрии, содержатся строго математические определения и понятия, трактующие симметрию с ее законами, а также выводящиеся из них формы с позиций чистой геометрии. Но для характеристики реальных кристаллов этот аппарат недостаточен. В дальнейшем мы будем иметь в виду прежде всего реальные природные тела со всеми их особенностями и отличиями от абстрагированных моделей. Важными задачами при этом являются операции перехода от последних к первым и наоборот.

В связи с постановкой вопроса о строгой симметричной характеристике натуральных форм возникает ряд уточнений в трактовке законов симметрии, вызвавших новые детализированные понятия с соответственными определениями и формулировками. Поэтому, прежде чем приступить к нашей основной теме — характеристике форм реальных кристаллов, необходимо отчасти напомнить, а отчасти предложить в обновленном и расширенном виде ряд встречающихся в дальнейшем тексте понятий и терминов. Последние характеризуют симметрию как с чисто геометрических умозрительных позиций, так и с позиций ее практического приложения к изучению реальных объектов.

Общие понятия

1. Симметрия классическая—закономерная повторяемость равных фигур или равных частей фигур (конечных и бесконечных). Симметричные законы выявляются с помощью элементов симметрии — вспомогательных геометрических образов в виде осей (простых, инверсионных, винтовых), плоскостей (простого и скользящего отражения), трансляций, центров симметрии.

2. Симметрия неклассическая (расширенная) — закономерная повторяемость неравных или неоднородных фигур, или частей фигур. Примеры: а) криволинейная симметрия, по Д. В. Наливкину, — обычные оси и плоскости симметрии заменены изогнутыми

поверхностями и линиями; б) симметрия подобия, по А. В. Шубникову, — повторяемость подобных, но не равных фигур с одновременным увеличением или уменьшением их масштаба и расстояний между ними; в) симметрия цветная, по Н. В. Белову, А. М. Заморзаеву и др., — закономерная повторяемость равных фигур, окрашенных в различные цвета; соответственно имеем двухцветную, трехцветную, четырехцветную и т. п. симметрии; г) антисимметрия, по А. В. Шубникову: симметрия антиравных — положительных и отрицательных фигур или частей фигур, характеризующаяся с помощью антиосей и антиплоскостей, связывающих антиравные фигуры; д) гомология, по В. И. Михееву, — отражение в плоскостях гомологии с помощью косо направленных лучей; повороты вокруг осей гомологии в косо расположенных плоскостях и в общем случае не по кругам, а по эллипсам. (Классическая симметрия представляет частный случай гомологии).

3. Симметрия кристаллографическая, классическая — симметрия кристаллических объектов — конечных полиэдров и бесконечно протяженных структур, характеризующаяся наличием осей классической симметрии (простых, инверсионных, зеркально-поворотных, винтовых) первого, второго, третьего, четвертого и шестого порядков (закон кристаллографической симметрии, обусловленный решетчатым строением кристаллов). Центр симметрии (инверсии) является инверсионной осью первого порядка, плоскость симметрии — инверсионной осью второго порядка, трансляция — винтовой осью первого порядка, плоскость скользящего отражения — сочетанием плоскости симметрии с параллельной ей трансляцией.

4. Симметрия кристаллографическая, неклассическая — использование элементов неклассической (расширенной) симметрии для характеристики кристаллических объектов и их свойств. Примеры: при описании двойниковых законов обычно используется двухцветная симметрия (один индивид условно окрашивается в один цвет, второй — в другой. Соответственно тройники, четверники, пятерники и т. д. характеризуются трех-, четырех-, пятицветной и т. д. симметрией).

Последовательность зон роста кристалла подчиняется симметрии подобия. Изогнутые границы между секторами роста во внутреннем сложении кристалла соответствуют плоскостям криволинейной симметрии. Криволинейной же симметрией обладают изогнутые кристаллы. Для описания магнитных свойств кристаллов при исследовании магнитоупорядоченных веществ, при характеристике двойникового широко используется понятие антисимметрии.

5. Симметрия некристаллографическая, классическая — симметрия любых природных тел и геометрических фигур, допускающая наличие осей классической симметрии любых порядков — от единицы до бесконечности (например, симметрия цветов с осями пятого, восьмого и других некристаллографических порядков, симметрия конусообразных вулканов, цилиндрических алмазнос-

ных трубок, сферических форм с осями бесконечного порядка).

6. Симметрия некристаллографическая, неклассическая — использование элементов неклассической симметрии для характеристики некристаллических объектов.

7. Приближенная (видимая) симметрия — суммарная характеристика объекта, улавливаемая на глаз грубо приближенно. Е. С. Федоров в «Курсе кристаллографии» (1901) предлагал помимо классической симметрии выделять еще и «видимую симметрию». Примером элементов видимой симметрии являются диагонали прямоугольника, которые можно рассматривать как линии, совпадающие с плоскостями видимой симметрии (по аналогии с квадратом, имеющим четыре плоскости классической симметрии, прямоугольник обладает четырьмя плоскостями видимой симметрии).

8. Симметрия динамическая (внешняя) — изменяющаяся во времени внешняя симметрия объекта, формирующегося под симметричным воздействием подвижной среды. Примеры: галька в зоне приливо-отливных движений морских волн принимает форму овалоида с симметрией mmm ($3L_2, 3PC$). В геологии к динамической симметрии относится симметрия движения, характеризующая закономерности перемещения частиц деформируемой горной породы или осадков, взвешенных в водном потоке относительно некоторой системы координат. По Е. Вигнеру (1971): «В отличие от геометрической симметрии, рассматривающей сохраняющуюся симметрию в организации тел, динамическая симметрия характеризует сохраняющуюся закономерность их движения и развития» (с. 31). Внешняя динамическая симметрия описывается с помощью элементов классической, неклассической (гомология, симметрия подобия) и приближенной симметрии.

Уточненные понятия, относящиеся к кристалломорфологии

1. Симметрия истинная, собственная (структурно-идеальная) — соответствует симметрии кристаллического многогранника, обусловленной его структурой. Относится к одному из 32 видов конечной кристаллографической симметрии, согласованному с соответственной пространственной группой — одной из 230 федоровских пространственных групп. Такой симметрией могут обладать кристаллы, сформировавшиеся в идеальных условиях роста, т. е. при всестороннем и равномерном подтоке питающего вещества (симметрия питающей среды соответствует здесь симметрии шара — $\infty L_\infty \infty PC$). При морфологическом определении истинной симметрии кристалла необходимо учитывать детали его огранения: второстепенные по развитию грани, гранные скульптуры, фигуры растворения и др. (окончательный вывод об истинной симметрии дает изучение структуры данного вещества и определение его пространственной группы). О кристаллах с соб-

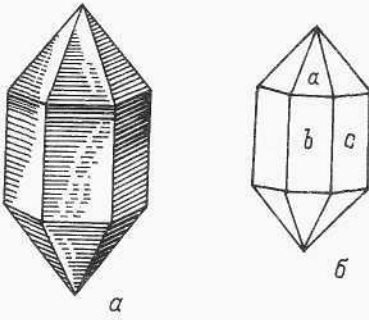


Рис. 22. Учебная модель (а) и рисунок (б) кристалла.

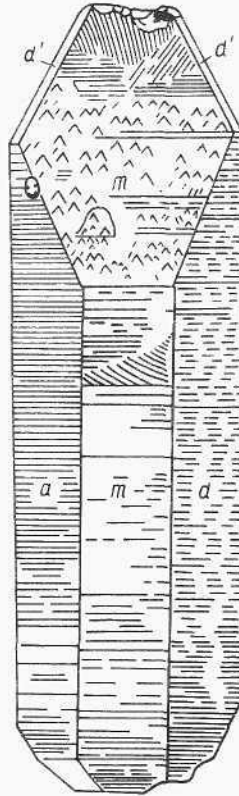
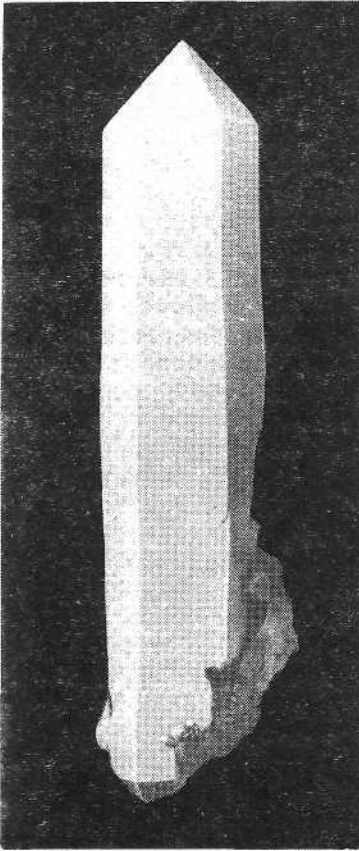


Рис. 23. Кристалл кварца с высокой симметрией, близкой к гексагональной. Приполярный Урал. Натур, вел.

Рис. 24. Кристалл кварца с ложными диэдрами и моноэдрами и с одной ложной плоскостью внешней симметрии.

ственной симметрией можно получить понятие при помощи идеализированных моделей и изображений, являющихся результатом суммирования, обобщения и усреднения статистических данных. Таковы, например, учебные кристаллографические модели или изображения кристаллов конкретных минералов в курсах и справочниках по минералогии (рис. 22).

2. Симметрия внешнего ограничения (видимо идеальная) — совокупность элементов внешней симметрии, идеально образованной формы кристалла, но без обязательной согласованности с его истинной, собственной симметрией (см. п. 1). Такая симметрия при отсутствии граней общей формы и без учета гранной скульптуры может быть завышенной по сравнению с истинной. Пример: идеально образованный кристалл кварца с комбинацией $\{10\bar{1}0\}$, $\{10\bar{1}1\}$, $\{01\bar{1}1\}$ и внешней симметрией L_33I_2 $3PC(3m)$ (рис. 23).

3. Симметрия внешняя, видимая (неидеальная) — совокупность элементов симметрии внешней формы реального кристалла, определяемая визуально или посредством соответственных измерений и учитывающая все отклонения ее от идеальной симметрии данного вещества. Такая симметрия, как правило, ложная, т. е. она не соответствует истинной симметрии кристалла (внешняя симметрия совпадает с истинной лишь при полном совпадении элементов симметрии объекта и образующей среды). Элементы внешней симметрии подразделяются на остаточные (см. п. 4) и наложенные (см. п. 5). К ним добавляются и псевдоэлементы приближенной (огрубленной) симметрии (см. п. 7).

4. Симметрия остаточная (внешняя) — совокупность элементов истинной (собственной) симметрии, сохранившихся на искаженных формах кристаллов с пониженной симметрией. Элементы остаточной симметрии, согласно принципу П. Кюри, совпадают с соответственными элементами симметрии образующей среды.

5. Симметрия наложенная (внешняя) — совокупность элементов видимой ложной симметрии кристаллического тела, не присущих истинной его симметрии и порожденных в основном симметрией образующей среды (таковы, например, видимые плоскости симметрии на кристаллах кварца; рис. 24, 25). Нередко элементы наложенной симметрии имеют приближенный характер (см. п. 7).

6. Симметрия скрытая (потенциальная, замаскированная) — совокупность элементов истинной симметрии кристалла, частично или полностью исчезнувших во внешней (видимой) его симметрии, но сохраняющих потенциальную возможность восстанавливаться при соответствующих условиях (это элементы динамической симметрии—диссимметрии; см. п. 8).

При частичном отсутствии элементов истинной симметрии совокупность элементов скрытой симметрии соответствует разности между совокупностью элементов истинной и остаточной симметрии (см. п. 4). Примерами полного видимого отсутствия элементов истинной симметрии могут служить искаженные формы кристаллов — «монстрозитетов», лишенные элементов остаточной симметрии, или неправильно оконтуренные кристаллические зерна.

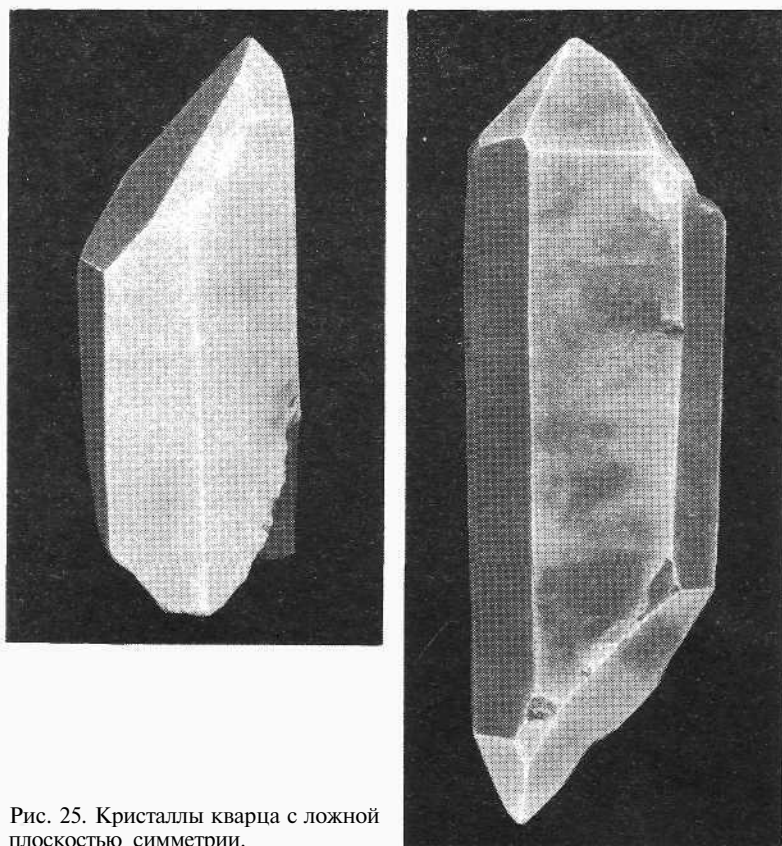


Рис. 25. Кристаллы кварца с ложной плоскостью симметрии.

7. Симметрия приближенная (кажущаяся, огрубленная) — видимая симметрия реального кристалла, улавливаемая грубо приближенно. Такая симметрия может быть завышенной или заниженной по сравнению с истинной. Завышение происходит, если учитываются ложные элементы наложенной симметрии (к плоскостям и осям видимой симметрии могут добавляться более или менее близкие к ним псевдоплоскости и псевдооси, даже без

Таблица 11

Симметричная характеристика реальных кристаллов природного кварца

Симметрия				
истинная	видимая	остаточная	скрытая	наложенная
$L_3 3L_2$	$L_3 3P$	L_3	$3L_2$	$3P$
$L_3 3L_2$	$L_6 6P$	$L_3 (L_6)$	$3L_2$	$L_6 (L_3) 6P$
$L_3 3L_2$	P	—	$L_3 3L_2$	P

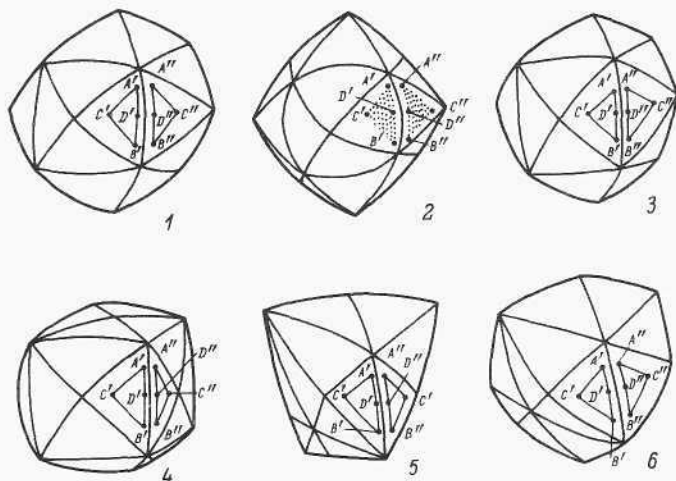


Рис. 26. Кривогранные (округлые) кристаллы алмаза, имеющие габитус известных плоскогранных форм (по данным Ю. Л. Орлова).

/ — додекаэдр; 2 — октаэдр; 3—4 — кубоиды; 5—6 — тетраэдровиды. Буквами обозначены замеряемые на гониометре точки световых сигналов.

учета точных угловых величин). В частности, видимая приближенная симметрия кристаллов может иногда содержать и «некристаллографические» оси с завышенным порядком (например, « L_8 » на тетрагональных кристаллах циркона и везувияна, « L_{12} » на гексагональных кристаллах берилла и апатита — оси бесконечного порядка на округлых телах растворения).

Понижение истинной симметрии имеет место, если элементы истинной симметрии, неявно проявленные во внешней форме кристалла, не учитываются.

Рассмотрим простейшие примеры, поясняющие изложенное выше. В качестве классической иллюстрации возьмем три случая развития реальных форм природного кварца — $\{10\bar{1}0\}$, $\{10\bar{1}1\}$, $\{01\bar{1}1\}$ — с их характерными отклонениями от истинной симметрии.

Под воздействием симметрии поля земного тяготения (симметрия конуса — $L_\infty \infty P$) кристалл кварца с вертикально направленной главной осью L_3 приобретает видимую симметрию $L_3 3P$ или даже $L_6 6P$ (рис. 24). При наличии нижних ромбоздрических граней отличие их гранной скульптуровки от верхней заставляет относить их, как и верхние грани, к ложным тригональным и гексагональным «пирамидам». Кристалл с косо ориентированной L_3 характеризуется видимой или приближенной симметрией P .¹

¹ Видимые плоскости симметрии на кристаллах кварца связаны прежде всего со средой, находящейся в поле земного тяготения и обладающей бесчисленными вертикальными плоскостями симметрии. Однако реализоваться на природных кварцевых полиэдрах (особенно при наличии ложной симметрии $L_6 6P$) они

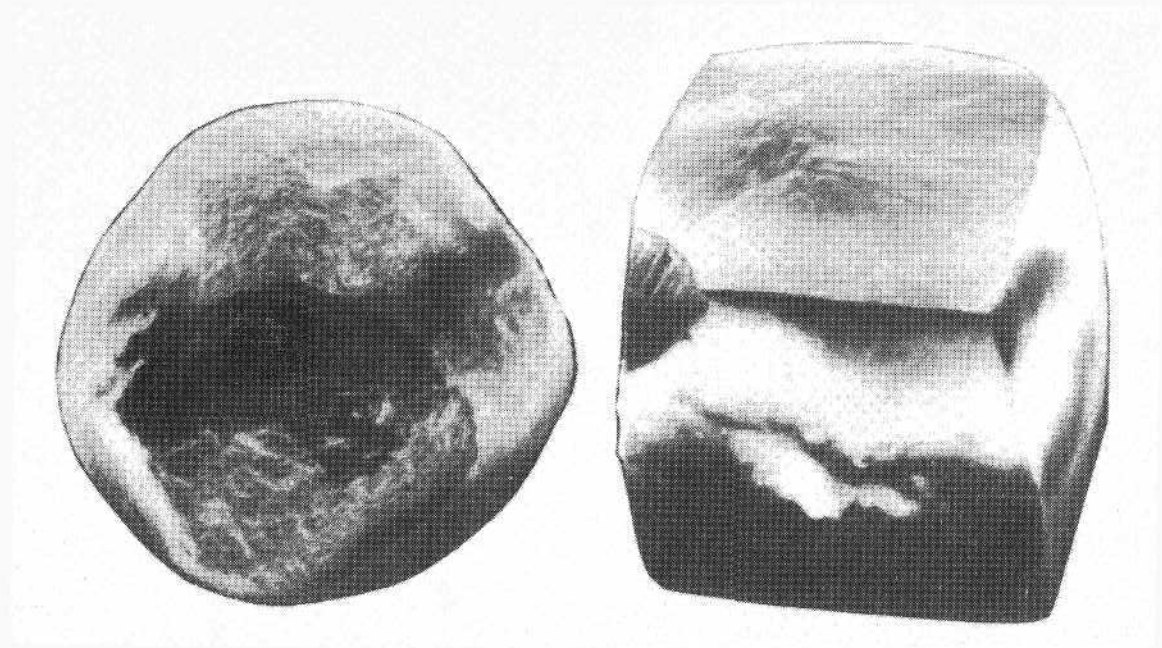


Рис. 27. Округлые кристаллы граната. Тиман.

С учетом остаточной, скрытой и наложенной симметрии дана симметричная характеристика этих трех случаев (табл. 11).

Приведенная характеристика свидетельствует о существенной роли элементов наложенной видимой симметрии во внешнем оформлении реальных кристаллов. Именно наложенная симметрия содержит основную информацию о симметрии кристаллообразующей среды.

Несколько особняком стоят три нижеследующих пункта (п. 8, 9, 10). Восьмой пункт относится к симметричной динамике природных форм и широко охватывает помимо кристалломорфологии объекты динамической геологии и петрологии (см. п. 1,6). Девятый пункт касается внутреннего сложения, а не внешней кристаллической формы, относясь к области «анатомии кристалла», по Д. П. Григорьеву. В десятом пункте упоминается суммарная симметрия закономерных сростков.

8. Симметрия динамическая формирующегося кристалла — изменяющаяся во время кристаллообразования внешняя симметрия кристалла, формирующегося под симметричным воздействием подвижной маточной среды. Так, кристалл, вырастающий в движущемся потоке с симметрией $L_\infty \infty P$, приобретает внешнюю симметрию типа $L_n n P$ (при условии совпадения L_∞ и L_n). При этом исчезают его элементы симметрии, не совпавшие с элементами симметрии среды, и появляются чуждые элементы симметрии, наложенные средой.

Понятие о динамической симметрии кристалла дает последовательность симметричного изменения внутренних зон и секторов роста, т. е. симметрия его внутреннего сложения (см. п. 9). Поэтому динамическая симметрия фиксируется рядом симметричных формул, характеризующих последовательные этапы формирования кристалла.

9. Симметрия внутреннего кристаллического сложения — симметрия зон и секторов роста во внутреннем сложении кристалла (симметрия «анатомии кристалла», по Д. П. Григорьеву). В случае идеально образованных кристаллов суммарная симметрия внутреннего сложения согласуется с истинной симметрией данного кристаллического объекта. Последовательность зон роста подчиняется симметрии подобия. В случае искаженных кристаллов симметрия внутреннего сложения не соответствует истинной симметрии. Мало того, плоскости и оси симметрии могут в них переходить в элементы криволинейной симметрии (рис. 26, 27). Изучение внутреннего сложения производится на прозрачных объектах или на срезах кристаллов. Детальное исследование последовательных зон роста дает понятие о динамической симметрии кристалла (п. 8).

смогли лишь благодаря тому, что ромбоэдрические грани $\{1011\}$ и $\{0111\}$ обладают структурной близостью (значительную роль здесь играет также двойникование по дофинейскому закону).

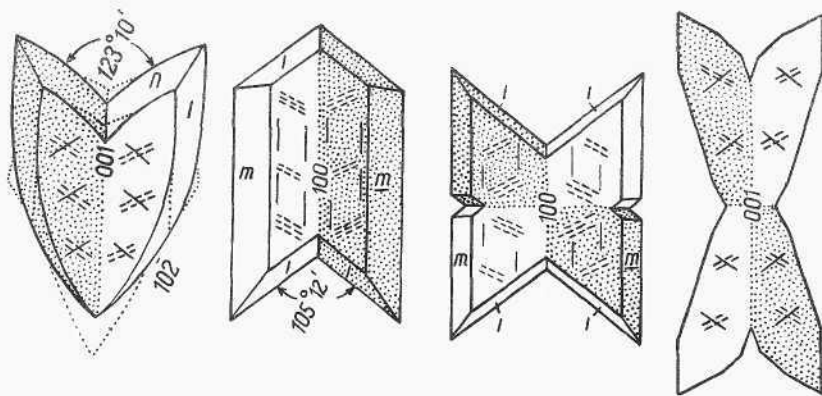


Рис. 28. Двойники срастания гипса. Рис. 29. Двойники прорастания гипса.

10. Симметрия закономерных кристаллических сростков (двойников, тройников и т. д.) — суммарная симметрия закономерного сростка, характеризующаяся формулами двухцветной, трехцветной и т. д. симметрии (каждый индивид, входящий в сросток, отличается своей индивидуальной окраской). Пример: симметрия двойника срастания (рис. 28) гипса (тип «ласточкиного хвоста») соответствует формуле $2mm'(L_2PP')$. Штрихи указывают здесь на принадлежность оси ($2'$) и плоскости (m') к элементам двухцветной симметрии, изображающим элементы двойникового — двойниковую ось и двойниковую плоскость. В случае двойника прорастания двух кристаллов гипса (рис. 29) соответственная формула имеет вид: $mm'm'(L_2L_2L_2PP'P'C')$.

В тесной связи с приведенными определениями симметрии природных кристаллов стоят уже упоминавшиеся выше детализированные определения их форм (как известно, простые кристаллографические формы выводятся из 32 видов симметрии).

Уточненные понятия о простых кристаллографических формах

1. Простая гранная (реберная, вершинная) форма (истинная) — совокупность граней (ребер, вершин), связанных между собой элементами истинной (собственной) симметрии кристалла (см. п. 1). Грани (ребра, вершины) одной простой формы одинаковы по своим структурным (физико-химическим) свойствам. В идеально развитых кристаллах грани простой гранной формы имеют одинаковые контуры и величину, а ребра простой реберной формы — одинаковую длину.

2. Комбинация истинных простых форм (гранных, реберных, вершинных) — совокупность двух или нескольких простых форм (гранных, реберных, вершинных). При подсчете простых форм в комбинации на идеально развитом кристалле или на идеализи-

рованных кристаллографических моделях следует исходить из числа сортов граней (ребер, вершин) данного многогранника с учетом симметричной связи между гранями (ребрами, вершинами) одного сорта.

3. Ложная (видимая) простая форма (гранная, реберная, вершинная) — совокупность граней (ребер, вершин) реального кристалла, связанных элементами внешней ложной симметрии, как остаточной, так и наложенной (см. п. 3, 4, 5). Грани (ребра, вершины) ложных простых форм могут принадлежать как одной, так и нескольким истинным простым формам. Ложные простые формы подразделяются на «надформы» (III, 4), «подформы» (III, 5) и «поднадформы» (III, 6).

4. Простая надформа — совокупность граней (ребер, вершин) реального кристалла, принадлежащих нескольким истинным простым формам, но связанным элементами видимой завышенной симметрии. В число последних входят как элементы наложенной симметрии, так и элементы собственной симметрии кристалла. В связи с тем что завышенная симметрия может быть и некристаллографической (с осями L_8 , L_{12}), среди надформ иногда появляются «октогональные» и «додекагональные» призмы, пирамиды и дипирамиды. Примеры: «гексагональная дипирамида» на кристаллах кварца, сложенная из одинаково развитых граней ромбоэдров $\{10\bar{1}1\}$, $\{01\bar{1}1\}$; «додекагональная (12-гранная) призма» на кристаллах берилла и апатита, состоящая из одинаково развитых граней двух гексагональных призм — $\{10\bar{1}0\}$, $\{1120\}$. Широкое развитие надформ наблюдается на закономерных сростках (двойниках, тройниках и т. д.).

5. Простая подформа — совокупность граней (ребер, вершин) искаженного реального кристалла, связанных с элементами пониженной остаточной симметрии. Такие гранные (реберные, вершинные) совокупности содержат лишь часть граней (ребер, вершин) истинной простой формы. Пример: «диэдры» ромбических и призматических граней на одноконечных кристаллах кварца с видимой симметрией P .

6. Простая поднадформа — совокупность граней (ребер, вершин) реального искаженного кристалла, связанных элементами наложенной симметрии («надформа»), но в то же время содержащая лишь часть граней (ребер, вершин) истинной простой формы («подформа»). Пример: «диэдр» на кристалле кварца, состоящий из граней двух ромбоэдров $\{10\bar{1}1\}$, $\{01\bar{1}1\}$, связанных наложенной плоскостью симметрии.

7. Комбинация ложных простых форм — комбинация граней (ребер, вершин) реального кристалла, принадлежащих либо к подформам, либо к надформам, либо к подформам—надформам,

В заключение отметим, что некоторые из предлагаемых здесь понятий требуют дальнейшей разработки и уточненных методов изучения и описания. В особенности это относится к понятиям

приближенной (огрубленной) симметрии и тесно связанным с ней ложным формам (надформам и подформам). В отношении них мы ограничились пока лишь визуальными наблюдениями. Нет сомнения в том, что в будущем их строгая обработка будет проводиться на основе математической статистики.

32 ВИДА СИММЕТРИИ И ИХ РОЛЬ В МИНЕРАЛОГИЧЕСКОЙ КРИСТАЛЛОГРАФИИ

Напомним кратко во многом парадоксальную и существенно уточненную ныне историю вывода 32 классов, а также историю их классификации и номенклатуры.

В 1867 г. на страницах «Записок Минералогического общества» появился мемуар А. В. Гадолина «Вывод всех кристаллографических систем и их подразделений из одного общего начала» (Гадолин, 1867). Автор — крупный военный специалист, любитель и знаток минералов — хорошо понимал значение своего вывода, в первую очередь для минералогии, тесно связанной в то время с кристаллографией. Недаром свое сочинение он поместил в «Записках С. Петербургского минералогического общества». В 1891 г. Е. С. Федоров в «Кратком руководстве по кристаллографии» и несколько позже П. Грот в «Обзорных таблицах 32 подразделений, по А. В. Гадолину» (1892, нем.) ввели в педагогику и минералогическую практику строго математического понятия о классах (видах) симметрии, по которым и были расклассифицированы кристаллы минералов. Вслед за этим была создана знаменитая федоровско-гровская номенклатура, согласно которой виды симметрии именовались по соответственным общим формам. Эта номенклатура и до сих пор широко используется минералогами.

В дальнейшем приоритет А. В. Гадолина был поколеблен: в 1892 г. Л. Зонке заново открыл совершенно забытую работу И. Ф. Гесселя с выводом всех точечных групп — кристаллографических и некристаллографических, относящуюся к 1830 г. (Hessel, 1897). Однако и Гессель не был первооткрывателем: в 1984 г. проф. И. И. Буркхардт обнаружил статью М. Л. Франкенгейма, опубликованную в 1826 г. и содержащую полный аналитический вывод 32 кристаллографических классов (Frankenheim, 1826; Burckhardt, 1984).

Итак, подлинная историческая последовательность независимых друг от друга выводов видов симметрии выглядит следующим образом: М. Л. Франкенгейм (1826 г. — аналитический вывод 32 кристаллографических классов), И. Ф. Х. Гессель (1830 г. — геометрический вывод всех точечных групп), О. Браве (1850 г. — неполный геометрический вывод точечных групп, не учтены сложные оси симметрии), А. В. Гадолин (1867 г. — геометрический вывод 32 классов); более поздние выводы принадлежат П. Кюри (1884 г. — все точечные группы), Е. С. Федорову (1885 г. — все

точечные группы), Б. Миннигероде (1887 г. — вывод 32 классов с помощью теории групп), А. Шенфлису (1891 г. — 32 вида симметрии как основа для вывода 230 групп), Г. В. Вульффу (1897 г. — вывод 32 классов с помощью операций отражения) и др.

Выводы М. Л. Франкенгейма и И. Ф. Х. Гесселя прошли мимо внимания современников и не оказали влияния на дальнейшее развитие науки, будучи погребенными в старинных забытых изданиях. Общее признание и широкое распространение среди минералогов получил простой и изящный вывод А. В. Гадолина.

К началу нынешнего столетия относится ряд попыток придать системе 32 видов наиболее логичную и приемлемую для практического использования форму (Е. С. Федоров, П. Грот, Г. Майерс, Г. Чермак, Ф. Бекке и др.). В основном эти попытки были связаны с практикой преподавания кристаллографии и минералогии. Положение в корне изменилось после 1912—1913 гг., когда открытие М. Лауэ и первые расшифровки кристаллических структур У. Г. и У. Л. Брэггами выявили кардинальное значение 230 федоровских пространственных групп как математической первоосновы рентгеноструктурного анализа. По образному выражению Н. В. Белова (1982): «Своим выводом 230 пространственных групп симметрии он (Федоров) заложил прочный фундамент — «разграфил» единственным образом кристаллографический «дисконтинуум», то пространство, в котором обязаны расположиться структуры вообще всех кристаллических соединений» (с. 296).

Как известно, пространственные группы подчиняются 32 видам симметрии («изоморфны» с ними). В связи с этим кристаллографы, но уже не только минералогического, но и физико-математического профиля энергично принялись за разработку систематики, номенклатуры и символики, выражающих взаимосвязь точечных и пространственных групп и наглядно показывающих переходы от конечной и бесконечной симметрии и обратно. При этом снова поднялся спорный вопрос о подразделении видов симметрии по сингониям. Камнем преткновения являлось то, что в тригональную сингонию попадали два вида с шестерной зеркально-поворотной осью $L_6 (L_3C, \bar{3})$, а в гексагональную — два вида с тройной поворотной осью $L_3 (L_3P, \bar{6})$ (в первых двух видах число симметрично-равных направлений — 3, а в двух последних — 6).

Окончательную четкость в данный вопрос внес решительный отказ от зеркально-поворотных осей и замена их инверсионными осями (действие зеркально-поворотной оси — поворот плюс отражение в плоскости, перпендикулярной оси; действие инверсионной — поворот плюс инверсия в центральной точке, лежащей на оси). Тем самым два вида симметрии с $L_3P (L_{i_3}, \bar{6})$ окончательно вошли в собственно гексагональную сингонию.²

² Часть кристаллографов во главе с А. В. Шубниковым осталась верна зеркально-поворотным осям (Шубников, Копчик, 1972; Вайнштейн, 1979).

Полученная общая система видов (классов) симметрии была оформлена в виде известной таблицы, вошедшей с небольшими вариациями в учебники элементарной кристаллографии. Впервые ее ввел в практику Г. Чермак (1905 г.), вслед за ним такое же распределение видов приняли Ф. Бекке (1926 г.), Ф. Ринне (1929 г.), Е. Шибольд (1931 г.). На основе этого распорядка А. К. Болдырев и В. В. Доливо-Добровольский предложили рационализировать названия сингоний и видов симметрии, исходя из элементов симметрии — главных и добавочных осей. Однако предложенные ими названия сингоний (агирная, моногирная, дигирная и т. д.) не удержались в литературе, в связи с тем что исторически сложившиеся названия (триклинная, моноклинная, ромбическая и т. д.) слишком прочно укоренились в учебной и научной минералого-кристаллографической практике. Вместе с тем наименования вертикальных столбцов (типов видов симметрии) по добавочным элементам симметрии (примитивный, центральный, планальный, аксиальный, планаксиальный) оказались весьма удачными и широко используются советскими кристаллографами и минералогами под названием «номенклатуры федоровского института» (Болдырев, Доливо-Добровольский, 1934).

В 1935 г. появилось первое издание «Интернациональных таблиц для определения кристаллических структур» (Internationale Tabellen. . ., 1935). Этот солидный труд, созданный ведущими учеными различных стран, привел в относительный порядок данные, относящиеся к группам симметрии (как конечным, так и бесконечным). Буквенные и цифровые обозначения, предлага-

Таблица 12

32 вида симметрии

Сингонии	Типы видов	Типы симметрии						
		I Примитивный N	II Центральный $N1$	III Планальный Nm	IV Аксиальный $N2$	V Планаксиальный $N2m$	VI Инверсионно-примитивный N	VII Инверсионно-планальный $N2m$
1. Триклинная и моноклинная		1 1	I 2	m 2	2 2	$2/m$ 4		
2. Ромбическая		(2) 2	($2/m$) 4	mm 4	222 4	mmm 8		
3. Тригональная		3 3	$\bar{3}$ 6	$3m$ 6	32 6	$\bar{3}m$ 12		
4. Тетрагональная		4 4	$4/m$ 8	$4mm$ 8	422 8	$4/mmm$ 16	$\bar{4}$ 4	$\bar{4}2m$ 8
5. Гексагональная		6 6	$6/m$ 12	$6mm$ 12	622 12	$6/mmm$ 24	$\bar{6}$ 6	$\bar{6}2m$ 12
6. Кубическая		23 12	$m\bar{3}$ 24	$\bar{4}3m$ 24	432 24	$m\bar{3}m$ 48		

шиеся различными авторами для обозначения видов симметрии, уступили местознаменитым символам Германа — Могэна, ставшими общепринятыми международными обозначениями.

Табл. 12 представляет ту форму системы 32 видов симметрии., которая ей придается в большинстве советских учебных руководств и справочников. Развернутые симметричные формулы (восходящие к формулам Браве) заменены символами Германа—Могэна. Названия типов видов симметрии (вертикальных столбцов) даны по А. К. Болдыреву—В. В. Доливо-Добровольскому. Триклинная и моноклинная сингонии объединены в одной строке (в одной «системе», по Е. С. Федорову (Федоров, 1901)). В строке ромбической сингонии повторены в скобках два вида моноклинной сингонии: 2 и $2Im$ (как это обычно практикуется при выводе видов симметрии).

Следует подчеркнуть, что в таком виде таблица дает не только систематику видов симметрии, но и наглядно показывает самый ход их вывода. К сожалению, символы Германа — Могэна отчасти не согласуются с номенклатурой типов видов симметрии, что видно из обобщающих символов, стоящих над названиями типов и соответствующих названиям Болдырева—Доливо-Добровольского. Следовательно, и в этой казалось бы окончательно оформленной таблице имеются некоторые неувязки, требующие доработки.

В клетках, отвечающих отдельным видам симметрии, нами дополнительно поставлены числа, соответствующие порядкам видов. Как ни странно, эти столь характерные величины до сих пор не фигурировали в таблицах видов симметрии. Порядком вида симметрии называется максимальное число однородных точек, связанных элементами симметрии данного вида. В минералогическо-кристаллографической практике порядок вида определяется числом граней общей простой гранной формы этого вида.

До сих пор таблица 32 видов симметрии трактовалась нами как основа для классификации кристаллов вообще и минеральных

Недавно было обращено внимание на следующее малоизвестное правило, показывающее ведущую роль порядка вида симметрии в кристалломорфологии. В каждом виде симметрии произведение числа граней — ребер — вершин любой простой гранной—реберной—вершинной формы на максимальную величину симметрии соответственной грани—ребра—вершины есть константа, равная порядку симметрии данного вида (Шафрановский, 1981). Проиллюстрируем это правило на примере куба с симметрией $m\bar{3}m$:

Элементы куба	Максимальная величина симметрии для грани, ребра, вершины	Число граней, ребер, вершин	Порядок симметрии вида $m\bar{3}m$
Грань {100}	$4mm$ — 8	6	$8 \times 6 = 48$
Ребро [001]	$2mm$ — 4	12	$4 \times 12 = 48$
Вершина $\{111\}$	$3m$ — 6	8	$6 \times 8 = 48$

кристаллов в частности по их симметричным свойствам. Однако в последние годы открылась совершенно новая и неожиданная ее роль. Учет симметричной статистики минеральных видов показывает их закономерную подчиненность системе видов симметрии, относя тем самым последнюю к числу основополагающих законов минералогической кристаллографии.

Переходя к вопросу о геолого-минералогической роли табл. 12 (с некоторыми изменениями, отмеченными далее), напомним прежде всего о законе сохранения количественных отношений минеральных видов по их симметрии (Шафрановский, 1983а, 1983б). По этому закону: распределение минеральных видов по сингониям, типам видов симметрии и самим видам симметрии стремится к постоянным количественным соотношениям (описывается постоянными процентными отношениями).

Приведем и следующую более эффектную формулировку, предложенную Л. Г. Фельдманом: процентное содержание минеральных видов, принадлежащих к данной сингонии или к данному типу видов симметрии, или к данному виду симметрии, есть величина постоянная (точнее, стремится к константе).

Данный закон наглядно демонстрируется путем сравнения соответственных статистических материалов, почерпнутых из прежней минералогической литературы (учтены минералы со строго определенной симметрией и пространственной группой). Сопоставление данных, относящихся к 1860 г. (К. Науманн, А. Ушаков), 1891 г. (Д. Дэна, Г. Г. Лебедев), 1966 г. (Г. Штрунц, А. С. Поваренных), 1982 г. (В. Г. Фекличев, И. И. Шафрановский) показало, что за период, охватывающий 120 с лишним лет, количество изученных минералов непрерывно и интенсивно нарастало. Однако их отношения — по сингониям, типам видов симметрии и самим видам — стремятся к определенным постоянным величинам. В качестве иллюстрации приведем таблицы, содержащие распределение минералов по сингониям, типам видов симметрии и видам симметрии (табл. 13—16).

Таблица 13

Распределение минералов по сингониям

Сингония	1860 г.		1891 г.		1966 г.		1982 г.	
Моноклинная	166	30.4	204	31.5	393	30	600	30.5
Ромбическая	129	23.6	161	25	279	21.3	454	23
Кубическая	94	17	98	15	171	13	242	12.3
Тригональная	55	10	63	9.8	143	10.9	191	9.9
Тетрагональная	45	8.4	46	7	131	10	186	9.5
Гексагональная	30	5.5	40	6.2	103	7.9	148	7.4
Триклинная	27	5	32	5	88	6.7	146	7.4
$\Sigma_{\text{мин}}$	546	99.9	644	99.5	1308	99.8	1967	100

Примечание. В левой колонке — числа минералов, в правой — проценты.

Таблица 14

Распределение минералов по семи главным видам симметрии

Вид симметрии	1860 г.		1891 г.		1966 г.		1982 г.	
	Число	Проценты	Число	Проценты	Число	Проценты	Число	Проценты
$2/m$	135	25	172	27	351	27	511	26
mmm	91	16.7	114	18	213	16.8	342	17.4
$m3m$	63	11.5	67	10.4	102	8	149	7.0
$\bar{1}$	21	4	20	3	76	5.8	109	5.5
$4/mmm$	21	4	28	4.4	72	5.5	104	5.3
$3m$	29	5.3	29	4.5	34	6.4	95	5
$6/mmm$	14	2.5	16	2.5	43	3.3	66	3.4
	374	69	446	70.2	941	72.3	1376	70.2

Примечание. В левой колонке — число минералов, в правой — проценты.

Таблица 15

Распределение минералов по типам видов симметрии

Типы видов	1966 г.		1982 г.	
	Число	Проценты	Число	Проценты
Планаксиальные	865	66	1267	64.4
Центральные	177	13.5	251	12.8
Планальные	129	10	201	10.2
Аксиальные	79	6	136	7
Примитивные	32	2.5	68	3.5
Инверсионно-планальные	23	1.8	40	2
Инверсионно-примитивные	2	0.2	4	0.2

Примечание. В левой колонке — число минералов, в правой — проценты.

Таблица 16

Распределение минералов по 32 видам симметрии (данные 1966 г. и 1982 г.)

Вид симметрии	1966 г.		1982 г.		Вид симметрии	1966 г.		1982 г.	
	Число	Проценты	Число	Проценты		Число	Проценты	Число	Проценты
$2/m$	351	27	511	26	3	20	1.6	33	1.7
mmm	213	16.3	342	17.4	42	17	1.3	31	1.6
$m3m$	102	8	149	7.6	$6/m$	26	2	30	1.5
$\bar{1}$	76	5.8	109	5.5	6	13	1	19	1
$4/mmm$	72	5.5	104	5.3	32	11	0.9	15	0.8
$3m$	84	6.4	95	5	622	8	0.6	12	0.6
$6/mmm$	43	3.3	66	3.4					
mm	34	2.6	60	3	23	5	0.4	9	0.5
222	32	2.3	52	2.6	62	6	0.5	9	0.5
					6	6	0.5	8	0.4
m	28	2	45	2.3	422	13	1	8	0.4
2	14	1	44	2.2	3	6	0.5	8	0.4
$\bar{4}3m$	33	2.5	42	2	432	1	0.1	5	0.3
3	22	1.7	40	2	4	3	0.2	4	0.2
$m\bar{3}$	30	2.3	37	1.9	4	1	0.1	2	0.1
1	12	0.9	37	1.9	4	2	0.1	2	0.1
$4/m$	23	1.8	35	1.8	6	0	0	0	

Примечание. В левой колонке — число минералов, в правой — проценты.

Используя эти константы (процентные отношения), изобразим таблицу 32 видов симметрии в порядке уменьшения процентов по сингониям—сверху вниз (см, правый столбец табл. 17) — и типам видов симметрии — слева направо (см. нижнюю строку табл. 17). Достаточно взгляда на табл. 17, чтобы увидеть основные закономерности распределения минералов по видам симметрии. Наибольшая их часть (64.7 %) сосредоточена в планаксиальном столбце (по старинной номенклатуре, это «голоэдриа» — полногранность). Далее следуют центральный, планальный и аксиальный типы (три типа «гемиэдриа» — полугранности), сумма которых (включая инверсионно-планальный столбец) равна 31.8 % (т. е. в точности половине «голоэдриа»). Наиболее беден минералами примитивный тип («тетартоэдриа» — четвертьгранность) — 3.5 %.

Самый богатый минералами вид симметрии $2/m$ (26 %, т. е. $1/4$ всех минералов), далее следует mmm (17.4 %) и $m\bar{3}m$ (7.6 %). Распределение минералов по отдельным клеткам (видам симметрии), хотя и с некоторыми колебаниями, подчиняется общей закономерности, согласно которой от левого верхнего угла таблицы, где сосредоточены наибольшие величины, по направлению к правым нижним клеткам с наименьшими процентами идет более или менее планомерное понижение количественных характеристик. Для того чтобы сделать еще нагляднее связь табл. 17 с табл. 12, придадим последней несколько измененный вид (табл. 18), а именно, сохранив последовательность сингоний (повышение симметрии идет сверху вниз), изменим последовательность вертикальных столбцов, разместив их слева направо — от наивысшего «планаксиального» к низшему «примитивному» (повышение симметрии справа налево). В клетках видов симметрии проставлены числа — порядки их симметрии. Сравнение табл. 17 и 18 показывает значительное их сходство. Последовательность типов видов симметрии (вертикальные столбцы) в общих таблицах тождественна. Сходна и последовательность сингоний (горизонтальные строки), за исключением одного существенного различия. Кубическая сингония, занимающая в табл. 18 нижнюю, шестую строку, в табл. 17 заняла третью строку сверху, размежевав низшую (две верхние строки таблицы) и среднюю (три нижние строки) категории. Она как бы порождает, с одной стороны, вышележащие виды низшей категории, а с другой — расположенные ниже виды средних сингоний.

Отмеченный параллелизм табл. 17 и 18 может быть выражен и более наглядно. В самом деле, хотя последовательность сингоний, типов и видов симметрии в обеих таблицах и совпадает (за исключением кубической сингоний), но числовые значения в табл. 17 возрастают сверху вниз, а в табл. 18 — снизу вверх, что может вызвать недоумение читателя.

Попытаемся согласовать данные обеих таблиц. Обратимся сначала к вертикальным столбцам табл. 18. Суммарные отношения порядков симметрии для голоэдриа (полногранности), гемиэдриа (полугранности) и тетартоэдриа (четвертьгранности):

Распределение минералов (в %) по 32 видам симметрии

Сингонии	Типы видов	Гемиздрия				Тетартоздрия V Примитивный	Гемиздрия VI Инверсионно-плоскостная	Тетартоздрия VII Инверсионно-примитивный	
		Голоздрия I Плоскостная	II Центральная	III Плоскостная	IV Аксиальная				
1. Триклинная и моноклинная		26	5.5	2.3	2.2	1.9			37.9
2. Ромбическая		17.4		3	2.6				23
3. Кубическая		7.6	1.9	2	0.3	0.5			12.3
4. Тригональная		5	2	1.7	0.8	0.4			9.9
5. Тетрагональная		5.3	1.8	0.1	0.4	0.1	1.6	0.2	3.5
6. Гексагональная		3.4	1.5	1	0.6	0.4	0.5	0	7.4
		64.7	12.7	10.1	6.9	3.3	2.1	0.2	100

Таблица 18

32 вида симметрии (вариант табл. 17)

Сингонии	Типы видов	Гемиздрия				Тетартоздрия V Примитивный	Гемиздрия VI Инверсионно-плоскостная	Тетартоздрия VII Инверсионно-примитивный	
		Голоздрия I Плоскостная	II Центральная	III Плоскостная	IV Аксиальная				
1. Триклинная, моноклинная		$2/m$ 4	$\bar{1}$ 2	m 2	2 2	1 1			
2. Ромбическая		mmm 8	$[2/m]$ 4	mm 4	222 4	$[2]$ 2			
3. Тригональная		$\bar{3}m$ 12	$\bar{3}$ 6	$3m$ 6	32 6	3 3			
4. Тетрагональная		$4/mmm$ 16	$4/m$ 8	$4mm$ 8	422 8	4 4	$\bar{4}2m$ 8		$\bar{4}$ 4
5. Гексагональная		$6/mmm$ 24	$6/m$ 12	$6mm$ 12	622 12	6 6	$\bar{6}2m$ 12		$\bar{6}$ 6
6. Кубическая		$m\bar{3}m$ 48	$m\bar{3}$ 24	$\bar{4}3m$ 24	432 24	23 12			

Таблица 19

Сопоставление «симметричных» и статистических характеристик

Сингонии	Голоздрия		Гемиздрия		Тетартоздрия		статистика	«симметрия»
	статистика	«симметрия»	статистика	«симметрия»	статистика	«симметрия»		
Триклинная и моноклинная	26	24	10	12	2	6	38	36
Ромбическая	17.4	12	5.5	6	—	3	22.9	18
Тригональная	5	8	4.5	4	0.5	2	10	12
Тетрагональная	5.3	6	3.5	3	0.1	1.5	8.9	9.3
Гексагональная	3.4	4	3.5	2	0.5	1	7.4	6
Кубическая	7.6	2(8)	4.5	1(4)	0.5	0.5(2)	12.6	3(12)

4 : 2 (3 раза) : 1 (табл. 18). В табл. 17 отношение сумм минералов (в %) голоэдри и гемиедри, взятой в целом, 64.7:31.8 (т. е. 2:1). Тетартоэдрия проявляется в природе крайне редко (3.5 %). Перейдем к горизонтальным строкам сингоний в обеих таблицах. Для сравнения статистических и симметричных характеристик следует заменить величины порядков симметрии обратными им величинами—12:6:4:3:2:1 (для оправдания такого приема сошлемся на закон Федорова—Грота и статистику). Результаты сопоставления этих чисел, умноженных на 1X2 (голоэдри), 1/2x2 (гемиедри) и 1/4x2 (тетартоэдри), с соответственными статистическими величинами приведены в табл. 19. Для суммарных результатов отношения обратных чисел симметричных порядков умножены на 3. Отметим явную близость «симметричных» и статистических чисел для голоэдри и в особенности для гемиедри, а также для суммарных результатов. Тетартоэдрия из-за бедности природного материала не дает удовлетворительных результатов. Особняком стоит кубическая сингония. Для того чтобы согласовать «симметричные» характеристики со статистическими, следует первые умножить на 4. Полученные при этом результаты в табл. 19 поставлены в скобки. Табл. 19 наглядно демонстрирует параллелизм табл. 17 и 18.

Следует особенно подчеркнуть то, что табл. 17 показывает относительное распределение минералов по симметричной статистике (т. е. то, что дается фактически самой природой), тогда как данные табл. 18 представляют результат строго математического вывода видов кристаллографической симметрии. Это свидетельствует о несомненной зависимости статистики формирования структур минеральных видов от величин их симметрии и, конечно, от симметрии пространственных групп (табл. 20). В итоге выявляется следующий основополагающий закон минералогической кристаллографии: симметричная статистика земных минеральных видов является функцией системы 32 видов симметрии в том виде, в каком она представлена в табл. 18 (с необходимой оговоркой о перемещении кубической сингоний). Этот закон можно назвать законом подчиненности статистики земных минералов системе 32 видов симметрии).

Таблица 20

Распределение минералов по десяти важнейшим пространственным группам

Пространственная группа	Число и % минералов (1982 г.)		Пространственная группа	Число и % минералов (1982 г.)	
	Число	%		Число	%
<i>P 2₁/c</i>	214	10.9	<i>P3m</i>	58	3
<i>Pnma</i>	125	6.4	<i>P2₁/m</i>	57	2.9
<i>P1</i>	109	5.5	<i>Fd3m</i>	56	2.8
<i>C2/m</i>	100	5.1	<i>Fm3m</i>	54	2.7
<i>C2/c</i>	100	5.1	<i>P6₃/mmc</i>	40	2

Примечание. В правой колонке — число минералов, в левой — проценты.

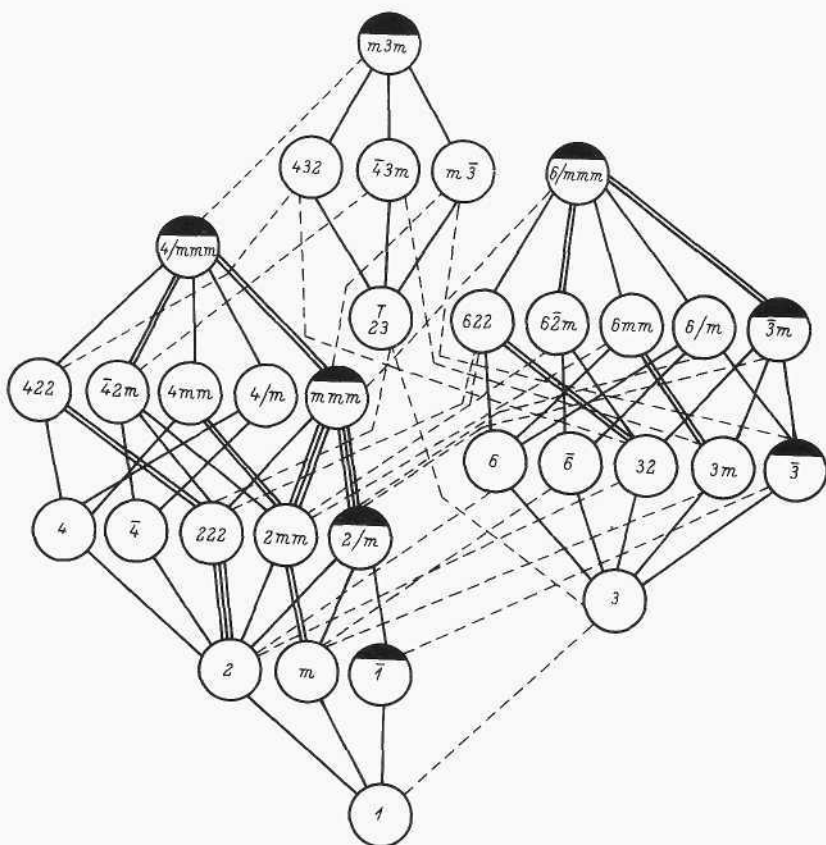


Рис. 30. Схема соподчинения 32 видов симметрии.

Виды результирующих симметрии для $m\bar{3}m + 6/mmm$ выделены наполовину зачерненными кружками.

Попытка теоретического истолкования данного закона основывается на сходстве (почти тождестве) последовательности семи важнейших видов симметрии (табл. 14) по статистическим данным с результатами сложения (суперпозиций) во всевозможных ориентировках двух высших исходных видов — $m\bar{3}m$ и $6/mmm$ (Шафрановский, 1971, 1983; рис. 30).

Вместе с тем последовательность сингоний с первенствующей ролью низшей категории (во главе с моноклинной сингонией), по-видимому, обусловлена статистическим законом Федорова—Грота (чем сложнее химический состав кристаллических веществ, тем обычно ниже их симметрия). Подавляющее большинство минералов земной коры характеризуется, как известно, сложным химическим составом, а вместе с тем и низкой симметрией. Закономерное повышение симметрии вещества с глубиной описано в статье В. В. Доливо-Добровольского (1984). О том, что закон

симметричной статистики минералов относится к минеральному составу главным образом земной коры, свидетельствует вычисленная Н. П. Юшкиным последовательность распределения минералов по сингониям в земной коре (Юшкин, 1981, 1982а, 1982б, 1984а, 1984б), почти в точности совпадающая с нашими данными (см. правый столбец табл. 13).

Естественно возникает вопрос о том, что нам дают два установленных закона и какие практические выводы следуют из них? Сейчас еще рано формулировать исчерпывающий ответ на данный вопрос.

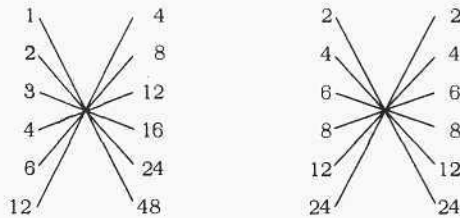
Учитывая, что в приведенной статистике доминирующие в природе минералы уравнены с редкими видами, можно лишь утверждать, что статистические законы показывают, какие именно сингонии и виды симметрии наиболее часто реализуются в кристаллических структурах минералов. Эти законы позволяют прогнозировать ход дальнейшего прироста новооткрываемых минералов. Кроме того, по Н. П. Юшкину, они представляют как бы эталонную платформу, отклонения от которой для различных минеральных провинций и типов месторождений являются источниками эволюционной информации (Юшкин, 1982а).

Два вышеописанных и твердо установленных закона — закон сохранения количественных отношений минеральных видов по их симметрии и закон подчиненности статистики минералов системе 32 видов симметрии — должны привлечь пристальное внимание минералогов, так как они касаются самой основы геолого-минералогических наук.

Остановимся далее на некоторых до сих пор не обращавших на себя должного внимания особенностях табл. 12 и табл. 18, связанных с числами и распределением порядков симметрии. Эти закономерности сближают наши таблицы с популярными «магическими квадратами» (Шафрановский, 1984).

Выделим в табл. 12 (или 18) прямоугольник со столбцами I—V. Умножая последовательно сверху вниз порядки симметрии столбца I на порядки симметрии столбца V в последовательности снизу вверх, неизменно получаем одно и то же число 48. Аналогичный результат находим при умножении порядков столбца II (сверху вниз) на порядки столбца IV (снизу вверх). Столбец III также повторяет то же число 48, если перемножить числа строк 1—6, 2—5, 3—4 (сходным образом ведут себя и соседние столбцы II и IV). Перемножая крест-накрест числа в столбцах VI и VII, получим все то же число 48.

Появление этого числа есть простое следствие того, что порядки видов симметрии являются делителями 48. Выпишем по столбцам I—V и II—IV порядки видов в виде двух колонок. Перекрестное умножение соединенных линиями чисел неизменно приводит к 48:



Попытаемся выявить некоторые возможности практического использования табл. 12 и 17 на основе приведенных выше произведений порядков симметрии. Все эти произведения отвечают либо $m\bar{3}m$ (общая простая форма — 48-гранник, гексаоктаэдр), либо некристаллографической группе $12/m\bar{m}m$ (общая простая форма — 48-гранная дидодекагональная дипирамида), либо одновременно обоим этим группам.

Известно, что симметрия $\sqrt{2}jmm$ реализуется в «неклассическом двойнике» графита с обобщенной двуцветной симметрией $12'/m\bar{m}m'$ (плоскость сростания (0001), угол поворота вокруг L_6 — 30°) (Wesselowski, Wassiliev, 1934; Г. Шафрановский, 1983). Напрашивается вывод, согласно которому вышеуказанные произведения пар видов симметрии в табл. 11, 17 соответствуют возможным сочетаниям симметричных групп, порождающих закономерные сростки кристаллов с высшей обобщенной симметрией $m\bar{3}m$ и $12/m\bar{m}m$.

При этом произведения пар по строкам 1 и 6 (табл. 12, триклинно-моноклинная и кубическая сингонии) порождают сростки типа $12/m\bar{m}m$. Произведения по строкам 2 и 5 (моноклинно-ромбическая и гексагональная сингонии) образуют сростки типа $\sqrt{2}jmm$. Произведения пар по столбцам VI и VII соответствуют этому же типу. Произведения пар по строкам 3 и 4 (тригональная и тетрагональная сингонии) отвечают двойникам и сросткам обоих типов (за исключением столбцов VI и VII).

Известные в литературе примеры сложных параллельных сростков комплексных двойников иллюстрируют сказанное (рис. 31 и 32). Триадная теория двойниковых образований Л. А. Варданянца показывает, как сростки триклинного плагиоклаза путем увеличения чисел сростшихся индивидов повышают обобщенную симметрию вплоть до $m\bar{3}m$ (Варданянц, 1956).

Сказанное относится и к другим веществам (И. Шафрановский, 1961; Макагонов, 1979; Мокиевский, 1983; Г. Шафрановский, 1983). На рис. 31 сростки кристаллов с различной индивидуальной симметрией имеют обобщенную симметрию $m\bar{3}m$. К типу $12/m\bar{m}m$ помимо вышеупомянутого двойника графита (рис. 32), быть может, относятся редкие 12-лучевые снежинки (Bentley, Humphreys, 1962).

Перейдем к другим закономерностям, содержащимся в табл. 12 и 18. Если перемножить в планксиальном столбце числа строк 1—6, 2—5, 3—4, получаем постоянно 192 (48×4). В столбцах

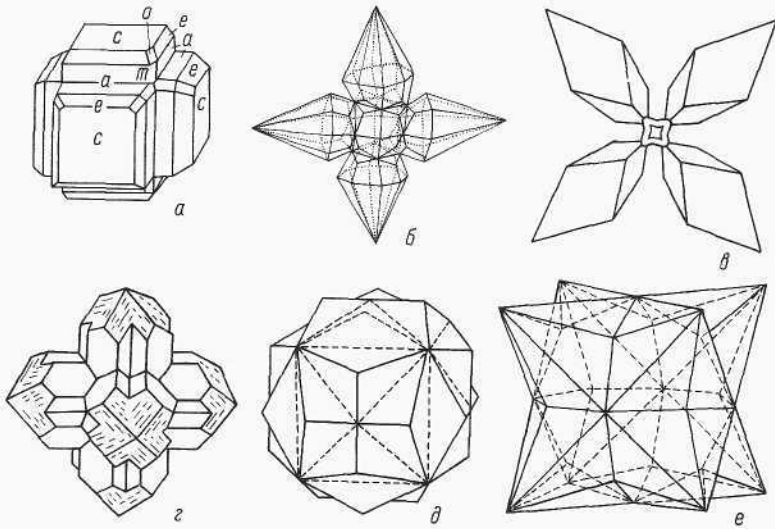


Рис. 31. Параллельные слои и комплексные двойники с обобщенной симметрией $m3m$.

a — псевдоболит ($4/m3m$); *b* — нашатырь (« $4/m3m$ »); *v* — нашатырь (« $3m$ »); *z* — филлипсит ($2/m$); *d* — пирит ($m3$); *e* — эвлитин ($43m$).

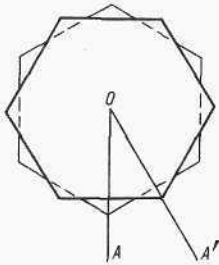


Рис. 32. Двойник графита с обобщенной симметрией $12/mmm$.

II, III, IV все аналогичные произведения, как уже отмечалось, равны 48. Прimitивный столбец дает произведения, неизменно равные 12 ($48 : 4$). Особняком стоят столбцы VI и VII. Для столбца VI имеем 96 (48×2), для столбца VII — 24 ($48 : 2$). Как видим, всюду в приведенных произведениях центральное место занимает число 48. Обратимся далее к горизонтальным строкам (сингониям) в табл. 12. В строке 1, перемножая цифры столбцов I—V, II—IV, III—II, III—IV, получаем постоянно 4 (2^2). В строке 2 произведения чисел тех же столбцов равны 16 (4^2). В строке 3 аналогичные произведения дают 36 (6^2). Для строки 4 (без столбцов VI и VII) соответственно получаем 64 (8^2). Для строки 5 (без столбцов VI и VII) аналогичные произведения равны 144 (12^2). Для строки 6 (кубическая система) постоянно повторяющееся произведение равно 576 (24^2). Полученные результаты и возможное их толкование на основе комплексных двойников показаны в табл. 21.

Для любой пары вертикальных столбцов (I—V) при перекрестном перемножении чисел в последовательности сверху вниз для одного столбца и снизу вверх для другого неизменно получаем постоянные для каждой из этих пар произведения.

Произведения в горизонтальных строках табл. 12 и 18 (столбцы I—V)

Строка в табл. 12 и 18	Произведения	Соответственная группа	Обобщенная простая форма	Характеристика возможных сростков
1	4 (2^2)	$2/m$	Ромбическая призма	Двойник
2	16 (4^2)	$4/mmm$	Дитетрагональная дипирамида	Двойник двойников
3	36 (6^2)	$\bar{9}/m$	Ди-9-гональный скаленоэдр	Тройник тройников
4	64 (8^2)	$16/mmm$	Ди-16-гональная дипирамида	Четверник четверников, двойник восьмерников
5	144 (12^2)	$36/mmm$	Ди-36-гональная дипирамида	Шестерник шестерников, тройник двенадцатерников, четверник девятерников
6	576 (24^2)	$m\bar{3}m$	—	Двенадцатерник двенадцатерников

Таблица 22

Результат перекрестного перемножения четырех порядков симметрии по диагоналям образуемого ими кальцита (табл. 12)

Строки \ Столбцы	I—II	II—III	III—IV	IV—V
1—2	$2/m$ 4	mmm 8	mmm 8	$4/mmm$ 16
2—3	$6/m$ и $\bar{3}m$ 12	$6/mmm$ 24	$6/mmm$ 24	$12/mmm$ 48
3—4	$12/m$ и $6\bar{2}m$ 24	$12/mmm$ 48	$12/mmm$ 48	$24/mmm$ 96
4—5	$24/m$ и $12 \cdot 2 \cdot m$ 48	$24/mmm$	$24/mmm$	$48/mmm$
5—6	144	288	288	576

Таблица 23

Произведения двух соседних порядков симметрии по горизонтальным строкам (табл. 12).

Строки \ Столбцы	I—II	II—III	III—IV	IV—V	V—VI	VI—VII
1	2	4	4	8		
2	8	16	16	32		
3	18	36	36	72		
4	32	64	64	128	32	32
5	72	144	144	288	72	72
6	288	576	576	1152		

Примечание. Перемножение чисел по столбцам (I—II) × (IV—V) (II—III) × (III—IV) (сверху вниз и снизу вверх) неизменно дает произведения 2304 (48^2).

Для любой пары горизонтальных строк (1—6) при перекрестном перемножении в последовательности слева направо для одной строки и справа налево для другой неизменно получаем постоянные для этих пар произведения.

В табл. 22 даны результаты перекрестного перемножения четырех соседствующих по столбцам и строкам порядков симметрии, в табл. 23—25 — произведения соседних порядков симметрии по горизонтальным строкам и вертикальным столбцам, а также квадраты порядков симметрии. Все они, так же как и табл. 12, 18, являются своеобразными «магическими прямоугольниками» (см. примечания к табл. 23—25), получающиеся при этом произведения равны $2304 (48^2)$. Эти произведения дают симметричные характеристики кристаллических сростков. Для того чтобы убедиться в этом, обратим внимание на то, что верхняя горизонтальная строка в табл. 12 и 18 содержит не только симметричные характеристики триклинных и моноклинных кристаллов, она отвечает также набору простейших двойниковых законов— $1, 1, m, 2, 2/m$.

В заключение остановимся еще на некоторых любопытных симметричных закономерностях. Общее число произведений 32 видов симметрии, взятых попарно, 528 (следует, однако, иметь в виду, что некоторые произведения дублируются, образуя различные симметричные совокупности с одинаковыми порядковыми числами). Обращают на себя внимание закономерные связи этого числа с десятью числами порядков симметрии в табл. 12 и 18 (48, 24, 16, 12, 8, 6, 4, 3, 2, 1). В результате деления 528 на эти числа, получаем частные в виде произведений тех же порядковых чисел, но взятых в обратной последовательности и умноженных на 11 (табл. 26). Относительно числа 11, постоянно фигурирующего во всех результатах деления, заметим, что оно равно сумме порядков симметрии в первой строке табл. 12 и 18. Эти порядки в свою очередь соответствуют, как указывалось выше, простейшим законам двойникования. Отметим также, что полученные частные (табл. 26) совпадают с суммарными числами порядков симметрии для сингоний (табл. 27, второй столбец справа). Кроме того, появляются числа, соответствующие возможным в кристаллических сростках (но не в кристаллах-индивидах) главным осям симметрии с повышенными порядками: 8, 12, 16, 24, 48 (табл. 27, строки 6—11). По аналогии с верхними строками табл. 27 можно построить нижележащие строки, соответствующие этим «некристаллографическим» осям. В результате получаем общую расширенную таблицу, включающую как классические сингоний, так и сингоний с повышенной симметрией (табл. 27). Всего таких сингоний, охватывающих сростки с характеристиками, отвечающими попарно взятым произведениям 32 классов,— 11.

Как и табл. 12 и 18, табл. 27 образует свой «магический прямоугольник». Все произведения содержащихся в нем чисел, взятых по правилу, описанному выше (табл. 12 и 18) для столбцов I—V, так же как и для столбцов I—VII, равны $192 (48 \times 4)$. Для от-

Таблица 24

Произведения двух соседних порядков симметрии по вертикальным столбцам (табл. 12).

Строки \ Столбцы	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6
I	2	6	12	24	72
II	8	24	48	96	288
III	8	24	48	96	288
IV	8	24	48	96	288
V	32	96	192	384	1152
VI				24	
VII				96	

Примечание. Перемножение чисел по строкам $(1-2) \times (5-6)$, $(2-3) \times (4-5)$, $(3-4)$ (сверху вниз и снизу вверх) неизменно дает произведение 2304 (48^2).

Таблица 25

Квадраты порядков видов симметрии (табл. 12)

Строки \ Столбцы	I	II	III	IV	V	VI	VII
1	1	4	4	4	16		
2	4	16	16	16	64		
3	9	36	36	36	144		
4	16	64	64	64	256	16	64
5	36	144	144	144	576	36	144
6	144	576	576	576	2304		

Примечание. Перемножение чисел по столбцам I—V, II—IV, III (сверху вниз и снизу вверх) неизменно дает произведение 2304 (48^2).

Таблица 26

Деление 528 на числа порядков симметрии

Делимое	Делитель	Частное	Делимое	Делитель	Частное
528	48	11 (11×1)	528	6	88 (11×8)
	24	22 (11×2)		4	132 (11×12)
	16	33 (11×3)		3	176 (11×16)
	12	44 (11×4)		2	264 (11×24)
	8	66 (11×6)		1	528 (11×48)

дельно взятых столбцов VI и VII соответственное число 96 (48×2).

Подчеркнем еще раз, что симметричные закономерности, объединенные в табл. 27, относятся лишь к тем сросткам, обобщенная симметрия которых является результатом перемножения попарно взятых групп симметрии, принадлежащих к системе 32 кристаллографических классов. Выявление сущности отмеченных закономерностей и примечательных совпадений требует дальней-

Симметричные закономерности

Виды симметрии Сингонии	I	II	III	IV	V	VI	VII	Σ I—V	Σ I—VII
1	4	2	2	2	1	(2)	(1)	11 (11×1)	14 (14×1)
2	8	(4)	4	4	(2)	(4)	(2)	22 (11×2)	28 (14×2)
3	12	6	6	6	3	(6)	(3)	33 (11×3)	42 (14×3)
4	16	8	8	8	4	8	4	44 (11×4)	56 (14×4)
5	24	12	12	12	6	12	6	66 (11×6)	84 (14×6)
6	32	16	16	16	8	16	8	88 (11×8)	112 (14×8)
7, 8	48	24	24	24	12	24	12	132 (11×12)	168 (14×12)
9	64	32	32	32	16	32	16	176 (11×16)	224 (14×16)
10	96	48	48	48	24	48	24	264 (11×24)	336 (14×24)
11	192	96	96	96	48	96	48	528 (11×48)	672 (14×48)
	496	248	248	248	124	248	124	1364	1736
Σ	(124×4)	(124×2)	(124×2)	(124×2)	(124×1)	(124×2)	(124×1)	(11×124)	(14×124)

П р и м е ч а н и е. Сингонии: 1 — триклинная, моноклинная; 2 — ромбическая; 3 — тригональная; 4 — тетрагональная; 5 — гексагональная; 6 — октагональная; 7 и 8 — кубическая и додекагональная; 9 — тетра-тетрагональная; 10 — тетра-гексагональная; 11 — тетра-додекагональная. Виды симметрии: I — планаксиальные, II — центральные, III — планальные, IV — аксиальные, V — примитивные, VI — инверсионно-планальные, VII — инверсионно-примитивные.

ших исследований. Напрашивается мысль о необходимости создания «теории собственно кристаллографических чисел», в которой центральную роль играет 48.

Некоторые из приведенных в табл. 21—27 произведений с позиций классической симметрии являются явно неправомерными. Таковы, например, произведения порядков симметрии гексагональной и кубической сингоний. Приводят в недоумение и большие числа однозначных граней (точек) для многих из произведений. Однако природные кристаллические сростки показывают вполне реальное осуществление этих, казалось бы, запретных задач. Сюда относятся, например, нарастания «гексагональных призм» (граней ромбододекаэдра) на октаэдрических алмазах. Особенно эффектны вершинные формы флюорита (грани ромбододекаэдрических вершинников, выросших на вершинах октаэдра флюорита, приводят к числу 72 (6×12), а вершинники с гексаоктаэдрическими гранками дают число 288 (6×48); рис. 33, а и б).

Аналогичные построения реализуются и при полиморфных переходах. Таково, например, нарастание на гранях кубического тетраэдра сфалерита гексагональных призм вюртцита (рис. 34).

Вышеприведенные числовые данные (табл. 11—17), по-видимому, содержат широкие возможности для выявления и классификации сложных кристалломорфологических объектов в виде форм срастания, нарастания и прорастания. Очевидно, любому из чисел, получаемых при перемножении порядков симметрии,

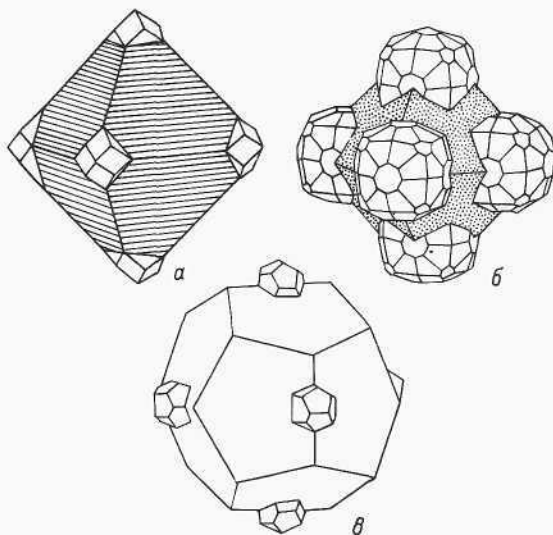


Рис. 33. Вершинные нарастания (вершинники) на кристаллах флюорита ($m3m$) и пирита ($m3$).

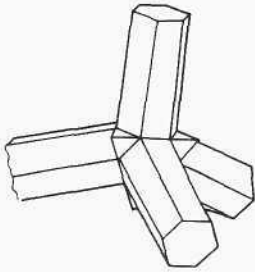


Рис. 34. Четверник вюртцита (6 *mm*), выросший на тетраэдре сфалерита (43*m*).

ответчают соответственные группы обобщенной или «суперкристаллографической» симметрии (Заморзаева, 1979), воплощающейся в реальном мире минеральных сростков. Истолкование математической сущности сформулированных выше закономерностей нами здесь не затрагивается.

Мы лишь обращаем внимание на следующие из них кристаллографические результаты.

Главный вывод заключается в том, что система 32 видов симметрии в той форме, которая ей придана в табл. 12 и 18, может быть использована в качестве основы для выявления сложных сростков, комплексных двойников прорастания, однородных и эпитаксиальных нарастаний (вершинных, реберных, граничных), полиморфных новообразований.

Нет надобности говорить о том, какой существенный интерес представляют найденные закономерности для кристаллографии минералов. Они демонстрируют переходы от симметрии кристаллических индивидов к обобщающей симметрии сростков, играющих столь видную роль в мире минеральных кристаллов.

Наша цель — указать на то, какие богатейшие и еще неиспользованные возможности для минералогической кристаллографии таятся, казалось бы, в до конца осознанной и столь привычной для нас классической таблице 32 видов симметрии.

ИДЕАЛЬНЫЕ И РЕАЛЬНЫЕ КРИСТАЛЛЫ

Схематизируя и обобщая ход развития науки о кристаллах, можно сказать, что кристаллография прошлого (в особенности классическая кристаллография XIX в.) культивировала в основном понятия об идеальном кристалле, тогда как кристаллография XX в. — наука сегодняшнего дня — фиксирует свое внимание на реальном кристалле. В первую очередь мы остановимся на идеализированных (модельных) кристаллографических формах с тем, чтобы использовать их как основу. Далее, постепенно отстраняясь от них, перейдем к реальным окристаллизованным телам со всеми их отклонениями от идеальных форм.

Быть может ни в одной из естественно-исторических наук не проявляется так ярко двойственность характеристик реальных природных объектов, как это выражается в кристаллографии вообще и в минералогической кристаллографии в частности. Объясняется это тем, что наука о кристаллах особенно далеко продвинулась по линии геометризации и идеализации кристаллографических форм. Напомним, что школьное изучение таких форм

начинается с идеализированных моделей простых гранных форм и их комбинаций.

Истинная (неискаженная) симметрия реальных кристаллов устанавливается с помощью гониометрических измерений на статистическом материале (закон постоянства углов), рентгеноструктурного анализа (установление федоровской пространственной группы бесконечной симметрии кристаллической структуры, а тем самым и соответственного вида конечной симметрии данного вещества), тщательного морфологического изучения поверхности и внутреннего сложения («внутренней анатомии», по Д. П. Григорьеву). Из сказанного видно, что полная характеристика конкретного кристалла должна учитывать два момента. С одной стороны, следует рассматривать его идеализированный аспект, согласованный с истинной структурной симметрией и поданный в виде модели, изображающей внешнее ограничение, получаемое в идеальных условиях формирования. С другой стороны, необходимо дать по возможности полное понятие о реальном кристаллическом полиэдре со всеми его несовершенствами и отклонениями от идеала.

Взяв учебник элементарной кристаллографии, мы сразу же наталкиваемся на понятие о первом основном свойстве кристаллов — однородности: «Однородным называется такое тело, которое во всем своем объеме обнаруживает одинаковые свойства» (Попов, Шафрановский, 1972, с. 14). Ясно, что здесь имеется в виду тело сугубо идеального кристалла (ведь мы хорошо помним неоднородное сложение реальных кристаллов с зонами и секторами роста).

По этому поводу проф. В. А. Мокиевский справедливо писал: «Как известно, учение об идеальном кристалле исходит из того, что кристалл однороден, не содержит никаких дефектов, не зонален и не секториален. Такой идеальный кристалл можно было бы создать в идеальных условиях, которые должны отвечать по меньшей мере следующим требованиям. Среда кристаллообразования должна обладать симметрией шара (оо/оом), не содержать никаких примесей, в среде не может быть температурных градиентов, даже тех, которые вызываются самим процессом роста. Иначе говоря, условия должны отвечать идеальному равновесию системы, где невозможен процесс кристаллообразования. Отсюда следует тривиальный вывод, что в неравновесной системе должен образоваться неоднородный кристалл» (Мокиевский, 1983, с. 73).

В капитальной книге Г. Бакли «Рост кристаллов» (1964) выделена особая глава, посвященная идеальным и реальным кристаллам (с. 167). С самого начала здесь ставится вопрос: «Возможны ли такие совершенные кристаллы, пространственные решетки которых были бы непрерывны вплоть до ограничивающих их плоскостей?» (там же). Далее следует подробное обсуждение проблемы с ссылками на дискуссию, отображенную в сборнике «Идеальный и реальный кристалл» (1934 г., редактор П. Ниггли).

Особенно подробно рассматривается блочное и мозаичное строение подавляющего большинства реальных кристаллов.

В отличие от вышеупомянутых авторов здесь мы ограничимся рассмотрением только внешних идеальных форм кристаллов. Учение о них было разработано в основном в прошлом столетии (И. Ф. Х. Гессель, А. В. Гадолин, Е. С. Федоров). Углубленное и расширенное развитие этого учения осуществилось уже в наше время.

О том, что ученые прошлого столетия сознательно ограничивались идеальными формами, игнорируя их искажения, свидетельствует следующая характерная фраза из русского учебника минералогии середины прошлого века: «Неправильное образование кристалла, впрочем, не должно быть описываемо, в частности, и потому, что в ориктогнозии (описательной минералогии, — И. Ш.) не описывают уродливые формы, но только правильные» (Эйхвальд, 1844, с. 44).

Из перечисленных выше условий образования идеального кристалла в отношении его формы решающее значение имеет шаровая симметрия маточной среды ($\infty L_{\infty} \infty PC = \infty / \infty_m$). В самом деле, обращаясь к принципу Кюри, мы видим, что в такой среде все элементы симметрии кристалла совпадают с элементами симметрии среды (любая его ось L_n совместится с одной из бесчисленных L шаровой симметрии, любая плоскость симметрии P — с одной из бесчисленных плоскостей симметрии шара). Тем самым сохранятся все без исключения элементы симметрии кристалла. Мало того, будучи все в одинаковых симметричных условиях, они разойдутся именно так, как их представляет идеализированная модель кристаллической формы. Например, все $3L_4$ симметрии куба окажутся одинаковыми между собой, то же самое относится и к $4L_3$ и $6L_2$.

Обратимся далее к вопросу: реализуются ли кристаллы с идеальным развитием форм в природных условиях? Наперед можно сказать, что моделирование форм в их идеальном развитии отнюдь не является голый абстракцией: мы знаем, что при условии всестороннего и равномерного питательного подтока к кристаллу, последний приобретает практически идеальную форму. О том, что в природе такие условия возможны (хотя бы и в приближении) свидетельствуют, например, октаэдры алмаза, весьма близкие к правильной октаэдрической форме.

Любопытно следующее высказывание В. И. Вернадского (1904, с. 161): «при кристаллизации природной или искусственной всегда получается несколько идеальных геометрических многогранников на тысячу или тысячи кристаллов. Старые кристаллографы это знали, но не обобщили. Так, например, работал Н. И. Кокшаров. Кюри первый понял, что это природное явление, а не случайность. Явление это до сих пор не изучено».

Само собой разумеется, что обобщение статистического характера, отмеченное В. И. Вернадским, требует уточнения и тщательной проверки. Для этого нужно прежде всего условиться о точно

ности, с которой мы подходим к геометрической характеристике реальной простой формы и о тех минимальных или максимальных отклонениях, которые мы при этом допускаем. В качестве характерного примера можно привести данные статистического изучения алмазных октаэдров, осуществленного различными авторами.

З. В. Бартошинский и М. А. Гневушев (1969) путем визуальных исследований якутских алмазов нашли, что «правильные многогранники, соответствующие их истинной симметрии $m\bar{3}m$, обычно не превышают 10 % всех кристаллов».

Л. В. Зыков и И. И. Шафрановский (1975) в результате более точного подхода пришли к иным выводам. Л. В. Зыковым было проведено статистическое исследование 6000 октаэдрических кристаллов алмаза с помощью инструментального замера и сопоставления четырех расстояний между противоположными и обратно-параллельными гранями октаэдра. Обмер кристаллов проводился с точностью до 0.01 мм. Результаты измерений показали, что среди 6000 исследованных кристаллов алмаза практически не встретилось ни одного геометрически идеального октаэдра. Само собой разумеется, что при менее строгом подходе к определению видимой симметрии некоторые из кристаллов можно было бы с известной степенью точности отнести к виду $m\bar{3}m$.

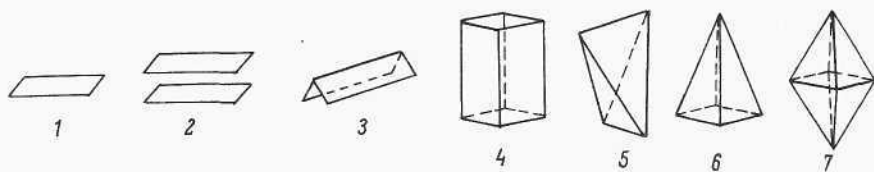
Итак, строго говоря, теоретически идеальные формы в природе отсутствуют, однако близко подходящие к ним «практически идеальные формы» вполне реальны. Это надо твердо помнить при обсуждении вопроса о кристаллографических формах и методах изучения и описания.

Идеализированные модели форм не так уж далеки от реальных огранений, возникающих при более или менее всестороннем и равномерном подтоке питания. Иногда высказывались пожелания об изучении кристаллических форм не на абстрагированных идеализированных многогранниках — моделях, а на реальных образцах со всеми их искажениями и усложнениями. Здесь, конечно, следует возразить, что такой подход приведет к величайшей путанице и неразберихе, так как разобраться в огранении реального кристалла без знания простых форм, понятие о которых дают идеализированные модели, невозможно. В результате мы приходим к хорошо знакомым нам сорока семи простым гранным формам (рис. 35).

Нужно высказать сожаление по поводу того, что мы недостаточно осведомлены о том, какие именно простые формы занимают наиболее видное место в минералогической кристаллографии и какие из них играют заниженную роль, а иногда и вовсе отсутствуют на природном материале.

Отчасти здесь на помощь приходит теория. Следуя закону Браве, можно вычислить плотнейшие сетки структур (вернее трансляционных решеток) и выявить тем самым совпадающие с ними важнейшие грани кристаллов. Так, например, последовательности сетчатых (ретикулярных) плотностей в трех куби-

Низшие сингонии



Средние сингонии

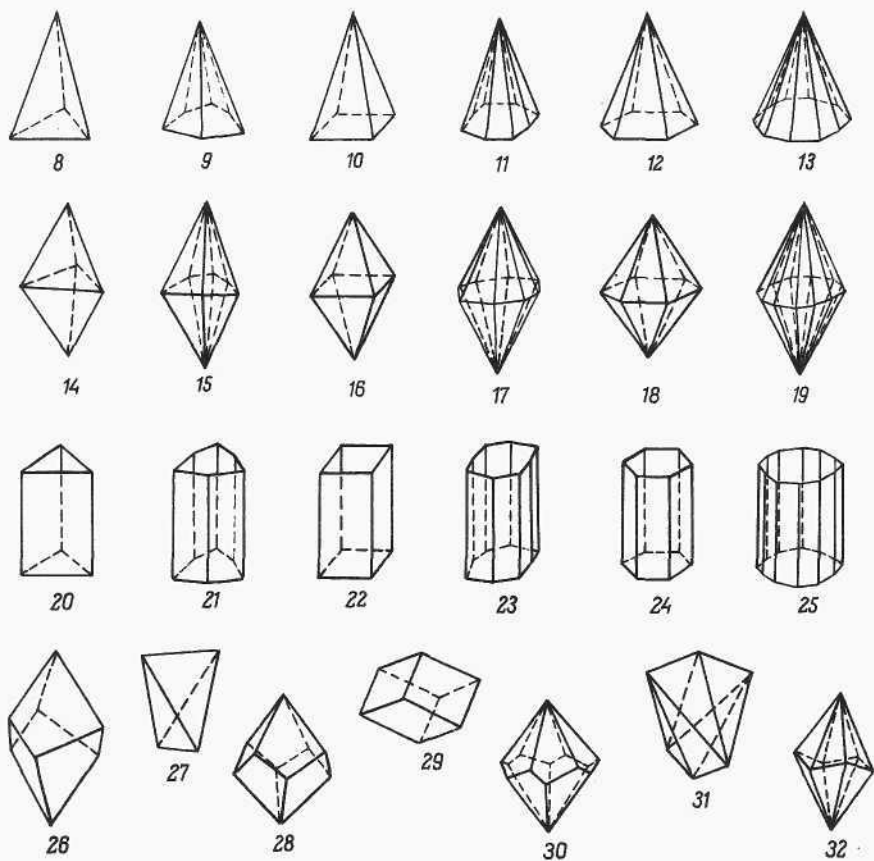


Рис. 35. 47 простых форм.

Кубическая сингония

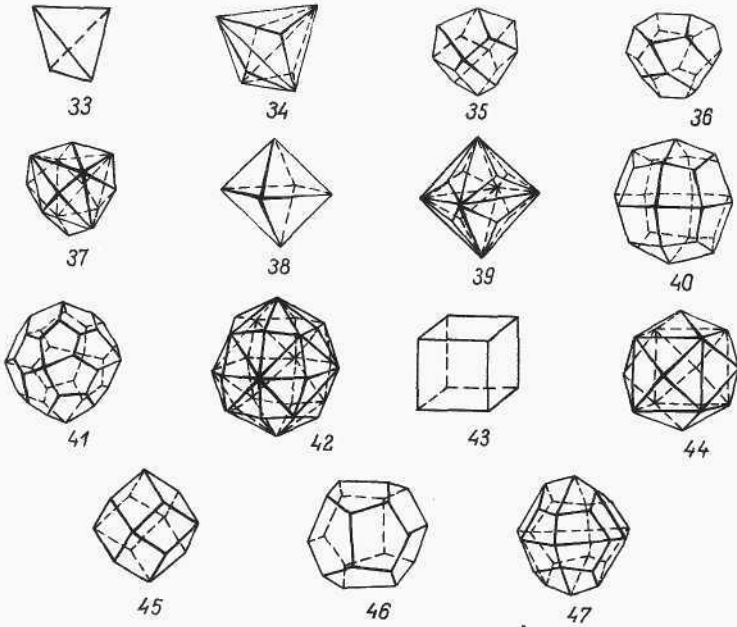


Рис. 35 (продолжение).

ческих решетках — примитивной (P), центрированной (I), гранецентрированной (F), а следовательно, и теоретические порядки важности граней, отвечают следующим трем рядам:

$$\begin{array}{l}
 P - \{100\}, \{110\}, \{111\}, \{210\}, \{211\} \dots \\
 I - \{110\}, \{100\}, \{112\}, \{310\}, \{111\} \dots \\
 F - \{111\}, \{100\}, \{110\}, \{311\}, \{331\} \dots
 \end{array}$$

Даже беглое знакомство с формами кристаллов кубической сингонии показывает, что перечисленные выше простые формы являются наиболее обычными в их огранении (это касается в особенности трех первых форм во всех трех рядах).

Однако сейчас речь идет о реальном проявлении форм на природных кристаллах, которое можно установить лишь с помощью статистических данных.

К сожалению, знаменитый «Атлас кристаллических форм» В. Гольдшмидта (Goldschmidt, 1913—1923) — сводка всех изображений минеральных кристаллов до 1913 г. — не может здесь прийти на помощь. Ведь подавляющее большинство авторов публиковало изображения лишь тех кристаллов, которые привлекали внимание необычностью своего огранения, наличием редко

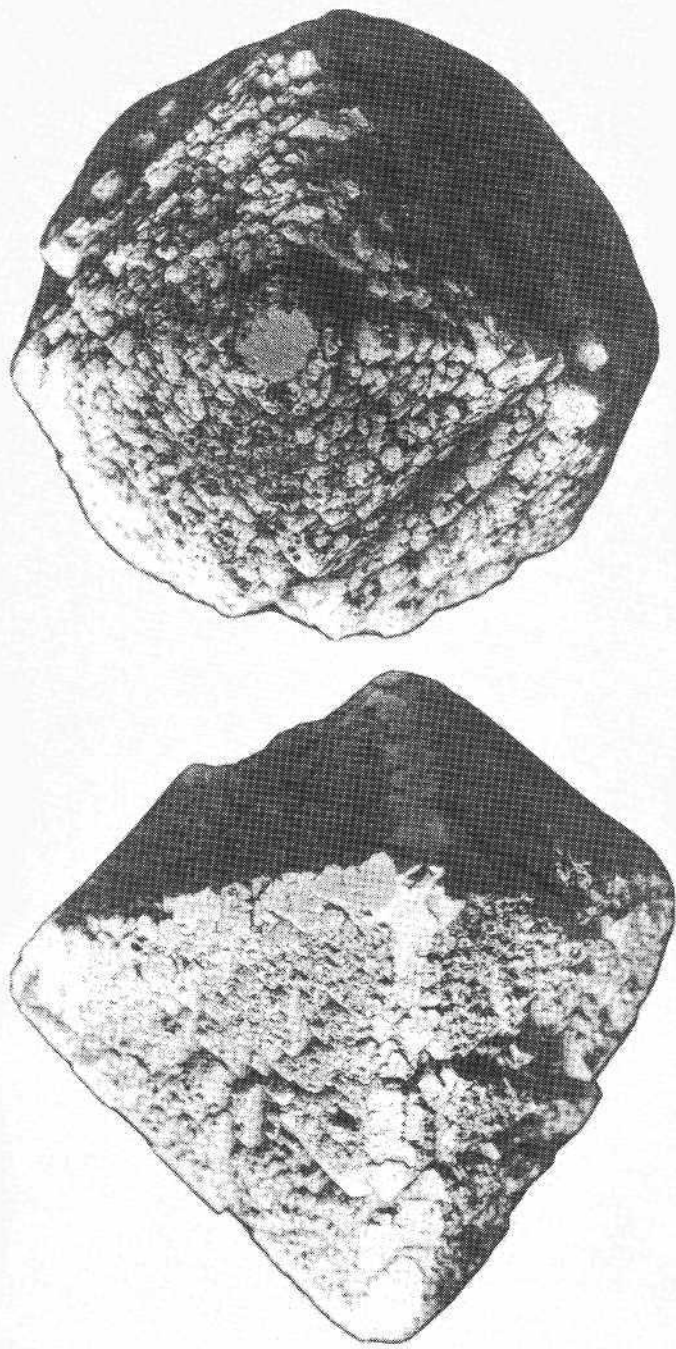


Рис. 36. Реберные и гранные формы на кристаллах флюорита.

встречающихся форм и т. п. Поэтому статистический учет форм, изображенных в «Атласе», приведет к явно искаженным результатам. Редко встречающиеся формы окажутся непропорционально завышенными, а наиболее обычные — резко заниженными.

Остается лишь обратиться к статистике форм минеральных кристаллов, используя соответствующую литературу. Существенную помощь в этом деле могут оказать таблицы кристаллических форм и углов В. Гольдшмидта, капитальные сводки по минералогии К. Гинтце, К. Дельтера, Д. Дэна, выпуски академического издания «Минералы» и др.

При этом следует иметь в виду, что иногда новооткрытые факты могут поколебать, казалось бы, твердо установившиеся понятия о той или иной форме. В качестве примера сошлемся на данные по гексоктаэдру (48-гранникам).

Помимо гранных форм следует принимать во внимание простые реберные и вершинные формы — совокупности ребер или вершин, связанных элементами симметрии кристалла. Существенная их роль в кристалломорфологии выясняется ниже.

Прежде всего уместно привести недостаточно обращавшее на себя внимание правило: *для каждого вида симметрии произведение числа граней (ребер, вершин) любой простой гранной (реберной, вершинной) формы на максимальную величину симметрии отдельной ее грани (ребра, вершины) есть константа, равная порядку симметрии данного вида. Порядок вида симметрии соответствует числу граней (ребер, вершин) общей простой гранной (реберной, вершинной) формы этого вида.* Это правило хорошо поясняет простейший пример куба с симметрией $m\bar{3}m$ (табл. 28).

Из приведенного правила видно, что простые вершинные и реберные формы не уступают по своему значению простым гранным формам и должны учитываться наряду с ними. Кроме того, согласно правилу, любая грань, вершина или ребро кристалла содержит исчерпывающую информацию о порядке его вида симметрии.

В отличие от редко встречающихся в природе многогранников в виде общих простых гранных форм (гексаоктаэдра, гексатетраэдра, дидодекаэдра и др.) вершинные их аналоги находятся на самых обычных комбинациях гранных форм. Такие вершинники отвечают «изогонам», выведенным Е. С. Федоровым параллельно с «изоэдрами», соответствующими простым гранным формам в виде замкнутых фигур.

Таблица 28

Пример куба с симметрией $m\bar{3}m$

Элементы куба	Симметрия грани, ребра, вершины	Максимальная величина симметрии	Число граней, ребер, вершин	Порядок симметрии вида
Грань (100)	$4mm$	8	6	$8 \cdot 6 = 48$
Ребро 001	$2mm$	4	12	$4 \cdot 12 = 48$
Вершина $\cdot 111$	$3m$	6	8	$6 \cdot 8 = 48$

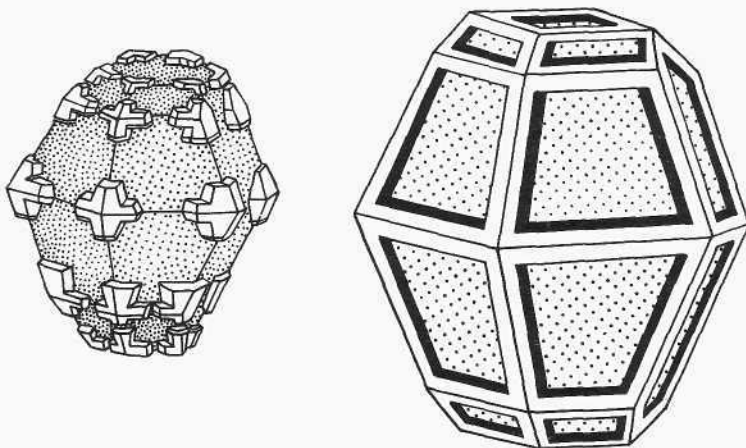


Рис. 37. Реберные и гранные формы на кристаллах серы.

Так, например, 48-вершинник — аналог гранного гексооктаэдра — соответствует вершинам гранной комбинации $\{100\}$, $\{110\}$, $\{111\}$ (комбинация, часто встречающаяся на галените и других минералах). Вершинный аналог гексатетраэдра образует 24 вершины гранной комбинации $\{100\}$, $\{111\}$, $\{111\}$ (характерная комбинация для сфалерита). Соответственно вершинный аналог додекаэдра предстает в виде 24 вершин гранной комбинации $\{100\}$, $\{210\}$, $\{111\}$ (обычная комбинация для пирита).

Не отличаются сложностью и совокупности ребер простых общих реберных форм. Так, например, 48-реберник — аналог гексооктаэдра — соответствует ребрам между гранями тригон-триоктаэдра hhl и тетрагон-триоктаэдра hkk .

Примеры вершинных, реберных и гранных форм показаны на рис. 36, 37.

Простые реберные формы можно представить в виде тончайших удлиненных гранок, притупляющих ребра на моделях кристаллических полиэдров. Симметрия таких удлиненных гранок (ребер) отвечает симметрии пяти стрелок, изображенных на рис. 38.

Перенеся линии, параллельные ребрам, в центр модели, получим реберные пучки. Число их (без учета симметрии ребер) — 47. (Упрощенно их можно моделировать в виде совокупностей нормалей к граням простых гранных форм). На поверхности кристаллов реберные формы проявляются, помимо ребер, в виде штриховок. Последние целесообразно описывать с помощью двадцати семи плоских простых реберных форм (рис. 39). Все без исключения штриховые узоры на отдельных гранях представляют комбинации этих 27 форм и могут быть охарактеризованы с их помощью. Однако такая характеристика не всегда дает полное понятие о реальной штриховке. Каждое ребро (штрих) имеет свою собственную симметрию, отвечающую одному из пяти случаев симметрии стрелок на рис. 38. Добавляя эти случаи к реберным плоским

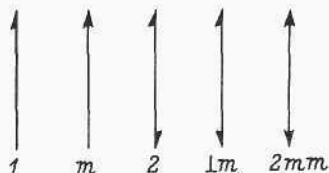


Рис. 38. Пять типов конечной симметрии ребер.

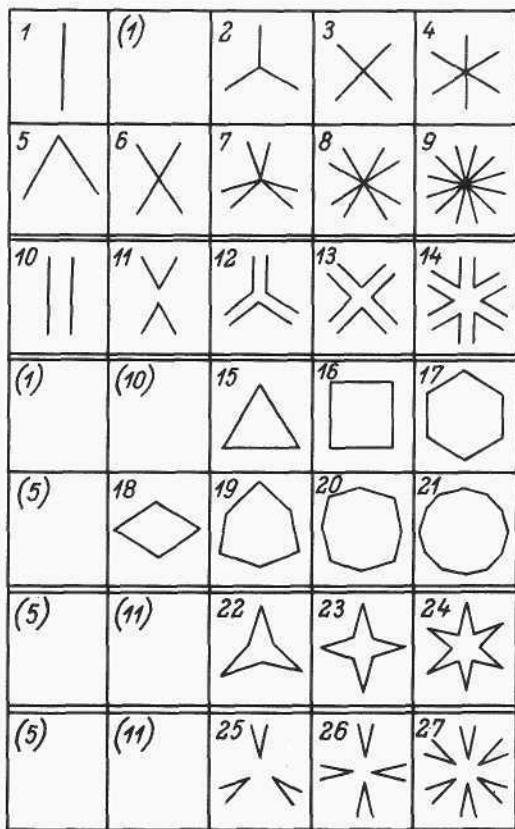


Рис. 39. Двадцать семь простых реберных форм.

Пучки: / — монореберник; 2 — треугольный реберный пучок; 3 — четырехугольный реберный пучок; 4 — шестигонный реберный пучок; 5 — дуреберник; 6 — дидигональный реберный пучок; 7 — дитригональный реберный пучок; 8 — дитетрагональный реберный пучок; 9 — дигексагональный реберный пучок. Разорванные пучки: 10 — парारेберник; // — удвоенный дуреберник; 12 — удвоенный треугольный реберный пучок; 13 — удвоенный четырехугольный реберный пучок; 14 — удвоенный шестигонный реберный пучок. Рамки: 15 — реберный треугольник; 16 — реберный четырехугольник; 17 — реберный шестигон; 18 — реберный ромб; 19 — реберный дитригон; 20 — реберный дитетрагон; 21 — реберный дигексагон. Звезды: 22 — треугольная реберная звезда; 23 — четырехугольная реберная звезда; 24 — шестигонная реберная звезда. Разорванные звезды: 25 — разорванная треугольная реберная звезда; 26 — разорванная четырехугольная реберная звезда; 27 — разорванная шестигонная реберная звезда.

1							
2							
3							
4							
6							
m							
$2m$							
$3m$							
$4m$							
$6m$							

Рис. 40. 39 физических разновидностей для конечных плоских реберных форм.

формам на рис. 39, получим 39 симметричных разновидностей двадцати семи плоских реберных форм (рис. 40). Как увидим далее, эти 39 разновидностей относятся к исходным 27 формам, так же как 146 разновидностей гранных форм Г. Бокия относятся к 47 простым гранным формам.

Модели простых вершинных форм легче всего представить в виде крохотных притуплений («микрогранок») на вершинах кристаллических многогранников. Легко понять, что число их, так же как и число простых гранных форм, равно 47. На рис. 41 изображено десять видов плоскостной и пирамидальной симметрии для кристаллографических граней и вершин. Показ симметрии дается с помощью пяти типов стрелок (рис. 38), исходящих из центральной точки — вершины или центра грани.

Перейдем к вопросу об использовании приведенных выше понятий в моделировании кристаллических полиэдров. Первая задача, приближающая геометрическую модель к реальному кристаллическому прообразу, заключается в учете истинной симметрии кристалла и в ее отображении на модели. Известно, что кристаллография различает между собой пять кубов, в то время как геометрия имеет дело только с одним кубом.

При симметричном подходе ко всем кристаллографическим простым формам вместо 47 геометрически различных форм выводятся 146 кристаллографических разновидностей, различных по симметрии (Бокий, 1940). Эти разновидности легко показать на обычных моделях простых форм с помощью все тех же пяти стрелок, изображающих пять случаев конечной симметрии ребер (рис. 42).

На рис. 43 показаны грани пяти кристаллографических разновидностей куба, ребра которого (стороны квадратов на рисунке) заменены пятью типами стрелок. Таким же образом можно снабдить соответственными стрелками ребра на моделях 47 простых форм, в результате чего и получим наглядные изображения для всех 146 кристаллографических разновидностей гранных форм.

Заметим, что такое моделирование является одновременно и выводом этих разновидностей. Подобные модели дают наглядное понятие не только о конечной пространственной симметрии всей формы в целом, но и характеризуют по отдельности плоскостную симметрию граней, линейную симметрию ребер и точечную симметрию вершин. Как известно, процесс образования реального кристаллического тела представляет собой сложное переплетение сосуществующих явлений роста и растворения вершин, ребер и граней. Ясно, что модели кристаллографических форм с нанесенными на ребра стрелками помогают решать кристалломорфологические задачи. Стрелки дают понятие о закономерностях нарастания граней, ребер и вершин, которые вызываются симметрией и внутренним строением кристалла. Они тем самым как бы «оживляют» статическую модель идеализированного кристалла, приближая ее к реальному природному образованию с присущей ему ростовой динамикой.

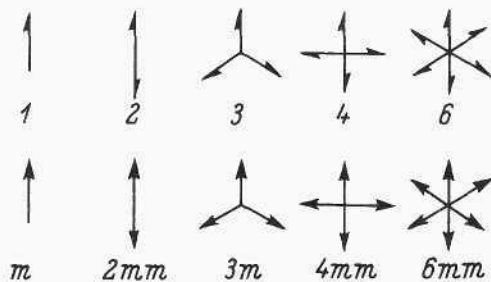


Рис. 41. Десять видов плоскостной и пирамидальной P симметрии для кристаллографических граней и вершин.

Номер разновидности	Вид симметрии	Символ и плоскостная симметрия грани	Изображение граней с соответственными стрелками	Номер разновидности	Вид симметрии	Символ и плоскостная симметрия грани	Изображение граней с соответственными стрелками
Моноэдр				Пинакоид			
1	1	$\frac{hke}{1}$		11	1	$\frac{hke}{1}$	
2	2	$\frac{010}{2}$		12	2	$\frac{hok}{1}$	
3	m	$\frac{hok}{m}$		13	m	$\frac{010}{1}$	
4	mm	$\frac{001}{2mm}$		14	2/m	$\frac{010}{2}$	
5	4	$\frac{001}{4}$		15	2/m	$\frac{hok}{m}$	
6	4mm	$\frac{001}{4mm}$		16	222	$\frac{100 \ 010 \ 001}{2}$	
7	3	$\frac{0001}{3}$		17	m m	$\frac{100 \ 010}{m}$	
8	3m	$\frac{0001}{3m}$		18	m m m	$\frac{100 \ 001 \ 010}{2mm}$	
9	6	$\frac{0001}{6}$		19	4	$\frac{001}{2}$	
10	6mm	$\frac{0001}{6mm}$		20	422	$\frac{001}{4}$	

Рис. 42. Изображение граней кристаллографических разновидностей моноэдра и пинакоида (20 из 146 возможных разновидностей простых форм).

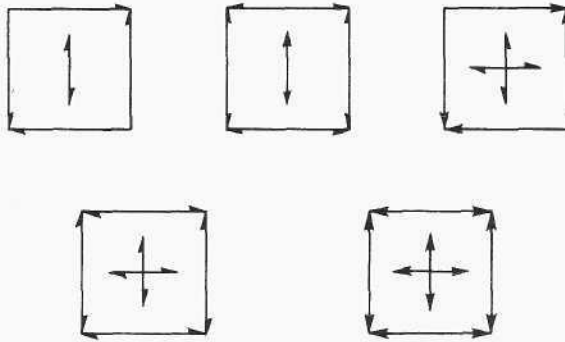


Рис. 43. Грани пяти кристаллографических разновидностей куба.

В заключение остановимся на попытках прежних кристаллографов установить для всех кристаллов какого-либо минерала единую идеальную модель, ограничение которой дает понятие о наиболее важных гранях как в отношении структурных плотностей, так и статистической вероятности. Следует заметить, что до сих пор нет твердо установившегося взгляда относительно способов выявления структурно-теоретического порядка последовательности граней. Простейший подход заключается в вычислении ретикулярных плотностей для решетки Браве, лежащей в основе структуры минерала. Доннэй и Харкер предлагают исходить из элементов симметрии пространственной группы минерала, учитывая действие винтовых осей и плоскостей скользящего отражения (сетки, перпендикулярные таким осям и плоскостям, имеют пониженную плотность по сравнению с сетками, перпендикулярными простым осям и плоскостям симметрии). П. Ниггли дает последовательность форм, отвечающую порядку межплоскостных расстояний (в сложных структурах в отличие от решеток Браве пропорциональность межплоскостных расстояний и плотностей сеток не выдерживается; табл. 29, столбец H_1). Он предложил взамен ретикулярных плотностей пользоваться «нагрузками сеток», принимая во внимание наличие атомов различных сортов, входящих в состав сетки, и приписывая им соответственные коэффициенты, например, атомные веса или порядковые номера элементов (см. табл. 29, столбец H_2). Кроме того, Ниггли предложил вычислять произведения из средних нагрузок сеток на межплоскостные расстояния (табл. 29, столбец H_3).

Н. 3. Евзиковой разработана методика структурно-геометрического анализа кристаллических граней, основанная на вычислении плотностей элементарных слоев — слоев предельно малой толщины, возникающих на гранях растущего кристалла.

Широкую известность получили работы П. Хартмана и В. Пердока, согласно которым для решения проблемы «морфология—структура» должны быть использованы не плоские сетки, а структурно важные направления наиболее интенсивных сил в кристал-

Статистическая и теоретическая последовательность граней циркона

Ст.	Б	Д—Х	Н ₁	Н ₂	Н ₃	Ст.	Б	Д—Х	Н ₁	Н ₂	Н ₃
1	3	1	1	1	1	6	6	5	—	—	6
2	1	2	2	2	2	7	—	—	5	8	—
3	2	4	6	4	3	8	5	8	9	—	8
4	9	6	3	3	4	9	—	—	—	—	9
5	4	3	4	5	5	10	—	—	—	9	—

лах. В качестве примера в табл. 29 дано сопоставление статистических данных с теоретическими последовательностями, по Браве (Б), Доннэю—Харкеру (Д—Х), Ниггли (Н₁, Н₂, Н₃), вычисленными нами для циркона. В результате статистических подсчетов был установлен следующий суммарный порядок важности граней циркона по частоте их встречаемости (рис. 44):

$$\begin{aligned} & \{111\} (1), \{110\} (2), \{100\} (3), \{311\} (4), \\ & \{331\} (5), \{011\} (6), \{221\} (7), \{511\} (8), \\ & \{011\} (9), \{411\} (10), \{551\} (11), \{211\} (12), \\ & \{553\} (13). \end{aligned}$$

Во всех столбцах табл. 29 каждая простая форма циркона обозначена своим номером, соответствующим ее порядковому номеру по статистической последовательности граней (см. выше).

Из табл. 29 видно, что различные теоретически вычисленные последовательности форм циркона, хотя и с незначительными вариациями, более или менее согласуются со статистическими данными. Совпадение статистической и вычисленной последовательности достигнуто полностью в столбце Н₃ (теоретически вычисленные произведения из средних нагрузок сеток на межплоскостные расстояния). Не следует, однако, придавать слишком большого значения этому совпадению. Его можно рассматривать как своего рода курьез. Истинные причины совпадения теоретической и статистической важности остаются неясными.

В известной статье А. Э. Гликина и А. И. Глазова (1979) подвергнуты критике имеющиеся ныне подходы к вычислению плотностей сеток в реальных структурах. Из всех имеющихся методов авторы склоняются к предпочтению старинного метода Браве, базирующегося на плотностях сеток трансляционной решетки.

Отметим, что именно этим методом пользовался Е. С. Федоров при вычислении теоретических последовательностей важнейших граней, помещенных в таблицах «Царства кристаллов».

Становлению единого ряда теоретической последовательности граней противоречит появление разноименных габитусных форм одного и того же минерала в различных его месторождениях или участках месторождений (таковы, например, кубы и пентагон-додекаэдры пирита, ромбододекаэдры и тетрагон-триоктаэдры гра-

ната, плоскогранные октаэдры и округлые додекаэдрониды алмаза и др.).

Существующие гипотезы приписывают такую изменчивость форм динамическому поведению структуры, сетки которой действуют неодинаково при различных физико-химических условиях.

Обратимся далее к имеющимся приемам установления единого статистического ряда последовательностей граней минерала. Особенно тщательная разработка таких приемов принадлежит П. Ниггли (Niggli, 1926). Для выяснения порядка важности граней на кристаллах П. Ниггли предлагал пользоваться: а) «реальной частотой граней», б) «устойчивостью по месторождениям», в) «комбинационной устойчивостью», г) «изучением развития граней и их частоты по имеющимся в литературе изображениям».

«Реальная частота граней» указывает в процентах суммарное число случаев, для которых наблюдалась данная форма. «Устой-

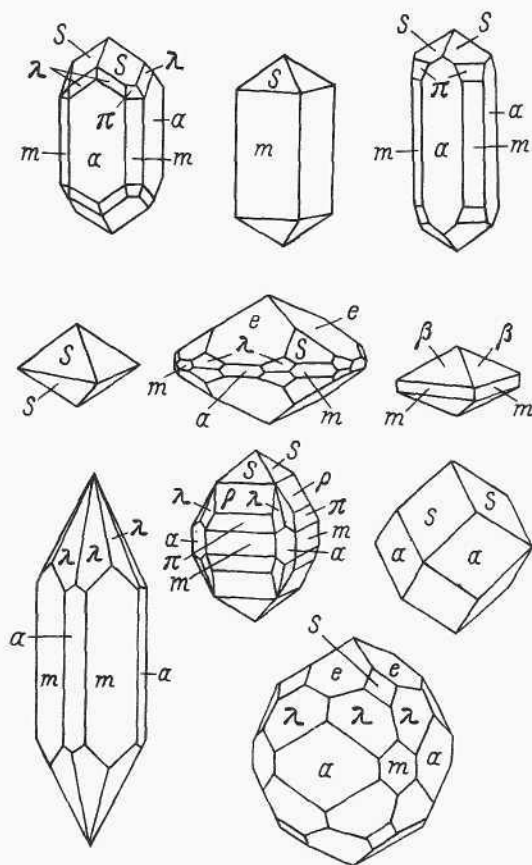


Рис. 44. Характерные типы кристаллов циркона.

$m - \{110\}$, $\alpha - \{010\}$, $S - \{111\}$, $\lambda - \{131\}$, $\pi - \{331\}$, $e - \{011\}$, $\beta - \{112\}$, $\rho - \{221\}$.

чивость по месторождениям» дает опять-таки в процентах суммарное число месторождений, где была отмечена эта форма. «Комбинационная устойчивость» отвечает числу различных комбинаций, в которых была обнаружена данная форма. При этом каждая комбинация независимо от того, как часто и в скольких месторождениях она встречается, принимается в расчет только один раз. Ниггли сделал все возможное, чтобы вывести некий идеальный тип кристалла, якобы зависящий только от структурных особенностей, но очищенный от всяких внешних влияний. Ясно, что поиски такого обобщающего идеального типа являются принципиально неправильными и в дальнейшем при современном уровне знания должны применяться лишь с необходимыми оговорками.

Особенно следует протестовать против приема Ниггли сваливать все в одну общую «кучу», стирая все особенности, характеризующие поведение структуры в той или иной среде. Можно возразить, что таким путем все же удалось более или менее согласовать морфологию некоторых минералов с их внутренним строением. Здесь нужно напомнить, что в основе любой структуры лежит единая трансляционная решетка, управляющая атомами всех сортов в данной структуре. Поэтому структура при различных условиях зачастую будет обнаруживать в общем сходные черты. Этим, в частности, объясняется, почему Е. С. Федоров в своем «Царстве кристаллов» в ряде случаев получил правильные геометрические схемы структур.

Подходя с точки зрения минерагенетических проблем к форме кристаллов, иногда считают, что все, в основном обусловленное структурой, играет второстепенную роль при детализации вопросов генезиса минералов. Может показаться, что постоянно присутствующие на кристаллах важнейшие габитусные грани, отвечающие наиболее плотным сеткам, имеют чисто структурное значение и тем самым представляют меньший интерес, чем непостоянные второстепенные формы, появление которых, очевидно, зависит не столько от внутренней структуры, сколько от внешних условий.

Именно так подходит к формам кристаллов П. Ниггли в своем «Учебнике минералогии» (Niggli, 1926). Описывая группы минералов, принадлежащих к одному структурному типу (группы меди, поваренной соли и т. п.), он выделяет «обобщенные формы», обычные для всех минералов данной группы. К ним относятся формы, наиболее важные в структурном отношении, т. е. обычные габитусные формы. Отмечая их общность, Ниггли подчеркивает их важное структурное значение, с одной стороны, и их малое значение в деле минерагенетических задач — с другой. В связи с этим в «специальной морфологии» он отдельно выписывает индивидуальные формы, отмечавшиеся только для того или иного минерала. Несмотря на их редкость, а иногда и неполную достоверность (такие формы нередко обладают сложными индексами символов), Ниггли приписывает им особое значение как формам, характеризующим условия образования минералов. Само собой разумеется,

что с таким подразделением кристаллографических форм согласиться нельзя.

Мы знаем, что при различных физико-химических условиях могут появляться различные габитусные грани. Неравномерное развитие различных граней одной и той же простой формы дает нам понятие о природной ориентировке кристаллов во время их роста. Здесь, конечно, в первую очередь принимаются во внимание крупные габитусные грани.

Все это указывает на важное минерагенетическое значение наиболее обычных габитусных граней. С другой стороны, не следует преувеличивать минерагенетического значения второстепенных и редко встречающихся форм. В литературе уже указывалось, что их появление обычно связано с расположением габитусных граней. Так, например, большое количество второстепенных граней обычно группируется вокруг важнейших граней (в пределах $10-15^\circ$). Другие второстепенные грани притупляют ребра между главными гранями, подчиняясь закону компликации (сложению индексов символов исходных граней) или группируясь посередине между двумя важными гранями, образуя ребро. Конечно, наличие таких гранок, притупляющих ребра, зачастую дает указание на минерагенетические условия (обычно притупление ребер «перезионными» — «обгрызанными» гранками вызывается процессами растворения).

Вместе с тем нельзя не отметить и того, что, зная важнейшие грани, мы уже наперед можем предсказать, где именно должны появляться такие второстепенные гранки. Следовательно, и они предопределяются в первую очередь структурой и во вторую — минерагенетическими условиями. Все это говорится здесь для того, чтобы подчеркнуть, что нельзя, разбирая формы кристаллов, выделять одни формы как преимущественно структурные, а другие — как преимущественно минерагенетические. И те и другие являются продуктом и структуры и минерагенетических условий, и те и другие нельзя рассматривать изолированно друг от друга.

Резюмируя вышесказанное, подчеркнем еще раз, что при установлении габитусов и характерных форм кристаллов какого-либо минерала надо раз навсегда отказаться от тенденции ограничиваться только одним идеальным типом, якобы обусловленным исключительно структурой этого минерала. Надо твердо помнить, что сама структура является динамической системой, ведущей себя по-разному в различных средах. В связи с этим для одного минерала следует различать столько габитусов и характерных комбинаций, сколько имеется для него генетически различных типов месторождений.

Просматривая старинные учебники и сводки по минералогии, мы видим, что в подавляющем большинстве случаев описание того или иного минерала иллюстрируется несколькими изображениями кристаллов, отличающихся в отношении габитуса или комбинаций форм. Следовательно, несмотря на все усилия ученых прошлого

создать для минерала единую идеальную модель, минералогическая практика противостояла этой идеализации, что и нашло отражение в упомянутых изображениях.

Единая суммарная полиэдрическая модель минерала — красивое, часто теоретическое построение, долженствующее отобразить структуру в виде идеального многогранника, представляет сейчас чисто исторический интерес. На смену ей пришли изображения габитусных форм и комбинаций, характерных для различных генетических условий. Мало того, от идеализированных моделей мы переходим к реальным формам со всеми их осложнениями и искажениями.

Ложные простые формы, образующиеся из 47 исходных истинных простых форм, теоретически выводятся с помощью известной схемы, изображающей порядок соподчинения 32 видов конечной кристаллографической симметрии (International., 1935). Схему возглавляют два вида наивысшей кристаллографической симметрии — кубическая $m\bar{3}m$ и гексагональная $6/mmm$. Далее следуют подгруппы двух исходных видов с постепенно снижающейся симметрией. Схема завершается примитивным видом триклинной сингонии (Мокиевский, 1970, 1983; Г. Шафрановский, 1977).

Вывод ложных форм первого рода (подформ) состоит в нахождении во всех подгруппах данного вида симметрии производных простых форм, получающихся в результате понижения симметрии. Ясно, что при таком выводе мы передвигаемся по упомянутой схеме сверху вниз. При выводе ложных форм второго рода (надформ) следует двигаться снизу вверх, последовательно переходя от заданного вида симметрии к его надгруппам и выявляя в них те усложненные фигуры, в которые переходят нижележащие простые формы. Опубликованный ранее вывод ложных простых форм ограничивался двумя таблицами, соответствующими двум наивысшим видам симметрии — $m\bar{3}m$ и $6/mmm$ (Шафрановский, 1974а; Шафрановский, Корень, 1970). В связи с тем что все остальные виды симметрии входят в число их подгрупп, можно, исходя из простых форм этих двух видов, осуществить полный вывод всех подчиненных им простых ложных форм.

Однако практически пользоваться этими таблицами в ряде случаев затруднительно: можно получить ошибочные результаты. В целях облегчения и уточнения нами составлены таблицы (см. приложение), в которых каждый из 32 видов симметрии с принадлежащими ему простыми формами и выводящимися из них ложными конфигурациями даны отдельно (И. И. Шафрановский, Г. И. Шафрановский, 1977). В них виды симметрии следуют в порядке понижения, начиная от видов высшей категории (кубическая сингония) и кончая последними видами низшей категории (триклинная сингония).

Каждая таблица, относящаяся к конкретному виду симметрии, состоит из головки и вертикальных граф. Головка содержит симметричную формулу данного вида (по Герману—Могэну) и пере-

чень всех принадлежащих к нему простых форм. В скобках, после названия формы, дана плоскостная симметрия ее граней (несмотря на искажения формы, такая симметрия играет определяющую роль, так как ее всегда можно выявить с помощью лауэграмм, следов спайности, фигур травления и удара (И. И. Шафрановский, Г. И. Шафрановский, 1977). В левой вертикальной графе под симметрией формулой исходного вида указаны формулы его подгрупп симметрии. Горизонтальные строки, соответствующие каждой такой подгруппе, содержат ложные простые формы, выводящиеся из соответствующих исходных форм.

Чтобы подчеркнуть практическое значение ложных простых форм, напомним, что они содержат наглядную информацию о суммарной симметрии потоков, питавших кристалл. При этом действует принцип симметрии П. Кюри, согласно которому внешняя симметрия тела (кристалла) сохраняет только те элементы своей истинной симметрии, которые совпадают с элементами симметрии маточной среды (Шафрановский, 1954, 1974; Curie, 1908). Взаимосвязь симметрии кристаллообразующей среды и видимой симметрии ложных кристаллографических форм следующая (приведены лишь виды наивысшей симметрии, для каждого из них необходимо учитывать все соответствующие ему подгруппы):

Кристаллообразующая среда	Видимая кристаллографическая симметрия ложных форм
$\infty/\infty m$	$m\bar{3}m, 6/m\bar{m}m$
∞/∞	432
$\infty/m\bar{m}m$	$6/m\bar{m}m, 4/m\bar{m}m$
$\infty 2$	622, 422
∞m	$6mm, 4mm$
∞/m	$6/m, 4/m$
∞	6, 4

ФОРМЫ КРИСТАЛЛОВ — ИНДИКАТОРЫ ВЕЩЕСТВА

Определение вещества по формам кристаллов осуществляется с помощью гониометрии. В настоящее время гониометрические методы, к сожалению, не пользуются популярностью. В связи с этим мы хотим напомнить об изящных и по сути дела весьма несложных операциях классической гониометрии, отчасти забытых, отчасти игнорируемых современными исследователями. Геолог, встретив в поле окристаллизованный минерал, прежде всего стремится его отождествить с той или иной из запомнившихся ему моделей идеализированных кристаллов, фигурирующих на страницах минералогических учебников и сводок. В случаях особенно характерных форм попытки такого отождествления приводят к правильному результату (само собой разумеется, что помимо внешнего ограничения принимаются во внимание и окраска минерала, и блеск, и твердость, и другие легко определяемые свойства).

Однако чисто визуальный подход нередко приводит к ошибочным заключениям вследствие внешнего сходства форм различных минералов, а также в связи с искаженными обликами реальных кристаллов, маскирующими их истинную симметрию. На помощь здесь приходит первый закон кристаллографии — закон постоянства углов, согласно которому каждое окристаллизованное вещество определенной полиморфной модификации характеризуется своими угловыми константами (исключение составляют кристаллы кубической сингонии со строго одинаковыми углами между соответственными гранями).

Итак, точная диагностика минерала по его кристаллографическим формам требует измерения угловых величин и сравнения их с эталонными величинами, находящимися в специальных минералогических сводках, таблицах и определителях. Для этого исследователь должен владеть простейшими приемами гониометрических измерений, а также знать, как использовать найденные результаты для определения минерала. К сожалению, в настоящее время гониометрия, несмотря на всю свою простоту, не пользуется широким распространением. Это связано главным образом с отсутствием во многих лабораториях двукружных отражательных гониометров.

Однако если не задаваться целью точного определения угловых констант, можно воспользоваться и более примитивными инструментами, позволяющими получать более или менее точные результаты измерений. Даже старейший кристаллографический прибор XVIII в. — прикладной гониометр — при наличии достаточно крупных кристаллов может оказать существенную помощь (рис. 45). Не случайно ведь некоторые зарубежные фирмы выпускали упрощенные прикладные гониометры в виде картонного прямоугольника с нанесенным на него изображением транспортира и прикрепленной к нему вращающейся целлулоидной линейечкой. Такой незамысловатый прибор можно легко соорудить с помощью самых обычных средств. Этот примитивный инструмент дает возможность измерять углы между гранями с точностью до градуса.

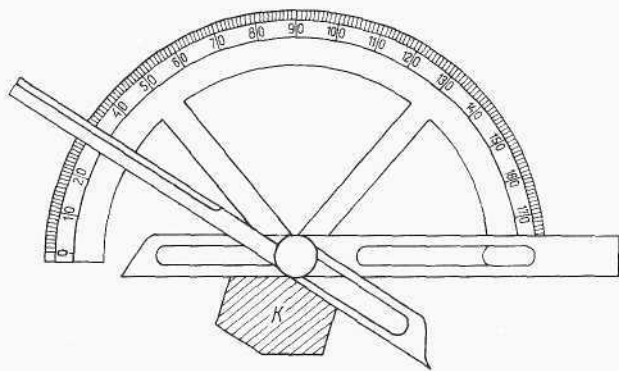


Рис. 45. Прикладной гониометр.

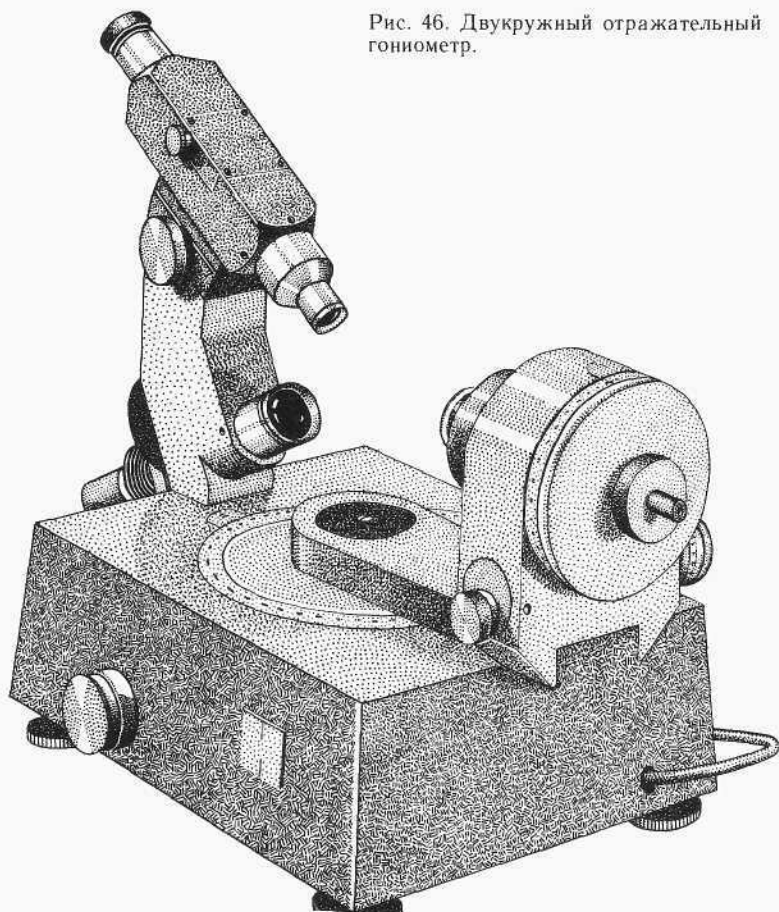
В физических кабинетах и учебных лабораториях иногда имеются однокружные отражательные гониометры. В простейшем виде такой прибор представляет градуированный лимб, снабженный нониусом. В более совершенном виде он обладает еще и зрительной трубой. Установив кристалл в центре лимба, так чтобы ребро между двумя гранями, образующими измеряемый угол, было ориентировано вертикально и совпадало с осью вращения гониометра, исследователь поворачивает лимб с кристаллом, добиваясь наиболее яркого освещения сперва одной, а затем второй грани. Моменты наиболее яркого освещения фиксируются с помощью делений лимба и нониуса. Разность между двумя такими отсчетами и дает величину угла между нормальными к обоим граням. Точность измерений соответствует здесь минутам. Затруднения связаны с правильной ориентировкой кристалла на гониометре и с необходимостью каждый раз изменять ориентировку при переходах от одних гранных поясов к другим. Эти затруднения отпадают, если целью измерения является нахождение одной или двух-трех угловых величин с тем, чтобы их сравнить с эталонными величинами в справочной литературе.

Задача существенно упрощается при наличии двукружного гониометра (рис. 46). С помощью поворотов двух градуированных лимбов — лимба φ (φ — долгота) и лимба ϱ (ϱ — полярное расстояние, угол дополнительный до широты) — исследователь добивается того, чтобы грань кристалла, находящегося в точке пересечения осей вращения обоих лимбов, оказалась бы максимально освещенной источником света (при помощи специальной комбинации линз в зрительной трубе получается точечный световой сигнал, устанавливаемый в центре поля зрения трубы). Этот момент фиксируется с помощью отсчетов по обоим лимбам, которые дают для данной грани две сферические координаты φ и ϱ . Найдя для всех доступных освещению граней кристалла соответственные сферические координаты, получаем в результате точную гониометрическую характеристику кристалла, которую следует сравнить с эталонной характеристикой определителя или справочника.

Работа на двукружном гониометре не представляет особых трудностей. Вот что пишет по этому поводу Е. С. Федоров, создатель первого теодолитного гониометра: «Научиться производить точные измерения с помощью универсального гониометра так же легко, как научиться обращению с мензулой, нивелиром или теодолитом, а этому научаются, как известно, лица, не получившие не только высшего, но даже и среднего образования, например, ученики низших горных училищ» (Федоров, 1901, с. 279).

Прежде чем переходить к практике использования угловых сводок, таблиц и определителей, остановимся кратко на том материале, который положен в их основу. Этот материал представляет результат обработки грандиозного количества гониометрических измерений, осуществленных многочисленными исследователями, интенсивно работавшими преимущественно в прошлом столетии. Несмотря на то что найденные ими угловые величины были

Рис. 46. Двукружный отражательный гониометр.



измерены в основном на однокружных отражательных гониометрах, качество полученных данных с точностью до минут не вызывает сомнений и кладется и сейчас в основу перечислений на язык сферических координат.

Для того чтобы дать понятие о том, с какой тщательностью и осторожностью работали старинные гониометристы, приведем развернутую характеристику особенностей творческих подходов одного из наиболее выдающихся мастеров в этой области — знаменитого русского минералога и кристаллографа прошлого столетия акад. Н. И. Кокшарова (1818—1892). Основную часть научного наследия Н. И. Кокшарова составляет серия томов всемирно прославленных «Материалов для минералогии России» (Кокшаров, 1852—1892 гг.).

Обращаясь впервые к этому грандиозному труду, современный минералог, несмотря на весь свой пиетет по отношению к знаменитому автору, испытывает сперва нечто вроде разочарования. В самом деле, тексты, которыми открываются отдельные разделы, по-

священные тому или иному минералу, представляют в большинстве случаев лишь краткие описания его основных свойств, почерпнутые из литературных источников. Следующие затем сведения о нахождении описываемого минерала в России представляют сейчас преимущественно исторический интерес (не следует забывать, что здесь мы нередко находим весьма ценные данные, касающиеся русской минералогии). После немногословного текста, который Н. И. Кокшаров как бы противопоставляет растянутому словесным описаниям старой минералогической школы, обычно следуют пространные списки междугранных угловых величин, тщательнейшим образом измеренных самим ученым на однокружном отражательном гониометре (для некоторых минералов такие списки занимают около двух десятков страниц). Эти списки и сопровождающие текст таблицы атласа с отлично выполненными ортогональными проекциями кристаллов и составляют наиболее ценную часть труда Н. И. Кокшарова, выдержавшую испытание временем и зачастую успешно используемую и сейчас.

У современного читателя «Материалов. . .» прежде всего возникает вопрос: что заставило ученого посвятить всю свою жизнь такому неблагодарному, однообразному и вместе с тем необычайно трудоемкому занятию, как измерение углов на кристаллах с последующим их проектированием? Ограничивались ли интересы Кокшарова этой весьма узкой и сугубо специальной областью или же он сознательно подчинил себя твердо поставленной задаче, решение которой в будущем должно было привести к широким и многообещающим научным горизонтам?

Ответ на поставленные вопросы мы найдем у самого Кокшарова. В кратком предисловии к «Материалам. . .» автор обещает дать «полную картину кристаллизации отечественных минералов» (Кокшаров, 1852, с. 1—11).

Представляет интерес понятие Н. И. Кокшарова о собственно кристаллическом индивидуе. В статье «Предмет минералогии, краткая ее история, кристаллы как настоящие индивидуумы неорганической природы» (1876) он пишет: «То, что мы обыкновенно принимаем за индивидуум, за один кристалл, оказывается состоящим из целой группы, целого роя маленьких кристалликов, слившихся между собой в параллельном положении в одну общую массу, получившую форму, одинаковую с формой каждого из членов группы» (с. 157).

Из этой цитаты видно, что Н. И. Кокшаров отдавал себе полный отчет о сложном строении реальных кристаллов (здесь он близко соприкасается с выводами своего современника М. В. Ерофеева — автора теории «скучивания кристаллов»). Многое в приведенных словах напоминает и современные взгляды на сложение реальных кристаллических тел (мозаичность кристаллов, субпараллельные сростки и т. п.).

Зная эти высказывания ученого, нам становится понятным и его подход к изучаемому кристаллическому материалу. Для своих исследований Кокшаров отбирал лишь наиболее совершенно

образованные кристаллы. Однако он все время помнил, что и такие, казалось бы, безупречные экзemplяры все же, по-видимому, представляют сростки из мельчайших индивидов и что измеренные на них углы лишь приближаются к идеальным. Вот почему все результаты кокшаровских измерений представляют средние величины из многих измерений, полученных на основе чрезвычайно тщательно отобранного материала.

Эту ценную особенность его данных неоднократно подчеркивали последующие авторы. В. И. Вернадский указывает, что Кокшаров достигал результата не только исключительной опытностью в работе с малосовершенными аппаратами, но и выбором для измерения хорошо образованных кристаллов, которые он выбирал нередко из многих сотен неделимых данного минерала. По сути дела о том же говорит и следующий небольшой отрывок из книги А. Е. Ферсмана «Академик Николай Иванович Кокшаров работал в течение почти 40 лет над отдельными томами своих трудов „Материалы для минералогии России“, целыми часами измерял он однокружным гониометром прекрасные кристаллы различных месторождений, и до настоящего времени его цифры являются в науке самыми правильными и самыми точными» (Ферсман, 1949, с. 49).

Из приведенных выше цитат четко выявляется главная идея, положенная в основу «Материалов для минералогии России». В своих «Материалах. . .» Н. И. Кокшаров как бы реконструирует эталоны наиболее совершенно образованных кристаллических индивидов данного минерала (часто даже минерала в том или ином конкретном месторождении). Его скрупулезная методика изучения минералогического материала гарантирует то, что его цифры дают наиболее точное понятие именно о таких более или менее идеальных индивидах. Приводя точные сведения о местонахождении описываемых кристаллов и тщательно отмечая изменения угловых величин для разных месторождений, ученый предоставляет полную возможность позднейшим исследователям заново проверить опубликованные цифры и вместе с тем связать их с новыми химическими исследованиями. Полученные геометрические (угловые) характеристики Кокшаров наглядно иллюстрирует с помощью великолепно выполненных изображений, представляющих в подавляющем большинстве случаев опять-таки идеально образованные кристаллические многогранники. Вместе с тем Н. И. Кокшаров отнюдь не игнорировал наличие искаженных кристаллических форм, столь характерных для природных образований. В том же атласе мы находим точные изображения искаженных форм берилла, топаза, эвклаза и др., установленные ученым на уникальных по величине или характеру развития экзemplярах и переданных на рисунках со всеми их отклонениями от идеальных моделей.

О пристальном внимании ученого к искаженным формам природных кристаллов красноречиво свидетельствует специальная глава «О несовершенствах наружного вида натуральных

кристаллов», занимающая видное место в кокшаровских «Лекциях минералогии». Эта глава была в свое время высоко оценена В. И. Вернадским (1915). В ней нашел отражение колоссальный опыт Н. И. Кокшарова в деле изучения кристалломорфологии минералов. Среди разнородных несовершенств Кокшаров прежде всего отмечает неравномерное развитие одноименных граней, неравномерное растяжение кристаллов по различным направлениям, отклонение граней от идеальных плоскостей и т. д. Многочисленные рисунки, взятые Кокшаровым из других его работ и перенесенные на страницы «Лекций . . .», наглядно демонстрируют все эти несовершенства.

Особенно подробно останавливается Кокшаров на отклонениях граней от идеальных плоскостей: штриховатости, друзообразности, тусклости, изогнутости, разъеденности, расплывчатости. Все эти несовершенства, причинявшие немало помех при гониометрических измерениях, живо интересовали ученого. Собранный им материал может быть с успехом использован и сейчас в качестве первостепенных по качеству иллюстраций, показывающих усложненные формы реальных кристаллов.

Итак, Н. И. Кокшаров хорошо знал и не мог не учитывать отклонений реальных кристаллических тел от идеализированных эталонов — индивидов, лежащих в основе его «Материалов. . .». И все же именно последние были признаны им за единственно возможный и надежный фундамент для построения непогрешимо строгой, подлинно научной кристаллографии минералов.

Не был ли такой подход серьезной идейной ошибкой? Как должны относиться современные исследователи, уделяющие так много внимания деталям реальных неидеализированных кристаллов, к попытке старинного ученого по возможности оградиться от этих несовершенных деталей, создав идеальные прообразы минеральных кристаллов-индивидов?

Со всей решительностью мы должны воздать должное нашему кристаллографу-минералогу, твердо признав его путь за исторически правильный, открывший широкие возможности для дальнейшего развития науки.

Вспомним историю физики. Для познания реальных жидкостей и газов теоретическая физика должна была прежде всего разработать соответственные разделы об идеальных жидкостях и идеальных газах. Именно в них мы находим те обобщающие законы, которым неминуемо должны подчиняться и реальные объекты.

По тому же пути идет развитие науки о кристаллах — подлинно твердых природных телах. Высшие ее достижения: вывод пространственных групп бесконечной симметрии, установление основных законов структурной кристаллографии и др. были бы немыслимы без предварительно выработанных точных понятий о свойствах идеального кристалла.

Именно эти данные для огромного ряда минералов были получены Н. И. Кокшаровым. Мало того, изучая особенности

реальных кристаллов со всеми их отклонениями от идеальных прообразов, мы всегда должны твердо помнить об основных закономерностях, неразрывно связанных именно с этими прообразами. К сожалению, сейчас многие авторы, описывая несовершенства реального материала, нередко забывают обобщающие основы, без которых невозможно подлинное понимание кристалла. И здесь снова и снова нам надо вспомнить принципиально правильный кокшаровский подход к кристаллу. Такой подход является только первым шагом в деле его изучения, но без этого первого шага отпадает возможность дальнейшего углубленного исследования природного материала.

Приведенная характеристика творческих особенностей Н. И. Кокшарова говорит прежде всего о непревзойденно высоком качестве результатов его измерений. Найденные им, а также другими крупными кристаллографами прошлого столетия углы между нормальными к граням были приняты В. Гольдшмидтом за основу для вычисления сферических координат, характеризующих теодолитную гониометрию кристалла. Для этого пришлось перевычислить имевшиеся в литературе величины двугранных углов (углов между нормальными и гранями) на значения долгот (φ) и полярных расстояний (ϱ), измеряемых непосредственно на двукружном гониометре.

По словам В. Гольдшмидта: «Надо было перевести кристаллографию и все ее достижения за почти столетнюю работу на язык астрономии и перечислить все то, что дали исследователи прошлых годов на язык двух величин (φ) и (ϱ)» (Ферсман, 1958, с. 679).

О грандиозности выполненной работы свидетельствуют следующие цифры: при составлении таблиц было выполнено свыше 65 000 вычислений и сведено свыше 25 000 кристаллических форм.

В 1897 г. увидели свет знаменитые «Таблицы кристаллографических углов» В. Гольдшмидта (Goldschmidt, 1897), являющиеся и сейчас настольной книгой кристаллографа-гониометриста. Каждый минерал отнесен здесь к определенной кристаллографической системе и представлен специальной таблицей, содержащей перечень свойственных ему простых форм. Последние охарактеризованы буквенными обозначениями, символами и сферическими координатами — φ и ϱ . В. Гольдшмидт не ограничился этим: он задался целью дать атлас с изображениями всех минеральных кристаллов, появившихся в литературе с начала возникновения кристаллографии и до начала XX в. Таких чертежей оказалось свыше 30 000. Потребовалось более десяти лет самого напряженного труда, чтобы оформить и напечатать этот колоссальный труд. Первый том «Атласа кристаллических форм» вышел в 1913 г., последний, девятый — в 1923 г. Эти девять томов, отпечатанных на прекрасной бумаге, с четкими изображениями всех когда-либо изученных и зарисованных природных кристаллических форм, являются и до сих пор незаменимым пособием

для работников в области минералогической кристаллографии. Материалы «Атласа» широко используются при составлении современных руководств и сводных таблиц по минералогии. Они послужат исходной основой и для проектируемого кристаллогенетического определителя минералов.

И «Таблицы кристаллографических углов» и «Атлас» Гольдшмидта чаще всего помогают в деле определения вещества по его кристаллическим формам. Для этого нужно измерить кристалл минерала на гониометре, определить по угловым величинам его симметрию и сингонию, а затем найти в «Таблицах» минерал, угловая характеристика которого соответствует данным измерения. Существенную помощь при этом оказывают изображения соответственного минерала в «Атласе».

Недостатком такого метода определения вещества является то, что в подавляющем большинстве случаев исследователь должен заранее предположить принадлежность изучаемого кристалла к определенному минералу, а затем проверить правильность своей догадки путем сопоставления измеренных и находящихся в таблицах угловых величин. По этому поводу Е. С. Федоров писал: «Можно было бы ожидать, что хорошо изученное вещество, дающее хорошие кристаллы, легко определить по форме кристаллов. Однако, как ни странно, кристаллографы очень хорошо знают, что это не так. Колоссальная кристаллографическая литература может прийти на помощь в единственном случае, когда требуется ответить на вопрос: является ли данное вещество тем самым, которое было заранее предположено» (Федоров, 1955, с. 6). Замечание Е. С. Федорова касается кристаллов вообще. В случае минералов круг четко окристаллизованных объектов сужается, в связи с чем упрощается и задача нахождения вещества по таблицам В. Гольдшмидта.

В настоящее время в больших минералогических сводках («Минералы» изд. АН СССР; «Система минералогии» Дж. Дэна, Э. С. Дэна, У. Пэллача и др.) описанию каждого минерала предшествует таблица кристаллографических форм, оформленная по типу таблиц В. Гольдшмидта. Нахождение вещества минерала на основе гониометрических измерений на практике чаще всего осуществляется с помощью этих таблиц или основных «Таблиц кристаллографических углов» В. Гольдшмидта. Однако приведенное выше замечание Е. С. Федорова сохраняет свое принципиальное значение. В связи с этим понятен замысел великого русского кристаллографа, создать такой метод определения вещества, который без всяких сделанных заранее предположений позволил бы на основе строго определенных, следующих друг за другом операций решать задачу о составе кристалла. Свой метод Е. С. Федоров назвал «кристаллохимическим анализом», а таблицы для определения вещества были им скомпонованы в виде монументального тома под названием «Царство кристаллов» (Fedorow, 1920). Кристаллохимический анализ базируется, с одной стороны, на законе постоянства кристаллических углов,

а с другой — на теории строения кристаллов самого Федорова. Согласно этой теории, *все кристаллические решетки можно при помощи растяжений или сдвигов вывести из четырех идеальных решеток: трех кубических — простой h (P), центрированной O (I), гранецентрированной d (F) и одной гексагональной (H). Отсюда весь мир кристаллов делится прежде всего на два типа — кубический и гексагональный (закон кристаллографических пределов Е. С. Федорова)*. Четырем вышеназванным типам решеток соответствуют различные доминирующие грани, совпадающие по принципу Браве с наиболее плотными сетками решетки (плотнейшие сетки для h — {100}, для O — {110}, для d — {111}). Отсюда вытекает возможность по внешним формам кристаллов предугадать типы их решеток, т. е. схемы структур.

Весь колоссальный, накопленный в литературе материал по измерению кристаллов был с этой точки зрения статистически и критически пересмотрен и расположен в виде единой стройной системы, положенной в основу «Царства кристаллов». Пользуясь этими таблицами, можно не только определять вещество кристаллов, но также выявить схему их внутреннего решетчатого строения. Для этого нужно измерить кристалл на двукружном гониометре, придать ему правильную (федоровскую) установку и вычислить символ комплекса — совокупность угловых величин, показывающих отклонения изучаемого кристалла от идеального кубического или гексагонального прообраза. Далее путем сравнения полученных данных с данными, помещенными в «Царстве кристаллов», исследуемое вещество отождествляется с соответствующим веществом в таблицах. Несмотря на теоретическую глубину, стройность и изящество построений, метод определения вещества, по Е. С. Федорову, не получил распространения, а сейчас используется лишь в исключительных случаях. Объясняется это, во-первых, достаточной сложностью его операций и, во-вторых, появлением рентгеноструктурного анализа, перечеркнувшего значение косвенного определения типа решетки по формам кристаллов. (Книга «Царство кристаллов» вышла в свет лишь в 1920 г., через год после смерти ее автора). Однако можно предвидеть, что в будущем эталонные характеристики вещества в «Царстве кристаллов», основанные на сопоставлении теоретических и статистических данных для важнейших гранных форм, смогут сыграть известную роль при составлении кристаллогенетического определителя минералов.

Предельным упрощением федоровской идеи является метод кристаллографического диагноза, созданный блестящим учеником и продолжателем великого кристаллографа — А. К. Болдыревым (1883—1946). Схема федоровского метода определения вещества выглядит так:

Измерение на двукружном гониометре угловых величин (сферических координат)

Определение структуры (типа решетки)

Определение вещества

Зачеркнув трудоемкое второе звено, А. К. Болдырев дает следующую сокращенную схему:

Измерение угловых величин

Определение вещества.

К сожалению, замысел А. К. Болдырева не был реализован до конца. Существует лишь два тома «Определителя кристаллов» (Болдырев и др., 1937, 1939), содержащие данные для веществ тетрагональной, тригональной и гексагональной сингоний, т. е. для кристаллов средней категории. Каждый том состоит в основном из двух частей.

Первая часть («ключ») представляет собой список определяющих углов кристалла в порядке их возрастания от 0 до 90° (для кристаллов средних сингоний определяющие углы соответствуют полярным расстояниям косых граней, т. е. углам между главной осью кристалла L_3 , L_4 , L_{i_4} , L_6 , L_{i_6} и нормалью к соответственной грани). Вторая часть содержит описание конкретных кристаллов с их изображениями и списком определяющих углов (отдельно для минералов и не минералов).

Ход определения неизвестного окристаллизованного вещества сводится к следующим операциям:

1. Кристалл неизвестного вещества измеряется на двукружном гониометре (кристалл средней категории рекомендуется установить на приборе так, чтобы его главная ось совпадала с осью ϕ гониометра).

2. Результаты измерения наносятся на стереографическую сетку. С помощью проекции определяются сингония и простые формы. Для каждой простой формы вычисляются средние значения измеренных полярных расстояний.

3. Диагноз вещества исследователь осуществляет, обращаясь к ключу для минералов (первая часть «Определителя»). В левом столбце ключа, содержащем определяющие угловые величины, находим полярные расстояния, которые не отличаются от измеренного полярного расстояния для главной косой грани кристалла на $\pm 30'$. При наличии других косых граней у определяемого кристалла учитывают и их.

Вещество, углы которого соответствуют определяющим углам ключа «Определителя», и будет искомым. Для полной уверенности следует обратиться к описанию соответственных кристаллов во второй части «Определителя» и проверить: приложимо ли оно к измеренному кристаллу.

Достоинства кристаллографического диагноза минералов, по А. К. Болдыреву, очевидны. Это прежде всего: сохраняемость исследуемого материала (кристалл после исследования остается в том же виде, каким был и до него); малые количества, требуемые для исследования (достаточно одного, хотя бы даже очень маленького кристаллика величиной с булавочную головку); скорость определения независимо от сложности состава (в особо благоприятных случаях достаточно получаса). Кроме того, еще раз

подчеркнем предельную простоту болдыревского кристаллографического диагноза: для его усвоения нужны только самые основные понятия из элементарной кристаллографии.

Конечно, как и всякий метод, кристаллографический диагноз имеет и свои ограничения — главные из них: а) определение возможно лишь при наличии четко ограненных кристаллов; б) вещества с одинаковыми углами между соответственными гранями неотличимы друг от друга; в) определение может быть осуществлено лишь для минералов, помещенных в «Определитель».

В заключение напомним об одном сенсационном открытии, сделанном с помощью «Определителя кристаллов» во время студенческих занятий по гониометрии.

В 1938 г. путем гониометрических измерений и определения состава вещества по «Определителю» было обнаружено присутствие в россыпях на Урале важнейшей оловянной руды — касситерита (SnO_2). Измерявшиеся экземпляры кристаллов в течение долгих лет хранились в коллекции акад. П. В. Еремеева, переданной после его смерти в музей Горного института. Согласно сопровождавшей их записке, они были ошибочно отнесены к кристаллам рутила (TiO_2). Крупнейшие специалисты, в том числе Е. С. Федоров, просматривая и даже гониометрически измеряя эти образцы, не разгадали их истинной природы. Лишь в 1938 г. в практических занятиях по гониометрии, проводившихся под руководством В. И. Михеева (впоследствии профессора, 1912—1956), студенту Ленинградского горного института В. Е. Евстрахину удалось с помощью кристаллографического диагноза установить принадлежность их к оловянному камню. Нет надобности разъяснять, какой большой интерес представляло это открытие. Важно подчеркнуть его необычный характер: касситерит был открыт на студенческих занятиях с помощью федоровского двукружного гониометра и болдыревского «Определителя кристаллов» вдалеке от Уральского месторождения.

Приведенный случай наглядно демонстрирует замечательную простоту кристаллографического диагноза и его практическое значение (подробнее метод кристаллографического диагноза описан в книге — Шафрановский, Алявдин, 1978, с. 104—137).

Заканчивая эту главу, посвященную в основном гониометрическим методам определения вещества минералов, отметим еще раз основной ход, используемый при таком определении. Исследователь сознательно отвлекается от несовершенств реального кристалла и на основе константных угловых величин и проектирования создает его идеализированную модель (на гониометрической и гномостереографической проекциях точки, изображающие гранные плоскости, как бы уравнивают между собой не только грани одной и той же простой формы, но и вообще все найденные грани данного кристалла). Далее гониометрист обращается к кристаллографическим определителям, стремясь

отождествить найденную модель с идеальными эталонами того или иного минерала.

Подобная идеализация доведена до логического завершения в «Царстве кристаллов» Е. С. Федорова, где каждое вещество характеризуется единым «символом комплекса» и единой гномостереографической проекцией.

В «Определителе кристаллов» А. К. Болдырева мы видим уже частичный отказ от построения единого идеального эталона: описания минеральных кристаллов сопровождаются здесь изображениями различных огранений кристаллов, принадлежащих одному и тому же минералу из различных месторождений (все изображения даны в идеализированном виде). Совокупности таких изображений уже намечают переход от предельной идеализации единого эталона к множественности реальных кристаллов данного вещества. Нельзя не подчеркнуть и того, что отражательный гониометр — основной прибор классической кристаллографии — дает возможность не только измерять сферические координаты, но и характеризовать отчасти с помощью световых рефлексов и их симметричных узоров особенности гранных поверхностей. Эта способность прибора была широко использована В. Гольдшмидтом и представителями его школы для заложения основ генетического направления в гониометрии.

В предыдущем тексте наряду с гранными простыми формами было обращено особое внимание также и на реберные, и на вершинные простые формы. Возникает вопрос: улавливаются ли эти формы с помощью отражательной гониометрии, фиксирующей прежде всего грани кристаллов? Здесь надо напомнить, что на большинстве природных кристаллов ребра и вершины бывают притупленными узкими полосками и крохотными площадками, намечающими положения реберных и вершинных форм. Нередко между точечными световыми сигналами граней появляются световые полосы, намечающие расположения поясов и соответственных ребер. На стереографической проекции дуга большого круга, проходящая через две точки — гномостереографические проекции граней — соответствует гномостереографической проекции ребра, лежащего на пересечении обеих граней. Полигональные (чаще всего треугольные) участки, оконтуренные такими дугами, дают понятие о симметрии и окружении соответственной вершины. В статье В. А. Мокиевского (1970) наглядно показаны приемы, с помощью которых выявляется не только внешняя, но и внутренняя морфология (пирамиды роста) идеальных и искаженных плоскогранных кристаллических полиэдров.

Отсюда следует, что отражательная гониометрия, а также изображения в виде гномостереографических (или гномонических) проекций отчасти уже намечают динамику переходов от идеальных абстрагированных моделей к реальным и далеко несовершенным кристаллическим образованиям. Если путь классической гониометрии шел от действительного кристалла со всеми его дефектами к идеализированному эталону — прообразу, то направление

нынешней обновленной гониометрии должно идти, отталкиваясь от идеальной модели к реальному природному кристаллу.

Рассмотрим еще одну проблему, связанную с применением аппарата теории симметрии к изучению реальных кристаллов — анализ анатомии кристаллов.⁴

Онтогенический подход к кристаллам минералов с их сложной анатомией (рис. 47) оказался весьма плодотворным и получил самое широкое распространение и применение в минералогической практике. При непосредственном использовании кристаллов в технике часто важна однородность материала, что предъявляет особые требования к учету анатомии. Основные знания об анатомическом строении минеральных индивидов систематизированы в качественной форме пяти законов (Григорьев, 1971, 1984).

В настоящее время настал момент подвести под основы онтогенического метода математические понятия, которые существуют в кристаллографии и в значительной степени могут облегчить быстрое и однозначное описание анатомических феноменов. Для иллюстрации такой возможности рассмотрим упомянутые выше 5 законов анатомии.

Согласно первому закону: «Реальный кристалл включает в себе пирамиды нарастания граней, поверхности нарастания ребер, линии нарастания вершин; пирамиды нарастания граней разных гранных форм, поверхности нарастания ребер разных реберных форм, линии нарастания разных вершинных форм физически и химически различны» (Григорьев, 1984, с. 262).

Нетрудно увидеть, что характеристика упомянутых анатомических деталей описывается с помощью гранных и реберных простых форм в виде пучков с определенными символами, а также вершинными простыми формами (Шафрановский, 1961). Сказанное, конечно, относится к идеально оформленным кристаллам, выросшим в стационарных условиях. Обычно в иллюстрациях-моделях ограничиваются именно этим случаем (см., например, Григорьев, 1984; оливин, мусковит, алмаз). Так, например, на рис. 7, г в этой работе изображена комбинация гранных пучков двух простых форм: ромбододекаэдра $\{110\}$ и тетрагонтриоктаэдра $\{hkk\}$. Символ последнего зависит от соотношения скоростей роста (и соответственно площадей) граней куба и октаэдра и макроскопически может быть даже иррациональным. Эти гранные пучки образованы перемещающимися ребрами также двух простых реберных форм: $\parallel 100 \parallel$, $\parallel 110 \parallel$ и линиями нарастания вершин $\parallel hhl \parallel$.

Подчеркнем, что анатомия обычных для алмаза кубооктаэдрических кристаллов допускает комбинаторно различающиеся варианты сочетания различных вершинных и реберных форм и соответственно поверхности и линии нарастания ребер и вершин.

⁴ Соавтором данного раздела является А. И. Глазов.

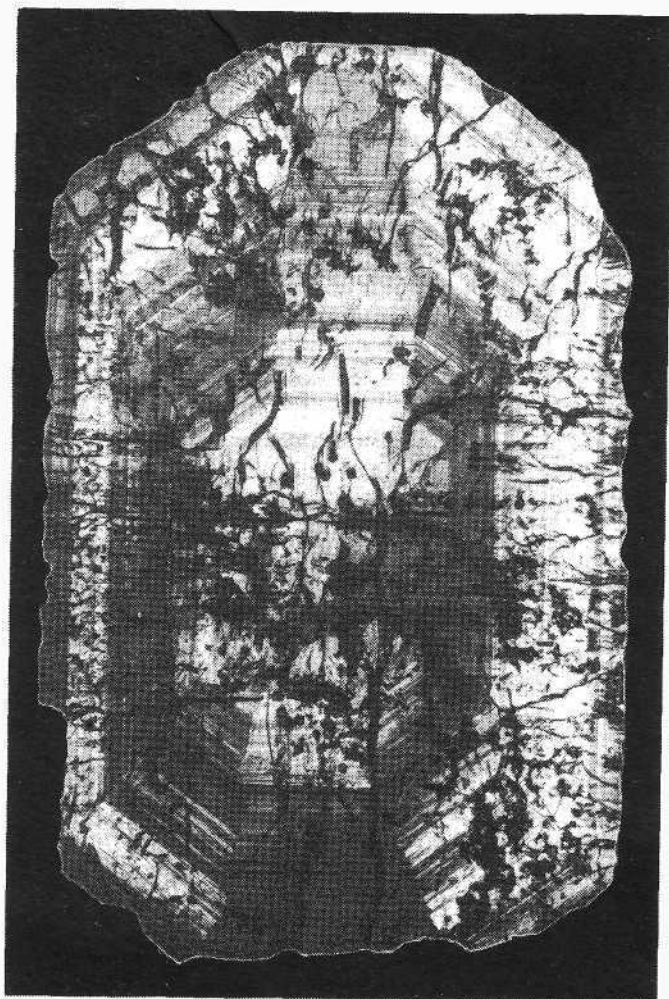


Рис. 47. Анатомическое строение кристаллов вилуолита.

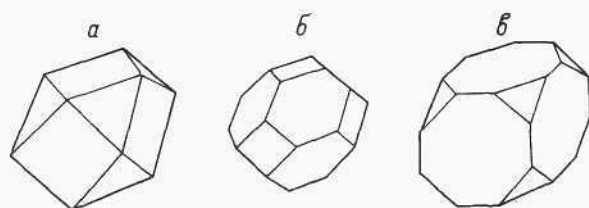


Рис. 48. Три комбинаторно различные комбинации куба и октаэдра.

Помимо указанной комбинации возможны еще две модификации «кубооктаэдрических» вершин и ребер (рис. 48), ведущих к принципиально различающимся в кристаллографическом плане линиям и поверхностям нарастания. В первом случае (рис. 48, а; архимедов кубооктаэдр) имеются две гранные $\{100\}$ и $\{111\}$ формы, одна вершинная $:110:$ и одна реберная $\parallel 110 \parallel$ формы. Линии нарастания вершин и поверхности нарастания ребер имеют соответственно фиксированные символы $\parallel 110 \parallel$ и $\{111\}$.

Во втором случае (рис. 48, б) те же гранные формы образуют одну вершинную $:hk0:$ и одну реберную $\parallel 110 \parallel$ формы, причем последняя распадается на две разновидности — $\{100\}:\{111\}$ и $\{111\}:\{1\bar{1}\bar{1}\}$. Эти разновидности дают совершенно различные границы пирамид нарастания: $\{hhl\}$ и $\{100\}$ соответственно. Как видим, комбинация двух гранных форм в зависимости от соотношения площадей их граней приводит к широкому набору линий и поверхностей нарастания: $\parallel hhl \parallel$, $\parallel 110 \parallel$, $\{hk0\}$, $\{110\}$, $\{hkk\}$, $\{111\}$, $\{hhl\}$, $\{100\}$.

Итак, для полного и строгого описания морфологических следствий первого закона необходимо учитывать конкретные метрические соотношения между гранями кристаллов, т. е. разновидности гранных, вершинных и реберных форм.

Конечно, в подавляющем большинстве реальные пирамиды роста не являются плоскогранными. На это обстоятельство, как известно, обратил особое внимание Г. Г. Леммлейн (1973), связав его с нестационарностью процесса роста. Очевидно, для описания анатомии реальных кристаллов должно оказаться весьма плодотворным учение Д. В. Наливкина (19516) о криволинейной симметрии, однако для этого необходима разработка соответствующего математического аппарата.

Сущность второго закона анатомии кристаллов (трактующего о зональности строения всех анатомических элементов кристаллов) была подмечена еще Н. Стеноном в 1669 г. и явилась одним из оснований для установления закона постоянства углов, что хорошо видно из рисунков замечательного старинного ученого. Дальнейшее развитие науки о кристаллах детализировало и уточнило содержание этого закона, фиксируя внимание на физических и химических различиях разных зон элементов анатомии.

Здесь также для наглядного моделирования кристаллов следовало бы использовать понятия и аппарат симметрии подобия, разработанные А. В. Шубниковым, и идеи многоцветной симметрии (Н. В. Белов и его сотрудники). В качестве примера укажем на феномен зональности, обусловленной автоколебательным режимом роста кристалла при сильном отклонении условий кристаллизации от равновесных. В этом случае зональность как отражение пространственно-временной диссипативной структуры среды кристаллизации должна быть периодической (Асхабов, 1982), а такие структуры хорошо описываются пространственными черно-белыми шубниковскими группами.

Третий закон анатомии вводит понятие о полярности всех анатомических элементов кристалла. Тем самым независимо от истинной (структурной) симметрии кристалла любая пирамида роста характеризуется «пирамидальной» симметрией $L_n n P$ или ее подгруппами L_n, P, \dots . Не забудем, что при моделировании необходимо учесть вышесказанное о применении понятий симметрии подобия и цветной симметрии, причем первая уже содержит в себе предпосылку полярности.

Четвертый закон, закон мозаичного строения кристаллов, казалось бы, уже относится не к монокристаллическим индивидам, а к агрегатам, геометрия которых, в частности, довольно полно описана А. Г. Жабиным. Очевидно, для конкретных случаев этих образований можно использовать геометрию одно- и многоцветных мозаик, параллельных и двойниковых сростков, учение В. И. Михеева о гомологии, а в случае сферолитов — и симметрию подобия, и криволинейную симметрию.

Пятый закон (точнее, принцип Кюри) уже отвлекается от собственно кристалла, а рассматривает систему кристалл—среда как целое. Соответствующие симметричные следствия взаимодействий в этой системе также достаточно полно разработаны и могут с успехом применяться для более точного описания анатомии кристаллов.

Мы хотели бы высказать мнение, что дальнейшее развитие онтогении минералов неминуемо требует математизации ее основного аппарата — анатомии кристаллов. Минералогические кристаллографы всегда должны помнить завет великого Е. С. Федорова: «Венец сознательной деятельности человеческого разума — решение стоящих перед ним вопросов путем математического анализа».

ПРИНЦИП СИММЕТРИИ—ДИССИММЕТРИИ В МИНЕРАЛОГИЧЕСКОЙ КРИСТАЛЛОГРАФИИ

Знаменитая статья П. Кюри «О симметрии в физических явлениях. Симметрия электрического и магнитного полей» (Curie, 1908), опубликованная в 1894 г., в свое время не была должным образом оценена и долгие годы не привлекала особого внимания. Лишь значительно позднее, в середине нашего столетия, появилась посвященная ей обширная литература. Ведущая роль принадлежит здесь советским ученым во главе с академиками В. И. Вернадским и А. В. Шубниковым.

Многочисленные авторы, обратившиеся к высказываниям гениального французского физика, сосредоточили свое внимание главным образом на выделенных им самим основных тезисах о симметрии и диссимметрии природных явлений. В обобщенном виде эти положения стали именоваться «Универсальным принципом симметрии—диссимметрии П. Кюри».

Однако предельно сжатые и местами недостаточно ясно выраженные формулировки самого автора «Принципа» состоят из нескольких последовательных пунктов. В связи с этим среди позднейших его истолкователей нет абсолютно строгого единогласия в отношении того, что же именно следует называть «принципом Кюри».

Отмеченный разнобой и связанные с ним неувязки заставляют нас заново пересмотреть как сам текст исходной статьи, так и последующие его трактовки и сопровождающие их комментарии. Лишь пересмотрев этот материал, мы сможем прийти к выводу о том, в каком собственно виде и какими своими гранями знаменитый принцип может быть наиболее целесообразно использован для интересующей нас проблемы, а именно истолкования симметричных закономерностей минералогических объектов.

ПРИНЦИП КЮРИ: СУЩНОСТЬ И СЛЕДСТВИЯ

Прежде всего обратимся к статье самого Кюри и приведем в русском переводе пункты, посвященные симметрии и диссимметрии. Текст будет прерываться нашими пояснениями и иллюстрироваться наглядными примерами из области минералогической кристаллографии.

«Характеристическая симметрия некоторого явления есть максимальная симметрия, совместимая с существованием этого явления. Явление может существовать в среде, обладающей его характеристической симметрией или симметрией одной из подгрупп его характеристической симметрии. Иными словами, некоторые элементы симметрии могут сосуществовать с некоторыми явлениями, но они не необходимы. Необходимо отсутствие некоторых элементов симметрии. Это и есть та диссимметрия, которая творит явление» (Curie, 1908, p. 126—127).

Приведенный отрывок П. Кюри выделит в тексте жирным шрифтом, явно придавая ему основополагающее значение. Прежде всего отметим широту подхода к трактуемым проблемам. Напомним, что понятие «явления» (франц. — *Phénomène*) наряду с понятием «сущности» относится к философским категориям. Явление — это то, в чем обнаруживается сущность, выражающая внутреннюю основу вещей. К явлениям мы можем, следовательно, отнести все те наружные проявления физического мира, улавливаемые нашими чувствами и опытом. В нашей конкретной тематике в качестве наиболее наглядных примеров «явлений» целесообразно рассматривать вещественные результаты природных минералогических процессов — кристаллы минералов.

Необходимо подчеркнуть, что Кюри рассматривает явление не в отрыве от содержащей его среды, а в их общей совокупности, в их «сосуществовании». Тем самым особенное внимание должны привлекать участки (точки поверхности), лежащие на границе между телесным явлением и окружающей его средой. Взяв в качестве примера кристалл и маточную среду, прежде всего надо учесть особенности внешнего ограничения кристаллического тела, так как именно его грани и ребра отделяют это тело от среды.

«Характеристическая», или «максимальная», симметрия кристалла соответствует его собственной истинной симметрии, т. е. симметрии его структуры. Бесконечно протяженная симметрия последней принадлежит к одной из 230 пространственных (федоровских) групп. Для кристалла, как конечного тела, характеристическая симметрия отвечает соответственной точечной группе — одному из 32 видов симметрии, к которому относится вышеупомянутая пространственная группа.

Пусть взятый в качестве примера минеральный кристалл принадлежит бериллу с простейшей комбинацией гексагональной призмы $\{10\bar{1}0\}$ с пинакоидом $\{0001\}$. Пространственная группа берилла — $R6/mcs$, вид симметрии — $6/mmm(L_66L_26PPC)$ (гексагональная сингония, планаксиальный вид симметрии). Это и есть «характеристическая» симметрия данного кристалла (в дальнейшем будет приниматься во внимание лишь конечная — точечная — симметрия).

Далее, согласно Кюри, взятый нами кристалл может существовать в среде с его характеристической симметрией или же в среде с симметрией одной из подгрупп его характеристической симметрии. В первом случае, казалось бы, симметрия среды должна

обладать той же симметрией, что и кристалл (например, кристалл берилла растет ориентированно внутри кристалла с той же симметрией, например внутри берилла, но с несколько видоизмененным составом). Однако, по-видимому, Кюри подразумевал здесь более широкие возможности, причисляя к таким средам также все те, симметричные характеристики которых являются надгруппами симметрии явления (кристалла), присутствующей в них в качестве подгруппы. Так, например, в среде с симметрией шара ($\infty/\infty m - \infty L_\infty \infty PC$) или с симметрией цилиндра ($\infty/m m - L_\infty \infty L_2 \infty PPC$) все элементы данного кристалла совпадают с элементами симметрии среды (во втором случае, при совмещении L_6 и L_∞ , напомним, что L_∞ включает в себя все оси симметрии целочисленных порядков, а в том числе и L_6). Ясно, что при развитии кристалла в такой среде он остается подобным самому себе с сохранением всей своей симметрии.

Упомянутые далее в тексте Кюри среды с симметрией в виде подгрупп характеристической симметрии явления в нашем случае должны иметь симметрию подгрупп $6/m m m$ (например, $622, 6/m m$ и т. д., вплоть до самых низкосимметричных видов $m, \bar{1}, 1$). Пусть, например, кристалл (симметрия $6/m m m$) формируется в текущем растворе — потоке с симметрией ∞m ($L_\infty \infty P$ симметрия конуса или копья с конусообразным острием), причем L_∞ среды и L_6 кристалла совпадают. Симметрия потока должна согласоваться с симметрией кристалла. При этом окажутся лишними те элементы симметрии кристалла, которые отсутствуют в симметрии ∞m . Здесь-то и начинается действовать динамическое начало принципа Кюри, о котором так ярко было им сказано: «Это та диссимметрия, которая творит явления».

Из бесконечного числа плоскостей симметрии, пересекающихся вдоль L_∞ , шесть обязательно совпадут с шестью плоскостями симметрии кристалла. Остальные элементы симметрии последнего, по словам Кюри, окажутся «необязательными». В нижеприведенной формуле они отмечены штрихами: $L_6 \bar{6} L_2 \bar{6} P P' C''$. Очевидно, эти «необязательные» в данной среде элементы симметрии кристалла перейдут в область диссимметрии.

Приведенная выше формула относится, однако, не ко всему кристаллу, а лишь к внешнему его огранению, формируемому одновременно и внутренним кристаллическим строением и внешней кристаллообразующей средой. Элементы симметрии со штрихами, ставшие элементами диссимметрии, сохраняются внутри структуры и при подходящих условиях могут снова «возродиться».

К этому потенциально-динамическому явлению снова следует отнести знаменитую фразу Кюри о диссимметрии, «творящей явление». Внешне на взятом нами в качестве примера кристалле берилла в виде комбинации $\{10\bar{1}0\} - \{0001\}$ исчезновение элементов симметрии, отмеченных в приведенной выше формуле штрихами, выразится в том, что обе грани пинакоида как бы превратятся в два ложных «моноэдра». Последнее скажется в различии граничных скульптур обеих граней (вициналей, штриховки, бугорков

и ямок роста и растворения), в наличии и отсутствии «присыпок» посторонних минералов и т. п.

Перейдем к анализу дальнейшего текста, уже не выделенного автором в виде жирного шрифта и представляющего пояснения и развитие сформулированных основных положений.

«Было бы гораздо логичнее, — продолжает П. Кюри, — называть плоскостью диссимметрии всякую плоскость, не являющуюся плоскостью симметрии, а осью диссимметрии всякую ось, не совпадающую с осью симметрии и т. д., и вообще составить список операций, не представляющих собой операций совмещения данной системы. Именно эти операции указывают на диссимметрию и, следовательно, на одно из возможных свойств системы. Но в группах, рассмотренных нами, имеется бесконечное число операций, не приводящих к совмещению, и, в общем, конечное число операций совмещения. Поэтому гораздо проще составить список этих последних операций» (Curie, 1908, p. 127). Приведенная цитата требует пояснений и оговорок.

Очевидно, число операций, «не приводящих к совмещению», будет действительно бесконечным, если считать «плоскостью или осью диссимметрии» любую плоскость или направление, не совпадающее с плоскостью или осью симметрии.

В том случае, однако, когда исходная симметрия является более низкой, чем симметрия шара, конуса или цилиндра, число элементов диссимметрии можно было бы ограничить, учитывая лишь перешедшие в область диссимметрии оси и плоскости симметрии (быть может, их следовало бы называть в отличие от «элементов диссимметрии» «элементами динамической симметрии—диссимметрии»). Так, например, в нашем случае с симметрией среды ∞m и симметрией кристалла $6/mmm$, при совпадении L_∞ и L_6 , элементами динамической симметрии—диссимметрии будут лишь $6L'_2$, P' , C' (см. формулу выше). Однако и в таких случаях, конечно, удобнее называть сохранившиеся видимые элементы симметрии, а не своеобразные «фантомы», то исчезающие, то появляющиеся — элементы динамической симметрии—диссимметрии.

Продолжаем текст П. Кюри: «Можно также видеть, что при наложении нескольких явлений различной природы в одной и той же системе их диссимметрии складываются. Элементами симметрии системы остаются только те, которые являются общими для каждого из явлений, взятых по отдельности» (Curie, 1908, p. 127). Эти положения по сути дела повторяют в математически четком и наглядном виде уже изложенную выше сущность симметричных взаимодействий между средой и происходящими в ней явлениями.

Из последующего текста будет видно, что именно такая трактовка принципа симметрии Кюри под названием «принципа суперпозиции» получила наиболее широкое применение в естествознании вообще и в геолого-минералогических и кристаллографических дисциплинах в частности.

В нашем примере, как уже было показано, взаимодействие двух симметрий ∞m (среда) и $6/mmm$ (кристалл) приводит при соответственной ориентировке к видимой симметрии кристалла.

Обратимся, наконец, к заключительным фразам текста Кюри, относящегося к его принципу:

«Когда некоторые причины производят некоторые следствия, элементы симметрии причин должны обнаруживаться в произведенных следствиях. Когда некоторые следствия проявляют некоторую диссимметрию, то эта диссимметрия должна обнаруживаться и в причинах, их породивших.

Положение, обратное этим двум, несправедливо, по крайней мере практически, т. е. следствия могут быть более симметричными, чем вызвавшие их причины.

Некоторые причины диссимметрии могут не оказывать влияния на некоторые явления или по крайней мере могут вызывать настолько слабое действие, что его нельзя обнаружить, а это практически равносильно отсутствию действия» (Curie, 1908, p. 127).

Здесь несколько в иной форме повторяется тезис о сохранении совпадающих элементов симметрии и сложении диссимметрии при наложении нескольких систем. Однако этому положению придан сугубо динамический характер.

Элементы симметрии и диссимметрии порождающих причин должны найти свой отпечаток в порождаемых ими следствиях. В нашем примере элементы симметрии потока раствора сохранились в L_6 и $6P$ кристалла. Отсутствие поперечной плоскости, двойных осей и центра инверсии в поточной симметрии привели к тому, что соответствующие элементы симметрии кристалла перешли в область диссимметрии.

Возможность сохранения более высокой симметрии тела в средах с пониженной симметрией можно продемонстрировать все на том же кристалле берилла, формирующемся в текущем растворе (потоке). Пусть этот кристалл представляет простейшую комбинацию гексагональной призмы $\{10\bar{1}0\}$ и пинакоида $\{0001\}$. При совмещении L_∞ потока и L_6 кристалла последний сохраняет подобие своей первоначальной формы с видимой симметрией $6/mmm$. Лишь при более тщательном исследовании обнаруживаются мало заметные отклонения от этой симметрии, переходящей в $6mm$ (например, различие скульптировки на передней и задней гранях пинакоида как бы распавшегося на два псевдомоноэдра).

Однако сказанным не исчерпывается сущность последней цитаты. Внимание последующих истолкователей принципа Кюри сосредоточилось главным образом на явлениях понижения собственной симметрии тела (кристалла) и на возрастание в нем диссимметрии. Утверждение Кюри о проявлении элементов симметрии причин (среды) на порождаемых ими следствиях (кристаллах) мало учитывается на деле. Речь здесь идет об элементах симметрии, чуждых для данного объекта (кристалла), накладываемых на него образующей средой. В минералогической литературе

хорошо известны примеры такой «наложенной» внешней симметрии на реальных кристаллических полиэдрах (таковы, например, псевдоплоскости симметрии на некоторых кристаллах кварца).

Возвращаясь к нашему примеру с кристаллом берилла в образующей среде с симметрией конуса (L_∞ среды и L_6 кристалла совпадают), можно представить себе следующий случай. Пусть наравне с призмой $\{10\bar{1}0\}$ развиваются грани $\{11\bar{2}0\}$. При одинаковом развитии обеих призм получается как бы «дододекагональная (двенадцатерная)» призма, а вся комбинация $\{10\bar{1}0\} - \{11\bar{2}0\} - \{0001\}$ приобретает видимую, запретную для классической кристаллографии симметрию $12mm$ ($L_{12}12P$) или даже, если не учитывать второстепенных признаков, $12/mmm$ ($L_{12}12L_212PPC$). В этой некристаллографической видимой симметрии лишние шестерки плоскостей и двойных осей симметрии, да и сама двенадцатерная ось (вместо шестерной) наложены кристаллообразующей средой. Поэтому нельзя согласиться с проф. В. А. Копчиком, именующим принцип Кюри «принципом диссимметризации» в отличие от «принципа симметризации» А. В. Шубникова. На самом деле принцип Кюри является одновременно и принципом диссимметризации и принципом симметризации. Последний вытекает из положения Кюри о наложении симметрии причин на симметрию следствий.

Резюмируя результаты проведенного выше обзора текста Кюри (Curie, 1908), приходим к заключению о том, что его можно подразделить на четыре следующих пункта, неразрывно связанных между собой, но раскрывающих с различных сторон основную закон.

1. *Симметричные условия сосуществования среды и происходящих в ней явлений (явление может существовать в среде с его характеристической симметрией или с симметрией одной из надгрупп или подгрупп последней).*

2. *Необходимость наличия диссимметрии, порождающей явление («диссимметрия творит явление»).*

3. *Правило наложения (суперпозиции) элементов симметрии и диссимметрии среды и явления (сохраняются лишь общие для среды и явления элементы симметрии).*

4. *Сохраняемость элементов симметрии и диссимметрии причин в порождаемых ими следствиях (элементы симметрии причин обнаруживаются в произведенных следствиях; диссимметрия следствия должна обнаруживаться в породивших его причинах).*

Следует помнить, что всюду здесь имеются в виду лишь элементы классической симметрии. Дальше нам придется неоднократно ссылаться на эти четыре пункта, приводя, ради краткости, их порядковые номера.

Обратимся к обзору последующих толкований и формулировок принципа Кюри в трудах позднейших авторов. Первенствующая роль принадлежит здесь М. Кюри, впервые в 1924 г. осветившей в своей прекрасной книге о жизни и творчестве П. Кюри выдающееся значение его принципа.

Рассматривая работы П. Кюри о симметрии, она пишет: «Его теоретические и экспериментальные исследования в этой области группируются вокруг очень общего принципа симметрии, который был им постепенно установлен» (М. Кюри, 1968, с. 22). «Вот эта формулировка, ставшая с тех пор классической», — продолжает она, и далее цитирует выделенный нами 4-й пункт, касающийся унаследования в следствиях элементов симметрии и диссимметрии причин. «Первостепенное значение этих положений, весьма совершенных при всей их простоте, — подчеркивает далее М. Кюри, — заключается в том, что элементы симметрии, о которых идет речь, относятся ко всем физическим явлениям без исключения» (там же).

В дальнейшем тексте находим следующие важные замечания: «Именно размышления о связях между причинами и следствиями в этих явлениях привели Пьера Кюри к дополнению и расширению понятия симметрии, он трактует симметрию как состояние пространства, характерное для среды, в которой происходит данное явление. Чтобы определить это состояние, надо учесть не только строение среды, но и ее состояние движения и влияющие на нее физические факторы» (М. Кюри, 1968, с. 24).

После этого М. Кюри приводит текст тезиса П. Кюри о сохранении общих элементов симметрии и возрастании диссимметрии при наложении нескольких явлений различной природы (т. е. пункт 3). Итак, согласно М. Кюри, сущность принципа симметрии — диссимметрии сконцентрирована в 4-м пункте (3-й пункт рассматривается как его следствие).

Роль М. Кюри в популяризации знаменитого принципа была огромной. Можно утверждать, что только после появления ее небольшой книжки, имевшей большой успех среди широкого круга читателей и переведенной на ряд иностранных языков (в частности, имеются три русских перевода), принцип Кюри обратил на себя внимание. Трактовка принципа в понимании М. Кюри произвела глубокое впечатление на акад. В. И. Вернадского и дала толчок для ряда его широко обобщающих идей.

Приведем ряд относящихся сюда цитат из сочинений нашего выдающегося натуралиста-мыслителя. В «Очерках геохимии» (Вернадский, 1934) имеется следующее высказывание: «Кюри был не только первоклассным физиком и экспериментатором, натуралистом с большим обобщающим умом: это был глубокий математик. Он перенес принцип симметрии в область всех физических явлений, из кристаллографии, где она царила, начал создавать учение о симметрии физических явлений. Он выяснил ее первостепенное логическое и эмпирическое значение и связал понятие о симметрии с другим, основным научным понятием, значение которого нам кажется несомненным — с понятием о протяженности. Он выявил таким путем тесную связь симметрии с пространством, в нашем современном представлении с пространством—временем» (с. 158).

В посмертно изданной монографии В. И. Вернадского «Хими-

ческое строение биосферы Земли и ее окружения» (1965) идеям Кюри уделяется особое внимание. «Кюри, — пишет В. И. Вернадский, — расширил понятие о диссимметрии, перенеся ее в область физики, физических полей. . . Когда в 1905 году он вернулся к этим вопросам, он мыслил уже о состояниях пространства, заменив и в корне изменив этим понятием понятие диссимметрии» (с. 160). В этой цитате В. И. Вернадский переключается с М. Кюри, утверждавшей, что П. Кюри трактовал симметрию как «состояние пространства».

Пояснение к этим высказываниям, не отраженным в оригинальном тексте статьи П. Кюри, находится в следующем интересном примечании В. И. Вернадского:

«В своей книжке («Проблемы геохимии. IV. О правизне и левизне», 1940) я указывал на такое положение дел: в разговорах с ныне покойной М. Кюри, в Институте которой я тогда работал, в 1925 г. по поводу указаний в ее книжке, она мне говорила, что Кюри в семье все время говорил об этой работе как работе над состояниями пространства. В его дневниках сохранилась только одна запись, что сегодня он пришел к большому и важному обобщению. Через несколько дней он погиб. Она думает, что в этом понятии (состояние пространства) и заключается синтез его мысли» (с. 160).

Идея о симметрии как состоянии пространства неоднократно подчеркивалась В. И. Вернадским. Приведем еще несколько характерных цитат, подтверждающих сказанное.

«Я рассматриваю явления симметрии как эмпирически изучаемые и научно охватываемые пространственные проявления земных природных тел. Насколько я могу судить, такое понимание симметрии, выросшей в целое научное течение, является необычным. Я сам пришел к этому простому пониманию только на 60-м году моего размышления о симметрии» (с. 166).

«Симметрия характеризует разные состояния земного пространства» (с. 169).

«В живых веществах мы имеем дело с состоянием пространства, не отвечающим Евклидовой геометрии. . .» (с. 172).

«Симметрия является эмпирическим обобщением, охватывающим пространственные свойства геометрии физико-химических пространств природных тел и природных явлений» (с. 174).

«Он (принцип Кюри) гласит: «Диссимметрическое явление может вызываться только такой же диссимметричной причиной». Переводя это на язык «состояний пространства», это будет просто обозначать, что причины и следствия какого-нибудь диссимметрического явления не могут выходить, как это само собой разумеется, за пределы одного и того же состояния пространства. . .» (с. 182).

Ряд аналогичных положений находится и в «Размышлениях натуралиста» В. И. Вернадского (1975—1977). Приведенные цитаты показывают, что особенно глубокое впечатление на В. И. Вернадского произвели идеи П. Кюри о симметрии как

выражении состояния пространства. Эти идеи были использованы нашими учеными в рассуждениях о различии живого и косного вещества (пространство живого вещества имеет свою особую геометрию).

Высказывания Вернадского выходят за пределы рассмотренного нами текста П. Кюри и относятся к его неосуществленным замыслам, прерванным трагической смертью.

Вместе с тем, обращаясь к выделенным выше четырем пунктам, можно прийти к выводу, что ближе всего к интересам В. И. Вернадского подходит 1-й пункт о симметричных условиях существования среды и явления или, иначе говоря, двух (нескольких) разнородных сред. Каждая из них обладает своей собственной симметрией, характеризующей естественное пространство. Вслед за М. Кюри В. И. Вернадский придает особое значение 4-му пункту, сознавая особую его важность для выявления диссимметрии живого мира.

Нельзя не отметить того, что в своих высказываниях В. И. Вернадский ставил перед учеными задачи еще далеко не решенные и в наше время (симметричные характеристики различных пространств требуют специфических геометрических подходов; пространства живых веществ выходят за пределы геометрии Евклида и т. д.).

Существенный дальнейший шаг в расшифровке сущности принципа Кюри принадлежат акад. А. В. Шубникову. Свое понимание этого принципа он с особенной ясностью и логичностью сформулировал в одной из статей (Шубников, 1956, с. 133—144).

Разбор «общих принципов симметрии», изложенных в основополагающей статье П. Кюри, А. В. Шубников начинает с обширной цитаты, содержащей положения, выделенные Кюри курсивом (пункты 1,2). Смысл этих положений А. В. Шубников иллюстрирует примером турмалина, являющегося «средой, в которой возникает пирозэффект». Совокупность отсутствующих в виде симметрии $3m$ элементов симметрии ($m \perp 3$, $\bar{1}$ и др.) составляют диссимметрию турмалина, которая и «творит эффект». Далее А. В. Шубников останавливается на разнице понятия «диссимметрии» Л. Пастера и П. Кюри. По Пастеру, «диссимметрия» — это отсутствие в фигуре элементов симметрии второго рода, связанных с отражениями (таковы плоскость, центр симметрии и вообще все зеркально-поворотные или инверсионные оси). Понятие диссимметрии, по П. Кюри, значительно шире. Под диссимметрией он подразумевает совокупность всех элементов симметрии, отсутствующих в данной фигуре. При этом А. В. Шубников отмечает, что полная совокупность элементов симметрии (вид симметрии) любой фигуры всегда образует группу в математическом смысле, тогда как аналогичная совокупность отсутствующих элементов симметрии (диссимметрии) такой группы не дает.

Вслед за этим А. В. Шубников переходит к «чрезвычайно важному выводу», полученному Кюри на основе его фундаментальных положений. Это положение соответствует в нашем перечне

пункту 3 (сохраняемость элементов симметрии, общих для среды и явления). Обратим внимание на следующее замечание А. В. Шубникова, показывающее его подход к данному пункту: «Это положение П. Кюри является далеко не тривиальным распространением на физические явления тривиальной для геометрических фигур истины, заключающейся в том, что при соединении двух (или многих), не равных друг другу симметричных составляющих фигур, в одну составную, в последней остаются лишь те элементы симметрии, которые являются общими для всех составляющих фигур при заданном способе их размещения в пространстве» (Шубников, 1956, с. 140). Сказанное иллюстрируется примером наложения куба и конуса с совпадающими осями L_3 первого и L_∞ последнего (в результате возникает симметрия $3m-L_33P$). Далее Шубников пишет: «Утверждаемая П. Кюри возможность перенесения этой геометрической истины на физические явления означает возможность изображения физических явлений фигурами, в частности такими материальными фигурами, которым мы, кроме чисто геометрических, приписываем также и некоторые физические свойства» (там же). В качестве примеров таких фигур А. В. Шубников называет вращающийся цилиндр, моделирующий магнитное поле, и скрученный цилиндр, показывающий вращение плоскости поляризации в кристаллах.

В дальнейшем тексте А. В. Шубников называет данный вывод (пункт 3) «Принципом суперпозиции симметрии» (с. 141). Вслед за тем он отмечает, что «в научных кругах большей известностью . . . пользуются (без должного их понимания) три принципа симметрии П. Кюри, коими устанавливается связь между симметрией причины и следствия». Здесь имеются в виду три положения, объединенных нами в виде пункта 4. Популярность этих положений А. В. Шубников объясняет тем, что именно они были поставлены на первое место в «Воспоминаниях» М. Кюри, тогда как сам П. Кюри их не выделял курсивом и даже не нумеровал.

«Трудность понимания этих принципов, — замечает А. В. Шубников, — заключается в неясности, что в конкретных случаях следует понимать под причиной и следствием и что следует разуметь под их симметрией и диссимметрией» (с. 142).

Рассмотрение данных трех положений (принципов) с помощью конкретных примеров приводит А. В. Шубникова к выводу, согласно которому все эти принципы опять-таки сводятся к одному и тому же принципу суперпозиции симметрии (т. е. пункту 3). Последний же, как было сказано выше, является непосредственным выводом из основных положений (пункты 1, 2). В результате выявляется, что по сути дела все пункты, на которые мы подразделяем текст П. Кюри, сводятся к одному-единственному пункту 3 — принципу суперпозиции симметрии. Как будет показано в дальнейшем, именно этот пункт нагляднее всего проявляется на объектах природного минералогического мира.

Статья А. В. Шубникова представляет проникновенный анализ симметричных закономерностей, сформулированных П. Кюри.

Текст сопровождается оригинальными иллюстрациями, наглядно поясняющими рассматриваемые положения.

Статья А. В. Шубникова заканчивается следующим замечанием: «В заключение отметим, что идеи П. Кюри в области учения о симметрии нельзя считать до конца оформленными. Это сделают будущие поколения» (с. 144).

Выводы А. В. Шубникова занимают первостепенное место в литературе о так называемом «принципе симметрии—диссимметрии Кюри».

Несколько неожиданный и, казалось бы, противоречащий вышесказанному подход к вопросу о принципе симметрии Кюри находится в книге А. В. Шубникова и В. А. Копцика «Симметрия в науке и искусстве» (1972). Вышедшая после смерти А. В. Шубникова монография была существенно дополнена проф. В. А. Копциком. В ней принцип Кюри связывается воедино с принципами Ф. Неймана и В. Миннигероде: «Формулировка Кюри опирается на результаты предшественников и обобщает накопленные наукой факты» (Шубников, Копчик, с. 183). Вносится даже предложение ввести название «принцип Неймана—Миннигероде—Кюри» (сокращенно «НМК». Там же). С этим, конечно, нельзя согласиться, так как принципы Неймана и Миннигероде относятся исключительно к кристаллам,¹ не выходя за пределы кристаллического тела, тогда как П. Кюри безгранично расширил значение симметрии, распространив ее на все природные физические явления и фиксируя особое внимание на взаимодействии порождающей среды с порождаемым ею явлением.

Позднее В. А. Копчик опубликовал статью «Принципы симметризации—диссимметризации Шубникова—Кюри для составных физических систем» (Копчик, 1975). В ней отмечается, что формулировка принципа Кюри (по В. А. Копцику, принципа Неймана—Миннигероде—Кюри) дается недостаточно в обобщенном виде.² Автор статьи выдвигает обобщенный принцип симметрии, называемый им «принципом Шубникова—Кюри (ШК)».— Сначала он напоминает о том, что уже в 1940 г. А. В. Шубников указал на возможность симметризации геометрических фигур путем их составления (сборки) из равных одинаково расположенных частей. Кроме того, сохранился набросок незаконченной статьи А. В. Шубникова

¹ Принцип Неймана: «Материал (кристаллический, — И. Ш.) в отношении физических свойств обнаруживает симметрию того же рода, что и его кристаллографическая форма» (Neumann, 1885, p. 45). Принцип Миннигероде: «Группа симметрии кристалла есть подгруппа симметрии всех возможных в этом кристалле физических явлений» (Minnigerode, 1887, с. 283).

² Следует отметить, что основные положения Кюри требуют некоторых оговорок и дополнений. При известных условиях симметрия формирующей среды или формируемого тела могут попеременно играть первенствующую роль, подчиняя себе симметрию второго объекта. Мало того, элементы динамической симметрии кристалла, переходя в область диссимметрии, не аннулируются, а переходя в гомологичные и криволинейные оси и плоскости, демонстрируют принцип сохранения симметрии в расширенном ее понимании.

«Об уточнении и расширении правила суперпозиции групп симметрии Пьера Кюри». В нем намечаются условия симметризации.

«В формулировке правил Кюри предусматривается только выпадение элементов симметрии при суперпозиции явлений, но ничего не говорится о возможности одновременного появления новых элементов, не содержащихся в отдельно взятых явлениях. Нетрудно показать, что новые элементы симметрии могут возникнуть лишь при условии, если в систему входят явления (поля величины) одинаковой природы, сказать точнее, такие явления, которые обладают одной и той же симметрией и не отличаются друг от друга по физическим признакам» (Копцик, 1975, с. 55).

По мнению В. А. Копцика, «Принцип симметризации», дополняющий «принцип диссимметризации» Кюри, образует вместе с ним обобщенный принцип симметрии — «принцип Шубникова — Кюри (ШК)».

Новый подход к принципу симметрии—диссимметрии был, видимо, поддержан С. Гольдштаубом (S. Goldstaub), представившим тезисы доклада на эту тему для одиннадцатого Интернационального кристаллографического конгресса в Варшаве (август 1978 г.), но скончавшегося до начала конгресса. Приведем полный перевод его тезисов: «С. Гольдштауб. Размышление о законе Кюри (Франция. Страсбург. Минералогическая лаборатория в Университете им. Л. Пастера).

«В 1894 г. П. Кюри заявил о законе симметрии для физических явлений. Несмотря на всеобщность этого закона, он почти не нашел отклика в научных кругах, за исключением русской школы, возглавленной Шубниковым. Высказывания Кюри, не имевшие достаточной точности, были заново сформулированы и дополнены Шубниковым и Копциком под названием принципа Неймана—Миннигероде—Кюри (НМК). Для использования этого принципа необходимо знать симметрию системы. Однако последняя никогда не бывает известна с достаточной достоверностью. Поэтому необходимо приобрести абстрактную модель, по сравнению с которой физическая система имеет ряд отклонений. Эти отклонения связаны с «несовершенствами»:

- 1) геометрическими (главным образом, формы),
- 2) физическими (гомогенность),
- 3) флюктуационными.

Для того чтобы принцип Н. М. К. мог применяться, нужно, чтобы отклонения от него укладывались в известные пределы. Упоминание о причинах в высказываниях Кюри требует, чтобы рассматриваемая система представляла функцию времени, причем эта функция должна быть однотипной (или постоянной). Учет приведенных замечаний должен предотвратить многочисленные разногласия и дискуссии».

Вопрос об известных отклонениях реальных явлений в геолого-минералогическом мире от идеализированного принципа симметрии—диссимметрии будет нами рассмотрен в последующих главах.

Заметим, однако, что в случае кристаллических объектов симметрия системы не вызывает особых затруднений.

Вслед за тем вернемся к вопросу о явлениях симметризации в природе и их сравнении с природной же диссимметризацией. В области минералогической кристаллографии принцип симметризации особенно наглядно проявляется на примерах закономерных сростков — двойников, тройников, четверников и т. д. — с суммарной симметрией, превышающей симметрию отдельных индивидов, слагающих сростки.

Так, например, кристаллы хризоберилла с собственной симметрией mmm ($3L_2, 3PC$) образуют тройники с суммарной видимой симметрией $6/mmm$ ($L_6, 6L_2, 6P, 6C$) (рис. 49). Такая симметризация происходит за счет того, что угол $(011) : (0\bar{1}\bar{1})$ на отдельном кристалле весьма близок к 120° ($119^\circ 46'$). Последнее, конечно, обусловлено структурой хризоберилла. Однако появление таких идеально образованных тройников требует, кроме того, соответственной высокой симметрии среды, в которой они формируются (быть может, роль образующей среды играет высокосимметричная минеральная подложка).

При кристалломорфологическом описании закономерных сростков с суммарной завышенной симметрией удобно пользоваться понятием «надформ» или «ложных простых форм второго рода». Такие ложные простые формы состоят из совокупностей граней, принадлежащих нескольким простым формам, но связанными элементами видимой высокой симметрии.

Так, в случае тройника хризоберилла мы имеем «надформы» в виде «гексагональной дипирамиды», образованной гранями $\{111\}$ ромбических индивидов, «гексагонального пинакоида», сложенного плоскостями (100) , и «дигексагональной дипирамиды» с входящими углами, построенной гранями $\{121\}$. К явлениям чисто внешней симметризации, несколько расширяя требования А. В. Шубникова и заменяя физическую однородность их геометрическим подобием, можно отнести те случаи, когда в силу структурной близости граней различных простых форм образуются суммарные ложные формы с видимой завышенной симметрией, т. е. те же «надформы».

Вспомним о примере с кристаллом берилла, представляющим комбинацию двух гексагональных призм $\{10\bar{1}0\}$, $\{11\bar{2}0\}$ и пинакоида $\{0001\}$. Одинаково развитые грани обеих призм образуют в совокупности ложную форму второго рода — правильную двенадцатигранную призму. Эта надформа, часто наблюдающаяся также на кристаллах апатита, как мы уже знаем, имитирует двенадцатерную симметрию. Само собой разумеется, что и здесь ведущую роль играет структурная близость обеих призм при наличии достаточно высокой симметрии среды, допускающей подобную симметризацию. Итак, в случае «симметризации» в качестве основной первопричины выступает соответственная конкретная симметрия самого объекта, обладающая возможностью породить подобное явление. Для кристаллов это будет их собственная структурная симметрия.

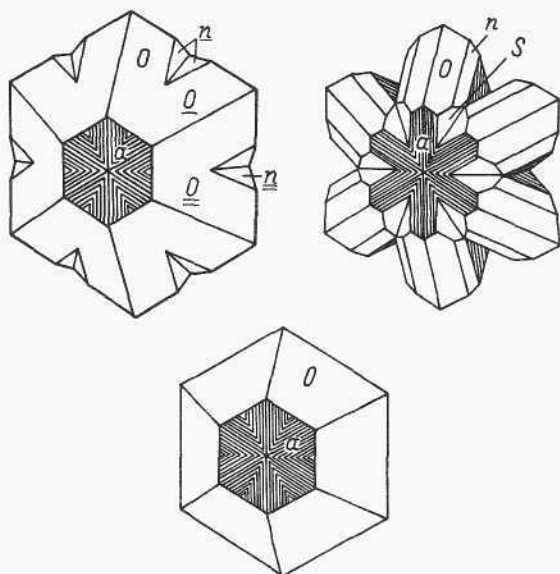


Рис. 49. Тройники хризоберилла с симметрией $6/m\bar{3}m$ (Урал).

Кроме того, известную роль здесь играет и среда, допускающая в силу своей высокой симметричности эффект симметризации.

Следовательно, «принцип симметризации» не является универсальным, а проявляется в природе лишь при строго определенных и ограниченных условиях. В отличие от него «принцип диссимметризации» является, с некоторыми оговорками, поистине универсальным. Мы видим его проявление на любом природном объекте. Особенно наглядно он сказывается на искаженных формах кристаллов.

Вернемся все к тому же кристаллу берилла, находящемуся в текущем потоке. Изменим, однако, его ориентировку так, чтобы его элементы симметрии не совпадали с элементами симметрии среды, кроме одной-единственной плоскости симметрии, совмещенной с вертикальной плоскостью симметрии потока. При этом, согласно принципу Кюри (пункт 3), внешняя форма кристалла сохраняет из своих элементов симметрии лишь одну плоскость симметрии и тем самым превращается на вид как бы в моноклинную комбинацию из «диэдров», «пинакоида», «моноэдров». Последние представляют так называемые «простые ложные формы первого рода», или «подформы» — совокупности граней (частей истинных простых форм), связанных элементами внешней пониженной симметрии кристалла. В этом случае, как видим, существенную роль играет среда, искажающая идеальный облик кристаллического тела.

Сравнивая между собой принципы «симметризации» и «диссимметризации», подчеркнем еще раз их резкое различие в отноше-

нии распространенности в природе. Первый реализуется лишь в особых специфических условиях, второй проявляется буквально повсеместно.

Вместе с тем нельзя не вспомнить и еще некоторые характерные примеры из минералогической кристаллографии, занимающие промежуточное место между случаями «диссимметризации» и «симметризации».

Обратимся к классическому примеру искаженных кристаллов кварца. Кристалл с вертикально направленной главной осью L_3 приобретает в природе видимую симметрию $3m$ (L_33P) или даже $6mm$ (L_66P). Кристалл с косо ориентированной L_3 нередко характеризуется видимой симметрией m (P). И в первом и во втором случаях исчезают $3L_2$ кристалла («диссимметризация»), но зато появляются ложные плоскости симметрии, отсутствующие в истинной симметрии кристалла («симметризация»).

Видимые плоскости симметрии, появляющиеся на искаженных кристаллах кварца, связаны, конечно, со средой, находящейся в поле земного тяготения и обладающей бесчисленными вертикальными плоскостями симметрии. Однако реализоваться на кварцевых кристаллах (в особенности в случае с ложной симметрией $6mm$) они смогли лишь благодаря тому, что ромбоэдрические грани $\{10\bar{1}1\}$ и $\{01\bar{1}1\}$ обладают структурной близостью (значительную роль здесь играет также двойникование по дофинейскому закону). Возникшая в результате внешняя (видимая) симметрия может быть и выше и ниже собственной симметрии кристалла.

Истинный порядок симметрии кварца — 6, при внешней симметрии $3m$ он также равен шести, а в случае $6mm$ повышается до двенадцати. В то же время внешняя симметрия m понижает порядок симметрии до двух (вместо шести). Ложные формы искаженных кристаллов кварца представляют одновременное сочетание «надформ» и «подформ».

В самом деле, ложная «гексагональная пирамида» на кристалле кварца с внешней симметрией $6mm$ является, с одной стороны, «надформой», объединяя грани обоих ромбоэдров $\{10\bar{1}1\}$ и $\{01\bar{1}1\}$, а с другой — представляет и «подформу», так как в ее состав не входят нижние ромбоэдрические грани (последние отсутствуют или отличаются по своей скульптировке от верхних).

Еще резче сказанное иллюстрируется ложными диэдрами (типа «домы») на кристаллах с внешней симметрией m в том случае, когда видимая плоскость симметрии проходит вдоль ребра $(10\bar{1}1) : (01\bar{1}1)$. В состав такого диэдра входят две разнородные грани $(10\bar{1}1)$ и $(01\bar{1}1)$, образуя своего рода «надформу», в то же время такой диэдр включает в себя одну из шести граней каждого ромбоэдра и тем самым является типичной «подформой».

Вышесказанное явно указывает на то, что случаи, подобные природному формированию кристаллов кварца, строго говоря, не укладываются в рамки собственно «симметризации» или «диссимметризации», а занимают промежуточное положение между ними.

В статье В. А. Копчика (1975) дается математическая трактовка принципа симметрии—диссимметрии, причем, «принцип симметризации» А. В. Шубникова и «принцип диссимметризации» П. Кюри сливаются в единую теоретическую схему.

Примеры, взятые из минералогической кристаллографии, показывают, что при подходе к натуральным объектам целесообразно рассматривать по отдельности три реализующихся в природе случая симметричных закономерностей.

Во-первых, это будет «принцип симметризации» (пункт 4), когда складывающиеся индивиды в силу специфичности своих структурно-симметричных свойств и при наличии высокосимметричной среды образуют производные тела с повышенной суммарной симметрией. Здесь явно доминирует структурная основа формирующегося объекта. На кристаллах «симметризация» проявляется внешне в виде характерных суммарных «надформ».

Ко второму случаю отнесем «принцип диссимметризации» (пункт 3). Здесь особенно важную роль играет симметрия среды, налагающая свой отпечаток на формируемый объект. Для этого случая характерны искаженные формы кристаллов с пониженной внешней симметрией и распределением гранных простых форм на «подформы».

Наконец, намечается и третий случай, когда «диссимметризация» и «симметризация» действуют совместно. Первая понижает внешнюю симметрию объекта, вторая накладывает на него новые элементы видимой симметрии. В этом случае на формирование тела воздействуют более или менее одинаково и его собственная структурная симметрия и симметрия образующей среды. Появляющиеся при этом ложные формы кристаллов являются одновременно и «надформами», и «подформами». Этот последний случай, очевидно, следует рассматривать отдельно, как суммарный принцип «симметризации—диссимметризации» или, используя остроумное устное высказывание А. И. Глазова, как принцип «суперпозиции симметризации и диссимметризации».

ФОРМЫ КРИСТАЛЛОВ — ИНДИКАТОРЫ СИММЕТРИИ МИНЕРАЛООБРАЗУЮЩЕЙ СРЕДЫ

Принцип симметрии-диссимметрии Кюри является основой для познания по симметрии кристаллов симметричных особенностей кристаллообразующих сред.

Обратимся к симметричной характеристике кристаллообразующих сред. Само собой разумеется, что подобный подход к таким сложным природным объектам является сугубо упрощенным, сводя их к однородным суммарным геометрическим моделям. При этом их физико-химическая природа сознательно игнорируется.

Обобщенный подход к симметричной характеристике кристаллообразующих сред основывается на семи предельных то-

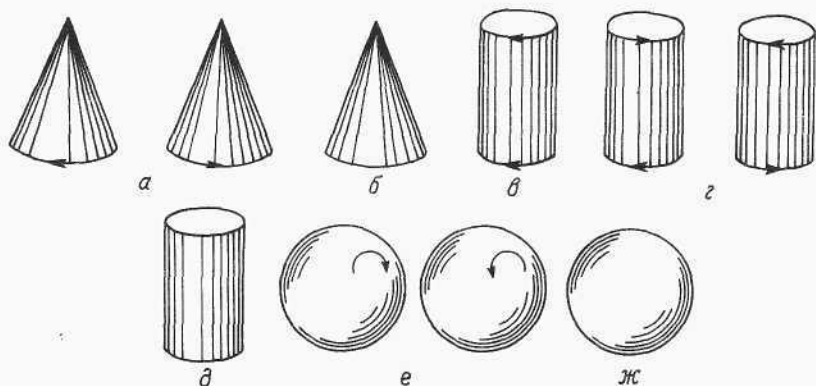


Рис. 50. Геометрические фигуры, символизирующие предельные точечные группы симметрии: ∞ , правая и левая (а); ∞m (б); ∞/m (в); $\infty 2$, правая и левая (г); $\infty/m\bar{m}$ (д); ∞/∞ , правая и левая (е); $\infty/\infty m$ (ж).

чечных группах симметрии П. Кюри: $L_\infty(\infty)$, $L_\infty \infty P(\infty m)$, $L_\infty \text{ПС}(\infty/m)$, $L_\infty \infty L_2(\infty 2)$, $L_\infty \infty L_2 \infty \text{ППС}(\infty/m\bar{m})$, $\infty L_\infty \times \times(\infty/\infty)$, $\infty L_\infty \infty \text{ПС}(\infty/\infty m)$. Показательные фигуры, дающие наглядное представление о семи предельных видах, изображены на рис. 50. Подгруппы этих видов охватывают все возможные случаи конечной симметрии.

Учитывая воздействие силы земного тяготения, характеризующейся вектором с симметрией $L_\infty \infty P$ (симметрия конуса), следует ожидать, что наиболее часто встречающиеся природные среды обладают именно этой симметрией или симметрией ее подгруппы — P . Сказанное находит подтверждение во внешней симметрии подавляющего большинства природных тел (растений, животных, кристаллических образований).

Все то, что растет вертикально, будучи прикрепленным к какой-либо точке земной поверхности, совпадает своей вертикальной осью с осью симметрии бесконечного порядка L_∞ , проходящей через упомянутую точку и лежащую на стыке бесчисленного множества плоскостей симметрии, пересекающихся вдоль оси конуса симметрии среды. Симметрия $L_\infty \infty P(\infty m)$ и накладывает свой отпечаток на внешнюю (видимую) симметрию любого тела (в том числе и кристалла), растущего в такой ориентировке, и придает ему «пирамидальную» симметрию типа $L_n n P(nm)$ или, в случаях более низкой собственной симметрии тела $L_n(n)$, $P(m)$, — (1) (подгруппы симметрии $L_n n P$). Однако очень часто мы видим явно завышенную (наложенную) симметрию природных тел, как бы копирующую симметрию конуса. Таковы, например, веретенообразные и конусообразные формы деревьев с видимой симметрией $L_\infty \infty P$. Сюда же можно отнести и формы сталактитов и сталагмитов, а также одноконечные кристаллы кварца с видимой (ложной) симметрией $L_6 6 P-6m$ (вместо $L_3 3 L_2-32$) и др.

В отличие от рассмотренных выше случаев все то, что растет

(или движется) наклонно или горизонтально, отклоняется от вертикальной оси L_∞ , но неминуемо совпадает с одной из бесчисленных вертикальных плоскостей симметрии все того же конуса. Эта плоскость симметрии среды и накладывает свой отпечаток на соответственные тела, придавая им внешне моноклинную симметрию $P(m)$, или при отсутствии или несовпадении плоскостей симметрии — (1).

Само собой разумеется, что малейшее отклонение оси L_n кристалла от вертикальной оси L_∞ среды ведет к «моноклинности» или «триклинности» внешней формы. Изучение достаточно большого количества природного материала показывает явное преобладание внешне псевдомоноклинных природных форм (в том числе и кристаллических образований).

Итак, в средах, находящихся в сфере влияния земного тяготения, симметрия конуса нередко всецело подчиняет себе внешнюю симметрию объектов, формирующихся в поле ее действия.

Можно предположить, что на достаточных глубинах при большом и всестороннем давлении симметрия минералообразующей среды приближается к шаровой — $\infty L_\infty \infty PC$.

Итак, шар ($\infty L_\infty \infty PC$), конус ($L_\infty \infty P$), дома (плоскостной диэдр в виде двускатной крыши — P) являются геометрическими моделями симметрии наиболее распространенных природных сред. Нами неоднократно отмечалась эволюция форм органического мира с переходами от симметрии шара к симметрии конуса и затем диэдра. Сходная закономерность, по-видимому, имеет место и для минералов. Однако в природе и лабораторных условиях встречаются и другие случаи симметрии кристаллообразующих сред. Ниже приводятся простейшие частные случаи природного образования кристаллов, представляющие интерес для минералогов. Из элементов симметрии питающей среды учитываются лишь проходящие через центральную точку кристалла.

1. Образование кристаллов, находящихся во взвешенном состоянии, внутри однородной жидкости или газообразной среды

I—А. При равномерном и всестороннем притоке питающего вещества ко всем граням кристалла внешняя его форма соответствует идеальной. Она дает точное понятие о симметрии, обусловленной внутренним строением, или же в случае отсутствия граней общей формы дает повышенную внешнюю симметрию. Такой кристалл может получиться в том случае, когда он находится во взвешенном состоянии внутри однородной среды, равномерно несущей к нему со всех сторон питательное вещество (рис. 51, А). Можно считать, что кристалл находится в центре шара, все радиусы которого совпадают с направленными к центру питающими потоками. Подобная среда является изотропной и обладает симметрией шара — «симметрия сферы или скалярный тип симметрии», по П. Кюри.

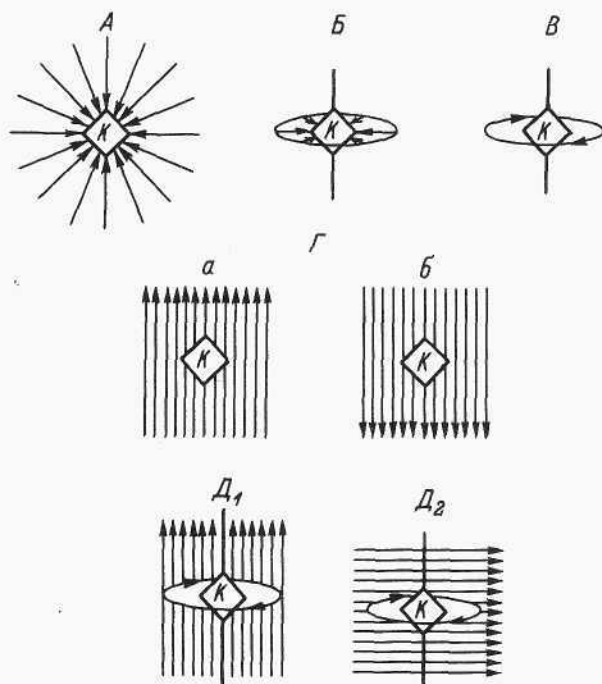


Рис. 51. Образование кристаллов, находящихся во взвешенном состоянии внутри однородной жидкой или газообразной среды.

Реально возможны случаи, близко подходящие к таким идеальным условиям. Например, когда взвешенный в расплаве или растворе кристалл всесторонне и непрерывно переворачивается, заставляя все свои грани находиться в статически одинаковом положении относительно окружающей среды. Примером могут, очевидно, служить всесторонне огранные и правильно развитые октаэдры алмаза, выросшие, по-видимому, внутри расплавленной магмы при непрерывном всестороннем (хаотическом) движении и кристалла, и расплава. Другим примером подобных образований являются прекрасные тетрагон-триоктаэдры лейцита, выросшие внутри вязкой магмы. К этому случаю, вероятно, можно отнести образование кристаллов в вязкой однородной среде за счет всесторонней и равномерной диффузии.

I—B. Кристалл находится во взвешенном состоянии внутри однородной, анизотропной жидкой или газообразной среды, несущей потоки питательного вещества по радиусам круговых сечений цилиндра, описанного вокруг кристалла (рис. 51, B). Легко понять, что симметрия такой среды по отношению к кристаллу отвечает симметрии неподвижного цилиндра (направления питающих потоков совпадают с радиусами кругового сечения цилиндра) $L_{\infty} \infty L_2 \infty PPS$. Следовательно, кристалл в подобной

среде может сохранить внешнюю симметрию: $L_n n L_2 n P P C$ (или симметрию соответственных подгрупп).

В лабораторных условиях такой случай можно осуществить путем кругового размешивания раствора то в одну, то в другую сторону или же путем вращения самого кристалла вокруг оси с постоянным изменением направления вращения. В природе условия, близкие к описанным, имеют место в слоистой вязкой среде, внутри которой находится кристалл, растущий за счет равномерной диффузии, происходящей внутри отдельных слоев.

I—B. Неподвижный кристалл находится во вращающейся жидкой или газообразной среде или же вращающийся кристалл находится в неподвижной среде (рис. 51, B). Симметрия такой среды характеризуется элементами симметрии $L_\infty P C$ (симметрия кругового вращающегося цилиндра, принадлежащая к типу тензора, по П. Кюри). В этом случае симметрия внешней формы кристалла может сохранить лишь одну из своих осей симметрии, совпадающую с L_∞ среды, одну плоскость симметрии, перпендикулярную этой оси, и центр инверсии $L_n P C$. В частных случаях могут сохраниться элементы симметрии соответственных подгрупп.

Геометрическая схема этого случая отвечает росту кристалла, вращающегося вокруг одной неподвижной оси при неподвижном растворе, или росту неподвижного кристалла в растворе, вращающемся вокруг одной неподвижной оси. Такой случай может быть легко осуществлен в лаборатории.

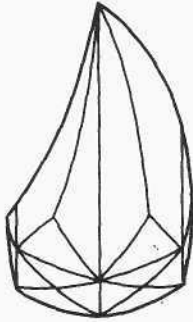
I—Г. Неподвижный кристалл находится в жидкой или газообразной среде, движущейся в одном направлении, или же кристалл передвигается вдоль одного направления внутри неподвижной среды (рис. 51, Г). Для такой среды, исходя из симметрии одной из струй общего потока, окруженной бесчисленным множеством таких же струй, следует приписывать симметрию $L_\infty \infty P$.

Внешняя форма кристалла, растущего в потоке, сохраняет лишь одну ось симметрии, совпадающую с L_∞ питающей среды, и плоскости симметрии, идущие вдоль этой оси и совпадающие с плоскостями симметрии среды. Тем самым видимая симметрия такого кристалла относится к одному из планальных видов симметрии — $L_n n P$. В частных случаях она сведется к одной L_n или к одной P , или к полному отсутствию элементов симметрии.

Очевидно, сюда можно отнести случай спокойного вертикального передвижения кристаллов в магме за счет гравитационной дифференциации (при этом, как известно, кристаллы авгита и оливина тонут, а кристаллы плагиоклаза всплывают). В сходных условиях, быть может, сформировались удлиненные кристаллы алмаза с двумя неодинаковыми концами и видимой симметрией $L_3 3 P$ (рис. 51).

На рис. 51 выделены два случая — Г, а и Г, б. Ясно, что в отношении симметрии они тождественны. Однако на реальных кристаллах они отличаются скульптурой граней, обращенной вверх и вниз, присыпками на гранях и т. д. Следовательно, с точки

Рис. 52. Кристалл алмаза в форме «волчьего зуба».



зрения минералога, а не геометра-кристаллографа, эти два случая следует различать.

Разобранные выше примеры относятся к простейшим, элементарным случаям. Комбинируя их, легко вывести и более сложные случаи.

I—D₁. Вращающийся кристалл находится в жидкой или газообразной среде, движущейся в одном направлении, или же односторонне движущийся кристалл находится во вращающемся растворе. Этот же случай можно интерпретировать как рост кристалла, движущегося по винтовой линии в неподвижной среде, или же как рост неподвижного кристалла внутри винтообразно вращающейся среды (рис. 51, D₁).

Такая среда характеризуется наличием лишь одной винтовой оси симметрии бесконечного порядка. Для конечных кристаллических фигур внешняя симметрия здесь должна отсутствовать. Однако так как трансляции вдоль винтовой оси могут быть весьма малыми и некоторые винтовые оси совпадают с простыми осями симметрии ($4_2=L_2$; $6_3=L_3$; 6_2 и $6_4=L_2$), можно ожидать, что и в этом случае иногда сохраняется одна-единственная ось симметрии кристалла, совпавшая с направлением винтовой оси окружающей среды. Легко представить себе подходящие сюда случаи природного образования кристаллов. Так, например, упомянутое выше оседание кристаллов в магме или растворе может осуществляться не в спокойной, а в движущейся среде. Быть может, с таким образованием связаны характерные удлиненные кристаллы алмаза с двумя резко различными концами и без видимых плоскостей симметрии, известные под названием «волчьих зубов» (рис. 52).

Таблица 30

Образование кристаллов, находящихся во взвешенном состоянии внутри однородной жидкой или газообразной среды (I)

Случай	Симметрия среды	Внешняя симметрия кристалла	Рис. 51
I—A	$\infty L_\infty \infty PC$	Все элементы идеальной симметрии кристалла	A
I—B	$L_\infty \infty L_2 \infty PPC$	$L_n n L_2 n PPC$ (или $L_n n L_2 n PC$, $L_n n L_2 n PP$, $L_n n L_2$, $L_n n P$, $L_n PC$, $L_n C$, $L_n P$, L_n , P , C , —)	B
I—B	$L_\infty PC$	$L_n PC$ (или $L_n P$, $L_n C$, L_n , P , C , —)	B
I—Г	$L_\infty \infty P$	$L_n n P$ (или $L_n n$, P , —)	Г
I—D ₁	$L_2 \infty$	— (или L_n)	D ₁
I—D ₂	P	P (или —)	D ₂
I—E	—	—	—

На рис. 51, Д1 видно, что разобранный случай является комбинацией B и Γ (рис. 51, B и Γ). Ось вращения кристалла совпадает здесь с направлением движения питающих потоков среды.

Рис. 51, D_2 снова изображает комбинацию B и Γ , однако направление движения среды не совпадает с направлением оси вращения кристалла. Если они взаимно перпендикулярны (как это показано на рисунке), то кристалл получает внешнюю симметрию P , т. е. плоскость симметрии в кристалле совпадает с плоскостью симметрии среды.

Г—Е. Наконец, легко себе представить жидкую или газообразную среду, лишенную каких бы то ни было элементов симметрии. Ясно, что и внешняя симметрия кристаллов, выросшая в такой среде, не будет иметь элементов симметрии.

Суммарные характеристики всех вышеописанных случаев суммированы в табл. 30.

II. Образование кристаллов, лежащих на дне или прикрепленных к стенке и растущих из однородной жидкой или газообразной среды

Подобные случаи особенно часто наблюдаются в природе и лаборатории и, следовательно, представляют особый практический интерес для минералогов и кристаллографов.

Симметрию питающей среды, отвечающей образованию кристалла, лежащего на твердом дне, легко вывести из случаев раздела I. При выводе внешней симметрии таких кристаллов следует в общем исходить из следующего приближенного положения: «кристалл, вырастающий на дне сосуда, имеет вид идеального многогранника, разрезанного плоскостью дна пополам» (рис. 53).

II—А. Кристалл, лежащий на дне, всесторонне и равномерно питается потоками раствора (рис. 53, А). Симметрия среды, питающей кристалл, отвечает здесь симметрии шара, рассеченного плоскостью пополам, — $L_\infty \infty P$. Это может быть, например, в том случае, когда лежащий на твердом основании кристалл питается за счет всесторонней и равномерной диффузии из окружающей вязкой среды. Внешняя симметрия кристалла, образовавшегося в таких условиях, будет $L_n n P$ (в частных случаях L_n или P , или —).

II—Б₁. Аналогичной симметрией обладает среда, где потоки подступают к кристаллу по радиусам кругов, параллельных плоскости дна (рис. 53, Б₁). Здесь имеется как бы симметрия неподвижного цилиндра, рассеченного перпендикулярно L_∞ пополам, т. е. $L_\infty \infty P$ (внешняя симметрия кристаллов при этом снова отвечает $L_n n P$ или $L_n, P, —$).

II—Б₂. Из случая Б₁ можно вывести и другой случай путем рассечения среды вертикальной плоскостью. Симметрия такой среды соответствует симметрии рассеченного по вертикали цилиндра — $L_2 2 P$. Подобный случай возможен для кристалла, расту-

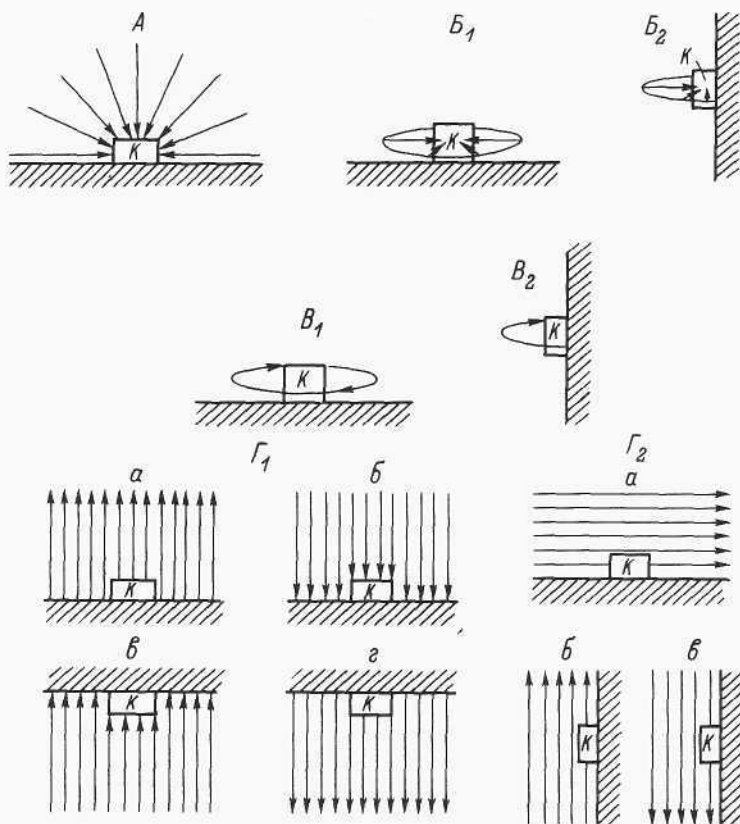


Рис. 53. Образование кристаллов, лежащих на дне или прикрепленных к стенке породы и растущих из однородной жидкой или газообразной среды.

шего на вертикальной стенке и питающегося за счет диффузии, поступающей по радиусам горизонтальных кругов из окружающей среды (рис. 53, B_2). Кристалл при этом получает внешнюю симметрию $L_2 2P$ (ось L_2 ориентирована параллельно плоскости дна. В частных случаях внешняя симметрия отвечает $L_2, P, -$).

II— B_1 . Кристалл, лежащий на дне, питается за счет среды, имеющей круговое движение. Симметрия среды в данном случае отвечает симметрии вращающегося цилиндра, рассеченного горизонтальной плоскостью. Следовательно, здесь сохранится лишь единственная ось L_∞ . Внешняя симметрия кристалла может при этом обладать одной осью L_n либо вовсе не иметь элементов симметрии (рис. 53, B_1). Подобный случай легко осуществить в лабораторных условиях, поместив кристалл на дно сосуда и кругообразно размешивая раствор.

II— B_2 . Кристалл находится на вертикальной стенке, питающей его среде придано одностороннее круговое движение (рис. 53, B_2).

Симметрия среды при этом отвечает симметрии вращающегося цилиндра, разрезанного вертикальной плоскостью, т. е. ограничивается единственной горизонтальной плоскостью симметрии. Следовательно, внешняя симметрия кристалла будет характеризоваться либо единственной плоскостью симметрии, либо окажется вовсе лишенной элементов симметрии.

II—Г1. Кристалл лежит на дне кристаллизатора или подстилающей породы, а потоки жидкой или газообразной среды поднимаются вверх или опускаются вниз перпендикулярно плоскости дна (рис. 53, Γ_1 а и б). В природе кристаллы вырастают не на дне, а на потолке полости, причем их питание происходит за счет потоков, опускающихся или поднимающихся перпендикулярно плоскости потолка (рис. 53, Γ_1 в и г).

Легко понять, что с точки зрения геометрической кристаллографии случаи Г1, а, б, в и г (рис. 53) идентичны, однако с точки зрения генетической кристаллографии и минералогии их все же следует различать (скульптура граней, обращенных вверх и вниз, различна).

Для такой среды, исходя из симметрии одного из ее питающих потоков, окруженного бесчисленным множеством подобных же потоков, надо приписать симметрию $L_\infty \infty P$. Тем самым внешняя форма кристалла сохранит лишь одну ось и плоскости симметрии, перпендикулярные к подстилающему дну (или потоку) и совпадающие с элементами симметрии среды. Внешняя форма такого кристалла должна подчиняться одному из планальных видов симметрии $L_n n P$, а в частных случаях иметь только одну L_n или P , или вовсе не иметь элементов симметрии.

Можно привести много относящихся сюда примеров. Так, октаэдрический кристалл алюминиевых квасцов, грань которого совпадает с дном кристаллизатора, с течением времени приобретает внешнюю симметрию $L_3 3P-3m$, тогда как видимая симметрия его правильно развитых кристаллов $3L_4 4L_3 6L_2 9PC-m3m$ (здесь мы не учитываем почти никогда не появляющихся на квасцах граней пентагон-додекаэдра, указывающих на истинную симметрию $3L_2 4L_3 3PC-m\bar{3}$).

Как видно, из всех элементов симметрии квасцов сохранилась лишь тройная ось, совпадающая с бесконечной осью симметрии раствора, и три вертикальные плоскости, совпавшие с тремя из бесчисленных вертикальных плоскостей симметрии раствора. О подобном же случае пишет Г. Леммлейн (1973, с. 49): «Просмотр большого числа штуфов и кристаллов (кварца) показал, что у небольшой части кристаллов, главная ось которых была расположена вертикально, грани головки развивались совершенно симметрично — три чередующихся грани положительного ромбоэдра и три маленьких отрицательных». Здесь, если не учитывать маленьких граней тригональной дипирамиды и трапецеэдра, внешняя симметрия кварца опять-таки отвечает $L_3 3P$. Для этого случая вообще характерны псевдопиримидальные формы.

II—Г₂. Кристалл лежит на дне, а питающие потоки жидкой

или газообразной среды двигаются параллельно плоскости дна (рис. 53, Γ_2 , а). Этот случай также имеет большое распространение в природе. К нему относится, например, рост кристалла на вертикальной стенке породы при наличии потоков раствора, движущихся вверх или вниз вдоль стенки породы (рис. 53, Γ_2 , б и в). Каждая струя потока имеет лишь одну плоскость симметрии, перпендикулярную стенке породы или поверхности дна. Тем самым конечная симметрия подобной питающей среды характеризуется наличием лишь единственной плоскости симметрии P .

Следовательно, и кристалл, растущий на дне или стенке породы, может сохранить в симметрии своей внешней формы лишь одну плоскость симметрии или окажется вовсе лишенным симметрии. Именно к этому случаю и относится ряд изображений с асимметричным развитием верхних и нижних граней.

Об этом именно случае пишет Г. Г. Леммлейн в статье о кристаллах кварца (1973, с. 49): «В общем облике искаженного кристалла сохраняется плоскость симметрии, в которой лежит главная ось кристалла и вертикальное направление». Здесь речь идет о том случае, когда с вертикальным направлением совпала одна из трех псевдоплоскостей симметрии кварца. В случае отклонения такой плоскости от вертикального направления «головка кристалла искажается совершенно несимметрично» (рис. 54).

II—Д и Е. Сюда, очевидно, надо отнести случаи, когда среда вовсе лишена элементов симметрии. Внешняя форма образующихся в ней кристаллов также должна быть лишена каких бы то ни было элементов внешней симметрии (комбинации псевдо-моноэдров).

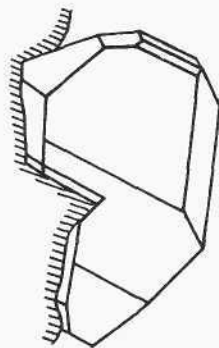
Нами рассмотрены простейшие случаи симметрии питающих однородных сред и внешней симметрии образующихся в них кристаллов. Само собой разумеется, что в природе наблюдаются значительно более сложные случаи, чем описанные здесь. Однако приведенные примеры из минералогической и лабораторной практики показывают, что реальное образование кристаллов зачастую весьма близко подходит к разобранным здесь идеализированным и схематизированным возможностям.

Переходя к вопросу о взаимодействии симметрии среды и образующегося в ней кристалла, напомним, что результатом этого взаимодействия являются уже известные нам по предыдущему тексту ложные формы в виде «подформ» и «надформ». Условия их возникновения тесно связаны с тезисами о суперпозиции симметричных элементов среды и кристалла и о наложенной симметрии последнего.

Исходя из принципа симметрии П. Кюри и подразумевая под симметрией кристаллообразующей среды симметрию подтоков питания к кристаллу, выделяются три возможных случая:

- 1) элементы симметрии кристалла и среды полностью совпадают;
- 2) элементы симметрии кристалла и среды совпадают лишь частично;

Рис. 54. Кристалл самородной серы с одной псевдоплоскостью внешней симметрии.



3) элементы симметрии кристалла и среды не совпадают.

Первый случай реализуется: а) в средах с симметрией шара ($\infty L_{\infty} \infty PC$), т. е. при всестороннем и равномерном подтоке питания к кристаллу; б) при полном соответствии и пространственном совпадении элементов симметрии кристалла и среды, может реализоваться и при росте кристалла внутри другой кристаллической среды при совпадении соответствующих элементов симметрии, но возможность осуществления этого случая сравнительно редка. Реализация идеально образованных кристаллических форм (с одинаково развитыми однородными гранями) возможна только в данном случае.

Второй случай приводит к образованию наиболее характерных искаженных форм, соответствующих симметрии той или иной кристаллообразующей среды. В природе особенно часто возникают формы, обусловленные в конечном счете точечной симметрией поля земного тяготения (симметрия конуса $L_{\infty} \infty P - \infty m$). Кристалл с вертикально ориентированной во время роста осью симметрии $L_n (n)$ нередко характеризуется внешней (ложной) симметрией $L_n n P (nm)$ и соответственным ограничением в виде ложных простых «пирамидальных» форм. Кристалл, выросший с наклонно ориентированной осью L_n , часто получает внешнюю симметрию $P (m)$ с соответственными простыми ложными формами в виде «дизэдров» и «моноэдров». Простые ложные формы, относящиеся к данному случаю, зачастую дают ценную информацию о симметрии питавшей их среды.

Третий случай приводит к возникновению внешне асимметричных кристаллических полиэдров с простыми ложными формами в виде «моноэдров». Однако и здесь нередко наблюдаются формы, более или менее приближающиеся к формам второго случая, в зависимости от степени отклонения элементов симметрии кристалла от элементов симметрии среды.

При изучении искаженных форм кристаллов необходимо пользоваться методами математической статистики, выделяя экземпляры с наиболее высокой внешней симметрией.

Среди ложных форм особого внимания заслуживают приближающиеся к идеальным общие простые формы с достаточно богатым ограничением, а также соответственные ложные формы в виде «надформ» и «подформ» (табл. 31).

В табл. 32 приведены лишь наивысшие виды симметрии; для каждого из них следует учитывать соответствующие подгруппы.

Редкая встречаемость определяющих ложных простых форм, являющихся производными общих форм, и вместе с тем изобилие

Образование кристаллов, лежащих на дне или прикрепленных к стенке породы и растущих из однородного раствора или расплава (II)

Случай	Симметрия среды	Внешняя симметрия кристалла	Рис. 53
II—A	$L_{\infty}\infty P$	$L_n n P$ (или $L_n, P, -$)	A
II—B ₁	$L_{\infty}\infty P$	$L_n n P$ (или $L_n, P, -$)	B ₁
II—B ₂	$L_2 2 P$	$L_2 2 P$ (или $L_2, P, -$)	B ₂
II—B ₁	L_{∞}	L_n (или $-$)	B ₁
II—B ₂	P	P (или $-$)	B ₂
II—Г ₁	$L_{\infty}\infty P$	$L_n n P$ (или $L_n, P, -$)	Г ₁ , а, б, в, г
II—Г ₂	P	P (или $-$)	Г ₂ , а, б, в
II—Д и Е	—	—	—

Таблица 32

Взаимосвязь симметрии кристаллообразующей среды, внешней (видимой) симметрии кристаллов и определяющих ложных форм

Симметрия среды	Внешняя симметрия кристаллов	Определяющие формы (простые и ложные)
$\infty/\infty t$	$m3m, 6/mmm$	Гексаоктаэдр, дигексагональная дипирамида
∞/∞	432	Пентагон-триоктаэдр
∞/mmm	$6/mmm, 4/mmm$	Дигексагональная дипирамида, дитетрагональная дипирамида
$\infty 2$	622, 422	Гексагональный трапецоэдр, тетрагональный трапецоэдр
∞t	$6mm, 4mm$	Дигексагональная пирамида, дитетрагональная дипирамида
∞/m	$6/m, 4/m$	Гексагональная дипирамида, тетрагональная дипирамида
∞	6, 4	Гексагональная пирамида, тетрагональная пирамида

на реальных полиэдрах истинных и ложных «моноэдров», «пинакоидов», «диэдров» приводит, казалось бы, к безотрадным выводам о возможности практического использования искаженных форм в качестве индикаторов формирующих сред.

Однако именно грани моноэдров и пинакоидов обладают наиболее высокой плоскостной симметрией среди исходных форм средних и ромбической сингоний ($6mm, 6, 4mm, 4, 3m, 3, 2mm$). Такой же высокой истинной симметрией характеризуются ложные «моноэдры» и «пинакоиды», образующиеся из кубов, октаэдров, тетраэдров и ромбододекаэдров. Эта истинная плоскостная симметрия всегда может быть выявлена на искаженных кристаллах с помощью лауэграмм, узоров спайных трещин, граничных скульптур, фигур искусственного травления, фигур удара и пр. Именно такие грани, а не грани общего положения помогают на практике выявить истинную симметричную ориентировку искаженных фигур. Кроме того, помимо граничных форм следует принимать во внимание простые вершинные и реберные формы.

В связи с тем что все остальные виды симметрии входят в число их подгрупп, можно, исходя из простых форм этих двух видов, осуществить полный вывод всех подчиненных им простых ложных форм. Однако практически пользоваться такими таблицами в ряде случаев затруднительно. В целях уточнения и облегчения определений были составлены развернутые таблицы, в которых каждый из 32 видов симметрии с принадлежащими ему простыми формами и выводящимися из них ложными конфигурациями даны раздельно. В них виды симметрии следуют в порядке понижения, начиная от видов высшей категории (кубическая сингония) и кончая видами низшей категории (триклинная сингония).

В качестве характерных примеров приведем перечень ложных форм для октаэдров алмаза и для кристаллов кварца.

При выводе искаженных форм октаэдрических алмазов были сделаны следующие ограничения.

1. Принимались во внимание лишь те искажения, в результате которых возникают формы, ограниченные только восемью исходными октаэдрическими гранями.

2. Учитывались лишь чисто геометрические конфигурации искаженных октаэдров.

В результате находим для вида симметрии $m\bar{3}m$, к которому относится идеальное октаэдрическое ограничение, лишь девять подчиненных подгрупп симметрии с соответственными ложными простыми формами (табл. 33).

Приведенные в табл. 33 ложные формы являются индикаторами соответственных подгрупп симметрии, представляющих симметричные характеристики кристаллообразующих сред.

Следует, однако, иметь в виду, что выведенные ложные простые формы октаэдра не дают еще точного представления о реальных обликах искаженных кристаллов алмаза.

Т а б л и ц а 33

Подгруппы вида симметрии $m\bar{3}m$ *

Подгруппы симметрии	Ложные формы октаэдра
$\bar{4}$ $3m$	2 «тетраэдра»
$\bar{3}m$	«Ромбоэдр» + «пинакоид»
$3m$	2 «тригональные пирамиды» + 2 «моноэдра»
mmm	2 «ромбические призмы»
$2mm$	«Ромбическая призма» + 2 «дидра» или 4 «дидра»
$2/m$	«Ромбическая призма» + 2 «пинакоида»
m	4 «дидра» или 2 «дидра» + 4 «моноэдра»
$\bar{1}$	4 «пинакоида»
1	8 «моноэдров»

* В виде 432 имеем также октаэдр.

Часто одни и те же ложные формы, относящиеся к одной и той же подгруппе видимой симметрии, образуют кристаллы различного габитуса и даже облика. Так, например, облик октаэдра с видимой симметрией $3m$, ограниченный в виде комбинации псевдоромбоэдра с псевдопинакоидом, в зависимости от развития граней этих двух ложных форм может изменяться от таблитчатого (при доминирующем развитии псевдопинакоида) до удлиненного вдоль L_3 (при слабом развитии псевдопинакоида и интенсивном развитии псевдоромбоэдрических граней). Само собой разумеется, что такие уплощения и удлинения обусловлены неравномерным нарастанием октаэдрических граней в природных условиях. В связи с этим необходимо принимать во внимание степень удлинения или уплощения октаэдрических алмазов вдоль осей симметрии L_4 , L_2 и L_3 .

В качестве второго, значительно более сложного примера, рассмотрим ложные формы кварца. В табл. 34 содержатся результаты вывода простых ложных форм для вида симметрии $L_3 3L_2$ (32), в котором, как известно, кристаллизуется кварц.

Первая строка таблицы содержит исходные формы вида 32. В левом вертикальном столбце приводится в порядке понижения симметрии три подгруппы вида $32 : 3, 2$ и 1 . Каждой из них соответствует горизонтальная строка с перечнем простых форм, выводящихся из исходных форм первой строки.

При анализе искаженных форм кварца последние три столбца табл. 34 следует вычеркнуть, так как на природных кристаллах этого минерала дитригональные и тригональные призмы, так же как и пинакоид, практически отсутствуют. Из оставшихся четырех столбцов столбцы с формами, выводящимися из тригонального трапецоэдра и тригональной дипирамиды, играют второстепенную

Т а б л и ц а 34

Ложные формы — производные простых форм вида симметрии 32 ($L_3 3 L_2$)

32	Тригональный трапецоэдр (1)	Ромбоэдр	Тригональная дипирамида	Гексагональная призма
$3(L_3)$	2 тригональные пирамиды	2 тригональные пирамиды	2 тригональные пирамиды	2 тригональные пирамиды
$2(L_2)$	3 диэдра	2 диэдра и пинакоид	3 диэдра	2 диэдра и пинакоид
$1(-)$	6 моноэдров	6 моноэдров	6 моноэдров	6 моноэдров

Т а б л и ц а 34 (продолжение)

32	Дитригональная призма	Тригональная призма	Пинакоид
$3(L_3)$	2 тригональные призмы	Тригональная призма	2 моноэдра
$2(L_2)$	3 диэдра	Диэдр и моноэдр	Пинакоид
$1(-)$	6 моноэдров	3 моноэдра	2 моноэдра

роль вследствие того, что грани этих простых форм не являются доминирующими и обычно присутствуют не в полном числе.

Итак, остаются два столбца с производными двух исходных форм: ромбоэдра и гексагональной призмы, образующих, как известно, важнейшие грани кварцевых полиэдров. Их и следует принимать во внимание при анализе природного материала. Однако просмотр этих двух столбцов также не дает нам полного удовлетворения. Вспоминая характерные искажения кристаллов кварца или хотя бы их изображения, отметим, что ряд видимых видов симметрии и относящихся к ним ложных простых форм в табл. 34 отсутствует.

В качестве иллюстрации приведем рис. 56, взятый из монографии В. В. Буканова (1974). Изображенные здесь гранные формы на концах кристалла аметиста принадлежат, за исключением *a*, к видам с внешними плоскостями симметрии (*b* — m , *в* — $2m$, *г* — $3m$, *д* — $6m$). На рис. 56, *в* присутствуют ложные «ромбические пирамиды», а среди граней гексагональной призмы — «ромбические призмы». На рис. 56, *д* выступает «гексагональная пирамида».

В табл. 34 все эти ложные простые формы отсутствуют. Не удовлетворяют нас и «диэдры»: они относятся к осевым диэдрам, тогда как на широко распространенных искаженных кристал-

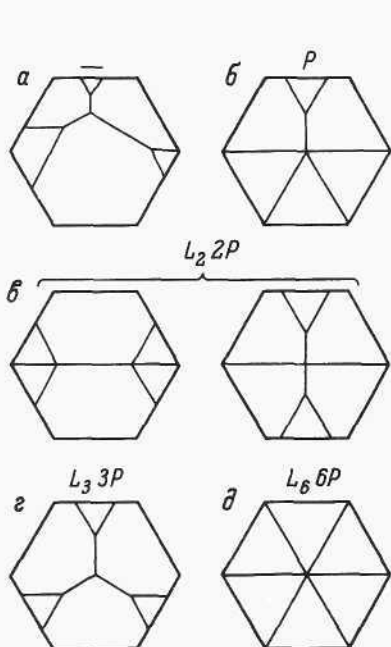


Рис. 56. Гранные формы на концах кристаллов аметиста и их внешняя симметрия (по Буканову, 1974).

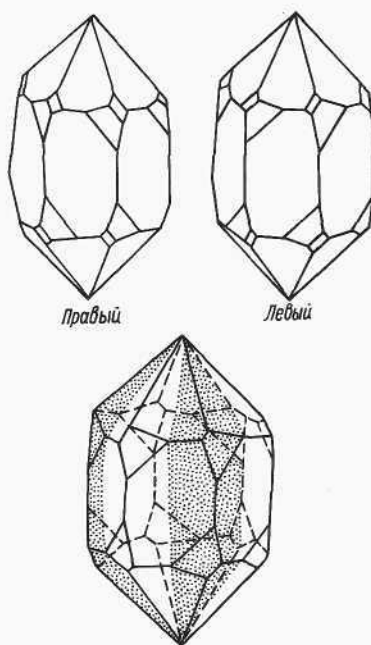


Рис. 57. Дофинейские двойники кварца.

лах кварца «типа дофинэ» обычно хорошо видны плоскостные диэдры — «домы» (рис. 57).

Все это свидетельствует о том, что при выводе ложных форм реальных кристаллов следует исходить не столько из идеализированных огранений, относящихся к их истинному виду симметрии, сколько из габитусных форм и соответственной им видимой симметрии.

Для кристаллов кварца габитусными формами являются гексагональная призма $m \{10\bar{1}0\}$ и два главных ромбоэдра $R \{10\bar{1}1\}$ и $r \{01\bar{1}1\}$. При одинаковом развитии последних (что связано обычно с дофинейским двойникованием) ромбоэдрические грани образуют на двухконечных кристаллах «гексагональную дипирамиду» (видимый вид симметрии L_66L_27PC-6/mmm), а на одноконечных экземплярах — «гексагональную пирамиду» (видимый вид симметрии $L_66P-6mm$). Вот из этих-то ложных габитусов со свойственными им высокими наборами элементов симметрии, содержащими, в частности, и видимые плоскости симметрии кварцевых кристаллов, и следует выводить наиболее обычные и характерные для кварца простые ложные формы.

Мы существенно упростим задачу, взяв для первого вида за исходные формы гексагональную дипирамиду и гексагональную призму, а для второго — гексагональную пирамиду и гексагональную призму (табл. 35, 36).

Так как $6/mmm$ является наивысшим видом симметрии для всех точечных групп гексагональной и тригональной сингоний, то среди подчиненных ему видов находятся и симметрия кварца 32, и симметрия важнейших кварцевых двойников: дофинейских (622) и бразильских ($3m$). К подчиненным же видам симметрии относится и группа $6mm$, характеризующая видимую симметрию одноконечных кварцевых кристаллов. Однако ввиду большей частоты встречаемости одноконечных кристаллов по сравнению с двухконечными, целесообразно дать в виде отдельной и более наглядной таблицы вывод простых ложных форм для вида $6mm$ (табл. 35).

В случае сильно искаженных кварцевых форм установить соотношение между ложными формами и их идеальными прообразами помогает горизонтальная штриховка призматических граней, параллельная двойным осям симметрии кристалла (совпадающим с электрическими осями) и перпендикулярная тройной (главной оптической) оси.

Остановимся кратко на самом процессе образования ложных форм из исходных идеальных прообразов.

Рассмотрим в качестве простейшей иллюстрации поведение кристалла в форме идеального кубика с симметрией $3L_44L_36L_29PC (m3m)$ в питающей среде с симметрией $3L_23PC (mmm)$. Примером подобной среды может служить слоистая порода, каждый слой которой обладает волокнистостью, развитой в одном направлении. В такой породе поступание подтоков питания по трем взаимно перпендикулярным направлениям происходит

Ложные формы — производные гексагональных пирамиды и призмы вида симметрии $6mm$

$6mm$	Гексагональная пирамида	Гексагональная призма
6	Гексагональная пирамида	Гексагональная призма
$3m$	То же или 2 тригональные пирамиды	То же или 2 тригональные призмы
3	2 тригональные пирамиды	2 тригональные призмы
$2mm$	Ромбическая пирамида и диэдр	Ромбическая призма и пинакоид
m	3 диэдра или 2 диэдра и 2 моноэдра	2 диэдра и пинакоид или 2 диэдра и 2 моноэдра
2	3 диэдра	3 пинакоида
1	6 моноэдров	6 моноэдров

Ложные формы — производные гексагональных дипирамиды и призмы вида симметрии $6/mmm$

$6/mmm$	Гексагональная дипирамида	Гексагональная призма
622	Гексагональная дипирамида	Гексагональная призма
$6mm$	2 гексагональные пирамиды	» »
$6/m$	Гексагональная дипирамида	» »
$62m$	Гексагональная дипирамида или 2 тригональные дипирамиды	Гексагональная призма или 2 тригональные призмы
6	2 гексагональные пирамиды	Гексагональная призма
$\bar{6}$	2 тригональные дипирамиды	2 тригональные призмы
$3m$	Гексагональная дипирамида или 2 ромбоэдра	Гексагональная призма
32	2 тригональные дипирамиды или 2 ромбоэдра	Гексагональная призма или 2 тригональные призмы
$3m$	2 гексагональные пирамиды или 4 тригональные пирамиды	То же
3	2 ромбоэдра	Гексагональная призма
$3m$	4 тригональные пирамиды	2 тригональные призмы
mmm	Ромбическая дипирамида и ромбическая призма	Ромбическая призма и пинакоид
222	2 ромбических тетраэдра и ромбическая призма	То же
$2mm$	2 ромбические пирамиды и 2 диэдра или 2 ромбические пирамиды и ромбическая призма	То же или 2 диэдра и пинакоид, или 2 диэдра и 2 моноэдра
$2/m$	3 ромбические призмы или 2 ромбические призмы и 2 пинакоида	Ромбическая призма и пинакоид или 3 пинакоида
2	6 диэдров или 4 диэдра и 2 пинакоида	3 пинакоида или 2 диэдра и пинакоид, или 2 диэдра и 2 моноэдра
m	6 диэдров или 4 диэдра + 4 моноэдра	6 моноэдров или 2 диэдра + пинакоид или 2 диэдра + 2 моноэдра
$\bar{1}$	6 пинакоидов	3 пинакоида
1	12 моноэдров	6 моноэдров

неравномерно. Пусть при этом $3L_4$ кристалла совпадает с $3L_2$ среды. При таких условиях кубическая форма кристалла с течением времени превратится в «кирпичик» с симметрией $3L_23PC$. В результате этого перехода во внешнем ограничении исчезнут элементы симметрии первоначального кубика $4L_36L_26P$, а $3L_4$ превратится в $3L_2$. Вместе с тем искаженная форма кристалла обладает скрытыми потенциальными возможностями при подходящих условиях снова вернуть свою исходную форму, а вместе с ней и исчезнувшие элементы симметрии, так как они заложены внутри самой структуры кристалла. Исчезающие и появляющиеся в соответствующих средах элементы симметрии кристалла, характеризующие собственную его диссимметрию, а тем самым и динамику его поведения, уместно назвать элементами динамической симметрии (при данных конкретных условиях роста кристалла). Проявление динамической симметрии, обусловленной собственной диссимметрией реальных кристаллических образований, играет огромную роль в генетической минералогии.

Напомним далее о существенном добавлении к принципу симметрии—диссимметрии. Представляет интерес выяснить роль и значение принципа Кюри в новых областях расширенного учения о симметрии. Учитывая сугубо динамический, а не статический характер этого принципа, и принимая во внимание новые понятия расширенной симметрии, нельзя не раздвинуть рамки введенного выше понятия о динамической симметрии. Последняя должна характеризовать переходы от одной симметрии к другой (включая сюда как переходы от одного вида классической симметрии к другому виду классической же симметрии, так и переходы от классической симметрии к неклассической и наоборот). Переходы эти вызываются прежде всего различием симметрии формирующегося тела и формирующей его среды.

Для понимания следующих далее положений вернемся снова к приведенному выше примеру, в котором рассматривалось поведение кубического кристалла с собственной симметрией $3L_44L_36L_29PC(m3/m)$ в среде с симметрией $3L_23PC(mmm)$.

Ознакомимся детально с особенностями перехода идеальной кубической формы к форме «кирпичика» и обратно, попутно учтем совпадение исчезающих при этом элементов симметрии (будущих элементов диссимметрии) в правильно ограниченном кубе с элементами внутреннего сложения из пирамид нарастания граней $((100))$, поверхностей нарастания ребер $//100//$ и линий нарастания вершин $:111:$, используя систему обозначений В. А. Франк-Каменецкого (1962).

Оси $4L_3$ совпадают с телесными диагоналями куба $//111//$ и выходят на поверхность в восьми его вершинах. В то же время эти направления являются стыками (ребрами) трех внутренних пирамид роста граней $\langle 100 \rangle$ и представляют направления роста вершин $:111:$.

Плоскости $6P$ совмещены с диагональными плоскостями $((110))$ и заканчиваются на поверхности ребрами куба $//100//$.

С этими же плоскостями совпадают внутренние стенки (грани) пирамид роста, являющиеся формами роста ребер //100//.

Оси $6L_2$ лежат все в тех же плоскостях ((110)) и, следовательно, совпадают со стенками пирамид роста в линиях их пересечений с тремя стабильными плоскостями симметрии ((100)). В правильно образованном кубическом кристалле все эти элементы являются прямолинейными и плоскостными. При переходе куба в «кирпичик» только три его плоскости симметрии ((100)) остаются плоскими, а $3L_4$, превратившись в $3L_2$, сохраняют прямолинейность.

В отличие от них формы нарастания вершин :111: превращаются в ломаные или кривые линии, а плоскости нарастания ребер //100// переходят в ступенчатые или криволинейные поверхности. При этом совпадающие с ними оси и плоскости динамической симметрии ($4L_3$, $6L_2$, $6P$) превращаются в криволинейные или изломанные линии и поверхности.

В работе Г. Г. Леммлейна (1948) приведен ряд прекрасных зарисовок границ пирамид нарастания граней, показывающих, что искривленные (изломанные) оси и плоскости близки к элементам криволинейной симметрии Д. В. Наливкина. Судя по имеющимся данным, элементы динамической симметрии при формировании ложных (искаженных) форм кристаллов отнюдь не исчезают бесследно, а сохраняются, превращаясь в элементы криволинейной (или ступенчатой) симметрии.

При обсуждении этой проблемы большую помощь может оказать изучение характерных переходов динамической симметрии для природных кристаллов. При этом желательно учитывать особенности как внешней, так и внутренней морфологии.

В качестве примера рассмотрим эволюцию кристаллов поваренной соли в самосадочных соленых озерах (Валяшко, 1951). Во взвешенном состоянии внутри раствора первоначально могут образовываться маленькие кубики с более или менее идеальной симметрией $3L_4 4L_3 6L_2 9PC(m3m)$. На поверхности озера такие кубики, развиваясь параллельно этой поверхности, образуют квадратные пластинки. Последние, разрастаясь и погружаясь в раствор, переходят в известные скелетные воронки в виде полых тетрагональных пирамидок с видимой симметрией $L_4 P(4mm)$. Такие пирамидки падают на дно и продолжают расти совместно. При этом в результате геометрического отбора те кристаллики, которые вследствие своей ориентировки быстрее всего разрастаются вверх, заглушают рост остальных. Направление в кубах галита, соответствующее наиболее интенсивному росту, совпадает с одной из четырех тройных осей симметрии. Подавляющее большинство упавших на горизонтальное дно пирамидок имеет косо ориентированные оси симметрии, в том числе и тройные оси. Вследствие преимущественного разрастания вдоль последних образуются конфигурации с одной вертикально ориентированной плоскостью симметрии. Однако среди нагроможденных друг на друга пирамидок найдутся и такие, тройные оси которых

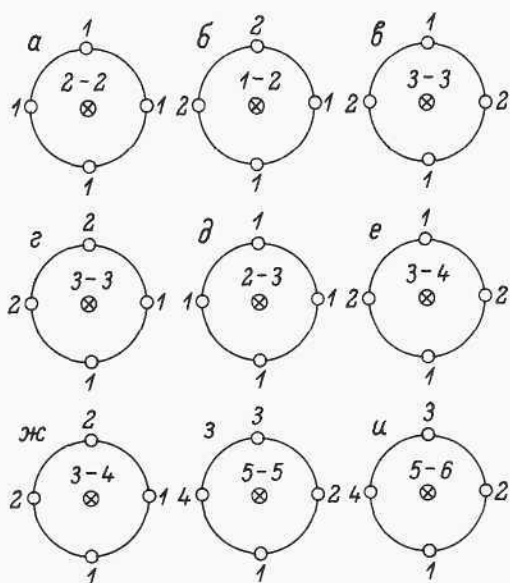


Рис. 58. Комбинации ложных форм, выводящихся из куба.

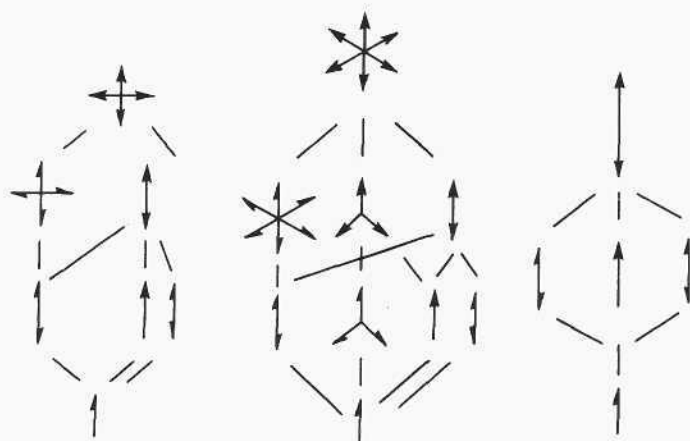


Рис. 59. Совокупности стрелок, изображающие соподчинение видов симметрии для граней и вершин.

ориентированы более или менее перпендикулярно плоскости дна. Именно такие кристаллы и будут быстрее всего разрастаться вверх, тесня и перекрывая остальные. Вот почему выросший на дне соляной пласт состоит в основном из кристаллических «зубьев», тройные оси которых ориентированы перпендикулярно плоскости дна. Симметрия отдельного «зуба» — $L_33P(3m)$.

Наряду с ними имеют место и кристаллы с косо ориентированными, но близкими к вертикальному положению тройными осями. Их видимая симметрия будет отличаться от тройной симметрии и получит внешнюю симметрию $P(m)$.

Описанная выше эволюция симметрии с учетом исчезающих элементов (элементов динамической симметрии—диссимметрии) изобразится следующей схемой:

$$3L_44L_36L_29PC \rightarrow L_44P(2L_44L_36L_25PC) \rightarrow \\ \rightarrow P(3L_44L_36L_28PC) \text{ и } L_33P(3L_43L_36L_26PC).$$

Представляет особый интерес проследить во внутреннем сложении кристалла пути вершинных и реберных форм роста, а вместе с тем и трансформации исчезающих и снова «воскресающих» элементов динамической симметрии. Именно они дают наиболее ясное понятие об эволюции кристаллического тела в период его развития.

Как видим, принцип Кюри и связанные с ним понятия динамической симметрии—диссимметрии представляют весьма большой интерес для минералогической кристаллографии.

Переходим к моделям, отображающим воздействием кристаллообразующей среды на кристаллическую форму. Если грани той или иной простой формы развиты неодинаково или присутствуют лишь частично, приходится отмечать наличие ложных форм.

По предложению В. А. Мокиевского, наглядные модели ложных форм, выводящихся из какой-либо исходной простой формы, можно получить путем раскраски граней последней в разные цвета (Мокиевский, 1983). При описании таких моделей используются законы многоцветной симметрии.

На рис. 58,а—и изображены ложные формы, выводящиеся из куба с помощью девяти кубов, грани которых раскрашены в 2, 3, 4, 5, 6 цветов (на рисунке изображены гномостереографические проекции граней куба; различные цифры соответствуют разным цветам). Возьмем в качестве примера трехцветный куб с внешней (ложной) симметрией L_44P (рис. 58,д). Куб распадается здесь на три ложные формы: «тетрагональную призму» (1) и два «моноэдра» (2, 3). Такая трехцветная модель содержит важную информацию о симметрии кристаллообразующей среды, под влиянием которой куб образовал данные ложные формы. В природных средах, как нам известно, часто реализуется симметрия конуса $L_\infty\infty P$, соответствующая точечной симметрии поля земного тяготения. При совпадении оси L_∞ среды с осью L_4 куба последний и получит внешнюю симметрию L_44P . Подобная же внешняя симметрия разовьется в том случае, когда куб формируется внутри кристаллической среды с симметрией L_44P (при условии совпадения четверных осей и четырех соответствующих плоскостей среды и куба).

Итак, модели простых форм с различно окрашенными гранями дают понятие о связи внешней формы кристалла с кристаллообразующей средой. Приближение модели к реальным кристалли-

ческим формам пойдет еще дальше, если заменить ребра раскрашенной модели «реберными стрелками» (рис. 59). Последние показывают симметрию ребер, а вместе с тем и граней, и вершин ложных форм (с учетом раскраски граней). Сопоставляя эту симметрию с симметрией, показанной соответственными стрелками одноцветной модели той же простой формы, мы наглядно видим диссимметрию ложных форм.

На рис. 58 и 59 изображены возможные переходы от пониженной симметрии граней, вершин и ребер к более высокой (и обратно). Одновременно эти рисунки дают наглядное представление о гранной, вершинной и реберной диссимметрии искаженных (ложных) форм.

В настоящее время положено начало новому направлению точного изучения искаженных форм на кристаллах минералов. Основы этих исследований изложены в наших совместных работах с Р. В. Корень, П. Л. Дубовым (Шафрановский, Корень, 1970; Шафрановский и др., 1971), в работе С. К. Кузнецова, П. П. Юхтанова (1981) и др.

ЗАКОНЫ СИММЕТРИИ МИНЕРАЛЬНОГО МИРА

В современной минералогической кристаллографии продуктивно развивается новое направление исследований: анализ структуры минерального мира с позиций учения о симметрии и установление симметричных закономерностей минералогических объектов в статике и динамике.

Основы этого подхода исходят из статистических исследований И. И. Шафрановского о распределении всех известных на Земле минеральных видов по категориям, сингониям и видам симметрии. Эти своего рода «кристаллографические кларки» приводились в его ранних работах (Попов, Шафрановский, 1955; Шафрановский, 1957), они вычислялись позднее А. С. Поваренных (1966) и другими исследователями. В дальнейшем И. И. Шафрановский неоднократно повторил эти расчеты по фундаментальным сводкам и кадастрам минералов разных времен, детализировал и анализировал их (Шафрановский, 1968а, 1968б, 1974а, 1983а, 1983б; Шафрановский, Плотников, 1975; Шафрановский, Фекличев, 1982). Наиболее полное обобщение данных дано в его «Очерках по минералогической кристаллографии» (1974б). Он обратил внимание на удивительное постоянство количественных соотношений в симметричной статистике минералов, независимое от объема исходных выборок: рассчитывалась ли статистика по данным 1860 г., когда было известно 546 минералов, или по данным 1891 г. (644 минерала), или 1982 г. (1967 минералов) и т. д. И. И. Шафрановским был сформулирован основной закон симметричной статистики минералов — закон сохранения количественных отношений минералов по их симметрии: «Несмотря на непрерывное возрастание количеств новооткрываемых минеральных видов, отношения их количеств по сингониям, по типам видов симметрии и самим видам симметрии стремятся к определенным константам» (Шафрановский, 1983б, с. 66). Статистики И. И. Шафрановского, как уже отмечалось, относятся к минеральному фонду в целом.

Подобный подход применил Ю. Б. Марин (1973, 1976, 1985) к анализу ассоциаций аксессуарных минералов в гранитоидах и установил отчетливую тенденцию смены аксессуарных минералов высших сингоний минералами средних и низших сингоний на всех уровнях эволюции гранитоидов (на уровне формаций, серий,

отдельных массивов). Следует заметить, что, пожалуй, впервые на закономерное изменение суммарной симметрии последовательно сменяющих друг друга минеральных ассоциаций указал А. Е. Ферсман на примере гранитных пегматитов: «По мере хода процесса идет изменение в симметрии, а именно: общее постепенное уменьшение симметрии, смена четной симметрии нечетной, постепенное усиление роли тригональных осей» (Ферсман, 1940, с. 336). На важную роль минералов с бинарной симметрией указывали Ж. Барцело и И. Родригес (Barcelo, Rodriguez, 1978).

В поисках характеристических показателей для топоминералогических и сравнительно-исторических исследований сложных минеральных систем, которые содержали бы истинно минералогическую информацию, т. е. информацию не просто о веществе, а о минеральном (кристаллическом) состоянии вещества (Юшкин, 1982а, 1982б), мы пришли к выводу, что симметричные статистики И. И. Шафрановского полностью отвечают этой задаче и могут эффективно использоваться при изучении не только минерального мира в целом, но и отдельных составляющих его минеральных систем любого масштаба. Разработке идеи об анализе структуры минерального мира с позиций учения о симметрии был посвящен целый ряд наших работ (Юшкин, 1981, 1982а, 1982б, 1983, 1984а, 1984б, 1985а, 1985б, и др.), в которых определялись методические основы кристаллосимметричного анализа минеральных систем и области его применения. Было установлено важное характеристическое значение кристаллосимметричной структуры минералогических объектов, которая обладает свойством типоморфизма, т. е. отражает генетическую природу объектов и закономерно меняется в процессе эволюции минеральных систем. К исследованию структур земных оболочек подобный подход применил недавно В. В. Доливо-Добровольский (1984).

Для характеристики сложных минеральных систем (агрегатов, горных пород, рудных тел, блоков земной коры, геосфер, космических тел и т. п.) нами было введено понятие их кристаллосимметричной структуры и разработан метод кристаллосимметричного анализа минералогических объектов (Юшкин, 1983, 1984а, 1985а, 1985б). Этот подход учитывает соотношение в полиминеральной системе минералов разных кристаллографических типов, разной симметрии и позволяет получить ряд показателей, характеризующих в обобщенном виде кристаллическое состояние вещества, слагающего объекты исследования, открывая таким образом новые возможности для раскрытия закономерностей строения и развития минерального мира.

Под сложными минеральными системами здесь понимаются системы, элементы структуры которых представлены индивидами нескольких минеральных видов, т. е. природные закономерные сообщества минералов. К ним относятся полиминеральные агрегаты, различные горные породы и руды, ассоциации пород, а также все иерархически более высокие геологические образования вплоть

до минералогических провинций, геосфер и планет в целом. Особенности кристаллического состояния вещества в полиминеральных системах наиболее строго и полно выражаются в их кристаллосимметричной структуре.

ПОНЯТИЕ О КРИСТАЛЛОСИММЕТРИЙНОЙ СТРУКТУРЕ

Кристаллосимметричной структурой (КСС) минеральной системы называется соотношение в ее составе минералов различной кристаллографической симметрии. КСС характеризуется параметрами распределения минеральных видов, слагающих данный объект, по рангам системы симметрии (категориям, сингониям, видам симметрии и т. п.), обычно выражаемыми в процентах.

Параметры КСС могут быть конституционными и концентрационными. Конституционные параметры определяются числом минеральных видов, приходящихся на тот или иной ранг системы симметрии, концентрационные — массами минерального вещества различной кристаллографической симметрии. Наиболее целесообразно использовать эти два типа параметров совместно, но это далеко не всегда возможно из-за трудности получения исходных данных. Исследовательский опыт показывает, что для крупных, наиболее сложных объектов, представленных многими десятками и сотнями минеральных видов, более информативны конституционные параметры, для мелких — концентрационные.

КРИСТАЛЛОСИММЕТРИЙНЫЙ АНАЛИЗ

Кристаллосимметричный анализ (КСА) является средством исследования КСС минеральных систем, он заключается в определении статистических параметров распределения минералов по рангам системы симметрии.

Процедура КСА довольно проста и сводится к составлению на основе данных минералогических исследований таблиц с процентным соотношением минералов по различным симметричным рангам и выведению ряда обобщающих показателей.

КСА может проводиться с разной детальностью (или с разной степенью обобщения): на уровне категорий симметрии, сингоний, видов симметрии и т. д., но в любом случае первичную организацию исходной информации следует проводить по самой дробной классификационной системе, по системе 32 видов симметрии (рис. 60). Минералогический вариант этой системы с относительной ролью отдельных видов симметрии в земной коре и другими полезными для минералогов сведениями приведен на рис. 60.

Можно предложить следующую последовательность технических операций КСА.

1. Данные минерального кадастра изучаемого объекта разно-

ся по соответствующим графам первичной таблицы распределения минералов по видам симметрии. Таблица при расчете конституционных параметров может иметь, например, форму, приведенную в табл. 37. В случае расчета концентрационных параметров во второй графе вместо числа минеральных видов суммируются данные о массе минералов соответствующей симметрии, а если исходные данные представлены весовыми процентными содержаниями минералов, то суммируются непосредственно проценты, характеризующие долю минералов одного и того же вида симметрии. Если система гетерогенна и для каждой ее подсистемы минеральный состав представлен отдельно, то при суммировании необходимо учитывать объемные или весовые соотношения подсистем и использовать метод среднего взвешенного.

2. Суммируя соответствующие данные первичной таблицы, получаем таблицы распределений минералов:

- а) по категориям симметрии: низшая (Н), средняя (С), высшая (В);
- б) по сингониям: триклинная (ТРИК), моноклинная (М), ромбическая (Р), тригональная (ТРИГ), тетрагональная (ТЕТР), гексагональная (Г), кубическая (К).

Эти данные можно приписать внизу или сбоку в первичную таблицу, которая становится своего рода симметричной карточкой-характеристикой изучаемого объекта. Такие характеристические карточки лучше вести на перфокартах.

Кроме перечисленных параметров желательно также установить соотношение между группами видов симметрии: планаксиальные, планальные, инверсионно-планальные, аксиальные, центральные, инверсионно-примитивные, примитивные.

Профессор Р. В. Галиулин, знакомясь с нашим методом, обратил внимание, что было бы полезно получить распределение минеральных видов и масс минерального вещества по типам Браве решеток. Это справедливо, но, к сожалению для многих минералов, особенно новых, данных о кристаллической структуре еще нет, в то время как морфологическая симметрия известна почти для всех минералов. Но в дальнейшем анализ распределений по Браве решеткам провести весьма желательно.

Таблица 37

Распределение минералов по видам симметрии

Виды симметрии	Число минеральных видов	%
1. $Oh - m3m$	52	8.54
2. $Td - \bar{4}3m$	16	2.63
3. $O - 432$	1	0.16
31. $C_i - \bar{1}$	33	5.42
32. $C_2 - 1$	—	—
	Σ 609	100.00

КАТЕГОРИИ	СИНГОНИИ	В И Д Ы		
		ПРИМИТИВНЫЕ	ИНВЕРСИОННО-ПРИМИТИВНЫЕ	ЦЕНТРАЛЬНЫЕ
Н И З Ш А Я	ТРИКЛИННАЯ $a \neq b \neq c$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$	1. Триклинно-моноклинический $C_1 - 1$ 0.94 [0.06] X 1		2. Триклинно-пинакоидальный $C_1 - 1$ 5.88 [29.61] X 2
	МОНОКЛИННАЯ $a \neq b \neq c$ $\alpha = \gamma = 90^\circ, \beta \neq 90^\circ$	<p>Название вида (класса) по номенклатуре Федоровского института Международный символ Пьезоэлектрический эффект Знак пьезоморфизма Элементы симметрии: <ul style="list-style-type: none"> ▲, △, ●, ○ — базисные оси симметрии 2, 3, 4, 6-го порядка ◐, ◑, ◒, ◓ — полярные оси симметрии 2, 3, 4, 6-го порядка △, ▽, ●, ○ — инверсионные оси m — плоскость симметрии ○ — центр инверсии </p> <p>Порядковый номер класса Символ Шенфлиса Насыщенность минеральными видами в земной коре (в % от общего их числа) Относительная масса (в % минерального вещества в земной коре)</p> <p>12. Дитригонально-пирамидальный $C_{2v} - 3m$ 1.88 [.....] X 6</p> <p>Порядок симметрии (число граней общей простой формы или число элементов точечной группы) Вращение плоскости поляризации</p>		
	РОМБИЧЕСКАЯ $a \neq b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$			
С Р Е Д Н Я Я	ТРИГОНАЛЬНАЯ $a = b \neq c$ $\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$	9. Тригонально-пирамидальный $C_3 - 3$ 0.47 X 3		10. Тригонально-ромбоэдрический $C_{3i} - \bar{3}$ 1.88 [1.06] X 6
	ТЕТРАГОНАЛЬНАЯ $a = b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	14. Тетрагонально-пирамидальный $C_4 - 4$ 0.05 X 4	15. Тетрагонально-тетраэдрический $S_4 - 4$ 0.26 (X) 4	16. Тетрагонально-дипирамидальный $C_{4h} - 4/m$ 1.62 X 8
	ГЕКСАГОНАЛЬНАЯ $a = b \neq c$ $\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$	21. Гексагонально-пирамидальный $C_6 - 6$ 0.68 X 6	22. Тригонально-дипирамидальный $C_{3h} - \bar{6}$ 0.26 X 6	23. Гексагонально-дипирамидальный $C_{6h} - 6/m$ 1.67 X 12
В Ы С Ш А Я	КУБИЧЕСКАЯ $a = b = c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	28. Пентагон-триплетраэдрический $T - 23$ 0.57 X 12		29. Дододекаэдрический $T_h - m \bar{3}$ 2.03 [3.99] X 24

Рис. 60. Минералогическая система 32 видов

В жирные рамки заключены классы, включающие основное число минеральных видов (68 %); рального веществ

3. Поскольку пользоваться довольно громоздкими таблицами не всегда удобно, некоторую содержащуюся в них информацию можно упорядочить. Мы предлагаем данные о соотношении минералов разных сингоний представлять в виде ранговых формул,

С		И		М		М		Е		Т		Р		И		И	
АКСИАЛЬНЫЕ				ПЛАНАЛЬНЫЕ				ИНВЕРСИОННО-ПЛАНАЛЬНЫЕ				ПЛАНАКСИАЛЬНЫЕ					
3. Диздрический осевой $C_2 - 2$ $1\circ$ 1.67 [0.03] X 2				4. Диздрический безосный $C_2 - m$ $1m$ 2.24 (X)2								5. Моноклинно-призматический $C_2h - 2/m$ $1(\circ+m)\circ$ 26.55 [42.40] 4					
6. Ромбо-тетрадрический $D_2 - 222$ $1\circ+1\circ+1\circ$ 1.34 [0.81] X 4				7. Ромбо-пирамидальный $C_{2v} - m\bar{m}2$ $1\circ+1m+1m$ 2.86 (X)4								8. Ромбо-дипирамидальный $D_{2h} - m\bar{m}m$ $1(\circ+m)+1(\circ+m)+1(\circ+m)\circ$ 16.46 [8.84] 8					
9. Тригонально-трапецоэдрический $D_3 - 32$ $1\blacktriangle+3\circ$ 1.68 [13.17] X 6				12. Дитригонально-пирамидальный $C_{3v} - 3m$ $1\blacktriangle+3m$ 1.88 6								13. Дитригонально-скаленоэдрический $D_{3d} - 3m$ $1\blacktriangle+3(\circ+m)\circ$ 5.31 12					
14. Тетрагонально-трапецоэдрический $D_4 - 422$ $1\blacksquare+2\circ+2\circ$ 0.42 X 8				18. Дитетрагонально-пирамидальный $C_{4v} - 4m\bar{m}$ $1\blacksquare+2m+2m$ 0.05 8				19. Тетрагонально-скаленоэдрический $D_{2d} - 42m$ $1\blacksquare+2\circ+2m$ 0.41 (X) 8				20. Дитетрагонально-дипирамидальный $D_{4h} - 4/m\bar{m}m$ $1(\blacksquare+m)+2(\circ+m)+2(\circ+m)\circ$ 5.57 16					
24. Гексагонально-трапецоэдрический $D_6 - 622$ $1\circ+3\circ+3\circ$ 0.52 X 12				25. Дигексагонально-пирамидальный $C_{6v} - 6m\bar{m}$ $1\circ+3m+3m$ 0.88 12				26. Дитригонально-дипирамидальный $D_{3h} - 62m$ $1\circ(\equiv\blacktriangle+m)+3\circ+3m$ 0.21 12				27. Дигексагонально-дипирамидальный $D_{6h} - 6/m\bar{m}m$ $1(\circ+m)+3(\circ+m)+3(\circ+m)\circ$ 3.07 24					
30. Пентагон-тетраэдрический $O - 432$ $3\blacksquare+4\blacktriangle+6\circ$ 0.21 X 24				31. Гексатетраэдрический $T_d - \bar{4}3m$ $3\blacksquare+4\blacktriangle+6m$ 2.40 [0.03] 24								32. Гексаоктаэдрический $O_h - m\bar{3}m$ $3(\blacksquare+m)+4\blacktriangle+6(\circ+m)\circ$ 9.16 48					

(кристаллографических классов) симметрин.

В круге выделены классы, в которых кристаллизуется основная масса (более 99 мас.%) минералов земной коры.

в которых индексы сингоний выписываются в порядке уменьшения их представительности в данном объекте, а около индексов указывается содержание минералов данной сингоний в характеризующейся системе. Необходимо также указать, к какому типу — конститу-

ционному (const) или концентрационному (conc) эта формула относится. Например, конституционная сингонийная ранговая формула ванадиеносной черносланцевой формации Каратау имеет вид $M_{31.8}-P_{18.7}-\text{ТРИГ}_{16.5}-K_{10.6}=\Gamma_{10.6}-\text{ТЕТР}_{5.9}=\text{ТРИК}_{5.9}$ (const). Знак «=» ставится между индексами сингоний вместо знака «—» в том случае, если роль минералов этих сингоний в системе одинакова (одинаковое число минеральных видов, одинаковые массы вещества).

4. Кристаллосимметричная структура минеральных систем характеризуется множественными параметрами, поэтому необходимо содержащуюся в них информацию «сжать» до одного-двух обобщающих параметров, характеризующих наиболее важные особенности КСС систем.

В качестве такого обобщающего параметра мы пользуемся индексом симметричности I_s , характеризующим среднюю степень симметрии минерального комплекса и меняющимся в пределах от 0 до 100%. Вычисление индекса симметричности проводится по данным о процентном соотношении минеральных видов различных сингоний. Для этого сингонии выписываются в ряд по степени повышения суммарной симметрии (в последовательности увеличения числа элементов точечной группы), и в соответствии с местом в этом ряду каждой симметрии присваивается свой ранг R , причем $R=0+6$: триклинная — 0, моноклинная — 1, ромбическая — 2, тригональная — 3, тетрагональная — 4, гексагональная — 5, кубическая — 6.

Формула для вычисления индекса симметричности имеет вид

$$I_s = \frac{1}{6} \sum_{R=0}^6 P_R R,$$

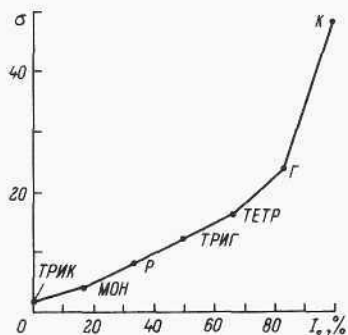
где P_R — процент встречаемости минеральных видов данного ранга R (данной сингонии); $\sum P_R = 100\%$.

Если минеральный комплекс представлен минеральными видами только триклинной сингонии, то $I_s=0$, если только кубическими, то $I_s=100\%$. Для прочих моносингонийных систем I_s имеет значения соответственно (в %): М — 16.66, Р — 33.33, ТРИГ — 50.00, ТЕТР — 66.67, Г — 83.33. При всех других количественных соотношениях индекс симметричности принимает промежуточные значения, причем они тем выше, чем выше доля в составе комплекса высокосимметричных минералов.

Через индекс симметричности можно выражать кристаллосимметричную структуру минеральных систем как в конституционном (I_s const), так и в концентрационном (I_s conc) вариантах.

Нами вычислен индекс симметричности более чем для ста минеральных систем различного масштаба: от локальных (отдельные минеральные месторождения, комплексы и т. п.) до планетарных (геосферы, космические объекты). Значения

Рис. 61. Соотношение значений индекса симметричности I_s и усредненной величины симметрии σ .



I_s const реальных минералогических объектов варьируют от 33.30 до 65.80 %, хотя основная масса данных укладывается в интервал 42—44 %, близких к значению индекса симметричности литосферы (42.56 %).

Концентрационный индекс симметричности, как правило, ниже конституционного за счет резкого преобладания масс низкосимметричных минералов, особенно полевых шпатов, пироксенов, слюд. Значения I_s const варьируют от 11.66 % (базальты) до 56.80 % (эклогиты), в среднем для литосферы I_s const = 21.95 %.

Независимо от нас В. В. Доливо-Добровольский (1984) в качестве числового показателя средней симметрии полиминеральной системы предложил усредненную величину симметрии σ , рассчитываемую по формуле

$$\sigma = \sum_i x_i S_i,$$

где x_i — доля общей массы вещества данной сингонии i (причем $\sum_i x_i = 1$); S_i — численная характеристика сингонии, равная числу элементов точечной группы, соответствующей голоэдрическому классу данной сингонии, т. е. триклинная — 2, моноклинная — 4, ромбическая — 8, тригональная — 12, тетрагональная — 16, гексагональная — 24, кубическая — 48. Значения σ могут варьировать в пределах от 2 до 48.

Физический смысл I_s и σ один и тот же, разница лишь в цифровом выражении, поэтому пользоваться можно любым из этих показателей, переходя в случае необходимости от одного к другому вследствие наличия прямой корреляционной связи между значениями I_s и σ (рис. 61). Более удобным, пожалуй, является индекс симметричности, поскольку он выражен в процентах и описывает изменение средней симметрии по всему интервалу более равномерно, без скачков.

5. Вычисляем еще один обобщающий параметр — информационную энтропию распределения минералов по рангам системы симметрии H_s . Она характеризует степень сложности, неоднородности КСС минеральной системы (Юшкин, 1977).

Информационная энтропия системы вычисляется как сумма произведений вероятностей различных состояний системы (в данном случае долей минералов разной кристаллографической симметрии), взятая с обратным знаком, на логарифмы этих вероятностей по формуле Шеннона:

$$H_s = - \sum_{i=1}^n p_i \log p_i$$

Выражая результаты в битах, можно ввести в расчеты функцию $\eta(p) = -p \log_2 p$ и придать формуле вид

$$H_s = \sum_{i=1}^n \eta(p_i).$$

Функция $\eta(p)$ затабулирована, ее можно находить по табл. 39.

Практически вычисление H_s проводится следующим образом. Пусть исследуемая система характеризуется параметрами распределения минеральных видов по сингониям, приведенными во второй графе табл. 38.

Переводим процентные содержания в доли единицы, данные выписываем в третью графу. Находим по табл. 39 соответствующие значения функции $\eta(p)$ и вносим их в четвертую графу. Суммируем значения четвертой графы и получаем информационную энтропию системы $H_s = 2.56$ бит.

Можно вычислить индекс симметричности и информационную энтропию не только для распределений минералов по сингониям, но и для распределений по видам симметрии ($I_{s.c.}$, $H_{s.s.}$), но это не обязательно, так как большая часть минералов земной коры кристаллизуется в голоэдрических классах и главнейшие кристаллосимметричные особенности минеральных систем проявляются на уровне распределений минералов по сингониям.

Таким образом, в результате КСА полиминеральных систем мы получаем следующую совокупность главных параметров, характеризующих их кристаллосимметричную структуру:

- параметры распределения минералов по категориям симметрии;
- параметры распределения по сингониям;
- параметры распределения по видам симметрии (кристаллографическим классам);
- индексы симметричности $I_s \text{ const}$, $I_s \text{ conc}$;

Таблица 38

Расчет информационной энтропии

Сингонии	%	p	$\eta(p)$
Триклинная	5.42	0.05	0.2161
Моноклинная	30.87	0.31	0.5238
Ромбическая	22.17	0.22	0.4806
Тригональная	13.30	0.13	0.3826
Тетрагональная	7.72	0.08	0.2915
Гексагональная	7.06	0.07	0.2686
Кубическая	13.46	0.14	0.3971
	$\Sigma 100.00$	1.00	$H_s = 2.5603$

Таблица значений функции $\eta(p) = -p \log_2 p$

p	$\eta(p)$	p	$\eta(p)$	p	$\eta(p)$	p	$\eta(p)$
0	0	0.25	0.5000	0.50	0.5000	0.75	0.3113
0.01	0.0664	0.26	5053	0.51	4954	0.76	3009
0.02	1128	0.27	5100	0.52	4906	0.77	2903
0.03	1518	0.28	5142	0.53	4854	0.78	2796
0.04	1858	0.29	5179	0.54	4800	0.79	2687
0.05	2161	0.30	5211	0.55	4744	0.80	2575
0.06	2435	0.31	5238	0.56	4685	0.81	2462
0.07	2686	0.32	5260	0.57	4623	0.82	2348
0.08	2915	0.33	5278	0.58	4558	0.83	2231
0.09	3126	0.34	5292	0.59	4491	0.84	2112
0.10	3322	0.35	5301	0.60	4422	0.85	1992
0.11	3503	0.36	5306	0.61	4350	0.86	1871
0.12	3671	0.37	5307	0.62	4276	0.87	1748
0.13	3826	0.38	5305	0.63	4199	0.88	1623
0.14	3971	0.39	5298	0.64	4121	0.89	1496
0.15	4105	0.40	5288	0.65	4040	0.90	1368
0.16	4230	0.41	5274	0.66	3957	0.91	1238
0.17	4346	0.42	5256	0.67	3871	0.92	1107
0.18	4453	0.43	5236	0.68	3784	0.93	0.0974
0.19	4552	0.44	5210	0.69	3694	0.94	839
0.20	4644	0.45	5184	0.70	3602	0.95	703
0.21	4728	0.46	5153	0.71	3508	0.96	565
0.22	4806	0.47	5120	0.72	3412	0.97	426
0.23	4877	0.48	5083	0.73	3314	0.98	286
0.24	4941	0.49	5043	0.74	3215	0.99	144
						1.00	0

— информационную энтропию кристаллосимметричной структуры H_s ; а также ряд дополнительных (параметры распределения по типам видов симметрии, по типам Браве решеток, параметры $I_{s.c.}$, $H_{s.s.}$).

С целью обработки и совершенствования кристаллосимметричного анализа мы исследовали большое число (несколько сотен) минеральных систем разного масштаба (от планетарных и региональных объектов до отдельных минеральных тел, минеральных агрегатов), разного видового состава, разной генетической природы (от магматогенных до биогенных и техногенных). Некоторые результаты этих исследований и вытекающие из них важнейшие кристаллосимметричные закономерности минерального мира будут рассмотрены ниже.

ОСНОВНОЙ ЗАКОН СИММЕТРИЙНОЙ СТАТИСТИКИ МИНЕРАЛОВ И КРИСТАЛЛОСИММЕТРИЙНАЯ СТРУКТУРА ЗЕМЛИ И КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Параметры кристаллосимметричной структуры являются постоянными, строго определенными не только для всего минерального мира в целом, но и для любой полиминеральной системы,

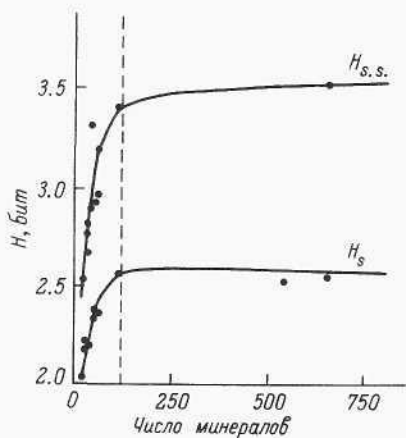


Рис. 62. Зависимость информационной энтропии от числа минералов (кривые построены по данным минералогических сводок, охватывающих весь период истории минералогии).

как крупной, так и более мелкой. Поэтому основной закон симметричной статистики минералов, закон И. И. Шафрановского, должен быть расширен и сформулирован следующим образом (Юшкин, 1983): *каждая геологическая система, сложенная минералами, характеризуется строго определенной кристаллосимметричной структурой, выражающейся константными параметрами распределения минеральных видов по рангам системы симметрии (категориям, сингониям, видам симметрии).*

Следовательно, каждая минеральная система может быть определена характеристическими симметричными параметрами.

КСС литосферы Земли, например, выражается следующими характеристическими ранговыми формулами и показателями:

$$\begin{aligned}
 &M_{30,3} - P_{21,7} - K_{14,4} - \text{ТРИГ}_{10,2} - \text{ТЕТР}_{9,4} - \Gamma_{7,2} - \text{ТРИК}_{6,8} - \text{const}, \\
 &M_{41,6} - \text{ТРИК}_{29,7} - \text{ТРИГ}_{13,5} - P_{10,4} - K_{4,8} - (\Gamma = \text{ТЕТР}) - \text{conc}, \\
 &I_s \text{ const} = 42.56 \%, I_s \text{ conc} = 21.95 \%, H_s = 2.56 \text{ бит}, H_{s.s.} = 3.69 \text{ бит}.
 \end{aligned}$$

Ее специфической чертой является ведущая роль минералов моноклинной сингонии. Постоянство этих констант, получаемых из различных источников, свидетельствует о не очень высокой сложности КСС минерального мира, достоверная характеристика которой достигается уже обработкой данных об относительно небольших выборках минералов. Стабилизация информационной энтропии для распределения минералов по сингониям достигается между 50 и 100 минералами, по видам симметрии — ближе к 100 минералам (рис. 62). Это значит, что, даже изучив распределение по видам симметрии или сингониям около 100 минералов в произвольной выборке, мы получали обобщенные данные о симметрии всего минерального мира. В историческом аспекте стабилизация энтропии, т. е. достижение уровня достоверного знания о КСС минерального мира земной коры, произошла уже к концу XVIII в.

Рассмотрим закономерности изменения КСС внутренних геосфер с погружением от поверхности к центру Земли. Предварительные результаты такого анализа приводились нами ранее (Юшкин, 1982а, 1984а, 1985б), недавно такой же анализ пред-

принял В. В. Доливо-Добровольский (1984). На основе последних наиболее вероятных моделей состояния вещества в геосферах их кристаллосимметричную структуру можно охарактеризовать следующими параметрами:

	Сингонийные ранговые формулы	I_s , сопс, %
A. Земная кора (0—33 км)	M—ТРИК—ТРИГ— P—K	21.95
B. Верхняя мантия (до 400 км)	P—K—M	37.50 (модель Рингвуда) 33.30 (модель МакГергена)
C. Средняя мантия подзона C_1 (глубина 400—500 км)	P—K	62.20
подзона C_2 (глубина 600—1000 км)	K—ТРИГ—P	82.07
D. Нижняя мантия (до 2880 км)	K—P	95.53
E, F, G ядро (до 6371 км)	Жидкоподобное состояние вещества, симметрия «шара»	

В связи с тем что количественные данные о минеральном составе геосфер не очень уверенные, в ранговых формулах численные индексы не указываются. Более наглядно эти данные иллюстрируются рис. 63 и 64.

Суммарная симметрия геосфер закономерно увеличивается от поверхностных зон к глубинным, причем в нижней мантии индекс симметричности приближается к 100 %, а для жидкоподобного ядра характерна бесконечная симметрия шара. Это происходит в результате снижения с глубиной масс минерального вещества низшей категории симметрии при общей незначительной роли минералов средней категории. Только в переходной подзоне (C_2) средней мантии (C) вероятен скачок содержания средне-симметричных минералов за счет стিশовитовых и ильменитовых фаз. Эта эволюционная тенденция показана на рис. 64. Общую закономерность можно сформулировать так:

При переходе от глубинных зон Земли к приповерхностным, к литосфере, происходит непрерывное и строго направленное снижение суммарной симметрии минерального вещества со сменой преобладающего объема минералов кубической сингонии минералами ромбической, а затем моноклинной и триклинной сингонии.

Закономерность понижения суммарной симметрии минерального вещества от глубинных частей земли к поверхностным, от высокотемпературных условий к низкотемпературным иллюстрируют данные о концентрационном индексе симметричности главных типов горных пород, приведенные в табл. 40 (см. также рис. 64). Несколько пониженный по сравнению с ожидаемым концентрационный индекс симметричности магматических пород объясняется большой массовой долей в них «низкосимметричных»

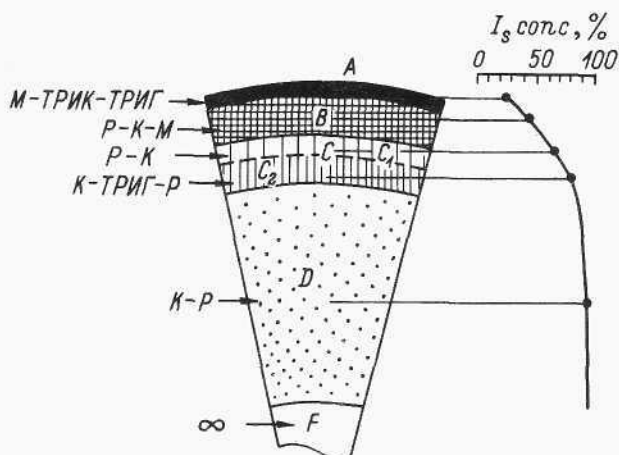


Рис. 63. Изменение параметров кристаллосимметричной структуры минерального вещества Земли с глубиной.

A — земная кора; B — верхняя мантия; C — средняя мантия; D — нижняя мантия; E — внешнее «пластичное» ядро.

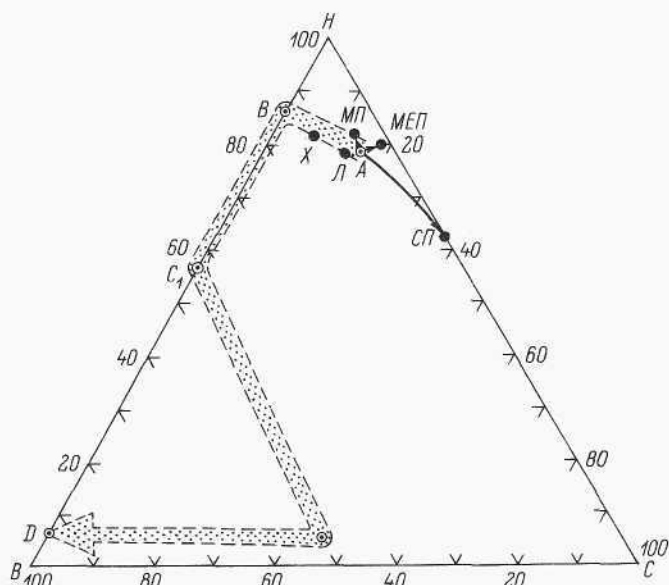


Рис. 64. Средние соотношения масс минералов высшей (B), средней (C) и низшей (H) категорий симметрии в минеральном составе космических объектов, геосфер и главных пород Земли.

X — хондриты; Л — Луна; А, В, С₁, С₂, D — геосферы; МП — магматические породы; МЭП — метаморфические породы; СП — седиментогенные породы. Стрелками показаны эволюционные тенденции.

Концентрационные параметры кристаллосимметричной структуры главных типов горных пород

Горные породы	Весовые соотношения минералов по категориям симметрии, %			Сингонийные ранговые формулы	I_s conc, %
	Н	С	В		
Магматические породы (среднее):	82	13	5	M_{42} —ТРИК ₃₀ — P_{10} — K_5 —ТРИГ ₃	21.83
дуниты	97	—	3	P_{87} — M_{10} — K_3	33.16
базальты	96	2	2	ТРИК ₆₅ — P_{21} — M_{10} — K_2 = ТРИГ ₂	11.16
граниты	72	26	2	M_{46} —ТРИК ₂₆ = ТРИГ ₂₆ — K_2	22.67
Метаморфические породы (среднее):	80	19	1	M_{33} —ТРИК ₂₆ — P_{21} —ТРИГ ₁₉ — K_1	23.00
эклогиты	57	6	37	P_{42} — K_{37} — M_{15} —ТРИГ ₆	56.80
гранулиты	92	8	—	ТРИК ₄₁ — M_{29} — P_{22} —ТРИГ ₈	16.17
гнейсы	74	26	—	ТРИК ₄₀ — M_{32} —ТРИГ ₂₆ — P_{20}	19.00
кристаллические сланцы	61	39	—	M_{42} —ТРИГ ₃₉ —ТРИК ₁₉	26.20
Седиментогенные породы (среднее)	62	38	—	M_{42} —ТРИГ ₃₈ —ТРИК ₁₃ — P_7	28.30

базальтов. Обращают на себя внимание относительно высокие значения концентрационного индекса симметричности седиментогенных пород, что объясняется повышенным объемным вкладом минералов средних сингоний, главным образом кварца и кальцита. В видовом составе заметно повышена роль высокосимметричных минералов, характеризующихся большей устойчивостью к механическому и химическому разрушению и преимущественным накоплением в терригенной составляющей седиментогенного комплекса.

Параметры КСС кристаллических сланцев очень близки соответствующим параметрам седиментогенных пород.

КСС литосферы Луны характеризуется ведущей ролью минеральных видов моноклинной и кубической сингоний, а по массе — ромбическими и моноклинными минералами:

$$M_{26.2} - K_{23.1} - \text{ТЕТР}_{18.5} - P_{10.8} - \Gamma_{9.2} = \text{ТРИГ}_{9.2} - \text{ТРИК}_{3.1} - \text{const}, \\ P_{34} - M_{30} - \text{ТРИК}_{15} - K_8 - \text{ТРИГ}_4 = \text{ТЕТР}_4 - (\Gamma) - \text{conc}, \\ I_s \text{ const} = 55.67 \%, I_s \text{ conc} = 29.00 \%, H_s = 2.58 \text{ бит}, H_{s.s.} = 3.42 \text{ бит}.$$

КСС метеоритного вещества характеризуется ведущей ролью кубической и моноклинной сингоний:

$$K_{28.0} - M_{22.4} - P_{16.8} - \Gamma_{11.2} - \text{ТРИГ}_{7.5} - \text{ТРИК}_{7.5} - \text{ТЕТР}_{6.5} - \text{const}, \\ I_s \text{ const} = 54.75 \%, H_s = 2.59 \text{ бит}, H_{s.s.} = 3.48 \text{ бит}.$$

Для хондритов, считающихся прототипом земного вещества, характеристические параметры КСС:

$$K_{31.2}-P_{18.8}-M_{16.2}-\Gamma_{10.0}=\text{ТЕТР}_{8.8}-\text{ТРИК}_{5.0}-\text{const},$$

$$P_{5.5}-M_{16}-K_{12}-\text{ТРИК}_{10}-\Gamma_6-\text{ТЕТР}_{0.5}=\text{ТРИГ}_{0.5}-\text{const},$$

$$I_s \text{ const} = 62.50 \%, I_s \text{ conc} = 38.58 \%, H_s = 2.60 \text{ бит}, H_{s.s} = 3.28 \text{ бит}.$$

Подобные характеристические параметры выводятся для различных регионов Земли и планет, в частности для минералогических провинций, однако КСС весьма крупных, сложных, минералогенетически гетерогенных систем оказываются настолько близки к КСС литосферы, что индивидуально, типоморфные их особенности стираются. Можно сформулировать следующую закономерность стремления топоминералогических систем к среднелитосферному типу:

Характеристические параметры кристаллосимметричной структуры отдельных участков планетарной коры в процессе расширения их границ и увеличения площадей и объемов (например, в процессе объединения минералогических провинций) стремятся к сближению с характеристическими симметричными параметрами литосферы.

Они сравниваются, когда площадь рассматриваемого региона достигает примерно десятитысячной части планетарной поверхности.

С целью выяснения глобальных тенденций изменения кристаллосимметричной структуры сложных минеральных систем продолжим сравнительный анализ рассматриваемых космических объектов (метеоритов различного типа, Луны, Земли, отдельных геосфер), которые, исходя из любых космогенетических представлений, можно рассматривать как звенья единого эволюционного ряда. В качестве элементов сравнения в первую очередь остановимся на распределении минеральных видов по симметричным таксонам различного ранга: категориям, сингониям, видам симметрии.

Наиболее общее представление о симметрии минеральных систем дает характер распределения минералов по категориям симметрии — низшей (Н), средней (С), высшей (В). И. И. Шафрановский (1968а, 1968б, 1974а, 1974б), проводивший статистику законов симметрии в мире минералов, установил, что в распределении минералов земной коры по этим категориям выдерживается приближенное соотношение В:С:Н = 1:2:4. Наши более поздние данные почти точно согласуются с результатами исследований И. И. Шафрановского, о чем свидетельствуют следующие сопоставления:

	Конституционные соотношения (число минеральных видов, %)		Концентрационные соотношения
	по И. И. Шафрановскому	наши данные	(масса минерального вещества, %)
Высшая	13.0	14.4	4.8
Средняя	29.5	27.0	13.5
Низшая	57.5	58.6	81.7
Соотношение	1 : 2.27 : 4.42	1 : 1.88 : 4.07	1 : 2.81 : 17.02

Для других рассматриваемых объектов эти соотношения таковы:

	Конституционные соотношения (число минеральных видов, %)	Концентрационные соотношения	
	по И. И. Шафрановскому	наши данные	(масса минерального вещества, %)
	В : С : Н		
Метеориты в целом	1.1 : 1 : 1.86	Округленно	1 : 1 : 2
Хондриты	1.08 : 1 : 1.39	»	3 : 3 : 4
Литосфера Луны	1 : 1.60 : 1.75	»	2 : 3 : 4

На треугольной диаграмме, иллюстрирующей соотношения категорий В—С—Н (рис. 65), фигуративная точка минерального состава литосферы Земли вместе с окружающим ее роем точек отдельных минералогических провинций заметно смещена к вершине нижней категории по сравнению с космическими объектами. Состав Луны характеризуется наибольшей по сравнению с другими объектами долей минералов средней категории. Следовательно, от метеоритного, в частности хондритового вещества, к лунному веществу заметно увеличивается роль средней категории симметрии, а к земному — роль низшей.

С эволюционных позиций более логичным было бы выделение категорий или семейств не по полноте симметрии, а по ее геометрии-

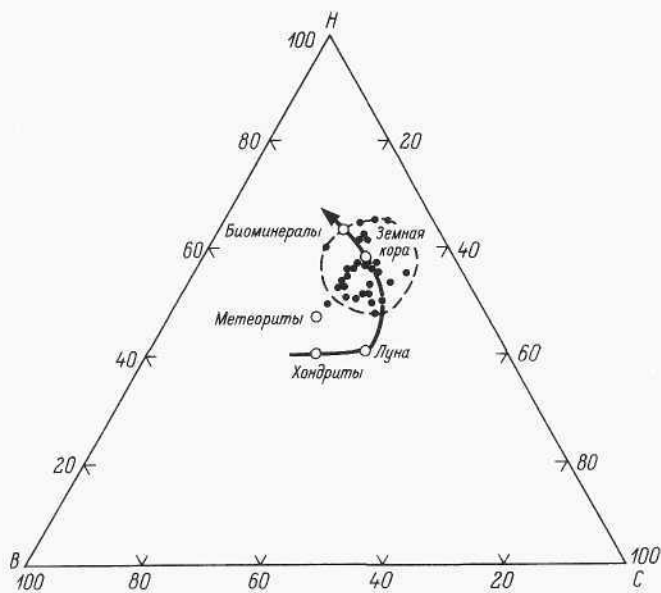


Рис. 65. Средние соотношения минералов высшей (В), средней (С) и низшей (Н) категорий симметрии в минеральном составе космических объектов.

○ контурен рой фигуративных точек, характеризующих отдельные минералогические провинции.

Т а б л и ц а 41

Распределение минеральных видов по семействам симметрии (в %)

Семейство	Входящие в семейство сингонии	Метеориты	Хондриты	Литосфера Луны	Литосфера Земли
I	Кубическая	28.04	31.25	23.08	14.38
II	Гексагональная, тригональная	18.69	20.00	18.46	17.50
III	Тетрагональная, ромбическая, моноклинная, триклинная	53.27	48.75	58.46	68.12
	Сумма	100.00	100.00	100.00	100.00

Т а б л и ц а 42

Распределение числа минеральных видов по сингониям (в %)

Сингонии	Метеориты	Хондриты	Литосфера Луны	Литосфера Земли	
				наши данные	по И. И. Шафрановскому
Кубическая	28.037	31.250	23.077	14.375	13.0
Гексагональная	11.215	10.000	9.230	7.292	8.0
Тригональная	7.477	10.000	9.230	10.208	11.5
Тетрагональная	6.542	8.750	18.462	9.375	10.0
Ромбическая	16.822	18.750	10.769	21.667	21.0
Моноклинная	22.430	16.250	26.154	30.260	30.0
Триклинная	7.477	5.000	3.077	6.823	6.5
Сумма	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

Т а б л и ц а 43

Распределение числа минеральных видов по группам видов симметрии (в %)

Виды симметрии	Метеориты	Хондриты	Литосфера Луны	Литосфера Земли	
				наши данные	по И. И. Шафрановскому
Плاناксиальные	73.831	77.50	78.462	66.937	66.0
Инверсионно-планальные	1.869	2.50	3.077	1.614	2.0
Планальные	4.674	2.50	4.615	10.313	10.0
Аксиальные	5.609	5.00	3.076	4.834	6.0
Центральные	12.150	10.0	9.230	13.073	13.3
Инверсионно-примитивные	0.935	1.25	1.538	0.520	0.2
Примитивные	0.935	1.25	—	2.709	2.5
Сумма	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

ческому смыслу. Можно выделить семейства с несколькими осями симметрии высших порядков (кубическая сингония), шестерными и тройными (гексагональная и тригональная сингонии), четверными, двойными и одинарными (все остальные сингонии). Распределение минералов по таким семействам дано в табл. 41, из которой можно сделать такой вывод: в естественном ряду космических объектов (от метеоритов через Луну к Земле) закономерно повышается роль третьего семейства симметрии, объединяющего минеральные виды с четверными и двойными осями и безосные, параллельно с этим соответственно снижается роль минералов с шестерными и тройными осями и особенно многоосевых (кубических).

Отмеченные тенденции значительно отчетливее проявляются при анализе распределения минералов по сингониям (табл. 42); на них мы уже останавливались при общей характеристике КСС литосферы Земли и других объектов.

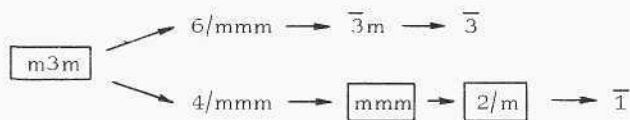
Более детальную картину КСС космических объектов дает их сравнительный анализ на уровне распределения по видам симметрии (табл. 43).

Наши данные для литосферы Земли полностью подтверждают выводы И. И. Шафрановского (1974а) о резком преобладании минералов, относящихся к планаксиальным видам симметрии (их больше половины). За ними, значительно уступая, следуют центральные, планальные и аксиальные виды симметрии.

В лунном и метеоритном материале ведущее значение планаксиальных видов симметрии еще более усиливается. Доля приходящихся на них минеральных видов увеличивается с 67 до 78 %. Кроме того, увеличивается число минералов инверсионно-планального и инверсионно-примитивного видов симметрии. В то же время планальные, центральные и примитивные виды более характерны для земной коры, чем для Луны и хондритов.

Для того чтобы выявить роль отдельных видов симметрии, мы построили для каждого из них частотные гистограммы, которые расположили в соответствии с известной схемой соподчинения 32 видов симметрии (Interpatational Tabllen, 1935). Общая картина получилась весьма наглядной (рис. 66).

И для земного, и для космического вещества характерно преимущественное «заселение» правых позиций видовой схемы. Выделяются два главных ряда ведущих видов симметрии (точнее один ряд с двумя ветвями):



В прямоугольники заключены виды симметрии, к которым относится подавляющее большинство минералов. По первой ветви этого ряда число минералов монотонно снижается от $m3m$ к $\bar{3}$;

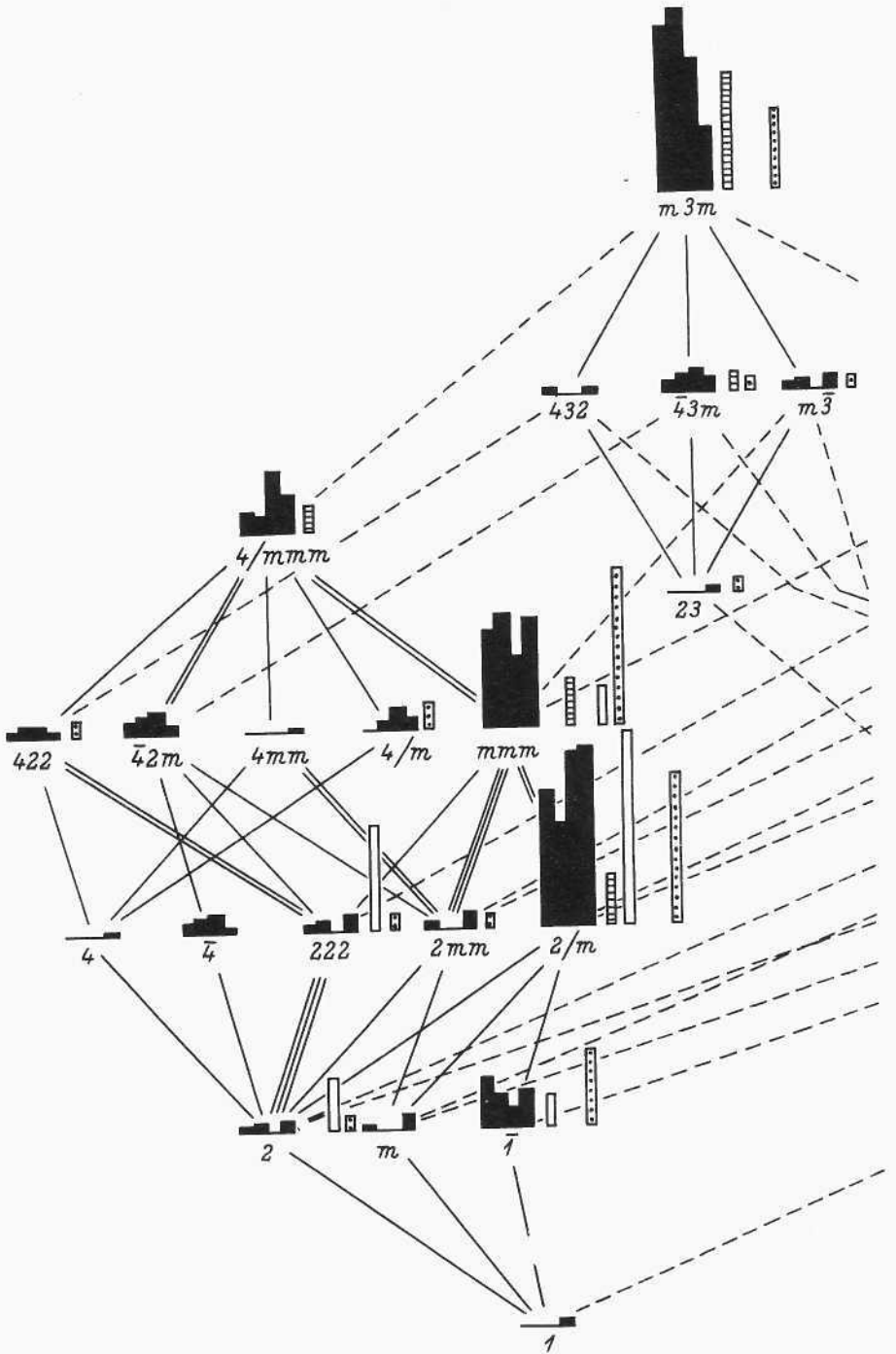
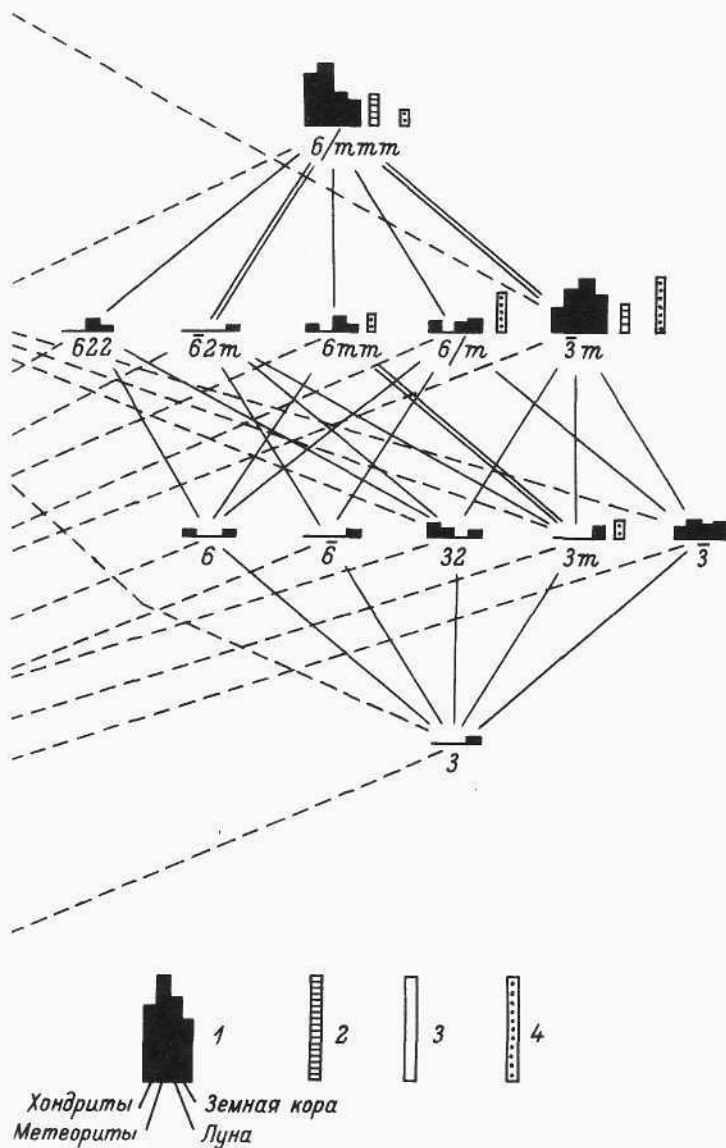


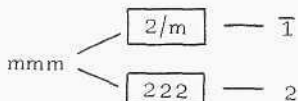
Рис. 66. Распределение минеральных видов метеоритного, лунного и земного вещества (1), а также искусственных неорганических (2), органических (3) соединений и биоминералов (4) по системе кристаллографических видов симметрии.



по второй ветви максимум приходится на середину $2/m$ и mmm . В горизонтальных «строках» схемы число минеральных видов закономерно уменьшается справа налево.

Для метеоритного вещества ведущим является планаксиальный вид симметрии $m\bar{3}m$ (кубическая сингония), для Луны и Земли—планаксиальный $2/m$ (моноклинная сингония).

Искусственные неорганические соединения распределяются по видам симметрии почти так же, как и минералы (рис. 66). Несколько большая их доля приходится на вид симметрии $m\bar{3}m$. Органические соединения избирательно концентрируются в тетра- ромбо-моно-триклинном семействе. Ряд главных видов симметрии для органических соединений имеет вид



Статистический анализ раскрывает особое значение как в минеральном, так и в неминеральном мире бинарной симметрии, на что уже указывалось в литературе (Barcello, Rodriquez, 1978). Планаксиальный вид симметрии $2/m$, особенно если добавить к нему аксиальные 2 и 222 и планальный $2mm$, объединяет наибольшее число минеральных видов, для космических объектов по сравнению с земной корой значение бинарной симметрии уменьшается (для них, как уже говорилось, ведущим является вид симметрии $m\bar{3}m$), а для органических соединений, наоборот, резко усиливается: в них к видам симметрии $2/m$, 222 и 2 относится более 60 % веществ.

Итак, земная кора характеризуется наиболее сложной из всех рассмотренных объектов симметрией структурой слагающего ее минерального вещества, включающей все известные кристаллографические виды симметрии, соотношения между которыми весьма неоднородны. Число минеральных видов, входящих в состав земной коры, распределяется между высшей, средней и низшей категориями симметрии как 1 : 1.88 : 4,07. Резко преобладающей как по числу относящихся к ней минеральных видов, так и по массе окристаллизованного вещества является моноклинная сингония, которая определяет симметричный облик земной коры. Следующие места по числу минеральных видов занимают ромбическая и кубическая, а по массе вещества — триклинная и тригональная сингонии. В составе земной коры ведущими являются планаксиальные виды симметрии всех сингонии. Значительное число минеральных видов относится также к центральному, планальному и аксиальному видам симметрии. Особое значение имеет планаксиальный вид симметрии моноклинной сингонии $2/m$, включающей более 26 % минералов земной коры. Он же охватывает около 30 % органических веществ, а вместе с видами симметрии 222 и 2 — более 60 %. С глубиной в земной коре и при переходе

от коры к мантии минералы моноклинной сингонии уступают ведущее место минералам ромбической, триклинной и кубической сингонии.

ТИПОМОРФИЗМ КРИСТАЛЛОСИММЕТРИЙНОЙ СТРУКТУРЫ МИНЕРАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Кристаллосимметричная структура каждого минералогического объекта типоморфна, и ее характеристические показатели можно использовать для установления генетической природы изучаемых минеральных систем, применяя методы анализа типоморфизма минералов (Юшкин, 1977). Однако относительно невысокая сложность КСС минерального мира, оцениваемая в мерах информационной энтропии на уровне сингонии $H_5 = 2.5 - 2.6$ бит, на уровне видов симметрии $H_{ss} = 3.5 - 7.7$ бит, накладывает определенные масштабные ограничения на анализируемые природные объекты. КСС относительно крупных, сложных, гетерогенных минеральных систем оказывается часто настолько близкой к КСС литосферы (Шафрановский, 1968, 1983б; Юшкин, 1983, 1985а, 1985б), что индивидуальные, типоморфные их особенности выявить не удается. По нашим оценкам, как уже отмечалось, симметричная характеристика произвольных регионов приближается к средней характеристике КСС литосферы, сравнивается с ней, когда площадь региона достигает примерно десятитысячной части земной поверхности ($50 - 100$ тыс. км²), а для геологически гетерогенных районов — и при меньших площадях. Для более крупномасштабных систем типоморфический анализ не имеет смысла. То же относится, очевидно, и к мелкомасштабным системам — агрегатам, парагенезисам, генерациям минералов. На этом уровне более информативной оказывается информация не об их КСС, а о минеральном составе, конституции и свойствах минералов.

Проанализируем на примере модельных объектов КСС минеральных систем различного ранга — от минералогических регионов до отдельных месторождений, попытаемся оценить генетическую информативность их характеристических кристаллоструктурных параметров.

КРИСТАЛЛОСИММЕТРИЙНАЯ СТРУКТУРА МИНЕРАЛЬНЫХ АССОЦИАЦИЙ КРУПНЫХ РЕГИОНОВ

Все симметричные характеристики крупных административных регионов—стран (например, НРБ, СРР, ЧССР, УзССР), как уже указывалось, близки к соответствующим характеристикам земной коры (литосферы). Такое же усреднение, сглаживание различий проявляется и при сравнении крупных геологических регионов (минералогических мегапровинций), характеризующихся слож-

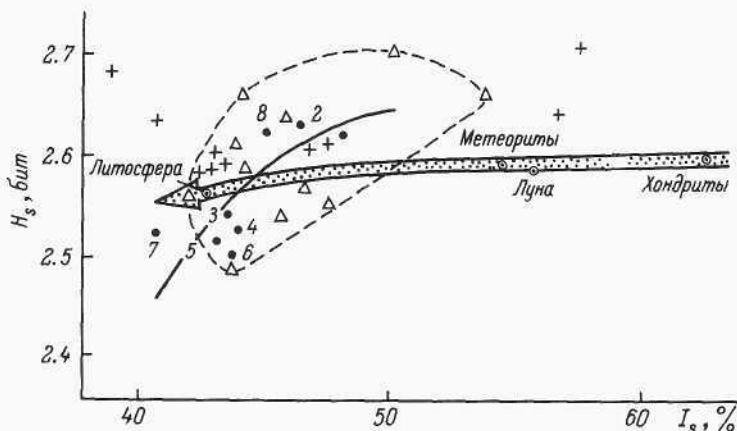


Рис. 67. Минералогические объекты в системе I_s const (индекс симметричности) — H_s (информационная энтропия распределения минеральных видов по сингониям). Стрелки показывают общие эволюционные тенденции; «треугольники» — фигуративные точки минералогических провинций, «крестики» — минеральных комплексов. / — Урал; 2 — Тиман; 3 — Памиро-Тяньшаньская область; 4–6 — Карпатско-Балканская область; 7 — Альпийская область; 8 — Хибинский и Ловозерский массивы на Кольском полуострове.

ным строением и сложной историей развития (Урал, Кольский полуостров и др.). Правда, на этом уровне уже улавливаются некоторые черты минералогической специфики, типоморфизма КСС: для Кольского полуострова, например, по сравнению с Уралом большое значение имеют планальные (13.23 % по сравнению с 8.22 %) и примитивные (3.81 % и 0.53 %) виды симметрии, но заметно меньше — планаксиальные (65.66% и 75.58%). Соответственно для Кольского полуострова характерно большее число видов ромбической и триклинной сингоний, но несколько меньше — моноклинной, тригональной, тетрагональной. В этой особенности отражается более древний, более глубинный, более «магматический» облик Кольского полуострова, чем Урала.

Крупные геологические регионы Земли заметно различаются по индексу симметричности слагающего их минерального вещества (рис. 67). Это связано, очевидно, с особенностями их геологической природы. На диаграмме I_s — H_s фигуративные точки всех рассмотренных нами подобных регионов укладываются в одну линию прямой функциональной зависимости этих параметров. Наиболее высокого значения $I_s = 47.97$ % и $H_s = 2.61$ бит характерны для Урала, и это свидетельствует, с одной стороны, о высокой генетической гетерогенности слагающих его минеральных комплексов, а с другой — об участии в геологическом сложении Урала значительной примеси глубинного, вероятно мантийного, минерального вещества. В его пределах как бы выворочены и выведены на поверхность самые глубинные зоны земных недр. Это полностью согласуется с современными представлениями

о геологии Урала. Относительно «глубинный облик» имеет минеральный мир Тимана и Кольского полуострова. Регионы, современная геологическая структура которых сформирована альпийскими горообразовательными процессами и в строении которых в основном участвует верхнелитосферное минеральное вещество, отличаются относительно низкими значениями индекса симметричности (43.11—43.99%), близкими к литосферному. Это минералогические суперпровинции Карпатско-Балканской (ЧССР, НРБ, СРР) и Памиро-Тяньшаньской областей (УзССР). По информационной энтропии ($H_s = 2.49—2.54$ бит) их кристаллосимметрия менее сложная, чем литосферы в целом ($H_s = 2.56$ бит).

КРИСТАЛЛОСИММЕТРИЙНАЯ СТРУКТУРА МИНЕРАЛОГИЧЕСКИХ ПРОВИНЦИЙ

Минералогические провинции и значительные по размерам регионы, отличающиеся общностью геологического строения и развития и чаще всего выделяемые в границах крупных антиклинориев или синклинориев (Юшкин, 1977), характеризуются довольно четкими и определенными симметричными особенностями их минерального вещества, отчетливо типоморфной КСС.

Нами проанализировано 12 различных по характеру и природе минералогических провинций. Мы их условно разделили на три типа: «рудные», «щелочные», «пегматитовые» (Юшкин, 1981, 1982б).

Для каждого типа провинций характерна своя симметричная специфика минерального состава, симметричные характеристики разных провинций одного и того же типа довольно близки между собой.

«Рудные» провинции, отличающиеся наибольшей полигенностью минеральных комплексов, многоциклическостью и многоэтапностью развития, разнообразными типами рудных месторождений (например, Донбасская, Криворожская, Пайхойско-Южноновоземельская, Рудноалтайская, Западноатасуйская), характеризуются наибольшей внутренней неоднородностью, которая проявляется даже при самом общем анализе на уровне категорий симметрии. Фигуративные точки на триаде ВНС (рис. 68) образуют три ряда, соответствующие трем подтипам провинций. Первый подтип (I) отмечается наибольшей относительной долей минералов высокой и средней категорий ($V:C:H = 1:1.4:1.6$); второй (II) — менее высокой ($V:C:H = 1:1.3:2.5$), третий (III) — наиболее низкосимметричный ($V:C:H = 1:2.1:4.6$). Отчетливо прослеживается тенденция снижения симметрии в направлении I->II->III. К первому подтипу относится Западноатасуйская провинция, ко второму — Пайхойско-Южноновоземельская и Донбасская, к третьему — Рудноалтайская и Криворожская.

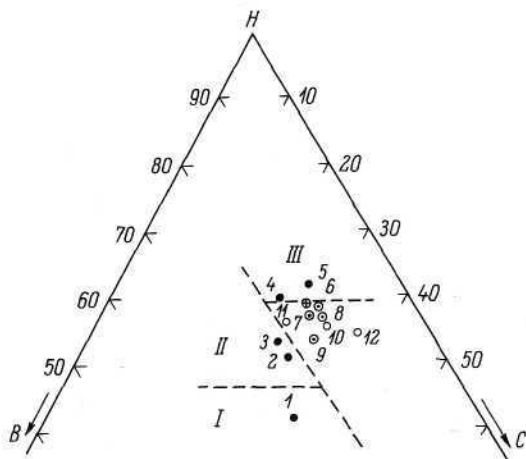


Рис. 68. Минералогические провинции в системе В—С—Н категорий симметрии. / — Западноатасуйская (Зас); 2 — Пайхойско-Южноновоземельская (Пхюн); 3 — Донбасская (Днб); 4 — Рудноалтайская (Рал); 5 — Криворожская (Крр); 6 — Ловозерская (Лов); 7 — Хибинская (Хиб); 8 — Карело-Кольская щелочных пород (Кар-Кл); 9 — Вишневогорская (Вишн); 10 — Вольнская (Вол); 11 — гранитных пегматитов Кольского полуострова (КП); 12 — Изумрудных Копей (Изумр). I—III — поля фигуративных точек подтипов — «рудных» провинций.

Эти же подтипы выделяются и в результате анализа на уровне сингоний. Для каждой провинции можно написать следующие симметричные ранговые формулы (конституционные):¹



Следовательно, по преобладающим минеральным видам провинции подтипа I являются кубо-моноклинными, подтипа II — ромбо-моноклинно-кубическими, подтипа III — моноклинно-ромбо-кубическими. Все отличия обусловлены главным образом довольно резким падением в направлении I → II → III роли минералов кубической сингонии и увеличением роли моноклинных минералов. При этом увеличивается значение видов симметрии $4/m\bar{3}m$, $m\bar{3}m$, 222 , $2/m$, m , но уменьшается — $m\bar{3}m$, 432 , $t\bar{3}$, 3 , $2mm$, 1 .

Анализируя эти данные, можно прийти к мысли об эволюционном смысле параметров КСС минералогических провинций (Юшкин, 1982а). Высокосимметричные провинции I, очевидно, наиболее «юные», несут четкий отпечаток глубинного материала и еще не затушеванную связь с глубокими, мантийными недрами. Про-

¹ Расшифровка индексов провинций дана в подрисунковой подписи к рис. 68.

винции II находятся на промежуточной, а провинции III — на наиболее зрелой стадиях развития, когда минералогическая структура провинции в результате разнообразия сменявшихся друг друга и накладывающихся друг на друга процессов приблизилась к общему облику земной коры.

«Щелочные» провинции, минеральные комплексы которых, хотя и очень разнообразные, связаны главным образом с развитием процессов щелочного магматизма и изменением их продуктов (например, Ловозерская, Хибинская провинции, щелочные комплексы Карелии и Кольского полуострова, Вишневогорская провинция) по сравнению с «рудными» на НСВ диаграмме занимают более низкосимметричное поле, причем фигуративные точки распределяются довольно компактно. Среднее соотношение $B : C : H = 1 : 2.1 : 4.1$. Симметричные ранговые ряды по форме близки к соответствующему ряду земной коры:

$$\begin{array}{l}
 M_{33.8} - P_{14.4} - K_{13.1} - \Gamma_{11.7} - \text{ТРИК}_{9.5} - \text{ТРИГ}_{9.0} - \text{ТЕТР}_{8.6}, \quad (\text{Лов}) \\
 M_{30.0} - P_{15.9} - K_{14.7} - \text{ТРИК}_{11.1} - \text{ТРИГ}_{10} = \Gamma_{10} - \text{ТЕТР}_{8.2}, \quad (\text{Хиб}) \\
 M_{33.0} - P_{15.6} - K_{12.8} - \text{ТРИГ}_{12.2} - \text{ТЕТР}_{10.0} - \Gamma_{7.8} - \text{ТРИК}_{6.7}, \quad (\text{Кар и Кп}) \\
 M_{31.9} - P_{20.2} - K_{15.1} - \Gamma_{10.9} - \text{ТЕТР}_{10.0} - \text{ТРИГ}_{9.2} - \text{ТРИК}_{2.5}, \quad (\text{Вишн}).
 \end{array}$$

По сравнению с другими провинциями здесь более значительна роль гексагональной, моноклинной и триклинной сингоний и менее — ромбической.

Распределение минералов по видам симметрии не только очень неравномерное, но и неодинаковое для разных провинций. Общей специфической чертой является резкое повышение роли аксиальных видов симметрии, которые в некоторых провинциях даже преобладают над планаксиальными. Резко повышена относительная доля примитивных и инверсионно-примитивных видов симметрии, которые для других провинций вообще малохарактерны. Типоморфными являются виды симметрии с четными осями 6, 4, 2, 2, 2.

«Пегматитовые» провинции, минеральные комплексы которых связаны с развитием кислого и кисло-щелочного магматизма и пегматитообразования (например, Волынская, Изумрудных Копей, гранитных пегматитов Кольского полуострова), занимают низкосимметричное поле со средним соотношением $B : C : H = 1 : 2.5 : 4.2$. Сингонийные ряды имеют вид:

$$\begin{array}{l}
 M_{28.2} - P_{21.2} - K_{12.9} - \text{ТЕТР}_{11.8} - \text{ТРИГ}_{10.6} - \Gamma_{9.4} - \text{ТРИК}_{5.9}, \quad (\text{Вол}) \\
 M_{31.0} - P_{20.0} - K_{16.6} - \text{ТЕТР}_{11.0} - \Gamma_{8.3} = \text{ТРИГ}_{8.3} - \text{ТРИК}_{4.8}, \quad (\text{Кп}) \\
 M_{31.1} - P_{17.6} - \text{ТРИГ}_{16.2} - \Gamma_{10.8} - K_{9.5} = \text{ТЕТР}_{9.5} - \text{ТРИК}_{5.4}, \quad (\text{Изумр})
 \end{array}$$

Это типичные ряды заверщенного магматического процесса. От рядов «щелочных» провинций они отличаются некоторым повышением роли тетрагональной сингонии.

В распределении минералов по видам симметрии наблюдается заметно предпочтительная их группировка в планаксиальных ви-

дах и снижение значения аксиальных видов. Типоморфными видами симметрии являются виды $6/mmm$, $622,3$ и $4/mmm$.

На диаграмме I_s-H_s фигуративные точки минералогических провинций имеют ту же тенденцию распределения, что и точки крупных регионов, но вследствие некоторого разброса они образуют эллипс, вытянутый вдоль регионального тренда.

Таким образом, типоморфический анализ КСС минералогических провинций оказывается полезным не только для определения их генетической природы, но и для выяснения особенностей и «зрелости» их развития и, очевидно, для уточнения металлогенетической специализации.

КРИСТАЛЛОСИММЕТРИЙНАЯ СТРУКТУРА МИНЕРАЛЬНЫХ КОМПЛЕКСОВ

Большой интерес представляло бы выявление КСС различных минеральных комплексов (магматогенных, метаморфогенных и др.) и установление закономерностей их изменения в процессе минералогенетической эволюции. К сожалению, представительный материал для такого анализа нам собрать пока не удалось. Мы воспользовались списками минералов различных комплексов, приведенных в «Генетической классификации минералов» Е. К. Лазаренко (1979) и в ряде других изданий, и получили обобщенные данные о КСС некоторых из них. Конечно, это лишь фрагменты общей картины, кроме того, не все эти данные одинаково надежны, но совпадение результатов, полученных при обработке материалов разных авторов, дает нам право попытаться выявить хотя бы общие симметричные тенденции.

Мы имеем данные по следующей совокупности минеральных комплексов (здесь же приведены данные об информационной энтропии H_s , $H_{s,s}$), отражающей степень полигенности, сложности соответствующих минеральных ассоциаций:

	H_s , бит	$H_{s,s}$, бит
1) пегматитов основных и ультраосновных пород	2.61	2.89
2) пегматитов щелочных пород	2.68	3.64
3) пегматитов гранитных	2.58	2.88
4) карбонатитов	2.58	2.92
5) альбититов	2.59	3.25
6) скарнов	2.64	3.45
7) переотложенных (в понятии Е. К. Лазаренко)	2.63	3.20
8) галогенных	2.12	2.60
9) россыпных	2.71	3.05

Для всех комплексов характерно преобладание минералов нижней категории над средней, а средней над высшей (рис. 69). Только в скарновых комплексах минералов высшей категории больше, чем средней. Это связано с высокой долей кубических минералов

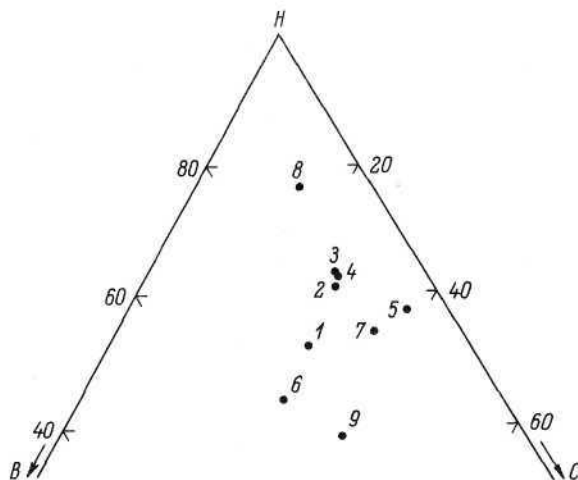
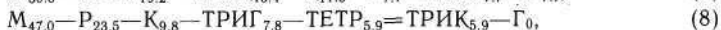
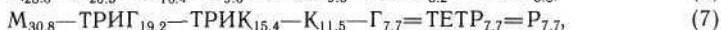
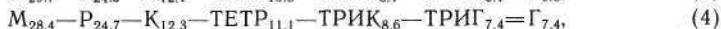
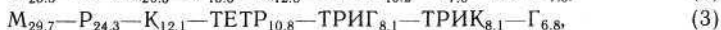


Рис. 69. Средние соотношения минералов высшей (В), средней (С) и низшей (Н) категорий симметрии в минеральных комплексах 1—9.

(гранаты, магнетит и др.), особенно характерных для скарнов. Относительно высока доля высокосимметричных минералов, наиболее устойчивых к механическому разрушению в россыпях; они играют важную роль и в пегматитах щелочных пород.

Сингонийные ранговые ряды рассматриваемых комплексов следующие (конституционные):



Судя по этим рядам, каждый минеральный комплекс проявляет свою определенную специфику.

От пегматитов ультраосновных и основных пород через щелочные пегматиты к гранитным, пегматитам направленно снижается роль минералов кубической и гексагональной сингоний, но увеличивается число моноклинных и ромбических минеральных видов. Здесь проявляются те же тенденции, которые мы наблюдаем при переходе вообще глубоких глубинных пород к поверхностным или в процессе эволюции сложных минеральных метасистем, например планетарных.

В альбититах по сравнению с суммарным литосферным симметричным рядом (на который ряд альбититов очень похож) сильно уменьшается удельная доля кубических минералов, но увеличивается доля гексагональных (если положения Г и К поменять местами, то мы придем к стандартному литосферному ряду). В скарнах большую роль играют кубическая и ромбическая сингонии, которые в других комплексах обычно уступают место моноклинной сингонии, а здесь возглавляют ряд. Галогенный симметричный ряд аналогичен по форме литосферному, только здесь наиболее насыщена минеральными видами моноклинная сингония, поэтому на долю других приходится меньше видов. В россыпных комплексах преобладают, как и следовало ожидать, кубические минералы, но в общем распределение минеральных видов по сингониям довольно равномерное: доля каждой сингонии, кроме кубической, варьирует в относительно узких (6—18 %) пределах. Здесь наиболее четко проявляется закон соотношения.

Ярко выражены «генетические» особенности симметричного рангового ряда переотложенных комплексов. Он возглавляется, как и следовало ожидать, для приповерхностных комплексов моноклинной сингонией, а кубическая и ромбическая находятся на последних местах.

В особенностях распределения минеральных видов по видам симметрии на основе столь фрагментарного материала трудно уловить строгие закономерности. Во всех комплексах на первом месте по числу минералов стоят планаксиальные виды симметрии, на втором — центральные, на третьем — планальные. В переотложенных комплексах третье место занимают аксиальные виды, вес которых в других комплексах очень мал. Роль планаксиальных видов значительно возрастает в карбонатитовых, галогенных и россыпных комплексах, планальных — в пегматитах щелочных пород и в скарнах, центральных — в пегматитах ультраосновных пород. Пегматиты щелочных пород отличаются, кроме того, высокой долей примитивных видов — 10,3 %, тогда как в других комплексах она составляет обычно 1—2 %. В скарнах, альбититах, карбонатитах заметную роль играют инверсионно-планальные виды (1,2—2,8 %), для других компонентов они вообще не характерны.

Обращают на себя внимание некоторые закономерности наследования КСС, своего рода передача симметричной информации от материнских комплексов к дочерним. Например, КСС россыпей очень похожа на структуру аксессуарных минералов магматических и метаморфических пород, за счет разрушения которых россыпи формируются.

На примере карбонатитов можно попытаться проследить изменение симметричной структуры в процессе эволюции карбонатитообразования. От ранних стадий к поздним, как оказывается, снижается роль минералов моноклинной сингонии, повышается роль ромбической и тригональной сингонии. Увеличивается разнообразие видов симметрии: на первых стадиях формируются минералы

всего шести видов симметрии, затем восьми, а на последней — одиннадцати. Увеличивается роль планаксиального вида симметрии тригональной сингонии $3m$, а уменьшается роль центрального вида гексагональной сингонии $6/m$. Эти особенности находятся в соответствии с общим эволюционным законом увеличения разнообразия минерального мира.

Разброс точек генетических типов минеральных комплексов на диаграмме f_s-H_s еще шире, чем провинций, хотя общие тенденции в их распределении сохраняются. Наименьшими значениями конституционного индекса симметричности характеризуются эвапоритовые (33.30%) и пегматитовые (пегматиты щелочных пород — 38.67 %, гранитных — 42.07 %) комплексы, наибольшими — аллювиальные россыпные комплексы (57.33%); все остальные занимают промежуточное положение между ними.

Таким образом, в симметричной структуре минеральных комплексов отражаются главнейшие черты условий и механизмов их формирования, генетической природы. В генетических рядах комплексов наследуются симметричные особенности исходных систем, прослеживаются общие эволюционные тенденции, в первую очередь снижение кубо-гексагональности и повышение моноклинности и ромбичности более поздних систем по сравнению с ранними, увеличение симметричного разнообразия систем, усложнение их структуры.

КРИСТАЛЛОСИММЕТРИЙНАЯ СТРУКТУРА МИНЕРАЛЬНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

С позиций -симметричной структуры мы проанализировали минеральный состав ряда месторождений (серных, железо-марганцевых, полиметаллических, вольфрамовых и вольфрам-молибден-висмутовых, золоторудных, железорудных и др.) пока не с целью выявления каких-то общих симметричных закономерностей, а хотя бы для того, чтобы выяснить: есть ли вообще смысл в симметричном анализе таких объектов, как отдельные месторождения? Не проще ли и эффективнее просто сравнивать их минеральные составы?

Различные типы месторождений, действительно, оказываются резко различными по симметричной структуре. Даже не для всех месторождений оказывается справедливой обычная соподчиненность категорий симметрии $H > C > B$. Для кварц-вольфрамовых месторождений (Восточное Забайкалье) и вольфрам-висмут-молибденовых (Торговское, Приполярный Урал) ведущей является средняя категория (соотношение $B : C : H = 1 : 3.5 : 3$ и $1 : 2.2 : 1.8$ соответственно). Минералы средних категорий преобладают в видовом составе многих железорудных месторождений (Синюхинское, Белорецкое и др.), а на Лебединском месторождении преобладает даже высшая категория симметрии ($B : C : H = 1 : 0.8 : 0.7$), но доли отдельных категорий отличаются

незначительно, и с округлением можно признать почти равенство $V = C = H$, среднее арифметическое соотношение $V : C : H = 1 : 1.3 : 1.2$. Для всех других месторождений характерно обычное соотношение $H > C > V$, причем наибольшее преобладание низших категорий над другими отмечено на месторождениях самородной серы ($V : C : H = 1 : 1.5 : 3$).

Индекс симметричности минеральных ассоциаций отдельных месторождений варьирует в очень широких пределах. Относительно низкие значения I_s характерны для экзогенных месторождений (например, Шорсуйское серное месторождение — 42.10%, черносланцевая формация Каратау — 43.18 % и т. п.), высокие — для высокотемпературных гидротермальных месторождений, особенно железорудных (например, вольфрам-молибден-висмутное — 57.15 %, золото-мышьяковое — 52.08 %, железорудные — 56.62—65.80 % и т. п.).

Особенности минерального состава различных месторождений еще четче, чем в соотношении категорий симметрии, отражаются в распределении минералов по сингониям (табл. 44).

Таблица 44

Ранговые симметричные конституционные ряды минеральных комплексов месторождений полезных ископаемых

Месторождения	Симметричные ряды
Серa самородная, Шорсуйское	$M_{36.4} - K_{18.2} = \text{ТРИГ}_{18.2} - P_{12.7} - \Gamma_{5.4} = \text{ТРИК}_{5.4}$ $[P_{30} = M_{30} - K_{20} - \text{ТРИГ}_{10} = \Gamma_{10}]$ — только рудные парагенезисы
Железо-марганцевые, Зап. Атасу	$M_{23.9} - K_{19.4} = \text{ТРИГ}_{19.4} - P_{13.4} - \text{ТЕТР}_{8.9} = \text{ТРИК}_{8.9} - \Gamma_{5.9}$
Барит-полиметаллические, Зап. Атасу	$K_{31.4} - \text{ТРИГ}_{22} - P_{18} - M_{14} - \Gamma_{6.25} - \text{ТЕТР}_{6.25} - \text{ТРИК}_{2.1}$
Полиметаллические, Такелийская зона	$M_{35.9} - K_{20.5} - P_{15.4} - \text{ТРИГ}_{12.8} - \Gamma_{7.7} - \text{ТЕТР}_{5.1} - \text{ТРИК}_{2.6}$
Медные, Такелийская зона Кварц-вольфрамитовые, Вост. Забайкалье	$M_{33.3} - P_{16.7} = K_{16.7} - \Gamma_{12.5} = \text{ТЕТР}_{12.5} - \text{ТРИГ}_{8.3}$ $\text{ТЕТР}_{20} - \text{ТРИГ}_{20} = M_{20} = \text{ТРИК}_{20} - K_{13.3} - \Gamma_{6.7}$
Торговое вольфрам-висмут-молибденное, Приполярный Урал	$\text{ТЕТР}_{21.5} - K_{20.0} - M_{18.4} - P_{13.8} - \text{ТРИГ}_{12.3} - \Gamma_{10.8} - \text{ТРИК}_{3.1}$ $[K_{24.4} - \text{ТЕТР}_{17.8} = M_{17.8} - P_{13.3} = \text{ТРИГ}_{13.3} - \Gamma_{11.1} - \text{ТРИК}_{2.2}]$ — только рудные парагенезисы
Дарасунское золото-мышьяковое	$\text{ТРИГ}_{21.7} = P_{21.7} - M_{20.3} - K_{17.4} - \Gamma_{10.1} - \text{ТЕТР}_{7.2} - \text{ТРИК}_{1.4}$ $[\text{ТРИГ}_{23.1} - P_{21.2} = M_{21.2} - K_{19.2} - \Gamma_{9.6} - \text{ТЕТР}_{5.8}]$ — только рудные парагенезисы
Железорудные: Натальевское	$K_{30.8} - M_{23.1} - P_{12.8} = \text{ТЕТР}_{12.8} - \Gamma_{10.2} - \text{ТРИГ}_{7.7} - \text{ТРИК}_{2.6}$
Лебединское	$K_{38.9} - M_{22.2} - \text{ТРИГ}_{16.7} - \Gamma_{11.1} - P_{5.6} = \text{ТЕТР}_{5.6}$
Белоречское	$M_{23.3} - K_{20.0} - \text{ТРИГ}_{16.7} - P_{13.3} = \text{ТЕТР}_{13.3}$
Синюхинское	$K_{32.3} - M_{22.6} - \text{ТРИГ}_{12.9} = \Gamma_{12.9} - \text{ТЕТР}_{9.7} - P_{6.4} - \text{ТРИК}_{3.2}$
Черносланцевая ванадиеносная формация Каратау	$M_{31.8} - P_{18.8} - \text{ТРИГ}_{16.5} - K_{10.6} = \Gamma_{10.6} - \text{ТЕТР}_{5.9} = \text{ТРИК}_{5.9}$

В составе серных месторождений преобладают ромбо-моноклинные, кубические и тригональные минералы, но если исключить дорудные и гипергенные комплексы и рассматривать только парагенезис самородной серы, то он имеет ромбо-моноклинный облик, при этом сохраняется важная роль кубических минералов.

В пределах одной и той же Западноатасуйской минералогической провинции резко различными по КСС являются железо-марганцевые и барит-полиметаллические месторождения: в первых — минералы по сингониям распределены относительно равномерно, хотя ведущая роль моноклинной, кубической и тригональной сингоний очевидна, во вторых — симметричный состав более дифференцирован, с резким преобладанием кубических и тригональных минералов. Очевидно, что железо-марганцевые месторождения генетически более гетерогенны и имеют более «экзогенную» природу по сравнению с барит-полиметаллическими, сформировавшимися главным образом под действием эндогенных факторов, обеспечивающих преимущественное «выживание» кубических минералов. По сравнению с ними полиметаллические месторождения Такелийской зоны более близки к железо-марганцевым месторождениям, чем к барит-полиметаллическим Западного Атасу. Они очень незначительно отличаются от копровинциальных с ними меднорудных месторождений и имеют, вероятно, близкую генетическую природу. Это сходство КСС минеральных комплексов особенно поразительно при их существенно различном качественном (видовом) содержании.

Кварц-вольфрамитовые и полиформационные вольфрам-висмут-молибденовые месторождения разных районов (Забайкалья и Урала), генетически почти однотипные, характеризуются ведущей ролью тетрагональных, моноклинных и кубических минералов, т. е. по сравнению с другими типами являются существенно тетрагональными.

Золото-мышьяковые месторождения (Дарасунское) отличаются значительным преобладанием тригональных минералов наряду с ромбическими и моноклинными, а тетрагональная сингония в ранговом ряду занимает одно из последних мест.

Железорудные месторождения, которые мы имеем возможность здесь рассмотреть, очень похожи друг на друга. Минеральное вещество их кубо-моноклинное (на долю двух этих сингоний приходится более половины минеральных видов, причем минералы кубической сингоний обычно составляют более 30 %).

Типоморфные виды симметрии выделить трудно, но в различных типах месторождений наиболее усиливается роль следующих видов:

серных — 222, $2/m$
железо-марганцевых (Зас) — $\bar{3}m, \bar{1}$
барит-полиметаллических (Зас) — $43m, 6mm, 3m, mm2$
полиметаллических (Так) — $432, 23, mm2, 222, m$
медных (Так) — $m\bar{3}, 42m$

кварц-вольфрамовых — $4/mmm, 1$
 W—Bi—Mo — $6/mmm, 4/mmm, 4/m$
 золото-мышьяковых — $6, 3m$
 железорудных — $6/mmm, 3m$
 ванадиевых черносланцевой формации — $\bar{3}m, mm2, 2/m, m, \bar{1}$.

Интересно отметить, что сравнение рудных жил в околорудных измененных породах, например околорудных грейзенов, раскрывает их совершенно одинаковую симметричную структуру, но проводили мы сравнения пока на ограниченном числе объектов.

Таким образом, симметричный конституционный анализ, т. е. анализ типоморфизма КСС оказывается эффективным и при сравнительном изучении таких маломинеральных комп-

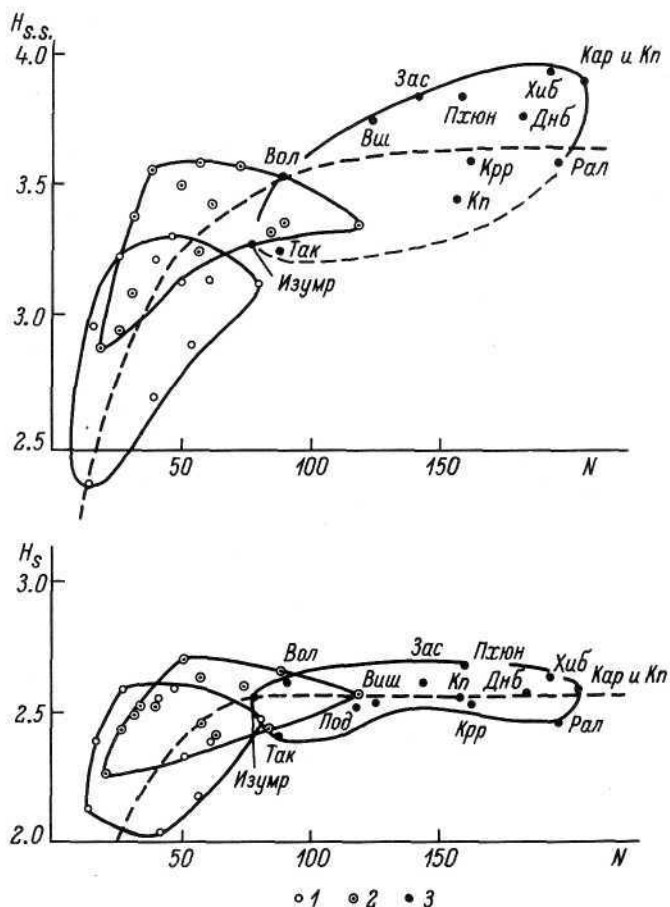


Рис. 70. Зависимость информационной энтропии N_s и $N_{s.s}$ от числа минеральных видов (N), образующих минеральные системы.

1 — парагенезисы; 2 — месторождения; 3 — минералогические провинции (названия провинций см. на рис. 68).

лексов, как комплексы месторождений полезных ископаемых. При таком анализе не только выявляется сходство однотипных и различие разнотипных месторождений, но и устанавливаются общие симметричные черты различных комплексов, резко отличающихся друг от друга в вещественном аспекте, но близких в структурном, что может служить свидетельством их близкой генетической природы. По особенностям симметричной структуры могут быть сделаны некоторые предположения об условиях формирования месторождений. Анализ КСС минеральных месторождений целесообразнее проводить на уровне сингоний, чем на уровне видов симметрии: первый дает более определенные результаты.

Эффективность применения симметричного анализа в исследовании минеральных систем различного масштаба иллюстрирует рис. 70, на котором показаны зависимости информационных энтропий H_s и $H_{s.c}$ от числа минеральных видов и образующих систем. Поля разброса фигуративных точек по энтропии симметричных характеристик достаточно широки как для минеральных комплексов и месторождений, так и для минералогических провинций, и для них можно ожидать значимых различий типоморфных параметров КСС. Однако на сингонийном уровне отмечается заметное «сужение» размаха вариаций H_s с ростом числа минеральных видов. Это напоминает об осторожности при пользовании сингонийными характеристиками для анализа больших систем.

ИЗМЕНЕНИЕ КРИСТАЛЛОСИММЕТРИЧНОЙ СТРУКТУРЫ МИНЕРАЛЬНЫХ КОМПЛЕКСОВ ПРИ ГИПЕРГЕНЕЗЕ

Для выявления общих тенденций изменения кристаллосимметричной структуры минеральных систем в процессе их гипергенеза мы провели сравнительный симметричный анализ первичных минеральных комплексов и образующихся в результате окисления месторождений вторичных гипергенных комплексов на примере семи объектов различных вещественных и генетических типов (полиметаллические, медные, ванадиевые, редкометальные, золото-мышьяковые, серные месторождения), находящихся в различных климатических условиях.

В соответствии с эволюционным законом понижения симметрии развивающихся минеральных систем (Смирнов, Колобзаров, 1971; Юшкин, 1982а, 1983) следовало бы ожидать безусловного увеличения в гипергенных комплексах роли минералов низкой категории симметрии. Так и происходит на самом деле (табл. 45): гипергенные комплексы во всех случаях имеют существенно более низкий индекс симметричности по сравнению с первичными минеральными комплексами, по которым они развиваются.

В соответствии с вышесказанным в гипергенных комплексах по сравнению с первичными закономерно уменьшается число минералов кубической сингоний. Уменьшается также число минералов гексагональной сингоний, преимущественную тенденцию к умень-

Изменение числа минералов различных сингоний и категорий в процессе гипергенеза ряда месторождений

Сингония, категория	Месторождения							Общая тенден- ция изме- нения
	Такелийская зона			черно- сланце- вая фор- мация Каратау	Торгов- ское W-Мо- Sp-Bi	Дара- сунское Au	Шорсу- серное	
	Все типы	Pb-Zn	Cu					
Кубическая	—	+	—	—	—	—	—	—
Гексагональная	—	—	—	—	—	+	—	—
Тригональная	+	+	+	—	—	—	—	—
Тетрагональная	+	+	+	—	++	+	+	+
Ромбическая	+	+	—	++	+	+	—	±
Моноклинная	—	—	++	=	++	—	++	±
Триклинная	+	—	—	+	+	+	+	±
В	—	+	—	—	—	—	—	—
С	+	+	+	—	+	+	—	±
Н	+	—	+	+	+	±	+	+

Примечание. Число минералов в процессе гипергенеза: «+» — увеличивается; «—» — уменьшается; «=» — остается постоянным.

шению имеют тригональные минералы. Тетрагональная, ромбическая, моноклинная и триклинная сингонии в гипергенных комплексах чаще всего усиливают свое значение, число их минералов увеличивается. Отклонения от этого правила, однако, возможны, но общая тенденция вполне отчетливая.

Что касается групп видов симметрии, то здесь мы встречаемся с полной неопределенностью. Роль планаксиальных, планальных, аксиальных, центральных видов симметрии при гипергенезе в одних случаях уменьшается, в других увеличивается, разве только что инверсионно-планальные виды симметрии имеют более или менее устойчивую тенденцию к увеличению, а примитивные — к уменьшению в гипергенных комплексах.

Очень любопытные симметричные следствия гипергенеза выявляются кристаллосимметричным анализом на уровне отдельных видов симметрии. Мы попытались отразить эти особенности на общеизвестной схеме соподчинения 32 кристаллографических видов симметрии, выделив в ней те виды, которые обогащаются или, наоборот, обедняются минералами в гипергенных комплексах по сравнению с первичными (рис. 71). По характеру конституционной динамики КСС на диаграмме обособляются три семейства видов симметрии, совпадающие с кристаллографическими семействами.

Семейство высокосимметричных, кубических видов симметрии неуклонно и закономерно вырождается в гипергенных условиях. Здесь есть только одно исключение — аксиальный вид 432, но тенденция его к увеличению числа минералов подмечена всего в двух случаях (в других случаях минералы этого вида не были известны ни в первичных, ни во вторичных комплексах).

Семейство гексагонально-тригональных видов в процессе гипергенеза ведет себя не согласованно: одни виды (их больше) устойчиво или неустойчиво вырождаются, другие ($6/m$, $6mm$, $3m$), наоборот, укрепляют свою роль.

Семейство видов с четверными и двойными осями и низкосимметричных видов в отличие от предыдущих явно господствует в гипергенных комплексах: число минералов всех видов симметрии, за незначительными исключениями, увеличивается. Именно минералы этого семейства создают симметричный облик зоны гипергенеза.

Похоже, что первым семейством управляют в основном эндогенные факторы, третьим — экзогенные, а второе семейство, тригонально-гексагональное, взаимодействует с теми и другими.

Общая закономерность:

В процессе преобразования минеральных комплексов под дей-

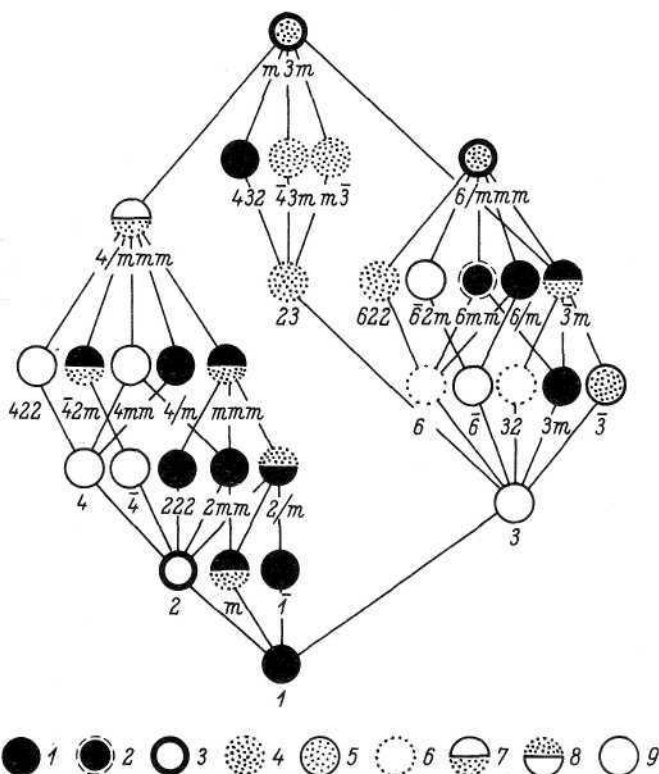


Рис. 71. Динамика видов симметрии в процессе гипергенеза.

1 — число минералов данного вида симметрии в процессе гипергенеза увеличивается; 2 — увеличивается, но есть единичные исключения; 3 — увеличивается, но данные ограничены; 4 — число минералов данного вида уменьшается; 5 — уменьшается, но есть единичные исключения; 6 — уменьшается, но данные ограничены; 7, 8 — чаще увеличивается, но нередко и уменьшается; 9 — данные отсутствуют.

стечем экзогенных факторов (при гипергенном изменении, окислении и т. п.) происходит закономерное вырождение высокосимметричных минералов кубических видов симметрии, вытесняющихся семействами видов с четверными и двойными осями и низкосимметричных видов, которые становятся господствующими.

В эволюционном плане нужно обратить особое внимание на третье («экзогенное») семейство как на среду обитания и, возможно, среду возникновения жизни, как на область взаимодействия живого и кристаллического мира. Особый интерес в связи с этим представляют виды симметрии с двойными осями 2 и плоскостями m симметрии.

КРИСТАЛЛОСИММЕТРИЙНАЯ СТРУКТУРА БИОМИНЕРАЛОВ

Трудами многих выдающихся естествоиспытателей неоднократно доказывалась принципиальная разница геометрических свойств пространства, занятого живым веществом биосферы, и пространства, представленного минералами. Особенно много внимания анализу особенностей симметрии живого и неживого уделял В. И. Вернадский (1978). Представление о специфическом характере симметрии биологических объектов является одним из важнейших и в современном учении о симметрии (Шубников, Копчик, 1972; Урманцев, 1974). В то же время геолого-генетические следствия этой специфики пока не ясны.

С помощью КСА мы попытались выяснить, какую роль в формировании кристаллосимметричной структуры литосферы в эволюции ее минерального мира могли играть биогенные факторы, несомненно, вносящие огромный вклад в явление литосферного минералогенезиса. С этой целью был проведен симметричный анализ биоминералов, т. е. минералов, сформированных организмами или при участии организмов. К ним в первую очередь относятся кальцит, апатит, самородная сера и многие другие (Кораго, 1980). Список биоминералов в настоящее время включает около 120 видов.² Данные о распределении биоминералов по сингониям таковы:

Сингонии	Биоминералы, %
Кубическая	15.38
Гексагональная	7.70
Тригональная	8.97 21.80
Тетрагональная	5.13
Ромбическая	26.92
Моноклинная	24.36 62.82
Триклинная	11.54

² В процентах: фосфаты — 66.37, окислы — 7.96, сульфиды и селениды — 7.08, карбонаты — 5.31, простые вещества — 3.54, сульфаты — 3.54, гидроокислы и оксигидраты — 1.77, фториды — 1.77, силикаты — 0.88, бораты — 0.88, хлориды, бромиды, йодиды — 0.88.

Если сравнивать эти данные с земной корой и метеоритным веществом (Юшкин, 1984а), то бросается в глаза резкое различие кристаллосимметричной структуры биоминералов и метеоритного вещества и в то же время близость ее к структуре минерального мира литосферы, хотя и здесь намечаются определенные отличия. В мире биоминералов по сравнению с земной корой заметно уменьшается доля минералов средних сингоний, но несколько увеличивается доля низких; по сравнению же с метеоритами и другими космическими объектами роль низших сингоний повышается весьма существенно (рис. 66).

Интересные результаты дает КСА биоминералов на уровне видов симметрии. Мы построили для каждого вида симметрии частотные гистограммы распределения минеральных видов земной литосферы, Луны, метеоритов, искусственных органических и неорганических соединений, биоминералов, расположив их в соответствии со схемой геометрического соподчинения 32 видов симметрии (рис. 66). И для земного, и для космического вещества характерно преимущественное «заселение» правых позиций видовой схемы. Органические соединения избирательно концентрируются в тетра-ромбо-моно-триклинном семействе.

Распределение биоминералов по видам симметрии довольно неравномерное (рис. 66), хотя в общем те виды, которые более «насыщены» земными минералами, включают и большее число биоминералов. Здесь наблюдается отчетливый параллелизм поведения. Наибольшее число биоминералов (83.34 %) приходится на виды mmm , $2/m$, $\bar{1}$, $m\bar{3}m$, $3m$, $6/m$ (перечислены в порядке убывания роли), которые, впрочем, являются ведущими и среди минералов земной коры. Однако среди них виды mmm и $\bar{1}$ типоморфно биологичны — выделяются существенно большим значением среди биоминералов, чем среди минералов других систем.

Ранее (Юшкин, 1984а) нами были установлены два статистических ряда ведущих видов симметрии. Типоморфно биогенные виды симметрии входят в общую (связующую) ветвь этих рядов: $mmm \rightarrow 2/m \rightarrow \bar{1}$.

Информационная энтропия распределения минералов по сингониям $H_s = 2.60$ бит, по видам симметрии $H_{s,s} = 3.07$ бит. Следовательно, сложность кристаллосимметричной структуры мира биоминералов не очень высока и сопоставима со структурой крупных минеральных комплексов ($H_s = 2.12 - 2.71$ бит; $H_{s,s} = 2.60 - 3.64$ бит) и протее структуры минеральных провинций ($H_{s,s} = 3.2 - 3.9$ бит), а тем более литосферы в целом. В этом отражается все же имеющая место определенная кристаллохимическая и кристаллосимметричная избирательность биоминералогенеза. Энтропия распределения по сингониям близка к таковой для земной коры, т. е. на уровне сингонийного анализа биогенная специфика не проявляется.

Таким образом, от космического (метеоритного и лунного) вещества к биоминералам наблюдаются те же тенденции изменения кристаллосимметричной структуры, что и от метеоритного веще-

ства к минеральному веществу земной коры. По кристаллосимметричным особенностям биоминералы находятся в одном эволюционном ряду и занимают место среди его наиболее поздних членов:



Симметричный анализ биоминералов привел к несколько неожиданному для нас выводу о том, что общий кристаллосимметричный облик минералов литосферы и биоминералов довольно сходен. Приведенные факты позволяют сделать заключение, что по крайней мере верхняя часть литосферы, если не вся земная кора, является результатом многократной биогенной переработки изначально высокосимметричного, близкого к метеоритному или лунному, земного вещества, и одним из главных факторов создания современной кристаллосимметричной структуры земной коры были биохимические процессы и биоминералогенез. Именно благодаря действию биогенного фактора симметрия минерального мира земной коры так существенно отличается от симметрии минерального мира земной мантии и лунной коры. Очевидно, жизнь на Земле стала геологически активным фактором на очень ранних этапах геологической истории.

Закономерное увеличение роли бинарной симметрии от космических объектов к земной коре, биоминералам и органическим соединениям является одним из свидетельств космоэволюционной природы органического вещества.

В. И. Вернадский в одной из своих работ писал: «Между симметрией косных естественных тел и явлений, т. е. косного вещества нашей биосферы, и симметрией живого вещества, т. е. живых организмов, существует разное различие без всяких переходов и исключений» (1978, с. 124). Подтверждая факт существенного различия симметрии живого и неживого вещества, мы не можем согласиться с мнением об отсутствии переходов между ними. Связи как структурные, так и эволюционные, несомненно, существуют. Они многообразны и выражаются, например, в существовании живых форм с кристаллографической симметрией (вирусы, простейшие) и в существовании биоминералов, несущих отпечаток симметричной структуры живого, который проявляется в кристаллосимметричном облике литосферы.

МИНЕРАЛОГЕНЕТИЧЕСКИЕ (ГЕОСТАТИСТИЧЕСКИЕ) СВЯЗИ В СИСТЕМЕ КРИСТАЛЛОГРАФИЧЕСКОЙ СИММЕТРИИ

Исследование и вывод взаимосвязей между различными сингониями и различными видами симметрии — одна из излюбленных операций классической кристаллографии. Эта проблема остается

актуальной и в настоящее время, особенно в связи с расширением полей охвата современной кристаллографии и углублением исследований на тонкие структурные уровни. Однако все эти исследования имеют главным образом геометрический смысл независимо от того, ведутся ли они графическими или аналитическими методами, и конечной целью их является создание на основе учения о симметрии строгих и по возможности всеобъемлющих геометрических систем и классификаций. Кристаллографов-минералов и минералогов эти исследования мало волнуют, они пользуются уже готовыми системами, безусловно, доверяя математическому авторитету создавших их кристаллографов-геометров. И сейчас мы имеем удивительно строгие и красивые схемы мира кристаллов, все разнообразие форм и структур которых легко упорядочивается системой относительно простых связей (Шубников, 1940; Шафрановский, 1968; Шубников, Копчик, 1972). Но связи эти только геометрические.

В связи с анализом структуры минерального мира с позиций учения о симметрии (Шафрановский, 1968б, 1980, 1983а; Юшкин, 1983, 1984а, и др.) интересно было бы исследовать другую, более близкую для минералогии и геолога сторону проблемы взаимосвязей в системе кристаллографической симметрии — проследить природные, генетические связи, создаваемые минералообразующими процессами и существующие в природных минеральных объектах. Таких попыток, насколько нам известно, ранее не предпринималось.

Опираясь на собранный нами массив данных о кристаллосимметричной структуре (распределении минеральных видов по сингониям и видам симметрии) различных геологических объектов (провинции, месторождения, минеральные комплексы и т. п.), мы исследовали общие тенденции параллелизма и антагонизма минералов разной симметрии в земной коре. Использовались различные виды корреляционного анализа, кластерный анализ, факторный анализ и др. Общий массив составлял 66 объектов, но в большинстве расчетов исключалось по нескольку объектов, представлявшихся аномальными. Анализируемый материал характерен той особенностью, что в таблицах много незаполненных клеток (отсутствие в объекте минералов того или иного вида симметрии). Поэтому расчеты приходилось повторять разными методами.

Рассмотрим выявленные взаимосвязи на уровне сингоний и на уровне видов симметрии.

Связи на уровне сингоний. Корреляционные связи между сингониями выявлялись рядом методов. Расчеты по всему массиву данных (статистические параметры см. в табл. 46 по программе «Группкор») позволили получить корреляционную матрицу, приведенную в табл. 47.

Графически характер связи показан на рис. 72. Как видно из приведенных данных, существует только одна значимая положительная связь: между кубической и гексагональной сингониями (К—Г). Все прочие связи отрицательны; причем наиболее сильные

Статистические параметры суммарной выборки кристаллосимметричных характеристик минералогических объектов

Сингонии	Средняя насыщенность минеральными видами, %	Стандарт	Максимум	Минимум	Доверительный интервал	
					среднее + / -	стандарт
К	17.57	6.28	38.89	5.71	-1.26	36.40
Г	9.09	3.13	20.00	1.00	-0.30	18.48
ТРИГ	13.35	4.92	26.00	1.00	-1.22	28.38
ТЕТР	9.47	5.95	30.00	1.00	-8.38	27.32
Р	17.34	6.67	30.00	1.00	-2.67	37.35
М	27.63	8.93	54.05	8.33	0.84	54.41
ТРИК	5.82	4.78	21.43	1.00	-8.52	20.16

Таблица 47

Матрица корреляционных связей между минералами разных сингоний в земной коре

Сингонии	К	Г	ТРИГ	ТЕТР	Р	М	ТРИК
К	1.000	0.264	-0.058	-0.013	-0.094	-0.419	-0.408
Г		1.000	-0.161	0.155	0.043	-0.331	-0.368
ТРИГ			1.000	-0.007	-0.432	-0.222	0.128
ТЕТР				1.000	-0.245	-0.621	0.152
Р					1.000	-0.001	-0.468
М						1.000	-0.056
ТРИК							1.000

Примечание. Здесь и далее полужирным даны значимые связи.

Таблица 48

Обобщенная корреляционная матрица

Сингонии	К	Г	ТРИГ	ТЕТР	Р	М	ТРИК
К	1.000	0.169	-0.004	-0.082	-0.220	-0.390	-0.264
Г		1.000	-0.119	0.112	-0.065	-0.288	-0.189
ТРИГ			1.000	0.030	-0.405	-0.260	0.046
ТЕТР				1.000	-0.310	-0.614	0.365
Р					1.000	0.042	-0.370
М						1.000	-0.230
ТРИК							1.000

отрицательные связи М—ТЕТР, М—К, М—Г, а также ТРИК—Г, ТРИК—Р, Р—ТРИГ. Моноклинная, ромбическая, триклинная, тригональная сингонии «завоевывают» себе место в земной коре, вытесняя друг друга и жестко конкурируя между собой, в то время как кубическая и гексагональная выступают в этой борьбе как партнеры, сосредоточивая силы на сопротивлении экспансии моноклинной и триклинной сингонии.

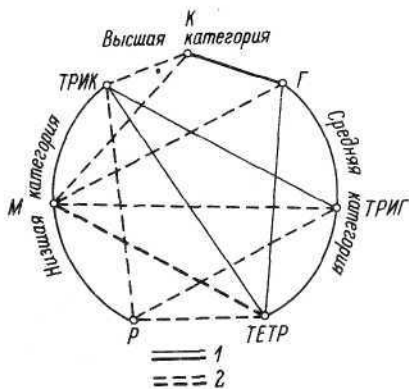


Рис. 72. Графы корреляционных связей между минералами различных сингоний в земной коре.

1 — положительные связи; 2 — отрицательные связи (толщина линий примерно соответствует силе связей).

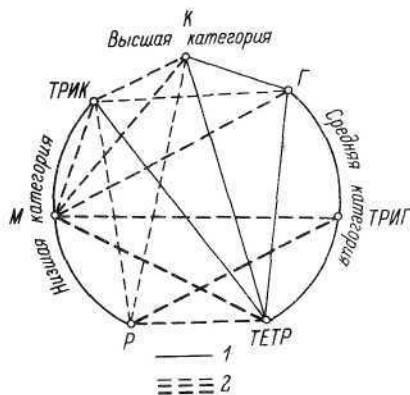


Рис. 73. Графы корреляционной связи между минералами различных сингоний (по наиболее крупным системам планетарного масштаба).

1 — положительные связи; 2 — отрицательные связи.

Близкую картину положительных и отрицательных связей дает и корреляционная матрица по несколько «подправленному», путем исключения аномальных проб, массиву (табл. 48, рис. 73), лишь коэффициенты корреляции несколько меняются по величине. Более отчетливо проявляется положительная связь ТРИК—ТЕТР, не замеченная ранее (вернее, проявлявшаяся как незначимая).

Групповым методом кластерного анализа по аггрос коэффициентов парной корреляции просчитана дендрограмма (рис. 74), классифицирующая сингонии по их минералогенетическому родству. Она дает по сути дела ту же информацию, что и коэффициенты корреляции, но представленную более наглядно.

Взаимосвязь между сингониями в различных объектах вскрывалась также с помощью факторного анализа методом главных компонент по корреляционной матрице.³ Результаты даны в табл. 49 и на рис. 75. Основной вклад в вариации симметричной структуры вносят три фактора:

$$\begin{aligned}
 F_1 (30.54 \%) &= +0.77 \text{ ТЕТР} (+0.53 \text{ ТРИК} + 0.42 \text{ ТРИГ} + 0.24 \text{ К} + 0.21 \text{ Г}) - \\
 &\quad - 0.78 \text{ М} - 0.62 \text{ П}, \\
 F_2 (22.04 \%) &= +0.71 \text{ К} + 0.64 \text{ Г} - 0.63 \text{ ТРИК} (-0.39 \text{ М} - 0.21 \text{ П}), \\
 F_3 (14.43 \%) &= 0.50 \text{ П} + (0.45 \text{ ТЕТР}) - 0.8 \text{ ТРИГ} (-0.38 \text{ К}).
 \end{aligned}$$

³ Еще раз подчеркнем, что и здесь, и в других местах под сингонией понимается не геометрический образ, а совокупность минеральных видов с одинаковым сочетанием элементов симметрии, т. е. «минеральное наполнение» сингонии.

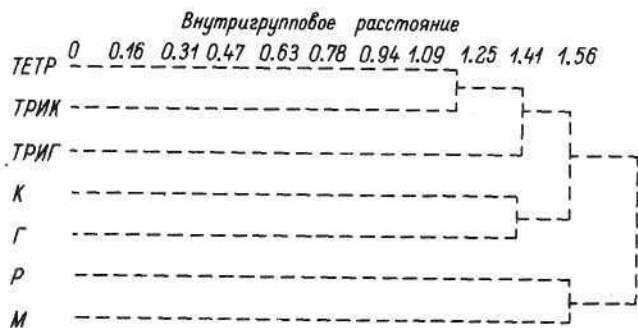


Рис. 74. Дендрограмма связей между сингониями.

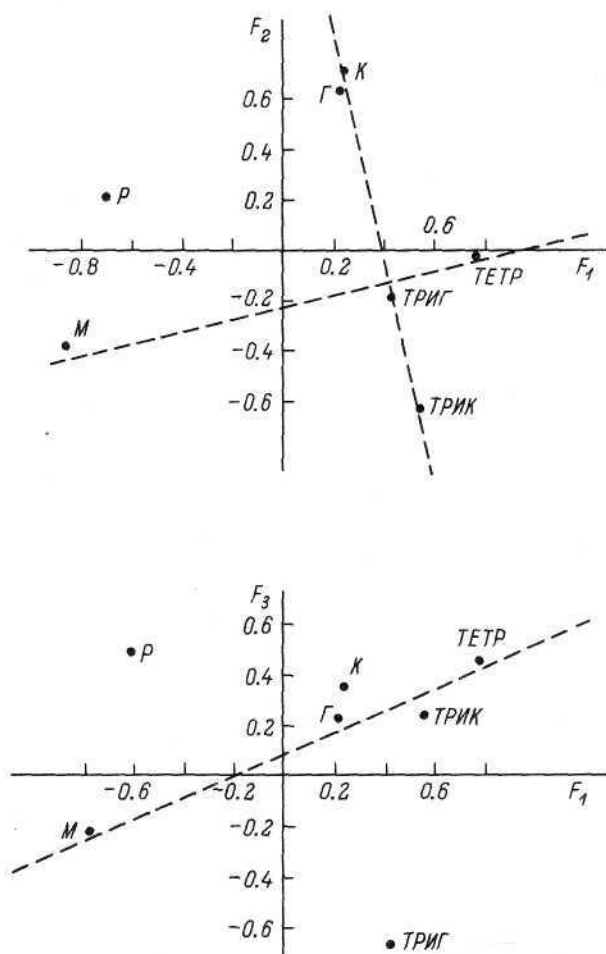


Рис. 75. Диаграммы факторного анализа минерального мира земной коры, распределенного по разным сингониям.

Матрица значения факторных нагрузок (*R*-модель факторного анализа, метод главных компонент)

Переменные (сингонии)	Главные факторы				
	фактор 1	фактор 2	фактор 3	фактор 4	общность
К	0.24	0.71	-0.38	-0.02	0.71
Г	0.21	0.64	0.23	-0.46	0.72
ТРИГ	0.42	-0.18	-0.68	0.36	0.80
ТЕТР	0.77	-0.09	0.45	0.06	0.81
Р	-0.62	0.21	0.50	0.54	0.97
М	-0.78	-0.39	-0.21	-0.42	0.97
ТРИК	0.53	-0.63	0.24	-0.16	0.76
Вклад, %	30.54	22.04	17.43	11.91	81.92

По направленности изменения кристаллосимметричной структуры в минералообразующих процессах можно предполагать, что F_1 — это суммарное действие экзогенных сил; F_2 — эндогенных сил; F_3 — фактор, оказывающий слабое влияние на формирование кристаллосимметричной структуры минералогических объектов, генетически не интерпретируется. Не исключено, что это биогенный фактор, заметно повышающий, как было установлено нами, роль минеральных видов ромбической сингонии.

Как показывают приведенные выше данные, минералогенетические связи между различными сингониями не отражают в общем связей геометрических, хотя в приведенных данных можно найти факты, свидетельствующие о возможности геологического проявления закона пределов Е. С. Федорова и заставляющие отнестись к этому закону более внимательно.

Связи на уровне видов симметрии. Статистический анализ связей между видами симметрии затруднен, во-первых, вследствие генетической неоднородности самого массива, во-вторых, из-за очень неравномерного распределения минералов по видам симметрии и наличия в массиве большого количества «окон», т. е. нулевых значений, в-третьих, в связи с большим числом рассматриваемых переменных (32) и громоздкостью корреляционной матрицы.

Мы предприняли много различных попыток корреляционного анализа: использовали разные программы, анализировали массив и в целом, и по отдельным геологически более или менее однородным его частям, пытались исключить те виды симметрии, которые в земной коре играют эпизодическую роль и т. п.

Здесь мы покажем результаты анализа двух совокупностей данных: а) всего массива, характеризующего 66 минералогических объектов различной природы, масштаба, сложности; б) выборки из 20 примерно одноранговых объектов (минералогические провинции и крупные регионы, в которых распределение минеральных видов по видам симметрии более однородно).

Обобщенные статистические параметры по этим выборкам даны в табл. 50. Они довольно близки к средним значениям для земной коры, которые приводились выше.

На рис. 76, 77 показаны дендрограммы рассмотренных массивов, полученные на основе парагруппового метода кластерного анализа. Несмотря на то что дендрограммы эти отличаются друг от друга, главные группы взаимосвязанных видов симметрии в них близки по содержанию. Особенно это относится к первой группе, включающей в обоих выборках виды 4, 222, 6, 3, 422, 6.

Причины группировки видов симметрии в ассоциации, выявляемые кластерным анализом, не ясны. Можно заметить, особенно

Таблица 50

Статистические параметры распределения минеральных видов по видам симметрии

Виды симметрии	Весь массив (66 проб)		Провинции (20 проб)	
	средние	стандарт	средние	стандарт
$m3m$	12.15	4.71	11.15	2.46
$43m$	3.43	2.18	2.08	0.86
432	0.79	0.44	0.70	0.43
$m\bar{3}$	3.09	2.31	1.64	0.79
23	1.00	0.58	0.69	0.49
$6/mmm$	4.63	2.17	3.51	1.49
$62m$	1.12	1.28	0.53	0.32
$6mm$	1.16	0.51	0.93	0.34
622	2.29	2.01	1.00	0.66
$6/m$	3.34	2.54	1.88	1.07
6	1.97	1.79	1.18	1.03
6	1.75	1.73	1.59	1.99
$\bar{3}m$	7.16	3.26	6.10	2.63
$3m$	3.57	3.06	2.24	1.35
32	3.05	4.33	0.88	0.64
$\bar{3}$	3.75	2.28	2.10	1.12
3	1.57	2.10	1.21	2.07
$4/mmm$	6.08	3.96	5.06	1.79
$42m$	2.99	1.96	1.80	0.83
$4mm$	0.57	0.0	0.57	0.0
422	0.78	0.65	0.62	0.49
$4/m$	3.06	2.90	1.55	0.62
4	0.35	0.16	0.35	0.16
4	5.53	6.16	5.53	6.16
mmm	15.62	5.95	15.86	5.24
$mm2$	2.36	1.26	2.01	1.01
222	3.76	6.48	4.85	8.84
$2/m$	25.14	8.64	23.89	7.83
m	4.22	7.26	5.16	8.70
2	3.45	3.25	2.36	2.19
$\bar{1}$	5.58	3.95	4.68	1.83
1	4.27	5.36	1.24	1.20

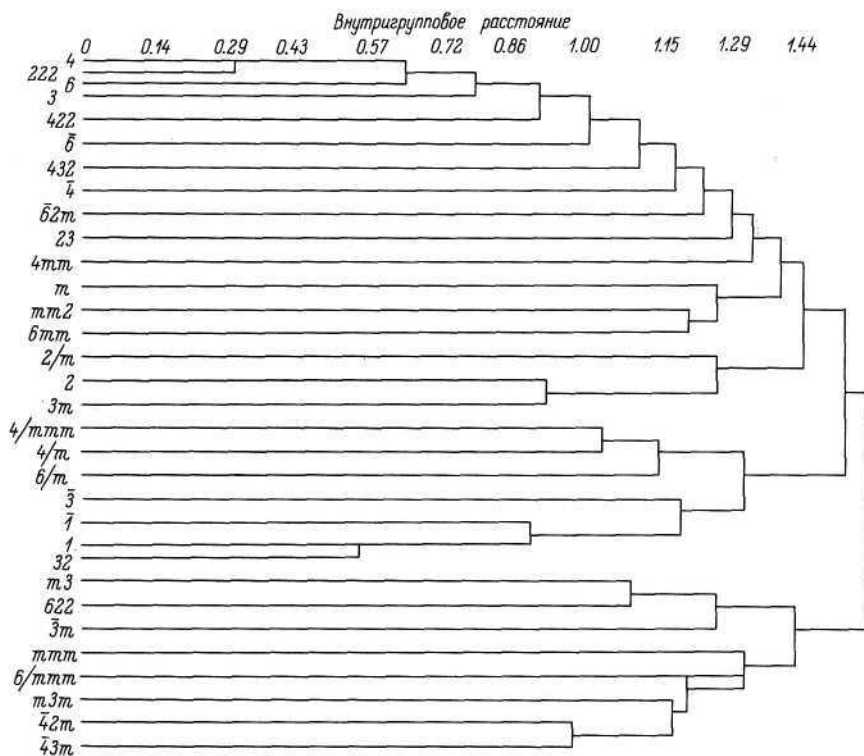


Рис. 76. Дендрограмма минералогических связей между видами симметрии (для всей совокупности исследования объектов земной коры).

по дендрограмме минералогических провинций, что некоторые ассоциативные группы образуются по принципу кристаллографического подобия. Так, названная выше группа объединяет в основном примитивные и аксиальные виды, группа m , $mm2$ — планальные, группа $4/m$, $\bar{3}m$, $\bar{1}$, 4 — преимущественно центральные. Однако такое подобие скорее тенденция, чем закономерность; довольно много существует исключений.

Парные корреляционные связи между видами симметрии показаны на графах (рис. 78—80), на которые вынесены из корреляционной матрицы только значимые коэффициенты, превышающие 5 %-ный уровень (тонкие линии) и сильные связи (толстые линии).

Графы на рис. 78 и 79 характеризуют весь массив данных, но если первый выполнен на основе полного обсчета, то второй — с исключением видов симметрии 432, 23, $\bar{6}2m$, $6mm$, $\bar{6}$, 6 , 32, 3, $4mm$, 422, $\bar{4}$, 4, m , 2, $\bar{1}$ как слабо реализующихся или почти не реализующихся в условиях земной коры (как, впрочем, и в космических условиях; Юшкин, 1983). «Полный» и «сокращенный» обсчеты раскрывают одни и те же связи, и второй граф представляет

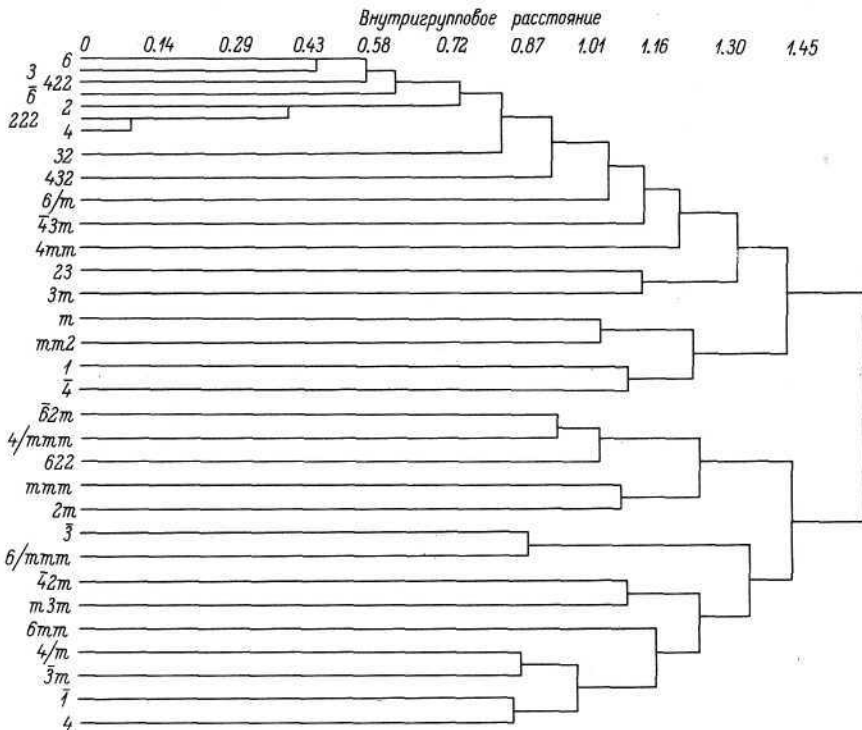


Рис. 77. Дендрограмма минералогических связей между видами симметрии (для минералогических провинций и крупных регионов).

собой по сути дела разреженный за счет исключения пятнадцати узлов аналог первого графа. Третий граф (рис. 80), характеризующий не весь минеральный мир, а минералогические провинции, несколько отличается от первых двух, хотя общая топологическая структура и здесь остается сходной. Несколько уменьшается число положительных связей, но повышается роль отрицательных.

Так же как и при анализе сингоний, был проведен факторный анализ методом главных компонент по корреляционной матрице. Графические результаты анализа показаны на рис. 81, 82.

Для всей совокупности имевшихся в нашем распоряжении данных получены следующие уравнения для трех ведущих факторов:⁴

$$F_1 (15.72 \%) = +0.656 + 0.633^* + 0.604^* + 0.552 + 0.54422^* + 0.52222 + (0.4942m + 0.483 + 0.48432^* + 0.484/m + 0.4632),$$

⁴ В уравнениях здесь и далее звездочкой (*) помечены виды с малым минеральным наполнением.

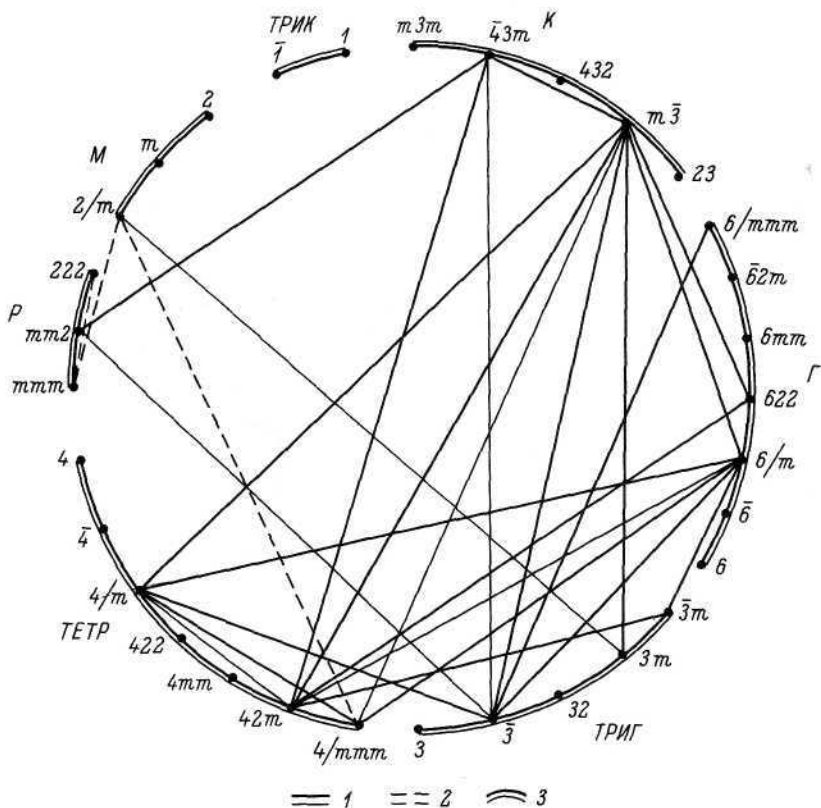


Рис. 79. Граф связей того же массива, что и на рис. 78, но с исключением редко реализующихся в условиях земной коры видов симметрии.

1 — положительные связи; 2 — отрицательные; 3 — виды симметрии одной сингонии.

$$F_3 (10\%) = -0.81622 - 0.666/m - (0.493 - 0.484/mmm - 0.4762m^* - 0.434^*)$$

Вес первого фактора очень большой; F_1 определяет поведение группы видов симметрии с сильной положительной корреляцией и связанных с ними отрицательной связью видов симметрии. Эти закономерности можно заметить и на соответствующих графах (рис. 78—80).

Как видно из этих и других не представленных здесь корреляционных данных, в процессе изменения структуры минерального мира земной коры виды симметрии ведут себя в общем зависимо друг от друга: они взаимосвязаны многими корреляционными связями, которые можно трактовать как связи генетические. Характер этих связей может меняться в различных условиях, но выявляется ряд общих закономерностей.

1. В общей системе видов симметрии минерального мира преобладают положительные корреляционные связи.

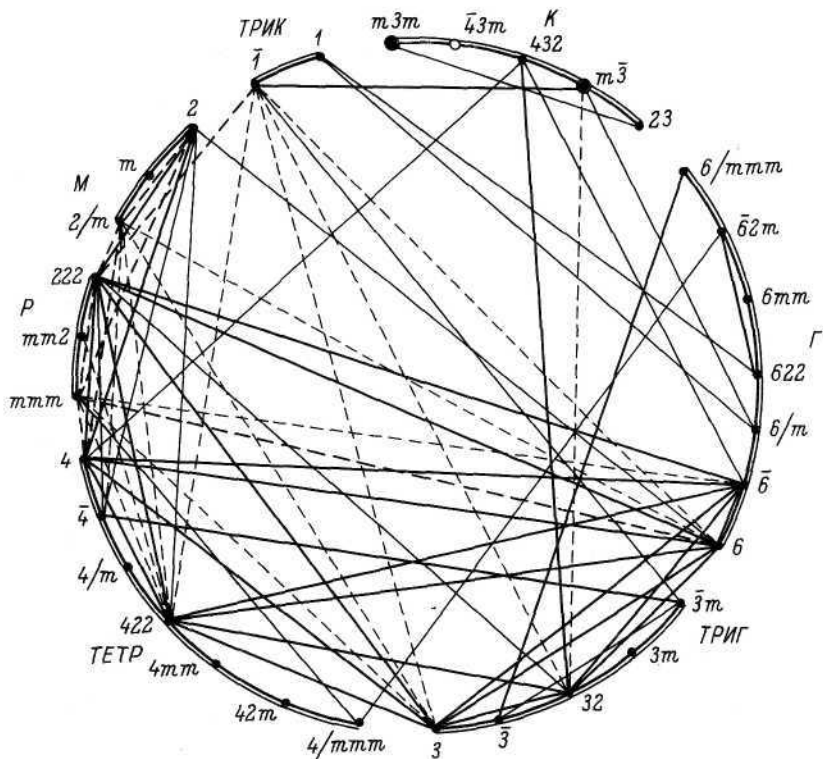


Рис. 80. Граф парных корреляционных связей между минералами разных видов симметрии в минералогических провинциях и крупных регионах.

Условные знаки те же, что и на рис. 78.

2. Внутрисингонийные связи между видами симметрии в кубической, гексагональной, тригональной, тетрагональной и триклиной сингониях только положительные; в ромбической и моноклинной — отрицательные.

3. Кубическая, гексагональная, тригональная и триклиная сингонии связаны между собой и с другими сингониями преимущественно положительными связями, причем между кубической и гексагональной сингониями отрицательные связи нами никогда не фиксировались даже в порядке исключения.⁵ Между видами тетрагональной, ромбической и моноклинной сингонии наряду с положительными функционируют и сильные отрицательные связи. В целом отрицательные связи наиболее типоморфны для семейства

⁵ Иногда проявляются слабые отрицательные связи в К—ТРИГ (432—32), Г—ТРИК (6—1), ТРИГ—ТРИК (32—1; 3—1), которые нужно рассматривать как исключения, а также слабые отрицательные связи между отдельными видами Г—Р, Г—М, ТРИГ—Р, ТРИГ—М.

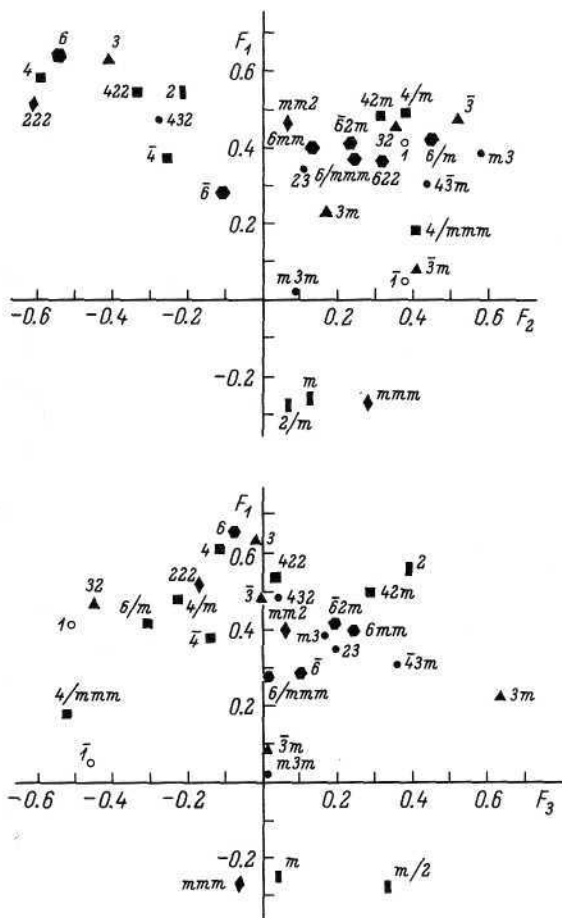


Рис. 81. Диаграмма факторного анализа массива данных, описанного графом на рис. 73.

видов с L_4-L_2 : ТЕТР + Р + М (левая сторона графа). Члены правой стороны графа как бы стягиваются положительными связями, члены левой — разрываются отрицательными.

4. По характеру (знаку) и числу корреляционных связей, которыми данный вид симметрии статистически связан с другими, можно классифицировать виды симметрии следующим образом: — коллективные, характеризуемые большим числом (5 и более, число указано в скобках) ⁶ сильных положительных связей:

$\bar{4}3m$ (5)	$6/m$ (9)	$4/mmm$ (6)	$2(8)$
432 (6)	32 (8)	$\bar{4}2m$	$1(6)$
$m\bar{3}$ (11)	$\bar{3}$ (9)	$4/m$	

⁶ Здесь не указаны виды симметрии с малым минеральным наполнением.

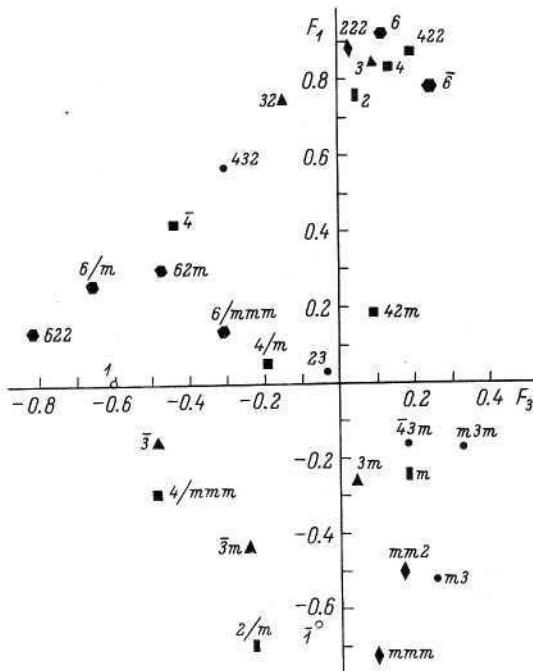
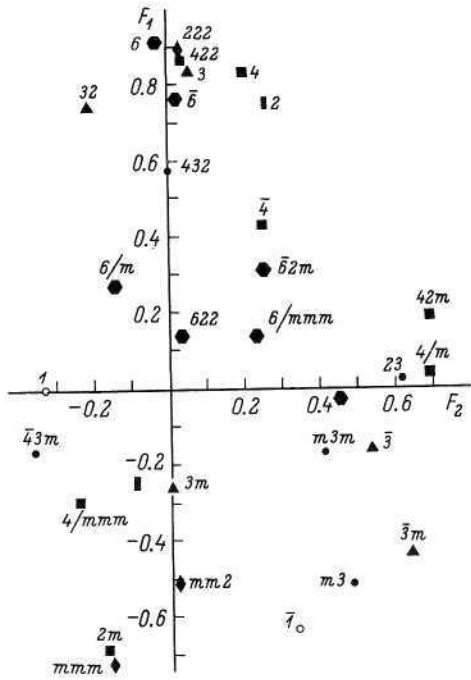
(наиболее обычными коллективными видами являются центральные, а также аксиальные и примитивные виды симметрии);
 — антагонистические, характеризуемые сильными отрицательными связями: mmm , $2/m$, m ;
 — противоречивые, характеризуемые существованием положительных и отрицательных связей: $mm2$, 222 , возможно, $4/mmm$, $4/m$;
 — независимые, не связанные с другими видами или связанные небольшим числом связей:

$m3m$	$6/mmm$	622	$3m$
23	$6mm$	$3m$	$\bar{1}$

Существует ли корреляция между статистически выделяемыми минералогенетическими связями в системе видов симметрии и связями геометрическими? Как было показано на графах, генетические связи более разнообразны, чем геометрические, они могут связывать геометрически совершенно различные виды симметрии. На известной схеме соподчинения 32 кристаллографических видов симметрии мы выделили совпадающие и геометрические, и генетические связи между видами (рис. 83). Большое число подобных связей и тот факт, что они связывают виды симметрии с наибольшей частотой встречаемости в минеральном мире, позволяют предполагать неслучайность таких совпадений. Можно думать, что по крайней мере некоторые чисто кристаллографические (геометрические) закономерности проявляются и как закономерности природных процессов кристаллообразования.

Таким образом, действие природных симметрирующих факторов имеет двойственный характер: избирательный для одних симметричных типов минералов и конвергентный — для других. Например, можно предполагать очень близкие условия формирования гексагональной и кубической структур минералов, о чем свидетельствуют устойчивые положительные корреляционные связи между этими сингониями. Если, действительно, как утверждал Е. С. Федоров (1903) в выведенном им законе пределов, мир кристаллов представлен двумя царствами, кубическим и гексагональным, то в условиях литосферы родоначальники этих царств, собственно кубическая и гексагональная сингонии, оказываются тесно взаимосвязанными как единое целое, а члены их семейств проявляют полную независимость и самостоятельность. Причины минералогенетического родства кубической и гексагональной сингонии требуют пристального анализа и с геометрических позиций. Р. В. Галиулин предполагает, что это родство обусловлено плотнейшими упаковками. С другой стороны, в природных условиях нет даже намеков на связи между моноклинной и триклинной сингониями, которые ряд кристаллографов, исходя из их геометрической близости, объединяют в одну.

Анализ природных симметричных взаимосвязей открывает новые возможности в исследовании минералогических объектов



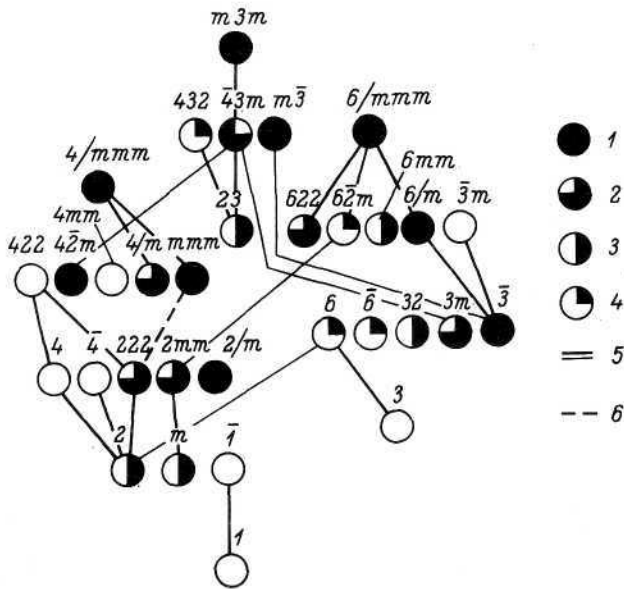


Рис. 83. Схема соподчинения 32 видов симметрии, на которой показаны совпадающие статистические корреляционные (минералогенетические) и геометрические связи.

1—4 — частота встречаемости данного вида симметрии в минеральном мире литосферы (в %): 1 — 100—75; 2 — 75—50; 3 — 50—25, 4 — 25—0 (незалитые кружки — очень редкие виды, менее 5 %); 5 — положительные связи; 6 — отрицательные связи.

и может внести определенный вклад в теорию кристаллографической симметрии. Одной из важнейших задач развития этого подхода является сравнительный анализ различных минералогических процессов и выявление важнейших симметризирующих факторов.

* * *

Приведенные в главе материалы свидетельствуют, что кристаллосимметричный анализ является весьма эффективным средством исследования самых разнообразных геологических объектов, сложенных минералами. Он позволяет получить качественно новую информацию о чисто минералогической специфике полиминеральных систем, об их кристаллическом состоянии, которую принципиально невозможно получить другими методами. С помощью кристаллосимметричного анализа получены результаты, имеющие большое значение для решения как глобальных космогенетических и геологических проблем, так и специальных задач теоретиче-

Рис. 82. Диаграмма факторного анализа массива данных, описанного графом на рис. 75.

ской региональной и прикладной минералогии. Установлен целый ряд важных закономерностей кристаллосимметричной структуры минерального мира, в частности:

- закон константности параметров КСС минеральных систем (или основной закон КСС);
- законы КСС литосферы Земли, Луны, метеоритного вещества и других сложных минеральных систем;
- законы снижения симметрии и усложнения КСС от глубинных минеральных систем к поверхностным;
- закон стремления параметров КСС к среднелитосферному типу с увеличением масштаба минеральных систем;
- закон передачи кристаллосимметричной информации от исходных минеральных систем к производным, «дочерним»;
- закон направленного изменения симметрии минеральных систем в процессе их гипергенного изменения.

Кристаллосимметричная структура минеральных систем не только является специфической, типоморфной для каждого типа систем, представленных определенными минеральными ассоциациями, но и отражает важнейшие черты их генетической природы, в первую очередь тот объем энергетических затрат, который потребовался для организации вещества в соответствующее кристаллическое состояние. Она характеризует также степень генетической гетерогенности систем. На уровне минералогических провинций и минеральных комплексов особенности кристаллосимметричной структуры могут быть использованы для выяснения их металлогенической специализации. Для генетической интерпретации параметров КСС полностью применимы методы типоморфического анализа, симметричный типоморфизм эффективно проявляется на уровнях минералогических провинций, минеральных комплексов, формаций, формационно-генетических типов месторождений и отдельных минеральных месторождений.

Кристаллосимметричная информация оказывается полезной для выяснения следствий взаимодействия эндогенных и экзогенных факторов минералообразования, для установления роли биогенеза в минералообразовании и формировании литосферы, для решения проблемы происхождения жизни на Земле.

Очевидно, кристаллосимметричный анализ может быть эффективно использован для исследования продуктов и процессов технологической переработки руд и в кристаллотехнологических исследованиях.

ЭВОЛЮЦИЯ СИММЕТРИИ МИНЕРАЛЬНОГО МИРА

Кристаллосимметричная структура минеральных систем, как свидетельствуют результаты проведенного в предыдущей главе анализа, не только является специфической, типоморфной для каждого типа систем, представленных определенными минеральными ассоциациями, но и отражает важнейшие черты их генетической природы, в первую очередь тот объем энергетических затрат, который потребовался для организации вещества в соответствующее кристаллическое состояние. Закономерно изменяясь в процессе развития минеральных систем, кристаллосимметричная структура характеризует уровень их «зрелости» и может рассматриваться как своеобразный эволюционный показатель.

Пожалуй, впервые на закономерное изменение симметрии последовательно сменяющих друг друга в развивающемся минералогенетическом процессе минеральных ассоциаций обратил внимание А. Е. Ферсман на примере гранитных пегматитов. «По мере хода процесса, — писал он, — идет изменение в симметрии, а именно: общее постепенное уменьшение симметрии, смена четной симметрии нечетной, постепенное усиление роли тригональных осей. .. Таким образом, в общем ходе геохимического процесса наблюдается переход от более симметрических к менее симметрическим решеткам» (Ферсман, 1940, с. 157).

Тенденцию смены акцессорных минералов высших сингоний минералами средних и низших сингоний на всех уровнях эволюции гранитоидов (на уровне формаций, серий, отдельных массивов) установил Ю. Б. Марин (1973, 1976, 1985), подтвердив ее большим статистическим материалом. Эта тенденция устанавливается и на других минералогических объектах (Barcelo, Rodriguez, 1978). В настоящее время потеря элементов симметрии рассматривается как универсальное свойство всех развивающихся геологических систем (Смирнов, Колобзаров, 1971; Юшкин, 1981); это один из важных минералогенетических законов (Юшкин, 1982а). Однако данные об эволюции симметрии минералов пока еще очень ограничены, фрагментарны, и эволюционное направление в учении о симметрии находится в самой начальной стадии зарождения.

Рассмотрим особенности эволюции симметрии минерального мира на примере ряда развивающихся минеральных систем. Наиболее ярко кристаллосимметричные эволюционные закономер-

ности проявляются в развитии крупных минеральных систем планетарного и регионального масштабов, являющихся результатом глобальных геологических процессов.

Общая направленность изменения кристаллосимметричной структуры минеральных систем выявляется в результате анализа эволюционного ряда космических объектов: метеориты (хондриты) → Луна → Земля, которые можно считать моделями главных стадий развития нашей планеты: метеоритной, «лунной» (риголитно-нуклеарной), современной. Параметры КСС этих систем были приведены в предыдущей главе. Здесь прежде всего обращает на себя внимание монотонное снижение суммарной симметрии ($I_s \text{ const}$) вещества от хондритов (62.50 %) через лунную литосферу (55.67 %) к земной литосфере (42.56 %), отражающее общую эволюционную тенденцию. Направленно изменяется и концентрационный показатель суммарной симметрии $I_s \text{ const} = 33.58 \rightarrow 29.00 \rightarrow 21.95$ %. При этом информационная энтропия меняется очень незначительно, снижаясь от 2.60 до 2.56 бит (рис. 67).

На уровне категорий симметрии (рис. 64, 65) в ряду от метеоритного (хондритового) минерального вещества к лунному и земному также наблюдается закономерное снижение суммарной симметрии, выражающееся в увеличении роли средней, а затем низшей категории симметрии.

Соотношение минералов разных сингоний в составе сравниваемых объектов можно записать в виде следующих ранговых рядов (числовой индекс означает процентное содержание минералов данной сингоний):

хондриты	$K_{31.2} - P_{18.8} - M_{16.2} - \Gamma_{10.0} = \text{ТРИГ}_{10.0} - \text{ТЕТР}_{8.8} - \text{ТРИК}_{5.0}$
метеориты	$K_{28.0} - M_{22.4} - P_{16.8} - \Gamma_{11.2} - \text{ТРИГ}_{7.5} = \text{ТРИК}_{7.5} - \text{ТЕТР}_{6.5}$
Луна	$M_{26.2} - K_{23.1} - \text{ТЕТР}_{18.5} - P_{10.8} - \Gamma_{9.2} = \text{ТРИГ}_{9.2} - \text{ТРИК}_{3.1}$
земная кора	$M_{30.3} - P_{21.7} - K_{14.4} - \text{ТРИГ}_{10.2} - \text{ТЕТР}_{9.4} - \Gamma_{7.3} - \text{ТРИК}_{6.8}$

От метеоритных рядов к земным на первое место постепенно выходит моноклиническая сингония, которая вытесняет занимавшую ведущее положение в метеоритном виде кубическую сингонию, а также сдвигает с четвертого на шестое место гексагональную сингонию. В процессе космической эволюции, таким образом, «кубический» мир сменяется миром моноклиническим.

Если от числа минеральных видов разных сингоний перейдем к анализу объемов минерального вещества, то увидим, что в космоэволюционном ряду заметно увеличивается (с 10 % в хондритах до 15 % в лунном материале и до 30 % в земной коре) объемный вклад триклинного минерального вещества в несколько меньшей степени — тригонального, хотя эти сингоний предостаточно относительно небольшим числом минеральных видов (в основном полевые шпаты, кварц, карбонаты). В этом же направлении уменьшается число минералов, относящихся к планаксиальным, инверсионно-планальным и инверсионно-примитивным видам симметрии, и соответственно увеличивается доля планальных, центральных и примитивных видов симметрии, сменяется лидерство вида *тЗт*

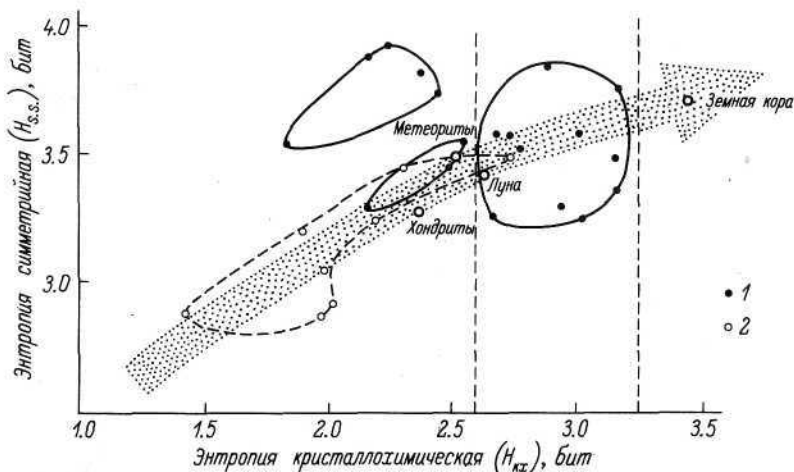


Рис. 84. Минералогические объекты в координатах системы $H_{кx}$ (энтропия распределения минералов по классам кристаллохимической классификации) — $H_{с.с.}$ (энтропия распределения минералов по видам симметрии).

1 — минералогические провинции; 2 — минеральные комплексы; стрелкой показана общая тенденция космической эволюции минерального вещества),

на $2/m$. Закономерное увеличение роли бинарной симметрии от космических объектов к земной коре и к органическим соединениям является свидетельством космоэволюционной природы органического вещества и выдвигает симметрию L_2 в качестве одного из эволюционных показателей.

Показателем сложности, разнообразия симметричной структуры минеральных систем является информационная энтропия распределения минеральных видов по видам симметрии ($H_{с.с.}$), вычисленная по известной шенноновской формуле (см. Юшкин, 1977). Информационная энтропия (рис. 84) закономерно увеличивается в рассматриваемом эволюционном ряду параллельно с увеличениями кристаллохимической (структурной) энтропии ($H_{кx}$). Это отражает усложнение структуры сравниваемых объектов вследствие нарастающей дифференциации вещества и накопления результатов сменяющих друг друга минералогенетических процессов.

Итак, из анализа КСС рассмотренных здесь и в других наших работах геологических объектов выявляется вполне определенная тенденция, которую можно определить как закон геологической эволюции кристаллосимметричной структуры минеральных систем:

В процессе космической и геологической эволюции минеральных систем происходит усложнение и качественное изменение их кристаллосимметричной структуры, выражающееся в возрастании энтропии всех симметричных характеристик и в смене ведущего значения минералов кубической и ромбической сингоний на моноклинные. Снижение симметрии минерального вещества происходит

на фоне сохраняющейся высокой и даже повышающейся внешней морфологической симметрии Земли и других космоминеральных тел.

Эта закономерность является минералогическим выражением общего закона понижения симметрии развивающихся систем (Смирнов, Колобзаров, 1971; Юшкин, 1982а, 1983, 1984а).

Очевидно, в процессе становления конкретных систем ограниченного масштаба (минеральных ассоциаций, парагенезисов и т. п.) возможны различные направления изменения суммарной симметрии (и увеличение, и уменьшение) в зависимости от условий развития процессов, но общая тенденция снижения симметрии прослеживается четко во всех устойчивых эволюционных рядах. Например, В. В. Белинский (1982) пишет, что гомология в мире минералов «сопровождается морфотропией, т. е. усложнение химического состава минералов-гомологов приводит к изменению типа их кристаллической структуры. Одновременно с этим меняется класс симметрии минералов, который становится тем ниже, чем выше степень эволюции гомологического ряда. Это хорошо видно на примере рядов форстерита и фаялита, в которых последовательно сверху вниз минералы-гомологи меняют свою симметрию от высшей категории (кубическая сингония у синтетического форстерита и фаялита, полученных при высоких PT) в начало ряда до низких видов (моноклинная сингония у минералов из серии кумингтонит—грюнерит) в конце его» (с. 14).

Снижение симметрии в процессе эволюции является закономерным следствием наложения или сложения во времени объектов

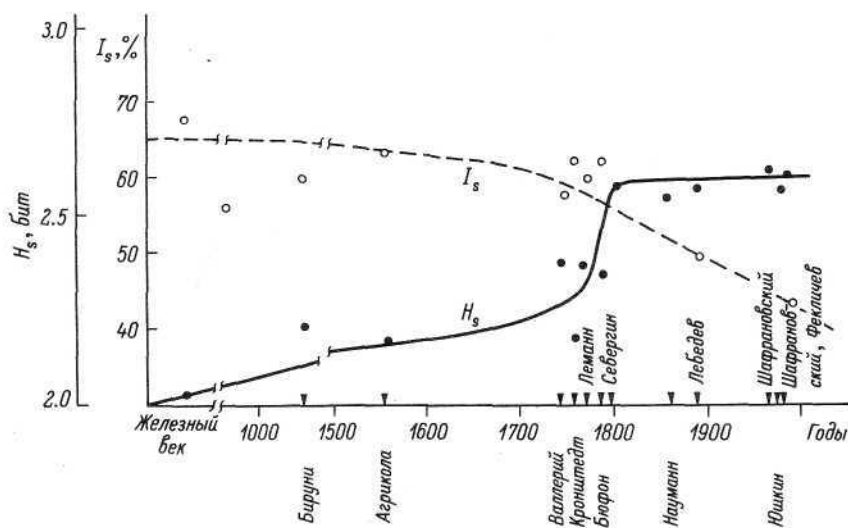


Рис. 85. Динамика изменения индекса симметричности I_s const и информационной энтропии H_s в историческом процессе накопления знаний о минералах (по главным минералогическим сводкам).

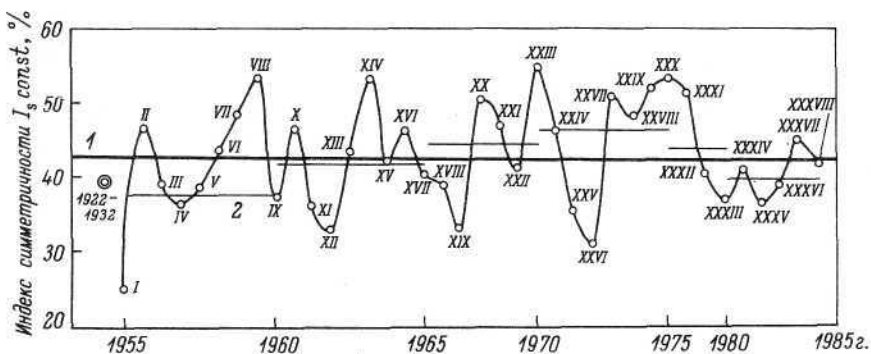


Рис. 86. Динамика изменения индекса симметричности новых минералов.

Каждая точка — среднее по годовому или полугодовому обзору Комиссии по новым минералам Всесоюзного минералогического общества (римскими цифрами обозначен соответствующий номер обзора, опубликованный в «Записках ВМО»). 1 — I_s литосферы; 2 — новых минералов, средний за пятилетку.

или явлений с различной симметрией, неизбежно приводящих к понижению общей симметрии развивающейся системы. Это, очевидно, всеобщий закон. Г. Вейль (1968) в свое время, например, обратил внимание, что в процессе длительного строительства сложных зданий, в частности готических соборов, архитектурные ансамбли, как правило, нарушались в сторону снижения первично задуманной их симметрии. «Естественно, что в более поздний период не удовлетворялись замыслом более раннего времени, следовательно, в этом случае можно говорить об исторической асимметрии (разрядка наша, Н. Ю.)», — пишет Г. Вейль (с. 48), — интуитивно чувствуя принципиально новое, эволюционное направление в учении о симметрии. Разработка его — очень увлекательная задача, и в ее решение серьезный вклад может внести минералогия.

В связи с проблемой эволюции симметрии минерального мира необходимо обратить внимание и на другую сторону этого явления — на наследование определенных симметричных особенностей исходных, материнских систем системами дочерними. Как мы видели в предыдущей главе, явление наследования отчетливо проявляется в симметричной структуре россыпей, терригенных, гипергенных и некоторых других комплексов. Очевидно, можно говорить о симметричном варианте закона минералогического наследования (Юшкин, Хомяков, Евзикова, 1984): минеральные системы, образующиеся за счет каких-то исходных систем в результате их преобразования или замещения, сохраняют определенные черты первичной кристаллосимметричной структуры.

Рассмотрим еще один любопытный аспект кристаллосимметричного анализа минеральных систем: историко-познавательный или эволюцию представлений о КСС минерального мира в процессе его познания. На рис. 85 показана динамика изменения ин-

декса симметричности (конституционного), рассчитанного по спискам минералов, известных в различные исторические периоды. Расчеты проводились в основном по минералогическим сводкам и учебникам. Диаграмма иллюстрирует закономерное снижение I_s от древнейших времен к настоящему времени. Оно объясняется, вероятно, тем, что внимание человека на заре его истории привлекали преимущественно высокосимметричные минералы, которые в первую очередь изучались и осваивались, а уже с развитием методов исследования и диагностики расширялся круг известных низкосимметричных минералов, и представление о кристаллосимметричной структуре минерального мира приближалось к истинному. Об этом свидетельствует также стабилизация информационной энтропии H_s .

Средняя симметрия ежегодно открываемых новых минералов варьирует в широких пределах — от 25 до 55 %, но по данным за тридцатилетний период (рис. 85) среднегодовые величины индекса симметричности новых минералов колеблются около его среднелитосферного значения (42.56%). Следовательно, минеральный мир познается в современный период развития минералогии всеобъемлюще, а не избирательно, как на ранних этапах ее истории. Наблюдаемые более или менее устойчивые отклонения I_s от среднелитосферного значения свидетельствуют об определенных особенностях исследовательского подхода в данный период. Например, заметное повышение индекса симметричности новых минералов в 60—70-х годах связано с широким внедрением в минералогические исследования микросондовой техники. С помощью ее наиболее легко изучались рудные минералы, особенно сульфиды, являющиеся, как правило, минералами высокосимметричными. Среди них в этот период и были сделаны основные открытия. В последние годы фонд минералов пополняется в основном за счет зоны гипергенеза, минеральный мир которой характеризуется довольно низкой суммарной симметрией. Это нашло определенное выражение и в динамике изменения среднегодового I_s новых минералов (рис. 86).

О ГЕОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

В последнее время стали возрождаться и широко пропагандироваться, особенно в научно-популярной литературе и среди неспециалистов, исходящие еще из глубокой древности представления о монокристаллическом строении Земли, о Земле как гигантском монокристалле—геокристалле. Эта проблема, конечно, не имеет прямого отношения к минералогии или минералогической кристаллографии, тем не менее ее анализ с позиций законов кристаллографии в рамках этой книги, по нашему мнению, будет полезным.

Истоки геокристаллической идеи исходят из глубокой древности. Основы космогонических знаний закладывались в VI—IV вв. до новой эры трудами древнегреческих философов — Фалеса, Анаксимандра, Анаксагора, Пифагора, Лейкиппа, Демокрита, Платона и многих других. Еще в IV в. до н. э., главным образом благодаря наблюдениям и обобщениям Аристотеля (384—322 г. до н. э.), было сформировано и обосновано представление о шарообразной Земле, определившее дальнейшее развитие космогонических и геологических знаний. Впрочем, Землю как шар, лежащий на воде, сжатом воздухе или находящейся в центре Вселенной, рассматривали еще Фалес, Анаксимандр, Анаксагор, но их представления в отличие от Аристотеля скорее вытекали не из наблюдений, а были гениальными догадками. В те же исторические времена уходят и истоки идеи о Земле как многограннике, которые развивались параллельно с представлениями о шарообразной Земле. Стимулом существования и развития геокристаллических представлений являлась определенная ограниченность сферических моделей в объяснении анизотропии свойств Земли, ее формы, рельефа, распределения суши и моря. Противоречия не снимались полностью и путем снижения глобальной симметрии модели геоида в процессе ее эволюции от шара к эллипсоиду вращения и к трехосному эллипсоиду.

Конечно, геокристаллические модели никогда не имели главного значения, всегда развивались в тени геосферических представлений, играли вспомогательную роль, но не исключались из теоретического аппарата геологической науки. История геокристаллических представлений довольно подробно рассмотрена в трудах И. И. Шафрановского (1968б, 1975 и др.) и в работах

других исследователей, которые здесь будут цитироваться, но мы тем не менее предпошлием нашему анализу геокристаллической идеи хотя бы краткий исторический обзор, который поможет правильнее понять ее генезис и основные положения. Кроме того, в ряде опубликованных исторических экскурсов не всегда должным образом оценивается роль предшественников, а некоторые их работы просто замалчиваются.

Идейной основой геокристаллических представлений была и до сих пор является космогоническая геометрия Платона (427—347 гг. до н. э.), построенная на пяти выпуклых высокосимметричных многогранниках, все грани которых являются одинаковыми правильными выпуклыми многоугольниками. Таких многогранников существует только пять (рис. 87):¹ тетраэдр, $3L_4 4L_3 6P - 43m$; куб, $3L_4 4L_3 6L_2 9PC - m3m$; октаэдр, симметрия как у куба; додекаэдр, $6L_5 10L_3 15L_2 15PC - 53m$; икосаэдр, симметрия как у додекаэдра. Эти многогранники известны как «тела Платона», или «Платоновы тела».

Следуя за традицией древних мыслителей, представлявших всю Вселенную (и Землю в том числе) как складывающуюся из определенных компонентов («атомов», «семян»), Платон использовал представление Эмпедокла о четырех стихиях — огне, Земле, воздухе, воде, приписав им под влиянием идей Демокрита атомарное строение. Он утверждал, что каждая из стихий составлена из частиц определенной геометрической формы, т. е. формы одного из Платоновых тел. Атомы огня, по утверждению Платона и его школы, имеют форму тетраэдра, атомы воздуха — октаэдра, Земли — куба, воды — икосаэдра. «Земле мы предоставим вид кубический, — говорит он в «Тимее» — ... телесный вид пирамиды должен у нас быть стихию и семенем огня, второй по рождению вид признаем стихию Земли, а третий воды» (Платон, 1879, с. 433—434). «Но так как осталось еще одно пятое соединение, то бог употребил его при очертании Вселенной» (там же, с. 432). Додекаэдр, следовательно, соответствует, по Платону, форме и строению Вселенной (рис. 87).

Все Платоновы тела были затем в том или ином виде использованы для объяснения формы и строения Земли. Наиболее широко

¹ Доказать справедливость этого утверждения можно следующим образом. В правильном многоугольнике каждая грань должна быть правильным p -угольником, а в каждой вершине должно сходиться одно и то же число граней q . Эти величины входят в символ Шлефли для обозначения типа многоугольника — $\{p, q\}$. Легко представить, что $P = \frac{qB}{2}$ и $\Gamma = \frac{PB}{2}$ (где Γ — число граней, P — число ребер, B — число вершин). Подставим эти значения в формулу Эйлера $B + \Gamma - P = 2$ и получим $B = 2 - \Gamma + P = 2 \frac{PB}{2} + \frac{qB}{2} = \frac{4}{2p + 2q - p}$. Так как $2p + 2q - pq > 0$, то и $(p-2) \cdot (q-2) < 4$, т. е. имеем два положительных числа $p-2$ и $q-2$, произведения которых меньше 4. Таких пар существует в природе пять: $1 \cdot 1$, $1 \cdot 2$, $2 \cdot 1$, $3 \cdot 1$, $1 \cdot 3$, а значит и пять правильных многогранников с символами Шлефли $\{3, 3\}$, $\{4, 3\}$, $\{3, 4\}$, $\{5, 3\}$ и $\{3, 5\}$.

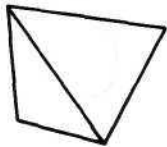

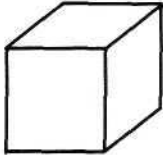

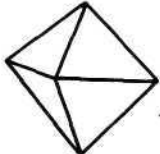



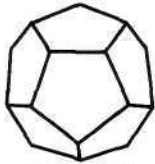
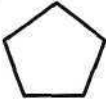
известно построение Иогана Кеплера, обнародованное им в 1595 г. в книге «*Mysterium cosmographicum*» еще до того, как он открыл свои знаменитые три закона, названные его именем, о соответствии расстояний планет Солнечной системы и их орбит платоновым многогранникам, попеременно вписанным в сферы и описанным около сфер. Исходной мыслью Кеплеру, очевидно, послужила мысль о совпадении числа Платоновых тел и числа промежутков между планетами (в то время было известно шесть планет). Модель Солнечной системы, по Кеплеру, представляет систему вложенных друг в друга шаров и многогранников. По самому большому шару, описанному вокруг Солнца, движется Сатурн. В этот шар вписан куб, а в куб — снова шар, определяющий движение Юпитера; в меньший шар — тетраэдр и опять шар с орбитой Марса и т. д. Орбиты Марса и Земли разделяет додекаэдр, Земли и Венеры — икосаэдр, Венеры и Меркурия — октаэдр. Некоторые расхождения с реальными орбитами Кеплер скомпенсировал разницей в толщине стенок шаров, и его модель удовлетворительно отражала строение Солнечной системы, пока не были открыты новые планеты — Уран, Нептун, Плутон, на которые Платоновых тел не осталось.




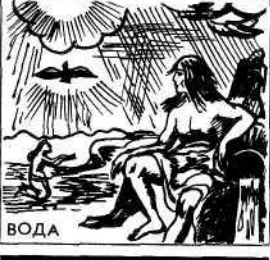

Однако кеплеровское построение относится не к строению Земли, а к положению ее в космическом пространстве.

Уподобить форму геоида одному из Платоновых тел (а к шару наиболее близки икосаэдр и додекаэдр) предпринял в начале прошлого столетия французский геолог Эли де Бомон (1798—1874). Именно эти два многогранника он и выбрал за модельные. На икосаэдрической модели Эли де Бомона, предложенной в 1829 г., двенадцать треугольных граней отражают наиболее устойчивые области земной коры, а тридцать ребер совпадают с важнейшими горными хребтами и системами разломов. Двенадцать вершин — узлы, где сходятся ребра, — геологически наиболее активные точки планеты. Додекаэдрическая модель земного шара была преподнесена Эли де Бомоном Горному музею Петербургского горного института. Теорию деформации формы Земли в додекаэдр поддерживал и французский математик Анри Пуанкаре.

Тетраэдрическую модель Земли в XIX в. разрабатывали Л. Гран в 1875 г., А. Лаппаран — в 1882 г., Ш. Лаллеман и др. Геологический смысл этой модели ее сторонники видели в том, что тетраэдр в противоположность шару является фигурой, имеющей наибольшую площадь поверхности. При данном объеме он и должен быть той формой, к которой стремится геоид при деформации земной коры. В рельефе планеты были найдены впечатляющие выражения четырех вершин тетраэдра: Альпы — в Европе, Гималаи — в Азии, Скалистые горы — в Северной Америке и ... Южный полюс. Одна из четырех тройных осей тетраэдра, следовательно, совпадает с осью вращения Земли.

Рис. 87. Пять правильных тел Платона и их характеристика.

Фигура	Вершин	Ребер	Граней	Форма граней	Число граней, подходящих к вершине
 Тетраэдр	4	6	4		3
 Куб	8	12	6		3
 Октаэдр	6	12	8		4
 Икосаэдр	12	30	20		5
 Додекаэдр	20	30	12		3

Формула симметрии	Символ	Символ Шлефли	Стихии, по Платону
$3L_4 4L_3 6P$	$\bar{4}3m$	$\{3, 3\}$	 <p>ОГОНЬ</p>
$3L_4 4L_3 6L_2 9PC$	$m 3m$	$\{4, 3\}$	 <p>ЗЕМЛЯ</p>
$3L_4 4L_3 6L_2 9PC$	$m 3m$	$\{3, 4\}$	 <p>ВОЗДУХ</p>
$6L_5 10L_3 15L_2 15PC$	$53m$	$\{3, 5\}$	 <p>ВОДА</p>
$6L_5 10L_3 15L_2 15PC$	$53m$	$\{5, 3\}$	 <p>ВСЕЛЕННАЯ</p>

Правильные геометрические образы в распределении различных геологических и географических явлений и объектов находили многие геологи: А. Гумбольдт, В. А. Обручев, А. П. Карпинский, Б. Л. Личков, В. И. Вернадский, и в настоящее время геометризация является одним из важнейших приемов планетологических, тектонических, геоморфологических, биогеографических и др. исследований. В качестве примеров можно назвать труды Дж. Грегори (1914), Г. Н. Каттерфельда (1962), П. С. Воронова (1968) и многих других геологов, посвященных выявлению планетарных закономерностей распределения крупных геотектонических и структурных элементов и рельефа Земли. Для описания многих закономерностей используются и кристаллографические модели, подобные черно-белому октаэдру $m'3m$ Б. Л. Личкова и И. И. Шафрановского (1958), иллюстрирующему распределение материков (белое) и океанов (черное) на поверхности нашей планеты (рис. 88).

Наряду с разумным, научно обоснованным применением геометризации для отражения частных геологических закономерностей и в настоящее время продолжают попытки создания геокристаллических моделей, претендующих на глобальность и универсальность.

Особенно энергичным популяризатором геокристаллического подхода был известный изобретатель С. И. Кислицын, который в 20-х годах нашего столетия наиболее полно разработал гипотезу о Земле как геокристалле (Г. А., 1975; Белов, 1982а).

Пытаясь выявить глобальные закономерности распределения модификаций углерода (алмазов, углей и других каустобиолитов), С. И. Кислицын, по свидетельству анонимного историка (Г. А., 1975), в 1928 г. нанес на глобус известные к тому времени месторождения алмаза, затем описал с помощью циркуля вокруг наиболее крупного алмазного месторождения окружность такого диаметра, чтобы она проходила через центр соседнего месторождения. Взяв этот диаметр за основу, С. И. Кислицын построил еще одиннадцать окружностей, которые легли в каркас правильного додекаэдра, в центре его 12 пятиугольных граней, оконтурив 12 потенциально алмазоносных, по прогнозу автора, центров. Кстати, к настоящему времени осталась неустановленной алмазоносность только пяти из них. Ряд центров приходится на территорию СССР, и этот оптимистический прогноз, возможно, внес вклад в обоснование перспектив алмазоносности нашей страны.

Так С. И. Кислицын пришел к первой своей додекаэдрической модели Земли, собственно к той модели, которую пропагандировали французские ученые Эли де Бомон и Анри Пуанкаре. Но С. И. Кислицын предположил, что если Земля имеет черты монокристалла, то форма кристалла — динамичная, развивающаяся, и додекаэдр — это лишь одна из ступеней в эволюции кристаллической Земли. Эта эволюция была проиллюстрирована 40 глобальными моделями, созданными С. И. Кислицыным за годы его жизни.

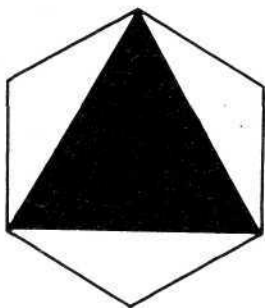


Рис. 88. Черно-белый октаэдр, моделирующий распределение материков и океанов на Земле.

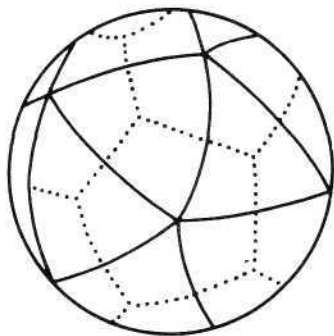


Рис. 89. Додекаэдрическая и икосаэдрическая сетки на шаре.

По гипотезе С. И. Кислицына, 400—500 млн. лет тому назад геододекаэдр трансформировался в икосаэдр (рис. 89) в связи с деформацией преимущественно базальтовой геосферы. Переход одного геокристалла в другой был не простой заменой, а скорее сложением: на фоне икосаэдрической геометрии сохранилась додекаэдрическая сетка, т. е. многоугольник из 12 пятиугольных граней оказался вписанным в икосаэдр из 20 граней.² Додекаэдр из икосаэдра, как и икосаэдр из додекаэдра, как известно, могут быть получены вдавливанием вершин.

Эволюцию формы геокристалла С. И. Кислицын пытался увязать с развитием геологических событий во времени и пространстве и придать таким образом геологическую сущность геометрическим элементам своих моделей. На их основе он прогнозировал месторождения различных полезных ископаемых, в первую очередь алмазов, угля, нефти, газа и др. и энергично отстаивал свои прогнозы. С. И. Кислицын построил систему «силовых линий» земной коры — разломов — и систему прогибов, связанных с опусканием вершин одного геокристалла и поднятием другого. Прогибы заполнялись магмой, которая выдавливалась из недр и пронизывалась различными интрузиями. В них с вершин геокосаэдра смывалась органика, она спрессовывалась толщами быстро накапливаемых осадков, шапками ледников. Все это приводило к формированию месторождений углей и алмазов.

Прогнозы эти, не имеющие серьезной научной основы, выглядели наивно, считались надуманными, и идеи С. И. Кислицына не нашли широкого распространения. Однако их поддерживал академик Н. В. Белов и в последние годы в какой-то мере развивал в своих работах. Он опубликовал в газете «Известия» статью

² Естественно, когда речь идет о геокристалле, грани имеются в виду не плоские, а сферические. Геокристалл похож на футбольный мяч, сшитый из определенного числа лоскутков соответствующей формы (додекаэдр — из 12 пятиугольных, икосаэдр — из 20 треугольных).

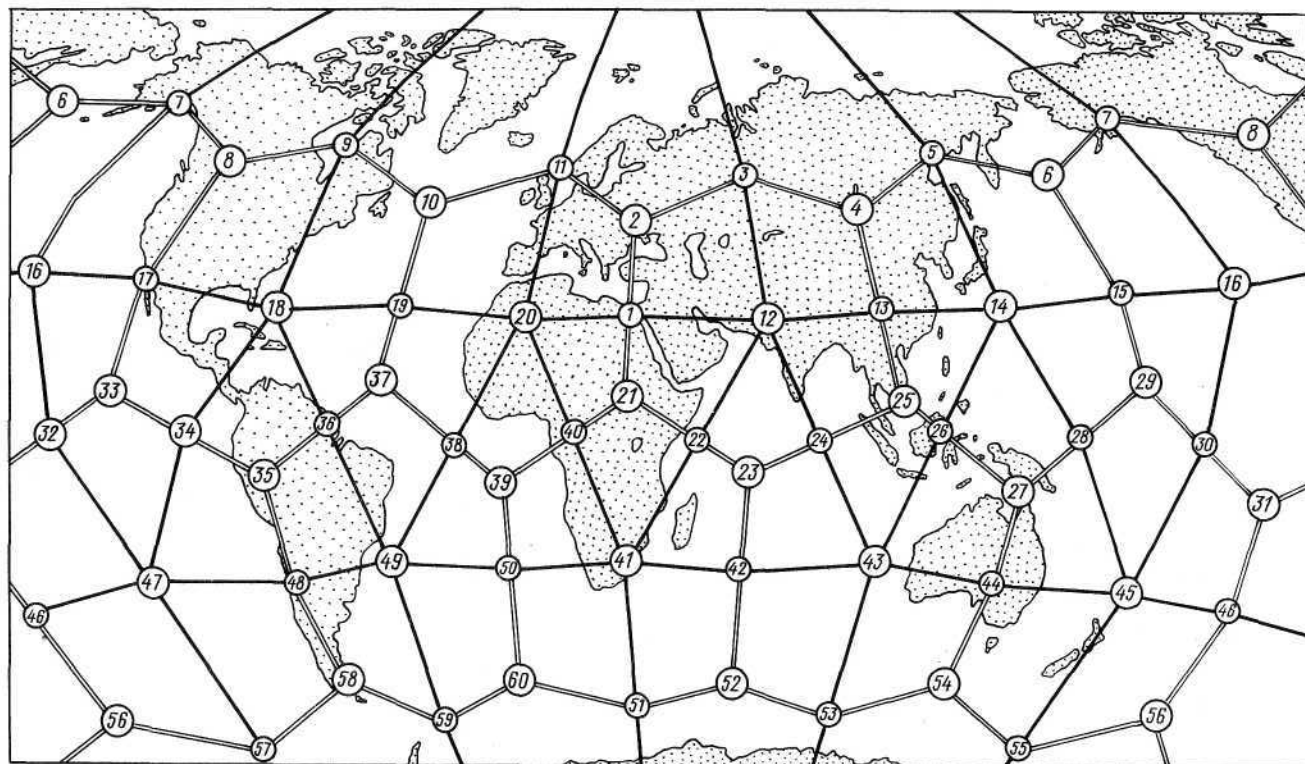


Рис. 90. Икосаэдро-додекаэдрическая система Земли.

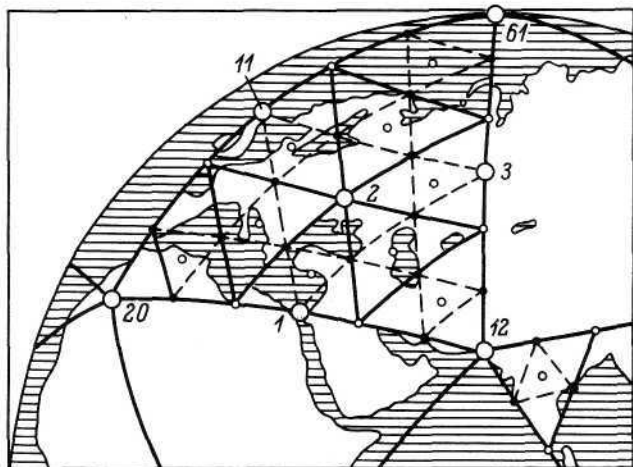


Рис. 91. Схема «Европейского» треугольника с первой и второй подсистемой ИДСЗ (по Гончарову и др., 1981).

о С. И. Кислицыне как ученом и человеке, о его исследованиях, которая увидела свет буквально в день кончины Н. В. Белова (Белов, 1982а). В ней С. И. Кислицын характеризуется как «один из тех людей, которые ускоряют наше проникновение за границы неведомого и даже заблуждения и «чужачества» которых будят мысль, способствуют к поиску новых путей в науке». Об идеях С. И. Кислицына Н. В. Белов отозвался здесь так: «По-разному складываются судьбы исследователей. Умозаключение знаменитого Альфреда Вегенера о дрейфе континентов было основано лишь на сходстве очертаний материков. Счастливым совпадением — и только! Гораздо убедительнее и остроумнее выводы Степана Иосифовича Кислицына. Взять хотя бы Русскую платформу. Поглядите, как аккуратно смыкаются вокруг нее другие плиты — деформированные вершины геододекаэдра! Все здесь соответствует действительности. Факты — упрямая вещь. Их накопилось столько, что пора воздать должное С. И. Кислицыну».

В настоящее время активными пропагандистами идеи геокристаллического строения Земли являются инженеры В. А. Маркаров, В. С. Морозов и художник Н. Ф. Гончаров, опубликовавшие в популярных изданиях серию увлекательных, но в чрезвычайной степени декларативных и бездоказательных статей (Гончаров и др., 1974, 1981, 1982а, 1982б). Предметом своих построений они взяли икосаэдро-додекаэдрическую модель С. И. Кислицына и покрыли глобус системой ребер «веревочных» додекаэдра и икосаэдра, получив густую сетку линий, систему узлов и полигонов (рис. 90). Этот геометрический образ был назван икосаэдро-додекаэдрической структурой Земли (ИДСЗ). Глобальная система расчленялась на иерархию подсистем нескольких порядков путем деления каждой веревочно-треугольной грани последовательно

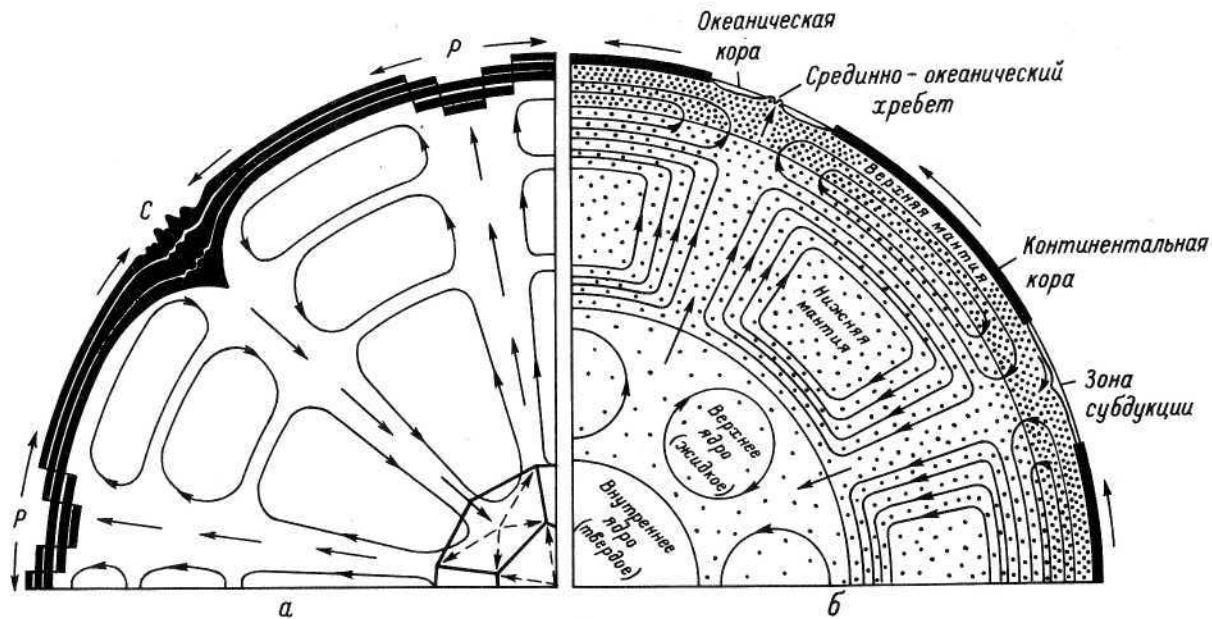


Рис. 92. Схемы внутреннего строения Земли и конвекционных потоков в ней.
 а — по модели с кристаллическим ядром (по Гончарову и др., 1981); б — по геосферной модели.

на 9, затем на 4, затем опять на 9 и т. д. треугольников (рис. 91). Если соединить центры треугольников каждой подсистемы, можно получить сеть гексагональных полигонов. Впрочем, гексагональная сеть создается и из оснований каждых шести смыкающихся треугольников.

Икосаэдро-додекаэдрическую структуру Земля имеет только на современном этапе ее развития. Так же как и у С. И. Кислицына, в модели Гончарова—Макарова—Морозова форма геокристалла эволюционировала, и одно платоново тело в геологической истории сменялось другим. До протерозойского времени, т. е. около 2 млрд. лет тому назад, никакого геометризма не наблюдалось, Земля еще не была монокристаллом. Геокристалльный механизм начал функционировать с протерозоя, и каждой геологической эре соответствовал свой геокристалл: протерозой — тетраэдр (4 материковые плиты, разделенные геосинклиналями, будущими океанами), палеозой — куб (6 плит), мезозой — октаэдр (8 плит), кайнозой—додекаэдр (12 плит).³

На основе сравнения процессов, протекающих на различных элементах ИДСЗ, авторы делают заключение, что вещества земной коры имеют тенденцию перемещаться от ребер и вершин додекаэдра к ребрам и вершинам икосаэдра. Отсюда 20 вершин додекаэдра определяются как центры восходящих потоков вещества, а 12 вершин икосаэдра — как центры нисходящих потоков (рис. 92).

Теоретическим венцом, вернее ядром, всей этой системы является гипотетический монокристалл в форме додекаэдра, который представляет собой внутреннее ядро Земли. Кристалл этот «живой», он растет, функционирует и трансформирует свою симметрию на внешние оболочки Земли, в том числе и на земную кору. Растущий геокристалл создает конвективные потоки вещества в объеме всей Земли, и поскольку «к центру каждой грани . . . направлен нисходящий гравитационный поток; от вершин грани . . . облегченное вещество восходящими потоками устремляется к границе внешнего ядра с мантией» (Гончаров и др., 1981, с. 44), то потоки эти оказываются строго организованными по системе ИДСЗ и проявляются в земной коре в виде зон растяжения и сжатия, а на поверхности Земли отражаются почти во всех природных и социальных явлениях.

Таковы общие черты модели Гончарова—Макарова—Морозова, в которой принципиально новым по сравнению с кислицынской моделью является допущение о монокристаллическом ядре Земли, имеющим форму и свойства растущего додекаэдра: «оказы-

³ Однако, если посмотреть совокупность карт последовательного изменения лика Земли, опубликованных, например, в известной книге А. С. Мони́на (1977) или в журнале «В мире науки» (1983 г., № 11, с. 9), то найти что-либо близкое к этой последовательности невозможно; в изменении числа и распределения литосферных плит в геологическом времени нет ни арифметической, ни геометрической закономерности.

вающего воздействие на развитие всех природных процессов, идущих на планете» (Гончаров и др., 1981, с. 40).

Естественно, что достоверность любой модели доказывается ее подобием с оригиналом, и в данном случае наибольший интерес представляет информация о том, как физически проявлены вершины, ребра и грани ИДСЗ, каково их «лицо».

Недостатка в информации на эту тему нет. Авторы буквально подавляют читателя лавиной сведений о различных аномальных явлениях в узлах ИДСЗ, о связи ИДСЗ с глобальными тектоническими образованиями.

Какие только данные в пользу ИДСЗ не привлекаются! Приведем лишь некоторые из них:

— платформы совпадают с гранями икосаэдра, а геосинклинали — с ребрами;

— срединно-океанические хребты — это ребра ИДСЗ;

— в узлах и ребрах ИДСЗ находятся все главнейшие месторождения полезных ископаемых, причем у ребер и вершин додекаэдра концентрируются преимущественно железо, никель, медь, а у икосаэдра — нефть, уран, алмазы, но если какие-то месторождения не вписываются в основную систему ИДСЗ, то не беда — есть первая, вторая, третья . . . , n-ная подсистемы, благодаря которым можно создать такую густую сеть, в которой окажется любое мелкое месторождение;

— ИДСЗ определяет границы геохимических и биогеохимических провинций: в Европейском треугольнике ощущается недостаток в почвах кобальта, меди, в Азиатском — мало йода;

— с узлами ИДСЗ связываются центры сейсмической и вулканической активности, кольцевые структуры диаметром до 300 км, центры мировых аномалий магнитного поля;

— сюда же относятся мировые центры минимального и максимального атмосферного давления, постоянные районы зарождения ураганов, завихрения океанических течений;

— в центрах ИДСЗ находятся очаги наиболее крупных и примечательных культур и цивилизации, «убежища жизни» во время оледенений, центры развития флоры, скопления зверей, рыб и планктона, центры видообразования и «уникальных скоплений жизни» (типа оз. Байкал);

— от узла к узлу вдоль ребер происходит перелет птиц, миграция китов и тунца, именно так шли пути перемещения племен;

— в одном из узлов находится природный атомный реактор Окло, Тунгусский метеорит представляет собой плазменный шар, зародившийся в результате пьезоэлектрического эффекта на стыке платформ.

Перечисление подобных «фактов» можно было бы еще долго и долго продолжать, их приводится много в массовой литературе (Зигель, 1983), но нет в их нагромождении главного — организации и доказательности. Даже начинающему исследователю должно быть очевидно, что для доказательства существования

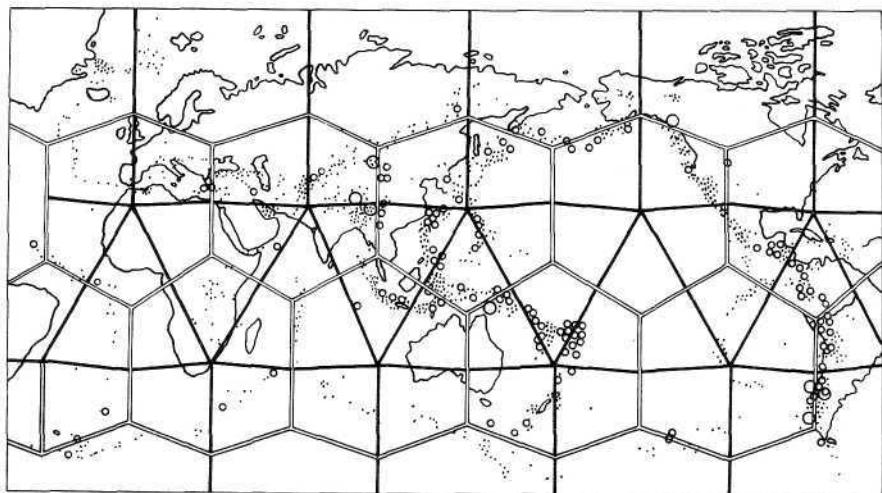


Рис. 93. Соотношение эпицентров важнейших землетрясений с 1950 г. по 1960 г. с икосаэдро-додекаэдрической системой.

любого объекта (в данном случае для доказательства реальности узлов, ребер и граней ИДСЗ) необходимо, во-первых, найти признаки, характерные для этого объекта и общие для всей системы однородных объектов, а во-вторых, доказать, что другие объекты этими признаками не характеризуются (в данном случае доказать, что вне данных элементов ИДСЗ определенное явление не существует). В рассуждениях авторов ИДСЗ нет даже элементов такого научного анализа, и приводимые ими доказательства в их существующем виде нельзя принимать всерьез. Облик Земли и жизнь Земли настолько многообразны, что в каждом узле можно найти или «притянуть» к нему что-то выдающееся — «природный атомный реактор Окло в Габоне — узел 40» или «Киев — мать городов русских» (Гончаров и др., 1982, с. 52) — узел 2.

Мы пытались проверить правильность икосаэдро-додекаэдрической модели и наносили элементы этой системы и ее подсистем на самые различные карты (геологические, тектонические, геоморфологические, полезных ископаемых, вулканизма, теплового потока, «горячих» точек, магнитного, гравитационного полей, превышений геоида над сфероидом и др.). Конечно, иногда находилось что-то более или менее совпадающее с отдельными элементами системы, но во всех случаях отклонений существенно больше, чем совпадений (рис. 93, 94), и говорить о икосаэдрически-додекаэдрической системе как физической реальности нет никаких оснований. Нельзя увидеть эту систему, даже ее фрагменты в густой сети линейментов и кольцевых структур, фиксируемых космоснимками. Мы уже не говорим о геофизических и астрофизических данных, которые еще более «убийственны» для ИДСЗ.



Рис. 94. Распределение горячих точек на поверхности Земли и их соотношение с икосаэдро-додекаэдрической системой.

Система ИДСЗ — это красивая мистификация, создавшаяся в воображении авторов может быть помимо их желания и воли, вследствие пренебрежения научными методами сбора материалов. Как справедливо отметил А. Е. Федоров (1983), «процесс зрительного восприятия всегда вкладывает в воспринимаемую „картину“ какую-то организацию, независимо от того, есть ли эта организация (упорядоченность) в действительности» (с. 15). Такова уж особенность переработки информации у человека (Линдсей, Норман, 1975; Frisby, 1979). Авторы ИДСЗ произвольно вкладывали любую информацию в образ идеальной икосаэдрическо-додекаэдрической решетки, не позаботившись строго проверить реальность самой этой решетки.

Не лучше обстоит дело и с теоретическими построениями. Допущения о кристаллическом ядре Земли и его функционировании — это именно допущения, совершенно ничем не обоснованные, не опирающиеся ни на какие реальные явления и факты, а привлечение некоторого научного аппарата как бы для вывода отдельных положений модели создает скорее наукообразную форму, чем содержание. Голословные утверждения авторов выдаются за достижения современной науки.

Приведем лишь два примера.

Н. Ф. Гончаров с соавторами (1981) пишут: «Предполагаемый двигатель общепланетарного механизма, формирующего симметрию кристалла додекаэдра в земной коре, получил всестороннее теоретическое подтверждение в процессе изучения новых достижений в кристаллографии. Согласно этим данным, поверхность зародыша кристалла уже имеет собственный потенциал, дальность действия которого возрастает с ростом граней кристалла

и тем самым увеличивает протяженность собственного силового поля. Доказано, что для роста кристалла необязательно участие внешних сил — кристалл — сам активный и главный участник явления, организующий процесс роста и создающий квазикристаллические структуры на определенном расстоянии от поверхности кристалла в соответствии со своей симметрией» (с. 44).

Мысль не очень понятна, если речь идет о дальности действия кристалла, то и не верна. Дальность действия не растет с величиной кристалла, а наоборот, как показали эксперименты Н. Н. Шефталы и многих других кристаллогенетиков, уменьшается. Кристалл, хотя и оказывает сильное организующее влияние на среду, но все же расти «без участия внешних сил», поддерживающих пересыщение, не может.

Другое утверждение: «К центру каждой грани, как и для обычного кристалла, направлен нисходящий гравитационный поток; от вершины граней, там, где наименьшая концентрация вещества вблизи кристалла, облегченное вещество восходящими потоками устремляется к границе внешнего ядра с мантией» (Гончаров и др., 1981, с. 44).

Но реальный кристалл растет как раз по обратной схеме: от вершин и ребер к граням, питание растущего кристалла осуществляется в основной через вершины.

И конечно же, если ядро Земли действительно монокристалл, то он не может быть додекаэдром или икосаэдром. Этого не допускают законы строения кристаллического вещества. Но если форма ядра додекаэдрическая или икосаэдрическая, то значит ядро не кристалл и не должно обладать свойствами кристалла.

Доказывая наличие кристаллического ядра Земли, Н. Ф. Гончаров и его соавторы оперируют современными представлениями о конвективных токах в геосферных секторах, ограниченных планетарными зонами растяжения и сжатия. Гипотеза о структуре и распределении конвективных токов создана на фактической основе, она строго научна и объясняет многие геологические закономерности, но помочь в чем-то утверждению ИДСЗ не может: механизм функционирования конвекционных токов не нуждается в монокристалльном ядре (рис. 92), а распределение зон растяжения и сжатия не подчиняется геометрическим закономерностям, которые позволили бы хоть в какой-то степени увязать их положение с ИДСЗ.

Заметим, что Н. Ф. Гончаров, В. А. Макаров, В. С. Морозов в своей икосаэдро-додекаэдрической геометризации не ограничиваются только нашей планетой, а распространяют свою модель на весь космос. «Элементы симметрии, подобные кристаллу, нами замечены также у Марса, Венеры, Луны и Солнца, — пишут они. — Мы предположили, что энергетические каркасы присущи всем объектам Космоса. Галактики размещаются как бы на ребрах, гранях и вершинах многогранников размером 200 миллионов световых лет» (Гончаров и др., 1981, с. 45).

Ограничится ли этим сфера претензий геокристаллов?

Еще одна модель геокристаллической Земли, в которой используются сразу все Платоновы тела, принадлежит В. И. Васильеву (Шафрановский, 1975).

В. И. Васильев исходит из предположения о пульсациях объема Земли, связанных с периодически меняющейся величиной сил сцепления и структурной рыхлости земного вещества. Амплитуда этих пульсаций растет с глубиной и достигает максимума в ядре. А во внешних оболочках возникают ориентированные по сфере напряжения растяжения (сжатия), которые приводят к сокращению (увеличению) площади и среднего радиуса напряженной сферической оболочки. В результате оболочки приобретают полиэдрические конфигурации. На глубине границы ядра (около 4900 км) конфигурация тетраэдрическая, на нижней границе слоя Голицына (830 км) — додекаэдрическая, а на уровне подошвы литосферы полиэдр близок к октаэдрическому 48-граннику — гексаоктаэдру.

Оценка современных геокристаллических моделей Земли авторитетными специалистами кристаллографами и геологами вполне однозначна. Она в полной мере выражена в следующих высказываниях.

«Принимая гипотезу т. Кислицына о стремлении земного шара принять форму правильного многогранника, как вполне правомерную, я считаю совершенно невозможным принятие земного шара за одиночный кристалл в обычном понимании этого слова» (Шубников, цит. по Г. А., 1975, с. 65).

«Итак, домысел о том, что весь земной шар является гигантским кристаллом, следует решительно отбросить. Вместе с тем . . . идея о том, что с течением времени земной шар стремится принять форму правильного многогранника, близкого к шару, вполне естественна» (Шафрановский, 1975, с. 3).

«Земля в целом не может рассматриваться как одиночный кристаллический многогранник (монокристалл). Причина же предполагаемого сходства заключается в том, что и поверхность земного шара, и поверхность кристаллического тела формировались по принципу минимума поверхностной энергии. Только с учетом этой поправки гипотезу (геокристаллической Земли — Н. Ю.) можно считать правомерной» (Фаворская, 1971, с. 38).

Мы полностью согласны с оценками этих авторов. Действительно, Земля ни в своей форме, ни в строении не несет тех главных черт, которые определяют сущность кристалла: плоскогранность, дальний порядок, однородность. Но использование многогранников и аппарата кристаллографической симметрии для пространственного моделирования определенных геологических объектов и явлений с соблюдением известных принципов подобия не только допустимо, но и перспективно, оправдано эвристическими следствиями.

Целесообразно, наверное, разрабатывать и идеи о монокристаллическости ядра Земли или других геосфер, поскольку такие идеи возникают. Но они должны опираться на факты,

расчеты, а не постулироваться, как это сейчас делается. Ведь вероятность сферического, а не полиэдрического ядра в свете современных геофизических и геологических данных весьма высока, и должны быть какие-то более веские причины для обоснования других маловероятных моделей.

В принципе, конечно, есть некоторые основания допускать, что вещество ядра гомогенно, и в условиях сверхвысокого давления оно может быть упорядочено в единую сверхгигантскую кристаллическую структуру. Но вряд ли такой геокристалл будет плоскогранным. Подобно обычным кристаллам, растущим в вязкой среде в условиях высокого пересыщения, грани его будут выпуклыми, ступенчато-мозаичными, и сам геокристалл — псевдосферическим. Кроме того, высокое давление способствует плотнейшей укладке, что не равноценно кристаллической структуре. О кристалличности можно говорить только в отношении структуры, а не формы ядра или других геосфер. Но кристаллическая симметрия, если бы она была реальностью, конечно, выразилась бы в симметрии всех физических полей.

И если принять идею о монокристаллическом ядре (или даже поликристаллическом), то нельзя приписать ему додекаэдрическую или икосаэдрическую симметрию с шестью пятерными осями симметрии — $5\bar{3}t$. Такая симметрия для кристаллического вещества вообще невозможна в связи с его периодической трехмерной упорядоченностью по законам пространственной кристаллической решетки. Исходя из общих симметричных закономерностей минерального мира, в частности из закономерного увеличения «кубичности» кристаллосимметричной структуры минерального вещества в глубинных частях Земли (Юшкин, 1983), можно было бы предполагать для геокристалла планально-аксиальную симметрию $m\bar{3}m$, какой характеризуется куб или октаэдр,⁴ или с существенно меньшей вероятностью — $4\bar{3}m$, характерную для тетраэдра.

Если же справедливо утверждение, что Земля в чем-то близка икосаэдру или правильному додекаэдру, то это безусловное доказательство ее некристалличности.

Есть определенные основания и в идеях об особенных точках планеты, активных узлах, отражающих на поверхности Земли выходы каких-то глубинных каналов, «лучей геокристалла», в терминологии Н. Ф. Гончарова с соавторами. Геологи, в частности геологи-рудники, давно пришли к твердому убеждению о существовании более проницаемых участков земной коры, своеобразных «труб» с различной глубиной заложения и диаметром, по которым осуществляется глубинный подток к поверхности вещества и энергии. Именно в таких участках находятся наиболее богатые рудные поля, концентрирующие гигантские объемы не типичных для при-

⁴ Напомним в связи с этим, что угловое расстояние от полюса для критических параллелей, вычисленное Б. Л. Личковым и И. И. Шафрановским (1958), равно $54^{\circ}44'$ и соответствует важнейшим углам, характеризующим октаэдр и куб.

поверхностной зоны земной коры элементов. На этом базируется старинный принцип: «Ищи руду около руды». Но пока нет строгих критериев для выявления аномальных точек планеты, и тем более не ясны геометрические закономерности их распределения. Начинать надо с инвентаризации и систематизации таких «особенных точек», только после этого выявится, подчиняется или нет их распределение какой-то геометрической системе. И сопоставлять можно только сопоставимые объекты.

Несомненно, и в структуре геофизических полей, и в структуре Земли, и в строении земной поверхности, и в рельефе, и в других геологических особенностях существует определенный геометрический порядок, который можно описать путем геометрического моделирования. Земля неоднородна не только радиально, но и тангенциально состоит из совокупности крупных и мелких геоблоков (Дедеев, Шустова, 1976; Красный, 1984). Есть основания полагать, что тангенциальная неоднородность возникла еще на ранних стадиях формирования Земли, присуща ей изначально. Блочное строение отражается на специальных картах. Кроме того, земная кора разбита сетью глубинных разломов, и земной шар в этом отношении похож на растрескавшийся теннисный шарик или на сильно побитое яйцо. Для многих районов составлялись карты глубинных разломов, есть и планетарные карты, хотя и очень неполные. Много сделано в выявлении геоструктурной картины, в геометризации рельефа. Словом, информации о различных типах линейных и полигональных элементов, проявляющихся на земной поверхности, накопилось очень много.

Однако во всем разнообразии геометрических рисунков земных объектов и явлений мы почти не видим повторяющихся элементов с пятерной симметрией, не видим образа граней додекаэдра, а уж икосаэдрическое пятерное соединение треугольников вообще не встречается.

Наиболее обычный мотив геометрических узоров ромбический и параллелограммный (рис. 95). Как стороны параллелограмма пересекаются системы разломов, в вершинах параллелограммов и ромбов лежат куполовидные структуры на платформах и соляные купола во впадинах, в параллелограммы складываются прямолинейные участки рек, если их продолжить и т. д. Для многих районов параллелограммная сеть настолько регулярна, что вычисляется ее характеристический шаг, выводятся уравнения для описания периодичности. Она четко проявляется на аэрофотоснимках и космоснимках. Анализ разломной сети стал одним из эффективных приемов металлогенического анализа. Нередко параллелограммная сеть сочетается с системой кольцевых структур. Стройное учение о геометризации структур земной поверхности разрабатывается И. Н. Степановым, который для их описания продуктивно использует аппарат учения о симметрии (Выявление . . ., 1983).

Если присмотреться к разломным и другим картам, то можно уловить и довольно отчетливый гексагональный мотив. И это понятно: и параллелограмм, и ромб, и треугольник легко выво-

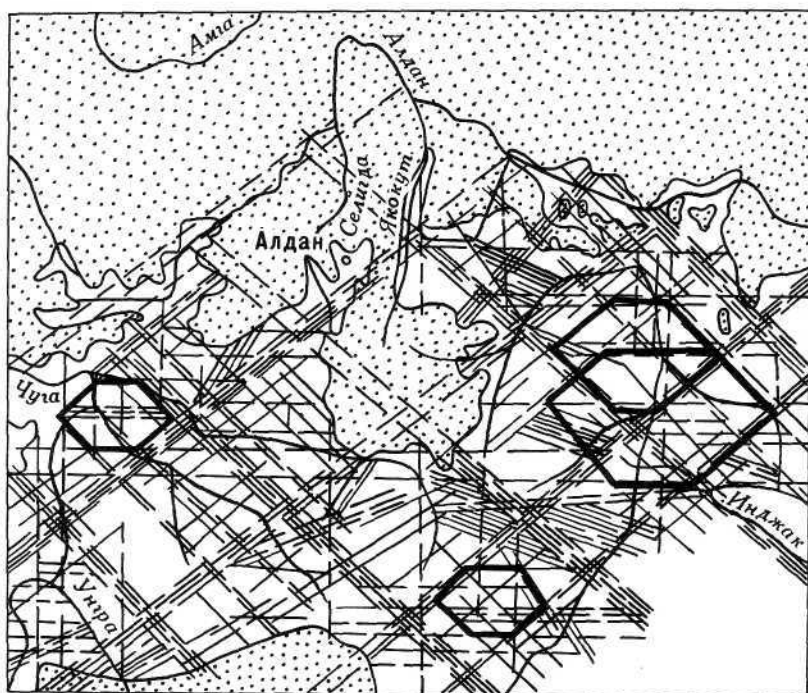


Рис. 95. Система разломов Алданского щита, по данным Р. И. Гришкяна. Выделены примеры гексагональных элементов.

дятся из шестиугольника. Есть и много строго гексагональных структурных рисунков. Это системы даек в долеритах, полигональная отдельность эффузивных покровов, особенно базальтовых и т. д.

По нашему мнению, для геометризации геологических элементов, проявляющихся на поверхности земного шара, эффективнее было бы использовать гексагональный образ (однородные группы D_6 , C_6 , C_3 , D_3^a , D_3^b), от которого легко перейти к ромбическому и параллелограммному (рис. 96).

В самом грубом приближении земной шар можно представить как шар, опутанный сетью с шестиугольными ячейками. Однако сеть эта, конечно, будет неправильной, поскольку правильная шестиугольная сеть, покрывающая сферу, невозможна, как это вытекает из уже упоминавшейся формулы Эйлера. Для шестиугольной сети на сфере мы, имея число ребер $P = 3\Gamma$, а число вершин $B = 2\Gamma$, приходим к $\Gamma + B - P = 0$, тогда как законы топологии требуют для многогранника удовлетворения соотношения $\Gamma + B - P = 2$. Поэтому гексагональные ячейки в сети будут сочетаться с ячейками другой формы, в том числе и пятиугольниками (рис. 96). Да так собственно и случается в реальных гексагональных сетках.

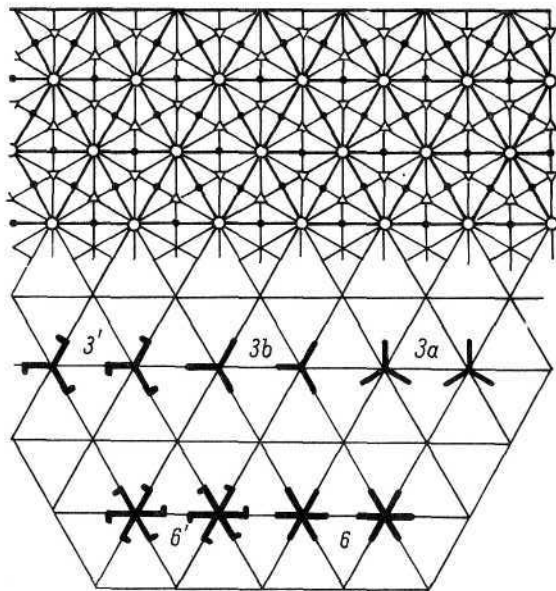


Рис. 96. Гексагональная решетка и ее ромбические и тригональные варианты (по Вейлю).

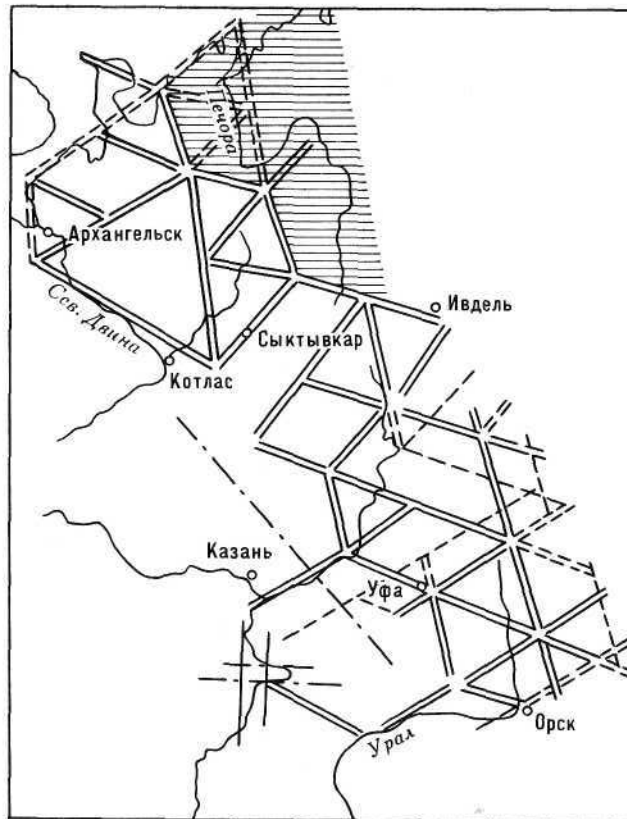


Рис. 97. Фрагменты гексагональной решетки линейментов на европейской части СССР, по данным А. Е. Федорова (1983).

Фрагменты глобальной гексагональной сети уже зафиксированы на ряде участков нашей планеты. В частности, они хорошо просматриваются на космоснимках Европейского Севера СССР, Приуралья, Южного и Среднего Урала (рис. 97). Исследованиями А. Е. Федорова (Федоров, 1983; Федоров, Елистратова, 1983) образ гексагональной сетки был подвергнут тщательному геоморфологическому и геофизическому анализу и была доказана его реальность. Линии линеаментов, укладываемых в гексагональную сеть, с азимутами сторон 360, 60 и 300°, расстоянием между линеаментами около 235 км, а между узлами решетки 274 км, соответствуют разломам фундамента, выраженным в современном рельефе. На эту решетку местами как бы накладывается вторая гексагональная решетка с азимутами 270, 330 и 30°, играющая второстепенную роль, хотя и выражающаяся в рельефе и физических полях. Кроме того, гексагональные ячейки нередко разбиваются на более мелкие треугольные и ромбические ячейки, так что реальная сеть довольно сложная.

По мнению А. Е. Федорова, этими линеаментами контролируется положение районов вендского эксплозивного и эффузивного магматизма, распределение многих месторождений полезных ископаемых на Урале, с определенными ячейками совпадает площадь Тимано-Печорской нефтегазоносной провинции. На основании анализа гексагональной сетки А. Е. Федоров приходит к представлению о дельтаэдрическом строении земной коры. Дельтаэдр — это многогранник, все стороны которого представляют собой равносторонние треугольники, причем любой треугольник может быть разбит на четыре мелких путем соединения их середины прямыми (Федоров, 1983, с. 21). Подобные разработки мы находим у В. Немеца (Nemes, 1970) и других геоморфометристов. Выведенные Немцем эквидистантные расстояния для разных уровней (25—50—100—200—400—800—1600—3200—6400 км) близки к расстояниям 200 и 400 км между линеаментами севера Русской платформы, участвующими в создании гексагональной решетки.

Дельтаэдрическая модель структурного рисунка земной поверхности, несомненно, ближе к истине, чем все другие, но вряд ли и она универсальна. Отметим, что для этой же территории на основании дешифрирования тех же космических снимков предлагаются и другие модели, в частности линейно-купольная модель Д. М. Трофимова (1980). По нашему мнению, правильный геометрический образ может быть найден лишь для структуры отдельных участков земной поверхности, а в целом поверхность Земли покрыта рваной сетью с разными ячейками, среди которых резко преобладают гексагональные, но весьма распространены и другие (рис. 98, 99).

Однако нельзя придавать и гексагональной модели чрезмерную универсальность, как это иногда делается. Например, попытки объяснить распределение месторождений полезных ископаемых на Урале их концентрацией в узлах гексагональной решетки (Федоров, Елистратова, 1983) весьма некорректны: уральские металло-

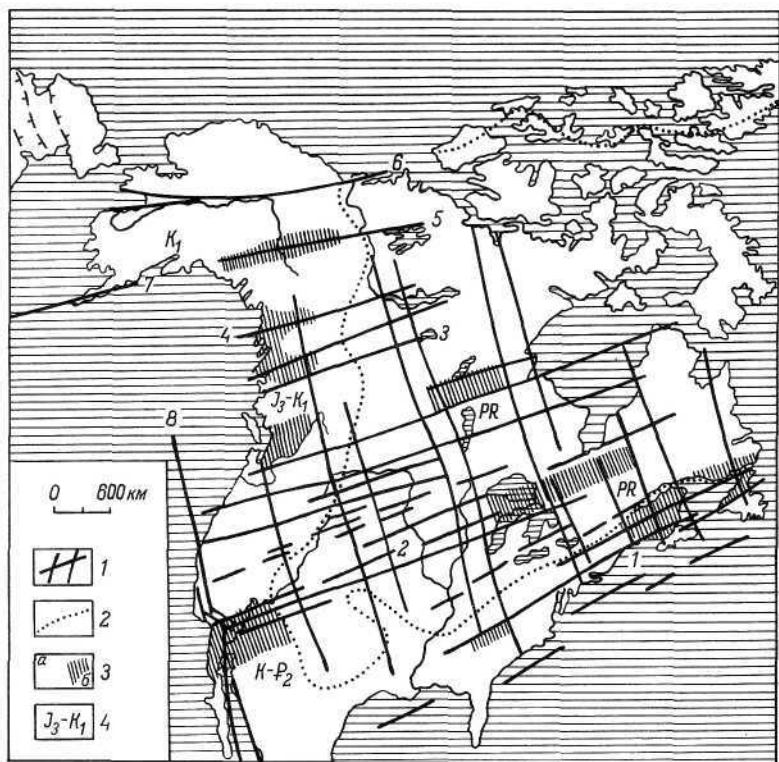


Рис. 98. Диагональная система глобальных линейментов и секущие специализированные металлогенические пояса Северной Америки (Металлогения... 1984). 1 — глобальные и региональные линейменты (цифры на карте); 1 — Бревард, 2 — Колорадо, 3 — Кинг-Атабаска, 4 — Стикин, 5 — Брюин-Клондайк, 6 — Юкон-Поркьюпайн, 7 — Алеутский, 8 — Сан-Андреас; 2 — граница Северо-Американской платформы; 3 — секущие специализированные металлогенические пояса (а — кварцево-рудные, б — меднорудные); 4 — возраст оруденения.

генические зоны строго линейны, образуют четкую кулисообразную линейную систему, многие элементы которой непрерывно прослеживаются от Южного до Полярного Урала. Весьма сомнительным является и положение о схождении на географических полюсах всех трех направлений гексагональной системы (Федоров, Елистратова, 1983), представляемых отрезками правой и левой логарифмических спиралей и радиальных прямых. Однопорядковые ячейки имеют примерно одинаковые размеры на всех участках земной поверхности, а не уменьшаются к полюсам.

Гексагональная модель структурного рисунка земной поверхности, несомненно, более близка к истине, чем все другие, но вряд ли и она универсальна. Правильный геометрический образ может быть найден лишь для структур отдельных участков земной поверхности с относительно однородным геологическим строением, а в целом поверхность Земли покрыта «рваной»

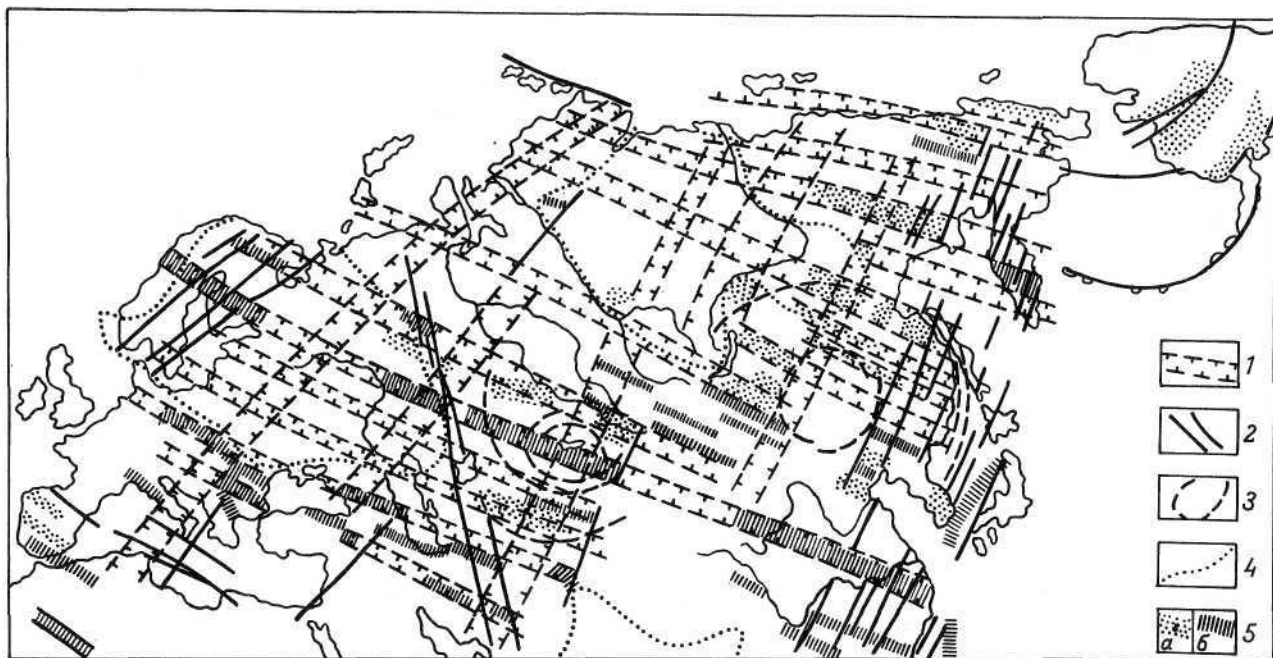


Рис. 99. Диагональная система глобальных линеаментов и секущие специализированные металлогенические пояса Евразии (Металлогения. ..., 1984).

1 — зоны глобальных линеаментов; 2 — региональные линеаменты; 3 — мегаконцентрические дислокации; 4 — границы платформ; 5 — секущие специализированные металлогенические пояса (а — кварцево-рудные, б — меднорудные).

сетью с разными ячейками, среди которых преобладают гексагональные. Сеть эта сильно затушевана резко выделяющимися директивными линейными элементами складчатых и разломных систем и кольцевыми структурами.

Разбиение земной коры на гексагональные или близкие к ним по форме блоки вполне закономерно. Здесь мы сталкиваемся по сути дела с тем же явлением формирования полигональной отдельности, что и при усыхании глинистых масс, кристаллизации базальтовых покровов. Гексагональные сетки можно наблюдать на горизонтальных поверхностях пластов песчаников и глинистых сланцев, особенно древних, на такырах, гигантских стареющих болотных массивах, в тундре над вечной мерзлотой, т. е. на гексагональные призмы разбиваются любые однородные массы, испытывающие температурные изменения при вертикальном температурном градиенте (подогреваемые или охлаждаемые сверху или снизу). Гексагональные ячейки литосферы являются типичными ячейками Бенара, образующимися в результате тепловой конвекции (Асхабов, 1982), т. е. они относятся к классу диссипативных структур. В условиях термодинамически неравновесного состояния литосферы, характеризующейся пропусканием больших количеств теплоты и притоком отрицательной энтропии, именно гексагональной или близкой к ней пространственной упорядоченности конвективных потоков и следует ожидать исходя из представлений неравновесной термодинамики.

Создание реалистической геометрической модели геологической структуры земной поверхности — это весьма актуальная, перспективная, но нелегкая задача. Ее решению должен предшествовать тщательный и строгий геометрический анализ различных структурных элементов и геофизических полей. Необходимо учитывать геологическую эволюцию структурного рисунка и отражение в его строении явлений дрейфа материков и геосфер, вращение Земли, эффект изучения и другие десимметризирующие факторы. Применение аппарата теории симметрии, в том числе и кристаллографической симметрии, в решении этой задачи может принести серьезную пользу.

В заключение вернемся к проблеме геомоделирования, к проблеме характеристики Земли на основе учения симметрии. Очевидно, единую универсальную модель Земли создать нельзя. Земной шар может быть более или менее достоверно охарактеризован совокупностью симметричных моделей, каждая из которых наиболее строго выражает то или иное геологическое явление. На продуктивность такого подхода обращали внимание И. И. Шафрановский и Л. М. Плотников (1975), Г. Н. Каттерфельд (1962), П. С. Воронов (1968).

Как элементы модельной совокупности можно назвать следующие модели Земли:

— наиболее универсальной геометрической моделью Земли является шар с симметрией ${}^{\infty}L_{\infty}PC - \infty/\infty m$; явление гравитации идеализируется как пучок бесконечного числа векторов, направ-

ленных от поверхности к центру; симметрия поля земного тяготения в каждой точке поверхности шара соответствует симметрии конуса, обращенного вершиной к центру;

— для характеристики поверхностных явлений, например, таких, как взаимодействия атмосферы и литосферы, для изучения взаимодействия геосфер и других подобных процессов шаровую модель нужно рассматривать как вращающийся шар с симметрией $L_{\infty}PC - \infty/m$;

— ближе, чем шар, форму геоида характеризует неподвижный эллипсоид вращения с симметрией $L_{\infty}L_2 \infty PPC - \infty/mm$, он наиболее подходит для отражения поясных особенностей, таких как освещенность, климатическая зональность, почвенная зональность;

— этой же цели отвечает вращающийся одноосный эллипсоид с симметрией $L_{\infty}PC - \infty/m$;

— для отражения как полярного, так и экваториального сжатия в качестве модели Земли лучше взять трехосный эллипсоид с симметрией $3L_2 3PC - mmm$, а с учетом приливных эффектов — асимметрично-трехосный кардиоидальный эллипсоид;

— особенности распределения материков и океанов, блоков планеты с земной и океанической корой, иллюстрируются черным «октаэдром» Личкова—Шафрановского $3L'_4 (3L_i) 4L_3 6L'_2 3P' 6PC' - m'3m$;

— многие явления и процессы, выражающиеся в структуре земной поверхности, характеризуются симметрией не выше P , подавляющее же большинство геологических явлений полностью асимметричны (—).

Более полно и конкретно геологические и физические особенности Земли могут быть описаны при помощи аппарата плоскостной и криволинейной конечной и бесконечной симметрии и гомологии.

Итак, хотя для описания Земли как планеты и отдельных ее особенностей применим и полезен аппарат кристаллографической симметрии, Земля тем не менее не является монокристаллом. Геокристаллические модели отражают лишь ее определенные, но не главные особенности, точно так же как кристалл, нередко рассматриваемый как простейшая модель живого организма, не является носителем жизни.

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ УЧЕНИЯ О СИММЕТРИИ В МИНЕРАЛОГИИ

В предыдущих главах, анализируя современное состояние учения о симметрии в минералогии и рассматривая новые области его приложения, мы неоднократно обращали внимание на далеко не исчерпанные перспективы симметричного подхода к изучению минералогических объектов и явлений, пытались определить наиболее перспективные пути его развития. Однако наши прогнозы охватывают лишь ряд проблем, поскольку интересы авторов лежат в определенных разрабатываемых ими областях минералогии и кристаллографии. Более объективное мнение о перспективах развития всех минералогических полей охвата теории симметрии и о будущем самого учения о симметрии можно составить из анализа различных точек зрения. Поэтому главу о перспективах развития учения о симметрии в минералогии мы сочли полезным сделать коллективной, составить ее из коротких эссе ученых разных специальностей, активно работающих в области учения о симметрии. В этих эссе, написанных специально для нашей книги, выражается взгляд их авторов на современное состояние представлений о симметрии, на их значение в минералогии, определяются наиболее перспективные проблемы.

Денеш Надь (Nagi)

(Кафедра общей техники Университета им. Л. Этвина, Будапешт, ВНР)

Симметрия и плотность (или как возникает симметрия?). Е. С. Федоров сыграл центральную роль в развитии одного из самых важных понятий современной науки — понятия симметрии. Симметрия кристаллографии, как показал Е. С. Федоров, может быть успешно использована для систематизации структур или процессов в различных областях. В некоторых случаях при помощи методов симметрии можно предсказать все возможные структуры или процессы данного типа и тем самым дать их полную характеристику.

У классиков кристаллографии (Е. С. Федорова или А. В. Шубникова) часто подчеркивается, что при описании структур кристаллов было бы лучше пользоваться не системой точек, а системой фигур. В кристаллографии известно также исследование плотней-

ших шаровых упаковок (Н. В. Белов). В самом деле, в процессах кристаллизации (а также и в других природных и технических процессах) можно наблюдать тенденции к плотнейшим упаковкам одинаковых фигур вследствие энергетических или экономических причин. В связи с этим мы исследуем плотнейшие упаковки одинаковых геометрических фигур, но не только шаров, поскольку формы материальных частиц (например, атомов, ионов, молекул) или их зоны действия являются более сложными. Эта тема связана и с результатами исследований венгерской школы дискретной геометрии (Л. Фейеш Тот).

Один из интересных результатов в этой области геометрии состоит в том, что свойство плотности создает порядок (симметрию) в хаотической системе фигур. Возможны разные уровни порядка:

- решетчатая система фигур (с решеткой Браве);
- правильная система фигур (с федоровской группой);
- блок-правильная система фигур (Bezci, Nagi, 1980).

Основные теоремы таких исследований имеют вид: плотнейшую упаковку одинаковых фигур (какого-то геометрического класса) можно осуществить в форме какого-то порядка, но существуют и другие экстремальные конфигурации. С точки зрения плотности нет разницы, например, между идеальными и локально дефектными конфигурациями. Согласно этому принципу, можно говорить не только о симметричных (решетчатых, правильных, блок-правильных) системах фигур, но и о квазисимметричных (по плотности), имеющих ту же самую плотность (это понятие не совпадает с квазисимметрией или Р-симметрией А. М. Заморзаева).

Природная мера дефектности упаковки: отличие плотности данной упаковки от самой большой плотности, достигаемой у упаковок с теми же самыми фигурами.

Этот подход (группы симметрии + плотность) в отличие от классического (чисто групп-теоретического) дает больше возможностей для математического описания действительных (не строго симметричных) структур. Понятие квазисимметрии (например, квази-федоровская система фигур) лучше отражает структуры реальных кристаллов, поскольку учитывает локальные дефекты, дислокации и т. д. Та же самая «более слабая» симметрия характерна для искусства и красоты: слегка нарушенная симметрия (см., например, правую и левую половины любого лица) более красива, чем «совершенная» симметрия. Так возвращается жизнь и свобода в иногда слишком «мертвую» симметрию.

Доктор физико-математических наук **Иван Степанович Желудев**
(Институт кристаллографии АН СССР, Москва)

Симметрия: из минералогии — в физику, из физики — в минералогии. Физическая (тензорная) кристаллография многим обязана минералогии: учение о симметрии кристаллов, родившееся в мине-

ралогию, лежит в основе всех соотношений, описывающих свойства кристаллов. Общие принципы сохранения легли в основу положений учения о симметрии в естествознании и прежде всего в физике. Физика расширила представления о симметрии путем введения в рассмотрение понятий об «отражении» явлений не только в пространстве (чего было достаточно в минералогии), но и во времени. Так возникли представления об «обращении времени», требования к явлениям удовлетворять этому «обращению» и пр.

«Стыковка» симметричных требований, имеющих своим началом минералогические и общезфизические корни, кое-где оказалась неоднозначной. Появились сообщения о «нарушениях» то пространственной, то временной четности. Все эти нарушения, однако, являются не реальными, а мнимыми и просто свидетельствуют о необходимости введения одинаковых представлений о преобразованиях пространства и времени для физики и для минералогии. В этом и состоит ближайшая задача симметричной науки. Решив ее, мы перестанем говорить о нарушениях пространственной четности при слабых взаимодействиях и пр.

Профессор **Марджори Сенешаль** (Senechal)

(Математический факультет Колледжа Смита, Нортгемптон, Массачусетс, США)

Новые направления в теории симметрии. В 1901 г., за семь лет до открытия дифракции рентгеновских лучей, Вильям Барлоу и Генри Мирс написали статью о состоянии геометрической кристаллографии для Британской Ассоциации содействия прогрессу (Barlow, Miers, 1901). В ней они заметили, что история ее развития является историей попытки выразить геометрически физические свойства кристаллов, и каждая стадия процесса обращения к их известным морфологическим свойствам приводила геометров к расширению сферы их исследования и расширению понятия гомогенности.

Полезно напомнить эти слова сегодня, когда высоко искусственные измерительные методики обнаруживают неизвестные и неожиданные свойства кристаллов, о которых даже не догадывались в прошлые времена. Эти новые свойства заставляют теоретиков снова и снова расширять сферу их исследований.

Новейшим и наиболее драматическим открытием в царстве кристаллов является открытие существования металлических сплавов с пятерной симметрией вращения (Schectman e. a., 1984). Их зерна, имеющие размер в несколько микронов, названы их первооткрывателями «квазикристаллами», поскольку они нарушают кристаллографические ограничения, накладываемые основным законом теоретической кристаллографии. Менее драматичным, но более значительным и, вероятно, более важным для минералогии является открытие несоизмерных кристаллов, которое нарушает закон рациональных параметров.

Невозможно предсказать, какие теории в конце концов охватят свойства этих и других загадочных кристаллов. Возможно, для того чтобы понять их, нам придется пересмотреть законы, которые они нарушают. В конце концов кристаллографические ограничения и закон рациональных параметров являются всего лишь аксиомами, но не фактами. Так как реальные кристаллы никогда не бывают совершенными и любое даже наилучшее измерение всегда приближенно, мы не можем установить экспериментальным путем рациональность или иррациональность какого-то кристалла. Наша концепция кристалла как рациональной структуры — это теоретическая модель, которая была принята почти всеми кристаллографами со времен Гаюи и которая достаточно хорошо послужила кристаллографии. Но она может и не быть подходящей моделью для структур, описанных выше. Если мы снова обратимся к проблеме характеристики реальных структур с дальним порядком, мы можем обнаружить, что рациональные структуры являются частным случаем более общего типа. Подход, активно исследуемый сегодня, — интерпретация этих структур как проекция структур в многомерное пространство. Несомненно, будут предлагаться и другие интерпретации.

В будущей теории симметрии, вероятно, будет больше придаваться значения геометрии и меньше — теории групп, чем это имеет место в наши дни. Теория групп также достаточно хорошо послужила кристаллографии. Система трехмерных кристаллографических групп Федорова и Шенфлиса была одним из величайших достижений кристаллографии XIX в., и развитие теории групп в нашем столетии позволило уточнить и расширить их работы. Теория групп недостаточно приспособлена для освещения геометрии кристаллов, так как группы описывают периодические свойства регулярных узоров. Но теория групп является основным инструментом изучения геометрических инвариантов, несмотря на то что многие интересные особенности структуры кристаллов и минералов, которые сейчас изучаются, являются не постоянными, а изменяющимися.

Как пример нового геометрического подхода к кристаллическим вариациям я кратко опишу современное развитие кристаллографии, вытекающее из замечательных теорем Делоне и его коллег (Делоне и др., 1974). Эти авторы показали, что мысль о том, что регулярные структуры определяются локальными силами, имеет точное геометрическое значение: регулярность системы (r, R) (дискретных, гомогенных множеств) полностью определяется локальными свойствами множеств. Доказательство состоит в том, что если сферические радиусы у любых соседних точек системы равны, то системы регулярны. Сейчас регулярная (r, R) система описывается федоровскими группами, а «нерегулярная» не может быть описана ими. Но нерегулярные системы могут быть упорядочены в локальном масштабе. Теорема предполагает, что проникновение в определенные почти регулярные геометрические свойства кристаллов может быть достигнуто

путем исследования характеристик (r , R) систем, «локальная регулярность» которых хорошо определена, но не достаточно широкая, чтобы быть охарактеризованной радиусом, требуемым теоремой. Так, П. Энгель в 1984 г. обнаружил, что в большинстве случаев мозаичность пространства, определяемая с помощью ячеек Вороного 3-х и большей мерности (r , R) систем, является регулярной, если каждая ячейка окружена соседними ячейками, находящимися на равном расстоянии. Но имеется важное исключение: в некоторых случаях требованием для гарантии регулярности мозаичности Вороного является также равенство следующих ячеек-соседей. Когда эти исключения имеют место, то мозаичность наслаивается, подобно политипным структурам. Этот результат обещает новые и интересные интерпретации политипов.

Наше время — время необычных сомнений для теории симметрии, как и время поисков и новых путей для «расширения понятия гомогенности».

Профессор физики и химии Иштван Харгиттай (Hargittai)

(Венгерская Академия наук, Будапешт, ВНР)

О расширении приложений концепции симметрии. Минералогия сыграла фундаментальную роль в развитии современных приложений симметричной концепции. Прекрасная и совершенная система 32 классов симметрии кристаллов символизирует важность морфологии кристаллов для симметрологии. Даже такая классическая система способна привести к новым результатам, как это было недавно продемонстрировано в исключительно ценной статье И. И. Шафрановского (Shafranovskii, 1985). Парно перемножая порядки симметрии в таблице 32 классов, он показал, что может быть получена дополнительная информация, помогающая выводу простых и сложных двойников кристаллов, так же как и эпитаксиальных сростков.

Не все новые усовершенствования в кристаллографии решаются точно в рамках классических систем. Возьмем, например, 230 трехмерных пространственных групп, которые представляют собой другую правильную систему такого же рода. Растет число открываемых кристаллических структур, которые проявляют сверхсимметрии в дискретных доменах кристалла в дополнение к симметрии, предписываемой их трехмерными пространственными группами. Это явление названо гиперсимметрией и детально обсуждено П. М. Зорким и В. А. Копчиком.

Особенно интригующие открытия дали так называемые «непериодические» кристаллы. Металлический пятнисто-застывающий

¹ С этим подходом можно подробнее ознакомиться по совместной статье Р. В. Галиулина и М. Сенешаль в книге «Узоры симметрии» (1980) и по монографии Р. В. Галиулина (1984), — Я. Ю.

сплав Al_3Mn с дальним ориентационным порядком, но с икосаэдрической точечной группой симметрии был недавно рассмотрен Д. Шехтманом с коллегами (Schectman e. a., 1984). Последнее, конечно, несовместимо с трансляциями решетки. Новое квазикристаллическое состояние вещества представляет большой интерес (Theogu, 1985). Теоретические исследования на квазирешетках и, вообще говоря, на кристаллографии пенрозовских узоров проводились в какой-то мере. В частности, отмечалась возможность пятерной симметрии в полурегулярных квазирешетках (Maskau, 1981, 1982). В этом отношении весьма уместно вспомнить пионерские исследования Дж. Д. Бернала, проведенные десятилетия назад в Барбек-колледже Лондонского университета и известные сегодня как обобщающая кристаллография. Это учение о структурах, включающее также те системы, которые не относятся к строго классическим системам кристаллографии, однако обладают хорошо определенной регулярностью. По нашим данным (Hargittai, Orville-Thomas, 1981), с этих позиций могут быть рассмотрены структурные свойства расплавов, аморфных твердых веществ и даже жидкостей.

Материальная симметрия, лишенная «окоченения» геометрической симметрии, представляется приложимой к широкому ряду материальных систем как хорошая абстракция (Hargittai, 1985). Геологические формации, например деформация земной коры и в частности деформация горных пород (см., например, Larson, Birkeland, 1982; Suppe, 1985), наиболее подходящие для симметричного анализа. Математический прогресс в развитии «морфологии аморфных веществ» (Mandelbrot, 1983) расширяет возможность новых открытий в геологических науках.

Особо следует здесь отметить столбчатые соединения. Их часто гексагональное, почти сотоподобное строение, определяемое конфигурацией трещин сжатия, является прекрасным проявлением трехмерных пространственных групп симметрии в природе, в добавлении к минеральному царству, конечно. Эти соединения, природа которых хорошо познается с позиций симметрии столбчатых сетей, расширяют поля будущих исследований (Gray, 1985).

В заключение можно предсказать, что усовершенствование измерительных методик, в частности освоение компьютеров нового поколения с беспрецедентными возможностями для расшифровки пространственных узоров и интерпретации изображений, будет способствовать исследованиям геологических формаций Земли и других планет. Эти работы, очевидно, потребуют использования спутников (Lowgeu, 1985). Симметричный анализ может оказаться необходимым в таких исследованиях.

Нелинейная симметрия (возникающая в веществе вдали от равновесия). При рассмотрении теории симметрии в полном ее объеме естественно возникает вопрос: чем вызывается постоянное совершенствование этой теории? На этот вопрос следует ответить так: существующий аппарат теории симметрии становится недостаточным для разрешения вопросов тонкого строения вещества, исследования новых граней природы, открываемых при более глубоких исследованиях. Необходимо приспособлять аппарат теории симметрии к все новым и разнообразным явлениям.

В литературе подчеркивается, что на первых порах построения количественной картины мира практически все разделы физики ограничивались изучением наиболее стабильных — равновесных и квазиравновесных — состояний и процессов. И только в дальнейшем естественный ход развития науки с неизбежностью привел к необходимости решать принципиально динамические проблемы: переходы из одного состояния в другое, образование и распад связанных состояний и т. д. Отсюда возникает необходимость расширения аппарата теории симметрии на динамические явления и процессы, а затем и на процессы эволюции органических и неорганических систем. И здесь теория симметрии уже выступает в особой роли — в роли языка морфологии (и структуры), в том числе языка морфологии кристаллов, морфологии организмов и их развития. В связи с этим возникают требования создать гибкие и универсальные «языковые» средства, позволяющие описывать сложные явления и процессы, создавать четкие модели фундаментальных явлений.

Симметрия конкретных статических объектов материального мира (кристаллов, бабочек, цветков, бордюров и т. д.) ограничена рамками реального трехмерного евклидова пространства. Такие объекты получают отображение в проективной геометрии.

Ведущей идеей всех «однородных» геометрий (аффинной, евклидовой) является однородный в каком-то смысле характер рассматриваемых пространств, их однотипное—одинаковое строение в разных точках и вдоль различных направлений. Та же идея однородности пространства лежит в основе геометрической кристаллографии идеальных кристаллов. Для описания неоднородностей, структурных и морфологических усложнений и дефектов в реальных кристаллах необходимы привлечения топологических преобразований, которые позволили бы, с одной стороны, связать геометрию с распределением масс разных веществ на разных участках реальных кристаллов, а с другой — с движением масс (что необходимо, например, при описании тех преобразований, которые происходят при равновесных и неравновесных фазовых переходах). В обоих случаях необходимо привлекать масштабные преобразования и преобразования с распределением масштабов в пределах реального кристалла. Для описания зако-

номерностей движения, изменения и в целом эволюции материальных объектов необходим совершенно иной исследовательский аппарат, основанный на методах дифференциальной геометрии и компактных множеств (Елисеев, 1979).

Новые данные о разных видах химической активности вещества (и в том числе волновой) существенно изменяют представления о распределении возмущений в химических средах и симметрии продуктов кристаллизации, возникающих в условиях таких возмущений. В надкритических условиях самопроизвольно появляются конвективные движения, возникает циркуляция и создаются новые своеобразные структуры в исходно гомогенной среде (ячейки Бенара, расслоение жидкости, волны Белоусова—Жаботинского и др.), характеризующие явления самоорганизации в сложных физико-химических фазах и системах. Таким образом, объектами исследования при изучении неравновесных процессов становятся многие новые явления, процессы и объекты, которые ранее вовсе не рассматривались в классической кристаллографии и в равновесной термодинамике. Главным здесь становится изучение неоднородностей, которые проявляются в виде закономерно образованных диссипативных структур.

1. «Неевклидов мир» и мир кристаллов с неоднородностями, возникающими при необратимых неравновесных процессах. А. Пуанкаре отмечал, что среди окружающих нас предметов есть такие тела, которые часто испытывают перемещения, способные быть компенсированными соответственными (коррелятивными) движениями внутри этого тела. Это — твердые тела. По его заключению, если бы не было твердых тел в природе, не было бы геометрии (Пуанкаре, 1983).

Возможны два рода изменений: при первом — внешний предмет перемещается как неизменное твердое тело, при втором — перемещения сопровождаются изменением формы тела. Возникающая при этом «деформация» существенно отличается от других изменений состояния твердого тела.

По А. Пуанкаре, геометрия есть только резюме законов, по которым изменения следуют друг за другом. Он писал: «В таком случае ничто не мешает нам вообразить себе ряд представлений, во всем подобных нашим обычным представлениям, но следующих друг за другом по законам, отличных от тех, к которым мы привыкли. . . Вообразим, например, мир, заключенный внутри большой сферы и подчиненный следующим законам. Температура здесь не равномерна; она имеет наибольшее значение в центре и понижается по мере удаления от него. . . Предположим в самом деле, что предмет перемещается, деформируясь: не как неизменное твердое тело, но как твердое тело, испытывающее неравномерные расширения, в точности соответствующие допущенному выше закону изменения температур. Для краткости я позволю себе называть подобное движение неевклидовым перемещением. . . Это будет неевклидова геометрия» (Пуанкаре, 1983, с. 49—51).

«Неевклидов мир» реально наблюдается и при перемещениях

несжимаемой жидкости. Из инвариантности расстояния между двумя точками такой жидкости следует инвариантность объема, но мы «не можем сохранить инварианта евклидовой геометрии. Мы постулируем инвариантность объема, но отказываемся от постулата инвариантности расстояния между двумя точками жидкости» (Бартини, Кузнецов, 1978). А это формально означает отказ от «однородности» пространства как твердых тел (пример А. Пуанкаре), так и жидкостей (пример Р. О. Бартини и П. Г. Кузнецова). Неоднородная деформация имеет место и в технических приложениях и во время роста кристаллов в неравновесных условиях (Елисеев, 1982, 1985). А. Пуанкаре так оценивал роль неравновесных физико-химических условий при возникновении неевклидовых преобразований твердого тела: «реальные тела . . . испытывают изменения формы и объема вследствие нагревания и охлаждения. Но устанавливая основы геометрии, мы пренебрегаем этими изменениями. . .» (Пуанкаре, 1983, с. 50).

2. О развитии теории симметрии «неевклидова мира» кристаллов. А. В. Шубников (1951) полагал, что всякая математическая дисциплина может развиваться двумя существенно различными путями: 1) умозрительным, логическим раскрытием разнообразных выводов, потенциально содержащихся в его основных предпосылках (назовем этот путь построения теоретического знания «перебором» или «отбором»), и 2) внесением изменений в сами эти предпосылки (это уже путь «выбора предпосылок»).

М. В. Волькенштейн и Д. С. Чернавский (1982) подчеркивают, что при «отборе» происходит реализация информации, заложенной в систему. И только «выбор» (нередко случайный) порождает новую информацию: он позволяет выбрать совершенно новые пути эволюционного развития систем разной природы (в том числе и абстрактных систем).

Роль «выбора» (как интуитивного) и «перебора» (как логического) можно проследить на примере перспектив развития учения о симметрии. А. В. Шубников подчеркивал: «До сих пор учение о симметрии развивалось главным образом первым, логическим, путем. Основные его предпосылки не претерпели существенных изменений. Это первый путь представляется нам завершенным, а дальнейшее развитие указанной дисциплины, составляющее задачу настоящей работы, возможно лишь вторым путем» (Шубников, 1951, с. 3). Когда А. В. Шубников писал о современном развитии учения о симметрии главным образом первым, логическим путем, то им имелся в виду «перебор» следствий. Здесь не может быть какой-то радикальной смены основ на новые. Здесь полностью сохраняется математический аппарат классической (равновесной) кристаллографии, основанной на соответствии аксиомам геометрии Евклида. Выбор иной системы аксиом позволяет перейти к иной аксиоматике кристаллографии, составляющей основу иной «нелинейной симметрии», возникающей в веществе кристаллов вдали от равновесия. Сравним аксиоматики «равновесной» и «неравновесной» кристаллографии.

3. Аксиоматика классической (равновесной) кристаллографии. По Р. В. Галиулину (1979, 1984), к изучению геометрии атомных образований можно подойти с двух равновесных позиций: рассматривать атомное образование как непрерывную функцию распределения электронов в них или рассматривать только точки, соответствующие идеализированным положениям центров атомов этого образования. С точки зрения традиционных кристаллографических теорий, второй путь предпочтительнее первого. Именно этому подходу к аксиоматическому построению геометрических основ кристаллографии удовлетворяют (по Р. В. Галиулину) следующие аксиомы:

а. Аксиома дискретности: расстояние между любыми двумя точками множества больше некоторого фиксированного отрезка. Дополнительным требованием, довольно естественно связанным с атомными образованиями, является S-связанность (одно из основных понятий комбинаторной топологии).

б. Аксиома покрытия: расстояние от любой точки пространства до ближайшей точки множества меньше некоторого фиксированного отрезка R . В 1974 г. Р. В. Галиулин высказал предположение, что требование правильности может быть значительно ослаблено, и им была сформулирована «локальная теорема»: если все точки (r, R) -системы равно окружены в сфере радиуса $4R$, то (r, R) -система правильная. Строгая граница равного локального окружения, приводящего к правильности, пока не найдена. М. И. Штогрин доказал, что эта граница не превосходит $10R$.

в. Аксиома локального равенства: каждая точка системы равно окружена другими ее точками в сфере радиуса $10R$.

г. Аксиома рациональности: всякий рациональный многогранник — кристаллографический. Простая форма кристалла определяется как рациональный многогранник, который с помощью этой аксиомы выводится из всех возможных многогранников евклидовой геометрии.

Первые две аксиомы кристаллографической геометрии — дискретности и покрытия — свойственны любому атомному образованию. По заключению Р. В. Галиулина, кристаллы из атомных образований выделяются только с помощью аксиом локального равенства и рациональности. Приведенные выше (по Р. В. Галиулину) соображения об аксиомах кристаллографической геометрии можно трактовать как геометрические ограничения, налагаемые на совокупности атомов, из которых однозначно следуют равновесные кристаллические структуры.

4. Аксиоматика неравновесной кристаллографии («нелинейной симметрии»). Ныне важную роль приобретают уже модели реальных кристаллов, неоднородных по составу, структуре и свойствам.

В 1975 г. впервые были описаны элементы симметрии пространства состояний (Елисеев, 1975) — такого пространства, которое

обобщает все возможные изменения состояния, состава и свойств реальных кристаллов в неравновесных физико-химических условиях и в условиях протекания необратимых процессов. В работе (Елисеев, 1982) описываются топологические свойства пространства состояний, которому подчиняются закономерности распределения неоднородностей в кристаллах.

При сопоставлении свойств пространства состояний и другого хорошо изученного пространства кристаллографических систем (кристаллической решетки) выявляются их существенные различия.

Обобщенным образом (моделью) пространства равновесных кристаллографических систем является кристаллическая решетка, основанная на параллелизме в расположении геометрических элементов. В неравновесных условиях нарушается параллелизм, возникают иные совокупности элементов, характеризующиеся сходящимися рядами (пучки, конусы, шатры, спирали, фокусы, узлы, седла, складки и т.п.).

В книге (Елисеев, 1983) для систематики неравновесных структур применены идеи симметрии устойчивых состояний, возникающих в условиях отсутствия равновесия — вдали от равновесия. Для классификации кристаллов-уродов впервые применены идеи теории катастроф Р. Тома—В. И. Арнольда.

Ниже приводится сопоставление систем аксиом равновесной — классической — кристаллографии и неравновесной кристаллографии (Елисеев, 1985).

Аксиомы пространства равновесных кристаллографических систем (по Галулину, 1979)

Дискретности

Покрытия (требование правильности кристаллографических систем)

Рациональности (наиболее общая форма — многогранник)

Локального равенства (равное окружение у одинаковых точек кристаллических систем)

Аксиомы пространства состояний неравновесных кристаллографических систем (по Елисееву, 1982)

Связанность—непрерывность изменений (вариации по направлению)

Вырождение необратимых изменений (траектории и особые точки)

Сходимость последовательностей состояний (пучки, конусы, шатры, седла, спирали и др.)

Масштабные преобразования (изменения в окружении от точки к точке — локальные неоднородности)

5. Симметрия развития. При графическом изображении отдельных состояний (в термодинамике или в физико-химическом анализе) привлекаются «закрытые» геометрические фигуры — многогранники (треугольники, тетраэдры, октаэдры, многомерные правильные симплексы). С их помощью нельзя удовлетворительно описать непрерывные необратимые изменения: некорректно применять конечные модели для описания непрерывных изменений в системе (фазе), потоков в них тепла и вещества. Вариационные физико-химические диаграммы позволяют проводить анализ непрерывных необратимых процессов. Отдельные состояния

физико-химических систем, с одной стороны, и траектории изменения параметров, характеризующих эти системы, — с другой, соотносятся как элементы и целое. У траекторий появляются собственные свойства (своя симметрия) и собственные закономерности, которыми не обладали отдельные состояния системы, т. е. элементы этих траекторий. В частности, у траекторий необратимых процессов при рассмотрении их в векторном поле появляются совершенно новые элементы симметрии — центр пучка (конуса, шатра и т. д.) траекторий (центр связанного множества траекторий, что соответствует модели централизованных волн Римана разрежения и сжатия). Этот элемент симметрии развития системы не может быть обнаружен при изучении отдельных равновесных состояний той же системы. Такие элементы симметрии абстрактной (обобщенной), симметрии потоков привлекаются нами для анализа симметрии эволюционных процессов (Елисеев, 1979, 1985). Математическое изучение эволюции сложных систем практически сводится к анализу таких моделей, как пучок, конус, шатер, в пределах которых располагаются и могут варьировать возможные траектории при эволюционных изменениях этих систем.

Отметим, что для точно-множественных отображений, определенных на конусе, справедлива теорема С. Какутани, выведенная в 1941 г. «о неподвижной точке» — опорной точке, в которой функционалы проявляют себя как опорные. Физический смысл такой «опорной» (неподвижной) точки состоит, на наш взгляд, в том, что это элемент симметрии выпуклого множества функционалов (т.е. элемент симметрии функционального пространства представлений).

С перенесением основного внимания с равновесного (статистического) состояния на процессы динамического изменения (и далее на процессы эволюции) требуется ввести новые методы анализа симметрии реальных объектов (в том числе и реальных кристаллов).

6. Систематика элементов «нелинейной» симметрии (симметрии нелинейных явлений). А. В. Гапонов-Грехов и М. И. Рабинович (1984) подчеркивают, что разнообразие и сложность физических задач на «динамическом уровне» оказались столь велики, что поначалу представлялись совершенно естественными допущения о малости полей, слабости возмущений, так как это позволяло создать единственную возможность «оторваться от квазиравновесности». При решении подобных проблем, не связанных с существенными отклонениями от состояний равновесия, физика работала с линейными (линеаризованными) динамическими моделями. Линейный подход еще долго оставался в физике преобладающим, а в кристаллографии — единственным.

Но в начале XX в. положение коренным образом изменилось. По словам А. В. Гапонова-Грехова и М. И. Рабиновича, «число нелинейных проблем, решение которых нельзя было отложить на будущее, начало лавинообразно расти», а в 30-е годы нелинейные задачи превратились в первоочередные в акустике, физике













Исходные модели последовательности устойчивых состояний	Операция преобразования	Результативная модель
		• Точка
		— Линия
		 Точка таг
		 Точка тиг
	) Точка перегиба

Рис. 100. Операция «вырождение».

твердого тела, статистической физике. Лишь в то время (благодаря Л. И. Мандельштаму и его ученикам — особенно А. А. Андронову) было осознано, что на каждом шагу встречаются ситуации нелинейного характера, когда мы не наблюдаем аддитивного отклика на аддитивные воздействия. «Большинству физиков в то время казалось совершенно естественным перенести на вновь возникшие нелинейные задачи мощный, одновременно и формальный и эвристический подход линейной физики» (Гапонов-Грехов, Рабинович, 1984, с. 221).

К проблемам наиболее «горячих» точек нелинейной физики примыкают ныне фундаментальные нелинейные проблемы турбулентного поведения в динамических системах (не подверженных действию флуктуации) и возникновения детерминированных (в том числе и ориентированных) структур в нелинейных средах. Эти проблемы связаны с решением задачи симметрии нелинейных явлений (или просто нелинейной симметрии).

Как показано нами (Елисеев, 1984, с. 5), наиболее типичными нелинейными преобразованиями являются операции вырождения (рис. 100), расщепления и структурообразования (рис. 101), а также сдвиг, раскручивание и смена морфологии (рис. 102). На рис. 101 операция вырождения рассматривается на примере изотропных моделей типов стационарных состояний, возможных в системе с двумя степенями свободы (Эбелинг, 1979): устойчивые и неустойчивые узлы, устойчивый центр. Неустойчивый режим узлового типа (модель которого составляет расходящийся пучок

векторов — центрированная волна Римана разрежения) отвечает процессу дифференциации. Совершенно устойчивый режим узлового типа (сходящийся пучок векторов — центрированная волна Римана сжатия) отвечает процессу гомогенизации, а при эволюции — конвергенции.

7. Сложение элементов нелинейной симметрии. Структура пространства состояний (привлеченного нами как аппарат исследования необратимых процессов и эволюции) состоит из комбинаций элементов нелинейной симметрии, которые соответствуют масштабным преобразованиям. При этом сложные элементы нелинейных преобразований являются результатом сложения элементарных (рис. 103). На рис. 103 приведены основные операции сложения элементов нелинейной симметрии. Так, при сложении устойчивого режима типа центра и векторного внешнего воздействия возникают различные случаи (А и Б). Режим типа центра и плоскость зеркального отражения m образуют реальное сложное преобразование, отмеченное в жидких кристаллах (ϕ). Случай же сложения моделей элементарных преобразований типа a соответствует реальному примеру жидких кристаллов (n), а случай типа b — примеру (y). Сложение векторного преобразования и осей симметрии (3, 4, 6) создает три-, тетра- и гексагональный устойчивый узел (случай z) или неустойчивые узлы (случай d). На рис. 103 приведены другие случаи сложения элементов нелинейной симметрии — масштабных преобразований, в результате которых возникают точки двойного спуска (e), перитектики ($жс$), спирали ($з$), бистабильные состояния ($и$), различные седла: тройное «обезьянье седло» ($к$), тетрагональное ($л$), гексагональное ($м$).

В качестве примеров анализа реальных сложных преобразований выбраны схемы расположения молекул около ядер — случаи

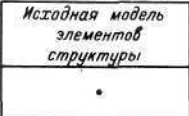

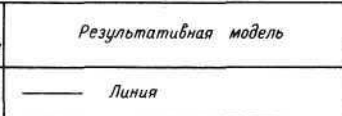


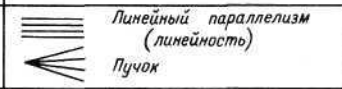


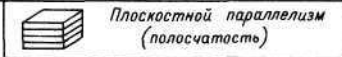
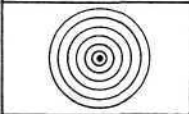
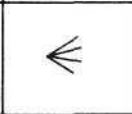
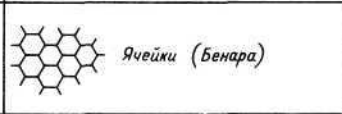

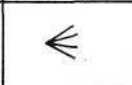
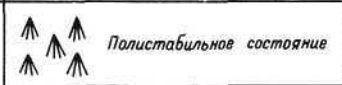
Исходная модель элементов структуры	Операция преобразования	Результативная модель
		 Линия
		 Линейный параллелизм (линейность) Пучок
		 Плоскостной параллелизм (полосчатость)
		 Ячейки (бенара)
		 Полистабильное состояние

Рис. 101. Операция расщепления и «структурообразования».



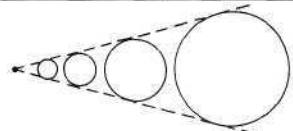
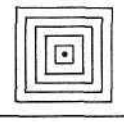
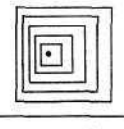
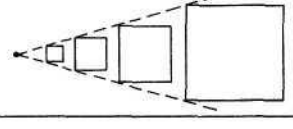
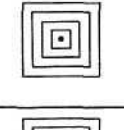

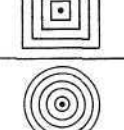
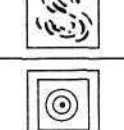
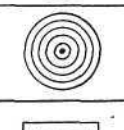
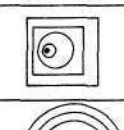
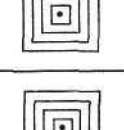

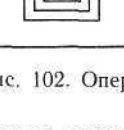
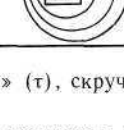
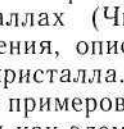
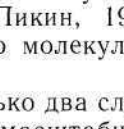
Модель исходной последовательности состояний	Операция	Результативная модель	
		при τ_1	при $\tau_2 \gg \tau_1$
	τ		
	τ		
	S		Структура „снежного кома“ (гранаты)
	S		
	γ		
	$\gamma + \tau$		
	γ		
	$\gamma + \tau$		

Рис. 102. Операция «сдвиг» (τ), скручивание (S) и смена морфологии γ .

взаимного расположения молекул около дисклинаций в жидких кристаллах (Чистяков, Пикин, 1981); Π , Ψ , Φ — параметры уравнения, описывающего молекулярную упорядоченность жидкого кристалла.

Из примеров n — ϕ только два случая (n и c) могут рассматриваться как элементарные масштабные преобразования, другие — представляют сложение элементарных преобразований: n — см. a , o — см. k , p — см. z , t — см. l , y — см. o , ϕ — см. v .

В случаях протекания необратимых неравновесных процессов изменения и усложнения структуры, распределения состава

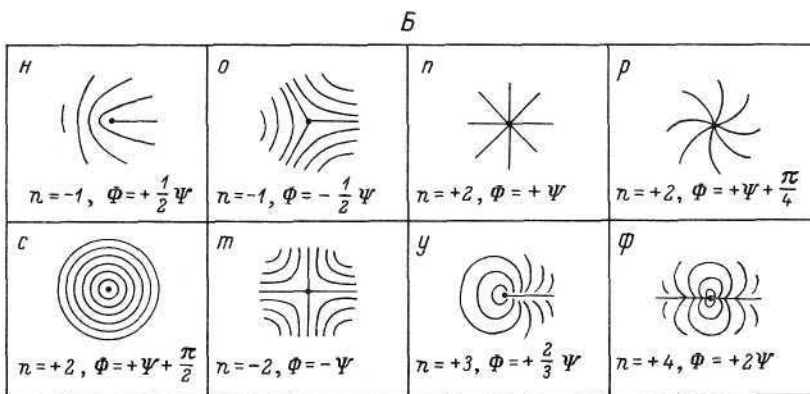
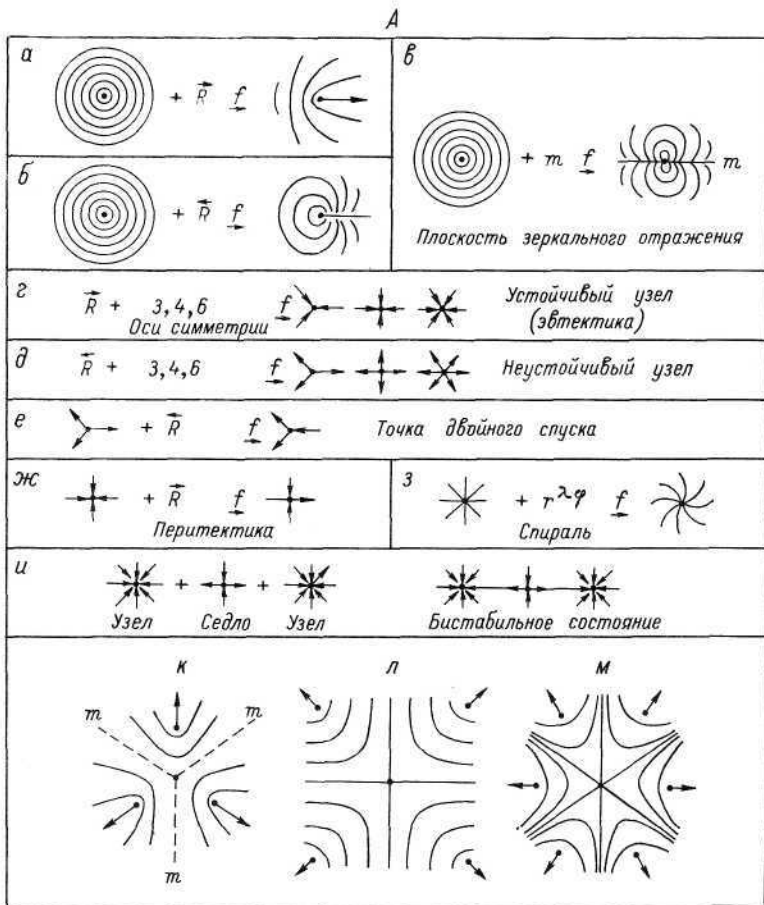


Рис. 103. Сложение элементов масштабных преобразований (*f*).

и морфологии фаз выступают как специфические механизмы приспособления фаз к неравновесным условиям. Гетерогенные преобразования фаз (элементами которых выступают элементы нелинейной симметрии) способствуют сохранению устойчивости их вдали от равновесия. Фазы с теми или иными неоднородностями — это типичные примеры фаз с внутренними степенями свободы, способствующими приспособлению фаз к неравновесным условиям.

8. Значение симметрии нелинейных явлений для развития термодинамики необратимых процессов. В работах (Елисеев, 1984; Eliseev, 1984) показано, что И. Дьярмати (1974), излагая неравновесную термодинамику на языке «теории поля», открыл путь решения задач в линейном приближении. При этом изменение фазы (системы) рассматривается как однопараметрическое семейство деформаций (параметром изменения здесь является время). Однако с исключением из теории поля (одновременно И. Дьярмати) физически нереальных движений, не подчиняющихся аксиоме «непрерывности», были исключены многие важнейшие (в том числе и реальные нелинейные) преобразования фаз (систем), которые имеют место в области устойчивости вдали от равновесия и проявляются как во время роста кристаллов, так и при развитии каждого живого организма. В итоге предложенного нами учета широко распространенных гетерогенных преобразований фаз открываются перспективы создания иного варианта модели неравновесной термодинамики, основанной на учете разнообразных гетерогенных (в том числе и волновых) масштабных преобразований, охватывающих как линейные, так и нелинейные явления в реальном мире (кристаллов и организмов). Волновая модель термодинамики необратимых процессов (наш вариант) способствует пониманию тех превращений, которые сопровождают фазовые переходы, рост кристаллов в нелинейных средах и развитие живых организмов. Элементами таких преобразований служат линейные и нелинейные изменения таких объектов. Приведенный выше анализ нелинейных явлений в кристаллических системах позволил нам составить представление о двух важнейших проблемах «нелинейной симметрии»:

— рождение «сложных» движений (приводящих к образованию ячеек Бенара, расслоению фаз, возникновению концентраторных волн и т. д.) в простых физико-химических системах;

— возникновение «простых» (упорядоченных) структур в сложных системах, соответствующих небольшому числу катастроф Р. Тома—В. И. Арнольда.

В итоге протекания процессов кристаллизации вдали от равновесия морфология кристаллов определяется только характером внешних возмущений и не зависит от симметрии кристаллической структуры. Только в условиях равновесия морфология кристаллов предопределяется внутренним строением минералов, т. е. отвечает правилу Браве.

Попытки распространить аппарат симметрии равновесных кристаллических структур на продукты кристаллизации, возни-

кающие вдали от равновесия, не являются состоятельными. Вопросы нелинейной симметрии, охватывающей всевозможные преобразования, только ставятся. Частными проявлениями нелинейной симметрии являются: преобразования спектральных последовательностей, гомологические и топологические преобразования, преобразования криволинейной симметрии, кооперативные и волновые преобразования и т. д.

Профессор **Виктор Альбертович Франк-Каменецкий**

(Кафедра кристаллографии Ленинградского государственного университета, Ленинград)

Проблема закона Браве и минералогическая кристаллография.

В проблеме «структура—свойство», центральной для современной минералогии и кристаллографии, вопросы корреляции формы кристалла и его атомного строения сохраняют существенное значение как для развития теории роста кристаллов, так и для их практического использования. В старинной кристаллографии форма кристаллов являлась почти единственным конечным источником информации о их строении. После первых структурно-морфологических обобщений Гаюи первым, кто сформулировал закон, согласно которому по морфологическому ряду формы можно определить тип структуры, был Браве.

Развивая эту проблему, Е. С. Федоров (1912) разработал «кристаллохимический анализ» как метод определения формы параллелоэдра структуры по статистике распределения форм роста. Дальнейшие уточнения внесли Доннэй и Харкер (1937 г.), которые показали влияние открытых элементов симметрии (винтовых осей, плоскостей скольжения) на распределение форм. Фетишизации формы кристалла как единственного источника информации о кристаллическом строении пришел конец после появления структурных методов. Наступил длительный период увлечения структурным анализом, попытками дискредитации формы как структурно-чувствительного признака, расчленения кристаллографии на независимые структурное и генетическое направления. Между тем развитие исследований по проблеме структура—форма кристалла (Хартман, Аншелес, Шнир, Фольнер и др.) позволяло установить четкие корреляции между морфологической характеристикой кристалла (морфологическая значимость по возможности без искажающего влияния генетических факторов) и его атомной структурой — распределением цепей сильных связей, электронной плотностью, формой морфологической ячейки (домены Дэлоне). Закон Браве преобразуется в свете новых данных об атомной структуре кристаллов как основной закон, связывающий кристаллическую структуру с формой.

О моих работах в области симметрии. Вместе с моим студентом Шульманом в работе по псевдоморфозам я показал, что продукты псевдоморфизма не обнаруживают никакой статистической взаимосвязи с первичным минералом. В этой связи я организовал выпуск «Псевдоморфозы» для периодического издания *Lapis*, который является лишь попыткой рассмотреть проблему и познакомиться с ней широкий круг минералогов. Далее, около 20 лет назад, я указывал в небольшой статье, что морфология пирита может быть использована для изучения минеральной зональности внутри и вокруг рудных тел.¹ Немного позже в другой небольшой статье я пытался обратить внимание на то, что общие положения науки о симметрии (и тесно связанные с ней положения учения о подобии) также могут быть применены для сравнения структур минеральных агрегатов, таких как тела горных пород, руд и т. д., и что любое сравнение диаграмм или графиков фактически является установлением подобия (т.е. подобие-симметрия или подобия симметрии), и что установление идентичности (степени идентичности, симметрии) является основным инструментом в изучении горных пород, руд и любых других геологических тел и процессов.

В основной работе «Симметрия в природе и искусстве» (которая переведена на английский, французский и испанский языки) я попытался доказать, что принципы симметрии (в музыке чаще применяют термин «гармония») являются универсальными.² Они применимы и к живой природе, и к искусству в любой его форме (к музыке, поэзии, танцам), философии, религии и т.д. В сентябре 1984 г. я читал лекцию на выставке «Phenomena» в Цюрихе, которая сопровождалась музыкой Баха, Гайдна и Моцарта. Я старался показать, что поиск симметрии связан с основным условием существования, а именно со способностью человека устанавливать идентичность и подобие предметов и звуков. Поиск высших форм симметрии во внутреннем и внешнем мире, следовательно, может быть понят как высшая форма основных условий и предпосылок жизни, т. е. способности человека распознавать идентичность предметов и звуков вокруг него, а также идей, мыслей, души. Без способности устанавливать подобие и идентичность человек не может существовать.

Может быть, менее связанными с темой симметрии являются мои статьи по стереологическим свойствам и методам в минералогии, в которых был впервые употреблен термин «Locking-index»,

¹ Это явление описал также В. А. Копцик. Пирит Саргардонского месторождения // ЗВМО. 1949. Vol. 78, № 2. С. 83—94. (Прим. ред.).

² См. также: А. В. Шубников. Симметрия (законы симметрии и их применение в науке, технике и прикладном искусстве). М., 1940. 176 с.

т. е. индекс сложности (в работах американских коллег употребляется труднопроизносимый термин «contiguity»). Термин «locking-index» возник при рассмотрении проблемы извлечения рудных минералов при обогащении руд.

Стереологические методы могут быть применены для петроструктурного анализа и поэтому ведут к установлению «симметрии» и подобия петрографических объектов, т.е. структурных единиц в геологии, и установлению тектонических событий.

В этой связи мой коллега Мартин Кирчмайер составил интересную схему для горных пород, которая может быть использована в курсе петроструктурных анализов.

Эти наброски могут служить иллюстрацией того направления, для изучения которого я использовал общие принципы симметрии, и показывают их возможное приложение к минералогии.

Профессор **Джоан Якоб Буркхардт** (Burckhardt)

(Цюрих, Швейцария)

Рене-Жюст Гаюи и закон симметрии. После того как Лежендр первым ввел идею симметрии в геометрию, Р.-Ж. Гаюи применил их впервые в кристаллографии (Шаскольская, Шафрановский, 1981). Это определение подтверждается нижеследующим.

Если мы рассмотрим сначала соответствующие положения геометрии Лежендра и затем те же у Гаюи, то в конце концов мы обнаружим их взаимосвязь. Биографы Гаюи определенно заметили эту заслугу.

Итак, по Лежендру (Legendre, 1833, p. 125): «Определение XVI: Я назвал бы симметричными полиэдрами два полиэдра, которые имеют общую базу, одинаково построены и располагаются: один — над основанием этой базы, другой — под, при том условии, что вершины подобных углов расположены на равном расстоянии от основания базы, на одной прямой, перпендикулярной этому основанию». К этому — замечание 1: «Мы хотели бы дать особое название равенству, которое не подразумевает под собой совпадение, мы его назвали симметричным равенством, а фигуры, получаемые в этом случае, — симметричными фигурами».

По этому поводу Crelle (Legendre, 1833) замечает в своем переводе в подстрочном примечании к пятой книге на с. 158: «Очень точное изложение теории о симметричных фигурах в пространстве является одним из преимуществ учебника геометрии Лежендра». Этот учебник имел широкое распространение, и мы можем предположить, что Гаюи заимствовал у него понятие симметрии и ввел его в кристаллографию (см. с. 81): «Законы убывания симметрии и их действия на грани и углы сторон, ограничивающие простые формы минералов, зависят от способов кристаллизации этих тел. Способы же кристаллизации подчиняются другому закону, которому я дал название закона симметрии

и который отличается своей всеобщностью и своим униформизмом среди многочисленных изменений, которым подвержены первые».

Делафосси (Delafosse, 1839) — биограф Гаюи — явно признавал, что понятие симметрии в кристаллографию ввел Гаюи. Это подтверждает следующее место (с. 557) биографии: «Закон симметрии распространяется на более или менее равные части согласно связям между размерами крупных примитивных тел, взаимным позициям их граней, выражается в характерах этих тел, во вторичных формах, которые получаются в результате». Два очень важных закона лежат в основе всей кристаллографии, служат установлению связей, которые существуют между различными формами, объединяющимися в один вид кристаллического минерала. Один из них является законом симметрии. Он устанавливает число и вид распределения граней на кристалле, дает кристаллографам средство определения различных типов форм, которые образуют всю систему всех возможных форм в минерале, если, конечно, у него есть кристаллографическая форма.

Этот закон был прочувствован и инстинктивно продолжен Роме де Лилем. Но только Гаюи первым понял необходимость и показал его значимость: он строго его сформулировал и в то же время убедительно показал его на конкретных примерах.

Кандидат геолого-минералогических наук

Константин Иванович Чепижный

(Институт стекла, Москва)

Горизонты гомологической минералогии. В 70-х годах возглавлявший нашу минералогию академик Н. В. Белов писал: «В 1962 году на праздновании 50-летия знаменитого «эпохального» открытия Лауэ — дифракции рентгеновских лучей на кристаллах — многие из собравшихся в Мюнхене кристаллографов не сомневались в том, что именно с этим открытием связана величайшая революция в кристаллографии, резко сместившая центр тяжести нашей науки к внутреннему механизму кристаллов, к их атомному строению в весьма малой связи с внешней формой.

Любопытно, что таковым же стало в то время отношение к форме и размерам минерала со стороны минералогов-разведчиков, петрографов, «полезников». Но как раз в те же годы (конец 50-х—начало 60-х годов) совершалась в нашей науке еще более мощная революция — смещение интереса в сторону макрокристалла и притом достаточно крупного. Для минералогии крупный макрокристалл оказался открытой книгой, в которой записана собственная история кристалла и судьбы месторождения. Для кристаллографов — это объект проявления, изучения и использования поразительных свойств кристалла, непрерывно революционизирующих науку и технику. Цены на идеальные природные кристаллы сильно возросли, оправдывая большие затраты на их

искусственное выращивание, которым занялось непрерывно увеличивающееся число специальных лабораторий, институтов и кафедр кристаллографии. Последние же стали особенно популярными на геологических факультетах» (Белов, 1972, с. 5).

Продолжая эту мысль Н. В. Белова, хочется сказать следующее: после того как минералогии освоили строение крупного идеализированного макрокристалла, на смену индустрии крупного кристалла, обгоняя теорию минералогии, неожиданно пришла более экономная «индустрия малого кристалла» (порошковая металлургия, ситаллы, взрывные методы прессования порошков, промышленность нитевидных кристаллов и создаваемых на их основе композитов, плазменный синтез малых и ультрамалых кристаллов, промышленность «бронирующих» плазменных покрытий и т.д.). Характерно, что по своим масштабам «индустрия малого кристалла» оказалась намного глобальнее индустрии крупного монокристалла.

Понятно, что на этой стадии практическая минералогия, обеспечивая нужды «индустрии малого кристалла», теперь устремилась к изучению достаточно мелкого кристалла, размером от микрона и меньше. Другими словами, миновав крупный кристалл, минералогии пошли навстречу кристаллохимикам-структуристам. На своем пути минералогии встретили строгие, но достаточно крупные (доатомные) блочные структуры, организованные не на основе атомов, а на основе частиц (полиэдров) разной формы и размера. Установленная (доказанная) промышленностью истина заключалась в том, что прочность и ряд других свойств кристаллических блоков различной формы и размера различны. Для минералогов это означало, что свойства одного и того же минерала зависят не только от его химического состава и атомной структуры, но и от его формы и размера. Интерес минералогов к изучению формы и размера блочнопостроенного кристалла резко подскочил. Дальнейшие исследования убедили минералогов в том, что описание строения кристаллов следует производить не по традиционной двухступенчатой схеме кристалл—атомная структура, а по трехступенчатой схеме: кристалл—структура частиц—структура атомов или (что то же самое) кристалл—доатомная структура, организованная на основе частиц вещества кристалла,—атомная структура, организованная на основе атомов. Таким образом, протянув мост связи от блочных структур к атомным структурам (мост «частица—волна»), макроминералогии «сбились» с кристаллохимиками-атомщиками и получили возможность говорить на одном общем языке. Этим общим языком оказался ленинградский (федоровско-михеевский) язык прим. Переход на язык прим коренным образом изменил мировоззрение минералогов, что привело к «информационному взрыву» в минералогии. Минералогии поняли, что наиболее точное описание строения и свойств кристаллов достигается не на основе анализа элементов симметрии кристаллов, а на основе анализа элементов гомологии. . . На смену старой

минералогии 32 классов пришла новая гомологическая минералогия, включающая 215 классов кристаллов. В осознании минералогами реального строения кристаллов важное значение имели работы ведущего в СССР кристалломорфолога с гомологическим мышлением, проф. И. И. Шафрановского. Разработанные И. И. Шафрановским подходы при описании «уродливости» кристаллов, начиная от образования футлярных, нитевидных, вицинальных форм кристаллов и кончая однородно деформированными (ложными) формами, изменили представления минералогов об устройстве и симметрии кристаллов. Этому способствовали также работы в области физики твердого тела, убедившие минералогов в том, что природные кристаллы отнюдь не являются симметричными формами. На мировоззрение минералогов огромное влияние оказала работа ленинградского (ЛГУ) пространственника В. И. Михеева «Гомология кристаллов», а также работы Д. В. Наливкина, В. А. Франк-Каменецкого, В. В. Нардова и ряда других исследователей по теории квазисимметричных фигур, блочному изоморфизму, деформации решеток и др.

В Москве гомологические подходы (золотое сечение, ряды Фибоначчи, лента Мебиуса) развивались московским минералогом проф. Е. И. Семеновым (ИМГРЭ).

Особо важное значение имело геометрическое московское направление, развиваемое ведущим в СССР геометром проф. Р. В. Галиулиным (ИКАН СССР). Это направление предусматривало развитие геометрических подходов Бергмана, Браве, Гаюи, Федорова на более высоком (топологическом) уровне. В частности, особо важное значение имели идеи, доложенные Галиулиным на Федоровской сессии 1983 г. по «вывернутым» формам кристаллов, составляющим развитие идей гомологической минералогии.

Указанные работы, базировавшиеся (в основном) на учении Е. С. Федорова о рассыпчатом строении и однородных деформациях фигур, на новом уровне возродили интерес минералогов и кристаллографов к давно забытым геометрическим работам Е. С. Федорова по гомологии кристаллов. В 1985 году, в годовщину столетия знаменитых федоровских «начал» учения о фигурах на юбилейной (Федоровской) сессии профессором минералогии и кристаллографии В. А. Франк-Каменецким была сделана переоценка творческого наследия Е. С. Федорова с позиций современных знаний об устройстве кристаллов. Проф. В. А. Франк-Каменецким впервые было показано, что наряду с важным значением федоровских работ по симметрии кристаллов, главное значение все же имеют его работы по гомологии кристаллов, намечающие путь, по которому должны идти минералоги настоящего и будущего.

Вместе с тем гомологическая минералогия 215 классов кристаллов, пришедшая на смену старой минералогии с ее 32 классами, является новым, более высоким и более общим уровнем мышления минералогов, соответствующим требованиям времени.

Гомологическая минералогия — учение о строении, составе

квазисимметричных (однородно деформированных) кристаллов, т. е. о минералах Земли.

Одной из важных задач гомологической минералогии является изучение специфики блочного строения кристаллов, неразрывно связанного с однородными деформациями (с автодеформациями).

Гомологическая минералогия геометрически строго исследует закономерности организации доатомных блочных структур минералов в интервале частица—волна, т. е. начиная от крупного блока, видимого в оптическом и электронном микроскопах и кончая малым (дорентгеновским) блоком.

Гомологическая минералогия предусматривает выработку языка общего с языком кристаллохимика-структурщика. Она стремится протянуть мост связи от доатомных структур кристаллов, описываемых на основе частиц, к атомным структурам, описываемым на основе волн. Выявление и описание закономерностей организации доатомных блочных структур минералов позволит закрыть одно из наиболее крупных белых пятен в минералогии.

По своему практическому значению и строгости организации доатомные блочные структуры не уступают атомным структурам.

Гомологическая минералогия не ограничивается изучением мертвого кристалла. Ее интересы распространяются и на квазисимметричные биоминералогические структуры, где ярко проявляются деформации сдвига, сжатия, кручения и растяжения, она ищет связи живой клетки с мертвым кристаллом.

Гомологическая минералогия — новый более высокий и более общий уровень мышления минералогов. Это воззрение включает в себя следующие подходы:

1. Идеи Карла Линнея—Торберна Бергмана о наличии в минералах особого ядра.

2. Идеи Р.-Ж. Гаюи о минеральном ядре и блочном строении кристаллов.

3. Идеи О. Браве о наличии в кристаллах пространственных макрорешеток, в узлах которых сидят не атомы, а частицы вещества кристалла.

4. Идеи Е. С. Федорова о рассыпчатом строении кристаллов.

5. Идеи Е. С. Федорова об однородных деформациях фигур.

6. Идеи А. Н. Карножицкого о вицинально-блочном строении кристаллов и влиянии этого строения на их свойства.

7. Учение Е. С. Федорова о симметрии как частном случае гомологии.

8. Обобщающее учение В. И. Михеева о квазисимметричных кристаллах 215 классов гомологии.

Гомологическая минералогия — строгое учение о строении пространства кристаллов, поэтому она предусматривает модельное описание доатомных блочных структур. При построении моделей квазисимметричных кристаллов используется федоровское примечание. В отличие от равномерных атомных структур, доатомные структуры описываются по уровням квантования (от крупных

к мелкоблочным структурам), при модельном описании блочных структур по уровням квантования используются ряды Фибоначчи (золотое сечение). Золотое сечение является той общей платформой, на основе которой производится описание объектов исследования гомологической минералогии и биоминералогии (живого и мертвого). Модели квазисимметричных кристаллов 215 классов гомологии принципиально отличаются от статичных моделей абстрактной минералогии 32 классов. Гомологические модели кристаллов динамичны: их можно подвергать однородным деформациям растяжения, сжатия, сдвига или кручения. Возможность совмещения частей (блоков) моделей облегчает восприятие законов блочного строения кристаллов. Уникальная динамичность разработанных моделей кристаллов нового типа раскрывает принципиально новые возможности для использования метода «кристаллографического домысливания» как в сторону расширения образов, так и в сторону их сокращения, высокая динамичность моделей позволяет на новом уровне осознать строение пространства реальных кристаллов и законы их развития.

Изучение гомологической минералогии 215 классов квазисимметричных кристаллов следует начинать с изучения динамических моделей кристаллов, подобно тому как мы это делали при изучении минералогии 32 классов.

Переход на гомологическое описание минералов Земли — новый этап в истории развития минералогии и биоминералогии.

Этот путь был указан Е. С. Федоровым: «Симметрия есть частный случай гомологии. Гомология есть частный случай корреляции. Корреляция есть частный случай проективности».

Идя по пути, указанному Е. С. Федоровым, В. И. Михеев дал человечеству 215 классов квазисимметричных кристаллов. По своему теоретическому и практическому значению вывод 215 классов гомологии кристаллов это «не одно из самых», а самое эпохальное событие не только в истории минералогии, но и вообще в науках о Земле, включая и биологию (биоминералогия). К сожалению, учение В. И. Михеева было не понято минералогами, и 215 классов гомологии постигла участь, подобная участи 32 классов Гесселя, которые длительное время не находили применения. Сегодня, благодаря накопленному фактическому материалу, в минералогии произошел «информационный взрыв», и минералоги полностью осознали значение учения Е. С. Федорова—В. И. Михеева о гомологии кристаллов.

Переход на гомологическое мышление коренным образом изменил представления минералогов об устройстве металлического, неметаллического и биологического кристалла.

Гомологическая минералогия — это воззрение, коренным образом изменяющее наши представления не только об устройстве кристаллов, но и об эволюции и устройстве Земли, и распределении полезных ископаемых в глобальных масштабах. Это воззрение затрагивает коренные вопросы философии о симметрии среды, в которой мы живем. Гомологическая минералогия утверждает,

что мир по своей природе гомологичен, он по крайней мере «чуть-чуть» не симметричен.

Гомологическая минералогия не ограничивает наше философское воззрение рамками гомологии. Она утверждает, что гомология, пришедшая на смену воззрению о симметричном устройстве мира, это лишь этап в познании реихов Земли, инопланет и Вселенной, ибо возможности нашего познания безграничны.

Профессор **Николай** Наумович Шефталъ

(Институт кристаллографии им. А. В. Шубникова АН СССР, Москва)

К вопросу о симметрии в будущей минералогии. Симметрией называется равное размещение равных частей (Шефталъ, 1964). С соблюдением ее законов создаются архитектурные произведения, ткани, вышивки, бытовые изделия и предметы домашнего обихода, а также средства транспорта — от старинных карет до современных самолетов.

Симметрия обнаруживается в форме частей растений — цветах и листьях, во внешнем строении человека и представителей животного мира, включая простейших. В динамической форме она воплощается в движениях, согласованно соединяющих исходные симметричные объекты с помощью поз, рифм, ритмов и созвучий в танцах, поэзии, музыке и в их сочетаниях. Всюду симметрия выступает как основа красоты, изящества, соразмерности, гармонии.

Разнообразно и строго она обнаруживает себя в мире кристаллов, в их структуре, в многогранных самопроизвольно возникающих внешних формах. Дополненные иногда блеском, красивым цветом, прозрачностью, прекрасным огранением, часто создаваемым искусственно, кристаллы высоко ценятся как украшения.

Учение о симметрии их внешних форм, структуры и физических свойств, а также разработка антисимметрии (Шубников, 1951) послужили фундаментом для создания классификации одиночных кристаллов, двойников и свойств кристаллической материи. Эти работы создали стройное здание теоретического учения об идеальной симметрии кристаллов.

Но в реальных кристаллах осуществляется не точная, а только приближенная симметрия. Использование при их изучении идеальной симметрии в виде классификации, насыщенной сложной символикой и терминологией с привлечением еще и физико-химических соображений, иногда излишне и неоправданно, хотя отсутствие в работах такого материала и может послужить основанием для его отрицательной оценки, как это получилось с крупным достижением советской науки — открытием искусственной эпитаксии.

По существу весь реальный рост природных и синтетических кристаллов может быть хорошо охарактеризован приближенной симметрией. Пример рационального ее использования в будущей минералогии дают И. И. Шафрановский и Н. З. Евзикова, устано-

вившие, что изменения формы некоторых ценных природных кристаллов на разных горизонтах месторождения указывают надежные признаки перехода к их высокой концентрации на его еще не разведанной глубине. Изменяющаяся форма минерала служит как бы приближенной «моделью» месторождения.

Другим примером подобного же использования изменения симметричной формы кристаллов является обогащение старой, но слишком общей идеи типоморфизма минералов данными настолько ее конкретизирующими, что она в ряде случаев стала определяющей для поисков месторождений ценных минералов и признана совместным открытием советских и болгарских минералогов, получившим название «Эволюция кристаллов» (1981, 1984).

В последнее время установлено, что в росте кристаллов участвует кроме двух-трех атомных слоев его поверхности также и весь его объем (Шефталь, 1984). Отсюда следует и дальнедействующее взаимное притяжение растущих кристаллов, ведущее к их срастанию опять же по законам приближенной симметрии.

Большое впечатление производят работы К. И. Чепижного, показавшего детальным наблюдением морфологические особенности проявления в кристаллах приближенной симметрии, т. е. гомологии. Она дала новую жизнь разработанному В. И. Михеевым учению о гомологии кристаллов, отвергнутому ведущими кристаллографами 40-х годов.

Согласно К. И. Чепижному:

а) каждое ребро однородного, реального монокристалла состоит из множества приблизительно параллельных, а частично и вовсе непараллельных вискерсов и их друз, подвергавшихся при росте растяжению, сдвигам, кручению и сжатию;

б) в вискерсах имеются микроканалы — антивискерсы, по которым при росте циркулирует среда, загрязняющая или очищающая конечный кристалл;

в) реальные кристаллы имеют блочную структуру, создающую макромуар, аналогичный структурному, рентгеновскому микромуару, что показывает аналогию между их макро- и микростроем;

г) всю кристаллографию приблизительно однородного кристалла, с его аксессуориями роста, можно вывести из прима-тетраэдра, т. е. однородно деформированного правильного тетраэдра, одного из идеальных многогранников — тел Платона.

Будущая минералогия должна, таким образом, разрабатывать и применять идеи и методы приближенной симметрии для решения крупных и наиболее актуальных практических задач, выдвигаемых жизнью. Находить и уточнять эти задачи, определять пути их решения — дело ученых. Также и оценка деятельности ученых должна исходить в первую очередь из решения на основе их работ прикладных задач: поисковых в минералогии, ростовых в кристаллографии. В последней ростовики — ее главная движущая сила, создающая ту материю, без которой нет и кристаллографической науки.

Последнее, что нужно отметить в предстоящем этапе развития минералогии — это усиление ее непосредственной связи с технологией путем нахождения и исследования природных мелкокристаллических материалов для порошковой металлургии и для изготовления ситаллов. Центр тяжести исследований в кристаллографии также передвигается от монокристаллов к тонким слоям, к искусственной и последнее время к лазерной эпитаксии.

В новой стадии развития связь кристаллографии и минералогии должна усилиться, и в интересах обеих наук должно быть налажено изготовление динамических симметричных моделей, примеры которых даны Эшером, но более конкретно и в связи с гомологией — К. И. Чепижным. «Выворачивание» этих моделей вскрывает на глубине кристалла строение пройденных стадий его развития и их генетические следы.

Приближенная симметрия, широко используемая для решения генетических и одновременно крупных прикладных задач, такой мне представляется симметрия в будущей минералогии.

Доктор физико-математических наук

Равил Вагизович Галиулин

(Институт кристаллографии им. А. В. Шубникова АН СССР, Москва)

А перспективна ли симметрия? История развития кристаллографии — это история понижения симметрии кристалла. Решетки Браве были заменены правильными системами, группы симметрии которых (федоровские группы) являются подгруппами групп симметрии решеток — групп Браве (Делоне и др., 1974). Затем А. В. Шубников уменьшил симметрию кристалла, разукрасив его грани в черные и белые цвета (Шубников, 1951). Н. В. Белов число цветов довел до 6, понизив тем самым симметрию правильных систем в 6 раз (Белов, Тархова, 1956). Идеи кратной антисимметрии сделали это понижение практически неограниченным (Заморзаев, 1976). Современная теория модулированных структур (сверхструктур) тоже основана на понижении симметрии кристалла путем мультипликации ячеек (кратного увеличения объема примитивного параллелепипеда повторяемости).

Объективной предпосылкой для таких понижений симметрии является стремление более точно описать реальный объект — кристалл. Симметрия нивелирует многие особенности, которые в дальнейшем могут оказаться основополагающими. Поэтому отказ от симметрии чаще приводит к новым результатам (например, принцип несохранения четности в физике элементарных частиц). Более того, симметрия может оказаться даже вредной. Лабиринт Минотавра на о-ве Крит был настолько симметричен, что из него невозможно было выбраться.

Поскольку федоровские группы симметрии кристаллических структур — это бесконечные группы, то описанные выше способы понижения симметрии будут продолжаться бесконечно, не внося

кардинальных изменений в науку. А усиленное развитие этих направлений неоправданно опережает потребности самой науки, что делает результаты практически бесполезными, так как возрастающий уровень теоретической подготовки экспериментаторов обеспечит к этому времени им возможность «с ходу» решать подобные задачи. Прекрасным примером этому служит обнаружение эффекта понижения симметрии кристалла в процессе его роста за счет неравноправности точек атомов одной правильной системы в момент присоединения их к затравке (Bulka e. a., 1980).

Таким образом, уточнение описания кристалла путем понижения его симметрии в ближайшем будущем не сулит кардинальных изменений. Но может быть, можно каким-либо способом повысить симметрию кристалла? Такая попытка предпринята П. М. Зорким (Зоркий, Афонин, 1979), которым введены суперфедоровские группы симметрии, объединяющие метрически одинаковые, но неэквивалентные по федоровской группе симметрии молекулы в молекулярных кристаллических структурах. Но из предложенного П. М. Зорким обобщения не следует никаких ограничений на возможные расположения одинаковых молекул, т. е. оно не дает научного предвидения.

Другой способ повышения симметрии кристалла связан с использованием многомерных федоровских групп. Но такой подход станет практически полезным только в том случае, если удастся найти способ задания правильных систем однородными параметрами, т. е. параметрами, которые ничем не отличаются друг от друга и которые можно как угодно перемешивать. Такое описание разработано для решеток параллельных переносов. Но оно привело к федоровским группам в 5-мерном пространстве Лобачевского. Так что вряд ли в кристаллографии будут существенно использованы недавно выведенные 4-мерные федоровские группы евклидова пространства.

Чрезмерное обобщение понятия симметрии тоже привело к абсурду. Наиболее общим считается определение симметрии, данное Г. Вейлем (1968), как неизменность некоторой конфигурации при определенных преобразованиях. Но это определение совпадает с определением геометрии, данным Ф. Клейном: дан объект и на нем некоторая группа преобразований; совокупность всех свойств объекта, инвариантных при этих преобразованиях, называется геометрией (Об основаниях..., 1956). Следовательно, понятие симметрии оказалось тождественным целой науке — геометрии. Поэтому следует, по-видимому, использовать более интуитивное определение симметрии, например, данное древнеримским архитектором Витрувием, как гармонию целого с его частью.

Евклидовость кристаллографических моделей приводит к противоречиям, которые, возможно, не устранимы на пути к наиболее адекватному описанию кристаллов. Например, евклидова теория идеального кристалла не ограничивает его размеров. Но в действительности для каждого кристалла имеются свои максимальные параметры. Конечный кристалл механистически вырезается из

бесконечной структуры. По-видимому, по этой причине в настоящее время нет ни одной удовлетворительной модели, связывающей атомную структуру границ кристалла с его внутренним строением. В связи с этим уровень использования кристаллографии в работах по росту кристаллов катастрофически низок. Весьма возможно, что для разрешения этого противоречия требуется привлечение неевклидовых геометрий (Руднев, 1980).

Евклидова модель кристалла накладывает сильные ограничения на его рост. Атому трудно пристроиться в жесткие гнезда на поверхности затравки, так как в окружающей кристалл среде он обладает другими энергетическими характеристиками, чем в самом кристалле. Однако для плоскости это уже строго доказано (Делоне, 1959), а для трехмерного пространства весьма правдоподобно, что рост кристалла может осуществляться не по метрическим, а по наиболее общим топологическим законам. Атомы могут образовывать комбинаторно-правильный каркас связей, который имеет возможность превратиться в метрически правильный каркас (т. е. обладать федоровской группой). Получается, что замена метрических преобразований топологическими приводит к тем же группам. По-видимому, федоровские группы являются очень глубокой константой природы, возможно, даже разумно не обобщаемой.

Дальнейшее развитие кристаллографии связано, по-видимому, с более глубоким освоением уже имеющихся симметрий. Нужно для каждого физического явления найти систему атомов, на которой это явление достигло бы своих экстремумов. Например, низкотемпературная теплопроводность достигает своего максимума на структуре, составленной из атомов водорода, расположенных по алмазной бирешетке. Эта же бирешетка наиболее благоприятна для движения ионов в суперионных проводниках. Возможно также, что при наложении на кристалл внешнего направленного воздействия, это воздействие проявляется и в направлениях, эквивалентных исходному по преобразованиям симметрии данного кристалла. Не удастся также пока строго доказать, что подвижным частицам в кристалле легче всего передвигаться по его элементам симметрии.

Для решения подобных задач каждая правильная система должна быть изучена также тщательно, как, например, тела Платона или Архимеда. Именно правильные системы выделяют кристаллические структуры из всех атомных образований. Поэтому работа может считаться кристаллографической только в том случае, когда она существенно опирается на правильность. Правильные системы атомов отличаются от всех других систем абсолютным равенством составляющих их атомов. Поэтому термин «правильный» лучше отражает смысл этого понятия, нежели «regular». Именно полное равноправие между атомами делает каждую правильную систему экстремальной относительно какого-либо свойства. В связи с этим весьма возможно, что справедливо следующее общее положение: для того чтобы какая-либо функция

на системе точек достигала максимума, нужно эти точки расположить симметрично.

«Кристаллы — это символ смерти» — писал Е. С. Федоров (1906), имея в виду устойчивость правильных атомных образований», которая обеспечивает стабильность свойств, высокую воспроизводимость таких систем, что является важнейшими характеристиками материалов. Будущее кристаллографии связано с идеальными кристаллами. Но получить идеальный кристалл также сложно, как и достичь абсолютный нуль температур, как и разогнать частицу до пределов ее устойчивости. Для этого наука должна подняться на новый теоретический уровень, который, по-видимому, и связан с детальным изучением правильных систем.

Из известной теории Нётер (Ибрагимов, 1969) следует, что с каждой симметрией связан определенный закон сохранения. Кристаллографическая симметрия приводит к закону одинаковости атомов, т. е. имеется конечное число различных между собой атомов. И обратно, если потребовать, чтобы атомы ничем не отличались друг от друга в бесконечном атомном образовании, то это возможно осуществить только в кристаллических постройках. В развиваемой в настоящее время теории квазикристаллов (Dov Levine, Steinhardt, 1986; Joshua, Socolar, Steinhardt, 1986), которые могут обладать любой точечной симметрией (а не только осями 5-го порядка), это требование не выполняется. В этом существенное различие между квазикристаллами и идеальными кристаллами.

Из всех кристаллических образований самым благодатным материалом для кристаллографических исследований являются минералы, так как они наиболее полно охватывают все основные законы кристаллографии. Их структуры являются своего рода кристаллографическим стандартом (Пятенко, 1968), устойчивость которого испытана природой. Поэтому связь с минералогией по-прежнему остается определяющей для развития кристаллографии.

Кандидат геол.-минер. наук **Асхаб Магомедович Асхабов**

(Институт геологии Коми филиала АН СССР, Сыктывкар)

О будущем теории симметрии. Кристаллы ассоциируются с наиболее симметричными телами мироздания. Однако мало кто обращает внимание на то, что кристаллы являются продуктами понижения симметрии (диссимметризации) порождающей их среды. Процесс кристаллизации, с точки зрения эволюции симметрии материальных объектов, есть не что иное как диссимметризация среды. Кристаллизация не является исключением из фундаментального правила понижения симметрии в эволюционном развитии любых тел и процессов, начиная от рождения элементов во Вселенной после первого взрыва и кончая общей симметричной эволюцией планетного вещества.

Омертвляющая природу роль симметрии наиболее наглядно проявляется в мире кристаллов, симметрия которых доведена до минимума по сравнению с другими состояниями вещества и описывается всего лишь 230 пространственными группами и 32 классами. Не отсюда ли исходят рождающиеся сейчас идеи о неполноте симметричного описания кристаллов, о необходимости развития других подходов, в частности гомологических?

Если мы признаем кристаллизацию за процесс понижения симметрии (притом очень резкого, скачкообразного), то возникает целая серия интересных проблем: о существовании универсальных принципов диссимметризации в процессах кристаллизации, подобных универсальному принципу симметрии—диссимметрии Кюри—Шубникова—Шафрановского, о взаимосвязи принципов классической симметрии и новейших ее обобщений: казалось бы, не имеющих отношения к кристаллическому состоянию вещества, об уровнях обобщения теории симметрии и т. д. Создается впечатление, что наиболее примитивная классическая симметрия останется аппаратом описания кристаллов, наиболее примитивных (?) в симметричном отношении тел (состояния вещества), а обобщения теории симметрии, возможно, окажутся языками описания неизвестных нам, но вполне реальных для Вселенной форм существования материи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ законов симметрии минерального мира и учения о симметрии как инструмента минералогических исследований убедительно свидетельствует, что симметричный подход не только не исчерпал себя, но и продолжает раскрывать новые резервы минерала как источника информации о процессах геологического прошлого, как сложной функциональной системы. Выявляются новые закономерности минерального мира, новые явления и процессы. В то же время становятся очевидными многие «узкие места» в симметричных исследованиях и многие принципиальные недоработки, упущения, изъяны в учении о симметрии минералов.

Исходя из проведенного анализа можно определить важнейшие и, по нашему мнению, наиболее перспективные направления дальнейших исследований.

Во-первых, нужно подчеркнуть, что современная теория симметрии, несмотря на ее бурное развитие в последние десятилетия, все еще недостаточно универсальна, всеобъемлюща и не очень приспособлена (особенно в ее новых разработках) для характеристики и исследования реальных минеральных систем. Для минералога и кристаллографа необходим сегодня строгий методический аппарат, и притом такой же логически стройный, ясный и простой в широком применении, как классическая симметрия, который бы помогал разбираться в особенностях структур не только кристаллических индивидов, но и во всем многообразии минерального мира. Теория симметрии должна охватывать идеальные и реальные (уродливые, скрученные, расщепленные, изогнутые, деформированные и т. п.) кристаллы, образования, переходные от индивидов к агрегатам, закономерные и незаконмерные сростки индивидов, различные минеральные агрегаты, среды, процессы. Есть основания полагать, что развитие и синтез новых течений (многоцветных симметрии и особенно гомологии) может привести к созданию такой универсальной теории.

Обобщающая симметричная теория должна охватывать, несомненно, минерал как функциональную систему в целом, с его внешней и внутренней средой, связями, свойствами, внешними полями. Поля охвата этого учения можно представить в виде следующей схемы, пока в значительной степени условной, в кото-

рой стрелками показана причинная обусловленность различных уровней симметрии минералов:



Из этой схемы очевидной становится актуальность решения еще одной задачи — исследования природы симметрии, причин и процессов ее определяющих, процессов симметризации и диссимметризации минералов, выявления факторов симметризации, особенно гравитации.

Несомненно, в симметричных исследованиях необходимо вскрывать новые стороны симметрии минералов. Здесь большой простор для изысканий. Почти совершенно в наших минералогических представлениях «не работает» винтовая симметрия, хотя скрученность кристаллов — чрезвычайно характерное явление в мире минералов. То же относится и к проблеме энантиоморфизма. Много нового сулит углубление на тонкие структурные уровни минерала: через симметрию квазиструктур мы, наверное, проникнем в запретную сейчас для минерального мира пятерную симметрию и симметрии более высокого, чем шестой, порядков. Должна работать в минералогии и привычная для физиков суперсимметрия. Это откроет новые горизонты и в исследовании механизмов минералообразования.

Но еще более важным является переход от исследования симметрии минеральных видов к изучению симметрии минеральных сообществ, симметрии минерального мира в целом, к раскрытию его симметричных закономерностей. Здесь делаются только первые шаги, и их результаты подробно были изложены в этой книге. Эту проблему можно решать, только изучая реальные природные минералогические объекты (породы, руды, месторождения) с позиций симметрии. Одним из средств такого исследования является предложенный в книге кристаллосимметричный анализ, который надо развивать, совершенствовать, но главное применять, испытывать, пробовать, собирать фактический материал, создавать эмпирический базис для раскрытия закономерностей симметрии минерального мира. Симметричные исследования пора выносить из кристаллографических лабораторий в геологическое поле, а для

этого совершенствовать морфометрию, создавать полевые приборы.

Первые попытки анализа с позиций симметрии минералообразующих процессов показывают, что и здесь открывается целый неизвестный нам ранее мир. Кроме того, многое можно получить из изучения симметричных следствий минералогических процессов, например, из исследований связи глобальных геофизических полей с физическими полями минеральных индивидов, из симметрирующего действия на них фазовых переходов и др.

Симметрию, как совершенно правильно подчеркивает В. И. Вернадский, надо рассматривать не столько как атрибут отдельных минеральных индивидов, а как состояние геологического пространства во всей полноте современных представлений о нем.

На основе углубленных исследований симметрии минерального мира можно приблизиться к решению очень важной проблемы — проблемы жизни. Истоки генетического кода, каким бы образом он ни создавался, лежат в структуре минералов, и в них, следовательно, находится ключ к познанию живого. Связи между симметрией минерального и живого вещества существуют — в этом убеждают многие данные, в том числе и приведенные в книге, и раскрытие этих связей позволит, может быть, понять генетические связи этих двух принципиально различных миров.

Мы надеемся, что эта книга сыграет определенную роль в развитии минералогического учения о симметрии и что материалы, в ней приведенные, помогут найти эффективные пути получения новой информации для развития минералогической науки.

ЛИТЕРАТУРА

- Аншелес О. М. Вычислительные и графические методы кристаллографии. Л.: Изд-во ЛГУ, 1939.
- Аншелес О. М. Начала кристаллографии. Л.: Изд-во ЛГУ, 1952. 276 с.
- Асхабов А. М. Диссипативные структуры в кристаллогенезисе. Сыктывкар, 1982. 26 с. (Сер. препринтов «Научн. докл.» / АН СССР, Коми фил.; Вып. 88).
- Бакли Г. Рост кристаллов. М.: ИЛ, 1954. 408 С.
- Бартини Р. О., Кузнецов П. Г. О множественности геометрий и множественности физик // Проблемы и особенности современной научной методологии. Свердловск, 1978. С. 55—65.
- Бартошинский З. В., Гневушев М. А. Внешняя симметрия якутских алмазов и условия их кристаллизации // ЗВМО. 1969. Ч. 98. Вып. 5.
- Бахман Ф. Построения геометрии на основе симметрии. М.: Наука, 1969. 380 с.
- Белов Н. В. Структура ионных кристаллов и металлических фаз. М.: Изд-во АН СССР, 1947. 238 с.
- Белов Н. В. Предисловие // Потоки идей и закономерности развития естествознания. Л.: Наука, 1982б. 296 с.
- Белов Н. В. Очерки по структурной минералогии. М.: Недра, 1976.
- Белов Н. В. Земля—кристалл? // Известия. 1982а. 3 марта.
- Белов Н. В. Предисловие // Потоки идей и закономерности развития естествознания. Л.: Наука, 1982б. 296 с.
- Белов Н. В., Загальская Ю. Г., Литвинская Г. П., Егоров-Тисменко Ю. К. Атлас пространственных групп кубической симметрии. М.: Наука, 1980.
- Белов Н. В., Тархова Т. И. Группы цветной симметрии // Кристаллография. 1956. Т. 1. № 1. С. 4—13.
- Богомолов С. А. Вывод правильных систем по методу Федорова. Ч. 1, 2. М.: ОНТИ, 1934.
- Бокий Г. Б. Число физически различных простых форм кристаллов. — Тр. Лаб. кристаллографии АН СССР, 1940, № 2.
- Бокий Г. Б. Кристаллохимия. М.: Наука, 1971. 400 с.
- Болдырев А. К. Основы геометрического учения о симметрии // Зап. СПб. минер. об-ва. 1907. Ч. 50. Вып. 1.
- Болдырев А. К. Кристаллография. Л.—М.: ОНТИ, 1934. 432 с.
- Болдырев А. К., Доливо-Добровольский В. В. Классификационная номенклатура и символика 32 видов симметрии кристаллов // Зап. ЛГИ. 1934. Т. 8. С. 145—159.
- Болдырев А. К., Доливо-Добровольский В. В., Шафрановский И. И. и др. Определитель кристаллов. Т. 1. Ч. 1. Л.: ГОНТИ, 1937. 438 с.
- Болдырев А. К., Доливо-Добровольский В. В., Шафрановский И. И. и др. Определитель кристаллов. Т. 1. Ч. 2. Л.: ГОНТИ, 1939. 864 с.
- Брэгг У. Л. Кристаллическое состояние. М.—Л.: ОНТИ, 1938. 336 с.
- Буканов В. В. Горный хрусталь Приполярного Урала. Л.: Наука, 1974. 212 с.

- Вайнштейн Б. К. Симметрия кристаллов // Современная кристаллография. Т. 1. М.: Наука, 1979. 384 с.
- Валяшко М. Г. Структурные особенности отложений современного галита // Минер. сб. Львовск. геол. об-ва, 1951. № 5. С. 65—74.
- Васильев Д. М. Физическая кристаллография. М.: Металлургия, 1972. 280 с.; 1981. 256 с.
- Варданяна Л. А. Триадная теория двойниковых образований. Ереван: Изд-во АН Арм. ССР, 1950. 108 с.
- Вейль Г. Симметрия. М.: Наука, 1968. 192 с.
- Белинский В. В. Закон тождества и гомологические ряды в минералогии // Минералогия и петрохимия интрузивных пород. Новосибирск, 1982. С. 3—16. (Тр. Ин-та геол. и геофиз. СО АН СССР, № 455).
- Вернадский В. И. Очерки геохимии. М., 1934.
- Вернадский В. И. Химическое строение биосферы Земли и ее окружения. М.: Наука, 1965.
- Вернадский В. И. Размышления натуралиста. Пространство и время в живой и неживой природе. М.: Наука, 1975. 176 с.
- Вернадский В. И. Размышления натуралиста: Научная мысль как планетное явление. М.: Наука, 1977. 192 с.
- Вернадский В. И. Живое вещество. М.: Наука, 1978. 358 с.
- Вернадский В. И. Проблемы биогеохимии. М.: Наука, 1980. 320 с.
- Вигнер Е. Этюды о симметрии. М.: Мир, 1971. 318 с.
- Волькенштейн М. В., Чернавский Д. С. Предисловие редакторов перевода // М. Эйген, П. Шустер. Гиперцикл: принципы самоорганизации макромолекул. М.: Мир, 1982. С. 5—7.
- Воронов П. С. Очерки о закономерностях морфометрии глобального рельефа Земли. Л.: Наука, 1968. 124 с.
- Выявление по топокартам и аэрофотоснимкам форм естественных почвенно-геоморфологических тел: Клеточная структура земной поверхности / Составитель И. Н. Степанов. Пушино, 1983. 76 с.
- Выявление по топокартам и аэрофотоснимкам форм естественных почвенно-геоморфологических тел: Классификация структур земной поверхности / Составители И. Н. Степанов, Н. И. Сабитова. Пушино, 1983. 56 с.
- Гадолин А. В. Вывод всех кристаллографических систем и их подразделений из одного общего начала // Зап. СПб. Минер. об-ва. 2-я серия. 1867. Ч. IV. С. 112—200.
- Г. А. Снова о большом кристалле // Химия и жизнь, 1975. № 4. С. 64—65.
- Галиулин Р. В. Кристаллографическая геометрия: Автореф. докт. дис. М.: Ин-т кристаллографии АН СССР, 1979. 24 с.
- Галиулин Р. В. Кристаллографическая геометрия. М.: Наука, 1984. 136 с.
- Галиулин Р. В., Сенешаль М. О некоторых последних успехах и нерешенных проблемах теории симметрии // Узоры симметрии. М.: Мир, 1980. С. 218—249.
- Гапонов-Грехов А. В., Рабинович М. И. Нелинейная физика: Стохастичность и структуры // Физика XX века: Развитие и перспективы. М.: Наука, 1984. С. 219—280.
- Глазов А. И. Методы морфометрии кристаллов. Л.: Недра, 1981. 148 с.
- Гликин А. Э., Глазов А. И. Проблема генетической интерпретации формы минералов // ЗВМО. 1979. Ч. 108. Вып. 5. С. 536—551.
- Гончаров Н. Ф., Макаров В. А., Морозов В. С. В лучах кристалла Земли // Техника—молодежи, 1981. № 1. С. 40—45.
- Гончаров Н. Ф., Макаров В. А., Морозов В. С. Геокристалл глазами читателей // Техника—молодежи. 1982а. № 1. С. 50—53.
- Гончаров Н. Ф., Макаров В. А., Морозов В. С. Силовой каркас Земли и организация природоохранных мероприятий // Природоохранные мероприятия в ландшафтах. М., 1982б. С. 113—124.
- Гончаров Н. Ф., Морозов В. С., Макаров В. А. Земля — большой кристалл? // Химия и жизнь. 1974. № 3. С. 34—38.
- Готт В. С. Философские проблемы современной физики. М.: Наука, 1972.
- Грегори Дж. Образование Земли. СПб., 1914. 132 с.

Григорович В. К. Периодический закон Менделеева и электронное строение металлов. М.: Наука, 1966.

Григорьев Д. П. Онтогенез минералов. Львов: Изд-во Львовск. гос. ун-та, 1961.

Григорьев Д. П. О законах анатомии кристаллов // Кристаллография, 1971. Т. 16. Вып. 6. С. 1226—1229.

Григорьев Д. П. Анатомия минералов // ЗВМО. 1984. Ч. 113. Вып. 3. С. 262—272.

Григорьев Д. П., Жабин А. Г. Онтогенез минералов: Индивиды. М.: Наука, 1975.

Грицаенко Г. С. и др. Электронная микроскопия минералов. М.: Изд-во АН СССР, 1961.

Дедеев В. А., Шустова Л. Е. Геоблоки Европейской части СССР. Сыктывкар, 1976. 52 с. (Сер. препринтов «Научн. докл.» / АН СССР, Коми фил.; Вып. 25).

Делоне Б. Н. Теория планигонов // Изв. АН СССР. Сер. мат. 1959. № 23.

Делоне Б. Н., Александров А. Д., Падуров Н. Н. Математические основы структурного анализа кристаллов. Л.—М.: ОНТИ, 1934.

Делоне Б. Н., Галиулин Р. В., Штогрин М. И. Теория Браве и ее обобщения на n -мерные решетки // О. Браве «Избранные труды». М.: Наука, 1974.

Джаффе Г., Орчин Н. Симметрия в химии. М.: Мир, 1967.

Дмитриев И. С. Симметрия в мире молекул. М.: Химия, 1976. 128 с.

Доливо-Добровольский В. В. К кристаллографии земных оболочек // ЗВМО. 1984. Ч. 113. Вып. 5. С. 586—590.

Дубов П. Л. Локальная симметрия и некоторые ее приложения // Кристаллогенезис и процессы минералообразования. Л.: Изд-во ЛГИ, 1976. С. 44—53.

Дубов П. Л. Потоки идей и развитие теории симметрии // Потоки идей и закономерности развития естествознания. Л.: Наука, 1982. С. 172—181.

Дубов П. Л., Франк-Каменецкий В. А., Шафрановский И. И. Обобщенная симметрия. Л.: ЛГУ, 1985. 74 с.

Дьярмати И. Неравновесная термодинамика. Теория поля и вариационные принципы. М.: Мир, 1974. 304 с.

Евзикова Н. З. Практический аспект кристалломорфологии касситерита // ЗВМО. 1972. Ч. 101. Вып. 2.

Евзикова Н. З. О времени и месте появления плотных граней на кристаллах минералов // Кристаллогенезис и процессы минералообразования. Л.: Изд-во ЛГИ, 1976. С. 23—29.

Евзикова Н. З. Поисковая кристаллография. М.: Наука, 1984. 143 с.

Елисеев Э. Н. Физико-химическое моделирование (на примере процессов кристаллизации многокомпонентных систем). Л.: Наука, 1975. 156 с.

Елисеев Э. Н. О путях создания теории симметрии развития систем // Методология исследования развития сложных систем (естественнонаучный подход). Л.: Наука, 1979. С. 76—79.

Елисеев Э. Н. Идеальное и реальное в кристаллографии (неравновесная кристаллография: обзор исследований неоднородностей в реальных кристаллах) // Э. Н. Елисеев, Ю. В. Сачков, Н. В. Белов. Потоки идей и закономерности развития естествознания. Л.: Наука, 1982. С. 182—208.

Елисеев Э. Н. Структура развития сложных систем. Л.: Наука, 1983. 263 с.

Елисеев Э. Н. Фазы с внутренними степенями свободы и их гетерогенные преобразования // Термодинамика и регуляция биологических процессов. М.: Наука, 1984. С. 46—56.

Елисеев Э. Н. Неравновесная кристаллография // Методологические проблемы кристаллографии. М.: Наука, 1985.

Жабин А. Г. Границы зерен в агрегатах // Онтогенетические методы изучения минералов. М.: 1970. С. 11—28.

Желудев И. С. Симметрия и ее приложения // М.: Атомиздат, 1976. 228 с.

Загальская Ю. Г., Литвинская Г. П. Геометрическая кристаллография. М.: Изд-во МГУ, 1973. 164 с.

Загальская Ю. Г., Литвинская Г. П. Геометрическая микрокристаллография. М.: Изд-во МГУ, 1976. 238 с.

Заморзаев А. М. Теория простой и кратной антисимметрии. Кишинев, 1976. 283 с.

Заморзаев А. М., Палистрант А. Ф. Теория дискретных групп симметрии. Кишинев, 1977.

Заморзаев А. М., Галярский Э. И., Полистрант А. Ф. Цветная симметрия, ее обобщения и приложения. Кишинев, 1978.

Заморзаева Е. А. Суперкристаллические Р-симметрии // Изв. АН Молдавской ССР. Сер. физ.-мат. наук. 1979. № 3. С. 22—27.

Зигель Ф. Ю. Вам земляне. М.: Недра, 1983. 160 с.

Зоркий П. М. Архитектура кристаллов. М.: Наука, 1968. 176 с.

Зоркий П. М., Афонина Н. Н. Симметрия молекул и кристаллов. М.: Наука, 1979.

Зыков Л. В., Шафрановский И. И. Статистика искаженных форм алмазных октаэдров // ЗВМО. 1975. Ч. 104. Вып. 3. С. 354—356.

Ибрагимов Н. Х. Инвариантные вариационные задачи и законы сохранения: (замечания к теореме Э. Нетер) // Теоретическая и математическая физика. 1969. Т. 1, № 3.

Изымов Ю. А., Сыромятников В. Н. Фазовые переходы и симметрия кристаллов. М.: Наука, 1984. 248 с.

Карасев В. П. Симметрия в физике // Новое в жизни, науке, технике. Сер. физика. 1978. № 11.

Каттерфельд Г. Н. Лик Земли и его происхождение. М.: Географгиз, 1962. 152 с.

Кеплер И. О снежинках. М.: Наука, 1962.

Китайгородский А. И. Молекулярные кристаллы. М.: Наука, 1971. 422 с.

Кокшаров Н. И. Лекции минералогии. СПб., 1863. 226 с.

Кокшаров Н. И. Предмет минералогии, краткая ее история, кристаллы как настоящие индивидуумы неорганической природы // ЗВМО. 1876. Т. 10. С. 133—158.

Компанеец А. С. Симметрия в микро- и макромире. М.: Наука, 1978. 208 с.

Кораго А. А. Биоминералогия — новое направление минералогической науки // ЗВМО. 1980. Ч. 109. Вып. 2. С. 165—173.

Копчик В. А. Шубниковские группы. М.: Наука, 1966.

Копчик В. А. Принципы симметрии—диссимметрии Шубникова—Кюри для состава физических систем. М., 1975.

Костов И. Кристаллография. М.: Мир, 1965. 528 с.

Красный Л. И. Глобальная система геоблоков. М.: Недра, 1984. 224 с.

Кристалломорфологическая эволюция минералов / Д. П. Григорьев, Н. З. Евзикова и др. Сыктывкар, 1981. 28 с. (Сер. препринтов «Научн. докл.» / АН СССР, Коми фил.; Вып 76).

Кузнецов С. К., Юхтанов П. П. Морфометрия и генетическая информативность кристаллов кварца. Сыктывкар, 1981. (Сер. препринтов «Научн. докл.» / АН СССР, Коми фил.; Вып. 64).

Кюри М. Пьер Кюри. М.: Наука, 1968. 176 с.

Кюри П. Избранные труды. М.—Л.: Наука, 1966. С. 95—113.

Лазаренко Е. К. Состояние и задачи минералогической кристаллографии // Минер. сб. Львовск. геол. об-ва. 1967. № 21. Вып. 2. С. 119—125.

Лазаренко Е. К. Опыт генетической классификации минералов. Киев: Наукова Думка. 1979. 316 с.

Лазаренко Е. К., Бартошинский З. В. Роль кристалломорфологии в практике геологических исследований // Минер. сб. Львовск. геол. об-ва. 1966. № 20. Вып. 4. С. 464—473.

Лебедев Г. Г. Учебник минералогии: Часть описательная. СПб., 1891. 646 с.

Леммлейн Г. Г. Секториальное строение кристаллов. М.: Изд-во АН СССР, 1948. 40 с.

Леммлейн Г. Г. Морфология и генезис кристаллов. М.: Наука, 1973. 328 с.

Линдсей П., Норман Д. Переработка информации у человека. М.: Мир, 1974. 550 с.

Личков Б. Л., Шафрановский И. И. Совпадение угловых величин в геологии, кристаллографии и геодинамике // Научн. докл. высш. школы. Геол.-географ. науки. 1958. № 2. С. 3—9.

Ломоносов М. В. Диссертация о рождении и природе селитры // Полное собрание сочинений. 1951. Т. 2.

Лоос О. Симметричные пространства. М.: Наука, 1985. 208 с.

Ляховский В. Д., Болохов А. А. Группы симметрии и элементарные частицы. Л.: ЛГУ, 1983. 336 с.

Макагонов Е. П. Симметрия сростков. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1979. 52 с.

Марин Ю. Б. Ассоциации акцессорных минералов и особенности их эволюции на разных уровнях гранитоидных серий // ЗВМО. 1973. Ч. 102. Вып. 5. С. 572—590.

Марин Ю. Б. Гранитоидные формации малых и умеренных глубин (выделение, структура, становление, эволюция). Л.: Изд-во ЛГУ, 1976. 144 с.

Марин Ю. Б. Эволюционный анализ гранитоидных формаций // Минералы, горные породы и месторождения полезных ископаемых в геологической истории. Л.: Наука, 1985. С. 11—29.

Металлогения скрытых линеаментов и концентрических структур / И. Н. Томсон, В. С. Кравцов, Н. Г. Кочнева и др. Л.: Недра, 1984. 272 с.

Методологические проблемы кристаллографии / Ред. Н. В. Белов, Б. К. Вайнштейн, Э. Н. Елисеев. М.: Наука, 1985. 296 с.

Михеев В. И. Гомология кристаллов. М.: Гостехиздат, 1961.

Михеев В. И., Шафрановский И. И. Кристаллографические законы, открытые и сформулированные Е. С. Федоровым // Кристаллография. Л.: Изд-во ЛГУ, 1955. Вып. 3. С. 97—112.

Мокиевский В. А. Цветная симметрия, реальный кристалл и сложное двойникование // Сб. Львовск. ун-та. 1966. № 20. Вып. 3. С. 359.

Мокиевский В. А. Морфология кристаллов: Автореф. докт. дис. Л.: ЛГИ, 1970.

Мокиевский В. А. Внешняя и внутренняя морфология плоскогранных кристаллов на стереографической проекции // Идеи Е. С. Федорова в современной кристаллографии и минералогии. Л., 1970. С. 95—99.

Мокиевский В. А. и др. Геометрический вывод законов двойникования кристаллов // Кристаллография. 1966. Т. 11, № 4.

Мокиевский В. А. Морфология кристаллов. Л.: Недра, 1983. 296 с.

Мокиевский В. А. и др. Геометрический вывод законов двойникования кристаллов // Кристаллография. 1966. Т. 11, № 4.

Монин А. С. История Земли. Л.: Наука, 1977. 228 с.

Наливкин Д. В. Криволинейная симметрия // Кристаллография. М.: Металлургиздат, 1951а. С. 15—23.

Науманн К. Ф. Основания минералогии / Ред. А. Ушаков. СПб., 1860. 701 с.

Новацкий В. 50 лет общей теории структуры кристаллов // П. Ниггли. Стереохимия. М., 1949. С. 317—352.

Нокс Р., Голд А. Симметрия в твердом теле. М., 1970.

Об основаниях геометрии. М.: Гостехиздат, 1956.

Овчинников Н. Ф. Принципы сохранения. М.: Наука, 1966.

Онтогенические методы изучения минералов. М.: Наука, 1970. 224 с.

Пастер Л. Исследования о молекулярной симметрии естественных органических соединений // Избр. труды. М., 1960. Т. 1.

Петров В. П. О минералогической кристаллографии // Минер. сб. Львовск. геол. об-ва. 1959. № 13. С. 428—432.

Петухов С. В. Биомеханика, бионика и симметрия. М.: Наука, 1981. 240 с.

Пирсон Р. Правила симметрии в химических реакциях. М.: Мир, 1979. 592 с.

Платон. Сочинения. М., 1979. Т. 6.

Поваренных А. С. О закономерностях в распределении минеральных видов по сингониям, классам симметрии и пространственным группам // Минер. сб. Львовск. ун-та. 1966. № 20. Вып. 4. С. 341—351.

Поваренных А. С. Минералогия: прошлое, настоящее, будущее. Киев: Наукова Думка, 1985. 160 с.

Попов В. А. Практическая кристалломорфология минералов // Проблемы минералогии Урала. Свердловск. Изд-во УНЦ АН СССР, 1976.

Попов В. А. Практическая кристалломорфология минералов. Свердловск. Изд-во УНЦ АН СССР, 1984. 192 с.

Попов Г. М., Шафрановский И. И. Кристаллография. М.: Госгеолтехиздат, 1955. 295 с.

Попов Г. М., Шафрановский И. И. Кристаллография. Изд. 5. М.: Высшая школа, 1972. 352 с.

Преображенский Н. Г. Эвристический характер свойств симметрии в классической и квантовой механике // Методология науки и научный прогресс. Новосибирск, 1981.

Пуанкаре А. О науке. М.: Наука, 1983. 560 с.

Пятенко Ю. А. Механизм локальной компенсации валентностей и стабильность кристаллического вещества // Кристаллография и кристаллохимия. М.: Наука, 1968. С. 148—158.

Руднев С. В. О геометрическом аппарате кристаллографии. М.: ВИНТИ, 1980. 23 с.

Сиротин Ю. И., Шаскольская М. П. Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1979. 639 с.

Смирнов Л. С., Колобзаров О. В. Симметрия, эволюция и будущее в геологии // Симметрия в природе. Л., 1971. С. 91—97.

Стеной Н. О твердом, естественно содержащемся в твердом // Сер. Классики науки. Л.: Изд-во АН СССР, 1957. 152 с.

Теряев А. История минералогии или краткое изображение основания, приращения и усовершенствования оной науки, особливо в последнее двадцатилетие. СПб., 1819. 224 с.

Трофимов Д. М. Об интерпретации линейно-купольной тектоники Восточно-Европейской платформы: (Структуры I порядка по данным дешифрирования космических снимков) // Геология и разведка. 1980. № 2. С. 3—10.

Узоры симметрии /Ред. М. Сенешаль, Дж. Флек. М.: Мир, 1980. 271 с.

Урманцев Ю. А. Биосимметрия // Изв. АН СССР. Сер. биол. 1965. № 1. С. 75—87.

Урманцев Ю. А. Симметрия природы и природа симметрии. М.: Мысль, 1974. 230 с.

Уэвелль В. История индуктивных наук от древнейшего до настоящего времени. В 3 т. Т. 3. Кн. 15. История минералогии. СПб., 1869. С. 255—339.

Фаворская М. По поводу «большого кристалла» // Химия и жизнь. 1974. № 3. С. 38.

Федоров А. Е. Структурно-геоморфологическая интерпретация линеаментов, выделенных по космоснимкам на севере европейской части СССР // Исследование Земли из Космоса. 1983. № 1. С. 15—23.

Федоров А. Е., Елистратова Е. К. Гексагональная решетка разломов в районе Приуралья—Среднего и Южного Урала и закономерности размещения полезных ископаемых // Общая и региональная геология, геологическое картирование, 1983, с. 4—10. (ЭИ ВИЭМС; Вып. 11).

Федоров Е. С. Курс кристаллографии. СПб., 1901. 438 с.

Федоров Е. С. Критический пересмотр кристаллов минерального царства // Зап. Акад. наук по физ.-мат. отд. 1903. Т. 14. № 2. 148 с.

Федоров Е. С. Перфекционизм // Изв. СПб. биол. лаб. 1906. Т. 8. Вып. 1. С. 20—65; Вып. 2. С. 9—65.

Федоров Е. С. Природа и человек // Природа. 1917. № 4. С. 423—432.

Федоров Е. С. Симметрия и структура кристаллов: (сб. статей 1888—1896 гг.) М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1940.,

Федоров Е. С. Симметрия кристаллов. М.: Изд-во АН СССР, 1949.

Федоров Е. С. Начала учения о фигурах. М.: Изд-во АН СССР, 1953.

Федоров Е. С. Введение к таблицам для кристаллохимического анализа «Царство кристаллов» // Кристаллография. Л.: Изд-во ЛГУ. 1955. Вып. 3. С. 5.

- Ферсман А. Е. Пегматиты. Т. 1. Гранитные пегматиты. М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1940. 612 с.
- Ферсман А. Е. Из истории культуры камня в России. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1946. 49 с.
- Ферсман А. Е. Кристаллография алмаза. Л.: Изд-во АН СССР, 1955. 566 с.
- Ферсман А. Е. Виктор Гольдшмидт // ЗВМО. 1958. Ч. 87. Вып. 6.
- Фларри Р. Группы симметрии: Теория и химические приложения. М.: Мир, 1983. 400 с.
- Флинт Е. Е. Начала кристаллографии. М.: Госгеолиздат, 1952. 224 с.
- Франк-Каменецкий В. А. Единая система обозначения элементов кристалла, как структуры, дифракционной картины и формы роста // Минер. сб. Львовск. геол. об-ва. 1962. № 16. С. 384—387.
- Франк-Каменецкий В. А., Дубов П. Л., Шафрановский И. И. Классическая симметрия. Л.: Изд-во ЛГУ, 1984. 88 с.
- Франк-Каменецкий В. А., Шафрановский И. И. Закон кристаллографических пределов и принцип плотнейших упаковок // Кристаллография. 1961. Т. 6. Вып. 6. С. 892—900.
- Хахимов Э. М. Моделирование иерархических систем. Казань, 1986. 160 с.
- Хахимов Э. М. Системно-симметричный анализ объектов природы. Казань. 1986. 96 с.
- Хартман П. Зависимость морфологии от кристаллической структуры // Рост кристаллов. Т. 7. М., 1967. С. 8—24.
- Шаскольская М. П. Кристаллография. М.: Высшая школа, 1976. 391 с; 1984. 376 с.
- Шаскольская М. П., Шафрановский И. И. Рене Жюст Гаюи, 1743—1822. М.: Наука, 1981.
- Шафрановский Г. И. Классические и неклассические двойники графита. ЗВМО. 1983. Ч. 112. Вып. 4. С. 577—581.
- Шафрановский И. И. Некоторые закономерности в распределении полярных расстояний для кристаллов средних сингоний // ЗВМО. 1936. Ч. 465. Вып. 1. С. 55—68.
- Шафрановский И. И. Грани тетрагональных минералов // ЗВМО. 1945. Ч. 74. С. 237—246.
- Шафрановский И. И. Формы кристаллов // Тр. Ин-та кристаллографии. 1948. Вып. 4.
- Шафрановский И. И. Внешняя симметрия реальных кристаллов и симметрия питающей среды // ЗВМО. 1954. Ч. 83. Вып. 3.
- Шафрановский И. И. Кристаллы минералов. Ч. 1. Плоскогранные формы. Л.: Изд-во ЛГУ, 1957. 220 с.
- Шафрановский И. И. Кристаллы минералов: Кривогранные, скелетные и зернистые формы. М.: Госгеолтехиздат, 1961. 332 с.
- Шафрановский И. И. История кристаллографии в России. М.—Л.: Наука, 1962. 416 с.
- Шафрановский И. И. К вопросу о статистическом распределении минералов по категориям сингоний // ЗВМО. 1968а, Ч. 97. Вып. 8. С. 363—364.
- Шафрановский И. И. Симметрия в природе. Л.: Недра, 1968б. 184 с.
- Шафрановский И. И. Лекции по кристалломорфологии. М.: Высшая школа, 1968в. 174 с.
- Шафрановский И. И. Закономерности, касающиеся важнейших федоровских групп в мире минералов // Проблемы кристаллологии. М.: Изд-во МГУ, 1971. С. 45—49.
- Шафрановский И. И. Динамическая симметрия в кристаллографии, минералогии, петрографии и органическом мире // Зап. ЛГИ. 1974а. Т. 67. Вып. 2. С. 174—184.
- Шафрановский И. И. Очерки по минералогической кристаллографии. Л.: Недра, 1974б. 152 с.
- Шафрановский И. И. Можно ли назвать Землю «большим кристаллом»? // Горняцкая правда. 1975. 12 мая.
- Шафрановский И. И. История кристаллографии: С древнейших времен до начала XIX столетия. Л.: Наука, 1978. 297 с.

- Шафрановский И. И. История кристаллографии: XIX век. Л.: Наука, 1980. 324 с.
- Шафрановский И. И. Статистические закономерности и обобщающий закон распределения минералов по их симметрии // ЗВМО. 1983а. Ч. 112. Вып. 2. С. 177—184.
- Шафрановский И. И. Уточнение понятия об основном законе симметричной статистики минералов // Минер. журн., 1983б. Т. 5. № 6. С. 66—69.
- Шафрановский И. И. Очерки по минералогической кристалломорфологии // Минер. сб. 1984. № 38. Вып. 2. С. 12—18.
- Шафрановский И. И. Гармония мира минералов // Тихоокеанская геология. 1985а. № 2. С. 83—86.
- Шафрановский И. И. Симметрия в природе. Л.: Недра, 1985б. 168 с.
- Шафрановский И. И., Алявдин В. Ф. Анатолий Капитонович Болдырев. Л.: Наука, 1978.
- Шафрановский И. И., Алявдин В. Ф. Краткий курс кристаллографии. М.: Высшая школа, 1984. 120 с.
- Шафрановский И. И., Корень Р. В. Ложные (искаженные) формы реальных кристаллов: Идеи Е. С. Федорова в современной кристаллографии и минералогии. Л.: Наука, 1970.
- Шафрановский И. И., Корень Р. В., Дубов П. Л. К методике изучения искаженных форм на кристаллах минералов // ЗВМО. 1971. Т. 100. Вып. 1. С. 42—48.
- Шафрановский И. И., Плотников Л. М. Симметрия в геологии. Л.: Недра, 1975. 144 с.
- Шафрановский И. И., Фекличев В. Г. Симметричная статистика минералов // Минер. журн. 1982. Т. 4. № 6. С. 31—36.
- Шафрановский И. И., Шафрановский Г. И. Теория, статистика и возможности практического использования искаженных форм на кристаллах минералов // ЗВМО. 1977. Ч. 106. Вып. 5.
- Шафрановский И. И., Шафрановский Г. И. О «кубичности» гексагональных кристаллов // Кристаллография. 1983. Т. 28. Вып. 5. С. 837—839.
- Шефталъ Н. Н. Определение симметрии // Рост кристаллов. М.: Наука, 1964. Т. 4. С. 212—229.
- Шефталъ Н. Н. Введение // Процессы реального кристаллообразования. М.: Наука, 1977. С. 3—8.
- Шефталъ Н. Н. Как в живой природе // Химия и жизнь. 1984. № 4. С. 74—75.
- Шубников А. В. Симметрия. М.: Изд-во АН СССР, 1940.
- Шубников А. В. Атлас кристаллографических групп симметрии. М.—Л. Изд-во АН СССР, 1948. 455 с.
- Шубников А. В. Симметрия и антисимметрия конечных фигур. М.: Изд-во АН СССР, 1951. 156 с.
- Шубников А. В. Симметрия и антисимметрия конечных фигур. М.: Изд-во АН СССР, 1951. 172 с.
- Шубников А. В. О работах Пьера Кюри в области симметрии. М., 1956.
- Шубников А. В. У истоков кристаллографии. М.: Изд-во АН СССР, 1972. 52 с.
- Шубников А. В. Избранные труды по кристаллографии. М.: Наука, 1975. 556 с.
- Шубников А. В., Копцик В. А. Симметрия в науке и искусстве. М.: Наука, 1972. 340 с.
- Шубников А. В., Флинт Е. Е., Боккий Г. Б. Основы кристаллографии. М.—Л.: Изд-во АН СССР, 1940. 487 с.
- Шубников А. В., Шубникова О. М. Статистический метод в применении к изучению внешней формы кристаллов // Изв. АН СССР. Сер. 6. 1926. Г. 20. № 5—6. С. 363—364.
- Чистяков И. Г., Пикин С. А. Жидкие кристаллы // Современная кристаллография. М.: Наука, 1981. Т. 4. С. 425—472.
- Чашин Ю. М., Мокиевский В. А. Симметрия межзеренных границ // ЗВМО. 1971. Т. 100. Вып. 2. С. 146—152.

Эбелинг В. Образование структур при необратимых процессах. Введение в теорию диссипативных структур. М.: Мир, 1979. 279 с.

Эйхвальд Э. И. Ориктогнозия. СПб., 1844.

Эллиот Дж., Дюбер П. Симметрия в физике. М.: Мир, 1983. Т. 1. 368 с; Т. 2. 410 с.

Юшкин Н. П. Теория и методы минералогии. Л.: Наука, 1977. 291 с.

Юшкин Н. П. Минеральный кадастр геологических объектов: методические проблемы и функции // Исследование рудообразующих и минеральных систем. Свердловск: Изд-во УНЦ АН СССР, 1981. С. 68—82.

Юшкин Н. П. Эволюционные представления в современной минералогии // ЗВМО. 1982а. Ч. 111. Вып. 4, с. 432—442.

Юшкин Н. П. Топоминаралоги́я. М.: Недра, 1982б. 258с.

Юшкин Н. П. Главнейшие закономерности кристаллосимметричной структуры минерального мира // Геология и полезные ископаемые Европейского Северо-Востока. Сыктывкар, 1983. С. 47—48. (Тр. Ин-та геологии Коми фил. АН СССР; Вып. 44).

Юшкин Н. П. Структура и эволюция симметрии минерального мира. // Минералогическая кристаллография и свойства минералов. Сыктывкар, 1984а. С. 3—13. (Тр. Ин-та геологии Коми фил. АН СССР; Вып. 46).

Юшкин Н. П. История минералогии и эволюция фундаментальных минералогических идей. Сыктывкар, 1984б. 52 с. (Сер. препринтов «Науч. докл.» / АН СССР, Коми фил.; Вып. 48).

Юшкин Н. П. Кристаллосимметричная структура минеральных систем и ее генетикоинформационное значение // Минералы и минералообразование. Сыктывкар, 1985а. (Тр. Ин-та геологии Коми фил. АН СССР; Вып. 50).

Юшкин Н. П. Кристаллосимметричный анализ сложных минеральных систем. Сыктывкар, 1985б. 40 с. (Сер. препринтов «Новые науч. методики» / АН СССР, Коми фил.; Вып. 17).

Юшкин Н. П., Хомяков А. П., Евзикова Н. З. Принцип наследования в минералогенезисе. Сыктывкар, 1984. 32 с. (Сер. препринтов «Научн. докл.» / АН СССР, Коми фил.; Вып. 93).

Янг Чжень-ин. Закон сохранения четности и другие законы симметрии // Успехи физических наук. 1958. Вып. 1. Т. 66.

Barcelo G., Rodriguez J. Importancia de la Simetria binaria // Bull. Soc. guim. Peru. 1978. Vol. 43. P. 153—167.

Bentley W. A., Humphreys W. J. Snow crystals. New York, 1962.

Berczi S., Nagy D. Periodicity of extremal geometric arrangements (densest packings, thinnest coverings, tessellations) // Acta Geol. Acad. Scient. Hungaricae. 1980. Vol. 23. N 1—4. P. 173—200.

Biographic universelle ancienne et moderne // Supplement. Vol. 66. Paris. 1839. P. 551—563.

Bulka G. R., Vinokurov N. M. and oth. Dissymmetrization of Crystals: Theory and Experiment // Phys. and Chem. miner. 1980. Vol. 6. P. 283—293.

Bulletin des Sciences, par la Societe Philomatique de Paris. 1815. P. 32—34.

Burchardt J. J. Die Bewegungsgruppen der Kristallographie. Stuttgart, 1966. S. 209.

Burchardt J. J. Die Entdeckung der 32 Kristallklassen durch M. L. Frankenhein im Jahre 1826 // Miner. Mh. 1984. N 1. H. 11. S. 481—482.

Burke J. G. Origins of the science of crystals. Los Angeles, 1966. 198 p.

Curie P. Sur la symétrie dans les phénomènes physiques // P. Curie. Oeuvres. Paris, 1908. P. 118—141.

Delafosse et Durozoir. L'abbé René-Just Haii. Bibliographie universelle ancienne et moderne // Supplement. Paris. 1839. Vol. 66. P. 551—563.

Dov Levine, Steinhart P. J. Quasicrystals: 1. Definition and Structure // Phys. Rev. 1986. B. Vol. 34, N 2. P. 596—616.

Durski Z. T. O pirokszt ta ceniach symetrycnych w teorie symetrii podobienstwa // Archiw. miner. 1981. H. 37. N 2. S. 27—33.

E l i s e e v E. N. Phases with Internal Degrees of Freedom and their Hetero-

- geneous Transformation // *Thermodynamics and Regulation of Biological Processes*. Berlin; New York, 1984. P. 77—90.
- Fedorow E. Das Kristallreich: Tabellen zur kristallochemischen Analyse // *Зан. АН СССР. Сер. 8*. 1920. Т. 36. 1050 с.
- Frankenheim M. L. Crystallonomische Aufsätze // *Zeitschrift «JSJS»*. 1826. H. 5—6. S. 497—515.
- Frisby J. P. Seeing illusion, brain and mind. Oxford—New York.—Toronto—Melborne, 1979. 160 p.
- Goldschmidt V. Kristallographische Winkeltabellen. Berlin, 1897. 432 s.
- Goldschmidt V. Atlas der Kristallformen. Heidelberg. Bd 1, 1913; Bd 2, 1913; Bd 3, 1916; Bd 4, 1918; Bd 5, 1918; Bd 6, 1920; Bd 7, 1922; Bd 8, 1922; Bd 9, 1923.
- Gray N. H. Symmetry in a Natural Fracture Pattern: The Origin of Columnar Joint Networks // I. Hargittai (Guest Editor). Special issue on Symmetry. *Computers and Mathematics with Applications*. 1985.
- Groth P. Entwicklungsgeschichte der mineralogischen Wissenschaften. Berlin, 1926. 262 S.
- Hargittai I. Limits of Perfection // I. Hargittai (Guest Editor). Special issue on Symmetry. *Computers and Mathematics with Applications*. 1985.
- Hargittai I., Orville-Thomas W. J. (Eds.) Diffraction Studies on Non-Crystalline Substances. Budapest, Akademiai Kiado and Amsterdam. Elsevier, 1981.
- Hartman P., Perdok W. An interpretation of the law of Donnay and Harker // *Amer. Miner.* 1956. Vol. 41. P. 449—459.
- Hessel J. F. C. Kristallometrie oder Kristallonomie und Kristallographie. Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften. Leipzig, 1925. N 88. Bd 1.
- Internationale Tabellen zur Bestimmung von Kristallstrukturen. Berlin, 1935. Bd 1. 452 S.
- Joshua E. C., Socolar, Steinhardt P. J. Quasicrystals: 2. Unit Cell configurations // *Phys. Rev.* 1986. B. Vol. 34, N 2. P. 617—647.
- Kobell F. Geschichte der Mineralogie. Munchen, 1864. 703 S.
- Larson E. E., Birkeland P. W. *Putham's Geology*. Fourth Edition. New York, Oxford Univ. Press, 1982.
- Legendre A.-M. *Elements de Geometrie*. L. Aufl. Paris, 1794.
- Legendre A.-M. *Die Elemente der Geometrie*. Übersetzt von A. L. Crelle. Zweite Auflage. Berlin, 1833.
- Lima de Faria J., Figueiredo M. O. General chart of inorganic structural renits and building units // Garcia Orto. Ser. Geol. 1978. Vol. 2. N 2. P. 69—76.
- Lowrey B. E., Space A. View of a Symmetric Object // I. Hargittai (Guest Editor). Special issue on Symmetry. *Computers and Mathematics with Applications*. 1985.
- Mackay A. L. De Nive Quinquangula: On the pentagonal snowflake // *Sov. Phys. Crystallogr.* 1981. Vol. 26. P. 517—522.
- Mackay A. L. Crystallography and the Penrose Pettern // *Physica*. Vol. 114A. P. 609—613.
- Mandelbrot B. B. *The Fractal Geometry of Nature*. New York, 1983.
- Marx C M. Geschichte der Kristallkunde. Karlsruhe U. Baden, 1825. 314 S.
- Mémoires du Museum d'Histoire naturelle. Vol. 1. 1815. P. 81—101, 206—225, 273—298, 341—352.
- Minnigerode B. Untersuchungen fiber die Symmetrieverhältnisse der Kristalle // *Neues Jahrb. Miner. Geol. und Paleont.* 1887. Bd 5. S. 145.
- Nemec V. The law of regular structural pattern—Geostatistics colloquium. N. Y. New York—London, 1970. P. 63—78.
- Neumann F. E. *Vorlesungen fiber die Theorie Elastizität*. Leipzig, 1885.
- Niggli P. *Lehrbuch der Mineralogie*. Bd 2. Berlin, 1926. 712 S.
- Shafranovskii I. I. Magic rectangles in the Table of the 32 Classes of Symmetry // I. Hargittai (Guest Editor). Special issue on Symmetry. *Computers and Mathematics with Applications*. 1985.
- Shechtman D., Blech I., Gratias D., Cahn J. W. Metallic

Phase with Long-Range Orientational Order and No Translational Symmetry // Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 53. P. 1951—1953.

Strunz H. Mineralogische Tabellen. Leipzig, 1978.

Wesselowski W. S., Wassiliew K. W. Zwillingsbildungen bei Graphitkristallen // Zeitschr. Kristallogr. 1934, Bd 89, S. 494.

Suppe J. Principles of Structural Geology. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New York, 1985.

Symmetrie / Herausgegeben von A. Preisinger. Wien, 1980. 135 S.

Tertsch H. Das Geheimnis der Kristallwelt. Roman einer Wissenschaft. Wien, 1947. 391 S.

Theory of New Matter Proposed // New York Times. January 8. C 2. 1985.

WalDROP M. M. Supersymmetry and Supergravity / Science. 1983, Vol. 220. N 4596. P. 491—493.

Wesselowski W. S., Wassiliew K. W. Zwillingsbildungen bei Graphitkristallen // Zeitschr. Kristallogr. 1934. Bd 89. S. 494.

ВЫСШАЯ КАТЕГОРИЯ СИНГОНИЙ

I. Кубическая сингония

1. Вид симметрии $m\bar{3}m$ ($3L_44L_36L_29PC$)

$m\bar{3}m$	Гексооктаэдр (1)	Тетрагон-триоктаэдр (m)	Тригон-триоктаэдр (m)	Тетрагексаэдр (m)	Ромбододекаэдр ($2mm$)	Октаэдр ($3m$)	Куб ($4mm$)
432	2 пентагон-триоктаэдра	Тетрагон-триоктаэдр	Тригон-триоктаэдр	Тетрагексаэдр	Ромбододекаэдр	Октаэдр	Куб
$\bar{4}3m$	2 гексатетраэдра	2 тригон-триоктаэдра	2 тетрагон-триоктаэдра	То же	То же	2 тетраэдра	»
$m\bar{3}$	2 додекаэдра	Тетрагон-триоктаэдр	Тригон-триоктаэдр	2 пентагон-додекаэдра	» »	Октаэдр	»
23	4 пентагон-тритетраэдра	2 тригон-триоктаэдра	2 тетрагон-тритетраэдра	То же	» »	2 тетраэдра	»
$4/m\bar{3}m$	3 дитетрагональные дипирамиды	Тетрагональная дипирамида и дитетрагональная дипирамида	Тетрагональная дипирамида и дитетрагональная дипирамида	2 тетрагональные дипирамиды и дитетрагональная призма	Тетрагональная дипирамида и тетрагональная призма	Тетрагональная дипирамида	Тетрагональная призма и пинакоид
422	6 тетрагональных трапецоэдров	Тетрагональная дипирамида и 2 тетрагональных трапецоэдра	Тетрагональная дипирамида и 2 тетрагональных трапецоэдра	То же	То же	То же	То же
$4mm$	6 дитетрагональных пирамид	2 тетрагональные пирамиды и 2 дитетрагональные пирамиды	2 тетрагональные пирамиды и 2 дитетрагональные пирамиды	4 тетрагональные пирамиды и дитетрагональная призма	2 тетрагональные пирамиды и тетрагональная призма	2 тетрагональные пирамиды	Тетрагональная призма и 2 моноэдра
$4/m$	6 тетрагональных дипирамид	3 тетрагональные дипирамиды	3 тетрагональные дипирамиды	2 тетрагональные дипирамиды и 2 тетрагональные призмы	Тетрагональная дипирамида и тетрагональная призма	Тетрагональная дипирамида	Тетрагональная призма и пинакоид

$42m$	6 тетрагональных скаленоздров	2 тетрагональных тетраэдра и 2 тетрагональных скаленоздра или тетрагональная дипирамида и 2 тетрагональных скаленоздра	2 тетрагональных тетраэдра и 2 тетрагональных скаленоздра или тетрагональная дипирамида и 2 тетрагональных скаленоздра	2 тетрагональные дипирамиды и дипирагональная призма или 4 тетрагональных тетраэдра и дитетрагональная призма	Тетрагональная дипирамида и тетрагональная призма или 2 тетрагональных тетраэдра и тетрагональная призма	Тетрагональная дипирамида или 2 тетрагональных тетраэдра	Тетрагональная призма и пинакоид
4	12 тетрагональных пирамид	6 тетрагональных пирамид	6 тетрагональных пирамид	4 тетрагональные дипирамиды и 2 тетрагональные призмы	2 тетрагональные пирамиды и тетрагональная призма	2 тетрагональные пирамиды	Тетрагональная призма и 2 моноэдра
$\bar{4}$	12 тетрагональных тетраэдров	6 тетрагональных тетраэдров	6 тетрагональных тетраэдров	4 тетрагональных тетраэдра и 2 тетрагональные призмы	2 тетрагональных тетраэдра и тетрагональная призма	2 тетрагональных тетраэдра	Тетрагональная призма и пинакоид
$3m$	4 тригональных скаленоздра или 3 тригональных скаленоздра и дигексагональная призма, или гексагональная дипирамида и 3 тригональных скаленоздра	2 ромбоэдра и тригональный скаленоздр или ромбоэдр, тригональный скаленоздр и гексагональная призма	2 ромбоэдра и тригональный скаленоздр	2 тригональных скаленоздра или гексагональная дипирамида и тригональный скаленоздр	Ромбоэдр и гексагональная призма	Ромбоэдр и пинакоид	Ромбоэдр

$m3m$	Гексооктаэдр (1)	Тетрагон- триоктаэдр (m)	Тригон- триоктаэдр (m)	Тетрагексаэдр (m)	Ромбододекаэдр ($2mm$)	Октаэдр ($3m$)	Куб ($4mm$)
32	8 тригональных трапецоэдров или 6 тригональных трапецоэдров и 2 дитригональные призмы	2 ромбоэдра и 2 тригональных трапецоэдра или ромбоэдр, 2 тригональных трапецоэдра и гексагональная призма	2 ромбоэдра и 2 тригональных трапецоэдра	4 тригональных трапецоэдра или 2 тригональные дипирамиды и 2 тригональных трапецоэдра	Ромбоэдр и 2 тригональные призмы	Ромбоэдр и пинакоид	Ромбоэдр
$3m$	8 дитригональных пирамид или 6 дитригональных пирамид и 2 дитригональные призмы или 2 гексагональные пирамиды и 6 дитригональных пирамид	4 тригональные пирамиды и 2 дитригональные пирамиды, 2 тригональные пирамиды, 2 дитригональные призмы	4 тригональные пирамиды и 2 дитригональные пирамиды	4 дитригональные пирамиды или 2 дитригональные пирамиды и 2 гексагональные пирамиды	2 тригональные пирамиды и гексагональная призма	2 тригональные пирамиды и 2 моноэдра	2 тригональные пирамиды
$\bar{3}$	8 ромбоэдров или 6 ромбоэдров и 2 гексагональные призмы	4 ромбоэдра или 3 ромбоэдра и гексагональная призма	4 ромбоэдра	4 ромбоэдра	Ромбоэдр и гексагональная призма	Ромбоэдр и пинакоид	Ромбоэдр
3	16 тригональных пирамид или 12 тригональных пирамид и 4 тригональные призмы	8 тригональных пирамид или 6 тригональных пирамид и 2 тригональные призмы	8 тригональных пирамид	8 тригональных пирамид	2 тригональные пирамиды и 2 тригональные призмы	2 тригональные пирамиды и 2 моноэдра	2 тригональные пирамиды
mmm	6 ромбических дипирамид	3 ромбические дипирамиды или 2 ромбические дипирамиды и 2 ромбические призмы	3 ромбические дипирамиды или 2 ромбические дипирамиды и 2 ромбические призмы	2 ромбические дипирамиды и 2 ромбические призмы или 6 ромбических призм	3 ромбические призмы или ромбическая дипирамида и 2 пинакоида	Ромбическая дипирамида или 2 ромбические призмы	Ромбическая призма и пинакоид или 3 пинакоида

222	12 ромбических тетраэдров	6 ромбических тетраэдров или 4 ромбических тетраэдра и 2 ромбические призмы	6 ромбических тетраэдров или 4 ромбических тетраэдра и 2 ромбические призмы	4 ромбических тетраэдра 2 ромбические призмы или 6 ромбических призм	3 ромбические призмы или 2 ромбических тетраэдра и 2 пинакоида	2 ромбических тетраэдра или 2 ромбические призмы	Ромбическая призма и пинакоид или 3 пинакоида
2mm	12 ромбических пирамид	6 ромбических пирамид или 4 ромбические пирамиды и 4 диэдра, или 4 ромбические пирамиды, ромбическая призма и 2 диэдра	6 ромбических пирамид или 4 ромбические пирамиды и 4 диэдра, или 4 ромбические пирамиды, ромбическая призма и 2 диэдра	4 ромбические пирамиды и 2 ромбические призмы или 8 диэдров и 2 ромбические призмы, или 4 диэдра и 4 ромбические пирамиды	4 диэдра и ромбическая призма или 2 ромбические пирамиды и 2 пинакоида, или 2 ромбические пирамиды, пинакоид и 2 моноэдра	2 ромбические пирамиды или ромбическая призма и 2 диэдра, или 4 диэдра	Ромбическая призма и 2 моноэдра или 2 пинакоида, или 2 диэдра и пинакоид
2/m	12 ромбических призм	6 ромбических призм или 5 ромбических призм и 2 пинакоида	6 ромбических призм или 5 ромбических призм и 2 пинакоида	4 ромбические призмы и 4 пинакоида или 6 ромбических призм	2 ромбические призмы и 2 пинакоида	2 ромбические призмы или ромбическая призма и 2 пинакоида	Ромбическая призма и пинакоид или 3 пинакоида
2	24 диэдра	12 диэдров или 10 диэдров и 2 пинакоида	12 диэдров или 10 диэдров и 2 пинакоида	8 диэдров и 4 пинакоида или 12 диэдров	4 диэдра и 2 пинакоида или 4 диэдра, 2 моноэдра и пинакоид	4 диэдра или 2 диэдра и 2 пинакоида	2 пинакоида и 2 моноэдра или 2 диэдра и пинакоид
m	То же	12 диэдров или 10 диэдров и 4 моноэдра	12 диэдров или 10 диэдров и 4 моноэдра	8 диэдров и 8 моноэдров или 12 диэдров	4 диэдра и 4 моноэдра или 4 диэдра, 2 моноэдра и пинакоид	4 диэдра или 2 диэдра и моноэдр	4 моноэдра и пинакоид или 2 диэдра и 2 моноэдра
1	24 пинакоида	12 пинакоидов	12 пинакоидов	12 пинакоидов	6 пинакоидов	4 пинакоида	3 пинакоида
1	48 моноэдров	24 моноэдра	24 моноэдра	24 моноэдра	12 моноэдров	8 моноэдров	6 моноэдров

2. Вид симметрии 432(3L₄4L₃6L₂)

432	Пентагон-триоктаэдр (1)	Тетрагон-триоктаэдр (1)	Тригон-триоктаэдр (1)	Тетрагексаэдр (1)	Ромбододекаэдр (2)	Октаэдр (3)	Куб (4)
23	2 пентагон-тритетраэдра	2 тригон-тритетраэдра	2 тетрагон-тритетраэдра	2 пентагон-дододекаэдра	Ромбододекаэдр	2 тетраэдра	Куб
422	3 тетрагональных трапецоэдра	Тетрагональная дипирамида и 2 тетрагональных трапецоэдра	Тетрагональная дипирамида и 2 тетрагональных трапецоэдра	2 тетрагональные дипирамиды и дитетрагональная призма	Тетрагональная дипирамида и тетрагональная призма	Тетрагональная дипирамида	Тетрагональная призма и пинакоид
4	6 тетрагональных пирамид	6 тетрагональных пирамид	6 тетрагональных пирамид	4 тетрагональные пирамиды и 2 тетрагональные призмы	2 тетрагональные пирамиды и тетрагональная призма	2 тетрагональные пирамиды	Тетрагональная призма и 2 моноэдра
32	4 тригональных трапецоэдра или 3 тригональных трапецоэдра и дитригональная призма, или 3 тригональных трапецоэдра и тригональная дипирамида	2 ромбоэдра и 2 тригональных трапецоэдра или ромбоэдр, 2 тригональных трапецоэдра и гексагональная призма	2 ромбоэдра и 2 тригональных трапецоэдра	4 тригональных трапецоэдра или 2 тригональных трапецоэдра и 2 тригональные дипирамиды	Ромбоэдр и 2 тригональные призмы	Ромбоэдр и пинакоид	Ромбоэдр
3	8 тригональных пирамид или 6 тригональных пирамид и 2 тригональные призмы	8 тригональных пирамид или 6 тригональных пирамид и 2 тригональные призмы	8 тригональных пирамид	8 тригональных пирамид	2 тригональные пирамиды и 2 тригональные призмы	2 тригональные пирамиды и 2 моноэдра	2 тригональные пирамиды
222	6 ромбических тетраэдров	6 ромбических тетраэдров или 4 ромбических тетраэдра и 2 ромбические призмы	6 ромбических тетраэдров или 4 ромбических тетраэдра и 2 ромбические призмы	6 ромбических призм или 4 ромбических тетраэдра и 2 ромбические призмы	3 ромбические призмы или 2 ромбических тетраэдра и 2 пинакоида	2 ромбических тетраэдра или 2 ромбические призмы	Ромбическая призма и пинакоид или 3 пинакоида

2	12 диэдров	12 диэдров или 10 диэдров и 2 пинакоида	12 диэдров или 10 диэдров и 2 пинакоида	8 диэдров и 4 пинакоида или 12 диэдров	4 диэдра и 2 пинакоида или 4 диэдра, 2 моноэдра и пинакоид	4 диэдра или 2 диэдра и 2 пинакоида	2 пинакоида и 2 моноэдра или 2 диэдра и пинакоид
1	24 моноэдра	24 моноэдра	24 моноэдра	24 моноэдра	12 моноэдров	8 моноэдров	6 моноэдров

3. Вид симметрии $43m(3L_1, 4L_3, 6P)$

$43m$	Гексатетраэдр (1)	Тетрагон-триоктаэдр (m)	Тригон-тритетраэдр (m)	Тетрагексаэдр (1)	Ромбододекаэдр (m)	Тетраэдр ($3m$)	Куб ($2mm$)
23	2 пентагон-тритетраэдра	Тетрагон-три-тетраэдр	Тригон-три-тетраэдр	2 пентагон-дододекаэдра	Ромбододекаэдр	Тетраэдр	Куб
$42m$	3 тетрагональных скаленоздра	Тетрагональный скаленоздр и тетрагональный тетраэдр	Тетрагональный скаленоздр и тетрагональный тетраэдр	2 тетрагональные дипирамиды и дитетрагональная призма	Тетрагональная дипирамида и тетрагональная призма	Тетрагональный тетраэдр	Тетрагональная призма и пинакоид
4	6 тетрагональных тетраэдров	3 тетрагональных тетраэдра	3 тетрагональных тетраэдра	4 тетрагональных тетраэдра и 2 тетрагональные призмы	2 тетрагональных тетраэдра и тетрагональная призма	То же	То же
$3m$	4 дитригональные пирамиды или 3 дитригональные пирамиды и дитригональная призма или 3 дитригональные пирамиды и гексагональная пирамида	2 тригональные пирамиды и дитригональная пирамида	2 тригональные пирамиды и дитригональная пирамида или дитригональная пирамида, тригональная пирамида и тригональная призма	4 дитригональные пирамиды или 2 дитригональные пирамиды и 2 гексагональные пирамиды	2 тригональные пирамиды и гексагональная призма	Тригональная пирамида и моноэдр	2 тригональные пирамиды

Продолжение

$43m$	Гексатетраэдр (1)	Тетрагон- триоктаэдр (m)	Тригон- тритетраэдр (m)	Тетрагексаэдр (1)	Ромбододекаэдр (m)	Тетраэдр ($3m$)	Куб ($2mt$)
3	8 тригональных пирамид или 6 тригональных пирамид и 2 тригональные призмы	4 тригональные пирамиды	4 тригональные пирамиды или 3 тригональные пирамиды и тригональная призма	8 тригональных пирамид	2 тригональные пирамиды и 2 тригональные призмы	Тригональная пирамида и моноэдр	2 тригональные пирамиды
222	6 ромбических тетраэдров	3 ромбических тетраэдра	3 ромбических тетраэдра	6 ромбических призм	3 ромбические призмы	Ромбический тетраэдр	3 пинакоида
$2mt$	6 ромбических пирамид	2 ромбические пирамиды и 2 диэдра	2 ромбические пирамиды и 2 диэдра	4 ромбические пирамиды и 2 ромбические призмы	2 ромбические пирамиды и 2 пинакоида	2 диэдра	Ромбическая призма и 2 моноэдра
2	12 диэдров	6 диэдров	6 диэдров	8 диэдров и 4 пинакоида	4 диэдра и 2 пинакоида	2 диэдра	2 пинакоида и 2 моноэдра
m	То же	5 диэдров и 2 моноэдра	5 диэдров и 2 моноэдра	12 диэдров	4 диэдра, 2 моноэдра и пинакоид	Диэдр и 2 моноэдра	2 диэдра и 2 моноэдра
1	24 моноэдра	12 моноэдров	12 моноэдров	24 моноэдра	12 моноэдров	4 моноэдра	6 моноэдров

4. Вид симметрии $m\bar{3}$ ($3L_24L_3PC$)

$m\bar{3}$	Дидодекаэдр (1)	Тетрагон-триоктаэдр (1)	Тригон-триоктаэдр (1)	Пентагон-додекаэдр (m)	Ромбододекаэдр (m)	Октаэдр (3)	Куб ($2mm$)
23	2 пентагон-три-тетраэдра	2 тригон-три-тетраэдра	2 тетрагон-тритетраэдра	Пентагон-доде-каэдр	Ромбододе-каэдр	2 тетраэдра	Куб
$\bar{3}$	4 ромбоэдра или 3 ромбоэдра и гексагональная призма	4 ромбоэдра или 3 ромбоэдра и гексагональная призма	4 ромбоэдра	2 ромбоэдра	Ромбоэдр и гексагональ-ная призма	Ромбоэдр и пинакоид	Ромбоэдр
3	8 тригональных пирамид или 6 тригональных пирамид и 2 триго-нальные призмы	8 тригональных пирамид или 6 тригональных пирамид и 2 триго-нальные призмы	8 тригональ-ных пирамид	8 тригональных пирамид	2 тригональ-ные пирамиды и 2 тригональ-ные призмы	2 тригональ-ные пирамиды и 2 моноэдра	2 триго-нальные пи-рамиды
mmm	3 ромбические дипирамиды	3 ромбические дипирамиды	3 ромбичес-кие дипира-миды	3 ромбические призмы	3 ромбичес-кие призмы	Ромбическая дипирамида	3 пинако-ида
222	6 ромбических тетраэдров	6 ромбических тетраэдров	6 ромбичес-ких тетраэдров	То же	То же	То же	То же
$2mm$	6 ромбических пирамид	6 ромбических пирамид	6 ромбичес-ких пирамид	Ромбическая призма и 4 диэдра	Ромбическая призма и 4 ди-эдра	2 ромбичес-кие пирамиды	2 пинако-ида и 2 мо-ноэдра
$2/m$	6 ромбических призм	6 ромбических призм	6 ромбичес-ких призм	2 ромбические призмы и 2 пина-коида	2 ромбичес-кие призмы и 2 пинакоида	2 ромбичес-кие призмы	3 пинако-ида
2	12 диэдров	12 диэдров	12 диэдров	4 диэдра и 2 пинакоида	4 диэдра и 2 пинакоида	4 диэдра	2 пинако-ида и 2 мо-ноэдра
m	То же	То же	То же	4 диэдра и 4 моноэдра	4 диэдра и 4 моноэдра	То же	Пинакоид и 4 моно-эдра
$\bar{1}$	12 пинакоидов	12 пинакоидов	12 пинакои-дов	6 пинакоидов	6 пинакоидов	4 пинакоида	3 пинако-ида
1	24 моноэдра	24 моноэдра	24 моноэдра	12 моноэдров	12 моноэдров	8 моноэдров	6 моноэдр-ров

5. Вид симметрии 23 ($3L_24L_3$)

23	Пентагон- тритетраэдр (1)	Тетрагон- тритетраэдр (1)	Тригон- тритетраэдр (1)	Пентагон- додекаэдр (1)	Ромбододекаэдр (1)	Тетраэдр (3)	Куб (2)
3	4 тригональные пирамиды или 3 тригональные пирамиды и тригональная призма	4 тригональные пирамиды	4 тригональные пирамиды или 2 тригональные пирамиды и тригональная призма	4 тригональные пирамиды	2 тригональные пирамиды и 2 тригональные призмы	Тригональная пирамида и моноэдр	2 тригональные пирамиды
222	3 ромбических тетраэдра	3 ромбических тетраэдра	3 ромбических тетраэдра	3 ромбические призмы	3 ромбические призмы	Ромбический тетраэдр	3 пинакоида
2	6 диэдров	6 диэдров	6 диэдров	6 диэдров	4 диэдра и 2 пинакоида	2 диэдра	2 пинакоида и 2 моноэдра
1	12 моноэдров	12 моноэдров	12 моноэдров	12 моноэдров	12 моноэдров	4 моноэдра	6 моноэдров

СРЕДНЯЯ КАТЕГОРИЯ СИНГОНИЙ

II. Гексагональная сингония

6. Вид симметрии $6/mmm$ (L_56L_27PC)

$6/mmm$	Дигексагональная дипирамида (1)	Гексагональная дипирамида (m)	Дигексагональная призма (m)	Гексагональная призма ($2mm$)	Пинакоид ($6mm$)
622	2 гексагональных трапецоэдра	Гексагональная дипирамида	Дигексагональная призма	Гексагональная призма	Пинакоид
$6mm$	2 дигексагональные пирамиды	2 гексагональные пирамиды	То же	То же	2 моноэдра
$6/m$	2 гексагональные дипирамиды	Гексагональная дипирамида	2 гексагональные призмы	» »	Пинакоид
$\bar{6}2m$	2 дитригональные дипирамиды	Гексагональная дипирамида или 2 тригональные дипирамиды	2 дитригональные призмы	Гексагональная призма или 2 тригональные призмы	Пинакоид

6	4 гексагональные пирамиды	2 гексагональные пирамиды	2 гексагональные призмы	Гексагональная призма	2 моноэдра
$\bar{6}$	4 тригональные дипирамиды	2 тригональные дипирамиды	4 тригональные призмы	2 тригональные призмы	Пинакоид
$\bar{3}m$	2 тригональных скаленоэдра	Гексагональная дипирамида или 2 ромбоэдра	Дигексагональная призма	Гексагональная призма	»
32	4 тригональных трапецоэдра	2 тригональные дипирамиды или 2 ромбоэдра	2 дитригональные призмы	Гексагональная призма или 2 тригональные призмы	»
$3m$	4 дитригональные пирамиды	2 гексагональные пирамиды или 4 тригональные пирамиды	То же	То же	2 моноэдра
$\bar{3}$	4 ромбоэдра	2 ромбоэдра	2 гексагональные призмы	Гексагональная призма	Пинакоид
3	8 тригональных пирамид	4 тригональные пирамиды	4 тригональные призмы	2 тригональные призмы	2 моноэдра
mmm	3 ромбические дипирамиды	Ромбическая дипирамида и ромбическая призма	3 ромбические призмы	Ромбическая призма и пинакоид	Пинакоид
222	6 ромбических тетраэдров	2 ромбических тетраэдра и ромбическая призма	То же	То же	»
$2mm$	6 ромбических пирамид	2 ромбические пирамиды и 2 диэдра или 2 ромбические пирамиды и ромбическая призма	То же или 6 диэдров	То же или 2 диэдра и пинакоид, или 2 диэдра и 2 моноэдра	2 моноэдра или пинакоид
$2/m$	6 ромбических призм	3 ромбические призмы или 2 ромбические призмы и 2 пинакоида	6 пинакоидов или 3 ромбические призмы	Ромбическая призма и пинакоид или 3 пинакоида	Пинакоид

$6/m\bar{m}m$	Дигексагональная дипирамида (1)	Гексагональная дипирамида (m)	Дигексагональная призма (m)	Гексагональная призма ($2m\bar{m}$)	Пинакоид ($6m\bar{m}$)
2	12 диэдров	6 диэдров или 4 диэдра и 2 пинакоида	6 пинакоидов или 6 диэдров	3 пинакоида или 2 диэдра и пинакоид, или 2 диэдра и 2 моноэдра	Пинакоид или 2 моноэдра
m	То же	6 диэдров или 4 диэдра и 4 моноэдра	12 моноэдров или 6 диэдров	6 моноэдров или 2 диэдра и пинакоид, или 2 диэдра и 2 моноэдра	Пинакоид или 2 моноэдра
$\bar{1}$ 1	12 пинакоидов 24 моноэдра	6 пинакоидов 12 моноэдров	6 пинакоидов 12 моноэдров	3 пинакоида 6 моноэдров	Пинакоид 2 моноэдра

7. Вид симметрии $622 (L_66L_2)$

622	Гексагональный трапецоэдр (1)	Гексагональная дипирамида (1)	Дигексагональная призма (1)	Гексагональная призма (2)	Пинакоид (6)
6	2 гексагональные пирамиды	2 гексагональные пирамиды	2 гексагональные призмы	Гексагональная призма	2 моноэдра
32	2 тригональных трапецоэдра	2 ромбоэдра или 2 тригональные дипирамиды	2 дитригональные призмы	То же или 2 тригональные призмы	Пинакоид
3	4 тригональные пирамиды	4 тригональные пирамиды	4 тригональные призмы	2 тригональные призмы	2 моноэдра
222	3 ромбических тетраэдра	2 ромбических тетраэдра и ромбическая призма	3 ромбические призмы	Ромбическая призма и пинакоид	Пинакоид
2	6 диэдров	6 диэдров или 4 диэдра и 2 пинакоида	6 пинакоидов или 6 диэдров	3 пинакоида или 2 диэдра и пинакоид, или 2 моноэдра	Пинакоид или 2 моноэдра
1	12 моноэдров	12 моноэдров	12 моноэдров	6 моноэдров	2 моноэдра

8. Вид симметрии $6mm (L_66P)$

$6mm$	Дигексагональная пирамида (1)	Гексагональная пирамида (m)	Дигексагональная призма (1)	Гексагональная призма (m)	Моноэдр ($6mm$)
6	2 гексагональные пирамиды	Гексагональная пирамида	2 гексагональные призмы	Гексагональная призма	Моноэдр
$3m$	2 дитригональные пирамиды	То же или 2 тригональные пирамиды	2 дитригональные призмы	То же или 2 тригональные призмы	»
3	4 тригональные пирамиды	2 тригональные пирамиды	4 тригональные призмы	2 тригональные призмы	»
$2mm$	3 ромбические пирамиды	Ромбическая пирамида и диэдр	3 ромбические призмы	Ромбическая призма и пинакоид	»
m	6 диэдров	3 диэдра или 2 диэдра и 2 моноэдра	6 диэдров	2 диэдра и пинакоид или 2 диэдра и 2 моноэдра	»
2	То же	3 диэдра	6 пинакоидов	3 пинаконда	»
1	12 моноэдров	6 моноэдров	12 моноэдров	6 моноэдров	»

9. Вид симметрии $6/m (L_6PC)$

$6/m$	Гексагональная дипирамида (1)	Гексагональная призма (m)	Пинакоид (6)
6	2 гексагональные пирамиды	Гексагональная призма	2 моноэдра
$\bar{6}$	2 тригональные дипирамиды	2 тригональные призмы	Пинакоид
$\bar{3}$	2 ромбоэдра	Гексагональная призма	»
3	4 тригональные пирамиды	2 тригональные призмы	2 моноэдра
$2/m$	3 ромбические призмы или 2 ромбические призмы и 2 пинакоида	Ромбическая призма и пинакоид или 3 пинаконда	Пинакоид
2	6 диэдров или 4 диэдра и 2 пинакоида	3 пинакоида или 2 диэдра и пинакоид, или 2 диэдра и 2 моноэдра	Пинакоид или 2 моноэдра
m	6 диэдров или 4 диэдра и 4 моноэдра	6 моноэдров или 2 диэдра и пинакоид, или 2 диэдра и 2 моноэдра	То же

$6/m$	Гексагональная дипирамида (1)	Гексагональная призма (m)	Пинакоид (6)
$\bar{1}$ 1	6 пинакоидов 12 моноэдров	3 пинакоида 6 моноэдров	Пинакоид 2 моноэдра

10. Вид симметрии $6(L_6)$

6	Гексагональная пирамида (1)	Гексагональная призма (1)	Моноэдр (6)
3 2 1	2 тригональные пирамиды 3 диэдра 6 моноэдров	2 тригональные призмы 3 пинакоида 6 моноэдров	Моноэдр » »

11. Вид симметрии $\bar{6}2m (L_6 3L_2 3P)$

$\bar{6}2m$	Дитригональная дипирамида (1)	Гексагональная дипирамида (1)	Тригональная дипирамида (m)	Гексагональная призма (m)	Дитригональная призма (m)	Тригональная призма ($2mm$)	Пинакоид ($3m$)
$\bar{6}$	2 тригональные дипирамиды	2 тригональные дипирамиды	Тригональная дипирамида	2 тригональные призмы	2 тригональные призмы	Тригональная призма	Пинакоид
$3m$	2 дитригональные пирамиды	2 гексагональные пирамиды	3 тригональные пирамиды	Гексагональная призма	Дитригональная призма	То же	2 моноэдра
32	2 тригональных трапецоэдра	2 ромбоэдра	Тригональная дипирамида	Гексагональная призма	То же	» »	Пинакоид
3	4 тригональные пирамиды	4 тригональные пирамиды	2 тригональные пирамиды	2 тригональные призмы	2 тригональные призмы	» »	2 моноэдра
$2mm$	3 ромбические пирамиды	2 ромбические пирамиды и ромбическая призма	Ромбическая пирамида и диэдр	2 диэдра и пинакоид	3 диэдра	Диэдр и моноэдр	Пинакоид
2	6 диэдров	4 диэдра и 2 пинакоида	3 диэдра	То же	То же	То же	»
m	То же	6 диэдров	3 диэдра или 2 диэдра и 2 моноэдра	То же или 6 моноэдров	То же или 6 моноэдров	То же или 3 моноэдра	Пинакоид или 2 моноэдра
1	12 моноэдров	12 моноэдров	6 моноэдров	6 моноэдров	6 моноэдров	3 моноэдра	2 моноэдра

12. Вид симметрии $\bar{6}(L_i)$

$\bar{6}$	Тригональная дипирамида (1)	Тригональная призма (m)	Пинакоид (3)
3	2 тригональные пирамиды	Тригональная призма	2 моноэдра
m	3 диэдра	3 моноэдра	Пинакоид
1	6 моноэдров	То же	2 моноэдра

III. Тетрагональная сингония

13. Вид симметрии $4/mmm (L_4AL_25PC)$

$4/mmm$	Дитетрагональная дипирамида (1)	Тетрагональная дипирамида (m)	Дитетрагональная призма (m)	Тетрагональная призма ($2m$)	Пинакоид ($4mm$)
422	2 тетрагональных трапецоэдра	Тетрагональная дипирамида	Дитетрагональная призма	Тетрагональная призма	Пинакоид
$4mm$	2 дитетрагональные пирамиды	2 тетрагональные пирамиды	То же	То же	2 моноэдра
$4/m$	2 тетрагональные дипирамиды	Тетрагональная дипирамида	2 тетрагональные призмы	» »	Пинакоид
$\bar{4}2m$	2 тетрагональных скаленоэдра	То же или 2 тетрагональных тетраэдра	Дитетрагональная призма	» »	»
4	4 тетрагональные пирамиды	2 тетрагональные пирамиды	2 тетрагональные призмы	» »	2 моноэдра
$\bar{4}$	4 тетрагональных тетраэдра	2 тетрагональных тетраэдра	То же	» »	Пинакоид
mmm	2 ромбические дипирамиды	Ромбическая дипирамида или 2 ромбические призмы	2 ромбические призмы	Ромбическая призма или 2 пинакоида	»
222	4 ромбических тетраэдра	2 ромбических тетраэдра или 2 ромбические призмы	То же	То же	»

$4/mmm$	Дитетрагональная дипирамида (1)	Тетрагональная дипирамида (m)	Дитетрагональная призма (m)	Тетрагональная призма ($2m$)	Пинакоид ($4mt$)
$2mm$	4 ромбические пирамиды	2 ромбические пирамиды или 4 диэдра, или ромбическая призма и 2 диэдра	То же или 4 диэдра	Ромбическая призма или 2 пинакоида, или 2 диэдра, или 2 моноэдра и пинакоид	2 моноэдра или пинакоид
$2/m$	4 ромбические призмы	2 ромбические призмы или ромбическая призма и 2 пинакоида	2 ромбические призмы	Ромбическая призма или 2 пинакоида	Пинакоид
2	8 диэдров	4 диэдра или 2 диэдра и 2 пинакоида	4 диэдра или 4 пинакоида	2 диэдра или пинакоид и 2 моноэдра	2 моноэдра или пинакоид
m	То же	4 диэдра или 2 диэдра и 4 моноэдра	4 диэдра или 8 моноэдров	Пинакоид и 2 моноэдра или 2 диэдра	То же
$\bar{1}$	8 пинакоидов	4 пинакоида	4 пинакоида	2 пинакоида	Пинакоид
1	16 моноэдров	8 моноэдров	8 моноэдров	4 моноэдра	2 моноэдра

14. Вид симметрии 422 (L_44L_2)

422	Тетрагональный трапецоэд (1)	Тетрагональная дипирамида (1)	Дитетрагональная призма (1)	Тетрагональная призма (2)	Пинакоид (4)
4	2 тетрагональные пирамиды	2 тетрагональные пирамиды	2 тетрагональные призмы	Тетрагональная призма	2 моноэдра
222	2 ромбических тетраэдра	2 ромбических тетраэдра или 2 ромбические призмы	2 ромбические призмы	Ромбическая призма или 2 пинакоида	Пинакоид
2	4 диэдра	4 диэдра	4 пинакоида или 4 диэдра	2 пинакоида или 2 моноэдра и пинакоид, или 2 диэдра	То же или 2 моноэдра
1	8 моноэдров	8 моноэдров	8 моноэдров	4 моноэдра	2 моноэдра

15. Вид симметрии $4mm$ (L_4AP)

$4mm$	Дитетрагональная дипирамида (1)	Тетрагональная пирамида (m)	Дитетрагональная призма (1)	Тетрагональная призма (m)	Моноэдр ($4mm$)
4	2 тетрагональные пирамиды	Тетрагональная пирамида	2 тетрагональные призмы	Тетрагональная призма	Моноэдр
$2mm$	2 ромбические пирамиды	Ромбическая пирамида или 2 диэдра	2 ромбические призмы	Ромбическая призма или 2 пинакоида	»
2	4 диэдра	2 диэдра	4 пинакоида	2 пинакоида	»
m	То же	То же или диэдр и 2 моноэдра	4 диэдра	Пинакоид и 2 моноэдра или 2 диэдра и 4 моноэдра	»
1	8 моноэдров	4 моноэдра	8 моноэдров	4 моноэдра	»

16. Вид симметрии $4/m$ (L_4PC)

$4/m$	Тетрагональная дипирамида (1)	Тетрагональная призма (m)	Пинакоид (4)
4	2 тетрагональные пирамиды	Тетрагональная призма	2 моноэдра
$\bar{4}$	2 тетрагональных тетраэдра	То же	Пинакоид
$2/m$	2 ромбические призмы	2 пинакоида	»
2	4 диэдра	То же	2 моноэдра
m	То же	4 моноэдра	Пинакоид
$\bar{1}$	4 пинакоида	2 пинакоида	»
1	8 моноэдров	4 моноэдра	2 моноэдра

17. Вид симметрии $4 (L_4)$

4	Тетрагональная пирамида (1)	Тетрагональная призма (1)	Моноэдр (4)
2 1	2 диэдра 4 моноэдра	2 пинакоида 4 моноэдра	Моноэдр »

18. Вид симметрии $42m (L_i, 2L_2, 2P)$

$42m$	Тетрагональный скаленоедр (1)	Тетрагональный тетраэдр (m)	Тетрагональная дипирамида (1)	Дитетрагональная призма (1)	Тетрагональная призма (m и 2)	Пинакоид ($2mm$)
4	2 тетрагональных тетраэдра	Тетрагональный тетраэдр	2 тетрагональных тетраэдра	2 тетрагональные призмы	Тетрагональная призма	Пинакоид
222	2 ромбических тетраэдра	Ромбический тетраэдр	2 ромбические призмы	2 ромбические призмы	2 пинакоида или ромбическая призма	»
$2mm$	2 ромбические пирамиды	2 диэдра	2 ромбические пирамиды	То же	То же	2 моноэдра
2	4 диэдра	То же	4 диэдра или 2 диэдра и 2 пинакоида	4 пинакоида или 4 диэдра	2 пинакоида или 2 моноэдра и пинакоид	То же или пинакоид
m	То же	Диэдр и 2 моноэдра	4 диэдра	4 диэдра	2 диэдра или 2 моноэдра и пинакоид	2 моноэдра
1	8 моноэдров	4 моноэдра	8 моноэдров	8 моноэдров	4 моноэдра	То же

19. Вид симметрии $\bar{4}$ (L_4)

$\bar{4}$	Тетрагональный тетраэдр (1)	Тетрагональная призма (1)	Пинакоид (2)
2	2 диэдра	2 пинакоида	2 моноэдра
1	4 моноэдра	4 моноэдра	То же

IV. Тригональная сингония

20. Вид симметрии $\bar{3}m$ (L_33L_23PC)

$\bar{3}m$	Тригональный скаленоздр (1)	Ромбоэдр (m)	Гексагональная дипирамида (1)	Дигексагональная призма (1)	Гексагональная призма (2 и m)	Пинакоид ($3m$)
32	2 тригональных трапецоэдра	Ромбоэдр	2 тригональные дипирамиды	2 дитригональные призмы	Гексагональная призма или 2 тригональные призмы	Пинакоид
$3m$	2 дитригональные пирамиды	2 тригональные пирамиды	2 гексагональные пирамиды	То же	То же	2 моноэдра
$\bar{3}$	2 ромбоэдра	Ромбоэдр	2 ромбоэдра	2 гексагональные призмы	Гексагональная призма	Пинакоид
3	4 тригональные пирамиды	4 тригональные пирамиды	4 тригональные пирамиды	4 тригональные призмы	2 тригональные призмы	2 моноэдра
$2/m$	3 ромбические призмы	Ромбическая призма и пинакоид	3 ромбические призмы	3 ромбические призмы	Ромбическая призма и пинакоид	Пинакоид
2	6 диэдров	2 диэдра и пинакоид	6 диэдров	6 диэдров	2 диэдра и пинакоид или 2 моноэдра	»
m	То же	2 диэдра и 2 моноэдра	То же	То же	То же	2 моноэдра
$\bar{1}$	6 пинакоидов	3 пинакоида	6 пинакоидов	6 пинакоидов	3 пинакоида	Пинакоид
1	12 моноэдров	6 моноэдров	12 моноэдров	12 моноэдров	6 моноэдров	2 моноэдра

21. Вид симметрии $32 (L_33L_2)$

32	Тригональный трапецоэдр (1)	Ромбоэдр (1)	Тригональная дипирамида (1)	Гексагональная призма (1)	Дитригональная призма (1)	Тригональная призма (2)	Пинакоид (3)
3	2 тригональные пирамиды	2 тригональные пирамиды	2 тригональные пирамиды	2 тригональные призмы	2 тригональные призмы	Тригональная призма	2 моноэдра
2	3 диэдра	2 диэдра и пинакоид	3 диэдра	2 диэдра и пинакоид	3 диэдра	Диэдр и моноэдр	Пинакоид
1	6 моноэдров	6 моноэдров	6 моноэдров	6 моноэдров	6 моноэдров	3 моноэдра	2 моноэдра

22. Вид симметрии $3m (L_33P)$

$3m$	Дитригональная пирамида (1)	Гексагональная пирамида (1)	Тригональная пирамида (m)	Гексагональная призма (1)	Дитригональная призма (1)	Тригональная призма (m)	Моноэдр ($3m$)
3	2 тригональные пирамиды	2 тригональные пирамиды	Тригональная пирамида	2 тригональные призмы	2 тригональные призмы	Тригональная призма	Моноэдр
m	3 диэдра	3 диэдра	Диэдр и моноэдр	2 диэдра и пинакоид	3 диэдра	Диэдр и моноэдр	»
1	6 моноэдров	6 моноэдров	3 моноэдра	6 моноэдров	6 моноэдров	3 моноэдра	»

23. Вид симметрии $\bar{3}$ (L_3C)

$\bar{3}$	Ромбоэдр (1)	Гексагональная призма (1)	Пинакоид (3)
$\bar{3}$	2 тригональные пирамиды	2 тригональные призмы	2 моноэдра
$\bar{1}$	3 пинакоида	3 пинакоида	Пинакоид
1	6 моноэдров	6 моноэдров	2 моноэдра

24. Вид симметрии $\bar{3}$ (L_3)

$\bar{3}$	Тригональная пирамида (1)	Тригональная призма (1)	Моноэдр (3)
1	3 моноэдра	3 моноэдра	Моноэдр

НИЗШАЯ КАТЕГОРИЯ СИНГОНИЙ

V. Ромбическая сингония

25. Вид симметрии mmm ($3L_23PC$)

mmm	Ромбическая дипирамида (1)	Ромбическая призма (m)	Пинакоид ($2mm$)
$2mm$	2 ромбические пирамиды	Ромбическая призма или 2 диэдра	Пинакоид или 2 моноэдра
222	2 ромбических тетраэдра	Ромбическая призма	Пинакоид
$2/m$	2 ромбические призмы 4 диэдра	То же или 2 пинакоида 2 диэдра или 4 моноэдра	» Пинакоид или 2 моноэдра
2	То же	2 диэдра или 2 пинакоида	То же
$\bar{1}$	4 пинакоида	2 пинакоида	Пинакоид
1	8 моноэдров	4 моноэдра	2 моноэдра

26. Вид симметрии $2mm$ (L_22P)

$2mm$	Ромбическая пирамида (1)	Ромбическая призма (1)	Пинакоид (m)	Диэдр (m)	Моноэдр ($2mm$)
m	2 диэдра	2 диэдра	Пинакоид или 2 моноэдра	2 Диэдр или моноэдра	Моноэдр
2	То же	2 пинакоида	Пинакоид	Диэдр	»
1	4 моноэдра	4 моноэдра	2 моноэдра	2 моноэдра	»

27. Вид симметрии 222 ($3L_2$)

222	Ромбический тетраэдр (1)	Ромбическая призма (1)	Пинакоид (2)
2	2 диэдра	2 пинакоида или 2 диэдра	Пинакоид или 2 моноэдра
1	4 моноэдра	4 моноэдра	2 моноэдра

VI. Моноклиная сингония

28. Вид симметрии $2/m$ (L_2PC)

$2/m$	Ромбическая призма (1)	Пинакоид (2 или m)
m	2 диэдра	Пинакоид или 2 моноэдра
$\frac{2}{m}$	То же	2 моноэдра или пинакоид
$\bar{1}$	2 пинакоида	Пинакоид
1	4 моноэдра	2 моноэдра

29. Вид симметрии m (P)

m	Диэдр (1)	Пинакоид (1)	Моноэдр (m)
1	2 моноэдра	2 моноэдра	Моноэдр

30. Вид симметрии 2 (L_2)

2	Диэдр (1)	Пинакоид (1)	Моноэдр (2)
1	2 моноэдра	2 моноэдра	Моноэдр

VII. Триклинная сингония

31. Вид симметрии $\bar{1}$ (C)

$\bar{1}$	Пинакоид (1)
1	2 моноэдра

32. Вид симметрии 1 ($-$)

1	Моноэдр (1)
-	-

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
От редактора	3
Введение.	8
Развитие и современное состояние учения о симметрии в минералогии	11
Кристаллографические законы в минералогии.	28
Законы кристаллоструктурной симметрии.	45
Законы кристалломорфологической симметрии.	79
Принцип симметрии—диссимметрии в минералогической кристаллографии	144
Законы симметрии минерального мира.	182
Эволюция симметрии минерального мира.	237
О геокристаллических моделях	243
Перспективы развития учения о симметрии в минералогии.	268
Заключение.	300
Литература	303
Приложение.	314

Николай Павлович Юшкин
Иларион Иларионович Шафрановский
Кирилл Паскальевич Янулов

ЗАКОНЫ СИММЕТРИИ В МИНЕРАЛОГИИ

Утверждено к печати

Президиумом Коми филиала АН СССР

Редактор издательства Т. Н. Токарева
Художник Ю. П. Амбросов
Технический редактор Е. М. Черножукова
Корректоры Е. А. Гинстлинг, Н. И. Журавлева
и Э. Г. Рабинович

ИБ № 21572

Слано в набор 09.02.87. Подписано к печати 06.07.87.
М-39646. Формат 60 X90' /₁₆. Бумага офсетная № 1. Гарнитура
литературная. Фотонабор. Печать офсетная. Усл. печ. л. 21 +
+ 0.5 вкл. Усл. кр.-отт. 21.25. Уч.-изд. л. 23.79. Тираж 1000.
Тип. зак. 1257. Цена 4 р.

Ордена Трудового Красного Знамени
издательство «Наука». Ленинградское отделение.
199034, Ленинград, В-34, Менделеевская линия, 1.

Ордена Трудового Красного Знамени
Первая типография издательства «Наука».
199034, Ленинград, В-34, 9 линия, 12.