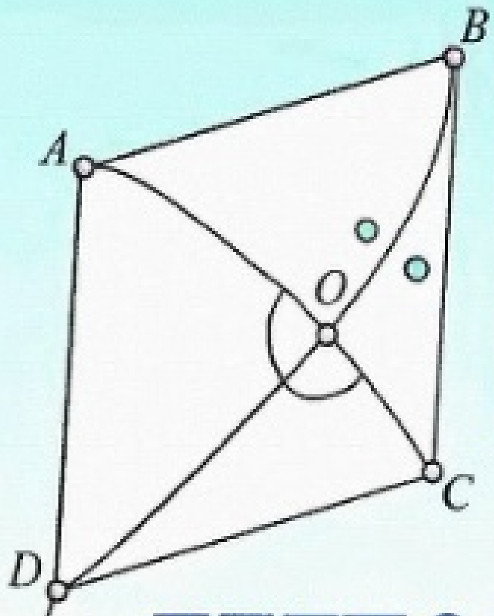
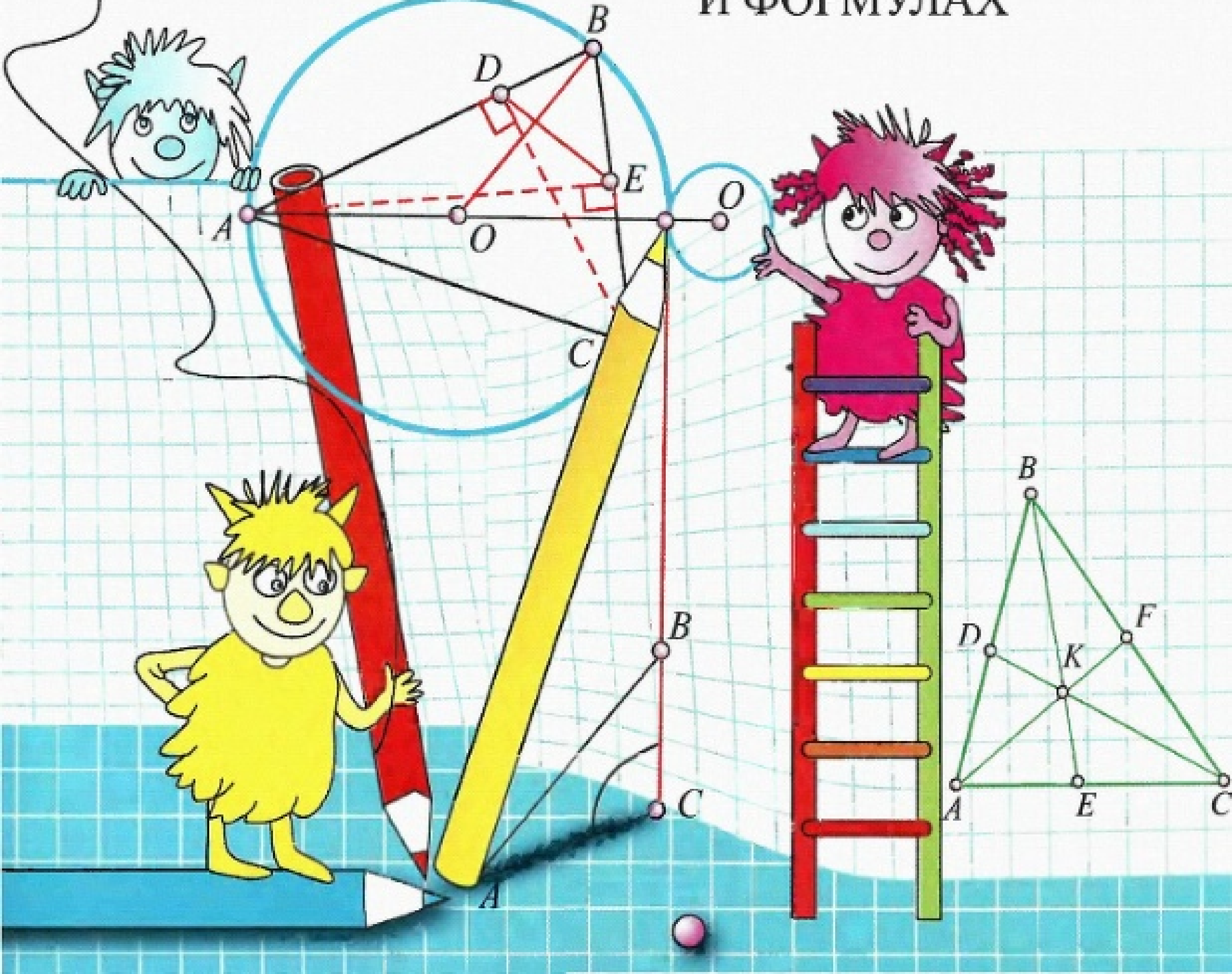
В. В. Амелькин
Т. И. Рабцевич
В. Л. Тимохович



ШКОЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

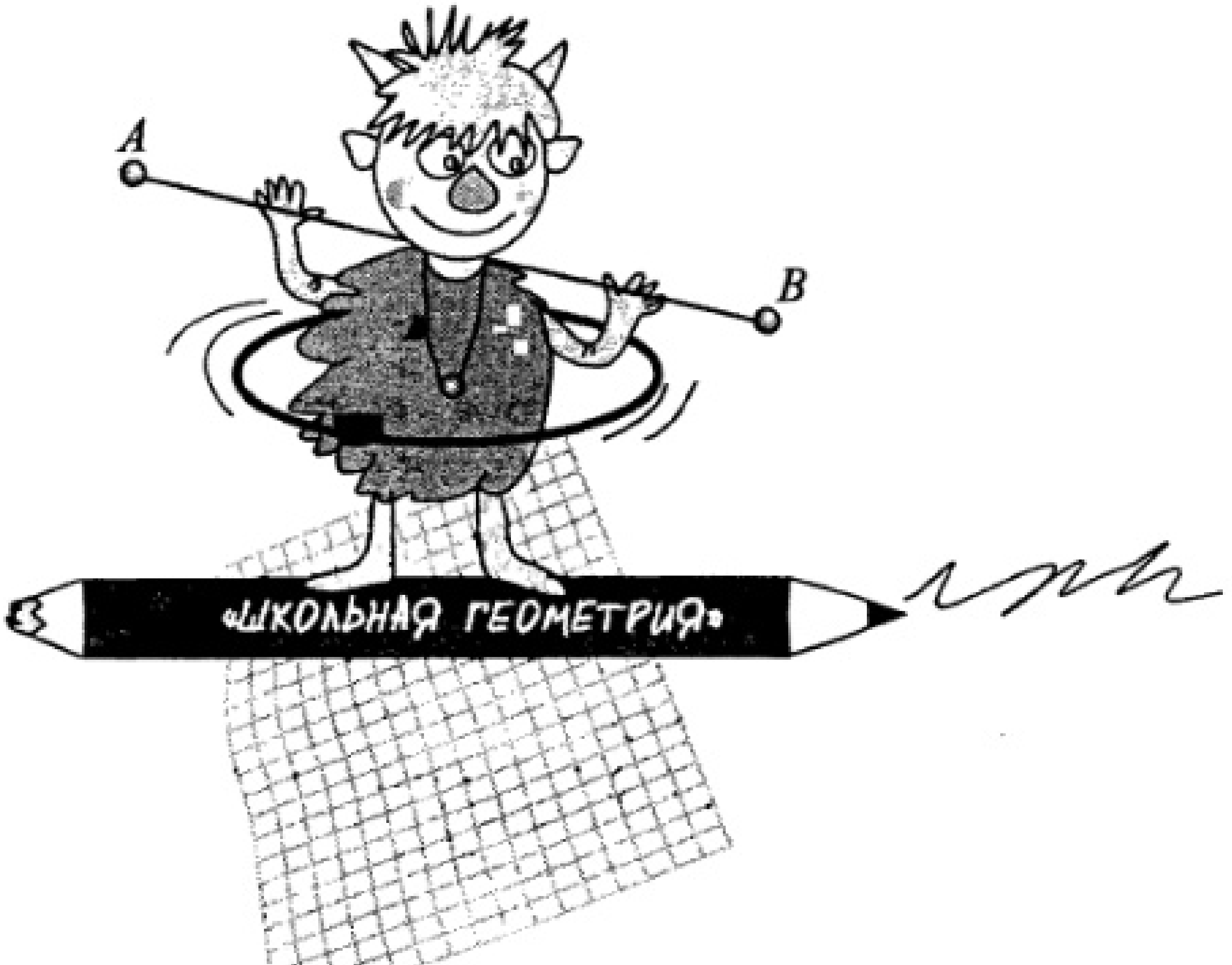
В ЧЕРТЕЖАХ И ФОРМУЛАХ



В. В. Амелькин
Т. И. Рабцевич
В. Л. Тимохович

ШКОЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

В ЧЕРТЕЖАХ И ФОРМУЛАХ



Минск
«Красико-Принт»
2008

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

В этой небольшой книжке, которую мы предлагаем читателю, приведены в чертежах и формулах основные геометрические свойства и соотношения плоских и пространственных фигур.

Цель, поставленная авторами,— рассказать о школьном курсе геометрии по возможности исчерпывающе и систематизировано, но коротко и ясно.

Решение любой геометрической задачи начинается с построения чертежа. Правильно выполненный чертеж — это уже шаг к решению задачи, и поэтому к построению чертежа нужно относиться серьезно.

Принятые в пособии обозначения помогут читателю не только правильно и быстро выполнить чертеж, но и систематизировать усвоенные им факты. Исходные данные большинства утверждений в пособии указаны непосредственно в чертежах. Поэтому данное пособие поможет читателю научиться «читать» чертежи, «извлекая» из них необходимую информацию, определяющую дальнейший ход решения.

Несмотря на небольшой объем, книжка может быть использована учителем при составлении заданий для самостоятельной работы учащихся с последующим контролем учителя.

Возможно ее использование как задачника для работы в классе и для домашних заданий.

Это пособие подходит и в качестве материала для повторения, параллельного изучению других тем в школе, а также в качестве справочника.

Авторы уверены в том, что приведенные в книжке сведения позволят каждому усвоившему их школьнику, а затем и абитуриенту, успешно решить геометрические задачи как школьного и конкурсного экзаменов по математике, так и геометрические задачи централизованного тестирования.

Мы благодарны доценту С. Г. Кононову за конструктивные замечания и рекомендации по улучшению пособия.

В. В. Амелькин
Т. И. Рабцевич
В. Л. Тимохович

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Если ABC — треугольник, то ниже используются следующие обозначения:

$a = BC$, $b = AC$, $c = AB$ — длины сторон (или просто стороны);

$\alpha = \angle CAB$, $\beta = \angle ABC$, $\gamma = \angle BCA$ AB — величины углов (или просто углы);

h_a, h_b, h_c — высоты, опущенные соответственно из вершин A, B, C на стороны a, b, c (или их продолжения);

m_a, m_b, m_c — медианы, проведенные соответственно из вершин A, B, C к сторонам a, b, c;

l_a, l_b, l_c — биссектрисы, проведенные соответственно из вершин A, B, C к сторонам a, b, c;

L_a, L_b, L_c — внешние биссектрисы, проведенные соответственно из вершин A, B, C на продолжение сторон a, b, c;

r — радиус вписанной окружности;

I — точка пересечения биссектрис, являющаяся центром вписанной окружности (инцентр);

r_a, r_b, r_c — радиусы вневписанных окружностей, касающихся соответственно сторон a, b, c и продолжений двух других сторон;

I_a, I_b, I_c — центры вневписанных окружностей, касающихся соответственно сторон a, b, c и продолжений двух других сторон;

R и O — радиус и соответственно центр описанной окружности;

M — точка пересечения медиан (центроид, центр масс);

H —точка пересечения высот или их продолжений (ортоцентр или внешний ортоцентр);

p — полупериметр треугольника $\left(p = \dfrac{a+b+c}{2}\right)$;

$p_a = p - a$, $p_b = p - b$, $p_c = p - c$;

S ($S_{\Delta ABC}$) — площадь треугольника.

Теперь о некоторых соглашениях. В пособии многие свойства геометрических фигур нумеруются с буквой X (например, свойство 4X). Это означает, что такие свойства являются характеристическими, т. е. кроме сформулированного утверждения имеет место и утверждение, обратное приведенному.

Далее. На многих чертежах равные отрезки отмечаются одинаковым образом одной или несколькими черточками (см. например, задачу 14, где $AD = DB$, а $BE = EC$).

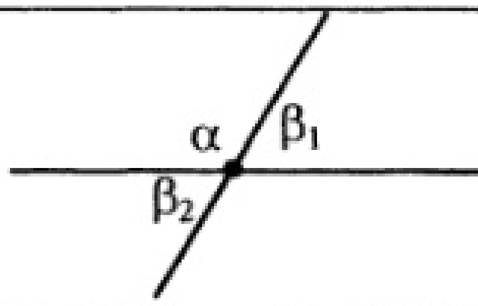
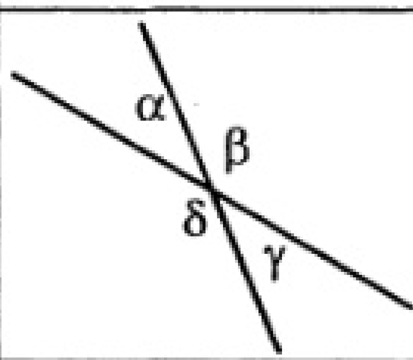
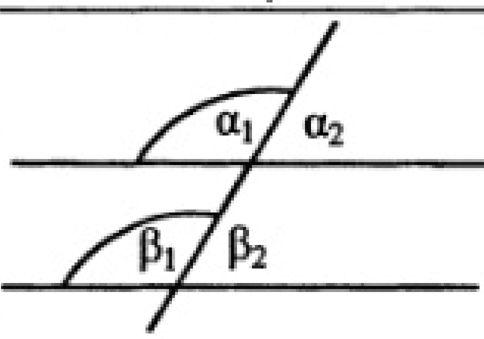
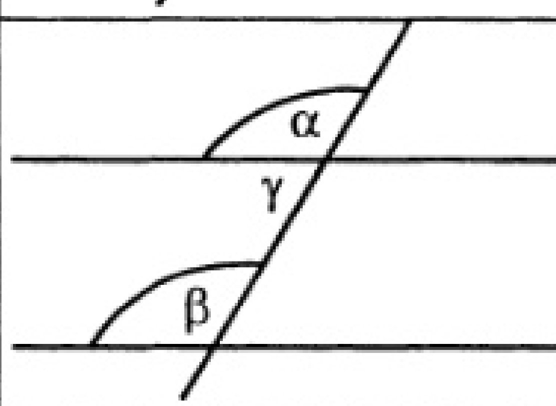
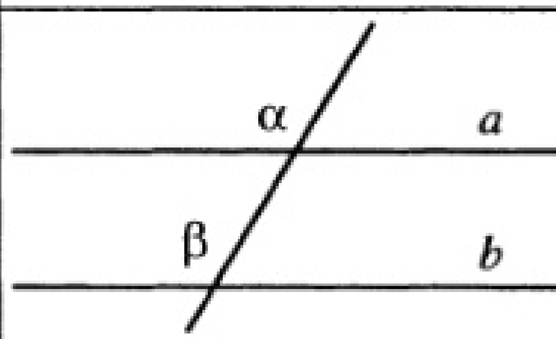
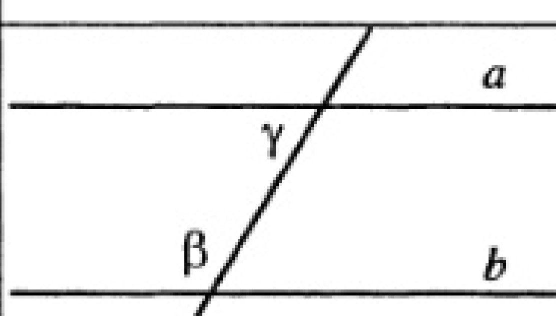
В тех случаях, когда возможны разночтения (это случаи пересечения равных отрезков другими отрезками или дугами), концы равных отрезков обозначаются или жирными точками, или буквами (см. например, **задачу 155**, где $AK = KC$, а $BE = ED$).

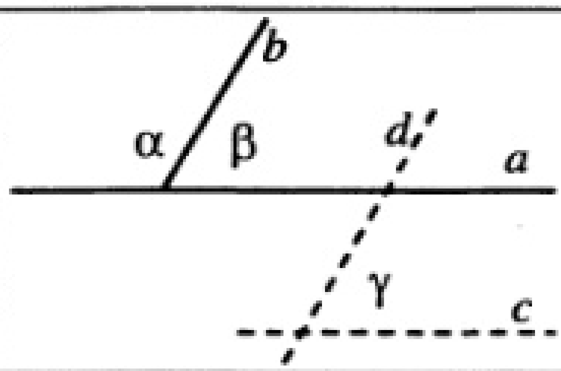
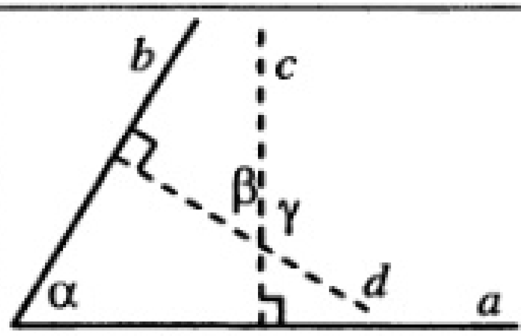
Теперь о том, как следует читать чертежи. Здесь принципиальны два случая. В первом из них информация из раздела «дано» отражена на чертеже полностью. Тогда справа от чертежа просто формулируется искомое свойство. Так, например, остановимся на задаче 3. Ее прочтение следующее: если две прямые пересекаются третьей прямой и угол α_1 равен углу β_1, то угол α_2 равен углу β_2.

Во втором случае информация из раздела «дано» отражена на чертеже частично. Тогда недостающая информация дается справа от чертежа после слова «если» до слова «то». Так, например, задача 5Х читается следующим образом: если две прямые a и b пересекаются третьей прямой и если $a \parallel b$, то угол α равен углу β. Имеет место и обратное утверждение (задача с буквой Х): если две прямые a и b пересекаются третьей прямой и если угол α равен углу β, то $a \parallel b$.

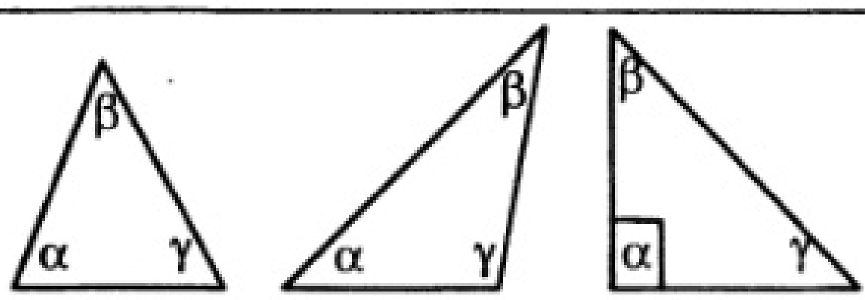
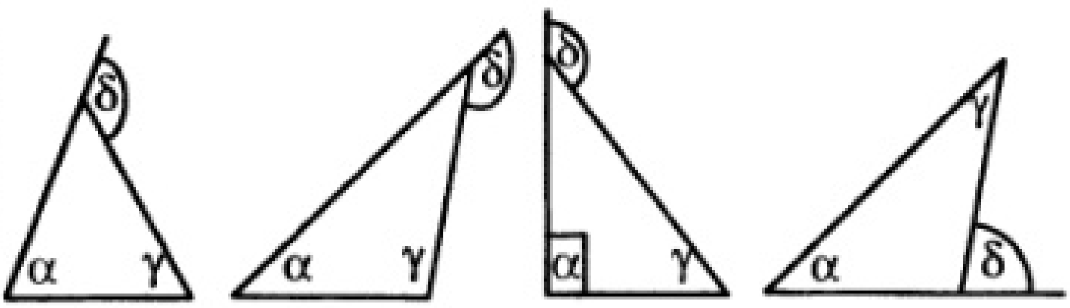
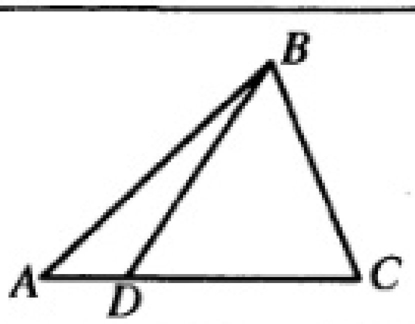
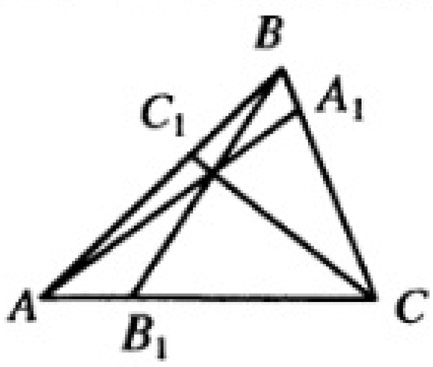
ГЛАВА 1. ПЛАНИМЕТРИЯ

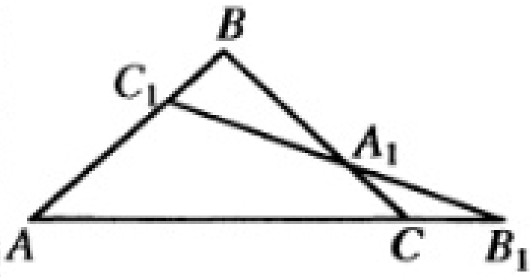
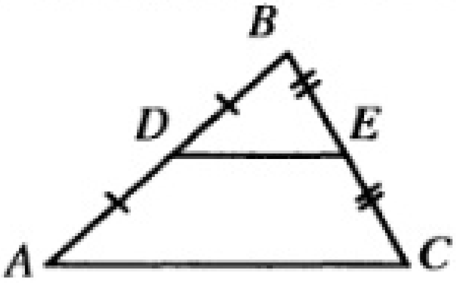
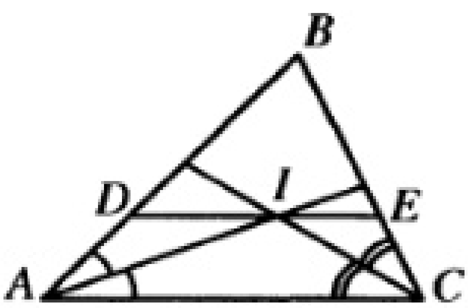
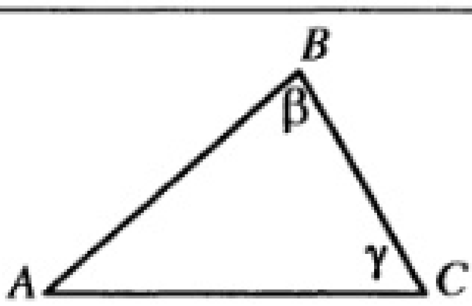
СВОЙСТВА УГЛОВ И ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ

1		если β_1 и β_2 — углы, смежные с углом α, то $\alpha + \beta_1 = 180°$, $\alpha + \beta_2 = 180°$
2		если α и γ (β и δ) — вертикальные углы, то $\alpha = \gamma$ ($\beta = \delta$)
3		$\alpha_2 = \beta_2$
4X		$\beta + \gamma = 180°$
5X		если $a \parallel b$, то $\alpha = \beta$
6X		если $a \parallel b$, то $\beta + \gamma = 180°$

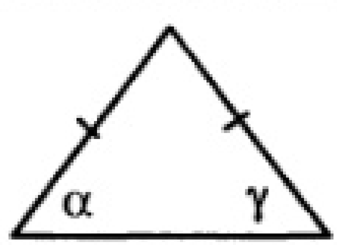
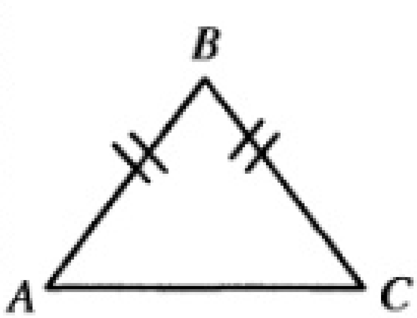
7		если $a \parallel c$, $b \parallel d$, то $\gamma = \beta$, $\gamma + \alpha = 180°$
8		$\alpha = \beta$, а $\gamma + \alpha = 180°$

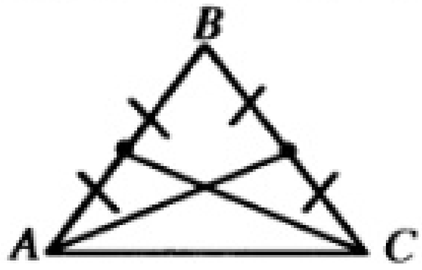
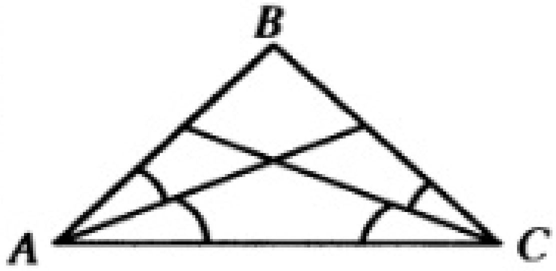
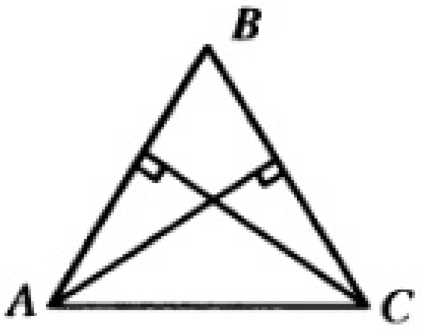
СВОЙСТВА ПРОИЗВОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

9		$\alpha + \beta + \gamma = 180°$
10		$\delta = \alpha + \gamma$
11		$\dfrac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta DBC}} = \dfrac{AD}{DC}$
12X		**теорема Чевы** если отрезки AA_1, BB_1, CC_1 пересекаются в одной точке, то $\dfrac{AC_1}{C_1B} \cdot \dfrac{BA_1}{A_1C} \cdot \dfrac{CB_1}{B_1A} = 1$

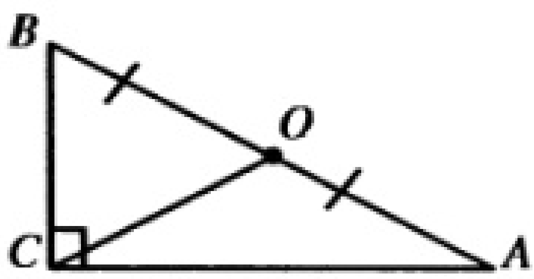
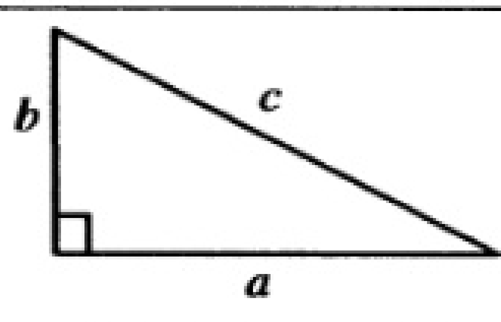
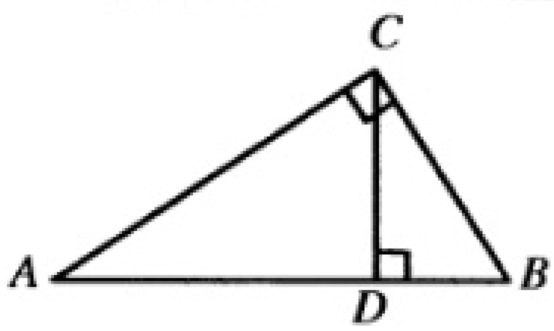
13X	 	**теорема Менелая** если точка B_1 на продолжении стороны AC является точкой пересечения прямых AC и C_1A_1, то $\frac{AC_1}{C_1B}\cdot\frac{BA_1}{A_1C}\cdot\frac{CB_1}{B_1A}=1$
14	 	$DE \parallel AC$, $DE=\frac{1}{2}AC$
15	 	если $DE \parallel AC$, то $ID = DA$, $IE = EC$
16	 	если $AC > AB$, то $\beta > \gamma$

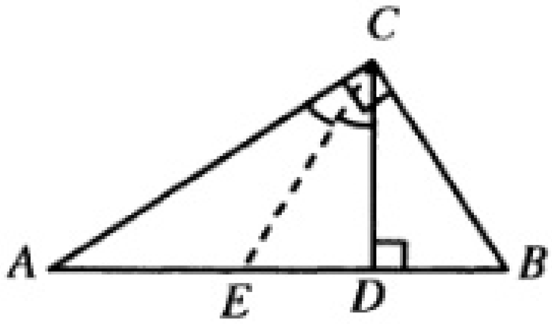
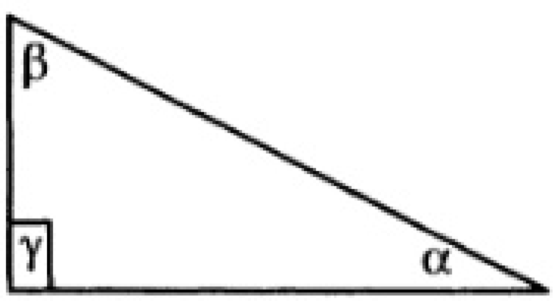
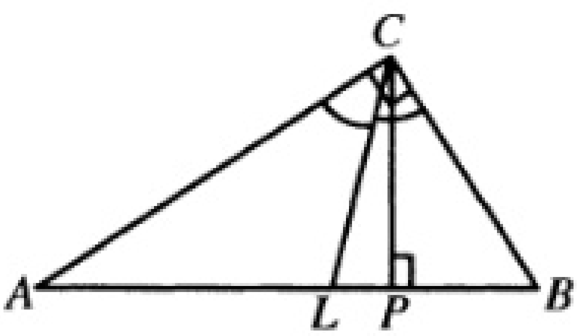
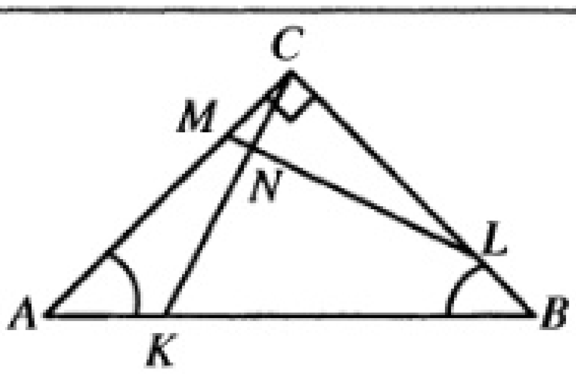
СВОЙСТВА РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

17X	 	$\alpha = \gamma$
18	 	$l_b = m_b = h_b$ **обратное утверждение:** каждое из трех указанных равенств означает, что ΔABC — равнобедренный ($AB = BC$)

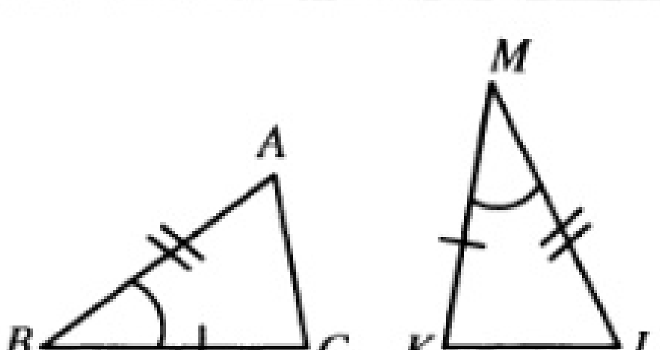
19		$m_a = m_c$
20		$l_a = l_c$
21X		если $AB = BC$, то $h_a = h_c$

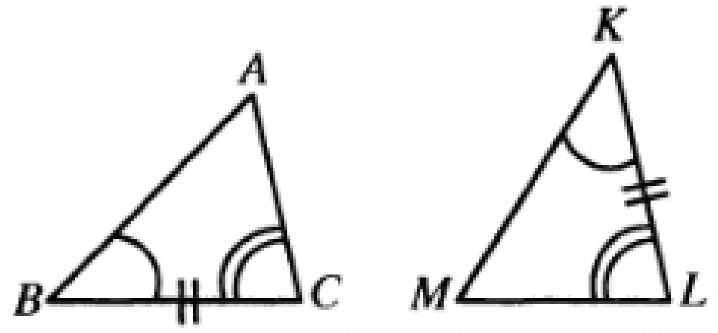
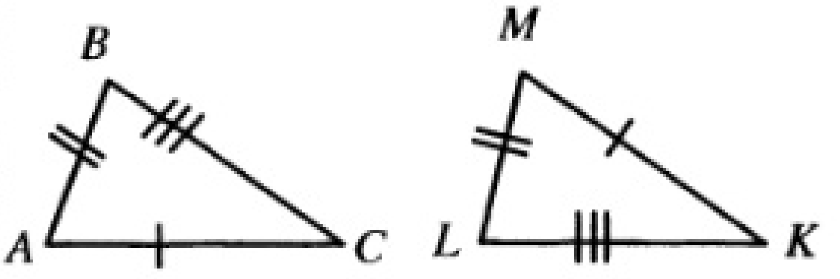
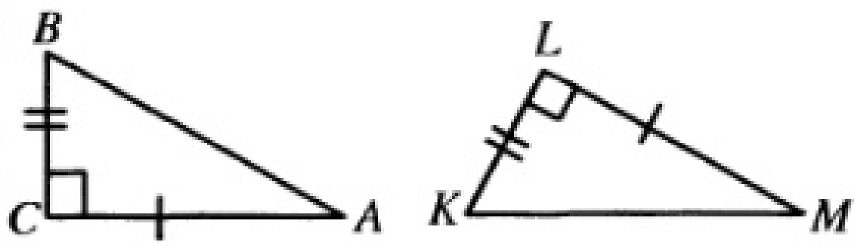
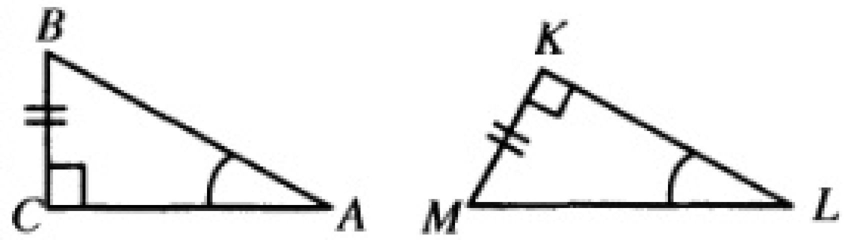
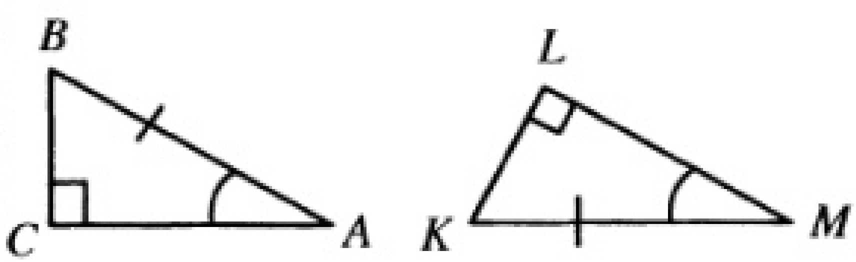
СВОЙСТВА ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

22		$m_c = R = \frac{1}{2}c = OC$
23		$r = \frac{a+b-c}{2}$
24		$r_{\Delta ADC} + r_{\Delta CDB} + r = h_c$

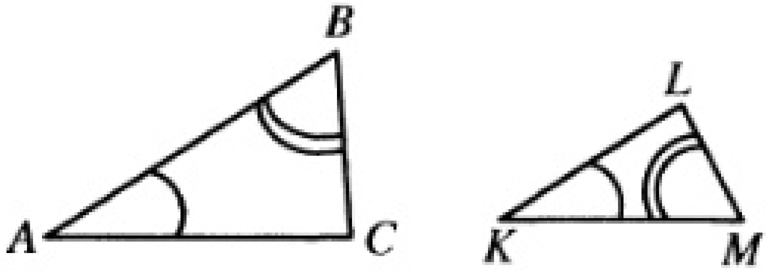
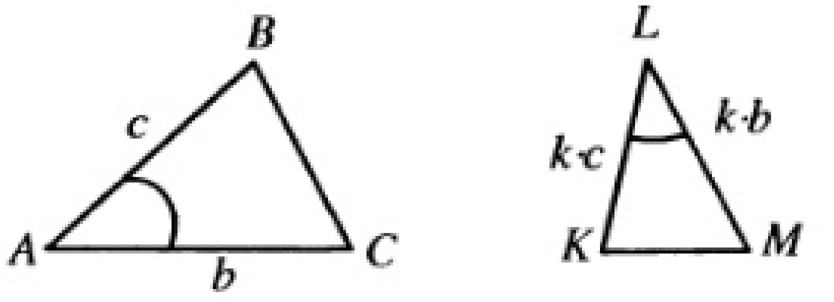
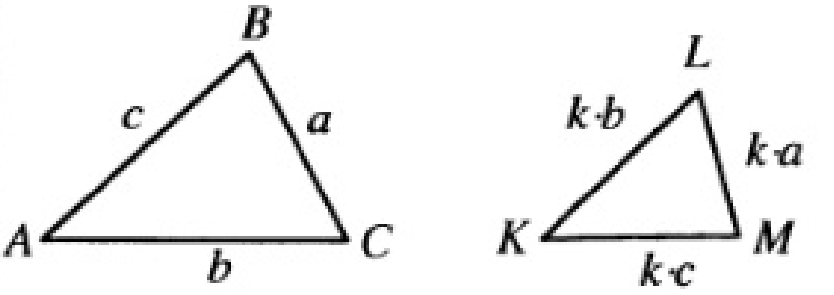
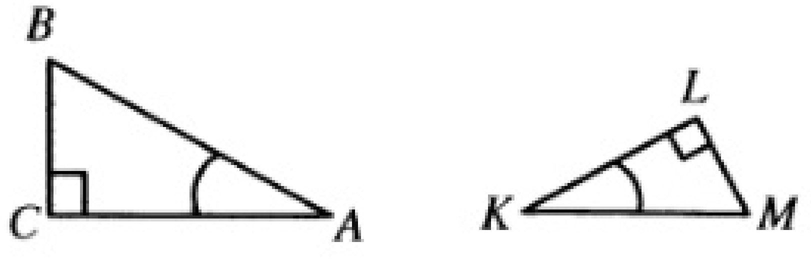
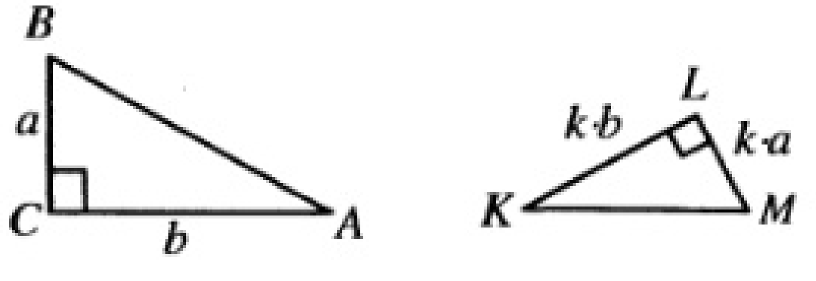
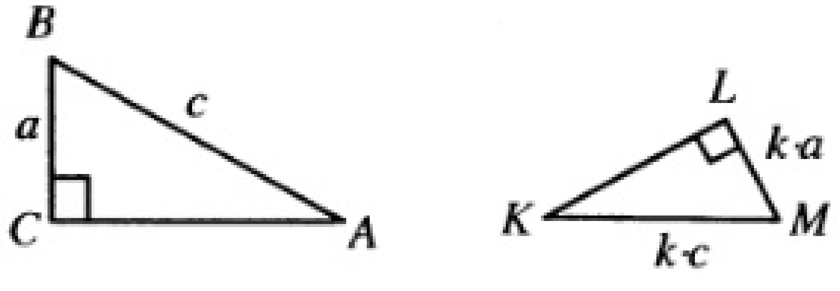
25		$BC = BE$
26		$\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma = -1$
27		если $AL : LB = m : n$, то $AP : PB = m^2 : n^2$
28		если $\dfrac{AK}{KB} = \dfrac{BL}{LC} = \dfrac{CM}{MA}$, то $\angle KNL = 90°$, $CK = ML$

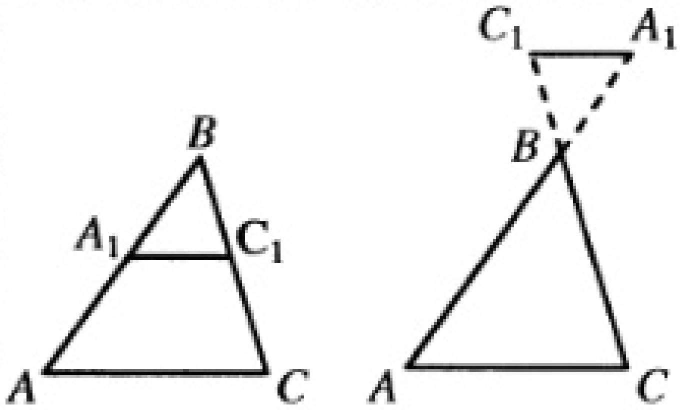
РАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКОВ

29		$\Delta ABC = \Delta KLM$

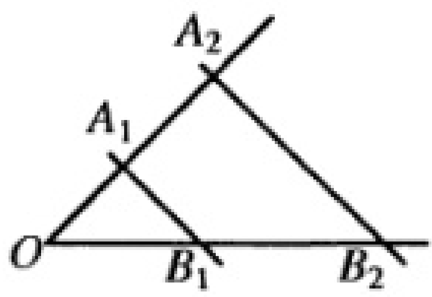
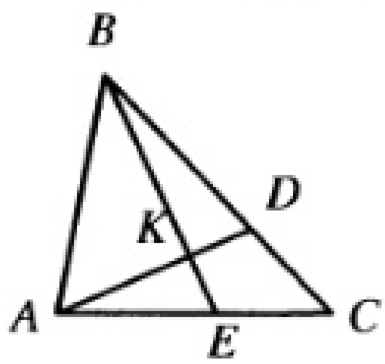
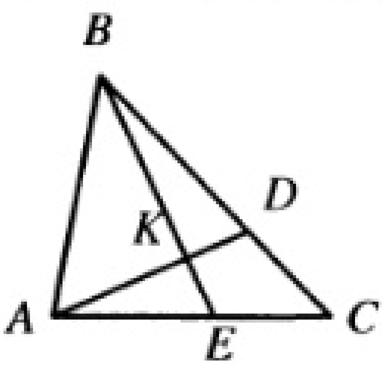
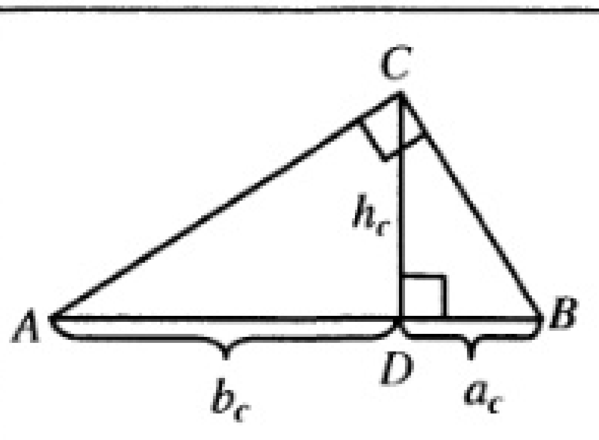
30		$\Delta ABC = \Delta KLM$
31		$\Delta ABC = \Delta KLM$
32		$\Delta ABC = \Delta KLM$
33		$\Delta ABC = \Delta KLM$
34		$\Delta ABC = \Delta KLM$
35		$\Delta ABC = \Delta KLM$
36		$\Delta ABC = \Delta KLM$

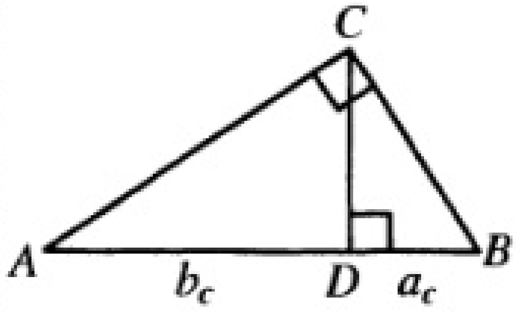
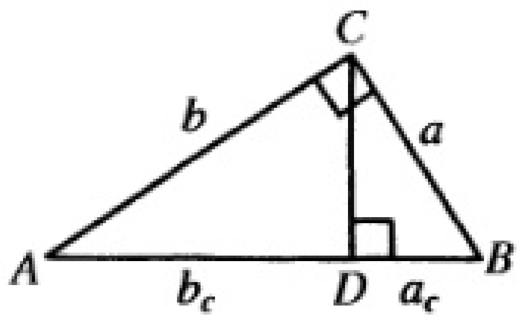
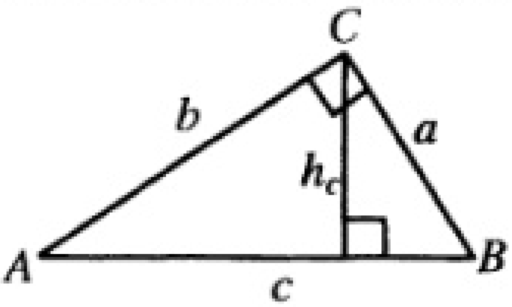
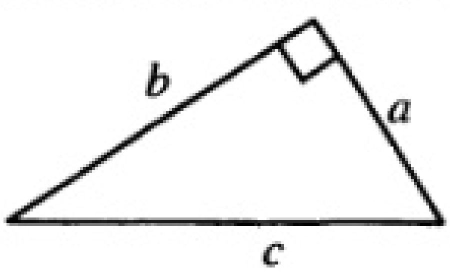
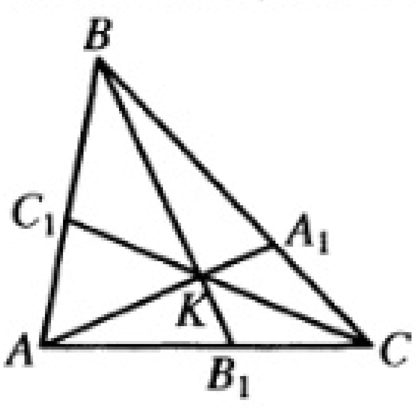
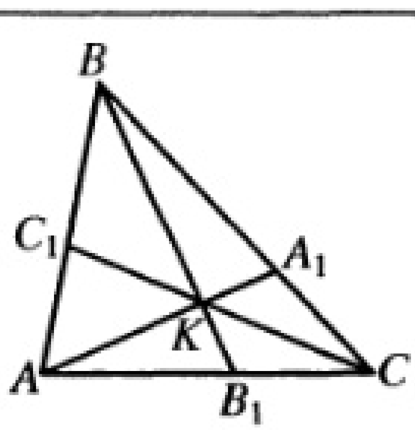
ПОДОБИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

37		$\Delta ABC \backsim \Delta KLM$
38		$\Delta ABC \backsim \Delta KLM$
39		$\Delta ABC \backsim \Delta KLM$
40		$\Delta ABC \backsim \Delta KLM$
41		$\Delta ABC \backsim \Delta KLM$
42		$\Delta ABC \backsim \Delta KLM$

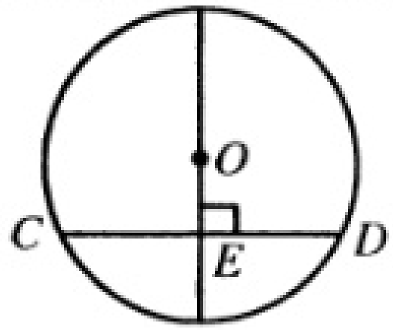
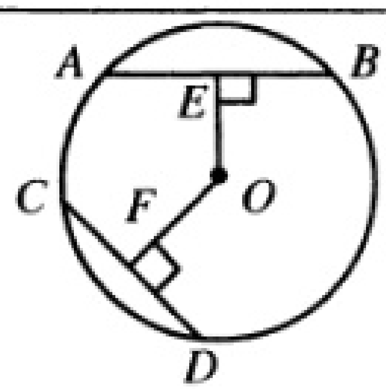
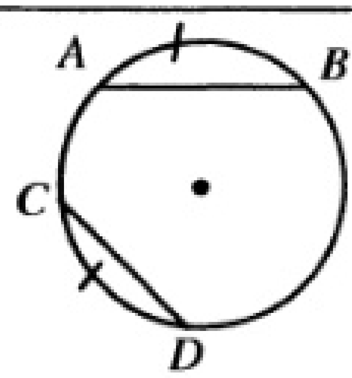
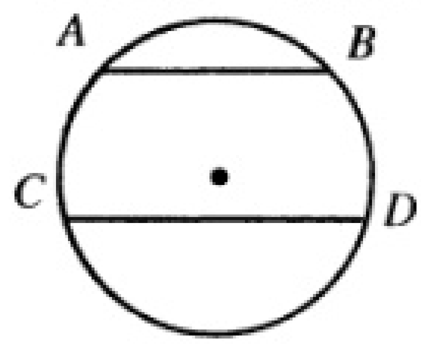
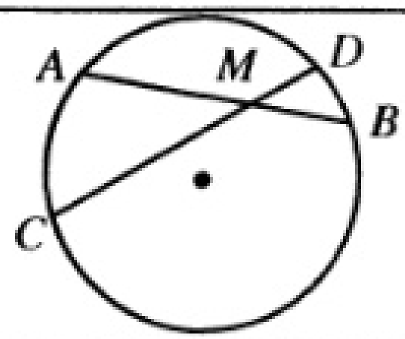
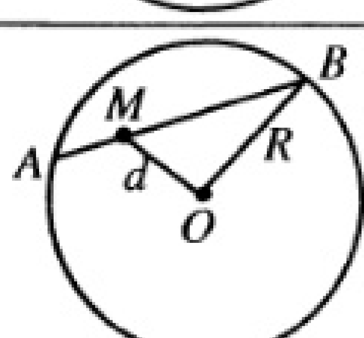
43		если $A_1C_1 \parallel AC$, то $\Delta ABC \sim \Delta A_1BC_1$

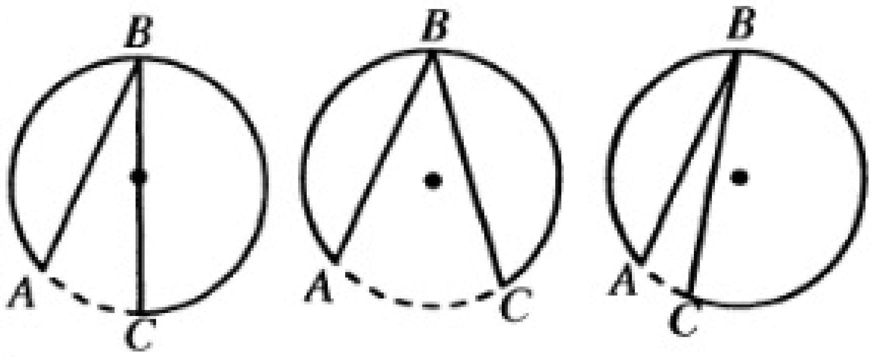
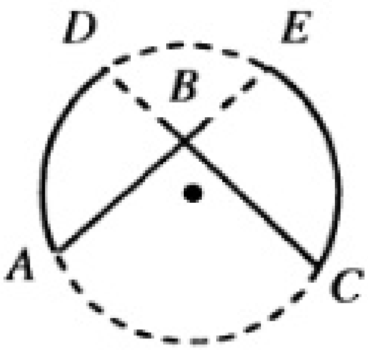
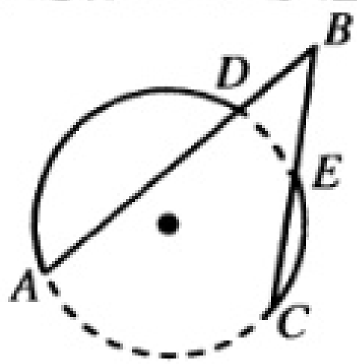
ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ ОТРЕЗКИ

44		если $A_1B_1 \parallel A_2B_2$, то $\dfrac{OA_1}{OA_2}=\dfrac{OB_1}{OB_2}=\dfrac{A_1B_1}{A_2B_2}$; $\dfrac{OA_1}{A_1A_2}=\dfrac{OB_1}{B_1B_2}$
45		если $\dfrac{AE}{EC}=\dfrac{p}{q}$, $\dfrac{BD}{DC}=\dfrac{m}{n}$, то $\dfrac{BK}{KE}=\dfrac{m}{n}\left(1+\dfrac{q}{p}\right)$, $\dfrac{AK}{KD}=\dfrac{p}{q}\left(1+\dfrac{n}{m}\right)$
46		если $\dfrac{AK}{KD}=$ л, $\dfrac{BK}{KE}=$ м, $(\lambda\cdot\mu>1)$, то $\dfrac{AE}{EC}=\dfrac{\lambda\mu-1}{1+\mu}$, $\dfrac{BD}{DC}=\dfrac{\lambda\mu-1}{1+\lambda}$
47		$\dfrac{b_c}{h_c}=\dfrac{h_c}{a_c}$ $\left(h_c=\sqrt{a_c\cdot b_c}\right)$

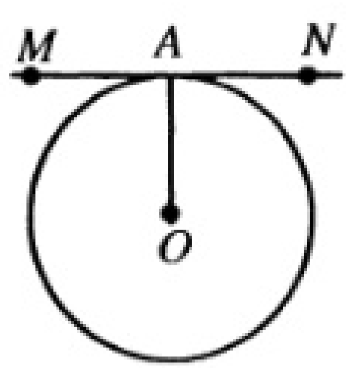
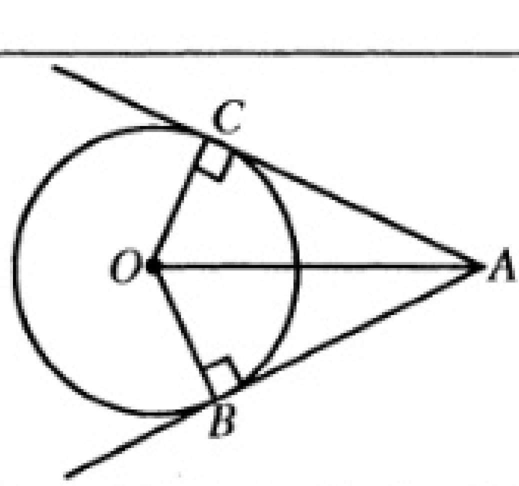
48		$$\frac{b_c}{b}=\frac{b}{c},\ \frac{a_c}{a}=\frac{a}{c}$$ $$\left(b=\sqrt{c\cdot b_c},\ a=\sqrt{c\cdot a_c}\ \right)$$
49		$$\frac{a_c}{b_c}=\frac{a^2}{b^2}$$
50X		$$\frac{b}{c}=\frac{h_c}{a}\ \left(\frac{a}{c}=\frac{h_c}{b}\right)$$
51X		**теорема Пифагора** $$c^2=a^2+b^2$$
52		**теорема Ван-Обеля** $$\frac{CK}{KC_1}=\frac{CB_1}{B_1A}+\frac{CA_1}{A_1B},$$ $$\frac{BK}{KB_1}=\frac{BC_1}{C_1A}+\frac{BA_1}{A_1C},\quad \frac{AK}{KA_1}=\frac{AC_1}{C_1B}+\frac{AB_1}{B_1C}$$
53		**теорема Жергонна** $$\frac{KA_1}{AA_1}+\frac{KB_1}{BB_1}+\frac{KC_1}{CC_1}=1,$$ $$\frac{KA}{AA_1}+\frac{KB}{BB_1}+\frac{KC}{CC_1}=2$$

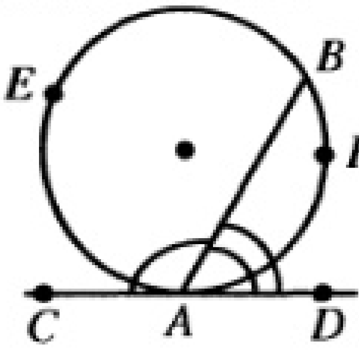
ОКРУЖНОСТЬ. СВОЙСТВА ХОРД И УГЛОВ

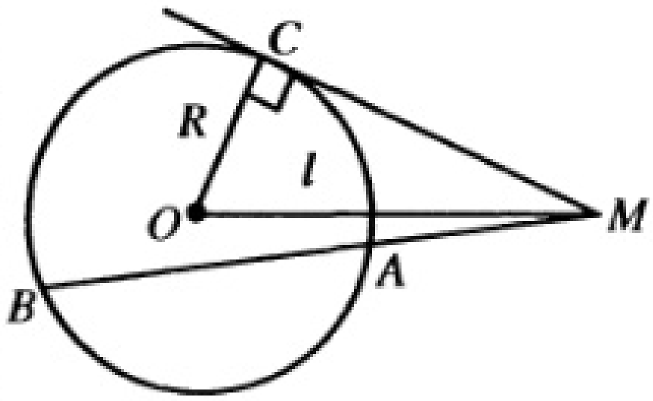
54		$CE = ED$ (O — центр окружности)
55		если $AB = CD$, то $OE = OF$ (O — центр окружности)
56X		$AB = CD$
57		если $CD \parallel AB$, то $\smile AC = \smile BD$
58		$AM \cdot MB = CM \cdot MD$
59		$AM \cdot MB = R^2 - d^2$ (O — центр окружности)

60		$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC$
61		$\angle ABC = \frac{1}{2} (\cup AC + \cup DE)$
62		$\angle ABC = \frac{1}{2} (\cup AC - \cup DE)$

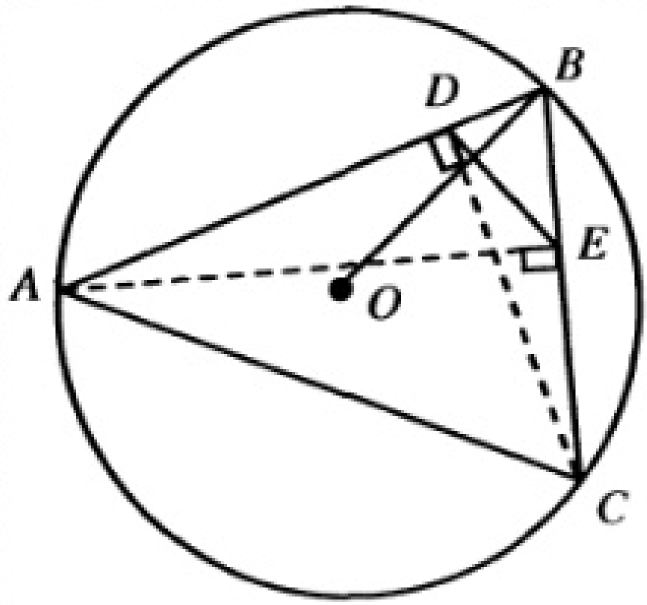
ОКРУЖНОСТЬ. КАСАТЕЛЬНАЯ, КАСАТЕЛЬНЫЕ И ХОРДЫ, КАСАТЕЛЬНЫЕ И СЕКУЩИЕ

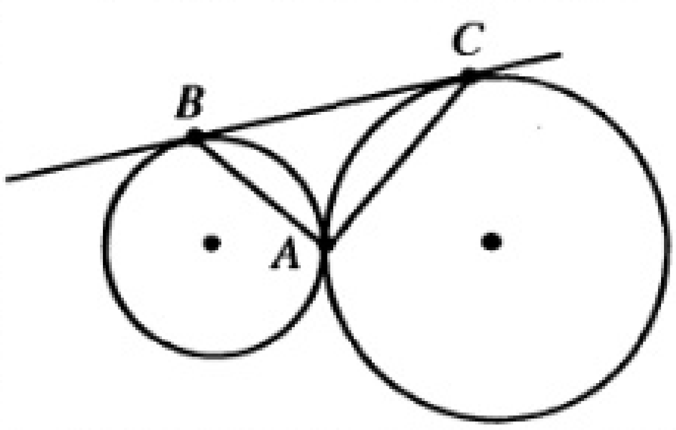
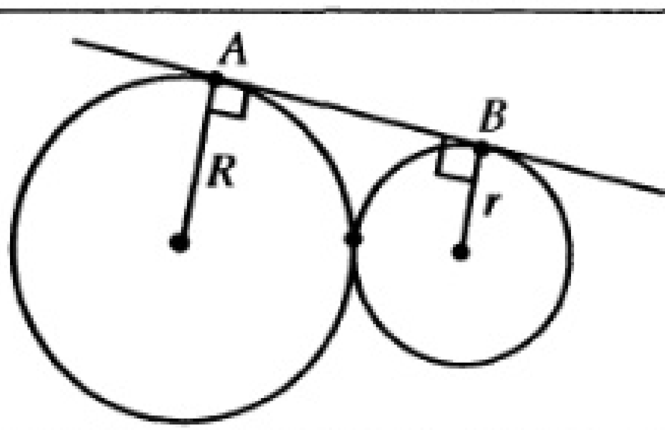
63		если прямая MN касается окружности в точке A, то $MN \perp OA$ **обратное утверждение:** если прямая MN проходит через точку A окружности и $MN \perp OA$, то MN —касательная (O — центр окружности)
64		$AC = AB$, $\angle CAO = \angle BAO$ (O — центр окружности)

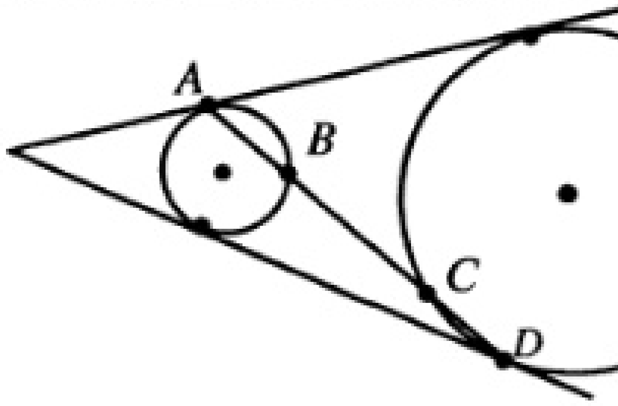
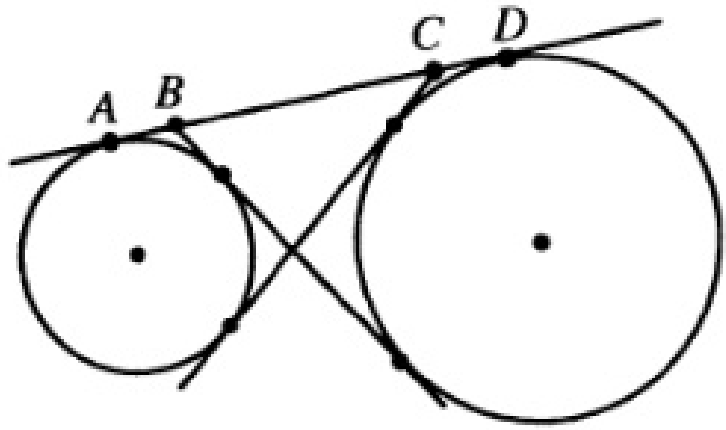
<table>
<tr><td>65</td><td>
</td><td>$\angle BAC = \frac{1}{2} \cup AEB,$

$\angle BAD = \frac{1}{2} \cup AFB$</td></tr>
<tr><td>66</td><td>
</td><td>$MA \cdot MB = MC^2,$

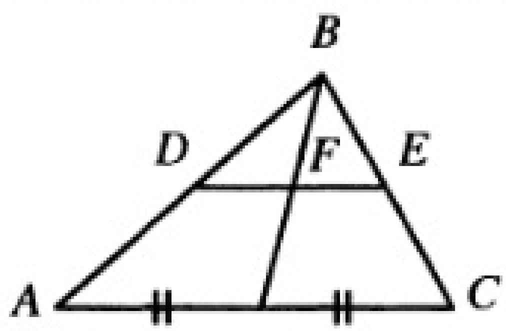
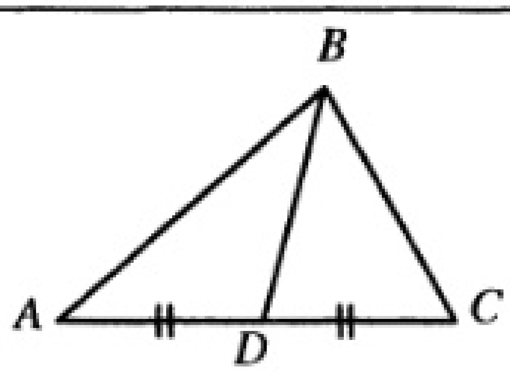
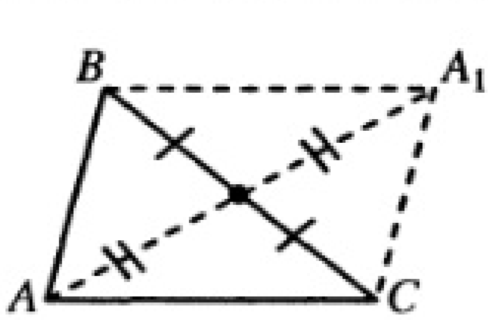
$MA \cdot MB = l^2 - R^2$

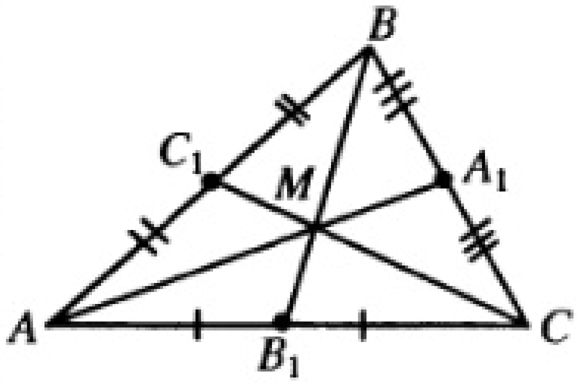
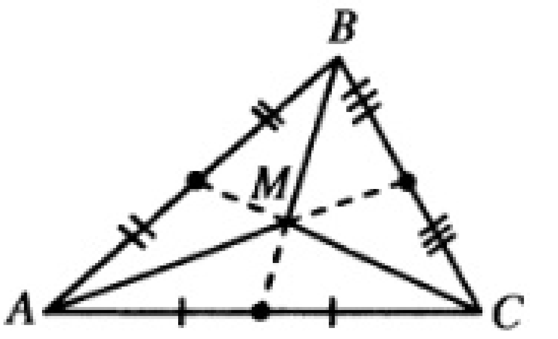
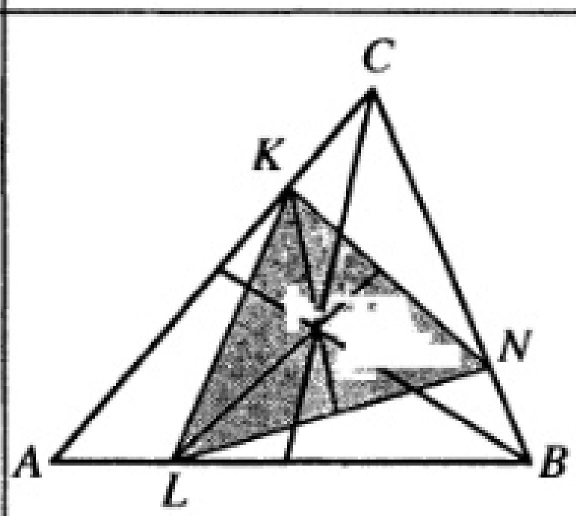
(O — центр окружности)</td></tr>
<tr><td>67</td><td>
</td><td>$OB \perp DE$

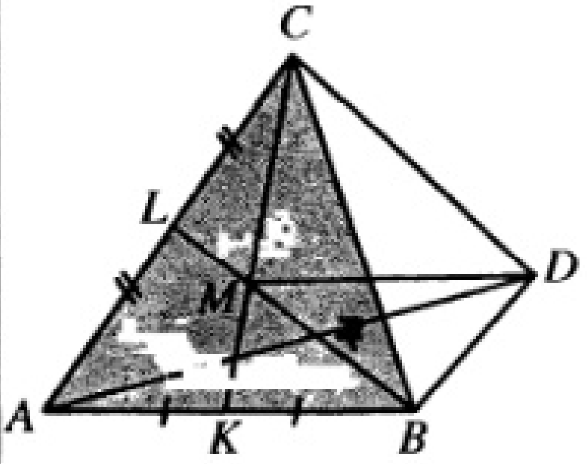
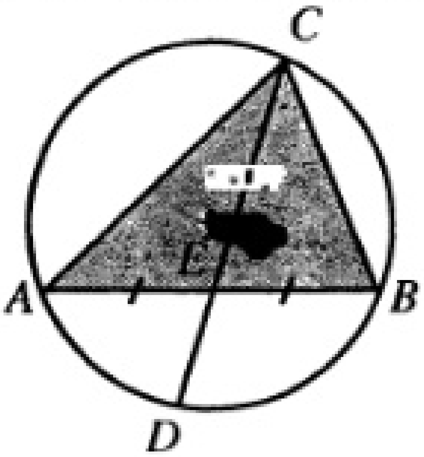
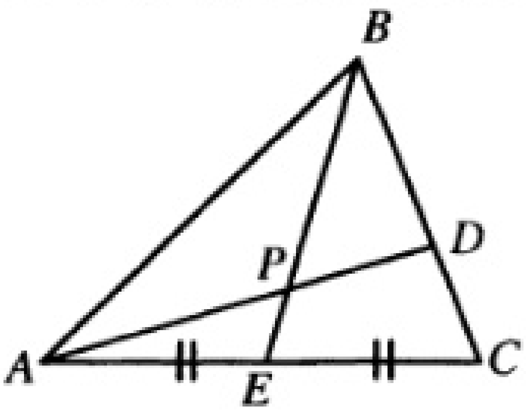
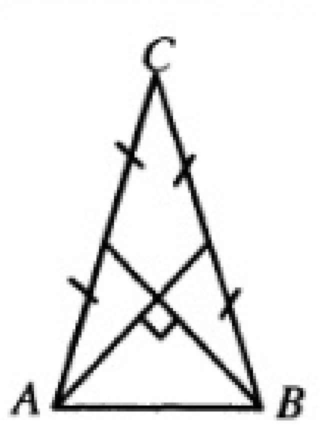
(O — центр окружности)</td></tr>
<tr><td>68</td><td>
</td><td>$\angle BAC = 90°$</td></tr>
<tr><td>69</td><td>
</td><td>$AB = 2\sqrt{R \cdot r}$</td></tr>
</table>

70		$AB = CD$
71		$AB = CD$

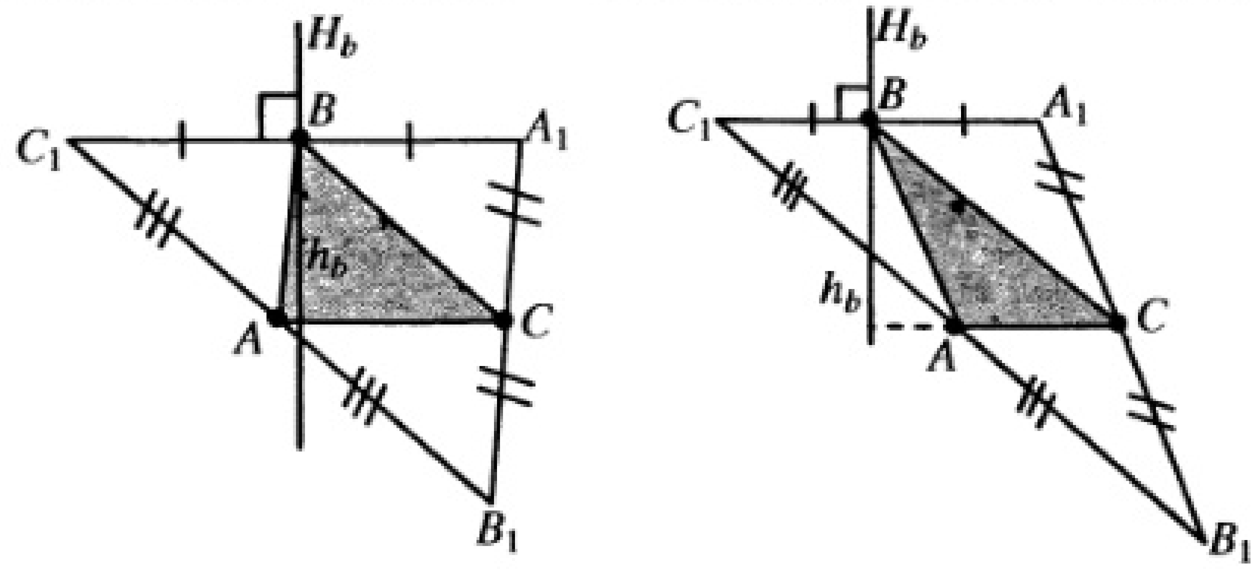
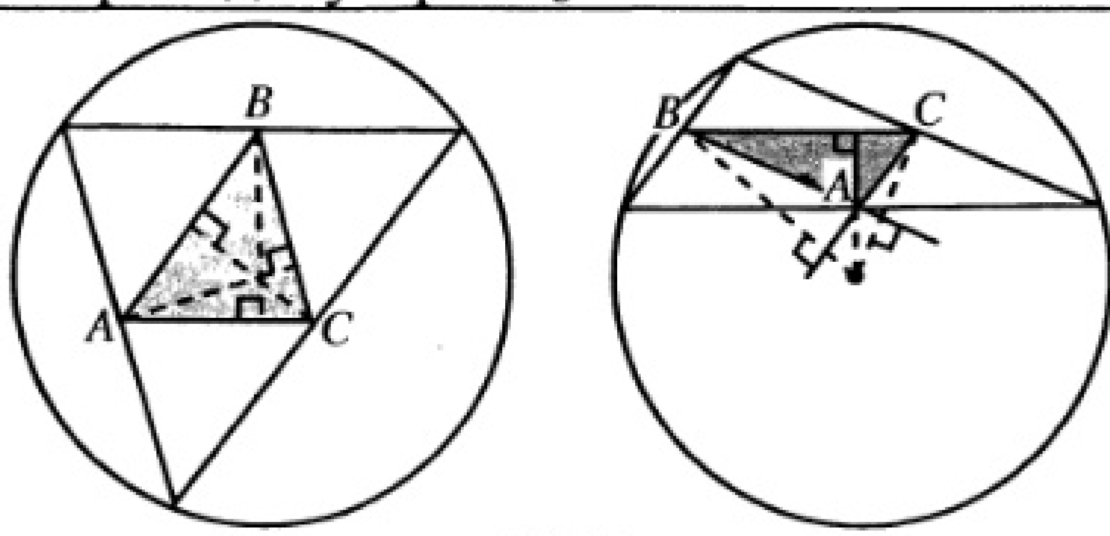
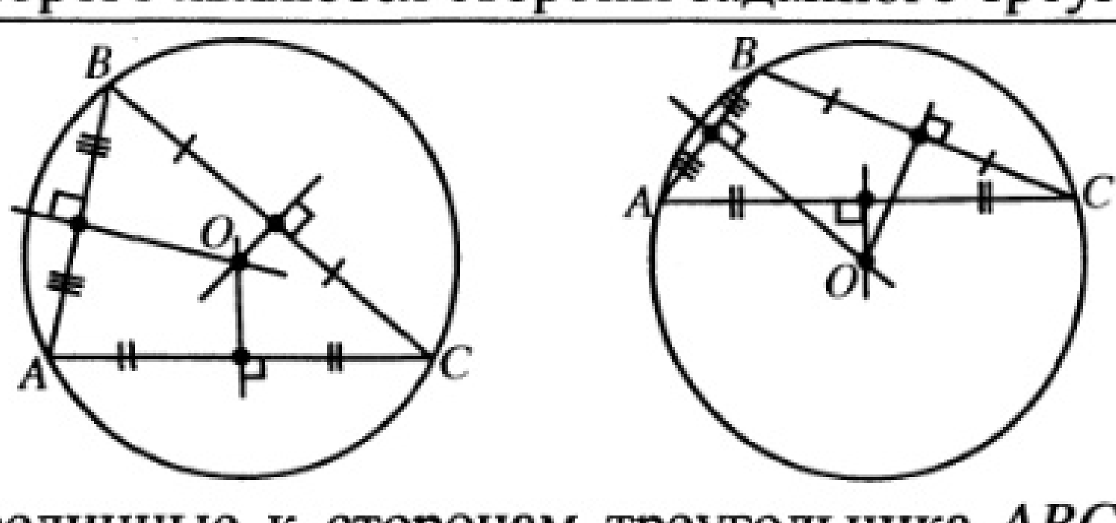
МЕДИАНЫ

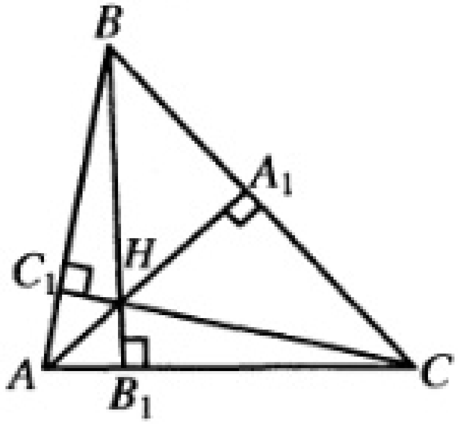
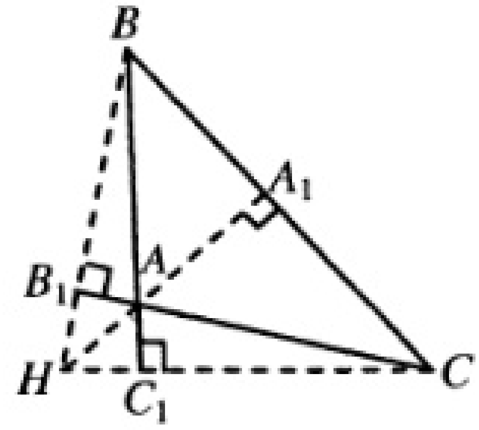
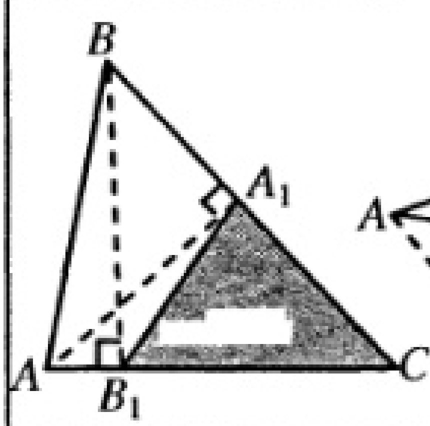
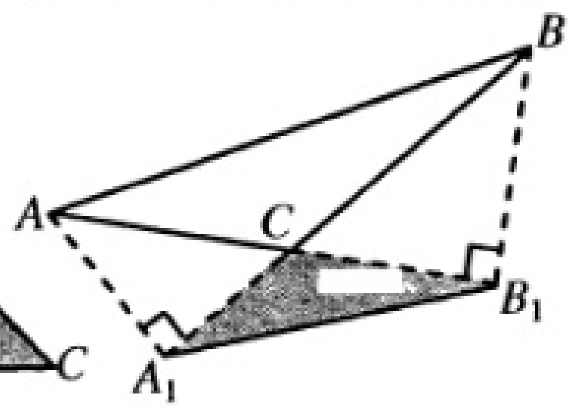
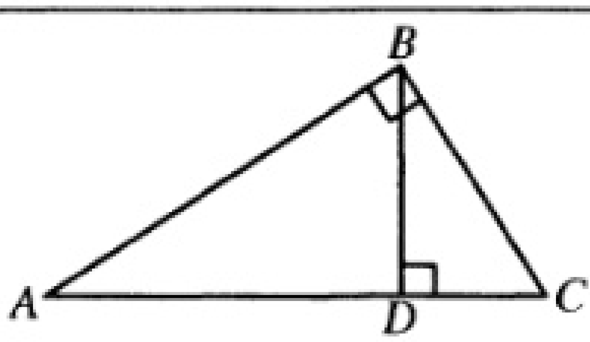
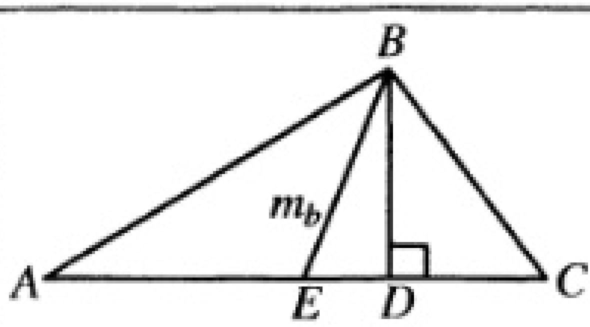
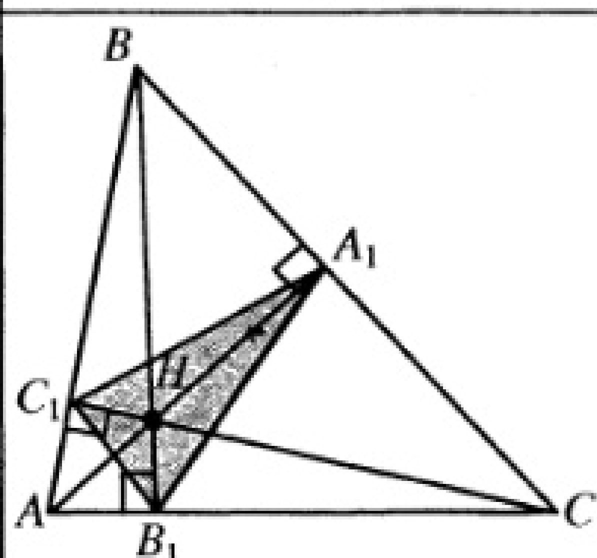
72X		если $DE \parallel AC$, то $DF=FE$
73X		$S_{\Delta ABD} = S_{\Delta CBD}$
74		четырехугольник ABA_1C — параллелограмм

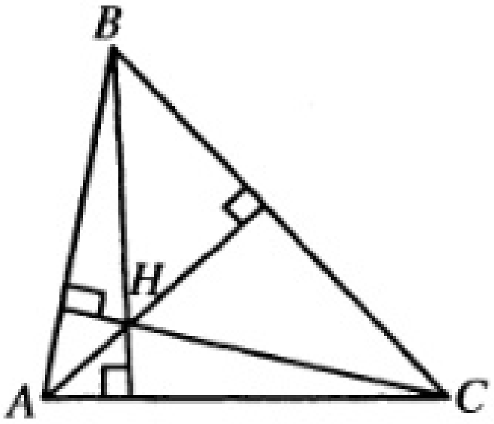
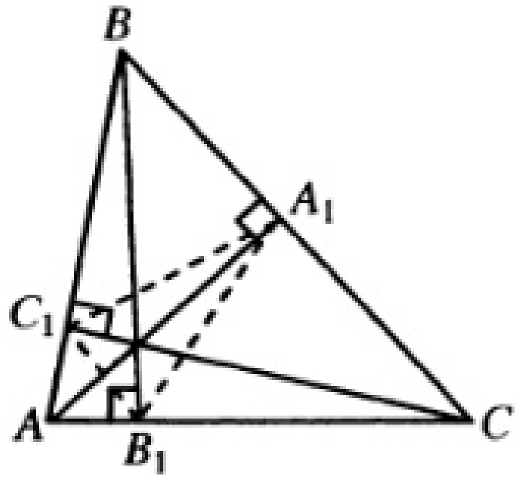
75		медианы треугольника пересекаются в одной точке; $AM : MA_1 = BM : MB_1 = $ $= CM : MC_1 = 2 : 1$
76Х		$S_{\Delta AMB} = S_{\Delta BMC} = S_{\Delta AMC}$
77	$m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$, $m_b = \frac{1}{2}\sqrt{2c^2 + 2a^2 - b^2}$, $m_c = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$	
78	$a = \frac{2}{3}\sqrt{2m_b^2 + 2m_c^2 - m_a^2}$, $b = \frac{2}{3}\sqrt{2m_c^2 + 2m_a^2 - m_b^2}$, $c = \frac{2}{3}\sqrt{2m_a^2 + 2m_b^2 - m_c^2}$	
79		если $\frac{AL}{LB} = \frac{BN}{NC} = \frac{CK}{KA}$, то точки пересечения медиан треугольников *ABC* и *LNK* совпадают

80		$DM^2 = \frac{1}{3}(DA^2 + DB^2 + DC^2) - $ $- \frac{1}{9}(AB^2 + BC^2 + CA^2)$ (D — произвольная точка плоскости)
81		$CA^2 + CB^2 = 2CE \cdot CD$
82		если $BP : PE = m : n$, то $CD : DB = m : 2n$
83		$\cos\angle ACB = \frac{4}{5}$, $\cos\angle CAB = \cos\angle CBA = \frac{1}{\sqrt{10}}$

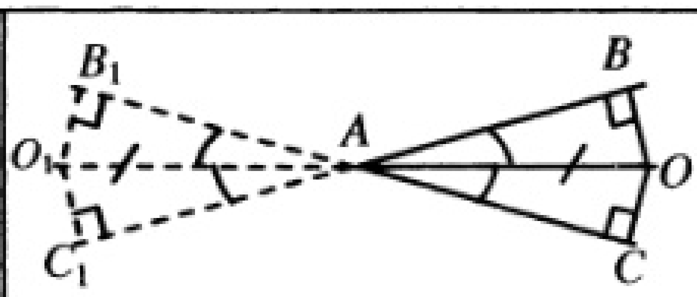
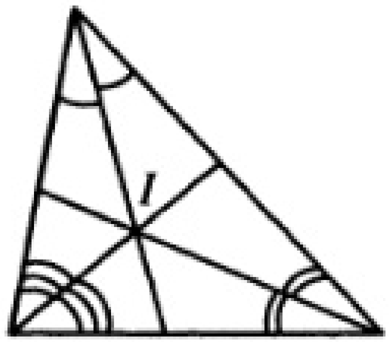
ВЫСОТЫ

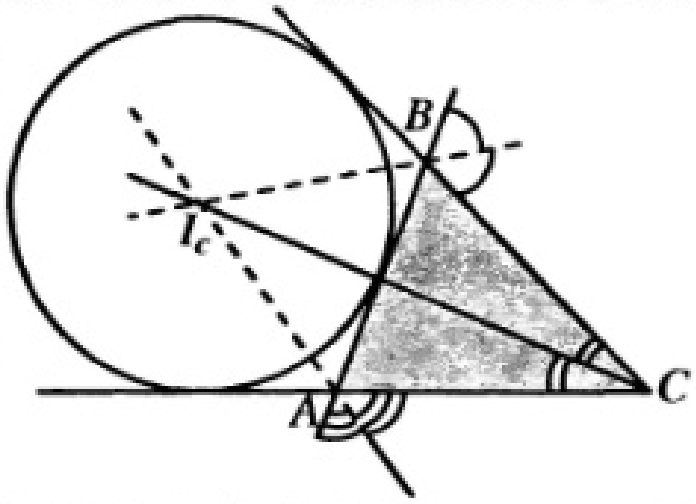
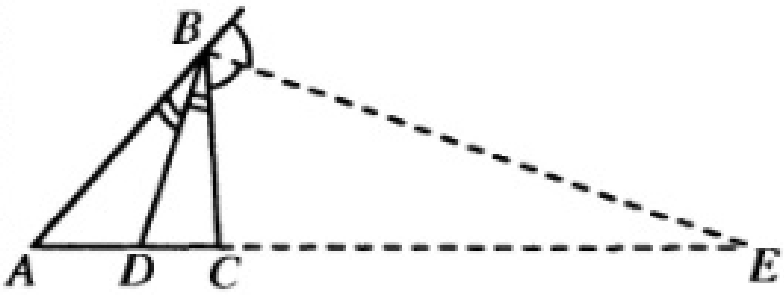
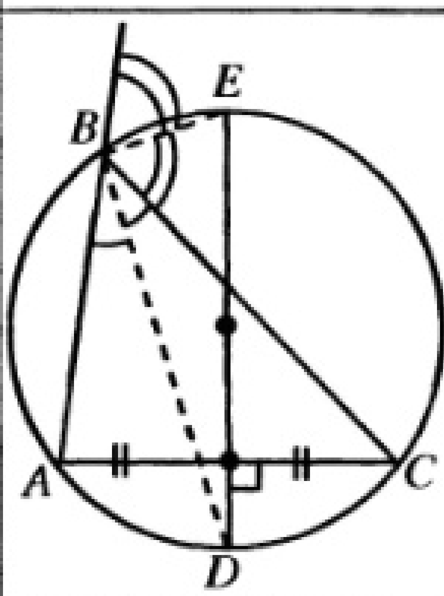
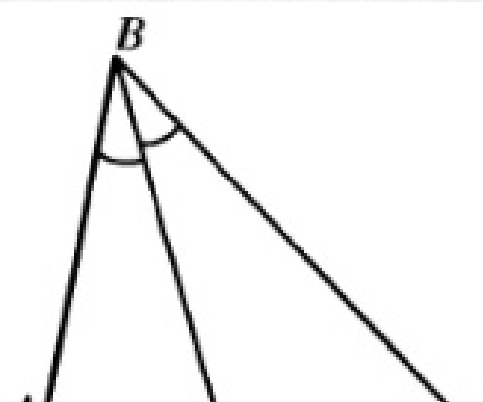
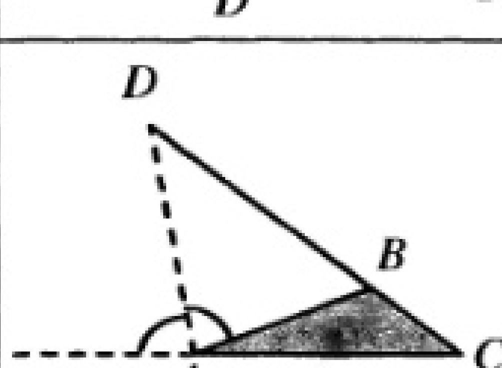
84	 если $A_1B_1 \parallel AB$, $B_1C_1 \parallel BC$, $C_1A_1 \parallel CA$, то высота h_b треугольника ABC лежит на серединном к отрезку C_1A_1 перпендикуляре H_b
85	 высоты треугольника ABC или их продолжения пересекаются в одной точке — центре окружности, описанной около треугольника, средними линиями которого являются стороны заданного треугольника
86	 серединные к сторонам треугольника ABC перпендикуляры пересекаются в одной точке — центре O окружности, описанной около треугольника ABC

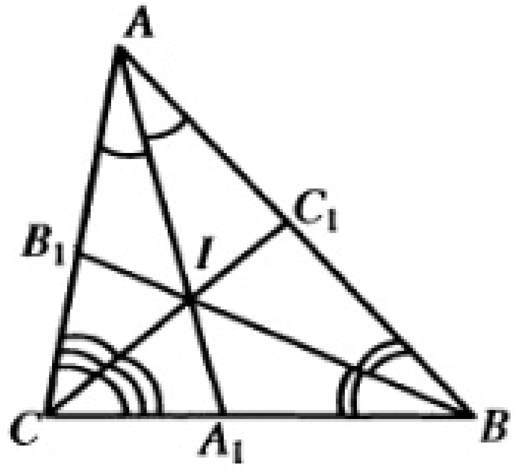
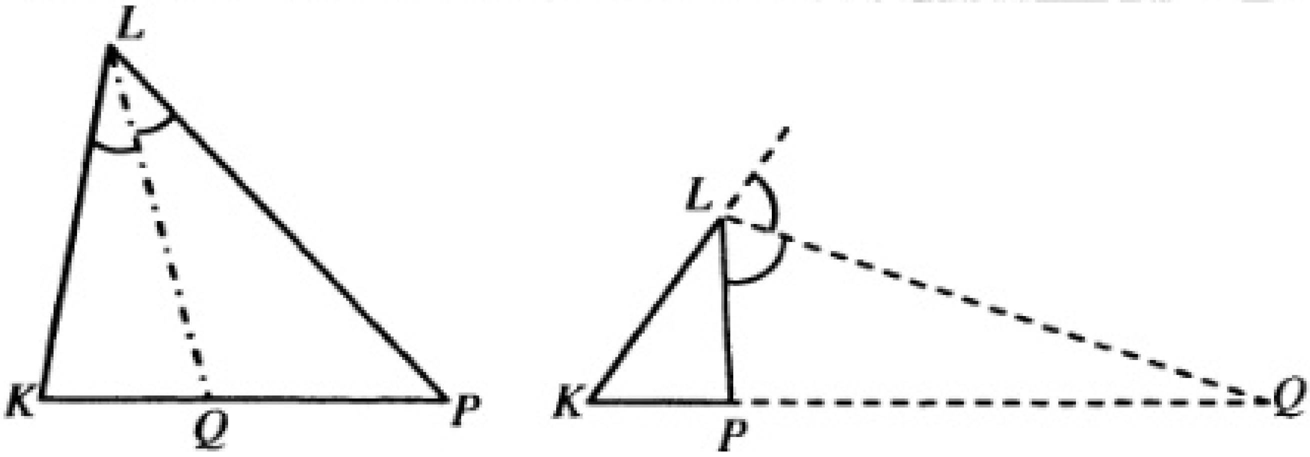
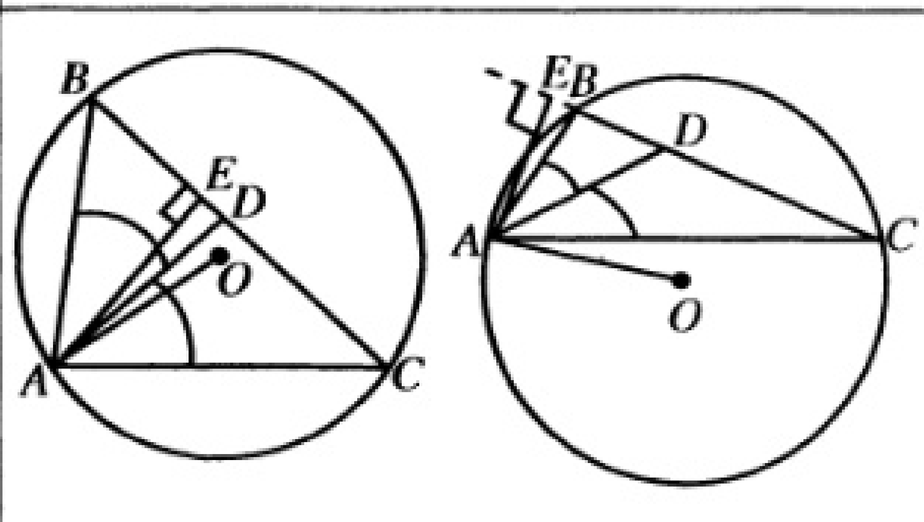
87	  $AH \cdot HA_1 = BH \cdot HB_1 = CH \cdot HC_1,$ $AA_1 \cdot HA_1 = BA_1 \cdot A_1C,\ BB_1 \cdot HB_1 = AB_1 \cdot B_1C,$ $CC_1 \cdot HC_1 = AC_1 \cdot C_1B$
88	  $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C,$ $\angle ABC = \angle A_1B_1C,$ $\angle BAC = \angle B_1A_1C,$ $\dfrac{B_1C}{BC} = \dfrac{A_1C}{AC} = \lvert\cos\gamma\rvert$
89	 $\Delta ABD \sim \Delta CBD,$ $\Delta ABC \sim \Delta ABD,$ $\Delta ABC \sim \Delta CBD$
90	 $\angle ABD = \angle CBE$
91	 $\angle C_1A_1A = \angle B_1A_1A,$ $\angle A_1B_1B = \angle C_1B_1B,$ $\angle B_1C_1C = \angle A_1C_1C,$ H — центр окружности, вписанной в $\Delta\, A_1B_1C_1$

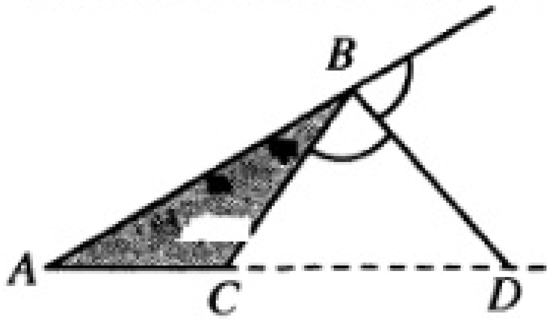
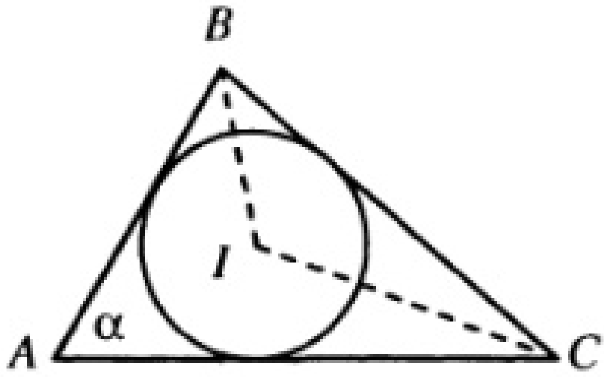
92		$a:b:c=\frac{1}{h_a}:\frac{1}{h_b}:\frac{1}{h_c}$; $\angle ABC+\angle AHC=180^\circ$, $\angle BCA+\angle BHA=180^\circ$, $\angle CAB+\angle CHB=180^\circ$
93		$\angle B_1BA=\angle AA_1C_1$, $\angle B_1BC=\angle CC_1A_1$, $\angle C_1CB=\angle BB_1A_1$, $\angle C_1CA=\angle AA_1B_1$, $\angle A_1AC=\angle CC_1B_1$, $\angle A_1AB=\angle BB_1C_1$
94	$h_a=\frac{2}{a}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, $h_b=\frac{2}{b}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, $h_c=\frac{2}{c}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$	

БИССЕКТРИСЫ

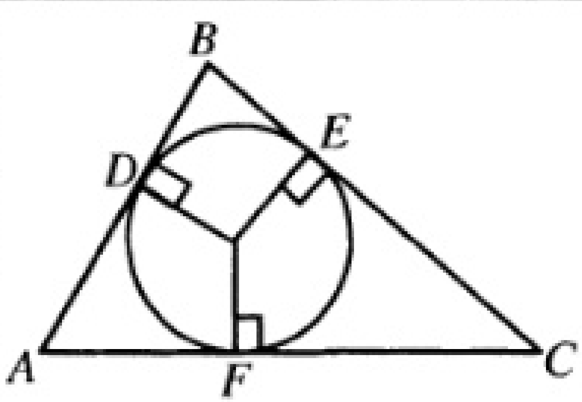
95		$OB=OC=O_1B_1=O_1C_1$, AO (AO_1) — ось симметрии $\angle BAC$ (B_1AC_1)
96		биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке I — центре вписанной в треугольник окружности

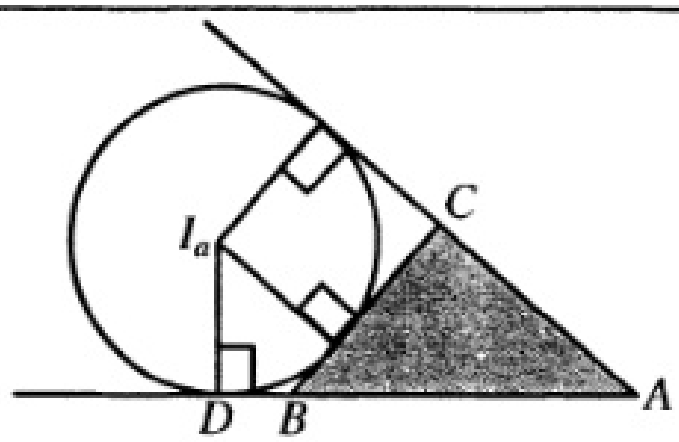
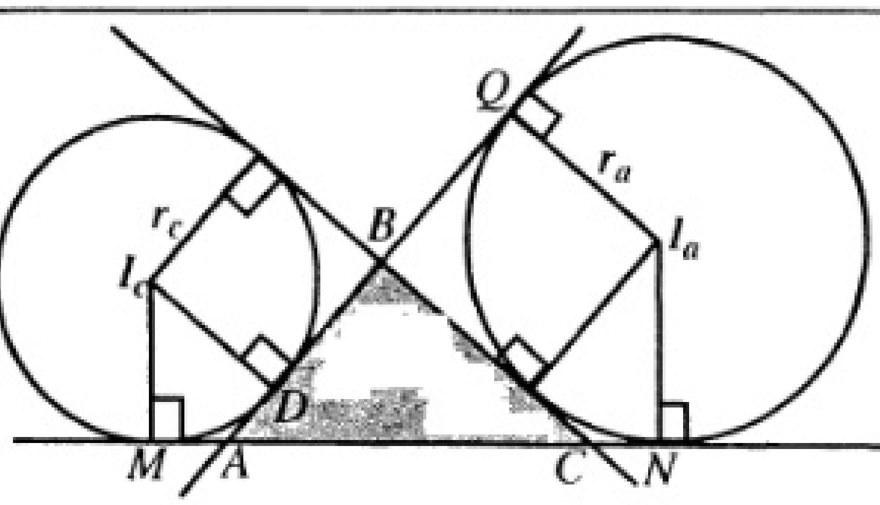
97		I_c — центр вневписанной окружности
98		$BD \perp BE$
99		если D и E — точки пересечения окружности соответственно с внутренней и внешней биссектрисами вписанного треугольника ABC, выходящими из одной вершины B, то DE — диаметр окружности
100X		$\frac{AD}{DC}=\frac{AB}{BC}$, $\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta CBD}}=\frac{AB}{BC}$
101X		$\frac{DC}{DB}=\frac{AC}{AB}$

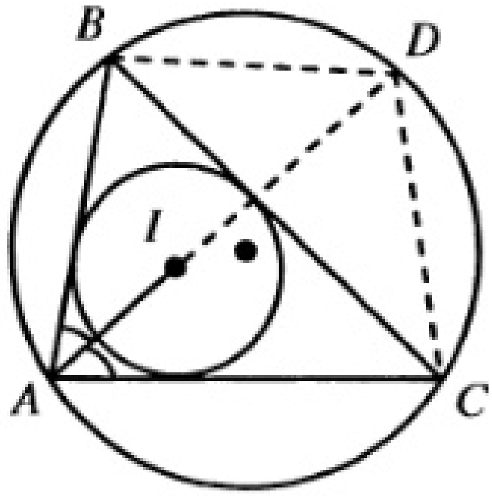
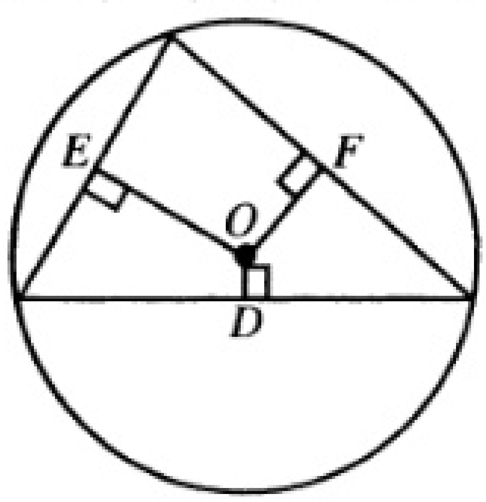
102	 $\frac{AI}{IA_1}=\frac{b+c}{a}$, $\frac{BI}{IB_1}=\frac{a+c}{b}$, $\frac{CI}{IC_1}=\frac{a+b}{c}$
103	$l_a=\frac{2bc\cos\frac{\alpha}{2}}{b+c}$, $l_b=\frac{2ac\cos\frac{\beta}{2}}{a+c}$, $l_c=\frac{2ab\cos\frac{\gamma}{2}}{a+b}$
104	 $LQ=\sqrt{\lvert LK\cdot LP-KQ\cdot QP\rvert}$
105	$l_a^2=bc\left(1-\frac{a^2}{(b+c)^2}\right)$, $l_b^2=ac\left(1-\frac{b^2}{(a+c)^2}\right)$, $l_c^2=ab\left(1-\frac{c^2}{(a+b)^2}\right)$
106	 $\angle OAD=\angle EAD$ (O — центр окружности)

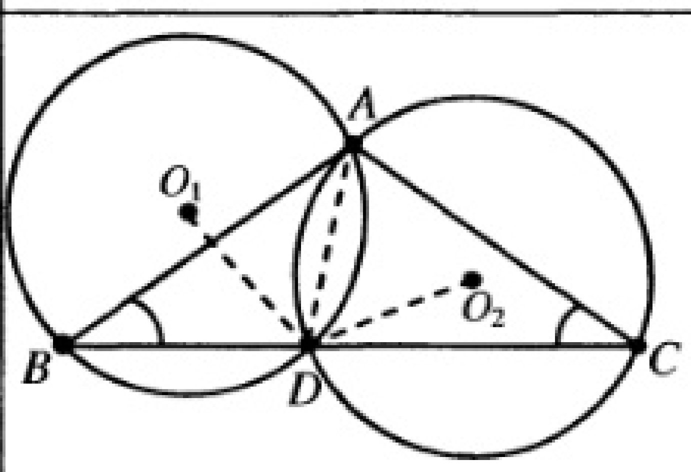
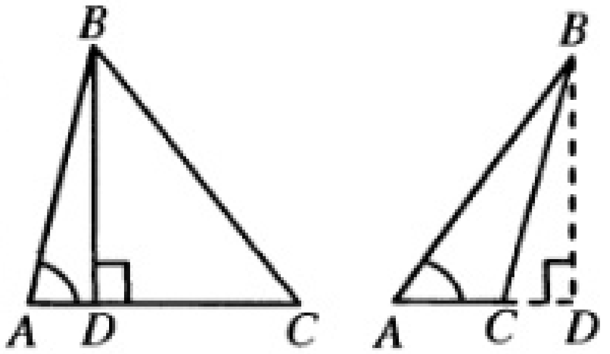
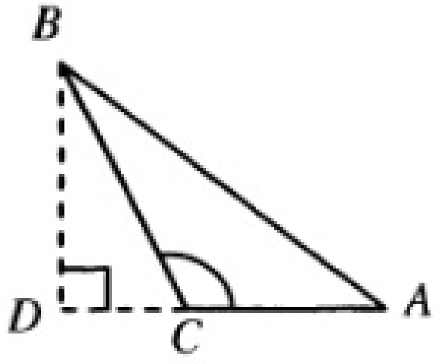
107X		$$\frac{DA}{DC}=\frac{AB}{BC}$$
108		$$\angle CIB = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$$
109	$$L_a^2 = bc\left(\frac{a^2}{(b-c)^2}-1\right),\ L_b^2 = ac\left(\frac{b^2}{(a-c)^2}-1\right),\ L_c^2 = ab\left(\frac{c^2}{(a-b)^2}-1\right)$$	
110	$$L_a = \frac{2bc\sin\frac{\alpha}{2}}{\lvert b-c\rvert},\quad L_b = \frac{2ac\sin\frac{\beta}{2}}{\lvert a-c\rvert},\quad L_c = \frac{2ab\sin\frac{\gamma}{2}}{\lvert a-b\rvert}$$	

ТРЕУГОЛЬНИК. ВПИСАННЫЕ, ОПИСАННЫЕ И ВНЕВПИСАННЫЕ ОКРУЖНОСТИ

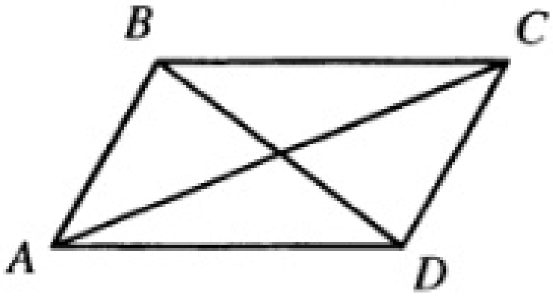
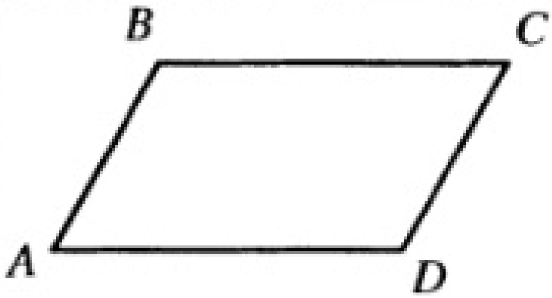
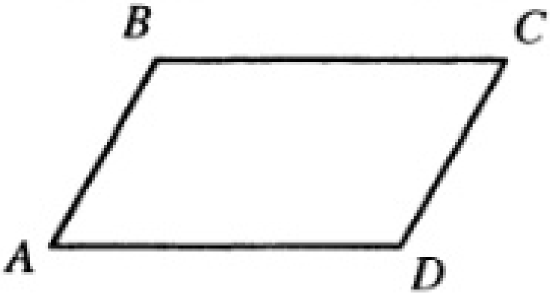
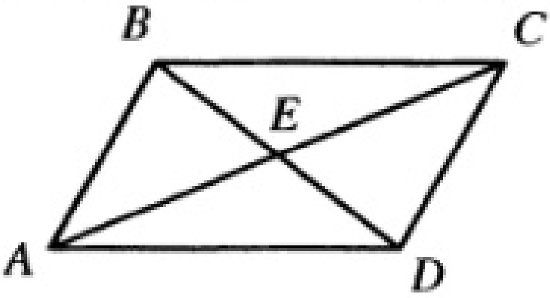
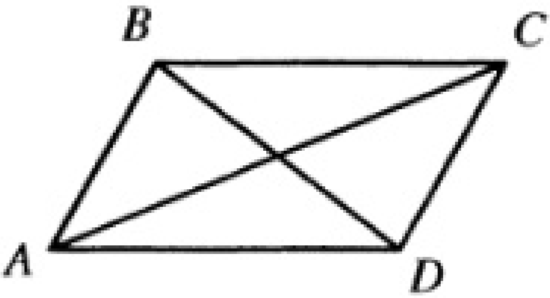
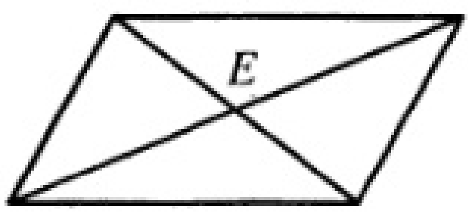
111	$$r=\frac{S}{p}$$	
112		$AF = AD = p-a,$ $BD = BE = p-b,$ $CE = CF = p-c$

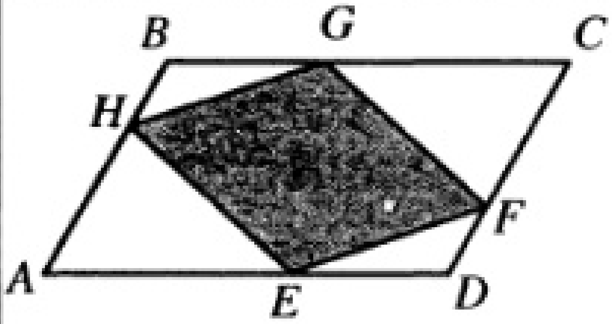
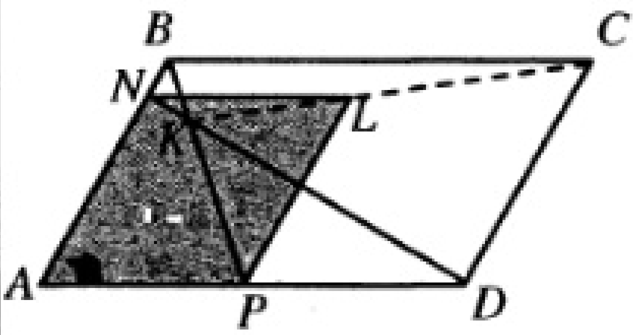
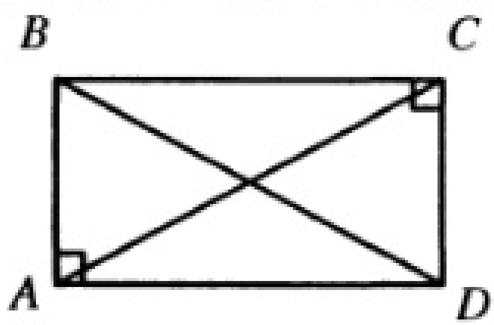
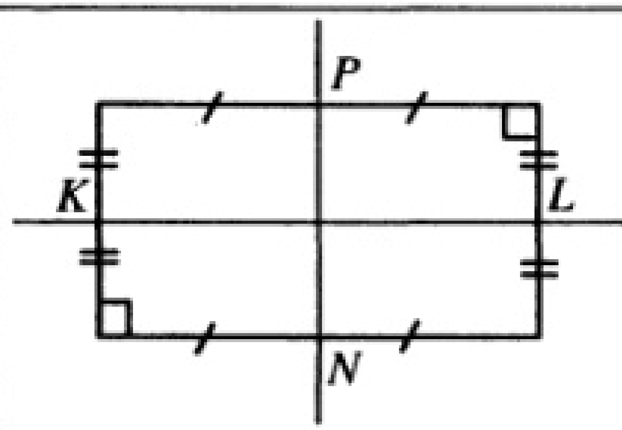
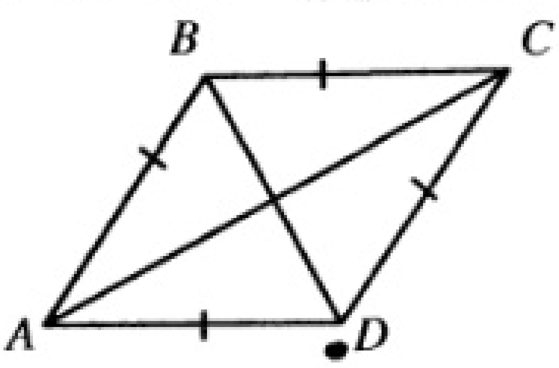
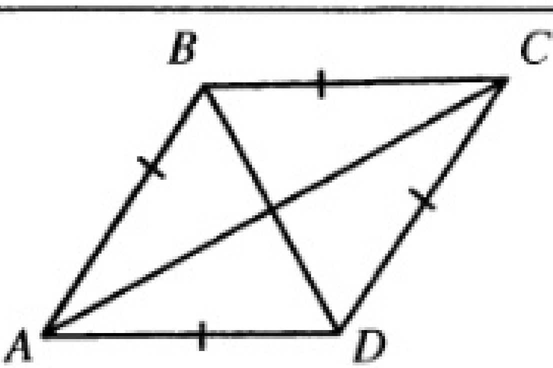
113	$r=(p-a)\operatorname{tg}\alpha=(p-b)\operatorname{tg}\beta=(p-c)\operatorname{tg}\gamma$
114	$r=\dfrac{c}{\operatorname{ctg}\frac{\text{б}}{2}+\operatorname{ctg}\frac{\text{г}}{2}}=c\dfrac{\sin\frac{\text{б}}{2}\sin\frac{\text{г}}{2}}{\sin\frac{\text{б}+\text{г}}{2}}$, $r=\dfrac{a}{\operatorname{ctg}\frac{\text{в}}{2}+\operatorname{ctg}\frac{\gamma}{2}}=$ $=a\dfrac{\sin\frac{\text{в}}{2}\sin\frac{\text{г}}{2}}{\sin\frac{\text{в}+\text{г}}{2}}$, $r=\dfrac{b}{\operatorname{ctg}\frac{\text{б}}{2}+\operatorname{ctg}\frac{\text{в}}{2}}=b\dfrac{\sin\frac{\text{б}}{2}\sin\frac{\text{в}}{2}}{\sin\frac{\text{б}+\text{в}}{2}}$
115	$R=\dfrac{abc}{4S}$
116	 $AD=p$
117	$r_a=\dfrac{S}{p-a}$, $r_b=\dfrac{S}{p-b}$, $r_c=\dfrac{S}{p-c}$
118	$r_a=p\cdot\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}$, $r_b=p\cdot\operatorname{tg}\dfrac{\beta}{2}$, $r_c=p\cdot\operatorname{tg}\dfrac{\gamma}{2}$
119	 $MN=a+c$, $DQ=b$

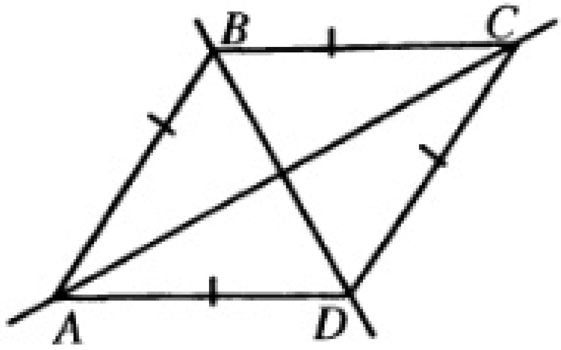
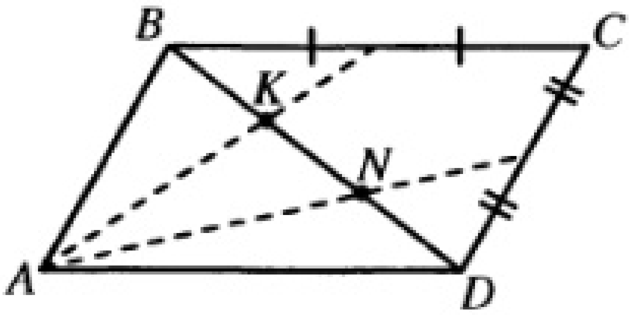
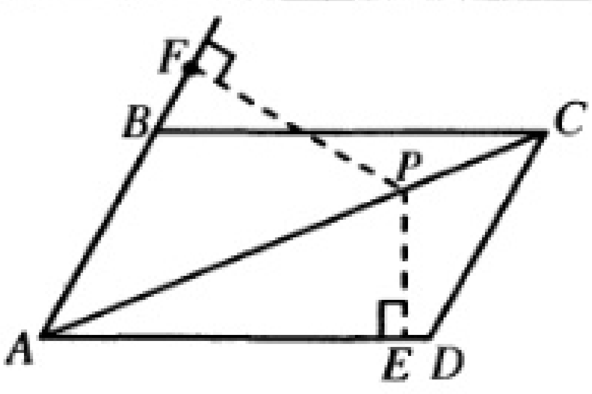
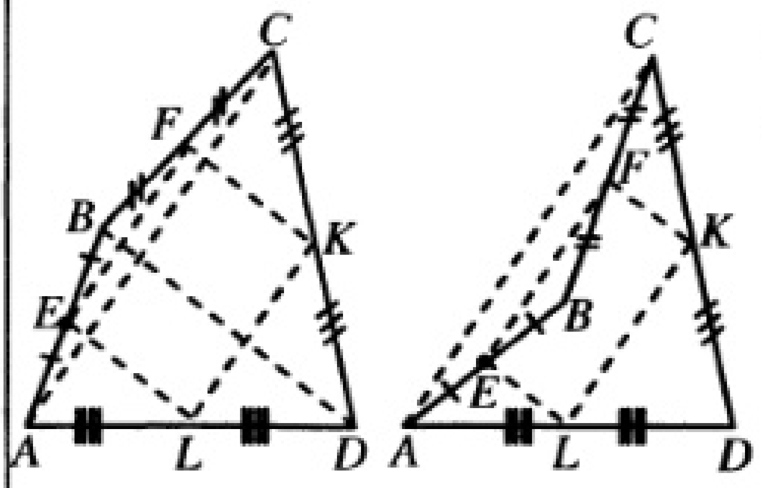
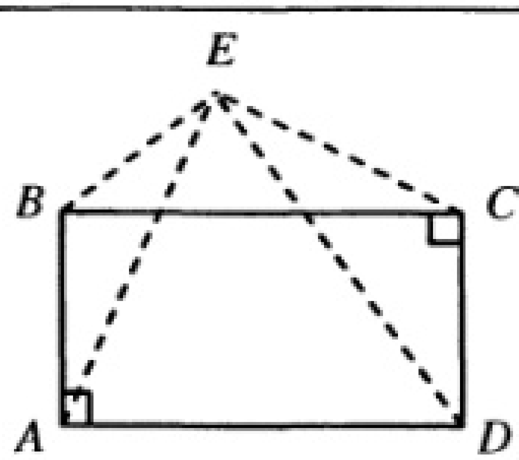
120	$r_a + r_b + r_c = r + 4R$
121	$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$
122	 **трилистник:** $BD = DC = ID$
123	**формула Эйлера** $IO^2 = R - 2rR$
124	$OI_a^2 = R^2 + 2r_a R,\ \ OI_b^2 = R^2 + 2r_b R,\ \ OI_c^2 = R^2 + 2r_c R$
125	$II_a^2 = R\,(r_a - r),\ \ II_b^2 = R\,(r_b - r),\ \ II_c^2 = R\,(r_c - r)$
126	 **теорема Карно** $OD + OE + OF = R + r$ (O — центр окружности)

127	**теорема синусов** $$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R$$
128	$$\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\sin\frac{\beta}{2}\cdot\sin\frac{\gamma}{2}=\frac{r}{4R}$$
129	$$\cos\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\beta}{2}\cdot\cos\frac{\gamma}{2}=\frac{p}{4R}$$
130	 $O_1D = O_2D$ (D — точка отрезка BC, O_1 и O_2 — центры окружностей, проходящих через тройки точек A, B, D и A, C, D соответственно)
131	**теорема косинусов** $a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos\alpha,\ b^2=c^2+a^2-2ca\cdot\cos\beta,$ $c^2=a^2+b^2-2ab\cdot\cos\gamma$
132	**теорема косинусов в отрезках**  $BC^2=AB^2+AC^2-2AC\cdot AD,$  $AB^2=AC^2+BC^2+2AC\cdot CD$

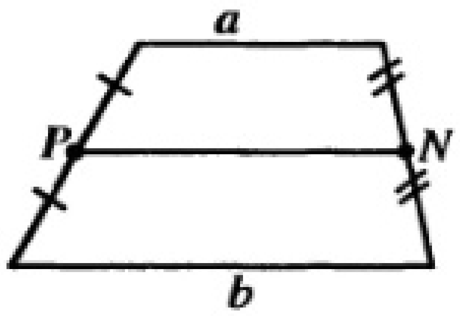
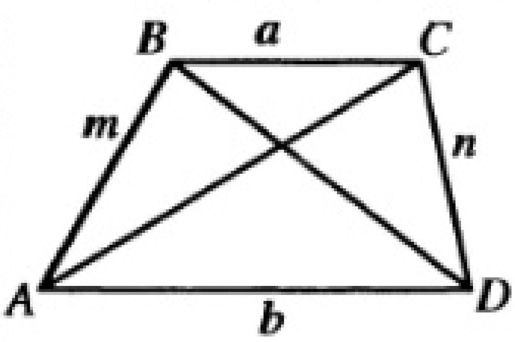
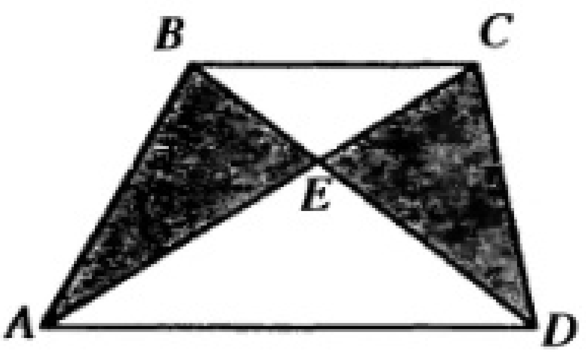
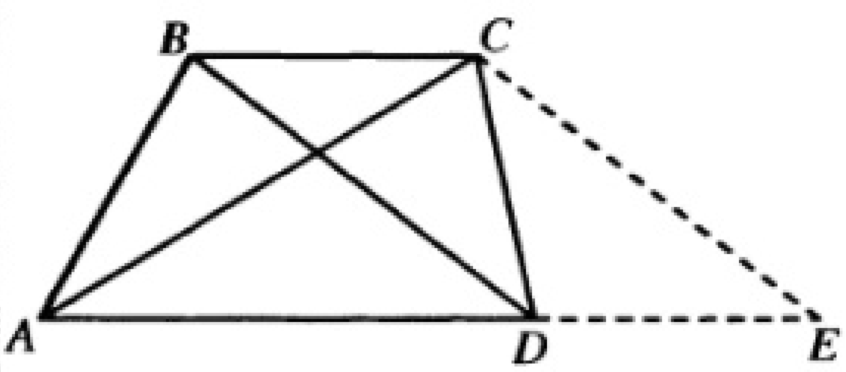
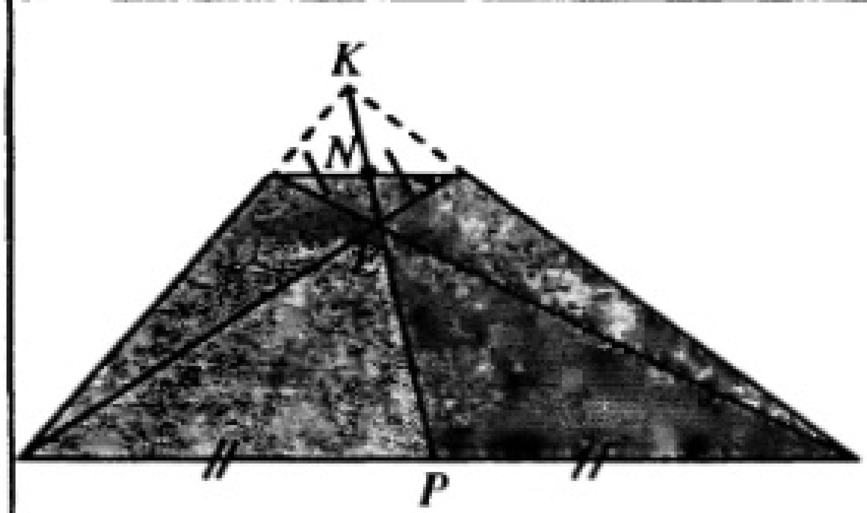
ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

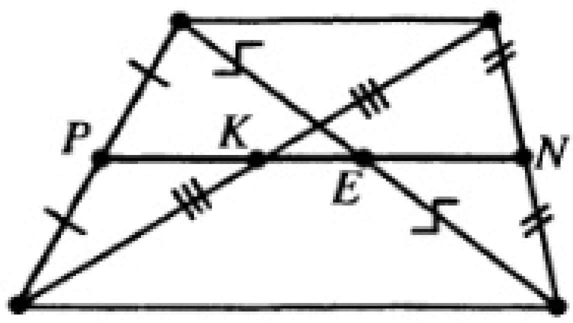
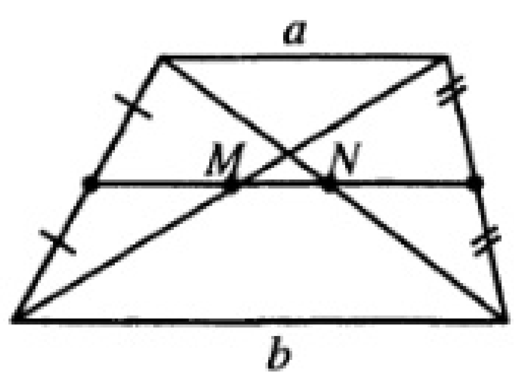
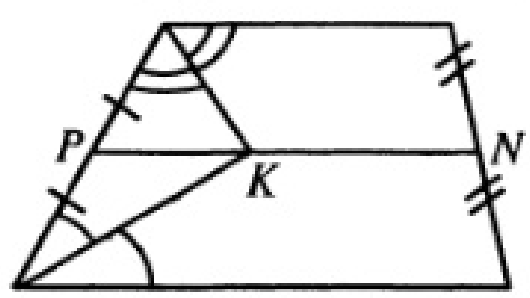
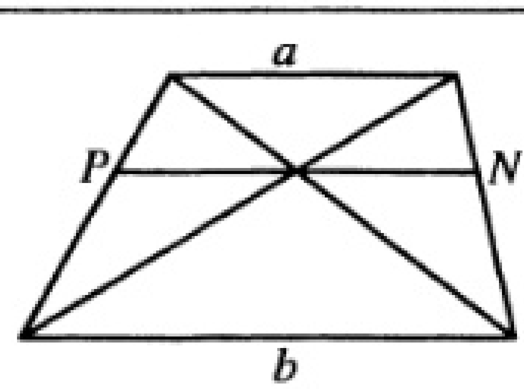
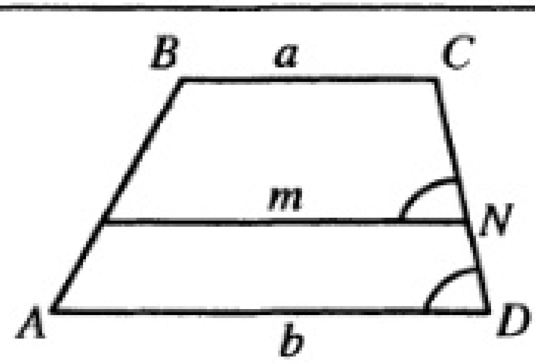
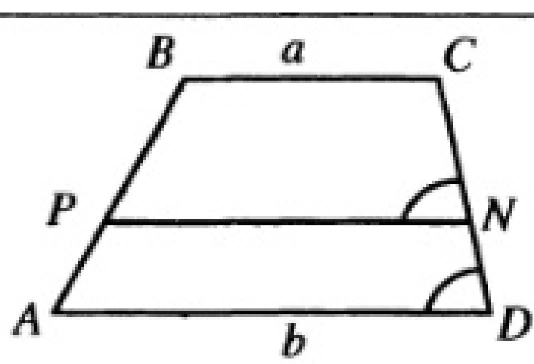
133X	 $\Delta ABD = \Delta CBD$ и $\Delta ABC = \Delta ADC$
134X	 $AB = CD$ и $BC = AD$
135X	 $\angle DAB = \angle BCD$ и $\angle ABC = \angle ADB$
136X	 $AE = EC$ и $BE = ED$
137X	 $BD^2 + AC^2 = 2AB^2 + 2BC^2$
138X	 E — точка симметрии

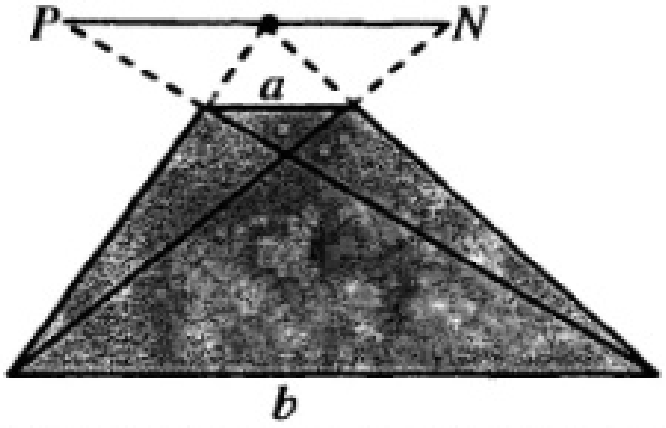
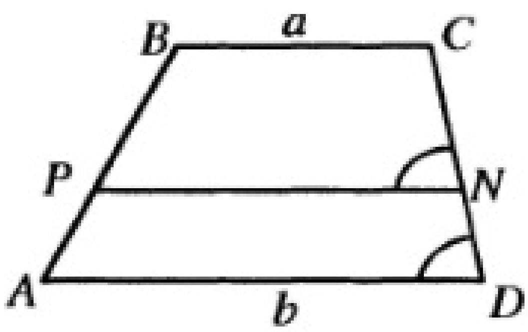
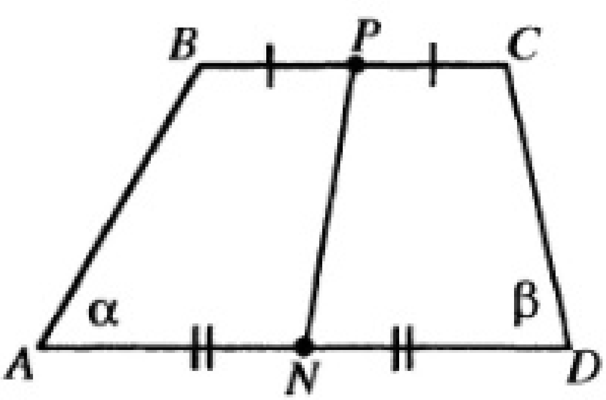
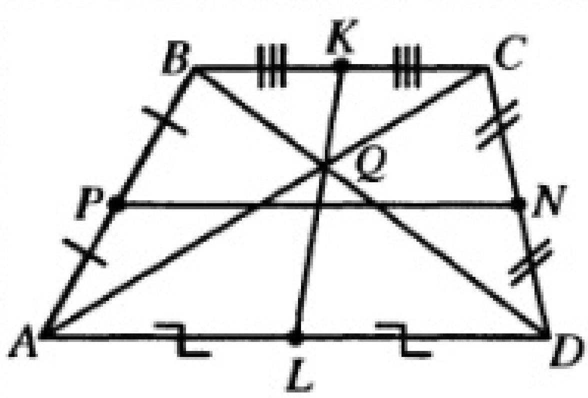
139		если $\frac{AE}{ED}=\frac{DF}{FC}=\frac{CG}{GB}=\frac{BH}{HA}$, то $HEFG$ — параллелограмм
140		если $NL \parallel AD$, $PL \parallel AB$, то точки K, L, C лежат на одной прямой
141X		$AC = BD$
142X		KL и PN — оси симметрии
143X		$BD \perp AC$
144X		AC и BD — биссектрисы углов

145X		прямые AC и BD — оси симметрии
146		$BK = KN = ND$
147		$AB \cdot PF = AD \cdot PE$ (P — произвольная точка прямой AC)
148		$\square EFKL$ — параллелограмм, $EF \parallel LK \parallel AC$, $FK \parallel EL \parallel BD$, $EF = \frac{1}{2}AC$, $FK = \frac{1}{2}BD$
149		$AE^2 + EC^2 = BE^2 + ED^2$ (E — произвольная точка плоскости)

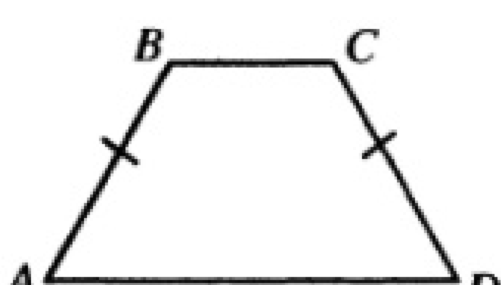
ТРАПЕЦИЯ

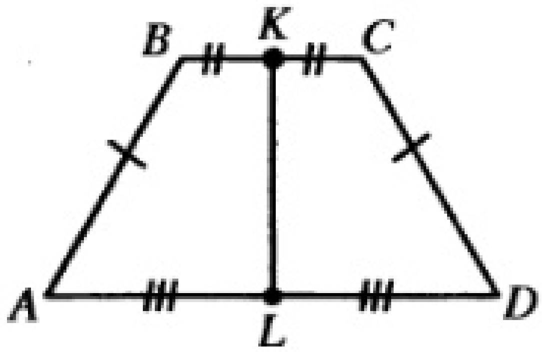
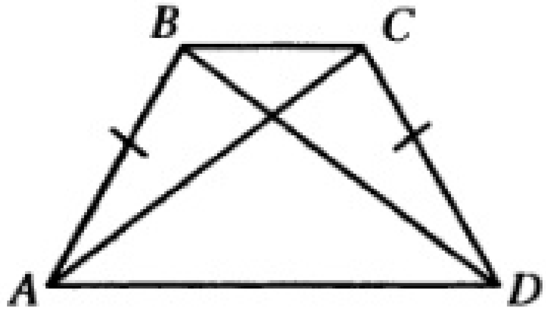
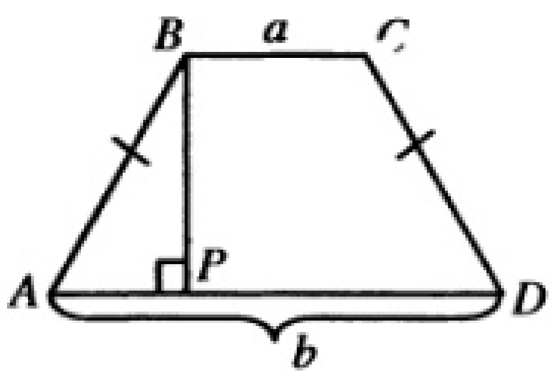
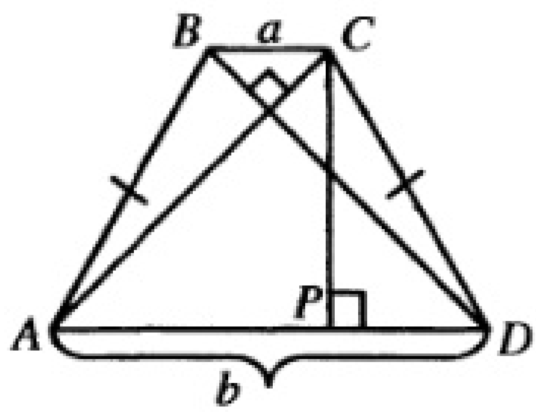
150		$PN \parallel a;$ $PN = \dfrac{a+b}{2}$
151		$AC^2 + BD^2 = m^2 + n^2 + 2ab$
152		$S_{\Delta ABE} = S_{\Delta DCE}$
153		если точка E — точка прямой AD и $CE \parallel BD$, то $S_{\square ABCD} = S_{\Delta ACE}$
154		точки P, E, N, K лежат на одной прямой

155		точки P, K, E, N лежат на одной прямой
156		$MN = \frac{1}{2}\|a-b\|$
157		точки P, K, N лежат на одной прямой
158		если $PN \parallel a$, то $PN = \frac{2ab}{a+b}$
159		$\frac{CN}{ND} = \frac{m-a}{b-m}$
160		если $S_{\square PBCN} = S_{\square APND}$, то $PN = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$

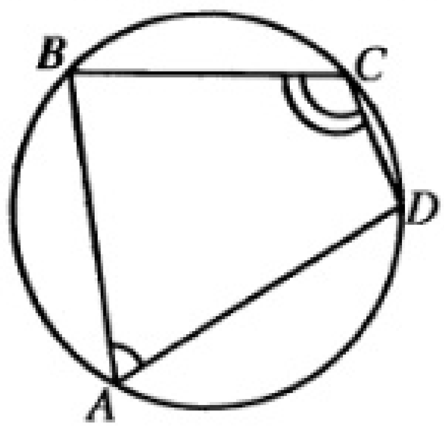
161		если $PN \parallel a$, то $PN = \dfrac{2ab}{b-a}$
162		если $BC : CN = PN : ND$, то $PN = \sqrt{ab}$
163		если $\alpha + \beta = 90°$, то $PN = \dfrac{AD - BC}{2}$
164		равенство $\angle BQC = 90°$ равносильно равенству $KL = PN$

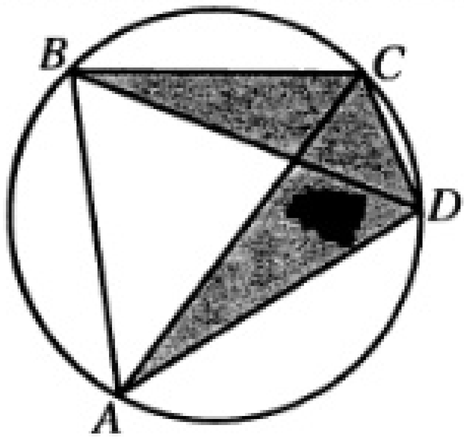
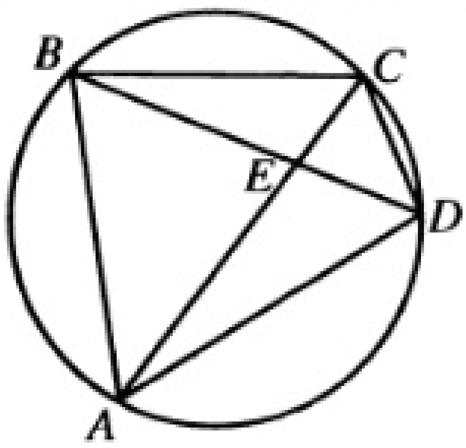
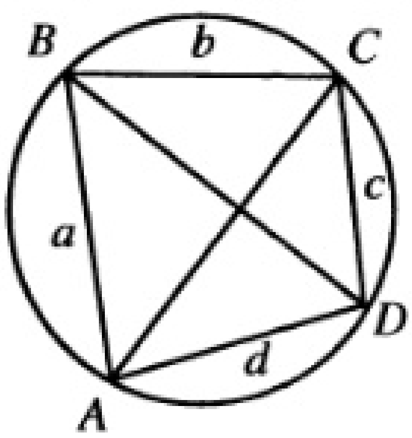
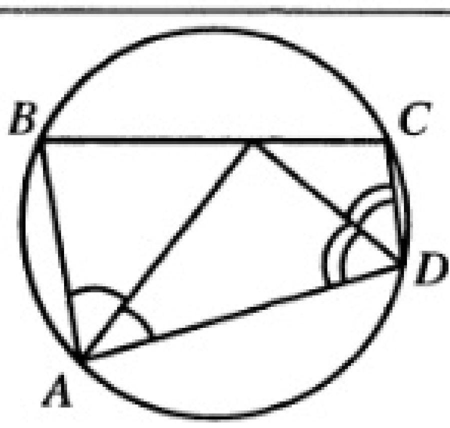
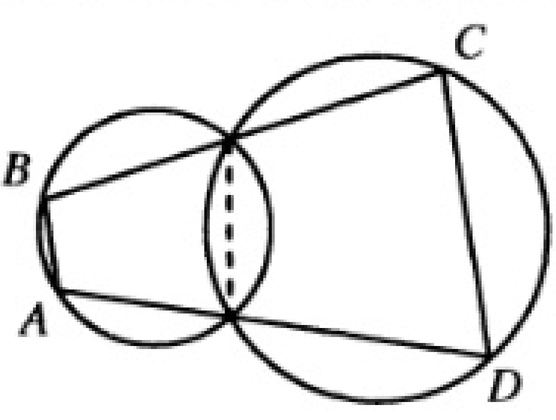
РАВНОБОЧНАЯ ТРАПЕЦИЯ

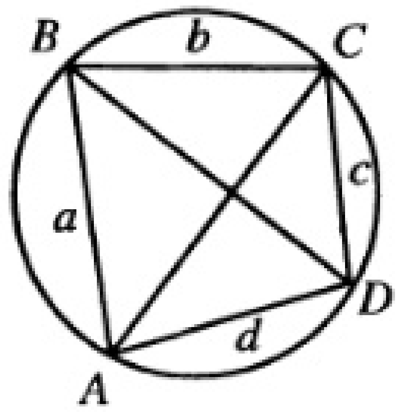
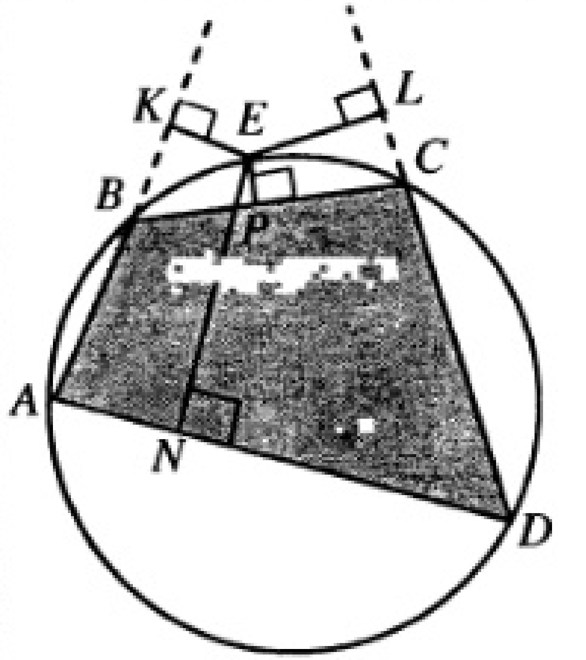
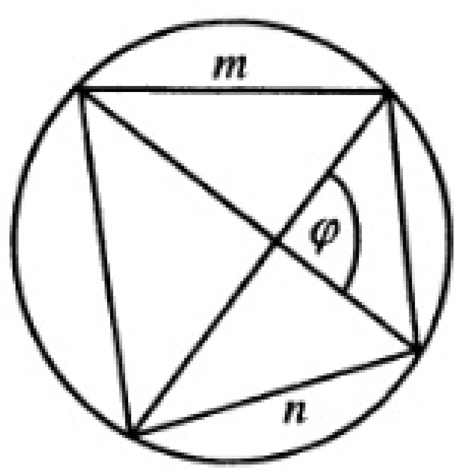
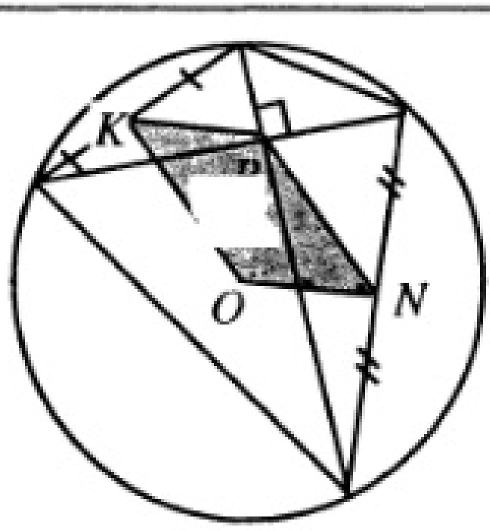
165X		$\angle BAD = \angle CDA$

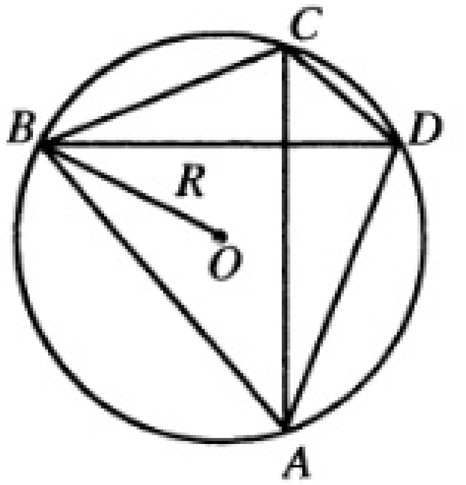
166X		$KL \perp AD$
167X		$AC = BD$
168X		$AP = \dfrac{b-a}{2}$, $PD = \dfrac{a+b}{2}$
169		$CP = \dfrac{a+b}{2}$

ВПИСАННЫЙ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК

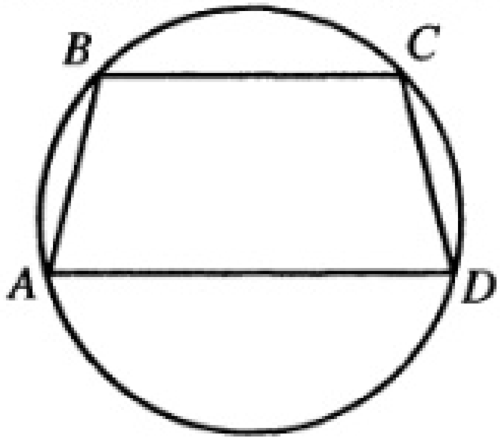
170X		$\angle BAD + \angle BCD = 180°$

171X		$\angle DAC = \angle DBC$
172X		$AE \cdot EC = BE \cdot ED$
173X		**теорема Птолемея** $AC \cdot BD = ac + bd$
174		$BC = AB + DC$
175		$AB \parallel CD$

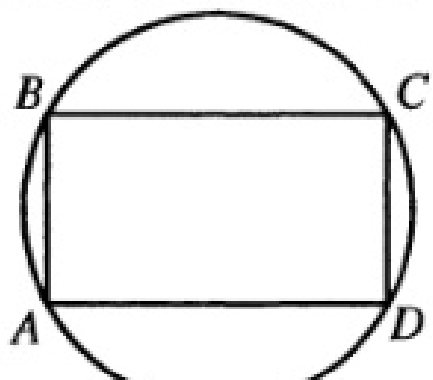
176		$\dfrac{AC}{BD}=\dfrac{ad+bc}{ab+cd}$, $\dfrac{AC}{BD}=\dfrac{\sin\angle ADC}{\sin\angle BAD}$
177		$EN\cdot EP=EK\cdot EL$ (E — произвольная точка на окружности)
178		радиус окружности $R=\dfrac{\sqrt{m^2+n^2-2mn\cos\varphi}}{2\sin\varphi}$
179		если O — центр окружности, то $\square OKPN$ — параллелограмм

180		условие $AD^2 + BC^2 = 4R^2$ равносильно условию $AC \perp BD$ (O — центр окружности)

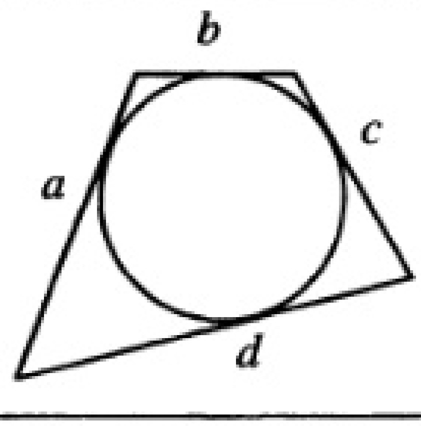
ВПИСАННАЯ ТРАПЕЦИЯ

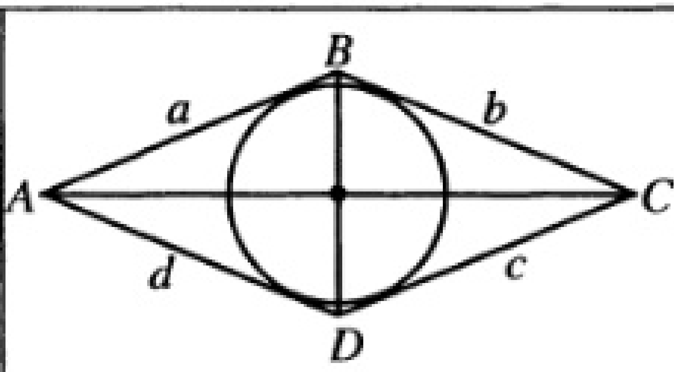
181X		$AB = DC$

ВПИСАННЫЙ ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

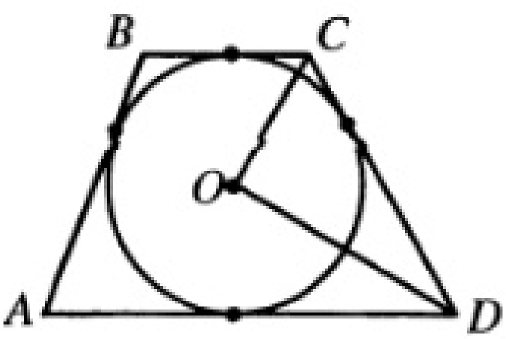
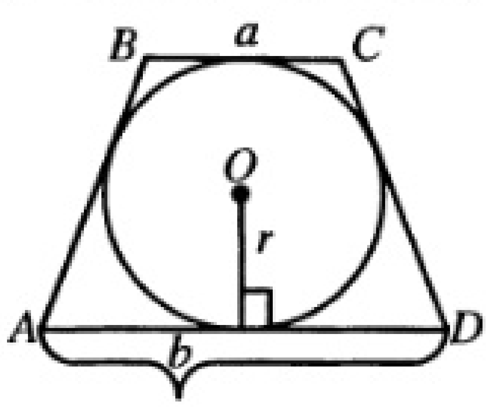
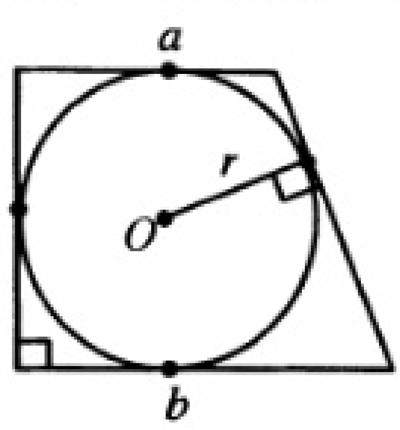
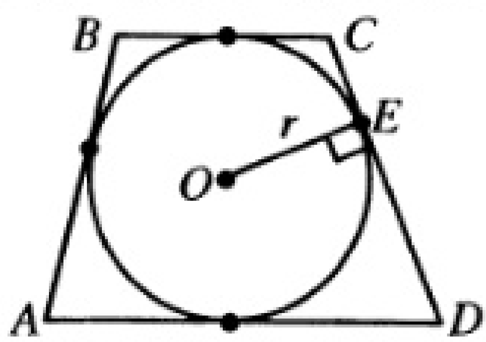
182X		$\angle DAB = \angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = 90°$ (т.е. $\square ABCD$ — прямоугольник)

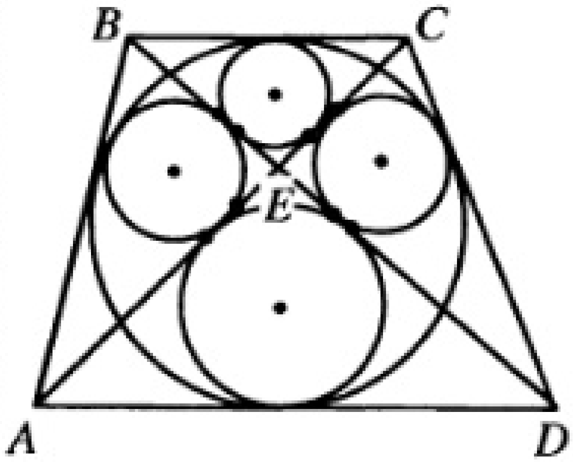
ОПИСАННЫЙ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК

183X		$a + c = b + d$

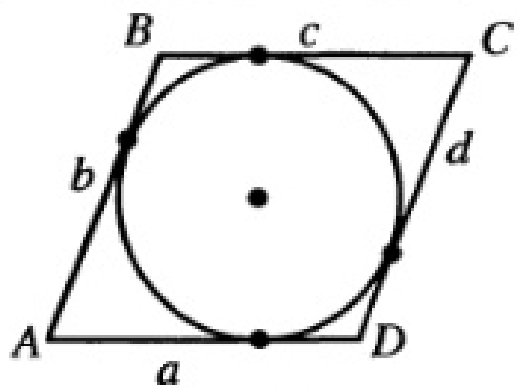
184X		если центр окружности и точка пересечения диагоналей совпадают, то $a = b = c = d$ (т.е. □ $ABCD$ — ромб)

ОПИСАННАЯ ТРАПЕЦИЯ

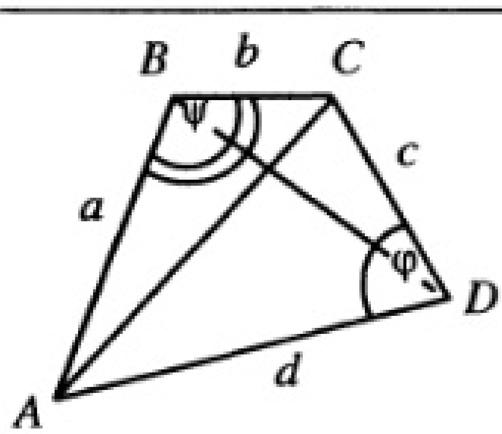
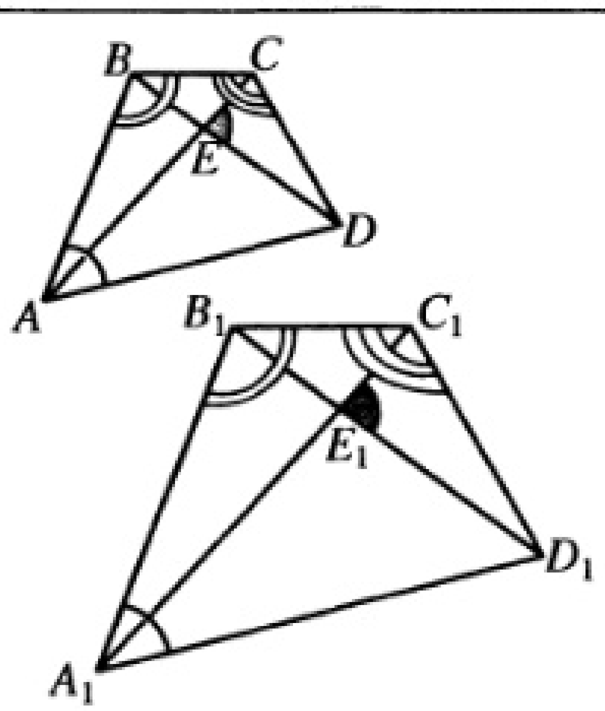
185		$\angle DOC = 90°$ (O — центр окружности)
186		если $AB = CD$, то $r = \dfrac{\sqrt{ab}}{2}$ (O — центр окружности)
187		$r = \dfrac{ab}{a+b}$ (O — центр окружности)
188		$r^2 = DE \cdot EC$ (O — центр окружности)

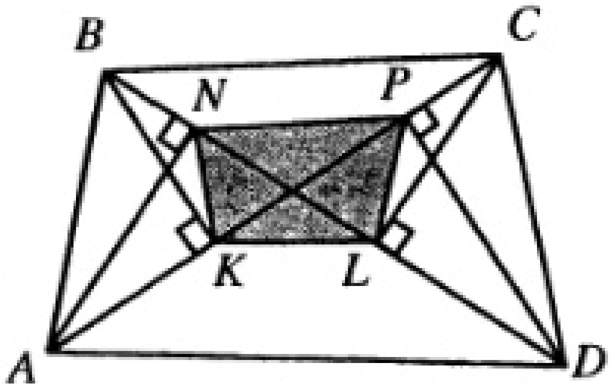
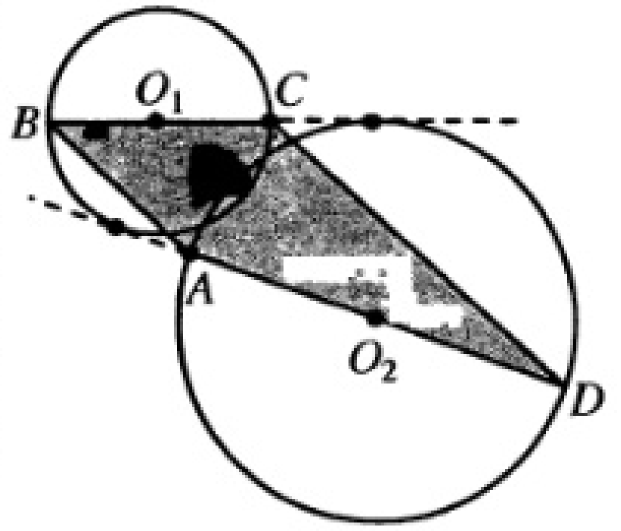
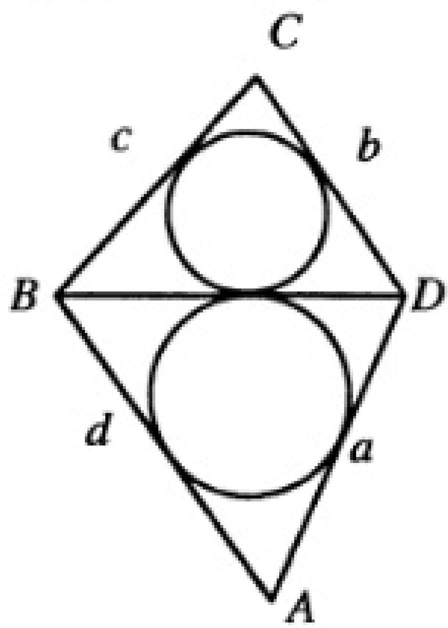
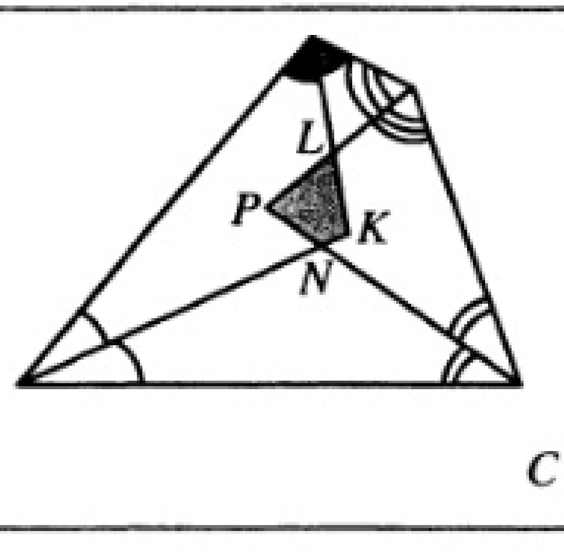
189		если r_1, r_2, r_3, r_4 — радиусы окружностей, вписанных в треугольники ABE, BCE, CDE, BAE соответственно, то $\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_3}=\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_4}$

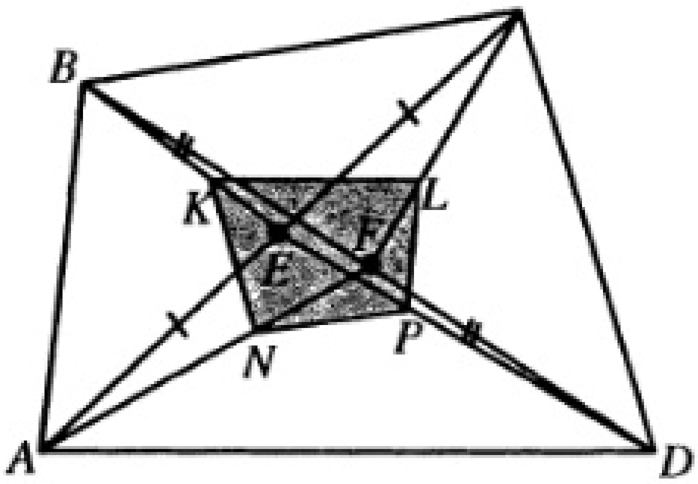
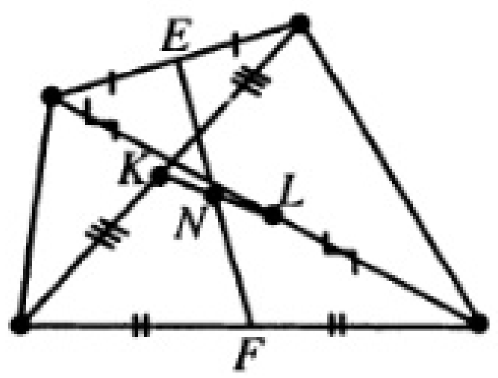
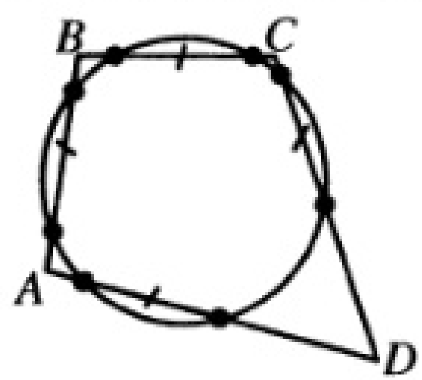
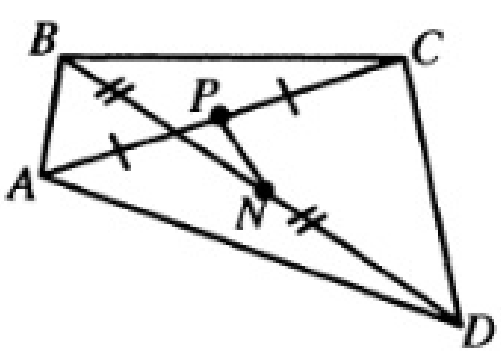
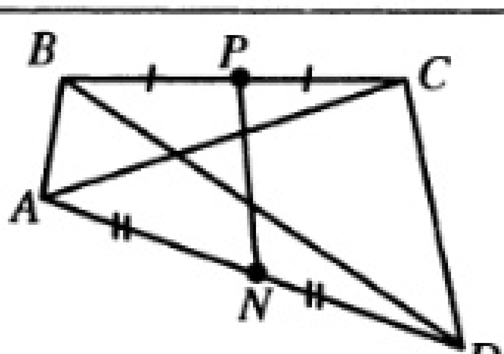
ОПИСАННЫЙ ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

190		$a=b=c=d$ (т.е. $\square ABCD$ — ромб)

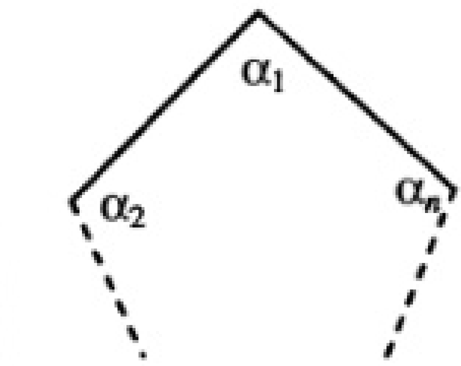
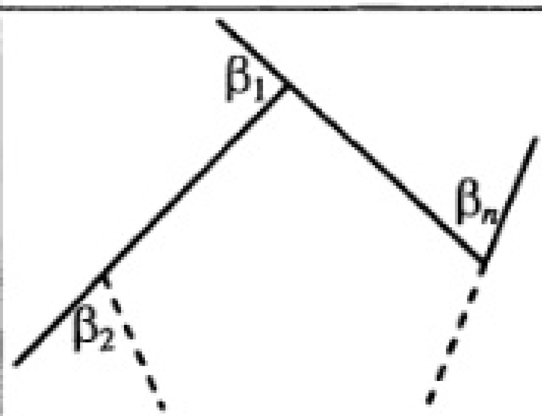
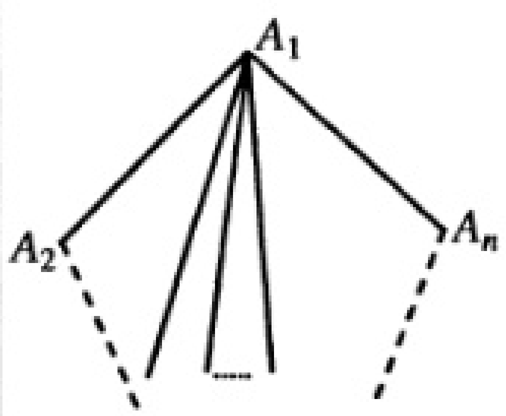
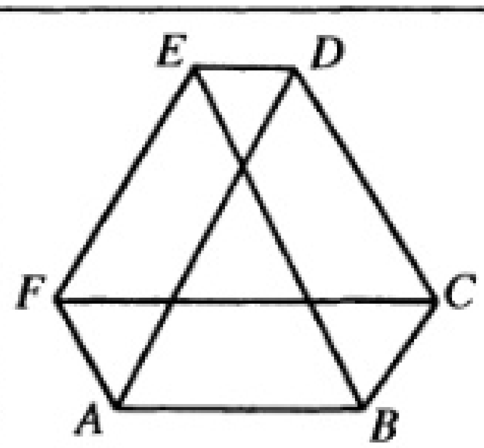
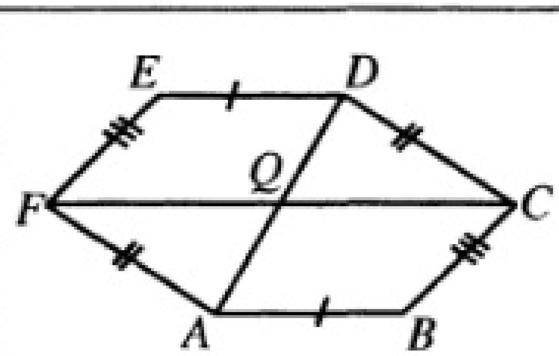
ПРОИЗВОЛЬНЫЙ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК

191		**теорема косинусов** $AC^2 \cdot BD^2 = a^2c^2 + b^2d^2 -$ $2abcd \cdot \cos(\varphi + \psi)$
192		**признак подобия** $\square ABCD \sim \square A_1B_1C_1D_1$

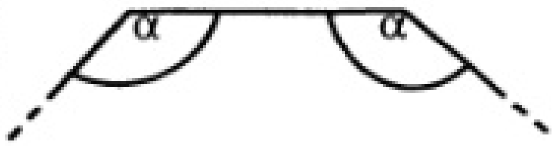
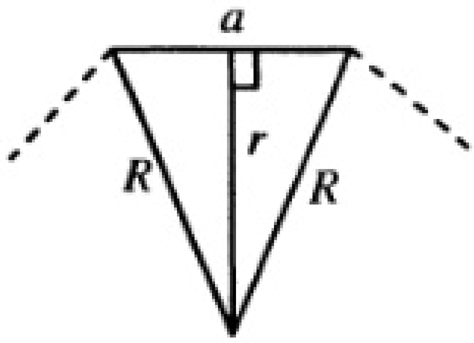
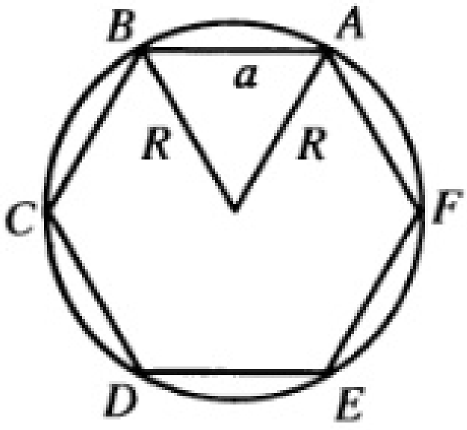
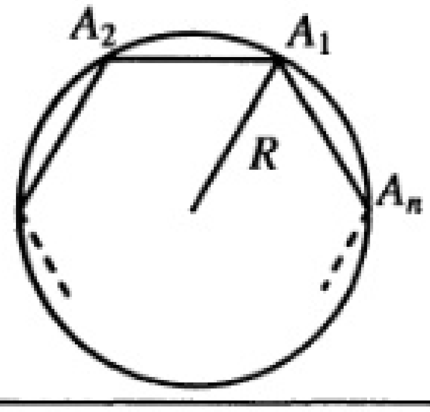
193		$\square KLPN \sim \square ABCD$
194		$AB \parallel CD$ (O_1 и O_2 — центры окружностей)
195		точки касания окружностей с диагональю BD совпадают тогда и только тогда, когда $a + c = b + d$ (т.е. четырехугольник $ABCD$ описанный)
196		четырехугольник $KLPN$ вписанный

197	 если $BK : KE =$ $= DP : PE =$ $= AN : NF =$ $= CL : LF = 2 : 1$, то $\square KLPN \sim \square ABCD$
198	 $KN = NL, \; EN = NF$
199	 $BC + AD = AB + CD$ (т.е. четырехугольник $ABCD$ описанный)
200	 $AD^2 + DC^2 + CB^2 + BA^2 =$ $= AC^2 + BD^2 + 4PN$
201	 $AC^2 + CD^2 + DB^2 + BA^2 =$ $= AD^2 + BC^2 + 4PN$

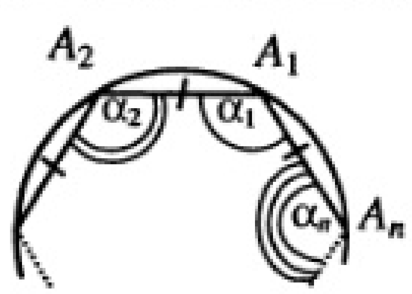
n–УГОЛЬНИК

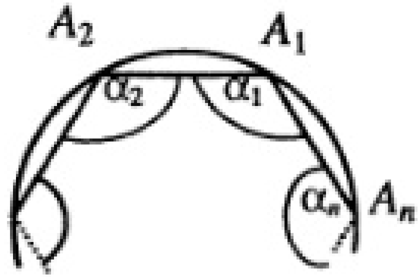
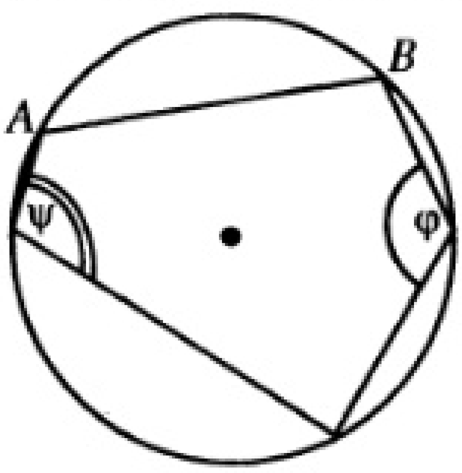
202		$\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n = 180°(n-2)$
203		$\beta_1 + \beta_2 + \ldots + \beta_n = 360°$
204		если из каждой вершины проводятся $n-3$ диагонали, то число всех диагоналей равно $\dfrac{n(n-3)}{2}$
205		если $AD = BE = FC$, $ED \parallel AB$, $AF \parallel CD$, $EF \parallel CB$, то шестиугольник $ABCDEF$ вписанный
206		если $ED \parallel AB$, $AF \parallel CD$, $EF \parallel CB$, то $AQ = QD$, $FQ = QC$

ПРАВИЛЬНЫЙ n-УГОЛЬНИК

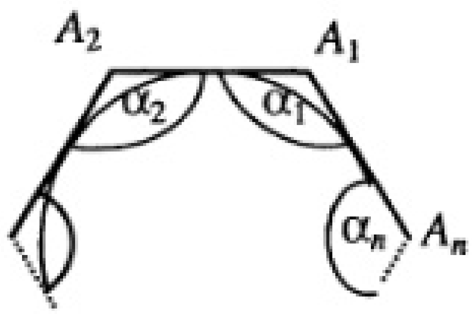
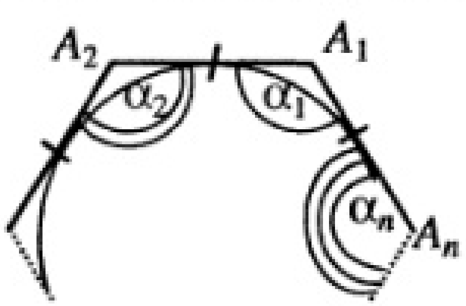
207		$\alpha = \dfrac{180^\circ(n-2)}{n}$
208		если R и r — радиусы описанной и вписанной окружностей соответственно, то $a = 2R \cdot \sin\dfrac{180^\circ}{n}$; $a = 2r \cdot \operatorname{tg}\dfrac{180^\circ}{n}$
209		если шестиугольник $ABCDEF$ правильный, R — радиус окружности, то $a = R$
210		$A_1A_2^2 + A_1A_3^2 + \ldots + A_1A_n^2 = 2nR^2$

ВПИСАННЫЙ n-УГОЛЬНИК

211		если $A_1A_2 = A_2A_3 = \ldots = A_nA_1$, то $\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_n$ (т.е. n -угольник правильный)

212	 если $\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_n$, n — нечетно, то $A_1A_2 = A_2A_3 = \ldots = A_nA_1$, т.е. n -угольник правильный (при n чётном утверждение, вообще говоря, неверно, пример — прямоугольник)
213	 если R — радиус окружности, то $$\frac{AB}{\sin(\varphi + \psi)} = -2R \quad (n = 5)$$

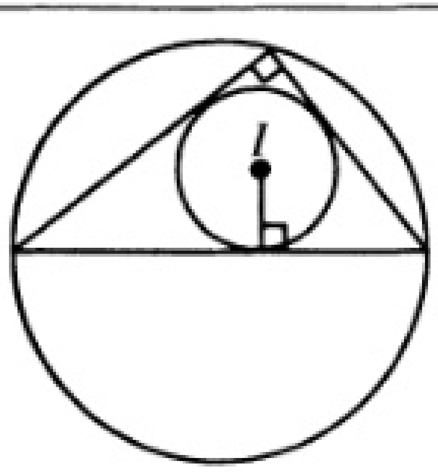
ОПИСАННЫЙ n-УГОЛЬНИК

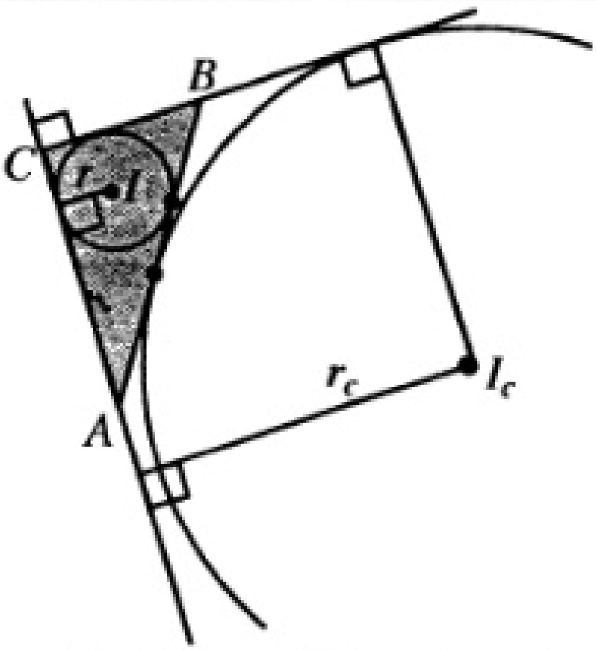
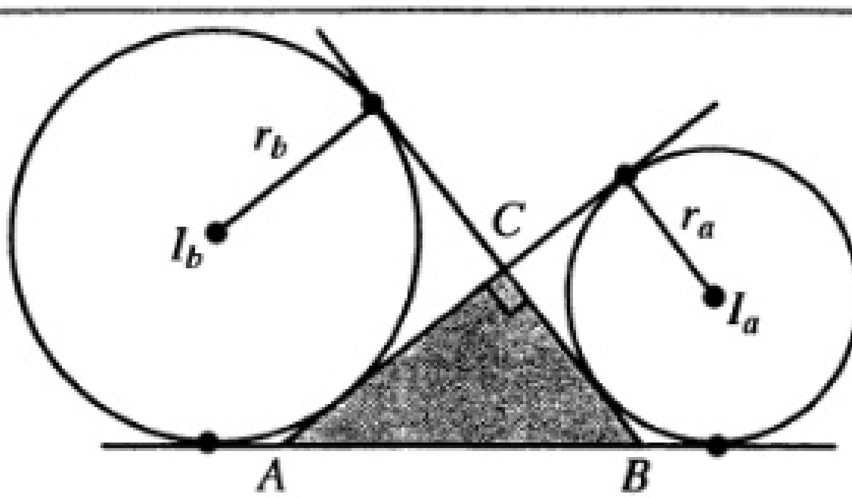
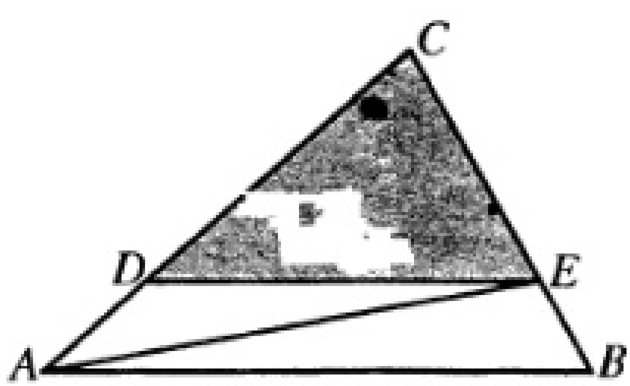
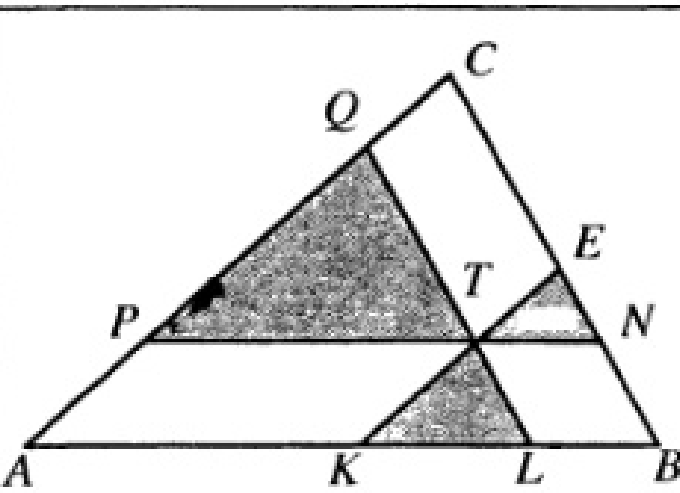
214	 если $\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_n$, то $A_1A_2 = A_2A_3 = \ldots = A_nA_1$ (т.е. n -угольник правильный)
215	 если $A_1A_2 = A_2A_3 = \ldots = A_nA_1$, n — нечетно, то $\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_n$, т.е. n-угольник правильный (при n чётном утверждение, вообще говоря, неверно, пример — ромб)

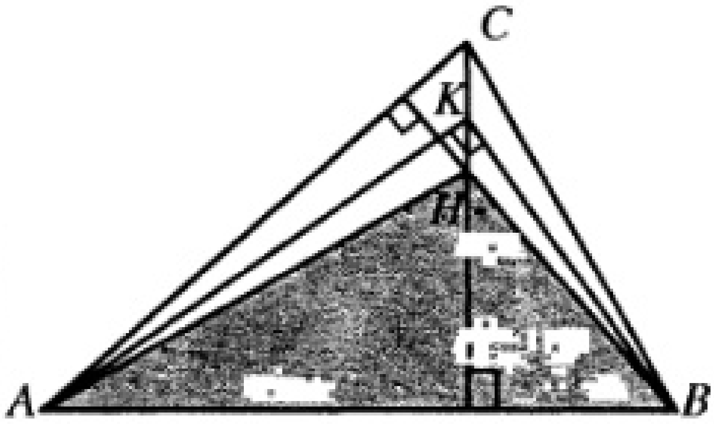
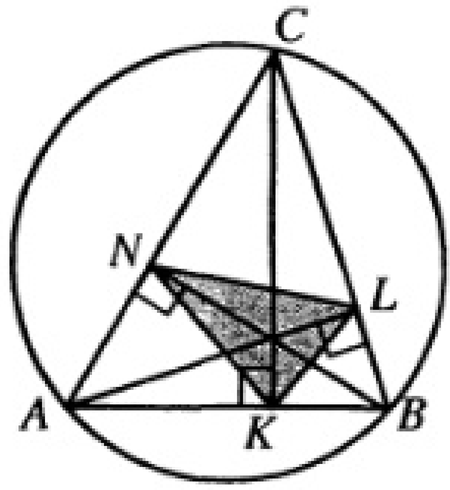
ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

216	$S=\frac{1}{2}a\cdot h_a=\frac{1}{2}b\cdot h_b=\frac{1}{2}c\cdot h_c$
217	$S=\frac{1}{2}a\cdot b\cdot \sin\gamma=\frac{1}{2}a\cdot c\cdot \sin\beta=\frac{1}{2}b\cdot c\cdot \sin\alpha$
218	$S=\frac{a^2}{2}\cdot\frac{\sin \text{в}\cdot\sin\gamma}{\sin\alpha}=\frac{b^2}{2}\cdot\frac{\sin\gamma\cdot\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{c^2}{2}\cdot\frac{\sin\alpha\cdot\sin\beta}{\sin\gamma}$
219	$S=2R^2\cdot\sin\alpha\cdot\sin\beta\cdot\sin\gamma$
220	$S=\frac{1}{2}\cdot R^2\cdot(\sin 2\alpha+\sin 2\beta+\sin 2\gamma)$
221	$S=p\cdot r=p_a\cdot r_a=p_b\cdot r_b=p_c\cdot r_c$
222	$S=R\cdot r\cdot(\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma)$

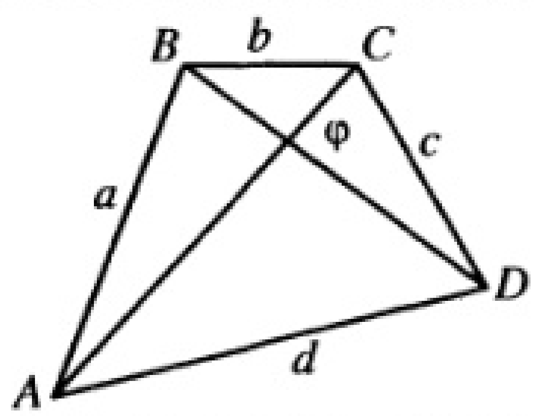
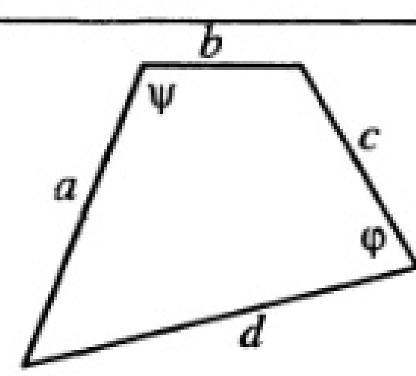
223	$S = \dfrac{abc}{4R}$
224	$S = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{h_a \cdot h_b}{\sin\gamma} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{h_a \cdot h_c}{\sin\beta} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{h_b \cdot h_c}{\sin\alpha}$
225	$S = \dfrac{1}{2} h_a^2 \cdot \dfrac{\sin \text{б}}{\sin \text{в} \cdot \sin\gamma} = \dfrac{1}{2} h_b^2 \cdot \dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha \cdot \sin\gamma} = \dfrac{1}{2} h_c^2 \cdot \dfrac{\sin\gamma}{\sin\alpha \cdot \sin\beta}$
226	$S = \dfrac{1}{2} \dfrac{a \cdot h_b \cdot \sin\beta}{\sin\alpha} = \dfrac{1}{2} \dfrac{b \cdot h_c \cdot \sin\gamma}{\sin \text{в}} = \dfrac{1}{2} \dfrac{c \cdot h_a \cdot \sin \text{б}}{\sin\gamma}$
227	$S = r_a \cdot r_b \cdot \operatorname{tg}\dfrac{\gamma}{2} = r_a \cdot r_c \cdot \operatorname{tg}\dfrac{\beta}{2} = r_b \cdot r_c \cdot \operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}$
228	$S = r_a^{\,2} \cdot \operatorname{tg}\dfrac{\beta}{2} \cdot \operatorname{tg}\dfrac{\gamma}{2} \cdot \operatorname{ctg}\dfrac{\alpha}{2} = r_b^{\,2} \cdot \operatorname{tg}\dfrac{\gamma}{2} \cdot \operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{ctg}\dfrac{\beta}{2} =$ $= r_c^{\,2} \cdot \operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg}\dfrac{\beta}{2} \cdot \operatorname{ctg}\dfrac{\gamma}{2}$
229	$S = r \cdot r_a \cdot \operatorname{ctg}\dfrac{\alpha}{2} = r \cdot r_b \cdot \operatorname{ctg}\dfrac{\beta}{2} = r \cdot r_c \cdot \operatorname{ctg}\dfrac{\gamma}{2}$

230	$S = r^2 \cdot \operatorname{ctg}\dfrac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{ctg}\dfrac{\beta}{2} \cdot \operatorname{ctg}\dfrac{\gamma}{2}$
231	**формула Герона** $S = \sqrt{p \cdot p_a \cdot p_b \cdot p_c}$
232	$S = \sqrt{r \cdot r_a \cdot r_b \cdot r_c}$
233	$S = \dfrac{1}{2}\sqrt{2R \cdot h_a \cdot h_b \cdot h_c}$
234	$S = \dfrac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{h_a}+\dfrac{1}{h_b}+\dfrac{1}{h_c}\right)\left(\dfrac{1}{h_b}+\dfrac{1}{h_c}-\dfrac{1}{h_a}\right)\left(\dfrac{1}{h_a}+\dfrac{1}{h_c}-\dfrac{1}{h_b}\right)\left(\dfrac{1}{h_a}+\dfrac{1}{h_b}-\dfrac{1}{h_c}\right)}}$
235	$S = \dfrac{1}{3}\sqrt{(m_a+m_b+m_c)(m_b+m_c-m_a)(m_a+m_c-m_b)(m_a+m_b-m_c)}$
236	 $S = r^2 + 2r \cdot R$

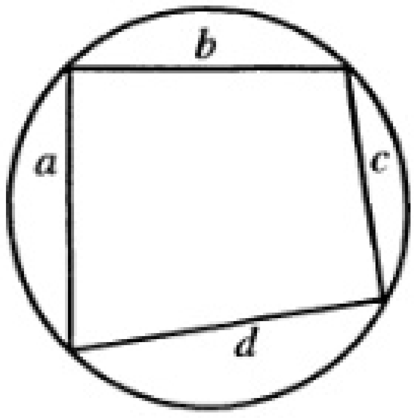
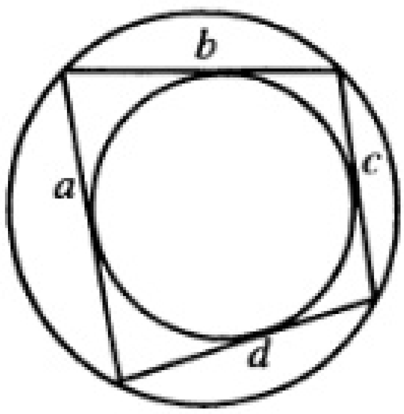
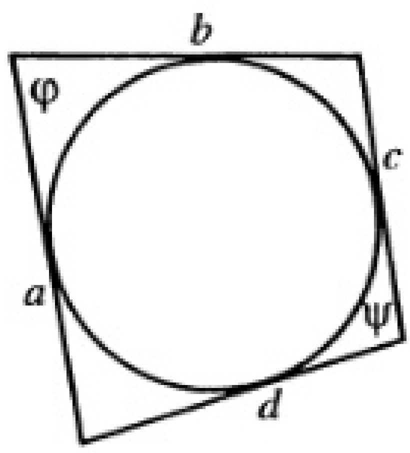
237		$S = r \cdot r_c$
238		$S = r_a \cdot r_b$
239		если $DE \parallel AB$, то $S_{\Delta ABC} = \dfrac{S^2_{\Delta AEC}}{S_{\Delta DEC}}$
240		если $PN \parallel AB$, $KE \parallel AC$, $QL \parallel CB$, то $S_{\Delta ABC} =$ $=\left(\sqrt{S_{\Delta KTL}} + \sqrt{S_{\Delta NTE}} + \sqrt{S_{\Delta QTP}}\right)^2$

<table>
<tr><td>241</td><td>
</td><td>$$S_{\Delta ABC}=\frac{S^2_{\Delta AKB}}{S_{\Delta AHB}}$$</td></tr>
<tr><td>242</td><td>
</td><td>$$S_{\Delta ABC}=\frac{R\cdot P}{2},$$
где $P=NL+LK+KN$</td></tr>
</table>

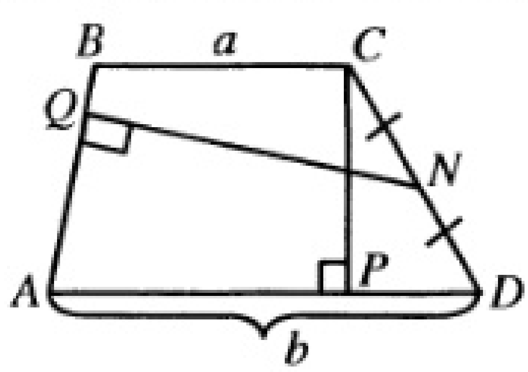
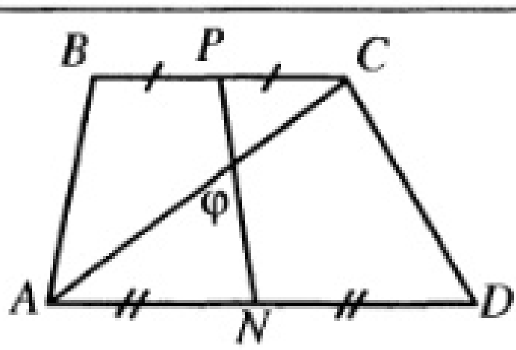
ПЛОЩАДЬ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА

<table>
<tr><td>243</td><td>
</td><td>$$S=\frac{1}{2}AC\cdot BD\cdot\sin\varphi,$$
$$S=\frac{1}{4}\left|d^2-c^2+b^2-a^2\right|\cdot\operatorname{tg}\varphi$$
$(\varphi<90°)$</td></tr>
<tr><td>244</td><td colspan="2">

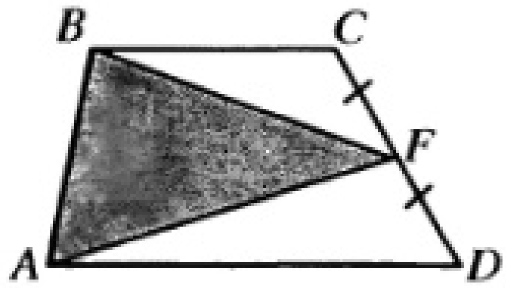
$$S=\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)-abcd\cos^2\left(\frac{\varphi+\psi}{2}\right)},$$
где $p=\frac{a+b+c+d}{2}$</td></tr>
</table>

245		**формула Птолемея** $S=\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$
246		$S=\sqrt{abcd}$
247		$S=\sqrt{abcd}\cdot\sin\left(\dfrac{\varphi+\psi}{2}\right)$

ПЛОЩАДЬ ТРАПЕЦИИ

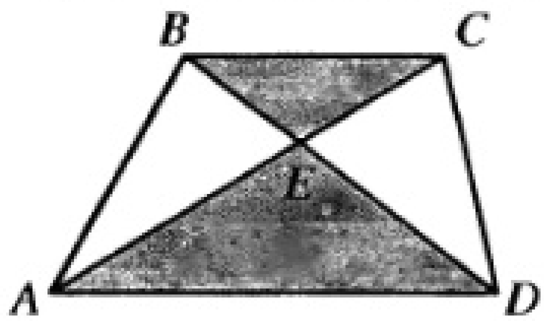
248		$S=\dfrac{a+b}{2}\cdot CP,$ $S=AB\cdot NQ$
249		$S=AC\cdot PN\cdot\sin\varphi$

250



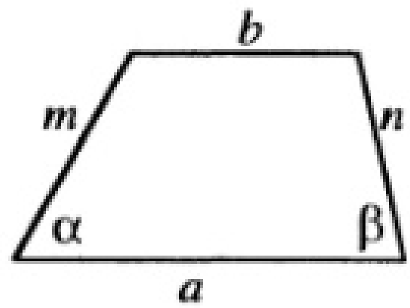
$$S = 2S_{\Delta AFB}$$

251



$$S = \left(\sqrt{S_{\Delta AED}} + \sqrt{S_{\Delta BEC}}\right)^2$$

252



$$S = \frac{1}{2}\left(a^2 - b^2\right) \cdot \frac{\sin\alpha \cdot \sin\beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

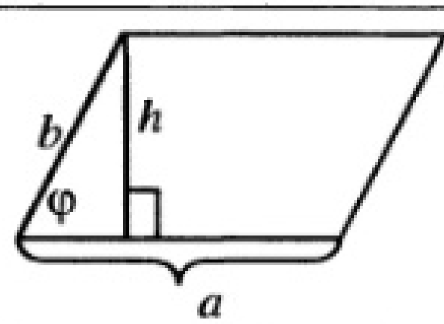
$$(0° < \alpha \le \beta < 90°),$$

$$S = \frac{a+b}{4(a-b)}\sqrt{(a-b+m+n)(b-a+m+n)(a-b-m+n)(a-b+m-n)}$$

$$(a > b)$$

ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

253

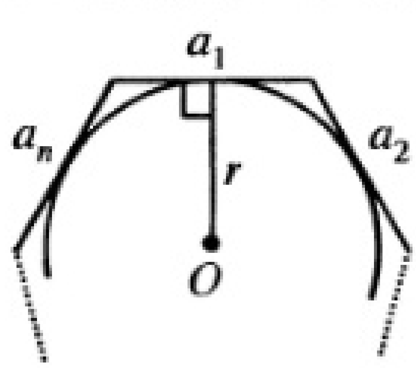


$$S = a \cdot h,$$

$$S = a \cdot b \cdot \sin\varphi$$

ПЛОЩАДЬ ОПИСАННОГО *n*-УГОЛЬНИКА

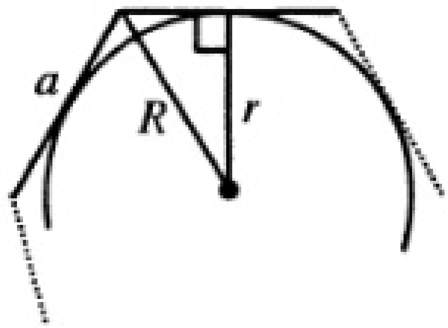
254



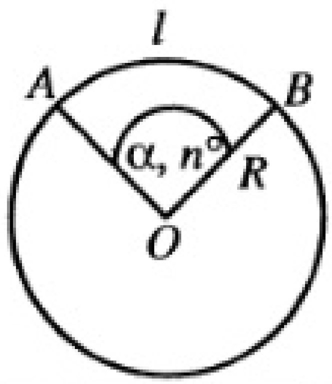
$$S = p \cdot r$$

$$\left(p = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{2}\right)$$

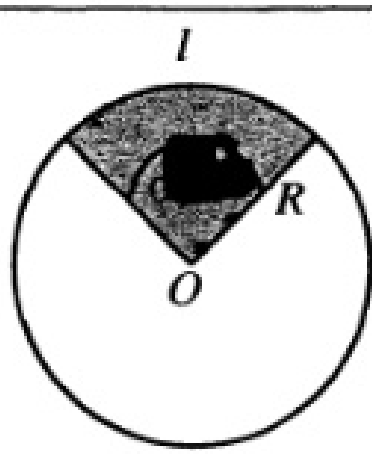
ПЛОЩАДЬ ПРАВИЛЬНОГО n-УГОЛЬНИКА

255		$S = r^2 \cdot n \cdot \operatorname{tg}\frac{180°}{n}$, $S = \frac{1}{2} a \cdot n \cdot r$, $S = \frac{1}{2} R^2 \cdot n \cdot \sin\frac{360°}{n}$

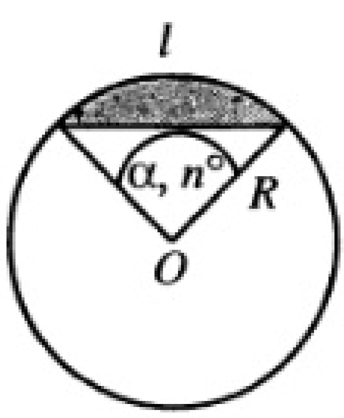
ГРАДУСНАЯ И РАДИАННАЯ МЕРЫ УГЛА. ДЛИНА ДУГИ

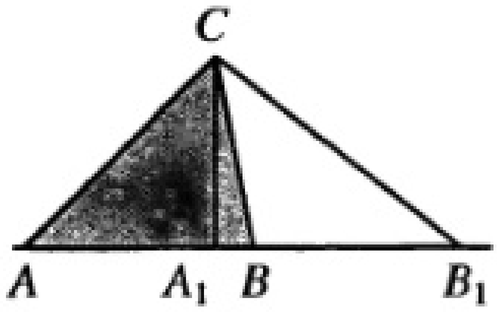
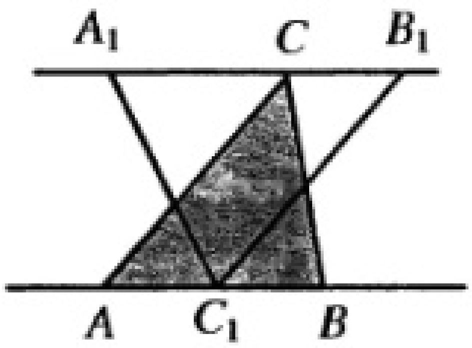
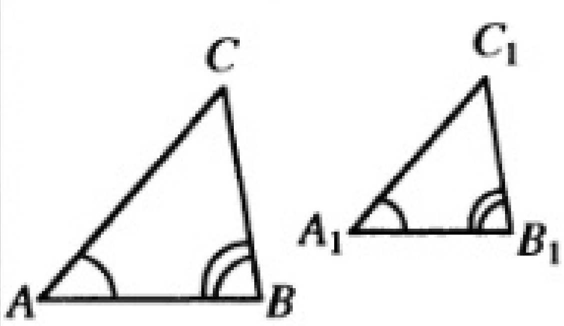
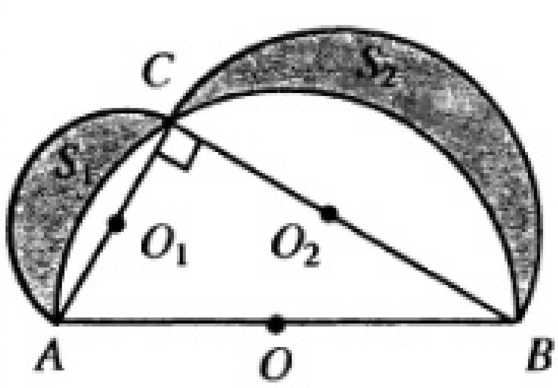
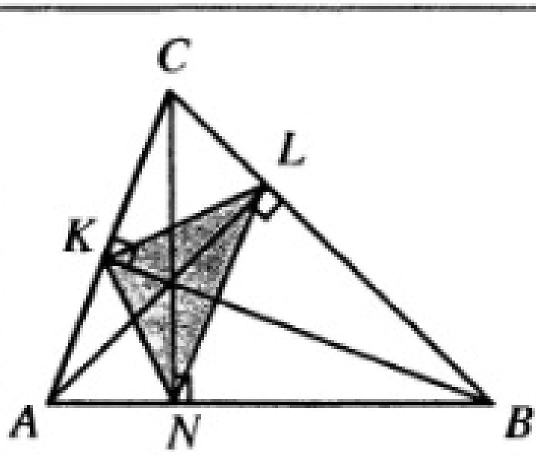
256		если $\angle AOB = \alpha$ радиан, то $n = \frac{180°\alpha}{\pi}$, длина дуги $l = R\alpha = \frac{\pi n}{180} R$, длина окружности $c = 2\pi R$

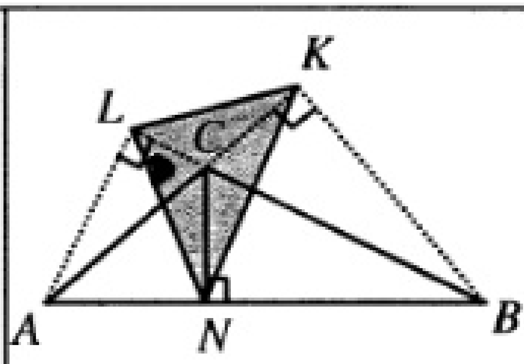
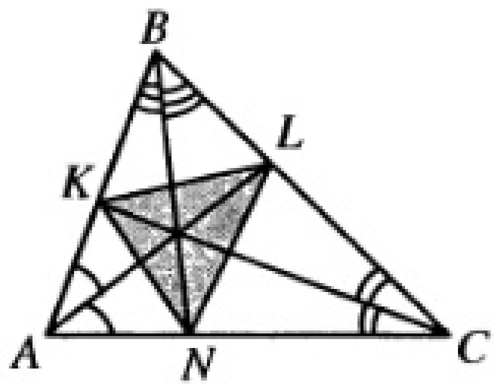
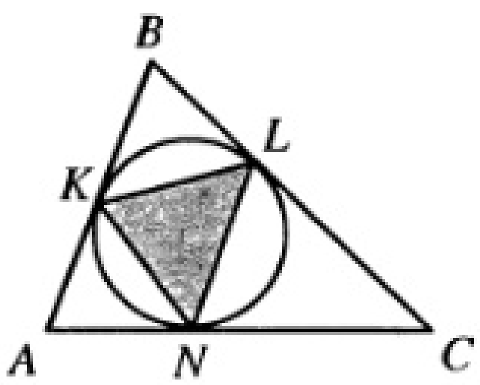
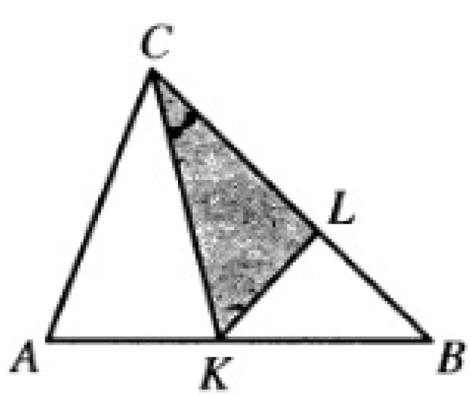
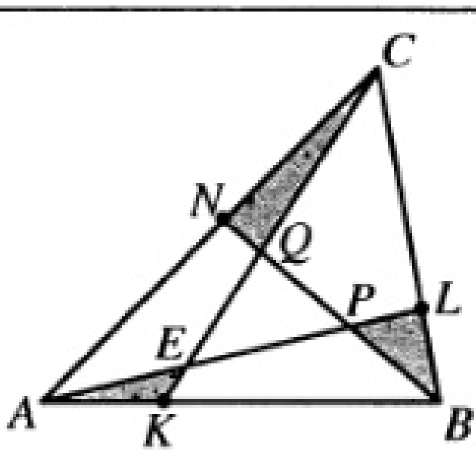
ПЛОЩАДЬ СЕКТОРА

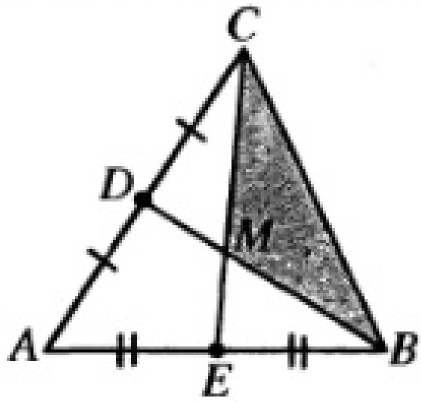
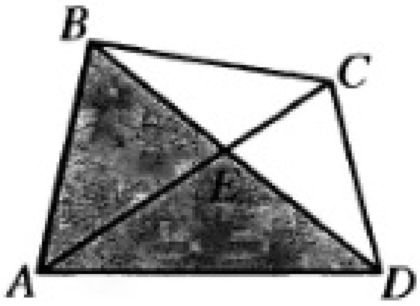
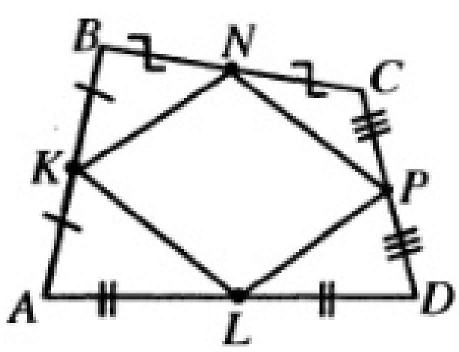
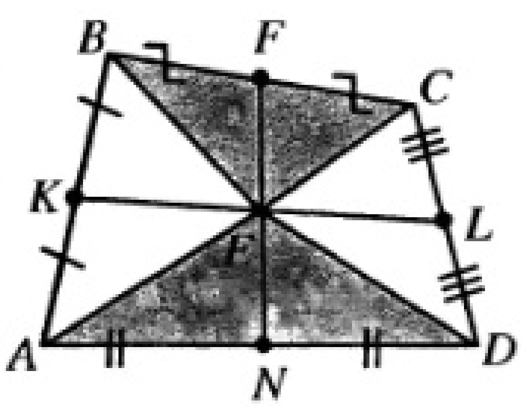
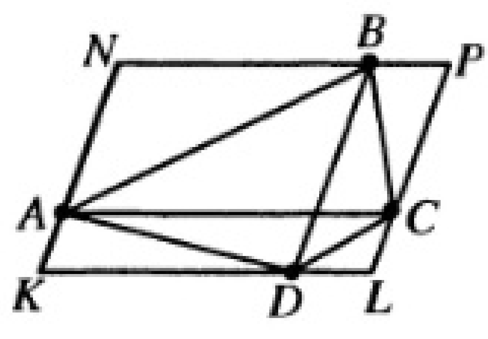
257		$S = \frac{1}{2}\alpha R^2 = \frac{\pi n}{360} R^2$, $S = \frac{1}{2} l \cdot R$, площадь круга равна πR^2

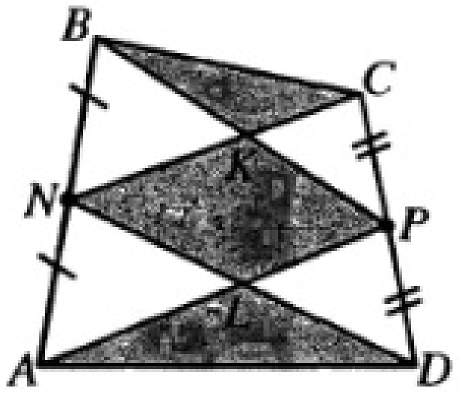
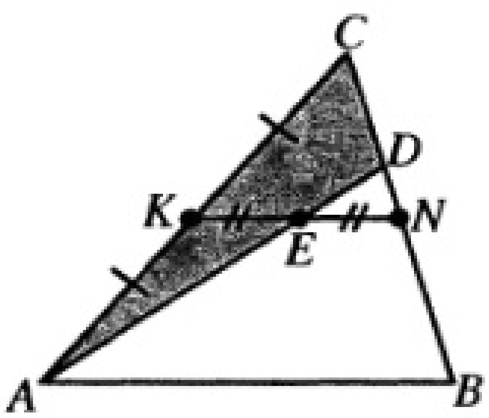
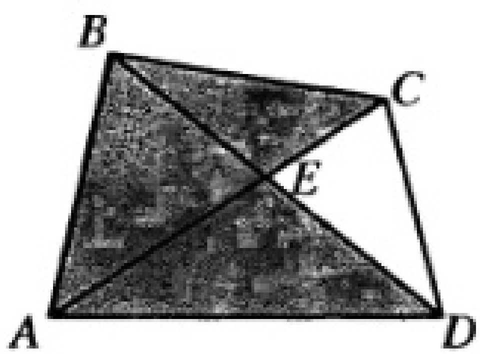
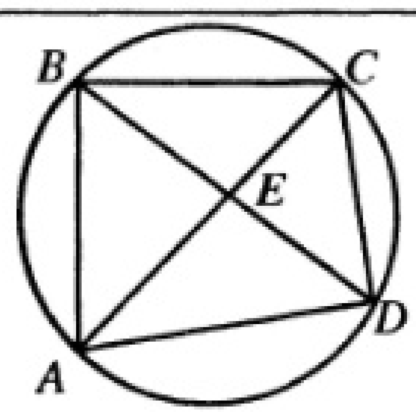
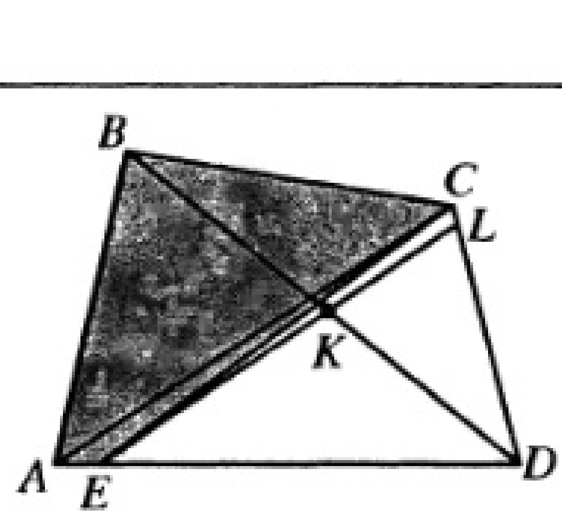
ПЛОЩАДЬ СЕГМЕНТА

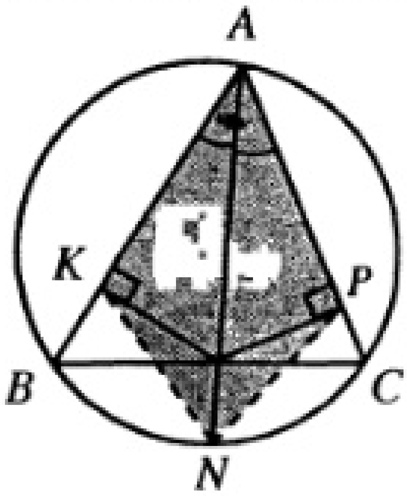
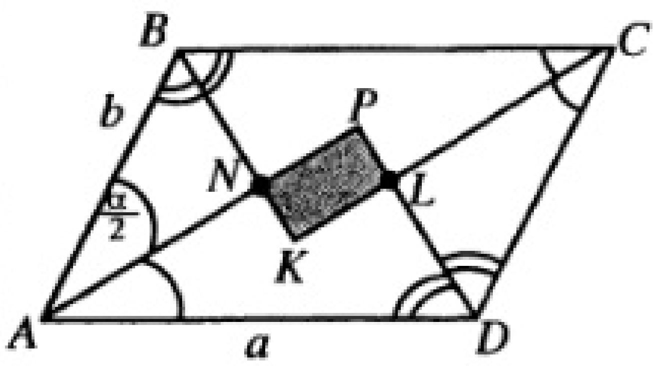
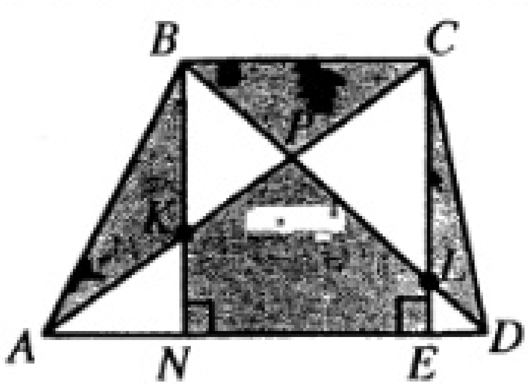
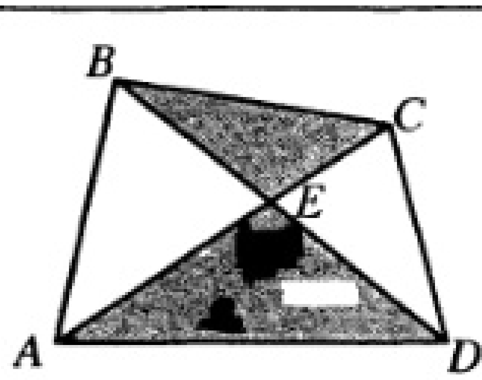
258		$S = \frac{1}{2} R^2\alpha - \frac{1}{2} R^2 \sin\alpha$, $S = \frac{\pi n}{360} R^2 - \frac{1}{2} R^2 \sin\frac{\pi n°}{180}$, $S = \frac{1}{2} R \cdot l - \frac{1}{2} R^2 \sin\frac{l}{R}$

259		$S_{\Delta ABC} : S_{\Delta A_1B_1C} = AB : A_1B_1$
260		если $AB \parallel A_1B_1$, то $S_{\Delta ABC} : S_{\Delta A_1B_1C_1} = AB : A_1B_1$
261		$S_{\Delta ABC} : S_{\Delta A_1B_1C_1} = AB^2 : A_1B_1^{\,2}$
262		$S_{\Delta ABC} = S_1 + S_2$ (S_1 и S_2 — площади лунок, O, O_1, O_2 — центры окружностей)
263		если ΔABC остроугольный, то $S_{\Delta KLN} : S_{\Delta ABC} =$ $= 1 - (\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma)$

264		если ΔABC тупоугольный, то $S_{\Delta KLN} : S_{\Delta ABC} = \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma - 1$
265		если $AB : BC : AC = p : q : l$, то $S_{\Delta ABC} : S_{\Delta KLN} = \dfrac{(p+q)(p+l)(q+l)}{2pql}$
266		$\dfrac{S_{\Delta KLN}}{S_{\Delta ABC}} = 2\sin\dfrac{\alpha}{2} \cdot \sin\dfrac{\beta}{2} \cdot \sin\dfrac{\gamma}{2}$
267		если $\dfrac{AK}{KB} = p,\ \dfrac{BL}{LC} = q$, то $\dfrac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta KLC}} = (p+1)\cdot(q+1)$
268		если $\dfrac{AK}{KB} = \dfrac{BL}{LC} = \dfrac{CN}{NA} \neq 1$, то $S_{\Delta AEK} = S_{\Delta BPL} = S_{\Delta NCQ}$, $S_{\square KEPB} = S_{\square LPQC} = S_{\square NQEA}$

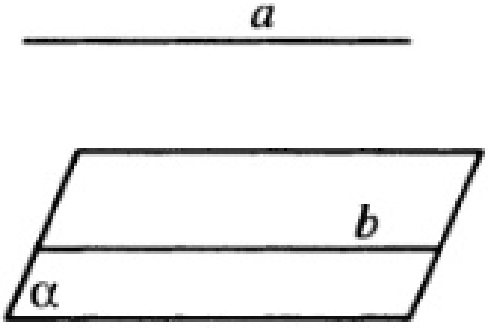
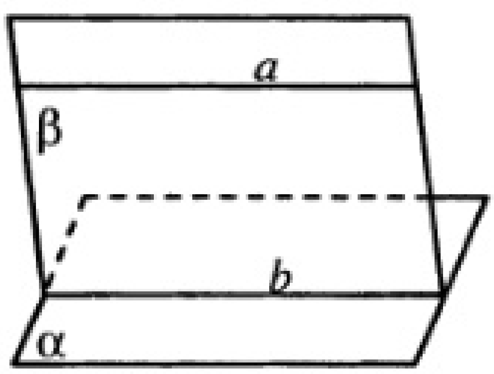
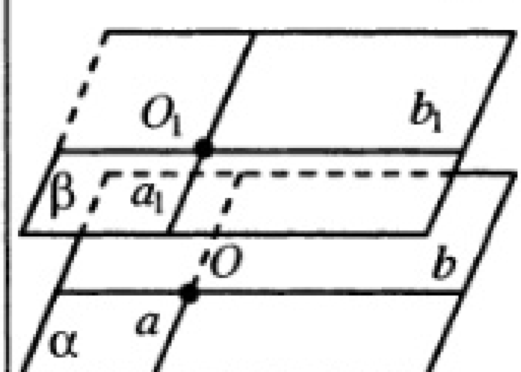
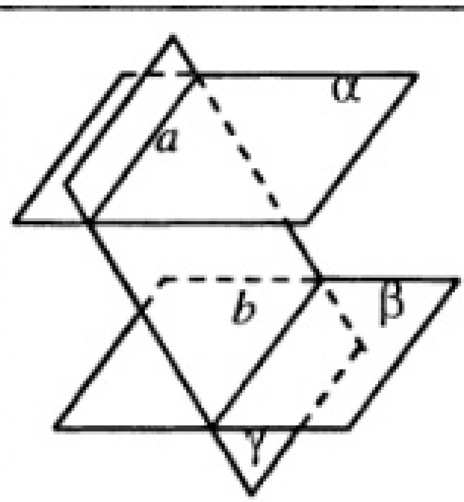
269		$S_{\Delta BMC} = S_{\square AEMD}$
270		$S_{\Delta ABD} : S_{\Delta BCD} = AE : EC$
271		$S_{\square ABCD} = 2S_{\square KLPN}$
272		$S_{\Delta AED} + S_{\Delta BEC} = \dfrac{1}{2} S_{\square ABCD}$ (точка E пересечения отрезков KL и NF может не лежать на AC (BD))
273		если $PN \parallel AC$, $KL \parallel AC$, $KN \parallel BD$, $PL \parallel BD$, то $S_{\square KLPN} = 2S_{\square ABCD}$

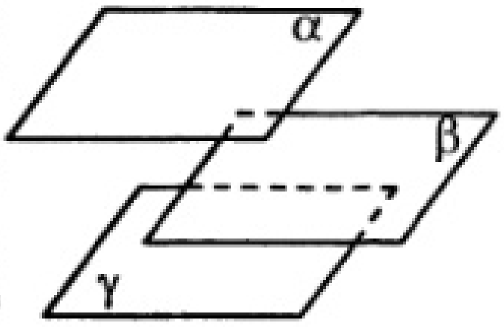
274		$S_{\square PKNL} = S_{\Delta ALD} + S_{\Delta BKC}$
275		если $KN \parallel AB$, то $S_{\Delta ADC} : S_{\Delta ABD} = 1 : 2$
276		$S_{\square ABCD} = \dfrac{S_{\Delta ACB} \cdot S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ABE}}$
277		$\dfrac{AE}{EC} = \dfrac{AB \cdot AD}{CD \cdot CB} = \dfrac{S_{\Delta ADB}}{S_{\Delta CDB}}$
278		если $EL \parallel AC$, $BK = KD$, то $S_{\square ABCE} = S_{\Delta ECD}$

279		$S_{\square AKNP} = S_{\Delta ABC}$
280		если $\square ABCD$ — параллелограмм, $a \neq b$, то $\square KLPN$ — прямоугольник, $S_{\square KLPN} = \frac{1}{2}(a-b)^2 \cdot \sin\alpha$, $S_{\square ABCD} + S_{\square KLPN} = \frac{a^2+b^2}{2} \cdot \sin\alpha$
281		если $\square ABCD$ — трапеция, $0° < \angle ADC \leq \angle DAB < 90°$, то $S_{NKPLE} = S_{\Delta AKB} + S_{\Delta BPC} + S_{\Delta CLD}$
282		$S_{\Delta AED} \cdot S_{\Delta BEC} = S_{\Delta AEB} \cdot S_{\Delta DEC}$

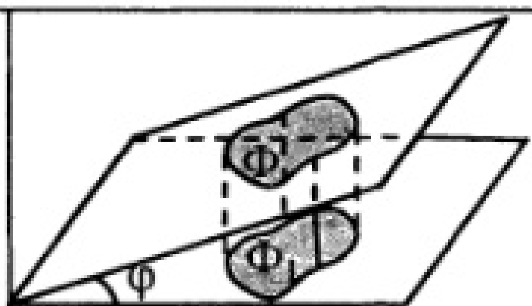
ГЛАВА 2. СТЕРЕОМЕТРИЯ

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ, ПЛОСКОСТИ, ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ

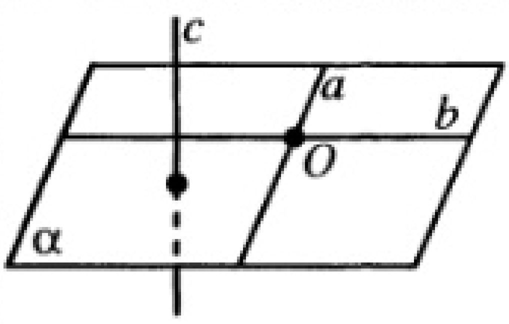
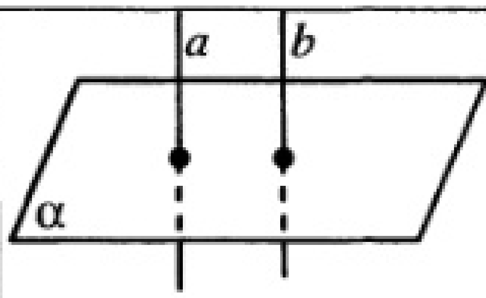
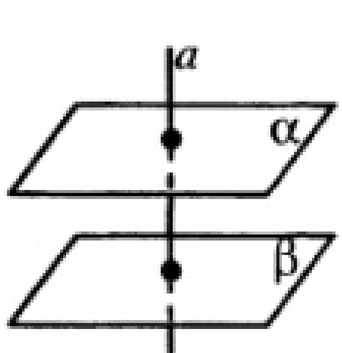
283		если $b \subset \alpha$ и $a \parallel b$, то $a \parallel \alpha$
284		если $a \subset \beta$, $a \parallel \alpha$ и $b = \alpha \cap \beta$, то $a \parallel b$
285	**признак параллельности двух плоскостей** 	если $a \subset \alpha$, $b \subset \alpha$ и $a \cap b = \{O\}$, $a_1 \subset \beta$, $b_1 \subset \beta$ и $a_1 \cap b_1 = \{O_1\}$, $a \parallel a_1$ и $b \parallel b_1$, то $\alpha \parallel \beta$
286		если $a = \alpha \cap \gamma$, $b = \beta \cap \gamma$ и $\alpha \parallel \beta$, то $a \parallel b$

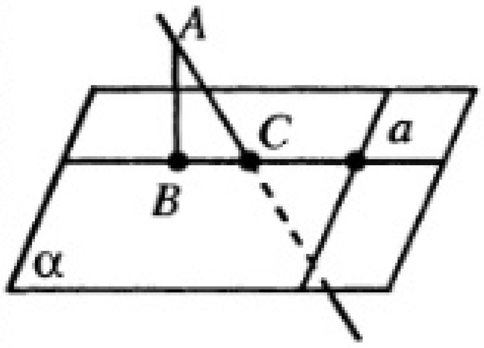
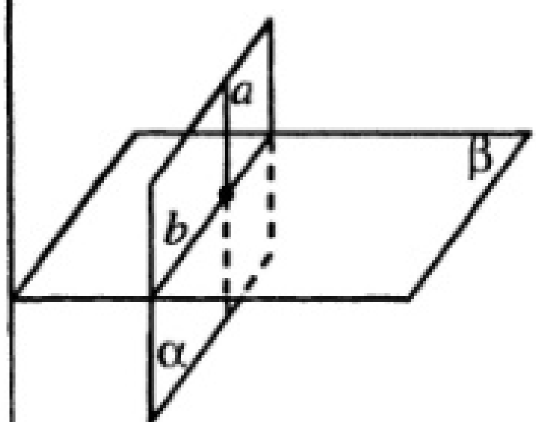
287		если $\alpha \parallel \gamma$ и $\beta \parallel \gamma$, то $\alpha \parallel \beta$

ПРОЕКЦИЯ ПЛОСКОЙ ФИГУРЫ

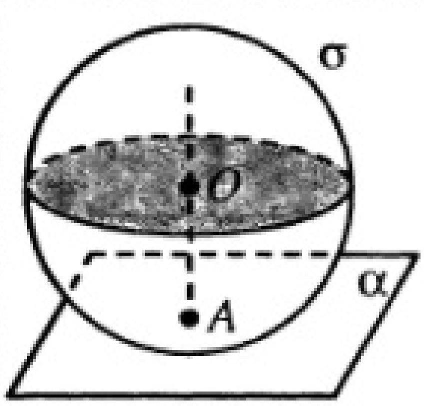
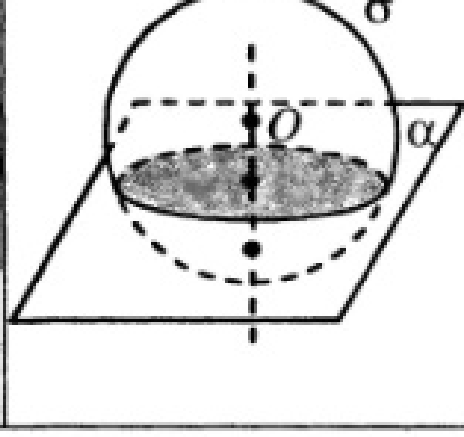
288		если Φ_1 — проекция фигуры Φ, S и S_1 — площади фигур Φ и Φ_1 соответственно, то $S_1 = S \cdot \cos\varphi$, где φ — угол между данными плоскостями

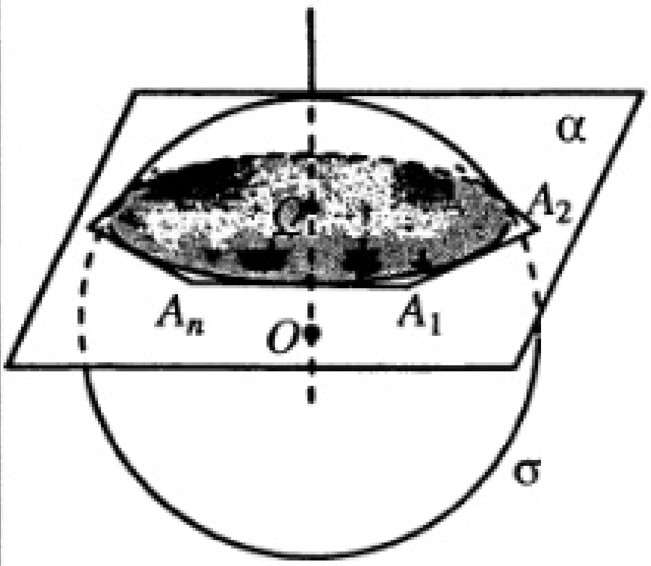
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПЛОСКОСТИ, ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ

289		если $a \subset \alpha$, $b \subset \alpha$ и $a \cap b = \{O\}$, $c \perp a$ и $c \perp b$, то $c \perp \alpha$
290		если $a \perp \alpha$ и $b \perp \alpha$, то $a \parallel b$ **обратное утверждение:** если $a \parallel b$ и $a \perp \alpha$, то $b \perp \alpha$
291		если $\alpha \perp a$ и $\beta \perp a$, то $\alpha \parallel \beta$ **обратное утверждение:** если $\alpha \parallel \beta$ и $a \perp \alpha$, то $a \perp \beta$

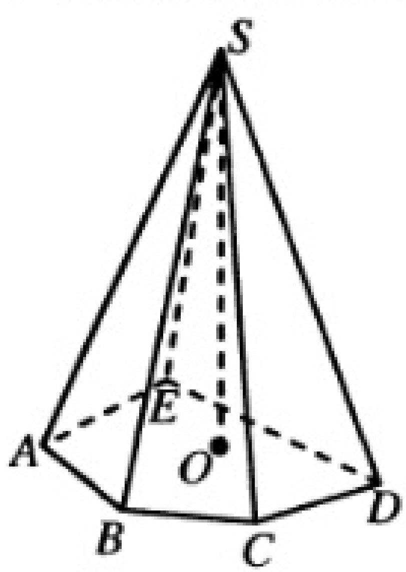
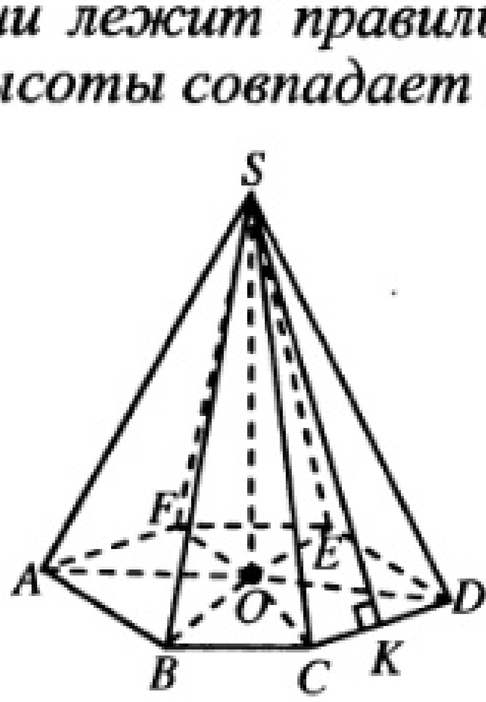
292	**теорема о трех перпендикулярах**  если $AB \perp \alpha$, $BC \subset \alpha$, $a \subset \alpha$, $a \perp BC$, то $a \perp AC$ **обратное утверждение:** если $AB \perp \alpha$, $BC \subset \alpha$, $a \subset \alpha$, $a \perp AC$, то $a \perp BC$
293	**признак перпендикулярности двух плоскостей**  если $a \subset \alpha$ и $a \perp \beta$, то $\alpha \perp \beta$ **обратное утверждение:** если $\alpha \perp \beta$, $b = \alpha \cap \beta$, $a \subset \alpha$ и $a \perp b$, то $a \perp \beta$

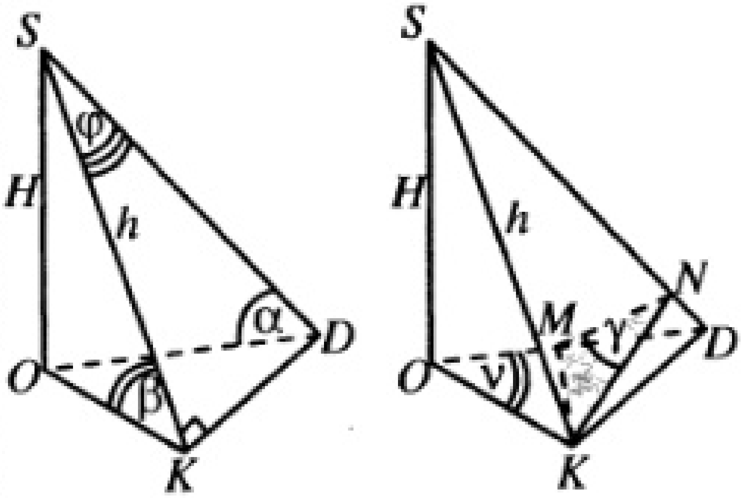
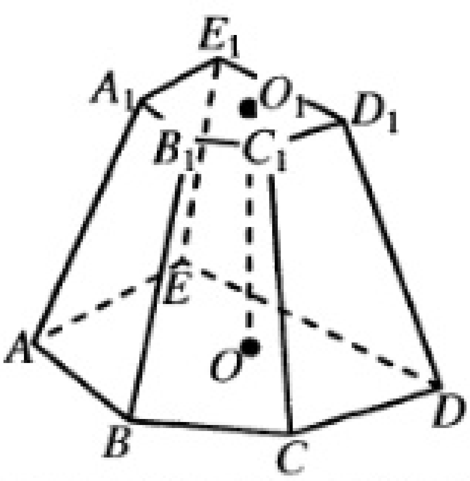
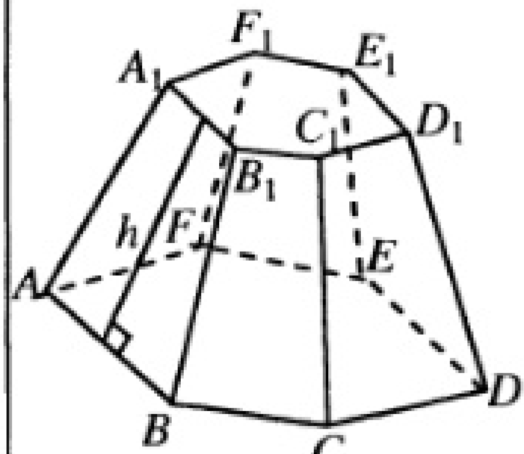
ПЛОСКОСТЬ, ПРЯМАЯ И СФЕРА

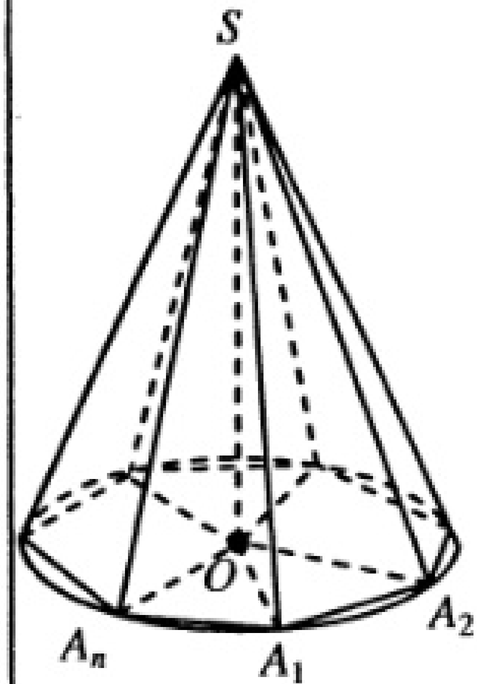
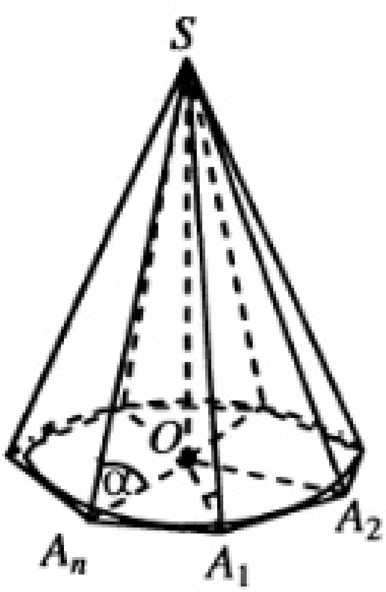
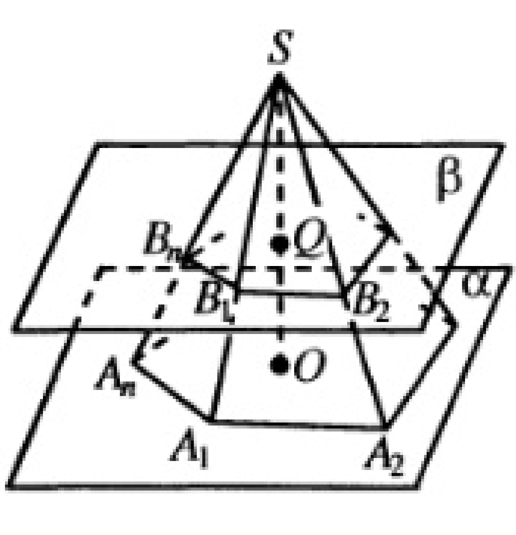
294	 Пусть σ — сфера с центром O, $A \in \sigma \cap \alpha$. Если $OA \perp \alpha$, то $\sigma \cap \alpha = \{A\}$(т.е. плоскость α касается сферы σ) **обратное утверждение:** если $\sigma \cap \alpha = \{A\}$ (т.е. плоскость α касается сферы σ), то $OA \perp \alpha$
295	 центр O сферы σ лежит на перпендикуляре к плоскости α, проходящем через центр окружности $\sigma \cap \alpha$

296		если n–угольник $A_1A_2\ldots A_n$ лежит в плоскости α и все его стороны касаются сферы σ, то в n-угольник можно вписать окружность, причем перпендикуляр к плоскости α, проходящей через центр Q этой окружности, содержит центр O сферы

ПИРАМИДА

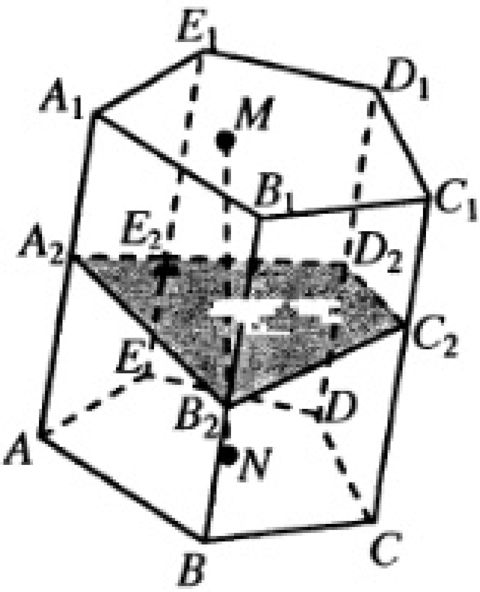
297		площадь боковой поверхности $S_{бок}$ — это сумма площадей ее боковых граней, площадь полной поверхности $S_{полн} = S_{бок} + S_{осн}$, $V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot H$, где $S_{осн}$ — площадь основания, $H = SO$ — высота
298	**правильная пирамида** *пирамида называется правильной, если в ее основании лежит правильный многоугольник и основание высоты совпадает с центром этого многоугольника* 	$S_{бок} = \frac{1}{2} P \cdot h$, где P — периметр основания пирамиды, $h = SK$ — апофема пирамиды

299	**«долька» правильной пирамиды**  если $\alpha = \angle ODS$ — угол наклона бокового ребра к плоскости основания, $\beta = \angle OKS$ — угол наклона боковой грани к плоскости основания, $\varphi = \angle DSK$ — половина угла при вершине боковой грани, $\gamma = \angle MNK$ — половина двугранного угла между соседними боковыми гранями пирамиды, $\nu = \dfrac{\pi}{n} = \angle DOK$ (этот угол в правильной n–угольной пирамиде всегда известен), то $\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\beta \cdot \cos\nu$, $\operatorname{tg}\varphi = \cos\beta \cdot \operatorname{tg}\nu$, $\sin\varphi = \cos\alpha \cdot \sin\nu$, $\sin\gamma \cdot \cos\varphi = \cos\nu$, $\operatorname{ctg}\gamma = \sin\alpha \cdot \operatorname{tg}\nu$, $\cos\gamma = \sin\beta \cdot \sin\nu$
300	**усеченная пирамида**  $S_{\text{полн}}$ —площадь полной поверхности равна сумме площадей всех ее граней, $V = \dfrac{1}{3}\left(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 \cdot S_2}\right) \cdot H$, где S_1 и S_2 — площади оснований пирамиды, $H = O_1O$ — высота
301	**правильная усеченная пирамида** площадь боковой поверхности  $S_{\text{бок}} = \dfrac{1}{2}\left(P_1 + P_2\right) \cdot h$, где P_1 и P_2 — периметры оснований, h — апофема; $S_{\text{бок}} = \dfrac{S_1 - S_2}{\cos\alpha}$, где S_1 и S_2 — площади соответственно большего и меньшего оснований, α — угол наклона боковой грани

302		если SO — высота пирамиды, а $\angle SA_1O = \angle SA_2O = \ldots = \angle SA_nO$ или $SA_1 = SA_2 = \ldots = SA_n$, то O — центр окружности, описанной около основания пирамиды **обратное утверждение:** если основание O высоты SO — центр окружности, описанной около основания пирамиды, то $\angle SA_1O = \angle SA_2O = \ldots = \angle SA_nO$ и $SA_1 = SA_2 = \ldots = SA_n$
303		если SO — высота пирамиды, а все боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под одним углом α, то O — центр окружности, вписанной в основание пирамиды, при этом $S_{\text{осн}} = S_{\text{бок}} \cdot \cos\alpha$ **обратное утверждение:** если основание O высоты SO — центр окружности, вписанной в основание пирамиды, то все боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под одним углом
304		если $B_1B_2\ldots B_n$ — сечение пирамиды $SA_1A_2\ldots A_n$ плоскостью β, параллельной плоскости основания α, $h = SQ$ и $H = SO$ — высоты, V_1 и V_2 — объемы пирамид $SB_1B_2\ldots B_n$ и $SA_1A_2\ldots A_n$ соответственно, то $\frac{S_{\text{сеч}}}{S_{\text{осн}}} = \left(\frac{h}{H}\right)^2, \ \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{h}{H}\right)^3$

<table>
<tr>
<td>305</td>
<td>

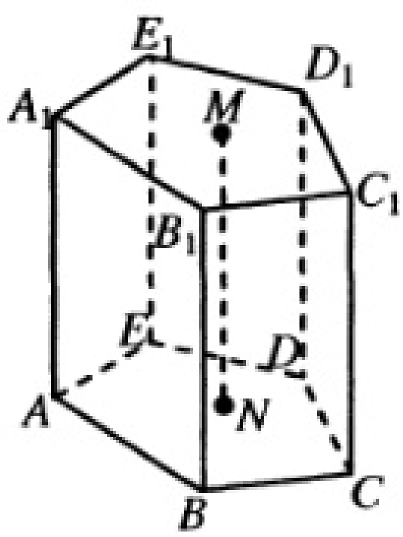
наклонная призма



если $MN = H$ — высота призмы, $P_{\perp}$ — периметр перпендикулярного сечения $A_2B_2C_2D_2E_2$ призмы, $S_{\perp}$ — площадь перпендикулярного сечения, $S_{осн}$ — площадь основания призмы, то $S_{бок} = P_{\perp} \cdot AA_1$, $V = S_{\perp} \cdot AA_1 = S_{осн} \cdot H$

</td>
</tr>
<tr>
<td>306</td>
<td>

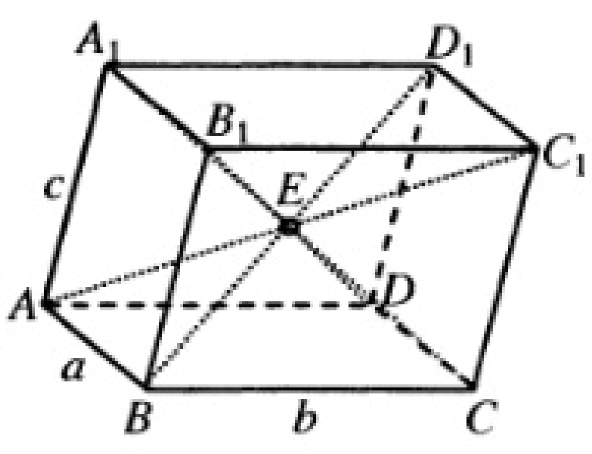
прямая призма



если $MN = H$ — высота призмы, P — периметр основания призмы, то $S_{бок} = P \cdot H$, $V = S_{осн} \cdot H$

</td>
</tr>
<tr>
<td>307</td>
<td>

параллелепипед

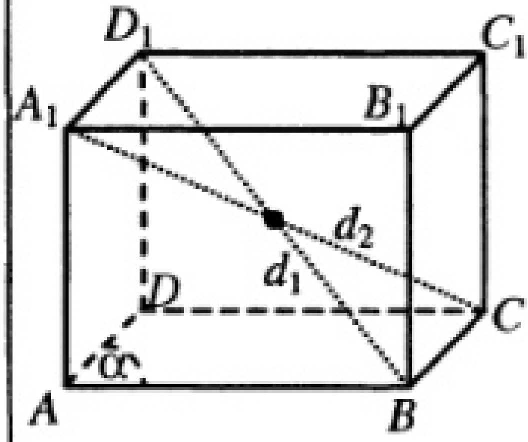


все четыре диагонали параллелепипеда $AC_1 = d_1$, $BD_1 = d_2$, $CA_1 = d_3$ и $DB_1 = d_4$ пересекаются в одной точке (точка E) и делятся этой точкой пополам; $d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 = 4\left(a^2 + b^2 + c^2\right)$

</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td>308</td><td>

прямой параллелепипед



если диагонали прямого параллелепипеда $BD_1 = d_1$ и $CA_1 = d_2$, то $d_1^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab \cdot \cos\alpha$, $d_2^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab \cdot \cos\alpha$;

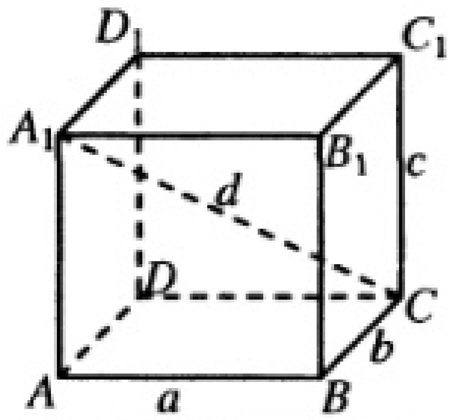
$S_{бок} = 2(a + b)c$;

$S_{полн} = 2(a + b)c + 2ab \cdot \sin\alpha$;

$V = 2abc \cdot \sin\alpha$

</td></tr>
<tr><td>309</td><td>

прямоугольный параллелепипед



$V = abc$,

$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

</td></tr>
</table>

ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

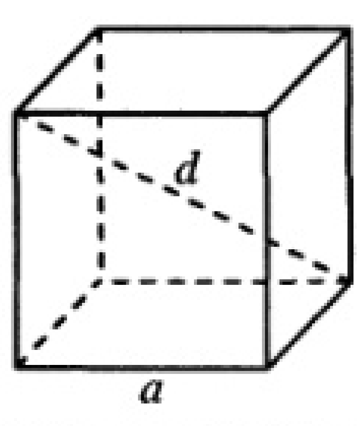
Многогранник называется правильным, если все его грани — правильные многоугольники и все многогранные углы равны.

Для правильных многогранников введем следующие обозначения:

V — объем многогранника, S — площадь поверхности, R — радиус описанной сферы, r — радиус вписанной сферы, a — ребро многогранника.

<table>
<tr><td>310</td><td>

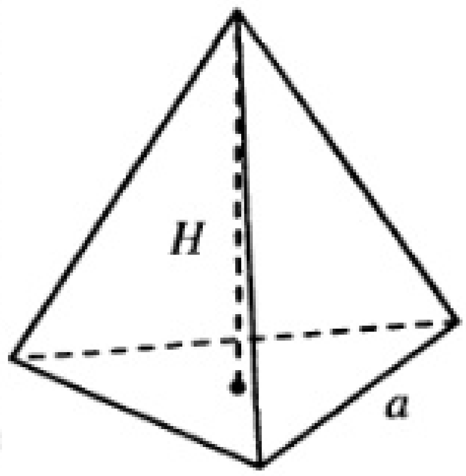
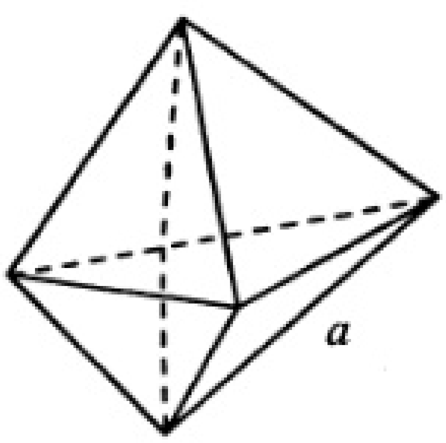
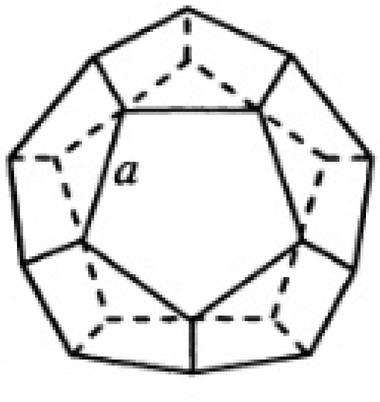
куб

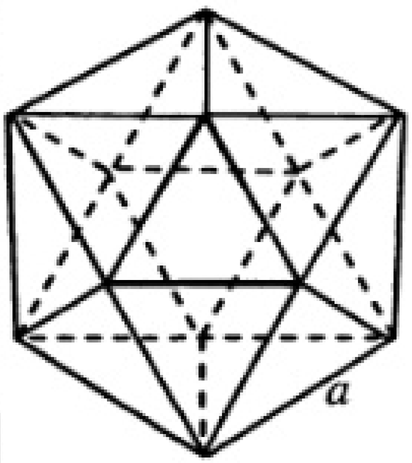
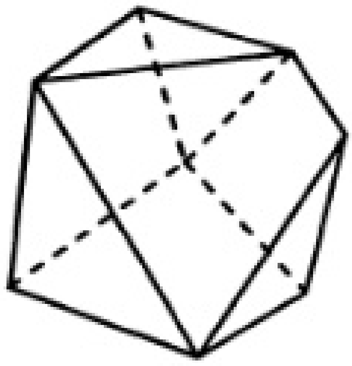


$S = 6a^2$, $V = a^3$, $R = \frac{\sqrt{3}}{2}a$,

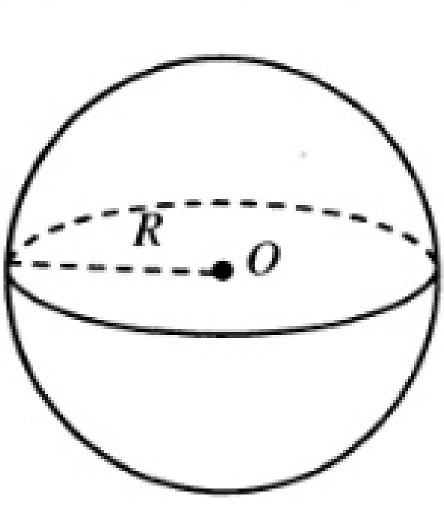
$r = \frac{a}{2}$, $d = a\sqrt{3}$

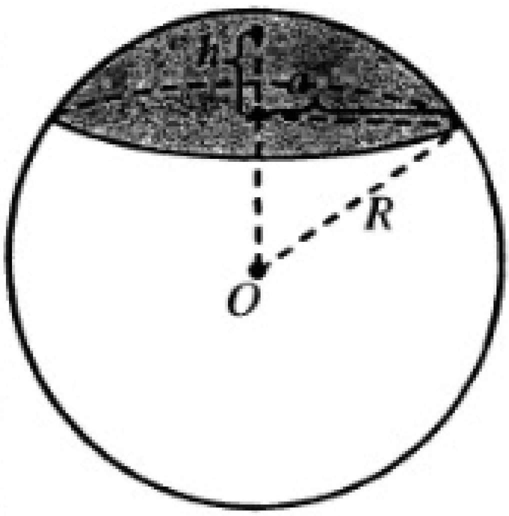
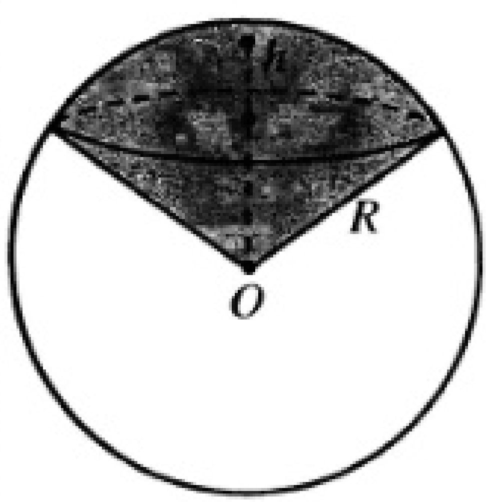
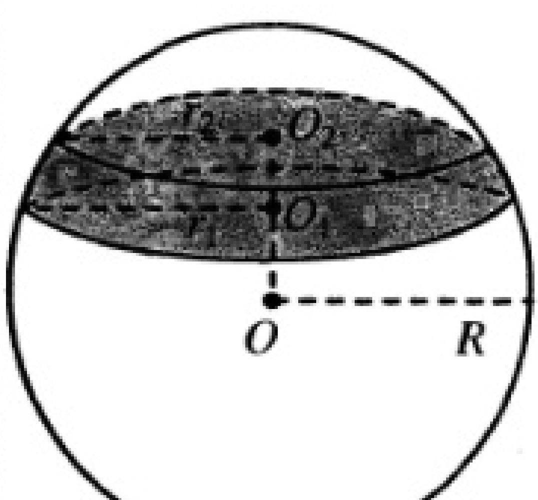
</td></tr>
</table>

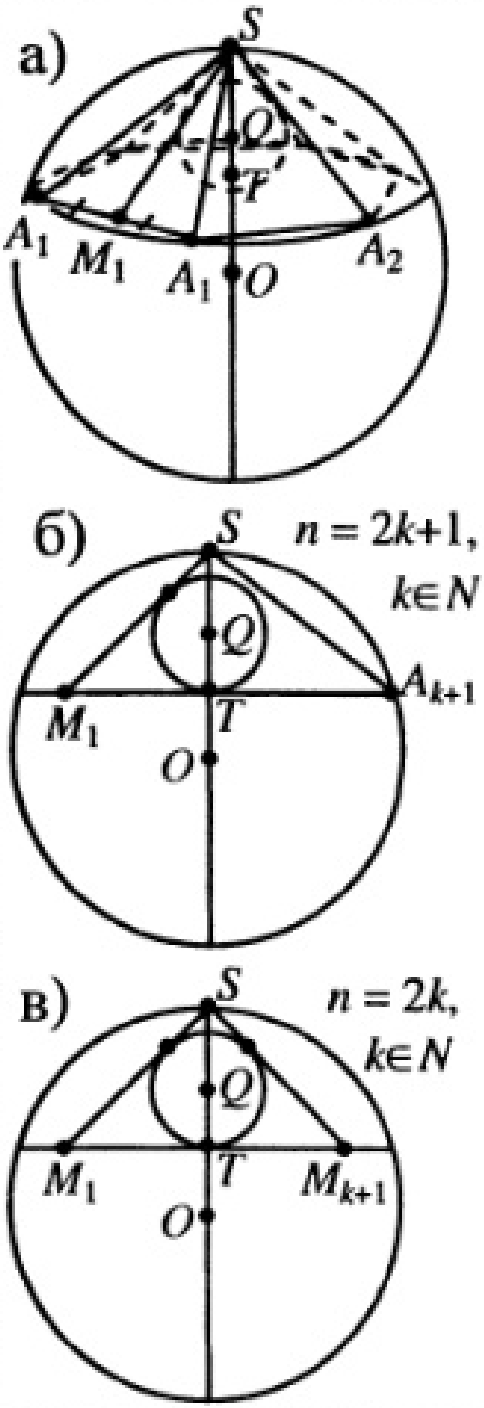
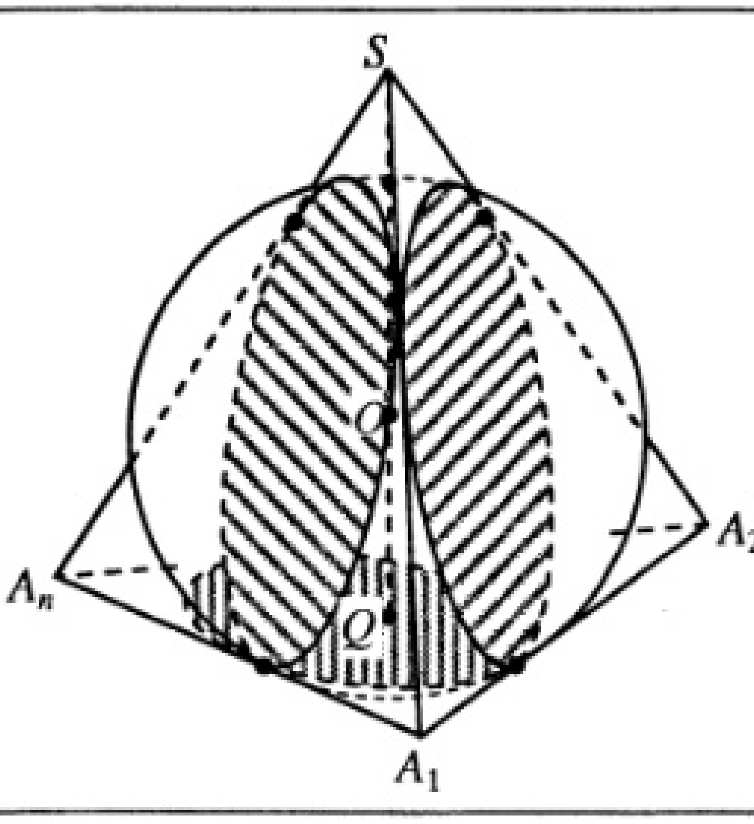
311	**правильный тетраэдр**  имеет четыре грани — равносторонние треугольники, $S=\sqrt{3}\,a^2,\quad V=\dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3,\quad R=\dfrac{\sqrt{6}}{4}a,$ $r=\dfrac{\sqrt{6}}{12}a,\ H=\dfrac{\sqrt{6}}{3}a$ (H — высота пирамиды)
312	**правильный октаэдр**  имеет 8 граней — равных равносторонних треугольников, 6 вершин, 12 ребер, $S=2\sqrt{3}\,a^2,\ V=\dfrac{\sqrt{2}}{3}a^3,$ $R=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a,\ r=\dfrac{\sqrt{6}}{6}a$
313	**правильный додекаэдр**  имеет 12 граней — равных правильных пятиугольников, 20 вершин, 30 ребер, $S=3\sqrt{5(5+2\sqrt{5})}\,a^2,$ $V=\dfrac{1}{4}\left(15+7\sqrt{5}\right)a^3,\ R=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\left(1+\sqrt{5}\right)a,$ $r=\dfrac{1}{20}\sqrt{10(25+11\sqrt{5})}\,a$

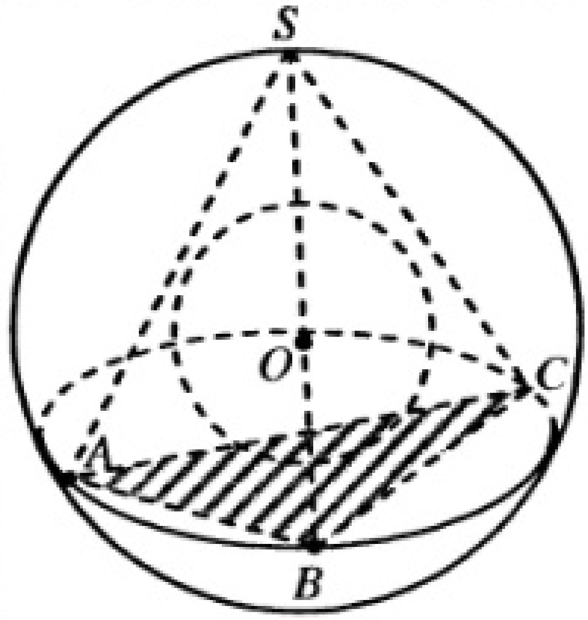
314	**правильный икосаэдр**  имеет 20 граней — равных равносторонних треугольников, 12 вершин, 30 ребер, $S = 5\sqrt{3}\,a^2,\ V = \frac{5}{12}\left(3+\sqrt{5}\right)a^3,$ $R = \frac{1}{4}\sqrt{2(5+\sqrt{5})}\,a,\ r = \frac{\sqrt{3}}{12}\left(2+\sqrt{5}\right)a$
315	**произвольный выпуклый многогранник формула Эйлера**  если N — число вершин, L — число ребер, F — число граней выпуклого многогранника, то $N - L + F = 2$

ШАР

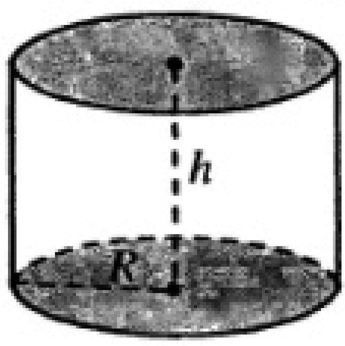
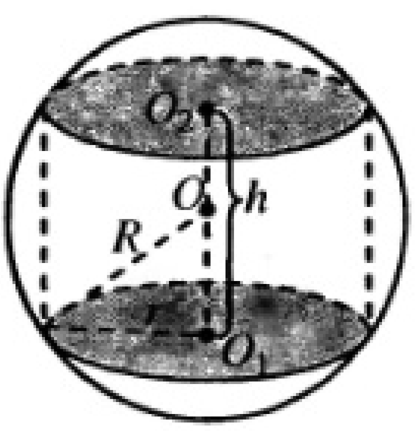
316	 $V = \frac{4}{3}\pi R^3,$ $S = 4\pi R^2$ (O — центр шара)

317	**шаровой сегмент**  $V=\pi h^2(R-\frac{h}{3})$, $a^2=h(2R-h)$, $S_{бок}=2\pi Rh$, $S_{полн}=4\pi Rh-\pi h^2=\pi(2Rh+a^2)$ (O — центр шара, h — высота сегмента)
318	**шаровой сектор**  $V=\frac{2}{3}\pi R^2 h$, $S_{полн}=\pi R\left(2h+\sqrt{2Rh-h^2}\right)$ (O — центр шара, h — высота соответствующего сегмента)
319	**шаровой слой**  $V=\frac{1}{6}\pi h^3+\frac{1}{2}\pi\left(r_1^2+r_2^2\right)h$, $S_{бок}=2\pi Rh$ (O — центр шара, $h=O_2O_1$ — высота шарового слоя)

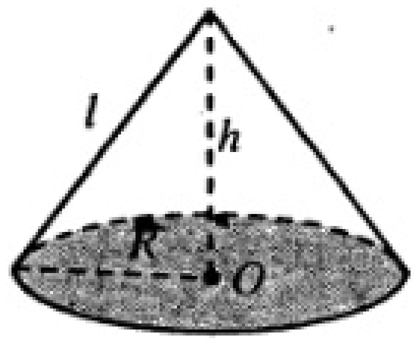
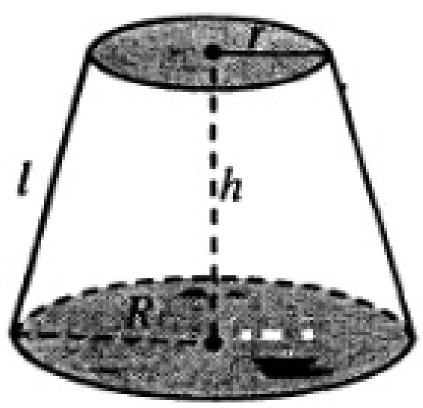
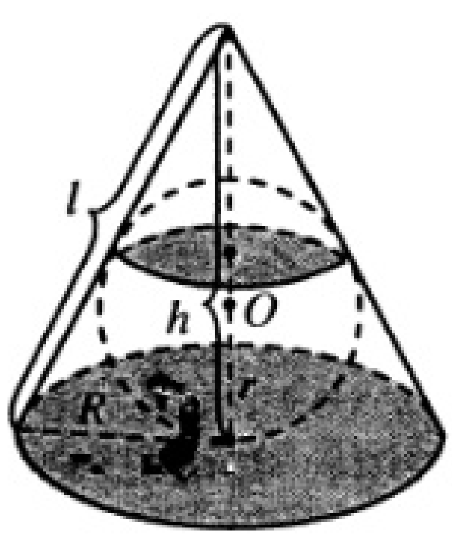
320		центр Q шара, вписанного в правильную пирамиду $SA_1A_2\ldots A_n$, лежит на высоте ST пирамиды, а центр O шара, описанного около пирамиды, лежит на высоте ST пирамиды или на ее продолжении, при этом T — общий центр вписанной и описанной около основания пирамиды окружностей; вписанный в пирамиду шар касается ее граней в точке T и в точках, лежащих на каждой из апофем SM_1, SM_2, …, SM_n а) — общий вид, б) и в) — сечения шара плоскостью SM_1O в случаях нечетного и соответственно четного числа n боковых граней
321		если шар касается всех ребер пирамиды $SA_1A_2\ldots A_n$ и его центр O лежит на высоте SQ пирамиды, то пирамида правильная и каждое ребро основания делится точкой касания пополам

322	 если центры вписанного и описанного шаров для треугольной пирамиды $SABC$ совпадают, то грани пирамиды — равные треугольники (т. е. $\Delta ABC = \Delta SAB = \Delta SBC =$ $= \Delta SAC$)

ЦИЛИНДР

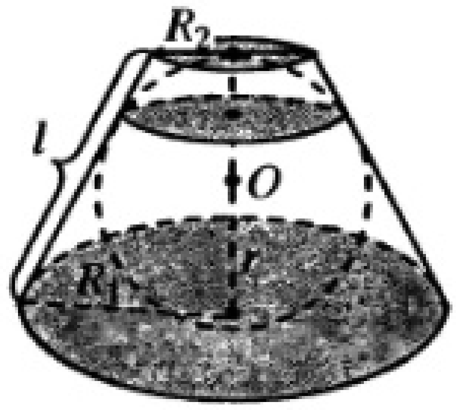
323	 $V = \pi R^2 h,\ S_{\text{бок}} = 2\pi Rh,$ $S_{\text{полн}} = 2\pi R(h + R)$ (R — радиус оснований, h — высота)
324	**вписанный цилиндр**  центр O описанного около цилиндра шара есть середина отрезка, соединяющего центры O_1, O_2 оснований; при этом: $\max V = \frac{4\sqrt{3}}{9}\pi R^3$ при $h = \frac{2\sqrt{3}}{3}R,\ r = \frac{\sqrt{6}}{3}R;$ $\max S_{\text{бок}} = 2\pi R^2$ при $h = R\sqrt{2},\ r = \frac{R\sqrt{2}}{3};$ $\max S_{\text{полн}} = \pi R^2(1 + \sqrt{5})$ при $h = 2R\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}},\ r = R\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}}$

КОНУС

325	 $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h,\ S_{\text{бок}}=\pi Rl,$ $S_{\text{полн}}=\pi R(l+R)$ (O — центр основания)
326	**усеченный конус**  $V=\frac{\pi h}{3}\left(R^2+Rr+r^2\right),$ $S_{\text{бок}}=\pi l(R+r),$ $S_{\text{полн}}=\pi(R^2+r^2+l(R+r))$ (R и r — радиусы оснований, h — высота)
327	**описанный конус**  центр O вписанного в конус шара лежит на высоте, опущенной из вершины конуса, при этом $r=\frac{R\sqrt{l^2-R^2}}{R+l}=\frac{Rh}{R+\sqrt{R^2+h^2}};$ $\min V=\frac{8\pi}{3}r^3$ при $R=r\sqrt{2}$, $h=4r$

<table>
<tr>
<td>328</td>
<td>

описанный усеченный конус

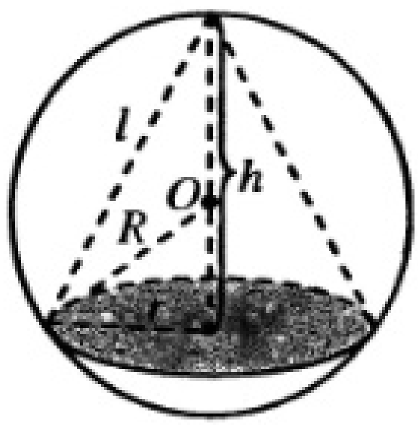


центр O вписанного в усеченный конус шара лежит на отрезке, соединяющем центры оснований; при этом $r=\sqrt{R_1\cdot R_2}$, $l=R_1+R_2$;

$\min V=2\pi r^3$ при $R_1=R_2=r$ (т.е. когда усеченный конус «превращается» в цилиндр)

</td>
</tr>
<tr>
<td>329</td>
<td>

вписанный конус



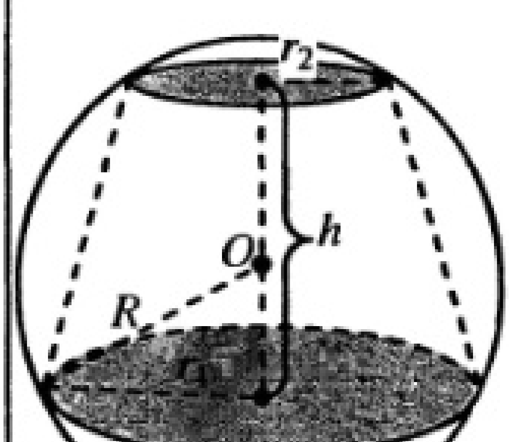
центр O описанного около конуса шара лежит на опущенной из вершины конуса высоте или на ее продолжении, при этом

$$\max V=\frac{32}{81}\pi R^3 \text{ при } h=\frac{4R}{3},\ r=\frac{2R\sqrt{2}}{3};$$

$$\max S_{бок}=\frac{8\sqrt{3}}{9}\pi R^2 \text{ при } h=\frac{4R}{3},\ r=\frac{2R\sqrt{2}}{3}$$

</td>
</tr>
<tr>
<td>330</td>
<td>

вписанный усеченный конус

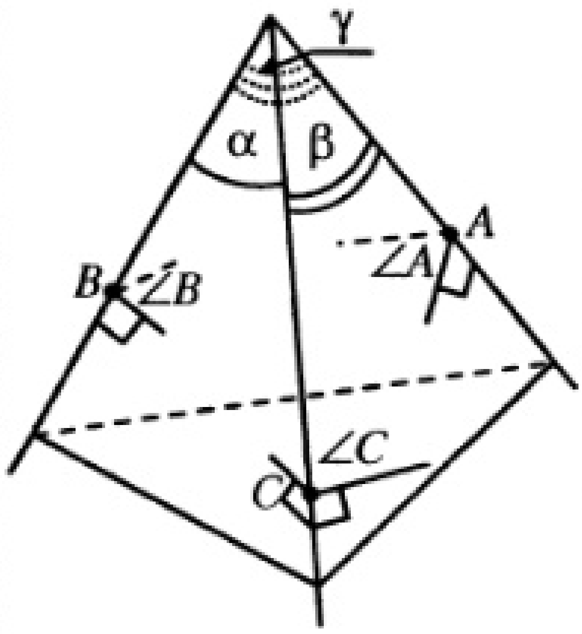


центр O описанного около усеченного конуса шара лежит на прямой, проходящей через центры оснований, при этом

$$\max V=\frac{4\sqrt{3}}{9}\pi R^3 \text{ при } r_1=r_2=\frac{\sqrt{6}}{3}R,$$

$h=\frac{2\sqrt{3}}{3}R$ (т.е. когда усеченный конус «превращается» в цилиндр)

</td>
</tr>
</table>

331	 Трехгранный угол — фигура, образованная тремя лучами, имеющими общую начальную точку и не лежащими в одной плоскости, и заключенными между этими лучами частями плоскости. Образно говоря, трехгранный угол — фигура, представляющая собой воронку, склеенную (сшитую) из трех плоских углов с общей вершиной, или, иначе говоря, трехгранный угол — это треугольная пирамида с «бесконечно удаленным основанием». Плоские углы α, β, γ трехгранного угла называются его гранями; лучи, по которым пересекаются грани трехгранного угла, называются его ребрами; углы между гранями ($\angle A$, $\angle B$, $\angle C$) трехгранного угла называются его двугранными углами
332	**свойства плоских и двугранных углов трехгранного угла** 1. $\alpha+\beta>\gamma$, $\alpha+\gamma>\beta$, $\beta+\gamma>\alpha$. 2. $\alpha+\beta+\gamma<360°$. 3. $\angle A=\angle B$ тогда и только тогда, когда $\alpha=\beta$, где α и β — плоские углы трехгранного угла, а $\angle A$ и $\angle B$ — противолежащие им двугранные углы.

332	4. Теорема косинусов: $$\cos\angle C = \frac{\cos\gamma - \cos\alpha\cdot\cos\beta}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}.$$ Следствие (теорема о трех косинусах): $\angle C = 90^\circ$ тогда и только тогда, когда $$\cos\gamma = \cos\alpha\cdot\cos\beta.$$ 5. Теорема синусов: $$\frac{\sin\alpha}{\sin\angle A} = \frac{\sin\beta}{\sin\angle B} = \frac{\sin\gamma}{\sin\angle C}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Амелькин, В. В.* Геометрия на плоскости: теория, задачи, решения / В. В. Амелькин, В. Л. Рабцевич, В. Л. Тимохович. – Минск: ООО «Асар», 2003. – 592 с.
2. *Амелькин, В. В.* Планиметрия: теория и задачи / В. В. Амелькин, В. Л. Рабцевич, В. Л. Тимохович. – Минск: ООО «Асар», 2005. – 320 с.
3. *Шлыков, В. В.* Геометрия: Учебник для 11-го кл. / В. В. Шлыков. – Минск: Нар. асвета, 2002. – 269 с.
4. Геометрия: Учебник для 10–11 классов средней школы / Л. С. Атанасян [и др.]. – М.: Просвещение, 1993. – 207 с.

УДК 514.112 (075.3)
ББК 22.151.Оя721
А 61

Рецензент канд. физ.-мат. наук, доц. каф. геометрии, топологии и методики преподавания математики БГУ С. Г. Кононов

Амелькин, В. В.

А61 Школьная геометрия в чертежах и формулах / В. В. Амелькин, Т. И. Рабцевич, В. Л. Тимохович. – Минск: Красико-Принт, 2008. – 80 с.

ISBN 978-985-405-464-3.

Пособие содержит тщательно отобранный и систематизированный теоретический материал, который поможет учащимся не только углубить свои знания, проверить и закрепить практические навыки при систематическом изучении геометрии, но и предоставляет хорошую возможность для эффективной подготовки как к выпускному и конкурсному экзаменам, так и к централизованному тестированию.

Предназначено школьникам, абитуриентам, учителям.

УДК 514.112 (075.3)
ББК 22.151.Оя721

ISBN 978-985-405-464-3

Учебное издание

ШКОЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ
В ЧЕРТЕЖАХ И ФОРМУЛАХ

Авторы:
Амелькин Владимир Васильевич
Рабцевич Татьяна Ивановна
Тимохович Владимир Леонидович

Редактор *Т. И. Рабцевич*
Обложка *Н. Л. Навроцкой*
Компьютерная верстка *И. И. Галицкий*
Корректор *С. И. Шердюкова*

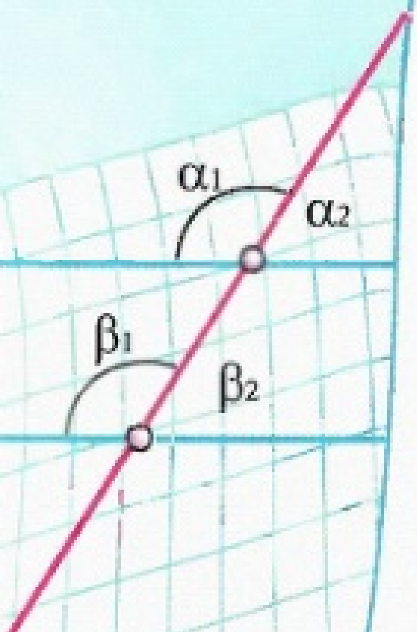
Подписано в печать с готовых диапозитивов 22.04.2008 г.
Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура *Таймс*. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 4,65. Уч.-изд. л. 3,7. Тираж 3 100 экз. Заказ № 1133.

Издательское ООО «Красико-Принт». ЛИ № 02330/0150112 от 09.10.2007 г.
220035, Беларусь, г. Минск, ул. Тимирязева, 65 б, пом. 142.

Республиканское унитарное предприятие
«Издательство «Белорусский Дом печати». 220013, г. Минск, пр-т Независимости, 79.
ЛП 02330/0131528 от 30.04.2004 г.

Цель, поставленная авторами,— рассказать о школьном курсе геометрии по возможности исчерпывающе и систематизировано, но коротко и ясно.

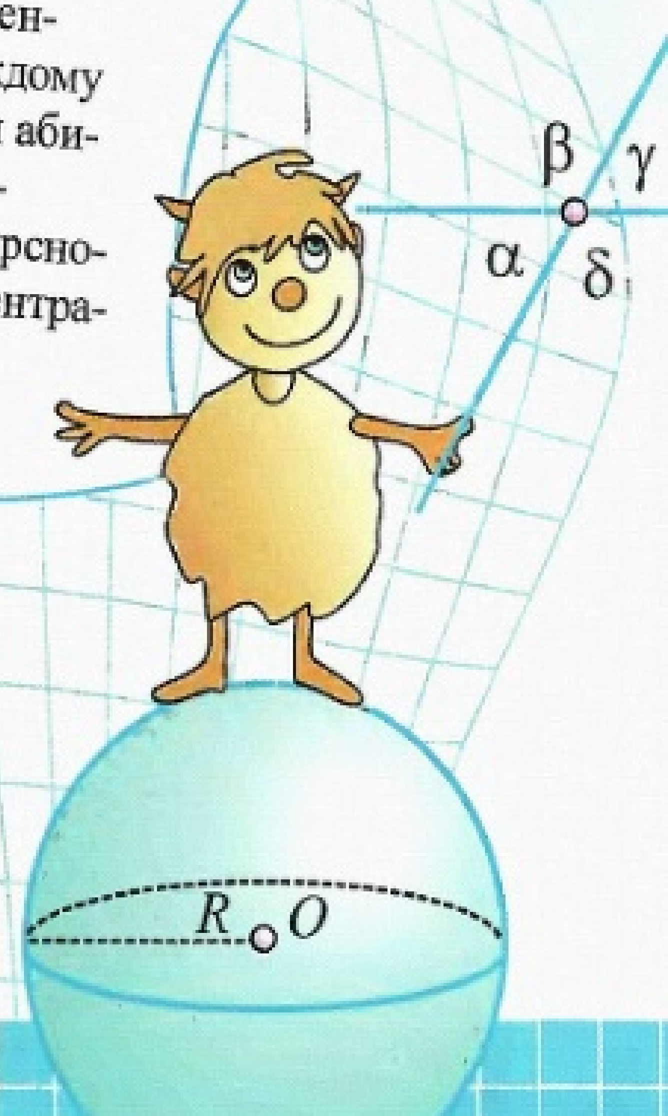
Решение любой геометрической задачи начинается с построения чертежа. Правильно выполненный чертеж — это уже шаг к решению задачи, и поэтому к построению чертежа нужно относиться серьезно.



Несмотря на небольшой объем, в данном издании приведены в чертежах и формулах все основные свойства плоских и пространственных фигур.

Это пособие подходит в качестве и материала для повторения, параллельного изучению других тем в школе, и справочника.

Авторы уверены в том, что приведенные в книжке сведения позволят каждому усвоившему их школьнику, а затем и абитуриенту успешно решить геометрические задачи как школьного и конкурсного экзаменов по математике, так и централизованного тестирования.



ISBN 978985405464-3

«ШКОЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»