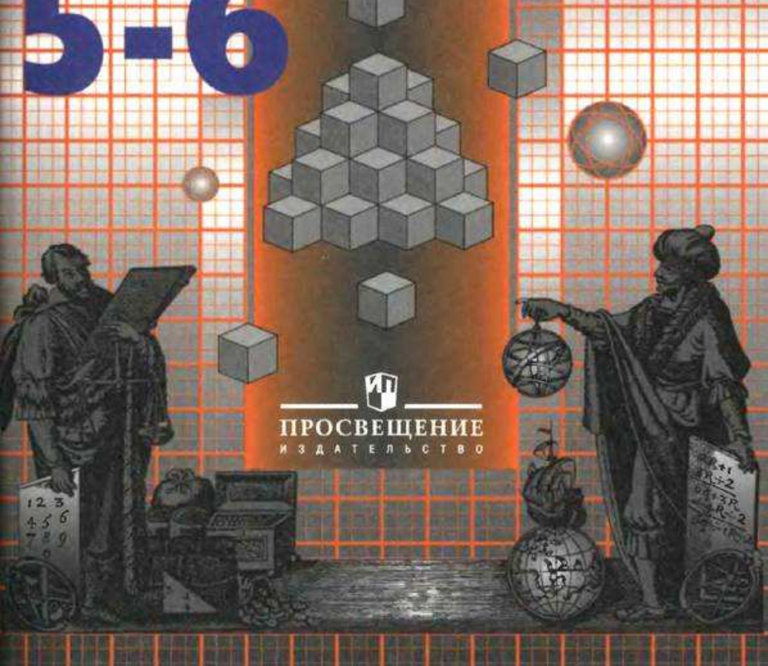
МГУ – ШКОЛЕ

И. Ф. Шарыгин А. В. Шевкин

Задачи на смекалку

5-6



ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

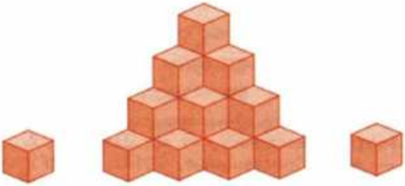
МГУ – ШКОЛЕ

И. Ф. Шарыгин А. В. Шевкин

Задачи на смекалку

5-6 классы

Пособие для учащихся
общеобразовательных
учреждений



10-е издание

Москва
«Просвещение»
2010

УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я72
Ш26

Серия «МГУ — школе» основана в 1999 году

Шарыгин И. Ф.
Ш26 Задачи на смекалку. 5—6 классы : пособие для учащихся общеобразоват. учреждений / И. Ф. Шарыгин, А. В. Шевкин. — 10-е изд. — М. : Просвещение, 2010. — (МГУ — школе.) — 95 с. : ил. — ISBN 978-5-09-024558-6.

УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я72

ISBN 978-5-09-024558-6

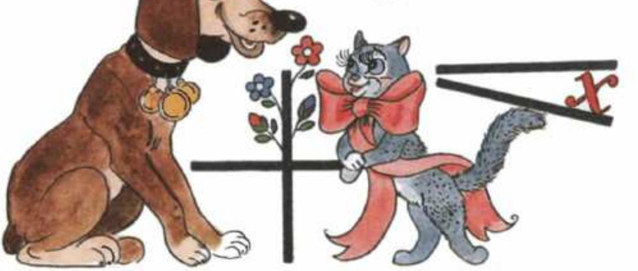
Дорогие ребята!

Книжка, которую вы держите в руках, является дополнением к учебнику математики. В нее включены разнообразные задачи на составление выражений, отыскание чисел, разрезание фигур на равные части, головоломки, числовые ребусы, задачи-шутки и т. п. Здесь есть несложные задачи — их решение вы найдете довольно скоро, но есть и такие задачи, при решении которых нужно проявить сообразительность. К одним заданиям в конце книги даны ответы, к другим — лишь советы, которые помогут вам найти решение. Не огорчайтесь, если вы не смогли сразу найти решение. Подумайте, не торопитесь заглянуть в конец книги — не лишайте себя удовольствия самостоятельно найти решение. Наконец, если через некоторое время вам все-таки не удастся самостоятельно решить задачу, разберите ее решение по книге, с помощью товарищей или учителя. Постарайтесь понять идею решения новой для себя задачи, возможно, она вам еще пригодится. Тогда размышление над задачей, поиск ее решения обогатят ваш опыт, будут полезны для развития умения решать задачи.

В этот сборник включены задачи из различных книг по занимательной математике, из журнала «Квант» и задачи, придуманные авторами. Здесь есть и задачи, предлагавшиеся на математических олимпиадах.

Номера самых сложных задач отмечены так: 

1 ЧИСЛА



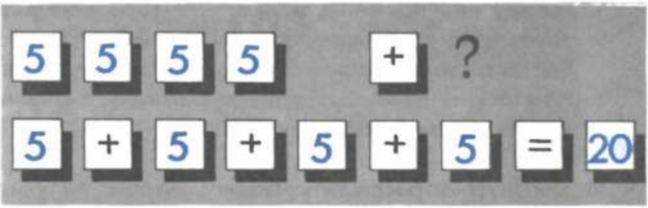
Составление выражений

1. а) Ученик переписал числовое выражение, значение которого равно 58, но забыл поставить скобки. У него получилось:

$$6 \cdot 8 + 20 : 4 - 2$$

Где в этом выражении должны стоять скобки?
б) Расставляя в том же выражении скобки разными способами, можно получить другие ответы. Какие?

2. В записи 5555 поставьте между некоторыми цифрами знак сложения так, чтобы получилось выражение, значение которого равно:
а) 20; б) 110; в) 560.



Выполнить задание 2 (а) совсем не сложно, но получить 110 сложением однозначных чисел уже не удастся.

3. В записи 66666666 поставьте между некоторыми цифрами знак сложения так, чтобы получилось выражение, значение которого равно:

а) 264; б) 13332; в) 67332.

Найдите еще 5 ответов, которые можно получить, ставя знак «+» между некоторыми цифрами в записи 66666666.

4. Применяя знаки сложения, можно восемью восьмерками записать число 1000:

$$888+88+8+8+8.$$

Используя знаки арифметических действий и скобки, запишите число 1000 восемью восьмерками другим способом.

5. Применяя знаки арифметических действий и скобки, запишите:

а) семью семерками 700;

б) восемью семерками 700;

в) восемью двойками 200;

г) десятью четверками 500;

д) десятью шестерками 600;

е) десятью девятками 1000.

6. Используя три цифры 5, знаки арифметических действий и скобки, составьте несколько выражений, имеющих различные значения.

7. Между цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 расставьте знаки арифметических действий и скобки так, чтобы полученное выражение имело значение 100.

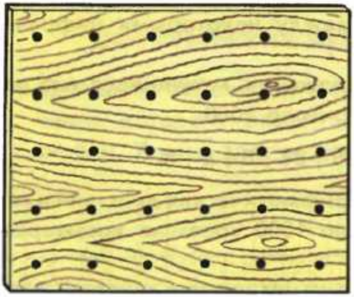
8. Из четырех двоек составьте выражения, значения которых равнялись бы числам: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10.

9. Как нужно расставить скобки, чтобы получить верное равенство:

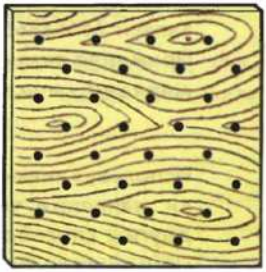
а) $3248 : 16 - 3 \cdot 315 - 156 \cdot 2 = 600$;

б) $350 - 15 \cdot 104 - 1428 : 14 = 320$?

10. В прямоугольной доске просверлили круглые отверстия. Используя рисунок 1, составьте числовое выражение для нахождения числа всех отверстий.



а)



б)

Рис. 1

11. Определите по оставшейся части сломанной решетки, какое число отверстий было в ней первоначально (рис. 2).

12. С помощью восьми одинаковых цифр (кроме 0), знаков арифметических действий и скобок запишите выражение, значение которого равно 1000.

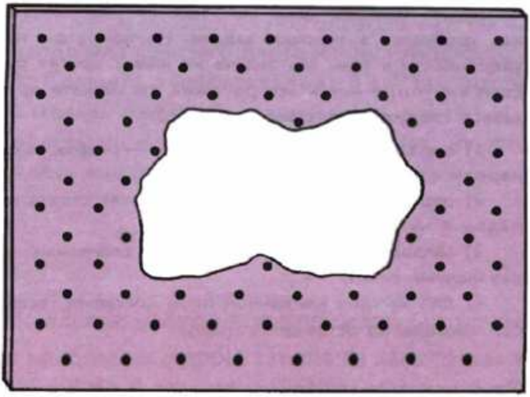


Рис. 2

13 Предлагаем вам следующее соревнование. Рассмотрим числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. Расставляя между ними скобки и знаки арифметических действий, надо получить ряд последовательных чисел 1, 2, 3, ... (например, $-1-2-3-4+5+6=1$). Выигрывает тот, кто получит самый длинный ряд чисел.

Головоломки

14. Впишите в квадраты цифры от 0 до 9 так, чтобы получилось три верных примера на сложение (рис. 3). Найдите все решения, не считая полученных изменением порядка слагаемых.

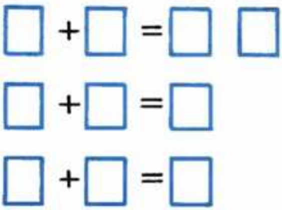


Рис. 3

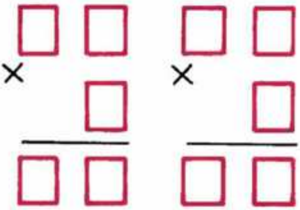


Рис. 4

Будет неплохо, если вам удастся расставить цифры, как требуется в условии задачи. Но при этом не будет уверенности в том, что задача не имеет других решений. Если вы хотите найти все решения, то можете придерживаться следующего плана:

1) определите положение нуля — разряд единиц в первом ответе (объясните почему);

2) определите цифру, которая может стоять в ответе рядом с нулем;

3) запишите все возможные пары слагаемых, дающие двузначный ответ;

4) для каждой найденной пары составьте, если удастся, примеры из оставшихся цифр.

15. Впишите в квадраты цифры от 0 до 9 так, чтобы получилось два верных примера на умножение (рис. 4).

16. Из карточек сложили неверное равенство:

$$101 - 102 = 1$$

Как, передвинув лишь одну карточку, сделать его верным?

17. Вырежьте 16 одинаковых квадратов четырех цветов — по 4 квадрата каждого цвета. Сложите из них квадрат 4×4 так, чтобы одинаковые цвета не повторялись:

а) ни в строчках, ни в столбцах;

б) ни в строчках, ни в столбцах, ни на диагоналях.

Зарисуйте решения в тетрадь, используя цветные карандаши или фломастеры.

18 Усложним предыдущую головоломку. На четырех квадратах каждого цвета напишите цифры 1, 2, 3, 4. Сложите теперь квадрат 4×4 так, чтобы одинаковые цифры и одинаковые цвета не повторялись ни в строках, ни в столбцах, ни на диагоналях квадрата.

Числовые ребусы

> *Числовые ребусы* — это примеры, в которых все или некоторые цифры заменены звездочками или буквами. При этом одинаковые буквы заменяют одинаковые цифры, разные буквы — разные цифры.

19. Замените звездочки цифрами:

а) $\begin{array}{r} \times\ 95 \\ \underline{**} \\ +\ *5 \\ \underline{1**\ } \\ **** \end{array}$ б) $\begin{array}{r} \times\ 95 \\ \underline{**} \\ +\ **5 \\ \underline{**\ } \\ **3* \end{array}$ в) $\begin{array}{l|l} -\,**0 & 12 \\ \ \ *8 & \overline{4*} \\ \hline \ \ -\,6* & \\ \ \ \ \ \underline{**} & \\ \ \ \ \ \ 0 & \end{array}$

20. Замените звездочки цифрами:

а) $\begin{array}{r} +\ *,5* \\ \underline{3,*4} \\ 7,38 \end{array}$ б) $\begin{array}{r} -\ *,48 \\ \underline{2,*1} \\ 5,8* \end{array}$ в) $\begin{array}{r} +\ 5,*7 \\ \underline{*,0*} \\ 6,00 \end{array}$ г) $\begin{array}{r} -\ *0,0 \\ \underline{6,*} \\ 8*,5 \end{array}$

Пусть дан числовой ребус: $$\begin{array}{r}\text{УДАР}\\ +\ \text{УДАР}\\ \hline \text{ДРАКА}\end{array}$$

Число 8126 является решением ребуса, так как при замене буквы У на цифру 8, буквы Д на 1, буквы А на 2, буквы Р на 6 получается верный пример на сложение.

21. Проверьте, является ли число 5621 решением числового ребуса: УДАР $+$ УДАР $=$ ДРАКА.

22 Решите числовой ребус:

а) $$\begin{array}{r}\text{КИС}\\ +\ \text{КСИ}\\ \hline \text{ИСК}\end{array}$$

б) $$\begin{array}{r}\text{ОДИН}\\ +\ \text{ОДИН}\\ \hline \text{МНОГО}\end{array}$$

в) $$\begin{array}{r}\text{ВАГОН}\\ +\ \text{ВАГОН}\\ \hline \text{СОСТАВ}\end{array}$$

г) $$\begin{array}{r}\text{ДЕТАЛЬ}\\ +\ \text{ДЕТАЛЬ}\\ \hline \text{ИЗДЕЛИЕ}\end{array}$$

Разберем решение первого ребуса.

Сумма И $+$ С (в разряде десятков) оканчивается на С, но И $\neq 0$ (см. разряд единиц). Значит, И $=9$ и 1 десяток в разряде единиц запомнили (решение ниже). Теперь легко найти К в разряде сотен: К $=4$. Для С остается одна возможность: С $=5$.

$$\begin{array}{r}\text{КИС}\\ +\ \text{КСИ}\\ \hline \text{ИСК}\end{array} \rightarrow \begin{array}{r}\text{К9С}\\ +\ \text{КС9}\\ \hline \text{9СК}\end{array} \rightarrow \begin{array}{r}\text{49С}\\ +\ \text{4С9}\\ \hline \text{9С4}\end{array} \rightarrow \begin{array}{r}495\\ +\ 459\\ \hline 954\end{array}$$

23. Вова любит решать числовые ребусы. Он сам составил три ребуса, но никак не может их решить. Объясните, почему ребусы не имеют решения.

а) $\begin{array}{r} +\begin{array}{r} \text{ШАРИК} \\ \text{МУРКА} \end{array} \\ \hline \text{ДРУЗЬЯ} \end{array}$ б) $\begin{array}{r} +\begin{array}{r} \text{САША} \\ \text{МАША} \end{array} \\ \hline \text{ДРУЖБА} \end{array}$ в) $\begin{array}{r} +\begin{array}{r} \text{ШАР} \\ \text{МИР} \end{array} \\ \hline \text{ПИР} \end{array}$

Другие задачи

24. Вася записывает последовательность чисел так, что каждое следующее число определяется по очень простому правилу. Определите это правило и запишите следующее число.

а) 3, 13, 23, 33, ...?
б) 11, 101, 1001, ...?
в) 1, 2, 3, 5, 8, ...?
г) 2, 5, 11, 23, 47, ...?
д) 1, 1, 2, 3, 5, ...?
е) 12, 31, 24, 12, 51, ...?

В следующих заданиях требуется определить арифметическое действие, с помощью которого из двух крайних чисел получено среднее, и вместо знака «?» вставить пропущенное число.

25. а) 42(47)5
31(?)8

б) 36(25)11
48(?)12

в) 6(66)11
5(?)12

г) 48(4)12
100(?)5

26. а) 5,4(10)4,6
1,7(?)4,4

б) 2,5(10)4
3,1(?)3

в) 8,9(2,7)6,2
9,1(?)1,8

г) 3,6(0,9)4
7,2(?)0,8

27. Учащиеся решали задание из учебника, в котором требуется найти пропущенные числа:

	26	52
11		44

У них получились разные ответы:

26	26	52	19	26	52	2	26	52
11	33	44	11	18	44	11	25	44
	а)			б)			в)	

Найдите правила, по которым ребята заполнили клетки.

28 Докажите, что задача 27 имеет бесконечно много решений.

29. В клетки таблицы по некоторому правилу записали несколько чисел. Определите, что это за правило, и заполните две последние клетки таблицы.

2	7	4	9	6	11	8		

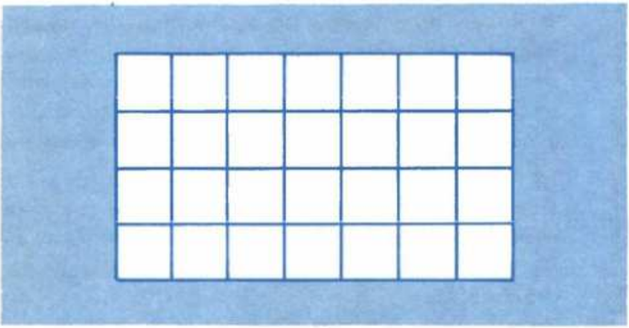


Рис. 5

30. В клетках таблицы (рис. 5) расставьте целые числа так, чтобы их сумма в каждой строке была равна 35, а в каждом столбце 20. Найдите несколько решений.

31. Цифрами 0, 1, 2, 3 запишите наибольшее и наименьшее шестизначное число. Каждую цифру использовать не менее одного раза.

32. Напишите наибольшее и наименьшее десятизначное число, все цифры которого различны.

33. Запишите в строчку три числа так, чтобы сумма любых двух соседних чисел была четная, а сумма всех чисел была нечетная.

34. Запишите в строчку три числа так, чтобы сумма любых двух соседних чисел была нечетная, а сумма всех чисел была четная.

35. Можно ли записать в строчку четыре числа так, чтобы сумма любых двух соседних чисел была четная, а сумма всех чисел была нечетная?

36. Попробуйте сыграть друг с другом в следующую игру. Каждый из двух играющих придумывает какое-нибудь правило, по которому получается последовательность чисел, и записывает первые

10 чисел, полученных по этому правилу, на своем листке. Затем он называет противнику по одному числу и всякий раз предлагает угадать следующее число. Ходы можно делать по очереди. Выигрывает тот, кто угадает следующее число противника за меньшее число ходов.

37 Докажите, что в клетках таблицы на рисунке 5 нельзя расставить целые числа так, чтобы их сумма в каждой строке была равна 28, а в каждом столбце 15.

38. Сколько всего пятизначных чисел?

39 Найдите сумму всех натуральных чисел от 1 до 100.

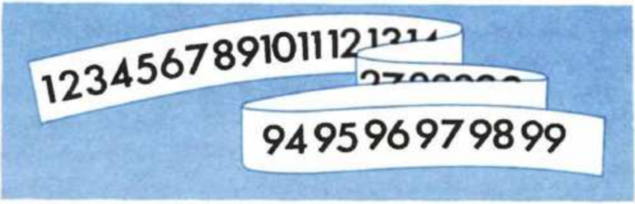
40 Сколькими нулями заканчивается произведение всех натуральных чисел:
а) от 1 до 15; б) от 1 до 100?

Для получения ответа, разумеется, не следует перемножать все числа. Подумайте, при умножении каких чисел из данного произведения получится число, заканчивающееся одним или двумя нулями.

41. Юра вычислил произведение $14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19$, но, записывая ответ, случайно поставил кляксу:

Нужно ли снова выполнять умножение, или эту цифру можно определить проще?

42. Выписали все натуральные числа от 1 до 99 без промежутков, получилось огромное число:



а) Сколько раз в записи этого числа повторяется цифра 1? цифра 2?

б) Делится ли это число на 9?

43. Найдите наименьшее натуральное число, делящееся на 36, в записи которого участвуют все цифры от 1 до 9.

44 Сколько чисел от 1 до 100 не делится ни на 2, ни на 3?

45. В книге 80 страниц. Все они, кроме первых двух, пронумерованы. Сколько цифр потребовалось для нумерации страниц этой книги?

46. Мальчики помогли учителю физкультуры в подготовке к соревнованиям по бегу — они написали номера для всех участников соревнования. Коля утверждает, что при этом было написано 70 цифр. Прав ли Коля?

47 Найдите наименьшее целое число, квадрат которого начинается:

а) на две единицы; б) на три единицы.

48. Может ли быть точным квадратом число, состоящее из:

а) двоек и восьмерок; б) двоек и шестерок;

в) трехсот единиц и некоторого числа нулей?

49 Вася знает четыре числа, сумма которых равна 99. Если первое число увеличить на 2, второе уменьшить на 2, третье умножить на 2, а четвертое разделить на 2, то каждый раз получается одно и то же число. Найдите эти четыре числа.

50. Цифры трехзначного числа записали в обратном порядке и из большего числа вычли меньшее. Всегда ли полученная разность делится на 9?

51 Возьмите трехзначное число, в котором первая и последняя цифры отличаются не менее чем на 2. Запишите его цифры в обратном порядке. Из большего числа вычтите меньшее. Цифры получившегося числа запишите в обратном порядке. Два последних числа сложите. У вас получится 1089. В чем секрет фокуса?

В математике есть самые различные постоянные величины. С некоторыми из них вы познакомитесь позднее. С одной такой величиной вы встретились в задаче 51. А вот еще одна, которую можно назвать «постоянной Карпекара» (по имени индийского математика, увлекавшегося занимательными задачами).

52 Возьмем любое четырехзначное число, в котором есть различные цифры. Напишем его цифры в порядке убывания, а затем в порядке возрастания и вычтем из первого второе. (Если полученное при вычитании число не четырехзначное, припишем спереди нули.) С этим числом поступим так же. Продолжим этот процесс. Не позднее чем на 7-м шаге получим некоторое число, которое потом будет повторяться. Найдите это число.

53. На одной из старых улиц Москвы стоят два дома, на фасаде которых обозначена дата их постройки: а) MDCCCCV; б) MDCCCLXXXXIX.

В каком году построен каждый дом?

Упростите запись года, учитывая, что в римской записи чисел четыре одинаковые цифры подряд обычно не пишут.

54. Используя римскую систему записи чисел, запишите год своего рождения.

55. Из спичек сложили шесть неверных равенств:

а) XII + IX = II

г) IV − V = I

б) X = VII − III

д) X + X = I

в) VI − VI = XI

е) IV − I + V = II

Переложите в каждом равенстве по одной спичке так, чтобы равенства стали верными.

56. На столе лежат 9 спичек (рис. 6). Расположите их так, чтобы в каждом горизонтальном ряду было: а) по 4; б) по 6.

Рис. 6

57. Старейший магический квадрат был составлен в Китае 4—5 тысяч лет до н. э. В девяти клетках этого квадрата вписаны числа (рис. 7). Другой магический квадрат был составлен в Индии в I в. н. э. (рис. 8). Сравните суммы чисел в строчках, столбцах и диагоналях квадратов,

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Рис. 7

1	14	15	4
12	7	6	9
8	11	10	5
13	2	3	16

Рис. 8

скажите, в чем заключается магическое свойство этих квадратов.

58 В квадрате 3×3 расставьте числа 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 так, чтобы сумма чисел в каждой строке, столбце и диагонали была одинакова.

59 Поставьте в записи числа 1234 один знак так, чтобы получилось:

а) число, большее 9, но меньшее 19;

б) число, большее 30, но меньшее 40.

60. К числу 10 припишите слева и справа по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 72.

61 Из некоторого числа вычли сумму его цифр, из полученного числа вычли сумму его цифр и т. д. После одиннадцатого вычитания впервые получили 0. Каким могло быть первое число?

62 Существуют ли два последовательных натуральных числа, сумма цифр которых делится:

а) на 11; б) на 13?

63 Найдите какое-нибудь 100-значное число, в записи которого нет нулей и которое делится на сумму своих цифр.

2 ЧЕТНОСТЬ

При решении задач данного раздела вам потребуются следующие свойства четных и нечетных чисел:

— сумма двух четных чисел — четное число;

— сумма двух нечетных чисел — четное число;

— сумма четного и нечетного чисел — нечетное число.

64. а) Можно ли заплатить без сдачи 20 к. семью монетами?

б) Можно ли заплатить без сдачи 20 к. семью монетами по 1 и 5 к.?

в) Можно ли заплатить без сдачи 25 к. восемью монетами по 1 и 5 к.?

65. а) Докажите, что нельзя подобрать 5 нечетных чисел, сумма которых равна 100.

б) Вася записал на листе несколько нечетных чисел. Петя их не видел, но утверждает, что по их числу легко определит, четная или нечетная у них сумма. Прав ли Петя?

66. Некто пообещал дать 99 конфет тому, кто сумеет их разделить между четырьмя детьми так, чтобы каждому досталось нечетное число конфет. Почему этот приз до сих пор никому не удалось получить?

67. Саша купил в магазине 20 тетрадей, 2 альбома для рисования, авторучку за 4 р., несколько карандашей по 1 р. 20 к. и несколько ластиков по 8 к. Ему сказали, что в кассу следует уплатить 38 р. 65 к. Саша попросил пересчитать стоимость покупки, и ошибка была исправлена. Как он догадался, что была допущена ошибка?

68. Вася уверяет, что знает 4 целых числа, произведение и сумма которых нечетные числа. Не ошибается ли он?

69. На доске записано несколько целых чисел, между которыми поставлены знаки «+» и «—». Можно ли заменить несколько знаков на противоположные, чтобы значение выражения увеличилось на 1?

70. Если в одной руке кто-нибудь спрячет пятикопеечную монету, а в другой — десятикопеечную монету, то я могу легко определить, в какой руке спрятана десятикопеечная монета. Для этого я попрошу умножить число копеек в правой руке на 4, в левой — на 5, результаты сложить, а мне сообщить лишь, является ли сумма четной или нет. Если полученная сумма четная, то десятикопеечная монета в левой руке, если нечетная, то в правой. Разгадайте секрет фокуса и научитесь его выполнять.

Если задача 70 вызвала затруднения, то можно добавить, что для фокуса подойдут и другие монеты: 1 и 10 к. или 10 и 5 к., но не подойдут монеты 10 и 50 к.; умножать можно на 2 и 3, на 6 и 9, но нельзя на 3 и 5.

71. По кругу сцепили несколько шестеренок. Смогут ли они вращаться, если их:

а) двенадцать; б) тринадцать?

72 Записано четыре числа: 0, 0, 0, 1. За один ход разрешается прибавить 1 к любым двум из этих чисел. Можно ли за несколько ходов получить 4 одинаковых числа?

73 В шести коробках лежат копейки. В первой — 1, во второй — 2, в третьей — 3 и т. д., в шестой — 6. За один ход разрешается в любые две коробки добавить по 1 копейке. Можно ли за несколько ходов уравнять количество копеек в коробках?

74. Карлсон предложил Малышу следующую игру. На столе лежат две кучки по 7 и 8 спичек. Первый игрок делит одну из кучек на две кучки, затем второй делит одну из кучек на две кучки и т. д. Проигрывает тот, кто не сможет сделать очередного хода. Карлсон начинает. Кто выиграет в этой игре? Зависит ли результат от того, кто как играет, или важно лишь, кто ходит первым?

75. Имеется 9 листов бумаги. Некоторые из них разорвали на 3 или 5 частей. Некоторые из образовавшихся частей разорвали на 3 или 5 частей и так несколько раз. Можно ли после нескольких таких операций получить 100 частей?

76. Подпольный миллионер Тарас Артемов пришел в Госбанк, чтобы обменять несколько 50- и 100-рублевых купюр старого образца. Ему была выдана 1991 купюра более мелкого достоинства, причем среди них не было 10-рублевых. Докажите, что его обсчитали.

Примечание. В то время в обращении были купюры достоинством 1, 3, 5, 10, 25, 50 и 100 р.

77. Во время сбора грибов мальчик 5 раз переходил полотно одной и той же железной дороги. По одну или по разные стороны от полотна железной дороги находятся мальчик и его дом?

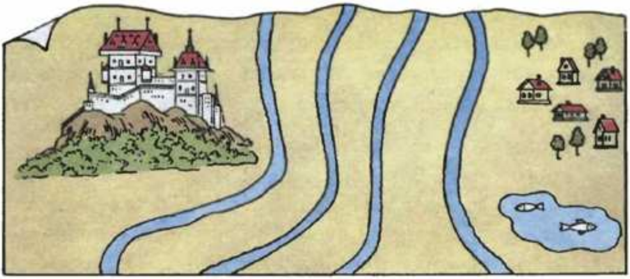


Рис. 9

78 В парламенте некоторой страны две палаты с равным числом депутатов. В голосовании по важному вопросу приняли участие все депутаты. По окончании голосования председатель парламента сказал, что предложение принято большинством в 23 голоса. После чего лидер оппозиции заявил, что результаты фальсифицированы. Как он догадался, если при голосовании не было воздержавшихся?

79 Можно ли число 1 представить в виде суммы дробей $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}$, где a, b, c, d — нечетные натуральные числа?

80. Граница между владениями двух рыцарей *A* и *B* проходит по руслу извилистого ручья. На обрывке карты (рис. 9) показано расположение замка рыцаря А, деревни и участка ручья. Кому из рыцарей принадлежит эта деревня?

81. Нарисуйте замкнутую ломаную линию из шести звеньев, пересекающую каждое свое звено ровно один раз. Существует ли такая ломаная из 7 звеньев?

Рис. 10

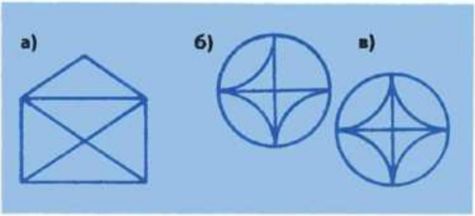


Рис. 11

82. Петя нарисовал замкнутую линию, пересекающую себя три раза (рис. 10). Сумеет ли Вася нарисовать другую замкнутую линию, которая пересечет первую линию ровно три раза, если вторую линию нельзя проводить через точки пересечения первой?

83. Не отрывая руки от бумаги и не проводя по линии дважды, нарисуйте фигуры, изображенные на рисунке 11.

В задании 83 невозможно нарисовать последнюю фигуру. Обратите внимание в каждом случае на число «нечетных» узлов, в которых сходится нечетное число линий.

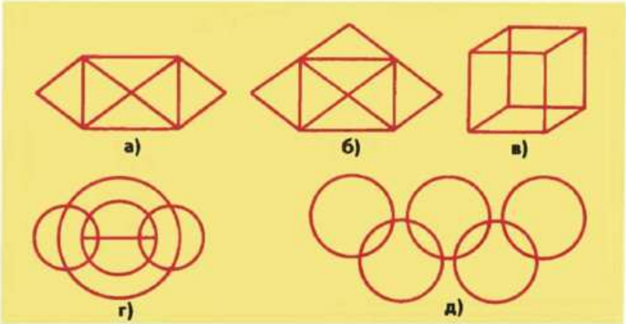


Рис. 12

84. Сколько «нечетных» узлов должно быть у фигуры, чтобы ее можно было построить, не отрывая руки от бумаги и не проводя по линии дважды?

85. Какую из фигур, изображенных на рисунке 12, можно нарисовать, не отрывая руки от бумаги и не проводя по линии дважды?

86. Почтальон Печкин разнес почту во все дома деревни, после чего зашел с посылкой к дяде Федору. На рисунке 13 показаны все тропинки, по которым проходил Печкин, причем, как оказалось, ни по одной из них он не проходил дважды. Каков мог быть маршрут почтальона Печкина? В каком доме живет дядя Федор?

87. Экскурсоводу нужно выбрать маршрут по залам музея так, чтобы обойти все залы, не проходя ни через одну дверь дважды. Где нужно начать и где закончить осмотр? Найдите один из возможных маршрутов (рис. 14).

Рис. 13

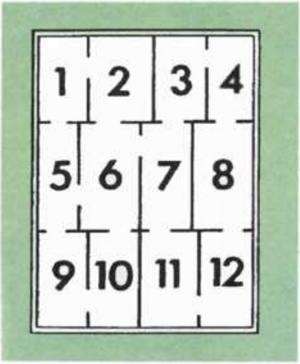


Рис. 14

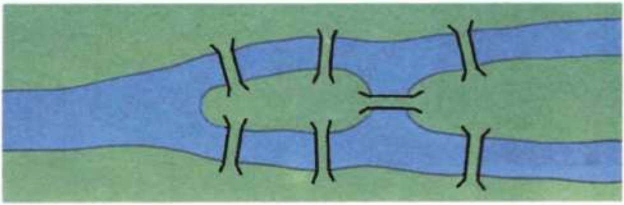


Рис. 15

88. *Задача Леонарда Эйлера.* Можно ли поочередно обойти все семь мостов города Кенигсберга (ныне Калининград), соединяющих районы этого города с островами на реке Преголя, проходя по каждому мосту только один раз (рис. 15)?

3 ГЕОМЕТРИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

89. а) Из шести спичек составьте 4 треугольника со сторонами, равными длине спички.

б) Продавец тремя прямыми разрезами разделил головку сыра на 8 частей. Как он это сделал?

Чтобы справиться с первыми задачами, следует учесть, что спички могут и не лежать в одной плоскости, а головка сыра имеет некоторую толщину.

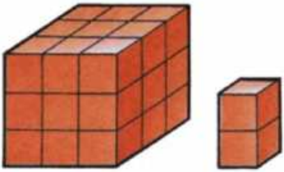


Рис. 16

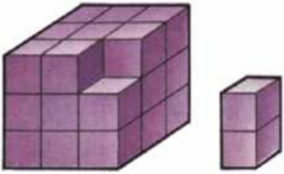


Рис. 17

90. Объем деревянного бруска 80 см^3, ширина 4 см, высота 2 см. Длину этого бруска уменьшили на 3 см. Определите объем оставшейся части.

91. Васе купили аквариум в форме куба, вмещающий 64 л воды (1 л = 1 дм^3). Вася наполнил аквариум водой, не долив 5 см до верхнего края. Сколько литров воды он налил в аквариум?

92. Можно ли из прямоугольных параллелепипедов $1 \times 1 \times 2$ сложить куб $3 \times 3 \times 3$ (рис. 16)?

93. Можно ли из прямоугольных параллелепипедов $1 \times 1 \times 2$ сложить куб $3 \times 3 \times 3$, из которого вынут угловой кубик (рис. 17)?

94. На рисунке 18 показан кирпич. Придумайте способ измерения его диагонали *AB* с помощью трех таких кирпичей и линейки.

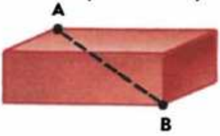
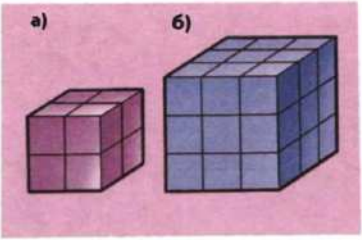


Рис. 18

95. а) На рисунке 19,а показан куб, сложенный из 8 маленьких кубиков. Сколько прямоугольных параллелепипедов содержится в этом кубе?

б) Из скольких маленьких кубиков сложен куб на рисунке 19,б? Сколько всего кубов содержится в данном кубе?

При решении задачи 95 используйте «метод упорядоченного перебора»: а) пересчитайте все прямоугольные параллелепипеды, состоящие из 1, 2, 4, 8 маленьких



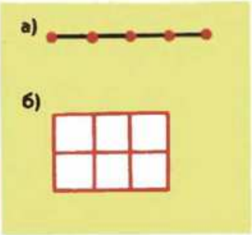


Рис. 19

Рис. 20

кубиков (учтите, что куб является прямоугольным параллелепипедом); б) пересчитайте все кубы, состоящие из 1, 8, 27 маленьких кубиков.

Если у вас не получился правильный ответ, то решите для начала задачи попроще:

— Убедитесь, что на рисунке 20,а изображено 10 отрезков.

— Убедитесь, что на рисунке 20,б изображено 18 прямоугольников. Учтите, что квадрат является прямоугольником.

96. Деревянный куб покрасили со всех сторон, потом распилили его на 27 одинаковых кубиков. Сколько среди них имеют одну, две, три окрашенные грани? Сколько кубиков не окрашено?

97. Сколько кубиков использовано для построения башни (рис. 21)?

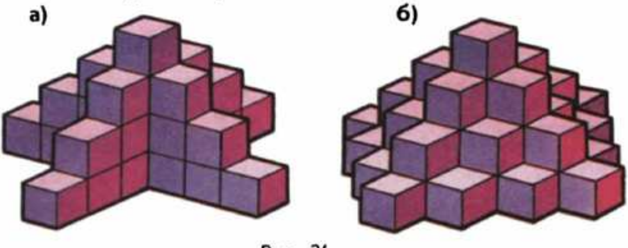


Рис. 21

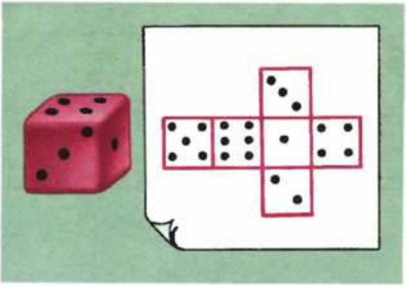


Рис. 22

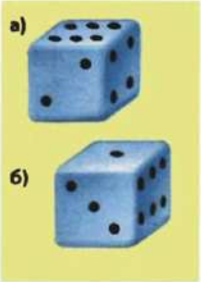


Рис. 23

98. На рисунке 22 изображены игральный кубик и его развертка. Какое число находится на:

а) нижней грани кубика;

б) боковой грани слева;

в) боковой грани сзади?

99. На рисунке 23 изображены два одинаковых игральных кубика. Какие числа изображены на их нижних гранях?

100. На рисунке 24 показаны игральный кубик и три развертки. Какие из них могут быть развертками именно этого кубика?

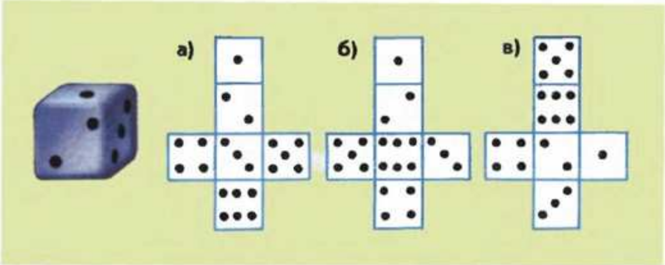


Рис. 24

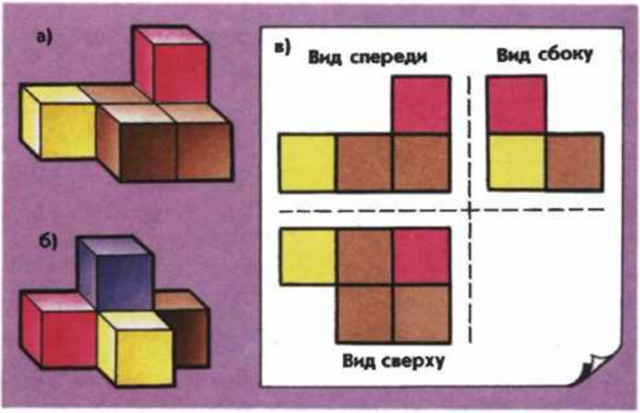


Рис. 25

101. На рисунке 25, а изображена фигура, сложенная из 6 кубиков. На рисунке 25, в показаны три вида этой фигуры: спереди, слева (сбоку) и сверху. Нарисуйте три вида (спереди, слева и сверху) для фигуры, изображенной на рисунке 25, б.

102. Нарисуйте как можно больше разверток куба.

103. Маша собралась клеить кубики, для чего она нарисовала различные заготовки (рис. 26). Старший

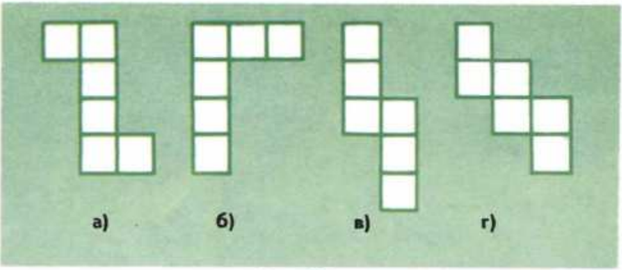


Рис. 26

Рис. 27

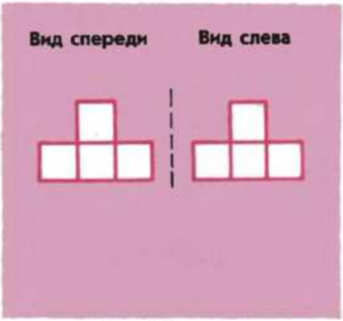


Рис. 28

брат посмотрел ее работу и сказал, что некоторые заготовки не являются развертками кубика. Из каких заготовок можно склеить кубики?

104. На рисунке 27 изображены три вида фигуры, сложенной из кубиков. Нарисуйте эту фигуру.

105 На рисунке 28 показаны вид спереди и вид слева фигуры, сложенной из кубиков. Из какого наибольшего (наименьшего) числа кубиков можно сложить эту фигуру?

106. Перерисуйте в тетрадь каркас куба (рис. 29). Обведите цветным карандашом или фломастером видимые ребра так, чтобы куб был виден:
а) сверху и справа; б) снизу и слева.

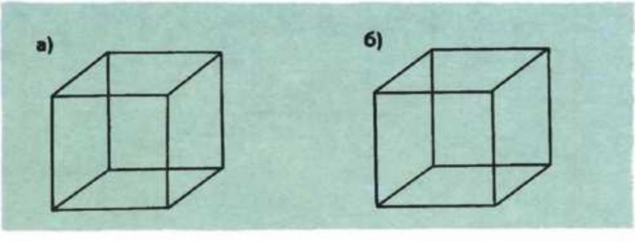


Рис. 29

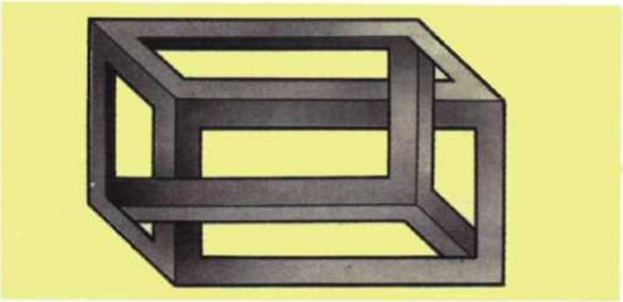


Рис. 30

107. В каких двух местах нужно исправить рисунок 30, чтобы он изображал каркас аквариума?

108. На рисунке 31 изображены несколько отрезков. Какой из них, по вашему мнению, самый короткий; какой самый длинный? Какие отрезки равны? Попробуйте, не пользуясь измерительными инструментами, расположить их в порядке возрастания. Проверьте себя с помощью циркуля.

109. На рисунке 32 изображены ломаные *AMB*, *ANB*, *AKB*. Какая из них самая короткая?

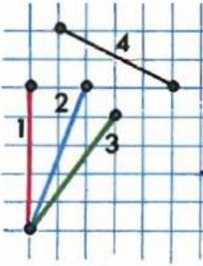


Рис. 31

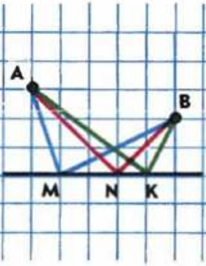


Рис. 32

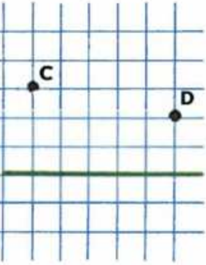


Рис. 33

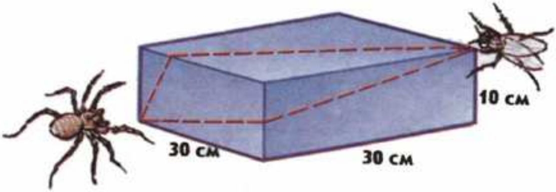


Рис. 34

110. На рисунке 33 изображены прямая и две точки C и D. Требуется построить самую короткую ломаную CFD так, чтобы точка F лежала на прямой.

111 В двух противоположных углах коробки сидят муха и паук (рис. 34). Паук может двигаться к мухе кратчайшим путем двумя способами: по двум боковым граням или сначала по боковой, потом по верхней грани. Какой из этих путей короче?

112. Веревка выложена на столе, как показано на рисунке 35. В каких случаях завяжется узел, а в каких нет, если потянуть за концы? Проверьте свой ответ на опыте.

Рис. 35

4 ПЕРЕЛИВАНИЯ

113. **Имеются два сосуда вместимостью 3 л и 5 л. Как с помощью этих сосудов налить из водопроводного крана 4 л воды?**

Начнем с конца. Как в результате можно получить 4 л? — Из 5-литрового сосуда отлить 1 л. Как это сделать? — Надо в 3-литровом сосуде иметь ровно 2 л. Как их получить? — Из 5-литрового сосуда отлить 3 л. Теперь запишем решение задачи в виде таблицы.

Ходы	1	2	3	4	5	6
5 л	5	2	2	—	5	4
3 л	—	3	—	2	2	3

Поиск решения можно было начать с действия $3+1$, что привело бы к решению, записанному в следующей таблице.

Ходы	1	2	3	4	5	6	7	8
5 л	—	3	3	5	—	1	1	4
3 л	3	—	3	1	1	—	3	—

Из чисел 3 и 5 можно составить выражения, имеющие значение 4:

$$5-3+5-3=4 \text{ и } 3+3-5+3=4.$$

Несложно убедиться, что полученные выражения соответствуют найденным выше решениям.

114. Имеются два сосуда вместимостью 8 л и 5 л. Как с помощью этих сосудов налить из водопроводного крана 7 л воды?

115. Как, имея лишь два сосуда 5 л и 7 л, налить из водопроводного крана 6 л воды?

116. Имеются два сосуда вместимостью 17 л и 5 л. Как с помощью этих сосудов налить из водопроводного крана 13 л воды?

117. а) Как с помощью 7-литрового ведра и 3-литровой банки налить в кастрюлю ровно 5 л воды?

б) Как, имея два ведра емкостью 4 л и 9 л, налить из водопроводного крана 6 л воды?

118. а) В первый сосуд входит 8 л, и он наполнен водой. Имеются еще 2 пустых сосуда емкостью 5 л и 3 л. Как с помощью этих сосудов отмерить ровно 1 л?

б) В первый сосуд входит 12 л, и он наполнен водой. Имеются еще 2 пустых сосуда емкостью 5 л и 8 л. Как разделить воду на две равные части?

119. Имеются два типа песочных часов. Одни отмеряют 7 мин, а другие — 11 мин. Как с их помощью отмерить 15 мин, необходимых, чтобы сварить вкрутую яйцо?

120 Имеется стакан кофе и стакан молока. Ложку молока перелили в кофе, полученную смесь тщательно перемешали. Ложку смеси перелили обратно в молоко. Чего больше: молока в кофе или кофе в молоке?

Если у вас нет идеи решения, то попробуйте решить задачу, считая для простоты, что в стаканах было по 100 г кофе и молока, а в ложке вмещается 10 г жидкости. Полученный ответ позволит сделать предположение для общего случая, только это предположение еще надо обосновать.

121 Решите предыдущую задачу, считая, что описанную процедуру переливания (с тщательным перемешиванием после каждого раза) выполнили: а) 2 раза; б) 3 раза.

5 ВЗВЕШИВАНИЯ

122. У хозяйки есть рычажные весы и гиря в 100 г. Как за 3 взвешивания она может отвесить 700 г крупы?

123. На одной чашке весов лежат 6 одинаковых яблок и 3 одинаковые груши, на другой чашке — 3 таких же яблока и 5 таких же груш. Весы находятся в равновесии. Что легче: яблоко или груша?

124. Докажите, что любой груз в целое число граммов, меньшее 7, можно взвесить, имея гирьки в 3 г и 5 г.

125. а) Какие 4 гири нужно взять, чтобы с их помощью можно было взвесить любой груз в целое число граммов от 1 до 15 при условии класть гири только на одну чашу весов?

б) Какие 4 гири нужно взять, чтобы с их помощью можно было взвесить любой груз в целое число граммов от 1 до 40? Гири разрешается класть на обе чаши весов.

126 Три одинаковых яблока тяжелее, чем четыре одинаковые груши. Что тяжелее: 4 яблока или 5 груш?

127. Груша и слива весят столько, сколько весят 2 яблока; 4 груши весят столько, сколько весят 5 яблок и 2 сливы. Что тяжелее: 7 яблок или 5 груш?

128 На плохо отрегулированных весах бабушка взвесила два пакета сахарного песку — получилось 500 г и 300 г. Когда же она взвесила на тех же весах оба пакета вместе, то получилось 900 г. Определите по этим данным вес каждого пакета.

Задачи 129—131 образуют цепочку, в которой предыдущая задача используется в решении следующей. Воспользуйтесь этим.

129. Из трех монет две настоящие и одна фальшивая — она легче остальных. Как за одно взвешивание на чашечных весах без гирь можно определить фальшивую монету?

На чашки весов надо положить по одной монете, а третью монету отложить в сторону. При взвешивании может получиться два результата — монеты на весах одинакового веса (рис. 36, а) и одна монета на весах тяжелее (рис. 36, б). Какая из монет фальшивая в случае а? в случае б?

130. Из девяти монет одна фальшивая — она легче остальных. Как за два взвешивания на чашечных

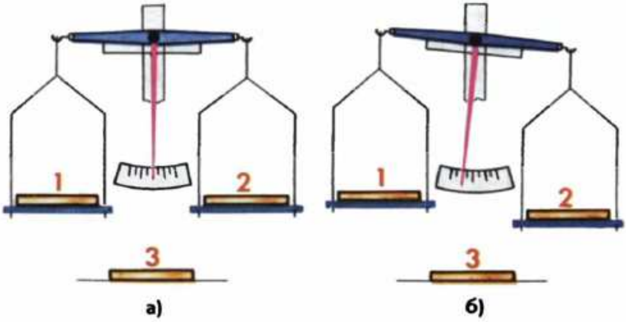


Рис. 36

весах без гирь можно определить фальшивую монету?

131 Из 27 монет одна фальшивая — она легче остальных. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно определить фальшивую монету?

Решите более сложные задачи — в них неизвестно, фальшивая монета легче или тяжелее настоящей.

132. Из 3 одинаковых с виду монет одна фальшивая, но неизвестно, она тяжелее или легче остальных. Как определить фальшивую монету, сделав не более двух взвешиваний на чашечных весах без гирь?

133 Из 15 одинаковых с виду монет одна фальшивая. Неизвестно, она тяжелее или легче остальных. Как узнать, фальшивая монета тяжелее или легче настоящих, сделав не более двух взвешиваний на чашечных весах без гирь?

134. **Имеется три мешка с монетами, в двух из них настоящие монеты весом 10 г каждая, а в одном фальшивые монеты весом 9 г каждая. Есть весы, показывающие общий вес положенных на них монет. Как с помощью одного взвешивания найти, в каком мешке фальшивые монеты, если из любого мешка можно брать любое число монет для взвешивания?**

Взвешивать одну монету из какого-либо мешка или две монеты из двух разных мешков не стоит, так как может понадобиться еще одно взвешивание (выясните, в каком случае). Взвешивать три монеты — по одной монете из каждого мешка — незачем, их вес известен:

$$10+10+9=29 \text{ (г)}.$$

Придумайте еще какой-нибудь способ взвешивания, чтобы решить задачу.

135 **Имеется 10 мешков с монетами, в девяти из них настоящие монеты весом 10 г каждая, а в одном фальшивые монеты весом 9 г каждая. Есть весы, показывающие общий вес положенных на них монет. Как с помощью одного взвешивания найти, в каком мешке фальшивые монеты?**

6 ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

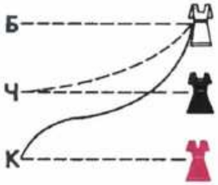
136. **Встретились три подруги Белова, Краснова и Чернова. На одной из них было черное платье, на другой — красное, на третьей — белое. Девочка в белом платье говорит Черновой: «Нам надо поменяться платьями, а то у всех троих цвет платьев не соответствует фамилиям». Кто в какое платье был одет?**

Рассмотрим два способа оформления решения таких задач.

С п о с о б 1. Из условия следует, что на Беловой не белое платье, на Черновой не черное, на Красновой не красное. Поставим минусы в соответствующие клетки таблицы:

Платье / Фамилия	Белое	Черное	Красное
Белова	—		
Чернова	—	—	
Краснова	+		—

По условию задачи девочка в белом платье не Чернова — поставим минус в соответствующей клетке. Теперь очевидно, что белое платье может быть только на Красновой,— поставим в соответствующую клетку плюс и т. д.



Способ 2. Эту задачу можно решить с помощью рисунка. Обозначим на рисунке фамилии девочек буквами Б, Ч, К, соединим пунктирной линией букву Б и белое платье, что будет означать: «Белова не в белом платье». Далее получим еще три пунктирные линии, соответствующие минусам в таблице. Белое платье может быть только на Красновой — букву К и белое платье соединим сплошной линией, что будет означать «Краснова в белом платье», и т. д.

137. В кафе встретились три друга: скульптор Белов, скрипач Чернов и художник Рыжов. «Замечательно, что у одного из нас белые, у другого черные, а у третьего рыжие волосы, но ни у кого цвет волос не соответствует фамилии»,— заметил черноволосый. «Ты прав»,— сказал Белов. Какой цвет волос у художника?

138. Коля, Боря, Вова и Юра заняли первые четыре места в соревновании. На вопрос, какие места они заняли, трое из них ответили:

1) Коля ни первое, ни четвертое;
2) Боря второе;
3) Вова не был последним.

Какое место занял каждый мальчик?

139 Ваня, Петя, Саша и Коля носят фамилии, начинающиеся на буквы В, П, С и К. Известно, что 1) Ваня и С. — отличники; 2) Петя и В. — троечники; 3) В. ростом выше П.; 4) Коля ростом ниже П.; 5) Саша и Петя имеют одинаковый рост. На какую букву начинается фамилия каждого мальчика?

Теперь рассмотрим несколько задач, в условии которых есть верные и неверные утверждения.

140. Три друга Коля, Олег и Петя играли во дворе, и один из них случайно разбил мячом оконное стекло. Коля сказал: «Это не я разбил стекло». Олег сказал: «Это Петя разбил стекло». Позднее выяснилось, что одно из этих утверждений верное, а другое — нет. Кто из мальчиков разбил стекло?

141. В лесу проводился кросс. Обсуждая его итоги, одна белка сказала: «Первое место занял заяц, а второй была лиса». Другая белка возразила: «Заяц занял второе место, а лось был первым». На что филин заметил, что в высказывании каждой белки одна часть верная, а другая — нет. Кто был первым и кто вторым в кроссе?

142. Четыре ученика — Витя, Петя, Юра и Сергей — заняли на математической олимпиаде четыре первых места. На вопрос, какие места они заняли, были даны ответы:

а) Петя — второе, Витя — третье;

б) Сергей — второе, Петя — первое;

в) Юра — второе, Витя — четвертое.

Указать, кто какое место занял, если в каждом ответе правильна лишь одна часть.

143 В одной коробке лежат два белых шара, в другой — два черных, в третьей — один белый и один черный. На каждой коробке имеется рисунок, но он неправильно указывает содержимое коробки (рис. 37). Из какой коробки, не глядя, надо вынуть шар, чтобы можно было определить содержимое каждой коробки?

144. Три мальчика, отправляясь на день рождения к своему другу, обсуждают вопрос о подарке. Вот часть их разговора.

П е т я. Давайте подарим ему книгу: он любит книги, и у него их не меньше 100.

В а с я. По-моему, у него их меньше 100.

К о л я. Не знаю, сколько у него книг, но хотя бы одна книга у него есть.

На дне рождения выяснилось, что из троих мальчиков был прав только один. Сколько книг было у именинника?

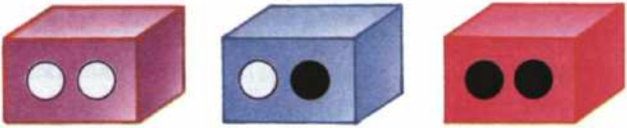


Рис. 37

145. В коробке лежат три пилотки — одна синяя и две красные. Учитель вызывает к доске двух учеников, которые становятся лицом к классу и закрывают глаза. Учитель надевает каждому на голову одну пилотку, а оставшуюся убирает в коробку. Ученики открывают глаза, и каждый видит пилотку товарища, но не видит своей. Может ли кто-нибудь из них верно определить цвет своей пилотки? Рассмотрите два случая:

а) надеты синяя и красная пилотки;

б) надеты две красные пилотки.

146 Поспорили три мудреца — кто из них самый мудрый. Пришли они к четвертому мудрецу с просьбой их рассудить. Подумал четвертый мудрец и предложил им такое испытание: «У меня есть пять колпаков — два белых и три черных. Мы зайдем в темную комнату, я надену на ваши головы по колпаку. Затем мы выйдем из этой комнаты, и, кто первый определит цвет своего колпака, тот самый мудрый из вас». Согласились мудрецы и сделали все, как договорились. Через некоторое время один из них воскликнул: «На мне черный колпак!» Как рассуждал самый мудрый из мудрецов?

147 На острове есть всего два города *A* и *B*. В городе *A* живут правдивые люди, а в городе *B* — лгуны. Путешественник встретил островитянина на дороге, соединяющей эти города. Он не знал, в какой стороне какой город и кем был островитянин — правдивым человеком или лгуном, но, задав всего один вопрос, сумел определить положение обоих городов. Какой вопрос мог задать путешественник?

7 ЗАДАЧИ-ШУТКИ

В этом разделе собраны задачи, правильное решение которых чаще всего не требует никаких дополнительных знаний,— внимательно читайте условие задачи и попробуйте миновать расставленные ловушки.

Решите для начала шесть задач из замечательной книги Рэймонда М. Смаллиана «Как же называется эта книга?» (Мир, 1981).

148. Поезд отправляется из Бостона в Нью-Йорк. Через час другой поезд отправляется из Нью-Йорка в Бостон. Оба поезда идут с одной и той же скоростью. Какой из них в момент встречи будет находиться на меньшем расстоянии от Бостона?

149. Крыша одного дома не симметрична: один скат ее составляет с горизонталью угол 60°, другой — угол 70°. Предположим, что петух откладывает яйцо на гребень крыши. В какую сторону упадет яйцо: в сторону более пологого или крутого ската?

150. У меня две монеты на общую сумму 15 копеек. Одна из них не пятак. Что это за монеты?

151. Что произойдет, если всесокрушающее пушечное ядро попадет в несокрушимый столб?

152. Человек разглядывает портрет. «Чей это портрет вы рассматриваете?» — спрашивают у него, и человек отвечает: «В семье я рос один, как перст, один. И все ж отец того, кто на портрете,— сын моего отца (вы не ослышались, все верно — сын!)». Чей портрет разглядывает человек?

153. Человек разглядывает портрет. «Чей это портрет вы рассматриваете?» — спрашивают у него, и человек отвечает: «В семье я рос один, как перст, один. И все же сын того, кто на портрете,— сын моего отца (вы не ослышались, все верно — сын!)». Чей портрет разглядывает человек?

154. Человек, стоявший в очереди перед вами, был выше человека, стоявшего после того человека, который стоял перед вами. Был ли человек, стоявший перед вами, выше вас?

Следующие задачи простые, но не спешите быстро дать ответ — он может оказаться неверным.

155. а) Тройка лошадей проскакала 90 км. Сколько километров проскакала каждая лошадь?

б) На прямолинейном участке пути каждое колесо двухколесного велосипеда проехало 5 км. Сколько километров проехал велосипед?

156. а) Сколько пальцев на двух руках? а на десяти руках?

б) Сколько концов у трех палок? у четырех с половиной палок?

157. Найдите: а) два в квадрате; б) три в квадрате; в) угол в квадрате.

158. Что легче: килограмм пуха или килограмм железа?

159. Старинные задачи. а) Что дороже: вагон, наполненный золотыми монетами по 5 рублей, или половина вагона, наполненная золотыми монетами по 10 рублей?

б) Один человек купил трех коз и заплатил 3 рубля. Спрашивается: по чему каждая коза пошла?

160. Старинная задача. Шел мужик в Москву и повстречал 7 богомолок; у каждой из них было по мешку, а в каждом мешке — по коту. Сколько существ направлялось в Москву?

161. Сколько месяцев в году содержат 30 дней?

162. Бюро прогнозов сообщило в 12 ч дня, что в Москве в ближайшую неделю сохранится безоблачная погода. Можно ли ожидать, что через 36 ч в Москве будет светить солнце?

163. Горело пять свечей, две погасли. Сколько свечей осталось?

164. Сколько бегемотов может увезти пятитонная машина, если вес одного бегемота 1500 кг? Сколько крокодилов может увезти та же машина, если вес одного крокодила 175 кг?

165. Назовите самое большое число.

166. Коля поспорил, что определит, какой будет счет в игре футбольных команд «Спартак» и «Динамо», перед началом матча, и выиграл спор. Какой был счет?

167. Баскетбольный матч команд школ № 45 и № 57 закончился со счетом 75 : 80, но ни один баскетболист не забросил ни одного мяча. Как это могло быть?

168. Почему парикмахер в Женеве охотнее подстрижет двух французов, чем одного немца?

169. Три черепахи участвовали в кроссе. Первая сказала: «Я пришла к финишу раньше второй». Вторая сказала: «Я пришла к финишу раньше третьей». Третья сказала: «Я пришла к финишу раньше первой». Как вы это можете объяснить?

170. Один господин писал о себе: «...пальцев у меня двадцать пять на одной руке, столько же на другой, да на ногах десять...» Почему он такой урод?

171. По дереву ползет гусеница. За день она поднимается на 6 м, а ночью опускается на 4 м. За сколько дней она доползет до вершины, если высота дерева 14 м?

172. Два отца и два сына, дед и внук разделили три яблока так, что каждому досталось по целому яблоку. Может ли так быть?

173. В корзине лежат три яблока. Можно ли эти яблоки поделить поровну между тремя братьями так, чтобы в корзине осталось одно яблоко? Резать яблоки не разрешается.

8 В ХУДШЕМ СЛУЧАЕ

Довольно часто в задачах, где требуется доказать какое-либо утверждение, можно рассмотреть самый неудобный, худший случай, в котором утверждение кажется наиболее «подозрительным». Если мы докажем утверждение в этом худшем случае, то тем более оно будет верно и в остальных случаях. Поэтому главное, что здесь нужно,— правильно определить этот худший случай. Рассмотрим решения нескольких задач — остальные задачи решите самостоятельно.

174. В непрозрачном мешке лежат 5 белых и 2 черных шара.

а) Какое наименьшее число шаров надо вытащить из мешка, чтобы среди них обязательно оказался хотя бы один белый шар?

Какой случай здесь самый худший? Очевидно, тот, когда мы будем вытаскивать все время только черные шары. В этом случае, даже вытащив 2 шара, мы не вытащим белого шара. Но если мы вытащим 3 шара, то тогда уж точно из трех шаров по крайней мере один шар будет белым.

Дополнительный вопрос: какое наименьшее число шаров надо вытащить из мешка, чтобы среди них обязательно оказался хотя бы один черный шар?

б) Сколько шаров надо вытащить, чтобы среди них обязательно оказался хотя бы один белый и хотя бы один черный?

Худшим здесь будет случай, когда мы сначала будем вытаскивать одни белые шары и только потом попадется один черный шар. Поэтому потребуется вытащить $5+1=6$ шаров. Отметьте, что случай, когда сначала попадаются одни черные шары, «лучше», поскольку уже третий шар окажется белым. Выбор «худшего» случая зависит от того, каких шаров больше — белых или черных.

в) Какое наименьшее число шаров надо вытащить, чтобы среди них наверняка оказались 3 белых и 1 черный шар?

В худшем случае мы сначала вытащим все белые шары, и затем лишь пойдут черные. Тогда придется вытащить $5+1=6$ шаров. (Убедитесь, что в случае, когда сначала идут черные, а потом белые шары, число вытаскиваемых шаров будет меньше.)

г) Сколько шаров надо вытащить, чтобы среди них оказались 2 шара одного цвета?

Худший случай — когда сначала идут шары разных цветов. Это возможно, если мы вытащим 2 шара. А если мы вытащим третий, то уже будем иметь 2 шара одного цвета.

175. На карточках написаны двузначные числа. Сколько карточек нужно взять не глядя, чтобы по крайней мере одно из чисел делилось:
а) на 2; б) на 7; в)* на 2 или на 7?

а) В худшем случае, «вытаскивая из мешка» числа от 10 до 99, мы сначала будем иметь только нечетные числа — их 45, и поэтому 46-е число обязательно будет четным.

б) Среди 90 чисел от 10 до 99 имеется всего 13 чисел, делящихся на 7 (убедитесь в этом). То есть в худшем случае мы вытащим сначала $90-13=77$ чисел, не делящихся на 7, но 78-е число уже точно будет делиться на 7.

в) Среди 90 чисел от 10 до 99 имеется 13 чисел, делящихся на 7, и 45 чисел, которые делятся на 2, а также 7 чисел, делящихся и на 2, и на 7. Поэтому чисел, делящихся или на 2, или на 7, будет $45+13-7=51$. Следовательно, среди 90 чисел от 10 до 99 не делятся ни на 2, ни на 7 оставшиеся $90-51=39$ чисел. Надо взять $39+1=40$ чисел.

176. В ящике комода, который стоит в темной комнате, лежат 10 коричневых и 10 красных носков одного размера. Сколько носков нужно взять из ящика комода, чтобы среди них оказалась пара носков одного цвета?

177. В коробке лежат 100 шаров трех цветов — синего, зеленого и белого. Сколько шаров надо вынуть из коробки не глядя, чтобы среди них оказалось 30 шаров одного цвета?

178. В коробке, которая стоит в темной комнате, лежат 10 пар коричневых и 10 пар черных перчаток одного размера. Сколько перчаток нужно взять из коробки, чтобы среди них оказалась пара перчаток одного цвета?

179. а) Есть 3 ключа от трех дверей с разными замками. Достаточно ли трех проб, чтобы подобрать ключи к дверям?

б) Имеются 5 ключей от пяти комнат с разными замками. Сколько потребуется проб в худшем случае, чтобы подобрать ключи к комнатам?

180. Иван-царевич добыл ключи от нескольких комнат в подземелье, но не знал, какой ключ от какой комнаты. Сколько комнат в подземелье, если в худшем случае ему достаточно 21 пробы, чтобы выяснить, какой ключ от какой комнаты?

Принцип Дирихле

Если 101 кролика рассадить в 100 клеток, то по крайней мере в одной клетке будет 2 кролика. Понятно почему: в худшем случае, если бы в каждой клетке сидело не больше одного кролика, в 100 клетках их было бы не больше 100.

А если бы было 35 клеток и 743 кролика, то что можно было бы утверждать? $743:35=21$ (ост. 8). Значит, в худшем случае, если бы в каждой клетке сидело по 21 кролику, еще 8 кроликов резвилось бы на свободе. Следовательно, если рассадить в клетки всех кроликов, то по крайней мере в одной клетке будет сидеть не меньше 22 кроликов. Эти подсчеты с кроликами и клетками в действительности связаны с важным математическим утверждением — так называемым принципом Дирихле, точная формулировка которого, конечно, другая.

181. В школе 20 классов. В ближайшем доме живет 23 ученика этой школы. Можно ли утверждать, что среди них обязательно найдутся хотя бы два одноклассника?

182. В школе учится 370 человек. Докажите, что среди всех учащихся найдутся два человека, празднующие свой день рождения в один и тот же день.

183. Коля подсчитал, что за день в завтрак, обед и ужин он съел 10 конфет. Докажите, что хотя бы один раз он съел не меньше четырех конфет.

184. В классе 37 человек. Докажите, что среди них найдутся 4 человека, родившиеся в один и тот же месяц.

185. В коллекции имеется 25 монет по 1, 2, 3, 5 копеек. Имеется ли среди них 7 монет одинакового достоинства?

186. Пять мальчиков собрали вместе 14 грибов, каждый нашел хотя бы один гриб. Докажите, что хотя бы два мальчика нашли одинаковое число грибов.

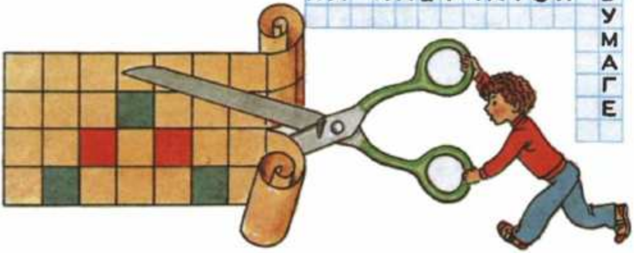
187. Учительница объявила результаты диктанта. Больше всех ошибок было у Пети — 13. Докажите, что среди 28 учащихся, допустивших ошибки, найдутся 3 человека с одинаковым числом ошибок.

188. В первенстве по футболу участвует 18 команд. Первенство разыгрывается в один круг, любые две команды встречаются только один раз. Известно, что каждая команда сыграла какое-то число игр. Докажите, что найдутся две команды, сыгравшие одинаковое число игр.

189. В городе живет 200 тыс. жителей. Докажите, что в городе найдутся хотя бы 2 человека с одинаковым числом волос на голове. Считайте, что у человека на голове не больше 150 тыс. волос.

190 В классе 25 учащихся. Из них 20 занимаются английским языком, 17 увлекаются плаванием, 14 посещают математический кружок. Докажите, что в классе найдется хотя бы один ученик, который занимается английским языком, увлекается плаванием и посещает математический кружок.

9 ГЕОМЕТРИЯ НА КЛЕТЧАТОЙ БУМАГЕ



Рисование фигур на клетчатой бумаге

191. Перерисуйте в тетрадь по клеткам орнаменты, изображенные на рисунке 38.

192. Перерисуйте в тетрадь по клеткам геометрические тела, изображенные на рисунке 39.

Клетчатая бумага дает представление о том, как можно замостить плоскость равными квадратами. На рисунке 40 показаны способы, которыми укладывают кафельную плитку на пол или на стены.

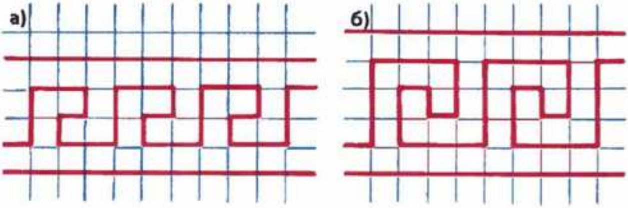


Рис. 38

193. Плоскость можно замостить равными прямоугольниками. На рисунке 41 показаны два способа покрытия пола паркетом из равных прямоугольников. Придумайте два своих паркета из равных прямоугольников.

194. На рисунке 42 показано, как можно замостить плоскость паркетом из равных пятиугольников. Придумайте паркет из: а) равных шестиугольников; б) равных семиугольников.

195. Можно ли замостить плоскость фигурами, показанными на рисунке 43?

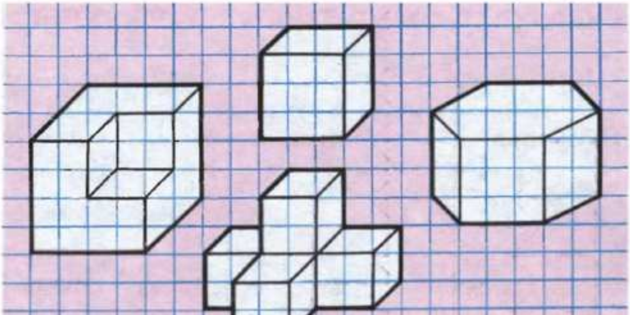


Рис. 39

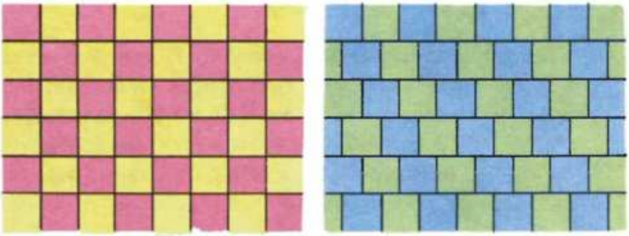


Рис. 40

Рис. 41

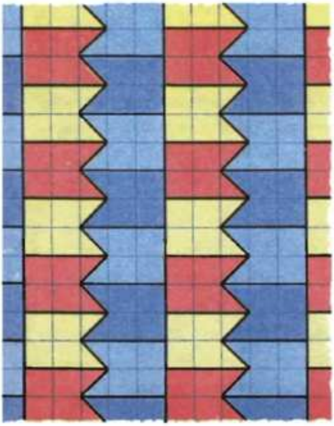


Рис. 42

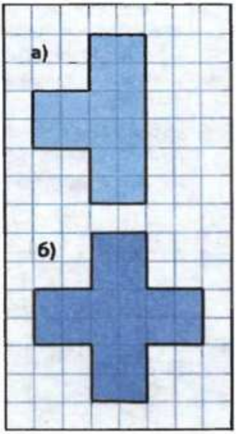


Рис. 43

Разрезание фигур на равные части

196. Квадрат содержит 16 клеток. Разделите квадрат на 2 равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток. (Способы разрезания считаются различными, если части квадрата, полученные при одном способе разрезания, не равны частям, полученным при другом способе.)

Найти несколько решений этой задачи не так уж сложно. На рисунке 44 показаны некоторые из них. Правда, различных решений среди них только три — решения б) и в) одинаковые, так как полученные в них фигуры можно совместить при наложении.

Заметим, что ломаная, делящая квадрат на две равные части, симметрична относительно центра квадрата. Это наблюдение позволяет шаг за шагом рисовать ломаную с двух концов. Например, если начало ломаной в точке *А*, то конец в точке *В* (рис. 45).

Убедитесь, что начало и конец ломаной можно нарисовать только двумя различными способами, показанными на рисунке 45. Любую ломаную, делящую квадрат на две равные части в соответствии с условием задачи, можно повернуть так, что ее начало и конец попадут в указанные точки *А* и *В*.

Чтобы не потерять какое-либо решение, можно придерживаться такого правила. Если следующее звено ломаной можно нарисовать двумя способами (например, на рисунке 45, а), то сначала нужно заготовить второй

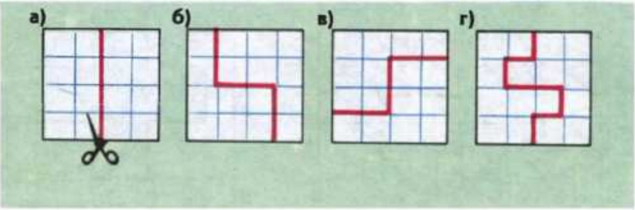


Рис. 44

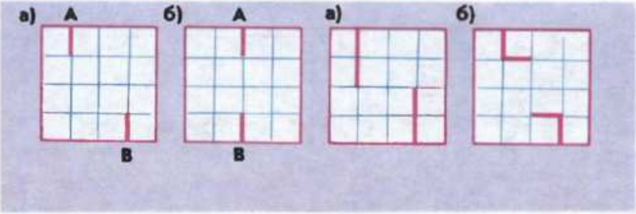


Рис. 45 Рис. 46

такой же рисунок и выполнить этот шаг на одном рисунке первым, а на втором рисунке — вторым способом (на рисунке 46 показаны два продолжения для рисунка 45, а). Аналогично нужно поступать, когда способов не два, а три.

Указанный порядок действий позволяет найти все решения многих задач из данного раздела.

197. Закончите рисование ломаной, делящей квадрат на две равные части (см. рис. 45). Сколько всего решений имеет задача 196?

198. Прямоугольник содержит 12 клеток (рис. 47). Найдите пять способов разрезания прямоугольника на две равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток. (По-прежнему способы разрезания считаются различными, если части прямоугольника, получаемые при одном способе разрезания, не равны частям, полученным при другом способе.)

199. Прямоугольник 3×5 разграфлен на 15 одинаковых квадратов, и центральный квадрат удален (рис. 48). Найдите пять способов разрезания оставшейся фигуры на две равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам квадратов.

200. Квадрат 6×6 разграфлен на 36 одинаковых квадратов. Найдите шесть способов разрезания квадрата на две равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам квадратов.

Рис. 47

Рис. 48

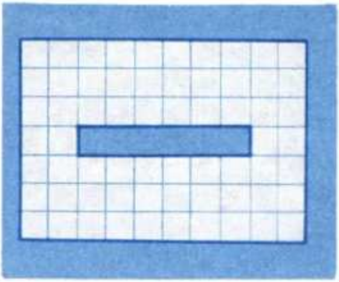


Рис. 49

201. Задание 200 имеет более 200 решений. Найдите 20 из них.

202. Можно ли квадрат 5×5 разрезать на две равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам квадратов? Ответ обоснуйте.

203. Прямоугольник 4×9 разрежьте на две части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.

204. Из прямоугольника 10×7 вырезали прямоугольник 1×6 (рис. 49). Разрежьте полученную фигуру на две части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.

205. Разделите квадрат 4×4 на четыре равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам квадратов. Сколько различных способов разрезания вы найдете?

206. а) Разделите фигуру (рис. 50, а) на три равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам квадратов.

б) Разделите фигуру (рис. 50, б) на четыре равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам квадратов.

а) б)

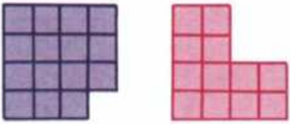


Рис. 50

Рис. 51

207. Разделите фигуру (рис. 51) на четыре равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам квадратов. Найдите как можно больше решений, зарисуйте их в тетрадь.

Игры с пентамино

Фигуры домино, тримино, тетрамино, пентамино составляют из двух, трех, четырех, пяти квадратов так, чтобы любой квадрат имел общую сторону хотя бы с одним квадратом. Из двух одинаковых квадратов можно составить только одну фигуру **домино** *(рис. 52).*

Фигуры **тримино** *можно получить из единственной фигуры домино, приставляя к ней различными способами еще один квадрат. Получится только две фигуры тримино (рис. 53).*

Рис. 52

Рис. 53

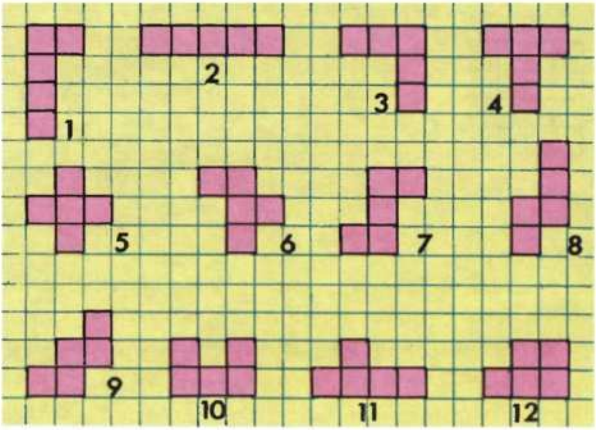


Рис. 54

208. Вырежьте из плотной бумаги или картона две фигуры тримино. Составьте из них как можно больше различных фигур так, чтобы любой из шести квадратов полученной фигуры имел общую сторону хотя бы с одним из остальных квадратов. Зарисуйте полученные фигуры в тетрадь. Сколько их получилось?

209. Составьте все возможные фигуры тетрамино (от греческого слова «тетра» — четыре). Зарисуйте полученные фигуры в тетрадь. Столько их получилось?

210. На рисунке 54 изображены фигуры пентамино (от греческого слова «пенте» — пять). Вырежьте из плотной бумаги или картона все 12 фигур (сторона каждого квадрата 1 см). Убедитесь, что составить 13-ю фигуру пентамино невозможно.

211. На рисунке 55 показаны все возможные положения фигуры 3 пентамино на клетчатой бумаге.

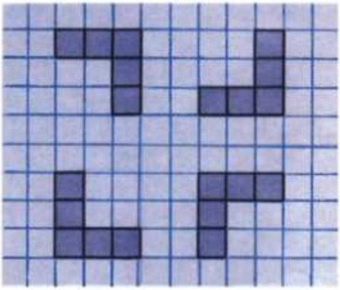


Рис. 55

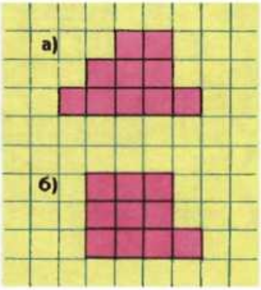


Рис. 56

Изобразите различными способами на клетчатой бумаге: а) фигуру 2; б) фигуру 4; в) фигуру 1.

212. Из двух различных фигур пентамино составьте фигуры, изображенные на рисунке 56. Сколько решений имеет задача в каждом случае?

На рисунке 57 показано, как одну и ту же фигуру можно сложить из фигур 1 и 11 — они меняются местами, но при этом не изменяется их взаимное расположение. Будем считать, что здесь (и в аналогичных случаях) изображено одно и то же решение. Убедитесь, что фигуру, изображенную на рисунке 58, можно сложить из двух фигур пентамино единственным способом.

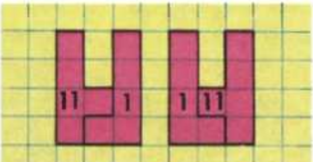


Рис. 57

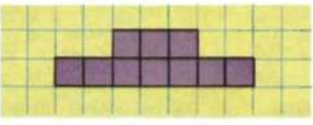


Рис. 58

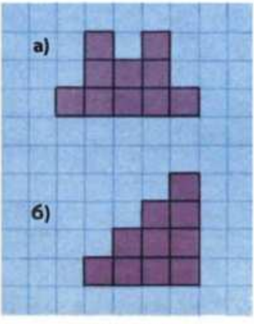


Рис. 59

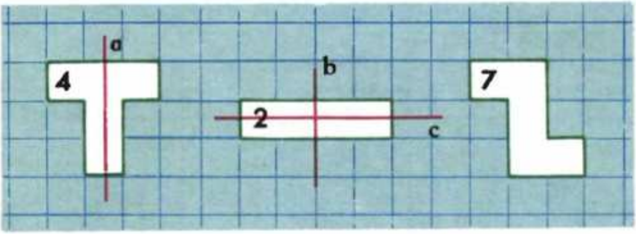


Рис. 60

213. Составьте фигуры, изображенные на рисунке 59, из двух различных фигур пентамино. Сколько различных решений имеет задача в каждом случае?

214. Сколько осей симметрии имеет каждая фигура пентамино?

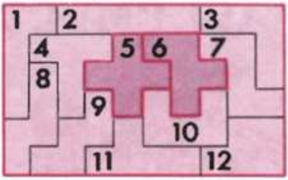
215. Из трех различных фигур пентамино сложите прямоугольник 3×5. Сколько различных решений у вас получится?

Фигура 4 пентамино обладает следующим свойством. Если ее вырезать из бумаги и перегнуть по прямой a (рис. 60), то одна часть фигуры совпадет с другой. Говорят, что эта фигура симметрична относительно прямой a — оси симметрии. У фигуры 2 тоже есть ось симметрии, даже две — это прямые b и c; а у фигуры 7 осей симметрии нет.

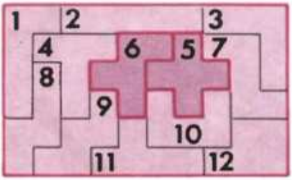
216. Двенадцатью различными фигурами пентамино нужно замостить прямоугольник 6×10. Найдите несколько решений.

Эта задача имеет более 2 тысяч решений. На рисунке 61 показаны 3 из них. Как видно из рисунка, 2-е решение можно получить из 1-го перестановкой фигур 5 и 6. Это возможно, так как они образуют фигуру, симметричную относительно прямой b; 3-е решение можно получить из 1-го перестановкой фигур 9, 10 и 11.

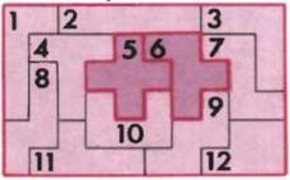
1 решение



2 решение



3 решение



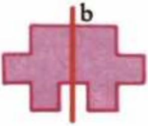


Рис. 61

217 Развертка куба состоит из шести квадратов — ее можно получить, прикладывая шестой квадрат к какому-либо квадрату фигуры пентамино. Например, из фигуры 1 можно получить только 4 различные развертки куба (рис. 62).

а) Из каких фигур пентамино нельзя получить развертку куба описанным способом?

б) Определите точное число различных разверток куба.

218. Плоскость можно замостить любыми одинаковыми фигурами пентамино. Как это сделать с помощью фигуры 5, показано на рисунке 86. Покажите, как это можно сделать с помощью других фигур пентамино.

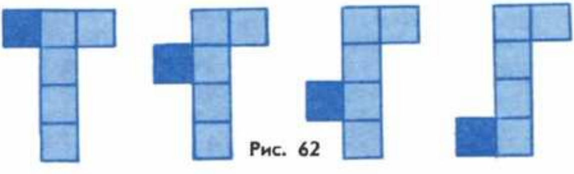


Рис. 62

10 СМЕСЬ

В последнем разделе книги помещены задачи, по разным причинам не вошедшие в предыдущие разделы. Многие из предложенных задач образуют цепочки, в которых метод решения предыдущей задачи может оказаться полезным для решения последующей.

219. На рисунке 63 показаны три спички. Как удалить среднюю спичку из середины, не трогая ее?

220. а) Спичечный рак ползет вверх (рис. 64). Переложите три спички так, чтобы он полз вниз.
б) Из спичек построен дом (рис. 65). Переложите две спички так, чтобы дом повернулся другой стороной.

221. Этот греческий храм (рис. 66) построен из одиннадцати спичек. Требуется переложить четыре

Рис. 63

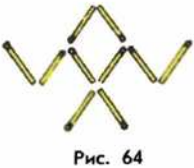


Рис. 64

Рис. 65

Рис. 66

Рис. 67

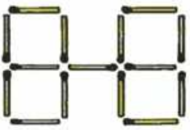


Рис. 68

спички так, чтобы получилось пятнадцать квадратов.

222. Спички расположены, как показано на рисунке 67. Переложите пять спичек так, чтобы получилось три квадрата.

223. Построена фигура, показанная на рисунке 68. Переложите две спички так, чтобы получилось пять равных квадратов.

224. а) Как разделить 7 яблок поровну на 12 человек, чтобы не резать яблоко более чем на 5 частей? б) Разделите 11 апельсинов поровну между 12 лицами при условии резать каждый апельсин меньше чем на 12 частей.

225. Веревку разрезали на части. При этом сделали 6 разрезов. Сколько частей получилось?

226. Вдоль дороги от дома до школы посажено 20 деревьев. Расстояние между двумя соседними деревьями 2 м. Миша вычислил расстояние от школы до дома следующим образом:

$$20 \cdot 2 = 40 \text{ (м)}.$$

Верно ли это решение? Если нет, то решите задачу правильно.

227. Имеются бревна по 4 м и 5 м. Сколько бревен каждого вида надо распилить, чтобы получить 42 бревна по 1 м и сделать наименьшее число распилов?

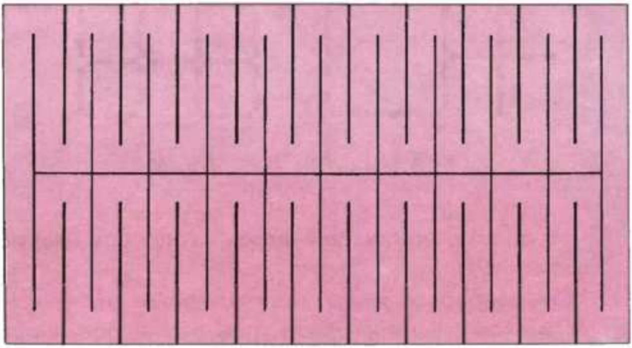


Рис. 69

228. Требуется распилить бревно на 6 частей. Каждый распил занимает 2 мин. Сколько времени потребуется на эту работу?

229. Лифт поднимается с первого этажа на третий за 6 с. За сколько секунд он поднимется с первого этажа на пятый?

230. Нина живет на четвертом этаже, а Таня — на втором. Нина поднимается на 60 ступенек. На сколько ступенек поднимается Таня?

231. Сколькими способами можно уплатить без сдачи 28 копеек, имея монеты 1- и 5-копеечного достоинства?

232. Сколькими способами можно разменять 50 копеек монетами в 1, 5 и 10 копеек?

233. Вася показал такой фокус: с помощью ножниц он «прошел» через обыкновенный тетрадный лист. Для этого он разрезал лист по линиям, показанным на рисунке 69. Покажите этот фокус своим домашним. Придумайте другой способ разрезания листа.

234. Алеша, Боря, Вася и Гена — лучшие математики класса. На школьную олимпиаду нужно выставить команду из трех человек. Сколькими способами это можно сделать?

235. Сколько всего трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3 при условии, что цифры в записи числа повторяться не будут?

236. Алеша предложил Боре такую игру: «Мы бросаем два кубика. Если выпадающие очки оба четные — я выигрываю очко. Если они в сумме дают 7 — ты выигрываешь очко». Кто из ребят выиграет при достаточно долгой игре?

237. Восемь подружек решили обменяться фотографиями так, чтобы у каждой из них оказались фотографии остальных подруг. Сколько фотографий для этого потребуется?

238. Десять человек обменялись рукопожатиями. Сколько всего было рукопожатий?

239. Восемь приятелей решили провести турнир по шахматам так, чтобы каждый сыграл с каждым по одной партии. Сколько будет сыграно партий?

240. а) В нашем классе 33 человека и каждый дружит ровно с пятью одноклассниками. Может ли такое быть?

б) Имеется 17 телефонов. Можно ли их соединить попарно так, чтобы каждый был соединен ровно с семью телефонами?

241. В нашем классе каждый мальчик дружит с тремя девочками, а каждая девочка — ровно с четырьмя мальчиками. Кого у нас больше: девочек или мальчиков?

242. Гриша пошел с папой в тир. Уговор был такой: Гриша делает 5 выстрелов и за каждое попадание в цель получает право сделать еще 2 выстрела.

Гриша сделал 17 выстрелов. Сколько раз он попал в цель?

243. После того как сделали 72 распила, получилось 87 поленьев. Сколько бревен было первоначально?

244. Сто команд соревнуются по олимпийской системе — ничьих нет, проигравший выбывает. Сколько потребуется провести игр, чтобы выявить победителя?

245. Шоколадка состоит из 24 (6×4) долек. Сколько разломов потребуется сделать, чтобы разделить ее на 24 части? Накладывать части друг на друга не разрешается.

246. Поезд из Москвы во Владивосток идет 7 суток. Каждый день из этих городов выезжает по одному поезду. Сколько поездов, вышедших из Владивостока, встретит поезд, вышедший из Москвы?

247. Имеется 3 штырька, на один из которых насажены 3 кольца (рис. 70). За сколько ходов можно перенести пирамиду из этих трех колец на другой штырек, если за один ход разрешается переносить только одно кольцо, при этом нельзя большее кольцо класть на меньшее?

248. Решите задачу 247: а) для 4 колец; б) для 5 колец.

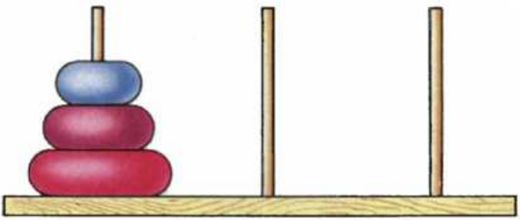


Рис. 70

249. На столе лежат карандаши. Двое играющих берут по очереди один, два или три карандаша. Проигрывает тот, кто вынужден будет взять последний карандаш.

а) Как должен играть начинающий игру, чтобы выиграть, если на столе 8 карандашей?

б) Сможет ли первый выиграть при правильной игре второго, если на столе 9 карандашей?

в) Сможет ли первый выиграть при правильной игре второго, если на столе 10 карандашей?

г) Как должен играть начинающий, чтобы выиграть, если на столе лежат 15 карандашей?

250. Саша заметил, что когда он ехал в школу на автобусе, а возвращался на троллейбусе, то на весь путь было затрачено 35 мин. Когда же он туда и обратно ехал на автобусе, затратил 40 мин. Сколько времени потратит Саша на путь в школу и обратно, если будет ехать на троллейбусе?

251. Два охотника отправились одновременно навстречу друг другу из двух деревень, расстояние между которыми 18 км. Первый шел со скоростью 5 км/ч, а второй — 4 км/ч. Первый охотник взял

с собой собаку, которая бежала со скоростью 8 км/ч. Собака сразу же побежала навстречу второму охотнику, встретила его, повернула и с той же скоростью побежала навстречу своему хозяину. Встретила его, повернула и побежала навстречу второму охотнику и т. д. Так она бегала от одного охотника к другому, пока те не встретились. Сколько километров пробежала собака?

252. Старинная задача. Работали два крестьянина в поле и решили позавтракать. У первого было два хлеба, а у второго — один. В это время подошел к ним третий крестьянин и попросил поделиться с ним. Ему дали один хлеб, и, таким образом, каждый съел по хлебу. За свою долю крестьянин дал им 6 копеек и, поблагодарив, ушел. Как поделить оставшимся эти деньги?

253. Три соседки готовили обед на общей плите в коммунальной квартире. Первая принесла 5 поленьев дров, вторая — 4 полена, а у третьей дров не было — она угостила своих соседок, дав им 9 яблок. Как соседки должны разделить яблоки по справедливости?

254. Требуется построить ломаную из четырех звеньев, проходящую через все девять точек (рис. 71). Возможно ли это?

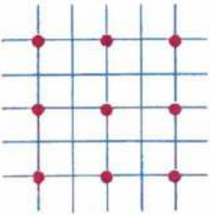


Рис. 71

255. 36 деревьев посажены квадратом 6×6. Какое наибольшее число деревьев можно спилить так, чтобы, стоя на любом пеньке, не видеть любой другой пенек?

Если пешеход шел 3 ч со скоростью 5 км/ч и 2 ч со скоростью 4 км/ч, то он прошел $5 \cdot 3 + 4 \cdot 2 = 23$ (км). С какой постоянной скоростью пешеход прошел бы тот же путь за то же самое время? Очевидно, со скоростью $23 : (3+2) = 4{,}6$ (км/ч). Такую скорость называют **средней скоростью** *движения.*

256. Найдите среднюю скорость движения пешехода, если он шел 2 ч со скоростью 5 км/ч и 3 ч со скоростью 4 км/ч.

257 Велосипедист ехал со скоростью 15 км/ч, а потом точно такое же время — со скоростью 10 км/ч. Какова средняя скорость движения велосипедиста?

Решение. Пусть велосипедист ехал оба раза по x часов — всего $2x$ часов. За это время он проехал $15x + 10x = 25x$ (км). Вычислим среднюю скорость:

$$25x : 2x = 12{,}5 \text{ (км/ч)}.$$

258 Велосипедист проехал расстояние от села до города со скоростью 15 км/ч, а возвращался со скоростью 10 км/ч. Какова средняя скорость движения велосипедиста?

259. Летела стая уток. Одна впереди, две позади; одна позади и две впереди; одна между двумя и три в ряд. Сколько летело уток?

260. Можно ли в прямоугольной комнате расставить 8 стульев так, чтобы вдоль каждой стены стояло по 3 стула?

261. Приехав вечером в город, Ходжа Насреддин постучал в ворота первого дома и попросил хозяина пустить его переночевать. Денег у Насреддина не было, но была золотая цепочка из шести звеньев. Хозяин согласился приютить путника на шесть дней с такими условиями:

1) за один день Насреддин платит одним звеном цепочки;

2) расплачиваться он должен ежедневно;

3) хозяин соглашался принять не более одного распиленного звена.

Смог ли Ходжа Насреддин расплатиться с хозяином?

262. Можно ли разрезать шахматную доску без двух противоположных угловых клеток (рис. 72) на прямоугольники, содержащие по 2 клетки?

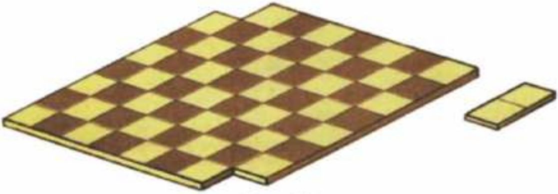


Рис. 72

263 Саша составил задачу для младшего брата: из пяти различных фигур тетрамино требуется сложить прямоугольник 4×5 (рис. 73). Да вот беда! Саша сам никак не может решить свою задачу. Можно ли осуществить требуемое? Если да, то покажите как; если нет, то объясните почему.

264 Можно ли из прямоугольных параллелепипедов $1\times1\times2$ сложить куб $3\times3\times3$, из которого вынут реберный кубик (рис. 74)?

265. Нужно поджарить три кусочка хлеба на сковородке, вмещающей только два таких кусочка. На поджаривание каждой стороны кусочка уходит 2 мин. Можно ли поджарить хлеб меньше чем за 8 мин? Если да, то как это сделать?

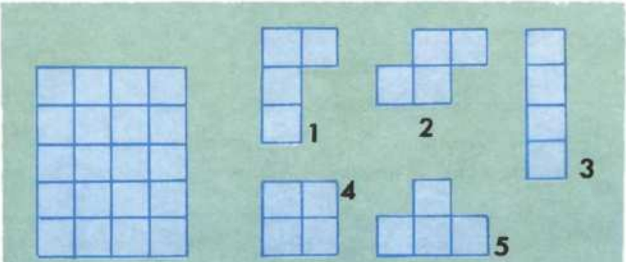


Рис. 73

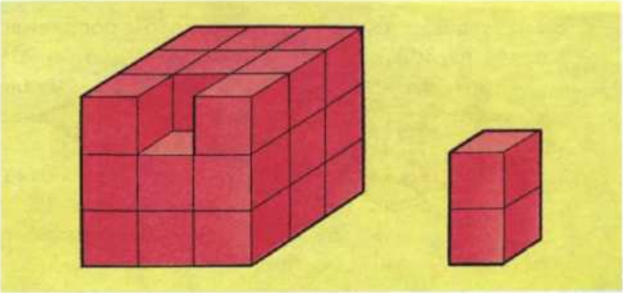


Рис. 74

266. Число увеличили на 10%, потом еще на 10%. На сколько процентов увеличили число за два раза?

Только не торопитесь отвечать «на 20%» — здесь проценты считаются от разных количеств, поэтому их нельзя складывать.

Пусть число было равно m. Сначала его увеличили на 10%, т. е. на $0{,}10m$. Получили:

$$m+0{,}10m=1{,}10m.$$

(Заметьте, увеличить число на 10% можно, умножив его на 1,10; аналогично увеличить число на 13% можно, умножив его на 1,13; уменьшить число на 17% можно, умножив его на 0,83.)

Теперь полученное число увеличим на 10%, умножив его на 1,10:

$$1{,}10\cdot(1{,}10m)=1{,}21m.$$

Последний результат на 21% больше данного числа.

267 Число уменьшили на 10%, потом еще на 10%. На сколько процентов уменьшили число за два раза?

268 Число увеличили на 10%, потом уменьшили на 10%. Увеличилось или уменьшилось число за два раза? На сколько процентов?

269 Женя за весну похудел на 20%, потом поправился за лето на 30%, за осень опять похудел на 20% и за зиму прибавил в весе на 10%. Остался ли за этот год его вес прежним? Уменьшился или увеличился?

270. Вася прочитал в газете, что за последние месяцы цены на продукты питания росли в среднем на 10% в месяц. На сколько процентов возросли цены за три месяца?

271. В автоинспекции города N подсчитали, что число легковых автомобилей увеличивалось в последние годы на 15% ежегодно. Во сколько раз увеличилось число автомобилей за последние 5 лет?

272. Деньги, вложенные в акции знаменитой фирмы, приносят ежемесячно 20% дохода. За сколько месяцев вложенная сумма удвоится?

273. Хранили 20 кг крыжовника, ягоды которого содержат 99% воды. Содержание воды в ягодах уменьшилось до 98%. Сколько крыжовника получилось в результате?

На первый взгляд кажется, что масса ягод мало изменилась, но это только на первый взгляд! Масса «сухого вещества» в ягодах составляла:

$$100-99=1\ (\%),\ \text{или}\ 20\cdot 0{,}01=0{,}2\ (\text{кг}).$$

После сушки она составляет:

$$100-98=2\ (\%).$$

То есть те же самые 0,2 кг составляют 2% от новой массы ягод.

Найдем новую массу: $0{,}2:0{,}02=10$ (кг).

После сушки масса ягод уменьшилась в два раза!

274 Некий леспромхоз решил вырубить сосновый лес, но экологи запротестовали. Тогда директор леспромхоза всех успокоил, сказав: «В нашем лесу 99% сосны. После рубки сосна будет составлять 98% всех деревьев». Какую часть леса может вырубить леспромхоз?

275. Крестьянин должен перевезти через реку волка, козу и капусту. Лодка так мала, что в ней, кроме крестьянина, может поместиться только один волк, или только одна коза, или только капуста. Как ему поступить, чтобы во время этой переправы волк не съел козу, а коза не съела капусту? Считается, что в присутствии крестьянина волк не ест козу, а коза не ест капусту.

276. Отряд солдат должен переправиться с одного берега реки на другой, пользуясь услугами двух мальчиков и лодкой, в которой могут поместиться или два мальчика, или один солдат. Как это сделать?

1. Числа

2. б) $55+55=110$; в) $555+5=560$.

3. а) $66+66+66+66=264$.

4. $(8888-888):8$ или $(8\cdot8+8\cdot8)\cdot8-8-8-8$.

5. а) $(7\cdot7\cdot7+7)\cdot(7+7):7$; есть и другие решения; г) $4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot(4+4):4-4-4-4$.

7. $1+2+3+4+5+6+7+8\cdot9$.

12. Решение этой задачи можно получить, обдумывая первый ответ к задаче 4. Там вместо цифры 8 можно было бы поставить любую цифру (кроме 0).

14. $3+7=10$, $2+6=8$, $4+5=9$ или $4+6=10$, $3+5=8$, $2+7=9$.

15. Чтобы найти все решения, их поиск можно провести по следующему плану:

1) определите положение нуля — разряд единиц в одном из произведений, для определенности в левом;

2) запишите все возможные произведения, удовлетворяющие условию задачи и имеющие в ответе нуль в разряде единиц;

3) для каждого найденного примера, расположенного слева, составьте, если удастся, второй пример из оставшихся цифр.

16. Надо передвинуть карточку с цифрой 2 вверх: $101-10^2=1$

17. б) Сначала можно уложить 4 квадрата разных цветов в центре; затем выложить диагонали большого квадрата, соблюдая условия задачи; потом положить на свои места оставшиеся квадраты.

21. Нет.

22. б) $6\,823+6\,823=13\,646$;
в) $85\,679+85\,679=171\,358$.

23. Выясните, не нарушены ли условия составления числовых ребусов. Обратите внимание на число различных цифр, используемых в одном примере (их не должно быть больше 10), на другие причины, по которым составленные ребусы могут не иметь решения.

24. е) Поставьте запятые не после каждой второй, а после каждой третьей цифры, и вам сразу станет ясен ответ.

30. Расставить одинаковые числа в клетках таблицы довольно просто (рис. 75). Труднее придумать новое решение. Выберите 4 числа, стоящие в вер-

5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5

Рис. 75

шинах какого-нибудь прямоугольника. Подумайте, как можно изменить эти числа, чтобы суммы по горизонтали и по вертикали не изменились. Можно ли внести другие изменения в таблицу?

33. Например, 1, 3, 5.

37. Если бы кто-то сумел расставить числа в клетках таблицы, как требуется в условии задачи, то сумма чисел во всех 4 строках была бы равна $28 \cdot 4 = 112$. Подсчитайте сумму тех же чисел во всех 7 столбцах и сделайте вывод.

38. Для примера подсчитаем количество двузначных чисел: их $99 - 9 = 90$ (99 чисел от 1 до 99, из них 9 однозначных).

39. 5050. Рассказывают, что эту сумму быстро вычислил в детском возрасте великий немецкий математик Карл Гаусс (1777—1855). Он догадался сложить первое число с последним, второе число с предпоследним и т. д. Сравните суммы в этих и в других парах, определите число таких пар. Закончите решение.

40. б) Среди чисел от 1 до 100 ровно 20 делятся на 5, из них 4 делятся на 25, значит, 24 произведения $5 \cdot 2$ дадут 24 нуля.

41. Проверьте, не делится ли произведение на 9. Если делится, то для определения неизвестной цифры воспользуйтесь признаком делимости на 9.

42. Каждая цифра в записи числа встречается 20 раз (кроме 0, но сумма нулей не влияет на результат); сумма цифр

$$20 \cdot (1 + 2 + \ldots + 9) = 20 \cdot 45$$

делится на 9, значит, число делится на 9.

Для решения этой задачи существенно не то, сколько раз встречается в записи числа каждая цифра, а то, что все цифры (кроме 0) встречаются одинаковое число раз. Сумма всех цифр делится на $1+2+\ldots+9=45$ и делится на 9.

45. От 3 до 9 семь чисел, они записаны семью цифрами. От 10 до 80 двузначные числа. Таких чисел 71 (закончите решение).

46. Для первых девяти человек написано 9 цифр, значит, на оставшиеся двузначные номера осталась 61 цифра. Коля ошибся.

48. а) Не может, так как квадрат целого числа не может оканчиваться ни на 2, ни на 8; б) не может, так как квадрат целого числа не может оканчиваться на 22, на 26, на 62, на 66; в) не может, так как такое число делится на 3, но не делится на 9. Значит, оно не может быть точным квадратом.

49. Попробуйте сначала подобрать число, которое получается в результате этих четырех действий.

52. 6174.

55. а) XII—IX=III; б) X—VII=III; в) V+VI=XI; г) найдите 2 решения.

56. а) Составьте в каждом горизонтальном ряду число IV.

58. Сумма чисел в каждой строке квадрата равна трети суммы всех чисел, т. е. 12. Сложнее всего определить, куда поставить самое большое (или самое маленькое) число. 8 не может стоять ни в одном углу квадрата, так как стоящее здесь число входит в три суммы (рис. 76), а с числом 8 можно образовать только две необходимые суммы:

$8+1+3=12$, $8+4+0=12$.

Где еще не может стоять число 8? Закончите решение.

Рис. 76

59. а) 12,34; б) 123:4.

2. Четность

64. а) Да, $10+5+1+1+1+1+1=20$.
б) Нет, так как сумма семи нечетных чисел не может быть четной.

69. Нельзя, так как каждое изменение знака перед числом на противоположный увеличивает или уменьшает сумму всех чисел на четное число, а 1 — нечетное число.

71. В случае затруднения ответьте сначала на вопрос задачи для трех, четырех, пяти шестеренок.

72. Сумма четырех данных чисел нечетная, а сумма четырех одинаковых чисел, которые надо получить, четная. Из первой суммы нельзя получить вторую, прибавляя несколько раз по 2.

73. Нельзя.

74. При любой тактике игры Малыш проиграет, так как получить из 2 кучек 15 можно только за 13 ходов.

76. В задаче предполагается, что Тарас Артемов должен получить ту же сумму денег купюрами 1, 3, 5, 25 р. и она должна быть четная (закончите решение).

78. Если «против» голосовало n депутатов, «за» голосовало $n+23$ депутата, то общее число депутатов $n+n+23$ нечетное, а из условия следует, что число депутатов в двух палатах четное.

79. Нет, так как если дроби сложить, то числитель будет четный, а знаменатель нечетный — такая дробь не равна 1.

81. Первая ломаная показана на рисунке 77, вторая не существует, так как число звеньев такой ломаной должно быть в два раза больше числа точек их пересечения, т. е. число звеньев ломаной, которая пересекает каждое звено один раз, четно.

84. «Нечетных» узлов должно быть 2 (в одном «нечетном» узле начало, в другом — конец) или 0 (начало и конец линии в одном и том же узле).

85. Все, кроме в).

86. Тропинки образуют сеть с двумя «нечетными» узлами — у почты и дома № 5. Начало маршрута на почте, а конец у дома № 5 — там и живет дядя Федор.

Рис. 77

87. Имеется два зала с нечетным числом дверей (5 и 7) — начало обхода в одном, конец в другом.

88. Нельзя.

3. Геометрия в пространстве

89. Решение задач можно получить только с «выходом» в пространство (рис. 78).

93. Можно. На рисунке 79 показан один из вариантов укладки трех слоев.

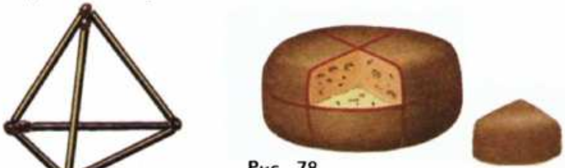


Рис. 78

Верхний слой Средний слой Нижний слой

Рис. 79

94. См. рис. 80.
95. а) 27; б) из 27 маленьких кубиков; всего 36 кубов.
97. а) 28 кубиков; б) 44 кубика.
98. а) 6; б) 5; в) 2.
99. а) 5; б) 2.
100. Только б).
101. См. рис. 81.
103. Из а), в), г).
104. См. рис. 82.
105. Из 10 (из 4).
110. Возьмем точку D_1, как на рисунке 83. Любой ломаной CFD будет соответствовать равная по длине ломаная CFD_1. И наоборот. Длина CFD будет кратчайшей тогда, когда будет кратчайшей длина CFD_1. Когда же?

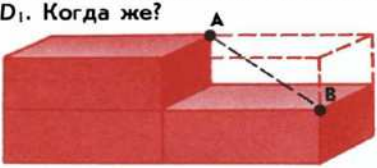


Рис. 80

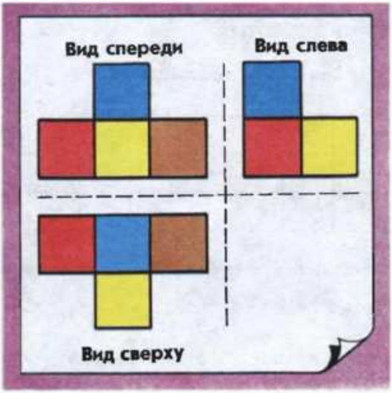


Рис. 81

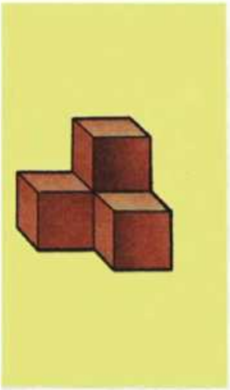


Рис. 82

111. Нарисуем часть развертки коробки. Какой путь короче: на рисунке 84, а или 84, б?

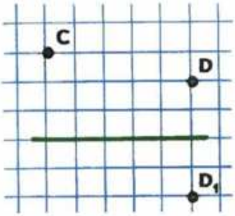


Рис. 83

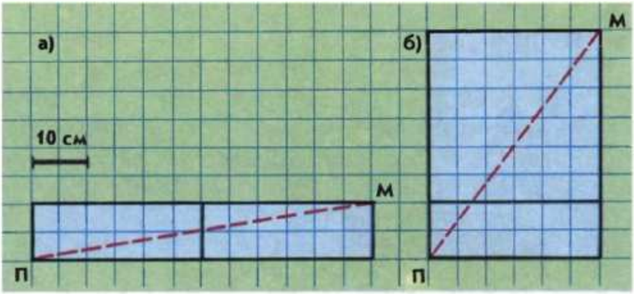


Рис. 84

4. Переливания

114. Решение задачи показано в таблице:

Ходы	1	2	3	4	5	6	7
8 л	—	5	5	8	—	2	7
5 л	5	—	5	2	2	5	—

115. Решение задачи задается числовым выражением

$$(7-5)+(7-5)+(7-5).$$

116. Решение задачи задается числовым выражением

$$5-(17-5-5-5)+5+5.$$

5. Взвешивания

122. Здесь придется использовать взвешенную крупу в качестве гири.

123. Представим, что мы сняли с каждой чаши весов поровну: по 3 яблока и 3 груши. Сделайте вывод.

125. а) 1, 2, 4, 8 г; б) 1, 3, 9, 27 г.

128. Весы «уменьшают» вес каждого взвешиваемого предмета на 100 г. Пакеты весят 600 г и 400 г.

129. а) Монета 3; б) монета 1.

131. За три взвешивания.

133. Обратите внимание, здесь не требуется определить фальшивую монету — нужно только узнать, она легче или тяжелее настоящих.

134. Возьмем из первого мешка 1 монету, из второго — 2 монеты, из третьего — 3 монеты. Возможны три случая:

1) фальшивые монеты в первом мешке, тогда вес взятых монет $1 \cdot 9 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 10 = 59$ (г);

2) фальшивые монеты во втором мешке, тогда вес взятых монет $1 \cdot 10 + 2 \cdot 9 + 3 \cdot 10 = 58$ (г);

3) фальшивые монеты в третьем мешке, тогда вес взятых монет $1 \cdot 10 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 9 = 57$ (г).

Заметим, что в первом, втором и третьем случаях вес взятых монет на 1, 2, 3 г отличается от веса такого же количества настоящих монет, т. е. от $(1+2+3) \cdot 10 = 60$ (г). Это означает, что, взвесив 6 монет и получив результат 59, 58 или 57 г, мы будем знать, сколько граммов не хватает до 60 г,— это число укажет нам номер мешка с фальшивыми монетами.

6. Логические задачи

138. Из первого и второго утверждений следует, что Коля занял третье место. Закончите решение.

139. Из утверждений 1 и 2 следует, что Ваня не В. и Петя не С., а из утверждений 3 и 4 следует, что Коля не П. и не В. Следовательно, фамилию В. мог носить только Саша. Дальше, один и тот же мальчик Саша В. ростом выше П. и имеет одинаковый рост с Петей, следовательно, Петя не П., тогда Петя — К., Коля — С., Ваня — П.

140. Предположим, что Олег сказал правду, тогда и Коля сказал правду, а это противоречит условию задачи. Следовательно, Олег сказал неправду, а Коля — правду. Из их утверждений следует, что стекло разбил Олег.

141. Запишем коротко высказывания двух белок:
1-я белка: «Заяц — I», «Лиса — II».
2-я белка: «Заяц — II», «Лось — I».
Если предположить, что высказывание «Заяц — I» верно, то оба высказывания 2-й белки будут неверными, а это противоречит условию задачи. Значит, высказывание «Заяц — I» не может быть верным, тогда Лиса заняла второе место, а Лось — первое.

142. Предположим, что высказывание «Петя — II» верно, тогда оба высказывания второго человека неверны, а это противоречит условию задачи. Сделайте вывод.

144. Если у именинника есть книги (меньше 100, 100 или больше 100), окажутся правы два мальчика — убедитесь в этом. А по условию задачи прав был только один мальчик, следовательно, у именинника не было ни одной книги.

145. а) Ученик, который видит синюю пилотку (а она одна), легко сделает правильный вывод. б) Один из двух учащихся может рассуждать так: «Если бы на мне была синяя пилотка, то мой товарищ легко сделал бы правильный вывод (см. задание а). Но он молчит, значит, он не видит на мне синюю пилотку». Сделайте вывод.

146. Рассмотрите последовательно случаи: а) надеты 2 белых и 1 черный колпак; б) надеты 1 белый и 2 черных колпака; в) надеты 3 черных колпака.

147. Указав на один из городов рукой, путешественник может спросить: «Вы живете в этом городе?» На этот вопрос и правдивый человек, и лгун ответят одинаково: «да», если путешественник указал на город *А*; «нет», если он указал на город *В*.

7. Задачи-шутки и прочее

148. В момент встречи они будут находиться на одинаковом расстоянии от Бостона.

149. Если вам кажется, что яйцо упадет в сторону более крутого ската, то это произойдет лишь при условии, что петух отложит яйцо на гребень крыши — это возможно?

150. Если вам кажется, что нельзя удовлетворить условию задачи, то прочтите еще раз ее условие. Там не сказано, что ни одна из монет не пятак.

151. Ничего не произойдет, так как всесокрушающее пушечное ядро и несокрушимый столб не могут существовать одновременно. Существование одного из них исключает существование другого.

152. Ответ получится легко, если вам удастся переформулировать условие задачи, опустив лишние слова и заменив словосочетание «сын моего отца» словом «я».

157. в) 90°.

159. а) Вагон золота всегда дороже половины вагона золота.

161. 11 месяцев — все, кроме февраля.

163. 2 свечи.

164. Три бегемота, и если они уже погружены, то еще два крокодила.

165. 31-е.

166. Какой может быть счет перед началом игры?

167. Очень просто. Играли баскетболистки.

168. Потому, что больше заработает.

169. Очень просто. По крайней мере одна из черепах ошиблась.

170. Господин не поставил в одном месте двоеточие. В каком?

171. Ответ «7 дней» неверный.

172. Да, если эти три человека: сын, отец и дед.

173. Да, одному из них надо дать яблоко в корзине.

8. В худшем случае...

174. а) Ответ на дополнительный вопрос: 6 шаров.

176. 3 носка.

177. 88 шаров.

178. В худшем случае можно сначала вытащить 10 перчаток одного цвета на одну руку и 10 перчаток другого цвета тоже на одну руку — из них нельзя составить ни одной пары. Лишь вытащив 21-ю перчатку (все равно какого цвета), можно составить требуемую пару.

179. а) Да.

180. Если бы было 4 комнаты, то в худшем случае потребовалось бы 3 пробы для первой двери и 3 пробы на оставшиеся 3 комнаты (см. № 179, а), всего 6 проб. Если бы было 5 комнат, то в худшем случае потребовалось бы 4 пробы для первой двери и 6 проб на оставшиеся 4 комнаты (см. выше), всего 10 проб. Если бы было 6 комнат, то потребовалось бы $5+10=15$ проб, если бы было 7 комнат, то потребовалась бы $6+15=21$ проба. Итак, в подземелье было 7 комнат.

181. Здесь вместо «клеток» — 20 классов, вместо «кроликов» — 23 ученика. Закончите решение.

182. В году 365 (366) дней, значит, учащихся с различными днями рождения может быть не больше 365 (366), а в школе 370 учащихся; значит, найдутся два человека, празднующие свой день рождения в один и тот же день.

184. В худшем случае в каждом из 12 месяцев родилось по 3 человека — всего 36 человек. 37-й родился с какой-то из этих троек в один месяц.

186. В худшем случае у пяти мальчиков могло быть различное число грибов, а всего $1+2+3+4+5=15$. Но грибов было 14, следовательно, кто-то один, кроме первого, нашел на один гриб меньше. Тогда найдутся два мальчика, которые нашли одинаковое число грибов.

187. Наибольшее число учащихся, имеющих разное число ошибок,— 13 (от 1 до 13). Если бы одинаковое число ошибок имели по 2 человека, то их было бы $2 \cdot 13=26$. Из 28 учащихся найдутся трое имеющих одинаковое число ошибок.

190. Занимаются английским языком и увлекаются плаванием не меньше $20+17-25=12$ человек, кроме них — в классе не больше $25-12=13$ человек, а посещают математический кружок 14, значит, в классе найдется хотя бы один ученик, который занимается английским языком, увлекается плаванием и посещает математический кружок.

9. Геометрия на клетчатой бумаге

195. а) Можно. Из четырех таких фигур можно составить квадрат (рис. 85), а квадратами замостить плоскость. б) См. рис. 86.

197. 6 решений.

203. Рис. 87.

204. Рис. 88.

206. Рис. 89.

Рис. 85

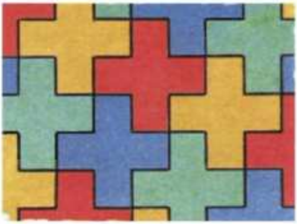


Рис. 86

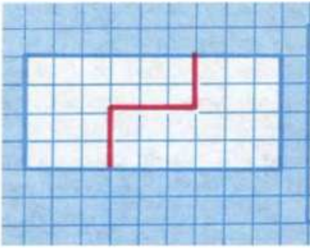


Рис. 87

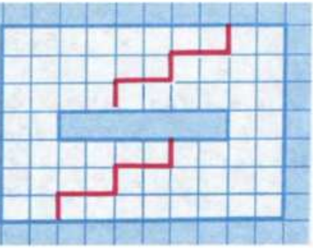


Рис. 88

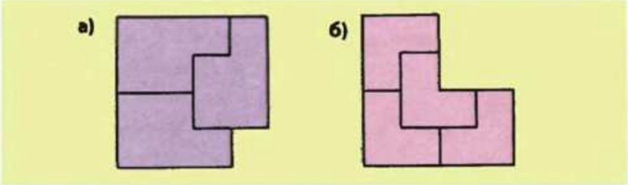


Рис. 89

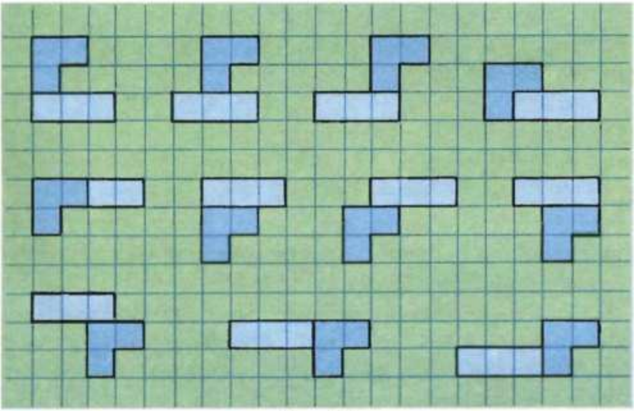


Рис. 90

208. 11 фигур (рис. 90).

209. Фигуры тетрамино можно получить из двух фигур тримино, приставляя к ним различными способами еще один квадрат. Получится пять различных фигур (см. рис. 73).

211. а) 2 способа; б) 4 способа; в) 8 способов.

212. а) 3 решения; б) 4 решения.

213. а) 2 решения; б) 2 решения.

214. 7 решений.

215. Фигуры 3, 4, 9, 10 имеют одну ось симметрии, у фигуры 2 — две оси, фигура 5 имеет четыре оси, фигуры 1, 6, 7, 8, 11, 12 не имеют осей симметрии.

216. Фигуры 4 и 6 во 2-м решении, фигуры 6 и 9 в 3-м решении образуют симметричные фигуры, их можно поменять местами. Во всех пяти случаях фигуры 4, 5, 6, 9, 11 образуют симметричную фигуру, что дает еще 5 решений и т. д.

217. а) Из 2, 3, 10, 12; б) 11 разверток.

10. Смесь

219. Надо переложить крайнюю спичку на другой край.

220. б) Рис. 91.

221. Рис. 92.

222. Рис. 93.

223. Рис. 94.

228. 10 мин.

229. 12 с.

234. Четырьмя способами — без Алеши, без Бори, без Васи или без Гены.

236. Выиграет Алеша, так как у него 9 благоприятных исходов: $2+2$, $2+4$, $4+2$, $2+6$, $6+2$, $4+4$, $4+6$, $6+4$, $6+6$, а у Бори только 6: $1+6$, $6+1$, $2+5$, $5+2$, $3+4$, $4+3$.

Чтобы убедиться, что случаи $2+4$ и $4+2$ различны, представьте, что первый кубик черный, а второй — белый.

237. Потребуется $7 \cdot 8 = 56$ фотографий.

238. 45 рукопожатий.

240. а) Если каждый из 33 учащихся пожмет руку каждому из своих друзей, то рукопожатий будет $33 \cdot 5 : 2$ — дробное число, что невозможно, следовательно, такого быть не может.

241. Пусть каждый мальчик пожмет руку каждой девочке, с которой он дружит. Число рукопожатий можно подсчитать двумя способами: $m \cdot 3 : 2$, где m — число мальчиков, и $d \cdot 4 : 2$, где d — число девочек. Очевидно, что $m > d$.

Рис. 91

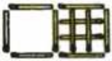


Рис. 92

Рис. 93

Рис. 94

242. 6 раз.

247. Пирамиду из двух верхних колец можно перенести на новый штырек за три хода (проверьте). Четвертым ходом перенесем третье кольцо на свободный штырек. Еще за три хода перенесем пирамиду из двух верхних колец на большое кольцо. Итого: $3+1+3=7$ ходов.

248. Воспользуйтесь решением задачи 247.

251. Сначала определите, сколько времени бегала собака, потом путь, который она пробежала за это время.

252. Все деньги нужно отдать первому крестьянину.

254. Да, возможно (рис. 95).

255. Наибольшее число деревьев 9. Разбейте все деревья на 9 квадратов, по 4 дерева в каждом. В одном квадрате можно спилить не больше одного дерева, в остальных квадратах нужно спилить по одному дереву, стоящему на том же месте, что и в первом квадрате.

259. Летели одна за другой три утки.

260. Можно, если поставить в каждый угол и еще вдоль каждой стены по стулу.

262. Чтобы доску можно было разрезать на прямоугольники, содержащие по 2 клетки, черных и белых клеток в ней должно быть поровну. Но это

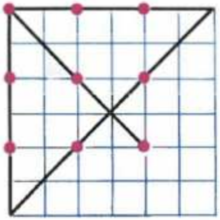


Рис. 95

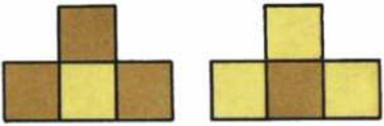


Рис. 96

условие не выполнено, значит, разрезать доску, как требуется в условии задачи, нельзя.

263. Эта задача не имеет решения. Для доказательства воспользуемся идеей раскраски. Если прямоугольник раскрасить «в шахматном порядке», то черных и белых клеток в нем будет поровну. Фигуры 1, 2, 3, 4 тетрамино при любой раскладке закроют равное число черных и белых клеток, поэтому на фигуру 5 останется равное число черных и белых клеток. Но фигуру 5 нельзя раскрасить так, чтобы черных и белых клеток было поровну (рис. 96).

264. Здесь также можно применить идею раскраски — раскрасить все 26 кубиков «в шахматном порядке». При этом получится 14 кубиков одного и 12 кубиков другого цвета. Прямоугольный параллелепипед $1 \times 1 \times 2$ может заместить только два соседних кубика разных цветов. Поэтому требуемое разбиение невозможно.

265. Можно, за 6 минут. Сначала обжарить два куска с одной стороны, один из них отложить. Закончите решение.

266. Ответ «30%» неверный.

271. Число автомобилей пять раз увеличилось в 1,15 раза, т. е. в $1{,}15^5$, или примерно в два раза.

272. Примерно за 4 месяца.

274. Если бы экологи лучше знали проценты, то директору леспромхоза не удалось бы их так легко перехитрить. Ведь условию задачи можно удовлетворить, оставив в лесу 49 сосен и 1 березу.

Содержание

Учебное издание

Серия «МГУ — школе»

Шарыгин Игорь Федорович
Шевкин Александр Владимирович

Задачи на смекалку

5—6 классы

Пособие для учащихся общеобразовательных учреждений

Зав. редакцией **Т. А. Бурмистрова**
Редакторы **Н. Е. Терехина, Т. Г. Войлокова**
Художники **О. М. Шмелев, Н. Ю. Панкевич**
Художественные редакторы **А. В. Крикунов, О. П. Богомолова**
Технический редактор **Е. Н. Зелянина**
Корректоры **Н. В. Белозерова, Н. И. Новикова**

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 27.04.10. Формат $60 \times 90^1/_{16}$. Бумага офсетная. Гарнитура Журнальная рубленая. Печать офсетная. Уч.-изд. п. 4,22. Тираж 7000 экз. Заказ № 25676 (К—Sm).

Открытое акционерное общество «Издательство «Просвещение». 127521, М..., 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Открытое акционерное общество «Смоленский полиграфический комбинат». 214020, г. Смоленск, ул. Смольянинова, 1.