Яннис Ксенакис

Формализованная музыка

Новые формальные принципы музыкальной композиции

Перевод с французского

Санкт-Петербург - 2008

Перевод осуществлен научным сотрудником С.-Петербургской гос. консерватории М. Заливадным по изданию: Musiques formelles. Nouveaux principes formels de composition musicale. Par Iannis Xenakis. La Revue musicale, № 253/254. Paris, 1963.

Ксенакис, Яннис.

Формализованная музыка. Новые формальные принципы музыкальной композиции. – 123 с., табл., нот., рис.

Книга «Формализованная музыка» – основная музыкально-теоретическая работа выдающегося французского композитора и архитектора Янниса Ксенакиса (1922 – 2001), занимающая видное место в теоретическом музыкознании второй половины XX в. Автор книги рассматривал свою задачу как попытку выработки универсального музыкально-логического аппарата на основе ряда областей математики и некоторых общенаучных дисциплин (теория информации, общая теория систем), импульсом к активному развитию которых послужила научно-техническая революция середины XX в. Отдельные главы книги посвящены разнообразным возможностям применения теории множеств, теории вероятностей, теории информации, теории игр и других разделов математики к области исследования музыки и музыкальной композиции. В основу перевода положено первое издание книги, наиболее непосредственно отвечающее характерной авторской манере высказывания.

© С.- Петербургская государственная консерватория
им. Н. А. Римского-Корсакова, 2008, перевод

СОДЕРЖАНИЕ

От переводчика 4
Предисловие 13
Глава I. Формы стохастической музыки (общие, свободные) 15
Глава II. Марковская стохастическая музыка
Теоретическая часть 38
Применение 60
Глава III. Музыкальная стратегия 80
Глава IV. Свободная стохастическая музыка с компьютером . . . 93
Глава V. Символическая музыка 102
Выводы и перспективы. 116
Приложения 118
Краткая библиография 122

ОТ ПЕРЕВОДЧИКА

«Формализованная музыка» («Musiques formelles», в английском варианте – «Formalized music») – основная музыкально-теоретическая работа выдающегося французского композитора и архитектора (грека по происхождению) Янниса Ксенакиса (1922 – 2001), в которой нашли в той или иной мере отражение все основные направления разнообразной деятельности ее автора. Не принадлежа к типическим проявлениям комплексного теоретического музыкознания XX в. (о чем еще будет сказано ниже), она тем не менее по многосторонности и масштабности содержащихся в ней идей занимает в истории теоретической мысли этого времени о музыке весьма значительное место.

Первое издание книги[1)] вышло в свет на французском языке в 1963 г. как один из выпусков журнала «La Revue musicale» (№ 253/254). Последующие издания (1970-72 и 1992 гг.) выходили в английском переводе с дополнениями. В этих изданиях сохраняется (в переведенном виде) первоначальный текст книги как ее основное «ядро», а более поздние материалы имеют значение самостоятельных статей (часть их первоначально также публиковалась на французском)[2)].

Несомненно, что материалы книги представляют большой интерес для изучения творческой биографии Ксенакиса, его воззрений на музыку, конкретных особенностей (преимущественно – логико-технологических) рассматриваемых им в книге композиций. В некоторых работах, посвященных творчеству Ксенакиса (и в целом музыке XX века), его книга трактуется именно в этом духе (как своего рода аналог «Техники моего музыкального языка» учителя Ксенакиса О. Мессиана)[3)]. К такой трактовке отчасти располагает способ изложения материала, принятый в книге, которая представляет собой, в сущности, цикл лекций, содержащих, наряду с освещением более общих музыкально-теоретических проблем, также ряд опытов аналитического рассмотрения произведений самого Ксенакиса. Автор книги, однако, понимал свою задачу гораздо шире – как попытку выработки универсального музыкально-логического аппарата на основе ряда областей математики и некоторых общенаучных дисциплин (теория информации, общая теория систем), импульсом к активному развитию которых послужила научно-техническая революция середины XX в., оказавшая огромное влияние на многие области человеческой деятельности и в том числе – на область музыкального искусства и культуры[4)].

Свидетельствами, указывающими на результативность этой попытки, могут служить многочисленные факты включения теоретических и практических работ Ксенакиса в исторические обзоры, отражающие процессы взаимодействия научно-технической революции и музыкально-художественного творчества. Работы эти, однако, оказываются представленными в такого рода исторически-обзорных исследованиях не в качестве «главных по значению», но лишь как «занимающие одну из позиций в общем ряду»[5)]. Для этой оценки существуют свои основания, находящие определенное подтверждение и в характеризуемой книге, поскольку предпринимаемые ее автором опыты обобщения закономерностей музыки, весьма впечатляя каждый по отдельности и во внешнем архитектоническом сопоставлении друг с другом, вместе с тем так и остаются не объединенными до конца в более крупное последовательно выстроенное логическое целое. Это состояние «неготовой концепционности», в котором находится теоретический материал книги, по-видимому, осознавалось и самим Ксенакисом: в предисловии к первому изданию он характеризует свой труд как «собрание исследований», в дальнейшем (начало гл. 5) также воздерживаясь от попыток синтеза основных составляющих этого «собрания» (хотя признавая возможность такого синтеза). В данной связи представляется симптоматичной и принятая автором книги лекционная форма изложения, поскольку смысл лекций как жанра заключается в первую очередь в приобщении слушателей к

освещаемой лектором сфере деятельности и – соответственно – в побуждении их к дальнейшим самостоятельным шагам в этой сфере; в том случае, если эта задача выполняется, несовершенства и уязвимые моменты в ходе развертывания лекций оказываются уже не столь существенными.

Не являясь последовательным представлением искомой (отчасти – и декларируемой) автором обобщающей музыкально-логической системы, работа Ксенакиса тем не менее содержит в себе фундаментальные составляющие (можно сказать – «архитектурные блоки»), необходимые для построения такой системы – как в основных теоретических положениях глав книги, так и в замечаниях автора, высказываемых попутно при изложении той или иной конкретной проблематики. Основываясь на уже сложившихся подходах к изучению структурно-логических закономерностей формирования и восприятия сообщений (к которым относится и музыка), возможно сгруппировать важнейшие из этих составляющих с использованием следующих категорий-ориентиров (своего рода «рубрик»):

1. *Теория множеств.* В работе Ксенакиса впервые представлены в развернутом виде возможности этой области математики применительно к выражению логических закономерностей музыки. Соответствие этого аппарата особенностям музыки как системы, характеризующейся изобразительно-знаковыми свойствами (что не исключает иных ее семиотических аспектов) очевидно из книги также благодаря тому, что эти свойства находят выражение в форме пространственных представлений. С другой стороны, аппарат теории множеств позволяет трактовать те или иные проявления музыкально-звуковой системы многосторонне, с учетом возможностей всех свойств звука, компактно объединяя их в стройное логическое целое. В этом отношении работа Ксенакиса (как и его творческая практика) вносит свой вклад в развитие многомерной техники письма[6)], основы которой были заложены учителем Ксенакиса Мессианом в середине XX в. В само́й книге предметом такой трактовки (помимо многомерного представления отдельных звуков) служат располагаемые во времени («подобно страницам в книге») звуковысотно-громкостные «сетки» (в сущности – многомерные аккорды) и «игровые тактики» – целостные музыкальные построения или их фрагменты, из которых участниками игры формируются более крупные композиции. Важной особенностью многомерного представления звуков как элементов музыкально-логической системы у Ксенакиса является выделение характеристики положения во времени в отличие от длительности (гл. 5), вносящее (сравнительно со многими предшествующими и сопутствующими книге музыкально-ритмическими теориями) бо́льшую ясность в понимание общих закономерностей музыкального ритма. Из частностей приложения аппарата теории множеств к музыкально-логической сфере у Ксенакиса необходимо отметить вынесение производных показателей музыкально-логического развития (например, характеристик плотности звучания) в отдельные измерения многомерного пространства[7)]. Черты эскизности и известной ограниченности в теоретико-множественной трактовке системы музыкальных звуков в книге[8)] не могут заслонить того факта, что автору ее действительно удалось *показать* соответствие этого аппарата фундаментальным музыкально-логическим закономерностям (подобно тому, как тремя десятилетиями ранее А. Лосев впервые *указал* на это соответствие[9)]).

Наряду с основными операциями над множествами, Ксенакис уделяет внимание также бинарным (определяемым участием двух элементов) отношениям между элементами множеств и следующим из этих отношений законам математической композиции. В связи с этим им высказывается замечание о «рабочем языке, позволяющем, с одной стороны, изучать произведения прошлого, с другой же – создавать новые музыкальные построения», которое автор книги непосредственно относит к векторной алгебре (гл.5). В силу изобразительно-знаковых свойств музыки это замечание представляется более логичным распространить на алгебру множеств,

фиксирующую музыкальные построения в форме существующих «наличных событий» и в этом смысле аналогичную традиционной нотной записи музыкальных произведений, и лишь затем отнести к составляющим математического аппарата, раскрывающим сторону взаимного отражения (соответственно – перехода друг в друга) составных частей таких построений.

Кратко затронуты в книге возможности применения математической *теории групп* к музыкально-звуковой системе, пока имеющие для музыкальной теории и практики преимущественно методологическое значение (трактовка музыкально-звуковой области как системы взаимно обусловленных противоположностей, при относительном характере различий между входящими в нее простыми и составными элементами)[10].

2. *Теория вероятностей.* Благодаря творческой практике Ксенакиса широкую известность приобрел стохастический метод композиции, основанный на применении изучаемых этой областью математики закономерностей. Ксенакисом в развернутой форме рассматриваются, с одной стороны, философские[11], с другой же – прикладные аспекты теории, связанные с разработкой данного метода. Некоторые исследователи на этом основании объявляют автора книги «создателем» или «основоположником» стохастической композиции[12]; однако на самом деле основы этого метода (не говоря уже об «обратном» ему статистическом исследовании музыки) были известны и раньше, и историческая заслуга Ксенакиса в данном отношении заключается в соединении этих основ с высоким уровнем техники музыкальной композиции (что в сочетании с оригинальностью и содержательностью самих художественных замыслов и придало его произведениям значение классических). Разработка этого метода (как и опыты музыкально-статистических исследований) составила важный шаг на пути к более полному осмыслению музыкально-логической системы как принципиально всеобщего по своему значению «единства числа, времени и случая»[13], сравнительно с распространенным ранее пониманием этой системы лишь как единства (часто – не всеобщего) «числа и времени». Благодаря достигнутой конкретности (включая количественную определенность) в трактовке элемента «случая» результат этот способствовал решению ряда трудных проблем музыкальной логики и психологии (например, проблемы так наз. ладового тяготения[14]) и заключал в себе также важные предпосылки повышения эффективности само́й работы музыкальной мысли, выводя многие существенные стороны труда композитора из сферы действия «слепых», неконтролируемых случайностей.

Известную трудность для понимания разделов книги, посвященных вопросам «музыкальной стохастики» непосредственно, составляет то, что Ксенакис рассматривает преимущественно сложные формы проявления (в том числе – с участием непрерывных величин, требующих применения аппарата дифференциального и интегрального исчисления) вероятностных аспектов музыкальной логики и даже стремится отмежеваться от более элементарных проявлений этих аспектов (хотя именно с них началось на практике развитие стохастического метода композиции[15]). Трудность эта, однако, преодолима благодаря учету других работ, посвященных данному методу, равно как и благодаря совершенствованию вычислительной техники, позволяющей методично осваивать конкретные способы его применения, представленные в книге.

В работе Ксенакиса намечаются связи и параллели между теоретико-множественными и теоретико-вероятностными аспектами изучения музыкально-логической системы. Это отчетливо видно на примере применения матриц (прямоугольных таблиц чисел), используемых в книге двояким образом. В ряде примеров (гл. 2) матрицы дают наглядную картину вероятностей переходов между рассматриваемыми элементами системы[16]. В других случаях (гл. 3) они используются для записи оценки таких переходов в условных единицах (баллах) в

связи с трактовкой последовательности этих переходов как игры. Такое приведение двух различных аспектов музыкальной логики к единой основе заключает в себе постановку вопроса об их совмещении и синтезе (что вполне отвечает приведенной выше трактовке музыкально-логической системы как «единства числа, времени и случая»). К сожалению, некоторые важные формы представления такого синтеза, нашедшие применение в исследовании музыки (и проясняющие многие из теоретических построений Ксенакиса), как, например, представление множества вероятностей (в диапазоне чисел от 0 до 1) в качестве одного из измерений музыкального пространства[17)] или аппарат теории нечетких множеств[18)], удачно объединяющий теоретико-множественные и теоретико-вероятностные аспекты анализируемых с его помощью характеристик, остались за пределами книги (их нет и в последующих ее изданиях).

3.*Теория информации.* Информационность музыкально-логических структур характеризуется Ксенакисом на основе статистической теории информации К. Шеннона (заметим – сформировавшейся первоначально на основе словесного языка). При этом интерпретация самой этой теории в книге является выражением лишь одной из возможных точек зрения в дискуссии по данной проблематике, и, по всей видимости, – не самой плодотворной (в этом убеждают, например, явно неосновательные утверждения автора книги об «отсутствии соответствий» между эстетическими результатами и характеристикой энтропии)[19)]. Перспективную ценность в данном отношении скорее представляет отмеченное в предыдущем разделе настоящей статьи «двойное применение» матриц – как постановка вопроса о синтезе статистических и теоретико-множественных подходов к изучению информации[20)], поскольку в «игровых» разделах книги также присутствует элемент оценки сообщений.

В явной форме книга – если говорить о ее словесном тексте – посвящена исключительно музыкально-логическим проблемам (которые в конкретных формулировках даже абсолютизируются, поскольку музыка нередко отождествляется автором книги со звучанием). Однако благодаря своеобразной «мультимедийности» изложения, практически всё время сочетающего словесные (и математические) формулировки с графическим представлением выражаемых ими музыкально-логических закономерностей, она выходит за пределы структурно-логической проблематики в собственном смысле слова и заключает в себе проявления комплексного рассмотрения закономерностей музыки, составляющего одну из характерных тенденций развития теоретического музыкознания в XX столетии[21)]. Работа Ксенакиса, в частности, содержит существенно новые результаты в применении графического метода анализа и сочинения музыки, основанного на общераспространенных закономерностях пространственно-слуховых синестезий. Ксенакис был первым автором, применившим графический метод композиции для создания многоголосных музыкальных построений (что имело и обратное – притом принесшее ему широкую известность – воздействие на его архитектурное творчество[22)]); однако музыкально-историческое значение этой стороны его экспериментально-творческой деятельности, по-видимому, не было тогда им самим осознано, и в итоге он уступил фиксированный приоритет в данной области голландской художнице и музыканту Сэди Хемон[23)], выступившей с аналогичного рода работами позднее (начало 1960-х гг.). Впоследствии, однако, эти идеи книги нашли дальнейшее развитие в опытах с компьютером УПИК, созданном по замыслу Ксенакиса в 1970-е годы; опыты эти демонстрируют разнообразные возможности метода «сочинения музыки посредством рисунка» (по выражению самого Ксенакиса[24)]). Иные аспекты слухо-зрительных соответствий представлены замечаниями автора книги относительно применения различных форм стохастического метода композиции к области синтетической светомузыки и самостоятельной «музыки света» (т. е. искусства

динамического света); идея эта была в дальнейшем реализована Ксенакисом в ряде светомузыкальных композиций и светозвукоспектаклей[25)].

Среди попутных замечаний, высказываемых в книге без применения математических формул, необходимо отметить идею вариационности как основы музыкального развития (со ссылкой на закономерности диалектической логики) и приближения к идее зонной природы музыкального слуха (характеристика звуковых составляющих высотно-громкостных «сеток»). Интересный вклад в дискуссию по проблематике программности в музыке представляет поддержанная Ксенакисом идея (высказанная композитором М. Филиппо) предварительного построения «органиграмм» создаваемых композиций (гл. 1), в том числе – с применением алгебры множеств (гл. 5).

Хотя универсальность привлекаемого Ксенакисом логического аппарата (на которую он сам кратко указывает в первых двух главах работы) представляется вполне доказуемой, способ приложения этого аппарата к музыкально-логической системе в том виде, как он представлен в книге, страдает определенным недостатком историчности (при том, что музыкально-теоретическим воззрениям автора книги в целом исторический элемент отнюдь не чужд). В этом отношении книга стоит ближе к «позитивистски ориентированной» ветви точного исследования музыки и применения его результатов в музыкальной композиции, со свойственной работам этой ветви тенденцией рассматривать музыку лишь с отвлеченно-акустической или отвлеченно-логической точки зрения, без учета исторической эволюции этих аспектов музыкального мышления (которая присутствует в «свернутом» виде и в восприятии музыки, и в традиционных музыкально-теоретических категориях)[26)]. Однако, как показывают имеющийся опыт отражения закономерностей исторического развития музыкальной логики, устранение этого недостатка требует не замены данного аппарата, а его дальнейшего развития, сам же аппарат при этом вполне подтверждает адекватность объекту рассмотрения и необходимость его практического использования. Иначе говоря, для него оказывается необходима та же основа, что и для выдвижения теоретических идей и практических методик, представленных в книге.

Архитектурная «постройка» книги, таким образом, заключает в себе не только черты недовершенности в соотнесении различных аспектов музыкально-логической системы, но также и стимулы к дальнейшему продвижению по намеченным к книге путям исследования, предполагающему творческий подход со стороны читателя. Эти стимулы уже по самóй их природе составляют несомненное достоинство книги; однако и те бесспорные исторические достижения, которые реально присутствуют в этой работе, позволяют рассматривать ее не только в ряду опытов решения проблем, декларируемых в авторском предисловии, но и в ряду классических трудов по теории музыки.

Настоящий перевод книги ограничивается материалами, составившими первое ее издание. Оформление последующих англоязычных изданий принадлежит не самому Ксенакису (хотя и осуществлялось под его наблюдением), и они заметно отличаются от французского оригинала манерой изложения (следует заметить – значительно менее темпераментной), а в некоторых случаях – и деталями смысла. Задачу многостороннего текстологического рассмотрения этих вариантов, равно как и адекватного представления на русском языке последующих глав книги (значение которых выглядит, однако, не столь всеобщим и в большей мере относящимся уже к специальной области «ксенакисоведения») автор перевода счел целесообразным оставить на будущее[27)].

Примечания, принадлежащие автору книги, даны в сносках к соответствующим местам текста, примечания переводчика (носящие по преимуществу справочно-энциклопедический характер) помещены в конце каждого из разделов (включая пять глав основной части книги). Библиографический список помещен без каких-либо изменений (добавлены лишь указания на издания ряда работ на русском языке): его расширение уже создало бы необходимость вмешательства в основной текст.

Написание математических формул в книге характеризуется известной пестротой символики. Автор перевода, однако, не считает возможным менять что-либо в данном отношении, поскольку это тоже привело бы к нарушению характерной формы изложения книги, сообщив ему ненужный оттенок «неподлинности» (non-authenticité).

В ходе работы нами учитывались переводы фрагментов книги на русский язык, выполненные ранее Ю. Г. Коном и А. З. Харьковским[28)].

Автор перевода выражает благодарность главному научному сотруднику учебно-методической лаборатории «Музыкально-компьютерные технологии» РГПУ им. А. И. Герцена, доктору педагогических наук, профессору И. Б. Горбуновой за ценные замечания, касающиеся математических идей книги, и композитору А. Ю. Глазкову – за возможность ознакомления с содержанием дополнительных глав книги в издании 1992 г.

ПРИМЕЧАНИЯ

1. Xenakis I. Musiques formelles // La Revue musicale, № 253/254. Paris, 1963. Данные последующих изданий книги: Xenakis I. Formalized Music. Thought and Mathematics in Composition. Bloomington – London: Indiana University Press, 1970 (2nd print 1972). Xenakis I. Formalized Music. Thought and Mathematics in Music. Stuyvesant and Hillsdale, N. Y.: Pendragon Press, 1992.

Из фонетически-ассоциативных соображений нами принято написание имени Ксенакиса с удвоенной согласной («Яннис»). При ссылках на другие работы даются варианты, принимаемые их авторами.

2. В издании 1970-72 гг. гл. 2 книги разделена на две (таким образом, последующие главы получают номера на единицу больше) и добавлены главы: «К метамузыке» (гл. 7), «К философии музыки» (гл. 8), «Новые предложения в микрозвуковой структуре» (гл. 9), в издании 1992 г. – «Относительно пространства, времени и музыки» (гл. 10), «Сита» (гл. 11), «Сита (руководство для пользователя)» (гл. 12), «Динамичный стохастический синтез» (гл. 13), «Более тщательная стохастическая музыка» (гл. 14), а также Приложение III «Новая система УПИК».

3. См., например: Кон Ю. Г. О теоретической концепции Янниса Ксенакиса // Кризис буржуазной культуры и музыка. Вып. 3. М., 1976. С. 106 – 134; Erhardt L. Sztuka dźwięku: Warszawa, 1980. S. 229 – 230. Обособленную трактовку получают музыкально-теоретические воззрения автора книги и в более поздней статье В. С. Ценовой «Пифагорейская гармония Яниса Ксенакиса» (Музыкально-теоретические системы. М., 2006. С. 521 - 530).

4. В числе этих наук у Ксенакиса, однако, не представлена семиотика, хотя высказанное им в гл. 5 замечание о существенных различиях словесного и музыкального языков указывает на необходимость ее привлечения.

5. См., например: Зарипов Р. Х. Кибернетика и музыка. М., 1971. С. 36; Моль А. Искусство и ЭВМ. М., 1975. С. 88 – 90, 217 – 218; Hiller L. A. Music Composed with Computers. A Historical Survey // The Computer and Music. Ithaca – London, 1970. P. 42 – 96; Loy G. Composing with Computers. A Survey of Some Compositional Formalisms and Programming Languages // Current Directions in Computer Music Research. Cambridge, Mass., and London, 1989. P. 291 – 396, и др.

6. Термин «многомерный» (mehrdimensional) в данном его значении принадлежит другому выдающемуся композитору школы О. Мессиана – К. Штокгаузену (статья: Kadenzrhythmik im Werk Mozarts // Stockhausen K. Texte. Bd. 2. Köln, 1964. S.170). См. в этой связи также примеч. 17.

7. Ксенакисом выдвигаются и другие аналогичные показатели, например, звуковой температуры построения (зависящей от скорости глиссандирования), в связи с частным случаем глиссандирующих изменений (соответственно – преобразований) звуков. Заметим, что вопрос о комплексных показателях музыкально-логического развития рассматривался еще в XVIII в. Л. Эйлером в его опыте классификации созвучий и их последовательностей по признаку «приятности» (иначе – благозвучия, suavitatis). См.: Эйлер Л. Опыт новой теории музыки. СПб., 2007 (гл. 2 и далее).

8.Например, отсутствие указаний на связь между операциями отображения и декартова произведения множеств, а также на действие композиции функций, играющее, в частности, важную роль в представлении результатов преобразования музыкального материала как «расчлененности в единстве» (Ксенакисом лишь ставится такая задача в гл. 2 книги, но не дается аппарат ее решения). К такого же рода недостаткам (хотя, по-видимому, обусловленным отчасти также другими причинами – см. примеч. 24) можно отнести присутствующую в книге тенденцию сведéния числа измерений музыкального пространства к трем (показательна в этом отношении гл. 5).

9.См.: Лосев А. Ф. Музыка как предмет логики (1927) // Лосев А. Ф. Из ранних произведений. М., 1990. С. 284 - 285, 323 и др.

10. Показательно, что более ранний опыт М. Бэббита в этом направлении (Babbitt M. Twelve-Tone Invariants as Compositional Determinants // The Musical Quarterly, 1960, № 2. P. 246 – 259) не привел к сколько-нибудь существенному реформированию техники композиции, однако вызвал у специалистов в области информатики значительный интерес к проблемам анализа музыки (см. об этом: Зарипов Р. Х. Кибернетика и музыка. С. 64 – 65).

11.Так, переход техники композиции от детерминистских методов и форм к стохастическому соотносится Ксенакисом с более общим движением философской и естественнонаучной мысли от строгого детерминизма к вероятностному (см. начало гл. 1 книги).

12. См., например: Пясковский И. Б. Логика музыкального мышления. Киев, 1986. С. 35; Харьковский А. З. Колесо на перекрестке. Формальные идеи Яниса Ксенакиса на рубеже XXI века // Звезда, 2001, № 9. С. 229. В действительности стохастический метод композиции был основан на рубеже 40-х и 50-х гг. XX в. Дж. Пирсом и К. Шенноном (см. об этом: Пирс Дж. Символы, сигналы, шумы. М., 1967. С. 297 - 303; Зарипов Р. Х. Кибернетика и музыка. М., 1971. С. 40.) К значительным достижениям раннего («доксенакисовского») этапа развития данного метода относится «Сюита Иллиак» Л. Хиллера и Л. Айзексона (1955-57) – первая многоголосная композиция, сочиненная с применением компьютера.

На русском языке основы стохастической композиции в методически ясной форме изложены в работах: Детловс В. К. Математический синтез музыки // Наука и техника (Рига), 1965, № 9. С. 8 – 12; Яглом А. М., Яглом И. М. Вероятность и информация. М., 2006. С. 281 – 290.

13.См. замечания на эту тему в указанной книге Лосева (с. 328 – 329, 331).

14. См., например: Детловс В. К. О статистическом анализе музыки // Латвийский математический ежегодник, вып. 3. Рига, 1968. С. 105; Милка А. П. Вероятностный подход к изучению ладовой структуры народных песен // Точные методы и музыкальное искусство. Материалы к симпозиуму. Ростов-на-Дону, 1972. С. 84 – 85; также упомянутые в примеч. 17 работы А. Гейна и В. Цеханского.

15. «Стартовым моментом» в развитии стохастического метода композиции в XX в. стали эксперименты по сочинению музыки с помощью игральных костей (см.: Пирс Дж. Символы, сигналы… С. 297 – 298), во многом подобные аналогичным опытам XVIII столетия..

16.Отметим, что матрицы в теорию музыки также были введены Эйлером (см. примеч. 7) с целью сравнительного показа трудностей перехода между тональностями при модулировании (Эйлер Л. Опыт новой теории музыки. С. 216), в сущности – как вспомогательное средство при решении теоретико-игровой задачи.

17. См.: Гейн А. Г. О формализации понятия «гармонического поля» // Всесоюзная школа молодых ученых и специалистов «Свет и музыка». Казань, 1979. С. 77 – 78; Гейн А. Г., Цеханский В. М. Психологические проблемы компьютерного обучения // ЭВМ и проблемы музыкального образования. Новосибирск, 1989. С. 34 – 35. Отметим, что эти (и аналогичные им – см. примеч. 14) работы ориентируют на восприятие конкретных разработок Ксенакиса, основанных на типовых закономерностях распределения и взаимодействия случайных событий (законы Пуассона, Гаусса, цепочки Маркова и др.), как представляющих интерес для *теории лада* – вывод, который, впрочем, следует и из исходных опытов О. Мессиана по выдвижению многомерной техники письма (название второй пьесы из фортепианного цикла «Четыре ритмических этюда» (1950) – «Лад длительностей и громкостей»).

18. См.: Заде Л. А. Тени нечетких множеств // Проблемы передачи информации, 1966. Т. 2. вып. 1. С. 37 – 44; Заде Л. А. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений. М., 1977, и др.

19.Ксенакисом, в частности, остались не понятыми музыкально ценные идеи одной из значительных работ в этой области исследований – книги А. Моля «Теория информации и эстетическое восприятие», на которую он ссылается в гл. 2 (в числе этих идей: определение области музыкально-художественного, обоснование специфики различных видов искусства, классификация композиционных элементов музыки на основе данных психологии восприятия, взаимодействие составляющих синтетического художественного сообщения).

20. Начатки теоретико-множественного (нестатистического) подхода к изучению информации содержатся в книге У. Росса Эшби «Введение в кибернетику», ссылки на которую даются в книге Ксенакиса. Дальнейшее развитие этого подхода во многом связано с работами А. Н. Колмогорова, которые, однако, Ксенакисом не учитываются.

21. Показательна в этой связи и наиболее масштабная теоретическая работа учителя Ксенакиса О. Мессиана – «Трактат о ритме, цвете и орнитологии» (7 тт., 1949-92, изд. 1994 – 2002).

22. Конкретно это относится к созданию архитектурного павильона фирмы «Филипс» на Всемирной выставке 1958 г. в Брюсселе, прообразом для которого послужило синестетическое прочтение фрагмента оркестровой поэмы Ксенакиса «Метастазис». На основе ряда ритмических структур этой же поэмы Ксенакисом был спроектирован фасад монастыря де ля Туретт близ г. Лиона во Франции (ансамбль монастыря в целом проектировался и строился под руководством Ле Корбюзье).

23. Об основных принципах творчества Сэди (Sedje) Хемон см., например: Хачикян Я. И. Новаторство и язык искусств // Борьба идей в эстетике. М., 1966. С. 248 – 249. С указанными опытами Ксенакиса связан еще один его незафиксированный приоритет – по применению микрополифонических структур, широкое внедрение которых в технику музыкальной композиции осуществилось позднее благодаря творчеству Дьердя Лигети (1923 – 2006), выдающегося австрийского композитора венгерского происхождения.

24.См.: Ксенакис Я. Музыка и наука // Курьер ЮНЕСКО, 1986, май. С. 7.

25.Ксенакисом, в частности, созданы светомузыкальные композиции: «Политоп Монреаля» (1967), «Политоп Клюни» (1973, для концертного зала Клюни в Париже), «Диатоп» (1978), светозвукоспектакли: «Персеполис» (1971), «Политоп Микен» (1978), «Тавромахия» (1987, г. Арль).

26. Эта позитивистская ориентация (отмеченная, например, в упомянутой работе И. Пясковского) представляется в ряде отношений даже более значимой, чем многочисленные апелляции автора к античной философии, хотя в первом издании книги она представлена лишь опосредованно. Ссылки Ксенакиса на «опыт и акустику» в гл. 5 книги позволяет усматривать ее проявление и в отмеченной выше тенденции к «физикалистской» трактовке музыкального пространства (см. примеч. 8). Вместе с тем в другом месте книги (гл. 2) автором ее фактически признается формирование геометрии музыкального пространства на основе музыкально-исторической практики.

На различиях между «позитивистской» и «исторической» ветвями точного исследования музыки во второй половине XX в. автор настоящего перевода останавливался в статье, посвященной характеристике деятельности Р. Зарипова как исследователя музыки и музыканта-практика (Заливадный М. С. .О Рудольфе Зарипове – композиторе и теоретике музыки // Новости искусственного интеллекта, 1995 (специальный выпуск). С. 67 – 74).

27. Отметим, что в статье «К метамузыке» и аналитических разделах статьи «К философии музыки» значительный интерес представляет трактовка звукорядов ладов (включая «лады длительности и громкости») на основе теории математических сит (разъяснения основной идеи этой трактовки даны в указанной выше статье Ю. Кона). Термин «кибернетическое сито» применительно к аналогичным фиксированным звукорядам как факторам, регулирующим преобразование графических структур в музыку, использовался Б. Галеевым в устном тексте доклада «Прибор для исследования пространственно-слуховых синестезий» на III Всесоюзной конференции «Свет и музыка» (1975). В позднейших публикациях по данной теме автор доклада, однако, заменил его термином «фильтр» (см., например: Галеев Б. М., Пиотровский Д. В., Шумилов А. Е. Компьютерное графическое моделирование мелодических структур // Новости искусственного интеллекта, 1995 (специальный выпуск). С. 87 – 95).

28. Переводы Ю. Г. Кона представлены в указанной ранее статье, переводы А. З. Харьковского – в работе: Стохастические перекрестки Яниса Ксенакиса // Советская музыка, 1991, № 7. С. 36 – 40.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Эта книга представляет собой собрание исследований о музыкальной композиции, проведенных в различных направлениях. Усилие по приведению в порядок некоторых звуковых ощущений, выяснению логических причин их господства, равно как и служения их новым задачам в желаемых художником творческих конструкциях. Усилие, ставящее своей целью материализацию движений мысли с помощью звуков и проведение этих движений на практике в музыкальных композициях; усилие, устремленное в направлении лучшего понимания произведений прошлого, а, с другой стороны, – отыскивающее скрытое, но несомненное единство музыки с научной мыслью нашего времени; наконец, усилие, направленное в сторону осуществления оригинальной и увлекательной перспективы – представить всё искусство полностью «геометризованным», или иначе, – дать ему поддержку более основательную и менее скоропреходящую, нежели одно только побуждение момента; опору, в большей мере достойную того благородного сражения, которое в настоящее время развертывается во всех других областях человеческого познания[1)].

Все эти усилия привели нас к некоему роду абстрагирования, акта формализации музыкальной композиции. Способы этого абстрагирования и формализации были найдены нами в различных областях математики и некоторых других наук; поддержка музыкальному мышлению, которую они составили, была для нас самих неожиданной и, как нам представляется, плодотворной. Названные исследования, однако, определяются в своей основе не столько неизбежностью применения в них математических методов, сколько в первую очередь необходимостью рассматривать звуки, музыку как огромный, по крайней мере в возможности, резервуар новых средств, в которых понимание законов мышления и строения его результатов может найти совершенно новую среду для объективирования и коммуникации[2)].

С этой точки зрения, представления о красивом или некрасивом звуке не имеют смысла, равно как и музыка, всецело им следующая; количество разумности, несомое звучаниями, должно быть истинным критерием ценности той или иной музыки.

Это, разумеется, не препятствует применению звуковых символов, характеризуемых как приемлемые или красивые согласно моде момента, так же как их самодовлеющему исследованию, способному обогатить символизацию и алгебраизацию. *Эффективность* также является признаком разумности.

Мы настолько убеждены в исторической необходимости проведенных опытов, что хотели бы видеть и зрительные искусства идущими по аналогичному пути, если художники нового типа уже не осуществили это в своих лабораториях, защитившись от нашествия любителей шумных сенсаций.

Исследования, изложенные в книге, постоянно находили соответствие в музыкальных произведениях автора, обозначающих основные вехи на путях предпринимаемых поисков. Эти произведения составляют экспериментальное досье проведенных опытов.

Указанные произведения и исследования в свое время привлекли внимание и были обнародованы благодаря дружеским отношениям и моральной и материальной поддержке профессора Германа Шерхена[3)].

В некоторых главах настоящей работы нашли отражение отдельные идеи и материалы учебных курсов, разработанных выдающимися специалистами, такими, как Г. Шерхен и Оливье Мессиан в области музыки и профессор Ж. Т. Гильбо в области математики, виртуозность щедрой мысли которого позволила мне прийти к более ясному представлению о значении алгебр (мексиканской, булевой и т. д.), составивших основу главы о символической музыке.

ПРИМЕЧАНИЯ

1. Судя по тексту гл. 1 – 2 книги, под «благородным сражением» (haute lutte) Ксенакис имеет в виду не только научно-техническую революцию середины XX в., но и более широкий процесс освоения больших (сложных) систем научной и технической мыслью (см. примеч. 2 к гл. 1).

2. В последующем тексте книги (например, в гл. 4) Ксенакис ссылается на работы ряда предшественников, с которыми он, по-видимому, ознакомился уже после проведения собственных опытов в том же направлении. Такого рода «бессознательно-прорывной» (inconscient éruptif) элемент, присущий начальным этапам творческой деятельности Ксенакиса отмечен автором первой монографии о нем – кипрским музыковедом Нурицей Матосян (Matossian N. Iannis Xenakis. Paris: Fayard / SACEM, 1981. Ch. 3.).

3. Шерхен, Герман (1891 – 1966) – немецкий дирижер, педагог, музыкально-общественный деятель; один из активных пропагандистов музыки XX в. С 1933 г. жил в Швейцарии; в 1950 г. основал издательство «Ars Viva», в 1954 г. – студию электроакустических исследований, базировавшуюся в пос. Гравезано (кантон Тессен); результаты научной работы студии публиковались в журнале «Gravesaner Blätter» («Гравезанские листки»), выходившем ежеквартально до 1962 г. Был первым исполнителем ряда произведений Ксенакиса («Метастазис», «Питопракта», «Ахоррипсис», «Терретектор»).

Глава I
ФОРМЫ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МУЗЫКИ
(общие, свободные)

Эта глава посвящена истокам настоящей работы.

Искусство (и особенно музыка) выполняет фундаментальную функцию, состоящую в том, чтобы катализировать сублимацию[1)], которую оно может доставлять всеми своими средствами выражения. Оно призвано добиться введения всеми своими устанавливаемыми ориентирами во всеобъемлющую экзальтацию, в которую ввергается индивидуум, теряя сознание, переживая вместе с композитором и исполнителем нечто неслыханное, грандиозное и совершенное. Если произведению искусства удается совершить этот подвиг хотя бы на мгновение, то оно достигает цели. Эта великая истина искусства не состоит из объектов, из настроений, из ощущений, она находится по ту их сторону, так же как 7-я симфония Бетховена находится по ту сторону музыки. Вот почему искусство может быть проводником в те области, которые являются, в представлении определенной части людей, достоянием религиозных учений.

Но это преобразование повседневного ремесла, превращающее обыденные продукты труда в метаискусство, составляет тайну. «Одержимые» приходят к этим результатам, не зная «механизмов» процесса. Что касается остальных, то их деятельность обсуждается в узких рамках идеологических и технологических тенденций той или иной эпохи, образующих преходящий «климат», общеупотребительные формы выражения.

Не забывая никогда об этой высшей метахудожественной цели, мы предпримем более скромную попытку определить пути, которые могут к этой цели приводить, исходя из магмы противоречий современной музыки.

Существует историческая параллель между европейской музыкой и последовательными опытами объяснения мира, предпринимаемыми разумом. Уже музыка древности, будучи причинно обусловленной и детерминистской, находилась под сильным влиянием пифагорейской школы и школы Платона. Платон настаивал в своих работах на принципе причинности, «поскольку невозможно, чтобы какое-либо явление могло появиться на свет без причины»[•)]. Строгая каузальность дожила до XIX века, когда она претерпела резкую и плодотворную трансформацию благодаря двум статистическим теориям в физике. Действительно, понятие случая (τύχη), связанное с понятиями беспорядка (άταξία) и дезорганизации, с древних времен рассматривалось как некое отрицание, как противоположность разуму (λόγος), порядку (τάξις) и организации (σύστασις). Лишь недавно мысль смогла проникнуть в сущность случайности и сумела выявить ее подразделения, т. е. подвергнуть рационализации, хотя и не пришла к окончательному и всеобъемлющему объяснению природы «случая как такового»[2)].

Несколькими десятилетиями позднее атональная музыка порывала с тональным способом действий и открывала новый путь, параллельный наблюдаемому в физических науках, но тотчас же встретивший преграду в виде едва ли не абсолютного детерминизма серийной музыки.

Не удивительно, что присутствие или отсутствие каузального принципа, прежде всего в философии, затем в конкретных науках, могло оказывать влияние на музыкальную композицию и заставляло ее следовать путями по видимости различными, но в действительности охватываемыми теорией вероятностей и, соответственно, формами многозначной логики, представляющими собой обобщение и обогащение принципа причинности. Объяснение мира и, следовательно, звуковых

•) Παντί γάσ άγύνατου χωρίς αίτέον γένεσιν σχεΐν (Платон, «Тимей»).

явлений, окружающих нас – или же таких, которые могут быть созданы, – требовало расширения принципа каузальности (и выигрывало от этого); основу же такого расширения составляет закон больших чисел[3)]. Этот закон имеет своим следствием асимптотическую эволюцию к некоему устойчивому состоянию, к цели, стохосу (στόχος), откуда происходит прилагательное «стохастический».

Но как в строгом детерминизме, так и в менее строгом индетерминизме всё подчинено фундаментальным операционным законам логики, которую породили процессы высвобождения математической мысли под названием общей алгебры[4)]. Эти законы производят действия над отдельными явлениями или над множествами явлений с помощью операций, из которых наиболее элементарными являются объединение, обозначаемое знаком ∪, и пересечение, обозначаемое знаком ∩. Отрицание, эквивалентность, импликация и разбиение составляют элементарные соотношения, исходя из которых, можно выстроить все здание современной науки.

Музыка, таким образом, также может быть определена как организация этих операций и элементарных соотношений между звуковыми явлениями или между функциями звуковых явлений. Мы осознаем, что исключительное положение, которое занимает теория множеств, существенно не только для создания новых сочинений, но также для анализа и лучшего понимания произведений прошлого. Тем самым даже стохастическая конструкция или же изучение истории с помощью стохастики не могут быть произведены без помощи царицы всех наук (и, я сказал бы также, всех искусств), какой является логика или, в ее математической форме, алгебра. Ибо всё, что здесь мы говорим по поводу музыки, действительно также для всех видов искусств (живопись, скульптура, архитектура, кино и т. д.).

С этой очень общей, фундаментальной точки зрения, исходя из которой, мы хотим проникать в музыку и *производить* ее, время появляется первоначально как некий сырой материал, как горшечная глина, в которую вписываются операции и соотношения, запечатлеваясь сперва для целей творчества, а затем – для целей сообщения его результатов кому-то третьему. На этом уровне используется симметричный характер, некоммутативность времени (В после А ≠ А после В, лексикографический порядок); при этом метрическое (симметричное), коммутативное время, подчиняющееся тем же законам логики, также может находить применение в качестве ориентирующего средства организации. Заслуживает внимания, что эти формы понятия времени, необходимые для создания музыки, появляются у человека уже с самого раннего детства, и побуждают следовать их эволюции в том порядке, как это показал Жан Пиаже[5•)].

После этого краткого общего вступления, заменяющего контекст основной темы данной главы, мы войдем в детали музыкальной оценки способа композиции, который разрабатывался мною в течение нескольких лет и который назван мною стохастическим в честь теории вероятностей, служащей логической рамкой и аппаратом вычисления формируемых конфликтов и «узлов» создаваемых произведений.

Первая задача заключается в том, чтобы абстрагироваться от всех устаревших критериев и произвести фундаментальный критический пересмотр актов мышления и их материализации. Действительно, что предлагает музыкальное произведение на основе конструкций в строгом смысле слова? Оно предлагает набор последовательностей, которые стремятся уложиться в рамки причинно-следственной обусловленности. Когда, проще говоря, мажорная гамма предполагала иерархию тональных функций, тоники, доминанты, субдоминанты, вокруг которых стягивались другие тоны, она тем самым структурно определяла, с одной стороны, линеарные

[5•)] *Le développement de la notion du Temps chez l'enfant*, par Jean Piaget (Presses Universitaires de France). (Жан Пиаже. *Развитие понятия времени у ребенка.* Французское университетское издательство.)

процессы, мелодию, с другой же, – звучания в одновременности, аккорды, строго детерминированным образом. Затем сериалисты нововенской школы, не сумев логически освоить индетерминизм атональности, возвратились к строго каузальной организации, более абстрактной, чем тональная, что составляет, впрочем, их немалую заслугу. Мессиан обобщил этот опыт и сделал крупный шаг, систематизируя абстракцию всех переменных параметров инструментальной музыки. Парадоксально, что он предпринял этот шаг в модальной области. Им была создана мультимодальная музыка, которая тотчас же нашла подражателей в музыке серийной. Абстрактная систематизация Мессиана сразу же оказалась более оправданной в мультисериальной музыке. Именно отсюда нео-сериалисты послевоенного времени почерпнули всю свою силу. Они могли теперь, следуя за нововенцами и Мессианом, случайно заимствуя кое-что у Стравинского и Дебюсси, шествовать с закрытыми глазами и провозглашать истины более громко, чем другие. Но крепли и иные течения, основу которых составляло систематическое исследование звуковых явлений, новых инструментов, «шумов». Варез здесь был первооткрывателем, а выгоду от этого получила электронно-акустическая[6)] музыка (поскольку электронная музыка преемственно связана с инструментальной). Однако в электронно-акустической музыке проблемы конструкции и морфологии не были поставлены в осознанной форме. Мультисериальная музыка, сплав мультимодальности Мессиана и нововенской школы, оставалась, таким образом, в центре внимания к фундаментальным музыкальным проблемам.

Но уже к 1954 году она испытывала одышку, поскольку абсолютно детерминированная сложность композиционных операций и произведений порождала слуховой и идеологический нонсенс. Я констатировал этот факт в № 1 журнала «Gravesaner Blätter»[7)] в статье под названием «Кризис серийной музыки»:

«Линеарная полифония сама себя разрушает своей реальной сложностью. То, что мы слышим в действительности, является лишь грудами нот в различных регистрах. Огромная сложность не позволяет слуху следить за сплетением линий, приводя в качестве макроскопического результата к бессмысленному и произвольному разбросу звуков на весь диапазон звукового спектра. Существует, таким образом, противоречие между линеарно-полифонической системой и слышимым результатом, представляющим собой поверхность, массу. Это противоречие, вызываемое полифонией, исчезнет, когда независимость звуков станет всеобъемлющей. Действительно, поскольку линеарные соединения и их наложения друг на друга более не действуют, показателем, принимаемым в расчет, будет среднее статистическое отдельных состояний и трансформаций составляющих в данный момент. Макроскопический эффект может, таким образом, быть контролируем средним количеством движений объектов, избираемых нами. Исходя из этого, вводится понятие вероятности, которое, впрочем, вначале, в данном конкретном случае, предполагает комбинаторные вычисления. Вот, в нескольких словах, возможный выход за пределы «линеарной категории» музыкального мышления».

Эта статья послужила мостом для введения математики в музыку. Поскольку, вследствие своей сложности строгая, детерминированная каузальность, проповедуемая нео-сериалистами, была утрачена, ее следовало заменить каузальностью более общего типа, вероятностной логикой, которая заключала бы в себе строгую серийную каузальность как частный случай. Это – один из примеров «стохастики». Стохастика изучает и формулирует законы, известные под названиями закона больших чисел, закона разреженных событий, различные алеаторические процессы и т. п. Вот таким образом, исходя, в числе прочих факторов, из тупика серийной музыки, родилась в 1954 году музыка, которой два года спустя я дал имя – *стохастическая музыка*. Законы расчета вероятностей вошли необходимым образом в музыкальную композицию.

Но другие пути также ведут к этому стохастическому перекрестку. Начнем с природных явлений, таких, например, как удары града или дождя по твердой поверхности, или также пение цикад летом в поле. Эти звуковые явления, рассматриваемые как целое, состоят из тысяч отдельных звуков, множество которых создает, на уровне целого, новое звуковое явление. И это целостное явление гибко, оно образует пластичное изменение во времени, которое также следует алеаторическим, стохастическим законам. Если, таким образом, мы хотим смоделировать большое скопление точечных звуков, как, например, pizzicato струнных, необходимо знать эти математические законы, которые, впрочем, являются не чем иным, как кратким и сжатым выражением некоторой цепи логических обоснований.

Все наблюдали звуковые эффекты при стечении больших толп – например, демонстраций, состоящих из десятков и сотен тысяч человек. Человеческая река скандирует лозунг в едином ритме. Потом другой лозунг брошен в начале колонны и распространяется вдоль нее, заменяя первый. Передающая волна движется, таким образом, от головы к хвосту колонны. Возглас заполняет город, динамика голоса и ритма достигает кульминации. Это явление в высшей степени мощное и прекрасное в своей грозной силе. Потом происходит столкновение манифестантов с врагом. Безукоризненный ритм последнего лозунга разбивается колоссальным взрывом разрозненных криков, который также распространяется к хвосту колонны. Представим себе к тому же треск десятков пулеметов и свист пуль, добавляющие свои штрихи к этой картине полного беспорядка. Затем, очень скоро, толпа рассеивается, и в аду, предстающем слуху и взору, воцаряется взрывоопасная тишина, полная отчаяния, смерти и праха. Статистические законы этих событий, если абстрагироваться от их политического или морального содержания, те же, что и в случаях с цикадами или с дождем. Это законы перехода от совершенного порядка к совершенному беспорядку постепенным либо взрывным способом. Это – стохастические законы[8)].

Здесь мы слегка коснемся одной из фундаментальных проблем, которая занимала умы мыслителей, начиная с древности: проблемы непрерывного или дискретного преобразования. Софизмы движения (Ахилл и черепаха), ограничения (лысина), решаются (в частности – в последнем из случаев), посредством *статистического определения*, иначе говоря, стохастики. Ныне можно формировать непрерывность как с помощью непрерывных элементов, так и с помощью элементов дискретных. Скопления коротких glissando струнных могут создать эффект непрерывности, но тот же результат может быть достигнут благодаря скоплению событий pizzicato. Переходы от дискретного состояния к непрерывному можно регулировать с помощью стохастики. Мною уже давно предпринимались весьма показательные опыты такого рода в ряде инструментальных композиций. Но математическая характеристика этой музыки напугала музыкантов и существенно затруднила подход к данной проблеме.

Можно указать еще на одно направление, также приводящее к индетерминизму. Исследование, например, изменений ритма ставит проблему: определить, каков предел всеобъемлющей асимметрии, соответственно – полного разрыва с каузальностью между длительностями. Звук счетчика Гейгера[9)] при приближении к радиоактивному источнику дает в этом отношении весьма примечательный пример. Прежде чем завершить этот небольшой ряд наблюдений над разнообразными событиями (еще недавно недоступными для понимания) в свете новой логики, я позволю себе еще одно замечание в скобках. Если glissando – длинные и необходимым образом переплетаются друг с другом, мы получаем звуковые пространства, в которых происходит непрерывная эволюция. В числе возможностей данного рода есть такие, которые графически (поскольку glissando представлены

зрительно в форме прямых линий) образуют упорядоченные поверхности. Я проделал на этой основе эксперимент в композиции «Метастазис»[10], премьера которой состоялась в 1955 г. в Донауэшингене. Затем, когда Ле Корбюзье, сотрудником которого я в то время был, предложил мне разработать для него архитектурный проект павильона фирмы «Филипс» в Брюсселе, моя работа над этим замыслом направлялась опытом «Метастазиса». Таким образом, я полагаю, что в этом случае музыка и архитектура смогли найти тесное соответствие друг другу. (См: Revue technique Philips, том 20, №1.)

На нескольких последующих страницах мы попытаемся проследить причинно-следственную связь идей, которые привели меня от партитуры «Метастазиса» к формированию архитектуры павильона фирмы «Филипс».

(Иллюстрации 1 – 5.)

Стохастические законы и их воплощения

В ходе последующего изложения я намереваюсь дать представление о некоторых из стохастических законов, которые на протяжении нескольких лет вводились мною в музыкальную композицию. Вначале мы будем рассматривать одну за другой составляющие звука, извлекаемого на музыкальном инструменте, которые являются независимыми.

Длительность. Время (метрическое) рассматривается как прямая линия, на которой происходит маркировка точек, соответствующих изменениям других составляющих. Интервал между этими двумя точками совпадает с характеристикой длительности. Какую последовательность точек из всех возможных следует выбрать? Вопрос, поставленный в такой форме, не имеет смысла.

Рассчитаем среднее число точек на какой-либо данной длительности. Вопрос теперь формулируется так: если дано это среднее число точек, то каким будет число отрезков, равных длительности, определенной вначале?

Формула, которая следует из обоснования непрерывных вероятностей и которая дает вероятности всех этих возможных длительностей, когда известно среднее число точек, помещенных случайным образом на прямой, такова:

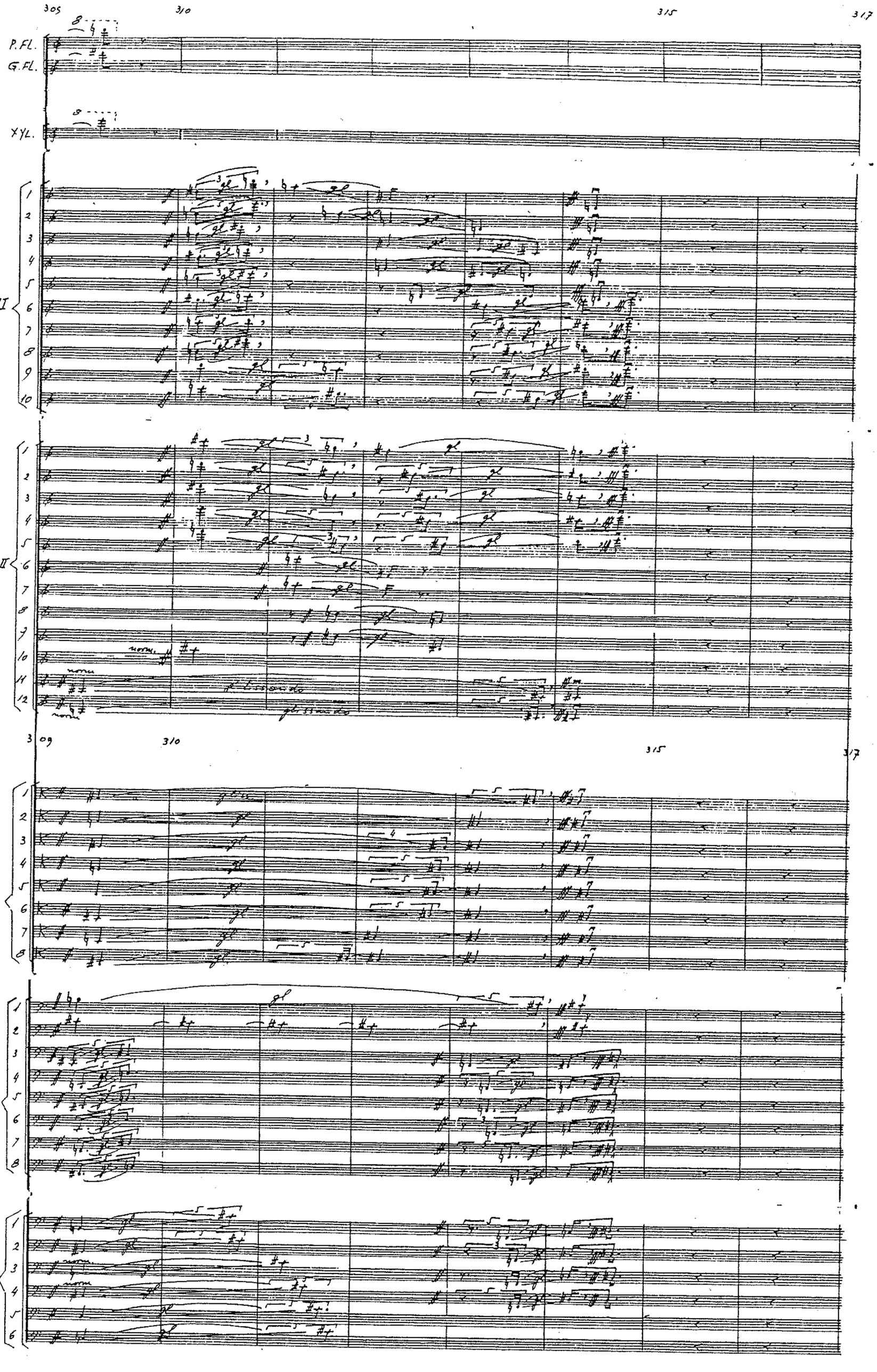
$$P_x = \delta e^{-\delta x}\, dx$$ (см. Приложение 1.)

где δ – линейная плотность точек[11] и x – длительность любого отрезка.

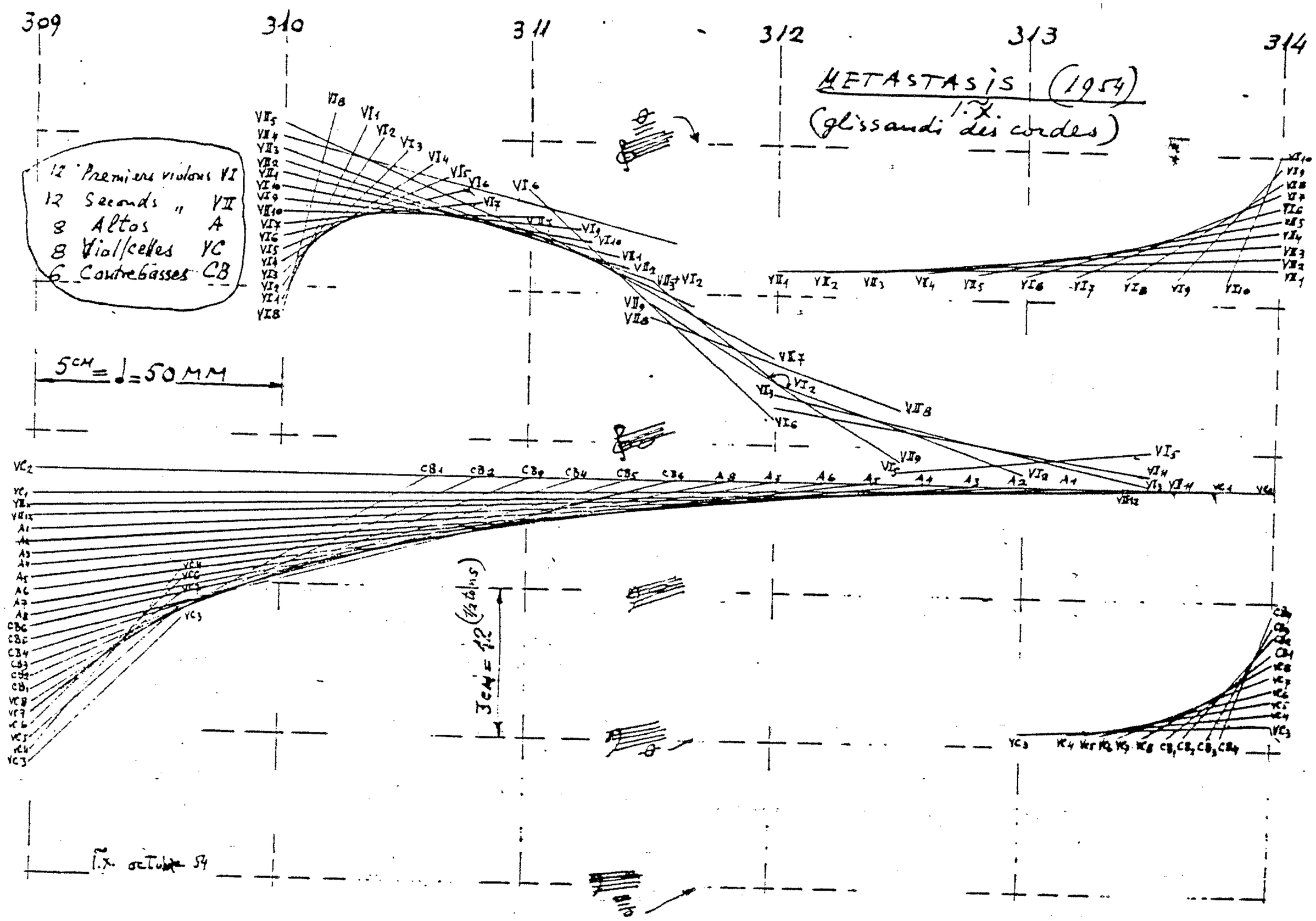
Если мы теперь сделаем выбор точки и сравним его с плотностью распределения, подчиняющейся законам данной выше или какой-либо иной формулы распределения, мы можем вывести число случаев, включенных в наш выбор или более или менее строго приспособить этот выбор к закону распределения, который также может быть совершенно функциональным. Сравнение производится с помощью тестов, из которых чаще всего используется критерий χ^2 Пирсона[12]. В нашем случае, когда все составляющие звука измеримы в первом приближении, мы будем по преимуществу использовать коэффициент корреляции. Известно, что, когда коэффициент корреляции двух популяций составляет ±1, эти популяции находятся в тесной функциональной зависимости. Если же этот коэффициент равен нулю, то эти популяции независимы. Возможны также все промежуточные ступени, означающие более или менее тесные связи.

Звуковые облака

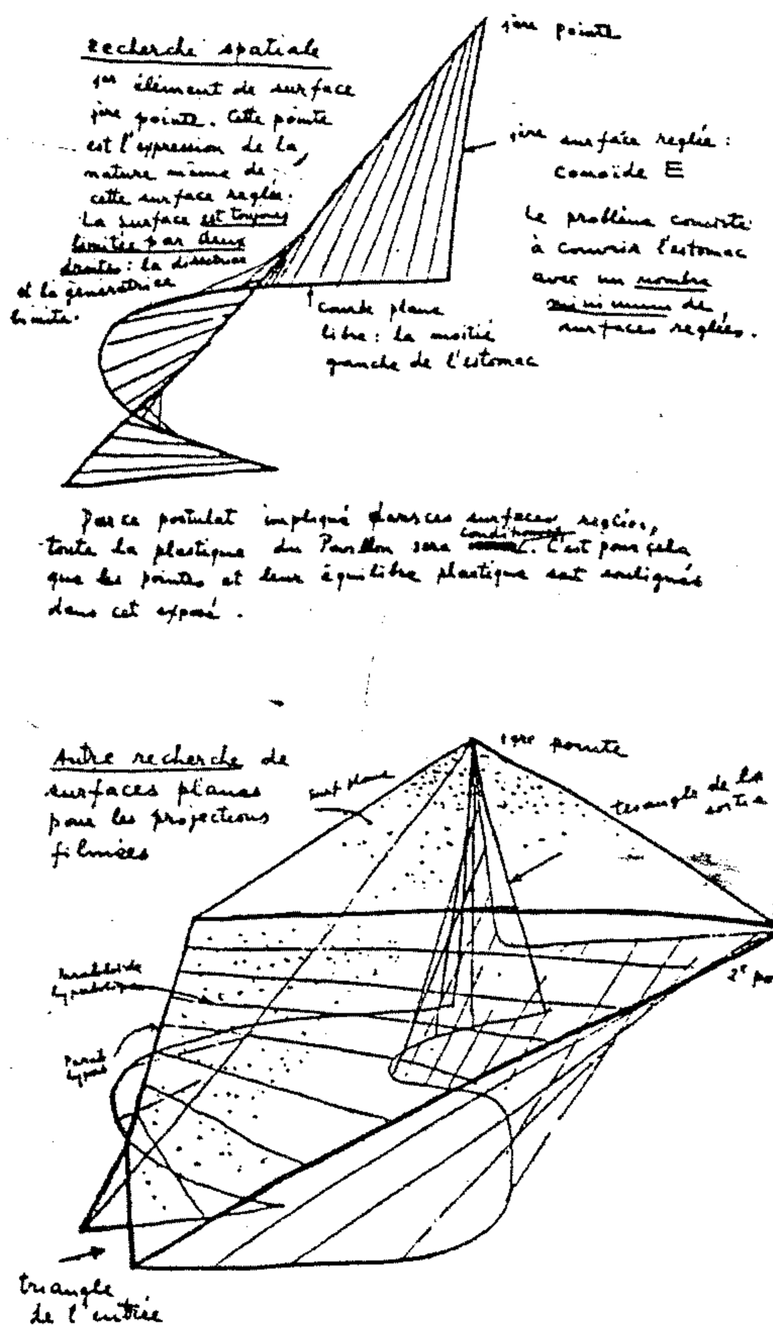
Предположим некую данную длительность и множество звуковых точек в рамках пространства громкостей и высот, реализуемое в пределах этой длительности. Если средняя поверхностная плотность этого звукового облака известна, то какова вероятность появления той или иной плотности в какой-либо

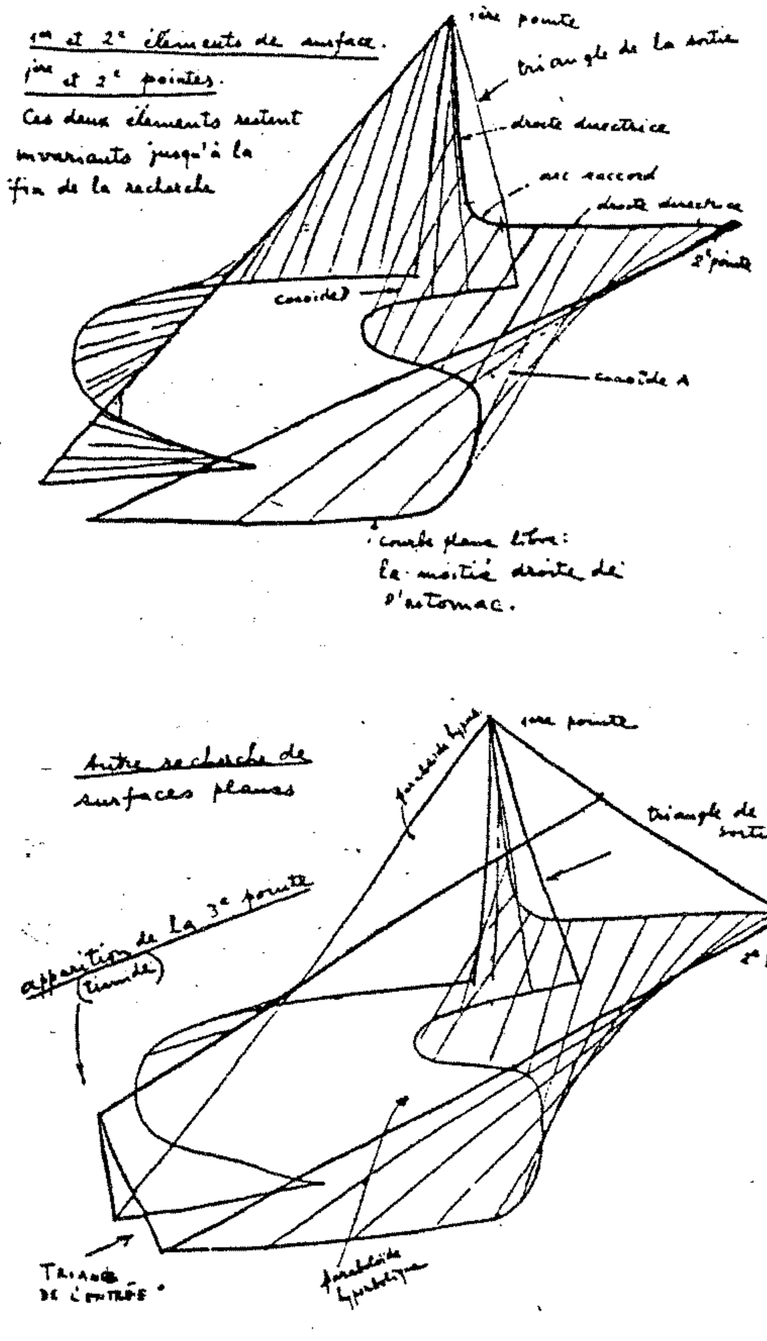


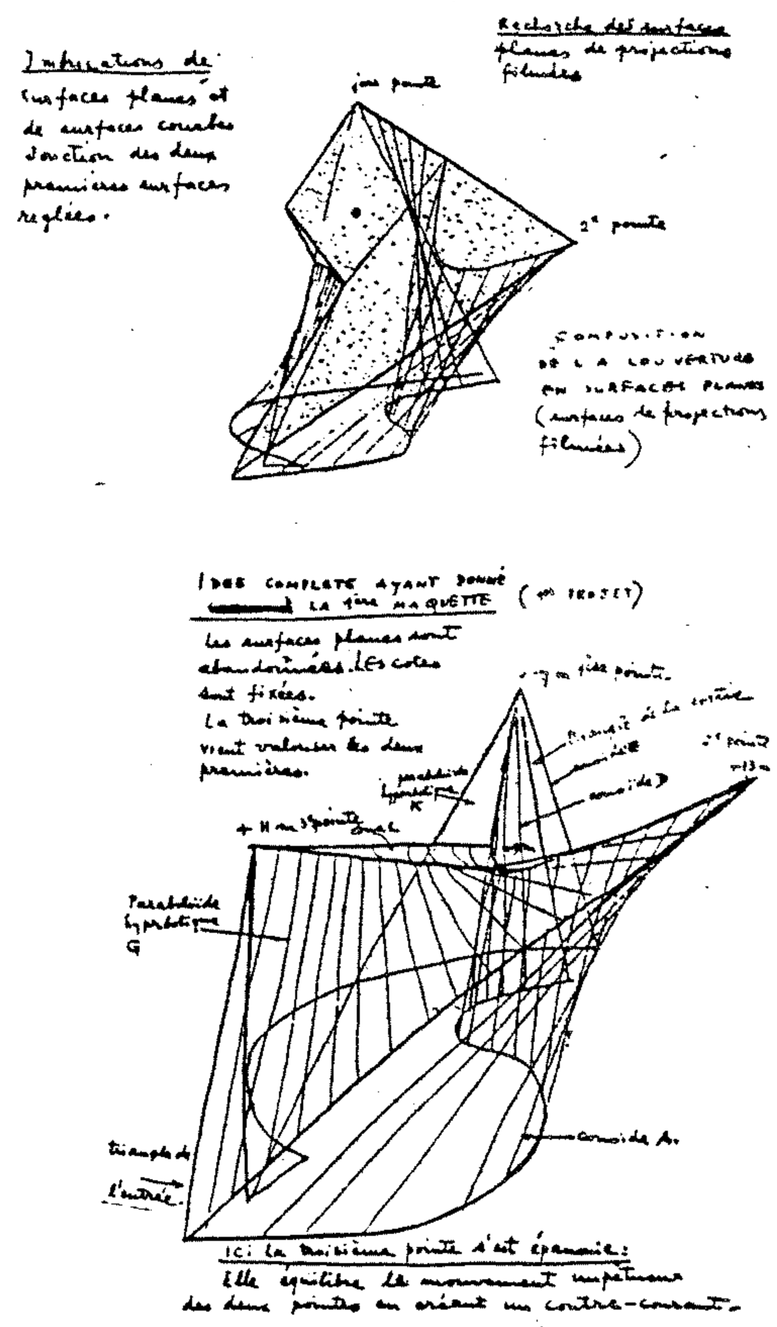
Илл. 1. «Метастазис», тт. 309 – 317 партитуры.



Илл. 2. «Метастазис», тт. 309 – 314, расположение глиссандо струнных.







Илл. 3. Этапы формирования проекта павильона фирмы «Филипс».

Перевод текстов
в рисунках иллюстрации 3

3-1. Левая сторона:
Пространственный поиск;
1-й элемент поверхности;
1-я вершина. Эта вершина –
той же природы, что и у данной
регулируемой поверхности.
Поверхность все время ограничена
двумя прямыми: направляющей
и образующей ограничительной.

Правая сторона:
1-я вершина;
1-я регулируемая поверхность;
коноид[•)] e.
Задача состоит в том,
чтобы покрыть «желудок»[••)]
минимальным числом
регулируемых поверхностей.

Внутри:
свободная искривленная плоскость; левая половина «желудка».
Внизу:
Этим построением, заключенным в данных регулируемых поверхностях,
будет определена вся пластика Павильона.
Именно для этого вершины и их пластическое равновесие
выделены в данном чертеже.

3-2. Левая сторона:
1-й и 2-й элементы поверхности;
1-я и 2-я вершины.
Эти два элемента остаются
без изменений до конца поисков.

Правая сторона:
1-я вершина;
Треугольник выхода;
направляющая прямая;
дуга соединения;
направляющая прямая;
2-я вершина;
коноид a.

Внутри: коноид d.
Внизу:
свободная искривленная плоскость;
правая половина «желудка».

[•)] Конусообразная геометрическая структура.
[••)] Рабочее название внутренности павильона.

3-3. Левая сторона:
Взаимодействие
плоских поверхностей
и криволинейных поверхностей.
Зависимость от двух первых
регулируемых поверхностей.

Правая сторона:
Поиск плоских поверхностей
для проекций фильма;
2-я вершина;
Сжатие (contraction),
предполагающее покрытие
или плоские поверхности
(поверхности для проекций
фильма).

Вверху посередине: 1-я вершина.

3-4. Левая сторона:
Другой поиск
плоских поверхностей
для проекций фильма;
гиперболический параболоид;
гиперболический параболоид;
треугольник входа.

Правая сторона:
Треугольник выхода;
2-я вершина.

Вверху посередине: прямая плоскость; 1-я вершина.

3-5. Левая сторона:
Другой поиск
плоских поверхностей;
гиперболический параболоид;
появление 3-ей вершины
(«застенчиво»);
треугольник входа.

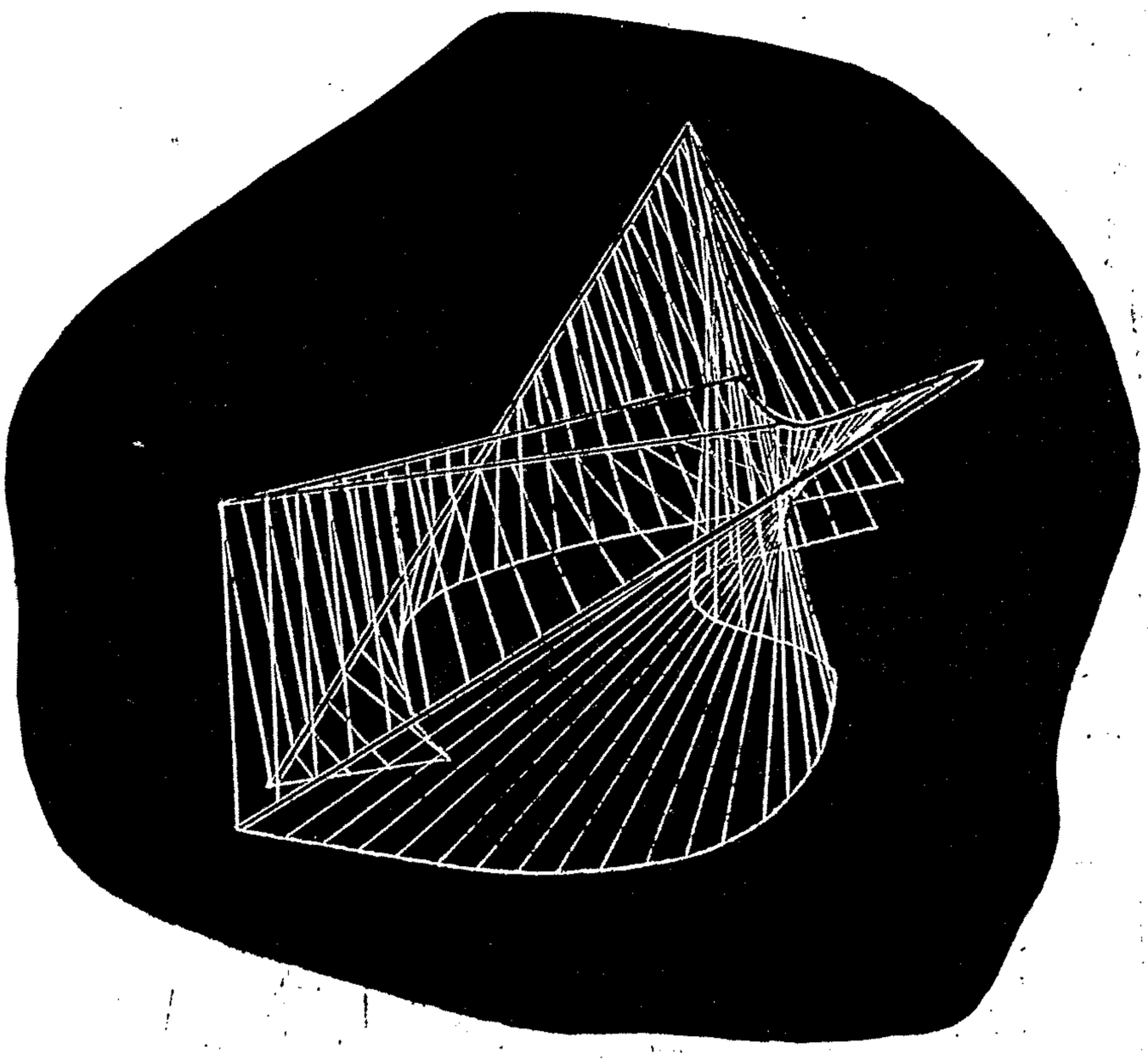
Правая сторона:
треугольник выхода;
2-я вершина.

Вверху посередине: гиперболический параболоид; 1-я вершина.
Внизу посередине: гиперболический параболоид.

3-6. Левая сторона:
Завершенный замысел,
представленный в 1-м макете (проекте).
Плоские поверхности оставлены.
Стороны определены.
Третья вершина
стала соразмерной
с двумя предыдущими.
3-я вершина;
конус l;
гиперболический параболоид g;
треугольник входа.

Правая сторона:
1-я вершина;
треугольник выхода;
коноид e;
коноид d;
2-я вершина;
коноид a.

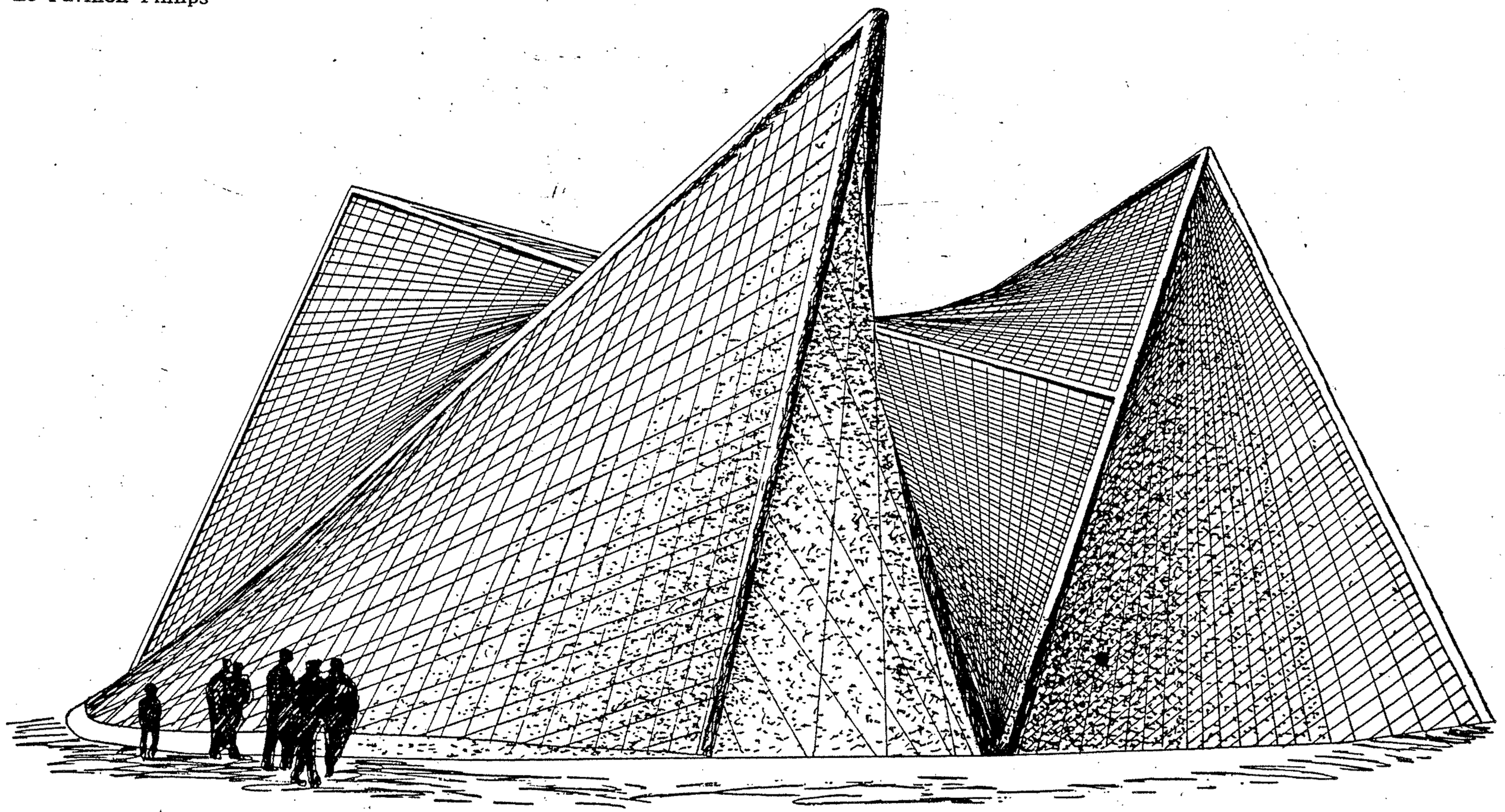
Внизу:
Здесь выявляется значение третьей вершины:
она уравновешивает стремительное движение
двух предыдущих, создавая встречный поток.



Première maquette

Илл. 4. Первый макет.

Le Pavillon Philips



Илл. 5. Павильон фирмы «Филипс».

определенной области данного пространства? Закон Пуассона[13)] отвечает на этот вопрос:

$$P\mu = \frac{\mu_o{}^{\mu}}{\mu!} e^{-\mu_o}$$

где μ_o – средняя плотность, μ – искомая плотность, e – основание неперовых логарифмов[14)]. Как и в отношении длительностей, сравнение с другими способами распределения точечных звуков может формировать закон, которому по нашему желанию будет следовать звуковое облако.

Громкости, тембры, интервалы и т. д.

В отношении этих переменных величин наиболее простой закономерностью является следующая:

$$\Theta(\gamma)\, d\gamma = \frac{2}{a}(1 - \frac{\gamma}{a})\, d\gamma \qquad \text{(см. Приложение 1.)}$$

дающая вероятность того, что отрезок s (интервал громкости, мелодический и т. п.), находящийся внутри отрезка, равного по длине a, имел бы длину в пределах между γ и $\gamma + d\gamma$, при $0 \leq \gamma \leq a$.

Скорости

Мы говорили о точечных, гранулированных звуках, которые в действительности являются частным случаем звуков непрерывно изменяющихся. В числе этих последних рассмотрим глиссандирующие звуки. Из всех возможных форм, которые может принимать скользящий звук, мы выбираем самую простую, единообразное непрерывное скольжение. Такой глиссандирующий звук может восприниматься и быть физически уподоблен математическому понятию скорости. Отсюда одномерный вектор воспроизведения, когда скалярная величина задается гипотенузой прямоугольного треугольника, две другие стороны которого составляют длительность и пробегаемый мелодический интервал. Таким образом, со звуками, непрерывно варьируемыми охарактеризованным выше образом, допускаются определенные мелодические операции. Традиционные звуки духовых инструментов представляют собой частные случаи таких звуков, когда скорости равны нулю. Скольжение в сторону более высоких звуков может быть выражено в положительных величинах, скольжение в сторону более низких – в отрицательных.

Гипотезы гомогенности [11][•)]:

1. Плотность звуков, движущихся с той или иной скоростью, постоянна. Иначе говоря, два равных по величине участка звуковысотного спектра содержат одно и то же число подвижных (глиссандирующих) звуков.

2. Абсолютная величина скорости (восходящие или нисходящие глиссандо) распределена единообразно. Иначе говоря, средняя квадратическая скорость подвижных звуков является одной и той же в различных регистрах.

3. Имеет место изотропия, т. е. отсутствует какое-либо предпочтительное направление движения в любом из регистров. Восходящие и нисходящие движения численно равны.

Исходя из этих трех гипотез симметрии, мы можем определить функцию f(v) вероятности абсолютной скорости v. (f(v) – это относительная частота появления той или иной скорости v.)

Пусть n – число глиссандо на единицу регистра высот (плотность подвижных звуков), а r – некоторый участок диапазона, взятый в каждом из регистров. Тогда

•) Число в квадратных скобках соответствует порядковому номеру библиографического списка в конце книги.

число звуков, движущихся с (положительными) скоростями, величины которых взяты из промежутка между v и v + dv, равно, согласно гипотезам (1) и (3):

$$n \cdot r \cdot \tfrac{1}{2} f(v)\, dv \quad (\tfrac{1}{2} - \text{вероятность знака + или } -).$$

Согласно гипотезе (2), число подвижных звуков, движущихся со скоростью, равной v по абсолютной величине, является функцией, зависящей лишь от величины v^2. Пусть этой функцией будет $g(v^2)$; тогда мы будем иметь равенство:

$$n \cdot r \cdot \tfrac{1}{2} f(v)\, dv = n \cdot r \cdot g(v^2)\, dv.$$

С другой стороны, если $|\pm x| = v$, то вероятностный закон $g(v^2)$ будет равнозначен закону, определяемому вероятностью H от x, откуда следует:

$$g(v^2) = H(x), \text{ или же } \log g(v^2) = h(x).$$

Для того, чтобы величина h(x) зависела лишь от $x^2 = v^2$, необходимо и достаточно, чтобы дифференциалы:

$$d \log g(v^2) = h'(x)\, dx \text{ и } v \cdot dv = x \cdot dx$$

имели постоянное соотношение:

$$\frac{d \log g(v^2)}{v \cdot dv} = \frac{h'(x) \cdot dx}{x \cdot dx} = \text{const} = 2j,$$

откуда:

$$h'(x) = 2jx \text{ и } h(x) = -jx^2 + c, \text{ и также: } h(x) = ke^{-jx^2}$$

Но h(x) – это функция элементарных вероятностей, следовательно, ее интеграл от $-\infty$ до $+\infty$ должен быть равен 1; j – положительное число и $k = \frac{\sqrt{j}}{\sqrt{\pi}}$; если $j = \frac{1}{a^2}$, то из этого следует, что:

$$\frac{1}{2} \cdot f(v) = g(v^2) = H(x) = \frac{1}{a\sqrt{\pi}} e^{-v^2/\pi^2} \text{ и } f(v) = \frac{2}{a\sqrt{\pi}} e^{-v^2/\pi^2} \text{ для } v = |\pm x|,$$

т. е. имеет место гауссово распределение.

Цепь этих рассуждений была построена на основе идей Максвелла, создавшего (вместе с Больцманом) кинетическую теорию газа[15]. Функция f(v) дает вероятность появления скорости v; постоянная величина a характеризует «температуру» этой звуковой атмосферы. Среднее арифметическое v равно $a/\sqrt{\pi}$ и типовое отклонение (écart-type)[16] равно $a/\sqrt{2}$. В качестве примера можно привести фрагмент из композиции «Питопракта» для струнного оркестра, сочиненной в 1955-56 гг. и впервые исполненной под управлением проф. Германа Шерхена в Мюнхене в марте 1957 г. (см. статью «Теория вероятностей и музыка» («Warscheinlichkeitstheorie und Musik»), «Gravesaner Blätter», № 6). График представляет множество скоростей, соответствующих температуре a = 35. В качестве оси абсцисс представлено время. Единица времени = 5 см = 26 единиц метронома. Единица эта подразделяется на 3, 4 и 5 равных частей, которые допускают весьма незначительные различия между длительностями. На оси ординат представлены двоичные логарифмы высот. Единицей по высоте является полутон = 0,25 см. Большой терции соответствует 1 сантиметр оси ординат. Каждая ломаная линия соответствует партии одного из струнных инструментов, общее число которых равно 46. Каждая прямая линия представляет скорость, взятую из таблицы вероятностей, вычисленных согласно формуле: $f(v) = \frac{2}{a\sqrt{\pi}} e^{-v^2/\pi^2}$. Для данного фрагмента композиции (от такта 52 до такта 60) длительностью 18,5 сек. всего было вычислено и представлено графически 1148 скоростей, распределенных согласно закону Гаусса[17] в 58 отличных друг от друга значениях. Поскольку распределение все время является гауссовым, макроскопическая конфигурация представляет собой пластичную модуляцию звуковой материи. Этот же фрагмент переведен в традиционную нотацию. В итоге, таким образом, мы получаем некий род звуковой пасты, в которой:

1) длительности не варьируются;
2) масса высот свободно модулируется;
3) звуковая плотность в каждый момент постоянна;
4) динамика – ff без изменений;
5) тембр постоянен;
6) скорости определяют «температуру», которая подвергается местным флуктуациям. Их распределение – гауссово.

Как мы уже отметили ранее, мы можем устанавливать между составляющими звуков более или менее тесные связи. Возможные случаи указаны в статье из того же № 6 журнала «Gravesaner Blätter». Наиболее часто используемый коэффициент корреляции между двумя переменными x и y – следующий:

$$r = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum(x - \bar{x})^2}}$$

где $\bar{x}$ и $\bar{y}$ – средние арифметические двух переменных.

Такова вкратце техническая сторона первых опытов применения теории и практики вычисления вероятностей в музыкальной композиции.

Учитывая закономерности, представленные ранее, мы уже можем контролировать:

a) Непрерывные преобразования больших совокупностей прерывистых (гранулярных) или непрерывных звуков. Действительно, плотности, длительности, регистры, скорости и т. п. могут быть подчинены закону больших чисел с необходимыми приближениями. Мы можем, таким образом, с помощью средних величин и отклонений от них придавать этим совокупностям характерный облик и заставлять их эволюционировать в различных направлениях. Наиболее знакомое из этих направлений – движение от порядка к беспорядку или же наоборот; при этом вводится понятие энтропии. Мы можем задумывать также другие непрерывные преобразования. Например, множество звуков, взятых щипком, преобразуется плавно в множество звуков, взятых arco. Или же в электронно-акустической музыке: осуществить переход одного вида звуковой материи в другой, обеспечивая при этом органическую связь между двумя данными видами материи. Чтобы эта идея была более понятной, я напомню греческий софизм о лысине: «Сколько волос должно упасть с головы для того, чтобы она стала лысой?» Это – проблема, решенная теорией вероятностей с помощью понятия типового отклонения (écart-type) и известная под названием *статистического определения.*

(Иллюстрации 6 – 7.)

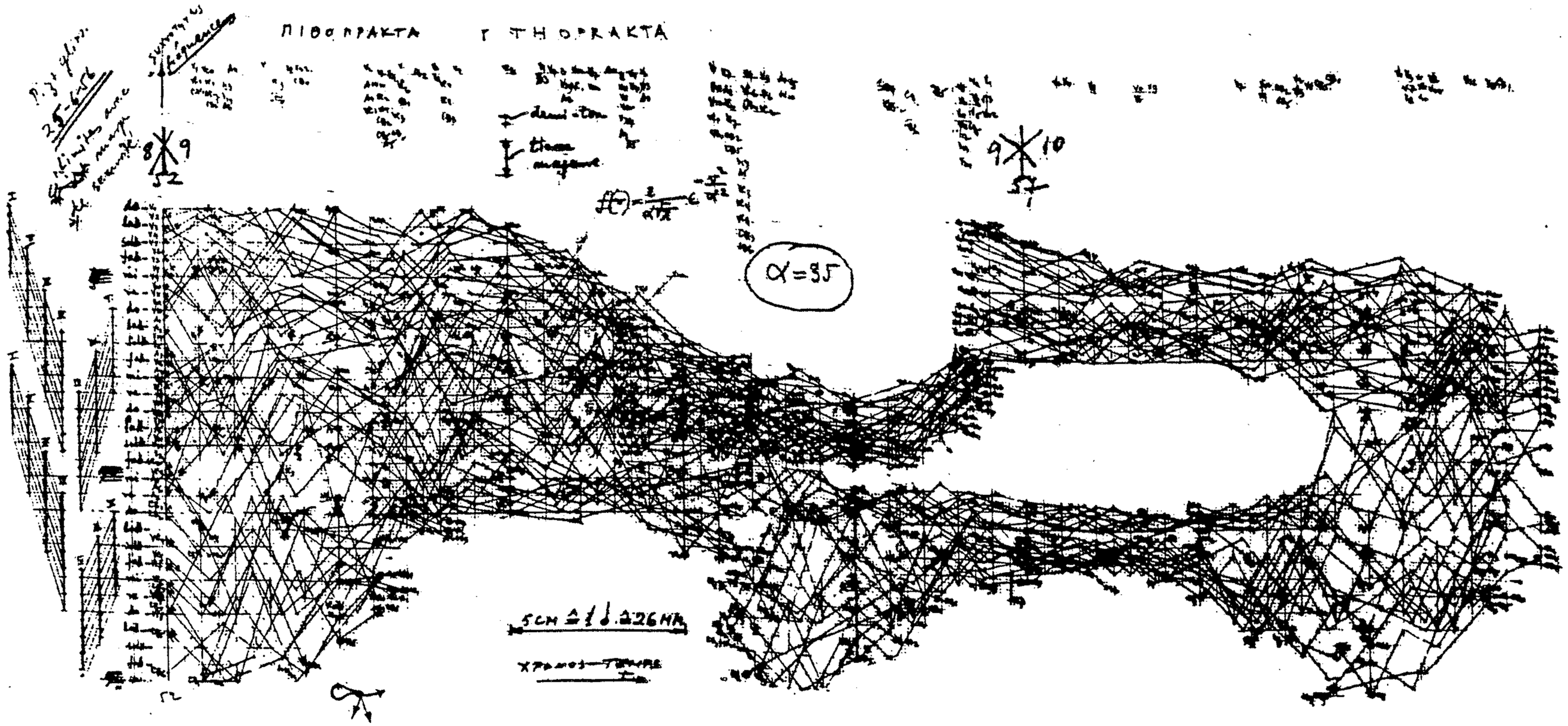
b) Преобразование может носить взрывной характер, когда отклонения от средней величины становятся исключительными.

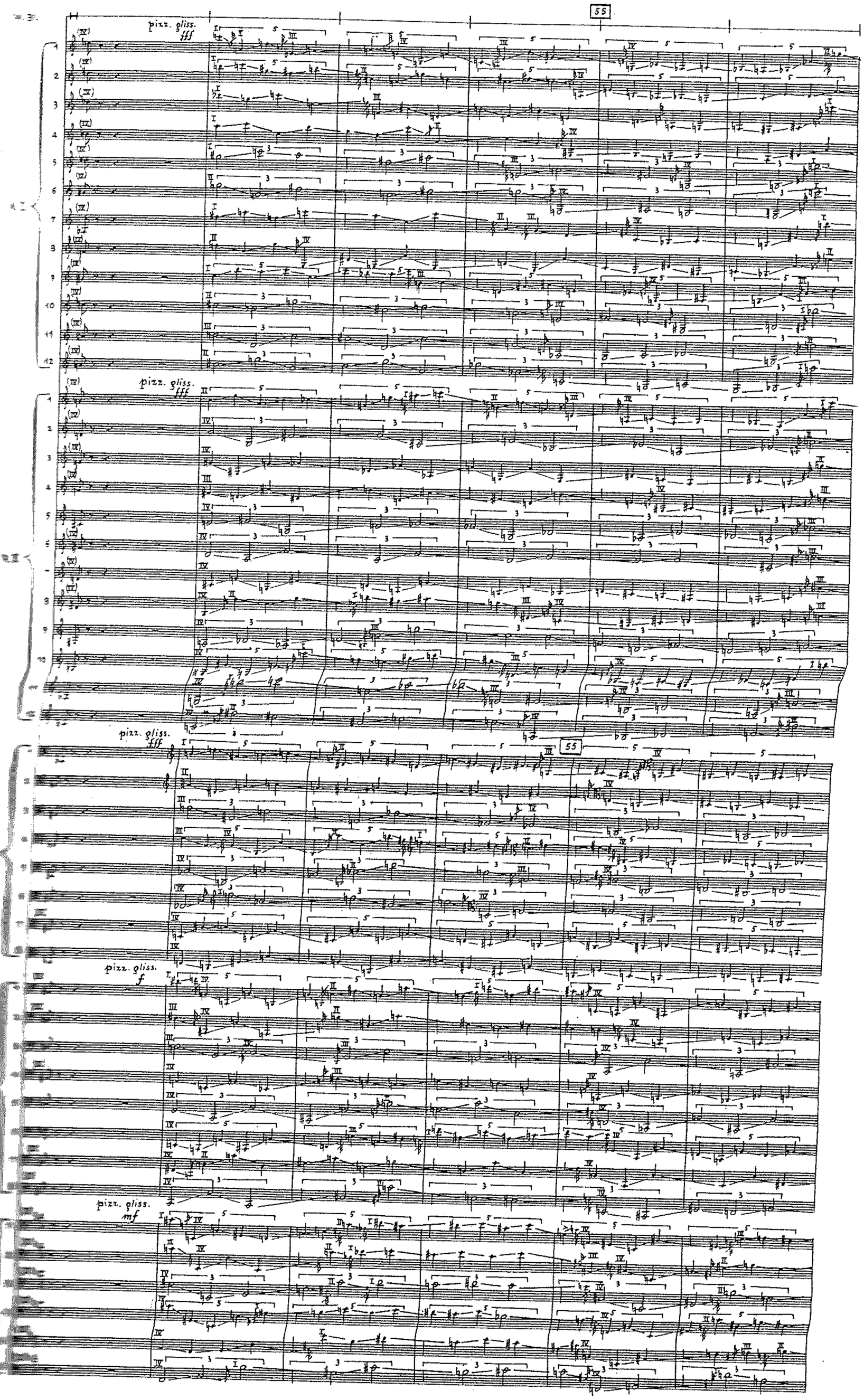
c) Мы можем равным образом сопоставлять события, весьма маловероятные, с событиями, близкими к средним величинам.

d) Очень разреженные звуковые атмосферы могут быть формируемы и контролируемы с помощью формул, подобных формуле Пуассона. Таким образом, даже музыка для сольного инструмента может создаваться с применением стохастики.

Эти законы, которые с недавних пор обнаруживаются во множестве областей, относятся к числу самых блестящих открытий современной мысли. Они управляют закономерностями появления объектов и их формирования. Однако следует отчетливо осознавать, что они являются не целью в работе композитора над произведением, но ценнейшими инструментами этой работы, ее «логическими грантами».

И здесь мы приходим к некоему поворотному пункту. В нашем случае именно эти стохастические орудия труда ставят перед нами фундаментальный вопрос:



Илл. 6. «Питопракта», тт. 52 – 57 (графическая запись).

Илл. 7. «Питопракта», тт. 52 – 57 (партитура).

Каков минимум логических ограничений, необходимых для налаживания процесса формирования музыки?»

Прежде чем перейти к ответу на этот вопрос, охарактеризуем кратко основные фазы формирования музыкальной композиции.

ОСНОВНЫЕ ФАЗЫ МУЗЫКАЛЬНОЙ КОМПОЗИЦИИ

a) *Первоначальные представления* (интуитивные образы; предварительно или окончательно сформулированные логические тезисы…).

b) *Определение*, по мере возможности, *звуковых явлений* и их символических обозначений, удобных для прочтения (звуки музыкальных инструментов, электронные звучания, шумы, множества звуковых элементов, упорядоченных в модулированные или непрерывные образования, и т. д.).

c) *Определение преобразований*, которые должны пройти эти звуковые явления в ходе произведения (макрокомпозиция); общий выбор логических принципов конструкции, т. е. элементарных алгебраических операций и способов их применения к звуковым явлениям, множествам и их обозначениям, определенным в п. b); упорядочение данных операций лексикографически во времени – в их последовательности или одновременности.

d) *Микрокомпозиция*: выбор и детальная фиксация природы функциональных или стохастических отношений между элементами с точки зрения п. b); иначе говоря: алгебра вне времени, алгебра во времени.

e) *Последовательное осуществление программы* пп. c) и d); схема сочинения в целом.

f) *Осуществление вычислений*, проверок, повторных просмотров и редакционных доработок последовательной программы.

g) *Заключительный символический результат*[18] программирования: музыкальная партитура в традиционной нотации, числовые выражения на бумаге, графики или другие способы слуховой ориентации[19].

h) *Звуковое воплощение* программы: простое оркестровое исполнение, манипуляции, относящиеся к области электронной музыки, механизированное осуществление звуковых явлений и их трансформаций.

В действительности порядок фаз, упомянутых в данном списке, не является строгим; в процессе доработки произведения возможны отдельные его перестановки. Более всего названные фазы не осознаются самим композитором до конца и вследствие этого оказываются выявленными не полностью. Данный список, однако, фиксирует определенные закономерности и позволяет строить некоторые предположения на будущее. Действительно, электронно-вычислительные машины (*компьютеры*[20]) в будущем смогут *взять в свои руки* осуществление фаз (g) и (h) и даже (f); однако, в первом приближении представляется, что для них будут доступны лишь фазы (f) и (g). Иначе говоря, символический итог результатов сочинения может (во всяком случае – во Франции) быть воплощен лишь с помощью оркестра или же с помощью операций, подобных практикуемым в электроакустической музыке на магнитофонах, с последующим воспроизведением результатов посредством существующих ныне соединений электроакустических устройств, а не так, как это было бы желательно осуществлять в очень близком будущем, с помощью перспективных форм механизации, которые заменили бы оркестры из исполнителей или магнитофоны и взяли бы на себя механизированное формирование звуковых явлений и их преобразований[21].

Теперь мы перейдем к ответу на сформулированный ранее вопрос, ориентируясь на сферу инструментальной музыки; ответ этот, впрочем, можно применить к

любому роду извлечения звуков. Для этого вновь обратимся к фазам, приведенным выше.

Фаза (b): Определение звуковых явлений…

Звуковые явления в классическом оркестре могут быть представлены в первом приближении с помощью векторов с четырьмя переменными, которые в общем случае являются независимыми: E_r (c,h,g,u):

c_a… = тембр или семейство инструментов;

h_i…= высота звука;

g_j…= громкость звука, динамическая форма;

u_k…= длительность звука.

Вектор E_r определяет точку M в *аффинном пространстве*[22], характеризуемом базой (c,h,g,u). *Координатами* этой точки M будут числа c_a, h_i, g_j, u_k. Пример: звук первой скрипки, исполняемый обычным приемом arco и forte, длительностью, равной единице темпа 240 M.M., может быть представлен последовательностью: $c_{\text{скрипка arco}}$, h_3 (=до^3), g_3(=forte), u_3(= ¼ сек.). Предположим, что произведена классификация (упорядочение) таких точек M на ориентированной оси, которую мы назовем осью t. Предположим также, что в качестве начала координат для этой оси мы взяли другую ориентированную ось (t), образующую (в простейшем из случаев) прямой угол с осью E_r. Мы будем воспроизводить на этой оси, которую будем называть *осью лексикографического времени*, лексикографически-временную последовательность точек M. Тем самым мы охарактеризовали только что двухмерное пространство (E_r , t), удобное для представления интересующих нас явлений. Это позволяет нам перейти к фазе (c), характеризующей преобразования, и фазе (d) (микрокомпозиция), которые должны дать ответ на поставленный вопрос о минимуме ограничений.

Для этого предположим, что точки M, определенные выше, могут появляться из какой-либо иной необходимости, кроме подчинения закону случая без сохранивания происшедших событий в памяти. Эта гипотеза равнозначна тому, что мы допускаем стохастическое распределение событий E_r в пространстве (E_r, t). Допуская достаточно слабо выраженное распределение n по поверхности, мы вступаем в область, где действует закон Пуассона:

$$P_k = \frac{n^k}{K!} e^{-n}$$

С другой стороны, мы можем рассматривать данную проблему как синтез нескольких линейных стохастических процессов (закон излучения радиоактивных тел) подходящим образом выбранных (другая методика, возможно, более почтительная для механических преобразований).

Достаточно продолжительный фрагмент такого распределения образует музыкальную композицию. Основной закон, определенный выше, порождает целое семейство произведений, находящихся в зависимости от поверхностной плотности распределения. Мы имеем, таким образом, ясно сформулированный архетип композиции, основной посылкой которого составляет достижение *наибольшей симметрии* (в этимологическом смысле слова), *минимума ограничений, возможностей, правил*. Полагаем, что, исходя из этого, возможно, наиболее общего архетипа, можно вывести вновь целую шкалу форм, последовательно вводя всё большие ограничения, т. е. условия выбора, сужение возможностей, запреты, – иначе говоря, логические механизмы, обобщаемые словом «нет». Производя анализ нескольких линейных процессов, мы можем также вводить другие процессы – Леви-Леви, бесконечно делимых по Леви, марковские[23] процессы и т. п. И это делает данную вторую методику распределения более плодотворной.

Исследование пределов a и b данного архетипа ($a \leq n \leq b$) также представляет интерес, но в ином отношении, а именно в смысле сравнения событий друг с другом. Действительно, это предполагает градацию увеличения числа событий n, при

которой различия между семействами n были бы распознаваемы. Аналогичнве утверждения справедливы и в случае иных линейных процессов.

Если мы выбираем для рассмотрения пуассоновский процесс, то для ответа на вопрос *о минимуме ограничений необходимы две гипотезы:*

1) В данном пространстве существуют музыкальные инструменты и люди.

2) Между этими людьми и этими инструментами существуют способы контактов, позволяющие производить разреженные звуковые события.

Вот и всё, что требуется в качестве гипотез•). Исходя из этих двух ограничений, ами с помощью стохастики была создана целая композиция без допущения каких-либо дополнительных условий. Премьера ее состоялась в 1958 г. в Буэнос-Айресе под управлением проф. Германа Шерхена; это – «Ахоррипсис» для 21 инструмента, очиненный в 1956-57 гг. (См. статью: «В поисках стохастической музыки» – «A la cherche d'une musique stochastique» в журнале «Gravesaner Blätter», № 11/12.)

Приводим здесь фрагмент этой статьи:

τό γάρ αύτό νοεϊν έστίν τε καί εϊναι

τό γάρ αύτό εϊναι έστίν τε καί σύκ εϊναι[25)]

Онтология:

Во Вселенной Пустоты́. Короткая вспышка волн, конец у которой совпадает с началом (Времени не существует), разрастающаяся в вечность.

Ничто поглощает, творит.

Оно прародитель Сущего.

Время, Причинность.

Эти разреженные звуковые события могут представлять собой нечто отличное от изолированных звуков. Они могут быть либо мелодическими фигурами, либо плотными структурами, либо скоплениями, характеристики которых также регулируются законами случая; примеры: облака точечных звуков, температуры скоростей••) и т. п. Так или иначе, они формируют образец последовательности разреженных звуковых событий.

Можно представить такой образец либо с помощью простой таблицы вероятностей, либо, в числе других, с помощью таблицы «с двойным входом», матрицы, где клетки были бы заполнены частотами появления событий. Строки такой матрицы были бы составлены согласно характерным особенностям событий, а столбцы – соответственно времени их появления (см. матрицу М).

Распределение частот в этой матрице произведено по формуле Пуассона, которая выражает закон появления разреженных случайных событий.

Мы должны теперь уточнить смысл такого распределения и способ, с помощью которого мы его осуществляем.

Есть несомненное преимущество в трактовке случайности как эстетического фона, как правомерной философии. Случай – это предел понятия симметрии, являющейся в процессе эволюции. Симметрия стремится к диссимметрии, противозначной в этом смысле отрицанию рамок, унаследованных традицией, отрицанию, действующему не только применительно к подробностям, но в первую очередь – в отношении общей композиции структур. Такого рода тенденции можно проследить в живописи, скульптуре, архитектуре и других областях человеческой деятельности. Например, в архитектуре рамки, выработанные регулирующими схемами, разрушаются и динамизируются благодаря событиям, выходящим за их пределы. Всё происходит так, словно имеют место некие двусторонние колебания между

• для сравнения ἐκκλισις (клинамен) Эпикура[24)].

•• № 6 журнала «Gravesaner Blätter».

симметрией, порядком, рациональностью и диссимметрией, беспорядком, иррациональностью, охватывая масштаб реакций между эпохами цивилизаций.

В начале преобразования, ведущего к диссимметрии, исключительные события вводятся внутрь симметрии, играя роль эстетического острия. Когда эти исключительные события умножаются и приобретают более широкое значение, происходит скачок на более высокий уровень. Это – уровень беспорядка, который, во всяком случае – в искусстве, провозглашается как порожденный более сложным, масштабным и насыщенным ви́дением грубых конфликтов современной жизни. Абстрактная и декоративная живопись, ташизм[26)] и т. п. представляют собой в данном отношении убедительное свидетельство. Таким образом, случай, с которым мы в осознанной форме соприкасаемся на каждом шагу в повседневности, является не чем иным, как предельным состоянием этого контролируемого беспорядка (означающего богатство или бедность связей между элементами, порождающие соответственно зависимость или независимость преобразований) и в этом смысле – посредством отрицания – обладает благотворными свойствами эстетического регулятора. Регулятора, действующего также в отношении звуковых событий, их появления и последующей эволюции. Однако – и здесь вступает в силу железная логика законов случая – это состояние не может возникать, не подчиняясь полностью своим собственным законам. При этих условиях случай, обузданный своей же собственной силой, превращается в нечто подобное гидроэлектрическому потоку.

Внимание! Мы не имеем здесь в виду те случаи, когда ограничиваются игрой в «орла или решетку», с тем, чтобы можно было выбрать ту или иную конкретную альтернативу. Проблема является гораздо более серьезной. Речь идет о философской и эстетической концепции, регулируемой законами теории вероятностей и математическими функциями, формирующими эти законы, применительно к новой области связей.

Для удобства вычисления мною выбрана a priori[27)] средняя плотность событий:

$$\lambda = 0{,}60 \ \frac{\text{событий}}{\text{единицу}}.$$

Применяя формулу Пуассона:

$$P_k = \frac{\lambda^k}{K!} e^{-\lambda}$$

мы получаем следующую таблицу вероятностей[•)]:

$$\begin{aligned} P_0 &= 0{,}5488 \\ P_1 &= 0{,}3293 \\ P_2 &= 0{,}0988 \\ P_3 &= 0{,}0198 \\ P_4 &= 0{,}0029 \\ P_5 &= 0{,}0000 \end{aligned} \qquad (1)$$

где P_i = вероятность, с которой событие появляется i раз в единицу диапазона (volume), времени и т. п. При выборе a priori 196 единиц, или ячеек, распределение частот среди ячеек производится посредством умножения P_i на 196:

[•)] Анализ, следующий ниже, взят из издания: Ахоррипсис, композиция Я. Ксенакиса для 21 инструмента. Изд. Боте и Бок, Берлин [(Западный)].

ТАБЛИЦА 2

i	Число ячеек $196 \times P_i$
0	107
1	65
2	19
3	4
4	1

196 ячеек могут быть объединены в одну или несколько отличных друг от групп ячеек. В данном случае группы будут отличаться друг от друга по ру и по времени появления, таким образом, что: группа тембров = группе дат = ячейкам. Так, семь различных тембров дают:

$$\frac{196}{7} = 28 \text{ единиц времени.}$$

Тем самым 196 ячеек оказываются распределенными в двухмерном пространстве ров:

(Таблица 3.)

Если предполагается, что длительность произведения-образца равна 7 минутам ктивный выбор), то единица времени U_t будет равна 15 секундам. Каждая U_t содержать в себе 6,5 тактов в темпе, равном 26 единицам метронома еля (26 M. M.).

Каким образом распределяются в двухмерном пространстве, представленном цей 3, высóты нулевых, одинарных, двойных, тройных, четверных событий?

Наиболее непосредственный ответ на этот вопрос заключается в том, что мы атриваем 28 столбцов как ячейки и распределяем последовательно нулевые, рные, двойные, тройные, четверные события таблицы 2 в этих новых 28 ах. Возьмем в качестве примера одинарное событие, которое, согласно таблице жно происходить 65 раз. Так и получится, если мы распределим события в ах со следующей средней плотностью:

$$\lambda = \frac{65}{28} = 2{,}32 \text{ одинарных событий на ячейку (столбец).}$$

Применяя вновь формулу Пуассона к характеристике средней плотности $\lambda = 2{,}32$ ≙30), мы получаем таблицу 4.

Можно было бы выбрать любое другое распределение при условии, что общее одинарных событий будет равно 65. Таблица 5 демонстрирует пример такого еделения.

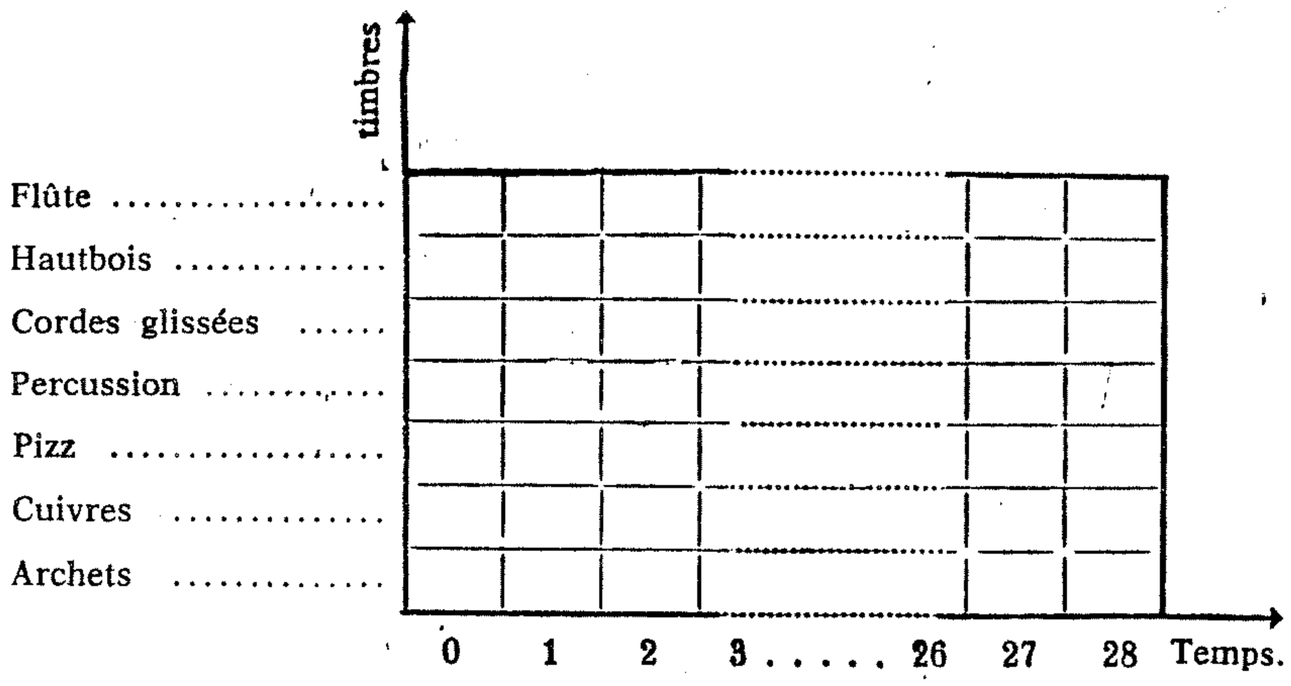
(Таблицы 4 – 5.)

Однако в данном аксиоматическом опыте. когда случай должен полностью ывать все звуковое пространство, нам следует отказаться от какого-либо иного еделения, отличного от закона Пуассона (таблица 4). Притом распределение ссона должно действовать не только в отношении столбцов, но и в отношении матрицы. То же касается диагоналей и т. д.

Поскольку для нас здесь достаточно лишь столбцов и строк, мы получаем енное распределение, которое следует закону Пуассона. Именно таким образом ены распределения в строках и столбцах матрицы (M).

Итак, *всего один* закон случайного распределения, закон Пуассона (разреженные ия) с помощью произвольной средней величины λ в состоянии определять, с стороны, матрицу-образец как целое, с другой же – частичные распределения, етствующие строкам и столбцам. Выбор a priori, произвольный, допускаемый

Таблица 3



(3)

Таблицы 4 – 5

TABLEAU DE DISTRIBUTION POISSON

Fréquence K	Nombre de colonnes	Produit col. x K
0	3	0
1	6	6
2	8	16
3	5	15
4	3	12
5	2	10
6	1	6
7	0	0
Totaux	28	65

(4)

TABLEAU DE DISTRIBUTION ARBITRAIRE

Fréquence K	Nombre de colonnes	Produit col. x K
0	10	0
1	3	3
2	0	0
3	9	27
4	0	0
5	1	5
6	5	30
7	0	0
Totaux	28	65

(5)

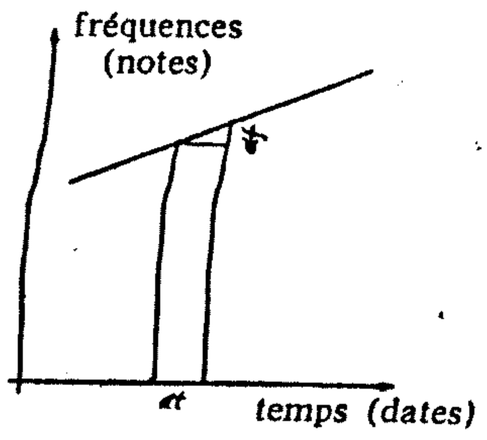


Рис. 1.

Перевод обозначений: fréquences (notes) – высоты (тоны), temps (dates) – время (моменты вступления).

первоначально, соотносится, таким образом, со следующими переменными величинами «вектора-матрицы»:

Переменные или входящие величины «вектора-матрицы»:

a) закон Пуассона;

b) средняя величина λ;

c) число ячеек, строк и столбцов.

Распределения, вносимые в эту матрицу, не всегда могут быть определены строго. Для каждой данной величины λ они зависят на практике от числа строк и столбцов. Чем больше число строк и столбцов, тем более строгими являются определения. Это – свойство закона больших чисел. Но этот индетерминизм допускает свободу воли, соответственно – художественного вдохновения. Он образует вторые ворота, открытые субъективным намерениям композитора. Первыми же является «состояние ввода» переменных величин «вектора-матрицы», охарактеризованное ранее.

Теперь нам необходимо более точно определить отдельное событие, частота появления которого регулируется соответственно типовой матрицей М. Мы возьмем в качестве одинарного события звуковое облако с линейной плотностью δ звуков в секунду.

Обычный оркестр может воспроизводить до 10 звуков в секунду. Мы выбираем в качестве δ 5 звуков на такт в 26 единиц метронома, следовательно, $\delta = 2{,}2$ звука в секунду ($\triangleq \frac{10}{4}$).

Теперь мы выстраиваем следующую таблицу соответствий:

Событие	Облако плотностью δ =		Среднее число звуков на ячейку (15 сек.)
	числу звуков в такте 26 ММ	числу звуков в секунду	
нулевое	0	0	0
одинарное	5	2,2	32,5
двойное	10	4,4	65
тройное	15	6,6	97,5
четверное	20	8,8	130

Штриховка матрицы М представляет пуассоновское распределение элементов, которое является гомогенным и проверенным в отношении столбцов и строк. Это значит, что строки взаимозаменяемы (= взаимозаменяемости тембров). То же относится и к столбцам. Это наблюдение приводит к выводу, что детерминизм матрицы выражен в данном отношении слабо и что на практике она служит прежде всего мысленным ориентиром, благодаря которому возможно обращение с относительной частотой появления событий любой природы. Ибо подлинная работа в отношении звуковой пластики заключается в том, чтобы распределить звуковые события в двухмерном пространстве данной матрицы. Предвидеть все столкновения звуков a priori перед вычислением деталей, устраняя ситуации, которые могли бы повредить целому. Это – работа, требующая исследовательского терпения и одновременно – применения всех творческих способностей. Данная матрица подобна шахматной игре для одного игрока, который должен следовать определенным правилам игры с целью выигрыша, в отношении которого лишь он сам является судьей. Эта игровая матрица не имеет единственной стратегии. Точно так же из нее нельзя вывести какие-либо уравновешиваемые цели. Она является очень общей и не может быть вычислена посредством строгого рассуждения.

До сих пор мы занимались размещением плотностей облаков внутри матрицы. Теперь нам необходимо с помощью вычислений предпринять шаги к координации звуковых элементов, образующихся по закону случая..

Проанализируем в качестве примера ячейку III – 'Z' матрицы. III строка – звуки с постоянным изменением (glissando струнных), 17-я единица времени (такты от 103-го до 111-го).

Плотность звуков = 4,5 звука на один такт в темпе, равном 26 M. M. ($\delta = 4{,}5$). Следовательно, в этой ячейке содержится 29 звуков (4,5 звука × 6,5 тактов).

Как разместить эти 29 глиссандирующих звуков?

Гипотезы вычисления

1-я гипотеза. – Акустическая характеристика глиссандирующего звука уподобляется скорости $v = \frac{df}{dt}$ единообразно непрерывного движения:

(Рис. 1.)

2-я гипотеза. – Средняя квадратическая величина α для всех возможных значений v пропорциональна звуковой плотности δ. В данном случае $\alpha = 3{,}88$ (температура).

3-я гипотеза. – Значения этих скоростей распределяются соответственно наиболее общей степени всеобъемлющей диссимметрии (случайным образом). Это распределение будет следовать закону Гаусса. Вероятность f(v) наличия скорости v задается функцией:

$$f(v) = \frac{2}{\alpha\sqrt{\pi}} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}}$$

а вероятность P (λ), с которой v находится между v_1 и v_2 – функцией:

$$p(\lambda) = \Theta(\lambda_2) - \Theta(\lambda_1), \text{ где}$$

$$\lambda i = \frac{v_i}{\alpha} \text{ и } \Theta(\lambda) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\lambda} e^{-\lambda^2} d\lambda \text{ (закон нормального распределения).}$$

4-я гипотеза. – Глиссандирующий звук задается следующими основными характеристиками:

a) моментом начала движения;

b) скоростью: $v_m = \frac{df}{dt} (v_1 < v_m < v_2)$;

c) регистром.

5-я гипотеза. – Мы уподобляем время прямой линии и каждый момент начала звука – точке на этой прямой. Все происходит так же, как если бы на прямой необходимо было распределить некоторое число точек с линейной плотностью $\delta = 5$ точек на один такт в темпе, равном 26 M. M. Это – задача на непрерывные вероятности. Упомянутые точки определяют сегменты, и вероятность, с которой сегмент i имеет длину x_i между x и x + dx, такова:

$$P_x = \delta \cdot e^{-\delta x} dx \qquad \text{(см. Приложение 1.)}$$

6-я гипотеза. – Момент начала звука соответствует этому звуку. Попытаемся определить его высоту. Струнные инструменты имеют диапазон, равный примерно 80 полутонам. Можно уподобить этот диапазон некоей протяженной прямой a = 80 полутонов.

Поскольку между двумя глиссандирующими звуками, производимыми последовательно или одновременно, образуется интервал, характеризующий начальные моменты глиссандирования, можно характеризовать не только исходные звуки glissando, но и мелодические интервалы, разделяющие два таких исходных звука.

Поставленная тем самым задача заключается в том, чтобы найти вероятность, с которой сегмент s, входящий в сегмент прямой, равной по длине a, имел бы длину, заключенную между j и j + dj ($O \le j \le a$).

Эта вероятность выражается формулой:

$$\Theta(j)\,dj = \frac{2}{a}\left(1 - \frac{j}{a}\right)\cdot dj \qquad \text{(см. Приложение 1.)}$$

7-я гипотеза. – Три важнейшие характеристики глиссандирующего звука, определяемые 4-й гипотезой, независимы друг от друга.

Исходя из этих гипотез, мы можем составить три таблицы вероятностей:

a) таблицу длительностей;

b) таблицу скоростей;

c) таблицу интервалов.

Таблица длительностей

$\delta = 4{,}5$ звука на такт в темпе 26 единиц метронома.

Единица $x = 0{,}10$ такта в темпе 26 единиц метронома.

$4{,}5 \cdot 6{,}5 = 29$ звуков на ячейку, соответственно 28 длительностей.

x	δx	$e^{-\delta x}$	$\delta e^{-\delta x}$	$\delta e^{-\delta x}\,dx$	$P_x \cdot 28$
0,00	0,00	1,000	4,500	0,362	10
0,10	0,45	0,638	2,870	0,231	7
0,20	0,90	0,407	1,830	0,148	4
0,30	1,35	0,259	1,165	0,094	3
0,40	1,80	0,165	0,743	0,060	2
0,50	2,25	0,105	0,473	0,038	1
0,60	2,70	0,067	0,302	0,024	1
0,70	3,15	0,043	0,194	0,016	0
Всего			12,415	0,973	28

Возможно применить аппроксимацию, рассматривая dx как постоянный множитель:

$\sum_{0}^{\infty} \delta \cdot e^{-\delta x}\,dx$, следовательно: $dx = \frac{1}{\sum_{0}^{\infty} \delta e^{-\delta x} dx}$. Здесь $dx = \frac{1}{12{,}415} = 0{,}805$.

Таблица скоростей

$\delta = 4{,}5$ глиссандирующих звуков на такт в темпе 26 единиц метронома.

$a = 3{,}88$ (средняя квадратическая скорость).

v – выражена в полутонах на такт в темпе 26 метрономических единиц.

v_m – средняя скорость $\frac{v_1 + v_2}{2}$

$4.5 \cdot 6{,}5 = 29$ глиссандирующих звуков на ячейку.

v	$\lambda = \frac{v}{a}$	$\Theta(\lambda)$	$P(\lambda) = \Theta(\lambda_2) - \Theta(\lambda_1)$	$P(\lambda) \cdot 29$	v_m
0	0,000	0,0000			
			0,2869	9	0,5
1	0,258	0,2869			
			0,2510	7	1,5
2	0,516	0,5379			
			0,1859	5	2,5
3	0,773	0,7238			
			0,1310	4	3,5

4	1,032	0,8548			
			0,0771	2	4,5
5	1,228	0,9319			
			0,0397	1	5,5
6	1,545	0,9716			
			0,0179	1	6,5
7	1,805	0,9895			
			0,0071	0	7,5

Таблица интервалов.

$\delta = 4{,}5$ звука на такт в темпе 26 единиц метронома.

$a = 80$ полутонов, т. е. 18-кратное произведение единицы, равной 4,5 полутонам.

j будет выражено в величинах, кратных 4,5 полутонам.

dj предполагается постоянной. Следовательно, $dj = \frac{1}{\sum\theta(j)}$, или $dj = \frac{a}{a+1}$, и функция является линейной.

При $j = 0$, $\theta(j) \cdot dj = \frac{2}{a+1} = 0{,}105$; при $j = 18$, $\theta(j) \cdot dj = 0$.

$4{,}5 \cdot 6{,}5 = 29$ глиссандирующих звуков на ячейку.

Мы можем выстроить таблицу вероятностей, проведя прямую линию.

(Таблица.)

Данные таблиц предоставляют в наше распоряжение элементы, из которых реализуется ячейка III – ‘Z’. Мы просим читателя возможно более тщательно рассмотреть результат применения этих расчетных данных на практике. Мы можем также здесь отметить, что степень свободы в выборе и упорядочении этих данных, предоставляемая приведенными формулами композитору, весьма значительна. В сущности, принимаемые ограничения скорее вводят его мысль в некое русло, нежели повелевают этой мыслью. Теория и расчет определяют тенденцию в формировании звучаний, но не содержат в себе каких бы то ни было требований рабского подчинения. Математические формулы тем самым оказываются прирученными музыкальной мыслью и служат ей.

Мы привели этот пример с глиссандирующими звучаниями, поскольку он до известной степени сосредоточивает в себе все проблемы стохастической музыки, контролируемой посредством вычислений.

Мы не будем здесь останавливаться на методах проверки связей и корреляций между различными используемыми величинами. Это было бы слишком длительной, сложной и утомительной процедурой. Нам представляется уместным в данном случае лишь указать, что построения основной матрицы были верифицированы с помощью двух формул:

$$r = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum(x - \bar{x})^2}};$$

$$z = \frac{1}{2}\lg\frac{1 + \bar{r}}{1 - r}.$$

Теперь представим себе музыку, сочиненную с помощью данной матрицы M. Наблюдатель, который воспринял бы характеристики частоты появления событий в данном музыкальном образце, пришел бы к выводу, что распределение этих событий подчиняется закону случая и следует положениям теории вероятностей.

Здесь возникает определенная проблема.

Сохранит ли эта музыка при достаточно большом числе новых прослушиваний эффект неожиданности? Не преобразуется ли она скорее в некую совокупность

ТАБЛИЦА ИНТЕРВАЛОВ

j	$\Phi(j) \cdot dj = P(j)$	$P(j) \cdot 29$
0	← 0.105 →	3
1		3
2		3
3		3
4		2
5		2
6		2
7		2
8		2
9		2
10		1
11		1
12		1
13		1
14		1
15		0
16		0
17		0
18		0

(c)

предвидимых явлений благодаря фактору запоминания, несмотря на то, что основу закономерностей, определяющих частоту появления событий, составляют законы случая?

Действительно, лишь при первом прослушивании предвидение характеристик данной композиции будет осуществляться случайным образом. Затем, во время последовательных повторных слушаний, предписанные волей композитора соотношения между событиями, располагаемыми «случайно», образуют сеть, которая приобретет определенный смысл в восприятии слушателя и наметит характерную «логику», новую связь, способную удовлетворять его интеллект, так же как и его эстетическое чувство. (При условии, конечно, что художник обладает достаточными способностями.)

Если, напротив, мы хотим, чтобы прообраз был все время непредсказуем, то следует *предположить, что при каждом повторении исходного образца некоторые* данные могли бы быть трансформированы так, чтобы их *отклонение от частотных* характеристик, предписываемых теоретически, не было значительным. Возможно, что программирование, предназначаемое для первого, второго, третьего, четвертого и т. д. исполнений, будет давать образцы, регулируемые по закону случая, которые, однако, не будут тождественны друг другу в абсолютном смысле слова и, в которых отклонения будут в равной мере распределяться случайным образом.

Для этой цели можно было бы использовать систему электронных компьютеров с памятью, которая позволяла бы варьировать входные данные матрицы и звуковые блока на тех или иных условиях. Она порождала бы тем самым музыку, формируемую во времени, которая при n исполнений давала бы одному и тому же наблюдателю n результатов, появляющихся согласно закону случая, т. е. следующих на протяжении длительного времени вероятностным законам, но *статистически* тождественных друг другу, поскольку тождество это раз навсегда определяется с помощью «вектора-матрицы».

Звуковая схема (Schème-Sonore), характеризуемая этой формой «вектора-матрицы», способна, следовательно, составить основу для самодостаточной регуляции сложенных звуковых явлений, входящих в музыкальную композицию-образец; она выражает композиционную цель и способ действия, которые являются фундаментально стохастическими, одновременно представляя собой систему высшего порядка.

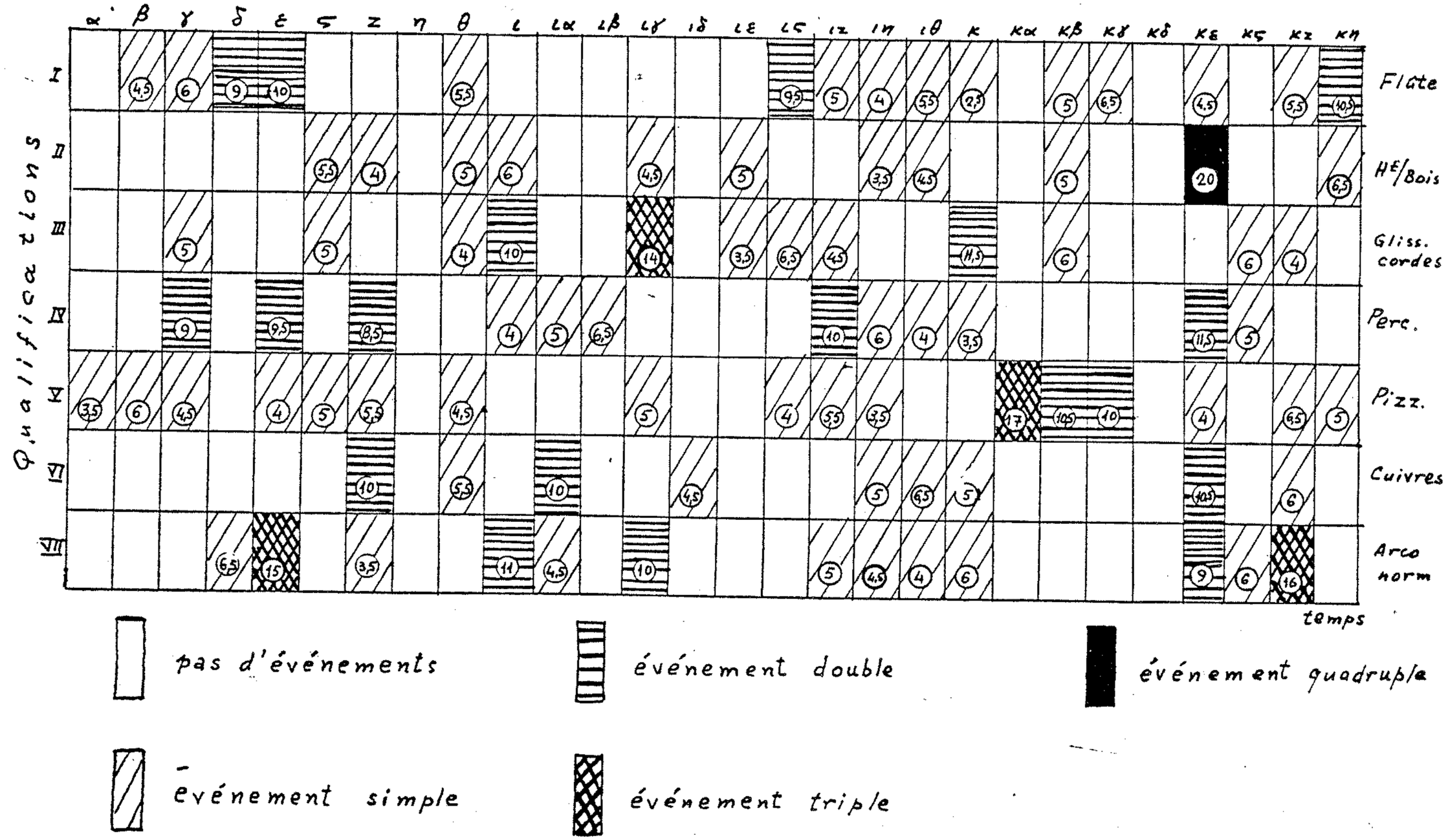
Яннис Ксенакис
1956 – 1957 гг.

(Иллюстрации 8 – 9.)

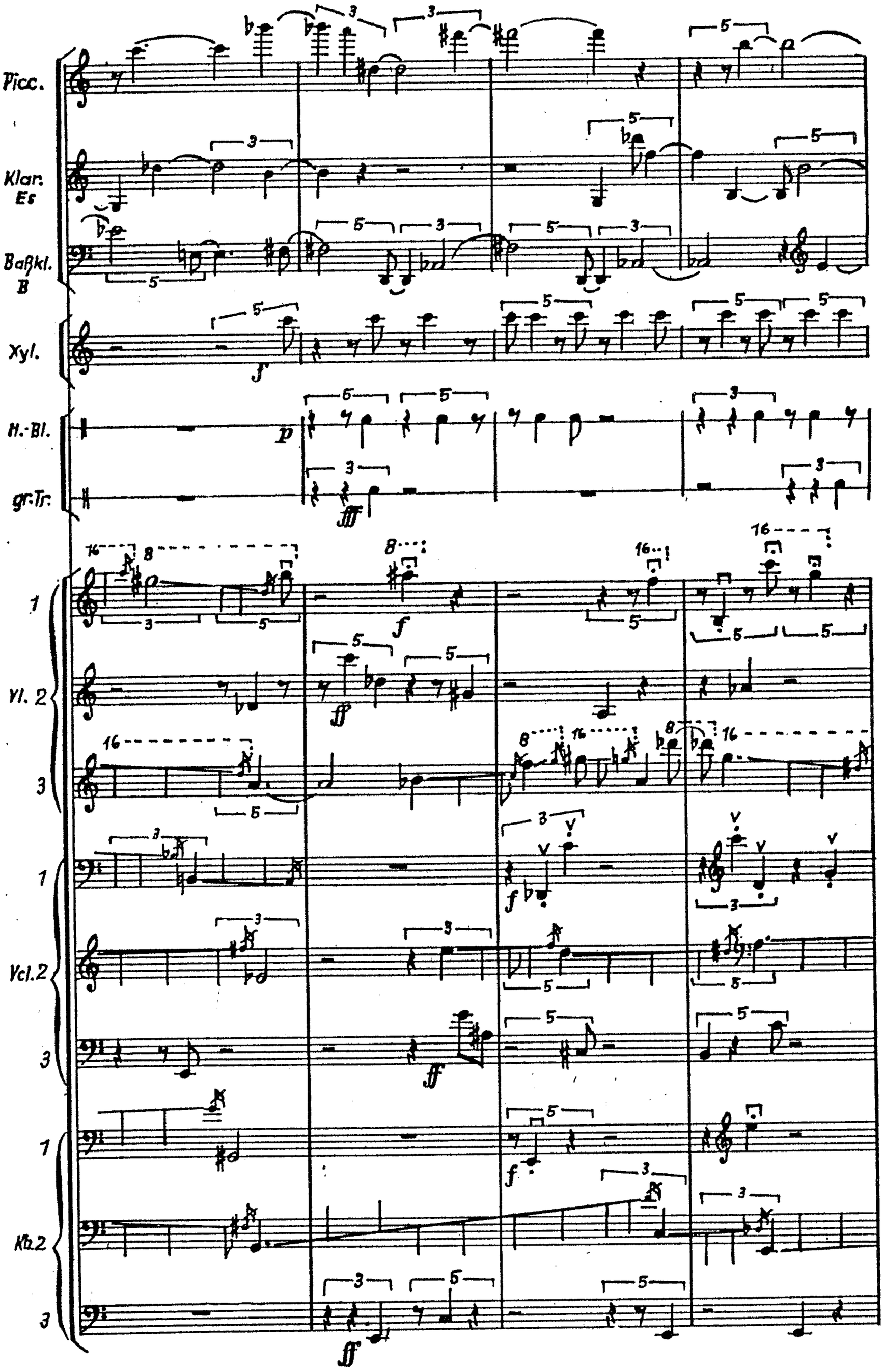
Если первые шаги в области стохастической композиции можно кратко обобщить в форме пути: ви́дение → правила → сочинение, то вопрос о минимуме условностей привел к обратному направлению следования: правила → ви́дение. Реально стохастика допускает наличие философской точки зрения, в чем убеждает и пример «автоматического письма».

Случай-импровизация

Прежде чем обобщить более широко суть музыкальной композиции, необходимо сказать несколько слов о принципе импровизации, вызывающем гнев у неостохастистов и дающем им, по их мнению, основания говорить о случайности, в риторике, вводимой ими тем самым в музыку. Они начинают с того, что пишут партитуры, в которых те или иные сочетания звуков свободно выбираются исполнителями. Очевидно, что эти композиторы трактуют несколько возможных путей движения музыки как равнозначные. Однако при этом обнаруживаются два логических изъяна, которые лишают их оснований говорить о случайности, с одной



Илл. 8. Вектор-матрица M.

Перевод обозначений: qualifications – характеристики; pas d'événements – отсутствие событий; événement simple – одинарное событие; événement double – двойное событие; événement triple – тройное событие; événement quadruple – четверное событие.

Илл. 9. «Ахоррипсис», тт. 103 – 110.

110

Picc.
Ob.
Klar. Es
Baßkl. B
Trpt. 1
Xyl.
H.-Bl.
gr.Tr.
1
Vl. 2
3
1
Vcl. 2
3
1
Kb. 2
3

(pizz.)

стороны, и о «композиции» – с другой (естественно, что здесь имеется в виду композиция в широком смысле слова):

a) Исполнитель – существо весьма жестко связанное условностями; таким образом, не может быть принято исходное положение о необусловленном выборе, об исполнителе-рулетке. Авантюрные удвоения ставок в Монте-Карло и длинный ряд самоубийств должны были бы убедить в данном отношении кого угодно раз навсегда; мы еще вернемся к этому вопросу.

b) Композитор совершает акт самоустранения, когда он допускает несколько равно приемлемых и равнозначных путей. Во имя схемы он отбрасывает задачу выбора, и тогда им самим в ранг композитора производится исполнитель. Происходит, таким образом, подмена одного автора другим.

Крайний случай такого отношения возникает, когда используются какие-нибудь графические знаки на бумаге, которые исполнитель читает, импровизируя всю пьесу. Два изъяна, указанных выше, разрастаются при этом до чудовищных размеров. Хотелось бы задать такой вопрос: предположим, что эти линии будут читаться неким исполнителем, который является глубочайшим знатоком музыки Шопена. Не окажется ли результат модулированным посредством стиля и техники письма Шопена в духе недавнего времени, когда играли свободные каденции концертов? Ясно, что с точки зрения композитора этот случай не представляет никакого интереса.

Более того, из данного примера напрашиваются еще два вывода: первый, что серийная музыка весьма заметно *банализируется*, когда допускает возможность превращения в импровизацию, подобную музыке Шопена (это вполне подтверждают и общие впечатления от такого рода сочинений)[28]; второй вывод заключается в том, что композитор полностью устраняется от своей роли, ему нечего сказать, его роль может быть передана живописцам или клинообразным письменам.

Случай вычисляется

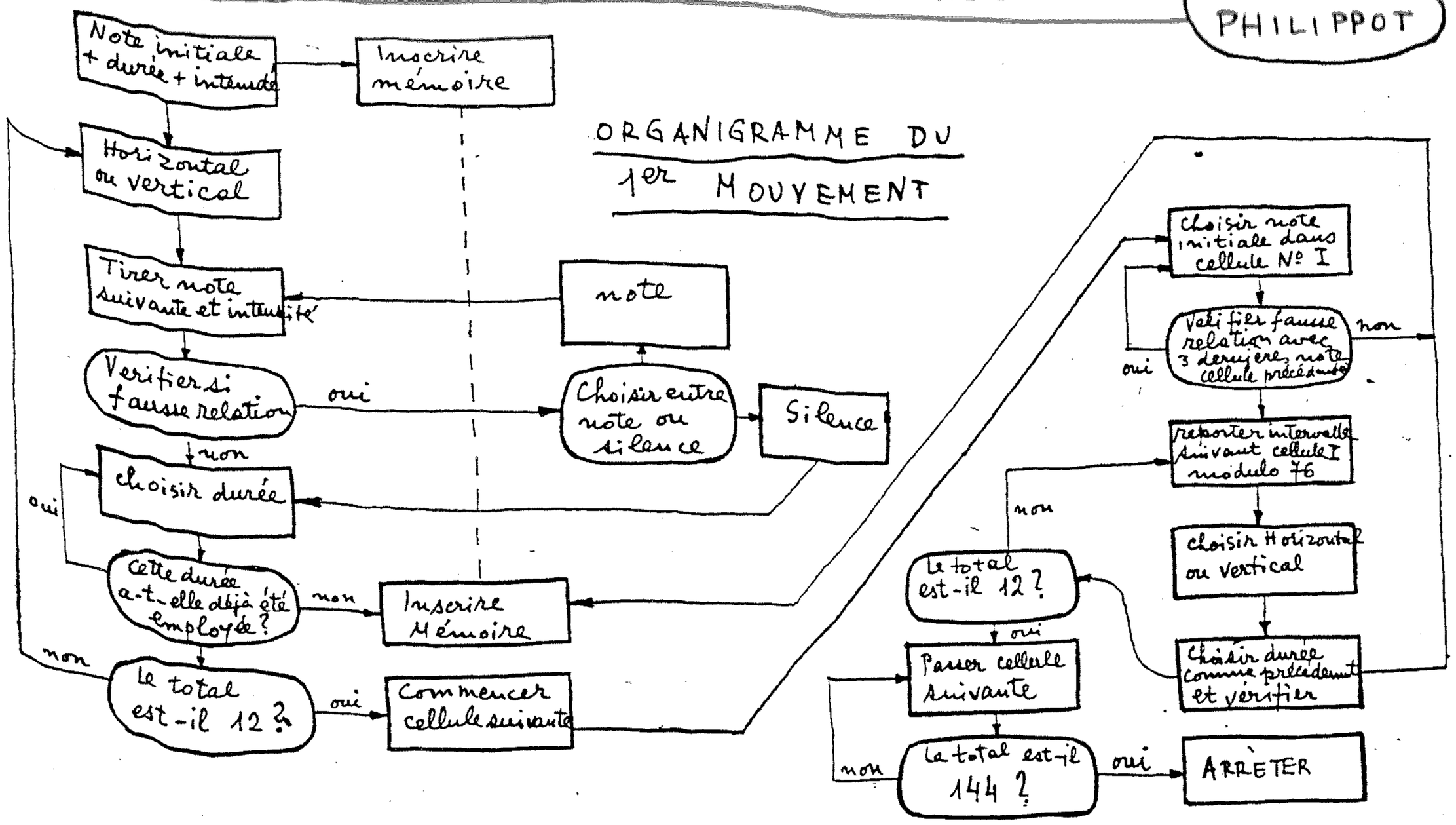
Чтобы уже кончить с тезисом о музыканте-рулетке, я добавлю еще одно замечание. Случай – это редкое явление, своего рода капкан, его можно в известных пределах выстроить, затратив немало труда, применяя сложные умозаключения, обобщаемые математическими формулами; его можно в какой-то мере сконструировать, но его нельзя сымпровизировать или сымитировать в уме. Я отсылаю читателя к доказательству невозможности имитировать случай, приведенному выдающимся математиком Эмилем Борелем[29], специалистом по вычислению вероятностей. Разве что можно представить себе пример, когда звуки производятся… на основании бросков игральных костей; очевидно, однако, что такой «род деятельности» является уже слишком упрощенным. По мере же того, как мы уходим из этой наиболее элементарной области случая, недостойной музыканта[30], вероятностные вычисления, иначе говоря, стохастика, гарантируют вначале, в области точных определений, защиту от совершения ошибок, и в дальнейшем обеспечивают мощными средствами обоснования и обогащения эволюционных процессов звучания.

ОХАСТИЧЕСКАЯ ЖИВОПИСЬ?

В данном ряду идей находятся произведенные в последние годы Мишелем Филиппо[31] эксперименты по введению вычисления вероятностей в живопись, положившие тем самым начало новым поисковым направлениям в этой художественной сфере. Что касается музыки, то здесь им недавно предпринята попытка проанализировать действия композитора в форме «органиграммы» для целей «воображаемой машины». Это – фундаментальный анализ добровольного выбора, приводящего, благодаря цепочке событий, алеаторических или

COMPOSITION POUR DOUBLE ORCHESTRE de MICHEL PHILIPPOT

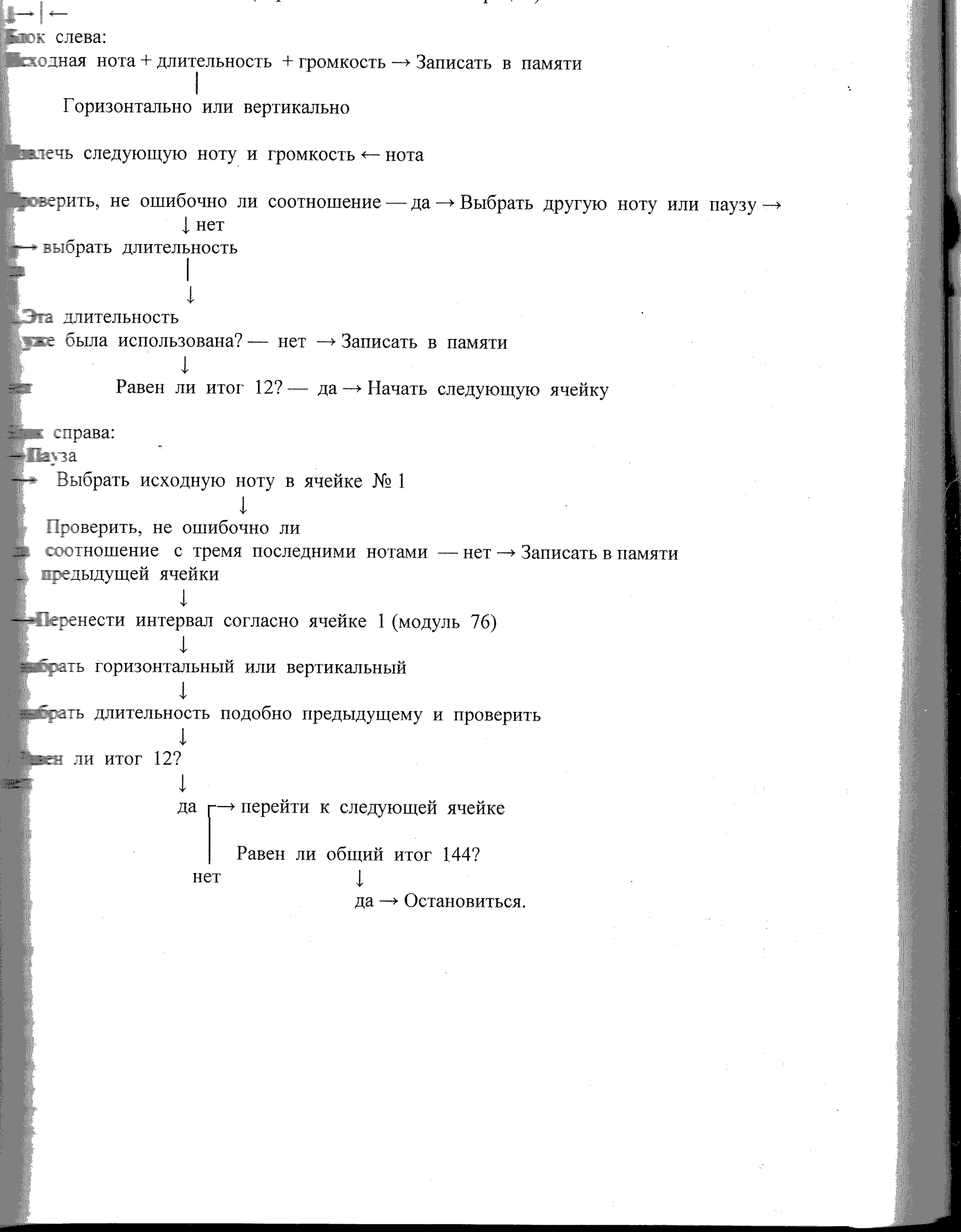
ORGANIGRAMME DU 1er MOUVEMENT



Мишель Филиппо. Композиция для двойного оркестра

Органиграмма 1-й части

(перевод обозначений операций)



детерминистских, к формированию сочинения, названного «Композицией для двойного оркестра» («Composition pour double orchestre», 1960). Термин «воображаемая машина» (machine imaginaire) означает, что, по примеру электронно-вычислительных машин, композитор может в весьма четкой форме характеризовать явления (êtres) и способы работы.

Ниже приводится комментарий Мишеля Филиппо к его «Композиции для двойного оркестра»:

Если в связи с этим произведением для меня стало возможным обратиться к применению термина «экспериментальная музыка», то следует уточнить, в каком именно смысле, в данном частном случае, я стремился его применять. Речь идет вовсе не о «конкретной» [32] *или электронной музыке, но о самой обыкновенной партитуре, написанной на обычной бумаге с нотными линейками и не требующей использования каких-либо иных источников звука, кроме самых традиционных инструментов оркестра. Эксперимент здесь тем не менее присутствует, данная же композиция по отношению к нему является, в некотором роде, «субпродуктом»*[•].

Искомая цель состояла лишь в том, чтобы осуществить в связи с детальной работой над сочинением, которое я стремился создавать независимо от каких-либо экспериментальных изысков, изучение процесса, которому следовал мой собственный мозговой механизм в ходе деятельности по актуализации звуковых элементов.

Опыт, к которому я прибегнул, заключался, таким образом, в следующем:

1 – производить возможно более полный учет множества действий, идей, пристрастий, решений, выборов и т. д., свойственных мне во время сочинения музыки;

2 – приводить это множество к последовательности простых решений, по возможности бинарных, т. е. допускающих или отвергающих такую-то высоту звука, такую-то длительность, такую-то паузу и т. д. в ситуации, определяемой, с одной стороны, конкретным контекстом, с другой же – условностями, которым я подчинялся, и моим личным вкусом;

3 – выстраивать на основе этой последовательности простых решений программу, по возможности упорядоченную согласно двум следующим (иногда – противоречащим друг другу) соображениям: во-первых, соответственно той форме, которой эти решения появлялись у меня в голове в процессе работы, и, во-вторых, соответственно форме, в которой они должны будут появляться, чтобы можно было наилучшим образом их использовать, исходя из их возможностей;

4 – представлять эту программу в форме органиграммы, заключающей в себе логическую связь этих решений друг с другом, с тем, чтобы процесс функционирования этой органиграммы мог легко поддаваться контролю;

5 – приводить в движение механизм уподобления, следуя правилу игры органиграммы, и нотировать результат;

6 – сопоставлять этот результат с моими ***музыкальными*** *намерениями;*

7 – рассматривать расхождения между результатом и намерениями, выявлять причины, корректировать правила действий;

8 – вносить эти поправки в последования фаз эксперимента, т.е. вновь начинать с этапа 1 вплоть до получения удовлетворительного результата.

Если бы мы при этом ограничились данными наиболее общими соображениями, то речь шла бы тем самым всего лишь о том, чтобы производить анализ некоего сложного целого, трактуемого как скопление простых элементов в некотором определенном порядке, и затем реконструировать эту сложность, производя одновременно проверку исходных свойств элементов и правил их соединения.

[•] Известно, впрочем, что многие отрасли промышленности существуют лишь на основе практического использования своих «субпродуктов». – Примечание М. Филиппо.

Простое рассмотрение органиграммы первой части дает достаточно ясное представление об используемом методе благодаря обзору, который этот метод допускает с первого взгляда. Однако ограничиваться лишь рассмотрением первой части значило бы пренебрегать важнейшим смыслом данной музыкальной композиции.

Действительно, характер «прелюдии», вытекающий из данных скоплений звуков (элементарных составляющих оркестра), должен фактически заставить нас предполагать, что композиция в своей заключительной фазе – это также собрание (assemblage) из групп звуков, мотивов или тем, равно как и их преобразований. Следовательно, задача, раскрываемая органиграммами последующих частей, должна сделать очевидной некую расстановку (актуализацию) высшего порядка, в которой данные первой части были бы использованы как род «заранее заготовленного» материала. Тем самым возник бы феномен, – впрочем, довольно обычный – самозарождения сложного целого посредством сопоставления и сочетания большого числа элементов и простых операций над ними.

В итоге этого эксперимента я, во всяком случае, приобрел некоторые познания, касающиеся моих собственных музыкальных вкусов; однако очевидным для меня при этом являлся интерес, который данный опыт (помимо обнаружения возможных ошибок или пр́опусков материала!) представляет для анализа условий, характеризующих работу композитора, его мыслительные процессы и определенную свободу от фактора воображения.

Наибольшая из трудностей, с которыми мне пришлось столкнуться, заключалась в добровольном и сознательном раздвоении собственной личности. С одной стороны – личности композитора, имевшего ясный замысел и уже отчетливо слышавшего то произведение, которое он хотел в результате получить. С другой стороны – личности экспериментатора, который должен был сохранять ясный взгляд на эксперимент и для которого соблюдение этого требования быстро становилось мучительным в данных условиях, когда он оказывался лицом к лицу со своими собственными действиями и своими собственными решениями. Не следует пренебрегать тем фактом, что рассмотрение такого рода экспериментов должно производиться с величайшей осторожностью, поскольку каждому известно, что не существует наблюдения каких-либо явлений, которое не воздействовало бы на сами эти явления, и есть серьезные основания опасаться, что итоговый эффект искажательства будет особенно сильным, когда речь идет об области, столь мало изученной с данной точки зрения, со столь деликатной сферой деятельности.

Помимо этого, можно также высказать опасение, что наблюдение, сделанное относительно данного частного случая, может само дать повод к последующим ошибочным истолкованиям. Если я сознательно подверг себя такого рода риску, то это не означает, что я недооцениваю его масштаб. Самое большее, на что здесь может претендовать мое честолюбие, – это попытка бросить на непознанное чудо эстетического творчества скромный луч света из потайного фонаря[•]*.*

М. Ф.
1960 г.

[•] Потайной фонарь приобрел известность в качестве устройства, особенно часто используемого грабителями. Как я могу констатировать в результате нескольких опытов, мои исследовательские занятия привели к тому, что в глазах большинства я приобрел репутацию опасного грабителя произведения. – Примечание М. Филиппо.

ПРИМЕЧАНИЯ

1.Сублимация – термин из психологии (введен в 1900 г. З. Фрейдом), характеризующий процесс преобразования и переключения энергии аффективных влечений на цели социальной деятельности и культурного творчества.

2.Приведем краткую характеристику этого процесса в одной из фундаментальных монографий по кибернетике: «*Большие*, или *сложные* системы. [...] Это системы стохастические, вероятностные. [...] Естествознание впервые «столкнулось» с большими системами в молекулярно-кинетической теории газов и статистической термодинамике. Затем стохастический подход утвердился в атомной физике, молекулярной биологии и т. д. [...] Этот переворот в методологии науки завершился приблизительно в середине XX в.; последним его актом было возникновение кибернетики, неотъемлемой частью которой является стохастическая концепция информации и управления». (Управление, информация, интеллект. М.: Наука, 1976. С. 166 – 167.)

3. Закон больших чисел – одно из основных положений теории вероятностей, согласно которому, совокупность действий большого числа случайных факторов приводит к результатам, почти не зависящим от данного случая. Теоремы закона больших чисел устанавливают связь между вероятностью случайного события и частотой его появления при большом числе испытаний.

4.Ксенакис имеет в виду процессы становления и развития математической логики, протекавшие особенно интенсивно в первые десятилетия XX в.

5.Пиаже, Жан (1896 – 1980) – швейцарский психолог. Точную ссылку на указываемую Ксенакисом книгу Ж. Пиаже см. в библиографическом списке.

6. Буквально: электромагнитной (électromagnetique). В настоящем переводе использованы различные (подходящие по смыслу) варианты современного названия данной области музыкальных опусов («электронно-акустическая», «электроакустическая», и т. п.).

7. Об этом журнале см. примеч. 3 к Предисловию.

8. Этот абзац отражает личные впечатления Ксенакиса, связанные с событиями второй мировой войны. В то время он принимал активное участие в манифестациях антифашистского Сопротивления.

9.Счетчик Гейгера – прибор для регистрации микрочастиц (в том числе – составляющих основу радиоактивного излучения). Изобретен Х. Гейгером и Э. Резерфордом в 1908 и усовершенствован Х. Гейгером и В. Мюллером в 1928 г.

10. Названия композиций Ксенакиса («Метастазис» – «после покоя»; «Питопракта» – «предвидимые результаты»; «Ахоррипсис» – «брошенное эхо»; «Герма» – «связь», и др.) – обычно не переводятся на другие языки.

11. Линейная плотность – среднее число событий на единицу измерения (в данном случае – единицу времени, проецируемого на пространство).

Данный раздел главы образует своего рода «скачок» в общем ходе изложения, переключая внимание читателя на другие измерения музыкального пространства (связанные, в частности, с производными показателями логической организации музыки).

12. Пирсон, Чарльз (1857 – 1936) – английский математик, биолог, философ-позитивист. Внес значительный вклад в развитие математической статистики. χ^2 («хи-квадрат») – статистический критерий, основанный на одной из типовых форм распределения случайных величин; графические выражения этих форм были впервые предложены Ч. Пирсоном в конце XIX в. и впоследствии названы его именем («кривые Пирсона»).

13. Пуассон, Симеон Дени (1781 – 1840) – французский математик и физик, автор работ по математическому анализу, теории вероятностей, математической физике, механике.

14. Непер, Джон (1550 – 1617) – шотландский математик; автор первой опубликованной таблицы логарифмов. Число e = 2,71828... , являющееся основой натуральных логарифмов, было названо в его честь «неперовым числом».

15. Максвелл, Джеймс Клерк (1831 – 1879) – английский физик, один из основоположников статистической физики. Больцман, Людвиг (1844 – 1906) – австрийский физик, один из основателей статистической физики и физической кинетики. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа (сокращенно – кинетическая теория газа) составляет одно из приложений этих научных дисциплин.

16. Имеется в виду среднее квадратическое отклонение от средней арифметической величины (математического ожидания).

17. Гаусс, Карл Фридрих (1777 – 1855) – немецкий математик, физик и астроном. Работы К. Гаусса оказали большое влияние на развитие алгебры, теории чисел, дифференциальной геометрии, математической теории электричества и магнетизма, теоретической астрономии. С именем Гаусса связан ряд понятий, утверждений и методов в математике и физике; так, распределение случайных величин, имевшее название *нормального* (его формула приводится Ксенакисом в тексте книги), часто называется также распределением Гаусса.

18. Термин «символ» здесь и в других местах книги используется в более общем значении, отличном значению термина «знак».

19. В оригинале использован термин «сольфеджио» (solfège).

20. Это слово в тексте книги написано по-английски (соответствующий французский термин - ordinateurs).

21. До 1970-х гг. в Европе отсутствовали звуковоспроизводящие устройства на компьютерах.

22. Аффинное пространство – допускающее взаимно-однозначные отображения на себя, при которых прямые линии переходят в прямые (примеры аффинных преобразований: зеркальные отображения, растяжения, сжатия).

23. Марков, Андрей Андреевич (1856 – 1922) – русский математик, автор работ по теории вероятностей, теории чисел и математическому анализу.

24. Клинамены (лат. clinamen, греч. ἔκκλισις) – в натурфилософии Эпикура – внутренне обусловленные отклонения атомов от прямолинейного движения; согласно Эпикуру, служат причиной столкновения атомов.

25. Ибо то же самое есть мысль и также бытие.

Ибо то же самое есть бытие и также небытие (греч.).

Вариант перевода по изданию книги на английском языке:

Ибо мыслить – то же самое, что и быть.

Ибо быть – то же самое, что и не быть.

Первая строка эпиграфа взята Ксенакисом из поэмы древнегреческого философа Парменида (конец VI – первая половина V в. до н. э.) «О природе», вторая (ее парафраз в духе других философских идей Парменида) принадлежит самому Ксенакису.

26. Ташизм (от франц. tache пятно) – одно из направлений в нефигуративной (абстрактной) живописи; основу композиции ташистских картин составляют случайные сочетания пятен.

27. Заранее (лат.)

28. Данный раздел главы полемически направлен против алеаторической техники композиции, которую Ксенакис считает уязвимой в ее принципиальных установках. В примере с гипотетическим «атоком музыки Шопена» им имеются в виду лишь логико-технологические аспекты характерных образно-тематических элементов в произведениях Шопена, без учета их семантического (заметим – *вероятностного*) смысла.

29. Борель, Эмиль (1871 – 1956) – французский математик, автор трудов по математическому анализу, теории математических функций, математической физике и теории вероятностей.

30. Эта попытка отмежевания от более простых форм стохастического метода композиции представляет собой явное полемическое преувеличение. В действительности развитие этого метода в XX в. началось именно с опытов сочинения музыки с помощью игральных костей, имеющего, в свою очередь, давнюю музыкально-историческую традицию (см. об этом, например: Пирс Дж. Символы, сигналы, шумы. М., 1967. С. 297 – 298; Зарипов Р. Х. Кибернетика и музыка. М., 1971. С. 36 – 38).

31. Филиппо, Мишель (1925 – 1996) – французский композитор и музыковед; работал в различных жанрах инструментальной и электроакустической музыки. Автор исследований по эстетике, эвристике, проблемам эволюции музыки.

32. Конкретная музыка – название электроакустической музыки, предложенное одним из ее создателей, французским инженером-акустиком Пьером Шеффером (1912 – 1995).

Глава II
МАРКОВСКАЯ СТОХАСТИЧЕСКАЯ МУЗЫКА•)

Теперь мы можем кратко обобщить изучение музыкальной композиции с помощью стохастики.

Первое положение заключается в том, что стохастика представляет ценность не только в инструментальной музыке, но также в музыке, создаваемой с помощью электромагнитной ленты. Нами это было показано на примере ряда сочинений, созданных в поддержку данного тезиса:

Диаморфозы, 1957-58 (BAM – Boîte à Musique, Paris);

Concret PH (в павильоне фирмы «Филипс» на Всемирной выставке в Брюсселе, 1958);

Orient – Occident, музыка к одноименному фильму Энрико Фулкиньони, осуществленному по проекту ЮНЕСКО, 1960.

Второе положение заключается в том, что стохастика может приводить к созданию нового звукового материала и новых форм.

Для этого необходимо сначала принять гипотезу, относящуюся к природе звука, притом любого звука.

Теоретическая часть

Основная гипотеза (лемма) и определения [19]•).

Всякий звук можно рассматривать как объединение простейших звуковых зерен, элементарных звуковых частиц, звуковых квантов. Каждое из этих элементарных зерен имеет тройственную природу: длительности, высоты[2)] и громкости. Всякий звук, так же как и всякое изменение звучания, может быть представлен в виде сочетания большего или меньшего числа этих звуковых зерен, распределенных соответствующим образом. Или иначе: любой звуковой комплекс можно рассматривать как ряд чистых (синусоидальных) звуков, включая случаи, когда вариации таких звуков образуют по отношению к нему лишь ту или иную степень приближения. В атаке, корпусе и затухании сложного звука мириады простых звуков появляются и исчезают в течение короткого промежутка времени Δt. Для создания лишь одного сложного звука требуются подлинные гекатомбы чистых звуков. Можно представить себе сложный звук как фейерверк, в котором каждая светящаяся точка появляется и исчезает мгновенно на черном небе. Число и организация этих точек в их стремительной и захватывающей воображение последовательности могут принимать для глаза форму медленно разворачивающихся завитков, либо, напротив, коротких вспышек, сразу озаряющих все небо. В этих

•) Данная глава была почти в полном виде опубликована в журнале Gravesaner Blätter (№№ 18 – 22, 1964. Ars Viva Verlag, Майнц) и воспроизводится здесь с согласия проф. Германа Шерхена.

1) Трактовка элементарной структуры звуковых сигналов, данная в настоящей главе, составляет исходный пункт к их музыкальному применению и является, соответственно этому, скорее образным представлением, чем научно обоснованным фактом. Она, однако, может рассматриваться как первое приближение к идеям, введенным в теорию информации системой GABOR (см.: W. Meyer-Eppler[1)]. Grundlagen und Anwendungen der Informationstheorie. Berlin – Göttingen – Heidelberg, 1959. S. 21). В матрице, известной под названием GABOR, звуковое событие разложено на элементарные акустические сигналы очень краткой реальной длительности, амплитуда которых также может быть поделена на кванты в смысле теории информации. Эти элементарные сигналы, в свою очередь, образуют синусоидальные функции, в которых огибающей кривой является кривая Гаусса («колоколообразная»). Можно, однако, представить себе приближенное их выражение в системе GABOR посредством синусоидальных тонов краткой длительности с огибающей кривой, близкой к прямоугольной.

случаях каждая светящаяся линия образуется соответствующим множеством мгновенно появляющихся и исчезающих точек.

Полагая длительность $_{\Delta}t$ звукового зерна величиной постоянной и достаточно малой, мы можем пренебречь ею в последующих рассуждениях и ограничиться рассмотрением характеристик высоты и громкости звука.

Эти две составляющие физической природы звука образуют два самостоятельных множества F и G. Они составляют производное множество $F \times G$, наименьшим элементом которого является простейшее звуковое зерно. В сущности, множество F можно рассматривать как однозначно (гомоморфно) отображающееся в множество G. Отображение множества F в множество G может быть выражено либо с помощью так наз. экстенсивного представления, либо в матричной форме, либо в канонической форме.

Примеры представления отображения множества F в множество G.

Экстенсивное представление (звено к звену):
Высóты $\mid f_1\ f_2\ f_3\ f_4 \ldots$
Громкости $\downarrow g_1\ g_2\ g_3\ g_4 \ldots$

Матричное представление (в форме таблицы):

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
g_1	–	0	+	0	0	0	+
g_2	0	+	0	0	0	+	0
g_3	0	0	0	+	+	0	0

Каноническое представление (в форме функции):

$\sqrt{f} = K*g$; (f – высота, g – громкость, K – коэффициент.)

Практическое применение этих форм может быть также недетерминированным (стохастическим). В этом случае наиболее удобной формой записи является матричная, так как она дает развернутую картину вероятностей появления всех представляемых таблицей отображений:

f_1	f_2	f_3	f_4
0,5	0	0,2	0
0	0,3	0,3	1
0,5	0,7	0,5	0

т. е для каждой из величин f существует одна или несколько величин громкости g, определяемых через некоторую вероятность. Например, высоте f_2 соответствуют две громкости g_2 и g_3, обладающие возможностью появления в 30% и 70% соответственно.

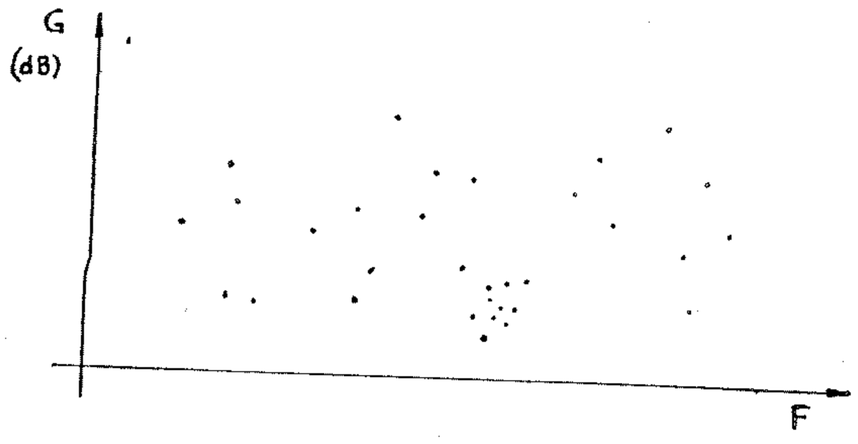
С другой стороны, каждое из множеств F и G характеризуется той или иной определенной внутренней структурой, т. е. логическими операциями и законами композиции.

Время t рассматривается как вполне упорядоченное множество, отображаемое на F или на G, в лексикографической форме.

Примеры:

a) $f_1\ \ f_2\ \ f_3\ \ldots$
$t = 1,2,3\ldots$

b) $f_{0,5}$; f_3 ; $f_{\sqrt{11}}$; f_x ;
$t = 0,5;\ 3;\ \sqrt{11}$; x;



← Grain élémentaire conçu comme une association instantanée d'une intensité g et d'une fréquence f.

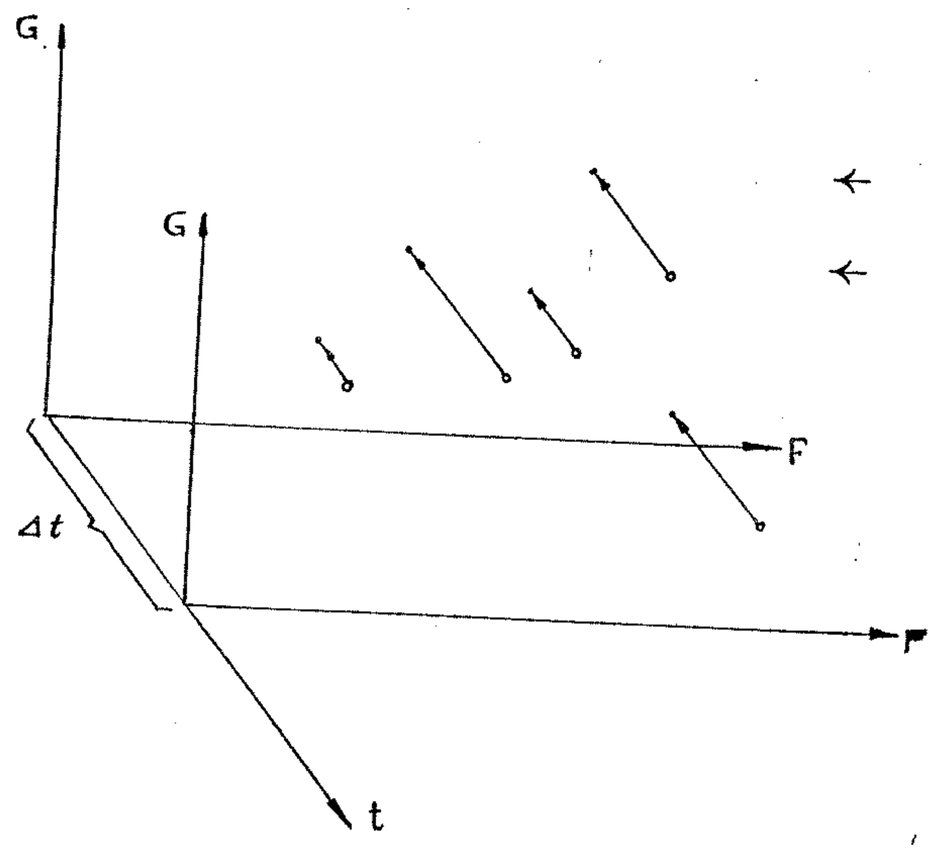
Fréquences en unités logarithmiques (p.e. demi-tons).

Рис. 1.

Перевод пояснений:

← Элементарное зерно, задуманное как моментальное соединение громкости g и высоты f.

Высота звуков дана в логарифмических единицах (преимущественно – полутонах).



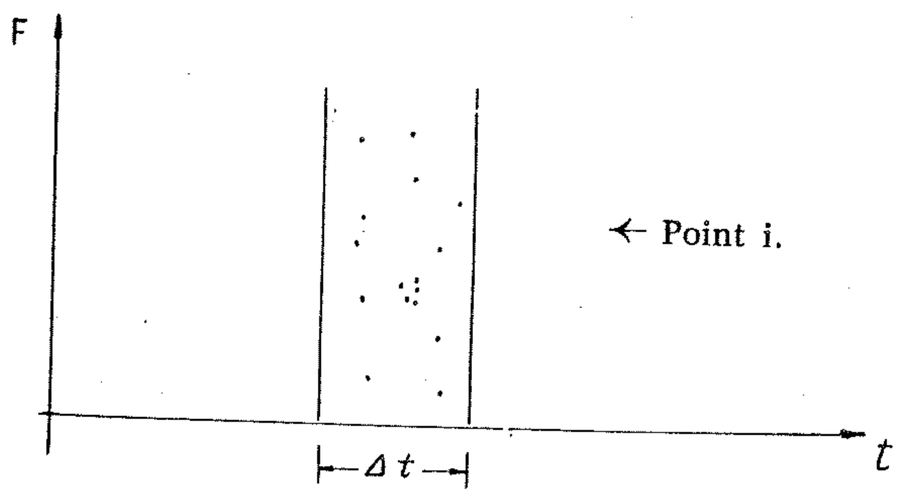
← Projection sur le plan FG.

← Grain de son.

Рис. 2.

Перевод обозначений:

Проекция на плоскость FG; звуковое зерно.



← Point i.

Chaque point i doit être affecté d'une intensité g_i.

Рис. 3.

Перевод обозначений:

← Точка i; каждая точка должна быть снабжена громкостью g.

c) f_1 f_1 f_2 f_1 f_2 f_2 f_n. . .
A B C D E . . . . . .
$_{\Delta}t$ $_{\Delta}t$ $_{\Delta}t$ $_{\Delta}t$ $_{\Delta}t$ . . . . . .
$_{\Delta}t = {}_{\Delta}t$.

Пример с является наиболее общим, поскольку непрерывные изменения в нем разделяются на отрезки единообразной толщины $_{\Delta}t$, которые преобразуют эти изменения в прерывистые, в результате чего их легче выделять и рассматривать детально, как бы под увеличительным стеклом.

Графические представления

Мы можем соотнести систему высот чистых звуков с системой точек, распределенных на полуоси абсцисс, а систему величин громкости – с аналогичной системой точек, распределенных соответственно на полуоси ординат. Масштабы координат – логарифмические: в децибелах для громкости, в октавах или полутонах для высоты.

(Рис. 1.)

Данное точечное облако представляет собой цилиндрическую проекцию на плоскость (FG) зерен, содержащихся в весьма кратком отрезке времени $_{\Delta}t$.

(Рис. 2 – 3.)

Эти два опыта графического представления звуков придают более очевидную форму тем абстрактным возможностям, которые были рассмотрены в предыдущем разделе главы.

ПСИХОФИЗИОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ

Перед нами – эволюционирующее облако из точек. Это облако представляет собой произведение двух множеств F и G в отрезке времени $_{\Delta}t$. Какими могут быть ограничительные пределы, определяемые психофизиологией человека?

Каковы наиболее общие способы действия, с помощью которых можно влиять на эти облака и на их преобразования в данных психофизиологических пределах?

Основная абстрактная гипотеза, состоящая в гранулярном принципе построения любых возможных звуков, придает этим двум вопросам очень глубокий смысл. Действительно, в пределах возможностей человека и благодаря любого рода операциям над этими облаками звуков мы можем надеяться производить не только звуки классических инструментов, упругих физических тел и вообще такие, которые предпочтительно используются в «конкретной» музыке[3], но также звуковые колебания, неслыханные и невообразимые до настоящего времени. Структуры и конструкторы этих преобразований, устанавливаемые на такого рода основе, не имели бы ничего общего с тем, что известно до сего дня.

Мы можем также выдвинуть здесь предположение более общего характера. Предположим, что каждая из точек в этих облаках представляет собой не просто высоту в чистом виде и сопутствующую ей громкость, но сама по себе является структурой из элементарных зерен, упорядоченных a priori. Мы полагаем, что таким образом могут быть созданы звучности второго порядка, также третьего порядка и т. д.

Появившиеся недавно научные работы, посвященные исследованию слуха, дали удовлетворительные ответы на некоторые из вопросов музыкального восприятия.

Ряд фундаментальных проблем, которые затрагивают наши опыты и которые мы можем предполагать, по-видимому, решенными, даже если некоторые из этих решений и приводят к ошибкам, заключается в следующем [2, 3]:

1) какова минимальная длительность восприятия (в благоприятных условиях) синусоидального тона в зависимости от его высоты и громкости?

2) каковы наименьшие значения громкости, сопутствующие высотам и минимальным длительностям синусоидных тонов?

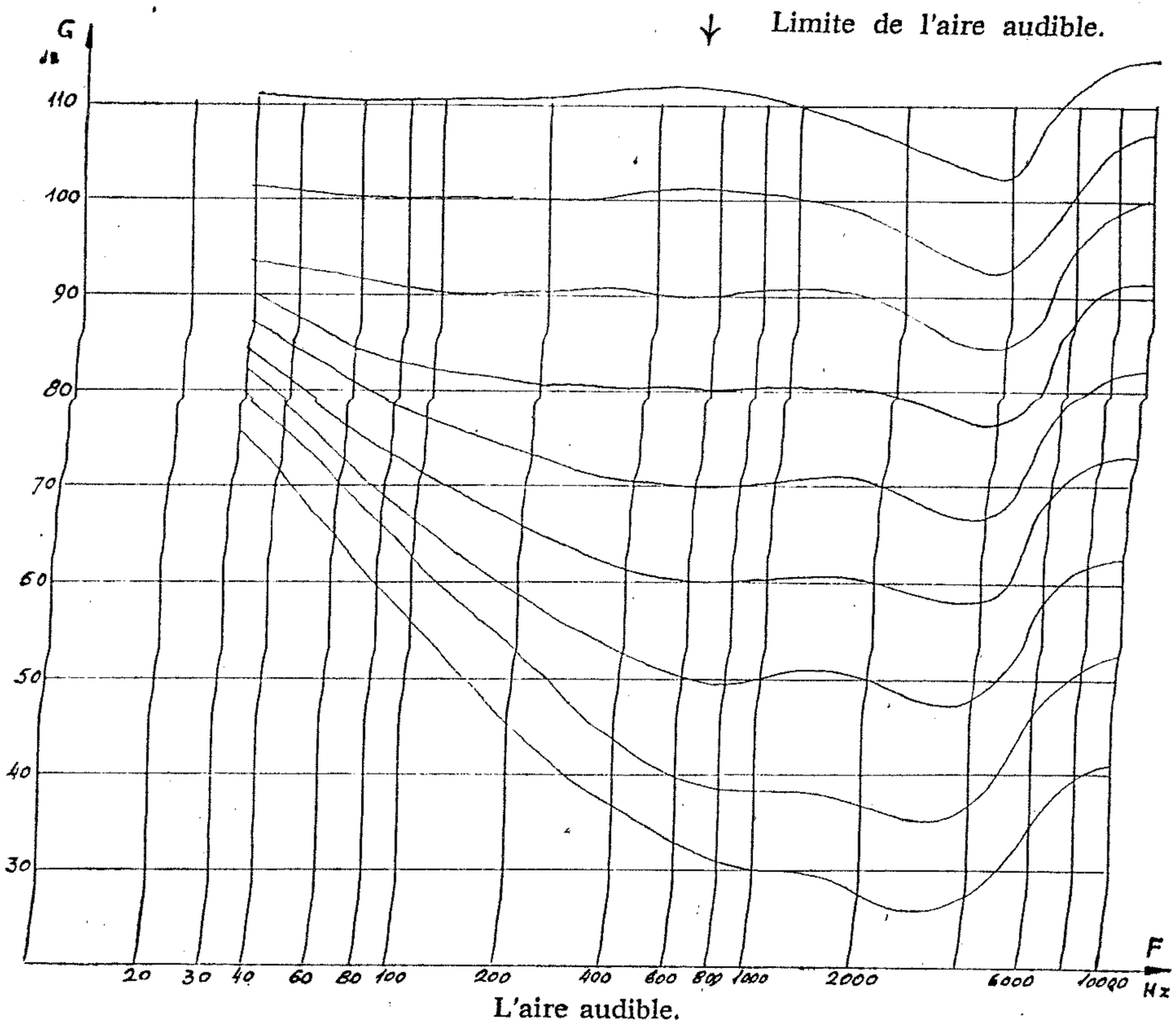


Рис. 4.
Звуковая область.

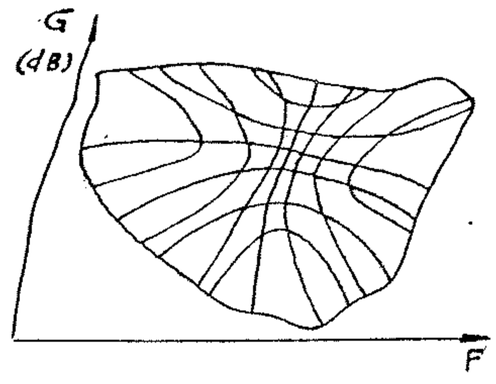


Рис. 5.

Перевод обозначений:
порог слухового восприятия; децибелы; полутоны.

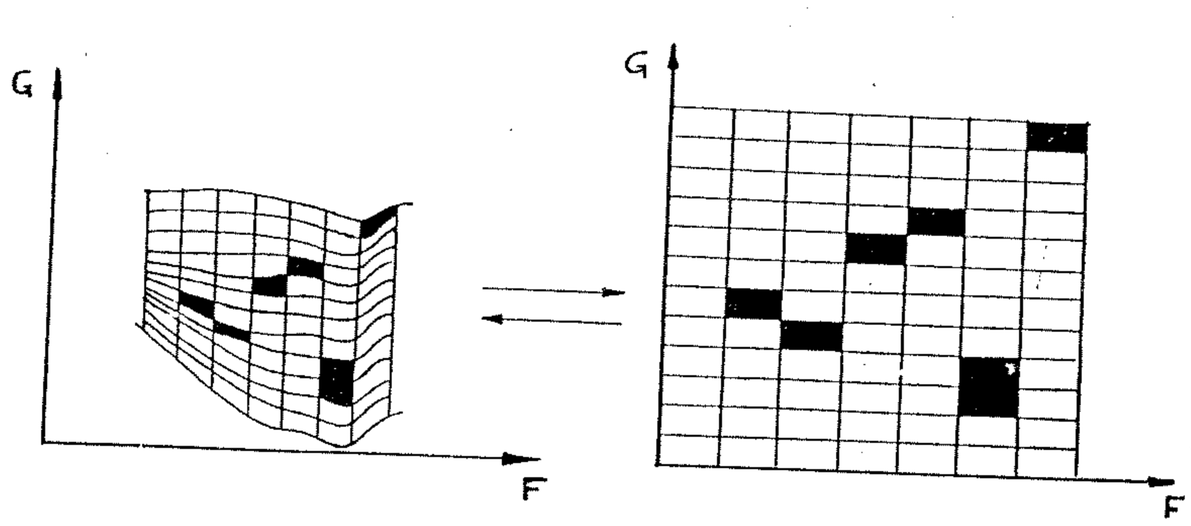


Рис. 6.

3) каковы пороги мелодических интервалов в зависимости от регистра, а также от громкости и длительности?

Хорошее приближение в данном отношении дает диаграмма Флетчера – Мансона, «диаграмма кривых одинаково воспринимаемой громкости звуков»[4].

(Рис. 4.)

Говоря кратко, существует некий перечень элементарных звуковых зерен. Их общее число равно примерно 340000. Слух проявляет наибольшую чувствительность в центре звуковой области, в крайних же ее пределах он менее восприимчив к интервалам амплитуды, равно как и к мелодическим интервалам. Таким образом, если бы кто-либо захотел воспроизвести область слухового восприятия с помощью двух координат F и G в гомогенной форме, т. е. так, что каждый элемент поверхности $_{\Delta}F \cdot _{\Delta}G$ имел бы одну и ту же плотность зерен воспринимаемых звуков, то мы получили бы нечто похожее на карту полушарий.

(Рис. 5.)

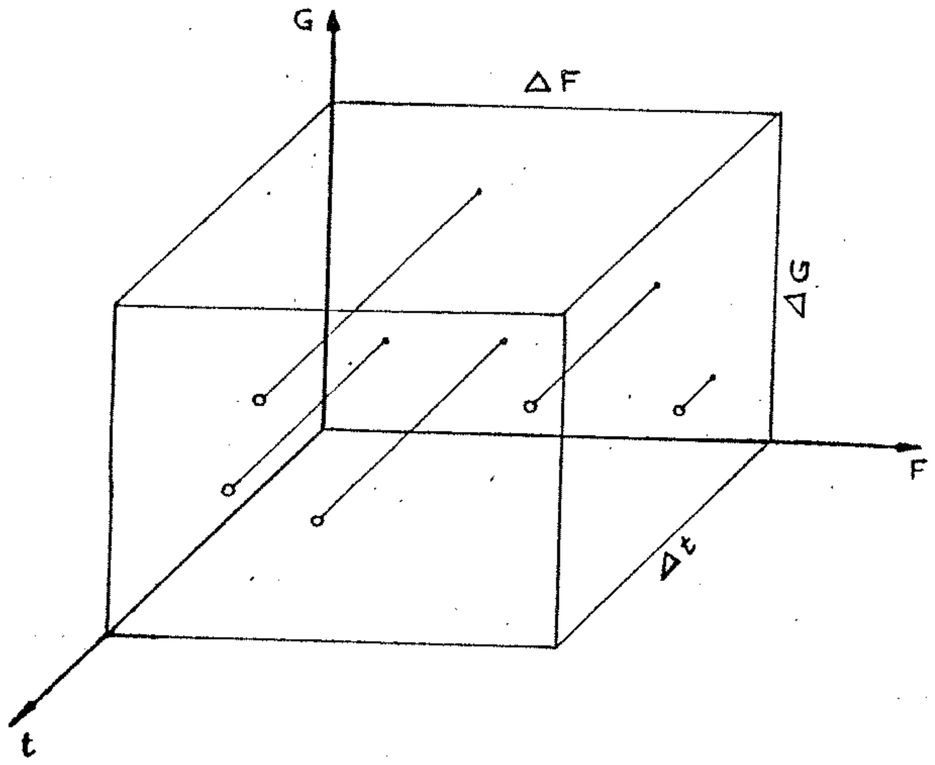
Чтобы упростить необходимым образом дальнейшие рассуждения, не внося в них уже́ затем существенных изменений, мы будем основываться на диаграмме Флетчера и предполагать, что к данной совокупности координат применено адекватное и взаимно-однозначное преобразование, которое переводит это искривленное пространство в обычное прямолинейное[5].

(Рис. 6.)

Все предшествующие экспериментальные результаты основывались на идеальных условиях, безотносительно к реальной сложности естественных звуков оркестра и вообще упругих физических тел, не говоря уже о более сложных производственных звучаниях или же звуках хаотической природы [4]. Теоретически [5], любой сложный звук может быть представлен исчерпывающим образом с помощью трехмерной диаграммы F, G, t, дающей представление о мгновенной высоте и мгновенной громкости в их функции от времени. Однако практически это привело бы к тому, что для установления характеристик произведенного в тот или иной момент шума, например, простого выхлопа автомашины, потребовались бы месяцы на проведение необходимых вычислений и построение соответствующих графиков. Эта задача – пример тупика, напоминающего об авантюре классической механики, которая претендовала на расчет всех физических и даже биологических явлений с помощью лишь небольшого числа формул в пределах достаточно длительного времени. Но тогда для того, чтобы описать состояние в момент t газообразной массы весьма ограниченного объема, даже прибегая к упрощениям с самого начала расчетов, понадобилось бы несколько столетий человеческого труда!

Задача эта несостоятельна, ввиду ее явной неосуществимости на практике; что же касается газообразной массы, то в данном отношении кинетическая теория газа Максвелла – Больцмана с ее статистическими методами оказалась весьма плодотворной [6]. Метод этот способствовал утверждению значения масштаба наблюдений. В отношении макроскопических явлений рассчитывается обычно общий массовый результат, и каждый раз, когда кто-либо хочет наблюдать явление, следует прежде всего установить отношение масштабов «явление ↔ наблюдатель». Так, если мы наблюдаем группы звезд в галактике, надо решить, интересует ли нас движение той или иной группы в целом, движение какой-либо отдельной звезды или же скопление молекул в той или иной небольшой области на этой звезде.

То же оказывается верным применительно к сложным звукам и даже в отношении достаточно простых звуков. Было бы бессмысленным трудом подсчитывать аналитически или графически все подробности строения сложных звуков, имея в виду их применение в электронно-акустической композиции. Для работы с этими звуками необходимы макроскопические методы.



Plan de référence (FG) à l'instant t.

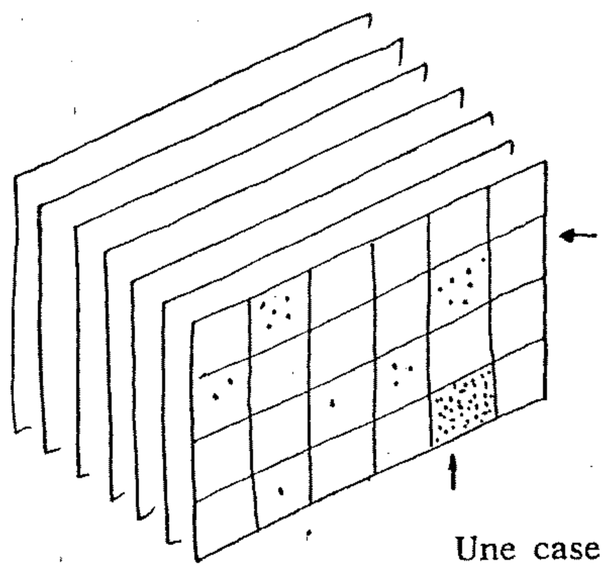
ΔD sera la dimension de la densité.

Рис. 7.

Перевод пояснений:

Ориентирующая плоскость в момент t; ΔD – измерение плотности.

Un carnet de trames = la vie d'un son complexe.



Une trame.

Une case pleine de grains.

Рис. 8.

Перевод пояснений:

Тетрадь из сеток = жизни сложного звука; одна из сеток; клеточка, заполненная зернами.

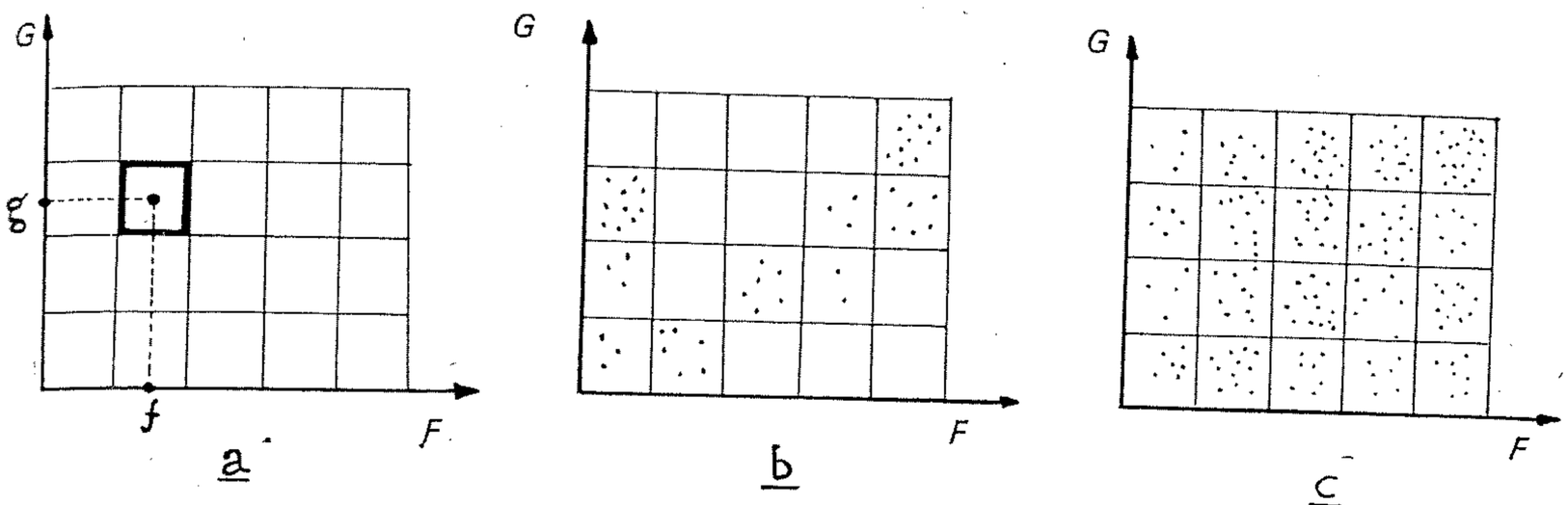


Рис. 9.

Обратно (что составляет, в частности, предмет нашего особого интереса), если мы стремимся действовать подобно архитекторам на звуковом материале с целью создания сложных звуков и форм их эволюции, то это также предполагает необходимость использования макроскопических методов анализа и построения. Микрозвуки, элементарные зерна не имеют существенного значения в том масштабе, в котором мы находимся. Смысл имеют лишь группы зерен и особенности этих групп. Естественно, что в отдельных исключительных случаях единичное зерно может в полной мере восстанавливать свое значение. В камере Вильсона объектом, несущим на своих плечах экспериментальную и теоретическую физику, является элементарная частица; на Солнце же множество частиц и их тесных взаимодействий друг с другом формируют Солнце как объект.

Таким образом, рассматриваемой нами областью эволюций будет криволинейное пространство, о котором уже говорилось ранее, но упрощенное в пространство прямолинейное посредством взаимно-однозначного преобразования, благодаря которому сохраняют справедливость положения, выдвигаемые нами далее.

СЕТКИ
(trames)[6)]

Графическое воспроизведение облака звуковых зерен в течение того или иного отрезка времени $_{\Delta}t$, рассмотренное нами ранее, привело нас к новому понятию, именно, к понятию плотности зерен на единицу объема $_{\Delta}F\cdot_{\Delta}G\cdot_{\Delta}t$.

(Рис. 7.)

Любой из возможных звуков может, таким образом, быть разложен на некоторое число четырехмерных элементов $_{\Delta}F\cdot_{\Delta}G\cdot_{\Delta}t\cdot_{\Delta}D$, расположенных в этом пространстве согласно определенным правилам, характеризующим данный звук, кратко выражаемый функцией четырех переменных: s (F, G, D, t) [7)].

Масштаб плотности будет также логарифмическим, имеющим в качестве основания число, которое может быть выбрано в промежутке между числами 2 и 3[•)].

Чтобы упростить изложение, мы абстрагируемся от этой новой координаты плотности. Последняя всегда будет нами подразумеваться, но как характеристика, связанная с трехмерным элементом $_{\Delta}F\cdot_{\Delta}G\cdot_{\Delta}t$.

Если время рассматривается здесь нами как процесс лексикографического упорядочения, то мы можем без каких-либо потерь постоянно предполагать отрезки *t равными и достаточно малыми величинами; мы можем также оперировать с* двухмерным пространством, определяемым двумя полуосями F и G, с условием не забывать, что облако звуковых зерен существует в пределах толщины времени $_{\Delta}t$ и что оно лишь искусственно «наброшено» на плоскость (F, G).

Определение сетки

Сетка – это область слухового восприятия (F, G), упорядоченная достаточно тонкой и однородной шкалой перекрестных делений, в которой отдельные клетки заняты звуковыми зернами или свободны от них.

Предлагаемым способом любой звук со всеми перипетиями его изменения может быть охарактеризован с помощью соответствующего количества листов [illegible] соотносящихся с данной сеткой T. Эти листки помещаются в некотором [illegible]кографическом порядке (как страницы в книге).

(Рис. 8.)

[illegible] логарифмического масштаба и основания между числами 2 и 3 произведен нами с целью [illegible] данных идей. Он, однако, отвечает результатам экспериментов, осуществленных автором [illegible] – композиция «Диаморфозы», запись фирмы BAM, Париж).

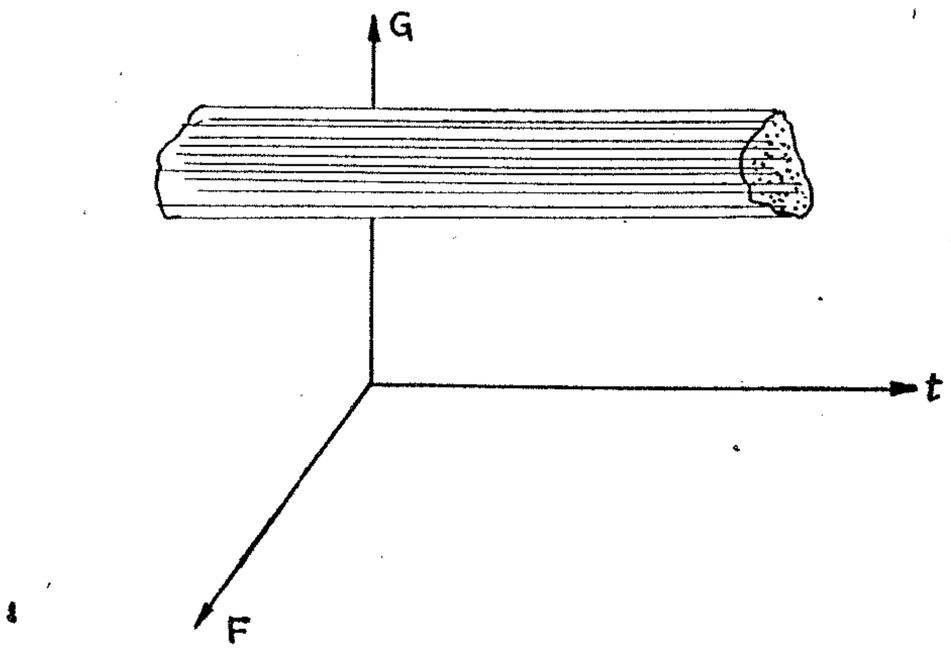
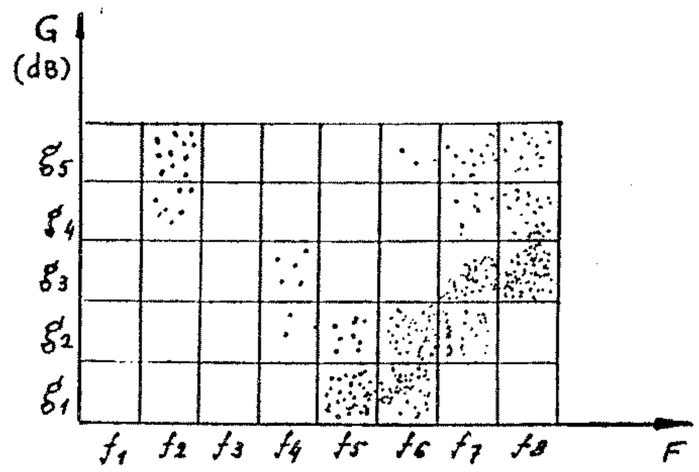


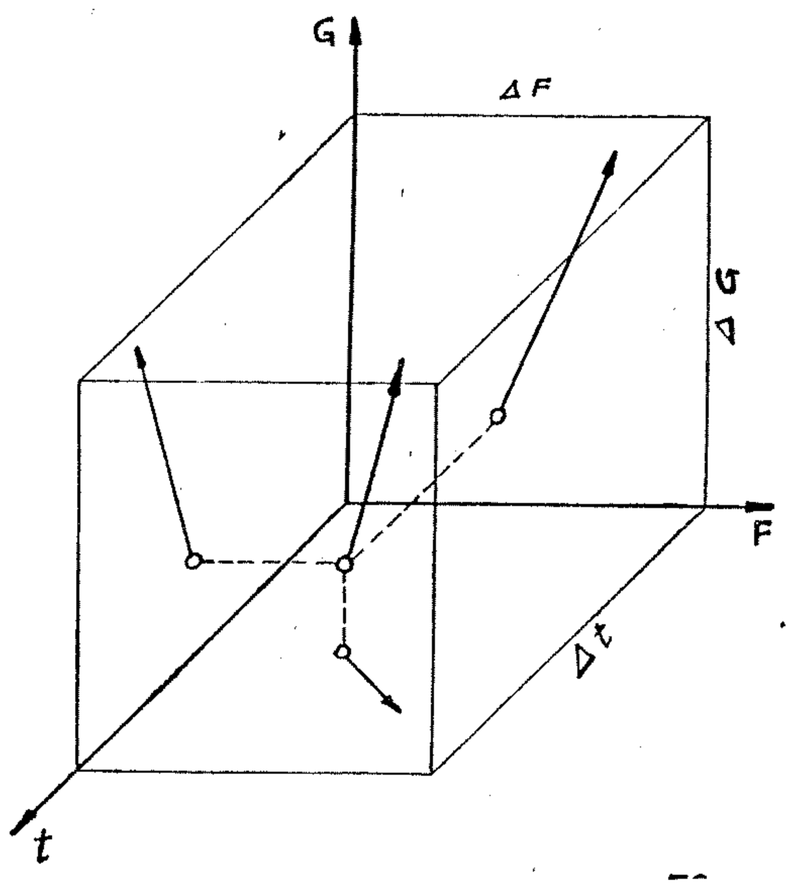
Рис. 10.



(Demi-tons).

d

Рис. 11.



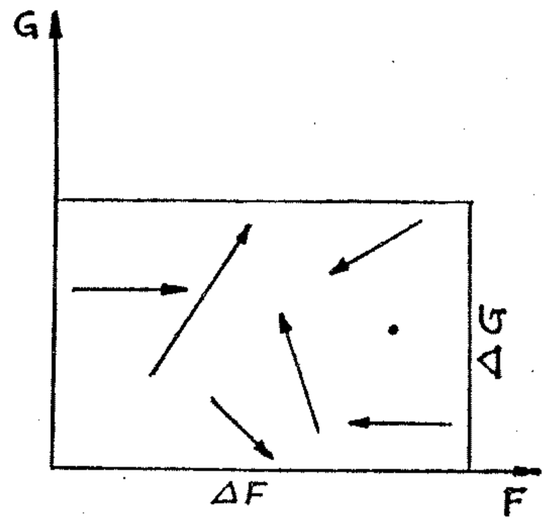


Рис. 12.

Облака звуковых зерен, фиксируемые на сетке, определяют ее отличие от других аналогичных сеток своим «географическим» (или топологическим) положением и характеристикой поверхностной плотности.

(Рис.9.)

Сетка a на чертеже содержит небольшой элементарный прямоугольник, в котором находится незначительное по своей плотности звуковое облако с характеристиками средней высоты f и средней амплитуды g. Этот пример почти равнозначен случаю одного чистого звука.

Сетка b представляет собой более сложный звук, с доминирующими областями низких и высоких частот и более слабой серединой.

Наконец, сетка c представляет белый шум слабой плотности, который может восприниматься как некие звуковые переливы, охватывающие всю звуковую область.

Фундаментальным во всех этих констатированиях является то, что ни один пример не был произведен путем простой географической фиксации зерен на сетке. В действительности все естественные звуки или же звуки музыкальных инструментов состоят из малых элементов поверхности, заполненных зернами, которые флуктуируют около некоторой высоты и около некоторой громкости средней величины. Эта закономерность является фундаментальной, и весьма вероятно, что неуспех электронной музыки в создании новых тембров, помноженный на недостатки серийной техники письма, в большой мере обязан своим возникновением фиксированности звуковых зерен, порождающей структуры в форме пакетов спагетти.

(Рис. 10.)

Географическая фиксированность зерен – это всего лишь частный случай; более же общим случаем является подвижность, статистическое распределение зерен вокруг некоторых пунктов равновесия[8)].

Соответственно этому, в большинстве случаев реально существующие звуки могут быть разложены на прямоугольники $_{\Delta}F\cdot_{\Delta}G$ достаточно малой величины, географическое положение и плотность которых меняются от одной сетки к другой согласно более или менее определенным закономерностям. По условию, зерна в прямоугольниках $_{\Delta}F\cdot_{\Delta}G$ здесь распределяются случайным образом согласно закону, который будет определен нами далее.

Так, звук в примере d в данный момент времени состоит из следующих объединений прямоугольников:

(Рис.11.)

(f_2g_4), (f_2g_5), (f_4g_3), (f_4g_2), (f_5g_1), (f_5g_2), (f_6g_1), (f_6g_2), (f_6g_5), (f_7g_2), (f_7g_3), (f_7g_4), (f_7g_5), (f_8g_3), (f_8g_4), (f_8g_5); при этом в каждом из прямоугольников зерна распределяются диссимметричным и однородным образом.

Построение элементов $_{\Delta}F\cdot_{\Delta}G$ сеток

1.*Посредством вычисления.*

Рассмотрим средства вычисления элементов $_{\Delta}F\cdot_{\Delta}G\cdot_{\Delta}t\cdot_{\Delta}D$.

Как распределить эти зерна в элементарном объеме? Если мы зафиксируем среднюю плотность зерен (= числу зерен на единицу объема), мы должны будем решать задачу на вероятность в пространстве с четырьмя измерениями. Наиболее простой метод может состоять в обосновании и затем в вычислении вероятности согласно четырем координатам независимо одна от другой.

Для координаты времени t закон распределения зерен на оси времени таков:

(r) $P_x = e^{-cx}\cdot dx$, или же: $P_{x_i} = e^{-civ}\cdot c\cdot_{\Delta}x_i$ (см. Приложение 1).

Для координат G, F, D стохастический закон будет следующим:

(r′) $f(j)\,dj = \frac{2}{a}\left(1-\frac{j}{a}\right)\cdot dj$, или же: $P_i = \frac{2}{2\cdot 10^{n}}\left(1-\frac{i}{2\cdot 10^{n}-1}\right)$ (см. Приложение 1).

Исходя из этих формул, мы можем сформировать таблицы частоты величин t, G, F, D (см. аналогичную задачу в гл. I). Эти формулы, на наш взгляд, являются предпочтительными, поскольку они исходят из очень простых обоснований (возможно, самых простых) и, по необходимости, – из минимального числа условий и ограничений, если мы хотим при этом придерживаться принципа «чистой доски» (см. 1-е и 3-е правила «Рассуждения о методе» [9]).

Предположим некий элементарный объект ${}_{\Delta}t\cdot{}_{\Delta}D\cdot{}_{\Delta}F\cdot{}_{\Delta}G$ сетки в момент времени t. Этому объекту мы присваиваем плотность D, взятую из ${}_{\Delta}D$ согласно таблице, выведенной на основании формулы (r′).

Определяем точки на ${}_{\Delta}t$ с линейной плотностью D = c согласно таблице, выведенной на основании формулы (r).

Каждой точке присваивается звуковое зерно с высотой звука f и громкостью g, взятыми из прямоугольника ${}_{\Delta}F\cdot{}_{\Delta}G$ с помощью таблиц, выведенных на основании формулы (r′).

Соответствия образуются либо графически, либо путем извлечения последовательного ряда из урн, формируемых на основе указанных выше таблиц.

2. *Механически.*

a) С магнитофоном: зерна реализуются, начиная с синусоидальных звуков, длительность которых постоянна и равна примерно 0, 04 секунды. Эти зерна должны покрывать выбранную элементарную площадь ${}_{\Delta}F\cdot{}_{\Delta}G$. Развертывание во времени реализуется с помощью таблицы длительностей, в отношении плотности c = минимальной величине D. Благодаря миксажу фрагментов этой же ленты мы можем получить плотности, варьируемые геометрически с основаниями 1, 2, 3… , согласно числу лент (магнитофонов), находящихся в нашем распоряжении.

b) С компьютерами: зерна реализуются исходя из форм звуковых волн, программируемых по необходимости согласно матрице GABOR для компьютера, с которым будет соединен аналоговый преобразователь. Другая программа выполняла бы при этом построение элементарных объемов ${}_{\Delta}t\cdot{}_{\Delta}D\cdot{}_{\Delta}F\cdot{}_{\Delta}G$ сетки, исходя из формул (r) и (r′).

Первое общее замечание

Предположим, что клеточка ${}_{\Delta}F\cdot{}_{\Delta}G\cdot{}_{\Delta}t$, занятая гомогенным образом звуковыми зернами, варьируется во времени посредством отклонений (флуктуаций) от некоторой средней плотности d_m. Мы можем применить другое, более синтетическое обоснование и допустить, что эти отклонения в самом общем случае (если фрагмент звучания имеет достаточную длительность) подчиняются закону случайных процессов. Тогда задача приобретает следующий вид:

Поскольку дано призматическое облако зерен с плотностью d_m, сечением ${}_{\Delta}F\cdot{}_{\Delta}G$ и длительностью $\sum_{0}{}_{\Delta}t$, какова вероятность того, что d зерен находятся в элементарном объеме ${}_{\Delta}F\cdot{}_{\Delta}G\cdot{}_{\Delta}t$? Если число d_m достаточно мало, то вероятность определяется формулой Пуассона:

$$P_d = \frac{dm^{d}}{d!}e^{-dm}.$$

Для определения каждого зерна мы вновь используем методы, изложенные ранее.

ВТОРОЕ ОБЩЕЕ ЗАМЕЧАНИЕ (Векторное пространство) [8]

Мы можем также построить элементарные ячейки ($_{\Delta}F\cdot_{\Delta}G$) сеток не только с точками, но и с элементарными векторами, связанными с зернами (векторное пространство). Действительно, средняя длительность в 0,04 сек. предполагает небольшой вектор. В частном случае зерно формируется, когда вектор параллелен оси времени; тогда его проекция на плоскость (F, G) образует точку, а высота зерна постоянна. Вообще же говоря, высоты и громкости зерен могут изменяться, тогда зерно представляет собой очень короткое глиссандо.

(Рис.12.)

В векторном пространстве (F, G), охарактеризованном нами ранее, построение сетки, по-видимому, осложнялось бы тем, что понадобилось бы вводить понятия скорости и статистического распределения ее величин; тем не менее такого рода опыт представляет очень большой интерес. Можно представить себе сетки на основе «намагниченных» (aimantés) гранулярных полей или же полностью нейтральных (неупорядоченных).

В случае «полного беспорядка» (désordre total) мы будем вычислять вероятность f(v) существования вектора v на плоскости (F, G) с помощью формулы Максвелла [11], относящейся к двухмерному пространству:

$$f(v) = \frac{2v}{a^2} e^{-\frac{v^2}{a^2}},$$

и для средней величины $v_1 \leq v_m \leq v_2$:

$$P(v_m) = \frac{2\sqrt{\pi}}{a} \{\Theta(\lambda_2) - \Theta(\lambda_1)\}, \text{ где } \lambda i = \frac{v_i}{\alpha} \text{ и } \Theta(\lambda i) = \frac{i}{\sqrt{\pi}} \int_{-\lambda_i}^{+\lambda_i} e^{-\lambda^2} d\lambda \text{ при } \lambda_1 \leq \lambda \leq \lambda_2$$

(гауссов закон нормального распределения) [12].

В любом случае, идет ли речь о векторном или о скалярном пространстве, основа вычислений в целом не меняется.

КРАТКИЕ ВЫВОДЫ ОТНОСИТЕЛЬНО СЕТОК

a. Сетка – это характеризуемое образующимся в ее рамках множеством звуковых облаков множество элементарных прямоугольников $_{\Delta}F\cdot_{\Delta}G$, содержащих или не содержащих звуковые зерна. Данное утверждение справедливо в отношении отрезка времени $_{\Delta}t$, который по желанию может быть сколь угодно малым.

b. Звуковые зерна образуют плотность, индивидуально присущую каждому элементарному прямоугольнику $_{\Delta}F\cdot_{\Delta}G$; при этом зерна в общем случае распределяются эргодически•).

c. Понятие элементарного объема $_{\Delta}F\cdot_{\Delta}G\cdot_{\Delta}t\cdot_{\Delta}D$ таково, что какая-либо одновременность появления зерен отнюдь не предвидится заранее. Такая одновременность наблюдается в тех случаях, когда плотность зерен достаточно высока. Ее частота появления связана с величиной плотности. Вся проблема заключается в масштабе, и данный пункт относится прежде всего к реализации конкретной сетки. Поскольку временно́е измерение зерна (вектора) имеет величину порядка 0,04 сек., не допускается какой-либо обгон одного зерна другим во время реализации элементарной плотности, например: D = 1,5 зерен/сек. И, поскольку поверхностное распределение зерен является гомогенным, лишь случайность может создать такой обгон.

d. В предельном случае сетка может содержать лишь один чистый (синусоидный) тон и даже вовсе не содержать звуков (пустая сетка).

• Эргодичность (принцип): «причудливый эффект от какой-либо случайно зависимой операции становится все более и более регулярным благодаря достаточному числу повторений этой операции». Здесь имеется в виду, что рассматривается последовательность достаточно большого числа сеток.

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ОПЕРАЦИИ НАД СЕТКАМИ

(*Алгебра*)

Пусть имеется некий сложный звук. В момент t своего существования и в начале некоторого отрезка $_{\Delta}t$ он может быть представлен в виде одного или нескольких облаков звуковых зерен (или векторов) на плоскости (F, G). Это – определение, которое мы ранее дали сетке. Объединение нескольких сеток такого рода в некотором определенном порядке может описывать, либо предписывать заранее, эволюцию этого звукового комплекса. Было бы весьма интересно представить себе во всем многообразии различные способы комбинирования и сопоставления сеток при описании и, в особенности, при предварительном проектировании звуковых эволюций (дискретных или непрерывных), с точки зрения функционирования этих последних в музыкальной композиции.

Для этого мы введем терминологию и символику современной алгебры, хотя и на элементарном уровне и на правах введения к дальнейшему развитию, которое не представляется возможным предпринять в данный момент.

Замечание: Безразлично, находимся ли мы при этом на уровне физического явления или на уровне восприятия. На уровне восприятия мы производим арифметический подсчет того, что на физическом уровне является геометрическим. Это можно в более строгой форме выразить так: восприятие образует аддитивную группу, «почти» изоморфную физическому возбуждению, которое составляет мультипликативную группу. Это «почти» необходимо для того, чтобы учесть упрощения, неизбежные в данном случае.

Зерна (или векторы), принадлежащие плоскости (F, G), образуют звуковое облако. Сетка может, как уже было сказано ранее, быть пустой, либо может содержать одно или несколько облаков, состоящих из звуковых зерен (векторов).

(Рис. 13.)

Чтобы указать, что зерно (вектор) $\underline{a}$ принадлежит звуковому облаку E, пишут: $\underline{a} \in E$. Обратное отношение записывается: $\underline{a} \notin E$.

Если все зерна, входящие в облако X, являются в то же время зернами из другого облака Y, то говорят, что X *включен* в Y, или иначе, что X является *частью* или *подмножеством* Y. Это отношение записывают следующим образом:

$X \subset Y$ (включение).

Отсюда мы получаем следующие свойства:

$X \subset X$ при любом X.

Из $X \subset Y$ и $Y \subset Z$ следует $X \subset Z$.

В случае, если $X \subset Y$ и $Y \subset X$, облака X и Y состоят из одних и тех же зерен и, следовательно, неразличимы. Тогда следует записать:

$X = Y$ (равенство).

Облако X называется *пустым*, когда оно не содержит ни одного зерна, принадлежащего X. Для обозначения такого облака применяется знак пустого множества ($\varnothing$).

Элементарные операции

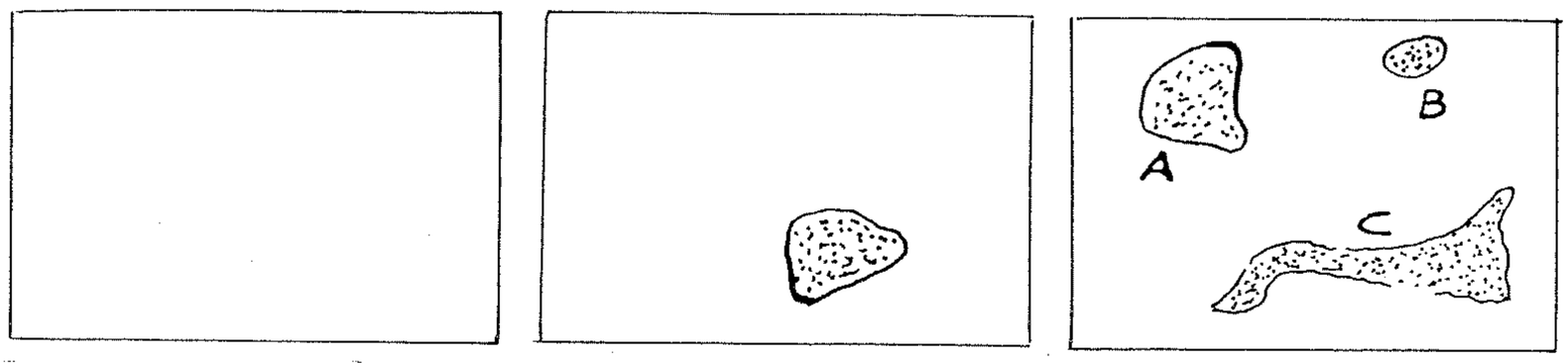
Эти операции относятся в равной мере к звуковым облакам и к звуковым сеткам. Мы можем, следовательно, применять без различений понятия «сетка» и «облако», с облаком или зерном «в качестве составных элементов».

Пересечение двух сеток A и B – это сетка, содержащая звуковые облака, которые принадлежат в равной мере множеству A и множеству B. Ее обозначают $A \cap B$ и говорят, что A пересекается с B:

(Рис.14.)

Когда $A \cap B = \varnothing$, говорят, что A и B *не пересекаются*:

(Рис. 15.)



Trame I. Trame II. Trame III.

Рис. 13.

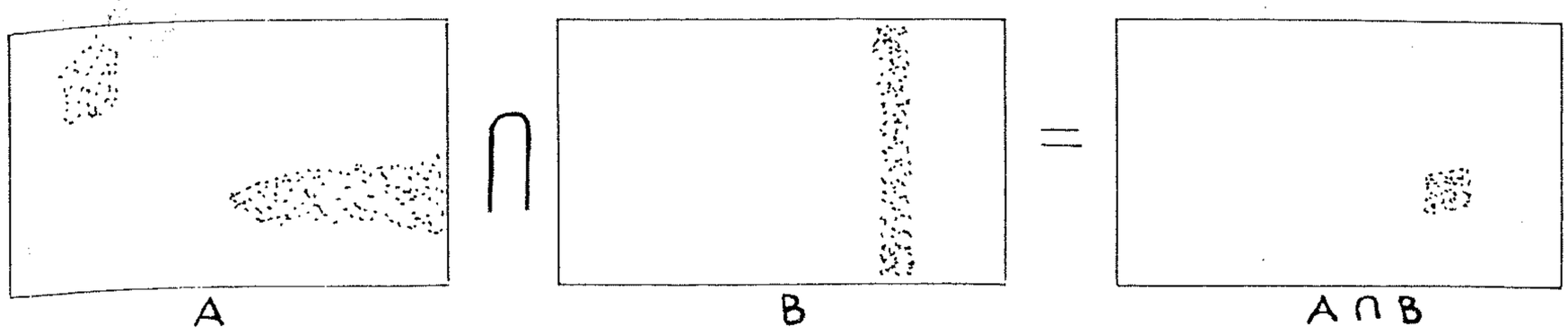


Рис. 14.

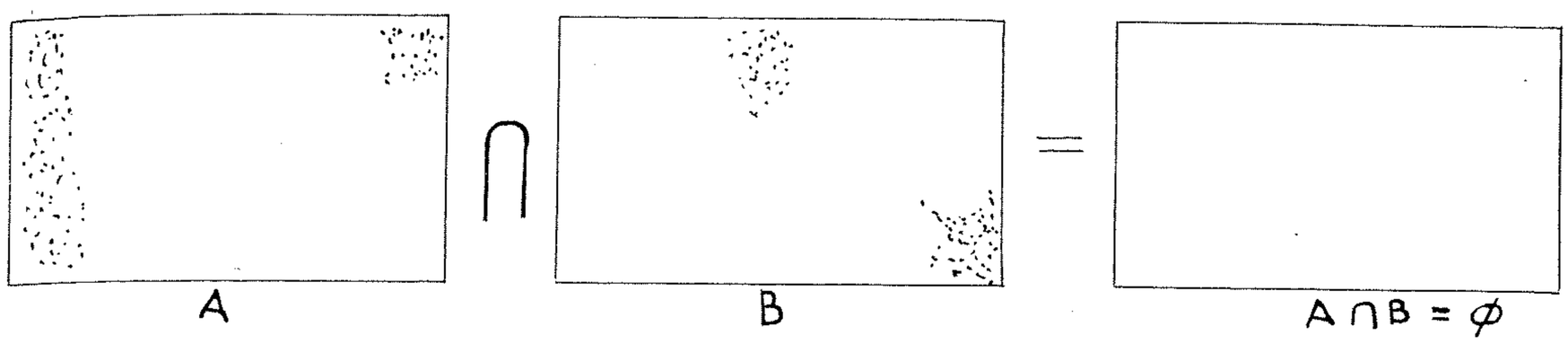


Рис. 15.

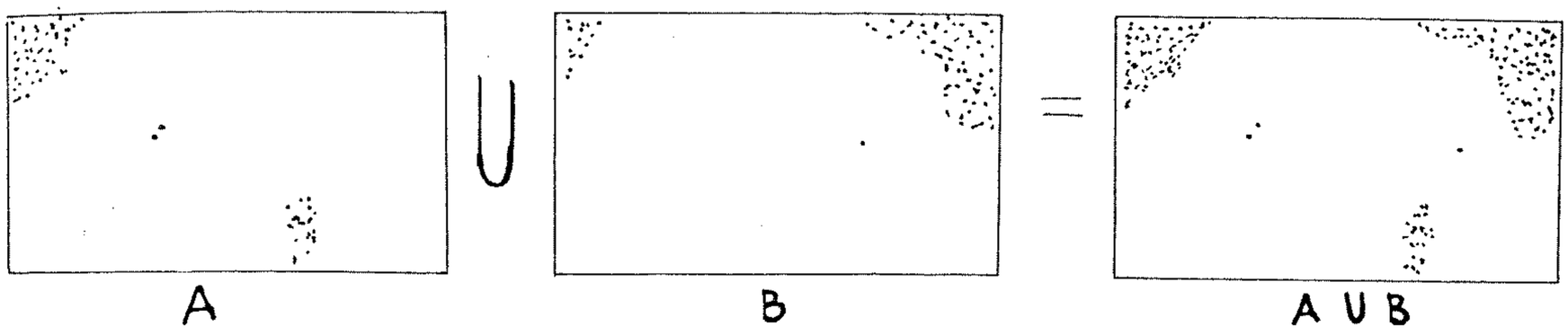


Рис. 16.

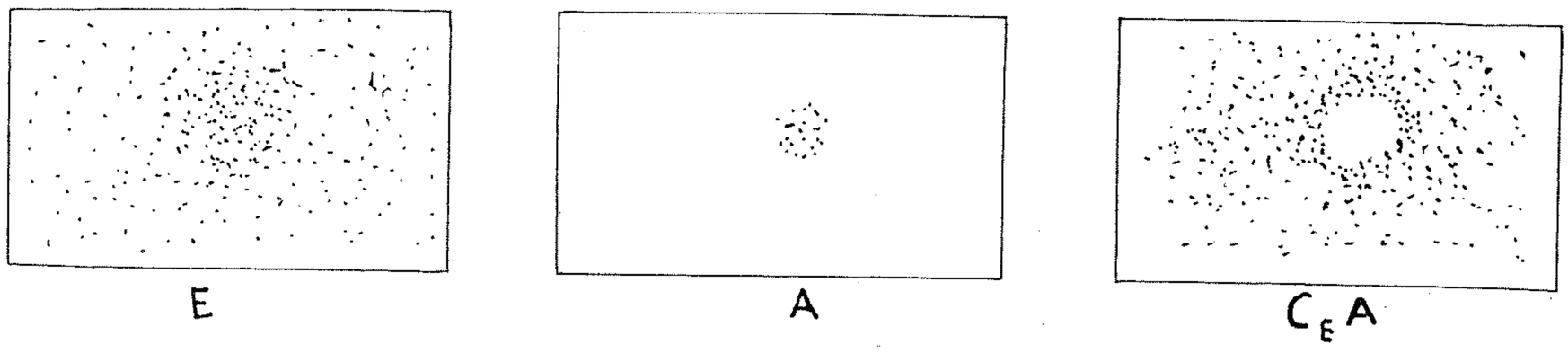


Рис. 17.

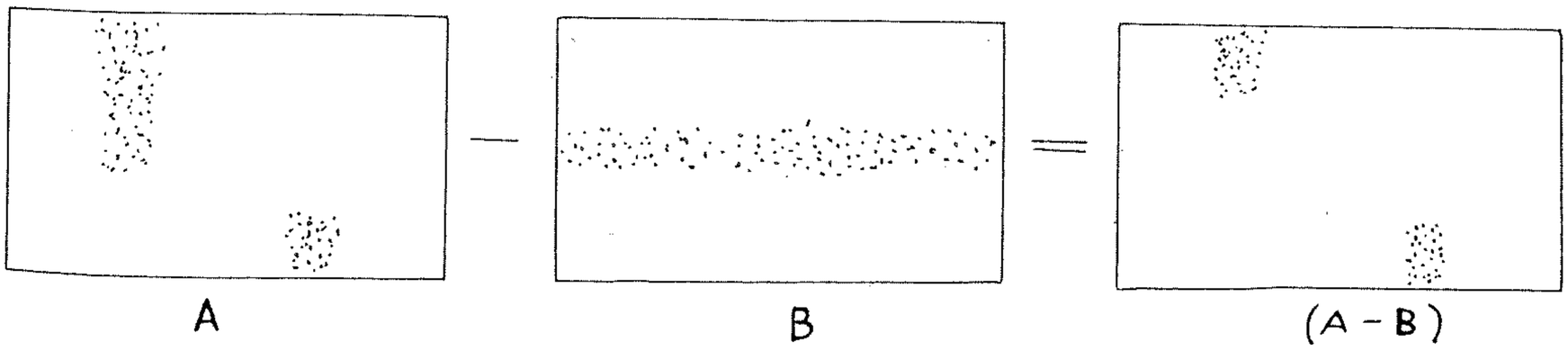


Рис. 18.

Объединение двух сеток A и B – это множество звуковых облаков, элементы которого принадлежат или к A, или к B, или к обоим множествам в равной мере:

(Рис.16.)

Дополнение сетки A по отношению к сетке E, содержащей A, – это множество звуковых облаков E, которые не принадлежат A. В случае, когда ясно, что имеется в виду множество E, эту операцию записывают просто CA:

(Рис. 17.)

Разность A – B от A и B составляет множество звуковых облаков A, которые не принадлежат B. Из этого непосредственно следует:

$$A - B = A - (A \cap B) = C_A(A \cap B).$$

(Рис.18.)

Здесь мы прерываем данный экскурс. Он позволит нам приобрести целостный взгляд, более ясный и более практичный, на операции и рассуждения, которые последуют далее.

ОТЛИЧИТЕЛЬНЫЕ ОСОБЕННОСТИ СЕТОК

В нашем стремлении создавать, исходя из первичного звукового материала, т. е. синусоидных тонов (или их замещений типа GABOR), звуковые комплексы столь же насыщенные, как и естественные звуки, или же звуки, не имеющие аналогов в природе, подвергая их различным формам эволюции, управляемым научно с применением очень общих уровней абстракции, мы неявно признали значение трех основных факторов, которые, по-видимому, могут играть господствующую роль *как* в теоретическом построении звукового процесса, *так* и в его сенсорном воздействии:

1.Плотность элементарных событий.

2.Географическое положение событий на сетке.

3.Упорядоченность или неупорядоченность событий.

На первый взгляд, таким образом, плотность зерен (векторов), их топология и степень упорядоченности являются лишь опосредованными формами существования (êtres indirectes), аспектами, которые наш слух воспринимает макроскопически. Замечательным свойством природы вещей является то обстоятельство, что слух и мысль следуют объективным реальностям и непосредственно реагируют на них, несмотря на грубые несовершенства, полученные по наследству или приобретенные в ходе воспитания. Основой экспериментальных научных исследований стало измерение. Человек добровольно принимает на себя роль инвалида чувств и для этого (заметим, не без основания) оснащает себя машинами, указывающими на измерения, выполненные другими машинами. Тем не менее он подходит со своими ушами и глазами к измерению физических объектов и явлений, но уже преобразованных, как если бы между его непосредственным восприятием и мышлением был расположен деформирующий фильтр. Прошло примерно сто лет с тех пор, как был открыт логарифмический закон чувственного восприятия[10]. Представляется, что этот закон до сих пор не опровергнут. Но подобно тому, как сознание никогда не останавливается в своей эволюции, так и научная мысль завтра найдет не только более гибкое и более точное выражение этого закона, но еще и положит начало объяснению тех причин, благодаря которым существует этот странный деформирующий фильтр.

Это статистическое, как бы взаимно-однозначное преобразование возбуждения в восприятие позволяло нам до сих пор рассуждать о физических объектах, «сетках», вполне осмысливая их как «воспринимаемые факты».

Взаимное соответствие той же природы между восприятием и осмыслением позволяет нам перейти от самих сеток к рассмотрению характерных особенностей, отличающих каждую сетку от остальных.

Тем самым рассуждения, которые мы поведем далее, равным образом оказываются применимы как к чистым понятиям, так и к результатам восприятия, образующим их основания или же воспринимаемые следствия, соответственно чему мы занимаем позицию создателя (artisan) или слушателя.

Мы уже характеризовали в общей форме плотность и топологию зерен и ячеек, допуская также введение понятий порядка и беспорядка на плоскости гомогенного распределения зерен.

Теперь мы перейдем к более непосредственному рассмотрению понятия порядка, поскольку именно оно, по-видимому, скрывается за двумя другими. Иначе говоря, плотность и топология – это скорее упрощенно осознаваемые воплощения изменчивости и многообразия, которыми характеризуется понятие неупорядоченности (беспорядка).

Когда мы говорим «порядок» или «беспорядок», мы подразумеваем в первую очередь: «объектов», затем: «элементов», и, что уже сложнее, мы определяем сами элементы, на основе которых мы хотим изучить и построить порядок или беспорядок, затем их масштаб по отношению к нашему; далее мы квалифицируем и стараемся измерить этот порядок или беспорядок.

Мы можем далее составить список всех форм порядка и беспорядка в отношении этих явлений применительно к любому масштабу, любым аспектам, любым мерам и даже степеням порядка или беспорядка в этом списке и вновь устанавливать те или иные аспекты и способы измерения.

В ранее приведенном примере с газом, если мы перемещаемся на молекулярный уровень (а мы могли бы спуститься и на атомный и т. д.), то абсолютные величины скоростей, их направлений и распределений могут быть любыми. И мы можем различать «элементы», выступающие в качестве носителей порядка или беспорядка. Так, если в теории мы могли бы изолировать элемент «направления» и предположить, что он должен следовать некоторым предпочтительным (не всем) направлениям, то мы ввели бы некоторую степень порядка, и притом независимо от других элементов, образующих понятие газа. Точно так же в течение достаточно длительного времени значения скорости какой-либо одной молекулы распределяются вокруг некоторой средней величины с бóльшими или меньшими отклонениями, следуя закону Гаусса. Здесь мы также имеем дело с некоторым порядком, поскольку предельные величины значений, в сравнении с данной средней, чудовищным образом превосходят ее, вплоть до бесконечно малых или бесконечно больших.

Возьмем другой пример, более осязаемый и также достоверный. Толпа, насчитывающая 500 000 человек, собралась на городской площади. Если мы рассматриваем в совокупности размещение людей в этой толпе, то мы констатируем, что она не движется. Однако каждый из индивидуумов передвигает части своего тела, голову, глаза, и перемещает свой центр тяжести на несколько сантиметров в любом направлении. Если бы величина перемещения центра тяжести была очень большой, толпа рассыпалась бы с криками ужаса вследствие множества ударов, которые люди наносили бы друг другу. Следовательно, статистические значения этих перемещений расположены нормальным образом в очень небольших пределах, которые меняются вместе с плотностью толпы.

С точки зрения этих значений, характеризующих неподвижность толпы, ее неупорядоченность выражена слабо. По-иному эту толпу характеризовала бы ориентировка лиц. Если оратор с балкона будет призывать толпу к спокойствию, то можно предположить, что 499 000 лиц будут смотреть на балкон, а 998 000 ушей будут внимать ораторскому красноречию. Следовательно, 1000 лиц и 2000 ушей будут отвлекаться от речи оратора по разным причинам: усталость, теснота, фантазирование, эротические побуждения, неприязнь, кражи и т. п. Мы сможем

безоговорочно утверждать вместе со всей «большой прессой», что толпа и оратор находились в полном согласии друг с другом, более того, что 500 001 человек были единодушны. Степень порядка, которой добивался оратор, достигала максимума в течение нескольких минут, и если единодушие будет выражаться также в продолжение всего митинга, оратор сможет быть уверен в том, что его идеи в голове его характеризуются той же степенью упорядоченности, что и в головах толпы.

Из этих двух примеров можно сделать вывод, что понятия порядка и беспорядка составляют основу очень большого числа явлений, и даже определение того или иного явления или объекта очень часто требует привлечения этих понятий.

С другой стороны, это понятие утверждается на основе ясно воспринимаемых и отличных друг от друга элементов. Масштаб имеет существенное значение также при их выборе. Наконец, понятие порядка и беспорядка предполагает соотношение реальных значений со всеми возможными значениями, которые могут принимать элементы какой-либо группы, то, что вводится благодаря понятию вероятности в опыты количественной оценки порядка или беспорядка.

Назовем *разнообразием* группы элементов некоторое число различимых элементов.

Назовем *энтропией* группы элементов количественное выражение порядка или беспорядка, свойственное данной группе. Энтропия связана с понятием разнообразия и в силу этого также с вероятностью появления того или иного элемента группы. Эти понятия взяты из теории связи, которая адресуется, в свою очередь, ко второму принципу термодинамики («теорема Н» Л. Больцмана) [15] [11].

Разнообразие может быть выражено тем или иным числом непосредственно или же его логарифмом с основанием 2. Так, пол человека имеет два значения: мужское и женское, его разнообразие соответственно выражается либо числом 2, либо величиной в 1 бит:

$$1 \text{ бит} = \log_2 2.$$

Предположим группу вероятностей (группу вещественных положительных чисел p_i, сумма которых равна 1). Энтропия этой группы будет равна по определению:

$$H = -K\sum p_i \cdot \log_2 p_i;$$

Если основание логарифмов равно 2, энтропия будет выражена в битах.

Так, если мы имеем дело с последовательностью бросков монеты, где вероятность появления «орла» или «решетки» равна ½, энтропия этой последовательности, т. е. неопределенность каждого броска, равна 1 биту. Если бы обе стороны монеты были представлены «решеткой», неопределенность исчезла бы, и энтропия стала бы равной нулю.

Обратимся вновь к «орлу» и «решетке» и предположим, что выпадение той или иной из сторон монеты осуществлялось бы не простым бросанием, но на основе определенного однозначно действующего закона (например, на каждый четный бросок выпадала бы «решетка», на каждый нечетный – «орел»). Неопределенность, неупорядоченность при этом полностью отсутствует, и энтропия H равна нулю. Если закон становится очень сложным, то появление «орла» или «решетки» представляется человеку-наблюдателю регулируемым по закону случая; тогда вновь всплывает энергия беспорядка и неопределенности. То, что данный наблюдатель мог бы сделать, – это, например, сосчитать появления «орла» и «решетки», численно выразить их относительную частоту, вывести из этого вероятности, затем вычислить энтропию в битах. Если частота появления «орла» равна частоте появления «решетки», неопределенность достигает максимума и равна 1 биту.

Этот типичный пример демонстрирует в общих чертах переход от порядка к беспорядку и способ градации этого беспорядка, с тем, чтобы иметь возможность сравнить его с другими. Он демонстрирует нам важность масштаба. Мысль наблюдателя-человека воспринимает детерминированную сложность лишь до

определенной степени. За этим пределом сложность в его глазах переходит в непредсказуемость, в случайность, в беспорядок, а видимое (макроскопическое) соскальзывает в невидимое (микроскопическое). Для наблюдения и контроля над явлениями необходимы будут уже другие методы, другие исходные позиции.

В начале этой главы мы высказали допущение, что мысль и особенно слух весьма чувствительны к упорядоченности или неупорядоченности явлений. Законы восприятия и суждения находятся, по-видимому, в геометрическом (логарифмическом) соотношении с законами возбуждения. Мы не узнаём из этого чего-либо существенно нового и поэтому в дальнейшем вновь ограничимся рассмотрением явлений общего характера и определением самой общей совместной ориентации поэтических процессов той или иной музыки, не претендуя на то, чтобы давать цифры, модули, детерминизмы и т. д. Мы еще достаточно оптимистичны для того, чтобы полагать, что опыт, действие, в гармоничном соединении с абстрактными гипотезами, могут разрешать в жизни, биологическим путем, конфликты между незнанием и реальностью.

ИССЛЕДОВАНИЕ АТАКСИИ (порядка или беспорядка) НА УРОВНЕ ОБЛАКА ЗЕРЕН (векторов).

Ось времени. Степень атаксии, энтропия, является функцией от одновременности зерен и от числа различных промежутков времени между появлениями отдельных зерен. Действительно, если *разнообразие* длительностей между появлениями зерен выражено слабо, энтропия также будет выражена слабо. Если, например, в данный отрезок времени $_{\Delta}t$ отдельные зерна появляются через некоторые регулярные промежутки времени, то временно́е разнообразие будет равно 1, а энтропия – нулю. Звуковое облако характеризуется атаксией нулевой степени, оно будет полностью упорядоченным. Напротив, если в достаточно длительной последовательности $_{\Delta}t$ зерна появляются согласно закономерности, выражаемой формулой $P_x = \delta e^{-\delta x} dx$, то степень атаксии будет гораздо большей. Наконец, пределом данной энтропии является бесконечность, поскольку мы можем представить себе все возможные величины интервалов времени с равной вероятностью. Так, если разнообразие составляет величину $n \to \infty$, вероятность каждого промежутка времени равна $p_i = \frac{1}{n}$ и энтропия:

$$H = -K \sum_{i=0}^{n} \cdot \log p_i$$

$$H = -K \sum_{i=0}^{i_1} \frac{1}{n} \log \frac{1}{n} = -K\, n \frac{1}{n} \log \frac{1}{n} = -K \log \frac{1}{n} = K \log n$$

и для $n \to \infty$, $H \to \infty$.

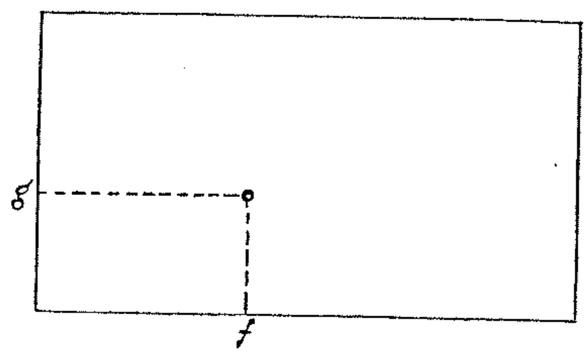
Последнее не столь актуально по отношению к практике, поскольку отрезок $_{\Delta}t$ никогда не будет заключать в себе очень большого разнообразия длительностей, и его энтропия будет сравнительно слабой; помимо этого, число отрезков $_{\Delta}t$, которое может содержать звуковая композиция, едва ли будет превышать 100 000, и, таким образом:

$$H \leq \log 100\,000 \text{ и } H \leq 16{,}6 \text{ бит.}$$

Ось высот (мелодическая). Здесь действуют те же основания, с бо́льшим ограничением разнообразия мелодических интервалов и даже абсолютных высот вследствие более узких пределов звуковой области.

Энтропия является нулевой, когда разнообразие высот зерен равно 1, т. е. когда облако содержит лишь один чистый тон.

Оси громкостей и плотностей. В их отношении действительны предыдущие замечания.



Un seul grain émis à intervalles de temps réguliers.

Рис. 19.

Единственное зерно, появляющееся через регулярные промежутки времени.

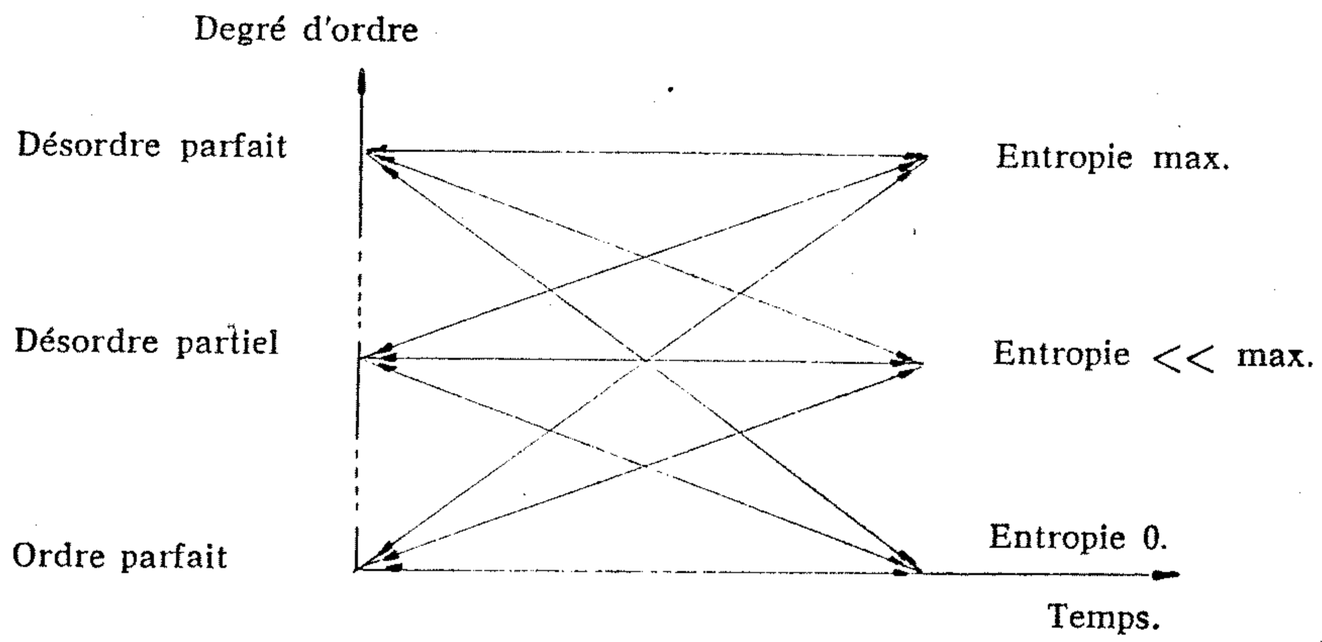


Рис. 20.

Перевод пояснений:
Степень упорядоченности; ось времени (время);
Совершенный беспорядок – максимальная энтропия;
Частичный беспорядок – энтропия << (меньше) максимальной;
Совершенный порядок – нулевая энтропия.

В предельном случае, таким образом, если энтропии, соответствующие трем осям элемента $_{\Delta}F\cdot_{\Delta}G\cdot_{\Delta}t\cdot_{\Delta}D$, равны нулю, этот элемент будет содержать лишь один-единственный звук, чистый тон постоянной громкости, появляющийся через регулярные промежутки времени.

(Рис. 19.)

В конце концов, облако может не содержать ничего иного, кроме одного-единственного чистого тона, появляющегося через регулярные промежутки времени, и его средняя энтропия (среднее арифметическое трех энтропий) будет равна нулю. Оно может содержать зерна, распределенные хаотическим образом, с очень большой, максимальной атаксией, и с максимальной средней энтропией (теоретически – бесконечной).

Между этими двумя пределами зёрна могут быть распределены бесчисленным множеством способов, со средними энтропиями в интервале от нуля до максимума, и могут воспроизводить, например, «Марсельезу», или же додекафонную серию, и т. п.

ЗАМЕЧАНИЯ В СКОБКАХ

Общие наблюдения над атаксией.

Пользуясь данным удобным случаем, рассмотрим процессы самого общего характера, принимающие различные формы во всех областях мышления, в различных физических и психических реальностях.

Представим себе с этой целью некую «первую вещь». Эта «первая вещь» будет по нашему желанию пластичной, мгновенно меняющей форму (постепенно или скачкообразно), расширяющейся или сжимающейся, одно- или многоэлементной, столь же простой, как электрон (!), или же столь же сложной, как Вселенная (имеется в виду – по отношению к человеку).

Она будет обладать некоей данной общей средней энтропией. В некоторое определенное время мы заставим ее претерпевать ту или иную трансформацию. С атаксической точки зрения эта трансформация может дать три результата:

1) Степень сложности (разнообразие) не меняется, трансформация нейтральна и общая энтропия не подвергается изменениям.

2) Степень сложности возрастает. Энтропия – также.

3) Трансформация представляет собой упрощение. Энтропия уменьшается.

Таким образом, нейтральная трансформация может действовать и преобразовывать:

I – Совершенный беспорядок в совершенный беспорядок (флуктуации).

II – Частичный беспорядок в частичный беспорядок.

III – Совершенный порядок в совершенный порядок.

Усложняющая трансформация преобразует:

I – Частичный беспорядок в совершенный беспорядок.

II – Частичный беспорядок в беспорядок более высокой степени.

III – Совершенный порядок в частичный беспорядок.

Упрощающая трансформация преобразует:

I – Совершенный беспорядок в частичный беспорядок.

II – Частичный порядок в порядок более высокой степени.

III – Частичный порядок в совершенный порядок.

В форме кинематической диаграммы это будет выглядеть так:

(Рис.20.)

Исследование атаксии на уровне сеток (множества облаков)

На основании положений, сформулированных ранее, сетка, состоящая из множества ячеек $_{\Delta}F\cdot_{\Delta}G$, имеющих ту или иную плотность в продолжение некоторого отрезка времени $_{\Delta}t$, может быть расчленена соответственно двум характеристикам зерен,

высоте и амплитуде, и присущей этим последним средней энтропии. Тем самым мы сможем классифицировать сетки соответственно критерию атаксии посредством двух параметров беспорядка: разнообразия высот и разнообразия громкостей[12)]. Мы абстрагируемся от временных распределений зерен в отрезке $_{\Delta}t$, равно как и от плотности, которая, впрочем, в скрытой форме связана с разнообразием двух фундаментальных характеристик зерна.

Обозначим символически:

Совершенный беспорядок как ∞;

Частичный беспорядок как n или m;

Частичный порядок как n или m;

Совершенный порядок как 0.

С атаксической точки зрения, сетка может быть представлена формально посредством пары значений энтропии, присваиваемым в том же порядке парам высот и громкостей ее зерен. Так, пара $(n \cdot \infty)$ означает сетку, в которой высота звука имеет весьма слабую энтропию (частичный беспорядок или порядок), громкость же имеет максимальную энтропию (материально – совершенный беспорядок).

Мы можем построить следующую таблицу энтропийности сеток:

(Таблица.)

ПОСТРОЕНИЕ СЕТОК

Теперь мы без промедлений перейдем к беглому рассмотрению некоторых сеток из приведенной нами таблицы.

Сетка $(\infty \cdot \infty)$. Пусть имеется очень большое число зерен, распределенных случайным образом на весь диапазон звуковой области в течение промежутка времени, равного $_{\Delta}t$. Пусть имеется также решетка настолько частая, что средняя плотность зерен не превосходит 30. Тогда распределение будет выражено формулой Пуассона:

$$P_k = \frac{(d_m)^k}{K!} e^{-dm}$$

где d_m – средняя плотность и P_k – вероятность того, что K зерен присутствует в рассматриваемой ячейке. Если d_m выходит за пределы 30, тогда закон распределения становится *нормальным*.

Приведем пример пуассоновского распределения для $d_m = 0{,}6$ зерна на ячейку в решетке из 196 ячеек сетки $(\infty \cdot \infty)$.

(Рис. 21.)

Таким способом мы можем строить сетки $(\infty \cdot \infty)$ либо вручную, посредством распределения зерен в столбцах и строках, либо с помощью соответствующего программирования компьютеров. В случаях очень большой величины средней плотности эти сетки, в которых беспорядок является совершенным (максимальным), будут в соединении давать очень насыщенное звучание, близкое к белому шуму, и никогда не тождественное самому себе в различные моменты времени. При расчете сеток вручную, чтобы избежать детальных разработок и вычислений в отношении каждой сетки $(\infty \cdot \infty)$, мы можем, основываясь лишь на данных первой из сеток, создать очень большое число последующих. Для этой цели мы будем переставлять ячейки соответственно столбцам или строкам.

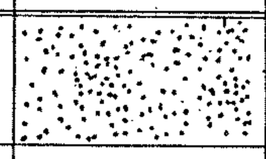
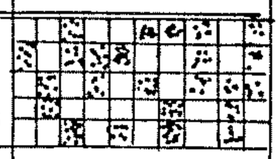
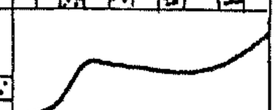
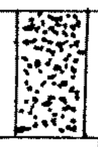
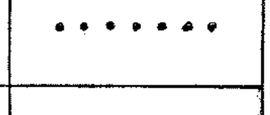
Пример перестановок на основе столбцов:

(Рис. 22.)

Дискуссия. – Очевидно, что, при средней плотности большой величины, чем большим становится число ячеек, тем в большей степени распределение зерен в той или иной области сетки стремится к регулярности (эргодичности), и отклонения

Таблица энтропийности сеток

Tableau entropique des trames

Désordre parfait		Désordre partiel		Ordre parfait		Symbole	Observations	Schèmas	Schèmas
F	G	F	G	F	G				
F	G					∞ . ∞	trame unique		
F			G			∞ . n	infinité de trames		
F					G	∞ . 0	trame unique		
	G	F				n . ∞	infinité de trames		
	G			F		0 . ∞	trame unique sons purs		
		F	G			n . m	infinité de trames		
		F			G	n . 0	infinité de trames		
			G	F		0 . n	infinité de trames		
				F	G	0 . 0	trame unique (son pur)		

Переводы обозначений:

Совершенный беспорядок; частичный беспорядок; совершенный порядок; символ; наблюдения (единственная сетка; бесчисленное множество сеток; единственная сетка (чистые тоны), единственная сетка (чистый тон), и т. п.); схемы.

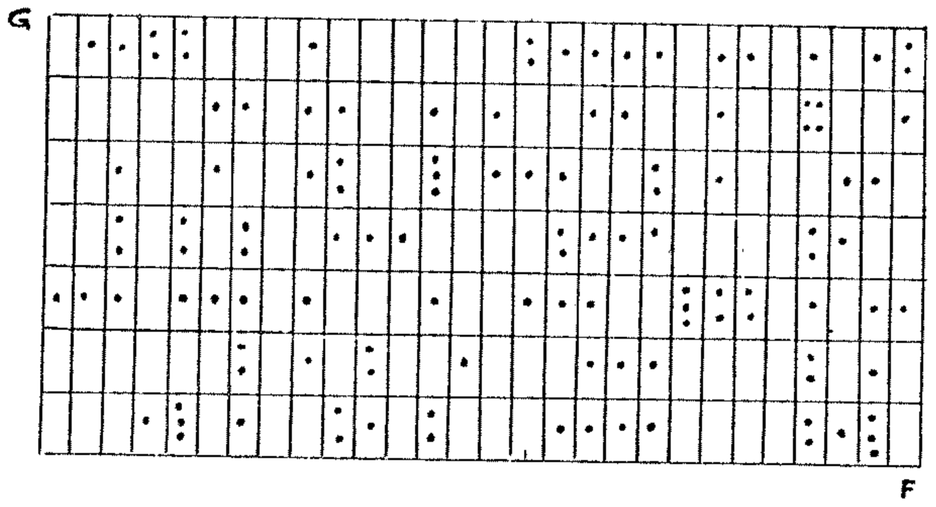


Рис. 21.

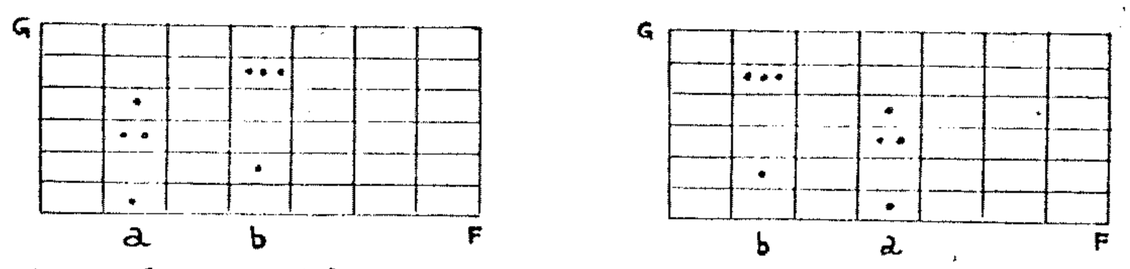


Рис. 22.

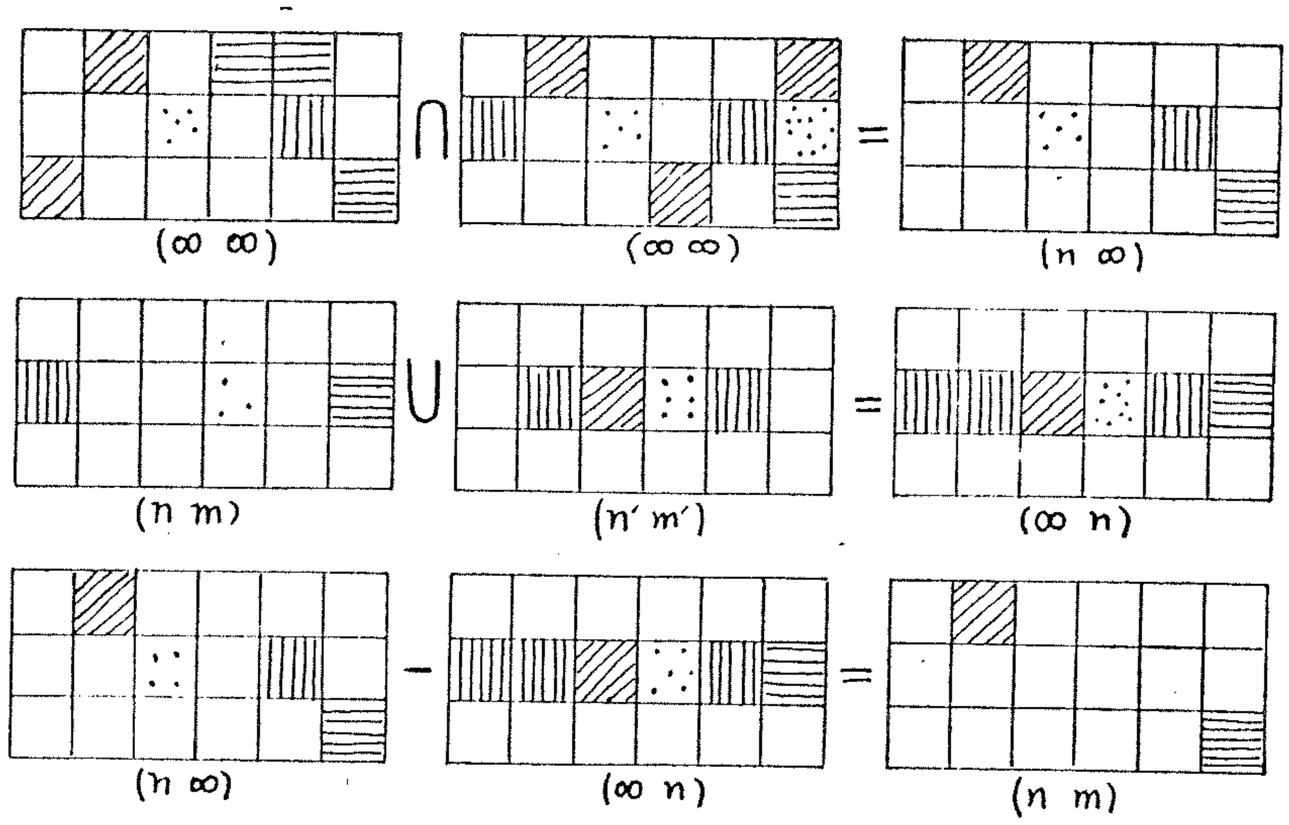


Рис. 23.

одной ячейки (звукового облака) от другой невелики. Но абсолютные пределы плотности ячеек в области слухового восприятия будут зависеть от технических средств, правил расчета, таблиц, вычислительной техники, компьютеров, нотной бумаги, оркестровых инструментов, магнитофона, ножниц, программируемых импульсов, синусоидных тонов, автоматических разрезов, программируемых форм звукозаписи, разновидностей «мыслящих машин», аналоговых преобразователей и т. д.

Если та или иная ячейка будет рассматриваться как символ, характеризуемый числом k зерен, энтропия этой сетки (для решения данной задачи) будет естественным образом зависеть от средней плотности зерен на ячейку и в то же время будет возрастать. Именно поэтому весь ряд статистических опытов на данную тему должен охватывать пределы восприятия атаксии данных сеток $(\infty \cdot \infty)$ и выражать также различные оттенки окрашивания белого шума. Весьма возможно, что слух производит классификацию в одном и том же «выдвижном ящике» из большого числа сеток, энтропия которых значительно изменяется. Результатом этого, по-видимому, будет обеднение, упрощение соответствий между физической информацией и восприятием, но, по крайней мере, также достижение определенного преимущества, состоящего в значительном уменьшении труда по формированию сеток.

Любые сетки. Исходя из нескольких сеток и применяя элементарные операции, мы можем построить любые энтропически необходимые сетки.

Несколько примеров:

(Рис. 23.)

Замечание. На практике фильтры частот и громкостей безупречно воспроизводят эти элементарные операции.

СВЯЗИ МЕЖДУ СЕТКАМИ

Мы предположили ранее, что любое звучание, так же как и любая музыка, может быть охарактеризовано с помощью соответственного числа сеток, расположенных в лексикографическом порядке, наподобие страниц в книге. Мы можем дать каждой сетке специальное буквенное обозначение (взаимно-однозначную кодировку); тогда звучание или музыка могут быть отражены последовательностью символов, называемой протоколом:

a b g k a b … b g …

где каждая буква соответствует той или иной сетке и моменту времени t при изохронности $_{\Delta}$t.

Не прибегая к специальному изучению закономерностей тех или иных последовательностей сеток, т. е. не вдаваясь в подробности физического строения звуков либо логической структуры композиции, мы можем выделить здесь некоторые разновидности таких последовательностей и, соответственно им, некоторые характерные типы протоколов. Читателя, более подробно интересующегося этим вопросом, мы отсылаем к специальным работам по данной теме [16]. Здесь же мы кратко остановимся на наиболее элементарных определениях.

Всякое событие или его отдельное обозначение может быть трактовано как *звено* (terme) того или иного логического действия. Два последовательных звена образуют между собой логический *переход*. В этом переходе второе звено является отображением, или *образом* первого. Указанный переход может быть представлен в виде следующей формулы:

звено A → звено B,

или же:

A → B.

Операция *отображения* (преобразования) представляет собой группу таких переходов. Пример на материале приведенного ранее протокола:

| a b g k . . . . . .
↓ b g c a . . . . . .

Другой пример:
| до ре ля . . . . . .
↓ си соль ми . . . . . .

Еще пример:

(Рис. 24.)

Отображение называется *замкнутым*, если группа образов содержит те же элементы, что и группа прообразов.

Примеры:
| a b c . . . . . .z
↓ b c d . . . . . .a
(алфавит).

| до реь ре миь ми фа сольь соль ля сиь си
↓ре сольь соль до фа си ля реь миь ми сиь

(Рис.25.)

с бесчисленным множеством звеньев:
| 1 2 3 4 5 6 . . . . . .
↓ 6 7 4 100 1 2 . . . . . .

Отображение называется *однозначным*, если каждому прообразу соответствует только один образ:

Пример:
| b a b c . . . . .
↓ a b c d . . . . .

Примеры неоднозначных отображений:
| a b c . . . . . .
↓ b,c d m, n, p. . . . .

(Рис. 26.)

Изменение тембровых характеристик группы звуковых величин:

| Кларнеты Гобои Струнные Литавры Медные
Тембры
↓ Литавры, струнные Литавры, фаготы Медные Гобои Струнные, гобои

Характерология «конкретной» музыки [4, 5]:

Общий характер звучания
| стабильный вибрирующий мерцающий циклический нерегулярный
↓ циклический или мерцающий нерегулярный стабильный или нерегулярный мерцающий стабильный, или вибрирующий или циклический

Отображение называется *взаимно-однозначным*, если каждому прообразу соответствует только один образ и если каждый образ, в свою очередь, исходит только из одного прообраза.

Пример:
| a b c d . . . . . .
↓ b a d c . . . . . .

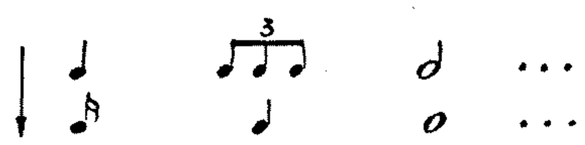
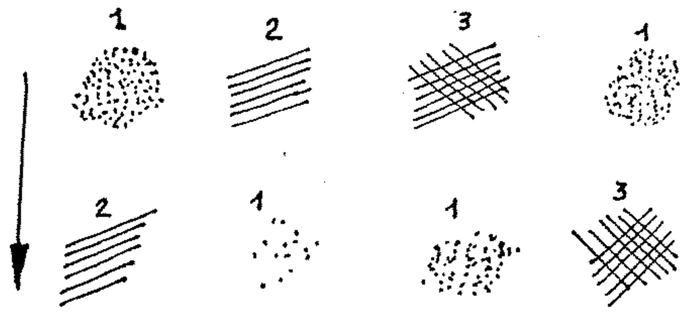


Рис. 24.



1° Nuage de sons ponctuels. ex. pizzicatti.

2° Réseau de glissandi parallèles à une direction.

3° Réseau de glissandi parallèles à deux directions.

Рис. 25.

Перевод пояснений:
1) Облако точечных звуков (например, pizzicato);
2) Сеть параллельных глиссандирований в одном направлении;
3) Сеть параллельных глиссандирований в двух направлениях.

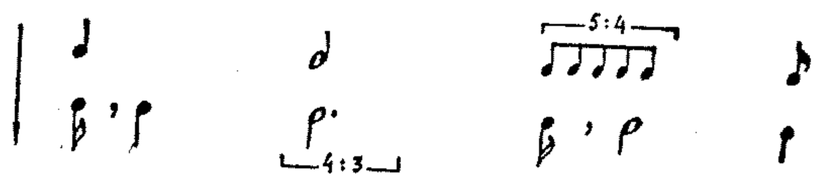


Рис. 26.

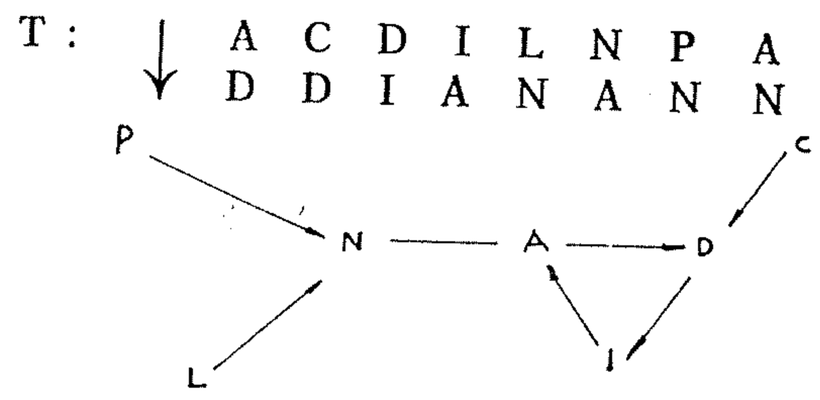
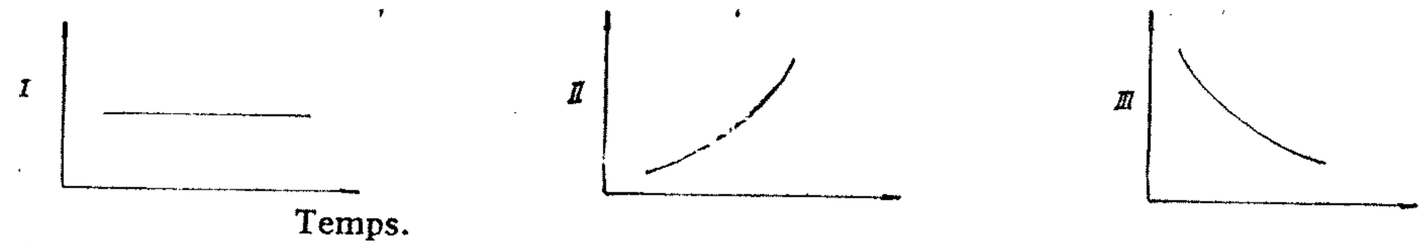


Рис. 27.

Taux d'ataxie.

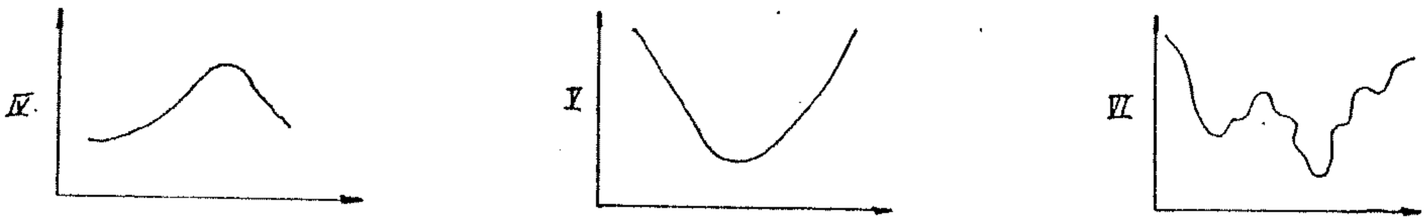


Temps.

I. L'évolution est nulle.

II. Le taux de désordre, la richesse augmentent

III. L'ataxie diminue.



IV. L'ataxie augmente puis diminue.

V. L'ataxie diminue puis augmente.

VI. L'évolution de l'ataxie est très complexe mais elle peut s'analyser par les trois premiers diagrammes.

Рис. 28.

Воспроизведение в матричной форме. – Преобразование:

| a b c
↓ a c c

может быть воспроизведено в виде следующей таблицы:

↓	a	b	c
a	+	0	0
b	0	0	0
c	0	+	+

или же:

↓	a	b	c
a	1	0	0
b	0	0	0
c	0	1	1

Эта таблица представляет собой матрицу переходов из группы звеньев в группу их преобразований.

Произведение матриц. Пусть имеется два преобразования: T и U:

T: | a b c d
↓ b d a b

U: | a b c d
↓ b d a b

В некоторых случаях мы можем применить к элементу n преобразования T сначала преобразование T, затем преобразование U. Тогда пишут: U [T (n)]; это – произведение преобразований T и U при условии, что образы T будут элементами U. Так, сначала T: a → b; затем U: b → c; в итоге V = U · T = a → c.

Чтобы вычислить произведение применительно ко всем элементам T, мы используем матричную форму воспроизведения:

T:

↓	a	b	c	d
a	0	0	1	0
b	1	0	0	1
c	0	0	0	0
d	0	1	0	0

U:

↓	a	b	c	d
a	0	0	0	0
b	0	0	0	1
c	0	1	0	0
d	1	0	1	0

Итоговое преобразование V равно произведению двух матриц T и U в порядке следования: U, T.

$$U \times T = V$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Кинематическая диаграмма[13)] представляет собой графическое выражение преобразования. Чтобы сформировать ее, связывают каждый элемент с его преобразованием стрелкой, направленной к этому последнему. Воспроизводимая точка кинематической диаграммы – это воображаемый пункт, который перемещается благодаря связям между элементами, следуя линиям диаграммы:

(Рис.27.)

В действительности преобразование представляет собой определенный механизм, и теоретически все физические и биологические процессы могут быть представлены посредством преобразований, если при этом соблюдаются следующие пять условий:

1. Каждое состояние механизма (непрерывность разбивается на дискретные состояния, с устанавливаемой по желанию степенью приближения), взаимно-однозначно соответствует одному из звеньев преобразования.

2. Каждая последовательность состояний, претерпеваемых механизмом исходя из его внутренней структуры, соответствует непрерывной последовательности звеньев преобразования.

3. Если механизм достигает некоторого состояния и остается в нем (состояние равновесия), звено, соответствующее этому состоянию, не имеет последующего преобразования.

4.Если состояния механизма воспроизводятся тождественным образом бесчисленное множество раз, преобразования выражаются кинематической диаграммой в форме замкнутой схемы.

5. Остановка механизма и возобновление его движения по отношению к тому или иному состоянию воспроизводится на диаграмме соответствующим ориентиром, выражаемым не стрелкой, но произвольным способом на бумаге.

Механизм является детерминированным, когда соответствующее преобразование носит однозначный и замкнутый характер.

Механизм является недетерминированным, когда преобразование не является однозначным. В этом случае преобразование называется *стохастическим*. В случае стохастического механизма необходимо заменять в матрице преобразований ячейки 0 и 1 относительными частотами. Это – альтернативные вероятности того или иного преобразования. Детерминированный же механизм является не чем иным, как частным случаем стохастического механизма, в котором вероятности перехода выражаются числами 0 и 1.

Пример: Все гармонические и полифонические правила классической музыки в принципе могут быть воспроизведены с помощью тех или иных механизмов; при этом фуга принадлежит к числу наиболее совершенных и детерминированных явлений такого рода. Возможно, однако, взять более широкий ракурс и учитывать, что композитор авангарда не удовлетворяется следованием механизмам своей эпохи, но предлагает новые, относящиеся *как* к деталям композиции, *так* и к ее целому.

Если в течение достаточно длительного времени вероятности преобразований постоянны и если они независимы от начальных состояний, то мы имеем дело со стохастической последовательностью, известной под названием *цепочек Маркова*[14].

Пусть имеются сетки A и B и протокол из 50 переходов:
ABABBBABAABABABABBBBABAABABBBAABABBBABAAABABBBAABBABBA.
Реальные характеристики частичных переходов таковы:

A→B = 17 раз B →A= 17 раз
A→A = 6 раз B→ B = 10 раз
23 раза 27 раз

Матрица реальных частичных переходов:

↓	A	B
A	6	17
B	17	10

Матрица вероятностей (относительных частот) переходов (МРТ[15]):

↓	A	B
A	0,26	0,63
B	0,74	0,37
	1,00	1,00

Если бы эта предшествующая матрица имела такой вид:

↓	A	B
A	0,5	0,5
B	0,5	0,5

то непредсказуемость последования сеток была бы максимальной; то же касается энтропии. Напротив, элемент ограничения (la contrainte)[16] был бы нулевой.

Если же данная матрица имела бы такой вид:

↓	A	B
A	0	1
B	1	0

то преобразование было бы абсолютно детерминированным и энтропия, как следствие этого, – нулевой. Ограничение достигло бы максимума.

Возможны случаи, когда символы протокола определенным образом зависят от предшествующих. Примеры: протоколы диграмм, триграмм и т. п. В этих случаях матрица вероятностей перехода (МРТ) может быть построена независимо путем соответствующей кодировки.

Мы можем располагать несколькими МРТ с конкретными параметрами перехода:

a)

↓	A	B
A	0,26	0,63
B	0,74	0,37

b)

↓	A	B
A	0,5	0,5
B	0,5	0,5

c)

↓	A	B
A	0	1
B	1	0

где a, b, c – конкретные параметры.

Мы можем соединить две или несколько матриц с различными символами при условии введения детерминированных или стохастических преобразований между различными параметрами.

Так, протокол тембров может быть соединен с протоколом громкостей и высот, и т. п. При этом каждый из этих протоколов может быть попарно соединен со всеми остальными.

Отдельно или совместно действующие механизмы могут создавать одну или несколько ситуаций стабильности, равновесия, к которому они стремятся каким-либо одним путем или же различными путями. При этом стохастический механизм является в этом отношении столь же определенным, как и детерминированный.

Если матрица вероятностей перехода (МРТ) теоретически имеет состояние равновесия, тогда ее протокол стремится к пропорциональности состояний, стабильной и эргодичной во времени. Эта пропорция символов представляет собой состояние конечного равновесия. Во второй части данной главы мы ознакомимся с двумя методиками вычисления этого состояния стабильности МРТ, а также с определением средней энтропии. Именно с помощью этой средней энтропии мы сможем также определять, а затем и сравнивать друг с другом различные степени атаксии того или иного механизма, который был применен нами к собранию сеток.

Тем самым всё, что было ранее сказано об атаксии зерен или облаков, может быть также обобщено и перенесено на собрания (тетради) сеток. Фундаментальный критерий эволюции той или иной музыки может быть сформирован благодаря преобразованиям атаксии во времени.

Пример: весьма распространенный прием в музыкальной композиции состоит в том, что все возможные средства выражения не показываются сразу, но приберегаются и вводятся постепенно с течением времени. Возможно также представить себе музыку, демонстрирующую с самого начала, одним ударом, все свое разнообразие, затем же отчеканивающую его характеристики во времени, «монета за монетой».

Элементарные формы эволюции атаксии могут быть схематически представлены в виде следующих диаграмм:

(Рис.28.)

Процессы атаксии.

I. *Нулевая эволюция.*

II. Степень беспорядка (разнообразия) возрастает.

III. Атаксия уменьшается (убывает).

IV.Атаксия возрастает, затем убывает.

V.Атаксия убывает, затем возрастает.

VI.Эволюция атаксии весьма сложна, но ее можно анализировать с помощью первых трех диаграмм.

Диаграмма VI может быть представлена в форме протокола. Атаксия, таким образом, может быть выражена в матричной форме с соответствующими параметрами и т. д., и все логические правила преобразования, которые были приняты нами ранее, применимы к матрице вероятностей переходов энтропии.

Как воспринимается атаксия? Множеством способов. Если зерна на данной поверхности сетки распределены однородным образом, с возрастанием плотности будет увеличиваться разнообразие, непредсказуемость, энтропия.

При том же эргодическом распределении зерен, если в их расположении проявляются и могут быть восприняты некие симметричные моменты, то ощущается элемент ограничения и отсюда – уменьшения энтропии.

При аналогичном распределении, если реализуются и воспринимаются мелодические и гармонические связи, непредсказуемость убывает, соответственно убывает и энтропия.

Так, после первого проведения серии из двенадцати звуков темперированного звукоряда непредсказуемость падает до нуля, ограничение (избыточность) принимает максимальное значение, выбор становится нулевым, энтропия – также нулевой. Разнообразие и интерес находят место в других областях: гармонии, тембра, динамики и т. д.; при этом многие композиционные ухищрения направлены именно на оживление энтропии.

Фактически звуковая речь представляет собой не что иное, как постоянное колебание энтропии во всех ее формах [17].

Тем не менее человеческая чувствительность не следует строго изменениям энтропии, хотя эта последняя и логарифмична (с соответствующим основанием). Фактором, возбуждающим слушателя (притом нередко в смысле, противоположном понятию энтропии), скорее является последовательный протокол напряжений и разрядок самого разнообразного свойства. Так, «Болеро» Равеля, где изменениям подвергается лишь динамика, имеет практически нулевую энтропию, начиная с третьего или четвертого проведения основной музыкальной идеи. Однако интерес или, скорее, психическое возбуждение растет по мере того, как длится данный пример такого рода (строго говоря) неподвижности-банальности. И все проявления музыки или колдовских ритуалов направлены на достижение максимального напряжения с минимальной энтропией. Обратное утверждение также оказывается справедливым, поскольку рассматриваемый под определенным углом зрения белый шум со своим максимумом энтропии очень быстро утомляет. Представляется, что не существует соответствия между эстетическим результатом и энтропией. Эти два явления в каждом отдельном случае связаны друг с другом достаточно независимым образом. Такой контрапункт оставляет еще некоторую отдушину для проявлений свободы воли композитора, даже если эта свобода воли, зарытая под ворохами приобретений культуры и цивилизации, представляет собой лишь тень, в лучшем случае тенденцию, простой стохазм.

Значительное препятствие к слишком поспешному обобщению составляет здесь прежде всего фактор логического порядка, состоящий в том, что объект является объектом лишь в зависимости от своего определения; при этом, особенно в искусстве, существует практически бесчисленное множество определений, соответственно – бесчисленное множество энтропий, тем более, что само понятие энтропии также является следствием (или проявлением) своего определения. Какая (или же: какие) из этих энтропий имеет значение? Слух, зрение, затем мозг находят решение в ситуациях, кажущихся иногда неразрешимыми, наряду с тем, что

называется интуицией, вкусом, разумом и т. п. Притом нередки случаи, когда два определения с двумя разными энтропиями воспринимаются как тождественные. Верно, однако, и то, что множество определений одного и того же объекта имеет свою степень неупорядоченности.

Предмет нашего интереса в данном изложении состоит не в том, чтобы углубляться далее в изучение этой сложной, трудной и малоисследованной ситуации, но лишь в том, чтобы дать читателю представление о тех возможностях, которые предоставляют в его распоряжение области, связанные с современной мыслью, имея в виду действие, поиск.

В качестве краткого завершения данного раздела (поскольку приложения, следующие далее, более красноречивы, чем разъясняющие тексты) мы допустим, что то или иное собрание (тетрадь) сеток может быть выражено матрицей параметрированных вероятностей переходов. Они подвергаются воздействию той или иной степени атаксии, энтропии, которая может быть вычислена в каждом отдельном случае.

Соответственно, для того, чтобы производить анализ, а затем опыты синтеза какой-либо звуковой композиции, в пределах здравого смысла и конкретных правил вычисления, мы будем предполагать наличие трех критериев в отношении любой из сеток:

1.*Топологический критерий.*

Положение ячеек ${}_{\Delta}F\cdot{}_{\Delta}G$ в рамках звуковой области является безусловно важным, поскольку перечисление их возможных сочетаний создает предпосылки для формирования группы вполне определенных звеньев, к которым можно применять понятие энтропии и способы ее вычисления.

2.*Критерий плотности.*

Поверхностная плотность зерен в ячейке ${}_{\Delta}F\cdot{}_{\Delta}G$ также обладает определенной характеристичностью, притом воспринимаемой непосредственно, и мы равным образом можем определять те или иные звенья, в отношении которых могут быть применимы понятие энтропии и способы ее вычисления.

3.*Критерий чистой атаксии* (определяемой по отношению к зернам сетки).

Ячейка характеризуется тремя переменными: средней высотой, средней амплитудой и средней плотностью зерен. Для любой сетки мы, следовательно, можем установить три протокола, независимые или связанные друг с другом, затем три матрицы вероятностей перехода, соединяемые (или не соединяемые) друг с другом попарно. Каждая из матриц будет иметь свою энтропию, а три попарно соединенные матрицы будут иметь свою среднюю энтропию. В развертывании звучаний мы можем установить несколько рядов из трех матриц, тем самым – несколько рядов средних энтропий, изменения которых будут формировать критерий атаксии.

Два первых критерия, которые являются наиболее общими и действующими как в масштабе сеток, так и в масштабе ячеек (клеточек), в дальнейшем нас занимать не будут. Напротив, третий критерий, более условный, будет представлен детально во второй части главы, посвященной практическому применению данных теоретических установок, результатом которого явились композиция для струнного оркестра «Analogique A» и композиция для синусоидных тонов «Analogique B». Обе эти композиции осуществлены в 1958-59 гг.

Применение

В этой части главы[17)], посвященной применению методов, охарактеризованных выше, мы ограничимся в качестве примера простым случаем, когда каждая из составляющих G, F, D сетки (громкость, высота, плотность) принимает лишь два значения соответственно матрицам вероятностей перехода, соединяемым попарно с помощью тех или иных параметров. При этом выбор вероятностей в матрицах будет производиться таким образом, чтобы не выходить за пределы регулярности согласно теории связных событий, характеристика которой дана в работе Мориса Фреше [14].

Очевидно, что более богатые и более сложные стохастические механизмы представляют очень большой интерес как в отношении их формирования, так и в отношении их применения на практике, но, поскольку они требуют значительного объема вычислений, было бы напрасным трудом предпринимать эту задачу вручную; напротив, весьма желательно программирование и практическое освоение этих механизмов с помощью компьютера.

Тем не менее, несмотря на структурную простоту операций, которые будут определены нами далее, стохастический механизм, составляющий их основу, следует рассматривать как модель, базовый образец для любого другого, значительно более сложного, способный послужить катализатором дальнейших, более подвинутых опытов в данном направлении. Хотя мы здесь ограничиваемся рассмотрением сеток, характеристика которых дана нами ранее в настоящей главе (множества элементарных зерен), едва ли необходимо особо говорить о том, что ничто не препятствует обобщить эту методику структурирования (соответственно – композиции), распространив ее на материал с бóльшим, чем три, числом характеристик. Так, основательно предполагать, что не только в отношении сеток, но также в отношении *критериев* определения звукового явления, таких, как тембр, степень упорядоченности, плотность, варьирование и т. д., и даже *критериев* определения более или менее сложных элементарных структур, например, мелодических и временны́х структур звуковых групп[•)], инструментальных, пространственных, кинематических структур и т. п., – эта же схема оказывается применимой; достаточно лишь определить необходимые изменения и классифицировать их хотя бы в общих чертах.

Звуковой результат, получаемый такого рода способом, не гарантируется a priori вычислениями. Интуиция и опыт всегда должны играть руководящую роль, как в принятии решений, так и в оценке проведенных опытов на практике.

Анализ (определение схемы механизма)

Теперь мы охарактеризуем схему «аналогового» механизма стохастического процесса. Механизм этот будет служить формированию звуковых явлений и их преобразованию во времени.

Эти звуковые явления будут представлены сетками, которые будут отличаться следующими характерными особенностями, выбираемыми свободно:

1) они будут предполагать два различных соединения участков высот: f_0, f_1.

[17)] Композиция «Syrmos» для 18 струнных, созданная в 1959 г., основана на стохастических преобразованиях восьми основных типов фактуры: *a*) Сеть параллельных горизонтальных линий. *b*) Сеть восходящих (глиссандирующих) параллельных линий. *c*) Сеть нисходящих (глиссандирующих) параллельных линий. *d*) Сеть перекрещивающихся (восходящих и нисходящих) параллельных линий. *e*) Облако звуков pizzicato. *f*) Атмосферы, создаваемые ударами смычка col legno вместе с кратким глиссандо col legno. *g*) Сходящиеся и далее расходящиеся геометрически конфигурации glissando. *h*) Конфигурации glissando, трактованные как регулируемые наклонные поверхности. (Рис. 29.)

Математическая структура этого сочинения полностью совпадает с представленной в композициях «Analogique A» и «Analogique B», к анализу которых мы непосредственно обратимся далее.

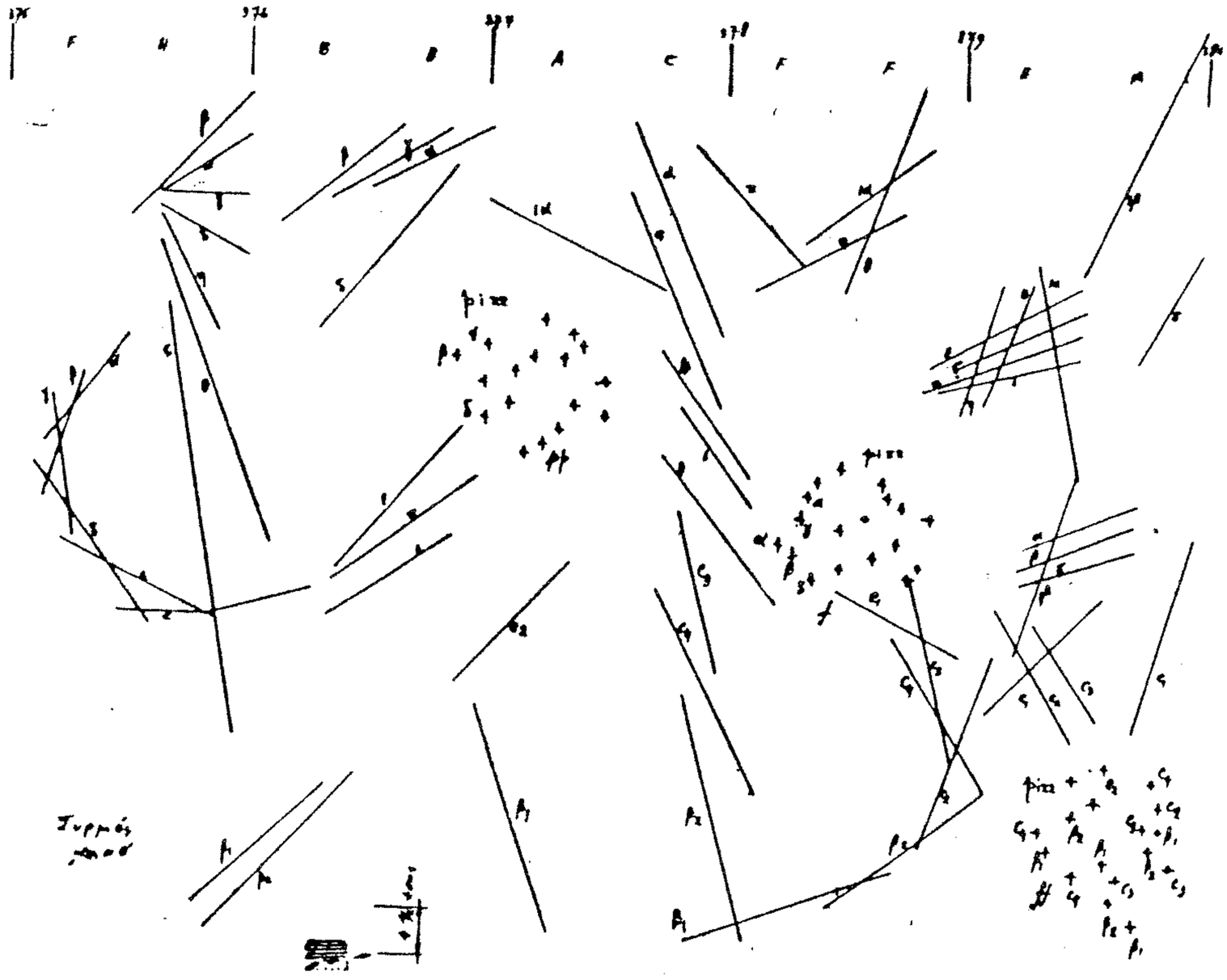


Рис. 29.

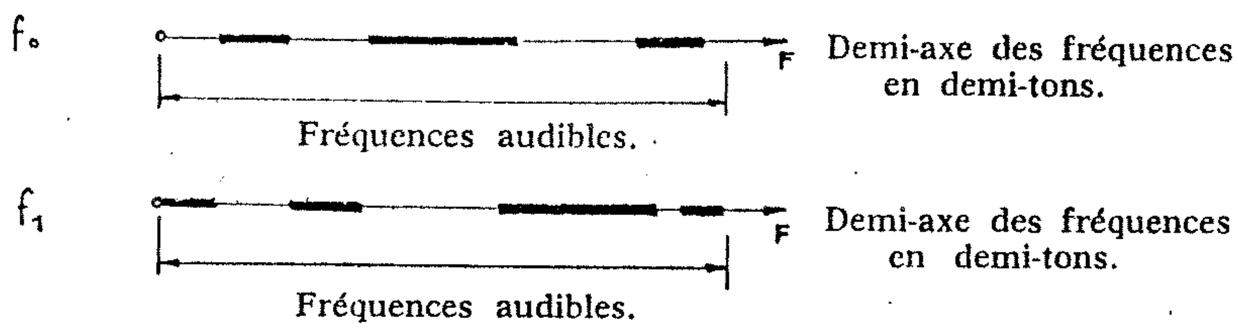


Рис. 30.

Перевод обозначений:
воспринимаемые высоты; полуось высот в полутонах.

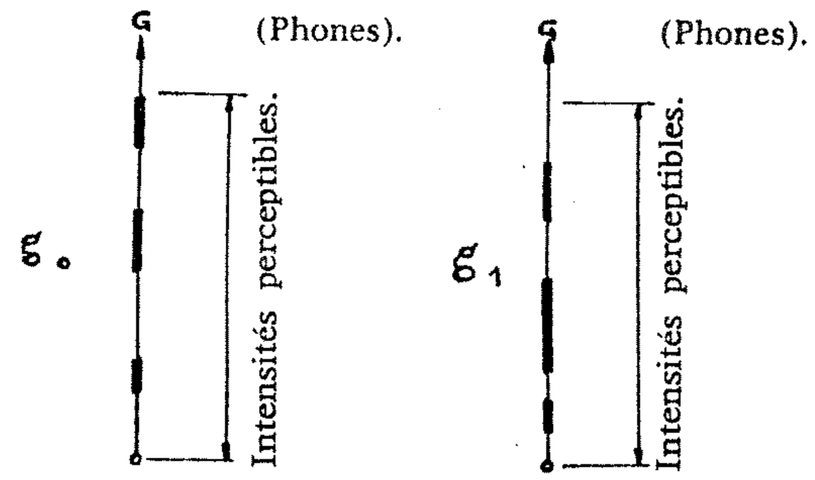


Рис. 31.

Перевод обозначений:
воспринимаемые громкости (фоны).

Пример:

(Рис.30.)

2) Они будут допускать два различных соединения участков громкости.

(Рис. 31.)

3) Они будут допускать два различных соединения участков плотности.

(Рис. 32.)

4) Каждая из этих трех переменных величин будет представлена протоколом, который может быть кратко охарактеризован двумя матрицами вероятностей перехода (MPT). Буквы ρ и σ обозначают параметры MPT:

(ρ) ↓	X	Y
X	0,2	0,8
Y	0,8	0,2

(σ) ↓	X	Y
X	0,85	0,4
Y	0,15	0,6

MPTF (высóты)

(α) ↓	f_0	f_1
f_0	0,2	0,8
f_1	0,8	0,2

(β) ↓	f_0	f_1
f_0	0,85	0,4
f_1	0,15	0,6

MPTG (громкости)

(γ) ↓	g_0	g_1
g_0	0,2	0,8
g_1	0,8	0,2

(ε) ↓	g_0	g_1
g_0	0,85	0,4
g_1	0,15	0,6

MPTD (плотности)

(λ) ↓	d_0	d_1
d_0	0,2	0,8
d_1	0,8	0,2

(μ) ↓	d_0	d_1
d_0	0,85	0,4
d_1	0,15	0,6

5) Переходы между переменными являются неопределенными внутри каждой MPT (процесс диграмм), но сами MPT, напротив, будут связаны друг с другом посредством попарного соединения, определяемого параметрами. Попарное соединение задается следующими однозначными преобразованиями:

(e_0)	f_0	f_1	d_0	d_1	g_0	g_1	g_0	g_1	f_0	f_1	d_0	d_1
	↓λ	μ↓	α	β	↓λ	μ↓	β	α	↓γ	ε↓	γ	ε

С помощью приведенных правил мы охарактеризовали структуру механизма. Она, таким образом, определяется тремя парами MPT: MPTF, MPTG, MPTD и группой (e_0) из шести попарных соединений этих MPT.

Обозначение попарных соединений

Пусть f_0 – состояние высот сетки в момент t звуковой эволюции механизма и в продолжение отрезка времени $_{\Delta}t$. Пусть также g_1 и d_1 будут величинами других переменных сетки в момент t. В следующий момент, $t + {}_{\Delta}t$, элемент f_0 должен будет измениться в целом, поскольку он подчиняется одной из матриц переходных вероятностей, (α) или (β). Выбор матриц (α) или (β) обусловлен величинами g_1 и d_1 в момент t, соответственно однозначному преобразованию в попарном соединении. Тем самым g_1 предполагает параметр (α), а d_1 – параметр (β) в одно и то же время. Иначе говоря, элемент f_0 будет оставаться f_0 или уступит место элементу f_1 согласно механизму (α) или согласно механизму (β). Всё это происходит подобно тому, как если бы элемент f_0 находился перед двумя урнами (α) и (β) с шарами двух цветов, красного для f_0 и синего для f_1, данных в следующих пропорциях:

Урна (α)	*Урна* (β)
0,2 красных шаров (f_0)	0,85 красных шаров (f_0)
0,8 синих шаров (f_1)	0,15 синих шаров (f_1)

Выбор – свободен, и звено f_0 может вызвать следующее за ним звено либо из урны (α), либо из урны (β), с вероятностью, равной ½ (вероятность звена как целого).

Как только урна будет выбрана, вытягивание синего или красного шара может получить вероятность, равную соотношению цветов в выбранной урне. Применяя правило составных вероятностей, мы получим, что вероятность с которой f_0 останется f_0 в момент $t + {}_{\Delta}t$, равна ½ (0,20 + 0,85) = 0,525, а вероятность, с которой элемент f_0 перейдет в элемент f_1, равна ½ (0,80 + 0,15) = 0,475.

Пять характерных особенностей формирования сеток образуют основу стохастического механизма. Тем самым в каждом из отрезков времени ${}_{\Delta}t$ звуковой эволюции сформированного механизма три переменных образуют круг непредсказуемых соединений, все время меняющихся в зависимости от трех матриц МРТ и от однозначных попарных соединений, объединяющих звенья и параметры.

Мы сформировали этот механизм, еще не принимая во внимание каких-либо критериев, касающихся самих сеток. Иначе говоря, мы подразумевали некое топологическое распределение участков из зерен во время выбора переменных f_0, f_1 и g_0, g_1, но не уточняли это в подробностях. То же касается распределения плотностей. Мы дадим теперь два весьма отличных друг от друга примера осуществления этого механизма. Но прежде чем изложить их, мы предпримем исследование критерия атаксии.

Не будем принимать во внимание энтропии трех переменных на уровне зерен, поскольку в данном случае важен именно макроскопический механизм в масштабе сеток.

Теперь мы поставим фундаментальный вопрос, касающийся механизмов: Куда движется преобразование, кратко выраженное матрицей МРТ? Какова его судьба?

Рассмотрим МРТ:

↓	X	Y
X	0,2	0,8
Y	0,8	0,2

и будем предполагать наличие 100 механизмов, определяемых законом этой пространственной МРТ. Будем все время соотносить их с механизмом X и полагать, что эти механизмы эволюционируют свободно. Тогда вопрос, поставленный ранее, приобретает следующий вид:

Существует ли общая теория состояний 100 механизмов и если да, то какая? (См. Приложение 2.)

После первого этапа 100 X трансформируются следующим образом:

$$0{,}2 \cdot 100\ X = 20\ X \text{ и } 0{,}8 \cdot 100\ Y = 80\ Y.$$

На третьем этапе 0,2 состояний X останутся X, а 0,8 состояний Y перейдут в состояние X. Напротив, 0,8 механизма X перейдут в состояние Y, а 0,2 механизма Y останутся в состоянии Y. Этот общий вывод действителен для всех этапов и может быть выражен так:

$$X' = 0{,}2\ X + 0,\ 8\ Y.$$
$$Y' = 0{,}8\ X + 0{,}2\ Y.$$

Если применить данный вывод к 100 механизмам X, указанным выше, то мы получим:

Этап	Механизмы X	Механизмы Y
0	100	0
1	20	80
2	68	32
3	39	61
4	57	43
5	46	54
6	52	48
7	49	51
8	50	50
9	50	50
.	.	.
.	.	.
.	.	.

Отметим колебания характеристик, имеющие общую тенденцию к равновесию, реализуемому на 8-м этапе. Мы можем, таким образом, заключить, что из 100 механизмов, соотносящихся с X, восьмой этап приводит, соответственно всем вероятностям, 50 механизмов в состояние X и 50 в состояние Y.

Те же «значения с равновесием» вычисляются следующим образом:

В равновесии величины X и Y остаются неизменными и предыдущая система приобретает следующий вид:

$$X = 0{,}2\,X + 0{,}8\,Y;$$
$$Y = 0{,}8\,X + 0{,}2\,Y;$$

или иначе:

$$0 = -0{,}8\,X + 0{,}8\,Y;$$
$$0 = +0{,}8\,X - 0{,}8\,Y.$$

Поскольку число механизмов постоянно (в данном случае равно 100), одно из двух равенств может быть заменено в равновесии следующим образом:

$$100 = X + Y,$$

и система приобретет следующий вид:

$$0 = 0{,}8\,X - 0{,}8\,Y;$$
$$100 = X + Y;$$

где величины в равновесии таковы:

$$X = 50;\ Y = 50,$$

в пропорциональном значении:

$$X = 0{,}5;\ Y = 0{,}5.$$

Тот же метод может быть применен к матрице MPT (σ), которая обнаруживает состояние равновесия со следующими значениями:

$$X = 0{,}73;\ Y = 0{,}27.$$

Другой метод, особенно интересный в случае MPT из большого числа звеньев, требует от нас при нахождении величин равновесия выстраивать длинную систему линейных уравнений, связанную с использованием матричного исчисления.

Так, первый этап можно рассматривать как результат матричного произведения MPT на одностолбцовую матрицу $\begin{vmatrix} 100 \\ 0 \end{vmatrix}$.

$$\begin{array}{l} X: \\ Y: \end{array} \begin{vmatrix} 0{,}2 & 0{,}8 \\ 0{,}8 & 0{,}2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 100 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 20 \\ 80 \end{vmatrix}$$

второй этап:

$$\begin{vmatrix} 0,2 & 0,8 \\ 0,8 & 0,2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 20 \\ 80 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4+64 \\ 16+16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 68 \\ 32 \end{vmatrix}$$

n-ный этап:

$$\begin{vmatrix} 0,2 & 0,8 \\ 0,8 & 0,2 \end{vmatrix}^{n} \cdot \begin{vmatrix} 100 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Теперь, когда мы можем вычислять величины в равновесии цепочки Маркова, мы можем легко вычислить ее среднюю энтропию.

Характеристика энтропии сигнала такова:

$$H = -\sum p_i \cdot \log p_i.$$

Вычисление энтропии МРТ производится сначала по столбцам ($\sum p_i = 1$)*), затем этот результат снабжается весовыми коэффициентами, соответствующими величинам равновесия. Так, для МРТ (σ):

↓	X	Y
X	0,85	0,4
Y	0,15	0,6

Энтропия состояний X:

$$-0,85 \log 0,85 - 0,15 \log 0,15 = 0,611 \text{ бит.}$$

Энтропия состояний Y:

$$-0,4 \log 0,4 - 0,6 \log 0,6 = 0,970 \text{ бит.}$$

Значение X в равновесии:

0,73

Значение Y в равновесии:

0,27

Средняя энтропия в равновесии:

$$H_\sigma = 0,611 \cdot 0,73 + 0,970 \cdot 0,27 = 0,707 \text{ бит.}$$

Энтропия МРТ (ρ) в равновесии:

$$H_\rho = 0,722 \text{ бит.}$$

Эти две энтропии не отличаются существенно друг от друга, что, впрочем, и следовало ожидать, поскольку, проанализировав соответствующие МРТ, мы обнаружим, что значительные контрасты внутренних вероятностей матрицы ρ компенсируются внешним равенством вероятностей в равновесии; напротив, в МРТ (σ) внутреннее квази-равенство между величинами 0,4 и 0,6 приводит к противоборству между внутренним контрастом 0,85 и 0,15 и внешним контрастом 0,73 и 0,27.

На этом уровне мы можем модифицировать МРТ трех переменных f_1, g_1, d_1 таким образом, чтобы получить новую пару энтропий. И поскольку эта операция может возобновляться, мы можем затем формировать протокол пар энтропий и соответственно матрицу МРТ пар энтропий. Такого рода построения вполне возможны, и опыты в этом направлении, несомненно, представляют интерес.

Мы же ограничимся первоначальными вычислениями, произведенными ранее, и продолжим наше рассуждение, переведя его в еще более широкий план.

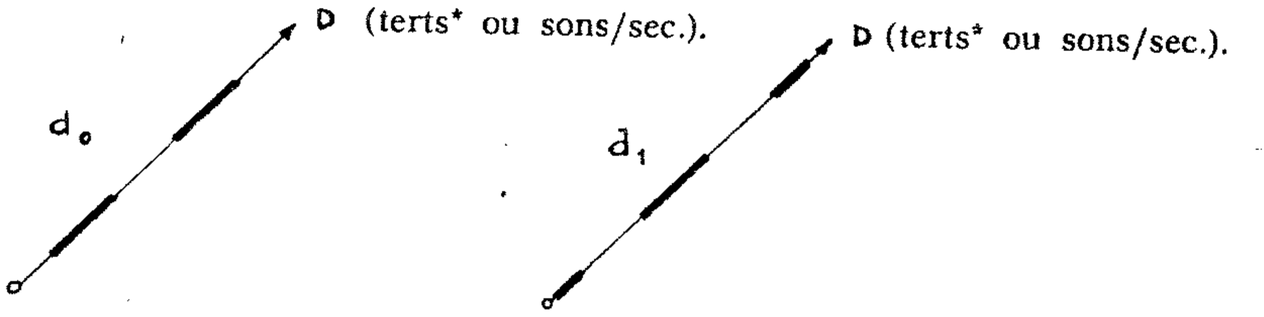
Марковские цепочки, распространенные на характеристики f_i, g_i, d_i одновременно

На стр. 3 мы проанализировали механизм преобразования f_0 в f_0 или f_1, когда величины двух других переменных, g_i и d_i, даны заранее. Мы можем принять те же выводы относительно каждой из трех переменных f_i, g_i, d_i, когда две другие даны заранее.

Пример для g_i:

---

*) p_i – переходные вероятности МРТ.



(*) Logarithmes ternaires.

Рис. 32.

Перевод обозначений:
терты (логарифмы с основанием 3), или число звуков в секунду.

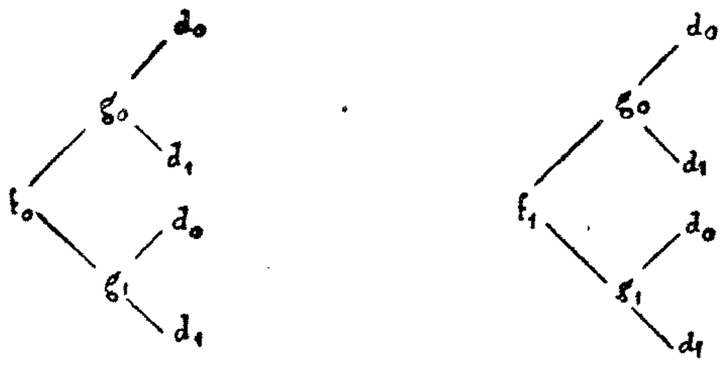


Рис. 33.

M P T Z

	↓	A (f_0 g_0 d_0)	B (f_0 g_0 d_1)	C (f_0 g_1 d_0)	D (f_0 g_1 d_1)	E (f_1 g_0 d_0)	F (f_1 g_0 d_1)	G (f_1 g_1 d_0)	H (f_1 g_1 d_1)
A	(f_0 g_0 d_0)	0,021	0,357	0.084	0,189	0,165	0,204	0,408	0,096
B	(f_0 g_0 d_1)	0,084	0,089	0,076	0,126	0,150	0,136	0,072	0,144
C	(f_0 g_1 d_0)	0,084	0,323	0.021	0,126	0,150	0,036	0,272	0,144
D	(f_0 g_1 d_1)	0,336	0,081	0,019	0,084	0 135	0,024	0,048	0,216
E	(f_1 g_0 d_0)	0,019	0,063	0,336	0,171	0,110	0,306	0,102	0,064
F	(f_1 g_0 d_1)	0,076	0,016	0,304	0,114	0,100	0,204	0,018	0,096
G	(f_1 g_1 d_0)	0,076	0,057	0,084	0,114	0,100	0,054	0,068	0,096
H	(f_1 g_1 d_1)	0,304	0,014	0,076	0,076	0,090	0,036	0,012	0,144

Пусть имеется сетка в момент t, переменные которой имеют значения (f_0, g_1, d_1); в момент $t + {}_{\Delta}t$ величина g_1 преобразуется в g_1 или g_0.

Из f_0 исходит параметр (γ).

Из d_1 исходит параметр (ε).

С MPT(γ) вероятность того, что g_1 останется g_1, равна 0,2. С MPT(ε) вероятность того, что g_1 останется g_1, равна 0,6. Применяя правило составных общих вероятностей (см. стр. 101*), мы получим, что вероятность для g_1 остаться g_1 в момент $t + {}_{\Delta}t$ при одновременном результате f_0 и d_1, равна $(0{,}2 + 0{,}6) \cdot \frac{1}{2} = 0{,}4$.

То же касается вычисления преобразований g_1 в g_0 и преобразований d_1.

Теперь мы попробуем выйти из этой чащобы вероятностных соединений, немыслимых в освоении вручную, и поискать более общий взгляд на проблему, если таковой существует.

В общем и целом, поскольку сетка характеризуется тройкой величин трех переменных F, G, D, мы можем составить перечень различных сеток, обязанных своим происхождением механизму, который мы задали самим себе.

Возможные соединения сеток таковы:

(Рис. 33.)

Или иначе:

$(f_0g_0d_0)$, $(f_0g_0d_1)$, $(f_0g_1d_1)$, $(f_0g_1d_0)$ $(f_1g_0d_0)$ $(f_1g_0d_1)$ $(f_1g_1d_0)$ $(f_1g_1d_1)$;

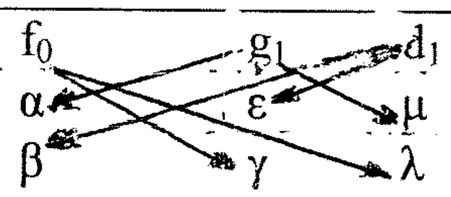
т.е. восемь сеток, отличных друг от друга.

Эти восемь сеток составляют – вместе со своими протоколами – звуковую эволюцию. В каждый момент t данной композиции мы сможем обнаружить лишь одну из этих восьми сеток и никакие другие.

Каковы правила перехода от одного соединения к другому? Возможно ли построить матрицу вероятностей переходов между этими восемью сетками?

Пусть имеется сетка $(f_0g_1d_1)$ в момент t. Возможно ли вычислить вероятность с которой эта сетка преобразуется в момент $t + {}_{\Delta}t$ в сетку $(f_1g_1d_0)$?

Предыдущие операции позволили нам вычислить вероятность, с которой f_0 преобразуется в f_1 под воздействием g_1 и d_1, а также случай, когда g_1 остается g_1 под воздействием f_0 и d_0. Представим эти случаи в виде схемы:

Сетка в момент t	f_0  g_1 d_1		
Параметры, выведенные из преобразований попарных соединений	α ε μ β γ λ		
Сетка в момент ($t + {}_{\Delta}t$)	f_1	g_1	d_0
Величины вероятностей, взятые из матриц вероятностей перехода (MPT) на основе попарных соединений	0,8	0,6	0,4
	0,15	0,2	0,8
Независимые вероятности	0,475	0,4	0,6
Составные вероятности	$0{,}475 \cdot 0{,}40 \cdot 0{,}60 = 0{,}114$		

Итог:

Сетка $(f_0g_1d_1)$ преобразуется в сетку $(f_1g_1d_0)$ с вероятностью 0,114.

Мы можем, таким образом, применить эти подсчеты ко всем восьми сеткам и построить матрицу переходных вероятностей. Она квадратна и насчитывает восемь столбцов и восемь строк.

(Таблица MPTZ.)

Есть ли у нее область стабильности?

Пусть имеется 100 механизмов Z, схема действия которых кратко выражается матрицей MPTZ. В момент t d_A механизмов будут применены к сетке A, d_B к сетке B и т. д., соответственно d_H к сетке H. В следующий момент $(t + {}_{\Delta}t)$ все 100 механизмов будут воспроизводить, например, сетку A с вероятностями, выписанными в MPTZ, следующим образом:

0,012 d_A останутся в A;
0,357 d_B дадут A;
0,084 d_C дадут A;
. . . . . .
0,096 d_H дадут A.

d_A сеток в момент t преобразуются в d'_A сеток в момент $t + {}_{\Delta}t$, и это число будет равно сумме всех сеток, которые будут произведены благодаря остальным механизмам, согласно соответствующим вероятностям. Итак:

(e_1): $d'_A = 0{,}021\ d_A + 0{,}357\ d_B + 0{,}084\ d_C + \ldots\ldots\ldots\ldots + 0{,}096\ d_H$.

То же в отношении семи других сеток:

$d'_B = 0{,}084\ d_A + 0{,}089\ d_B + 0{,}076\ d_C + \ldots\ldots\ldots\ldots + 0{,}144\ d_H$.
$d'_C = 0{,}084\ d_A + 0{,}323\ d_B + 0{,}021\ d_C + \ldots\ldots\ldots\ldots + 0{,}144\ d_H$.
. . . . . .
$d'_H = 0{,}304\ d_A + 0{,}014\ d_B + 0{,}076\ d_C + \ldots\ldots\ldots\ldots + 0{,}114\ d_H$.

При достижении равновесия частота появления сеток A, B, C, D … H становится постоянной, и восемь предыдущих равенств приобретают следующий вид:

$(d'_A = d_A;\ d'_B = d_B;\ d'_C = d_C; \ldots\ldots\ldots d'_H = d_H)$.

(e_2): $0 = -0{,}979\ d_A + 0{,}357\ d_B + 0{,}084\ d_C + \ldots\ldots\ldots\ldots + 0{,}096\ d_H$.
$0 = \ \ 0{,}084\ d_A - 0{,}911\ d_B + 0{,}076\ d_C + \ldots\ldots\ldots\ldots + 0{,}144\ d_H$.
$0 = \ \ 0{,}084\ d_A + 0{,}323\ d_B - 0{,}979\ d_C + \ldots\ldots\ldots\ldots + 0{,}144\ d_H$.
. . . . . .
$0 = \ \ 0{,}304\ d_A + 0{,}014\ d_B + 0{,}076\ d_C + \ldots\ldots\ldots\ldots - 0{,}856\ d_H$.

С другой стороны:

$$d_A + d_B + d_C + \ldots\ldots + d_H = 100.$$

Если мы заменим одно из восьми равенств последним, мы получим систему из восьми линейных уравнений с восемью неизвестными. Решение с помощью классического метода детерминант даст следующие величины:

(e_3) $d_A = 0{,}17$; $d_B = 0{,}13$; $d_C = 0{,}13$; $d_D = 0{,}11$; $d_E = 0{,}14$; $d_F = 0{,}12$; $d_G = 0{,}10$; $d_H = 0{,}10$.

Но эта методика очень трудоемка, поскольку возможность ошибок при вычислениях весьма высока (разве что удастся получить в пользование вычислительную машину!).

Вторая методика, более приближенная, но достаточная для данного случая, заключается в том, чтобы применить все 100 механизмов к одной-единственной сетке и позволить им всем эволюционировать отдельно друг от друга. После нескольких более или менее длительных колебаний равновесие, если оно существует, будет достигнуто и соотношения сеток останутся неизменными.

Заметим, что система равенств (e_1) может быть разложена:

1) на два вектора V′ и V, которые могут быть произведены двумя матричными столбцами:

$$V' = \begin{vmatrix} d'_A \\ d'_B \\ . \\ . \\ . \\ d'_G \\ d'_H \end{vmatrix} \quad \text{и} \quad V = \begin{vmatrix} d_A \\ d_B \\ . \\ . \\ . \\ d_G \\ d_H \end{vmatrix}$$

2) в линейный оператор, матрицу переходных вероятностей Z. Следовательно, система (e_1) может быть характеризуема выражением в форме матричного равенства:

(e_1) $$V' = Z \cdot V.$$

Таким образом, применение всех 100 механизмов к сетке X и допущение свободного ее эволюционирования означает применение к векторному столбцу:

$$V = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ 100 \\ . \\ . \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

линейного оператора:

$$Z = \begin{vmatrix} 0{,}021 & 0{,}357 & 0{,}084 & 0{,}189 & 0{,}165 & 0{,}204 & 0{,}408 & 0{,}096 \\ 0{,}084 & 0{,}089 & 0{,}076 & 0{,}126 & 0{,}150 & 0{,}136 & 0{,}072 & 0{,}144 \\ 0{,}084 & 0{,}323 & 0{,}021 & 0{,}126 & 0{,}150 & 0{,}036 & 0{,}272 & 0{,}144 \\ 0{,}336 & 0{,}081 & 0{,}019 & 0{,}084 & 0{,}135 & 0{,}024 & 0{,}048 & 0{,}216 \\ 0{,}019 & 0{,}063 & 0{,}336 & 0{,}171 & 0{,}110 & 0{,}306 & 0{,}102 & 0{,}064 \\ 0{,}076 & 0{,}016 & 0{,}304 & 0{,}114 & 0{,}100 & 0{,}204 & 0{,}018 & 0{,}096 \\ 0{,}076 & 0{,}057 & 0{,}084 & 0{,}114 & 0{,}100 & 0{,}054 & 0{,}068 & 0{,}096 \\ 0{,}304 & 0{,}014 & 0{,}076 & 0{,}076 & 0{,}090 & 0{,}036 & 0{,}012 & 0{,}144 \end{vmatrix}$$

постоянно к каждому моменту t. Подобно тому, как мы разделили ранее непрерывность на дискретные последования во времени сеток толщиной $_{\Delta}t$, равенство (e_4) также будет применяться к каждому этапу $_{\Delta}t$.

Так, в исходной точке (момент $t = 0$) вектор распределения механизмов будет иметь вид:

$$V^0;$$

После первого этапа (момент $0 + 2\,_{\Delta}t$) он будет таким:

$$V' = Z \cdot V^0;$$

После второго этапа (момент $0 + 2\,{}_{\Delta}t$) – таким:

$$V'' = Z^2 \cdot V^0;$$

После n-ного этапа (момент $n_{\Delta}t$) – таким:

$$V^{(n)} = Z^n \cdot V^0.$$

Применяя эти данные к вектору:

$$V^0{}_H = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 100 \end{vmatrix}$$

мы получим после первого этапа в момент ${}_{\Delta}t$ следующий результат:

$$V'_H = Z \cdot V^0{}_H = \begin{vmatrix} 9{,}6 \\ 14{,}4 \\ 14{,}4 \\ 21{,}6 \\ 6{,}4 \\ 9{,}6 \\ 9{,}6 \\ 14{,}4 \end{vmatrix}$$

после второго этапа в момент $2\,{}_{\Delta}t$:

$$V''_H = Z \cdot V'_H = \begin{vmatrix} 18{,}941 \\ 10{,}932 \\ 14{,}477 \\ 11{,}148 \\ 15{,}156 \\ 11{,}955 \\ 8{,}416 \\ 8{,}959 \end{vmatrix}$$

после третьего этапа в момент $3\,{}_{\Delta}t$:

$$V'''_H = Z \cdot V''_H = \begin{vmatrix} 16,860 \\ 10,867 \\ 13,118 \\ 13,143 \\ 14,575 \\ 12,257 \\ 8,145 \\ 11,046 \end{vmatrix}$$

после четвертого этапа в момент $4\ {}_{\Delta}t$:

$$V''''_H = Z \cdot V'''_H = \begin{vmatrix} 17,111 \\ 11,069 \\ 13,792 \\ 12,942 \\ 14,558 \\ 12,111 \\ 8,238 \\ 10,716 \end{vmatrix}$$

Таким образом, после 4-го этапа из 100 механизмов 17 дадут в среднем сетку A, 11 – сетку B, 14 – сетку C, и т. д., 11 – сетку H.

Если мы сопоставим составляющие вектора V'''' с величинами равенства e_1, мы увидим, что уже на 4-м этапе мы почти достигли равновесия системы. Соответственно этому, механизм, который мы построили, обнаруживает очень быструю амортизацию колебаний и очень большую степень схождения к итоговому равновесию, иначе – цели, или стохосу. Перемешивание (perturbation), вызванное воздействием механизма MPTZ, когда мы приняли в качестве условия, что все механизмы (в данном случае – 100) применяются к одной-единственной из сеток, было одним из сильнейших в ряду тех, которые мы могли бы создать.

Выясним теперь состояния 100 механизмов Z после первого этапа с применением максимального перемешивания $P^{18)}$.

$$V_A{}^0 = \begin{vmatrix} P_A \\ 100 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad V_A' = \begin{vmatrix} 2,1 \\ 8,4 \\ 8,4 \\ 33,6 \\ 1,9 \\ 7,6 \\ 7,6 \\ 30,4 \end{vmatrix} \quad V_B{}^0 = \begin{vmatrix} P_B \\ 0 \\ 100 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad V_B' = \begin{vmatrix} 35,7 \\ 8,9 \\ 32,3 \\ 8,1 \\ 6,3 \\ 1,6 \\ 5,7 \\ 1,4 \end{vmatrix} \quad V_C{}^0 = \begin{vmatrix} P_C \\ 0 \\ 0 \\ 100 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad V_C' = \begin{vmatrix} 8,4 \\ 7,6 \\ 2,1 \\ 1,9 \\ 33,6 \\ 30,4 \\ 8,4 \\ 7,6 \end{vmatrix}$$

$$V_D^0 = \begin{array}{|c|}\hline P_D \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \\ 100 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hline \end{array} \quad V_D' = \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline 18,9 \\ 12,6 \\ 12,6 \\ 8,4 \\ 17,1 \\ 11,4 \\ 11,4 \\ 7,6 \\ \hline \end{array} \quad V_E^0 = \begin{array}{|c|}\hline P_E \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 100 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hline \end{array} \quad V_E' = \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline 16,5 \\ 15,0 \\ 15,0 \\ 13,5 \\ 11,0 \\ 10,0 \\ 10,0 \\ 9,0 \\ \hline \end{array} \quad V_F^0 = \begin{array}{|c|}\hline P_F \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 100 \\ 0 \\ 0 \\ \hline \end{array} \quad V_F' = \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline 20,4 \\ 13,6 \\ 3,6 \\ 2,4 \\ 30.6 \\ 20,4 \\ 5,4 \\ 3,6 \\ \hline \end{array}$$

$$V_G^0 = \begin{array}{|c|}\hline P_G \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 100 \\ 0 \\ \hline \end{array} \quad V_G' = \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline 40,8 \\ 7,2 \\ 27,2 \\ 4,8 \\ 10,2 \\ 1,8 \\ 6,8 \\ 1,2 \\ \hline \end{array}$$

РЕЗЮМЕ АНАЛИЗА

Придя к этому этапу анализа, мы должны поставить точку. На уровне ячеек сетки мы имеем:

1) Механизмы частичной трансформации участков высоты, громкости и плотности, выражаемых матрицами MPTF, MPTG, MPTD.

2) Однозначное взаимодействие между тремя основными переменными величинами F, G, D сетки (Преобразования попарного соединения e_0).

На уровне сеток мы имеем:

1) Восемь различных сеток:

A, B, C, D, E, F, G, H.

2) Общий механизм, матрицу MPTZ, который подытоживает все частичные механизмы и их взаимодействия.

3) Итоговое состояние равновесия (цель, стохос) системы Z, к которому она приходит весьма быстро.

4) Процедуру нарушения равновесия системы Z посредством перемешиваний P, которые оказывают на нее воздействие.

СИНТЕЗ

Механизм Z, построенный нами, не влечет за собой какой-либо реальной эволюции сеток. Благодаря ему создается лишь динамическая ситуация, эволюция в возможности. Реальным же является процесс, вызываемый перемешиванием P, воздействующим на сетки Z, и продвижение этой системы по пути к цели, к равновесию, когда перемешивание перестает воздействовать. Мы, таким образом, можем действовать с этим механизмом посредством перемешивания P, более или менее значительного. Отсюда до представления всей цепочки последовательных перемешиваний, которые заставляют аппарат Z перемещаться в направлении исключительных областей, противоположных относительно пребывания в равновесии.

остается один лишь шаг. Действительно, значение, внутренне присущее созданной на этой основе органической системе, заключается в том, что она должна проявлять себя, существовать. Перемешивания, которые, по-видимому, изменяют ее структуру, выражают тем самым и отрицание этого существования. И если мы создаем последовательные перемешивания (отрицания), с одной стороны, и состояния равновесия (существования), с другой, то мы лишь способствуем утверждению механизма Z. Так что с самого начала мы предполагаем его существование само по себе и придаем ему очевидность, действуя позитивно, а затем мы фактически подтверждаем это существование, противопоставляя ему состояния перемешивания, т. е. действуя негативно. Эта биполярность существования и несуществования некоей вещи формирует целое, объект, к созданию которого мы намеревались прийти с самого начала нашего опыта практического применения теории. Основу данного композиционного подхода составляет, таким образом, двоичная диалектика, которая необходимо требует последующего движения. «Экспериментальные» науки представляют собой аналогичное выражение этого же вывода. Эксперимент утверждает некий массив данных, сеть связей, которую он, посредством тех или иных отрицаний и преобразований, воздействующих на эту сеть, выводит из магмы объективной реальности. Повторение этих двоичных операций составляет фундаментальное условие, на котором основывается весь мир сознания. Констатирование чего-либо единичного не означает определения. При этом причинность смешивается с повторяемостью явлений, трактуемых как тождественные.

В итоге, эта двоичная диалектика, которую мы принимаем в оснащение с целью создания музыки в рамках действия данных механизмов, аналогична (est homothétique) существующей в экспериментальных науках, и мы можем распространить данное сравнение на диалектику биологических явлений, коротко говоря, на диалектику всех явлений, что́ возвращает нас к исходной точке.

Так, следует вначале представить существование некоего явления и затем вносить в него те или иные изменения. Едва ли необходимо говорить о том, что представленное явление или его модификация означают в нашем случае музыкальную композицию, а те средства наблюдения, которые даны человеку, – возможность воспринять две эти формы и сравнить их. Затем повторить достаточное число раз эту оппозицию явления и изменения, чтобы вновь опознать само явление[19)].

Что же означает такое распознавание в случае действия нашего механизма Z?

Замечание в скобках

В ходе анализа мы предполагали, что 100 механизмов Z существуют одновременно и что мы следуем установленным для этих механизмов правилам игры, в каждый момент эволюции, создаваемой смещением за пределы области равновесия. Мы сравнивали, таким образом, состояние 100 механизмов в момент t с состоянием этих 100 механизмов в момент $_{\Delta}t$, следующий за ним. Так что сравнение двух последовательных этапов эволюции групп из 100 соединений означало *перечисление* 100 состояний, взятых дважды. Перечисление, будучи абстрактным действием, необходимо требует последовательности упорядочивающих операций: рассматриваются друг за другом 100 механизмов, производится их классификация, сортировка; затем, на следующем этапе, то же самое проделывается в отношении 100 новых механизмов; и, наконец, сравниваются классы механизмов друг с другом. При этом, если наблюдение каждого из механизмов требует определенного времени x, то для перечисления 200 механизмов необходима работа на отрезке времени, равном 200 x.

Это рассуждение позволяет нам, таким образом, в форме абстракции переводить одновременность в лексикографическую (временну́ю) последовательность, не прибегая

при этом, пусть даже в небольшой степени, к устранению от определения преобразований, порождаемых схемой Z.

Сравнение двух последовательных этапов эволюции 100 механизмов Z приводит нас к сравнению 100 производных сеток в промежуток времени 100x со 100 другими производными состояниями в промежутке времени, также равном 100x.

(Рис.34.)

Материальное выявление механизма Z

Выявление механизма Z означает сопоставление всех возможных его проявлений друг с другом, в сущности – состояний после процедуры перемешивания с состояниями в равновесии, независимо от их порядка.

Процедура выявления будет осуществляться на основе промежутков времени, равных 100x, согласно диаграмме:

Явление:	$P_H\rightarrow$	E→	$P_m\rightarrow$	E
Время:	100x	100x	100x	100x

P_H и P_m представляют соответствующие процедуры перемешивания, а E – состояние равновесия механизма Z.

Чередование состояний P и состояний E выражено в виде протóкола, где 100x – единица времени (100x = период этапа).

Пример: $P_A\ P_A\ E\ E\ E\ P_H\ P_G\ P_G\ E\ P_C$.

Можно построить новый механизм W, с соответствующими матрицами переходных вероятностей (MPT) и т. п., который управлял бы процессом формирования и эволюции композиции на уровне более общих временны́х единиц.

Мы не будем предпринимать каких-либо исследований в данном направлении, поскольку они завели бы нас слишком далеко.

В той реализации механизма, которая следует далее, используется очень простая кинематическая диаграмма перемешиваний P и равновесий E, обусловленная, с одной стороны, степенями перемешиваний P и, с другой, свободно допускаемым отбором (селекцией).

$$(e_5)\ E\rightarrow P^0{}_A\rightarrow P'_A\rightarrow E\rightarrow P'_C\rightarrow P^0{}_C\rightarrow P^0{}_B\rightarrow P'_B\rightarrow E\rightarrow P_A.$$

Определение состояния E и перемешиваний P

Согласно предыдущему, состояние равновесия будет выражено следующей последовательностью сеток:

Протокол E (Z)

ADFFECBDBCFEADGCHCCHCCHBEDFEFFECFEHBFFF
BCHDBABADDBADADAHHBGADGAHDADGFBEBGABEBB…

Чтобы осуществить этот протокол, мы можем использовать восемь урн [A] [B] [C] [D] [E] [F] [G] [H]; каждая из этих урн содержит шары восьми различных цветов, соотношение которых определяется вероятностями столбцов MPTZ. Например, урна [G] будет содержать 40% красных шаров A, 7,2% оранжевых шаров B, 27, 2% желтых шаров C, 4,8% шаров каштанового цвета D, 10,2% зеленых шаров E, 1,8% синих шаров F, 6,8% белых шаров G и 1,2% черных шаров H. То же касается и соотношений шаров в семи остальных урнах[20)].

Мы вынимаем случайным образом из урны [G] желтый шар C, далее отмечаем результат и возвращаем шар в урну [G]. Далее, также случайным образом, вынимаем из урны [C] зеленый шар E, фиксируем результат и возвращаем шар в урну [C]. Далее мы вынимаем случайным образом из урны [E] черный шар H, фиксируем результат и возвращаем шар в урну [E]. Вынимаем затем из урны [H] какой-нибудь шар, и т. п.

Протокол, оформленный до данного момента, имеет следующий вид:

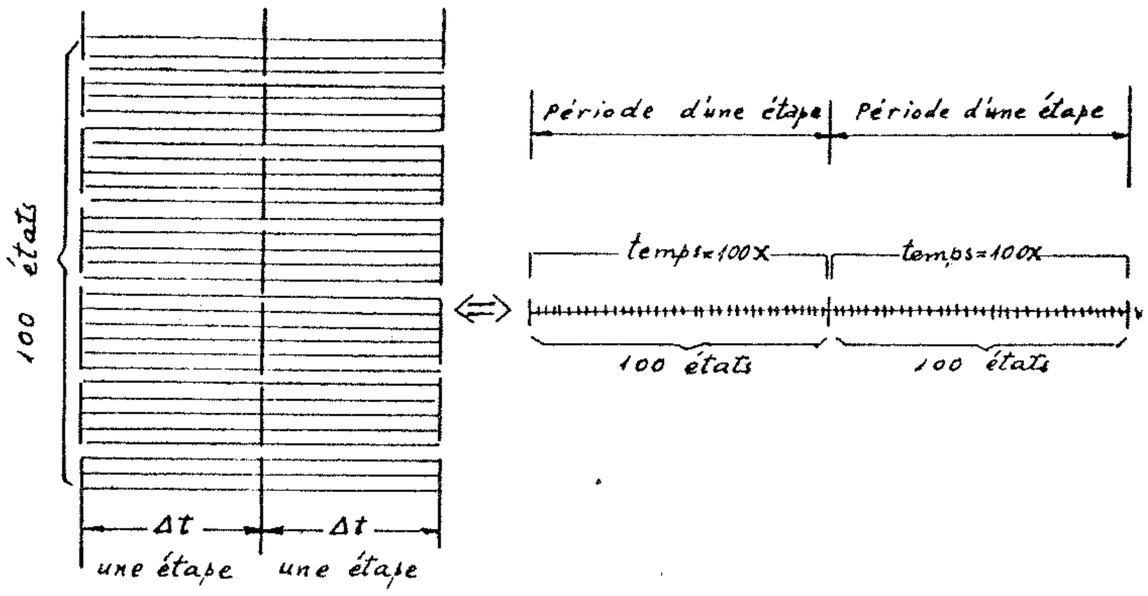


Рис. 34.

Перевод обозначений (слева направо):
100 состояний; один из этапов; продолжительность этапа; время 100x.

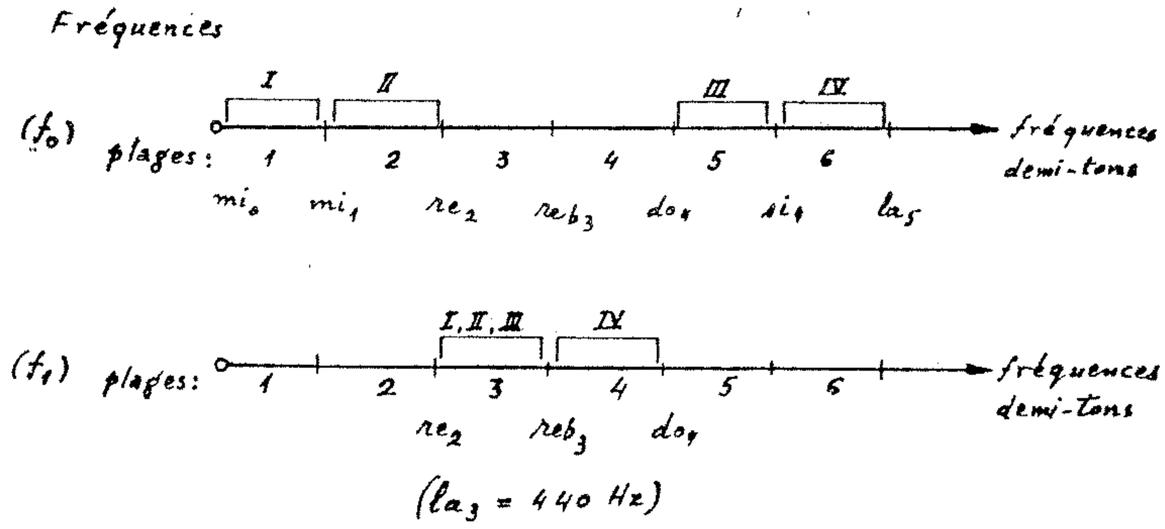


Рис. 35.

Перевод обозначений (слева направо): высоты; участки; полутоны.

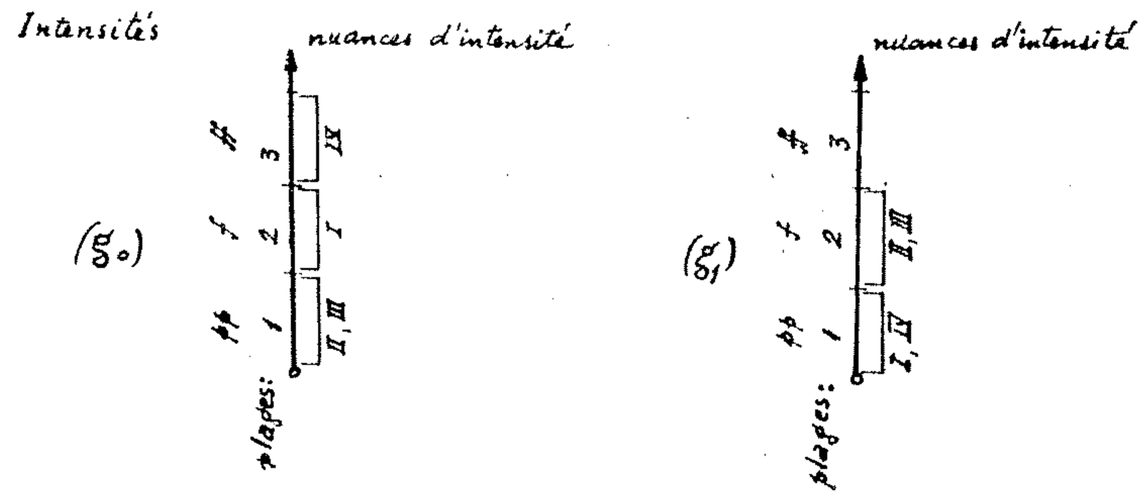


Рис. 36.

Переводы обозначений (слева направо):
громкости; участки; динамические оттенки;

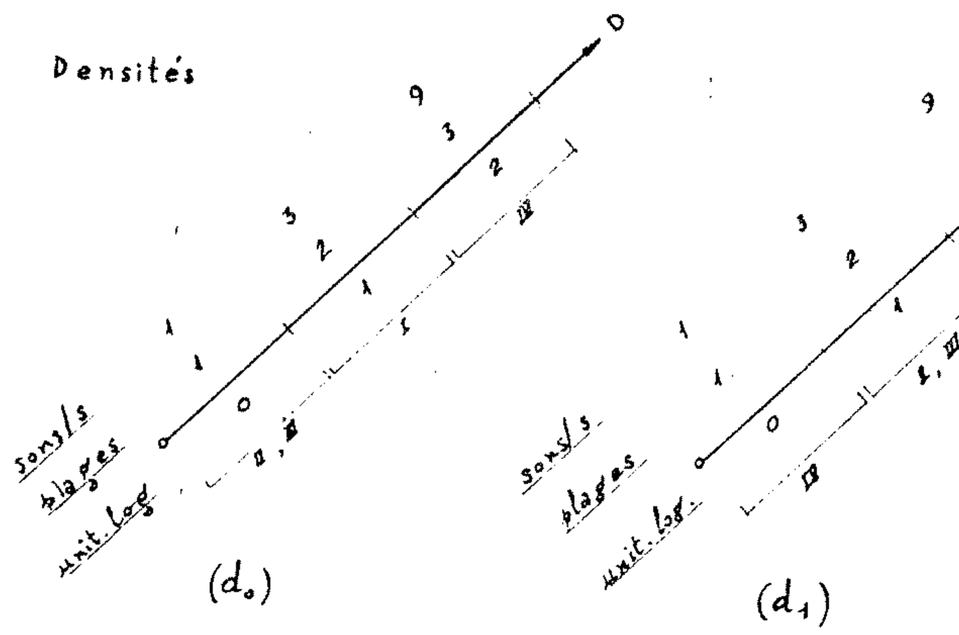


Рис. 37.

Переводы обозначений: плотности; число звуков в секунду; участки; логарифмические единицы.

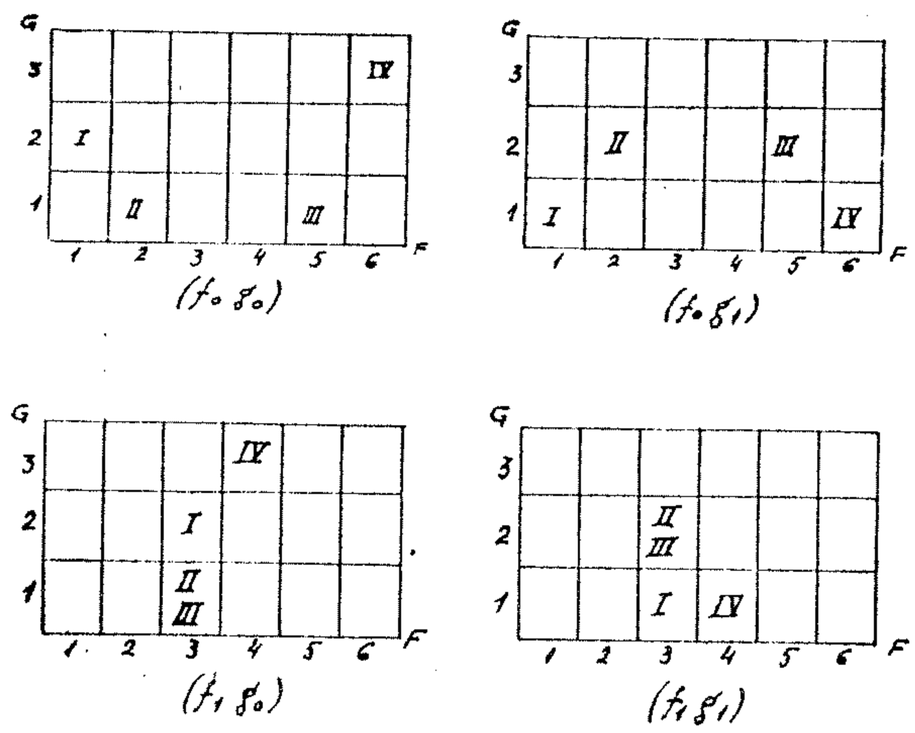


Рис. 38.

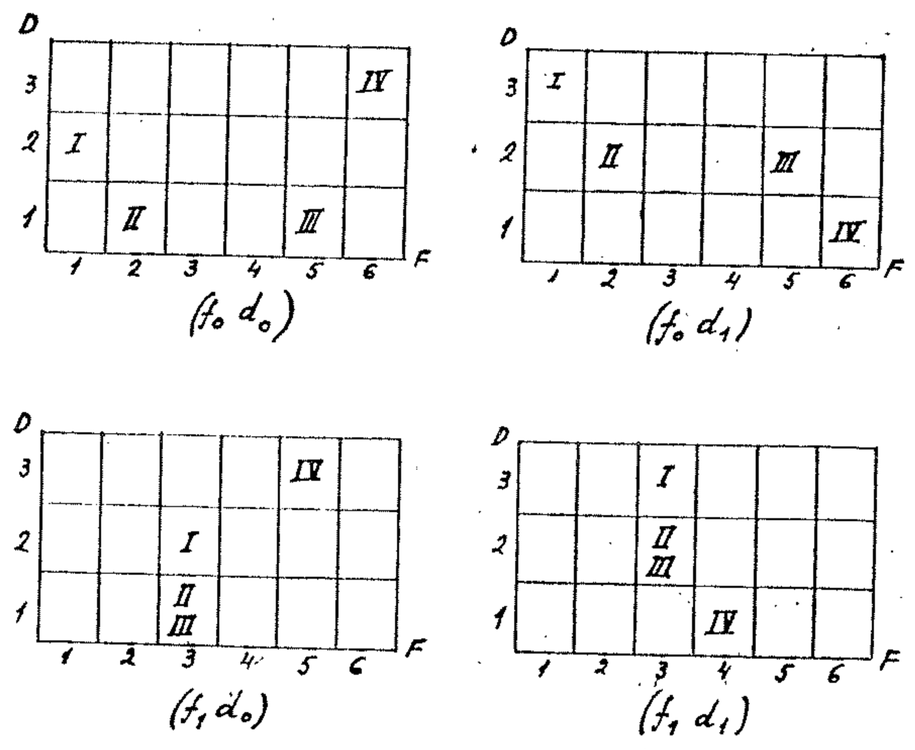


Рис.39.

GCEH. . . . . .

Протокол P^0_A (V^0_A)

Очевидно, что он будет выглядеть так:

AAAA. . . .

Протокол P'_A (V'_A)

Рассмотрим урну Y, где шары восьми цветов представлены в следующих соотношениях:

2,1% цвета A;
8,4% цвета B;
8,4% цвета C;
33,6% цвета D;
3,9% цвета E;
7,6% цвета F;
7,6% цвета G;
30,4% цвета H.

После каждой процедуры мы возвращаем шар в урну Y, и весьма вероятно, что составленный на этом основании протокол будет иметь следующий вид:

GFFGHDDCBHGGHDDHBBHCDDDCGDDDDFDDHHHBFFHDBHD
HHCHHECHDBHHDHHFHDDGDAFHHHDFDG…

Протокол P'_C (V'_C)

Тот же способ обеспечивает нам протокол P'_C:

EEGFGEFEEFADFEBECGEEAEFBFBEADEFAAEEFHABFECHFEB
EFEEFHFAEBFFFEFEEAFHFBEFEEB…

Протокол P^0_C (V^0_C)

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCC. . . .

Протокол P^0_B (V^0_B)

BBBBBBBBBBBBBBBBBBBB. . . . . .

Протокол P'_B (V'_B)

AAADCCECDCAACEBAFGBCAAADGCDDCGCADGAAGECCAACAAHA
ACGCDAACDAABDCCCGACACAACACB…

Реализация композиции «Analogique A» для оркестра

Помещенный ниже инструментальный пример кратко резюмирует пункт за пунктом значение представленных ранее данных в рамках инструментальной композиции, традиционных форм исполнения и традиционной нотации.

Механизм, который будет исследоваться, – это система Z, которая уже рассматривалась в числовой форме.

Выбор перемешиваний составляющих сетки:

(Рис.35 – 37.)

Этот выбор дает нам следующие частичные сетки FG:

(Рис.38.)

и следующие частичные сетки FD:

(Рис.39.)

Частичные сетки GD формируются как результат соединения сеток FG и FD.

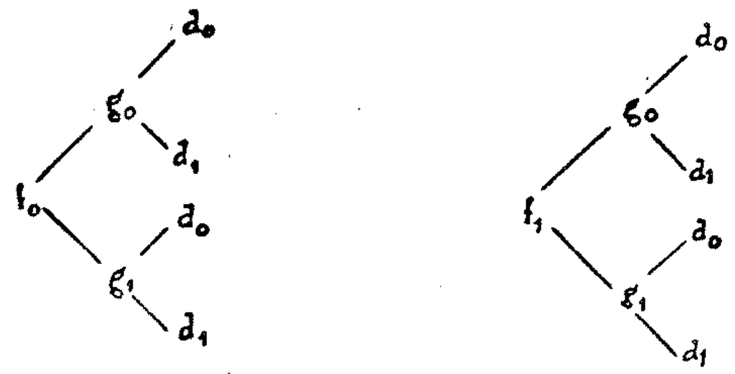
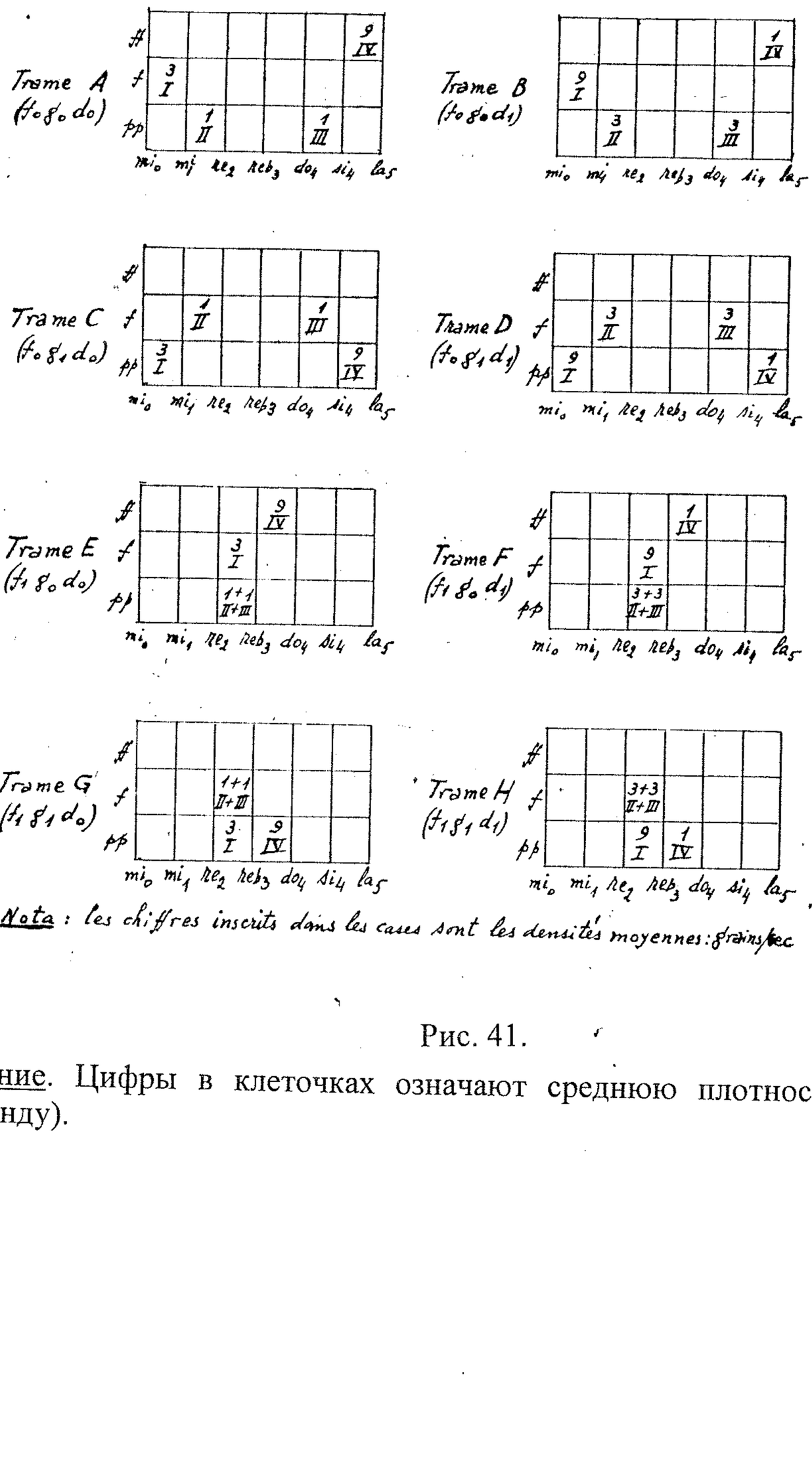


Рис. 40.

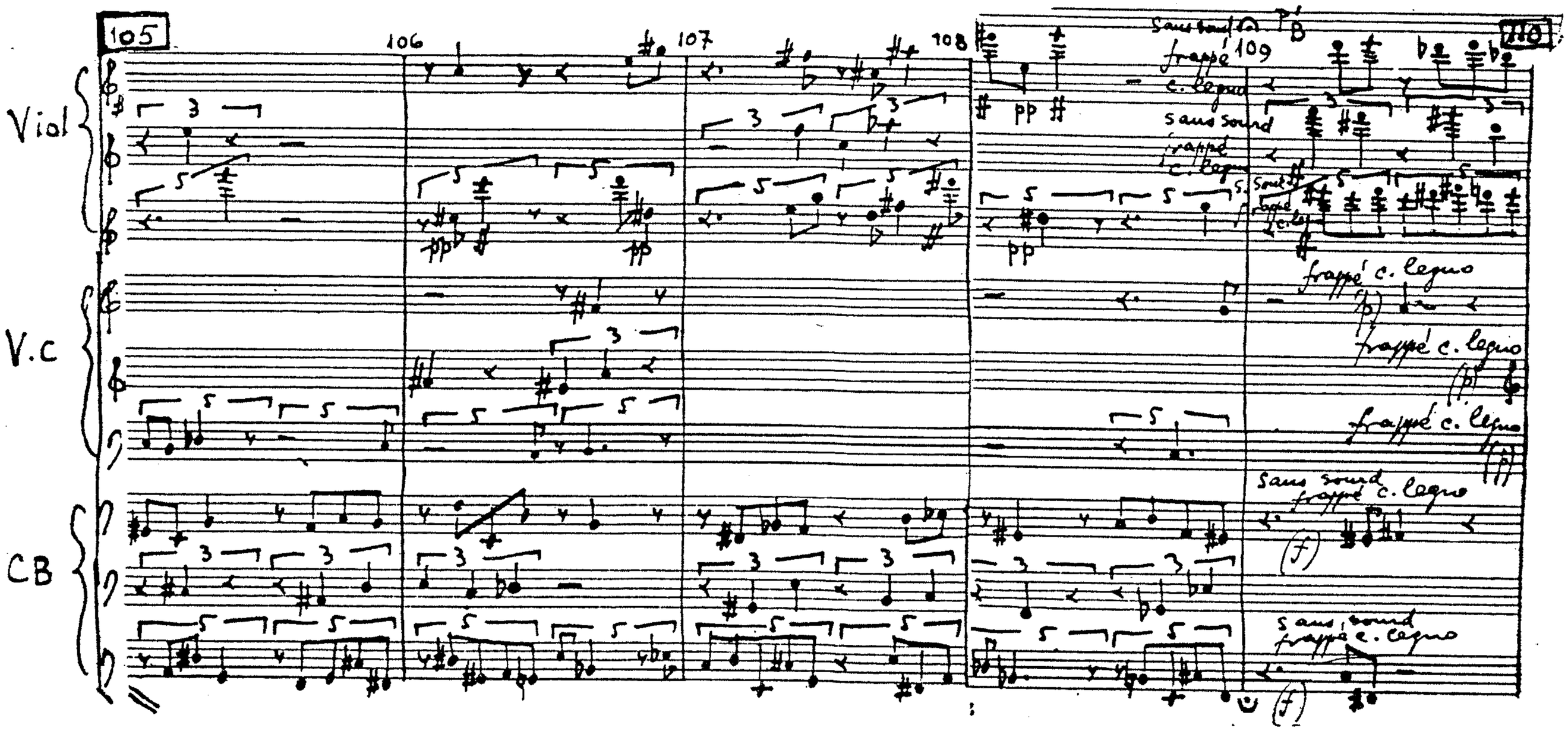
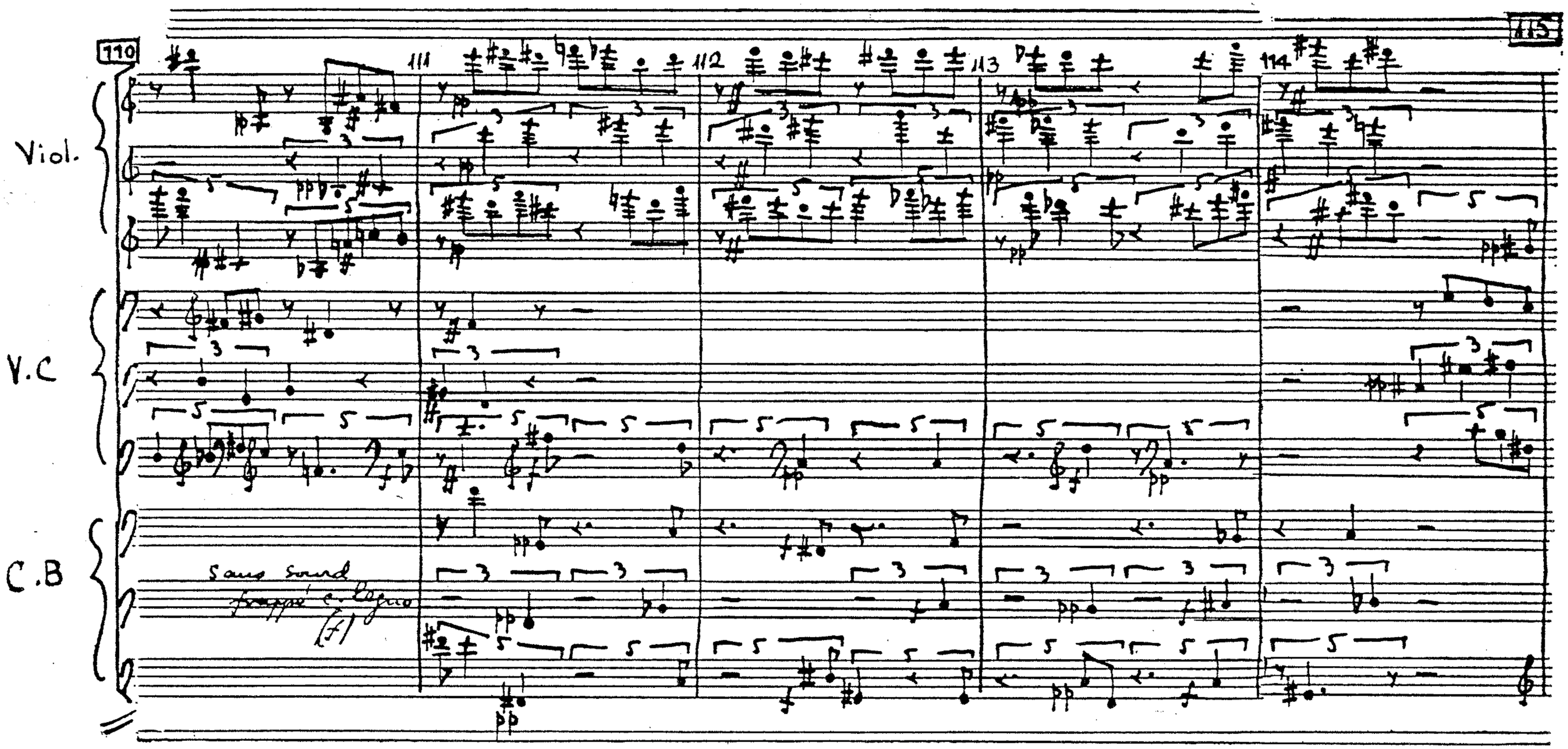


Nota : les chiffres inscrits dans les cases sont les densités moyennes : grains/sec

Рис. 41.

Примечание. Цифры в клеточках означают среднюю плотность звучания (число зерен в секунду).

Фрагмент композиции «Analogique A»
(тт. 105 – 109)

Extrait de Analogique A
(mesures 105 à 109)

То же, тт. 110 – 115.

Римские цифры обозначают связующие звенья между всеми клеточками в трех плоскостях FG, FD, GD, таким образом, что возможными оказываются различные сочетания характеристик (f_i, g_i и d_i), предвидимые теоретически.

Пример: пусть имеется сетка (f_1,g_1,d_0) и звуковое событие C_3, соответствующее участку (plage) высот № 3.

Согласно представленным выше частичным сеткам, это событие будет арифметической суммой зерен трехмерных ячеек I, II, III, расположенных на участке № 3: C3 = I + II + III.

Измерения ячеек, соответствующие элементу I: $_{\Delta}F$ = участку 3, $_{\Delta}G$ = участку 1, $_{\Delta}D$ = участку 2.

Измерения ячеек, соответствующие элементу II: $_{\Delta}F$ = участку 3, $_{\Delta}G$ = участку 2, $_{\Delta}D$ = участку 1.

Измерения ячеек, соответствующие элементу III: $_{\Delta}F$ = участку 3, $_{\Delta}G$ = участку 2, $_{\Delta}D$ = участку 1.

Как следствие, зерна в этом звуковом событии будут характеризоваться высотами, входящими в участок 3, всеми громкостями, входящими в участки 1 и 2, и они образуют плотности, входящие в состав участков 1 и 2, с соответствиями, представленными ранее.

Сочетания восьми основных сеток A, B, C, E, F, G, H:

(Рис. 40.)

будут иметь следующий вид:

(Рис.41.)

(*Примечание:* римские цифры ячеек обозначают среднюю плотность – число зерен в секунду.)

Длительность $_{\Delta}t$ каждой сетки равна 1,11 сек., следовательно, половинной ноте (blanche) в темпе, равном 54 единицам метронома Мельцеля. В течение этой длительности должны реализоваться плотности заполненных ячеек в сетках.

Периоды времени, необходимые для изложения протокола каждого из этапов (протокола равновесия и протоколов перемешиваний) – 30 $_{\Delta}t$, или 15 целых нот (длительность целой ноты соответствует темпу в 27 метрономических единиц).

Связь между перемешиваниями и состоянием равновесия представлена кинематической диаграммой, выбранной в расчете на данный результат.

(e_5) $E \rightarrow P^0_A \rightarrow P'_A \rightarrow E \rightarrow P'_C \rightarrow P^0_C \rightarrow P^0_B \rightarrow P'_B \rightarrow E \rightarrow P_A$.

Пример из музыкальной партитуры•) включает секции перемешивания P^0_B и P'_B. Смена периода осуществляется в такте 109. Сетки располагаются следующим образом:

105 109

. . . . . | BB | BB | BB | BB | AA | GE | CC | AA | CA | AH. . . . . .

Окончание перехода → | ← Начало возвращения к равновесию

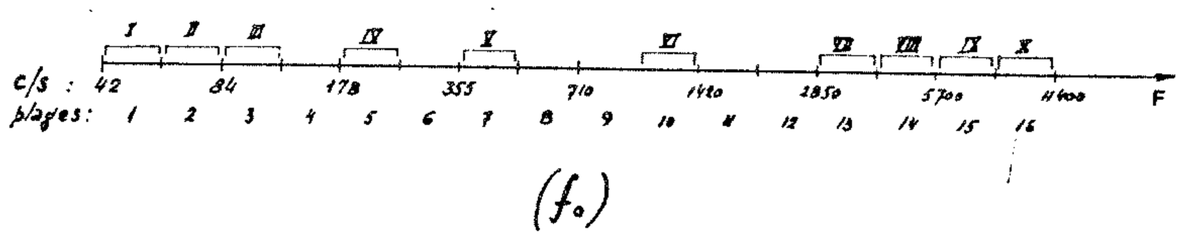
(перемешивание P^0_B) (перемешивание P'_B).

(Нотные примеры: 1)фрагмент композиции «Analogique A», такты 105 – 109; 2) то же, такты 110 – 115.)

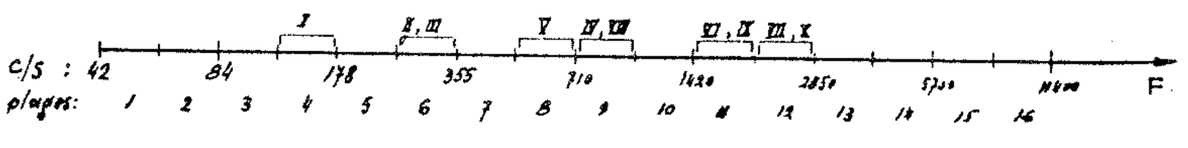
Реализация «Analogique A» заменяет элементарные синусоидные зерна весьма упорядоченными скоплениями элементарных зерен, воспроизводящими тембр струнных. Реализация с помощью классических инструментов нигде не позволяет, ввиду ограничений, налагаемых «человеческими» исполнительскими возможностями, использовать сетки с тембром иной природы, чем у струнных.

Поэтому гипотеза в отношении звучностей второго порядка в данном случае не может быть ни подтверждена, ни оспорена.

•) По техническим причинам сетки E, F, G, H представлены в несколько упрощенном виде.

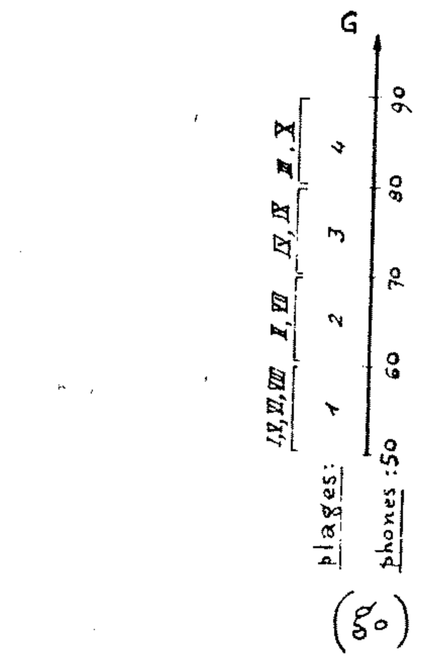


(f_0)

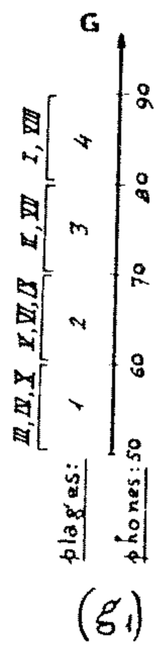


(f_1)

Рис. 42.

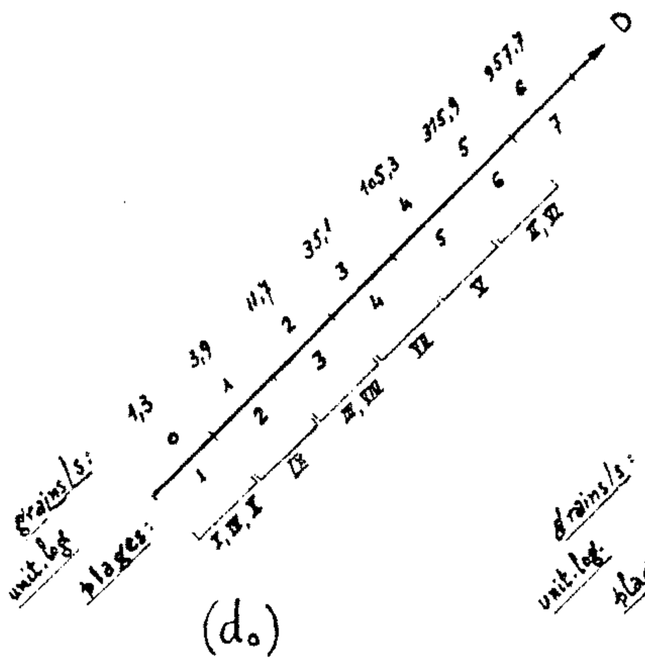


(g_0)

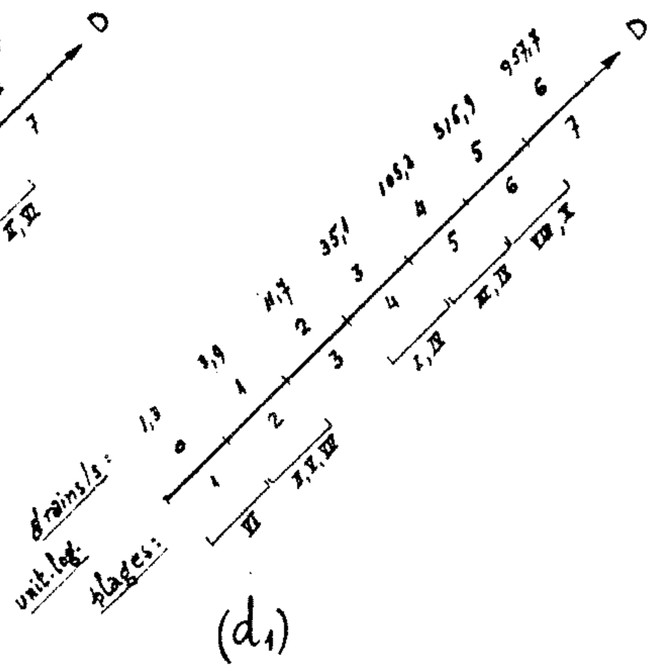


(g_1)

Рис. 43.



(d_0)



(d_1)

Рис. 44.

Напротив, реализация с помощью электронно-акустических ресурсов, таких, как компьютер (электронный мозг[21)]), аналоговые устройства и т. п., в состоянии обеспечить демонстрацию звучностей первого порядка на основе элементарных синусоидных зерен, или же в рамках системы Gabor.

Всячески желая обретения новой техники, которая, увы, заставляет себя долго ждать, мы покажем примеры более сложных сеток, осуществимых средствами обычной электронной студии, которая была бы оснащена многодорожечными (или несколькими синхронными) магнитофонами, фильтрами и генераторами синусоидных тонов.

ПРИМЕР ИЗ ЭЛЕКТРОННО-МУЗЫКАЛЬНОЙ КОМПОЗИЦИИ «ANALOGIQUE B» (синусоидные тоны).

Выбраны:

1) Две группы звуковысотных участков: f_0, f_1.

(Рис.42.)

Протоколы этих двух групп составлены так, что они подчиняются уже приведенным ранее МРТ:

	↓	f_0	f_1
(α)	f_0	0,2	0,8
	f_1	0,8	0,2

	↓	f_0	f_1
(β)	f_0	0,85	0,4
	f_1	0,15	0,6

где (α) и (β) – параметры.

2) Две группы участков громкости g_0, g_1:

(Рис. 43.)

Протоколы этих двух групп также будут подчиняться уже приведенным ранее параметрированным МРТ:

	↓	g_0	g_1
(γ)	g_0	0,2	0,8
	g_1	0,8	0,2

	↓	g_0	g_1
(ε)	g_0	0,85	0,4
	g_1	0,15	0,6

3) Две группы участков плотности d_0, d_1:

(Рис.44.)

Протоколы этих групп также будут подчиняться приведенным ранее параметрированным МРТ:

	↓	d_0	d_1
(λ)	d_0	0,2	0,8
	d_1	0,8	0,2

	↓	d_0	d_1
(μ)	d_0	0,85	0,4
	d_1	0,15	0,6

Этот выбор дает нам основные сетки A, B, C, E, F, G, H:

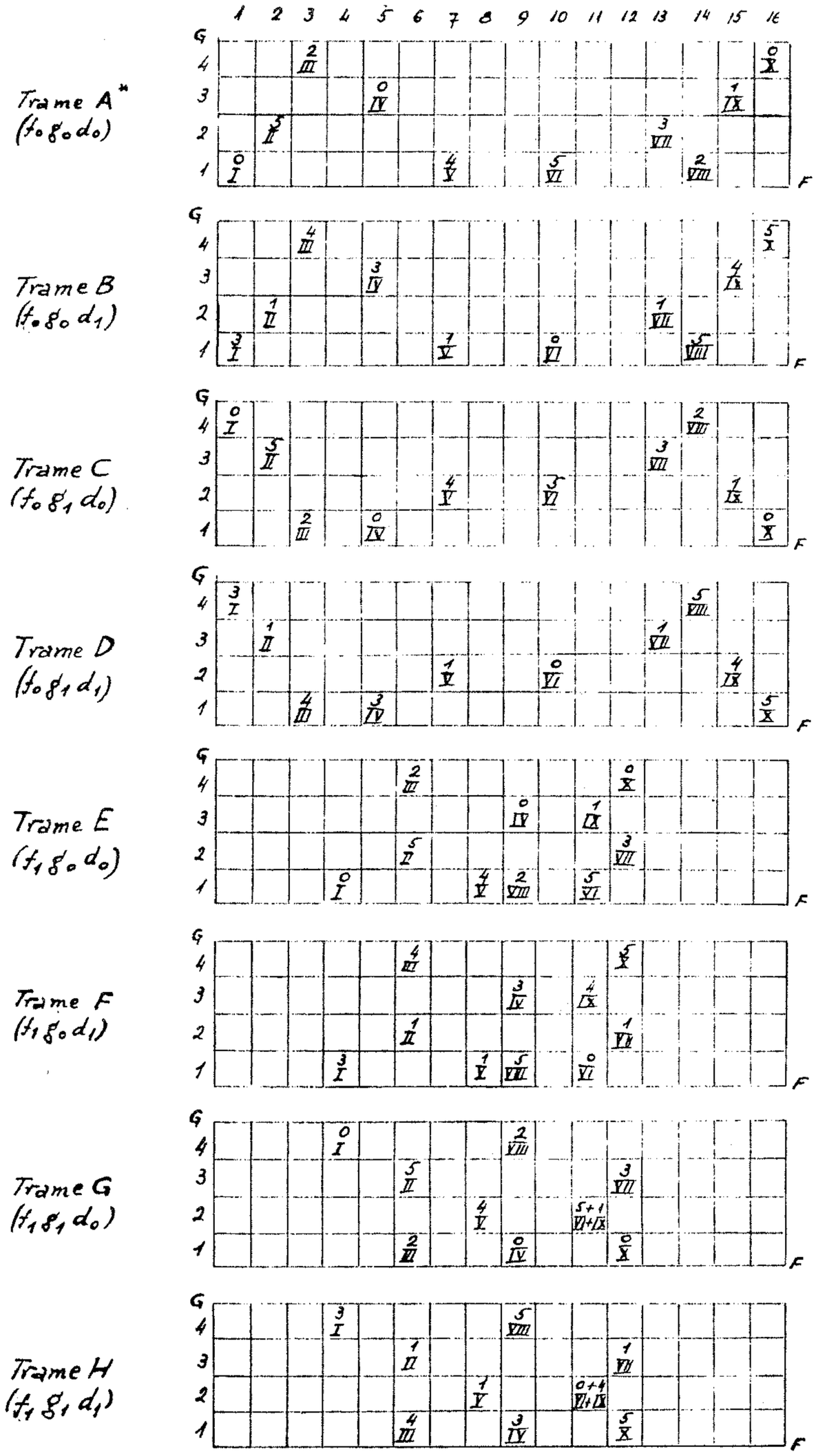
(Рис.45.)

Арабские цифры, помещенные над римскими обозначениями ячеек, характеризуют плотность в логарифмических единицах. Так, ячейка (10.1) будет иметь плотность, равную (log 1,3 /log 3 + 5) тертов (логарифмов с основанием 3), или в среднем 315,9 зерен в секунду.

Длительность каждой сетки – примерно 0,5 сек. Период изложения какого-либо из перемешиваний или же состояний равновесия – около 15 сек.

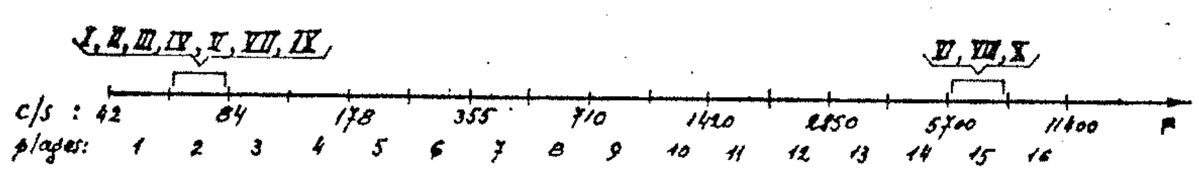
Мы выбираем тот же протокол смен состояний равновесия и перемешиваний MPTZ, а именно протокол «Analogique A».

(e_5) $E \rightarrow P^0_A \rightarrow P'_A \rightarrow E \rightarrow P'_C \rightarrow P^0_C \rightarrow P^0_B \rightarrow P'_B \rightarrow E \rightarrow P_A$.



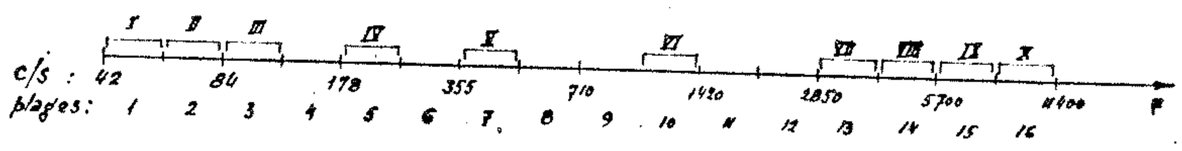
(*) Les chiffres arabes au-dessus des chiffres romains des cases indiquent la densité en unités logarithmiques. Ainsi, la case (10,1) aura une densité de [(log 1,3/log 3 + 5] terts soit 315,9 grains/sec. en moyenne.

Рис. 45.



(f_0)

Рис. 46.



(f_0)

Рис. 47.

Сетки композиции «Analogique B», рассчитанные на синусоидные тоны, составляют предмет отдельного выбора. В ходе формирования этой композиции использованы были другие сетки, соответственно ее замыслу, но все время с соблюдением тех же правил попарного соединения, что и в приведенной MPTZ. Действительно, если рассматривать сочетание участков переменных показателей f_1 какой-либо сетки, то нетрудно видеть, что, не меняя названия сетки, мы в то же время можем изменять ее структуру.

Так, для (f_0) мы имеем следующие участки, снабженные римскими цифрами, с целью утверждения связи с участками двух других переменных величин:

(Рис. 46.)

Мы, однако, могли бы выбрать иное сочетание для (f_0).

(Рис. 47.)

Возникает вопрос: «Поскольку нам даны n делений $_{\Delta}F$ (участков на оси F), каково общее число возможных соединений участков $_{\Delta}F$?»

1-й случай: ни один из n участков не используется.

Сетка, соответствующая этому соединению, беззвучна.

Число таких соединений будет равно $\frac{n!}{(n-0)!0!}(=1)$.

2-й случай: один из n участков заполнен. Число соединений будет равно:

$$\frac{n!}{(n-1)!1!}$$

3-й случай: два из n участков заполнены. Число соединений будет равно:

$$\frac{n!}{(n-2)!2!}$$

. . . . . .

. . . . . .

m-й случай: m из n участков заполнены. Число соединений будет равно:

$$\frac{n!}{(n-m)!m!}$$

. . . . . .

n-й случай: n участков заполнены. Число соединений будет равно:

$$\frac{n!}{(n-n)!n!}$$

Общее число соединений будет равно сумме всех предыдущих:

$$\frac{n!}{(n-0)!0!}+\frac{n!}{(n-1)!1!}+\frac{n!}{(n-2)!2!}+\ldots+\frac{n!}{[n-(n-1)]!(n-1)!}+\frac{n!}{(n-n)!n!}=2^n.$$

Эти же положения справедливы в отношении двух других переменных и относящихся к ним сеток.

Так, относительно громкости, если k – число имеющихся участков $_{\Delta}G$, то общее число переменных g_1 будет равно 2^k; что же касается плотности, то, если r – число имеющихся участков, то общее число переменных d_1 будет равно 2^r.

Следовательно, общее число сеток будет равно:

$$I = 2^{n+k+r};$$

Применительно к композиции «Analogique B» мы могли бы построить:

$2^{16+4+7} = 2^{27} = 134\,217\,728$ различных сеток.

Важно отметить следующее: В первой части данной книги[22)] мы предположили, что богатство музыкальной эволюции, основой которой служит методика стохастических протоколов попарных соединений переменных величин сеток, зависит от преобразований энтропии этих переменных. После проведенных выше расчетов можно видеть, что, не изменяя энтропии матриц MPTF, MPTG и MPTD, мы

располагаем тем не менее дополнительными ресурсами эволюции благодаря возможности использования различных соединений участков сеток (топологический критерий).

Так, в композиции «Analogique B» матрицы MPTF, MPTG и MPTD не подвергаются изменениям. Напротив, величины f_1, g_1 и d_1 приобретают с течением времени новую структуру, как следствие меняющихся соединений их участков.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВЫВОДЫ В ОТНОШЕНИИ СЕТОК И ИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

1) *Правило.* – Чтобы сформировать сетку, важно выбрать то или иное соединение участков на осях F, G, и D, т. е. сетку f_i, g_i, d_i.

2) *Фундаментальное условие.* – Каждый участок одной из переменных F, G, D должен иметь возможность соединяться с соответствующими участками двух других переменных во всех избираемых попарных соединениях. (Это осуществляется с помощью римских цифр.)

3) Такое соединение является произвольным (свободный выбор) для двух пар, но для третьей оно становится обусловленным (obligée), поскольку является следствием двух первых.

Пример: Соединение римских цифр f_i с аналогичными цифрами g_i свободно.

Соединение римских цифр f_i с аналогичными цифрами d_i свободно.

Соединение римских цифр g_i с римскими цифрами d_i обусловлено тем, что оно является следствием двух предыдущих соединений.

4) Составляющие сеток f_i, g_i, d_i, обычно имеют стохастические протоколы, которые согласуются друг с другом при переходе от одного этапа к другому.

5) MPT этих протоколов всегда будут соединяться попарно с помощью параметров.

6) Если F, G, D представляют собой «вариации» (число составляющих f_i, g_i, d_i соответственно), то максимальное число попарных соединений матриц этих составляющих и параметров MPTF, MPTG и MPTD равно сумме произведений GD + FG + FD.

Пример из композиции «Analogique» (A или B).

$F = 2\ (f_0, f_1)$; параметры MPT: α, β.

$G = 2\ (g_0, g_1)$; параметры MPT: γ, ε.

$D = 2\ (d_0, d_1)$; параметры MPT: λ, μ.

Попарные соединения имеют следующий вид:

$$\begin{array}{cccccccccccc} | & f_0, f_1 & | & f_0, f_1 & | & g_0, g_1 & | & g_0, g_1 & | & d_0, d_1 & | & d_0, d_1 \\ \downarrow & \gamma & \varepsilon & \downarrow & \lambda & \mu & \downarrow & \beta & \alpha & \downarrow & \lambda & \mu & \downarrow & \alpha & \beta & \downarrow & \gamma & \varepsilon \end{array}$$

итого 12 соединений. В итоге $FG + FD + GD = 4 + 4 + 4 = 12$.

7) Если F, G, D представляют собой «вариации» (число составляющих f_i, g_i, d_i соответственно), то число возможных сеток T равно их произведению, $F \cdot G \cdot D$.

Пример. $F = 2\ (f_0, f_1)$; $G = 2\ (g_0, g_1)$; $D = 2\ (d_0, d_1)$. $T = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.

8) Протоколы сеток являются стохастическими (в широком смысле слова) и могут быть выражены в обобщенной форме, если цепочка эргодична (стремится к саморегулированию) благодаря матрице MPTZ. Эта матрица будет иметь число столбцов, равное $F \cdot G \cdot D$, и столько же строк.

Проекция в пространство.

В данной главе мы не рассматривали характеристики пространственного размещения источников звука, поскольку основная тема главы была связана с фундаментальными параметрами звуковых комплексов и их собственной внутренней эволюцией. Однако ничто не препятствует распространению показанной здесь техники также на пространственное расположение звучаний, что позволило бы с помощью предложенных средств совершать различного рода «прыжки» в пространстве. Можно, например, представить себе протоколы сеток, закрепленных за

теми или иными точками пространства, с теми или иными вероятностями перехода между ними, с попарными соединениями звучаний и пространственных расположений их источников, и т. п. Рассмотренный метод, таким образом, допускает более общее применение, которое, в свою очередь, обеспечивает дальнейшее обогащение музыкальных характеристик.

ПРИМЕЧАНИЯ

1.Майер-Эпплер, Вернер (1913 – 1960) – немецкий физик, автор работ по проблемам акустики, теории информации и электронно-музыкального инструментария.

2.Здесь и в дальнейшем термин fréquence в значении частоты звуковых колебаний всегда переводится как «высота». В контексте книги это необходимо для того, чтобы отличить данную характеристику от частоты появления событий (или перехода между ними), обозначаемой этим же словом.

3.См. примеч. 32 к предыдущей главе.

4.Имеется в виду диаграмма субъективного восприятия громкости звука (кривые равной громкости), полученная в 1930-е гг. американскими акустиками Г. Флетчером и В. Мансоном на основе исследования чувствительности человеческого уха к тонам различной высоты.

5.Ксенакис здесь фактически констатирует воздействие музыкально-логического опыта слушателя на закономерности слухового восприятия, отмечаемое в исследованиях по акустике (см., например: Цвикер Э., Фельдкеллер Р. Ухо как приемник информации. М., 1971. С. 90.).

6.Буквальное значение термина – «утóк» (поперечные нити ткани, переплетающиеся с продольными – основой). В изданиях книги на английском языке используется термин «экраны» (screens).

7.Данная операция представляет интерес как выделение производного показателя характеристик музыкального материала в самостоятельное измерение пространства.

8.Эти замечания Ксенакиса близки идее зонной природы музыкального слуха, выдвинутой на рубеже 40-х и 50-х гг. XX в. российским ученым-акустиком и музыкантом-теоретиком Н. А. Гарбузовым (1881 – 1955). Идея эта представляет интерес и как предвосхищение математической теории нечетких множеств в рамках теоретической мысли о музыке.

9. «Рассуждение о методе» – одна из основных работ выдающегося французского философа, математика и физика Рене Декарта (1596 - 1650).

10.Ксенакис имеет в виду зависимость, известную под названием закона Вебера – Фехнера (ощущение пропорционально логарифму раздражения). Зависимость эта приближенно характеризует реальные психологические процессы восприятия.

11.В исследованиях по теории информации используется также термин «негэнтропия», поскольку формула К. Шеннона по знаку противоположна классической формуле энтропии Л. Больцмана:

$$S = k \ln W,$$

где W – термодинамическая вероятность, ln – ее логарифм с основанием e = 2,71828…, k – постоянная Больцмана, входящая в рад важнейших соотношений физики.

12.Это замечание Ксенакиса представляет собой постановку вопроса о диссоциированном (расчлененном) рассмотрении тех или иных составляющих музыки, сравниваемых друг с другом. Математически такое рассмотрение характеризуется действием *композиции функций* (○).

13.В литературе по теории информации большее распространение получил термин «избыточность» (англ. redundance).

14. Цепочки Маркова – последовательности случайных событий, каждое из которых зависит от одного или нескольких предыдущих. Названы по имени русского математика А. А. Маркова (1856 – 1922), исследовавшего их свойства.

15. МРТ – matrice de probabilités de transition (матрица переходных вероятностей). В данном месте книги Ксенакис указывает также на часто встречающееся в практических расчетах отождествление вероятности и относительной частоты. В Приложении 1 к работе им, однако, проводится различение этих двух характеристик.

16.Кинематическая диаграмма характеризуется также термином «граф».

17. В изданиях книги на английском языке этот раздел выделен в самостоятельную главу (см. примеч. 2 вступительной статьи «От переводчика»).

18. Матрицы V_H^0 и V_H' в тексте не приведены.

19. Ксенакис здесь указывает на принцип вариационности как на всеобщую основу развития музыкального материала и – соответственно – строения музыкальных произведений. В музыкознании нового времени эта идея была впервые высказана В. Ф. Одоевским (энциклопедическая статья «Вариация», 1837).

20. Характеризуемая в этом месте главы процедура воспринимается как своеобразное «музыкально-математическое священнодействие». В роли шаров при этом могут выступать кусочки бумаги с написанными на них соответствующими характеристиками (см. об этом, например: Яглом А. М., Яглом И. М. Вероятность и информация. М., 2006. С. 286).

21. Этот термин, популярный на ранних этапах развития кибернетики и информатики, неоднократно используется в оригинальном тексте книги. В переводе он оказывается стилистически не всегда уместным, и в таких случаях его приходилось заменять синонимами.

22.Речь, по-видимому, идет о первой части гл. 2, поскольку в первой главе книги категория энтропии лишь упоминается, но специально не рассматривается.

Глава III
МУЗЫКАЛЬНАЯ СТРАТЕГИЯ
Стратегия, линейное программирование и музыкальная композиция

Прежде чем перейти к проблеме механизации стохастической музыки с помощью компьютеров, мы совершим небольшое путешествие по более занимательной области, а именно области игр, их теории и применения в музыкальной композиции.

АВТОНОМНАЯ МУЗЫКА

Создавая музыку, композитор формирует схему (паттерн), которой дирижер и оркестранты призваны следовать с большей или меньшей степенью строгости. Начиная с мелких деталей, тонов, артикуляций, громкостей, тембров, способов игры, и вплоть до формы в целом, все в скрытом от слушателя виде запечатлено в партитуре. И даже в том случае, когда автор предоставляет поле для импровизации дирижеру, оркестранту, машине, или же всем им вместе, развертывание звукового высказывания следует тем или иным путем в открывшемся направлении без витков, *возвращающих движение назад*. Модель-партитура, данная раз навсегда, не порождает какого-либо иного *конфликта*, кроме конфликта между «хорошим» техническим исполнением и его «музыкальным выражением», желаемым или предлагаемым автором партитуры. Можно, по-видимому, назвать *внутренним конфликтом* данную оппозицию между звуковой реализацией и символической схемой, служащей для нее сеткой ориентиров; при этом дирижер, оркестранты и компьютеры играют роль принуждающих систем, своего рода печатных машин, воспроизводящих изображения. В общем и целом можно предполагать, что противопоставление технического порядка (инструментальной и дирижерской интерпретации) или же факторов, имеющих отношение к эстетике, с одной стороны, и логики музыкальной речи, с другой, имеет *внутреннюю природу* в сочинениях, создававшихся до сих пор. Напряжения, заключенные в партитуре, даже тогда, когда применяются, как это делалось неоднократно, стохастические процедуры, уже оказываются определенными заранее в большей или меньшей степени.

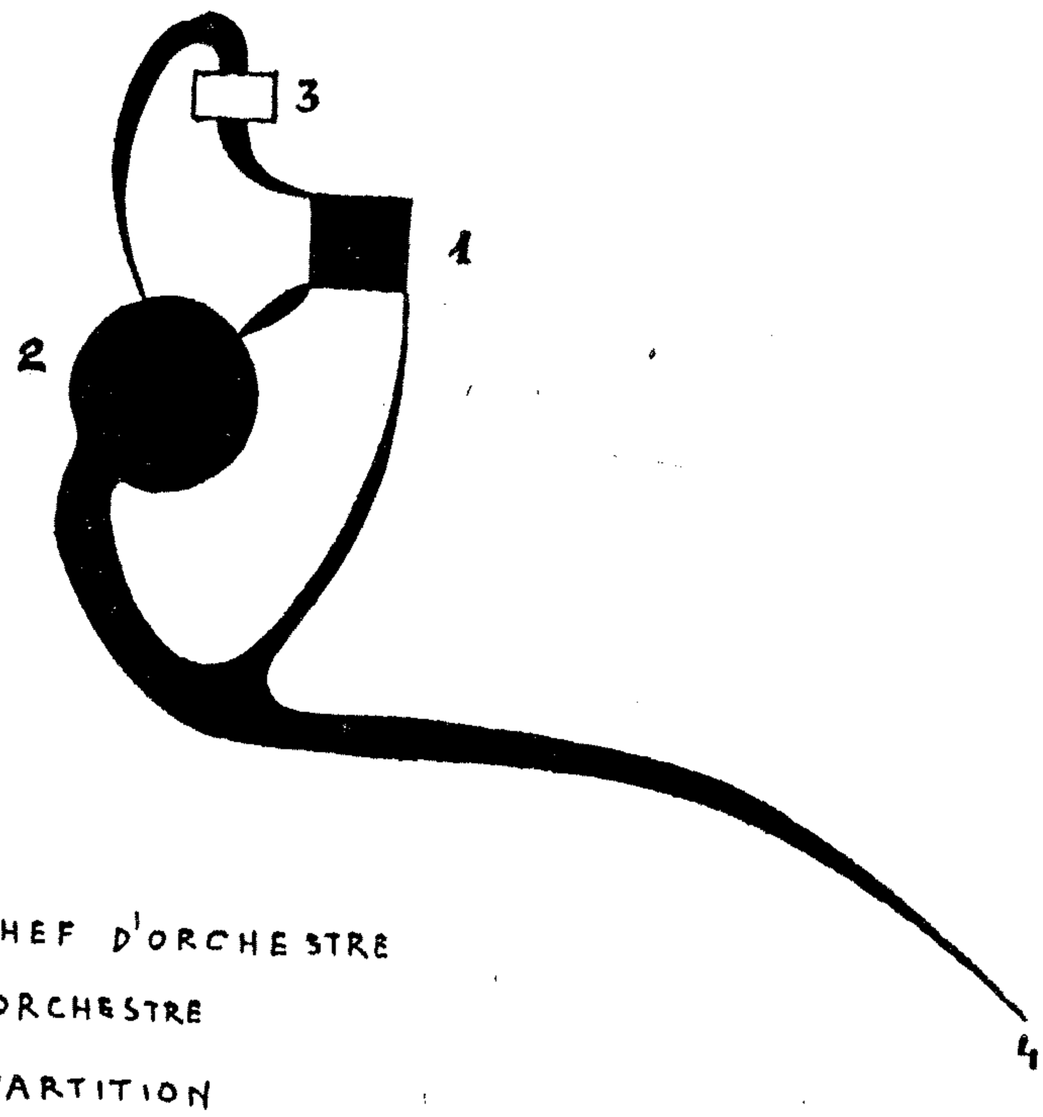
Этот традиционный тип *внутреннего конфликта* может быть охарактеризован как *автономная музыка*.

(Рис. 1.)

ГЕТЕРОНОМНАЯ МУЗЫКА

Было бы вместе с тем интересно и, по-видимому, очень плодотворно представить себе другой тип музыкального высказывания, в котором вводилось бы понятие *внешнего конфликта* между, например, двумя оркестрами или двумя инструменталистами, противостоящими друг другу. Игра одной из сторон стимулировала и обусловливала бы игру другой стороны, и обратно. Звуковая речь определялась бы весьма строгой (хотя нередко – стохастической) последовательностью актов звукового противопоставления, которые приводили бы, как по воле двух дирижеров (их может быть и несколько), так и по воле самого автора, целое в высшую диалектическую гармонию.

Чтобы закрепить эти представления, предположим конфликт между двумя оркестрами, у каждого из которых – свой дирижер. Каждый из дирижеров управляет звуковыми действиями *в противовес* действиям другого дирижера. Каждое из действий воспроизводит определенную *тактику*, и сопоставление двух тактик может быть выражено некоторой характеристикой, качественной или количественной, в пользу одного из них и в ущерб другому. Эта характеристика записывается в



1 CHEF D'ORCHESTRE

2 ORCHESTRE

3 PARTITION

4 AUDITOIRE

Рис. 1.

Перевод комментариев: 1 – дирижер; 2 – оркестр; 3 – партитура; 4 – публика.

таблице (матрице) на пересечении строки, соответствующей тактике *i* дирижера А, и столбца, соответствующего тактике *j* дирижера В. Это – *частичный регламент ij*. Игра такого рода, характеризуемая нулевой суммой, представляет собой *дуэль*.

Проявления внешнего конфликта (гетерономии) могут принимать самые разнообразные формы, но они всегда должны быть приводимы к *матрице регламентов* в соответствии с математической теорией игр, указывающей также на то, что, вообще говоря, для дирижера А существует наиболее совершенный способ игры, гарантирующий ему на длительное время некоторое минимальное превосходство (выигрыш) в отношении дирижера В, допускаемое действиями В, и обратно, для дирижера В существует некий наиболее совершенный способ игры, гарантирующий ему на длительное время максимум подчинения (проигрыша) в отношении А, создаваемый действиями А. Минимум выигрыша А и гарантированный максимум проигрыша В совпадают по абсолютной величине и носят название *цены игры*.

Введение в музыку внешнего конфликта, *гетерономии*, не является чем-то совершенно беспрецедентным. В некоторых проявлениях фольклорной музыкальной традиции в Европе и на других континентах существуют конфликтные музыкальные формы, в которых два играющих исполнителя стараются поставить в тупик друг друга. Одна из них берет на себя инициативу и пытается «выбиться» из тандема либо ритмически, либо мелодически, полностью оставаясь при этом в утвердившейся музыкальной традиции, которая допускает этот тип импровизации. Например, в Индии эта конфликтующая импровизация очень распространена, – в частности, между исполнителями на табла и сароде[1)].

Музыкальная гетерономия, основанная на данных современной науки, является, таким образом, узаконенной даже с самой конформистской точки зрения. Но проблема заключается не в историческом оправдании предпринимаемого эксперимента; скорее напротив, здесь важным является обогащение предшествующих результатов и скачок вперед. Вполне аналогично тому, как это происходило в отношении сложности линеарной полифонии и детерминистской логики музыкального высказывания, стохастические процессы внесли здесь удачное обобщение существующего материала, содержащее также неоспоримое введение в эстетику совершенно асимметричную, называемую также «ненаправленной» (non-sens); помимо этого, *гетерономия* вводит в стохастическую музыку дополняющую ее диалектическую структуру.

Равным образом можно представить себе конфликт между двумя или несколькими инструменталистами; также между одним инструменталистом и тем, что принято называть природой; наконец, одного оркестра или нескольких оркестров с публикой. Но *основной отличительной особенностью этой ситуации является то, что существует выигрыш и проигрыш, победа и поражение, которые могли бы быть выражены, с одной стороны, моральным или материальным вознаграждением в форме приза, медали, кубка и т. д., а, с другой стороны, – системой штрафов.*

Игра является *вырожденной*, если стороны играют произвольно, следуя путями, в большей или меньшей степени «импровизируемыми», но без конфликтной обусловленности, соответственно, без композиционного значения (valeur). Это – ложная (неистинная) игра.

Звуковая (или световая) игра имела бы *тривиальный* смысл, если бы кто-либо прибегал к досужему использованию звуков или звуковых конструкций, подобному патефонам или пианолам-автоматам (juke-box) в кафе или дансинге, игральным автоматам и т. п.; впрочем, проницательный предприниматель мог бы извлечь из такой игры существенную выгоду.

Менее тривиальный смысл заключали бы в себе образовательные игры в школах; такие игры заставляли бы детей и подростков реагировать на звуковые (или

световые) сочетания, в отношении которых у них пробуждался бы эстетический интерес (и соответственно формировались бы правила и регламенты) благодаря применению музыкальных инструментов или электроакустических устройств.

Наконец, фундаментальный интерес, о котором уже говорилось нами ранее, заключался бы во взаимной договоренности между сторонами, которая, в полной мере сохраняя определенную свободу действий игроков и их устремления к большему разнообразию музыкальной речи, в то же время не препятствовала бы отчетливо выраженному воздействию того или иного конкретного автора.

Мы можем при этом обобщить данную точку зрения с учетом пространственных характеристик музыки (введя, таким образом, фактор пространства)[2)] и даже распространить эти идеи на световые искусства.

В плане вычислений, однако, проблема игр сталкивается с большими трудностями (резко возрастающими по мере усложнения самих задач), и не все из игр получили в настоящее время достаточное математическое разъяснение (это относится, например, к играм с несколькими игроками). Поэтому мы ограничимся в нашем анализе сравнительно простым случаем, именно случаем дуэли, взятым из композиции «Дуэль» для двух дирижеров и двух оркестров.

Анализ композиции «Дуэль».

Эта композиция, сочиненная в 1958-59 гг., основывается на сравнительно простых исходных принципах, относящихся к звуковым структурам, которые устанавливаются по воле дирижеров, одновременно обусловленной автором.

Нами были приняты в качестве исходных следующие события:

Событие I – облако звуковых гранул, производимых pizzicato, ударами древка смычка и очень короткими ударами смычка, распределенными стохастически;

Событие II – звуки струнных, выдерживаемые параллельно с отклонениями;

Событие III – сетки перекрещивающихся glissando струнных;

Событие IV – стохастические звучания ударных инструментов;

Событие V – стохастические звучания духовых;

Событие VI – пауза.

Каждое из событий выписано в партитуре весьма точным образом и имеет достаточную длительность для того, чтобы дирижер мог в любой момент по своему выбору выделить из него тот или иной фрагмент, не нанося ущерба характерности данного события. Соответственно этому, мы стремились к однородности целого при оформлении каждого из событий, хотя при этом считали возможным сохранять те или иные отклонения в деталях.

Сформируем теперь список пар (двучленов x, y) событий, наблюдаемых в оркестрах X и Y, добавив наши субъективные оценки[3)]:

Пара (x, y) = (y, x)	Характеристика	Пара (x, y) = (y, x)	Характеристика	Пара (x, y) = (y, x)	Характеристика
(I, I)	посредственно (p)	(II, II)	посредственно (p)	(III, IV) =(IV,III)	хорошо+ (b+)
(I, II) = (II, I)	хорошо (b)	(II, III) = (III, II)	посредственно (p)	(III, V) = (V, III)	хорошо (b)
(I, III) = (III, I)	хорошо+ (b+)	(II, IV) = (IV, II)	хорошо (b)	(IV, IV)	посредственно (p)
(I, IV) = (IV, I)	посредственно (p)	(II, V) = (V, II)	посредственно+ (p+)	(IV, V) = (V, IV)	хорошо (b)
(I, V) = (V, I)	очень хорошо (b++)	(III, III)	посредственно (p)	(V, V)	посредственно (p)

Оформим этот список в виде таблицы:

Таблица 1

Дирижер Y

Дирижер X	I	II	III	IV	V	Минимум на строку
I	p	b	b^+	p^+	b^{++}	p
II	b	p	p	b	p^+	p
III	b^+	p	p	b^+	b	p
IV	p^+	b	b^+	p	b	p
V	b^{++}	p^+	b	b	p	p
Максимум на столбец	b	b	b+	b+	b++	

Эта квалитативная матрица показывает, что наибольший минимум в строке и наименьший максимум в столбце не совпадают ($b \neq p$); соответственно этому, игра не имеет пункта равновесия и, следовательно, единой (unique) тактики. Введение тактики паузирования (VI) модифицирует предыдущую матрицу следующим образом:

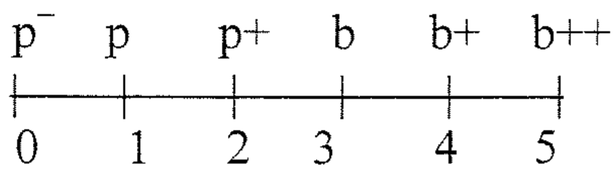
Таблица 2

Дирижер Y

Дирижер X	I	II	III	IV	V	VI	Минимум на строку
I	p	b	b^{++}	b^+	b^+	p	p
II	b	p	p	b	p^+	p	p
III	b^{++}	p	p	b^+	b	p	p
IV	b^+	b	b	p	b	p	p
V	b^+	p^+	b	b	p	p	p
VI	p	p	p	p	p	p^{--}	p -
Максимум на столбец	b++	b	b++	b+	b+	(p)	

В этом случае игра имеет несколько пунктов равновесия; становятся возможными любые тактики, но при более близком рассмотрении выясняется, что конфликт еще выражен слишком слабо, поскольку дирижер Y заинтересован лишь в том, чтобы выбирать тактику VI (паузу), тогда как дирижер X может без ущерба для себя выбирать любые тактики из числа I – V. Также не следует забывать, что регламент матрицы установлен в пользу дирижера X, и игра в данной ее форме не является беспристрастной. К тому же сами регламенты слишком расплывчаты. Чтобы продолжить рассмотрение далее, мы попробуем уточнить данные качественные значения, расположив их на оси координат и поставив им в соответствие определенные числовые величины грубого масштаба; помимо этого, мы модифицируем значение пары (VI, VI):

Таблица 3



и матрица примет следующий вид:

Таблица 4

		Дирижер Y						
		I	II	III	IV	V	VI	
	I	1	3	5	4	4	1	1
	II	3	1	1	3	2	1	1
Дирижер X	III	5	1	1	4	3	1	1
	IV	4	3	4	1	3	1	1
	V	4	2	3	3	1	1	1
	VI	1	1	1	1	1	3	1
		5	3	5	4	4	3	

Она не имеет пункта равновесия, не имеет доминирующей стратегии, не обладает симметрией (диагональ ≠ 0); помимо этого, она имеет лишь одно решение. Чтобы найти его, мы применим приближенную методику (которая, впрочем, легко может быть приспособлена к работе с компьютером), своевременно изменяя, хотя по возможности с наименьшей модификацией, относительное равновесие чисел, включенное в матрицу, с тем, чтобы найти единую стратегию, т. е. уравновешивающее множество тактик, из которых ни одна не является нулевой. Я не могу здесь подробно приводить все последовательные вычисления; но итоговая матрица по данной методике имеет следующий вид (см.: [21, с. 215 и далее]):

Таблица 5

		Дирижер Y						
		I	II	III	IV	V	VI	
	I	2	3	4	2	3	2	18
	II	3	2	2	3	3	2	4
Дирижер X	III	4	2	1	4	3	1	5
	IV	2	4	4	2	2	2	5
	V	3	2	3	3	2	2	11
	VI	2	2	1	2	2	4	15
		9	6	8	12	9	14	Всего: 58

с двумя едиными стратегиями для дирижеров X и Y, выписанными на полях матрицы. Дирижер X, следовательно, должен выбирать тактики I, II, III, IV, V, VI соответственно в пропорциях 18/58, 4/58, 5/58, 5/58, 11/58, 15/58, а дирижер Y должжен выбирать тактики I, II, III, IV, V, VI соответственно в пропорциях 9/58, 6/58, 8/58, 12/58, 9/58, 14/58. Цена игры, согласно этой методике, составляет примерно 2,5 балла в пользу дирижера X (игра с нулевой суммой, но еще не беспристрастная).

Мы сразу же можем отметить, что матрица, помимо этого, не является симметричной по отношению к диагонали, иначе говоря, пары тактик не являются коммутативными. Например, (IV, II = 4) ≠ (II, IV = 3). Существуют ориентиры, происходящие из подгонки вычислений и создающие на практике обогащение игры.

Следующим этапом будет экспериментальная проверка матрицы.

Здесь возможны два способа действий:

а) Моделировать игру, т. е. мысленно представлять себе дирижеров X и Y последовательно, следуя поэтапно регламенту матрицы без напоминаний о

предшествующих этапах и без блефования, не отказываясь испытывать менее интересные случаи:

Таблица 6

Этапы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Дирижер X	I	III		I		VI		I		III		VI		IV		III		III		IV	
Дирижер Y	IV		III		VI		III		I		VI		III		V		II		III		IV
Регламенты	2	4	1	4	2	4	1	4	2	4	1	4	1	4	2	3	2	2	1	4	

Цена игры в этом случае равна 52/20 = 2,6 балла в пользу X.

b) Выбирать тактики по закону случая, но с частотой, пропорциональной числам на полях предыдущей матрицы:

Таблица 7

Этапы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Дирижер X	I	VI		VI		II		I		II		V		IV		I		V		V	
Дирижер Y	VI		VI		V		III		I		IV		VI		V		IV		VI		III
Регламенты	2	4	4	4	2	3	2	4	2	3	3	3	2	2	2	3	2	3	2	2	3

Цена игры равна 57/21 = 2,7 балла в пользу X.

Отметим, что характеристики цены игры, полученные экспериментально, очень близки величине, вычисленной благодаря приближенной методике. Иначе говоря, звуковая процедура на основе двух предшествующих опытов, дала удовлетворительные результаты.

Мы можем теперь применить строгую методику для определения стратегии дирижеров X и Y и цены игры. Для этого мы используем методику линейного программирования и, в частности, методику преобразований (обращений) матрицы (см. [22]).

Эта методика определяется двумя условиями:

1.Фундаментальные положения теории игр или «теорема минимакса», согласно которой, *минимальный регламент* (максимин), соответствующий оптимальной стратегии дирижера X, всегда равен максимальному регламенту (минимаксу), соответствующему оптимальной стратегии дирижера Y.

2.Вычисление значения максимина (или минимакса), так же как и вероятностной структуры оптимальной стратегии дуэли, приводит к решению пары двусторонних правил линейного программирования (двусторонняя методика симплекса)[4)].

Здесь мы ограничимся изложением системы линейных уравнений, относящихся к игроку минимума, Y.

Пусть $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6$ – вероятности, соответствующие тактикам I, II, III, IV, V, VI, избираемым дирижером Y, и v – цена игры, которую следует минимизировать. Мы имеем следующие связи:

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 = 1;$$
$$2y_1 + 3y_2 + 4y_3 + 2y_4 + 3y_5 + 2y_6 + y_7 = v;$$
$$3y_1 + 2y_2 + 2y_3 + 2y_4 + 3y_5 + 2y_6 + y_8 = v;$$
$$2y_1 + 4y_2 + 4y_3 + 2y_4 + 2y_5 + 2y_6 + y_9 = v;$$
$$3y_1 + 2y_2 + y_3 + 3y_4 + 2y_5 + 2y_6 + y_{10} = v;$$
$$2y_1 + 2y_2 + y_3 + 2y_4 + 2y_5 + 4y_6 + y_{11} = v;$$
$$4y_1 + 2y_2 + y_3 + 4y_4 + 3y_5 + y_6 + y_{12} = v.$$

Для достижения единой стратегии вычисление требует модификации регламента (III, IV = 4) в (III, IV = 5). Решение дает следующие оптимальные стратегии:

Для X		Для Y	
Тактики	Вероятности	Тактики	Вероятности
I	2/17	I	5/17
II	6/17	II	2/17
III	0	III	2/17
IV	3/17	IV	1/17
V	2/17	V	2/17
VI	4/17	VI	5/17

и цена игры v = (42/17) = 2,47 балла.

Заметим, что X должен полностью оставить тактику III, чего мы хотим избежать.

Модифицируя регламент (II, IV = 3) в (II, IV = 2), мы получим следующие оптимальные стратегии:

Для X		Для Y	
Тактики	Вероятности	Тактики	Вероятности
I	14/56	I	19/56
II	6/56	II	7/56
III	6/56	III	6/56
IV	6/56	IV	1/56
V	8/56	V	7/56
VI	16/56	VI	16/56

Что же касается цены игры, то v = (138/56) = 2,47 балла.

Хотя регламент подвергся некоторым изменениям, цена игры практически осталась прежней; напротив, оптимальные стратегии подверглись значительным преобразованиям. Поэтому необходимы были точные вычисления, и последняя из матриц, данная с сопровождением выведенных из нее стратегий, будет иметь следующий вид:

Таблица 8

		Дирижер Y						
		I	II	III	IV	V	VI	
Дирижер X	I	2	3	4	2	3	2	14
	II	3	2	2	2	3	2	6
	III	4	2	1	5	3	1	6
	IV	2	4	4	2	2	2	6
	V	3	2	3	3	2	2	8
	VI	2	2	1	2	2	4	16
		19	7	6	1	7	16	Всего: 56

Применяя элементарные операции к строкам и столбцам этой матрицы, с тем чтобы игра стала беспристрастной (цена игры = 0), мы получим равнозначную матрицу:

Таблица 9

		Дирижер Y						
		I	II	III	IV	V	VI	
	I	-13	15	43	-13	15	-13	14/56
	II	15	–13	-13	-13	15	-13	6/56
Дирижер X	III	4	2	1	5	3	1	6/56
	IV	-13	43	43	-13	-13	-13	6/56
	V	15	-13	15	15	-13	-13	8/56
	VI	-13	-13	-41	-13	-13	43	16/56
		19/56	7/56	6/56	1/56	7/56	16/56	

с нулевой ценой игры.

Поскольку эта матрица трудно читаема, ее можно упростить, разделив все регламенты на 13; тогда она будет выглядеть так:

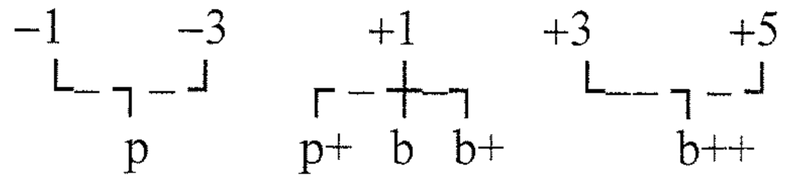
Таблица 10

		Дирижер Y						
		I	II	III	IV	V	VI	
	I	-1	+1	+3	-1	+1	-1	14/56
	II	+1	–1	-1	-1	+1	-1	6/56
Дирижер X	III	+3	-1	-3	+5	+1	-3	6/56
	IV	-1	+3	+3	-1	-1	-1	6/56
	V	+1	-1	+1	+1	-1	-1	8/56
	VI	-1	-1	-3	-1	-1	+3	16/56
		19/56	7/56	6/56	1/56	7/56	16/56	

соответственно с ценой игры v = – 0,07, что означает, что в конце игры, в финальном регламенте, дирижер Y должен был бы отдать 0,07•m баллов дирижеру X; m – общее число этапов.

Преобразуем теперь данную числовую матрицу в квалитативную на основе соответствий, данных ниже:

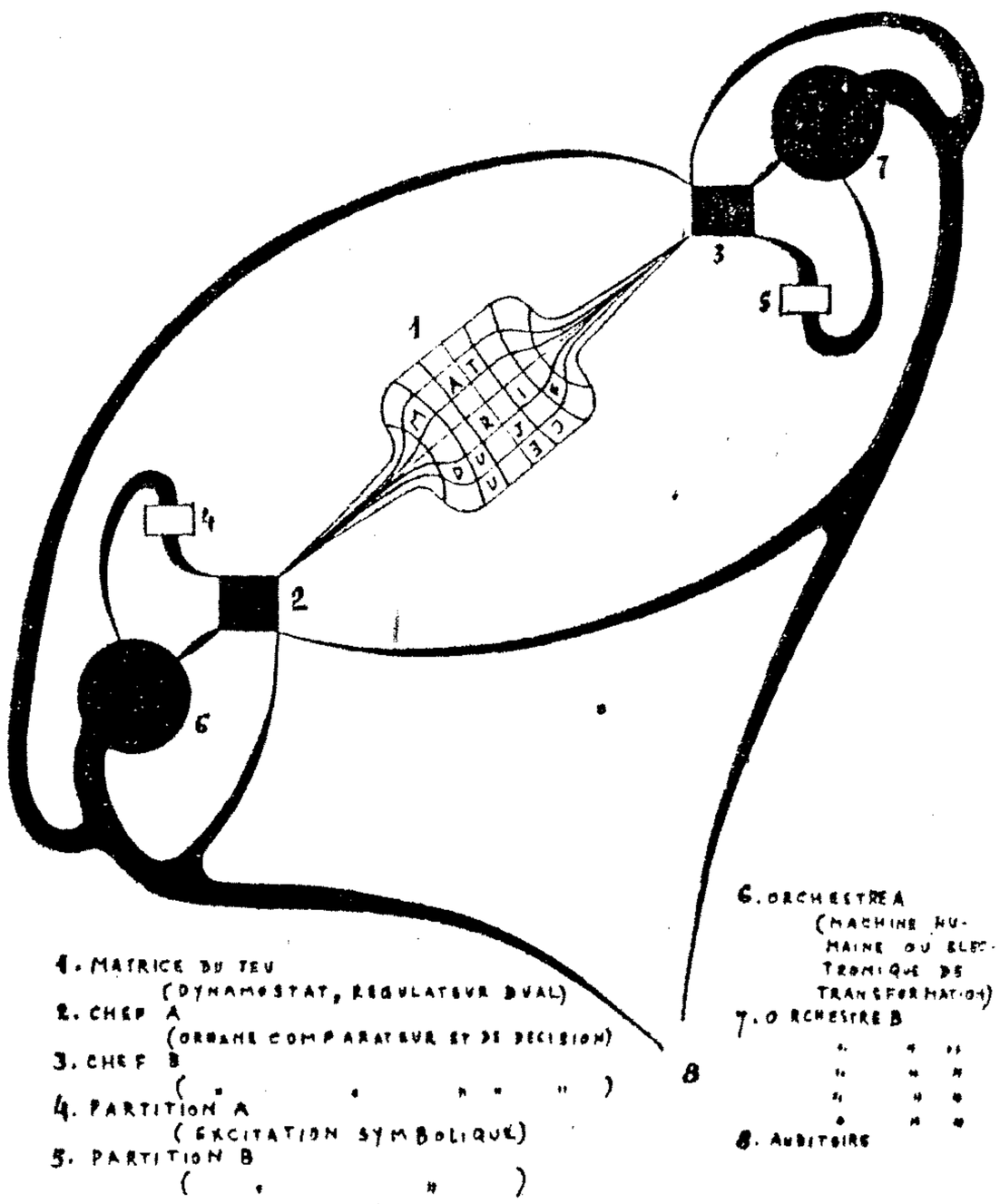
Таблица 11



тогда последняя из матриц приобретет следующий вид:

Таблица 12

		Дирижер Y					
		I	II	III	IV	V	VI
	I	p	p^+	b^{++}	p	b	p
	II	p^+	p	p	p	p^+	p
Дирижер X	III	b^{++}	p	p	b^{++}	p^+	p
	IV	p	b^{++}	b^{++}	p	p	p
	V	p^+	p	p^+	p^+	p	p
	VI	p	p	p	p	p	b^{++}



1. MATRICE DU JEU (DYNAMOSTAT, REGULATEUR DUAL)
2. CHEF A (ORGANE COMPARATEUR ET DE DECISION)
3. CHEF B (" " " " ")
4. PARTITION A (EXCITATION SYMBOLIQUE)
5. PARTITION B (" " ")
6. ORCHESTRE A (MACHINE HUMAINE OU ELECTRONIQUE DE TRANSFORMATION)
7. ORCHESTRE B " " " " " " " "
8. AUDITOIRE

Рис. 2.

Перевод комментариев:

1 – матрица игры (динамостат, двойной регулятор);
2 – дирижер А (инструмент сравнения и принятия решений);
3 – дирижер В (инструмент сравнения и принятия решений);
4 – партитура А (символическое побуждение);
5 – партитура В (символическое побуждение);
6 – оркестр А (человеческое или электронное преобразующее устройство);
7 – оркестр В (человеческое или электронное преобразующее устройство);
8 – публика.

Очевидно, что эта матрица в данной ее форме не отличается от первоначальной, за исключением пары (VI, VI) из противостоящих друг другу пауз. На этом вычисления заканчиваются.

Данный математический экскурс позволил придать дуэли бóльшую гибкость и выявить один из парадоксов, именно относящийся к паре (VI, VI), характеризующей полное молчание. Такого молчания следует избегать, но для того, чтобы это сделать, необходимо усилить его потенциал (мощность).

В данной книге нет возможности детально характеризовать основополагающую роль математической трактовки данной проблемы, равно как и те непростые рассуждения, которые эта проблема заставляет нас предпринимать в общем ходе процесса, требуя отдельного рассмотрения каждого его этапа и всегда присутствующей на переднем плане матрицы. Это – образец работы, в которой деталь подчиняется целому и наоборот. Для того, чтобы читатель мог оценить данный интеллектуальный труд, мы сочли полезным показать весь ход выполняемого процесса.

Дирижеры в ходе игры стоят спиной друг к другу, управляя оркестрами либо с помощью знаков пальцев, либо с помощью световых сигналов, невидимых другому оркестру. Если в распоряжении дирижера находятся световые сигналы, подаваемые нажатием кнопки, то частичные регламенты могут обозначаться автоматически на световых панно, видимых в зрительном зале, как на футбольных матчах.

Если дирижеры имеют возможность действовать лишь пальцами рук, тогда судья (арбитр) должен считать очки (баллы) и обеспечивать вручную показ регламентов на панно, видимых в зале. После некоторого числа сделанных ходов (coups) или по прошествии определенного числа минут, с согласия дирижеров, один из них объявляется победителем и имеет право подучить приз, который вручается ему официально.

Мы можем теперь, по изложении основ игры, предусмотреть вмешательство публики, которую можно было бы пригласить высказываться на тему качественных оценок пар тактик дирижеров X и Y и которой было бы предоставлено право непосредственного выбора того или иного варианта в процессе формирования матриц игры. В этом случае музыка будет результатом условий, заданных создавшим партитуру композитором, двумя дирижерами X и Y и публикой, создавшей матрицу регламентов.

Ниже нами представлена двуглавая организация композиции «Дуэль» (применительно к композиции «Стратегия», созданной в 1962 г.):

(Рис. 2)

Правила композиции «Стратегия».

Два оркестра, расположенные слева и справа на концертной эстраде с двумя дирижерами, стоящими спиной друг к другу, или на двух диаметрально противоположных площадках, могут выбирать и играть одну из шести звуковых конструкций (пронумерованных в партитуре цифрами с I по VI), которые мы называем тактиками и каждая из которых имеет стохастическую структуру и рассчитана электронно-вычислительной машиной[5)] 7090 IBM в Париже. Помимо этих шести фундаментальных тактик, каждый из дирижеров может предлагать своему оркестру играть соединения этих тактик по две или по три.

Перечень основных тактик имеет следующий вид:

I. Духовые;

II. Ударные;

III. Удары рукой о корпус струнных;

IV. Пуантилистические структуры у струнных;

V. Глиссандо струнных;

VI. Выдержанные гармонические созвучия.

Теперь представим тринадцать совместных одновременных соединений этих тактик для каждого из двух оркестров:

I & II = VII	II & III = XII	I & II & III = XVI
I & III = VIII	II & IV =XIII	I & II & IV = XVII
I & IV = IX	II &V = XIV	I & II & V = XVIII
I & V = X	II & VI = XV	I & II & VI = XIX
I & VI = XI		

Всего существует 19 тактик, которые каждый из дирижеров может исполнить со своим оркестром. Соответственно этому, два оркестра могут воспроизводить в одновременности $19 \cdot 19 = 361$ возможную пару тактик.

ПРАВИЛА ИГРЫ

1.*Выбор тактик.* – Каким образом дирижеры будут выбирать тактики, которые они будут играть?

a) Первое решение состоит в произвольном выборе: например, первый дирижер X выбирает тактику I. Второй дирижер Y может выбрать любую из 19 тактик, включая I. Затем дирижер X, в зависимости от выбора дирижера Y, выбирает новую тактику (или выдерживает ту же самую), которую играет в течение некоторого времени (см. [7]). Второй выбор дирижера X произволен и зависит от его вкуса и от выбора дирижера Y. В свою очередь, дирижер Y выбирает новую тактику (или выдерживает прежнюю) в зависимости от выбора дирижера X и от его собственного вкуса, играя ее по желанию в течение некоторого времени. И так далее. Мы получаем, таким образом, произвольную последовательность попарных соединений основных структур: I, II, III, IV, V, VI.

b) Второе решение состоит в том, что дирижеры, стремясь определить выбор новых тактик, тянут жребий, подобно вытягиванию карты из колоды в 19 карт. Иначе говоря – уравновешивают эту операцию, вытягивая из урны шарики с номерами от 1 до 19, находящиеся в этой урне в различных пропорциях. Эти операции могут осуществляться до исполнения произведения, и результаты вытягиваний шариков могут быть выписаны в форме последовательного плана, который будет находиться перед глазами у каждого из дирижеров во время исполнения.

c) Третье решение состоит в том, что дирижеры заранее советуются друг с другом и выбирают фиксированную последовательность тактик, которой затем дирижируют.

d) Четвертое решение состоит в управлении двух оркестров одним дирижером, который предварительно определяет последовательность тактик согласно одной из предыдущих методик и фиксирует ее в виде «плана управления», которому и будет следовать во время исполнения. Этот четвертый вариант представляет собой вырожденное решение конфликта двух сторон.

e) Наконец, пятым, наиболее интересным, является решение, которое вводит двусторонний конфликт между двумя дирижерами. В этом случае пары тактик двух дирижеров выражаются в баллах, которые выигрывает один из дирижеров и проигрывает другой соответственно матрице игры.

2. *Ограничение игры.* – Ограничение игры, вообще говоря, достигается различными способами:

a) Дирижеры определяют верхнюю границу набираемых баллов. Кто достигает ее первым, тот выигрывает.

b) Дирижеры определяют предварительно число партий (обозначим его буквой n). Тот, кто получает наибольшее число баллов к концу n-ной партии, тот выигрывает.

c) Дирижеры определяют обозначение длительности игры, например n секунд (или минут), и тот, кто наберет большее число баллов к n-ной секунде (или минуте), тот выигрывает.

3.*Подсчет баллов* может вестись двумя способами:

a) Присутствуют один или двое судей, которые подсчитывают баллы в двух столбцах: один для дирижера X в положительных числах, другой для дирижера Y также в положительных числах. Они же останавливают игру согласно условиям ее ограничения и объявляют результаты публике.

b) Вместо судей действует автоматическая система, в состав которой входят индивидуальные табло для каждого из дирижеров, с $n \cdot n$ кнопок, соответственно пунктам (частным решениям) используемой матрицы. Эти кнопки располагаются в тех же клеточках, в которые выпадают баллы (частичные регламенты). Предположим, например, что матрица игры – большая ($19 \cdot 19$ клеточек); тогда в случае, если дирижер X выбирает тактику XV против тактики IV у дирижера Y, то он нажимает на кнопку, находящуюся на пересечении строки XV и столбца IV. Этому пересечению соответствует клеточка, в которой выписан частичный регламент 28 баллов в пользу X, и кнопка, которую X достигает касанием руки. Каждая из кнопок связана с сумматором (additioneuse), который подытоживает результаты на электронном панно таким образом, чтобы результаты эти были видны публике по мере развертывания игры, подобно аналогичным панно на стадионах, хотя, разумеется, не столь большим по размерам.

4. *Выбор строк* (и столбцов) производится дирижерами путем бросания жребия.

5.*Определение начала игры.* Поскольку строки и столбцы закреплены за дирижерами, остается решить, кто из дирижеров начинает игру. Это решение принимается на основе нового бросания жребия.

6. *Прочтение тактик.* Тактики играются циклически, образуя подобие замкнутого круга. Прекращение исполнения той или иной тактики производится мгновенно на границе одного из тактов по выбору дирижера. Последующее возобновление этой же тактики должно производиться, начиная от такта, завершенного ранее. В партитуре каждая из тактик имеет длительность, равную по крайней мере двум минутам. Придя к окончанию тактики, дирижеры вновь начинают ее сначала. Поэтому в партитуре дается обозначение da capo.

7. *Длительность этапов (ходов).* Длительность каждого хода устанавливается факультативно. Во всяком случае, неплохие результаты дает установление нижнего предела, равного примерно 15 сек. Иначе говоря, если дирижер выбирает ту или иную тактику, то она должна длиться в течение по крайней мере 15 секунд. Эти 15″ могут варьироваться от одного концерта к другому. Они имеют значение пожелания, но не предписания со стороны композитора, и дирижер имеет право сам определять нижний предел длительности каждого хода.

Верхний предел в данном отношении не существует, поскольку игра предполагает как выдерживание, так и смену той или иной из тактик.

8. *Исход борьбы.* – Чтобы подтвердить двустороннее построение данной композиции и оказать почтение дирижеру, наиболее корректно следовавшему условиям, предписанным автором посредством игровой матрицы, необходимо предусмотреть в конце игры:

*a)*провозглашение победителя;

*b)*присуждение приза (букета цветов, кубка или медали), который организационный комитет считает возможным предоставить в распоряжение арбитров.

9. *Выбор матрицы*. – В «Стратегии» существуют две матрицы – малая 3·3 и большая 19·19. Матрица из 19·19 клеточек содержит все частичные регламенты пар основных тактик (I – VI) и их соединений. В матрице из 3·3 клеточек эти регламенты также представлены, но иным образом: строка 1 и столбец 1 содержат основные тактики I – VI без введения различий между ними; строка 2 и столбец 2 содержат совместимые соединения основных тактик по 2; наконец, строка 3 и столбец 3 содержат все целесообразные соединения основных тактик по 3. Выбор между матрицами зависит навыков прочтения, которыми обладают дирижеры. Выраженные положительными числами регламенты в клеточках обозначают выигрыш для дирижера X и автоматически симметричный проигрыш для дирижера Y. Напротив, регламенты, выраженные отрицательными величинами в клеточках, обозначают проигрыш для дирижера X и автоматически симметричный выигрыш для дирижера Y.

(Таблицы 13 – 15.)

Упрощение матрицы 19×19

Чтобы избежать излишних трудностей на первых репетициях, дирижеры могут использовать матрицу, равнозначную матрице 3×3, выведя ее из матрицы 19×19 следующим образом:

Пусть имеется фрагмент матрицы, содержащий тактики строк $r + 1, \ldots, r + m$ и тактики столбцов $s + 1, \ldots, s + n$ с вероятностями соответственно $q_{r+1}, \ldots, q_{r+m}$ и $k_{s+1}, \ldots, k_{s+n}$:

	k_{s+1}	.....	k_{s+j}	.....	k_{s+n}
q_{r+1}	$a_{r+1,s+1}$	.....	$a_{r+1,s+j}$	.....	$a_{r+1,s+n}$
.....	.....	.....	.....	.....	.....
q_{r+i}	$a_{r+i,s+1}$	.....	$a_{r+i,s+j}$	.....	$a_{r+i,s+n}$
.....	.....	.....	.....	.....	.....
q_{r+m}	$a_{r+m,s+1}$	.....	$a_{r+m,s+j}$	.....	$a_{r+m,s+n}$

Этот фрагмент может быть заменен следующим единым регламентом:

$$A_{r+m,s+n} = \frac{\sum_{i,j=1}^{i=m,j=n} a_{r+i,s+j} \cdot q_{r+i} \cdot k_{s+j}}{\sum_{i}^{m} q_{r+i} \cdot \sum_{j}^{n} k_{s+j}}$$

и вероятностями $Q = \sum_{i}^{m} q_{r+i}$ и $K = \sum_{j}^{n} k_{s+j}$. Действуя таким способом с матрицей 19×19, мы получаем:

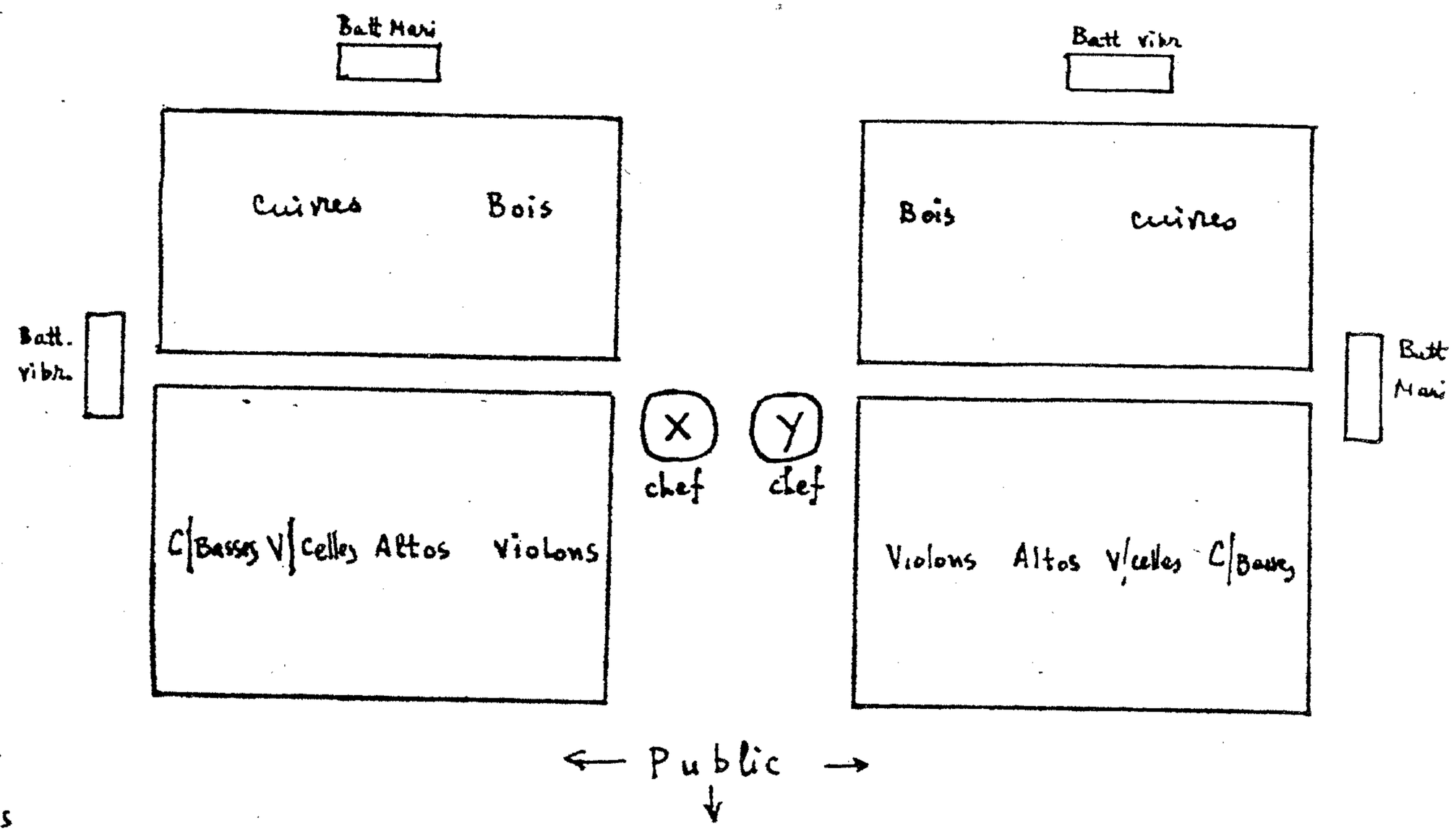
(Таблица 16)

STRATEGIE

Disposition des orchestres sur un seul plateau

Composition par orchestre:

1 Piccolo
1 Gr. Flûte
2 Ht/Bois
1 Clar Mib
1 Clar Sib
1 Clar Basse
1 Fagot
1 Contre Fagot
2 Cors
1 Tromp.
2 Tromb.
1 Tuba
2 Percuss.
a) Vibraph.
b) 1 Marimb.
c) Maracas
Cymb. susp
G. Caisse
4 Toms
2 Bongos
2 Congas
5 Temples
4 Wood. Bl.
5 Cloches
8 1ers violons
8 2e violons
4 Altos
4 V/celles
3 C/Basses
44 Instrumentistes



La disposition de chaque orchestre dans le cas de deux plateaux est classique.

Total pour les deux orchestres 2 × 44 = 88 instrumentistes

Таблица 13

Таблица 13
(перевод текста)

СТРАТЕГИЯ

Расположение оркестров на одной площадке

Композиция для оркестра
1 пикколо
1 большая флейта
2 гобоя
1 кларнет (си-бемоль)
1 бас-кларнет
1 фагот
1 контрафагот
2 валторны
1 труба
2 тромбона
1 туба
2 ударника•):
a) 1 вибрафон
b) 1 маримба
c) маракас
тарелка подвесная
большой барабан
4 том-тома
2 бонга
2 конги
5 корейских коробочек (temple-blocks)
1 деревянный брусок (wood-block)
5 колоколов
8 первых скрипок
8 вторых скрипок
4 альта
4 виолончели
3 контрабаса
44 инструмента
Всего для двух оркестров $2 \times 44 = 88$ инструментов.

Расположение каждого из оркестров в случае двух площадок – классическое.

•) Обозначены на чертеже как «батарея вибрафон» и «батарея маримба».

STRATEGIE

MATRICE DES REGLEMENTS. DUEL, (VALEUR DU JEU = 0).

CHEF X (LIGNES)

CHEF Y (colonnes)

		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	
◢	I	116	10	84	-48	4	-52	-60	-40	132	-44	-8	-36	-22	24	-46	102	138	-38	32	2
●	II	-56	96	-44	-22	-24	52	-50	-14	72	28	6	-48	-20	-16	-10	-24	-36	-20	44	3
H	III	-110	-2	96	96	24	0	4	-56	-32	-24	4	-52	-48	-40	-16	-44	-16	20	72	1
∵	IV	0	-20	24	84	4	-12	12	-12	-28	8	-8	-24	-40	4	22	-10	-16	28	-16	11
#	V	-110	-104	-86	4	104	-8	44	20	-8	4	8	-8	-38	-24	-16	40	8	20	-24	1
≡	VI	24	44	12	-14	-6	64	24	-8	24	4	-24	-40	-52	-44	24	44	4	4	-48	7
◢●	VII	-56	-52	20	16	36	44	44	4	-52	-48	0	-46	-36	-12	-20	-40	-44	16	40	4
◢H	VIII	-32	-8	-52	-8	12	4	4	48	-44	-12	8	-52	-4	8	32	-36	-40	-16	24	3
◢∵	IX	-36	10	-16	-32	2	4	-44	-52	52	44	2	48	-18	64	24	22	-36	-28	-52	6
◢#	X	-48	22	-22	4	-4	32	-46	-16	8	-36	-24	-4	8	32	24	4	-8	20	-32	4
◢≡	XI	4	14	26	-4	4	-28	-36	-12	20	4	64	68	4	40	-12	-2	-24	-27	-32	10
●H	XII	-36	-196	-188	-28	-34	-42	36	32	24	0	-32	74	76	-4	4	-32	-28	40	76	7
●∵	XIII	166	-20	-42	-40	-52	-44	14	-16	4	22	-14	80	72	-26	-58	40	-18	78	42	2
●#	XIV	32	-14	-34	0	-32	-52	36	12	-12	36	24	-28	42	76	-48	-64	-30	-29	72	5
●≡	XV	-20	8	4	28	-28	14	0	20	2	-4	-32	14	26	-56	46	-36	12	-8	14	4
◢●H	XVI	88	88	104	-28	20	16	-2	-16	20	-20	-50	-26	-8	-36	-40	108	-24	-33	60	9
◢●∵	XVII	32	92	52	-28	16	8	-44	-48	-32	0	-16	-16	-20	-32	24	-30	96	52	-36	8
◢●#	XVIII	-36	-24	8	4	0	-2	52	78	-12	-4	36	-8	28	-24	-16	-14	42	-12	-40	9
◢●≡	XIX	-52	-52	-66	4	6	-6	-4	44	-66	-4	44	12	44	40	16	-46	44	-42	-32	4
		1	1	2	3	7	11	3	3	4	6	9	2	5	7	10	4	4	8	10	: 100

◢ VENTS
● PERC. NORM.
H CORDES : PERC. CAISSE
∵ CORDES : PIZZ., ETC...
CORDES : GLISS.
≡ CORDES : TENUES
◢● (VENTS + PERC) SIM.
◢●H (VENTS + PERC + CORDES PERC) SIMULTANEMENT

I. Xenakis
ST/VENISE-101062

Таблица 14

STRATEGIE

MATRICE DES REGLEMENTS.
DUEL, (VALEUR DU JEU = 0).

- VENTS
- PERCUSSION NORMALE
- H CORDES : PERCUSS. SUR CAISSE DES CORDES
- CORDES : POINTILLISME (pizz, FRAPPÉ C. LEGNO ETC...)
- CORDES : GLISSANDI
- CORDES : TENUES HARMONIQUES.
- (VENTS + PERC.) SIMULTANEMENT
- (VENTS + PERC. + CORDES TENUES) SIMULTAN.

CHEF Y (COLONNES)

CHEF X (LIGNES)

	1	2	3	
1	3	0	-1	(1)
2	3	-3	3	(4)
3	-5	4	-3	(3)
	(1)	(2)	(3)	

I. Xenakis 1962
ST/Yemise - 101062.

Таблица 15

Таблица 14
(перевод текста)

Перевод текста:

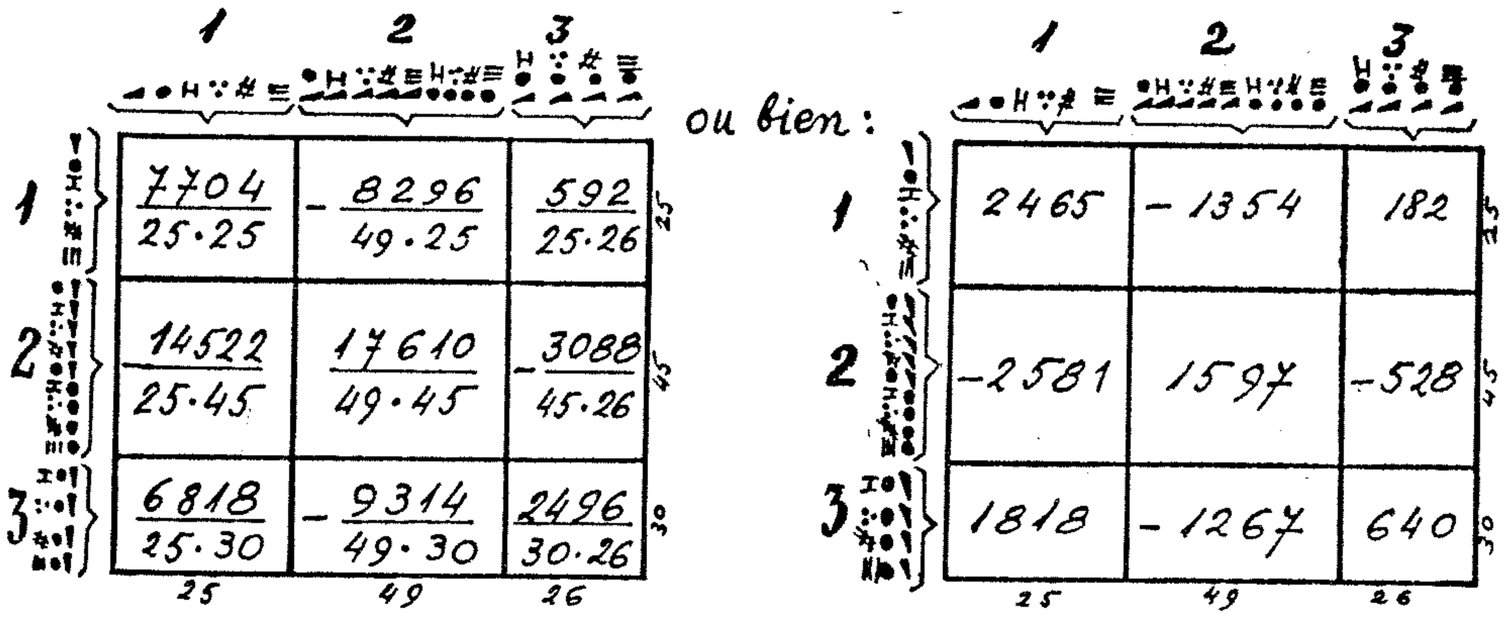
Стратегия
Матрица регламентов, дуэль (цена игры = 0)
Дирижер X (строки)
Дирижер Y (столбцы)
Обычные ударные
Струнные: удары по корпусу
Струнные: pizzicato
Струнные: glissando
Струнные: протяженные звучания
Духовые + ударные + струнные (удары) одновременно
Я. Ксенакис
Сен-Вениз, 10.10.62.

Таблица 15
(перевод текста)

Перевод текста:

Стратегия
Матрица регламентов
Духовые
Обычные ударные
Струнные: удары по корпусу
Струнные: пуантилизм (pizzicato, удары col legno и т. п.)
Струнные: выдержанные аккорды
Духовые и ударные) одновременно
Духовые + ударные + выдержанные струнные) одновременно

Таблица 16



ПРИМЕЧАНИЯ

1. Сарод – традиционный индийский струнный (щипковый) инструмент, родственный ситару.

2.Под «пространственным» фактором здесь имеется в виду стереофонический (как в конце гл. 2).

3. b – bon (хороший), p – passable (сносный, посредственный).

4. Симплекс – телефонное устройство, передающее сообщения лишь в одном из направлений (в том числе – попеременно).

5. Буквально: электронным мозгом (par le cerveau électronique). См. примеч. 21 к гл. 2.

Глава IV
СВОБОДНАЯ СТОХАСТИЧЕСКАЯ МУЗЫКА С КОМПЬЮТЕРОМ
Пример применения компьютера IBM 7090 в музыкальной композиции

После интерлюдии, изложенной в предыдущей главе, мы переходим теперь к проблематике сочинения музыки с помощью машин.

Теоретические идеи, нашедшие выражение в «Ахоррипсисе», ждали четыре года, прежде чем стало возможно реализовать их механическим способом. Этой реализацией мы обязаны г-ну Франсуа Женюи, представителю компании IBM-France, и г-ну Жаку Барро из нефтяного сообщества Шелл-Берр.

ПАРАДОКС: МУЗЫКА И КОМПЬЮТЕРЫ. СТОХАСТИЧЕСКАЯ МУЗЫКА, ОСУЩЕСТВЛЕННАЯ С ПОМОЩЬЮ МАШИНЫ IBM 7090

У большей части публики союз машины и художественного творчества вызывает разноречивые отклики. Отклики эти можно разделить на три категории:

a) Невозможно получить произведение искусства, поскольку в своей основе оно является созданием художника-мастера и требует живого творения в каждый момент, в каждой детали и в целом, тогда как машина – это нечто неживое, она не может изобретать.

b) Да, можно в качестве игры, с помощью умозрительных, отвлеченных построений «поездить» на машине, но результат не будет «совершенным», он может представлять собой лишь эксперимент, возможно, даже интересный, но не более.

c) Энтузиасты, которые с первого раза принимают, не дрогнув, любые чудеса, рожденные пылким воображением научных фантастов. Луна? Да, разумеется, она уже у нас в руках. Долголетие? Оно также будет обеспечено не сегодня-завтра. Почему бы и не быть творящим машинам? Эти люди составляют некий род верующих, которые, благодаря присущему им повышенному чувству оптимизма заменили обветшавшие мифы об Икаре и феях научно-технической цивилизацией XX века, отчасти дающей основания для такого образа мыслей.

На самом деле не существует ни парадокса, ни языческого всемогущества науки, поскольку она продвигается отдельными отграниченными участками и движение это нередко бывает непредсказуемо в течение весьма длительного времени.

Во всех искусствах присутствует то, что мы можем назвать рационализмом в этимологическом смысле слова: стремление к пропорциям[1)]. При этом художник всегда стремится к ним в силу необходимости. Правила создания произведений существенно менялись в течение веков, но они всегда существовали во все эпохи. Это – необходимость достичь понимания. И представители первой из названных категорий публики сразу же отрицают художественные достоинства за теми произведениями, которые они совершенно не понимают.

Так, звукоряд, представляя собой определенную традицию, которая ограничивает область возможностей и которая позволяет создавать нечто в его пределах, содержит внутренне присущие ему характеристики симметрии, упорядоченности. Правила христианской гимнографии, правила гармонии и контрапункта различных эпох позволяли художнику создавать и быть понятым теми, кто принимал те же ограничения, следуя традиции, общественному вкусу (миметически), симпатизирующему отклику. Правила серийной техники, например, запрет на интервал октавы, вводят ограничения, которые являются отчасти новыми, но существующими реально.

Ныне всё, что является правилом, воспроизводящим те или иные ограничения, является частью мыслительной машины, маленькой «воображаемой машиной», как сказал в свое время Филиппо[2)], выбором, совокупностью решений. Работа музыканта над созданием произведения может быть разбита на некоторое множество таких «мыслительных машин». Мелодическая тема симфонии – это матрица (moule), мыслительная машина, так же как и общее строение симфонии. Эти мыслительные машины иногда имеют весьма строго детерминированный характер, иногда же весьма расплывчатый и не всегда позволяющий четко отличать их друг от друга. В течение последних лет утвердилась точка зрения, что такое понимание механизма заключает в себе весьма большую степень обобщенности, охватывая также человеческое мышление и его проявления во всех областях, от строгих логических операций и до явлений художественного творчества. И, подобно тому, как колесо, одно из величайших созданий человеческой мысли, представляет собой механизм, который позволяет человеку ездить дальше, быстрее, с бóльшим грузом, точно таким же созданием человеческой мысли являются электронно-вычислительные машины – в области, касающейся не столько физического передвижения, сколько движения идей. Компьютеры, решающие проблемы логики, поставленные программой «Логик-теоретик» (Logic Theorist) и группой Ньюэлла, Шоу и Саймона, с помощью эвристических методов[3)] (и вопреки теоремам Чёрча, Гёделя и Тарского[4)]), вовсе не исходят в своих истоках из необходимости введения математических методов в музыку; скорее здесь имеет место обратный процесс. И если умы в общем готовы признать полезность применения геометрии в пластических искусствах (архитектура, живопись), то им остается перейти лишь незначительное препятствие для того, чтобы они могли осознать применимость более абстрактных (не воспринимаемых зрением) математических методов и полезность машин как вспомогательных средств в музыкальной композиции, более абстрактной, чем пластические искусства. Можно, таким образом, из всего сказанного сделать следующие выводы:

*a)*Творческая мысль человека производит мыслительные механизмы, являющиеся, как видно из итогов аналитического рассмотрения, не чем иным, как совокупностью ограничений, выбора; так происходит во всех областях, включая сферу искусств;

*b)*некоторые из этих механизмов поддаются математизации;

*c)*некоторые из этих механизмов реализуемы физически (колесо, двигатель, ракеты, вычислительные машины, аналоговые устройства и т. п.);

*d)*некоторые из мыслительных механизмов могут находить соответствие в тех или иных механизмах природы;

*e)*некоторые поддающиеся механизации аспекты художественного творчества могут быть воспроизведены теми или иными физическими механизмами, машинами – существующими или же такими, которые необходимо создать;

*f)*обнаруживается, что такого рода механизмы могут оказаться полезными при решении тех или иных задач.

Таковы исходные теоретические положения, составляющие основу применения электронно-вычислительных машин в музыкальной композиции.

В дополнение к этому можно сказать, что:

Роль композитора теперь оказывается обогащенной, с одной стороны, эволюцией его деятельности на более высоком уровне, именно на уровне изобретения схем (в прошлом – форм), исследования пределов возможностей этих схем, а, с другой стороны, на уровне научного синтеза новых средств формирования и воспроизведения звуков, призванных в короткий срок охватить все старые и современные средства механического и электронного инструментария с помощью, например, аналоговых преобразователей, уже используемых в исследовании средств связи Н. Гутманом, Дж. Р. Пирсом и М. Мэтьюзом[5)] в нью-йоркской лаборатории

компании Bell Telephone. В настоящее время эти исследования требуют весьма внушительной математической, логической, физической и психологической оснащенности и прежде всего – наличия электронно-вычислительных машин, которые ускорили бы мыслительные процессы освоения новых областей с непосредственным экспериментальным подтверждением гипотез на всех этапах создания музыки.

Музыка, благодаря своей абстрактной сущности, является первым из искусств, в котором оказывается возможным опыт согласования научной мысли и художественного творчества. Ее индустриализация неизбежна и необратима. Разве не являемся мы свидетелями опытов индустриализации серийной и «легкой» музыки, предпринимаемых парижской командой (П. Барбо, П. Бланшар, Жанин Шарбонье)[6], равно как и музыкально-научных экспериментов Л. А. Хиллера и Л. М. Айзексона[7] в университете штата Иллинойс (США)?

В предыдущих главах книги были показаны несколько новых областей музыкального творчества: пуассоновские и марковские процессы, музыкальные игры, положение о минимуме ограничений и т. п. Все они основываются на математических методах и – более конкретно – на теории вероятностей. В весьма большой степени представляется возможным исследование и применение на практике с помощью компьютеров самой простой и особенно значительной схемы в данной области – именно, положения о минимуме ограничений в композиции, опробованного в «Ахоррипсисе».

Опыт в этом направлении удалось произвести благодаря моему другу г-ну Жоржу Будури из Научного центра, познакомившим меня с г-ном Жаком Барро, инженером из Горного института и директором электронных систем управления нефтяной компании Шелл-Берр, который, в свою очередь, согласился познакомить меня с г-ном Франсуа Женюи, преподавателем математики и руководителем отдела инновационных научных исследований компании IBM-France. Все трое – специалисты в области науки, и, однако, они согласились произвести столь экстравагантный, на первый взгляд, эксперимент, именно, опыт бракосочетания музыки с самой мощной машиной в мире. В большинстве случаев, когда заходит речь об отношениях между людьми, ведущее значение редко приобретают вопросы логической убежденности. В первую очередь здесь действуют вопросы материального интереса. В данном же случае фактором, который способствовал заключению этого брачного союза, не были ни логика, ни, тем более, материальный интерес. Похоже, что именно бескорыстное решение в его чистой форме, эксперимент ради эксперимента, игра ради игры положили начало этому сотрудничеству. Со стохастической точки зрения, моя попытка неизбежно должна была потерпеть неудачу. Теперь же врата открылись, и, по прошествии полутора лет контактов и непосредственной работы, 24 мая 1962 года в помещении IBM-France в доме № 5 на Вандомской площади состоялось «событие наиболее удивительное для этого дома и для музыкального сезона», живой концерт, в котором было представлено произведение стохастической инструментальной музыки, композиция ST/10-1, 080262[8], вычисленная с помощью машины 7090 и успешно исполненная дирижером К. Симоновичем и возглавляемым им Парижским инструментальным ансамблем современной музыки.

(Илл. 1 – 2.)

Эта композиция воплощает благодаря применению компьютера одну из развитых стохастических методик композиции, именно метод минимума ограничений и правил.

Постановка проблемы.

Первым этапом работы была разработка органиграммы, т. е. ясного и упорядоченного изложения этапов и операций, составляющих схему композиции «Ахоррипсис», с тем, чтобы приспособить эту схему к структуре машины. В главе I

IBM
FRANCE

La direction d'IBM France,
et Monsieur Ianis Xenakis, compositeur,
prient _____
de bien vouloir assister à la présentation et à l'audition d'une œuvre de musique stochastique instrumentale, qui aura lieu le 24 mai, à 18 h. 15, au siège d'IBM France, 5 place Vendôme.

R.S.V.P.

5, place Vendôme

LA COMPOSITION DE L'ŒUVRE STOCHASTIQUE
S T | 10-1. 08 02 62
A ÉTÉ CALCULÉE SUR L'ORDINATEUR 7090
DE L'INSTITUT EUROPÉEN DE CALCUL SCIENTIFIQUE.

LE MORCEAU SERA EXÉCUTÉ PAR L'ENSEMBLE
INSTRUMENTAL DE MUSIQUE CONTEMPORAINE DE PARIS.
SOUS LA DIRECTION DE CONSTANTIN SIMONOVIC.
AVEC LE CONCOURS DU SERVICE DE LA RECHERCHE
DE LA R.T.F.

Илл. 1 – 2.

Переводы объявлений:

Дирекция компании IBM-France
и г-н Янис Ксенакис, композитор,
просят_____
оказать честь присутствием
на представлении и прослушивании
инструментального произведения стохастической музыки,
которое состоится 24 мая в 18 час. 15 мин.
в здании IBM-France, Вандомская площадь, 5.

Пожалуйста, ответьте по адресу: Вандомская площадь, 5.

Композиция ST/10-1, 080262,
сочиненная стохастическим методом,
была рассчитана на компьютере 7090
Европейского института научных вычислений.
Пьеса будет исполнена Парижским инструментальным
ансамблем современной музыки
под управлением Константина Симоновича
при содействии исследовательской службы
Французского радиовещания и телевидения.

нашей книги мы в обобщенной синтезированной форме изложили метод формирования этой минимальной структуры. Между тем машина – это аппарат для итераций[9)], которые она умеет осуществлять фантастически быстро. Нужно было, следовательно, представить основные положения данного метода в виде последовательной серии операций, повторяемых в последующих блоках (связках).

Приведем фрагмент первой органиграммы:

(Рис. 1)

Изложение основной идеи «Ахоррипсиса» получает первоначальное истолкование, близкое возможностям машины, следующим образом:

I.*Композиция образуется последовательностью эпизодов (частей) протяженностью* a_i *секунд каждая.* Их длительности полностью независимы друг от друга (асимметричны), но имеют фиксированную среднюю величину, которая вводится в форме параметра. Эти длительности и их стохастическое последование даются согласно формуле:

$$Pa_i = ce^{-ca_i} \cdot da \quad \text{(см. Приложение 1)}$$

II.*Определение средней плотности звуков, имеющих длительность* a_i. В течение того или иного эпизода возникают звуки, производимые различными звуковыми источниками. Если общее число этих звуков (точек) в продолжение эпизода равно Na_i, то средняя плотность этого облака точек равна Na_i / a_i звуков (точек) в секунду. Как в общем и целом, так и применительно к данному инструментальному ансамблю эта плотность имеет пределы, обусловленные числом инструментов, природой инструментов и техническими трудностями исполнения. Для большого оркестра наибольшая плотность составляет величину порядка 150 звуков в секунду. Нижний предел – произволен; мы выбрали для него величину в 0,11 звука в секунду. С другой стороны, предшествующий опыт привел нас к тому, чтобы принять логарифмическую последовательность ощущений плотности с основанием между числами 2 и 3. .Мы выбрали число e = 2,71827. Таким образом, плотности оказываются расположенными между $0{,}11\ e^0$ и $0{,}11\ e^6$ звуков в секунду, что́ мы и разместили на прямой, градуированной логарифмически (при основании, равном e). Поскольку мы стремимся к достижению всеобъемлющей независимости звуков, мы выбираем для каждого из эпизодов a_i, вычисленных в ходе этапа (1), плотность, представленную точкой, выбранной случайно (равновероятность) на отрезке прямой, упомянутой выше. Однако, поскольку мы, в известной мере, заботимся также о непрерывности композиционного целого, мы приходим к тому, чтобы умерить независимость соотношений плотности между эпизодами, вводя определенный «элемент памяти» при движении от одного эпизода к другому следующим образом:

Пусть a_{i-1} – эпизод длительностью a_i, ca_{i-1} – его плотность, a_i – следующий эпизод длительностью a_i, а ca_i – его плотность. Плотность ca_i задается по формуле:

$$ca_i = ca_{i-1} \pm e^x \cdot 0{,}11$$

где x – сегмент прямой, взятый случайным образом из сегмента прямой S, длина которой равна (6 – 0). Вероятность x задается по формуле:

$$P_x = \frac{2}{S}\left(1 - \frac{x}{S}\right) dx \quad \text{(см. Приложение 1)}$$

и, наконец,

$$Na_i = ca_i \cdot a_i;$$

III.*Определение состава оркестра в продолжение эпизода* a_i –. Сначала инструменты делятся на классы тембров, например: класс флейт и кларнетов, класс гобоев и фаготов, класс медных, класс звуков, извлекаемых волосом смычка, класс pizzicato, класс ударов col legno, класс glissando, класс ударных из дерева, кожаных, металлических и т. д. Состав оркестра задумывается стохастически, иначе говоря. соотношения классов тембров не детерминированы заранее. Так, в продолжение эпизода a_i может быть взято 80% звуков pizzicato, 10% звуков класса ударных, 7%

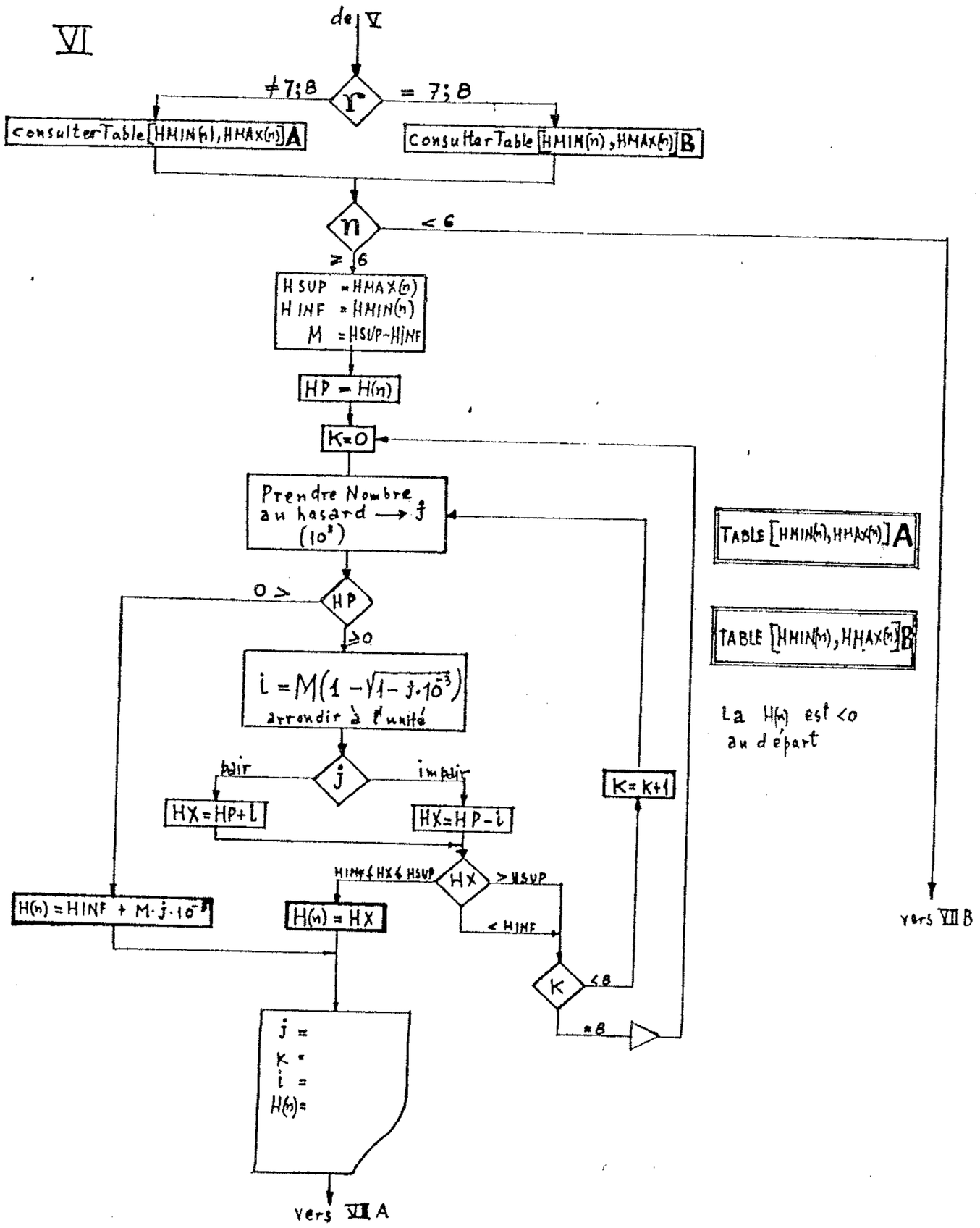


Рис. 1.

Переводы команд (слева направо и сверху вниз):
Навести справки в таблице ($[H_{min}, H_{max}]$ A);
Навести справки в таблице ($[H_{min}, H_{max}]$ B);
Выбрать число случайным образом; Таблица A; Таблица B; $H(n) < 0$ в начале;
Привести к единице (округлить).

звуков класса клавишных инструментов, 3% звуков класса флейт. В реальных условиях решающим фактором, который обусловливает состав оркестра, является плотность. Соотнесение состава оркестра с характеристиками плотности осуществляется нами с помощью конкретных диаграмм. Пример для композиции ST/10-1, 080262:

(Рис. 2)

Эта диаграмма может быть выражена следующей формулой:

$$Q_r = (n - x)(e_{n,r} - e_{n+1,r}) + e_{n,r};$$

(r – номер класса, $x - \log_e ca_i / 0{,}11$, $n = 0, 1, 2 \ldots 6$, такие, что $n < x < n + 1$, и $e_{n,r}$ и $e_{n+1,r}$ – вероятность класса r как функции от n).

Не приходится говорить о том, что составление этой таблицы представляет собой тщательную работу, весьма тонкую и сложную.

Теперь, когда эта предварительная работа выполнена, мы определяем один за другим Na_i звуков в эпизоде a_i.

IV. *Определение времени появления звука* N *внутри эпизода* a_i. – Поскольку средняя плотность точек (звуков), распределяемых на a_i, составляет $k = Na_i / a_i$, формула, согласно которой определяются интервалы между началами звуков, имеет следующий вид:

$$P_i = k \cdot e^{-ki} \cdot dt \text{ (см. Приложение 1)}$$

V.*Присвоение предыдущему звуку оркестрового инструмента (тембра)* Q *из числа выведенных ранее.* – Сначала выбираем по закону случая класс r оркестрового формирования, вычисленного в п. 3 (это – пример урны с шарами r цветов). Далее выбираем по закону случая внутри класса r номер инструмента соответственно вероятности q_n данной произвольной таблицы (урна с шарами n цветов). Эта дозировка инструментов внутри того или иного класса также представляет собой весьма тонкую и непростую работу.

VI.*Определение высоты в зависимости от инструмента.* – Дается исходная высота, принимаемая за нуль, соответствующая самому нижнему си-бемоль фортепиано, и устанавливается хроматический звукоряд в полутонах примерно из 85 ступеней. Диапазон s каждого из инструментов будет тем самым выражен некоторым натуральным числом (расстоянием). Высота h_u того или иного звука будет при этом выражена десятичным числом, целая часть которого будет соответствовать ступени хроматического звукоряда, взятой внутри диапазона данного инструмента.

Аналогично характеристике плотности в п. 2, нами принимается определенный «элемент памяти» (зависимости) от высоты предшествующего звука, воспроизводимого на том же инструменте, таким образом, что:

$$h_u = h_{u-1} \pm z,$$

где z дан по формуле вероятностей:

$$P_z = \frac{2}{s}\left(1 - \frac{z}{s}\right) dz \text{ (см. Приложение 1)}$$

P_z – вероятность интервала z, взятого случайным образом из диапазона s, выражаемого различием между его верхней и нижней границами на данном инструменте.

VII.*Определение скорости глиссандирования в том случае, если класс* r *характеризуется как* glissando. – Гипотезы гомогенности привели нас в главе I книги к следующей формуле:

$f(v) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-v^2/a^2}$ и, путем преобразования $v/a = u$, к гомологичной ей:

$T(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-u^2} \cdot d_u$, (для которой необходимо наводить справки в таблицах),

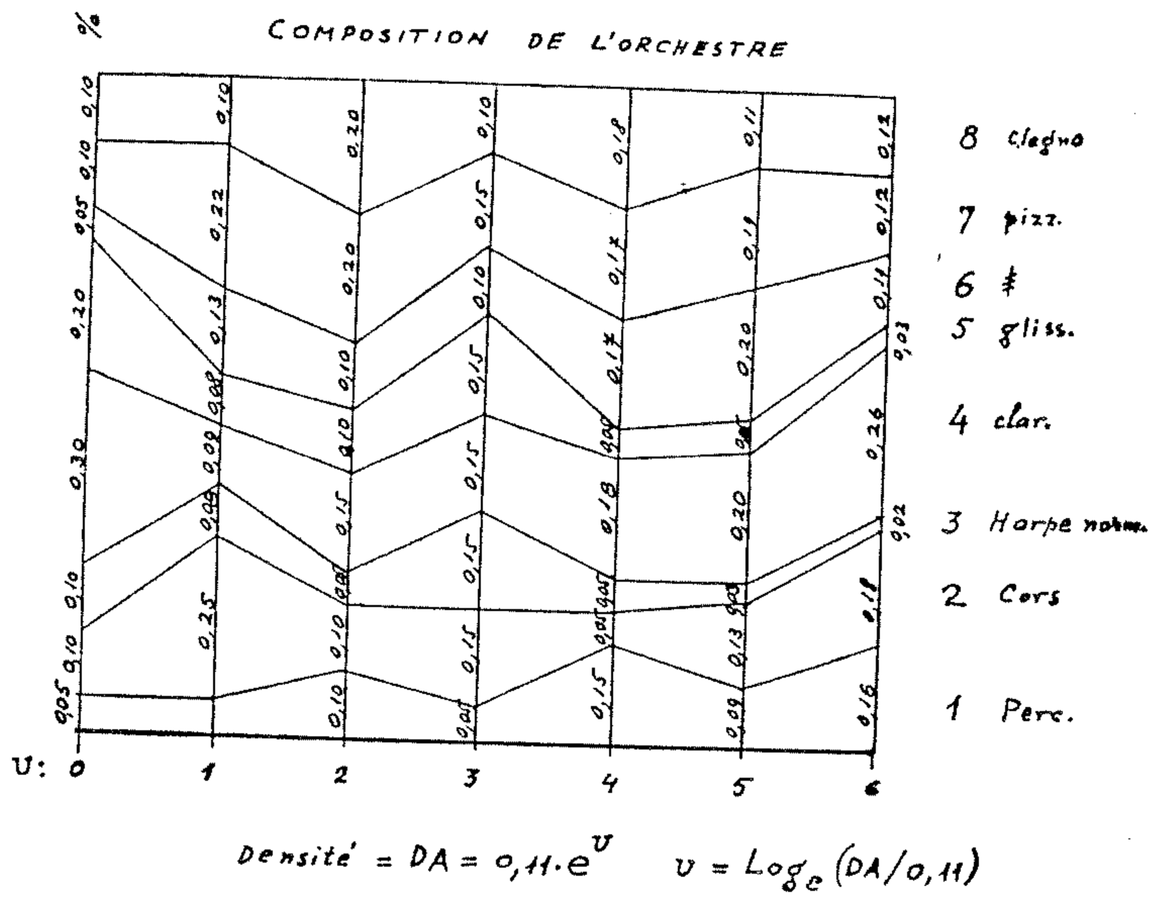


Рис. 2.

Перевод заголовка и комментариев к нему:
ST/10-1, 080262, оркестровая композиция.
Плотность $DA = 0{,}11 \cdot e^{v}$.
Названия «классов тембров»: 1 – col legno, 2 – pizzicato, 3 – glissando, 4 –кларнет, 5 – обычная арфа, 6 – валторн., 7 – ударные.

где f(v) – вероятность появления скорости v (в полутонах в секунду) и a – параметр, соответствующий отклонению вида s ($a = s \cdot \sqrt{2}$).

Величина a определяется как функционально зависимая от логарифма плотности эпизода a_i посредством:
обратно пропорциональной функции:

$$a = \sqrt{\pi}\,(30 - \frac{20}{7} L\,(ca_i/0{,}13)),\ \text{или же:}$$

прямо пропорциональной функции:

$$a = \sqrt{\pi}\,(10 + \frac{20}{7} L\,(ca_i/0{,}13)),\ \text{или же:}$$

функции, независимой от плотности:

$$a = 17{,}7 + 35 \cdot k$$

(k – случайное число, находящееся между 0 и 1).

Постоянные величины (константы) предыдущих формул выводятся из пределов тех значений, которые могут принимать скорости глиссандирования на смычковых инструментах. Так, для $ca_i = 145$ звуков в секунду $a = 53{,}2$ полутона в секунду, $2s = 75$ полутонов в секунду. Для $ca_i = 0{,}13$ звука в секунду $a = 17{,}7$ полутона в секунду, $2s = 25$ полутонов в секунду.

VIII.*Определение длительности* x *данного звука.* – Простоты ради мы будем предполагать некую среднюю величину длительности звука на инструменте, независимо от тесситуры и динамических оттенков. Соответственно мы оставляем за собой право изменять эту длину на этапе перевода в традиционную нотацию.

Ниже следует список ограничений, которые мы должны принимать во внимание при установлении длительности x. К таким ограничениям относятся:

Наибольшая длительность дыхания G.

Длительность самого эпизода ca_i.

Вероятность выбора класса r, p_r.

Вероятность выбора инструмента n, q_n.

При этом средняя длительность z того или иного звука обратно пропорциональна вероятности появления инструмента, т. е.:

$$z = 1/\,ca_i \cdot p_r\, q_n,$$

так что величина z будет наибольшей при минимальной величине ($ca_i \cdot p_r\, q_n$) и в этом случае мы сможем выбрать в качестве $z_{max} = G$.

Вместо того, чтобы принимать за основу $z_{max} = G$, мы будем придерживаться логарифмического закона с целью сдерживания («замораживания») роста величины x. Этот закон для любого z формулируется так:

$$z' = z \cdot a^{-z},\ \text{где a выведено из } z_{max}\, a^{-z\ max} = G.$$

Поскольку мы исходим из допущения всеобъемлющей независимости звуков, формула распределения длительностей x будет гауссовой:

$$f(x) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} e^{-(x-m)^2/2s^2},$$

где m – среднее арифметическое длительностей, s – тип отклонения и $\begin{matrix} m - 2s = 0 \\ m + 2s = z' \end{matrix}$ – линейная система, которая обеспечивает нас константами m и s. Приняв, что $(x - m)/s\sqrt{2}$, мы возвращаемся к функции T(u), для которой необходимо наведение справок в таблицах.

Наконец, длительность x звука будет задаваться соотношением:

$$x = u \cdot s \cdot \sqrt{2} + m.$$

```
C
C     READ CONSTANTS AND TABLES                                          XEN  1
      DIMENSION Q(12),S(12),E(12,12),PN(12,50),SPN(12,50),NT(12),        XEN  1
     1HAMIN(12,50),HAMAX(12,50),HBMIN(12,50),HBMAX(12,50),GN(12,50),H(12 XEN  1
     2,50),TETA(256),VIGL(3),MODI(7),Z1(8),Z2(8),ALFA(3),AMAX(12)
C                                                                        XEN  1
      I=1
      DO 36 IX=1,7
      IX8=8-IX
      MODI(IX8)=I
      I=I+I
   36 CONTINUL
C                                                                        XEN  1
      READ INPUT TAPE 5,114,(TETA(I),I=1,256)
      READ INPUT TAPE 5,113,(Z1(I),Z2(I),I=1,8)
C                                                                        XEN  1
 3000 READ INPUT TAPE 5,110,DELTA,V3,A10,A20,A17,A30,A35,BF,SQPI,EPSI,VI
     1TLIM,ALEA,ALIM
      READ INPUT TAPE 5,109,KT1,KT2,KW KNL,KTR,KTE,KR1,GTNA,GTNS,(NT(I),
     1I=1,KTR)
      READ INPUT TAPE 5,115,KTEST3,KTEST1,KTEST2
C                                                                        XEN  1
      IF(KTEST3)2000,2001,2000
 2000 PRINT 118
 2001 R=KTE-1
      A10=A10*SQPI
      A20=A20*SQPI/R
      A30=A30*SQPI
      DO 92 I=1,KTR                                                      XEN  1
      Y=0.
      KTS=NT(I)                                                          XEN  1
      READ INPUT TAPE 5,112,(HAMIN(I,J),HAMAX(I,J),HBMIN(I,J),HBMAX(I,J)
     1,GN(I,J),PN(I,J),J=1,KTS)
      DO 95 J=1,KTS
      Y=Y+PN(I,J)
      SPN(I,J)=Y
   95 CONTINUE
      IF(ABSF(Y-1.)-EPSI)92,9,9
   92 CONTINUE                                                           XEN  1
C                                                                        XEN  1
      DO 90 I=1,KTR                                                      XEN  1
      READ INPUT TAPE 5,111,(E(I,J),J=1,KTE)
   90 CONTINUE
      DO 88 J=1,KTE
      Y=0.
      DO 83 I=1,KTR
      Y=Y+E(I,J)
   83 CONTINUE
      IF(ABSF(Y-1.)-EPSI)88,9,9
   88 CONTINUE
      DO 30 I=1,KTR
      AMAX(I)=1./E(I,1)
      DO 30 J=2,KTE
      AJ=J-1
      AX=1./(E(I,J)*EXPF(AJ))
```

Рис. 3.

Мы не принимаем здесь во внимание каких-либо случаев несовместимости инструментов, поскольку это внесло бы неоправданные осложнения в программу и в расчеты, производимые на машине.

IX. *Определение динамической формы данного звука.* – Мы принимаем четыре области (зоны) громкостей средней величины:

ppp; p; f; ff.

Затем мы осуществляем перестановки комбинаций этих элементов из 3 по 3 с повторениями. В результате получаем $4^3 = 64$ комбинации, из которых 44 отличны друг от друга (пример урны с 44 цветами шаров). Например: ppp< f> p.

10. Эти же операции производятся вновь по отношению к каждому звуку эпизода Na_i.

11.Таким же образом производятся расчеты в отношении остальных эпизодов.

Мы завершили выполнения задачи формирования эпизодов, отдельные этапы которого были воспроизведены нами ранее. Теперь необходимо осуществить перевод операций, составляющих содержание данного процесса, на язык Фортран, «понятный» машине[10)].

(Рис. 3)

В задачу данной главы не входит описание преобразований органиграммы в ходе ее перевода на язык Фортран. Нам представляется интересным показать на одном из примеров, каким образом математические выражения приводятся к виду, удобному для работы на машине.

Рассмотрим формулу закона элементарной вероятности:

$$f(x)\cdot dx = c\cdot e^{-cx}\cdot dx \quad [20]$$

Каким образом мы будем действовать для того, чтобы компьютер выдавал нам длительности x с вероятностью $f(x)\cdot dx$?

Машина здесь может лишь извлекать случайные числа в диапазоне между 0 и 1, с равной вероятностью. Мы, однако, можем «модулировать» эту равновероятностную сетку следующим образом:

Пусть имеется некая длительность x_0; тогда:

$$\text{вероятность } (0 \le x \le x_0) = \int_0^{x_0} f(x)\cdot dx = 1 - e^{-c\times 0} = F(x_0),$$

где $F(x_0)$ – функция распределения величины x. Однако:

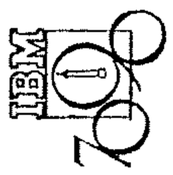
$$F(x_0) = \text{вероятности } (0 \le y \le y_0) = y_0,$$

и, следовательно, $1 - e^{-c\times 0} = y_0$ и $x_0 = -\dfrac{Lg(1-y_0)}{c}$ при любом $x_0 \ge 0$.

После того, как программа переведена на язык, соответствующий внутренней организации машины (эта процедура заняла у нас несколько месяцев), производится перфорация карт и затем ряд пробных пусков, т. е. кратких опытов работы с программой на машине, с тем, чтобы выявить логические и орфографические ошибки и закрепить значения исходных параметров, которые вводятся в форме переменных величин. Это – очень важный этап работы, позволяющий тщательно исследовать все участки программы и определить конкретные способы (modalités) ее практического применения.

Завершающий этап работы состоит в декодировании результатов средствами традиционной нотации, по крайней мере – в расположении их для этой цели с помощью автоматического печатающего устройства.

(Рис. 4)
(Нотный пример.)



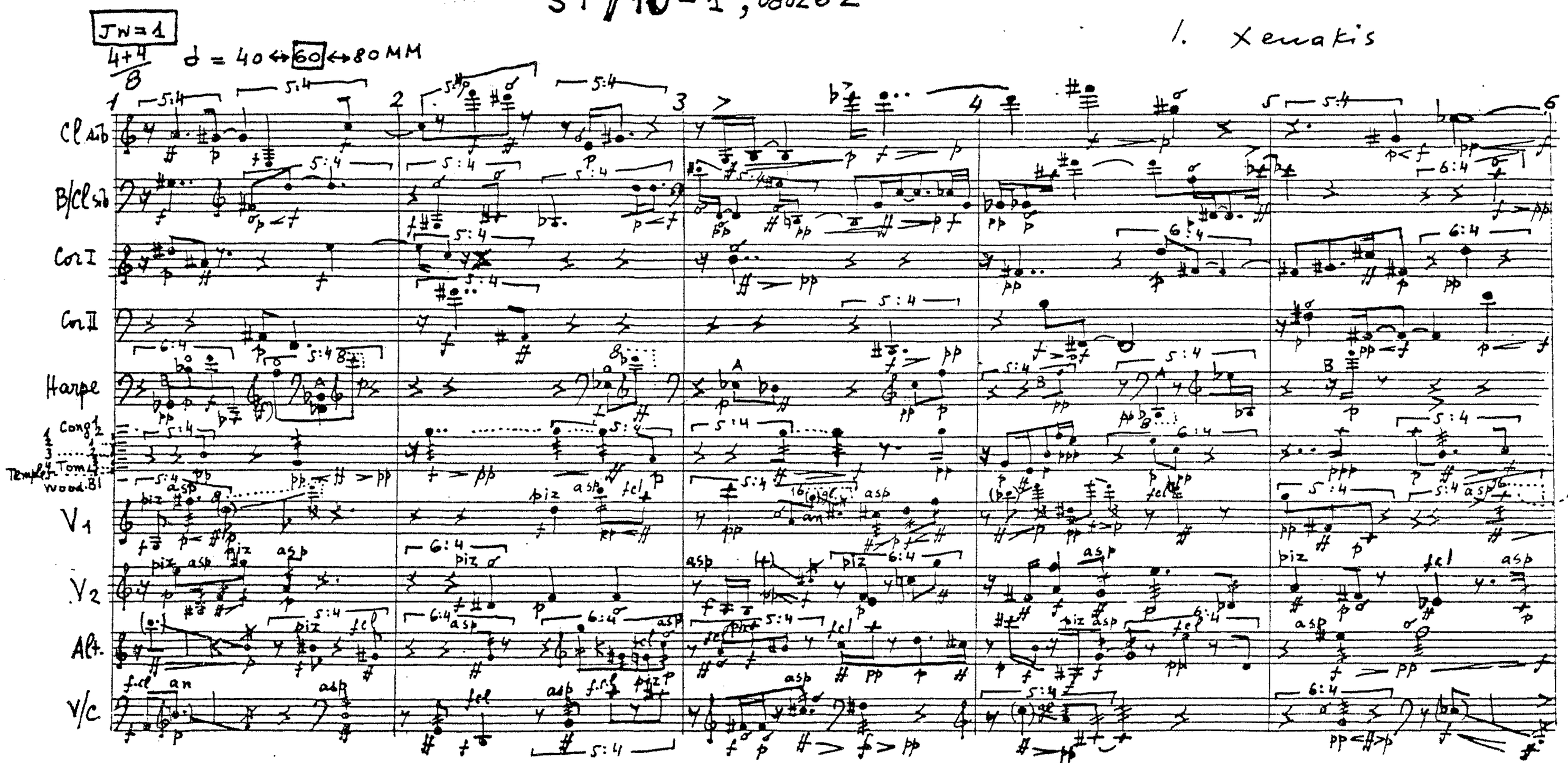
Résultats provisoires d'une phase de l'analyse.

```
DYNAM
 22
 54
 15
  1
 36
 54
  9
 11
 53
 54
 22
 15
 56
 55
 44
 15
  2
 38
 13
 31
 22
 53
 25
  7
 41
 13
 32
 46
 14
 48
  9
 56
 19
 54
 41
 33
 51
  6
 52
 25
 43
 38
 60
 33
 60
  5
 43
 47
 10
 41

Q(1)=0.09/0.15/0.16/0.15/0.12/0.08/0.13/0.06/

JW=  1    A=    7.71    NA=    67    Q(1)=0.06/0.13/0.15/0.16/0.15/0.09/

  N      TA      CLAS    INST      H      VIGL1     VIGL2     VIGL3     DUREE
  1      0.        8       10     33.0      0.        0.        0.        0.
  2     0.07       6       41     25.9      0.        0.        0.      13.94
  3     0.09       9        1     60.7      0.        0.        0.       3.98
  4     0.14       3        4     20.6      0.        0.        0.       0.89
  5     0.24       3        2     50.1      0.        0.        0.       1.20
  6     0.28       7       28     48.7      0.        0.        0.       0.
  7     0.33       7       25     47.2      0.        0.        0.       0.
  8     0.40       8       40     33.0      0.        0.        0.       0.
  9     0.54       5       34     26.4     -8.0     -10.0      -6.0      4.72
 10     0.68       8       22     24.1      0.        0.        0.       0.
 11     0.72       2        5     42.0      0.        0.        0.       1.39
 12     0.83       4        3     43.4      0.        0.        0.       1.60
 13     0.85       2        4     58.3      0.        0.        0.       1.59
 14     0.98       4        3     34.0      0.        0.        0.       1.76
 15     1.23       4        2     42.0      0.        0.        0.       0.74
 16     1.26       2        6     43.4      0.        0.        0.       2.12
 17     1.28       3        2     61.9      0.        0.        0.       1.70
 18     1.30       2        3     55.7      0.        0.        0.       0.29
 19     1.34       2        3     58.1      0.        0.        0.       2.97
 20     1.35       8        5     64.4      0.        0.        0.       0.
 21     1.37       3        2     41.4      0.        0.        0.       0.
 22     1.52       4        2     49.8      0.        0.        0.       0.02
 23     1.59       5       32     46.7     -13.0      14.0     -11.0      4.10
 24     1.63       7       28     44.7      0.        0.        0.       0.
 25     1.68       6       38     41.5      0.        0.        0.      13.68
 26     1.73       4        4     40.9      0.        0.        0.       0.66
 27     1.73       2        6     18.4      0.        0.        0.       0.64
 28     1.83       8       33     28.6      0.        0.        0.       0.
 29     1.86       3        1     61.1      0.        0.        0.       0.79
 30     1.95       2        3     40.1      0.        0.        0.       2.34
 31     2.07       3        2     41.2      0.        0.        0.       1.21
 32     2.19       1        4      0.       0.        0.        0.       8.63
 33     2.33       5       16     47.8     -38.0     -24.0     -31.0      4.20
 34     2.56       9        1     63.9      0.        0.        0.       1.84
 35     2.61       5       22     67.6     -37.0     -50.0      31.0     12.97
 36     2.67       8       46     23.4      0.        0.        0.       0.
 37     2.75       4        1     67.9      0.        0.        0.       1.52
 38     2.78       9        2     70.3      0.        0.        0.       6.06
 39     2.92       4        4     25.1      0.        0.        0.       0.48
 40     2.93       4        2     73.1      0.        0.        0.       1.02
 41     2.98       7       42     25.9      0.        0.        0.       0.
 42     3.08       4        2     54.7      0.        0.        0.       0.95
 43     3.15       5       45     24.3     32.0     -20.0      26.0      5.78
 44     3.17       5       43     38.4     21.0     -20.0      17.0      9.33
 45     3.22       4        2     67.2      0.        0.        0.       0.34
 46     3.22       8       41     33.6      0.        0.        0.       0.
 47     3.25       7        2     59.9      0.        0.        0.       0.
 48     3.34       9        1     57.0      0.        0.        0.       2.50
 49     3.62       1        7      0.       0.        0.        0.      17.06
 50     3.67       8       13     54.3      0.        0.        0.       0.
```

Рис. 4.

Промежуточные результаты одного из этапов анализа.

ST // 10 - 1 , 080262

I. Xenakis

Extrait de la partition de ST/10-1,080262.

ST/10-1, 080262: фрагмент партитуры.

Заключительные замечания. – Бесчисленное множество композиций типа ST/10-1, 080262 оказывается возможным благодаря бесчисленному множеству составов оркестра. Уже вторая из композиций (озаглавленная: ST/48-1, 240262) осуществлена для большого оркестра по заказу Французского радио и телевидения (France-3); за ней последовали «Атреи» для 10 солистов, «Морсима - Аморсима» для 4 солистов, и т. д.

Хотя эта программа дает достаточно удовлетворительное решение данной минимально структурированной схемы, тем не менее представляется необходимым перейти от нее к этапу композиции в чистом виде, соединив цифровое устройство с аналоговым преобразователем цифровых вычислений в звучания, внутренняя организация которых была бы полностью задумана заранее. Можно было бы также обобщить некоторые композиционные идеи, охарактеризованные в предыдущих главах нашей книги, одновременно придав этим идеям бóльшую эффективность.

В заключение сформулируем некоторые из преимуществ, которые дает применение электронных мыслящих машин в музыкальной композиции.

a) Длительные и многотрудные вычисления, производимые вручную, уходят в небытие. Скорости вычислительных процессов, присущие, например, той же машине IBM 7090, которая контролирует в настоящее время путь американской ракеты к Венере[11)], – очень велики, порядка 500 000 элементарных операций в секунду. Отсюда – экономия времени!

b) Композитор, освобожденный тем самым от утомительных вычислений, может в большей мере уделять внимание общим проблемам, которые ставит новая музыкальная форма, и изучать особенности и тайники этой формы, меняя значения исходных данных. Так, он может экспериментировать с любыми инструментальными соединениями, начиная от сольных инструментов, переходя далее к камерным оркестрам, вплоть до больших оркестров. Благодаря электронному мозгу композитор становится похожим на пилота, нажимающего кнопки, вводящего координаты и наблюдающего за поведением циферблатов космического корабля, несущегося в звуковом пространстве сквозь звуковые созвездия и галактики, которые он ранее мог представлять себе лишь в далеких мечтаниях. Теперь он может исследовать их, удобно устроившись в кресле.

c) Программа, т. е. перечень последовательных операций, образующих новую музыкальную форму, является объективацией этой формы. Программа, следовательно, может быть отправлена в любую точку земного шара, где имеются машины подобного же типа, и использована любым композитором-пилотом.

d) Благодаря тем или иным факторам неопределенности, вводимым в программу, композитор-пилот сможет запечатлеть собственную индивидуальность в звуковом результате, который будет им получен.

ПРИМЕЧАНИЯ

1. Латинское слово ratio означает соотношение, пропорцию.

2. См. окончание гл. 1.

3. По-видимому, речь идет о разработанной в США в начале 1960-х гг. компьютерной программе, посвященной доказательствам теорем математической логики. Краткая характеристика этой программы дана в работе: Ньюэлл А., Шоу Дж., Саймон Г. Эмпирические исследования машины «Логик-теоретик»; пример изучения эвристики // Вычислительные машины и мышление. М.: Мир, 1967. С. 113 – 144.

4. Пирс, Джон, (1910 – 2002) и Мэтьюз, Макс (р. 1926) – американские инженеры, специалисты в области информатики, работы которых положили начало развитию стохастического метода музыкальной композиции (Дж. Пирс) и цифрового (компьютерного) анализа и синтеза звуков (М. Мэтьюз). Гутман (Guttman), Ньюмен – инженер-акустик и психолог; в 1960-е гг. работал в сотрудничестве с Дж. Пирсом и М. Мэтьюзом.

5.Чёрч, Алонзо (1903 – 1995), Гёдель, Курт (1906 – 1978), Тарский, Альфред (1902 – 1983) – математики, внесшие значительный вклад в развитие математической логики.

6. Речь идет об участниках объединения «Алгоритмическая музыка» (организованного в Париже в 1958 г.), создававших музыкальные композиции на основе последовательностей логических операций, в том числе – с помощью компьютера. Основателем объединения Пьером Барбо позднее опубликованы теоретические работы «Введение в автоматическую музыкальную композицию» (1966) и «Музыка как научная дисциплина» (1968).

7. Хиллер, Леджерен и Айзексон, Леонард – сотрудники университета штата Иллинойс (США), авторы первой многоголосной компьютерной музыкальной композиции «Сюита Иллиак» (1955-57) и первой монографии по проблематике компьютерного музицирования – «Экспериментальная музыка. Композиция с помощью электронного компьютера» (1959).

8. Расшифровка названия: первая стохастическая композиция для 10 инструментов, сочиненная 8 февраля 1962 года.

9. Итерация (лат. iteratio) – повторение, воспроизведение.

10. В изданиях книги на английском языке в этом месте главы помещен вариант текста компьютерной программы, написанный на языке Фортран IV.

11. Запуски космических ракет в сторону Венеры производились в США и СССР, начиная с 1961 г.

Глава V
СИМВОЛИЧЕСКАЯ МУЗЫКА

Здесь мы переходим к рассмотрению непростого вопроса о закономерностях логики, составляющих основу музыкальной композиции; логики, этой царицы мышления, которая, будучи взята в плен математикой, испытывает колебания между своим собственным именем, известным на протяжении двух тысячелетий, и именем алгебры.

Мы охотно осуществили бы в данном разделе книги логический синтез предыдущих ее глав; предоставив, однако, этому синтезу возможность существовать до определенного времени в скрытой форме, мы ограничимся тем, что последуем по тропинке, которая, возможно, удостоится чести привести нас в более гармоничные области знания в не самом отдаленном будущем.

Логический и алгебраический эскиз музыкальной композиции

В данной главе мы начнем с того, что будем считать себя свободными от представлений памяти, чтобы иметь возможность возвратиться к истокам мыслительных операций, составляющих основу композиции, и постепенно вывести общие принципы, свойственные всем формам музыки. Мы не будем предпринимать психофизиологических исследований законов восприятия, а просто постараемся до некоторой степени разобраться в явлениях восприятия и мышления, характеризующих процесс слушания какой-либо музыки, с тем, чтобы выработать средство лучшего понимания музыки прошлого и создания музыкальных произведений в будущем. Мы должны будем собирать, связывать, соединять явления и предметы, встречающиеся нам в рассредоточенном или урезанном виде, развертывая последовательно нить логики рассуждений, в которой, несомненно, обнаружатся лакуны, но которая вместе с тем будет иметь возможность длительно существовать.

Случай одного родового элемента[1].

Предположим некое преходящее звуковое событие. Оно воспринимается в целом как некое бытие, и этого общего восприятия вполне достаточно для данного случая. Основываясь на феномене забывания, предположим, что оно нейтрально, не доставляет ни удовольствия, ни неудовольствия.

Постулат. – Здесь мы последовательно отказываемся от суждений о качестве любого звукового события; то, что будет приниматься нами во внимание, – это абстрактные отношения внутри данных событий или между ними и логические операции, которые можно будет к ним применить. С этой точки зрения, появление данного события представляет собой некий род изложения, запечатления (écriture), род звукового символа, который может, в свою очередь, быть выражен графически буквой a.

a

Если событие появилось один раз, это не означает ничего другого, кроме некоего отдельного существования, появляющегося и исчезающего; мы имеем a.

Если оно появляется несколько раз последовательно, то эти события можно сравнить, прийти к выводу, что они *тождественны*, и ограничиться этим. Идентичность, тавтология составляет сущность того, что содержится в любом повторении; но одновременно вследствие этого повторения рождается и другое явление, а именно *модуляция времени*. Если бы характеризуемое звуковое событие представляло бы собой звук из азбуки Морзе, абсциссы времени приобрели бы некоторый смысл, внешний по отношению к звуку и независимый от него.

Помимо логического основания для категории тавтологичности, повторение, следовательно, образует также новый феномен, находящийся во времени и модулирующий его. Если, однако, не принимать во внимание фактора времени, то отдельное звуковое событие ничего не означает, кроме простого появления звука, знака, символа, родового элемента a; повторяющееся же – в действительности или мысленно – звуковое событие не означает ничего, кроме идентичности, тавтологической идемпотентности (равнозначительности):

$$a \vee a \vee a \vee a \vee \ldots \vee a = a$$

где $\vee$ – оператор (знак действия), означающий: помещать рядом независимо от времени; = – знак равенства.

Это – всё, что можно сделать с одним звуковым событием.

Случай двух и более родовых элементов.

Пусть имеются два звуковых события a и b, таких, что a не тождественно b, и оба они различимы и непосредственно распознаваемы, как распознаваемы, например, буквы a и b, которые не принимаются одна за другую, за исключением тех случаев, когда они плохо написаны или когда наше зрение ослаблено.

Если не отдавать себе отчета в факторе времени, то эти два события могут рассматриваться как пара элементов «в себе». В этом отношении появление элемента b после элемента a или появление элемента a после элемента b не содержит ничего нового по сравнению с их изолированным восприятием, разделенным, например, паузами большой длительности. Если, помимо фактора времени, не принимать в расчет также момент тождества в данном соотношении, то для $a \neq b$ можно написать:

$$a \vee b = b \vee a;$$

т. е. a и b, помещенные рядом, не образуют нового качества (знак $\vee$ имеет то же значение, что и прежде).

Таким образом, данный случай подчиняется закону коммутативности (переместительности).

В случае трех различных элементов a, b, c, парные сочетания этих звуковых символов можно рассматривать как образующие новый элемент, который соотносится с третьим из символов:

$$(a \vee b) \vee c.$$

Поскольку эта операция соединения, в сущности, не прибавляет ничего нового к известному об этих символах ранее, можно написать:

$$(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c);$$

– ассоциативный (сочетательный) закон.

Исключение фактора времени приводит нас к двум закономерностям вневременно́й композиции: коммутативности (переместительности) и ассоциативности (сочетательности). (Эти два правила вневременно́й композиции распространяются также на случаи с одним звуковым событием.) Напротив, в тех случаях, когда проявления родовых элементов a, b, c рассматриваются во времени, коммутативность уже не допускается:

$$a \; T \; b \neq b \; T \; a;$$

где T – знак закона композиции, означающий: впереди.

Эта несимметричность является результатом нашего тысячелетнего опыта, нашей привычки и взаимно-однозначного соответствия между событиями и интервалами во времени. Она устраняется, когда мы рассматриваем время в себе, что приводит нас к понятию метрического времени, допускающему *как* коммутативность, *так* и ассоциативность:

$$a \; T \; b \neq b \; T \; a \text{ (закон коммутативности);}$$
$$(a \; T \; b) T \; c = a \; T \; (b \; T \; c) \text{ (закон ассоциативности).}$$

Понятие расстояния (интервала).

Рассмотрение родовых элементов a, b, c, ... лишь в общем и целом (en bloc) не дает нам возможности значительно продвинуться вперед. Для того, чтобы применить на практике и прояснить то, что было сказано ранее, необходимо проникновение во внутреннюю организацию звуковых символов.

Всякое звуковое событие воспринимается как собрание характеристик, меняющихся в продолжение его существования. В первую очередь воспринимаются высота, громкость, длительность, тембр, атака, шероховатость и т. д. Во вторую очередь становится возможным различать степени сложности, порядковые подразделения, изменяемость, плотность звучаний, их однородность, различные виды дисперсий, густоту и т. п. В данном случае мы не будем углубляться в выяснение сложных, а, с другой стороны, – не столь существенных для нашего рассуждения проблем, касающихся этой второй ступени звукового различения. Очевидно, что характеристики любой качественно-определенной величины могут быть подвергнуты сначала некоторому элементарному подразделению, а затем и полному внутреннему упорядочению. Поэтому то, что в данном рассуждении справедливо в отношении одного качества, может быть распространено и на другие. Рассмотрим, например, ряд звуковых событий, различаемых единообразно, именно – по высоте, и предположим, что наблюдатель отвлекается при этом от каких-либо впечатлений прошлого. Двух элементов в этом случае оказывается недостаточно для того, чтобы вывести из них понятие расстояния, или интервала. Необходимо ввести третий элемент c, с помощью которого такой наблюдатель, благодаря своим непосредственным ощущениям, мог бы в результате последовательных сравнений сформировать сначала понятие относительной величины (например, b по отношению к a, и т. п.), представляющее собой первую ступень выражения упорядоченности, а затем – и понятие расстояния, или интервала. Эта мыслительная работа приводит к классификации и полному упорядочению не только звуковысотных характеристик как таковых, но также характеристик мелодических интервалов. Так, если дано множество высот:

$$H = (h_a,\ h_b,\ h_c \ldots);$$

и бинарное отношение S («больше» или «равно»), тогда:

1) для всех $h \in H$ (включенных в H) $h\ S\ h$: рефлексивность;

2) $h_a\ S\ h_b \neq h_b\ S\ h_a$, за исключением случая $h_a = h_b$: антисимметричность;

3)из $h_a\ S\ h_b$ и $h_b\ S\ h_c$ следует $h_a\ S\ h_c$: транзитивность.

Таким образом, различные аспекты восприятия, составляющие звуковые события, могут, в конце концов, образовать множества, частично или полностью упорядоченные тем или иным отношением соответственно тому или иному интервалу, принятому за единицу. Так, если за единицу принимается не интервал, равный полутону (отношение частот $\triangleq$ 1,059), но отношение колебаний, выражаемое величиной 1,01001, то порог восприятия слуха не будет достигать тонкости этого отношения, множества высот и интервалов будут казаться очень туманными и полная упорядоченность их на практике окажется невозможной. Напротив, при достаточно большой величине избранного эталонного расстояния все характеристики звуковых событий могут быть полностью подвергнуты упорядочению.

В согласии с опытом и акустикой мы предположили, что основными аспектами звуковых событий являются частота (воспринимаемая как высота), громкость и длительность и что любое звуковое событие может быть осуществлено посредством действия этих трех факторов, если они надлежащим образом организованы. Эта трехмерность звукового пространства несократима.

СТРУКТУРА ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗВУКОВЫХ СОБЫТИЙ•).

Определив понятие интервала (расстояния), рассмотрим теперь некоторые множества интервалов.

Пусть имеется множество H звуковысотных (мелодических) интервалов. Для этого множества справедливы следующие утверждения:

1. Существует закон внутренней композиции, согласно которому, каждой паре элементов h_a, $h_b \in H$ соответствует третий элемент $h_a + h_b = h_c$, образованный из h_a и h_b и также принадлежащий к H. Пример: пусть имеются три звука, характеризуемые высотами I, II, III. Тогда интервалы $h_{(I,\ II)}$ и $h_{(II,\ III)}$, измеряемые в темперированных полутонах, определяют соответственно звуковые пары I – II и II – III. Интервал $h_{(I,\ III)}$, разделяющий звуки I и III, будет равен сумме полутонов двух других интервалов. Следует, таким образом, заключить, что законом внутренней композиции для данного множества является действие *сложения*.

2. Закон обладает свойством ассоциативности:

$$(h_a + h_b) + h_c = h_a + (h_b + h_c);$$

3. Существует нейтральный элемент h_0, такой, что для каждого $h_a \in H$

$$h_0 + h_a = h_a + h_0 = h_a;$$

Примеры: для высоты нейтральный элемент – это унисон, нулевой интервал; для громкости это – также нулевой интервал, не имеющий специального обозначения; для длительности это – нулевая длительность, или одновременность.

4. Для каждого h_a существует конкретный элемент h'_a, такой, что:

$$h'_a + h_a = h_a + h'_a = h_0 = 0.$$

Примеры: восходящему мелодическому интервалу h_a соответствует нисходящий интервал h'_a, который возвращает музыкальное движение к унисону; восходящему интервалу громкости, или интервалу crescendo, выражаемому в положительных децибелах, можно найти соответствующий нисходящий (diminuendo, в отрицательных децибелах), сочетание которых взаимно уничтожает их отдельные результаты; положительному интервалу времени соответствует отрицательный, сумма которых также равна нулю.

5.Существует равенство:

$$h_a + h_b = h_b + h_a; \quad \text{(коммутативность)}.$$

Данные пять аксиом изложены здесь применительно к характеристикам высоты вне их распределения во времени. Опыт распространения этих аксиом на две другие фундаментальные составляющие звукового события приводит к выводу, что каждое из множеств H (интервалов высоты), G (интервалов громкости), U (интервалов длительности) обладает *структурой аддитивной абелевой группы*[3)].

Чтобы точнее определить различие и сходство между временным множеством T и другими множествами, рассматриваемыми вне времени, и не смешивать, например, множество U (длительности), образованное собственными характеристиками звуковых событий, с временными интервалами, разделяющими хронологически эти события и относящимися к множеству T, мы подведем в данном разделе некоторые итоги последовательным этапам нашего восприятия времени.

•) По примеру Дж. Пеано[2)] можно представить аксиоматику звуковысотности и построить хроматическую, целотонную гамму и т. д. на основе трех исходных элементов (начальный элемент, нота, последующий элемент) и пяти следующих исходных положений:

1.Начальным элементом является нота;

2.Элементом, следующим за нотой, является нота;

3.Несколько различных нот не могут иметь один и тот же элемент в качестве последующего;

4.Начальный элемент не является последующим в отношении какой-либо ноты;

5.Если какое-либо свойство присуще начальному элементу и если оно, будучи присущим любой ноте, присуще также следующему за ним элементу, то тогда оно присуще всем нотам (принцип индукции).

РЕЗЮМЕ.

Пусть будут три события a, b, c, появляющиеся последовательно.

Первый этап: простое различение трех событий.

Второй этап: различается *временна́я последовательность* – соответствие между событиями и моментами времени. В результате получаем:

a впереди b ≠ b впереди a.

Третий этап: различается разделение времени тремя звуковыми событиями на два временных отрезка внутри этой тройки. Эти два отрезка могут быть подвергнуты сравнению и выражены в величинах кратных некоторой временно́й единице. Время получает значение метрического, отрезки образуют родовые элементы множества T и приобретают коммутативность.

Согласно Ж. Пиаже[4)], формирование понятия времени у детей проходит именно через эти три фазы.

Четвертый этап: различаются три звуковых события; различаются интервалы времени; отмечается момент независимости между звуковыми событиями и временными интервалами; вводится *вневременная алгебра* для звуковых событий и вторая – *временна́я* – алгебра для временных интервалов, – две алгебры, тождественные, однако, в своей основе. (Нам не представляется целесообразным показывать здесь детально, что временные интервалы между звуковыми событиями, образующие множество T, также отвечают закономерностям строения аддитивной абелевой группы.) Наконец, определяется взаимно-однозначное соответствие между алгебраическими функциями вне времени и алгебраическими функциями временно́го плана. Это соответствие позволяет сформировать *алгебру во времени*.

В итоге можно утверждать, что весь анализ музыки и вся музыкальная композиция основываются:

a) на исследовании некоего явления (звукового события), группирующегося в конечном счете в три аспекта (высота, громкость, длительность) и образующего *вневременну́ю структуру*;

b) на исследовании другого, более простого явления – времени, образующего *временну́ю структуру*;

c) на соответствии между вневременно́й и временно́й структурами, образующими *структуру во времени*.

ВЕКТОРНОЕ ПРОСТРАНСТВО

Благодаря тому, что все рассмотренные множества: H (мелодических интервалов), G (интервалов громкости), U (интервалов времени), T (интервалов времени, разделяющих звуковые события и не зависящих от них) – являются полностью упорядоченными, можно установить закон внешней композиции каждого из этих множеств с множеством R вещественных чисел, а именно: для каждого элемента $\underline{a} \in E$ (E означает любое из названных множеств) и для каждого элемента $A \in R$ существует элемент $\underline{b} = A\underline{a}$, такой, что $\underline{b} \in E$. Иначе говоря, множества E изоморфны множеству вещественных чисел.

Мы можем, следовательно, вести теперь наше рассуждение не только применительно к упомянутым ранее множествам, но также применительно к числовому множеству R.

Пусть имеется $\overline{X}$ – последовательность трех чисел x_1,x_2,x_3, отвечающих соответственно элементам множеств H, G, U, и упорядоченных некоторым образом: $\overline{X} = (x_1,x_2,x_3)$. Эта последовательность есть *вектор*, а x_1,x_2,x_3 – его составляющие. В частном случае вектор, в котором все составляющие равны нулю, есть нулевой вектор, $\overline{O}$, или o. Этот вектор называется также началом координат и по аналогии с элементарной геометрией может быть назван также точкой отсчета координат

(x_1,x_2,x_3) и обозначен буквой М. Две точки или два вектора считаются равными (совпадающими), если их определения тождественны: $x_i = y_i$.

Множество указанных последовательностей образует векторное пространство с тремя измерениями, E_3. Существуют два закона композиции для данного пространства:

1.Закон внутренней композиции, сложение:

Если $\overline{X} = (x_1,x_2,x_3)$ и $\overline{Y} = (y_1, y_2, y_3)$, то $\overline{X} + \overline{Y} = (x_1+ y_1;\ x_2+ y_2;\ x_3+ y_3)$.

Справедливы следующие свойства:

a) $\overline{X} + \overline{Y} = \overline{Y} + \overline{X}$ (коммутативность);

b) $\overline{X} + (\overline{Y} + \overline{Z}) = (\overline{X} + \overline{Y}) + \overline{Z}$ (ассоциативность);

c) для каждых двух данных векторов существует некоторый единственный вектор $\overline{Z} = (z_1, z_2, z_3)$, такой, что $\overline{X} = \overline{Y} + \overline{Z}$.

Пусть $z_1 = x_1 - y_1$. Тогда $\overline{Z}$ является разностью между $\overline{X}$ и $\overline{Y}$: $\overline{Z} = \overline{X} - \overline{Y}$.

В частном случае, $\overline{X} + o = o + \overline{X} = \overline{X}$.

Каждому вектору $\overline{X}$ соответствует вектор $-\overline{X}$, с составляющими $(-x_1, -x_2, -x_3)$, такой, что $\overline{X} + (-\overline{X}) = o$.

2.Закон внешней композиции, умножение на число.

Если $p \in R$ и $\overline{X} \in E_3$, тогда $p\overline{X} = (px_1, px_2, px_3) \in E_3$.

Справедливы следующие свойства для $(p, q) \in R$:

a) $1* \overline{X} = \overline{X}$;

b) $p\,(q\ \overline{X}) = (pq)\ \overline{X}$ (ассоциативность);

c) $(p + q)\ \overline{X} = p\ \overline{X} + q\ \overline{X}$; $p(\overline{X} + \overline{Y}) = p\ \overline{X} + p\,\overline{Y}$ (дистрибутивность).

База, или репер (ориентир) векторного пространства

Если невозможно найти систему из p чисел $a_1, a_2, a_3 \ldots a_p$, из которых не все равны нулю, и притом таких, что:

$$a_1\ \overline{X}_1 + a_2\ \overline{X}_2 + \ldots + a_p\ \overline{X}_p = o;$$

при условии, что p векторов $\overline{X}_1, \overline{X}_2, \ldots \overline{X}_p$ пространства E_3 также не являются нулевыми, тогда мы будем говорить, что эти векторы *линейно независимы*.

Пусть имеется вектор E_3, в котором n-ная составляющая равна 1, остальные – нулю. Этот вектор $\bar{e}$ является n-ным единичным вектором E_3. Существуют, таким образом, три единичных вектора E_3, например, $\bar{h}$, $\bar{g}$, $\bar{u}$, принадлежащие соответственно множествам H, G, U. Эти три вектора являются *линейно независимыми*, поскольку из отношения:

$$a_1\bar{h} + a_2\bar{g} + a_3\bar{u} = o;$$

следует:

$$a_1 = a_2 = a_3 = o;$$

Вектор $\overline{X} = (x_1,x_2,x_3)$ в E_3 можно записать так:

$$\overline{X} = x_1\bar{h} + x_2\bar{g} + x_3\bar{u}.$$

Закономерно, что в E_3 не существует более трех линейно независимых векторов. Множество $\bar{h}$, $\bar{g}$, $\bar{u}$ составляет *базу* E_3. По аналогии с элементарной геометрией говорят, что $\overline{Oh}$, $\overline{Og}$, $\overline{Ou}$ – оси координат и что их множество составляет *репер* E_3. В этом пространстве все реперы имеют одно и то же начало 0.

Линейное векторное множество. – Говорят, что непустое множество векторов V является *линейным векторным*, если оно обладает следующими свойствами:

1.Если $\overline{X}$ – вектор из множества V, то любой вектор $p\overline{X}$ также принадлежит к множеству V при любой скалярной (числовой) величине p.

2.Если $\overline{X}$ и $\overline{Y}$ – два вектора из множества V, то $\overline{X} + \overline{Y}$ также принадлежит к множеству V. Отсюда следует, что:

a) всякое линейное векторное сочетание содержит вектор $\overline{O}$ ($o* \overline{X} = o$);

b) всякое линейное векторное сочетание $a_1 \overline{X}_1 + a_2 \overline{X}_2 + \ldots + a_p \overline{X}_p$ из p векторов есть вектор из множества V.

Общие замечания:

I. Всякое звуковое событие может быть выражено через векторное множество.

II .Существует только одна база для звукового векторного пространства: $\overline{h}$, $\overline{g}$, $\overline{u}$. Всякое другое свойство звукового события, всякий иной, более сложный элемент этого пространства может быть сведен к линейному сочетанию трех единичных векторов. Число измерений V, таким образом, равно трем.

III. Скалярные величины p, q на практике не могут принимать числовых значений, выходящих за пределы звуковой области. Это ограничение практического порядка не ослабляет, однако, действия общих закономерностей, составляющих основу рассмотренных принципов и их применения на практике, *внутри* данной области.

Примеры. – Пусть 0 – начало эталонного трехгранника с характеристиками репера $\overline{Oh}$, $\overline{Og}$, $\overline{Ou}$ и базой $\overline{h}$, $\overline{g}$, $\overline{u}$, определяемой следующими векторными величинами:

для $\overline{h}$, 1 = полутону;

для $\overline{g}$, 1 = 10 децибелам;

для $\overline{u}$, 1 = 1 сек.

Начало 0 выбирается произвольно, исходя из «абсолютных» масштабов, данных традицией (аналогично нулевому делению на термометре). Так:

для $\overline{h}$, 0 находится на звуке c^1 (при $a^1 = 440$ гц);

для $\overline{g}$, 0 находится на уровне динамики 50 дб;

для $\overline{u}$, 0 составляет длительность в 10 сек.

Тогда векторы:

$\overline{X}_1 = 5\overline{h} - 3\overline{g} + 5\overline{u}$;

$\overline{X}_2 = 7\overline{h} + 1\overline{g} - 1\overline{u}$;

$\overline{X}_1 + \overline{X}_2 = (5+7)\overline{h} + (1-3)\overline{g} + (5-1)\overline{u} = 12\overline{h} - 2\overline{g} + 4\overline{u}$;

могут быть выражены в традиционной нотации следующим образом:

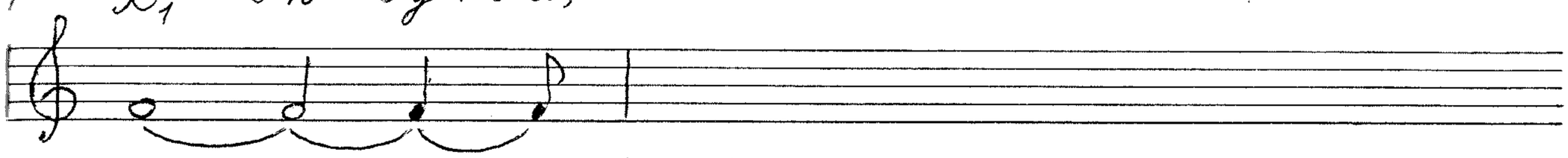
(Нотные примеры №№ 1 – 3).

Можно продолжить таким же образом проверку всех высказанных ранее положений.

Благодаря векторной алгебре нам удалось, таким образом, найти рабочий язык, который, с одной стороны, позволяет исследовать произведения прошлого, с другой же – создавать новые музыкальные произведения путем взаимодействия отобранных для них звуковых составляющих (композиции множеств H, G, U). Алгебраические исследования, равно как и параллельные им экспериментальные поиски с участием компьютеров и соединенных с ними аналоговых преобразователей, дают возможность получить представление о линейных отношениях векторных множеств путем непосредственного воспроизведения тембров существующих инструментов, равно как и любых других видов звуковых событий.

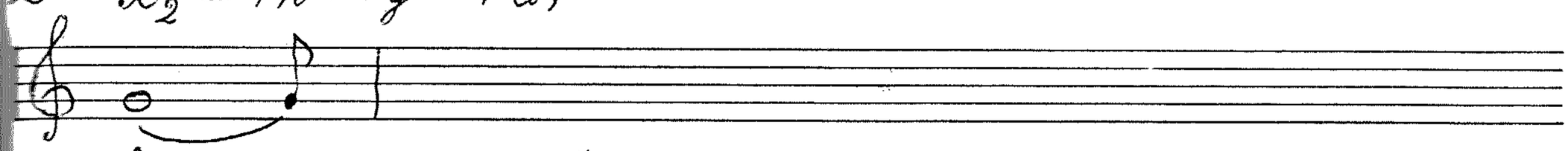
Нотные примеры

1 $\bar{x}_1 = 5\bar{k} - 3\bar{g} + 5\bar{u}$;



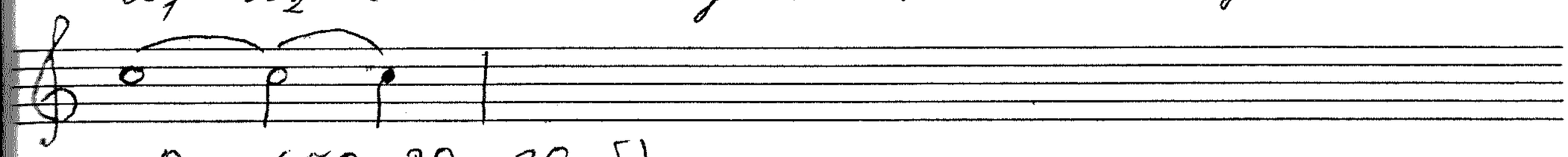
$PP \sim (50 - 30 = 20\ дб)$;

2 $\bar{x}_2 = 7\bar{k} + 1\bar{g} - 1\bar{u}$;



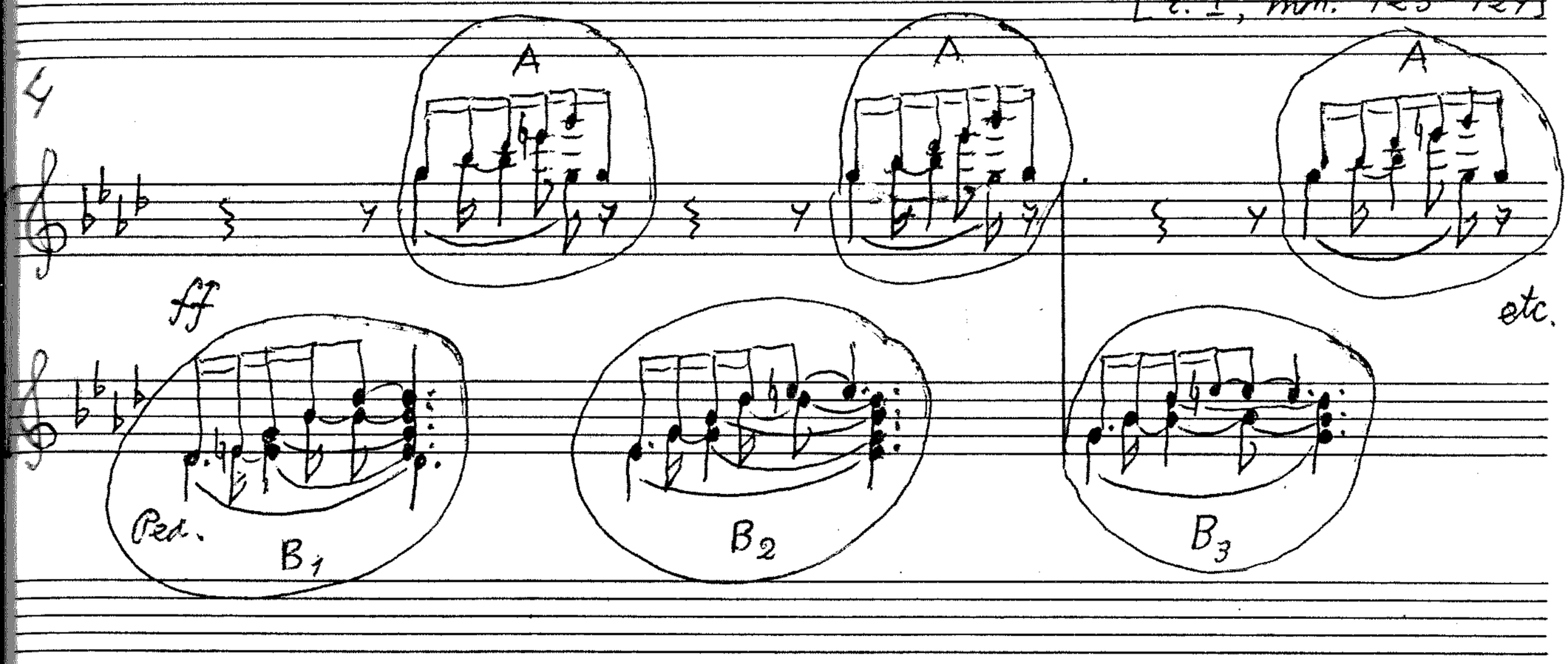
$f \sim (50 + 10 = 60\ дб)$;

3 $\bar{x}_1 + \bar{x}_2 = (5+7)\bar{k} + (1-3)\bar{g} + (5-1)\bar{u} = 12\bar{k} - 2\bar{g} + 4\bar{u}$;

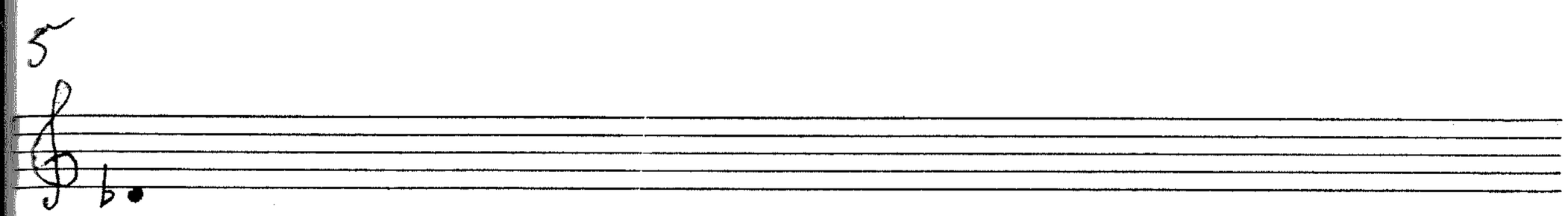


$mp \sim (50 - 20 = 30\ дб)$;

Бетховен. Аррассионата ор. 57
[т. 1, тол. 123-124]



5



Представим теперь пример применения этого рабочего языка к фрагменту сонаты соч.57 Бетховена (Appassionata). Абстрагируемся от тембра, который будем считать однородным и неизменным во всем диапазоне данного фрагмента:

(Нотный пример № 4).

Приняв в качестве единичных векторов:

$\bar{h}$, 1 = полутон; $\bar{g}$, 1 =10 дб; $\bar{u}$, 1= одну шестнадцатую;

и в качестве исходного элемента:

на оси $\bar{h}$: ре-бемоль[1] (нотный пример № 5);

на оси $\bar{g}$: ff = 60 дб (громкость не меняется);

на оси $\bar{u}$: 5 шестнадцатых;

рассмотрим множество А.

Алгебра (операции и отношения) вне времени.

Звуку соль соответствует вектор $\bar{X}_0 = 18\,\bar{h} + 0\,\bar{g} + 5\,\bar{u}$;

Звуку си-бемоль соответствует вектор $\bar{X}_1 = (18+3)\,\bar{h} + 0\,\bar{g} + 4\,\bar{u}$;

Звуку ре-бемоль соответствует вектор $\bar{X}_2 = (18+6)\,\bar{h} + 2\,\bar{g} + 3\,\bar{u}$;

Звуку ми соответствует вектор $\bar{X}_3 = (18+9)\,\bar{h} + 0\,\bar{g} + 2\,\bar{u}$;

Звуку соль соответствует вектор $\bar{X}_4 = (18+12)\,\bar{h} + 0\,\bar{g} + 1\,\bar{u}$;

Звуку соль соответствует вектор $\bar{X}_5 = (18+0)\,\bar{h} + 0\,\bar{g} + 1\,\bar{u}$.

(Рис. 1.)

Введем также свободный вектор $\bar{v} = 3\,h + 0\,g - 1\,\bar{u}$; тогда векторы $\bar{X}_i$ (где i = 0, 1, 2, 3, 4) примут форму $\bar{X}_i = \bar{X}_0 + \bar{v}\cdot i$.

Заметим, что множество А состоит из двух родов векторов: $\bar{X}_i$ и $i\cdot\bar{v}$, компонующихся друг с другом посредством сложения.

Наконец, скалярная величина i управляет антисимметричными изменениями составляющих $\bar{h}$ и $\bar{u}$, при неизменной составляющей $\bar{g}$ (второй по порядку).

Временна́я алгебра (на множестве Т).

Звуковое проявление векторов $\bar{X}_i$ множества А представляет собой последовательность:

$$\bar{X}_0 T\, \bar{X}_1 T\, \bar{X}_2 T \ldots.$$

(Т – оператор, означающий: впереди.)

Это дает основание утверждать, что начало О базы множества $A = E_3 = V$ подвергается перемещению на оси времени; перенос, который очевидным образом не совпадает с изменением репера, фактически представляет собою внутреннюю операцию в пространстве
E_3, основанном на h, g, u. Так, в случае одновременного появления шести ранее рассмотренных векторов (аккорд) перемещение было бы нулевым:

(Рис. 2.)

Сегменты, представленные на оси времени исходными точками о векторов $\bar{X}_i$ равны друг другу и подчиняются функции $\Delta t_i = \Delta t$, которая составляет закон внутренней композиции на множестве Т; или также, если ввести начальную точку 0′ на оси времени и сегмент-единицу, равную Δt: $t = a + i\cdot\Delta t$, при i = 1, 2, 3, 4, 5.

Алгебра во времени (связи между пространством E_3 и множеством Т).

Можно утверждать, что векторы $\bar{X}_i$ множества А имеют в качестве соответствующих элементов характеристики множеств H, G, U, которые могут быть

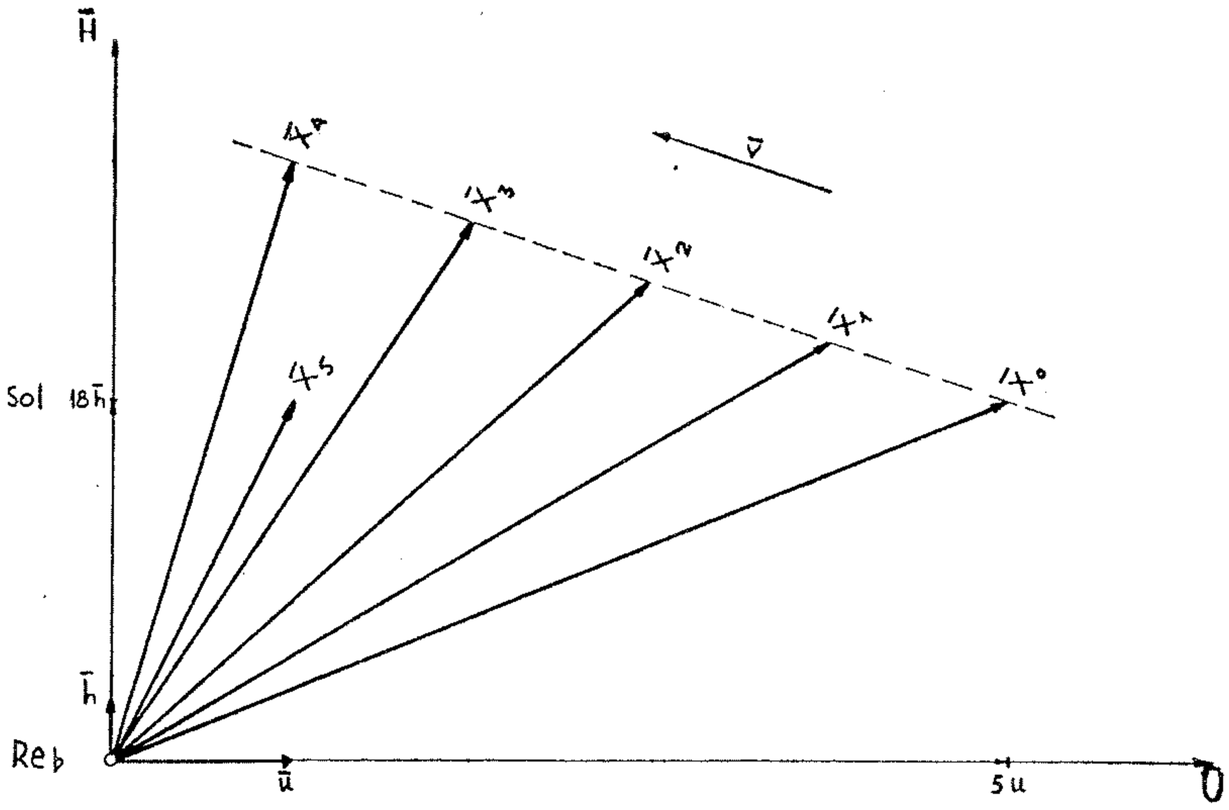


Рис. 1.

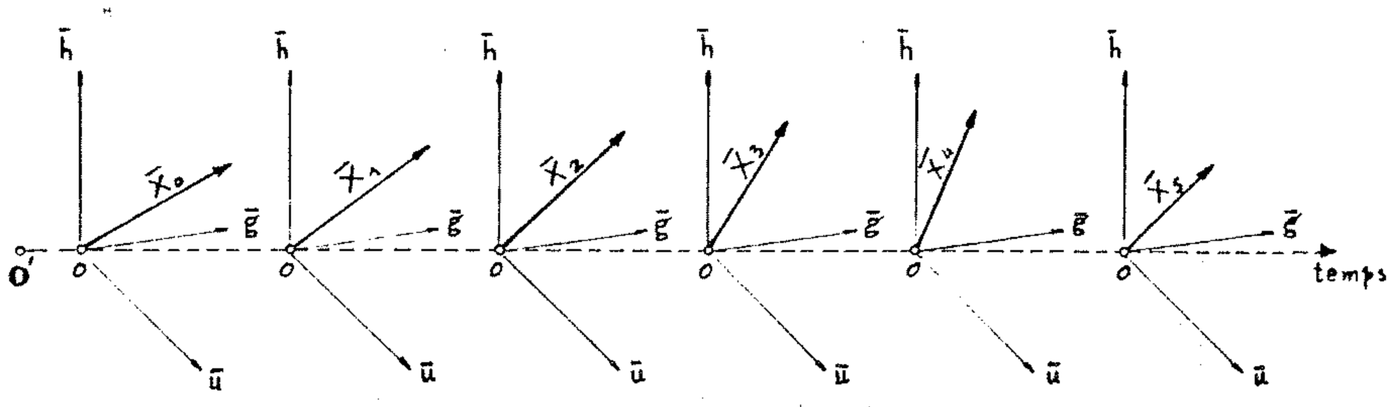


Рис. 2.

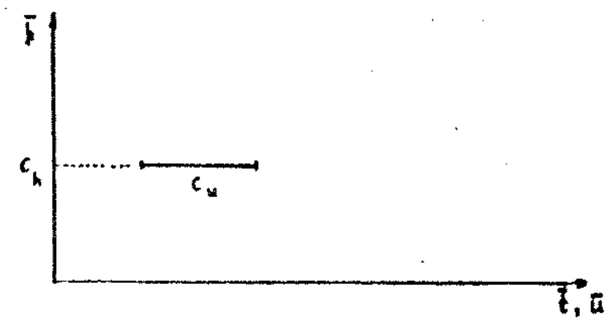


Рис. 3.

представлены как функционально зависимые от параметра Δt_i, принимающего здесь значения $t_i = i \cdot \Delta t$, упорядоченные лексикографически и определяемые восходящей прогрессией характеристик i = 1, 2, 3, 4, 5. Так образуется связь каждой из этих составляющих с упорядоченным множеством T. Следовательно, это – алгебраизация, относящаяся не только к звуковым событиям независимо от времени (вневременна́я алгебра), но также к их функции от времени (алгебра во времени).

Вообще говоря, допустимо утверждать, что вектор $\overline{X}$ – это функция от параметра t времени, поскольку его составляющие также являются такими функциями. Тогда можно написать:

$$\overline{X}(t) = H(t)\,\overline{h} + G(t)\,\overline{g} + U(t)\,\overline{u};$$

$$\overline{X}(t) = H(t)\,\overline{h} + G(t)\,\overline{g} + U(t)\,\overline{u}$$

В том случае, когда эта функция является непрерывной, она имеет производную. В этом заключается тот смысл, который может быть дан изменениям X в функции от времени t. Пусть:

$$\frac{d\overline{X}}{dt} = \frac{dH}{dt}\overline{h} + \frac{dG}{dt}\overline{g} + \frac{dU}{dt}\overline{u}$$

и, пренебрегая изменениями составляющей G, мы получим:

в случае, если $\frac{dH}{dT} = 0$, $(H = c_h)$ и $\frac{dU}{dT} = 0$, $(U = c_u)$, H и U независимы от изменений времени, и при $c_h \neq 0$ и $c_u \neq 0$ звуковое событие будет иметь неизменную высоту и длительность. Если $c_h, c_u = 0$, тогда звук отсутствует; мы имеем паузу.

(Рис. 3.)

В случае, если $\frac{dH}{dT} = 0$, $(H = c_h)$ и $\frac{dU}{dT} = c_u$, $(U = c_u, t + k)$, при c_h и $c_u \neq 0$ мы будем иметь бесчисленное множество векторов в унисон. Если $c_u = 0$, тогда мы будем иметь единичный вектор с постоянной высотой c_h и с длительностями U = k.

(Рис. 4.)

В случае, если $\frac{dH}{dT} = 0$, $(H = c_h)$ и $\frac{dU}{dT} = f(t)$, $(U = F(t))$, мы получаем семейство векторов, состоящее из бесчисленного множества векторов в унисон. Если же $\frac{dH}{dT} = c_h$, $(H = c_h, t + k)$ и $\frac{dU}{dT} = 0$, $(U = c_u)$, то при $c_u < \varepsilon$, где $\lim \varepsilon = 0$, мы имеем постоянное glissando одного звука. Если $c_u > 0$, тогда мы имеем аккорд, состоящий из бесчисленного множества векторов длительностью c_u (плотное постоянное glissando).

(Рис. 5.)

В случае, если $\frac{dH}{dT} = c_h$, $(H = c_h, t + k)$ и $\frac{dU}{dT} = 0$, $(U = c_u, t = r)$, мы получаем аккорд из бесчисленного множества векторов, различных по высоте и длительности.

(Рис. 6.)

В случае, если $\frac{dH}{dT} = c_h$, $(H = c_h, t + k)$ и $\frac{dU}{dT} = f(t)$, $(U = F(t))$, мы имеем аккорд из бесчисленного множества векторов:

(Рис. 7.)

В случае, если $\frac{dH}{dT} = f(t)$, $(U = F(t))$ и $\frac{dU}{dT} = 0$, $(U = c_u)$, при $c_u < \varepsilon$, где $\lim \varepsilon = 0$, мы имеем непрерывное glissando изящного высотного рисунка. Если $c_u > 0$, то тогда мы

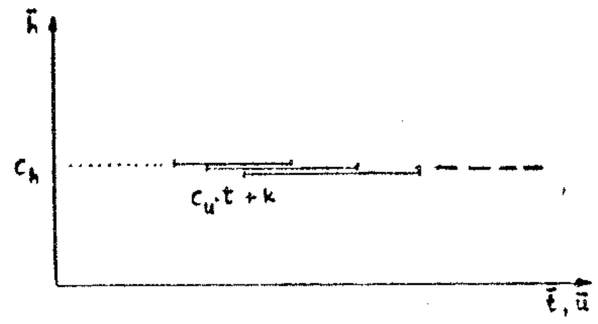


Рис. 4.

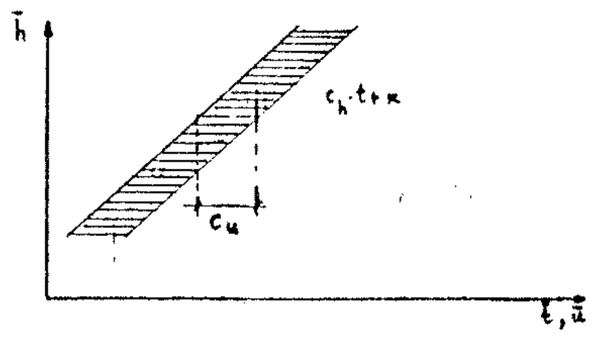


Рис. 5.

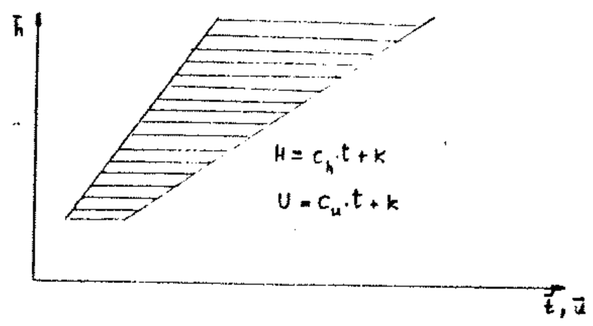


Рис. 6.

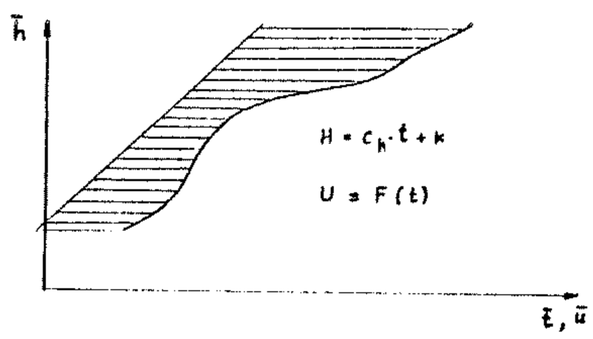


Рис. 7.

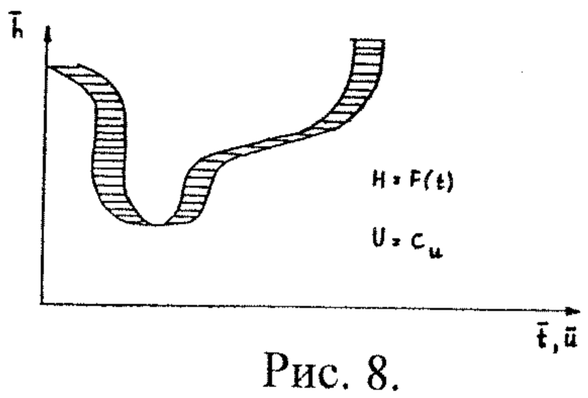


Рис. 8.

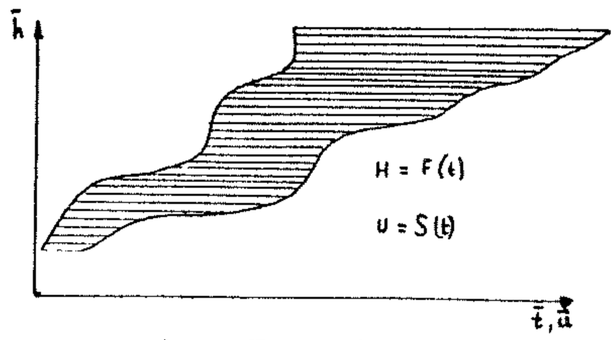


Рис. 9.

имеем аккорд из бесчисленного множества векторов длительностью c_u (плотное варьируемое glissando).

(Рис. 8.)

Если $\frac{dH}{dT} = f(t)$, $(U = F(t))$ и $\frac{dU}{dT} = s(t)$, $(U = S(t))$, то мы имеем аккорд из бесчисленного множества векторов.

(Рис. 9.)

В примере из Бетховена множество A векторов $\overline{X}_i$ не является непрерывной функцией от времени t. Можно сформулировать следующее соответствие:

$$\begin{array}{|cccccc} \overline{X}_0 & \overline{X}_1 & \overline{X}_2 & \overline{X}_3 & \overline{X}_4 & \overline{X}_5 \\ \downarrow t_0 & t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 \end{array}$$

По причине данного рода соответствия векторы не изменяются совместно друг с другом.

Множество B. – Оно составляет аналог множеству A. Основное отличие заключается в изменениях базы в пространстве E_3 по отношению к базе множества A. Мы, однако, не будем продолжать далее наш анализ.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТРЕХ АЛГЕБР НА МНОЖЕСТВО ЗВУКОВЫХ СОБЫТИЙ (Приложение).

В предыдущем разделе мы провели различие между следующими тремя алгебрами:

a) Алгеброй составляющих звукового события со своим векторным языком, независимой от развертывания времени, т. е. *вневременной алгеброй*;

b) Временно́й алгеброй, которую звуковые события создают на оси времени (метрическое время), независимо от векторного пространства;

c) Алгеброй *во времени*, происходящей из соответствий и функциональных отношений между элементами двух множеств: 1)множества векторов $\overline{X}$ и 2) множества метрических временных величин, независимых от множества $\overline{X}$.

Между тем всё, что было сказано ранее относительно звуковых событий как таковых и относительно их составляющих, равно как и в отношении временных величин, может быть обобщено применительно к множествам звуковых событий $\overline{X}$ и к множествам T.

В данной главе мы принимали в качестве заранее известного понятие множества (ensemble) и, в частности, понятие класса в том виде, как это принято в булевой алгебре[5)]; помимо этого, мы исходим далее из характерных свойств этой алгебры, изоморфной множеству вещественных чисел.

Для простоты изложения обратимся непосредственно к конкретному примеру, рассматривая *ориентирующее множество* (ensemble de réference) R, образуемое всеми звуками фортепиано, из характеристик которых принимаются в расчет лишь высоты; отличия тембра, артикуляции, громкости, длительности применяются с разъясняющей целью в ходе представления операций и логических отношений, которые мы будем прилагать к множеству высот звука.

Итак, пусть имеется множество A клавиш фортепиано, обладающее теми или иными характерными свойствами. Это будет класс A, часть множества R, образуемого всеми клавишами фортепиано[6)].

Это множество, или класс A, избрано a priori, и его характерным свойством является конкретный выбор определенного числа клавиш.

Для наблюдателя, отвлекающегося от предшествующих представлений памяти, можно воспроизвести этот класс, заставляя звучать клавиши одну за другой после

достаточно длительной паузы. Он сделает из этого вывод, что услышал некое собрание звуков, набор элементов. Другой класс B выбирается таким же образом (некоторое число клавиш) и воспроизводится вслед за классом A посредством звучания элементов множества B.

Наблюдатель услышал два класса, A и B; он отметил также наличие фактора времени: A впереди B; A T B (T ÷ впереди).

Затем он начнет определять отношения между элементами двух классов. Возможно, что некоторые элементы (клавиши) являются общими для двух классов; тогда эти классы являются *соединенными*. Если какие-либо общие элементы отсутствуют, то эти классы являются *разъединенными*. Если все элементы B являются общими с частью класса A, тогда наблюдатель делает вывод, что B – это класс, *включенный* в A. Если все элементы B воспроизводятся в A и обратно, т. е. если все элементы A также воспроизводятся в B, то он делает вывод, что эти два класса совпадают друг с другом, иначе говоря, они *равны* друг другу.

Допустим, что A и B имеют некоторое число общих элементов. Предложим вниманию слушателя сначала множество A, затем множество B, затем их общую часть. Слушатель выведет из этого, что:

a) был произведен первый выбор клавиш, обозначенный буквой A;

b) был произведен второй выбор клавиш, обозначенный буквой B;

c) была представлена общая часть множеств A и B; следовательно, была применена операция *пересечения* множеств, обозначаемая так:

$$A \cdot B \text{ или } B \cdot A^{7)}.$$

Таким образом, эта операция создала новый класс элементов, который представлен выбором общей части множеств A и B.

Если после отбора классов A и B наблюдателю будет предложено послушать смесь из всех элементов A и B, он заключит из этого, что его вниманию будет представлен новый класс, осуществленный посредством логического суммирования первых двух. Эта операция представляет собой *объединение* множеств и обозначается следующим образом:

$$A + B \text{ или } B + A.$$

Если после того, как наблюдателю был представлен (сыгран) класс A, ему будет дана возможность послушать все звуки множества R за вычетом звуков множества A, то он придет к заключению, что произведен выбор дополнения множества A в отношении множества R. Это – новая операция: *отрицание* (la négation)[8)], которая обозначается так: $\bar{A}$.

До настоящего момента нам удалось, мысленно экспериментируя, показать, что мы можем:

a) определять и *представлять классы звуковых событий* (предпринимая необходимые разъяснительные предосторожности в отношении их символизации)

b) осуществлять три фундаментальные логические операции, а именно: пересечение, объединение, отрицание.

Наблюдатель, однако, дополнительно производит мысленную работу, выводя из звучащего материала как классы элементов, так и операции между ними.

Мы перемещаемся вновь на уровень непосредственного восприятия, заменив графические обозначения звуковыми событиями. Эти звуковые события трактуются нами как символы абстрактных величин, которые связаны друг с другом абстрактными отношениями логики и над которыми возможно осуществлять по крайней мере основные операции, присущие логике классов элементов. Нами не вводились специальные обозначения для представления этих классов, если не считать обозначений отбора родовых элементов (в некоторых случаях, когда классы заранее известны, можно, при отсутствии возникновения двусмысленностей, использовать сокращенные их представления и вводить род стенографической

символизации, имеющей мнемотехнический и психофизиологический смысл). Нами не вводились также специальные знаки для обозначения трех вышеуказанных операций, графически выраженных следующим образом: · + – ; характеризовались лишь классы, образующиеся в результате этих операций, поскольку сами операции мысленно выводились наблюдателем. Точно так же должно быть выведено наблюдателем отношение равенства между двумя классами, равно как и отношение импликации, основывающееся на отношении включения; напротив, «пустой», не содержащий элементов класс может быть выражен паузой, необходимым образом представленной для этого. В итоге обнаруживается, что можно ограничиться лишь представлением классов. Ниже следует перечень соответствий между звуковой и графической символикой, охарактеризованных нами ранее:

Графические символы	*Звуковые символы*
Классы A,B,C	Выбор родовых элементов, имеющих свойства A,B,C (с возможными сокращениями)
Пересечение (·)	—
Объединение (+)	—
Отрицание (–)	—
Импликация (→)	—
Принадлежность (ε)	
A · B	Выбор элементов A · B
A + B	Выбор элементов A + B
$\bar{A}$	Выбор элементов R, не составляющих A
A ⊃ B	—
A = B	—

Как показывают данные таблицы, мы можем вести рассуждения, фиксируя мысли с помощью звуков; однако и в данном случае, руководствуясь соображениями экономии средств, равно как и необходимостью не отклоняться слишком далеко от области непосредственной интуиции, составляющей основу построения всех наук, мы не предлагаем здесь каких-либо звуковых конвенций для символических обозначений операций ·, +, – и отношений = и →. Суждения типа A, E, I, O[9] не могут быть символизированы звучаниями; то же в еще большей степени относится к теоремам. Силлогизмы и доказательства теорем могут быть осуществлены лишь средствами отвлеченной мысли.

Мы видели, что за пределами указанных выше вневременных операций и логических отношений можно формировать классы временных величин, исходящих из звуковой символики, которая определяет расстояния (интервалы) на оси времени. Роль времени при этом также характеризуется по-новому. Время служит в первую очередь тиглем, литейной формой (матрицей), пространством, в которое вписываются классы, отношения между которыми необходимо *прояснить*. Время, до известной степени, оказывается равнозначным поверхности листа бумаги или грифельной доски. Лишь во вторую очередь его можно рассматривать как носителя родовых элементов (временны́е интервалы) и отношений и операций между этими элементами (временна́я алгебра).

Можно установить соотношения и соответствия между классами временных величин и классами величин вне времени; тогда мы обнаруживаем на уровне классов операции и отношения, данные во времени.

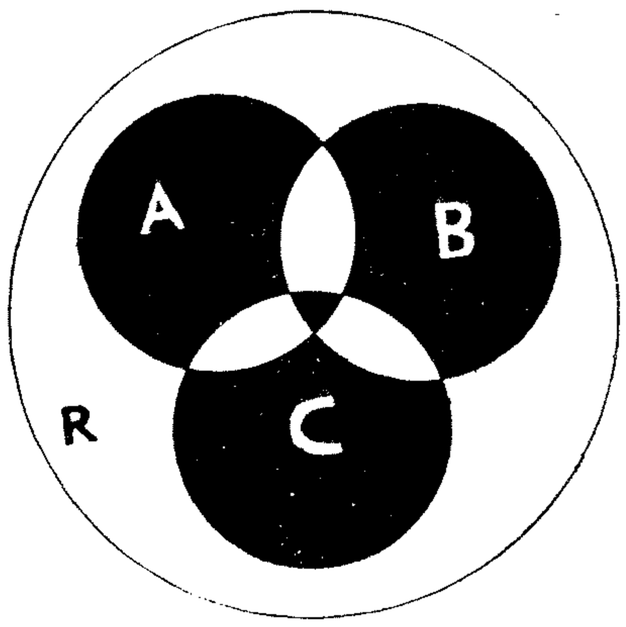


Рис. 10.

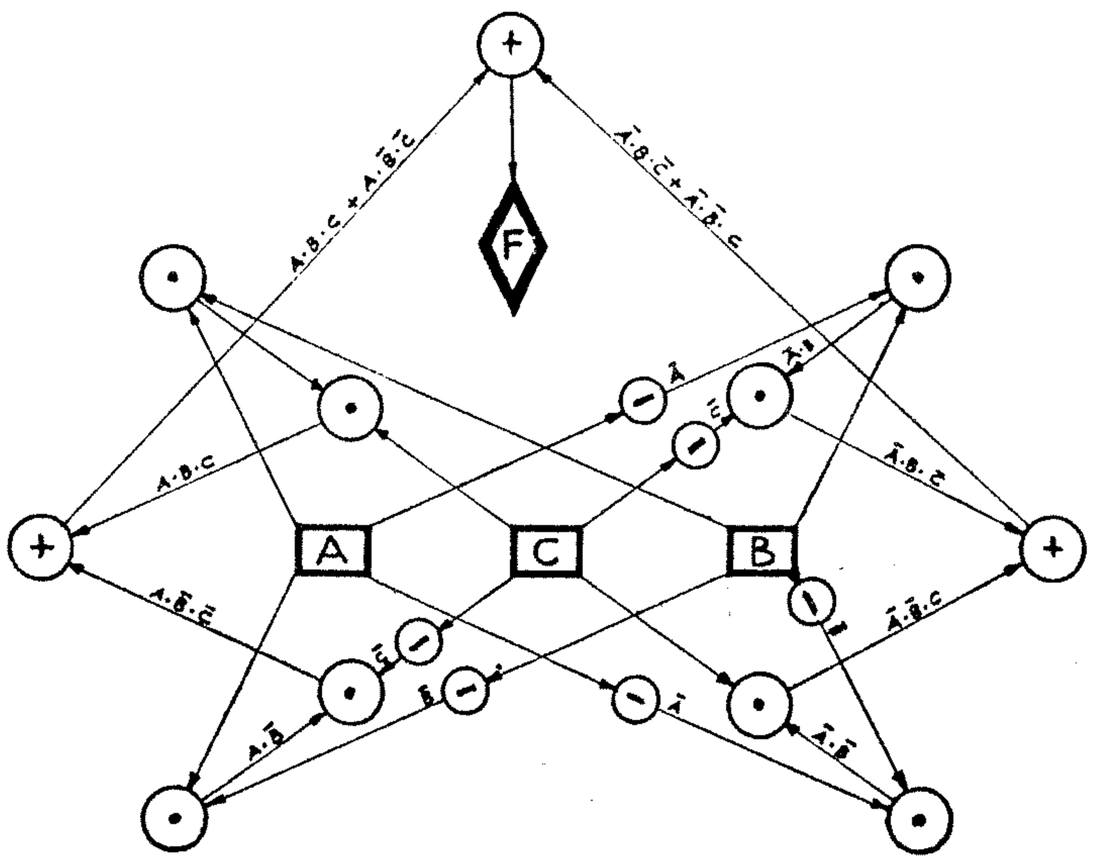


Рис. 11.

Теперь, после высказанных нами замечаний общего характера, мы дадим пример музыкальной композиции, созданной с помощью алгебры классов.

Для этого нам требуется найти подходящий случай, интересную завязку.

Построение (La construction)

Всякое выражение, или функция в булевой алгебре, например, функция F (A,B,C), относящаяся к трем классам A, B, C, может быть представлена в форме, называемой *разделительной канонической*:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \varepsilon_i k_i$$

где $\varepsilon_i = 0;1$

и $k_i = A\cdot B\cdot C,\ A\cdot B\cdot \overline{C},\ A\cdot \overline{B}\cdot C,\ A\cdot \overline{B}\cdot \overline{C},\ \overline{A}\cdot B\cdot C,\ \overline{A}\cdot B\cdot \overline{C},\ \overline{A}\cdot \overline{B}\cdot C,\ \overline{A}\cdot \overline{B}\cdot \overline{C}$.

Булева функция с n переменными может всегда быть выражена таким образом, чтобы можно было ввести наибольшее число операций ·, +, – , равное $3n\cdot 2^{n-2}-1$. Для $n=3$ это число равно 17 и обнаруживается в следующей функции:

(1) $$F = A\cdot B\cdot C + A\cdot \overline{B}\cdot \overline{C} + \overline{A}\cdot B\cdot C + \overline{A}\cdot \overline{B}\cdot \overline{C}.$$

С помощью кругов Эйлера[10)] для классов, попарно соединенных друг с другом, функция (1) геометрически выражается так:

(Рис. 10)

Органиграмма операций имеет следующий вид:

(Рис. 11)

Эта же функция F может быть получена лишь с помощью 10 операций:

(2) $$F = (A\cdot B + \overline{A}\cdot \overline{B})\cdot C + \overline{(A\cdot B + \overline{A}\cdot \overline{B})}\cdot \overline{C}$$

органиграмма которых такова:

(Рис. 12)

Сопоставив эти два выражения функции F, каждое из которых предполагает отличный от другого способ композиции классов A, B, C, отметим, что формула (1) характеризуется более изящной симметрией сравнительно с формулой (2). С другой стороны, формула (2) более экономна (10 операций по сравнению с 17).указанное сопоставление было избрано в качестве основы для создания композиции «Герма» («Herma») для фортепиано.

Ниже помещена органиграмма, представляющая порядок операций, определяемых формулами (1) и (2) в виде двух параллельных классов:

(Рис. 13)

Точный план построения всей композиции таков:

(Рис. 14)

Три класса A, B, C образуются на основе соответствующего выбора клавиш из множества, представленного клавиатурой. Предполагается наличие стохастического соответствия между звуковысотными составляющими классов и начальными моментами их появления на множестве T, также следующими некоторому стохастическому закону. Характеристики громкости и плотности (число векторов в секунду), равно как и паузы, служат целям ясного иерархического представления разделов композиции.

Данная композиция, созданная в 1960-61 гг., была впервые исполнена замечательным японским пианистом Юдзи Такахаси в Токио в феврале 1962 г.

В заключение заметим, что на протяжении данной главы мы вели наши рассуждения на примерах сравнительно простых родовых элементов. Применяя высказанные положения к родовым элементам более сложной структуры, мы не смогли бы обнаружить каких-либо иных отношений и логических операций. сравнительно с уже известными. Мы просто перешли бы на другой уровень их

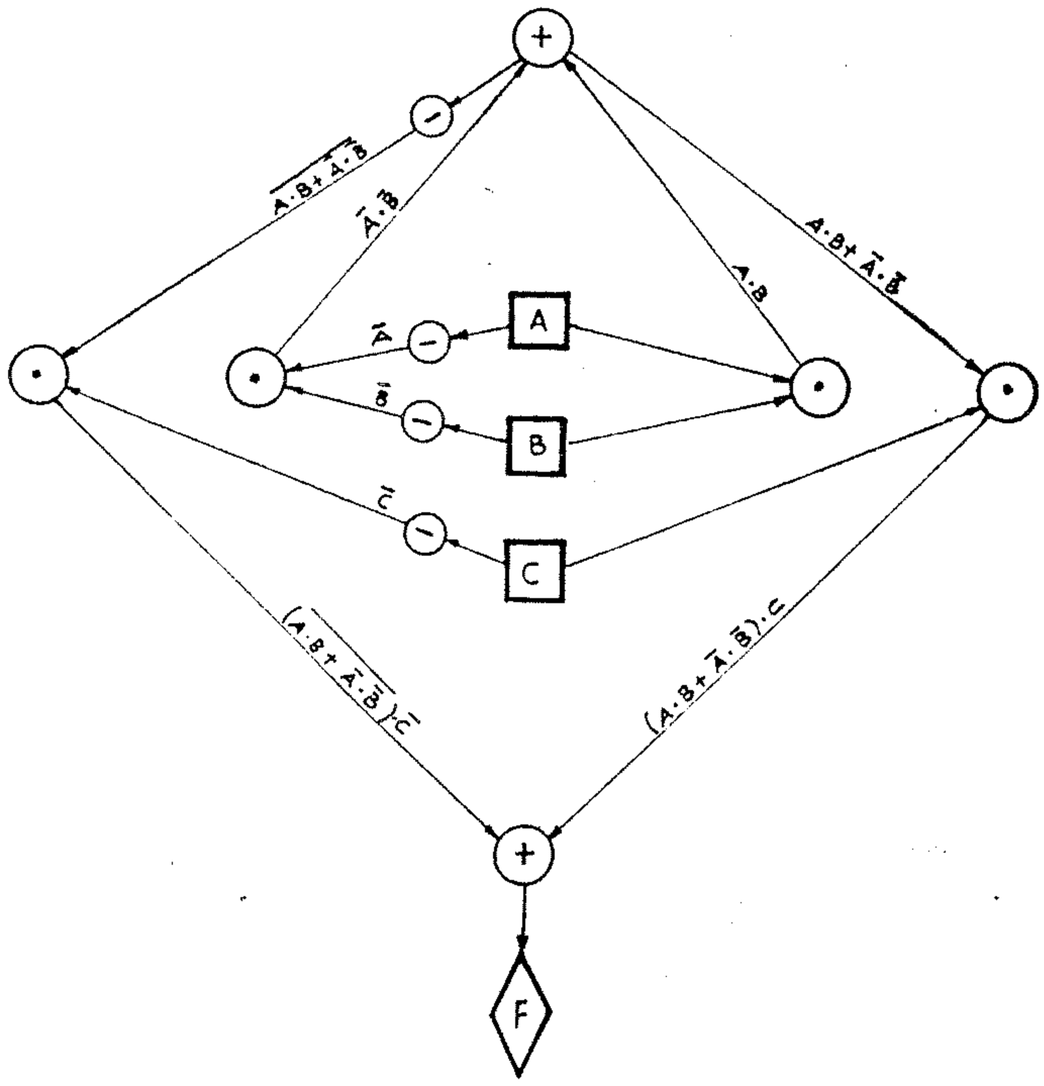

+
A·B+Ā·B̄
Ā·B̄
A·B
A·B+Ā·B̄
Ā
B̄
C̄
A
B
C
(A·B+Ā·B̄)C̄
(A·B+Ā·B̄)·C
+
F

Рис. 12.

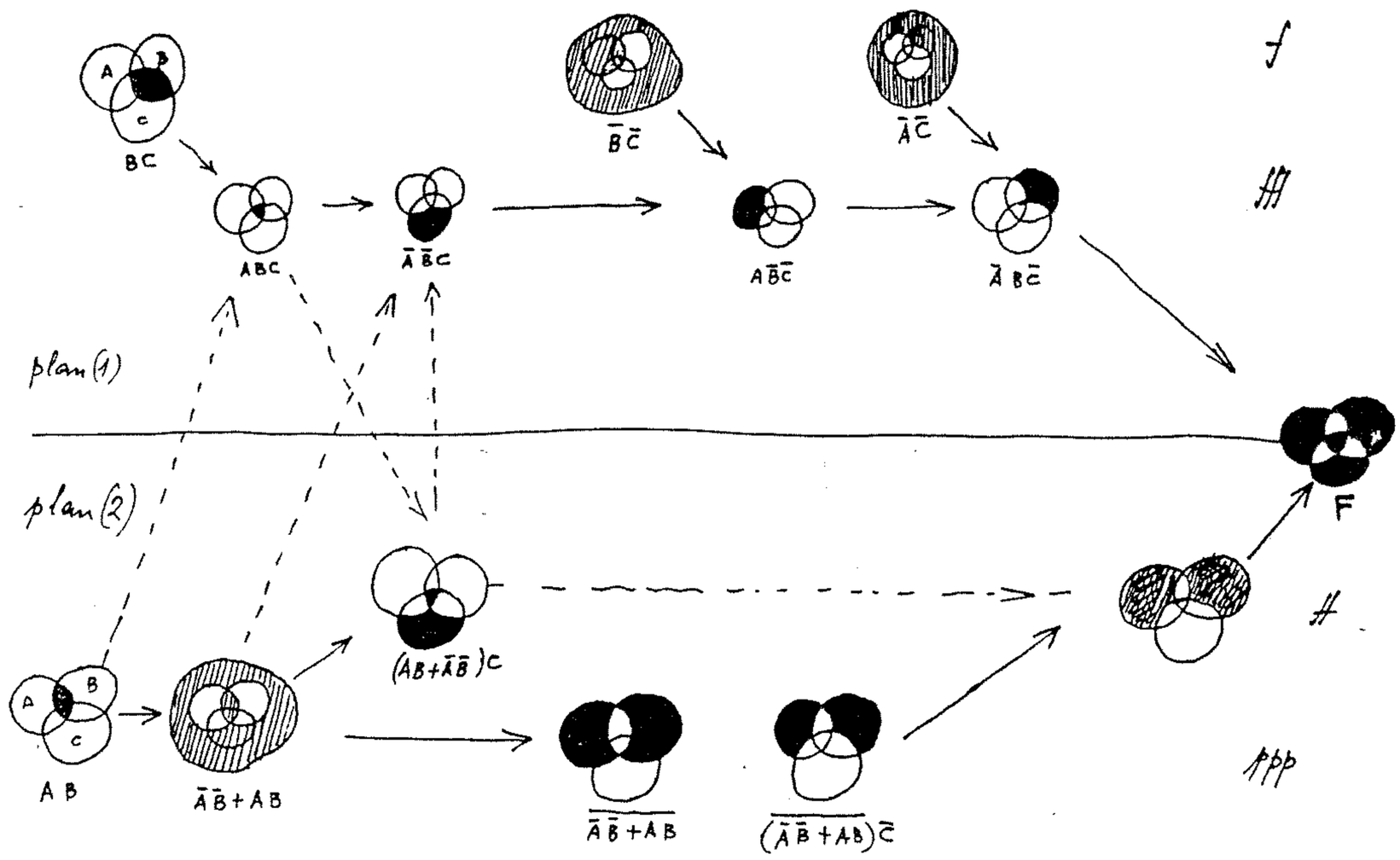

A
B
C
BC
ABC
Ā B̄ C
B̄ C̄
A B̄ C̄
Ā C̄
Ā B C̄
plan (1)
plan (2)
F
(AB+Ā B̄)C
A B
Ā B̄+AB
Ā B̄ +AB
(Ā B̄ +AB)C̄

Рис. 13.

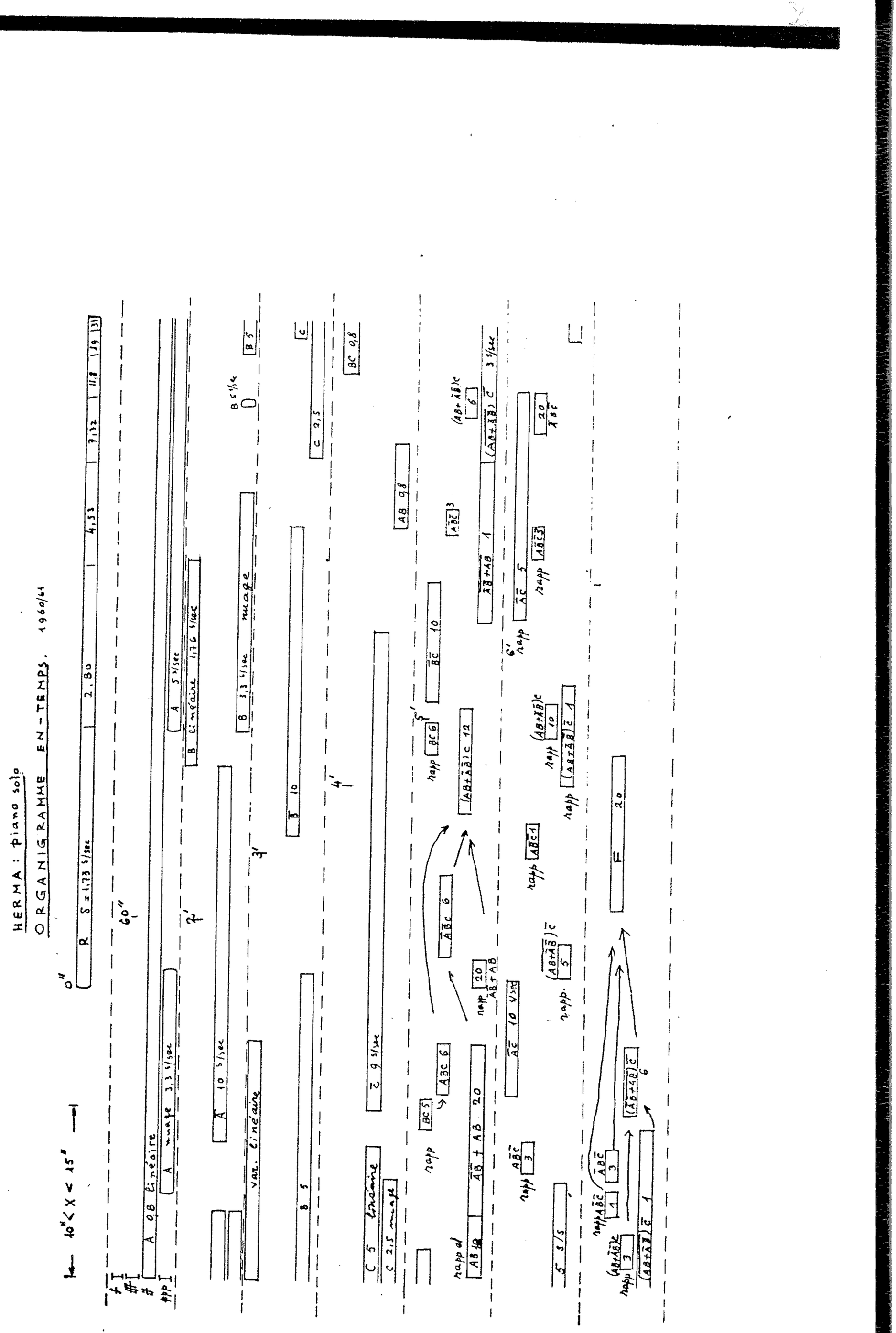


Рис. 14.

Перевод заголовка и комментариев к нему:

Herma, композиция для фортепиано соло (1960/61). Органиграмма во времени. Единица длительности: $10'' < x < 15''$.

Термины в тексте:

densité linéaire variable – переменная линейная плотность;

s/sec – sons per seconde – звуки в секунду;

nuage – облако (звуковое);

rapprochement – сопоставление, сближение.

проявления. Таким образом, оказывается возможным применение алгебры параллельно на разных уровнях, включая логические операции и отношения перехода между этими уровнями.

ПРИМЕЧАНИЯ

1.Начальные разделы данной главы обнаруживают определенную близость к системе логических категорий, составляющих основу I части «Науки логики» Г. Гегеля («Учение о бытии»). Тема соответствия этой системы важнейшим этапам развития музыкальной логики представляет самостоятельный исследовательский интерес.

2. Пеано, Джузеппе (1858 – 1932) – итальянский математик. Ксенакис имеет в виду предложенную Пеано систему аксиом натурального ряда чисел:

1) В множестве N (сокращенное обозначение натурального ряда чисел) существует натуральное число 1, называемое единицей.

2) За каждым натуральным числом следует натуральное число, и притом только одно.

3) Единица не следует ни за каким натуральным числом.

4) Любое натуральное число следует не более чем за одним натуральным числом.

5) Если подмножество M множества N содержит элемент 1 и вместе с элементом m всегда содержит и элемент, следующий за ним, то подмножество M совпадает с натуральным рядом.

3. Абель, Нильс Хенрик (1802 – 1829) – норвежский математик. Работы Н. Абеля в области решения алгебраических уравнений внесли важный вклад в формирование математической теории групп.

4. Пиаже, Жан (1896 – 1980) – швейцарский психолог. См. примеч. 5 к гл. 1 книги.

5. Буль, Джордж (1815 – 1864) – английский математик, один из основоположников математической логики. Предложенная им алгебра логики (получившая название *булевой алгебры*) позднее сыграла важную роль также в формировании кибернетики и информатики.

6. Ксенакисом в этом разделе главы осуществляется ряд музыкально-логических операций по получению звукорядов (находящихся в различных соотношениях друг с другом) с последующим развертыванием их в фигурационные построения, которые могут рассматриваться как в качестве мелодических (в общем случае – полимелодических), так и в качестве аккордово-гармонических.

7. Применяемая в данной главе книги символика алгебраических операций над множествами отличается от аналогичной символики в гл. 2 (раздел «Элементарные операции над сетками»).

8. Эту операцию можно выразить также как C_RA, соответственно ее значению как дополнения до универсального «ориентирующего множества» (см. основной текст данной главы).

9. Сокращенные обозначения классификации суждений в формальной (аристотелевой) логике: A – общеутвердительное, E – частноутвердительное, I – общеотрицательное, O – частноотрицательное. Данный абзац в целом представляет интерес как свидетельство понимания Ксенакисом принципиальных различий между словесным и музыкальным языками.

10. Название «кругов Эйлера» в математике получили представления алгебраических операций над множествами в форме соотносящихся тем или иным образом друг с другом геометрических фигур (круговой или овальной формы).

ВЫВОДЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Мною набросаны общие контуры художественного подхода, впервые использующего математические методы под тремя важнейшими углами зрения:

1.Философское резюме явления и его эволюции. Пример: закон Пуассона.

2.Конкретная опора и механизм Логоса. Примеры: символическая логика, теория множеств, теория цепочек событий, теория игр.

3.Измерительный инструмент, способствующий тонкости исследования и воплощения, равно как и восприятия. Примеры: вычисление энтропии, матричное исчисление, векторное исчисление.

Создавать музыку – значит выражать человеческое мышление звуковыми средствами. Под мышлением здесь имеется в виду наиболее широкое значение этого слова, охватывающее не только движения чистой логики, но также логику аффектов и интуиции. В этом отношении представленные в данной книге технические способы сочинения музыки, будучи достаточно строгими в своих внутренних логических очертаниях, оставляют, однако, немало брешей, в которых обнаруживается действие наиболее сложных и таинственных факторов мышления. В сущности, все эти технические способы постоянно движутся между двумя с давних времен известными полюсами, единство которых все более осознается современной научной и философской мыслью: полюсом детерминизма, предопределенности, с одной стороны, и свободного действия, необусловленного выбора, с другой. Между этими же двумя полюсами находится всё бесконечное и безначальное движение окружающей жизни, частично предопределенное, частично свободное в своей изменчивости, образуя полный спектр возможных при этом взаимопроникновений и интерпретаций.

Рассмотренные в настоящей книге способы формализации и аксиоматизации музыкального мышления могут составить на практике детальное руководство, более соответствующее, по нашему мнению, современному образу мышления в целом. Применение этих способов позволяет поставить на более универсальную основу искусство музыкальных звучаний и вновь сблизить между собой, подобно тому, как это было в великие времена древних цивилизаций, небесные светила, числа и богатство достижений человеческой мысли: изменения звуков, которые вызывают отвечающие им изменения в нас самих, способны, по словам Платона, «доставлять лишь вульгарное удовольствие тем, кто не умеет рассуждать, но для тех, кто умеет, они несут в себе радость разумную, ибо воспроизводят божественную гармонию в своих мимолетных движениях» («Тимей»).

Положения, обоснованные в данной книге, составляют лишь первоначальный эскиз, но они уже могут быть применены на практике и допускают также выходы в некоторые другие области.

Представим себе, что обобщенные в гл. II положения стохастической композиции будут применены к зрительным феноменам. В этом случае место акустических зерен займут кванты света, или фотоны. Составные части атомистической теории звука: громкость, частота, плотность, лексикографическая упорядоченность во времени – будут точно так же действительны и для квантов света. Источник фотонов, фотонная пушка, теоретически может воспроизвести, благодаря излучению фотонов с тем или иным выбором частоты, энергии и плотности, фотонные аналоги акустическим сеткам, показанным нами ранее. Этим способом мы можем создать световые потоки, аналогичные музыкальным, исходящим из одного источника. Если мы по нашему желанию введем характеристики расположения в пространстве, аналогичные стереофоническим, мы получим пространственную музыку света, род стерео-световой музыки; для этого достаточно расположить желаемое число фотонных пушек в различных точках пространства. С технической точки зрения

такая организация осуществима; однако необходимо также, чтобы живописцы вышли из летаргии собственного ремесла и оставили старые способы рисования с помощью кисти, либо чтобы появились новые типы художников видимого мира, которые были бы захвачены новыми идеями, овладевали бы новой техникой и откликались бы на новые потребности.

В итоге можно предвидеть открытие новых оригинальных и богатых творческих сфер в области зрительного искусства в более или менее обозримом будущем, когда эволюция художественных средств будет упорядочена гигантскими мыслящими машинами – орудиями, представляющими ценность не только для вычисления полета ракет или режимов ценообразования в экономике, но также для художественной жизни; способными проявить себя в утверждении всеохватывающей художественной звуко-зрительности, регулируемой в своей композиционной упорядоченности машинами, подчиненными другим машинам, управляемым человеком, благодаря Научным Искусствам.

ПРИЛОЖЕНИЕ I

(см. [27], [28] библиографического списка)

ДВА ОБЩИХ ЗАКОНА НЕПРЕРЫВНЫХ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1. Формула $P_x = c \cdot e^{-cx} \cdot dx$.

Пусть OA – отрезок прямой, равный по длине L, на котором мы размещаем N точек; их линейная плотность равна $c = N/L$. Предположим, что длина L отрезка OA и число N увеличиваются неопределенно, при этом линейная плотность N/L остается постоянной. Предположим также, что эти точки пронумерованы и A_j, A_p, A_q, A_z и т. д. – это точки, расположенные слева направо относительно начала координат O. Примем, что:

$$x_1 = A_jA_p;\ x_2 = A_pA_q;\ x_3 = A_qA_z;\ \ldots\ x_i = A_sA_r\ldots$$

Вероятность, с которой i-ый отрезок будет иметь длину x_i, находящуюся между x и $x + dx$, равна:

$$P_x = e^{-x} \cdot c \cdot dx.$$

Эта вероятность состоит из вероятности $p_0 = e^{-cx}$, с которой на отрезке x не будет ни одной точки, и вероятности $p_1 = c \cdot dx$, с которой будет находиться одна точка на отрезке dx.

Между тем вероятность p_n, с которой n точек будет находиться на отрезке x, задается рекуррентной формулой:

$$\frac{P_{n+1}}{P_n} = \frac{c \cdot x}{n+1};\ \text{отсюда:}\ \ p_1 = \frac{c \cdot x}{1} p_0.$$

Но $p_0 = e^{-cx}$, а $e^{-cx} = 1 - \frac{cx}{1!} + \frac{(cx)^2}{2!} - \frac{(cx)^3}{3!} + \ldots$

Если x очень мал и мы обозначаем его как dx, мы имеем $p_0 = 1 - c \cdot dx + \frac{c^2 \cdot (dx)^2}{2!} - \ldots$, однако степени dx – это бесконечно малые величины высших порядков, поэтому:

$$p_0 = 1 - c \cdot dx \ \text{ и } \ p_1 = c \cdot dx \cdot p_0 - c \cdot dx.$$

Приближенные вычисления этой же вероятности (для расчетов вручную).

Пусть будут d точек, размещенных на прямой, длина которой равна L. Линейная плотность равна $c = d/L$ точек на длину L. Если длины отрезков выражены единицами, равными v, тогда $L = a \cdot v$ $(a>0)$ и $c \cdot v = d/a$ точек на единицу длины v.

Примем теперь $x_i = i \cdot v$ $(i = 0, 1, 2, 3 \ldots)$,
тогда вероятность, асимптотический предел относительной частоты появления отрезка x_i будет равна:

$$P_{x_i} = e^{-civ} \cdot c \cdot \Delta x_i. \qquad (1)$$

Теперь определим величину Δx_i.

Вероятность (1) состоит из вероятности $p_0 = e^{-eiv}$, с которой не будет ни одной точки на отрезке x_i, и вероятности $p_1 = c \cdot \Delta x_i$, с которой на отрезке Δx_i будет находиться одна точка при условии, что $(c \cdot \Delta x_i)^2$ будет достаточно мало, чтобы можно было им пренебречь. Примем, что:

$$0 < (c \cdot \Delta x_i)^2 < 10^{-n},$$

где n – достаточно большое натуральное число; тогда:

$$0 < \Delta x_i < c^{-1} \cdot 10^{-n/2}.$$

Заменим теперь Δx_i константой z, такой, что для всякого x_i:

$$z \le x_i < c^{-1} \cdot 10^{-n/2}. \qquad (2)$$

Тогда формула (1) записывается так:

$$P_{x_i} = c^{-civ} \cdot cz \qquad (3)$$

и должна удовлетворять условию, что:

$$\sum_{i=0}^{i=\infty} c^{-civ} \cdot cz = 1,$$

или иначе:

$$z = \frac{1}{c \cdot \sum_{i=0}^{i=\infty} c^{-civ}}$$

Но $\sum_{i=0}^{j=\infty} (e^{-cv})^i = \frac{1}{1 - e^{-cv}}$, ибо, поскольку $c \cdot v = 0$, то мы имеем: $e^{-ev} < 1$, тогда в итоге $z = \frac{1 - e^{-cv}}{c}$.

Между тем, согласно формуле (2), $\frac{1 - e^{-cv}}{c} < \frac{10^{-n/2}}{c}$, из чего следует:

$0 < 1 - e^{-cv} < 10^{-n/2}$, тогда $1 - 10^{-n/2} < e^{-cv} < 1$. Тем самым для $cv = > 0$ имеем $e^{-cv} < 1$, а для $cv <- \text{Log}\,(1 - 10^{-n/2})$ имеем $e^{-cv} > 1 - 10^{-n/2}$. И, поскольку $0 < 10^{-n/2} < 1$, мы имеем:

$$-\text{Log}\,(1 - 10^{-n/2}) = -10^{-n/2} + \frac{10^{(-n/2)^2}}{2} + \frac{10^{(-n/2)^3}}{3} + \frac{10^{(-n/2)^3}}{3} + \frac{10^{-n/2}}{4} + \ldots$$

и $10^{-n/2} < -\text{Log}\,(1 - 10^{-n/2})$.

Достаточно, таким образом, принять, что $cv \le 10^{-n/2}$ (4), где $e^{-cv} > 1 - 10^{-n/2}$. Тогда можно принять $\Delta x = z = \frac{1 - e^{-cv}}{c}$ (5) и заменить эту величину в формуле 1, благодаря которой мы можем теперь формировать таблицы вероятностей. Приведем пример:

Пусть $d = 10$ точек в среднем, которое требуется распределить на отрезке длиной $L = 100$ см. Необходимо определить x_i и P_{x_i} в зависимости от i при условии, что $(c \cdot \Delta x_i)^2 = 10^{-4}$ признаётся пренебрежимо малой величиной.

Из формулы (4) следует, что $cv = 10^{-4/2} = 0{,}01$ точки на единицу v. Между тем $c = d/L = 10/100$ точек на 1 см. длины, следовательно, $c = 0{,}1$ точки/см и $v = 0{,}01/0{,}1 = 0{,}1$ см, и $x_i = 0{,}1 \cdot i$ см $= i$ мм.

Из формулы (5) следует: $\Delta x_i = \frac{1 - e^{-0{,}01}}{0{,}1} = 1 - 0{,}9905 \cdot 10 = 0{,}0995 \cong 0{,}1$ см.

Согласно формуле (1), $P_{x_i} = e^{-0{,}01 \cdot i} \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}01\ (0{,}99005)^i$.

Применительно к расчетам на машине см. гл. IV книги.

II. Формула $f(j)\,dj = \frac{2}{a}\left(1 - \frac{j}{a}\right)dj$.

Каждая переменная величина (высота, громкость, плотность и т. д.) образует с предшествующей ей тот или иной интервал (расстояние). Каждый интервал отождествляется с отрезком x на оси данной переменной. Пусть имеется A и B на этой оси, соответствующие верхним и нижним границам данной переменной. Речь идет о том, чтобы выбрать случайным образом отрезок длиной x внутри AB и в промежутке между j и $j + dj$, при $0 \le j \le AB$. Тогда вероятность этого события будет такова:

(1) $P_j = f(j)\,dj = \frac{2}{a}\left(1 - \frac{j}{a}\right)dj$, где $a = AB$.

Приближенное определение этой вероятности для вычисления вручную.

Предполагая, что dj – постоянная величина и j – дискретный, запишем:

$dj = c,\ j = i \cdot v,$ где $v = \frac{a}{m}$ при $i = 0, 1, 2, 3, \ldots m.$

Тогда справедливо равенство (1): $P_j = \frac{2}{a}(1 - \frac{iv}{a})c.$ Однако (2):

$\sum_{i=0}^{i=m} P_j = \frac{2c}{a}(m+1) - \frac{2cv}{a^2}$ и $\sum_{i=0}^{i=m} P_j = \frac{2c(m+1)}{a} - \frac{2cvm(m+1)}{2a^2} = 1,$ откуда:

$dj = c = \frac{a}{m+1}.$

С другой стороны, P_j может быть взята в зависимости от десятичных приближений, по желанию.

$P_j = \frac{2}{m+1}(1 - \frac{i}{n}) \le 10^{-n} \quad (n = 0, 1, 2, 3 \ldots).$

P_j является максимальной, когда $i = m,$ откуда: $m \le 2 \cdot 10^n - 1,$

Тогда при $m = 2 \cdot 10^n - 1$ мы будем иметь $v = \frac{a}{2 \cdot 10^n - 1}$ и $dj = \frac{a}{2 \cdot 10^n}$;отношение (1) в этом случае примет следующий вид:

$P_j = P_i = \frac{2}{2 \cdot 10^n}(1 - \frac{i}{2 \cdot 10^n - 1}).$

Определение этой же вероятности для расчетов на машине.

Известно, что машина может лишь выбирать случайные числа с равной вероятностью ($0 \le \gamma \le 1$). Для элементарных условий вероятности P_j (1) и при любом интервале x_0 мы имеем:

Вероятность $(0 \le j \le x_0) \int_0^{x_0} f(j)\,dj = \frac{2x_0}{a} - \frac{x_0^2}{a^2} = F(x_0).$

$F(x_0)$ – это функция распределения j. Однако:

$F(x_0)$ = вероятности $(0 \le y \le y_0) = y_0.$

Следовательно, $\frac{2x_0}{a} - \frac{x_0^2}{a} = y_0$ и $x_0 = a(1 \pm \sqrt{1 - y_0}).$

Отбрасывая корень со знаком +, поскольку x_0 должен быть меньше, чем a, мы получаем:

$x_0 = a(1 - \sqrt{1 - y_0})$ для каждого $0 \le x_0 \le a.$

ПРИЛОЖЕНИЕ II

(см. [14] в библиографическом списке)

Пусть имеются события $E_1, E_2, E_3, \ldots E_r,$ где $r < \infty,$ из которых одно необходимым образом производится при каждом испытании.

P_{hk} – вероятность, с которой E_k будет иметь место, когда E_h имело место при предыдущем испытании. $\sum P_{hk} = 1$ $(k = 1, 2, \ldots r).$

$P^{(n)}{}_{hk}$ j вероятность, с которой переходят при n испытаний из состояния E_h в состояние E_k. $\sum_k P_{hk}^{(n)} = 1$ $(k = 1, 2, \ldots r).$

Если при $n \to \infty$ одна из $P^{(n)}_{hk}$ стремится к пределу P_{hk}, данный предел выражается суммой всех произведений $P_{hj} \cdot P_{jk}$; j – обозначение одного из промежуточных событий E_j $(1 \le j \le r)$.

$P_{hk} = P_{h1} \cdot p_{1k} + P_{h2} \cdot p_{2k} + \ldots + P_{hr} \cdot p_{rk}$.

Сумма всех пределов P_{hk} равна 1.

$P_{h1} + P_{h2} + P_{h3} + \ldots + P_{hr} = 1$.

Можно сформировать следующие таблицы (матрицы) $D^{(n)}$:

$$D^{(n)} = \begin{vmatrix} P^{(n)}_{11}, & P^{(n)}_{21}, & \ldots\ldots & P^{(n)}_{r1} \\ P^{(n)}_{1m}, & P^{(n)}_{2m}, & \ldots\ldots & P^{(n)}_{rm} \\ P^{(n)}_{1r}, & P^{(n)}_{2r}, & \ldots\ldots & P^{(n)}_{rr} \end{vmatrix}$$

Регулярный случай: если хотя бы одна из таблиц $D^{(n)}$ содержит по крайней мере одну строку m, все элементы которой являются положительными, тогда $P^{(n)}_{hk}$ имеет пределы P_{hk} и среди P_{hk} существует по крайней мере один из них, который будет иметь ненулевой предел, независимый от n и от h, имеющий вероятность P_m. Это – *регулярный случай.*

Случай положительно регулярный: если хотя бы одна из таблиц $D^{(n)}$ имеет все положительные элементы, тогда все вероятности P_{hk} имеют ненулевой предел P_k, независимый от исходного показателя h. Это – *положительно регулярный случай.*

Вероятности $P_k = X_k$ составляют систему решений r + 1 уравнений с r неизвестными:

$$X_1 = X_1 p_{11} + X_2 p_{21} + \ldots\ldots + X_r p_{r1}$$
$$X_2 = X_1 p_{12} + X_2 p_{22} + \ldots\ldots + X_r p_{r2}$$
$$X_3 = X_1 p_{13} + X_2 p_{23} + \ldots\ldots + X_r p_{r3}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$X_m = X_1 p_{1m} + X_2 p_{2m} + \ldots\ldots + X_r p_{rm}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$X_r = X_1 p_{1r} + X_2 p_{2r} + \ldots\ldots + X_r p_{rr}$$

$$1 = X_1 + X_2 + \ldots\ldots + X_r$$

Эти уравнения, однако, не являются независимыми, поскольку сумма первых r дает тождество. Остается, таким образом, после замены последней r на любую из первых, система из r уравнений с r неизвестными.

Можно доказать, что в регулярном случае данная система уравнений имеет лишь одну систему решений.

КРАТКАЯ БИБЛИОГРАФИЯ

1.Meyer-Eppler W. Grundlagen und Anwendungen der Informationstheorie. Springer-Verlag, 1959.

2. Stevens and Davies. Hearing. NY: Wiley and Son, 1948.

3. Winkel F. Vues nouvelles sur le monde des sons. Paris: Dunod, 1960.

4. Schaeffer P. A la recherche d'une musique concrète. Paris: du Seuil, 1952.

5. Moles A. La théorie de l'information et la perception esthétique. Paris: Flammarion, 1958. (Русский перевод: Моль А. Теория информации и эстетическое восприятие. М.: Мир, 1966.)

6.Xenakis I. Les trois paraboles. Nutida Musik. Stockholm: Sveriges Radio, 1958/ 59.

7.Borel E. Principes et formules classiques du calcul des probabilités. Paris: Gauthier-Villars, 1947.

8. Xenakis I. La crise de la musique serielle // Gravesaner Blätter, № 1, 1955, et Calcul des probabilités et musique // Gravesaner Blätter, № 6, 1956. Edit. Ars Viva Verlag, Mainz.

9. Vessereau A. Méthodes statistiques en biologie et en agronomie. Paris: J. B. Baillière et Fils, 1948.

10. Mather K. Statistical analysis in biology. London: Methuen & Co. Ltd, 1951.

11. Levy P. Calcul des probabilités. Paris: Gauthier-Villars et Cie, 1925.

12. Borel E. Eléments de la théorie des probabilités. Paris: Albin Michel, 1950.

13. Xenakis I. A la recherche d'une musique stochastique. Gravesaner Blätter, № 11/12. Mainz: Ars Viva Verlag, 1957.

14. Frechet M. Méthode des fonctions arbitraires. Théorie des événements en chaîne dans le cas d'un nombre fini d'états possibles. Paris: Gauthier-Villars, 1952.

15. Shannon C., and Weaver, W. The mathematical theory of communication. Urbana: The University of Illinois Press, 1949. (Русский перевод: Шеннон К. Математическая теория связи // Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: ИЛ, 1963. С. 243 – 332[1)].)

16. Ross Ashby W. Introduction à la cybernétique. Paris: Dunod, 1958. (Русский перевод: Эшби У. Росс. Введение в кибернетику. М.: ИЛ, 1959.)

17. Moles A. La création scientifique. Genève: Kister, 1957.

18. Xenakis I. Notes sur un geste électronique // La Revue musicale, Paris, 1959.

19. Xenakis I. Elements de musique stochastique // Gravesaner Blätter, №№ 18/19/20/21/22/23/24. Mainz: Ars Viva Verlag, 1960. La musique stochastique // La Revue d'Esthétique, tome 14, fasc. III et IV. Paris: J. Vrin, 1961.

20. Girault M. Initiation aux processus aléatoires. Paris: Dunod, 1959.

21. Williams J. D. La stratégie. Paris: Dunod, 1956.

22.Vajda S. Théorie des jeux et programmation linéaire. Paris: Dunod, 1959.

Полезно также ознакомиться со следующими работами:

Hiller L. A. & Isaacson L. M. Experimental Music. NY: McGraw-Hill Book Co., 1959.

Tortrat A. Principes de statistiques mathématiques. Paris: Dunod, 1961.

Yaglom A. M., Yaglom I. M. Probabilité et information. Paris: Dunod, 1959. (Издание оригинала: Яглом А. М., Яглом И. М. Вероятность и информация. М., Гостехиздат, 1957[2)].)

Dugué D. Ensembles mesurables et probabilisables. Paris: Dunod, 1958.

Fucks, Wilhelm. Musical Analysis by Mathematics // Gravesaner Blätter, № 23/24. Mainz: Ars Viva Verlag, 1961.

Matheus, Pierce et Guttman. Musical Sounds from Digital Computer //Gravesaner Blätter, № 23/24. Mainz: Ars Viva Verlag, 1961.

В частности, применительно к главе V:

Blanché R. Introduction à la logique contemporaine. Paris: Armand Colin, 1957.

Boole G. The Mathematical Analysis of Logic. Oxford: Basil Blackwell, 1951.

Barbut M. Médiane, distributivité, éloignements // Ecole Pratique des Hautes Etudes, 6e section. Paris, 1961.

Bourbaki N. Theorie des Ensembles. Fasc. des résultats. Paris: Hermann, 1958.

Barbut M. Des trucs et des machines II: une illustration, la dualité des espaces vectoriels // Ecole Pratique des Hautes Etudes, 6e section. Paris, 1961.

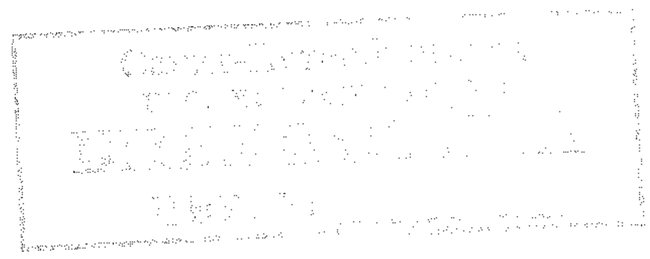
Guilbaud G. Th. Algèbres mexicaines et booléennes. Cours 1960/61 a l'Ecole Pratique des Hautes Etudes, 6e section. Paris, 1961.

Guilbaud G. Th. Des trucs et des machines: comment faut-il enseigner les rudiments de la theorie dites des ensembles? // Ecole Pratique des Hautes Etudes, 6e section. Paris, 1961.

Piaget J. Le développement de la notion de temps chez l'enfant. Paris: Presses Universitaires de France, 1946 & 1948.

Ville M. J. Eléments de l'Algèbre de Boole. Institut Henri Poincaré, 1955.

ПРИМЕЧАНИЯ

1.В сборник, на который ссылается Ксенакис, помимо работы К. Шеннона «Математическая теория связи», входит популяризирующая ее статья Э. Уивера.

2. Последующие издания русского оригинала работы (М.: Физматгиз, 1960; М., Наука, 1973; М., КомКнига, 2006) дополнены разделами, в которых непосредственно рассматриваются основы стохастического метода музыкальной композиции (см. примеч. 12 вступительной статьи «От переводчика»).