Министерство образования Российской Федерации
Алтайский государственный технический университет
им. И.И. Ползунова

А.М. Романов, А.С. Попова,
Г.Н. Леонов, Р.В. Дегтерева

МАТЕМАТИКА
от А до Я

Справочное пособие

Издание третье с дополнениями

Барнаул - 2003

Авторы: Алексей Михайлович Романов — к.т.н., профессор,
Анна Сергеевна Попова,
Геннадий Никитович Леонов — д.ф.-м.н., профессор,
Руслана Валерьевна Дегтерева — к.ф.-м.н., доцент.

В основу справочного пособия заложен словарь, содержащий свыше 1000 определений, понятий, терминов общеобразовательных курсов элементарной и высшей математики. Обособленно представлены дополнительные данные по тригонометрии, алгебре, геометрии, основам дифференциального и интегрального исчислений. Повторение некоторых элементов в разных параграфах произведено преднамеренно.

Разработано для широкого круга читателей — в первую очередь из сферы обучающейся молодёжи, начиная от школьников средних классов.

Авторы выражают надежду, что предлагаемый источник будет способствовать углублению знаний и развитию общего связанного представления основ математики, окажет помощь при изучении дисциплин, использующих аппарат математического моделирования.

Ответственный за выпуск А.М. Романов.

Рецензент Е.Г. Никифорова

СОДЕРЖАНИЕ

1. Словарь математических терминов

А

Абсолютная величина или модуль действительного числа a — неотрицательное число (обозначается $|a|$, $mod\ a$), определяемое следующим образом: $|a| = a$ при $a \geq 0$, $|a| = -a$ при $a < 0$. Абсолютная величина $f(x)$ при любом x $|f(x)| \geq 0$. Справедливы соотношения: $|x^2| = |x|^2 = x^2$, $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$; $||a| - |b|| \leq |a+b| \leq |a| + |b|$, $||a| - |b|| \leq |a-b| \leq |a| + |b|$.

Абсолютная погрешность — см. **Погрешность**.

Абсолютная сходимость — частный случай сходимости рядов и интегралов. Числовой ряд $u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots$ называется абсолютно сходящимся, если сходится ряд $|u_1| + |u_2| + \ldots + |u_n| + \ldots$. Если наряду с несобственным интегралом $I = \int\limits_0^\infty f(x)dx$ сходится $\int\limits_0^\infty |f(x)|dx$, то интеграл I называется абсолютно сходящимся.

Абсолютный максимум функции — см. **Экстремум**.

Абсолютный минимум функции — см. **Экстремум**.

Абсцисса — одна из декартовых координат точки, обычно первая, обозначаемая буквой x.

Аддитивность — свойство величины, состоящее в том, что значение ее, соответствующее целому объекту, равно сумме значений величин, соответствующих его частям при любом разбиении объекта на части. Например, аддитивность объёма означает, что объём целого тела равен сумме объёмов составляющих его частей.

Адъюнкта (адъюнкт), алгебраическое дополнение.

Аксиальный вектор — вектор в ориентированном пространстве, который при изменении ориентации пространства на противоположную преобразуется в противоположный вектор. Примером может служить векторное произведение векторов.

Аксиома — основное положение, самоочевидный принцип, предложение, принимаемое без доказательства. В аксиоме выражены свойства основных понятий, которые являются исходными при построении той или иной математической теории.

Аксиоматика — система аксиом вместе с основными объектами и основными отношениями между ними.

Аксиоматический метод — способ построения научной теории, при котором в её основу вводятся аксиомы, из которых все остальные утверждения этой теории (обычно теоремы) выводятся путем доказательств. Построение теории аксиоматическим методом называют дедуктивным.

Алгебра — часть математики, посвящённая изучению операций над элементами произвольной формы, обобщающих обычные операции сложения, умножения чисел и отношение неравенства чисел (алгебра многочленов, линейная алгебра, векторная алгебра и т.д.).

Алгебраическая геометрия — раздел математики, изучающий геометрические объекты, связанные с алгебраическими уравнениями. Современная алгебраическая геометрия возникла как теория алгебраических кривых. Примеры алгебраических кривых с известными уравнениями: прямая, окружность, эллипс, гипербола, парабола. Например, синусоида не является алгебраической кривой (трансцендентная кривая).

Алгебраическая кривая — объект алгебраической геометрии; для плоских кривых, которые задаются одним уравнением

$F(x,y)=0$, степень многочлена F называют порядком алгебраической кривой.

Алгебраическая поверхность – объект алгебраической геометрии; например сфера $x^2+y^2+z^2-R^2=0$ или конус $x^2-y^2+z^2=0$ в общеизвестном трехмерном пространстве.

Алгебраическая функция — функция, удовлетворяющая алгебраическому уравнению. Так, уравнение вида $P(x,y)=0$, где $P(x,y)$ — многочлен от *x, y,* определяет (в частности, неявную) функцию $y(x)$.

Алгебраическое выражение — выражение, составленное из конечного числа букв и цифр, соединенных знаками действий сложения, вычитания, умножения, деления, возведения в целую степень и извлечения корня. Алгебраическое выражение называется рациональным относительно некоторых входящих в него букв, если оно не содержит их под знаком радикала $\left(\frac{3a}{5}-\frac{bc\sqrt{3}}{a+b}\right)$. Алгебраическое выражение называется целым относительно некоторых букв, если оно не имеет деление на выражения, содержащие эти буквы $\left(\frac{a}{b}-\frac{2}{b+1}+\frac{2ac}{7}\right)$- целое относительно a и c. Если хотя бы некоторые из букв считать переменными, то алгебраическое выражение есть алгебраическая функция.

Алгебраическое дополнение элемента a_{ij} некоторого определителя n-го порядка или квадратной матрицы есть минор этого элемента, взятый со знаком $(-1)^{i+j}$.

Алгебраическое уравнение — уравнение вида $P_n=0$, где P_n — многочлен n-й степени от одного или нескольких переменных $(n \geq 0)$. Алгебраическим уравнением n-й степени с одним неизвестным x называется уравнение вида $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n = 0$, где коэффициенты a_i предполагаются не все равными нулю и $a_0 \neq 0$.

Алгебраическое число — вещественное или комплексное число, являющееся корнем многочлена $P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n$ с рациональными коэффициентами a_i, из которых не все равны нулю.

Алгоритм, алгорифм — последовательность точно описанных операций, выполняемых в определенном порядке при решении конкретной задачи или совокупности задач определенного класса. Многие алгоритмы известны в виде правил: правило Саррюса для вычисления определителей 3-го порядка, правило Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений, правило параллелограмма сложения двух векторов и т.д.

Аналитическая геометрия — раздел геометрии, в котором геометрические образы (прямые, плоскости, линии и поверхности второго порядка) исследуются средствами алгебры на основе метода координат. В аналитической геометрии используют два основных приема: первый – зная свойства геометрического образа, находят уравнение (уравнения), связывающее координаты множества точек этого образа; второй – зная уравнение (уравнения), связывающее координаты точек геометрического образа, исследуют свойства последнего и делают геометрическое построение.

Антикоммутативности закон для любой пары объектов α, β записывается в виде $\alpha\beta + \beta\alpha = 0$, что равносильно условию $\alpha\beta = -\beta\alpha$.

Аналитическое выражение, формула.

Антикоммутативность векторного произведения:
$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$, т.е. при перестановке местами сомножителей произведение меняет знак (получается противоположный вектор).

<u>Антилогарифм</u> числа n есть такое число N, логарифм которого при данном основании a равен числу n: $ant\log_a n = N = a^n$, $\log_a N = n$.

<u>Антимодальное распределение случайной величины x</u> — распределение, в котором функция плотности $f(x)$ имеет минимум.

<u>Антье</u> — см. **Целая и дробная части числа**.

<u>Апофема</u> — в правильном многоугольнике отрезок перпендикуляра, опущенного из центра на любую из его сторон; в правильной пирамиде высота боковой грани.

<u>Аппликата</u> — одна из декартовых координат точки, обычно третья, обозначаемая буквой *z*.

<u>Аппроксимация</u> — приближенное выражение математических величин (чисел, функций и т.п.) через другие, более простые; пример — аппроксимация, приближение иррациональных чисел рациональными. Непрерывную на отрезке [a,b] функцию $y = f(x)$ с любой степенью точности можно аппроксимировать многочленом $P_n(x)$. Как известно, длина кривой определяется как предел длин ломаных, геометрически аппроксимирующих данную кривую, когда длина наибольшего звена ломаной стремится к нулю.

<u>Арабские цифры</u> — традиционное название десяти математических знаков: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Перечисленные цифры возникли в Индии, в Европе стали известны по арабским сочинениям.

<u>Аргумент комплексного числа</u> $z = x + iy = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$, изображаемого на плоскости точкой с координатами *x* и *y*, — угол φ радиус-вектора *r* этой точки с осью абсцисс; обозначение: $\varphi = Argz$. По аналогии с нулевым вектором, не имеющим определенного направления, комплексное число 0 не имеет определенного аргумента. Аргумент произведения комплексных чисел равен сумме аргументов сомножителей: $Arg(z_1 z_2) = Argz_1 + Argz_2$.

Аргумент функции — независимая переменная величина, от значений которой зависят значения функции.

Ареафункции, обратные гиперболические функции.

Арифметика — часть математики, область знаний о числах и числовых множествах.

Арифметическая прогрессия — арифметический ряд 1-го порядка, числовая последовательность, каждый член которого, начиная со второго, получается из предыдущего путем прибавления к нему числа d, называемого разностью прогрессии: $a_1,\ a_1 + d,\ a_1 + 2d, \ldots,\ a_1 + (n-1)d, \ldots,$ причём $a_n = \dfrac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$ и сумма n первых членов $S_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2} n = \left(a_1 + \dfrac{d(n-1)}{2} \right) n.$

Арифметические действия — сложение, вычитание, умножение, деление.

Арифметическая функция — функция, аргументы и значения которой — натуральные числа.

Арифметический корень — неотрицательное решение уравнения $x^n = a(n \in N)$, обозначают как $\sqrt[n]{a}$.

Арифметический ряд порядка m — последовательность значений многочлена $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_m x^m$, принимаемых им при последовательных целых, неотрицательных значениях переменной $x(x = 0,\ 1,\ 2, \ldots)$.

Арифметическое дополнение числа $A(0 < A < 1)$ есть число, равное разности между единицей и числом A; используется в логарифмических вычислениях.

Арифметическое среднее n чисел $x_1,\ x_2, \ldots,\ x_n$ есть число $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$.

Аркус—функция, аркфункция — одна из функций, являющаяся решением задач о нахождении числа по заданному значению тригонометрической функции (обратные тригонометрические функции):

— арксинус $Arc\sin x = (-1)^n \arcsin x + \pi n,$

— арккосинус $Arc\cos x = \pm \arccos x + 2\pi n,$

— арктангенс $Arctgx = arctgx + \pi n,$

— арккотангенс $Arcctgx = arcctgx + \pi n,$ где $n = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \ldots$

Существуют зависимости: $\arcsin x + \arccos x = \dfrac{\pi}{2},$ $arctgx + atrcctgx = \dfrac{\pi}{2}$. Функции можно представить в виде интегралов: $\arcsin x = \int\limits_0^x \dfrac{dt}{\sqrt{1 - t^2}},\ arctgx = \int\limits_0^x \dfrac{dt}{1 + t^2}$.

Архимедова спираль — кривая, описываемая в полярных координатах уравнением $\rho = a\varphi\,(a \neq 0)$. Расстояние между двумя соседними витками спирали в направлении радиус - вектора постоянно и равно $a(\varphi + 2\pi) - a\varphi = 2\pi a$.

Асимметрия — нарушение или отсутствие симметрии.

Асимметрия распределения — качественная характеристика распределения вероятностей случайной величины. При положительной асимметрии более вытянутая часть кривой плотности распределения лежит правее моды, при отрицательной левее. Численно асимметрия равна $A_s = \dfrac{\mu_3}{\sigma^3}$, где μ_3 — центральный момент 3-го порядка, σ - среднее квадратическое отклонение.

<u>Асимптота</u> кривой $y = f(x)$ с бесконечной ветвью — прямая, к которой эта ветвь неограниченно приближается, удаляясь от начала координат. Асимптоты могут быть вертикальными $(x = a)$ и наклонными $(y = kx + b)$; для наклонных (в частности, горизонтальных) асимптот $k = \lim \dfrac{f(x)}{x}$ и $b = \lim\left(f(x) - kx\right)$ при $x \to \infty$ или $x \to -\infty$.

<u>Асимптотическая точка</u> — особая точка кривой на плоскости, вокруг которой кривая закручивается бесконечное число раз, неограниченно к ней приближаясь. Так, полюс **О** является асимптотической точкой логарифмической спирали $\rho = ae^{k\varphi}$ при $\varphi \to -\infty$, если k>0, и $\varphi \to +\infty$, если k<0.

<u>Асимптотическое выражение</u> функции — приближённое представление её при помощи другой более простой функции на основе их асимптотического равенства. Например:

— при $x \to 0$ $\sin x \sim x, 1 - \cos x \sim \dfrac{x^2}{2}, \ln(1+x) \sim x;$

— при $n \to \infty$ $n! \sim \sqrt{2\pi\, n}\, n^n e^{-n};$

— при $x \to \infty$ $x^3 + x^2 + x + x + 1 \sim x^3$.

Здесь "~" — знак эквивалентности.

<u>Асимптотическое равенство</u> двух функций $f(x)$ и $g(x)$ при $x \to x_0$ — приближенное равенство, определяемое соотношением $f(x) = g(x)[1 + \alpha(x)]$, где $\alpha(x) \to 0$ при $x \to x_0$.

<u>Асимптотическое разложение –</u> в целом представление некоторой функции сходящимся рядом. В практических задачах часто ограничиваются одним или двумя членами разложения: при $\alpha \to 0$ $\sin\alpha = \alpha + o(\alpha)$, $\ln(1+\alpha) = \alpha + 0(\alpha)$, $a^{\alpha} = 1 + \alpha \ln a + o(\alpha)$, $\sqrt[n]{1+\alpha} = 1 + \frac{\alpha}{n} + o(\alpha)$.

Ассоциативность — свойство операций $*$ сложения и умножения (чисел, матриц), выражаемое тождествами $(a*b)*c = a*(b*c)$.

Астроида — плоская алгебраическая кривая 6-го порядка, уравнение которой в прямоугольной системе координат имеет вид $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = R^{\frac{2}{3}}$. Астроиду описывает точка окружности радиуса r, катящейся без скольжения по внутренней стороне окружности радиуса $R = 4r$. Кривая обладает двойной симметрией, соприкасаясь с большой окружностью в четырёх точках. Площадь, ограниченная кривой, равна $\frac{3}{8}\pi R^2$; длина её 6R.

Аффинная система координат — прямолинейная система координат, координатные линии (оси) есть прямые, исходящие из общего начала.

Б

Базис векторного (линейного) пространства — упорядоченная совокупность S векторов, удовлетворяющих следующим условиям: совокупность векторов S линейно независима; любой вектор рассматриваемого пространства можно представить в виде линейной комбинации векторов из S.

Базисные векторы — векторы, образующие базис векторного (линейного) пространства.

Базисный минор матрицы — любой отличный от нуля её минор, порядок которого равен рангу матрицы.

Безу теорема о делении многочлена на линейный двучлен: остаток от деления многочлена $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n$ на двучлен x-a равен значению многочлена при $x = a$, т.е. равен $f(a)$.

Бесконечная десятичная дробь — дробь вида $a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k}{10^k} = a_0, a_1a_2a_3 \ldots a_n \ldots$. Здесь a_0 — целое неотрицательное число и $a_1, \ldots a_n, \ldots$ — числа из множества $\{0,1,2,\ldots,9\}$, причем начиная с некоторого a_k не равные все 0 или 9. Дробь называется периодической, если начиная с некоторого знака после запятой в ней содержится комплекс цифр, повторяющийся неограниченное число раз, и непериодической, когда такого комплекса нет.

Бесконечная производная функции $y = f(x)$ — бесконечный предел $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \pm\infty$; касательная к графику функции в точке, в которой функция имеет бесконечную производную, перпендикулярна оси $0x$.

Бесконечно большая величина (функция) — переменная величина, которая в процессе своего изменения становится и остаётся по абсолютной величине больше любого наперёд заданного числа $M > 0$.

Бесконечно малая величина (функция) — переменная величина, которая в процессе своего изменения становится и остаётся по абсолютной величине меньше любого наперёд заданного числа $E > 0$. Находится в обратной зависимости с бесконечно большой.

Бесконечное произведение — предел последовательных произведений $\lim P_n = \lim u_1u_2 \ldots u_n = \lim \prod_{i=1}^{n} u_i$ при $n \to \infty$.

Бесконечность — понятие, введённое как противопоставление понятию конечного.

Бесконечный интервал, бесконечный промежуток — см. **Числовые промежутки**.

Биквадратное уравнение — уравнение вида $ax^4 + bx^2 + c = 0$, если $a \neq 0$; при решении сводится к квадратному уравнению заменой x^2 на y.

Бимодальное распределение — распределение вероятностей случайной величины с двумя модами, как частный случай полимодального распределения.

Бинарная форма — однородный многочлен от двух переменных; например, $ax^2 + bxy + cy^2$ — бинарная квадратичная форма.

Бином, двучлен.

Бином Ньютона — условное название формулы Ньютона.

Биномиальное распределение — распределение вероятностей случайной величины X с целочисленными значениями $m = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n$, задаваемое формулой $P(X = m) = C_n^m p^m q^{n-m}$, где $n \geq 1$, $0 \leq p \leq 1$ (вероятность), $q = 1 - p$ — параметры, C_n^m — биномиальный коэффициент. Если случайная величина подчинена биномиальному закону распределения, то математическое ожидание её равно np, а дисперсия равна npq.

Биномиальный коэффициент C_n^m — коэффициент в разложении бинома Ньютона $(1 + x)^n$ при x^m, равный

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} = \frac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{m!},\ 0 \leq m \leq n.$$

Биномиальный ряд — бесконечный ряд, являющийся обобщением формулы бинома Ньютона $(1+x)^n$ на случай дробных и отрицательных показателей n: $(1+x)^n = 1 + nx + \ldots + \frac{n(n-1)\ldots(n-m+1)}{m!}x^m + \ldots$. Ряд сходится: при $-1<x<1$, если $n<-1$; при $-1<x\le 1$, если $-1<n<0$; при $-1\le x\le 1$, если $n>0$.

Биссектриса треугольника — отрезок биссектрисы одного из углов треугольника, заключённый между вершиной и противоположной стороной. Биссектрисы всех углов треугольника пересекаются в одной точке — центре вписанного круга. Биссектрисы внутреннего и внешнего углов при одной вершине взаимно перпендикулярны.

Биссектриса угла — прямая, проходящая через вершину угла и делящая его пополам. Любая точка биссектрисы равноудалена от сторон угла.

Большая ось эллипса — ось, на которой лежат его фокусы. Чаще её обозначают через 2а и считают расположенной на оси абсцисс, реже через 2в (при расположении на оси ординат), если записывать уравнение эллипса в канонической форме: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Большой круг — круг, получающийся при сечении шара плоскостью, проходящей через его центр.

Бюффона задача — задача теории вероятностей, приводящая к рассмотрению геометрических вероятностей; состоит в том, что на плоскость, разлинованную параллельными прямыми на расстоянии a одна от другой, бросается игла длины b $(b<a)$ и находится вероятность p того, что игла пересечёт одну из параллельных линий $\left(p = \frac{2b}{\pi a}\right)$.

В

Вариационный ряд — расположенная в порядке неубывания последовательность независимых одинаково распределённых случайных величин.

Вектор в геометрической интерпретации — направленный отрезок прямой, у которого один конец (точка A) называется началом, а другой (точка B) — концом; обозначение: $\boldsymbol{a}$, $\overline{a}$, $\vec{a}$, $\overline{AB}$. Векторы бывают свободные, скользящие, связанные.

Вектор — элемент линейного пространства. В такой интерпретации векторам (на примере $\vec{x}$ и $\vec{y}$) приписывают две операции:

1. Сложение векторов $\vec{x}+\vec{y}$.
2. Умножение вектора на произвольный элемент ($\alpha\vec{x}, \beta\vec{y}$).

Векторная алгебра — раздел векторного исчисления, в котором изучаются операции над (свободными) векторами: линейные — сложение и вычитание векторов, умножение вектора на скаляр; произведения — скалярное, псевдоскалярное, векторное, смешанное, двойное векторное.

Векторная линия — линия, в каждой точке которой касательная имеет направление вектора векторного поля $\vec{a}$ в этой точке; дифференциальные уравнения линии: $\frac{dx}{a_x}=\frac{dy}{a_y}=\frac{dz}{a_z}$, где a_x, a_y, a_z – координаты векторного поля и x, y, z — координаты точки векторной линии.

Векторная трубка — совокупность всех векторных линий векторного поля, проходящих через некоторую замкнутую кривую.

Векторная функция скалярного аргумента — функция $\vec{r}(t)$, задание которой в трёхмерном пространстве равносильно заданию трёх функций $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$, выражающих координаты вектора $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

Векторное исчисление — раздел математики, посвящённый изучению свойств операций над векторами; подразделяется на векторную алгебру и векторный анализ.

Векторное поле — векторная функция $\vec{a} = a_x(x,y,z)\vec{i} + a_y(x,y,z)\vec{j} + a_z(x,y,z)\vec{k}$, где $P(x,y,z)$ — точка трёхмерного пространства, $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ — её радиус-вектор. Например, электрический заряд действует на окружающие его заряды силами, образующими электростатическое поле.

Векторное произведение двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ — вектор $\vec{c}$, обозначаемый символом $\vec{a} \times \vec{b}$ или $\left[\vec{a}, \vec{b}\right]$ и удовлетворяющий следующим условиям:

1) $|\vec{c}| = c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin\varphi$, где φ — угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ $(\varphi \le \pi)$;

2) вектор $\vec{c}$ ортогонален векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$;

3) ориентация тройки векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ совпадает с ориентацией базисной тройки $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ (правая). Если векторы заданы в виде $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$, $\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}$, то их векторное произведение можно представить в виде определителя:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}.$$

Векторное произведение антикоммутативно, т.е. $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$.

Векторное пространство — обобщающее математическое понятие совокупности всех (свободных) векторов обычного трёхмерного пространства.

Векторный анализ —раздел векторного исчисления, в котором средствами математического анализа изучаются векторные и скалярные поля, т.е. векторные и скалярные функции одного или нескольких аргументов.

Вектор — функция, векторная функция.

Вероятностный процесс, случайный процесс.

Вероятность — количественная характеристика степени объективной возможности появления некоторого (случайного) события в тех или иных определённых, могущих повторяться неограниченное число раз, условиях. Для некоторого события А вероятность его лежит в пределах: $0 \leq p(A) \leq 1$. Если $p(A) = 0$, то это значит, что событие А не наступит ни при каких условиях, т.е. оно является невозможным. Вероятность достоверного события, т.е. которое наступит обязательно, равна 1.

Вертикальные углы — пары углов с общей вершиной, образуемые при пересечении двух прямых так, что стороны одного угла являются продолжением сторон другого.

Верхний и нижний пределы числовой последовательности — наибольший (соответственно наименьший) среди всех её частных пределов (конечных или бесконечных). Верхний предел обозначается $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}} x_n$ или $\lim\limits_{n\to\infty}\sup x_n$, нижний — $\underline{\lim\limits_{n\to\infty}} x_n$ или $\lim\limits_{n\to\infty}\inf x_n$.

Для любой последовательности действительных чисел существует как верхний, так и нижний пределы (конечные или равные одному из символов ($+\infty$, $-\infty$).

У ограниченной последовательности пределы конечны.

Верхняя и нижняя грани — характеристики множеств на прямой. Верхняя грань некоторого множества действительных чисел —

наименьшее число, ограничивающее сверху это множество; нижняя грань данного множества — наибольшее число, ограничивающее его снизу.

Верхняя треугольная матрица — см. **Треугольная матрица**.

Вершина угла — см. **Угол**.

Вещественное число, **действительное число**.

Взаимная матрица, **присоединённая матрица**.

Взаимно обратные числа — два числа такие, что произведение их дает 1. В их число 0 не входит.

Взаимно однозначное отображение множества A в множество B — отображение, при котором различные элементы из A имеют различные образы в B.

Взаимно однозначное соответствие между множествами A и B — соответствие, при котором каждому элементу из A сопоставляется единственный элемент из B и каждому элементу из B сопоставляется только один элемент из A.

Взаимно простые числа — целые числа, не имеющие общих делителей (числа 6, 8, 9 — взаимно простые, но не являются попарно простыми, т.к. таковыми не являются числа 6, 8 и 6, 9).

Взвешенное среднее n чисел $x_1, x_2, \ldots, x_n$ с (удельными) весами $p_1, p_2, \ldots, p_n$ соответственно — число $S = \dfrac{p_1x_1 + p_2x_2 + \ldots + p_nx_n}{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}$.

Виета формулы для многочлена $x^2 + px + q$, имеющего корни x_1 и x_2: $x_1 + x_2 = -p$, $x_1x_2 = q$.

<u>Винтовая линия</u> цилиндрическая описывается точкой M, которая вращается с постоянной угловой скоростью вокруг неподвижной оси ($0z$) и одновременно перемещается поступательно с постоянной скоростью вдоль этой оси; параметрические уравнения: $x = a\cos t$, $y = a\sin t$, $z = \dfrac{h}{2\pi}t$, где a — радиус цилиндра, t — угол поворота точки M, h — постоянная (шаг вдоль оси $0z$ при одном обороте).

<u>Вихрь векторного поля, ротор векторного поля</u>.

<u>Внешнее произведение, векторное произведение</u>.

<u>Внешний угол</u> — угол, смежный с каким-то углом многоугольника. В частности, внешний угол треугольника равен сумме не смежных с ним внутренних углов.

<u>Внешняя точка</u> — некоторая точка с окружающим ее множеством элементов, не принадлежащая вместе с указанным множеством основному исследуемому множеству.

<u>Внутреннее произведение, скалярное произведение</u>.

<u>Внутренняя точка</u> множества — точка, принадлежащая множеству вместе с некоторым шаром (кругом на плоскости, промежутком на прямой) с центром в этой точке.

<u>Вогнутая кривая (функция)</u> — см. **Исследование функции на вогнутость, выпуклость**.

<u>Возведение в степень</u> — операция нахождения произведения n одинаковых сомножителей: $a \cdot a \cdot a \cdot ... \cdot a = a^n$. Указанная операция имеет две обратные операции: извлечение корня и логарифмирование.

<u>Возрастающая последовательность</u> — см. **Монотонная последовательность**.

<u>Возрастающая функция</u> — см. **Монотонная функция**.

Волновое уравнение — дифференциальное уравнение с частными производными, описывающее процесс распространения возмущений в некоторой среде.

Вписанная фигура — фигура, расположенная определённым образом относительно другой (вписанная в n-угольник окружность касается каждой из его сторон, вершины вписанного в кривую многоугольника лежат на этой кривой, вершина вписанного угла лежит на окружности, а стороны пересекают окружность).

Вписанный угол — угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность (опираются на окружность); величина угла равна половине угловой величины дуги, на которую он опирается.

Вращение, поворот.

Временной ряд, случайная последовательность.

Вронскиан — определитель, состоящий из функций $f_1(x)$, $f_2(x)$,..., $f_n(x)$ и их производных до $(n-1)$-го порядка:

$$W(x) = \begin{vmatrix} f_1 & f_2 & \cdots & f_n \\ f_1' & f_2' & \cdots & f_n' \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ f_1^{(n-1)} & f_2^{(n-1)} & \cdots & f_n^{(n-1)} \end{vmatrix}$$

Условие $W(x) = 0$ является необходимым (часто и достаточным) условием линейной зависимости функций. Вронскиан используется в теории линейных дифференциальных уравнений.

Вторая диагональ, побочная диагональ.

Вторая кривизна, кручение.

Вторая производная — в целом это производная от первой производной.

<u>Второй замечательный предел</u> — один из пределов, который вследствие большого числа приложений назван замечательным. Он равен числу e, часто называемому неперовым числом, и встречается в следующих формах:

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e,\ \lim_{z\to\infty}\left(1+\frac{1}{z}\right)^z = e,\ \lim_{x\to 0}\left(1+x\right)^{\frac{1}{x}} = e.$$

<u>Выборка</u> — понятие математической статистики, объединяющее результаты каких-либо однородных наблюдений; в широком смысле это конечная совокупность результатов наблюдений $X_1, X_2, \ldots, X_n$, представляющих собой независимые одинаково распределённые случайные величины.

<u>Выборочные характеристики распределения случайной величины</u> — см. **Эмпирическое распределение**.

<u>Выпуклая кривая (функция)</u> — см. **Исследование функции на вогнутость, выпуклость**.

<u>Вырожденная матрица</u> — квадратная матрица, определитель которой равен нулю.

<u>Высказывание</u> — предложение естественного или формализованного языка, для которого имеет смысл говорить о его истинности или ложности.

<u>Высота</u> — отрезок (а также длина отрезка) перпендикуляра, опущенного из вершины или верхней части геометрической фигуры (в частности, треугольника, пирамиды, конуса) на её основание или продолжение основания. Высота призмы, трапеции, цилиндра, шарового слоя, а также усечённых параллельно основанию конуса и пирамиды — расстояние между верхним и нижним основаниями.

<u>Высшая математика</u> — условное название совокупности математических дисциплин (линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия, дифференциальное исчисление, теория вероятностей и математическая статистика и т.д.), изучаемых во многих высших учебных заведениях.

Вычислительная математика — раздел математики, включающий круг вопросов, связанных с использованием вычислительных устройств. Совершенствуясь в своём развитии, современная вычислительная математика занимается изучением математических моделей естественных процессов природы и человеческой деятельности.

Вычитаемое — см. Вычитание.

Вычитание — арифметическое действие (9-2=7), обратное сложению (2+7=9): $a-b=c$, где a — уменьшаемое, b — вычитаемое, c — разность.

Г

Гармоника — простейшая периодическая функция вида $y=a\sin\left(\omega x+\varphi_0\right)=a\cos\left(\omega x-\varphi_0\right)$, где a — амплитуда, ω — круговая частота, φ_0 — начальная фаза.

Гармонический анализ — раздел математики, в котором изучаются свойства функций с помощью разложения их в ряд Фурье и в интеграл Фурье.

Гармонический ряд простой — числовой расходящийся ряд $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n}+\ldots$.

Гармонический ряд обобщённый $1+\frac{1}{2^\alpha}+\frac{1}{3^\alpha}+\ldots\frac{1}{n^\alpha}+\ldots$ сходится при $\alpha>1$ и расходится при $\alpha\leq 1$.

Гармоническое колебание — периодическое изменение во времени некоторой физической величины, происходящее по закону косинуса или синуса.

Гармоническое среднее n чисел $x_1,x_2,\ldots,x_n$ $(n\geq 2)$ — число, равное $\dfrac{n}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots+\frac{1}{x_n}}$.

Гаусса распределение — нормальное распределение случайной величины.

Гексаэдр — шестигранник, правильный гексаэдр — куб.

Генеральная совокупность — множество всех статистических единиц, из которого производится отбор некоторой его части — выборки. Объём генеральной совокупности — число её элементов, предполагается большим или даже бесконечным.

Геометрическая прогрессия — последовательность чисел, каждое из которых, начиная со второго, находится по формуле $a_k = a_1 q^{k-1}$, где $q \neq 0$ — знаменатель прогрессии, $a_1 > 0$ — первый член. Прогрессия называется возрастающей при $q > 1$, убывающей при $0 < q < 1$, знакочередующейся при $q < 0$. Сумма n первых членов $S_n = \dfrac{a_1 - a_1 q^n}{1-q}$.

Геометрический вектор, вектор в геометрической интерпретации.

Геометрический ряд — числовой сходящийся ряд вида $(|q| < 1)$: $a_1 + a_1 q + \ldots + a_1 q^n + \ldots$; сумма его равна $\dfrac{a_1}{1-q}$.

Геометрическое распределение — распределение дискретной случайной величины, принимающей целые неотрицательные значения $m = 0, 1, 2, \ldots$ с вероятностями $P_m = p(1-p)^m$.

Геометрическое среднее n положительных чисел $a_1, a_2, \ldots a_n$ — число, равное $\sqrt[n]{a_1 a_2 \ldots a_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} a_i}$.

Геометрия — часть математики, предметом исследования которой являются пространственные отношения и формы линий, фигур, поверхностей, тел.

<u>Герона формула</u> — формула, выражающая площадь ***S*** треугольника через длины его сторон *a,b,c:* $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где $p=\frac{a+b+c}{2}$ — полупериметр треугольника.

<u>Гипербола</u> — центральная линия второго порядка, имеющая две полубесконечные ветви и обладающая двойной симметрией.

Уравнения гиперболы:

— каноническое $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, где $a>0$, $b>0$ — полуоси;

— параметрические $x=acht, y=bsht$, где t — угол между положительным направлением оси Ox и лучом, идущим из центра (симметрии) гиперболы в произвольную её точку;

— каноническое для равнобочной гиперболы $(a=b)$ $x^2-y^2=a^2$.

Прямые $y=\pm\frac{b}{a}x$ являются асимптотами гиперболы.

Фокусы расположены в точках $F_1(-c,0)$, $F_2(c,0)$; $b=\sqrt{c^2-a^2}$; эксцентриситет $e=\frac{c}{a}>1$.

<u>Гиперболическая спираль</u> — плоская линия, описываемая точкой ***M*** при движении её по вращаемому лучу так, что расстояние ρ от ***M*** до центра вращения O обратно пропорционально углу поворота φ, отсюда в полярной системе координат с полюсом в точке O уравнение спирали имеет вид $\rho=\frac{a}{\varphi}$. Прямая, параллельная полярной оси и удалённая от неё на расстояние a, является асимптотой спирали; полюс является асимптотической точкой.

<u>Гиперболические функции</u> — функции, определяемые формулами:

$shx=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$ — гиперболический синус,

$chx = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ — гиперболический косинус,

$thx = \dfrac{shx}{chx} = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ — гиперболический тангенс,

$cthx = \dfrac{chx}{shx} = \dfrac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^x}$ — гиперболический котангенс.

Свойства гиперболических функций

Функция	Область определения	Множество значений	Чётность	Характер поведения
shx	$-\infty < x < +\infty$	$\left]-\infty;+\infty\right[$	нечётная	возрастающая
chx	$-\infty < x < +\infty$	$\left[+1;+\infty\right[$	чётная	$(0,1)$ - точка минимума
thx	$-\infty < x < +\infty$	$\left]-1;+1\right[$	нечётная	возрастающая
$cthx$	$x \neq 0$	$\left]-1;-\infty\right[$ $\left]+\infty;+1\right[$	нечётная	убывающая

Гиперболический логарифм, натуральный логарифм.

Гиперболический параболоид — см. Параболоид.

Гиперболический цилиндр — незамкнутая центральная поверхность 2-го порядка, описываемая уравнением $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$. Образующие цилиндра параллельны оси Oz, а направляющей линией является гипербола.

Гиперболоид — незамкнутая центральная поверхность 2-го порядка, каноническое уравнение которой $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = 1$ (однополостный) или $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = -1$ (двуполостный), где a, b, c — числа (отрезки такой длины), называемые полуосями гиперболоида. Конус

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$ является асимптотической поверхностью гиперболоида. Однополостный гиперболоид — поверхность линейчатая, образованная двумя семействами прямых.

Гипотенуза — сторона прямоугольного треугольника, лежащая против прямого угла.

Гипоциклоида — плоская линия, описываемая точкой окружности радиуса $\boldsymbol{r}$, катящейся без скольжения по другой окружности радиуса $\boldsymbol{R}$ внутри её. В зависимости от $m=\frac{r}{R}$ получается циклоида различной формы (в частности, при $m=\frac{1}{4}$ астроида, при $m=\frac{1}{2}$ гипоциклоида вырождается в диаметр неподвижной окружности).

Гистограмма — графическое представление эмпирического распределения в виде столбчатой диаграммы, основанное на геометрическом изображении количества измерений (наблюдений) исследуемой величины в границах отрезков одинаковой или различной протяженности.

Главная диагональ квадратной матрицы, определителя — (упорядоченная) совокупность элементов $a_{11}, a_{22}, \dots a_{nn}$ матрицы, определителя.

Главная кривизна поверхности — наибольшее или наименьшее значение кривизны её нормального сечения.

Главное направление на поверхности — направление, вдоль которого кривизна нормального сечения имеет наибольшее или наименьшее значения.

Гладкость — свойство функции или геометрической фигуры (кривой, поверхности и т.д.), состоящее в том, что эта функция дифференцируема или у каждой точки данной фигуры имеется окрестность, допускающая дифференцируемую параметризацию, т.е. задание с помощью дифференцируемых функций.

Годограф вектор - функции скалярного аргумента $\vec{r}(t)$ — кривая положения концов $\vec{r}(t)$ с изменением t.

Градиент — вектор, указывающий направление наибольшего роста скалярной функции $u(x,y,z)$: $grad\ u = \frac{\partial u}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial u}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial u}{\partial z}\vec{k}$.

Градиентное поле, потенциальное поле.

Градус — единица измерения плоских углов, равная $\frac{1}{90}$ части прямого угла ($\frac{1}{180}$ части развёрнутого угла); обозначается знаком ^{o}.

Граница множества — совокупность всех граничных точек этого множества.

Граничная задача — совокупность дифференциального уравнения с граничными условиями.

Граничная точка множества — точка, любая окрестность которой содержит как точки, принадлежащие множеству, так и точки, ему не принадлежащие. Рассматриваемая точка может как принадлежать множеству, так и не принадлежать ему.

Граничные условия — условия, уточняющие решение дифференциального уравнения, т.е. условия, которым дополнительно должна удовлетворять функция этого уравнения.

Грань многогранника — плоский многоугольник, как часть поверхности многогранника, ограниченный его рёбрами.

График функции — линия на плоскости, как множество точек, координаты которых (x,y) связаны соотношением y=f(x) или F(x,y)=0. Графиком функции двух переменных $z = f(x,y)$ в прямоугольной декартовой системе координат в пространстве является в общем случае поверхность.

Графическое решение уравнение — приближенное решение уравнений вида $f(x)=\varphi(x)$. Применяется, когда аналитическое решение затруднено, и заключается в том, что строятся графики функций $f(x)$ и $\varphi(x)$, а затем находятся абсциссы точек пересечения этих графиков.

Д

Движение — преобразование плоскости или пространства, при котором сохраняется расстояние между точками (например, на плоскости либо параллельный перенос, либо вращение вокруг некоторой точки). Движение называют собственным (первого рода) или несобственным (второго рода), в зависимости от того, сохраняет оно или не сохраняет ориентацию пространства.

Двойной интеграл — один из кратных интегралов, который можно представить в виде $I_2=\iint\limits_{\sigma} f(x,y)d\sigma=\iint\limits_{\sigma} f(x,y)dx\,dy$ и вычислить с помощью двукратных (или повторных) интегралов по одной из схем: $I_2=\int\limits_a^b\left\{\int\limits_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x,y)dy\right\}dx$, $I_2=\int\limits_c^d\left\{\int\limits_{\psi_1(y)}^{\psi_2(y)} f(x,y)dx\right\}dy$.

Двугранный угол — фигура в пространстве, образованная двумя полуплоскостями, исходящими из одной прямой и называемыми гранями, и часть пространства, ограниченная этими полуплоскостями. Простейшая иллюстрация — полураскрытая книга.

Двуполостный гиперболоид — см. **Гиперболоид**.

Двучлен — многочлен, содержащий в точности два члена.

Дедукция — форма мышления, посредством которой утверждение выводится чисто логически (по правилам логики) из некоторых данных утверждений — посылок.

Действительное число — любое число положительное, отрицательное или равное нулю. Действительные числа разделяются на рациональные и иррациональные; первые представимы как в виде рациональной дроби $\frac{m}{n}$, где m и n — целые, $n \neq 0$, так и в виде конечной или бесконечной периодической десятичной дроби, вторые — только в виде бесконечной непериодической десятичной дроби.

Декартов лист — плоская алгебраическая кривая 3-го порядка, описываемая уравнением $x^3 + y^3 = 3axy,\ a > 0$. Кривая симметрична относительно биссектрисы $y = x$, имеет узловую точку в начале координат, асимптоту, проходящую через точки $(-a;0)$ и $(0;-a)$.

Декартова система координат — прямолинейная система координат на плоскости или в пространстве, в которой масштабы по осям координат равны; это частный случай аффинной системы координат в евклидовом пространстве с ортонормированным базисом. Если нет специальных оговорок, решаются задачи и строятся графики функций в декартовой прямоугольной системе координат; например, в пространстве Oxyz оси координат Ox, Oy, Oz — оси абсцисс, ординат, аппликат соответственно.

Декартовы координаты точки $M(x,y,z)$ равны: x — величина ортогональной проекции вектора $\overline{OM}$ на ось абсцисс, y, z — соответственно на оси ординат и аппликат.

Деление — действие, обратное умножению, т.е. процесс нахождения частного $d = \frac{a}{b}$ или $d = a:b$, где a — делимое, $b \neq 0$ — делитель.

<u>Деление отрезка</u> в заданном отношении — см. **Простое отношение**.

<u>Делимое</u> — выражение, объект, число, которое подвергается процессу деления.

<u>Делимость</u> — способность одного числа (выражения, объекта) делиться на другое число, отличное от 1.

<u>Делитель</u> — выражение, объект, число, с помощью которого производится операция деления.

<u>Десятичная дробь</u> — обыкновенная дробь, знаменатель которой есть целая степень числа 10. Обычно дробь записывается в одну строку, а целая и дробная части числа отделяются запятой (или точкой): $d = a_k a_{k-1} \ldots a_1 a_0, b_1 b_2 \ldots b_\ell$, где $0 \le a_i,\ b_j < 10$ — целые числа; приведённое число означает

$$d = a_k 10^k + a_{k-1} 10^{k-1} + \ldots + a_1 10 + a_0 + \frac{b_1}{10} + \frac{b_2}{10^2} + \ldots + \frac{b_\ell}{10^\ell}.$$

Цифры, стоящие после запятой, называют десятичными знаками. Дробь вида $a_0, b_1 b_2 \ldots b_n \ldots$, где a_0 — целое число, а каждое из чисел b_j ($j=1, 2, \ldots$) принимает одно из значений 0, 1, ..., 9, — называют бесконечной десятичной дробью.

<u>Десятичный логарифм числа $b > 0$</u> — логарифм этого числа по основанию (при основании) 10, т.е. число x такое, что $10^x = b$. Принято обозначение $x = \log_{10} b$, либо $x = \lg b$.

<u>Детерминант квадратной матрицы A</u> — выражение (число), получаемое из элементов матрицы и записываемое в виде

$$\det A = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

При вычислении разлагается по элементам любого ряда (строки, столбца). Так, разложение записанного определителя по элементам i-й строки будет: $\det A = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{i+j} a_{ij} M_{ij}$, где M_{ij} — миноры (определители) элементов a_{ij}.

Диагональ многогранника — отрезок прямой, соединяющий две его вершины, не принадлежащие одной грани.

Диагональ многоугольника — отрезок прямой, соединяющей две его вершины, не лежащие на одной стороне; число диагоналей n-угольника равно $\frac{n(n-3)}{2}$.

Диагональная матрица — квадратная матрица, у которой все элементы, расположенные вне главной диагонали, равны нулю; детерминант такой матрицы равен произведению элементов главной диагонали. Если элементы равны между собой, матрица называется скалярной.

Диагональная плоскость многогранника — плоскость, проходящая через две пересекающиеся диагонали многогранника.

Диаграмма — один из наглядных способов изображения зависимости между величинами. На диаграмме (чертеже) каждая величина изображается прямолинейным отрезком или какой-либо фигурой (прямоугольник, круг и т.п.), причём выбираются подходящие масштаб и единицы измерений.

Диаметр линии второго порядка — прямая (длина её), на которой лежат середины всех параллельных хорд данного (неасимптотического) направления. Как пример: для эллипса — прямые, проходящие через его центр; для параболы — ось параболы и все параллельные ей прямые; для гиперболы — прямые, проходящие через центр (кроме асимптот).

Диаметр окружности (шара) — хорда, проходящая через её (его) центр; длина равна удвоенному радиусу.

Дизъюнкция — см. **Символика математической логики**.

Дивергенция — расходимость (расхождение) векторного поля $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$ — скалярная величина, равная $div\,\vec{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$. См. **Оператор Гамильтона**.

Директриса кривой 2-го порядка — прямая, обладающая тем свойством, что отношение расстояния от любой точки кривой до фокуса к расстоянию от той же точки до рассматриваемой прямой есть величина постоянная, равная эксцентриситету. Эллипс и гипербола имеют по две директрисы, парабола — одну, для окружности директриса не определена.

Дискретная математика — область математики, занимающаяся изучением свойств дискретных (прерывистых) структур.

Дискретная случайная величина — случайная величина, множество значений которой конечно (счётно).

Дискретное множество — множество, все точки которого — изолированные точки, т.е. это множество без предельных точек.

Дискретность — прерывистость, в противопоставление непрерывности; так, система целых чисел, в противоположность системе действительных чисел, является дискретной.

Дикриминант —в целом различающее выражение, составленное из величин (коэффициентов, производных и т.д.), определяющих данную зависимость. Обращение дискриминанта в 0 характеризует то или иное отклонение зависимости от нормы - так, дискриминант многочлена равен нулю, если многочлен имеет равные корни.

Дискриминант многочлена $P_n(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n$ — — выражение $a_0^{2n-2} \prod_{1 \le j \le i \le n} \left(\alpha_i - \alpha_j\right)^2$, в котором α_i, α_j — корни уравнения $P_n(x) = 0$. Он может быть выражен через коэффициенты (например, дискриминант трёхчлена $ax^2 + bx + c$ равен $b^2 - 4ac$).

Дисперсионный анализ — статистический метод, предназначенный для выявления влияния отдельных факторов на результат эксперимента, а также для последующего планирования экспериментов.

Дисперсия случайной величины X — мера её рассеяния, отклонения от математического ожидания MX, определяемая равенством $DX = M(X - MX)^2$ или $DX = M\left(X^2\right) - (MX)^2$. Для дискретной случайной величины $DX = \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - MX\right)^2 p_i$, где x_i — значения X, p_i — соответствующие им вероятности. Для непрерывной случайной величины $DX = \int_{-\infty}^{\infty} (X - MX)^2 f(x) dx$, где $f(x)$ — плотность вероятности.

Дисперсия статистического распределения (в частности, генеральной совокупности, выборки) вычисляется по формуле $DX = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right)^2 n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i}$ или $DX = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} - (\overline{x})^2$, где x_i — варианты, n_i — соответствующие им частоты, $\overline{x}$ — статистическое среднее случайной величины X.

Дистрибутивность операции умножения относительно операции сложения выражается тождествами $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$, $(b+c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$. Другой пример: равенство $(ab)^n = a^n b^n$ показывает, что оператор возведения в степень дистрибутивен относительно операции умножения (но не относительно операции сложения, так как в целом $(a+b)^n \neq a^n + b^n$).

Дифференциал функции $y = f(x)$ — главная линейная часть приращения функции: $dy = f'(x)dx$, где $f'(x)$ — производная функции, $dx = \Delta x$ — дифференциал (приращение) аргумента.

Дифференциал функции нескольких переменных $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ записывается в виде $df = \frac{\partial f}{\partial x_1}dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2}dx_2 + \ldots + \frac{\partial f}{\partial x_n}dx_n$, где $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ частные производные.

Дифференциальная геометрия — раздел математики, в котором геометрические образы изучаются методами математического анализа, в первую очередь — дифференциального исчисления.

Дифференциальная функция, плотность вероятности — функция распределения непрерывной случайной величины, определяемая формулой $f(x) = F'(x)$, где $F(x)$ - интегральная функция распределения случайной величины. Основные свойства плотности вероятности: $f(x)$, $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$.

Дифференциальное исчисление — раздел математики, в котором изучаются производные и дифференциалы функций, исследуются функции и решаются прикладные задачи (например, задачи на экстремум).

Дифференциальное уравнение (обыкновенное) — уравнение, содержащее искомую функцию одного переменного, её производные различных порядков и независимую переменную. Порядок уравнения определяется старшим порядком производной функции, входящей в это уравнение.

Дифференцирование — операции нахождения производных (частных производных) функций и их дифференциалов.

Дифференцируемая функция — функция одного или нескольких переменных называется дифференцируемой в некоторой точке, если в данной точке существует дифференциал этой функции. Для дифференцируемости функции необходимо и достаточно существование конечной производной для функции одной переменной или чтобы существовали в этой точке непрерывные частные производные для функции нескольких переменных.

Длина вектора, модуль вектора.

Длина дуги, кривой — числовая характеристика протяженности линии. Любая непрерывная кривая на плоскости имеет длину, конечную или бесконечную. Если длина конечна, то кривая (линия) называется спрямляемой. При задании кривой уравнением $y=f(x)$ длина её $l=\int_a^b \sqrt{1+\left[f'(x)\right]^2}dx$, при параметрическом задании $l=\int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\left[x'(t)\right]^2+\left[y'(t)\right]^2}dt$.

Длина ломаной — суммарная длина отрезков, являющихся звеньями ломаной.

Доверительный интервал — статистическая оценка параметра Θ вероятностного распределения, — интервал $\left]\underline{\Theta},\overline{\Theta}\right[$, который с высокой вероятностью (высоким коэффициентом доверия или коэффициентом надёжности p) накрывает неизвестные значения параметра Θ: $\mathrm{P}\left(\underline{\Theta} < \Theta < \overline{\Theta}\right) = p$.

<u>Додекаэдр</u> — правильный многогранник; имеет 12 пятиугольных граней, 30 рёбер, 20 вершин, в каждой из которых сходятся 3 ребра.

<u>Доказательство</u> — рассуждение с целью обоснования истинности какого-либо утверждения (теоремы).

<u>Дополнительный угол к углу</u> α — угол $\beta = 90° - \alpha$, т.е. в сумме с α дающий угол в $90°$.

<u>Достаточные условия</u> — см. **Необходимые и достаточные условия**.

<u>Достоверное событие</u> — событие, которое в результате опыта (наблюдения) непременно должно произойти; вероятность достоверного события равна единице.

<u>Дробная часть числа</u> — см. **Целая и дробная части числа**.

<u>Дробно-линейная функция</u> — функция вида $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ при $ad - bc \neq 0$.

<u>Дробь арифметическая</u> — число, изображаемое символом $\dfrac{m}{n}$ или m/n, где m — числитель, n — знаменатель. Если $m < n$, дробь называется правильной; при $m > n$ — неправильной. Неправильная дробь может быть представлена в виде смешанного числа (в виде суммы целого числа и правильной дроби).

<u>Дробь алгебраическая</u> — дробь $\dfrac{f(a,b,\dots,x)}{\varphi(a,b,\dots,x)}$, где f и φ — многочлены.

Дуга — часть непрерывной кривой, заключённая между двумя её точками и не содержащая кратных точек.

Е

e число — иррациональное и трансцендентное число как предел ограниченной последовательности

$e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 2{,}718281828459045\ldots$, служит основанием натуральных логарифмов.

Евклидова геометрия — геометрическая теория, основанная на системе аксиом и впервые изложенная Евклидом в 3 в. до н.э. Современная система аксиом состоит из 5 групп и опирается на 6 понятий: объекты "точка", "прямая", "плоскость" и три вида отношений между ними, выражаемые словами "принадлежит", "между", "движение".

Евклидово пространство — в узком смысле пространство, свойства которого описываются аксиомами евклидовой геометрии. В более общем смысле — векторное пространство над полем действительных чисел, в котором каждой паре векторов ставится в соответствие действительное число, называемое скалярным произведением этих векторов. Через это произведение определяются длины векторов и угол между ними, а также вводится понятие ортогональности.

Единичная матрица — диагональная матрица, каждый элемент главной диагонали которой равен единице.

Единичный вектор, орт.

Единичный отрезок — масштабный отрезок, условно принимаемый за единицу на координатной оси.

З

Зависимая переменная, функция.

Задача Коши — дифференциальное уравнение вместе с начальными условиями; задача состоит в отыскании решения (интеграла), удовлетворяющего начальным условиям.

Закон больших чисел — общий принцип, в силу которого совместное действие случайных факторов приводит при некоторых весьма общих условиях к результату, почти не зависящему от случая.

Закон Гаусса — часто употребляемое название нормального распределения случайной величины.

Замечательные пределы — такое название получили следующие 5 пределов:

1) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ — замечательный тригонометрический (первый замечательный) предел;

2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$ — замечательный показательно-степенной (второй замечательный) предел;

3) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$ — замечательный логарифмический предел;

4) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{a^x-1}{x}=\ln a$ — замечательный показательный предел;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(1+x)^\alpha-1}{x}=\alpha$ — замечательный степенной предел.

Замкнутый промежуток — см. **Числовые промежутки**.

Зеркальное отражение — симметрия относительно прямой на плоскости или относительно плоскости в пространстве.

Знакопеременный ряд — ряд $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$, среди членов которого есть как положительные, так и отрицательные.

Знакочередующийся ряд — ряд $\pm\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k a_k$, члены которого строго попеременно положительны и отрицательны $(a_k > 0)$.

Знаменатель геометрической прогрессии — см. **Геометрическая прогрессия**.

Знаменатель дроби — см. **Дробь**.

И

Извлечение корня — алгебраическое действие, обратное возведению в степень. Извлечь корень n-й степени из числа a — это значит найти такое число x, которое при возведении в степень n даёт данное число $\left(x = \sqrt[n]{a},\ x^n = a\right)$.

Изоклина дифференциального уравнения первого порядка — кривая на плоскости, в каждой точке которой правая часть уравнения $y' = f(x, y)$ принимает постоянное (произвольное, но фиксированное) значение.

Изолированная точка — особая точка, — такая, что она удовлетворяет некоторому уравнению, но не лежит на (непрерывной) кривой, описываемой этим уравнением. Например, точка $(0;0)$ является изолированной точкой кривой $y^2 = x^4 - 4x^2$.

Икосаэдр — правильный многогранник; имеет 20 треугольных граней, 30 рёбер, 12 вершин, в каждой из которых сходятся 5 рёбер.

Импликация — логическая операция, заключающаяся в соединении данных высказываний A и B в новое высказывание "если A, то B"; обозначается: $A \supset B$, $A \to B$, $A \Rightarrow B$. Высказывание A называется посылкой высказывания $A \Rightarrow B$, а B — его заключением.

Инвариант — некоторое выражение, остающееся неизменным при определённом преобразовании переменных, связанных с этим выражением (например, при переходе от одной системы координат к другой).

Инвариантность формы дифференциала функции $f(x)$ состоит в том, что формула записи дифференциала в виде $df = f_x' dx$ имеет место как для независимой переменной x, так и для случая, когда x является функцией: $x = x(t) \Rightarrow dx = x_t' dt$, $df = f_x' x_t' dt$, $f_x' x_t' = f_t'$, $df = f_t' dt$. Инвариантность распространяется и на полный дифференциал функции нескольких переменных.

Индекс — числовой или буквенный указатель, которым снабжаются математические выражения для того, чтобы отличить их друг от друга; например, x_0, x_i, a_3, a_{mn} (здесь 0, i, 3, mn суть индексы).

Индукция — форма мышления, посредством которой мысль наводится на какое-либо общее утверждение или положение, присущее всем единичным предметам определённой совокупности. Индукция часто используется в сочетании с дедукцией.

Интеграл — понятие, возникшее в связи с потребностью, с одной стороны, отыскивать функции по их производным (например, находить функцию, выражающую путь, пройденный движущейся точкой, по скорости этой точки), а с другой — измерять площади, объемы, длины дуг, работу силы за определённый промежуток времени и т.п. Соответственно с этим различают неопределённые интегралы $\int f(x)dx$ и определённые интегралы $\int_a^b f(x)dx$.

Интеграл вероятности, **интеграл ошибок** — функция $erf(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt$, $|x|<\infty$.

Интеграл вероятности Гаусса — функция нормального распределения

$$\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}dt=\frac{1}{2}\left[1+erf\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)\right].$$

Интеграл дифференциального уравнения $F\left(x,y,y',\ldots,y^{(n)}\right)=0$:

1) соотношение вида $\Phi(x,y)=0$ (или сама функция $\Phi(x,y)$) называется частным решением $y(x)$ этого уравнения или его частным интегралом;

2) соотношение $\Phi\left(x,y,c_1,c_2,\ldots,c_n\right)=0$ с n произвольными постоянными — общим интегралом;

3) соотношение $\Phi\left(x,y,y',\ldots,y^{(k)},c_1,c_2,\ldots,c_{n-k}\right)=0$, содержащее производные до k-го порядка, $1\le k\le n$, и $n-k$ произвольных постоянных, называется промежуточным интегралом, в частности при $k=1$ первым интегралом.

Интеграл Римана, определенный интеграл.

Интеграл с переменным верхним пределом — функция переменного x $\Phi(x)=\int\limits_a^x f(t)dt$. Если f непрерывна на отрезке $[a,x]$, то $\Phi'(x)=f(x)$, т.е. функция Φ является первообразной для функции f.

Интегральная кривая — график решения дифференциального уравнения или системы дифференциальных уравнений.

Интегральная сумма — сумма вида $\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i$, построенная для непрерывной на некотором отрезке $[a,b]$ функции $y=f(x)$ при произвольном разбиении отрезка на n частей $(\max \Delta x_i \to 0)$ и произвольном выборе точек $x_{i-1} \le \xi_i \le x_i$. Предел интегральных сумм представляет собой интеграл, а сами интегральные суммы дают приближенное значение интеграла.

Интегральная функция распределения случайной величины X — функция $F(x)$, определяющая для каждого значения x вероятность того, что случайная величина X примет значение, меньшее x, т.е. $F(x) = P(X < x)$, $0 \le F(x) \le 1$.

Интегральное исчисление — раздел математики, в котором исследуют функции на основании связи между первообразной искомой функции и интегралом от неё, изучаются интегралы различного вида, их свойства, способы вычисления, а также приложения этих интегралов к различным задачам естествознания и человеческой деятельности.

Интегральное уравнение — уравнение, содержащее искомую функцию под знаком интеграла.

Интегрирование — вычисление определённых и неопределённых интегралов, а также иных видов интегралов — кратных, криволинейных и т.п.

Интегрирование дифференциальных уравнений — решение этих уравнений.

Интервал — см. **Числовые промежутки**.

Интервал сходимости степенного ряда — интервал, во всех внутренних точках которого ряд сходится (абсолютно), в точках вне интервала расходится, а в концевых точках ряд может сходиться или расходиться.

Интерполирование, интерполяция — приближенное или точное нахождение какой-либо величины по известным отдельным значениям этой же или других с ней связанных величин; в частности, восстановление функции по известным её значениям или значениям её производных в заданных точках.

Инфимум — нижняя грань некоторого множества. Например, $\inf\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4}\right\}=\frac{1}{4}$, $\inf(\sin x)=-1$.

Инъективное отображение, инъекция — отображение $f: X\to Y$ называется таковым, если различные элементы множества X имеют и различные образы, т.е. если $x_1,x_2\in X, x_1\neq x_2 \Rightarrow f(x_1)\neq f(x_2)$.

Иррациональное выражение — любое выражение (числовое или с переменной), содержащее радикалы (корни) с натуральным показателем ($\sqrt{x+1}, \sqrt[3]{a^2+b}, a-b\sqrt{2}$ и т.п.).

Иррациональное уравнение — уравнение, содержащее неизвестное под знаком радикала.

Иррациональные числа — см. **Действительное число**.

Исключение переменных — переход от системы уравнений, содержащей несколько переменных, к равносильной системе, содержащей меньшее число переменных.

Испытание — термин классической теории вероятностей, при аксиоматическом подходе определяемый как любое разбиение пространства элементарных событий на попарно несовместимые случайные события, которые называются исходами испытания. Термин часто употребляется в сочетаниях "независимые испытания", "повторные испытания", "схема испытаний" и т.п.

Испытания Бернулли — последовательность n независимых испытаний, каждое с двумя исходами ("успех" - "неудача"), вероятности которых (p,q) не меняются от испытания к испытанию. Вероятность $P_n(m)$ того, что будет ровно m успехов, находится по формуле

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m},\ m = 0,1,2,\ldots,n;\ C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Исследование функции на вогнутость, выпуклость. Функция $f(x)$ называется выпуклой вверх (вниз) на отрезке $[a,b]$, если каждая дуга графика этой функции лежит не ниже (не выше) стягивающей её хорды. Пусть $y=\varphi(x)$ — уравнение прямой, проходящей через точки $(x_1, f(x_1))$ и $(x_2, f(x_2))$. Если $f(x) \ge \varphi(x)$ $(f(x) \le \varphi(x))$ при $x_1 \le x \le x_2$, где x_1, x_2 — любые точки отрезка $[a,b]$, то $f(x)$ выпуклая вверх (вниз); при строгих неравенствах $f(x)$ называется строго выпуклой вверх (вниз). Функция $f(x)$, непрерывная на отрезке $[a,b]$ и дважды дифференцируемая на интервале $]a,b[$, является выпуклой вверх (вниз) тогда и только тогда, когда на этом интервале $f''(x) \le 0$ $(f''(x) \ge 0)$. Часто выпуклой называют только функцию, выпуклую вверх, а функцию, выпуклую вниз, — вогнутой функцией.

Источник векторного поля — точка, в которой дивергенция положительна.

Источник при отображении f **множества** A **в множество** B — отображаемое множество A.

К

Канонические уравнения кривых 2-го порядка на плоскости — простейшие уравнения этих кривых. Всякая плоская кривая 2-го порядка за счет ортогонального преобразования системы координат может быть приведена к одному из следующих канонических уравнений: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ — эллипс, $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ — гипербола, $y^2=2px$ — парабола, $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=-1$ — мнимый эллипс, $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=0$ — пара пересекающихся прямых, $y^2=a^2\neq 0$ — пара параллельных прямых, $y^2=0$ — пара слившихся прямых.

Канонические уравнения (простейшие уравнения) прямой на плоскости $\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}$, в пространстве $\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}$, где x_0, y_0, z_0 — координаты точки, через которую проходит прямая; l, m, n — проекции направляющего вектора (на плоскости $z_0=0$, $n=0$).

Кардиоида — плоская алгебраическая кривая 4-го порядка, уравнение которой в декартовых координатах $\left(x^2+y^2-r^2\right)=4r^2\left[(x-r)^2+y^2\right]$, в полярных координатах $\rho=2r\left(1-\cos\varphi\right)$. Кардиоида описывается точкой окружности радиуса r, катящейся без скольжения по окружности такого же радиуса.

Касание — понятие, означающее, что в некоторой точке две кривые (кривая и поверхность) имеют общую касательную прямую или две поверхности имеют общую касательную плоскость. Точка, в которой две геометрические фигуры имеют касание, называется точкой касания или точкой соприкосновения.

Касательная к графику функции, к кривой линии — прямая, представляющая предельное положение секущей.

Касательная плоскость к поверхности — плоскость, проходящая через точку M поверхности S и содержащая касательные прямые ко всем гладким кривым, лежащим на поверхности S и проходящим через точку M.

Катеноид — поверхность, образуемая вращением цепной линии $y = ach\frac{x}{a}$ вокруг оси Ox.

Катет — сторона прямоугольного треугольника, прилегающая к прямому углу.

Квадрант круга — сектор с центральным углом в 90^0.

Квадрант плоскости — любая из четырёх областей, на которые плоскость делится взаимно перпендикулярными прямыми, принятыми в качестве осей координат.

Квадрат — равносторонний прямоугольник.

Квадрат скалярный — см. **Скалярное произведение**.

Квадрат числа a — произведение $a \cdot a = a^2$; численно равен площади квадрата, сторона которого равна $|a|$.

Квадратичная форма — см. **Бинарная форма**.

Квадратичная функция — функция вида $y = ax^2 + bx + c$.

Квадратичное (квадратическое) отклонение (уклонение) случайной величины — квадратный корень из дисперсии $\sigma = \sqrt{D}$.

Квадратичное среднее n чисел $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — число, равное

$$S = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2}{n}}.$$

Квадратная матрица — матрица, у которой число строк равно числу столбцов.

Квадратное уравнение — алгебраическое уравнение 2-й степени $ax^2+bx+c=0$, имеет 2 корня $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

Квадратный трёхчлен — многочлен 2-й степени ax^2+bx+c.

Квадратура — вычисление определённого интеграла, вычисление площади.

Квадратура круга — задача о построении квадрата, равновеликого данному кругу.

Квадратура фигуры — вычисление её площади или построение квадрата, равновеликого данной фигуре.

Квадратурная формула — формула приближенного вычисления определённых интегралов, численного интегрирования: $\int_a^b f(x)dx = A_1 f(x_1)+A_2 f(x_2)+\ldots+A_n f(x_n)+R_n$, где $x_1, x_2,\ldots, x_n$ — узлы; $A_1, A_2,\ldots, A_n$ — коэффициенты и R_n — остаточный член.

Квадрируемая фигура — плоская фигура, имеющая определённую площадь.

Квазимногочлен, квазиполином — функция, представимая в виде суммы конечного числа квазиодночленов. Квазимногочлены широко применяются в теории линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, что позволяет с их помощью моделировать колебательные процессы, в том числе периодические, затухающие и резонансные.

Квазиодночлен — выражение (функция) вида $At^k e^{\alpha t}\cos\beta t$ или $At^k e^{\alpha t}\sin\beta t$, где A, α, β — константы, параметры; k=0,1,2,...; t — независимая переменная.

Квантиль — одна из числовых характеристик распределения вероятностей случайной величины.

Кванторы — см. **Символика математической логики**.

Ковариация случайных величин X_1 и X_2 **с математическими ожиданиями** MX_1 и MX_2 — число $\operatorname{cov}(X_1, X_2) = M\left[(X_1 - MX_1)(X_2 - MX_2)\right]$. Если $\operatorname{cov}(X_1, X_2) = 0$, то случайные величины называются некоррелированными. Из независимости X_1 и X_2 следует их некоррелированность, обратное утверждение в целом неверно.

Коллинеарные векторы — векторы, лежащие на одной прямой или на параллельных прямых. Нулевой вектор коллинеарен любому вектору. Необходимым и достаточным условием коллинеарности двух векторов является равенство нулю их векторного произведения или пропорциональность соответствующих координат.

Комбинаторика, комбинаторный анализ — раздел математики, посвященный решению задач выбора и расположения элементов некоторого множества в соответствии с заданными правилами (условиями). Каждое такое правило определяет комбинаторную конфигурацию или конструкцию из элементов исходного множества. Примерами комбинаторных конфигураций являются перестановки, размещения и сочетания.

Коммутативность — переместительность, переместительный закон, — свойство сложения и умножения объектов, выражаемое тождествами: $a+b=b+a$, $ab=ba$. Коммутативностью, например, обладают числа, многочлены; умножение матриц не является коммутативным; векторное произведение векторов антикоммутативно.

Коммутативные матрицы — квадратные матрицы A и B одинакового порядка, для которых оба произведения AB и BA имеют смысл и $AB=BA$.

Компланарные векторы — векторы (три и более), лежащие в одной плоскости или параллельные некоторой плоскости. Необходимым и достаточным условием компланарности трёх векторов является равенство нулю их смешанного произведения.

Комплексная матрица — матрица, среди элементов которой есть хотя бы одно комплексное число.

Комплексная плоскость — плоскость с прямоугольной декартовой системой координат, каждая точка которой (x,y) отождествлена с комплексным числом $z=x+iy$. В свою очередь числу z ставится в соответствие вектор, приложенный в начале координат с концом в точке z. На рассматриваемой плоскости ось абсцисс Ox называется действительной, а ось ординат Oy — мнимой.

Комплексное число — число вида $z=x+iy$, где x и y — действительные числа, а i — так называемая мнимая единица $\left(i^2=-1\right)$; x называют действительной частью, а y — мнимой частью числа (обозначают $x=Re z$, $y=Im z$). Запись числа в виде $z=x+iy$ называется алгебраической формой комплексного числа. Рассматривают также тригонометрическую или полярную форму $z=r\left(\cos\varphi+i\sin\varphi\right)$ и экспоненциальную форму комплексного числа $z=re^{\varphi i}$.

Комплексно-сопряженные числа — числа вида $z=x+iy$, $\bar{z}=x-iy$; их произведение $z\bar{z}=\bar{z}z=x^2+y^2$.

Композиция функций, суперпозиция функций.

Компоненты вектора, координаты вектора.

Конгруэнтность — в геометрии означает соразмерность, соответствие, совмещение. Часто термин употребляется для обозначения равенства отрезков, углов, треугольников и других фигур и тел в элементарной геометрии.

Коническое сечение — линия, которая получается в результате сечения прямого кругового конуса плоскостью, не проходящей через вершину конуса; в зависимости от положения секущей плоскости это эллипс (в частности, окружность), парабола, гипербола.

Константа — величина, которая в конкретной задаче сохраняет одно и то же значение.

Континуум — термин, употребляемый для обозначения образований, обладающих свойствами непрерывности (например, система действительных чисел или числовой континуум).

Конус или коническая поверхность — поверхность, описываемая прямой линией (образующей), проходящей через данную неподвижную точку S (вершину) и пересекающей данную неподвижную линию L (направляющую). Так, конус с вершиной $S(0,0,0)$ имеет каноническое уравнение $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$, где a, b, c — произвольные положительные числа; направляющей L является эллипс с полуосями a и b (сечение $z=h\neq 0$). При $a=b$ получается круглый конус или прямой круговой конус — когда вершина ортогонально проецируется в центр направляющей окружности.

Конус или коническое тело — геометрическое тело, ограниченное конической поверхностью и пересекающей её плоскостью, не проходящей через вершину. В элементарной геометрии рассматривают прямой круговой конус или усеченный конус (если пересечь конус второй плоскостью, параллельной первой). Объем прямого кругового конуса равен $\frac{1}{3}\pi r^2 h$, площадь боковой поверхности πrl, где r — радиус основания, h — высота, l — образующая конуса.

Конфигурация — внешний вид, очертание, образ; в целом конечное множество точек, прямых, плоскостей, связанных между собой отношениями принадлежности.

Конфокальные кривые, софокусные кривые.

Конхоида кривой — плоская кривая, получающаяся увеличением или уменьшением длины радиус-вектора каждой точки кривой на одну и ту же величину l. Если уравнение кривой в полярных координатах $\rho = f(\varphi)$, то уравнение её конхоиды $\rho = f(\varphi) \pm l$.

Конъюнкция — см. **Символика математической логики**.

Координатная ось, прямая — см. **Декартова система координат**.

Координатная плоскость — плоскость, на которой выбрана система координат.

Координатная четверть, квадрант плоскости.

Координаты — числа, взятые в определённом порядке и характеризующие положение точки на линии, на плоскости, на поверхности или в пространстве.

Координаты вектора $\vec{a}$ в заданном базисе $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_n$ линейного пространства: если вектор $\vec{a}$ единственным образом представим в виде $\vec{a} = a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 + \ldots + a_n\vec{e}_n$, то числа $a_1, a_2, \ldots, a_n$ называются координатами вектора в заданном базисе. Например, в прямоугольной декартовой системе координат $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$.

Корень из единицы — решение двучленного уравнения $x^n = 1$.

Корень многочлена $f(x)$ — число x_0 такое, что $f(x_0) = 0$; многочлен делится без остатка на $x - x_0$. Число x_0 называется корнем кратности k ($k \in N$), если $f(x)$ делится на $\left(x - x_0\right)^k$, но не делится на $\left(x - x_0\right)^{k+1}$. Если $k=1$, то говорят, что корень x_0 — простой.

Корень степени n **из числа** a — число x (обозначаемое $\sqrt[n]{a}$), n-я степень которого $x^n = a$. Действие нахождения корня называется извлечением корня. При $a \neq 0$ в области комплексных чисел существует n различных значений корня (в частности, вещественные, чисто мнимые); например, значениями $\sqrt[3]{8}$ являются: $2, -1 + i\sqrt{3}, -1 - i\sqrt{3}$.

Корень уравнения — см**. Уравнение**.

Корреляционное поле — см. **Регрессионный анализ**.

Корреляционный анализ — совокупность методов обнаружения корреляционной зависимости между случайными величинами. Анализ экспериментальных данных для двух случайных величин (двумерной случайной величины) включает в себя: 1) построение корреляционного поля и составление корреляционной таблицы; 2) вычисление выборочных коэффициентов корреляции и корреляционных отношений; 3) проверку статистической гипотезы значимости связи. Дальнейшие исследования (установление конкретного вида зависимости между величинами) ведутся с помощью регрессионного анализа.

Корреляция в математической статистике — вероятностная или статистическая зависимость, не имеющая строго функционального характера.

Косеканс — одна из тригонометрических функций ($\cos ecx = \csc x = \dfrac{1}{\sin x}$).

Косеканс острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение гипотенузы к катету, лежащему против этого угла.

Косинус — одна из тригонометрических функций $\left(\cos x\right)$.

Косинус острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение катета, прилежащего к этому углу, к гипотенузе.

Косинус гиперболический — см. **Гиперболические функции**.

Косинусов теорема — квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\hat{C}$.

Косинусоида — график функции $y = \cos x$.

Кососимметрическая матрица — квадратная матрица $A = \left(a_{ij}\right)$, в которой элементы, симметричные относительно главной диагонали, противоположны по знаку, т.е. $a_{ij} = -a_{ji}$ (в частности, $a_{ii} = 0$); её транспонированная матрица $A^T = -A$. Определитель кососимметрической матрицы нечетного порядка равен нулю.

Косоугольная система координат — декартова система координат на плоскости или в пространстве, у которой оси координат не перпендикулярны, но масштабные отрезки осей равны между собой.

Котангенс — одна из тригонометрических функций $\left(ctgx = \dfrac{\cos x}{\sin x}\right)$.

Котангенс острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение катета, прилежащего к этому углу, к катету, лежащему против этого угла.

Коэффициент — числовой множитель при буквенном выражении, заданный множитель при той или иной степени неизвестного или постоянный множитель при переменной величине; например, $-\dfrac{3}{4}$ в одночлене $-\frac{3}{4}a^3b^4$, 1 при x^2 и $2p$ при x в уравнении $x^2+2px+q=0$, π в формуле площади круга $S=\pi R^2$.

<u>Коэффициент доверия, надежности</u> — см. **Доверительный интервал**.

<u>Коэффициент корреляции</u> — числовая характеристика совместного распределения двух случайных величин, выражающая их связь; для случайных величин X_1 и X_2 с дисперсиями $DX_1 \neq 0$, $DX_2 \neq 0$ — число, равное $\frac{\operatorname{cov}(X_1, X_2)}{\sqrt{DX_1 \cdot DX_2}}$, где $\operatorname{cov}(X_1, X_2)$ — ковариация X_1 и X_2.

<u>Коэффициент регрессии</u> — см. **Регрессия**.

<u>Коэффициент пропорциональности</u> — число $k \neq 0$ в формуле $y=kx$, выражающей прямую пропорциональность.

<u>Коэффициент угловой в уравнении</u> $y=kx+b$ — число k, равное тангенсу угла наклона прямой с положительным направлением оси Ох.

<u>Кратное натурального (целого положительного) числа</u> a — натуральное число, делящееся на a без остатка.

<u>Кратный интеграл</u> — интеграл от функции, заданной в какой-либо области на плоскости, в 3-мерном и в общем в n-мерном пространстве. Среди кратных интегралов различают двойные интегралы, тройные интегралы, в общем n-кратные интегралы.

<u>Кратный корень</u> — см. **Корень многочлена**.

<u>Кривизна</u> — величина, характеризующая отклонение кривой (поверхности) от прямой (плоскости). Чем больше кривизна, тем больше отклонение. Для прямой линии (плоскости) кривизна во всех точках равна нулю, для любой точки окружности кривизна равна обратной величине радиуса $\left(K=\dfrac{1}{R}\right)$. Кривизна плоской кривой равна $K=\dfrac{|y''|}{\left(1+y'^2\right)^{\frac{3}{2}}}$.

Криволинейная трапеция — фигура, ограниченная графиком функции $y=f(x)$, неотрицательной и непрерывной на отрезке $[a,b]$, отрезком $[a,b]$ оси абсцисс и перпендикулярами, проведёнными к оси Ох в точках a и b.

Криволинейные координаты — координаты точки в плоской области, на поверхности, в пространстве, отличные от прямолинейных (декартовых) координат.

Криволинейный интеграл — интеграл, взятый вдоль какой-либо спрямляемой кривой на плоскости или в пространстве. Различают криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода.

Криволинейный интеграл 1-го рода возникает, например, при решении задачи о вычислении массы кривой переменной плотности; записывается в виде $\int\limits_L f(P)ds$, где L — заданная кривая, ds — дифференциал её дуги, а $f(P)$ — функция точки на кривой, и представляет собой предел соответствующих интегральных сумм. В случае плоской кривой L , заданной уравнением $y=y(x)$, интеграл сводится к обыкновенному по формуле $\int\limits_L f(P)ds=\int\limits_a^b f\left[x,y(x)\right]\sqrt{1+\left(y'\right)^2}\,dx$.

Криволинейный интеграл 2 -го рода возникает, например, при рассмотрении задачи о работе силового поля; в задачах на плоскости интеграл записывается в виде $\int\limits_L P(x,\ y)dx + Q(x,\ y)dy$, в случае замкнутой кривой L: $\oint\limits_L Pdx + Qdy$. Вычисляется интеграл сведением его к обыкновенному по формуле $\int\limits_L Pdx + Qdy = \int\limits_\alpha^\beta \left\{P[x(t), y(t)]x'(t) + Q[x(t), y(t)]y'(t)\right\}dt$, где $x = x(t)$, $y = y(t)$, $\alpha \le t \le \beta$ — уравнения кривой L в параметрической форме.

Критерий выполнения какого-либо утверждения — признак, необходимый и достаточный для этого утверждения. Так, критерий Коши для сходимости ряда состоит в следующем: ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ сходится тогда и только тогда, если для любого числа $\varepsilon > 0$ существует такое число N, зависящее от ε, что $\left|u_{n+1} + u_{n+2} + \ldots + u_{n+p}\right| < \varepsilon$ для всякого $n \ge N$ и всякого $p \ge 1$.

Критическая точка — точка возможного существования экстремума. Для функции одного переменного в критической точке производная равна нулю или терпит разрыв (не существует), для функции нескольких переменных в критической точке градиент функции обращается в нулевой вектор.

Круг — часть плоскости, ограниченная окружностью и содержащая её центр.

Круг кривизны, соприкасающийся круг.

Круглый конус — см. **Конус**.

Круглый цилиндр — см. **Цилиндр** в элементарной геометрии.

Круговой сектор — см. **Сектор**.

Круговые функции, аркус-функции.

Круговые функции, тригонометрические функции.

Кручение — мера отклонения пространственной кривой от соприкасающейся плоскости. Кручение и кривизна совместно характеризуют кривую: имея кривизну и кручение от длины дуги, можно восстановить всю кривую. Винтовая линия является кривой постоянного кручения, для прямой линии кручение не определено, плоская кривая имеет кривизну, равную 0.

Куб — правильный многогранник, имеющий 6 квадратных граней, 12 рёбер, 8 вершин, в каждой из которых сходятся 3 ребра.

Кубируемое тело — пространственное тело, имеющее определённый объём.

Кубическая парабола —плоская алгебраическая кривая 3-го порядка, описываемая уравнением $y = ax^3$.

Кубическое уравнение — алгебраическое уравнение 3-й степени $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$.

Куб числа a — третья степень числа a: $a \cdot a \cdot a = a^3$, численно равен объёму куба, ребро которого равно $|a|$.

Л

Лапласиан, оператор Лапласа.

Левая тройка векторов — см. **Ориентация векторов**.

Лейбница ряд — знакочередующийся ряд $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+...$, сходящийся к $\frac{\pi}{4}$.

Лемма — вспомогательное предложение, являющееся верным высказыванием, употребляемое при доказательстве других утверждений (теорем).

Лемниската — плоская алгебраическая кривая порядка $2n$. Множество точек, произведение расстояний которых до n заданных точек (фокусов) постоянно. Лемниската с одним фокусом есть окружность, с двумя фокусами — овал Кассини, частный случай которого — лемниската Бернулли с фокусами $F_1(-a,0)$ и $F_2(a,0)$; уравнение последней в декартовых координатах $\left(x^2+y^2\right)^2-2a^2\left(x^2-y^2\right)=0$, в полярных $\rho^2=2a^2\cos 2\varphi$.

Линеаризация функции — построение для данной функции $f(x)$ линейного приближения, т.е. такой функции $l(x)=Ax+B$, которая отклоняется от f меньше всех остальных функций. Локальная (в окрестности точки x_0) линеаризация обеспечивается функцией $l(x)=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$.

Линейная алгебра — часть алгебры, наиболее важная в приложениях. В историческом развитии на первом месте стоит теория линейных уравнений, развитие которой привело к созданию теории определителей, а затем теории матриц и связанной с ней теории векторных пространств и линейных преобразований в них. В линейную алгебру входит также теория форм, в частности квадратичных форм, и частично теория инвариантов и тензорного исчисления.

Линейная зависимость (математических объектов $u_1, u_2, \ldots, u_n$) — соотношение вида $c_1u_1+c_2u_2+...+c_nu_n=0$, где c_i — числа, из которых хотя бы одно отлично от нуля. Если объекты u_i линейно зависимы, то хотя бы один из них является линейной комбинацией остальных, т.е. $u_k = -\frac{c_1}{c_k}u_1 - \ldots - \frac{c_{k-1}}{c_k}u_{k-1} - \frac{c_{k+1}}{c_k}u_{k+1} - \ldots - \frac{c_n}{c_k}u_n$.

<u>Линейная зависимость векторов</u> — если для векторов $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \ldots, \vec{u}_n$ соотношение $c_1\vec{u}_1 + c_2\vec{u}_2 + \ldots + c_n\vec{u}_n = 0$ справедливо лишь при $c_1 = c_2 = \ldots = c_n = 0$, то такие векторы называются линейно независимыми; если же соотношение выполняется при наборе чисел c_i, среди которых хотя бы одно отлично от нуля, то векторы называются линейно зависимыми. На плоскости существует не более двух, а в трёхмерном пространстве не более трёх линейно независимых векторов. Совокупность трёх (двух) линейно независимых векторов $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ трёхмерного пространства (плоскости), взятых в определённом порядке, образуют базис. Любой вектор $\vec{a}$ единственным образом представляется в виде $\vec{a} = a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 + a_3\vec{e}_3$. Числа a_i называют координатами или компонентами вектора $\vec{a}$ в данном базисе и пишут $\vec{a} = \{a_1, a_2, a_3\}$ или $\vec{a}(a_1, a_2, a_3)$.

<u>Линейная комбинация векторов</u> $\vec{u}_i$ — вектор $\vec{w}$, равный $\vec{w} = c_1\vec{u}_1 + c_2\vec{u}_2 + \ldots$, где c_i — числа (коэффициенты). В n-мерном линейном пространстве каждый вектор можно представить в виде линейной комбинации векторов базиса.

<u>Линейная функция</u> — функция вида $y=ax+b$.

<u>Линейное дифференциальное уравнение</u> n-го **<u>порядка</u>** — уравнение вида $y^{(n)} + p_1(x)y^{(n-1)} + \ldots + p_{n-1}(x)y' + p_n(x)y = f(x)$, в которое искомая функция $y(x)$ и её производные входят в первых степенях (линейно), не перемножаясь между собой. Если $f(x)=0$, то уравнение называется однородным, в противном случае неоднородным.

Линейное неравенство — неравенство, в которое переменные входят в первых степенях, не перемножаясь между собой.

Линейное пространство, векторное пространство.

Линейное уравнение алгебраическое — уравнение первой степени по совокупности неизвестных x_i, т.е. уравнение вида $a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n = b$, где a_i — коэффициенты, b — свободный член.

Линейный многочлен — многочлен первой степени.

Линейный угол двугранного угла — угол между перпендикулярами к ребру двугранного угла, восстановленными в обеих гранях из одной точки.

Линейчатая поверхность — поверхность, образуемая движением прямой (образующей) по некоторой линии (направляющей). Среди поверхностей второй степени линейчатыми являются гиперболический параболоид, однополостный гиперболоид, конус, цилиндры. На первых двух поверхностях имеются по два семейства прямолинейных образующих, на остальных по одному.

Линия — обобщённое понятие прямой, ломаной, кривой; общая часть двух смежных областей поверхности.

Линии уровня — линии в двумерном скалярном поле $u(x,y)$, для которых $u(x,y)=c$. Каждому c (константа) соответствует определённая линия. Рассматриваемые линии между собой не пересекаются. Градиент скалярного поля в каждой его точке направлен по нормали к линии уровня.

Линия второго порядка — множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют алгебраическому уравнению 2-й степени $a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$.

Линия первого порядка, прямая линия.

Линия тока, векторная линия.

Линия регрессии — см. **Регрессия**.

Логарифм положительного числа b по основанию a ($a>0, a\neq 1$) — показатель степени N, в которую надо возвести a, чтобы получить число b: $\log_a b = N, a^N = b$.

Логарифмическая спираль — плоская трансцендентная кривая, пересекающая все свои радиус-векторы под одним и тем же углом α; уравнение в полярных координатах $\rho = ae^{k\varphi}$, где $k = \ln a = ctg\alpha$ (при $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$ $k = 0$). Полюс O является асимптотической точкой спирали.

Логарифмическая функция основная — функция $y=\ln x$, обратная показательной функции $x = e^y$. Часто рассматривается логарифмическая функция $y = \log_a x$ при действительных $x>0$ и $a>0$ ($a\neq 1$), связанная с основной соотношением $\log_a x = \dfrac{\ln x}{\ln a}$.

Логарифмическое уравнение — уравнение, в котором неизвестное содержится под знаком логарифма или в основании логарифма.

Локальный максимум (**минимум**) — см. **Экстремум**.

Локон Аньези — кривая, описываемая уравнением $y = \dfrac{a^3}{x^2 + a^2}, a > 0$. Кривая симметрична относительно оси Oy, имеет асимптоту $y=0$.

Ломаная — совокупность отрезков $A_0A_1, A_1A_2, \ldots, A_{n-1}A_n$, таких, что конец каждого из них (кроме последнего) является началом следующего и смежные отрезки не лежат на одной прямой.

Луч — см. **Числовые промежутки**.

Луч — совокупность точек прямой, лежащих по одну сторону от некоторой точки этой прямой, включая точку; луч — замкнутая полупрямая.

М

Мажоранта — функция, значения которой не меньше соответствующих значений данной функции для всех рассматриваемых значений независимого переменного. Так, при всех $x>-1$ функция $f(x)=x$ есть мажоранта функции $g(x)=\ln(1+x)$, т.к. $x\geq\ln(1+x)$. При этом $f(x)$ называется мажорирующей, а $g(x)$ — мажорируемой. Мажоранты используются при изучении и использовании рядов.

Максимум — наибольшее значение функции по сравнению с её значениями во всех достаточно близких точках (см. **Экстремум**).

Мантисса — дробная часть десятичного логарифма положительного числа.

Математика — наука о количественных соотношениях и пространственных формах действительного мира.

Математическая индукция — метод доказательства математических утверждений, основанный на следующем принципе: утверждение $A(x)$, зависящее от натурального параметра x, считается доказанным, если доказано $A(1)$ и для любого натурального числа n из предположения, что верно $A(n)$, выведено, что верно также $A(n+1)$.

Математическая лингвистика — математическая дисциплина, разрабатывающая формальный аппарат для описания строения естественных и некоторых искусственных языков.

Математическая логика, символическая логика, теоретическая логика — раздел математики, посвященный изучению математических доказательств и вопросов оснований математики.

Математическая модель — приближенное описание какого-либо класса явлений внешнего мира, выраженное с помощью математической символики. Математическое моделирование широко используется в прикладных задачах, в прогнозировании и управлении.

Математическая статистика — раздел математики, в котором изучаются методы систематизации и использования статистических данных; во многом опирается на теорию вероятностей.

Математические знаки, символы — условные обозначения, предназначенные для записи математических понятий, предложений и выкладок (a, $>$, $\sqrt{3}$, $\int$, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ и т.п.).

Математический анализ — раздел высшей математики, в котором функции и их обобщения в первооснове своей изучаются методами пределов (методом бесконечно малых). В этот раздел входят диференциальное исчисление, интегральное исчисление, теория функций действительного переменного, теория функций комплексного переменного, теория дифференциальных уравнений, теории рядов, векторного анализа и другие математические дисциплины.

Математическое ожидание, среднее значение — одна из числовых характеристик распределения вероятностей случайной величины X. Для дискретной величины, принимающей значения x_k с соответствующими вероятностями p_k, математическое ожидание $MX = \sum_{k=1}^{\infty} x_k p_k$; для X с непрерывным распределением $MX = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$, где $f(x)$ — плотность вероятности.

Материальная точка в прикладных задачах физики, механики, теории вероятностей и т.п. — точка, размерами которой можно пренебречь.

Матрица — прямоугольная таблица A, образованная из элементов некоторого множества произвольной природы и состоящая из m строк и n столбцов. Элементы входящего множества называются элементами матрицы и обозначаются a_{ij}, где i — номер строки, j — но мер столбца, где расположен этот элемент. Собирательно строки и столбцы называют рядами. Матрица записывается в виде

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots a_{mn} \end{pmatrix} \text{ или } \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots a_{mn} \end{bmatrix} \text{ или } \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots a_{mn} \end{Vmatrix}.$$

Краткие записи матрицы: $\left(a_{ij}\right)$, $\left\|a_{ij}\right\|$, $A=\left[a_{ij}\right]$ или $A_{m\times n}$, если хотят подчеркнуть размеры (структуру) матрицы. При $m=n$ матрица называется квадратной, а число n — её порядком.

Матрица системы — матрица, составленная из коэффициентов при неизвестных системы линейных алгебраических уравнений.

Матрица-столбец, столбцевая матрица — матрица, состоящая из одного столбца.

Матрица-строка, строчная матрица — матрица, состоящая из одной строки.

Матричное уравнение — краткая запись системы уравнений, эквивалентных одному уравнению, составленному из матриц. Решение матричного уравнения $AX = B$ есть $X = A^{-1}B$, где A — матрица системы; X, B — матрицы-столбцы, составленные из неизвестных и свободных членов соответственно; A^{-1} — матрица, обратная A.

Медиана — одна из числовых характеристик распределения вероятностей непрерывной случайной величины X, численно равная тому значению случайной величины $X=m$, что вероятности принять значение меньше m и больше m совпадают.

Медиана — отрезок, соединяющий одну из вершин треугольника с серединой противоположной стороны.

Мера точности h — характеристика рассеяния значений случайной величины, используемая в теории ошибок и связанная с квадратичным отклонением σ формулой $h = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2}}$.

Метод вариации произвольных постоянных для построения решения линейного дифференциального уравнения относительно $z(t)$ состоит в замене произвольных постоянных c_i в общем решении соответствующего однородного уравнения на вспомогательные функции $u_i(t)$, производные которых удовлетворяют системе линейных уравнений

$$\begin{cases} z_1(t)u_1'(t) + \ldots + z_n(t)u_n'(t) = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ z_1^{(n-2)}(t)u_1'(t) + \ldots + z_n^{(n-2)}(t)u_n'(t) = 0, \\ z_1^{(n-1)}(t)u_1'(t) + \ldots + z_n^{(n-1)}(t)u_n'(t) = f(t). \end{cases}$$

Определителем системы служит вронскиан функций $z_1, z_2, \ldots, z_n$, что обеспечивает её однозначную разрешимость относительно u_i'.

Метод Гаусса — метод приведения к треугольному виду определителя (при его вычислении) или расширенной матрицы системы (путём эквивалентных её преобразований при решении системы линейных уравнений).

Метод координат — способ определять положение точки с помощью чисел или других символов. Числа (символы), определяющие положение точки на прямой, плоскости, поверхности, в пространстве, называются её координатами.

Метод математической индукции — см. **Математическая индукция**.

Метод моментов в теории вероятностей — метод нахождения и оценки распределения вероятностей по его моментам.

<u>Метод наименьших квадратов</u> — один из методов аппроксимации функции $y=f(x)$, заданный таблицей из n значений. По этому методу строится зависимость $y=f\left(x,a_1,\dots,a_m\right)$, где $a_1,\dots,a_m$ — неизвестные параметры, подбираемые так, чтобы величина выражения $\sum_{i=1}^{n} p_i\left[f\left(x_i,a_1,\dots,a_m\right)-y_i\right]^2$ была минимальной. Здесь p_i — положительные числа, называемые весами, выбираются, исходя из физических или математических соображений, либо берутся все равными единице.

<u>Минимум</u> — наименьшее значение функции по сравнению с её значениями во всех достаточно близких точках (см. **Экстремум**).

<u>Минор</u> некоторого элемента a_{ij} определителя n-го порядка есть определитель $(n\text{-}1)$-го порядка, получающийся из определителя n-го порядка устранением (вычёркиванием) i-й строки и j-го столбца, содержащих данный элемент; сказанное относится и к квадратной матрице n-го порядка.

<u>Миноранта</u> — функция, значения которой не больше соответствующих значений данной функции. См. также **Мажоранта**.

<u>Минус</u> — знак (пишется “—”) для обозначения действия вычитания, а также для обозначения отрицательных чисел (отрицательных значений других величин).

<u>Минута</u> — единица измерения углов на плоскости, равная $\frac{1}{60}$ градуса; обозначается знаком $'$.

<u>Мнимая единица</u> — число i, квадрат которой равен отрицательной единице ($i^2=-1,\ \sqrt{-1}=\pm i$).

<u>Мнимое число, комплексное число</u>.

Многогранник в трёхмерном пространстве — совокупность конечного числа плоских многоугольников, образующих замкнутую поверхность; многоугольники называются гранями, их стороны — рёбрами, а вершины — вершинами многогранника.

Многогранный угол — часть пространства, ограниченная многогранной конической поверхностью, направляющая которой — многоугольник.

Многозначная функция — функция, принимающая несколько значений для одного и того же значения аргумента. Так, обратной к функции x^2 является двузначная функция $\pm\sqrt{x}$, обратной к функции tgx является бесконечнозначная функция $Arctgx = arctgx + k\pi,\ \ k = 0,\pm1,\pm2,\ldots$.

Многосвязная область — область на плоскости, в которой существуют замкнутые кривые, не стягиваемые в пределах этой области в точку (например, кольцо с наружным радиусом R и внутренним $r<R$).

Многоугольник — замкнутая ломаная линия.

Многочлен — алгебраический полином, сумма одночленов. Одночлен, имеющий наибольшую степень, называется старшим членом многочлена и определяет его степень. К числу важнейших свойств многочлена относится то, что любую непрерывную функцию можно с высокой точностью заменить многочленом.

Множество — набор, совокупность, собрание каких-либо объектов, называемых его элементами, обладающими общим для них характеристическим свойством.

Множимое — первый сомножитель в операции умножения.

Множитель — второй сомножитель в операции умножения; либо число или выражение, на которое умножается другое число или выражение справа или слева (в этом случае термин множимое теряет смысл).

Мода — одна из числовых характеристик распределения вероятностей случайной величины (как правило, равна наиболее вероятному значению случайной величины). При симметричном одномодальном распределении случайной величины мода совпадает с медианой и математическим ожиданием.

Модуль, абсолютная величина.

Модуль вектора — его длина (норма). Модуль вектора $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$ вычисляется по формуле $|\vec{a}| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

Модуль комплексного числа $z=x+iy$ равен $\sqrt{x^2 + y^2}$.

Момент — одна из числовых характеристик распределения вероятностей случайной величины X. Начальный момент порядка k ($k>0$, целое) определяется как математическое ожидание MX^k , центральный момент k-го порядка есть $M\left(X - MX\right)^k$. Математическое ожидание случайной величины есть её (центральный) момент первого порядка, а дисперсия — центральный момент второго порядка.

Моном, одночлен.

Монотонная последовательность — числовая функция, определённая на множестве натуральных чисел N — последовательность $\left\{x_n\right\}$ такая, что для всех $n=1,2,\ldots$ выполняется одно из неравенств: $x_n < x_{n+1}$ (строго возрастающая), $x_n \le x_{n+1}$ (неубывающая), $x_n > x_{n+1}$ (строго убывающая), $x_n \ge x_{n+1}$ (невозрастающая).

Монотонная функция — функция $f(x)$, определённая на некотором подмножестве действительных чисел, приращение которой

$\Delta f(x) = f(x_2) - f(x_1)$ при $\Delta x = x_2 - x_1 > 0$ не меняет знака. Если $\Delta f(x) \geq 0$, то функцию называют возрастающей (неубывающей), если $\Delta f(x) \leq 0$ — убывающей (невозрастающей). Если $\Delta f(x) > 0$, то её называют строго возрастающей (иногда — возрастающей), если $\Delta f(x) < 0$ — строго убывающей (иногда — убывающей).

Мощность множества — обобщение на произвольные множества понятия "число элементов".

Н

Набла — оператор, оператор Гамильтона.

Наибольший общий делитель двух или нескольких натуральных чисел — наибольшее из чисел, на которые делится каждое из данных чисел.

Наибольший элемент множества M — элемент $a \in M$ такой, что $b \leq a$ для любого $b \in M$.

Наименьшее общее кратное двух или нескольких натуральных чисел — наименьшее положительное число, делящееся на каждое из них.

Наименьший элемент множества M — элемент $a \in M$ такой, что $b \geq a$ для любого $b \in M$.

Наклонная — прямая, пересекающая другую прямую или плоскость под углом, отличным от прямого.

Направление — если два луча лежат на одной прямой, то их называют одинаково направленными, причем сонаправленными (если один из них содержится в другом) или противоположно направленными (если ни один из них не содержится в другом). Когда два луча параллельны, но не лежат на одной прямой, через их начала надо провести прямую, и тогда, если лучи лежат в одной полуплоскости, то они сонаправлены, если в разных плоскостях — противоположно направлены.

Направленный отрезок — отрезок оси, ограниченный двумя точками, если указано, — какая из заданных точек считается началом отрезка, а какая концом.

Направляющая линия линейчатой поверхности — линия по которой движется точка прямой, описывающей эту поверхность.

Направляющие косинусы вектора — косинусы углов α, β, γ, образуемых этим вектором с положительными направлениями осей координат Ox, Oy, Oz; связаны соотношением $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$ (являются координатами единичного вектора).

Направляющий вектор прямой — любой ненулевой вектор, параллельный данной прямой.

Натуральное основание — см. e число.

Натуральное число — любое из всех целых положительных чисел множества $N=\{1,2,3,\dots\}$.

Натуральный логарифм числа $b>0$ — логарифм с натуральным основанием, т.е. основанием которого служит e число; обозначается $\ln b$.

Натуральный ряд — упорядоченное множество натуральных чисел.

Начало координат — общее начало базисных векторов или исходная точка осей координат.

Начальные условия для дифференциального уравнения (системы) — дополнительные условия, налагаемые на решение уравнения (системы), отнесённые к одному и тому же значению аргумента.

Начальный момент — см. **Момент**.

Невозможное событие — событие, которое в данном опыте не произойдет (вероятность его равна нулю).

Невозрастающая последовательность, функция — см. **Монотонная последовательность**, **функция**.

Невырожденная матрица — квадратная матрица, определитель которой отличен от нуля.

Недифференцируемая функция — функция, не имеющая дифференциала. В случае функции одного переменного — это функция, не имеющая производной. Например, таковыми являются функции в точке $x = 0$ $f(x) = \sqrt[3]{x}$ (производная равна $+\infty$) и $f(x) = x\sin\frac{1}{x}$, которая в указанной точке не определена вообще.

Независимая переменная, аргумент.

Независимость в теории вероятностей — специфическое понятие, связывающее случайные величины и случайные события. Например, события A и B называются независимыми, если $P(AB)=P(A)P(B)$. Если A и B — независимые события, то условные вероятности их: $P(A/B)=P(A)$ *и* $P(B/A)=P(B)$.

Некоррелированные величины — см. **Ковариация**.

Необходимые и достаточные условия — условия правильности утверждения A, без выполнения которых утверждение A заведомо не может быть верным (необходимые условия), и при выполнении которых утверждение A заведомо верно (достаточные условия). Часто рассматриваемые условия заменяются выражением “тогда и только тогда”, либо “в том и только в том случае”.

Неограниченная функция — функция, не являющаяся ограниченной на некотором множестве E, т.е. для любого числа M существует такое $x \in E$, что $\left|f\left(x\right)\right| \geq M$. Примеры таких функций: x^2, $\frac{1}{x}$, tgx, $\ln x$.

Неоднородная система линейных дифференциальных уравнений — система, содержащая хотя бы одно неоднородное уравнение.

Неоднородная система линейных уравнений — система уравнений, у которой хотя бы один из свободных членов отличен от нуля.

Неоднородное линейное дифференциальное уравнение — уравнение, у которого отличен от нуля свободный член (не содержащий искомую функцию или её производные).

Неопределённая система уравнений — совместная система, имеющая более одного решения.

Неопределённое уравнение — уравнение, содержащее более чем одно неизвестное; как правило, имеет бесчисленное число решений.

Неопределённости, неопределённые выражения — выражения, предел которых не может быть найден непосредственно, т.е. с помощью теорем о пределах; символическая запись их: $\left\{\frac{0}{0}\right\}$, $\left\{\frac{\infty}{\infty}\right\}$, $\left\{0\cdot\infty\right\}$, $\left\{\infty-\infty\right\}$, $\left\{1^{\infty}\right\}$, $\left\{0^{0}\right\}$, $\left\{\infty^{0}\right\}$ или без символа $\{\}$.

Неопределённый интеграл — совокупность всех первообразных функции $f(x)$, обозначается $\int f\left(x\right)dx$; $f(x)dx$ называется подынтегральным выражением, а $f(x)$ — подынтегральной функцией.

Неособая (неособенная) матрица, невырожденная матрица.

Неперово число, ***e*** число.

Неправильная дробь — см. **Дробь** арифметическая.

Неправильная рациональная функция — функция $\dfrac{Q(x)}{P(x)}$, у которой степень многочлена $Q(x)$ больше или равна степени многочлена $P(x)$.

Непрерывная случайная величина — случайная величина X, (интегральная) функция распределения $F(x)$ которой непрерывна.

Непрерывная функция — функция, получающая бесконечно малые приращения при бесконечно малых приращениях аргумента (графически представима сплошной линией). Основные элементарные функции непрерывны на множестве их задания.

Непрерывность слева, справа — см. **Односторонняя непрерывность**.

Неприводимое уравнение — алгебраическое уравнение $f(x)=0$, левая часть которого представляет собой неприводимый многочлен.

Неприводимый многочлен — многочлен, не разлагающийся на множители более низких степеней.

Непротиворечивая система уравнений, совместная система уравнений.

Непротиворечивость — свойство аксиоматической теории, состоящее в том, что в этой теории нельзя получить противоречие, т.е. доказать некоторое предложение и вместе с тем его отрицание или доказать некоторое заведомо абсурдное утверждение.

Неравенство — отношение, связывающее два выражения a_1 и a_2 посредством одного из знаков: $<$ (меньше), $\leq$ (меньше или равно, не более), $>$ (больше), $\geq$ (больше или равно, не менее), $\neq$ (не равно). Из неравенств, например, заслуживают особого внимания:
— неравенство для модулей $|a_1 + a_2 + \ldots + a_n| \leq |a_1| + |a_2| + \ldots + |a_n|$; неравенства для средних (гармоническое s_{ra}, геометрическое s_{re}, арифметическое s_a, квадратичное s_k среднее): $s_{ra} \leq s_{re}, \leq s_a, \leq s_k$;
— неравенство Коши-Буняковского для действительных и комплексных чисел $(a_1b_1 + \ldots + a_nb_n)^2 \leq (a_1^2 + \ldots + a_n^2)(b_1^2 + \ldots + b_n^2)$;
— неравенства для векторов $|\vec{x} \cdot \vec{y}| \leq |\vec{x}||\vec{y}|$ и $|\vec{x} + \vec{y}| \leq |\vec{x}| + |\vec{y}|$.

Неразрешимость — невозможность решения данной задачи точно указанными средствами.

Несмещённая оценка — статистическая оценка параметра распределения вероятностей по результатам наблюдений, лишенная систематической ошибки.

Несобственное движение — см. **Движение**.

Несобственный интеграл — обобщение понятия определённого интеграла на случай неограниченных функций и функций, заданных на бесконечном промежутке интегрирования.

Несовместная система уравнений — система уравнений, не имеющая решений.

Несовместные события — события A и B, которые не могут произойти одновременно (их произведение $AB = \varnothing$).

Несоизмеримые величины — однородные величины, не обладающие одной мерой (например, длина диагонали и длина стороны квадрата); отношение несоизмеримых величин выражается иррациональным числом.

Неспрямляемая кривая — кривая, не имеющая длины (конечной).

Неубывающая последовательность, функция — см. **Монотонная последовательность, функция**.

Нечётная функция — функция $y=f(x)$, удовлетворяющая равенству $f(-x)=-f(x)$ (x^3, $\sin x$ и т.п.).

Нечётное число — целое число, не делящееся на 2 (например, 1, 3, 5, -7, 11 и т.п.); может быть представлено в виде $2n+1$ или $2n-1$, где n — целое.

Номограмма — чертеж для изображения функциональной зависимости, позволяющий находить значения переменных без вычислений.

Норма — понятие, обобщающее абсолютную величину (модуль) числа, а также длину вектора.

Нормаль к кривой (поверхности) в данной её точке — прямая, проходящая через эту точку и перпендикулярная к касательной прямой (касательной плоскости) в этой же точке кривой (поверхности).

Нормальная плоскость пространственной линии в данной её точке — плоскость, проходящая через эту точку перпендикулярно к касательной прямой в этой же точке.

Нормальное распределение — распределение вероятностей случайной величины X, имеющей плотность вероятности $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$, где a — математическое ожидание, σ — среднеквадратическое отклонение. При $a=0$, $\sigma=1$ нормальное распределение называется стандартным.

Нормальное сечение поверхности — линия пересечения поверхности плоскостью, проходящей через нормаль к поверхности.

Нормальное уравнение плоскости:
$x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma - p = 0$, где α, β, γ — углы между осями координат Ox, Oy, Oz и направленным отрезком $\overrightarrow{OP}$ (P — основание перпендикуляра, проведённого из начала координат O на данную плоскость), p — длина отрезка OP.

Нормальное уравнение прямой на плоскости:
$x\cos\alpha + y\sin\alpha - p = 0$, где α — угол между осью Ox и направленным отрезком $\overrightarrow{OP}$ (P — основание перпендикуляра, опущенного из начала координат O на данную прямую), p — длина отрезка OP.

Нормальный вектор плоскости — любой ненулевой вектор $\vec{N}$, перпендикулярный к плоскости (например, $\vec{N} = \{A; B; C\}$, если $Ax + By + Cz + D = 0$ общее уравнение плоскости).

Нормальный вектор прямой на плоскости — любой ненулевой вектор $\vec{n}$, перпендикулярный к направляющему вектору прямой (например, $\vec{n} = \{A; B\}$, если $Ax + By + C = 0$ — общее уравнение прямой).

Нормированный вектор — то же , что единичный вектор или орт (происходит от понятия нормирования произвольного вектора, т.е. приведения его к единичному делением на число, равное длине этого вектора).

Нормирующий множитель прямой (плоскости) — число, на которое надо умножить общее уравнение прямой (плоскости), чтобы перейти к нормальному уравнению.

Нулевая матрица, нуль-матрица — матрица, все элементы которой равны нулю; играет роль нуля.

Нулевой вектор — вектор, начало и конец которого совпадают; обозначают 0, $\vec{0}$ или $\bar{0}$, длина равна нулю, не имеет определённого направления.

Нулевой многочлен — отождествление с нулём; единственный многочлен, степень которого не определена.

Нуль — число, обладающее свойствами: $a \pm 0 = a$, $a \cdot 0 = 0$; деление на нуль невозможно.

Нуль функции $f(x)$ — точка x_0 такая, что $f(x_0) = 0$; можно трактовать как решение уравнения $f(x) = 0$.

О

Область в *n*-мерном пространстве — связное множество точек этого пространства, целиком состоящее из "внутренних" точек, т.е. исключая граничные точки. Например, на прямой — открытый интервал, конечный или бесконечный; на плоскости — внутренность круга или внешность круга.

Область замкнутая — область, дополненная всеми её граничными точками.

Область значений функции — множество значений функции (множество всех элементов, которые функцией поставлены в соответствие элементам из её области определения).

Область определения функции — множество значений, принимаемых независимой переменной (аргументом).

Область открытая, **Область**.

Обобщённые полярные координаты — координаты r и φ, связанные с декартовыми координатами формулами $x = ar\cos\varphi$,

$y = br\sin\varphi$, где $0 \le r < \infty$, $0 \le \varphi < 2\pi$ (или $-\pi < \varphi \le \pi$), $a > 0$, $b > 0$, $a \ne b$. Координатные линии — эллипсы $(r = const)$ и лучи $(\varphi = const)$.

Образ элемента $a \in B$ **при отображении** $f: A \to B$ **множества** A **на множество** B — тот элемент $b \in B$, в который отображается элемент a, т.е. $b = f(a)$. Элемент a называется прообразом элемента b. Если рассматривается отображение множества точек, функций, векторов и других объектов, то говорят об образе точки, функции, вектора и т.д.

Образующая прямолинейная — прямая, образующая при своём движении (перемещении) в пространстве линейчатую поверхность.

Обратная импликация $\Leftarrow$($P \Leftarrow Q$ равносильно $Q \Rightarrow P$).

Обратная матрица для квадратной матрицы A n — квадратная матрица того же порядка такая, что $AA^{-1} = A^{-1}A = E$, где E — единичная матрица порядка n.

Обратная теорема — см. **Теорема**.

Обратная функция — функция $x = g(y)$, которая получается из данной (исходной) функции $y = f(x)$, если из соотношения $f(x) = y$ выразить x через y. Области задания функций D и области значений E связаны соотношениями $D(f) = E(g)$, $E(f) = D(g)$. Примеры: $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$, $y = e^x$ и $y = \ln x$.

Обратно пропорциональные величины — см. **Пропорциональность.**

Обратные гиперболические функции — функции, обратные гиперболическим функциям (ареасинус гиперболический и т.д.) и определяемые формулами:

$$Arshx = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right),\ -\infty < x < +\infty;$$

$$Archx = \pm\ln\left(x + \sqrt{x^2 - 1}\right),\ x \geq 1;$$

$$Arthx = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x},\ |x| < 1;$$

$$Arcthx = \frac{1}{2}\ln\frac{x+1}{x-1},\ |x| > 1.$$

Общая мера двух или нескольких однородных величин — величина того же рода, содержащаяся целое число раз во всех заданных величинах. Величины, не имеющие общей меры, называются несоизмеримыми.

Общее решение дифференциального уравнения —см. **Интеграл дифференциального уравнения**.

Общее решение дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами $y'' + py' + q = 0$ (при нахождении решений в виде $y = e^{kx}$), имеющего характеристическое уравнение $k^2 + pk + q = 0$, находится следующим образом:

$$y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x} \text{ при } k_1 \neq k_2,$$

$$y = e^{k_1 x}\left(C_1 + C_2 x\right) \text{ при } k_1 = k_2,$$

$$y = e^{\alpha x}\left(C_1 \cos\beta x + C_2 \sin\beta x\right) \text{ при } k_{1,2} = \alpha \pm \beta \mathrm{i}.$$

Общее решение линейного дифференциального уравнения $a_n(t)x^{(n)} + a_{n-1}(t)x^{(n-1)} + \ldots + a_1(t)x' + a_0(t)x = f(t)$ имеет вид $x = x(t) = C_1 z_1(t) + C_2 z_2(t) + \ldots + C_n z_n(t) + x^*(t)$, где $z_i(t)$ — линейно независимые решения, образующие фундаментальную систему решений (вронскиан отличен от нуля), $x^*(t)$ — некоторое частное решение уравнения.

<u>Общее решение системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами</u> — см. **Характеристическое уравнение** системы.

<u>Общее уравнение кривой второго порядка на плоскости</u> $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$.

<u>Общее уравнение плоскости</u> $Ax + By + Cz + D = 0$. Вектор $\vec{N}(A, B, C)$ является нормальным вектором плоскости. Нормирующий множитель $\lambda = \pm\dfrac{1}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$, знак которого противоположен знаку D, а при $D=0$ выбирается произвольно.

<u>Общее уравнение прямой на плоскости</u> $Ax + By + C = 0$. Вектор $\vec{n}(A, B)$ является нормальным вектором прямой, а $\vec{b}(B, -A)$ — направляющим вектором. Нормирующий множитель $\lambda = \pm\dfrac{1}{\sqrt{A^2 + B^2}}$, знак которого противоположен знаку C, а при $C=0$ выбирается произвольно.

<u>Общий интеграл дифференциального уравнения</u> — см. **Интеграл дифференциального уравнения**.

<u>Обыкновенное дифференциальное уравнение</u> — дифференциальное уравнение функции одного переменного.

<u>Объединение (сумма) множеств</u> A_i — обозначаемая символом $\bigcup$ операция $A_1 \bigcup A_2 \bigcup A_3 \ldots$, порождающая совокупность элементов, принадлежащих хотя бы одному из множеств A_i.

Объём — одна из основных величин, связанных с геометрическими телами. В простейших случаях измеряется числом умещающихся в теле единичных кубов, т.е. кубов с ребром, равным единице длины.

Овал Кассини — лемниската с постоянной a^2 и фокусами в точках $F_1(-c,0), F_2(c,0)$: $\left(x^2+y^2\right)^2-2c^2\left(x^2-y^2\right)=a^4-c^4$. При $a \geq c\sqrt{2}$ кривая выпуклая, при $c<a<c\sqrt{2}$ имеет вид овала с двумя утолщениями, при $a=c$ является лемнискатой Бернулли, при $a<c$ состоит из двух замкнутых ветвей.

Огибающая семейства линий на плоскости (поверхностей в пространстве) — линия (поверхность), которая в каждой своей точке касается одной линии (поверхности) семейства.

Ограниченная функция — функция, множество значений которой на некотором множестве E ограничено (множество значений, когда аргумент пробегает множество E, есть ограниченное множество). Примеры: $\sin x$, $\cos x$, $\left(1+x^2\right)^{-1}$.

Ограниченное множество действительных чисел — множество $\{x\}$ на числовой оси, для которого существует число M такое, что для любого элемента $x \in R$ $|x|<M$.

Ограниченное множество в *n*-мерном пространстве — множество, для которого существует шар, целиком содержащий это множество.

Однозначная разрешимость — существование и единственность решения рассматриваемой задачи.

Однозначная функция — функция, принимающая только одно значение для каждого значения аргумента из области определения этой функции.

Однополостный гиперболоид — см. **Гиперболоид**.

Однородная система линейных уравнений — система линейных уравнений, в каждом из которых отсутствует свободный член (равен нулю).

Однородная функция — функция нескольких переменных, удовлетворяющая равенству

$f\left(\lambda x_1, \lambda x_2, \ldots, \lambda x_n\right) = \lambda^k f\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right)$ при $\lambda \neq 0$, где k - постоянная, называемая степенью или измерением однородности функции. Так, $f_1(x, y) = \cos\frac{y}{x}$ и $f_2(x, y) = x^3 + 7y^3$ - однородные функции с $k_1 = 0$ и $k_2 = 3$, функция $f_3(x, y) = e^{xy}$ не является однородной.

Однородное уравнение — уравнение, не меняющее своего вида при одновременном умножении всех или только некоторых неизвестных на одно и то же число $\lambda \neq 0$. Во втором случае оно называется однородным по отношению к соответствующим неизвестным. Так, уравнение $xy+yz+zx=0$ является однородным по всем переменным, а уравнение $y + \ln\frac{x}{z} + 5 = 0$ однородно по отношению к x и z.

Дифференциальное уравнение $a_0(x)y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)}+\ldots+a_n(x)y = 0$ однородно по отношению к $y, y', \ldots, y^{(n-1)}, y^{(n)}$. Уравнение $y' = f\left(x, y\right)$, где $f\left(x, y\right) = f\left(\lambda x, \lambda y\right)$, является однородным по отношению к переменным x и y (например, $y' = \frac{xy}{x^2 + y^2}$).

Однородные величины — величины одной природы.

Однородный многочлен степени m — многочлен от нескольких переменных, каждый член которого имеет степень m относительно совокупности всех переменных (в каждом члене сумма показателей степеней всех переменных равна m).

Односвязная область — область E на плоскости, в которой любой замкнутый контур может быть непрерывно деформирован (стянут) в точку, оставаясь всё время в E.

Односторонние производные функции $f(x)$ **в точке** a — конечные пределы $\lim\limits_{\Delta x\to\pm 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to\pm 0}\dfrac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}$, называемые при $\Delta x\to +0$ $(\Delta x>0)$ правой или правосторонней производной, а при $\Delta x\to -0$ $(\Delta x<0)$ — левой или левосторонней производной и обозначаемые соответственно $f'_+(a)$, $f'_-(a)$. Производная в точке a существует, когда $f'_+(a)=f'_-(a)$.

Односторонний предел — предел функции в некоторой точке справа или слева от неё.

Односторонняя непрерывность — непрерывность функции $f(x)$ справа в точке a, если $f(a+0)=f(a)$ и слева в точке a, если $f(a-0)=f(a)$. Для непрерывности функции в точке a необходимо и достаточно, чтобы выполнялось равенство $f(a-0)=f(a)=f(a+0)$.

Одночлен — алгебраическое выражение простейшего вида, частный случай многочлена, представляется в виде произведения чисел, параметров, переменных, степеней переменных. Стандартный вид одночлена есть произведение, в котором на первом месте стоит числовой (в целом постоянный) множитель, называемый коэффициентом, а каждое произведение одинаковых переменных представлено их степенью. Степенью одночлена с несколькими переменными называют сумму показателей степеней этих переменных. Число - это одночлен нулевой степени. Выражению 0^0 не приписывают никакого смысла. Примеры одночленов в каноническом виде: $-7ax^2y^2$, a^2b^3cxz, -9, x^5.

Окрестность точки $a \in R$ — любой интервал $]\alpha, \beta[$ такой, что $a \in]\alpha, \beta[$.

Окрестность точки в R^n — произвольное открытое множество, содержащее данную точку $a \in R$.

Окружность — множество точек плоскости, расстояние которых до данной точки (центра $S(a,b)$) равно постоянному значению (радиусу R). Уравнение в декартовых координатах $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$, а в случае $S(0,0)$ $x^2 + y^2 = R^2$. Для последнего случая: $x = R\cos t$, $y = R\sin t$ — параметрические уравнения и $\rho = R$ — уравнение в полярных координатах.

Октант — один из восьми прямых трёхгранных углов, образованных от пересечения трёх попарно взаимно перпендикулярных координатных плоскостей xOy, xOz, yOz.

Октаэдр — правильный многогранник, ограниченный 8 гранями правильной треугольной формы, имеет 12 рёбер, 6 вершин, в каждой из которых сходятся 4 ребра.

Оператор, отображение.

Оператор Гамильтона — символический вектор, записываемый при помощи дифференциального оператора $\nabla : \nabla = \vec{i}\,\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial}{\partial z}$. Не имея реального значения, он приобретает смысл в комбинации со скалярными и векторными функциями. Применяя его к скалярной функции $U(x,y,z)$, получим $\nabla U = \frac{\partial \mathrm{u}}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \mathrm{u}}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \mathrm{u}}{\partial z}\vec{k} = gradU$ — градиент скалярной функции. Применение его к вектор -функции $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$ даёт такой результат: $\nabla \cdot \vec{a} = \dfrac{\partial a_x}{\partial x} + \dfrac{\partial a_y}{\partial y} + \dfrac{\partial a_z}{\partial z} = div\vec{a}$ — дивергенция;

$$\nabla\times\vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ a_x & a_y & a_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y}\right)\vec{k} = rot\vec{a}$$

— ротор векторного поля $\vec{a}$.

Скалярный квадрат оператора Гамильтона даёт оператор Лапласа $\nabla \cdot \nabla = \nabla^2 = \Delta = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$.

Оператор Лапласа — линейный дифференциальный оператор Δ, который функции $u(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ от n переменных ставит в соответствие функцию $\Delta u = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \ldots + \dfrac{\partial^2 u}{\partial x_{\mathrm{n}}^2}$.

Оператор линейный дифференциальный n-го порядка можно представить в форме $L_n = \dfrac{d^n}{dx^n} + P_{n-1}(x)\dfrac{d^{n-1}}{dx^{n-1}} + \ldots + P_1(x)\dfrac{d}{dx} + P_0(x)_1$, где $P_i(x)$ - некоторые многочлены. Применяя оператор к $y(x)$, линейное (неоднородное) дифференциальное уравнение n-го порядка можно записать в виде $L_n[y] = f(x)$.

Описанная фигура — фигура, в которую вписана другая.

Определённая система уравнений — совместная система, имеющая единственное решение.

Определённый интеграл — предел интегральных сумм, соответствующих функции $f(x)$ и отрезку $[a,b]$; обозначается $\int\limits_a^b f(x)dx$.

Определитель, детерминант.

Опыт, испытание.

Определитель Вронского, вронскиан.

Ордината — одна из декартовых координат точки, обычно вторая, обозначаемая буквой y.

Ориентация — обобщение понятия направления на прямой на геометрические фигуры более сложной структуры.

Ориентация векторов — упорядоченная совокупность векторов, когда указано, какой вектор является первым, какой вторым и т.д. Например, из векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ можно составить шесть упорядоченных троек. Упорядоченная тройка некомпланарных векторов называется правоориентированной или просто правой, если при совмещении начал из конца третьего вектора кратчайший поворот от первого ко второму виден против часовой стрелки (если по часовой стрелке — левооринтированный или левый). На плоскости пара векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ является правой, если поворот от $\vec{a}$ к $\vec{b}$ производится против часовой стрелки (относительно общего начала).

Орт — вектор $\vec{e}$, модуль которого равен единице. Всякий вектор $\vec{a}$ в пространстве можно разложить по трём некомпланарным векторам $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$: $\vec{a} = a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 + a_3\vec{e}_3$, где a_1, a_2, a_3 — компоненты (проекции) вектора. Обычно орты в прямоугольной декартовой системе координат обозначают буквами $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ и пишут $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$.

Ортогональная система векторов в евклидовом пространстве — система $\vec{x}_1$, $\vec{x}_2$, ..., $\vec{x}_n$, $n \geq 2$, в которой векторы попарно ортогональны, т.е. $\vec{x}_i \cdot \vec{x}_j = 0$ при $i \neq j$.

Ортогональная система координат — система координат, в которой координатные линии (поверхности) пересекаются под прямым углом.

Ортогональная система функций — система функций $\{\varphi_n(x)\}$, n=1, 2,..., ортогональных с весом $p(x)>0$ на отрезке $[a,b]$, т.е. таких, что $\int \varphi_m(x)\varphi_n(x)p(x)dx = 0$ при $m \neq n$.

Например, система $1, \cos nx, \sin nx$ ортогональна с весом $p=1$ на отрезке $[-\pi, \pi]$.

Ортогональное преобразование — линейное преобразование евклидова пространства, сохраняющее (неизменным) скалярное произведение векторов (в том числе сохраняет длины векторов и углы между ними). Любое ортогональное преобразование можно осуществить последовательным выполнением конечного числа зеркальных отображений.

Ортогональные векторы — то же, что перпендикулярные векторы. Нулевой вектор (нуль-вектор) ортогонален любому другому вектору.

Ортонормированная система векторов — ортогональная система, в которой каждый вектор является нормированным (единичным).

Ортонормированный базис — базис на основе ортонормированной системы векторов.

Ортоцентр треугольника — точка пересечения его высот.

Осевая симметрия — см. **Симметрия**.

Осевой вектор, аксиальный вектор.

Основание степени — см. **Степень** числа.

Основная теорема алгебры — всякий многочлен с любыми числовыми коэффициентами, степень которого не меньше единицы, имеет хотя бы один корень, в общем случае комплексный.

Основные элементарные функции — см. **Элементарные функции**.

Особая (особенная) матрица, вырожденная матрица.

Особая точка дифференциального уравнения первого порядка — точка, в которой одновременно обращаются в нули и числитель, и знаменатель правой части уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{P(x,y)}{Q(x,y)}$, где P и Q — непрерывные дифференцируемые функции.

Особая точка кривой, заданной уравнением $F(x,y)=0$ — точка M_0, в которой обе частные производные равны нулю: $\left.\frac{\partial F}{\partial x}\right|_{M_0} = 0$, $\left.\frac{\partial F}{\partial y}\right|_{M_0} = 0$. К классу особых точек относятся и точки со специальным названием (асимптотическая точка, точка излома и т.д.).

Особое решение дифференциального уравнения — решение, в каждой точке которого нарушается единственность.

Остаток как результат деления: если a и b — целые положительные числа, то операция деления с остатком числа a на число b состоит в определении целых неотрицательных чисел x и y, удовлетворяющих требованиям: $a=xb+y$, $y<b$. a называют делимым, b — делителем, x — частным, y — остатком. Описанная операция всегда осуществима и всегда однозначна. Если $y=0$, то говорят, что a делится на b без остатка. Аналогично определяется операция деления с остатком для многочленов.

Остаток ряда $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ (n-й остаток) — ряд $\sum_{k=n+1}^{\infty} a_k$. Если ряд $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится, то каждый из его остатков r_n сходится и последовательность (r_n) является бесконечно малой, т.е. $\lim_{n\to\infty} r_n = 0$.

Остаточный член разложения функции (например, в степенной ряд) — аддитивное слагаемое в формуле, задающей представление функции с помощью другой, в известном смысле более простой, функции.

Остроугольный треугольник — треугольник, у которого все углы острые.

Острый угол — угол, меньший прямого.

Ось — прямая, на которой выбрано положительное направление.

Ось абсцисс, аппликат, ординат — см. **Декартова система координат**.

Ось симметрии — см. **Симметрия**.

Отделение корней уравнения $f(x)=0$ — нахождение конечного интервала, на котором имеется единственный корень уравнения.

Открытое множество — множество, каждая точка которого является внутренней.

Открытый промежуток — см. **Числовые промежутки**.

Относительная погрешность — см. **Погрешность**.

Отношение — понятие, служащее для выражения на теоретико-множественном языке связей между объектами.

Отношение двух чисел — частное от деления первого числа на второе; отношение двух однородных величин — число, получающееся в результате измерения первой величины, когда вторая выбрана за единицу меры. Если две величины измерены при помощи одной и той же единицы меры, то их отношение равно отношению измеряющих их чисел.

Отображение на примере двух величин — закон, по которому каждому элементу $x \in X$ сопоставляется однозначно элемент $y \in Y$ (множество X может совпадать с Y). Отмеченное соответствие записывают в виде (дизъюнктивно) $y=f(x)$, $y=fx$, $y=xf$, $f: x \to y$. Говорят, что отображение f действует из X в Y и пишут $f: X \to Y$ или $X \xrightarrow{f} Y$. Термин "отображение" часто заменяют термином "оператор" (особенно в функциональном анализе и линейной алгебре), а также термином "функция".

Отрезок прямой — множество, состоящее из двух различных точек (концов) и всех точек, лежащих между ними. Расстояние между концами называется длиной отрезка.

Отрезок числовой прямой — см. **Числовые промежутки**.

Отрицание — логическая операция, в результате которой из данного высказывания A получается новое высказывание "не A". Обозначения: $\neg A$, $\sim A$, $\widetilde{A}$, $-A$, A' (читается: "не A", "неверно, что A", "A не имеет места").

Отрицательное число — действительное число a, меньшее нуля ($a<0$). На числовой прямой отрицательные числа изображаются точками, лежащими левее начала отсчета (левее нуля).

П

Парабола — множество точек плоскости, каждая из которых равноудалена от точки F (фокуса) и прямой l (директрисы); каноническое уравнение параболы $y^2 = 2px$, $p > 0$. Ось абсцисс является осью симметрии. Точка $(0;0)$ — вершина параболы, фокус $F\left(\frac{p}{2},0\right)$, уравнение директрисы $x=-\frac{p}{2}$. Эксцентриситет равен единице. Часто рассматривают параболу $y=ax^2+bx+c$, вершина которой находится в точке $\left(-\frac{b}{2a};\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$,уравнение линии симметрии $x=-\frac{b}{2a}$.

Парабола Нейля, полукубическая парабола.

Параболический цилиндр — незамкнутая нецентральная поверхность 2-го порядка. Образующая цилиндра параллельна оси Oz, а направляющей является парабола $y^2=2px$.

Параболоид — незамкнутая нецентральная поверхность второго порядка; существуют два вида параболоида: эллиптический параболоид $\left(\frac{x^2}{p^2}+\frac{y^2}{q^2}=2z\right)$ и гиперболический параболоид $\left(\frac{x^2}{p^2}-\frac{y^2}{q^2}=2z\right)$. Ось Oz является осью симметрии.

Параллелепипед — шестигранник, противоположные грани которого попарно параллельны и представляют попарно равные параллелограммы.

Параллелограмм — четырёхугольник, у которого стороны попарно параллельны; площадь $S=ah$, где a — основание, h — высота.

Параллельные прямые в евклидовой геометрии — прямые, которые лежат в одной плоскости и не пересекаются.

Параметр — величина, значения которой служат для различия однотипных элементов некоторого множества между собой. Например, уравнением $(x-a)^2+(y-b)^2=4$ определяется множество всех окружностей радиуса 2; полагая в нём $a=a_0$ и $b=b_0$, можно выделить вполне определённую окружность (единственную) с центром (a_0,b_0), т.е. a и b — параметры.

Параметрические уравнения или уравнения в параметрической форме — уравнения, описывающие параметрическое представление функции (геометрического образа).

Параметрическое представление функции — выражение функциональной зависимости между несколькими переменными посредством вспомогательных переменных — параметров (посредством вспомогательной переменной параметра). Например, параметрическое представление окружности $x^2+y^2=R^2$ есть $x=R\cos t$, $y=R\sin t$, где t — параметр $(0\le t\le 2\pi)$.

Пентагон — правильный пятиугольник.

Первообразная функции $f(x)$ — функция $F(x)$ такая, что $F'(x)=f(x)$. Если $F'(x)=f(x)$, то функция $\Phi(x)=F(x)+C$ также является первообразной функции $f(x)$.

Первый замечательный предел — предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$.

Первый интеграл дифференциального уравнения — см. **Интеграл дифференциального уравнения**.

Переменная — величина, которая в изучаемой задаче принимает различные значения, причём так, что все допустимые значения её определены наперёд заданными условиями. Если в задаче фигурируют две и более переменные, то различают переменные независимые (аргументы) и зависимые.

Переместительный закон, коммутативность.

Пересечение множеств A и B — операция, итогом которой является множество C, состоящее из тех элементов, которые содержатся одновременно и в A, и в B; символическая запись: $C = A \bigcap B$.

Перестановка из n **элементов** — любое расположение элементов в определённом порядке (без повторения элементов и отличающиеся расположением хотя бы одного элемента). Число различных перестановок равно $P_n = n! = n(n-1)\ldots 3 \cdot 2 \cdot 1$.

Периметр — длина замкнутого контура. Чаще этот термин применяется к треугольникам и многоугольникам и означает сумму длин всех сторон.

Периодическая дробь — бесконечная десятичная дробь, в которой, начиная с некоторого места, стоит периодически повторяющаяся определённая группа цифр (период).

Например: 1, 3181818...=1, 3(18); говорят: ...” и 18 в периоде”.

Периодическая функция — функция, значения которой не изменяются при добавлении к значениям её аргумента некоторого числа $\pm T \neq 0$ (T — период функции):

$f(x-T) = f(x) = f(x+T)$. Сумма, разность, произведение и частное функций одного периода также являются функциями того же периода. Если T — период, то периодами являются и числа $nT(n \in N)$.

Перпендикуляр — прямая, пересекающая данную прямую (плоскость) под прямым углом.

Перпендикулярность — условие расположения двух прямых, плоскостей или прямой и плоскости, при котором указанные геометрические объекты составляют прямой угол (символ $\perp$). В частности, две прямые в пространстве не обязательно должны пересекаться (скрещивающиеся прямые).

***Пи* число** — обозначение отношения длины окружности к диаметру. Число π иррациональное и трансцендентное, численно равно площади круга единичного радиуса, представляется непериодической десятичной дробью π=3, 141 592 653 589 793 238 462 643 ...

Пирамида — многогранник, одной из граней которого является многоугольник (основание), а остальные грани (боковые) — треугольники с общей вершиной.

Пифагора теорема — квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов его катетов.

Планиметрия — часть элементарной геометрии, в которой изучаются фигуры на плоскости.

Плоская кривая (линия) — кривая, все точки которой лежат в одной плоскости.

Плоскость — алгебраическая поверхность первого порядка. Характеристические свойства плоскости выражены в аксиомах “Если две точки прямой принадлежат плоскости, то и все точки прямой принадлежат плоскости” и “Три точки, не лежащие на одной прямой, принадлежат только одной плоскости”. Общее (полное) уравнение плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$, уравнение в отрезках $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Плоскость симметрии — см. **Симметрия**.

Плотность вероятности непрерывной случайной величины X — функция $f(x)$ такая, что $f(x) \geq 0$, $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$, интегральная функция $F(x)=\int\limits_{-\infty}^{x} f(x)dx$ и если $F(x)$ дифференцируема, то $f(x)=F'(x)$.

Площадь — одна из величин, связанных с геометрическими фигурами. В простейших случаях измеряется числом заполняющих плоскую фигуру единичных квадратов (квадратов со стороной, равной единице длины).

Плюс — знак (пишется "+") для обозначения действия сложения и положительности чисел и других величин. Во втором значении знак часто опускается.

Побочная диагональ квадратной матрицы, определителя — (упорядоченная) совокупность элементов $a_{n1}, a_{n-1\ 2}, \ldots, a_{1n}$ матрицы, определителя. Часто эту диагональ называют второй диагональю.

Поверхности уровня скалярного поля — в целом поверхности $u(x,y,z)=C$, где $C=const$. Функцию, задающую скалярное поле, часто называют потенциалом, и поэтому поверхности уровня называют ещё эквипотенциальными поверхностями, т.е. поверхностями равного потенциала.

Поверхностный интеграл — интеграл от функции, заданной на какой-либо поверхности. Приводящей к поверхностному интегралу, например, является задача вычисления массы, распределённой по поверхности S с переменной поверхностной плотностью $f(M(x,y,z))$. Составляя интегральную сумму и переходя к пределу, получают поверхностный интеграл 1 рода $\iint\limits_{S} f(M)dS=\iint\limits_{S} f(x,y,z)dS$. Вычисление таких интегралов сводится к вычислению двойных интегралов. В частности, если гладкая поверхность S задана уравнением $z=g(x,y)$,

$(x, y) \in D$, то

$$\iint_S f(x,y,z)dS = \iint_D f(x,y,g(x,y))\sqrt{1+\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^2}\,dx\,dy\,.$$

В некоторых физических задачах (например, при определении потока жидкости через поверхность S) при составлении интегральных сумм вместо S стоят площади их проекций на координатные плоскости, что приводит к поверхностным интегралам по проекциям или поверхностным интегралам II рода

$$\iint_S P(x,y,z)dydz + Q(x,y,z)dzdx + R(x,y,z)dxdy\,.$$

Знак интеграла зависит от ориентации поверхности S.

<u>Поверхность</u> — геометрическое понятие, которому в зависимости от условий конкретной задачи придаются различные смыслы. В задачах на уровне школьного курса рассматриваются плоскости, многогранники, а также некоторые кривые поверхности (например, поверхность шара). Более общая постановка приводит к понятию простой поверхности, которую можно представить как кусок плоскости, подвергнутый непрерывным деформациям (растяжениям, сжатиям, изгибаньям). Поверхности могут быть замкнутые и открытые, ориентируемые и не ориентируемые и т.д.

<u>Поверхность вращения</u> — поверхность, образуемая вращением некоторой плоской линии вокруг прямой (оси вращения), расположенной с линией в одной плоскости.

<u>Поверхность второго порядка</u> — поверхность трёхмерного пространства, (в целом) описываемая уравнением второй степени $a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + 2a_{14}x + 2a_{24}y + 2a_{34}z + a_{44} = 0$.

<u>Поворот</u> — частный случай движения, при котором, по крайней мере, одна точка пространства остаётся неподвижной. При вращении плоскости неподвижная точка называется центром, а при вращении пространства неподвижная прямая — осью вращения.

Повторный интеграл — понятие интегрального исчисления, связанное с вычислением двойных, тройных (и вообще n-кратных) интегралов. Например, вычисление двойного интеграла сводится к двум вычислениям обычных интегралов или как говорят, к повторному интегрированию.

Погрешность вычислений состоит из погрешностей: начальных данных (не зависит от методов решения задачи и называется неустранимой погрешностью); численного метода решения задачи, которую называют ещё погрешностью аппроксимации; возникающей из-за округлений при вычислениях и называемой вычислительной погрешностью.

Погрешность (ошибка) приближения — разность $a-a^*$, где a^* — известное приближённое значение некоторой величины, точное значение которой равно a. Абсолютной погрешностью называют разность $a-a^*=\varepsilon$, а также число $\Delta\left(a^*\right)$ такое, что $\left|a-a^*\right|\leq\Delta\left(a^*\right)$. Относительной погрешностью приближения a^* называют отношение $\frac{a-a^*}{a^*}$, а также число $\delta\left(a^*\right)$ такое, что $\frac{a-a^*}{a^*}\leq\delta\left(a^*\right)$. Вычисление относительной погрешности часто выражают в процентах.

Подкасательная и поднормаль — направленные отрезки, являющиеся проекциями на ось Ox отрезков касательной MK и нормали MN к некоторой кривой $y=f\left(x\right)$ в её точке M.

Подмножества множества действительных чисел R: N — множество всех натуральных чисел (1, 2, 3, ...), Z_0 — множество всех неотрицательных целых чисел (0, 1, 2, ...), Z — множество всех целых чисел (..., -2, -1, 0, 1, 2, ...), Q — множество всех рациональных чисел (целых и дробных), R_+ — множество всех положительных действительных чисел (рациональных и иррациональных), R_0 — множество всех неотрицательных действительных чисел, а также числовые промежутки и совокупности промежутков.

Подобие — характеристика одинаковой формы геометрических фигур. Фигуры Φ_1 и Φ_2 называются подобными, если отношение расстояний между любыми парами соответствующих точек этих фигур равно постоянной, называемой коэффициентом подобия. Углы между соответствующими линиями Φ_1 и Φ_2 равны. Отношение площадей Φ_1 и Φ_2 равно квадрату, а отношение объёмов — кубу коэффициента подобия.

Подобное преобразование — геометрическое преобразование плоскости, при котором все фигуры плоскости переходят в им подобные с одним и тем же коэффициентом подобия.

Подобные члены многочлена — его одночлены, отличающиеся лишь коэффициентами или знаками, или не отличающиеся ничем; могут быть заменены одним членом с коэффициентом, равным сумме коэффициентов подобных членов.

Подынтегральная функция — см. **Неопределённый интеграл**.

Подынтегральное выражение — см. **Неопределённый интеграл**.

Показатель степени — см. **Степень**.

Показательная функция — функция $y = a^x$ при действительных x и $a > 0$, $a \neq 1$; возрастает, если $a > 1$, и убывает, если $a < 1$.

Показательное распределение — распределение вероятностей случайной величины X, заданное плотностью вероятности $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0; \end{cases}$

параметр $\lambda > 0$.

Показательное уравнение — уравнение, в котором неизвестное содержится в показателе степени. При решении применяется логарифмирование обеих частей уравнения, замена переменных, уравнивание степеней с равными основаниями, графический метод и т.д.

Поле — см. **Числовое поле**.

Поле направлений — область поверхности или пространства, с каждой точкой которого связано направление. Например, всякое векторное поле можно рассматривать как поле направлений. Для дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ — это область, в каждой точке которой отмечено направление (угловой коэффициент, равный $f(x, y)$) касательной к интегральной кривой.

Полимодальное распределение случайной величины X — распределение с двумя и более числом мод.

Полином — выражение (чаще сумма), состоящее из нескольких однотипных частей. Принято выделять алгебраические полиномы — целые рациональные функции конечной степени, называя их многочленами, а полиномы иной природы именовать с пояснениями (например, тригонометрический полином).

Полиномиальное распределение — совместное распределение вероятностей случайных величин, каждая из которых есть число появлений одного из нескольких взаимно исключающих событий при повторных независимых испытаниях.

Полная группа событий — совокупность событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$, попарно несовместимых $\left(P\left(A_i A_j\right) = 0, i \neq j\right)$ и в сумме образующих достоверное событие (сумма вероятностей таких событий равна единице).

Полная производная от функции $y = f\left(t, x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)\right)$ выражается формулой $\dfrac{dy}{dt} = \dfrac{\partial f}{\partial t} + \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\partial f}{\partial x_k} \cdot \dfrac{dx_k}{dt}$, где $\dfrac{\partial f}{\partial t}$, $\dfrac{\partial f}{\partial x_k}$ — частные производные.

Полное приращение функции нескольких переменных $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ — приращение, которое получает функция, когда все аргументы получают (вообще говоря, ненулевые) приращения $\Delta x_1, \Delta x_2, \ldots, \Delta x_n$: $\Delta f = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \ldots, x_n + \Delta x_n) - f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Если все частные производные функции непрерывны, приращение можно представить в виде суммы, одна компонента которой линейно зависит от приращений аргументов и называется полным дифференциалом, а другая есть бесконечно малая величина по сравнению с $\sqrt{(\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2 + \ldots + (\Delta x_n)^2}$.

Полное уравнение прямой, плоскости — **Общее уравнение прямой, плоскости**.

Полный дифференциал, дифференциал функции нескольких переменных.

Полный угол — угол, величина которого равна 2π или 360°.

Положительное число — действительное число a, большее нуля $(a > 0)$. На числовой прямой положительные числа изображаются точками, лежащими правее начала отсчёта (правее нуля).

Полоса — совокупность точек плоскости, лежащих между двумя параллельными прямыми этой плоскости.

Полукубическая парабола — плоская алгебраическая кривая 3-го порядка, описываемая уравнением $y^2 = ax^3$, $a > 0$; начало координат является особой точкой (точка возврата, точка заострения). Параметрические уравнения кривой: $x = t^2$, $y = at^3$.

Полуоткрытый промежуток — см. **Числовые промежутки**.

Полуплоскость — совокупность точек плоскости, лежащих по одну сторону от некоторой прямой l этой плоскости. Если прямая l

(граница) причисляется полуплоскости, то полуплоскость называется замкнутой.

Полупространство — совокупность точек пространства, лежащих по одну сторону от некоторой плоскости Q. Если плоскость Q (граница) причисляется полупространству, то полупространство называется замкнутым.

Полупрямая — см. **Числовые промежутки**.

Полусегмент — см. **Числовые промежутки**.

Полярная система координат на плоскости определяется выбором точки O (полюс), луча OA (полярная ось, обычно горизонтальный луч), масштаба длины и положительного направления поворотов вокруг точки O (обычно против часовой стрелки). Произвольной точке M ставят в соответствие: $\rho \geq 0$ — расстояние от точки M до полюса O, φ — угол, на который надо повернуть луч OA до совмещения с лучом OM ($0 \leq \varphi < 2\pi$, иногда берут $-\pi < \varphi \leq \pi$). ρ и φ называются полярными координатами точки M (ρ — полярный радиус, φ — полярный угол), связь их с декартовыми координатами:

$$x = \rho \cos\varphi, \; y = \rho \sin\varphi, \; \rho = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Координатные линии — концентрические окружности $(\rho = const)$ и лучи $(\varphi = const)$.

Полярная система координат удобна при исследовании ряда кривых, фигур, а также при изучении циклических процессов, вращательных движений, крутильных колебаний и т.д.

Порядок алгебраической кривой $P(x, y) = 0$ — наивысшая степень многочлена $P(x, y)$.

Порядок бесконечно малой (величины) α **относительно бесконечно малой** β — такое число n, что существует конечный, отличный от нуля $\lim \frac{\alpha}{\beta^n}$. Говорят, что α бесконечно малая высшего порядка, чем β, если $\lim \frac{\alpha}{\beta} = 0$, и низшего порядка, чем β, если $\lim \frac{\alpha}{\beta} = \infty$. Аналогично определяют порядок бесконечно больших величин.

<u>Порядок величины</u> — если при некотором исследовании отбрасываются все степени некоторой малой величины, начиная с $(n+1)$-й, то говорят, что исследование или вычисление ведётся с точностью до величины n-го порядка.

<u>Порядок величины численного значения</u> — при измерениях говорят, например, о величине порядка 10^n, подразумевая при этом, что она заключена между $0{,}5 \cdot 10^n$ и $5 \cdot 10^n$.

<u>Порядок дифференциального уравнения</u> — наивысший из порядков производных, входящих в уравнение.

<u>Порядок квадратной матрицы, определителя</u> — число её (его) строк или столбцов.

<u>Порядок приближения, аппроксимации</u> — порядок погрешности приближения переменной величины относительно другой переменной, поведение которой считается известным.

<u>Порядок производной</u> — число дифференцировании, которые надо произвести над функцией, чтобы получить эту производную.

<u>Последовательность</u> — функция, определённая на множестве натуральных чисел N. Множество значений функции может состоять из элементов любой природы (числа, функции, векторы и т.д.), занумерованных натуральными числами 1, 2, 3, ..., n, ... Последовательность записывается в виде $\{x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots\}$ или кратко $\{x_n\}$, элементы x_i называют членами последовательности.

Посторонний корень или постороннее решение — корень (решение) одного из промежуточных уравнений, получающихся в процессе решения данного уравнения, который не является решением данного уравнения. Появление такого корня обусловлено тем, что при решении не всегда удаётся, упрощая исходное уравнение, совершать переходы только к равносильным уравнениям.

Постоянная, константа.

Постулат, аксиома.

Потенциал, потенциальная функция — понятие, характеризующее широкий класс физических силовых полей (гравитационное, электрическое и т.д.) и вообще поля физических величин, представляемых векторами. В общем случае потенциал векторного поля $\vec{a}(x, y, z)$ — скалярная функция $U(x,y,z)$ такая, что $\vec{a} = gradU$,т.е. $a_x = \dfrac{\partial U}{\partial x}$, $a_y = \dfrac{\partial U}{\partial y}$, $a_z = \dfrac{\partial U}{\partial z}$. Если такую функцию можно ввести, то векторное поле $\vec{a}$ называется потенциальным.

Потенциирование — нахождение числа по данному его логарифму.

Поток векторного поля $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$ через поверхность S в сторону, определяемую единичным вектором нормали $\vec{n}(\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$ к поверхности S, выражается поверхностным интегралом II рода

$$\Pi = \iint_S (\vec{a} \cdot \vec{n})dS = \iint_S \left(a_x \cos\alpha + a_y \cos\beta + a_z \cos\gamma\right)dS = \iint_S a_x dydz + a_y dxdz + a_z dxdy$$

Правая система координат — система, базисные векторы которой являются правоориентированными (см. **Ориентация векторов**).

<u>Правило Крамера</u> — правило решения систем линейных уравнений по **формулам Крамера**.

<u>Правило Лопиталя</u> — правило раскрытия неопределённостей $\left\{\frac{0}{0}\right\}$ и $\left\{\frac{\infty}{\infty}\right\}$ с использованием формулы $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$.

<u>Правило многоугольника сложения векторов, правило замыкающей</u>: если вектор $\vec{a}_2$ приложить к концу вектора $\vec{a}_1$, вектор $\vec{a}_3$ — к концу вектора $\vec{a}_2$,..., вектор $\vec{a}_n$ — к концу вектора $\vec{a}_{n-1}$, то сумма $\vec{a}_1+\vec{a}_2+\ldots+\vec{a}_n$ будет представлять собой вектор, идущий из начала вектора $\vec{a}_1$ в конец вектора $\vec{a}_n$.

<u>Правило параллелепипеда сложения трёх векторов</u>: если векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ приложены к общему началу и на них построен параллелепипед, то сумма этих векторов $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ представляет собой диагональ указанного параллелепипеда, идущую из общего начала векторов.

<u>Правило параллелограмма сложения двух векторов</u>: если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ приложены к общему началу и на них построен параллелограмм, то сумма $\vec{a}+\vec{b}$ этих векторов представляет собой диагональ указанного параллелограмма, идущую из общего начала векторов.

<u>Правило Саррюса</u>, треугольников вычисления определителей третьего порядка: со знаком + берутся произведения элементов, расположенных на главной диагонали и в вершинах треугольников, вытянутых вдоль второй диагонали; со знаком - берутся произведения элементов второй диагонали и элементов, расположенных в вершинах треугольников, вытянутых вдоль главной диагонали.

<u>Правило треугольника сложения двух векторов</u>: суммой $\vec{a}+\vec{b}$ векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ является вектор, идущий из начала вектора $\vec{a}$

в конец вектора $\vec{b}$ при условии, что вектор $\vec{b}$ приложен к концу вектора $\vec{a}$.

Правило трёх сигм — если случайная величина распределена нормально, то абсолютная величина её отклонения от математического ожидания не превосходит утроенного среднего квадратического отклонения, что соответствует вероятности, равной 0,9973. Значит вероятность того, что абсолютная величина отклонения превышает утроенное среднее квадратическое отклонение, очень мала, а именно равна 0,0027, т.е. так может произойти лишь в 0,27% случаев.

Правило цепочки дифференцирования сложной функции: если $y=f(u)$ и $u=\varphi(x)$, то $\dfrac{dy}{dx}=y'_x=\dfrac{dy}{du}\dfrac{du}{dx}=f'(u)\varphi'(x)$.

Правильная дробь — см. **Дробь** арифметическая.

Правильная пирамида — пирамида, в основании которой лежит правильный многоугольник, а высота проходит через центр основания.

Правильная призма — призма, основанием которой служит правильный многоугольник, а плоскости боковых граней перпендикулярны к плоскости основания.

Правильная рациональная функция (дробь) — функция $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$, у которой степень многочлена $P(x)$ меньше степени многочлена $Q(x)$.

Правильный многогранник — многогранник, все грани которого есть одинаковые правильные многоугольники и все многогранные углы при вершинах равны между собой.

Правильный многоугольник — многоугольник с равными сторонами и углами.

Правоориентированные векторы — см. **Ориентация векторов**.

Предел — одно из основных понятий математики, означающее, что некоторая переменная в процессе её изменения неограниченно приближается к какому-то постоянному значению. Через предел определяются такие понятия математического анализа, как непрерывность, производная, интеграл.

Предел последовательности чисел — число a называется пределом последовательности $\{x_n\}$, если для любого $\varepsilon > 0$ найдётся (зависящее от него) натуральное число N такое, что при всех $n>N$ выполняется неравенство $|x_n - a| < \varepsilon$. При этом пишут $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ или $x_n \to a$ и говорят, что последовательность стремится (сходится) к числу a. Числовая последовательность, имеющая предел, называется сходящейся. Последовательность, не имеющая предела, называется расходящейся. Примеры сходящихся последовательностей:

$$a > 0,\ x_n = \sqrt[n]{a} \to 1;\ x_n = \sqrt[n]{n} \to 1;\ |q| < 1,\ x_n = q^n \to 0;$$

$$|q| < 1,\ x_n = nq^n \to 0;\ x_n = \frac{1}{\sqrt[n]{n!}} = 0;\ x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \to e;$$

$$x_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n \to \frac{1}{e};\ x_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \ldots + \frac{1}{n!} \to e;$$

$$a > 1,\ x_n = \frac{\log_a n}{n} \to 0.$$

Предел функции $y=f(x)$ при $x \to x_0$ (или в точке $x = x_0$) существует и равен b, если для всякого $\varepsilon > 0$ существует такое $\delta > 0$, что при $x \neq x_0$ и $|x - x_0| < \delta$ выполняется неравенство $|f(x) - b| < \varepsilon$. Предел функции (как и x_0) может быть либо действительным числом, либо одной из бесконечностей $+\infty$, $-\infty$, ∞. Примеры:

$$\lim_{x\to 0}\sin x = 0,\ \lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)=0,\ \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^x = e^3.$$

Предельная точка множества — точка, в любой окрестности которой содержится, по крайней мере, одна точка данного множества, отличная от неё самой; например, любое действительное число является предельной точкой для множества всех рациональных чисел, а множество натуральных чисел не имеет предельной точки.

Предельные теоремы теории вероятностей — общее название теорем, указывающих условия тех или иных закономерностей в результате действия большого числа случайных факторов.

Преобразование координат — переход от одной системы координат к другой.

Преобразование Лапласа ставит в соответствие функции *f(t)* действительного переменного функцию *F(p)* комплексного переменного $F(p)=\int_0^{+\infty} e^{-pt} f(t)dt$. Функцию F называют изображением функции *f*, а *f* — оригиналом для F. Краткая запись (дизъюнктивно): $f(t)\risingdotseq F(p)$, $F(p)=Lf(t)$, $F\fallingdotseq f$. Записанный интеграл называют интегралом Лапласа.

Приближение, аппроксимация.

Приближённая формула — формула $f(x)\approx f^*(x)$, получаемая из формулы вида $f(x)\approx f^*(x)+\varepsilon(x)$, где $\varepsilon(x)$ рассматривается как погрешность и после оценки отбрасывается; например, $(1+x)^2\approx 1+2x$ при $x\to 0$, $tgx\approx\dfrac{1}{\frac{\pi}{2}-x}$ при $x\to\dfrac{\pi}{2}$.

Приведённое квадратное уравнение — квадратное уравнение $x^2 + px + q = 0$, т.е. уравнение в котором коэффициент при x^2 равен 1.

Приводимый многочлен — многочлен, который можно представить в виде произведения многочленов низших степеней.

Призма — многогранник, у которого две грани n-угольники (основания), а остальные n граней (боковых) — параллелограммы.

Признак Даламбера сходимости числового ряда $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$, $a_k > 0$: если существует $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = q$, то при $q < 1$ ряд сходится, при $q > 1$ ряд расходится.

Признак Коши сходимости ряда $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$, $a_k > 0$: если существует $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = q$, то при $q < 1$ ряд сходится, при $q > 1$ ряд расходится.

Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} a_k$, $a_k > 0$: если $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ и $a_n \ge a_{n+1}$, то ряд сходится и остаток его $|r_n| \le a_{n+1}$.

Признак перпендикулярности двух векторов: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$.

Признак сравнения числовых рядов **(основной):** если $0 \le a_k \le b_k$, то из сходимости ряда $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$ следует сходимость ряда $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$, а из расходимости ряда $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ — расходимость ряда $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$.

Приращение аргумента x **при произвольном его значении** — Δx, разность между значениями x_1 и x_2 из окрестности точки x.

Приращение функции $y=f(x)$ в произвольной точке x определяется приращением аргумента Δx и равно разности $\Delta y = f\left(x+\Delta x\right) - f\left(x\right)$.

Присоединённая матрица (взаимная матрица) к квадратной матрице A — матрица, в которой вместо каждого элемента a_{ij} поставлено его алгебраическое дополнение A_{ij}, а затем матрица транспонирована.

Проекция вектора на **ось (прямую)** — проекцией вектора $\vec{a} = \overrightarrow{A_1 A_2}$ на ось l является разность $x_2 - x_1$ между координатами проекций (ортогональных) конца A_2 и начала A_1 вектора на эту ось, пишут $\text{пр}\,_l \vec{a}$. Численно проекция равна $\text{пр}\,_l \vec{a} = |\vec{a}| \cos\varphi$, где φ — угол между вектором и осью.

Произведение — в общем результат умножения.

Произведение матриц — произведением матрицы $A_{m\times p} = \left(a_{ik}\right)$ на матрицу $B_{p\times n} = \left(b_{kj}\right)$ называется матрица $C_{m\times n} = \left(c_{ij}\right)$ такая, что элемент c_{ij} матрицы произведения $C = AB$, стоящий в i-й строке и j-м столбце, равен сумме произведений элементов i-й строки матрицы A

на соответствующие элементы j-го столбца матрицы B. В общем $AB \neq BA$.

<u>Произведение событий</u> — произведением AB двух событий A и B называют их пересечение $A \cap B$. Событие AB происходит тогда и только тогда, когда происходит и A, и B.

<u>Производная</u> — основное понятие дифференциального исчисления, характеризующее скорость изменения функции $y=f(x)$ при изменении аргумента x. Производная есть функция, определяемая для каждого x_0 как предел отношения $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$, если он существует (или $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$). Обозначения производной: $f'(x)$, y', $\dfrac{dy}{dx}$, $\dfrac{df}{dx}$, $Df(x)$. Численно производная равна угловому коэффициенту касательной, проведённой к кривой в данной точке (тангенсу угла наклона касательной к оси Ox). Если существует производная функции $f'(x)$, её называют второй производной и пишут: $f''(x)$, y'', $\dfrac{d^2y}{dx^2}$, $\dfrac{d^2f}{dx^2}$, $D^2f(x)$. Аналогично определяется производная любого (целого) порядка n: $f^{(n)}(x)$, $y^{(n)}$, $\dfrac{d^ny}{dx^n}$, $\dfrac{d^nf}{dx^n}$, $D^nf(x)$.

Производная $f'(x)$ называется первой производной или производной первого порядка, вторая, третья производная и т.д. — производными высших порядков.

Производная векторной функции $\vec{r}(t)=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k}$ есть $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)}{\Delta t}$, обозначается $\vec{r}\,'(t)$ или $\dfrac{d\vec{r}}{dt}$ и равна $\vec{r}\,'(t)=x'(t)\vec{i}+y'(t)\vec{j}+z'(t)\vec{k}$. Производные высших порядков:

$$\vec{r}\,''(t)=\left(\vec{r}\,'(t)\right)',\ldots,\ \vec{r}^{\,(n)}(t)=x^{(n)}(t)\vec{i}+y^{(n)}(t)\vec{j}+z^{(n)}(t)\vec{k}.$$

Производная интеграла по верхнему пределу — по теореме Барроу: производная интеграла от непрерывной функции по переменному верхнему пределу равна значению подынтегральной функции, вычисленному на верхнем пределе, т.е. если $F(x)=\int\limits_a^x f(t)dt$ для $\forall x\in[a,b]$, то $F'(x)=\left(\int\limits_a^x f(t)dt\right)'_x=f(x)$

Производная обратной функции — если $f(x)$ определена и строго монотонна в окрестности точки x и существует отличная от нуля производная $f'(x)$, то обратная функция $f^{-1}(y)$ имеет в точке $y=f(x)$ производную, причём $\left(f^{-1}(y)\right)'=\dfrac{1}{f'(x)}$. Например, если $y=\sin x$ и $x=\arcsin y$, то $y'=\cos x$ и $x'=(\arcsin y)'=\dfrac{1}{\cos x}=\dfrac{1}{\sqrt{1-\sin^2 x}}=\dfrac{1}{\sqrt{1-y^2}}$.

Производная по направлению — производная скалярного поля $u(x,y,z)$ по направлению l, заданному вектором $\vec{a}$, определяется как $\dfrac{\partial u}{\partial l}=\dfrac{\partial u}{\partial x}\cos\alpha+\dfrac{\partial u}{\partial y}\cos\beta+\dfrac{\partial u}{\partial z}\cos\gamma$, где $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ — направляющие косинусы вектора $\vec{a}$. Точка, в которой производная скалярного поля в любом направлении равна нулю, называется стационарной точкой поля.

Производная слева, справа — см. **Односторонние производные**.

Производная сложной функции $y(x)=f\{u[v(x)]\}$ находится по правилу цепочки: $y'_x = f'_u \cdot u'_v \cdot v'_x$.

Производная суммы (разности), произведения, частного функций *u(x)* и *v(x)*: $(u \pm v)' = u' \pm v'$, $(uv)' = u'v + uv'$, $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

Производная пропорция — пропорция, являющаяся следствием данной (исходной) пропорции:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c},\ \frac{a \pm b}{b}=\frac{c \pm d}{d} \text{ и т.д.}$$

Производящая функция последовательности $u_1, u_2, \ldots, u_n$ — функция переменного t $u(t)=\sum_{n=0}^{\infty} u_n t^n$, если ряд сходится в некотором интервале $|t| < t_0$; определяется для числовых и функциональных последовательностей. Например, если $u_n = aq^n$ — геометрическая прогрессия, то её производящая функция $u(t)=\sum_{n=0}^{\infty} a(tq)^n = \frac{a}{1-qt}$. В случае функциональной последовательности производящая функция зависит ещё и от аргументов функций u_n.

Промежуток — см. **Числовые промежутки**.

Промежуточный интеграл дифференциального уравнения — см. **Интеграл дифференциального уравнения**.

Промилле, промилль — тысячная доля целого (принимаемого за единицу), обозначение: $^0/_{00}$; $1^0/_{00} = 0{,}1\%$.

Прообраз элемента $b \in B$ **при отображении** φ **множества** A **в множество** B — всякий элемент $a \in A$ такой, что элемент b является образом элемента a, т.е. $\varphi(a) = b$.

Пропорциональное деление — деление величины A на части $a_1, a_2, \ldots, a_n$, пропорциональные заданным числам $p_1, p_2, \ldots, p_n$:
$a_1 = \dfrac{p_1 A}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n}$, $a_2 = \dfrac{p_2 A}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n}$, ...

Пропорциональность — простейший вид функциональной зависимости: $y=kx$ (прямая пропорциональность, k — коэффициент пропорциональности), $y = \dfrac{k}{x}$ (y и x — обратно пропорциональные величины).

Пропорция — равенство между двумя отношениями четырёх величин: $a:b=c:d$ или $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$; a, b, c, d — члены пропорции (a, d — крайние, b, c — средние).

Простая дуга, простая кривая, простая линия — множество точек плоскости или пространства, находящихся во взаимно однозначном и взаимно непрерывном соответствии с отрезком прямой. Точки, соответствующие конечным точкам отрезка, называются конечными точками дуги. Две дуги называются примыкающими, если одна пара концов этих дуг или обе пары этих концов совпадают между собой.

Простая замкнутая кривая — кривая на плоскости, заданная непрерывными функциями $x=\varphi(t)$, $y=\psi(t)$ аргумента $t\in[a,b]$ такая, что точки, соответствующие $t=a$ и $t=b$, совпадают, а все остальные между собой различны и отличны от точки $M[\varphi(a),\psi(a)]$. Всякая замкнутая кривая делит плоскость на две области, одна из которых является внутренней по отношению к этой кривой, а другая внешней.

Простая поверхность — см. **Поверхность**.

Простейшие рациональные функции — одночлен Ax^m $(m\in Z_0)$ и дроби вида $\dfrac{A}{(x-a)^k}$, $\dfrac{Mx+N}{\left(x^2+px+q\right)^l}$, $\left(k,l\in N,\ p^2-4q<0\right)$.

Простое отношение трёх точек M_1, M, M_2 прямой на плоскости — число λ такое, что $\overrightarrow{M_1M}=\lambda\overrightarrow{MM_2}$; говорят, что точка M делит отрезок M_1M_2 в отношении λ. Координаты точки M: $x=\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}$, $y=\dfrac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}$.

Простое число — целое положительное число, большее единицы, которое делится только на себя и единицу (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17,...).

Простой корень многочлена — см. **Корень** многочлена.

Простой процент — см. **Процент**.

Пространственная кривая (линия) — кривая, не являющаяся плоской. В декартовых координатах может быть задана в одной из форм: $F(x,y,z)=0$, $\psi(x,y,z)=0$ (пересечение двух поверхностей); $x=\varphi(t)$, $y=\psi(t)$, $z=\theta(t)$ (параметрическая форма).

Пространство — логически мыслимая форма (или структура), служащая средой, в которой осуществляются другие формы и те или иные конструкции. Например, в элементарной геометрии плоскость и обычное трёхмерное пространство служат средой, где строятся разнообразные фигуры. В современной математике более обобщённо пространство определяют как множество объектов различного происхождения, которые называют его точками (ими могут быть геометрические фигуры, функции, векторы, состояния физической системы и т.д.).

Пространство элементарных событий — множество всех взаимно исключающих исходов случайного эксперимента. Элементы этого множества называют элементарными событиями. Пространство называют дискретным, если число его элементов (элементарных событий) конечно или счётно.

Противоположные величины — две величины A и B называются противоположными, если $A+B=0$. В роли A и B могут выступать векторы, матрицы, числа и т.д.

Противоположные векторы коллинеарны, имеют одинаковую длину (модуль), противоположно направлены, в сумме дают нулевой вектор.

Противоположные направления — см. **Направление**.

Противоположные события — события A и $\overline{A}$ называются противоположными, если они образуют полную группу событий и в единичном опыте появление одного из них исключает появление другого.

Противоречивая система уравнений, несовместная система уравнений.

Процент — сотая доля целого (принимаемого за единицу), обозначение: %. Если с величины a (например, сумма a положена в банк) нарастает за год (или другой промежуток времени) $P\%$, то через t лет a превратится в $x = a\left(1+\frac{pt}{100}\right)$ — формула простых процентов. Название простых приписано в силу того, что по истечении каждого года доход за этот год изымается и за последующий год доход исчисляется с первоначальной величины. Если доход причисляется к первоначальной величине и доход за новый год исчисляется с нарощенной суммы, то говорят о сложных процентах: $x = a\left(1+\frac{p}{100}\right)^t$.

<u>Прямая линия, прямая</u> — линия, вдоль которой расстояние между двумя точками является кратчайшим; алгебраическая линия (кривая) первого порядка, т.е. задаётся уравнением первой степени.

<u>Прямая призма</u> — призма, плоскости боковых граней которой перпендикулярны к плоскости основания.

<u>Прямая теорема</u> — см. **Теорема**.

<u>Прямо пропорциональные величины</u> — см. **Пропорциональность**.

<u>Прямой круговой конус</u> — см. **Конус**.

<u>Прямой параллелепипед</u> — параллелепипед, боковые грани которого — прямоугольники.

<u>Прямоугольное распределение</u> — распределение вероятностей случайной величины X, заданное плотностью распределения

$$f(x,a,b) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a,b] \\ 0, & x \notin [a,b] \end{cases}.$$

<u>Прямоугольные координаты</u> — координаты точки на плоскости или в пространстве в декартовой системе координат, базисом которой являются попарно перпендикулярные (единичные) векторы.

Прямоугольный параллелепипед — прямой параллелепипед, основанием которого служит прямоугольник, т.е. все 6 граней — прямоугольники.

Прямоугольный треугольник — треугольник, у которого один внутренний угол прямой.

Псевдовектор, аксиальный вектор.

Псевдоскаляр — величина, не изменяющаяся при переносе и повороте координатных осей, но изменяющаяся при замене направлений каждой оси на противоположное. Примером может служить смешанное произведение трёх векторов.

Псевдоскалярное произведение двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равно произведению их модулей на синус угла положительного вращения от $\vec{a}$ к $\vec{b}$ (против часовой стрелки): $\vec{a} \vee \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin\varphi$. Если в ортонормированном базисе векторы имеют координаты $\{a_1, a_2\}$ и $\{b_1, b_2\}$, то $\vec{a} \vee \vec{b} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1$.

Псевдоспираль — см. **Спираль**.

Пуассоновский поток (процесс) — случайный процесс, описывающий моменты наступления каких-либо случайных событий, в котором число событий, происходящих в течение любого фиксированного интервала времени, имеет распределение Пуассона, и числа событий, происходящих в непересекающиеся промежутки времени, независимы.

Пустое множество — множество, не содержащее ни одного элемента; обозначение: $\varnothing$.

Пучок плоскостей — множество всех плоскостей, проходящих через некоторую прямую, называемую осью пучка. Используя общее уравнение плоскости, ось можно задать в виде пересечения двух плоскостей (не параллельных):

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \quad (F_1 = 0)$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \quad (F_2 = 0)$$

и тогда пучок плоскостей можно определить одним уравнением $\lambda_1 F_1 + \lambda_2 F_2 = 0$, где λ_1 и λ_2 одновременно не равны нулю $\left(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 \neq 0\right)$.

<u>**Пучок прямых на плоскости**</u> — совокупность всех прямых плоскости, проходящих через некоторую фиксированную точку этой плоскости, называемую центром пучка. Задачу можно рассматривать как задачу пучка плоскостей, положив $C_1 = C_2 = 0$.

<u>**Пятый постулат**</u> — аксиома параллельности евклидовой геометрии: через точку P вне прямой AB в плоскости, проходящей через P и AB, можно провести лишь одну прямую, не пересекающую AB.

Р

<u>**Равнобедренная трапеция, равнобочная трапеция**</u>.

<u>**Равнобедренный треугольник**</u> — треугольник, у которого две стороны равны. Равные стороны называются боковыми, а третья — основанием.

<u>**Равнобочная гипербола**</u> — гипербола с равными полуосями $(a = b)$: $x^2 - y^2 = a^2$.

<u>**Равнобочная трапеция**</u> — трапеция с равными боковыми сторонами.

<u>**Равновеликие и равносоставленные фигуры**</u> — две фигуры в евклидовой плоскости R^2, имеющие равные площади и соответственно два многоугольника M_1 и M_2 такие, что их можно расчленить на

многоугольники так, что части, составляющие M_1, соответственно конгруэнтны частям, составляющим M_2. В R^3 равновеликость фигур означает равенство объёмов, а равносоставленность многогранников определяется аналогично равносоставленности многоугольников.

Равномерная непрерывность — свойство функции $f(x)$, заданной на множестве E (из C или R^2): для любого $\varepsilon > 0$ существует такое $\delta > 0$, что $\left|f(x_1) - f(x_2)\right| < \varepsilon$ для любой пары чисел x_1 и x_2 из множества E, удовлетворяющей условию $\left|x_1 - x_2\right| < \delta$. Функция, равномерно непрерывная на E, непрерывна на нём; обратное утверждение не всегда верно.

Равномерное распределение, прямоугольное распределение.

Равносильность утверждений (уравнений, формул и т.д.) A и B — понятие, означающее, что при каждом допустимом наборе значений параметров утверждения A и B оба истинны или оба ложны. Например, равносильность уравнений, неравенств и их систем означает совпадение множеств их решений.

Равноугольная спираль, логарифмическая спираль.

Равные векторы — коллинеарные, одинаково направленные векторы, имеющие равные длины (модули).

Равные матрицы — две матрицы одинаковой структуры (одинаковых размеров), все соответствующие элементы которых равны между собой.

Радиан — центральный угол, соответствующий дуге окружности, длина которого равна её радиусу, содержит приблизительно $57°17'44{,}8''$. Углам в $30°, 45°, 60°, 90°, 180°, 270°, 360°$ соответствуют углы, содержащие $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$, π, $\frac{3}{2}\pi$, 2π радиан.

<u>Радикал</u> — математический знак $\sqrt{}$ (изменённое латинское r), которым обозначают действие извлечение корня, а также результат извлечения корня, т.е. выражение вида $\sqrt[n]{a}$.

<u>Радиус окружности (сферы)</u> — отрезок. соединяющий точку окружности (сферы) с центром; радиусом называют также длину этого отрезка.

<u>Радиус-вектор</u> — вектор, идущий из фиксированной точки, называемой полюсом, в некоторую точку пространства. Если полюс совпадает с началом декартовых координат, то проекции радиус-вектора точки M на оси координат совпадают с координатами этой точки.

<u>Радиус кривизны кривой линии</u> — радиус соприкасающейся окружности. Это величина, обратная кривизне. Находится по формуле $R=\dfrac{\left[1+\left(y'(x)\right)^2\right]^{3/2}}{\left|y''(x)\right|}$, а при параметрическом задании кривой — $R=\dfrac{\left[\left(x'_t\right)^2+\left(y'_t\right)^2\right]^{3/2}}{\left|y''_{tt}x'_t-y'_tx''_{tt}\right|}$.

<u>Радиус сходимости степенного ряда</u> $a_0+a_1x+a_2x^2+\ldots+a_nx^n+\ldots$ — число R, половина длины интервала сходимости $(-R,R)$, причём $\dfrac{1}{R}=\lim\limits_{n\to\infty}\left|\dfrac{a_{n+1}}{a_n}\right|$.

<u>Развернутый угол</u> — угол, стороны которого составляют одну прямую; в градусной мере равен $180°$, в радианной равен π .

<u>Развёртка кривой</u> — прямолинейный отрезок, длина которого равна длине этой кривой. Нахождение такого отрезка называется спрямлением кривой. Иногда под развёрткой кривой понимают её эвольвенту.

Развёртка окружности — траектория конца туго натянутой нити, сматываемой с неподвижной круглой плоской катушки; параметрические уравнения:

$$x = R(\cos t + t\sin t),\ y = R(\sin t - t\cos t).$$

Развертывающиеся поверхности — поверхности, которые могут быть наложены (развёрнуты) на плоскость.

Разделенная разность, разностное отношение.

Разложение вектора по базису — представление вектора в виде линейной комбинации базисных векторов.

Разложение многочлена на множители — представление многочлена в виде произведения многочленов низших степеней.

Разложение рациональной функции — любую неправильную рациональную функцию можно представить в виде суммы многочлена и правильной рациональной функции. Правильную рациональную функцию (дробь) можно представить в виде суммы дробей простейшего типа по схеме:

если $Q(x) = (x-a)^k (x-b)^l \left(x^2 + px + q\right)^m$, то

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{A_1}{x-a} + \frac{A_2}{(x-a)^2} + \ldots + \frac{A_k}{(x-a)^k} + \frac{B_1}{x-b} +$$

$$+ \frac{B_2}{(x-b)^2} + \ldots + \frac{B_l}{(x-b)^l} + \frac{M_1 x + N_1}{x^2 + px + q} +$$

$$+ \frac{M_2 x + N_2}{\left(x^2 + px + q\right)^2} + \ldots + \frac{M_m x + N_m}{\left(x^2 + px + q\right)^m},$$

где $k, l, m \in N$ и A_i, B_i, M_i, N_i — действительные числа.

Разложение функции в ряд (биномиальный, Маклорена, Тейлора, Фурье и т.д.) производится с целью вычисления значений или исследования функции с помощью рядов. Для того чтобы функция f на множестве X могла быть разложена в степенной ряд, необходимо, чтобы f имела на множестве X непрерывные производные всех порядков. Если функция f может быть разложена в степенной ряд, то лишь единственным образом.

Разложение функций в ряд Маклорена:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots, \quad -\infty < x < +\infty;$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \ldots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \ldots, \quad -\infty < x < +\infty;$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \ldots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-2}}{(2n-2)!} + \ldots, \quad -\infty < x < +\infty.$$

Размах выборки — разность между наибольшим и наименьшим значениями результатов наблюдений.

Размерность геометрических фигур — число, равное единице, если фигура есть линия; двум, если фигура есть поверхность; трём, если фигура есть тело.

Размерность линейного пространства — пространство V называется n-мерным, если в нём существует n линейно независимых векторов, а любая система $n+1$ векторов линейно зависима. Если пространство состоит только из одного нулевого вектора, то его размерность считается равной нулю. Пространство размерности n обозначают V_n или R^n (для случаев обычного трёхмерного пространства это R^1, R^2, R^3).

Размещение из множества n элементов по m — линейно упорядоченное подмножество, состоящее из m элементов. Два размещения считаются различными, если они различаются либо составом элементов, либо порядком их расположения. Число размещений из n по m

равно $A_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!}$, связано с числом сочетаний C_n^m соотношением $A_n^m = m!\,C_n^m$.

<u>Разностное отношение первого порядка функции $f(x)$ при дискретном изменении аргумента для точек x_0, x_1 отрезка $[a,b]$</u> — отношение $f(x_0, x_1) = \dfrac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$, разностное отношение второго порядка по трём точкам x_0, x_1, x_2 отрезка $[a,b]$ $f(x_0, x_1, x_2) = \dfrac{f(x_1, x_2) - f(x_0, x_1)}{x_2 - x_0}$ и т.д. Разностные отношения обычно рассматривают, когда промежутки $x_{k+1} - x_k$ непостоянны; используются в приближённом дифференцировании и интегрировании, в приближённом решении дифференциальных уравнений и других вопросах.

<u>Разность</u> — см. **Вычитание.**

<u>Разность арифметической прогрессии</u> — см. **Арифметическая прогрессия**.

<u>Разность векторов</u> $\vec{a}$ и $\vec{b}$ — такой вектор $\vec{c}$, что $\vec{c} + \vec{b} = \vec{a}$; обозначение: $\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$. В геометрическом построении разность $\vec{a} - \vec{b}$ приведённых к общему началу векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ представляет собой вектор, идущий из конца вычитаемого вектора $\vec{b}$ в конец уменьшаемого вектора $\vec{a}$. Если векторы представлены в виде разложения

$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$, $\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}$, то

$$\vec{a} - \vec{b} = (a_x - b_x)\vec{i} + (a_y - b_y)\vec{j} + (a_z - b_z)\vec{k}.$$

<u>Разность множеств</u> A и B $(A \setminus B,\ A - B,\ A \div B)$ — множество всех тех элементов множества A, которые не входят в множество B. Разность множеств является пустым множеством, если A является подмножеством множества B.

<u>Разрывная функция</u> — функция, которая хотя бы при одном значении аргумента не является непрерывной. См. **Точки разрыва функции**.

<u>Разряд в арифметике</u> — место, занимаемое цифрой при записи чисел. В десятичной системе (при счёте справа) цифры первого разряда суть единицы, второго — десятки, третьего — сотни и т.д.

<u>Ранг матрицы</u> — наивысший порядок отличного от нуля определителя, построенного из элементов данной матрицы.

<u>Распределение</u> — одно из основных понятий теории вероятностей. Распределение вероятностей случайной величины X, возможные значения x_i которой образуют конечную или бесконечную последовательность, задаётся указанием совокупности этих значений и соответствующих им вероятностей $p_i\left(P\{X = x_i\}\right)$. Распространяя это понятие на непрерывные случайные величины, при изучении законов распределения последних обычно используют плотность вероятности $f(x)$ и интегральную функцию $F(x)$ распределения.

<u>Распределение Бернулли, биномиальное распределение</u>.

<u>Распределение Пуассона</u> является предельным для биномиального. Случайная величина X имеет пуассоновское распределение, если она принимает только целые неотрицательные значения

$$P(X = m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda},\ \lambda > 0,\ m = 0,1,2,\ldots.$$

<u>Распределительный закон, дистрибутивный закон</u> — см. **Дистрибутивность**.

Расстояние — геометрическое понятие, содержание которого зависит от того, для каких объектов оно определяется: расстояние между двумя точками — длина соединяющего их отрезка прямой; расстояние от точки до прямой (или плоскости) — длина отрезка перпендикуляра, опущенного из точки на прямую (плоскость); расстояние между точками на сфере измеряется длиной дуги окружности большого круга, проходящего через эти точки (из двух дуг выбирается меньшая) и т.д.

Расстояние между двумя точками M_1 и M_2, **заданными координатами**: на координатной прямой

$d = |M_1 M_2| = |x_2 - x_1|$, где $M_1(x_1),\ M_2(x_2)$; на плоскости

$d = |M_1 M_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$, где

$M_1(x_1, y_1),\ M_2(x_2, y_2)$; в пространстве

$d = |M_1 M_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$, где

$M_1(x_1, y_1, z_1),\ M_2(x_2, y_2, z_2)$. Все три случая можно обобщить, задавая точки их радиус-векторами $M_1(\vec{r}_1)$ и $M_2(\vec{r}_2)$:

$d = |M_1 M_2| = \sqrt{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)^2} = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$.

Расстояние от точки $M(x_0, y_0, z_0)$ **до плоскости**, заданной общим уравнением $Ax + By + Cz + D = 0$:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Расстояние от точки $M(x_0, y_0)$ **до прямой**, заданной общим уравнением $Ax + By + C = 0$: $d = \dfrac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.

Растяжение — см. **Сжатие**.

Расходимость векторного поля, **дивергенция**.

Расходящаяся последовательность — см. **Предел последовательности**.

Расходящийся ряд — см. **Ряд**.

Расширенная матрица системы линейных уравнений получается из основной матрицы (матрицы системы) путём добавления столбца из свободных членов.

Рациональная функция (одного переменного x) — отношение двух многочленов: $f(x) = \dfrac{P_n(x)}{Q_m(x)} = \dfrac{a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n}{b_0 x^m + b_1 x^{m-1} + \ldots + b_{m-1}x + b_m}$, называется также дробно-рациональной функцией.

Рациональное выражение — алгебраическое выражение, не содержащее радикалов относительно переменных .

Рациональные числа — см. **Действительное число**.

Ребро многогранника — сторона его грани.

Регрессия — зависимость среднего значения какой-либо величины от некоторой другой величины или от нескольких величин. В отличие от функциональной зависимости при регрессионной связи одному и тому же значению x могут соответствовать различные значения y. Если при каждом значении $x = x_i$ наблюдается n_i значений $y_{i1}, y_{i2}, \ldots, y_{in_i}$ величины y, то зависимость средних арифметических $\overline{y}_i = \dfrac{y_{i1} + y_{i2} + \ldots + y_{in_i}}{n_i}$ от x_i и является регрессией в статистическом понимании. Регрессия величины Y по величине X определяется условным математическим ожиданием Y, вычисленным при условии, что $X = x$: $E(Y/x) = y(x)$. Уравнение $y = y(x)$ является уравнением регрессии, а соответствующий график — линией или кривой регрессии Y по X. Наиболее простой является линейная регрессия $E(Y/x) = \beta_0 + \beta_1 x$; коэффициенты регрессии определяются как $\beta_0 = m_y - \rho\,\dfrac{\sigma_y}{\sigma_x} m_x$, $\beta_1 = \rho\,\dfrac{\sigma_y}{\sigma_x}$, где m_x и m_y — математические ожидания, σ_x и σ_y — среднеквадратические отклонения, а ρ — коэффициент корреляции между X и Y. В этом случае уравнение регрессии записывается в виде $y = m_y + \rho\,\dfrac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - m_x)$. Когда совместное распределение X и Y нормально, обе линии регрессии ($y = y(x)$ и $x = x(y)$) являются прямыми.

Регулярная точка разрыва функции $f(x)$ — точка x_0 такая, что выполняется равенство $f(x_0) = \dfrac{1}{2}\bigl(f(x_0 + 0) + f(x_0 - 0)\bigr)$, где $f(x_0 + 0)$ и $f(x_0 - 0)$ — пределы функции соответственно справа и слева.

Рекуррентная последовательность — последовательность $a_0, a_1, a_2, \ldots$, удовлетворяющая соотношению вида $a_{n+p} + c_1 a_{n+p-1} + \ldots + c_p a_n = 0$, где c_i — постоянные. Являясь линейным рекуррентным соотношением, оно позволяет вычислить один за другим члены последовательности по известным первым p членам.

Рекуррентная формула, рекуррентное соотношение — соотношение вида $a_{n+p} = F\left(n, a_n, a_{n+1}, \ldots, a_{n+p-1}\right)$, позволяющее вычислить любой член последовательности, если заданы её первые p членов; примерами могут служить прогрессии арифметическая $\left(a_{n+1} = a_n + d\right)$ и геометрическая $\left(a_{n+1} = qa_n, q \neq 0\right)$.

Римские цифры — традиционное название знаковой системы, возникшей до н.э. и использовавшейся в Древнем Риме:

I	V	X	L	D	M
1	5	10	50	100	1000

При составлении чисел если большая цифра стоит перед меньшей, то они складываются, если же меньшая перед большей, то меньшая вычитается из большей (III=1+1+1=3, IV=5-1=4, VI=5+1=6, XXIX=10+10+10-1=29, XL=50-10=40 и т.д.) Римские цифры используются практически лишь в качестве порядковых номеров.

Ромб — плоский четырёхугольник с равными сторонами; частный случай параллелограмма с характерными особенностями: две смежные стороны равны, диагонали взаимно перпендикулярны, диагонали делят углы пополам.

Ротор векторного поля $\vec{a}$ — оператор, который дифференцируемому векторному полю ставит в соответствие некоторое другое векторное поле (обозначение: $rot\vec{a}$ или $curl\vec{a}$); связан с оператором Гамильтона ∇: $rot\vec{a} = \nabla \times \vec{a}$.

Ряд — выражение вида $u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} u_n$; в качестве членов ряда u_n могут выступать числа, функции. Сумму n первых членов называют n-й частичной (частной) суммой ряда и обозначают s_n. Если существует конечный предел последовательности $\{s_n\}$, то ряд сходится, а указанный предел называется суммой ряда $\left(\lim\limits_{n\to\infty} s_n = S\right)$; в противном случае ряд называется расходящимся.

Ряд Лейбница — знакочередующийся ряд $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots$, сходящийся к $\frac{\pi}{4}\left(S=\frac{\pi}{4}\right)$.

Ряд Маклорена для функции $f(x)$ — степенной ряд вида:

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n=f(0)+\frac{f'(0)}{1!}x+\frac{f''(0)}{2!}x^2+\ldots+\frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n+\ldots$$

Это ряд Тейлора для случая $x_0=0$.

Ряд Тейлора для функции $f(x)$ — степенной ряд вида:

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n=f(x_0)+\frac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0)+\frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2+$$

$$\ldots+\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n+\ldots$$

Ряд Фурье — тригонометрический ряд

$\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cos\frac{\pi nx}{T}+b_n\sin\frac{\pi nx}{T}\right)$, коэффициенты которого находятся по формулам Эйлера-Фурье:

$$a_n=\frac{1}{T}\int_{-T}^{T}f(x)\cos\frac{\pi nx}{T}dx,\ n=0,1,2,\ldots;$$

$$b_n=\frac{1}{T}\int_{-T}^{T}f(x)\sin\frac{\pi nx}{T}dx,\ n=1,2,3,\ldots;$$

$2T$ — период (промежуток) разложения.

С

Свободные члены системы уравнений — члены, не содержащие искомые переменные.

Свободный вектор — вектор, значение которого не меняется при параллельном его переносе. Если нет условностей, именно такие векторы чаще подлежат рассмотрению и называются просто векторами.

Связанный вектор — вектор, начало которого фиксировано (например, радиус-вектор точки).

Связка плоскостей — множество всех плоскостей, проходящих через некоторую точку, называемую центром связки. Если центр есть $S(x_0, y_0, z_0)$, то любая плоскость Q_i связки может быть задана уравнением $A_i(x - x_0) + B_i(y - y_0) + C_i(z - z_0) = 0$, где A_i, B_i, C_i — числа, не равные одновременно нулю.

Связка прямых в пространстве — множество всех прямых, проходящих через центр — точку $S(x_0, y_0, z_0)$; произвольная прямая L_i может быть задана каноническими уравнениями $\frac{x - x_0}{l_i} = \frac{y - y_0}{m_i} = \frac{z - z_0}{n_i}$, где l_i, m_i, n_i — проекции вектора, параллельного этой прямой.

Связная область — область, любые две точки которой могут быть соединены непрерывной линией, лежащей в этой области. На числовой прямой связная область — числовой промежуток.

Сдвиг аргумента функции — замена функции $f(x)$ функцией $f(x \pm \alpha)$, где α — постоянная.

Сегмент — см. **Числовые промежутки**.

Сегмент в пространстве — см. **Шаровой сегмент**.

Секанс — одна из тригонометрических функций $\left(\sec x = \dfrac{1}{\cos x}\right)$.

Секанс острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение гипотенузы к катету, прилежащему к этому углу.

Сектор на плоскости — плоская фигура, ограниченная двумя полупрямыми, исходящими из внутренней точки фигуры, и дугой контура фигуры (например, сектор круга или круговой сектор — фигура, ограниченная двумя радиусами и дугой, на которую они опираются).

Секунда — единица измерения плоских углов, равная $\dfrac{1}{60}$ минуты; обозначается знаком ″.

Секущая кривой — всякая прямая, имеющая с кривой по меньшей мере две общие точки.

Секущая плоскость многогранника — плоскость, имеющая по крайней мере две точки, принадлежащие рёбрам различных граней многогранника.

Семейство линий — множество линий, непрерывно зависящих от одного или нескольких параметров. Семейство линий на плоскости можно задать уравнениями вида $F\left(x, y, c_1, c_2, \ldots, c_n\right) = 0$, где c_i — параметры. При конкретных значениях параметров уравнение определяет одну линию. Семейство линий может быть определено и на поверхности.

Сжатие — преобразование плоскости, при котором все точки некоторой прямой l остаются на месте, а все точки, расположенные на расстоянии a до этой прямой, переходят в точки на расстоянии ka (k — коэффициент сжатия). При $k > 1$ сжатие называется растяжением. Аналитически, когда l — ось Ox, сжатие можно задать формулами: $x' = x,\ y' = ky$. Аналогично определяется сжатие в пространстве.

Сигнум — функция действительного аргумента:

$$signx = \begin{cases} 1, \textit{если}\ \ x > 0, \\ 0, \textit{если}\ x = 0, \\ -1, \textit{если}\ x < 0, \end{cases}$$

обозначается также $\operatorname{sgn} x$.

Символ Кронекера:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ при } i = j, \\ 0 \text{ при } i \neq j, \end{cases}$$

обозначают также δ_i^j или δ^{ij}.

Символика математической логики — основными символами математической логики служат символы:

— импликации: $\Rightarrow$ ($P \Rightarrow Q$ означает, что из истинности P следует истинность Q);

— обратной импликации: $\Leftarrow$ ($P \Leftarrow Q$ равносильно $Q \Rightarrow P$);

— равносильности: $\Leftrightarrow$ ($P \Leftrightarrow Q$ означает, что из истинности P следует истинность Q и наоборот);

— отрицания: $\bar{\ }$ или $\rceil$ ($\overline{P}$ или $\rceil P$ означает отрицание P). Кроме того, используются символы дизъюнкции $\vee$ ($P \vee Q$ означает, что верно хотя бы одно из высказываний P и Q), конъюнкции $\wedge$ ($P \wedge Q$ означает, что одновременно верны P и Q). Для неопределённых выражений (выражений вида $P(x)$, истинность которых зависит от конкретного значения переменной x из данного множества X) используют:

— квантор общности $\forall$ ($(\forall x)P(x)$ означает, что для любого $x \in X$ высказывание $P(x)$ истинно);

— квантор существования $\exists$ ($(\exists x)P(x)$ означает, что существует $x \in X$, для которого $P(x)$ истинно).

Симметрическая матрица — квадратная матрица $\left(a_{ij}\right)$, в которой любые два элемента, расположенные симметрично относительно главной диагонали, равны $\left(a_{ij} = a_{ji}\right)$; совпадает со своей транспонированной матрицей.

Симметрическая функция — функция, не изменяющаяся при любых перестановках переменных (например, $\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$ или $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 7x_1x_2x_3$).

К симметрическим функциям относятся симметрические многочлены. Отношение двух симметрических многочленов является рациональной симметрической функцией.

Симметрический многочлен — многочлен, являющийся симметрической функцией от своих переменных, т.е. инвариантом при любых перестановках переменных.

Симметрия как зеркальное отражение относительно плоскости α в пространстве (относительно прямой l на плоскости) — преобразование пространства (плоскости), при котором каждая точка M переходит в точку M' такую, что отрезок MM' перпендикулярен плоскости α (прямой l) и делится ею пополам. Плоскость α (прямая l)называется плоскостью (осью) симметрии.

Симметрия относительно точки O — преобразование плоскости, при котором каждая точка M переходит в точку M' такую, что отрезок MM' проходит через точку O и делится ею пополам. Обобщённо, если фигура на плоскости такова, что повороты относительно точки O на угол $360°/n$ при n целом переводят её в себя, то точка O называется центром симметрии n- го порядка. Например, окружность обладает симметрией бесконечного порядка (совмещается с собой поворотом на любой угол).

Симплекс — простейший выпуклый многогранник некоторого числа измерений n. При $n=3$ это произвольный, в том числе неправильный, тетраэдр. Под двумерным симплексом понимают произвольный треугольник, а под одномерным — отрезок. Нульмерный симплекс есть точка.

Сингулярная матрица, вырожденная матрица.

Синус — одна из тригонометрических функций ($\sin x$).

Синус острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение катета, лежащего против этого угла, к гипотенузе.

Синус гиперболический — см. **Гиперболические функции**.

Синусов теорема — теорема тригонометрии, устанавливающая соотношения между сторонами a, b, c произвольного треугольника и противолежащими углами α, β, γ: $\dfrac{a}{\sin\alpha}=\dfrac{b}{\sin\beta}=\dfrac{c}{\sin\gamma}$.

Синусоида — график функции $y=\sin x$.

Система координат — совокупность условий, определяющих положение точки на прямой, на плоскости, в пространстве.

Система уравнений — конечное совокупное множество уравнений, для которых требуется найти значения неизвестных, удовлетворяющих каждому уравнению, входящему в систему.

Скаляр, скалярная величина — величина, которая полностью задаётся её численным значением (например, длина, масса, температура и т.д.).

Скалярная матрица — см. **Диагональная матрица**.

Скалярное поле — функция точки некоторого пространства (например, для трёхмерного пространства $u(x, y, z)$), значениями которой являются действительные числа (например, поле температуры, поле плотности для некоторого тела).

Скалярное произведение двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ — скаляр, равный $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\varphi$, где $\varphi = \left(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}\right)$, $\varphi \le \pi$; другие обозначения: $\left(\vec{a}\vec{b}\right)$, $\vec{a}\vec{b}$. В частности, $\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{a}^2 = a^2$ — скалярный квадрат. Если векторы заданы их проекциями $\vec{a}\left(a_x, a_y, a_z\right)$, $\vec{b}\left(b_x, \vec{b}_y, b_z\right)$, то $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$.

Скользящий вектор — вектор, значение которого не меняется лишь при перемещении его вдоль некоторой прямой. Для таких векторов обычно указывается прямая их расположения (например, вектор угловой скорости при вращательном движении всегда расположен на оси вращения).

Скрещивающиеся прямые — прямые в пространстве, не лежащие в одной плоскости.

Сложение — арифметическое действие. Результатом сложения чисел a и b является число, называемое суммой чисел a и b (слагаемых) и обозначаемое $a+b$. При сложении выполняются переместительный закон: $a+b=b+a$ и сочетательный закон: $(a+b)+c=a+(b+c)$. Действие сложения распространяют на векторы, матрицы, многочлены и т.д.

Сложная функция — функция от функции. Если $y = f(u)$ и $u = \varphi(x)$, то $y = f[\varphi(x)]$ является сложной функцией от x. Говорят, что y является сложной функцией независимого аргумента x, а

u — промежуточным аргументом этой функции. Аналогично если $y = f(u),\ u = \varphi(v),\ v = \psi(x)$, то $y = f\{\varphi[\psi(x)]\}$ и т.д.

Сложный процент — см. **Процент**.

Случайная величина — некоторая переменная величина, принимающая в зависимости от случая (в разных независимых опытах) те или иные значения с определёнными вероятностями.

Случайное событие — событие, которое при осуществлении совокупности условий может либо произойти, либо не произойти (например, событие A — появление грани с 5 точками при бросании правильной шестигранной игральной кости).

Случайный процесс — временной процесс изменения состояния какой-либо системы, происходящий в соответствии с вероятностными закономерностями. Характеристики процесса в любой момент времени являются случайными величинами с определённым распределением вероятности.

Случайный элемент — обобщение понятия случайной величины, когда исходы опыта могут быть описаны не только числом или совокупностью чисел, но и представляют собой кривые, ряды, функции и т.п.

Случайный эксперимент — наблюдение или опыт, исход которого не вполне однозначно определяется его условиями.

Смежные углы — углы, в которых одна сторона общая, а другие стороны лежат на одной прямой; совокупность смежных углов представляет собой развёрнутый угол.

Смешанное произведение трёх векторов $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$ — скалярное произведение вектора $\vec{a}$ на векторное произведение векторов $\vec{b}$ и $\vec{c}$: $\vec{a} \cdot \left(\vec{b} \times \vec{c}\right)$; другие обозначения: $\left(\vec{a}, \left[\vec{b},\ \vec{c}\right]\right)$, $\vec{a} \cdot \left[\vec{b},\ \vec{c}\right]$, $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$. Смешанное произведение — скалярная величина, численно равная объёму параллелепипеда, построенного на векторах — сомножителях. Если векторы заданы их проекциями

$\vec{a}\left(a_x, a_y, a_z\right)$, $\vec{b}\left(b_x, b_y, b_z\right)$, $\vec{c}\left(c_x, c_y, c_z\right)$, то их произведение можно представить в виде определителя:

$$\vec{a}\vec{b}\vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}.$$

В смешанном произведении можно менять местами знаки скалярного $(\cdot)$ и векторного $(\times)$ произведений, в силу чего и применяется запись вида $\overline{abc}$.

<u>Смешанное число</u> — число, имеющее целую и дробную части $\left(7\frac{3}{19}, -9\frac{1}{6}\right)$.

<u>Смешанные частные производные</u> — см. **Частные производные**.

<u>Собственное движение</u> — см. **Движение**.

<u>Собственное значение</u> (собственное число, характеристическое число, характеристический корень) линейного оператора f линейного пространства V — число λ, для которого существует ненулевой вектор $\bar{x}$ этого пространства такой, что $f\left(\bar{x}\right) = \lambda\,\bar{x}$.

<u>Собственные значения матрицы</u> A — корни x_i характеристического многочлена $\det\left(A - \lambda\,E\right)$, где A — матрица линейного оператора f (линейного преобразования f) в некотором базисе, E — единичная матрица.

<u>Событие</u> — любой факт, регистрируемый в результате случайного эксперимента.

<u>Соединение</u> — обобщающий термин перестановки, размещения, сочетания.

<u>Совместная система уравнений</u> — система, для которой существует хотя бы одно решение.

<u>Соизмеримые величины</u> — величины одного и того же рода, имеющие общую меру; отношение соизмеримых величин выражается рациональным числом.

<u>Сомножитель</u> — см. **Умножение**.

<u>Сонаправленные лучи (отрезки)</u> — см. **Направление**.

<u>Соприкасающаяся кривая</u> — см. **Соприкосновение**.

<u>Соприкасающаяся окружность в точке</u> M **<u>кривой</u>** l — окружность, имеющая с кривой l в той же точке соприкосновение (касание порядка $n \geq 2$). Радиус (центр) соприкасающейся окружности является радиусом (центром) кривизны кривой l.

<u>Соприкасающаяся плоскость в точке</u> M **<u>кривой</u>** l — плоскость, имеющая с l в точке M соприкосновение (касание порядка ≥ 2).

<u>Соприкасающаяся сфера</u> в точке M кривой l — сфера, имеющая с l в точке M соприкосновение (касание порядка $n \geq 3$).

<u>Соприкасающийся круг</u> — употребляемое название соприкасающейся окружности.

<u>Соприкосновение кривой</u> l_2 **<u>с кривой</u>** l_1 **<u>в данной точке</u>** M — геометрическое понятие, означающее, что l_2 имеет с l_1 в точке M касание максимального порядка по сравнению с любой кривой из некоторого заранее данного семейства кривых $\{l_2\}$. Пусть точка $N \to M$

и находится на общей касательной кривых l_1 и l_2 в точке M и M_1, M_2 — точки пересечения перпендикуляра к касательной в точке N с кривыми l_1 и l_2. Порядок касания кривых l_2 и l_1 считается равным n, если отрезок M_2M_1 есть величина $(n+1)$-го порядка малости по отношению к отрезку M_1N. Кривая семейства $\{l_2\}$, которая имеет соприкосновение с кривой l_1 в данной её точке M, называется соприкасающейся кривой.

Сопряженные гиперболы — две гиперболы, которые при одних и тех же значениях полуосей a и b определяются уравнениями: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$. Сопряженные гиперболы имеют одни и те же асимптоты, действительная ось каждой из них является мнимой другой и наоборот.

Сопряженные диаметры центральной линии второго порядка — два диаметра, каждый из которых делит пополам хорды этой линии, параллельные другому диаметру; в окружности это любые два взаимно перпендикулярных диаметра.

Составное число — натуральное число, имеющее ещё хотя бы один делитель, кроме единицы и себя.

Софокусные кривые — кривые 2-го порядка, имеющие общие фокусы. К таким кривым относятся линии конического сечения — эллипсы, гиперболы.

Сочетание из n элементов по m есть всякое подмножество, состоящее из m элементов $(m \le n)$. Два сочетания считаются различными, если разнятся хотя бы одним элементом. Число различных сочетаний равно $C_n^m=\frac{n!}{m!(n-m)!}$ или $C_n^m=\frac{A_n^m}{P_m}$, где A_n^m — число размещений из n по m, P_m — число перестановок из m элементов. При этом $C_n^m = C_n^{n-m}$, $C_n^0 = C_n^n = 1$.

<u>Сочетательность, ассоциативность</u>.

<u>Спираль</u> — плоская кривая, которая обходит вокруг точки (иногда нескольких точек), приближаясь или удаляясь от неё. Наибольший интерес представляют:

— алгебраические спирали (уравнения которых в полярных координатах являются алгебраическими относительно ρ и φ;

— псевдоспирали (уравнения которых записываются в виде $r = aS^m$, где r — радиус кривизны, S — длина дуги).

<u>Спираль Архимеда, Архимедова спираль</u>.

<u>Способы аналитического задания</u>:

— линий плоских:

$\vec{r} = \vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$ — векторно-параметрическое уравнение,

$$\left.\begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \end{aligned}\right\}$$ — параметрические уравнения,

$y = f(x)$ — явное уравнение,

$F(x, y) = 0$ — неявное уравнение;

— линий пространственных:

$\vec{r} = \vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$ — векторно-параметрическое уравнение,

$$\left.\begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \\ z &= z(t) \end{aligned}\right\}$$ — параметрические уравнения,

$$\left.\begin{aligned} y &= \varphi(x) \\ z &= \psi(x) \end{aligned}\right\}$$ — явные уравнения,

$$\left.\begin{aligned} F(x,y,z) &= 0 \\ \Psi(x,y,z) &= 0 \end{aligned}\right\}$$ — неявные уравнения (пересечение поверхностей);

— поверхностей:

$\vec{r} = \vec{r}(u,v) = x(u,v)\vec{i} + y(u,v)\vec{j} + z(u,v)\vec{k}$ — векторно-параметрическое уравнение,

$$\left.\begin{aligned} x &= x(u,v) \\ y &= y(u,v) \\ z &= z(u,v) \end{aligned}\right\}$$ — параметрические уравнения,

$z = f(x,y)$ — явное уравнение,

$F(x,y,z) = 0$ — неявное уравнение.

Спрямление кривой — см. **Развёртка кривой**.

Спрямляемая кривая — кривая, имеющая конечную длину.

Среднее значение — числовая характеристика группы чисел или функций. Среднее значение группы чисел заключено между наименьшим и наибольшим значениями этой группы. Наиболее употребительными являются средние: арифметическое, гармоническое, геометрическое, квадратичное, степенное. Среднее значение функции — число, заключённое между наименьшим и наибольшим значениями этой функции; часто для неё берут величину $\overline{f} = \dfrac{1}{b-a}\int\limits_a^b f(x)dx$.

Среднее значение случайной величины — см. **Математическое ожидание**.

Среднее пропорциональное x **между числами** a и b — геометрическое среднее этих чисел, т.е. $x = \sqrt{ab}$. Название происходит от того, что x является средним членом пропорции $a : x = x : b$.

Среднеквадратичное отклонение, квадратичное отклонение.

Средняя линия трапеции — отрезок, соединяющий середины боковых её сторон; параллельна основаниям и равна их полусумме.

Средняя линия треугольника — отрезок, соединяющий середины двух его сторон (третью сторону называют основанием); параллельна основанию и равна его половине.

Стандартное отклонение, квадратичное отклонение.

Стандартный вид многочлена — запись многочлена после приведения подобных членов и упорядочения одночленов по степеням.

Стандартный вид положительного числа — представление этого числа в виде произведения $a \cdot 10^n$, где $1 \le a \le 10$ и $n \in Z$; показатель степени n называют порядком числа.

Стандартное нормальное распределение — см. **Нормальное распределение**.

Старший член многочлена — см**. Многочлен**.

Статистический анализ случайных процессов — раздел математической статистики, посвящённый методам обработки и использования статистических данных, относящихся к случайным процессам.

Статистическое моделирование — моделирование случайных величин или процессов для численного решения математических задач.

Стационарная точка поля — см. **Производная по направлению**.

Стационарная точка функции — точка, в которой производная функции обращается в нуль; для функции нескольких переменных — точка, в которой обращаются в нуль все частные производные первого порядка.

Стационарный случайный процесс — вероятностный процесс, у которого все вероятностные характеристики не зависят от времени.

Степенная функция — функция $f(x) = x^a$, где a — постоянное число.

Степенное среднее n **положительных чисел** $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — число $S_a = \left(\dfrac{x_1^a + x_2^a + \ldots + x_n^a}{n} \right)^{\frac{1}{a}}$, где a — любое действительное число, отличное от нуля. В частности, средние: S_{-1} — гармоническое, S_1 — арифметическое, S_2 — квадратичное.

Степенные ряды — функциональные ряды вида $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n + \ldots$, где a_n — некоторые постоянные, называемые коэффициентами.

Степень многочлена стандартного вида — степень старшего члена многочлена.

Степень числа (выражения): степень числа при натуральном n — произведение n сомножителей, равных этому числу — $a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a = a^n$; a называется основанием, n — показателем степени. Степень a^2 принято называть квадратом, a^3 — кубом. Дальнейшее обобщение степени: нулевая $a^0 = 1$ при $a \neq 0$, отрицательная $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$, дробная $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$, степень с иррациональным показателем.

Стерадиан — телесный угол, вырезающий на сфере, описанной вокруг вершины угла, поверхность с площадью, равной квадрату радиуса. Вся сфера содержит 4π стерадианов.

Стереометрия — часть элементарной геометрии, изучающая свойства фигур, расположенных в пространстве.

Сток векторного поля — точка, в которой дивергенция отрицательна.

Сторона угла — см. **Угол**.

Стохастический процесс, случайный процесс.

Стрикционная линия — так называемая линия сжатия линейчатой поверхности, линия положения множества центров прямолинейных образующих поверхности.

Строфоида — имеющая вид петли плоская алгебраическая кривая 3-го порядка, описываемая уравнением $y^2 = x^2 \dfrac{a+x}{a-x}$. Кривая симметрична относительно оси Ох, при $y \to \pm\infty$ имеет асимптоту $x=a$.

Сумма — в общем результат сложения величин. При рассмотрении суммы (суммирования) обычно используются символы $+, \sum$. Суммы множеств, рядов и событий имеют свою специфику.

Сумма векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ есть вектор $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, который можно найти по одному из правил: правило параллелограмма, правило треугольника. Если векторы представлены в виде разложения по базису $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$, $\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}$, то $\vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x)\vec{i} + (a_y + b_y)\vec{j} + (a_z + b_z)\vec{k}$.

Сумма множеств, **объединение** множеств.

Сумма — см. **Ряд**.

Сумма событий A и B равна событию C, представляющему объединение событий A и B. Событие $C=A+B$ состоит в том, что произошло по крайней мере одно из событий A или B.

Суммирование — процесс составления или вычисления суммы.

Суперпозиция функций — составление из двух (и более) функций сложной функции.

Супремум — верхняя грань некоторого множества. Например, $\sup\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4}\right\}=\frac{1}{2}$, $\sup(\sin x)=1$.

Сфера — замкнутая поверхность, все точки которой одинаково удалены на расстояние R от точки $S(x_0,y_0,z_0)$, называемой центром сферы; уравнение в декартовых координатах $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$. Площадь поверхности сферы равна $4\pi R^2$.

Сферическая геометрия — математическая дисциплина, изучающая геометрические образы, расположенные на сфере, подобно тому как планиметрия изучает образы, находящиеся на плоскости.

Сферические координаты — координаты $0\le\rho<\infty$, $0\le\varphi<2\pi$, $0\le\theta\le\pi$, связанные с прямоугольными декартовыми координатами соотношениями: $x=\rho\cos\varphi\sin\theta$, $\mathrm{y}=\rho\sin\varphi\sin\theta$, $\mathrm{z}=\rho\cos\theta$; применяются при решении задач со сферическими поверхностями, а также с телами типа шара и конуса. Система сферических координат ортогональная.

Сфероид — сжатый эллипсоид вращения, см. **Эллипсоид**.

Сходимость — одно из понятий математического анализа, означающее, что некоторый математический объект имеет предел.

Т

Таблицы математические — таблицы, содержащие числовые значения какой-либо функции, специальными методами вычисленные для соответствующих значений её аргумента (таблицы для $\sin x$, $\lg x$ и т.д.).

Табулирование — конструирование и составление различных (математических) таблиц.

Тангенс — одна из тригонометрических функций ($\operatorname{tg} x$).

Тангенс острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение катета, лежащего против этого угла, к катету, прилежащему к этому углу.

Тангенсов теорема — теорема тригонометрии, устанавливающая соотношение между сторонами a, b, c треугольника и противолежащими углами α, β, γ: $\frac{a+b}{a-b}=\frac{tg\frac{\alpha+\beta}{2}}{tg\frac{\alpha-\beta}{2}}$.

Тангенсоида — график функции $y=tgx$.

Таутохронная кривая, **циклоида**.

Телесный угол — часть пространства, ограниченная одной из двух полостей конической поверхности (с центром в вершине конической поверхности); единицей измерения угла является стерадиан.

Тело вращения — геометрическое тело, полученное от вращения некоторой плоской фигуры вокруг фиксированной прямой, называемой осью вращения.

Теорема — предложение (утверждение), истинность которого доказывается. Часто теорема конструируется в форме условного предложения. Первая её часть (после слова “если” до слова “то”) выражает условие, а вторая часть (после слова “то”) — заключение теоремы. Если поменять местами условие и заключение данной (прямой) теоремы, то получится теорема обратная. Если верно некоторое предложение, то обратное ему не всегда верно.

Теорема Безу для многочленов: остаток от деления многочлена $f(x)$ на двучлен x-c равен значению многочлена при x=c (равен $f(c)$).

Теорема Бернулли в теории вероятностей: если m — число “успехов” в n испытаниях Бернулли и p — вероятность “успеха” в каждом испытании, то при любом $\varepsilon > 0$ $\lim\limits_{n\to\infty} P\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| < \varepsilon\right) = 1$.

Теорема Коши об отношении конечных приращений функций: если функции $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны на отрезке $[a,b]$ и дифференцируемы на интервале $]a,b[$, причём $g'(x) \neq 0,\ \forall x \in]a,b[$, то на $]a,b[$ существует хотя бы одна точка c такая, что $\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$.

Теорема Кронекера-Капелли для системы линейных уравнений: чтобы система линейных уравнений была совместной, необходимо и достаточно, чтобы ранг матрицы системы был равен рангу её расширенной матрицы.

Теорема Лагранжа о среднем значении функции: если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a,b]$ и дифференцируема на интервале $]a,b[$, то существует точка $c \in]a,b[$ такая, что $f(b)-f(a) = f'(c)(b-a)$ — формула Лагранжа. Эту формулу можно записать в виде $f(b)-f(a)=f'(a+\theta(b-a))(b-a)$, $0<\theta<1$ при любом взаимном положении точек a и b. Формула Лагранжа, записанная в виде $f(x+\Delta x)-f(x)=f'(x+\theta\,\Delta \mathrm{x})\Delta x$, называется формулой конечных приращений (функции).

Теорема Остроградского, дающая связь поверхностного интеграла II рода с тройным интегралом по объёму, ограничивающему поверхность: поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S равен интегралу от $div\vec{a}$ (дивергенция), взятому по телу V, ограниченному поверхностью S, т.е. $\iint\limits_S a_n ds=\iiint\limits_V div\vec{a}dv$ или в координатной форме:

$$\iint\limits_S a_x dydz+a_y dxdz+a_z dxdy=\iiint\limits_V\left(\frac{\partial a_x}{\partial x}+\frac{\partial a_y}{\partial y}+\frac{\partial a_z}{\partial z}\right)dxdydz\,.$$

Каждая из приведённых формул называется формулой Остроградского.

Теорема Ферма о стационарной точке функции: если функция $f(x)$ задана на промежутке, принимает экстремальное значение в некоторой внутренней точке $x=c$ и дифференцируема в этой точке, то c — стационарная точка функции, т.е. $f'(c)=0$.

Теория вероятностей — математическая наука, изучающая закономерности случайных явлений (случайных событий, случайных величин и т.д.).

Теория поля, векторный анализ.

Теория рядов — часть математического анализа, в которой ряды систематически используются для исследования функций и составления для них математических таблиц.

Теория поверхностей — раздел геометрии, изучающий с локальной точки зрения поверхности в трёхмерном пространстве средствами дифференциального исчисления.

Тетраэдр — четырёхгранник или треугольная пирамида.

Тождественные преобразования в алгебре — замена одного аналитического выражения другим, тождественно ему равным, но отличным по форме (например, сокращение дробей, приведение подобных членов, разложение правильной рациональной функции на дроби простейшего вида и т.д.).

Тождество — равенство двух аналитических выражений, принимающих равные значения при любых допустимых значениях входящих в него букв ($a^2-b^2=(a-b)(a+b)$; $\dfrac{a^2-1}{a-1}=a+1,\ a\neq 1$). Для обозначения тождественного равенства иногда используют знак $\equiv$.

Тор — тело, образуемое вращением круга вокруг прямой, лежащей в плоскости этого круга, но не пересекающей его. Тором иногда называют поверхность, ограничивающую тор. Если r – радиус вращающегося круга и R – расстояние его центра до оси вращения, то площадь поверхности и объем тора равны: $S=4\pi^2 Rr$, $V=2\pi^2 Rr^2$.

Точка — элемент множества, наделённого некоторой структурой. Так, в геометрии точка принимается за одно из исходных понятий, точке на числовой оси приписывается численное значение, в n-мерном евклидовом пространстве точкой называется упорядоченная совокупность из n чисел. Встречаются точки, имеющие специальные названия: критическая точка, материальная точка, точка возврата и т.д.

Точка возврата (заострения) — особая точка кривой, такая, что две ветви кривой, исходящие из этой точки, имеют общую полукасательную (например, точка $x_0=1$ для функции $f(x)=\sqrt[3]{1-x^2}$, $x\geq 1$).

Точка излома — особая точка кривой непрерывной функции, в которой нарушается плавность хода кривой; в указанной точке

$f'(x+0) \neq f'(x-0)$, каждая ветвь кривой в этой точке имеет касательную, отличную от другой. Пример — кривая $y = \dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}$, имеющая точку излома в начале координат.

Точка касания — см. **Касание**, **соприкосновение**.

Точка накопления, **предельная точка множества**.

Точка перегиба плоской кривой — точка M при $x=c$ такая, что кривая в некоторой окрестности этой точки лежит по разные стороны от касательной в точке $M(c,y)$. Если функция $y(x)$ дважды дифференцируема на $]a,b[$ и y'' обращается в нуль только в точке $x = c \in]a,b[$, то точка M является точкой перегиба в том и только в том случае, когда y'' меняет знак при переходе через эту точку. Часто точкой перегиба называют и точку $x=c$.

Точка прекращения —особая точка кривой, в которой кривая обрывается; так, для кривой $y = x\ln x \ (x > 0)$ это начало координат, причём $\lim\limits_{x \to +0} x \ln x = -0$.

Точка самопересечения — особая точка кривой, в которой кривая пересекается. Например, для лемнискаты Бернулли точка начала координат является точкой самопересечения.

Точка самоприкосновения — особая точка кривой, в которой кривая касается себя. Например, кривая $y^2 - x^4 = 0$ распадается на две ветви ($y = x^2, y = -x^2$), проходящие через начало координат.

Точка скачка функции — см. **Точки разрыва функции**.

Точка экстремума функции — точка, в которой функция имеет экстремум, т.е. минимум или максимум.

Точки разрыва функции. Функцию $f(x)$, определённую в некоторой окрестности точки x_0, называют разрывной в этой точке, если она не является непрерывной в этой точке. Различают точки разрыва первого рода: пределы $f\left(x_0-0\right)$, $f\left(x_0+0\right)$ существуют и конечны, но не выполняется равенство $f\left(x_0-0\right)=f\left(x_0\right)=f\left(x_0+0\right)$; точки разрыва второго рода: хотя бы один из пределов $f\left(x_0-0\right)$, $f\left(x_0+0\right)$ бесконечен или не существует. Точки разрыва первого рода подразделяют на устранимые точки разрыва ($f\left(x_0-0\right)=f\left(x_0+0\right)\neq f\left(x_0\right)$) и точки скачка ($f\left(x_0-0\right)\neq f\left(x_0+0\right)$), а точки разрыва второго рода — на точки бесконечного скачка (пределы $f\left(x_0-0\right)$, $f\left(x_0+0\right)$ существуют, но хотя бы один из них бесконечен) и точки неопределённости (по крайней мере один из пределов $f\left(x_0-0\right)$, $f\left(x_0+0\right)$ не существует). Иногда в случаях, если $f\left(x_0-0\right)\neq f\left(x_0+0\right)$ или есть бесконечный односторонний предел, или хотя бы один из односторонних пределов не существует, точку x_0 называют точкой разрыва функции $f(x)$, если даже функция и не определена при $x=x_0$.

Транспонирование матрицы, определителя — обращение их строк в столбцы, а столбцов в строки (с сохранением их номеров).

Трансцендентная кривая — плоская кривая, уравнение которой в декартовых координатах не является алгебраическим.

Трансцендентная функция — аналитическая функция, не являющаяся алгебраической; к таким, например, относятся функции показательная, логарифмическая, тригонометрические и гиперболические (и им обратные).

Трансцендентное уравнение — уравнение, содержащее трансцендентные функции.

Трансцендентное число — число (в общем комплексное), которое не может быть корнем никакого многочлена с целыми коэффициентами, т.е. не являющееся алгебраическим. Примеры — числа π, e, $\ln 2$. Всякое трансцендентное число иррационально, обратное не всегда верно (например, число $\sqrt[3]{3}+1$ является корнем уравнения $(x-1)^3=3$).

Трапеция — выпуклый четырёхугольник, у которого две противоположные стороны параллельны (называются основаниями), а две другие не параллельны.

Треугольная матрица — квадратная матрица, у которой все элементы, расположенные по одну сторону от главной диагонали, равны нулю.

Треугольник прямолинейный — замкнутая ломаная, состоящая из трёх звеньев, называемых сторонами треугольника; треугольник можно представить как многоугольник с тремя сторонами.

Треугольник криволинейный — совокупность трёх точек, не лежащих на одной прямой, и трёх простых дуг, соединяющих эти точки (чаще треугольник рассматривают вместе с его внутренней областью).

Трёхгранный угол — часть пространства, ограниченная бесконечной треугольной пирамидой; вершина пирамиды является вершиной угла.

Трёхчлен — многочлен, содержащий в точности три члена.

Тривиальное — простейшее (как правило, нулевое). Любая однородная система уравнений имеет тривиальное (нулевое) решение. Кроме тривиальных, система может иметь и другие решения.

Тригонометрическая система функций — система $1, \cos x, \sin x, \ldots, \cos nx, \sin nx, \ldots$. Эта система является ортогональной на любом отрезке длины 2π, т.е. при $k \neq m$:

$$\int_{\alpha}^{\alpha+2\pi} \sin kx \sin mx dx = 0, \quad k \geq 1,\ m \geq 1;$$

$$\int_{\alpha}^{\alpha+2\pi} \cos kx \cos mx dx = 0, \quad k \geq 0,\ m \geq 0;$$

$$\int_{\alpha}^{\alpha+2\pi} \sin kx \cos mx dx = 0, \quad k \geq 1,\ m \geq 0.$$

Тригонометрические функции — класс элементарных функций: синус, косинус, тангенс, котангенс, секанс, косеканс. Называются также круговыми функциями, т.к. определение их часто связывают с окружностью единичного радиуса.

Тригонометрический полином — сумма, составленная из конечного числа членов тригонометрического ряда.

Тригонометрический ряд — функциональный ряд по синусам и косинусам кратных дуг, т.е. ряд вида $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos nx + b_n \sin nx\right)$; см. **Ряд Фурье**.

Тригонометрическое уравнение — уравнение, являющееся алгебраическим относительно входящих в него тригонометрических функций.

Трисектриса угла — луч, имеющий начало в вершине угла и делящий его в отношении 1:2.

Тройной интеграл — один из кратных интегралов, который можно представить в виде $J_3 = \iiint_V f(x, y, z) dxdydz$ и вычислить с помощью повторных интегралов по одному из 6 вариантов, один из них: $J_3 = \int\limits_a^b dx \int\limits_{g(x)}^{h(x)} dy \int\limits_{\varphi(x,y)}^{\phi(x,y)} f(x,y,z)dz$.

Тупой угол — угол α, больший прямого и меньший развёрнутого $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$.

Тупоугольный треугольник — треугольник, у которого один внутренний угол тупой.

У

Убывающая последовательность — см. **Монотонная последовательность**.

Убывающая функция — см. **Монотонная функция**.

Угловая точка, точка излома.

Угловой коэффициент прямой на плоскости — число k в уравнении $y=kx+b$, численно равен тангенсу угла наклона прямой к оси Ox.

Угол — геометрическая фигура, состоящая из двух различных лучей, выходящих из одной точки. Лучи называются сторонами, а общее начало — вершиной угла.

Угол φ **между двумя векторами** $\vec{a}$ и $\vec{b}$ не превышает π и определяется, например, по формуле $\cos\varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$.

Угол между прямой и плоскостью — угол, образованный прямой и её проекцией (прямоугольной) на плоскость; изменяется в пределах от 0 до 90^0.

Угол между скрещивающимися прямыми равен углу между прямыми, параллельными скрещивающимся и проходящими через одну точку.

Узловая точка, точка самопересечения.

Уменьшаемое — см. **Вычитание**.

Умножение — операция образования по двум объектам a и b (сомножителям) третьего объекта c (произведения): $c = a \times b = a \cdot b = ab$. Часто a и b называют множителями.

Унимодальное распределение, одновершинное распределение — распределение случайной величины с одной модой.

Уничтожение иррациональности в знаменателе дроби — тождественное преобразование дроби, в знаменателе которой имеется иррациональное выражение, к дроби, знаменатель которой не содержит иррационального выражения: $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$$\frac{a}{b-\sqrt{c}} = \frac{a\left(b+\sqrt{c}\right)}{\left(b-\sqrt{c}\right)\left(b+\sqrt{c}\right)} = \frac{a\left(b+\sqrt{c}\right)}{b^2-c}.$$

Упорядоченная тройка векторов — см. **Ориентация векторов**.

Уравнение — в начальном понимании это равенство, содержащее одну или несколько переменных (неизвестных). Чаще делается аналитическая запись задачи о разыскании значений аргументов, при которых значения двух данных функций равны: $f\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right) = \varphi\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right)$. Аргументы обычно называют неизвестными, а значения неизвестных, при которых значения функций равны, — решениями (корнями) уравнения. Совокупность решений конкретного уравнения зависит от области S значений, допустимых для неизвестных. Если в области S уравнение не имеет решений, то оно называется неразрешимым в этой области. В случае разрешимости уравнение может иметь одно, несколько или даже бесчисленное множество решений. Так, уравнение $x^4 - 4 = 0$ неразрешимо в области рациональных чисел, имеет два решения в области действительных чисел ($x_1 = \sqrt{2}$, $x_2 = -\sqrt{2}$) и четыре решения в области комплексных чисел ($x_{1,2} = \pm\sqrt{2}$, $x_{3,4} = \pm i\sqrt{2}$).

При решении конкретных задач приходится иметь дело с уравнениями алгебраическими, иррациональными, логарифмическими, показательными, тригонометрическими.

В более общей постановке уравнение является записью задачи о разыскании таких элементов a множества A, что $F(a)=\Phi(a)$, где F и Φ — заданные отображения множества A в некоторое множество B. С этих позиций, помимо отмеченных, имеют место дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, уравнение регрессии и т.д.

Уравнение в полных дифференциалах — дифференциальное уравнение $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ является уравнением в полных дифференциалах, т.е. существует такая функция $u(x,y)$, для которой $du = Pdx + Qdy$, в том и только в том случае, если выполняется условие Эйлера $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$. Общий интеграл уравнения: $u(x,y)=C$.

Уравнение математической физики — дифференциальное уравнение с частными производными, являющееся математической моделью некоторого физического процесса. Примеры: $\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(t, x)$ — уравнение теплопроводности, $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t)$ — уравнение колебания струны.

Уравнение плоскости в отрезках — уравнение $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, где a, b, c равны величинам отрезков (положительных, отрицательных значений), которые отсекает плоскость на осях Ox, Oy, Oz.

Уравнение плоскости по точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ **и двум неколлинеарным векторам** $\vec{a} = \{l_1, m_1, n_1\}$, $\vec{b} = \{l_2, m_2, n_2\}$:

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0 \cdot$$

Уравнение плоскости по точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ **и нормальному вектору** $\vec{N} = \{A, B, C\}$: $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

Уравнение плоскости по трём точкам (не лежащим на одной прямой): $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0 \cdot$

Уравнение прямой в отрезках — уравнение прямой на плоскости, записываемое в виде $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, где a, b равны величинам отрезков (положительных, отрицательных значений), которые отсекает прямая на осях Ox, Oy.

Уравнение прямой по двум точкам M_1 и M_2:
$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$ — в пространстве, $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$ — на плоскости.

Уравнение прямой по точке $M_0(x_0, y_0)$ **и нормальному вектору** $\vec{n}(A, B)$: $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$.

Уравнение прямой с угловым коэффициентом k:
$y-y_0=k(x-x_0)$, где $M_0(x_0,y_0)$ — точка, через которую проходит прямая. В частности, для случая $M_0(0,b)$ уравнение имеет вид $y=kx+b$ и для $M_0(0,0)$ — $y=kx$.

Уравнение регрессии — см. **Регрессия**.

Уравнение с разделёнными переменными — дифференциальное уравнение первого порядка $P(x)dx+Q(y)dy=0$, общий интеграл которого имеет вид $\int_{x_0}^{x}P(t)dt+\int_{y_0}^{y}Q(t)dt=C$.

Уравнение с разделяющимися переменными — дифференциальное уравнение первого порядка вида $P_1(x)P_2(y)dx+Q_1(x)Q_2(y)dy=0$, которое делением на $P_2(y)Q_1(x)$ сводится к уравнению с разделёнными переменными.

Усечённая пирамида — часть пирамиды, ограниченная (нижним) основанием, частями боковых граней и сечением пирамиды плоскостью, параллельной основанию и не проходящей через вершину пирамиды.

Усечённый конус — часть конуса, ограниченная (нижним) основанием, частью боковой поверхности и сечением конуса плоскостью, параллельной основанию и не проходящей через вершину конуса.

Усечённый цилиндр — см. **Цилиндр** в элементарной геометрии.

Условная вероятность события B **при условии** A — вероятность наступления события B при условии, что событие A уже имело место: $P_A(B)=P(B/A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}$, где $P(A)\neq 0$ и $P(AB)$ — вероятность одновременного наступления событий A и B.

Условная сходимость — частный случай сходимости рядов и несобственных интегралов. Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ сходится, а ряд, составленный из модулей $|u_n|$, расходится, то говорят об условной (неабсолютной) сходимости ряда. Аналогичные понятия существуют и для несобственных интегралов вида $\int_0^{\infty} f(x)dx$.

Ф

Факториал – произведение натуральных чисел от 1 до данного натурального числа $n : n! = 1 \bullet 2 \bullet 3 \ldots \bullet n$. Принято, что $0! = 1$

Фигура вращения — **поверхность вращения** или **Тело вращения**.

Фигура геометрическая — всякое множество точек (конечное или бесконечное) на прямой, плоскости или в пространстве. Например, точка, две точки, отрезок, прямая, окружность, круг, шар и т.д.

Фокальный радиус кривой второго порядка – отрезок (или его длина), соединяющий точку кривой(произвольную) с фокусом или одним из фокусов этой кривой.

Фокус кривой второго порядка (гиперболы, параболы, эллипса) — точка, лежащая в плоскости этой кривой и обладающая тем свойством, что отношение расстояний любой точки кривой до фокуса и до соответствующей директрисы есть постоянная величина, равная эксцентриситету этой кривой.

Форма, однородный многочлен.

Формула — комбинация математических знаков (символическая запись) в виде выражения, равенства или неравенства, содержащая какую-либо информацию.

Формула Бейеса (Байеса) в теории вероятностей позволяет переоценить вероятности гипотез после того, как становится известным, что в результате опыта произошло событие A:

$P(H_k / A) = \frac{P(H_k)P(A / H_k)}{P(A)}$, где $k=1,\ 2,\ \dots\ ,\ n$ и H_k образуют полную группу событий.

Формула Бернулли — см. **Испытания Бернулли**.

Формула Грина связывает между собой криволинейный интеграл второго рода по замкнутому контуру L с двойным интегралом по области σ, ограниченной кривой L:

$$\oint_L P(x,y)dx + Q(x,y)dy = \iint_\sigma \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dxdy .$$

Контур L обходится так, что область σ остается слева.

Формула интегрирования по частям для неопределённого и определённого интегралов:

$$\int udv = uv - \int vdu , \ \int_a^b udv = uv\Big|_a^b - \int_a^b vdu .$$

Формула конечных приращений — см. **Теорема Лагранжа**.

Формула Лагранжа — см. **Теорема Лагранжа**.

Формула Маклорена — частный случай формулы Тейлора при $x_0 = 0$.

Формула Муавра для комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме:

$$\left(r(\cos\varphi + i\sin\varphi) \right)^n = r^n \left(\cos n\varphi + i\sin n\varphi \right).$$

Формула Ньютона — формула разложения степени бинома: $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \ldots + C_n^m a^{n-m} b^m + \ldots + C_n^n b^n$, где n — целое положительное число, a и b — любые числа, биномиальные коэффициенты $C_n^m = \dfrac{n!}{m!(n-m)!}$.

Формула Ньютона-Лейбница вычисления определённого интеграла: $\int\limits_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

Формула Остроградского — см. **Теорема Остроградского**.

Формула парабол, **формула Симпсона**.

Формула полной вероятности: $P(A) = \sum\limits_{k=1}^{n} P(H_k)P(A/H_k)$,

если $H_1, H_2, \ldots, H_n$ образуют полную группу событий.

Формула Симпсона для приближенного вычисления определённого интеграла используется в виде:

$$\int\limits_a^b f(x)dx \cong \frac{b-a}{6}\left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right)$$

или в составной форме:

$$\int\limits_a^b f(x)dx \cong \frac{h}{3}\left\{f(a) + f(b) + 4\left[f(x_1) + f(x_3) + \ldots + f(x_{2n-1})\right] + 2\left[f(x_2) + f(x_4) + \ldots + f(x_{2n-2})\right]\right\}$$

в предположении, что отрезок $[a,b]$ разбит на $2n$ равных частей и $h = \dfrac{b-a}{2n}$, $x_k = a + kh$, k=0, 1, 2,..., n.

Формула Стирлинга даёт асимптотическое представление для $n!$ при $n \to \infty$: $n! \approx \sqrt{2\pi n}\left(\dfrac{n}{e}\right)^n$.

Формула Тейлора для функции $f(x)$, n раз дифференцируемой в окрестности точки x_0:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + R_n(x),$$

где $R_n(x)$ — остаточный член.

Формула трапеций для приближённого вычисления определённого интеграла от непрерывной функции $f(x)$:

$$\int_a^b f(x)dx = h\left(\frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1}\right) + R_n,$$

где $h = \dfrac{b-a}{n}$, $x_k = a + kh$, $k=0, 1, 2, \ldots, n$, $y_k = f(x_k)$.

Формула Эйлера разложения функции $\sin x$ в бесконечное произведение: $\dfrac{\sin x}{x} = \prod_{n=1}^{\infty}\left(1 - \dfrac{x^2}{n^2\pi^2}\right)$.

Формула Эйлера связи тригонометрических функций с показательной: $\cos x + i\sin x = e^{ix}$.

Формулы Крамера для системы n уравнений с n неизвестными x_i записываются в виде: $x_i = \dfrac{\Delta_{x_i}}{\Delta}$, где $\Delta \neq 0$ — определитель системы, Δ_{x_i} — определитель, полученный из определителя системы заменой i-го столбца (из коэффициентов при x_i) столбцом из свободных членов уравнений системы.

Функциональный определитель — определитель, элементами которого являются функции одного переменного и их производные (см. **Вронскиан**) или функции нескольких переменных и их частные производные (см. **Якобиан**).

Функциональный ряд — ряд, членами которого являются функции.

Функция — одно из основных понятий математики, выражающее зависимость одних переменных величин от других; под величиной здесь понимается число (вещественное, мнимое или комплексное), совокупность чисел (точка пространства) и вообще множества различной природы.

Функция Лапласа, интеграл вероятностей.

Функция плотности распределения случайной величины, **плотность вероятности**.

Функция распределения случайной величины, **интегральная функция**.

Функция целочисленного аргумента, **целочисленная функция**.

X

Характеристика в теории вероятностей — числовой параметр, характеризующий существенные черты распределения случайной величины (математическое ожидание, асимметрия распределения и т.д.)

Характеристика десятичного логарифма данного числа — целая часть логарифма этого числа.

Характеристическая матрица квадратной матрицы A — матрица $A-\lambda E$ (иногда $\lambda E-A$), где E — единичная матрица, λ — некоторое число.

Характеристическое уравнение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами $y''+py'+q=0$ — уравнение вида $k^2+pk+q=0$, корни k_i которого (i=1, 2) дают частные решения уравнения:

$y_i = e^{k_i x}$. Аналогично составляются характеристические уравнения для дифференциальных уравнений порядка выше двух.

Характеристическое уравнение системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами на примере системы двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= a_{11}x + a_{12}y \\ \frac{dy}{dt} &= a_{21}x + a_{22}y \end{aligned}\right\}$$

есть уравнение $\begin{vmatrix} a_{11}-k & a_{12} \\ a_{21} & a_{22}-k \end{vmatrix} = 0$,

корни которого k_i (i=1,2) при решении систем

$$\left.\begin{aligned} (a_{11}-k_1)\,\alpha_1 + a_{12}\,\beta_1 = 0 \\ a_{21}\alpha_1 + (a_{22}-k_1)\,\beta_1 = 0 \end{aligned}\right\},\quad \left.\begin{aligned} (a_{11}-k_2)\alpha_2 + a_{12}\beta_2 = 0 \\ a_{21}\alpha_2 + (a_{22}-k_2)\beta_2 = 0 \end{aligned}\right\}$$

позволяют найти α_1, β_1, α_2, β_2 и записать общее решение системы в виде:

$$\begin{aligned} x(t) &= C_1\alpha_1 e^{k_1 t} + C_2\alpha_2 e^{k_2 t} \\ y(t) &= C_1\beta_1 e^{k_1 t} + C_2\beta_2 e^{k_2 t} \end{aligned}.$$

Хорда — прямолинейный отрезок, соединяющий две произвольные точки кривой линии или поверхности, не пересекая их.

Ц

Целая и дробная части числа — слагаемые $[x]$ и $\{x\}$ действительного числа $x=[x]+\{x\}$. Целой частью $[x]$ числа x (или антье от x) называют наибольшее целое число, не превосходящее x (например, [5,7]=5, [-3,9]=-4). Дробная часть $\{x\}=x-[x]$, всегда $0<\{x\}<1$.

Целая рациональная функция, многочлен.

Целое число — число, которое можно представить в виде разности натуральных чисел.

Целочисленная функция — функция, область определения которой есть совокупность натуральных чисел.

Центр — один из видов особых точек дифференциального уравнения. В окрестности этой точки все интегральные кривые являются замкнутыми и содержат её внутри себя.

Центр кривизны — см. **Соприкасающаяся окружность**.

Центр симметрии геометрический фигуры — такая точка S, что данная фигура вместе с точкой A содержит и точку A', лежащую на прямой SA по другую сторону от точки S на расстоянии $SA' = SA$.

Центр тяжести треугольника — точка пересечения медиан треугольника.

Центральные линии — линии, имеющие центр симметрии; среди линий второго порядка это эллипс (в частности, окружность) и гипербола.

Центральные поверхности — поверхности, имеющие центр симметрии; среди поверхностей второго порядка это эллипсоид (в частности, сфера), однополостный и двуполостный гиперболоиды, конус.

Центральный момент — см. **Момент**.

Центральный угол — наименьший угол, образованный двумя радиусами некоторой окружности.

Центроид, центр тяжести треугольника.

Цепная линия — плоская трансцендентная кривая, форму которой принимает гибкая нерастяжимая однородная тяжелая нить с закреплёнными концами: $y = ach\frac{x}{a} = \frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}\right)$. Кривая симметрична относительно оси Оу. Форму цепной линии принимают подвесные мосты.

Циклоида — плоская трансцендентная кривая, описываемая точкой окружности радиуса a, катящейся без скольжения по прямой (оси Ох); параметрические уравнения: $x = at - a\sin t$, $y = a - a\cos t$. Кривая касается оси абсцисс в точках $2\pi an,\ n \in Z$. Если точка расположена вне окружности $(d \neq a)$, то уравнения циклоиды: $x = at - d\sin t$, $y = a - d\cos t$; при $d < a$ это укороченная циклоида, при $d > a$ — удлинённая.

Циклоидальная кривая — обобщённое понятие кривых, которые описывают точки, расположенные на (вне, внутри) окружности, катящейся без скольжения по другой окружности внутри или вне её.

Цилиндр в аналитической геометрии, **цилиндрическая поверхность**.

Цилиндр в элементарной геометрии — тело, ограниченное замкнутой цилиндрической поверхностью, и двумя секущими её параллельными плоскостями (основаниями). Если основания перпендикулярны образующей, то цилиндр называется прямым. Если при этом основаниями являются круги, то цилиндр называют прямым круговым или круглым цилиндром, часто просто цилиндром.

Цилиндрическая поверхность — поверхность, образуемая движением прямой (образующей), перемещающейся параллельно самой себе и пересекающей плоскую кривую (направляющую). Из поверхностей второго порядка цилиндрическими поверхностями являются гиперболический, параболический и эллиптический цилиндры. Если направляющая является замкнутой кривой, то цилиндрическая поверхность называется замкнутой.

Цилиндрические координаты — координаты $0 \le \rho < \infty$, $0 \le \varphi < 2\pi$, $-\infty < z < \infty$; связь их с декартовыми координатами: $x = \rho \cos\varphi$, $y = \rho \sin\varphi$, $z = z$. Цилиндрические координаты можно рассматривать как совокупность полярных координат и координаты z, удобны при исследовании винтовых линий, спиралей, при нахождении объёма части цилиндра, при оценке упругих напряжений в телах цилиндрической формы и т.д.

Цилиндрический брус, цилиндроид — тело, ограниченное замкнутой цилиндрической поверхностью, перпендикулярной к ней плоскостью (основанием) и некоторой поверхностью (в целом не плоскостью), которую каждый перпендикуляр к основанию пересекает в одной точке.

Циркуляция векторного поля $\vec{F}$ вдоль замкнутой ориентированной кривой L — интеграл вида $\oint\limits_L \vec{F} d\vec{r}$, в координатной форме имеющий запись $\oint\limits_L P(x,y,z)dx + Q(x,y,z)dy + R(x,y,z)dz$. Здесь $\vec{F} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$, $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

Циссоида Диоклеса — плоская алгебраическая кривая 3-го порядка $y^2 = \dfrac{x^3}{a-x}$; прямая $x=2a$ является её асимптотой.

Цифры — условные знаки для обозначения чисел в записи.

Ч

Частичная сумма ряда — см. **Ряд**.

Частичная функция — функция, не обязательно всюду определённая.

Частичный предел последовательности — предел сходящейся подпоследовательности данной последовательности. Последовательность $x_n = (-1)^n$ не является сходящейся, однако её подпоследовательности $x_{2k} = (-1)^{2k}$ и $x_{2k+1} = (-1)^{2k+1}$ сходятся, пределы их соответственно равны $+1$ и -1. Эти числа и являются частными пределами последовательности $x_n = (-1)^n$. У любой последовательности существует по крайней мере один частичный предел, конечный или бесконечный $(\pm\infty)$.

Частная производная — понятие дифференциального исчисления, характеризующее локальную скорость изменения функции нескольких переменных при изменении лишь одного аргумента. Находится частная производная по рассматриваемому аргументу по обычным правилам в предположении, что остальные аргументы фиксированы, выступают в роли констант. Имеется специальный вид записи. Так, производная по x функции $u=f(x,y)$ имеет обозначения: u'_x, f'_x, $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial x}$. В отличие от функции одного переменного $\frac{\partial f}{\partial x}$ представляет единый символ, а не отношение двух величин.

Частное — результат деления.

Частное дифференцирование — нахождение частных производных.

Частное приращение функции нескольких переменных — приращение функции, полученное ею при изменении (приращении) лишь одного аргумента.

Частное решение обыкновенного дифференциального уравнения — решение, полученное из общего решения уравнения (общего интеграла) при некотором наборе входящих в него постоянных (обычно определяются начальными условиями).

Частные производные высших порядков — это частные производные от частной производной. Частные производные порядка 2 и выше, взятые по разным переменным, называются смешанными; в случае их непрерывности они не зависят от порядка дифференцирования и равны между собой

$$\left(u = u(x, y) \Rightarrow u''_{xy} = \frac{\partial}{\partial \text{y}}\left(\frac{\partial u}{\partial \text{x}}\right) = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial \text{x}}\left(\frac{\partial u}{\partial \text{y}}\right) = u''_{yx}\right)$$

Частота ω **периодической функции** $y=f(x)$ — величина, обратная периоду T; например, периодическая функция $y=\sin 5x$ имеет период $T = \frac{2\pi}{5}$ и частоту $\omega = \frac{5}{2\pi}$.

Частота случайного события — отношение числа появления события в опытах к общему числу проведённых опытов.

Чётная функция — функция $y=f(x)$, удовлетворяющая равенству $f(-x)=f(x)$ на всей области её определения (например, $y = x^2$, $y = \cos x$).

Чётные числа — числа, делящиеся без остатка на 2: 0, 2, 4, 6,... .

Численное значение, числовое значение.

Численное интегрирование — приближённое вычисление определённого интеграла в случаях, когда точное аналитическое вычисление невозможно или крайне сложно; приближённое решение дифференциальных уравнений.

Числитель дроби — см. **Дробь**.

Число е — см. **е число**.

Число π — см. π **число**.

Числовая последовательность — последовательность, членами которой являются числа.

Числовая прямая — прямая, служащая для изображения действительных чисел; на прямой задаются начало отсчёта, положительное направление, масштаб.

Числовое значение выражения, функции $f(a,b,\ldots,x)$ — всякое число, получаемое в результате подстановки в выражение вместо букв $a,b,\ldots,x$ конкретных чисел из области допустимых значений и выполнения вычислительных операций.

Числовые промежутки — общее название, объединяющее ниже перечисленные числовые множества на множестве R всех действительных чисел:

— замкнутый промежуток (отрезок, сегмент, числовой промежуток): $[a,b]=\{x\in R/\,a\le x\le b\}$;

— открытый промежуток (интервал, открытый отрезок): (a,b) или $]a,b[\,=\{x\in R/\,a<x<b\}$;

— полуоткрытые промежутки (полуинтервалы): $(a,b]$ или $]a,b]=\{x\in R/\,a<x\le b\}$ — числовой отрезок, открытый слева, а также $[a,b)$ или $[a,b[\,=\{x\in R/\,a\le x<b\}$ — числовой отрезок, открытый справа;

— (полу)бесконечные промежутки (лучи, полупрямые): $[a,+\infty)$ или $[a,+\infty[\,=\{x\in R/\,x\ge a\}$, $(a,+\infty)$ или $]a,+\infty[\,=\{x\in R/\,x>a\}$, $(-\infty,a)$ или $]-\infty,a[\,=\{x\in R/\,x<a\}$, $(-\infty,a]$ или $]-\infty,a]=\{x\in R/\,x\le a\}$;

числовая прямая:

$$R=(-\infty,+\infty)=\,]-\infty,+\infty[\,=\{x\in R/-\infty<x<+\infty\}.$$

Чисто мнимое число — комплексное число вида: $z = iy$ $(\mathrm{Re}\, z = 0)$.

Ш

Шар — тело, каждая точка которого удалена на расстояние не более R от точки $S(x_0, y_0, z_0)$, называемой центром шара: $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 \le R$. Объём шара равен $\frac{4}{3}\pi R^3$. Поверхностью шара является сфера.

Шаровой пояс — боковая поверхность шарового слоя.

Шаровой сегмент — часть шара (обычно меньшая), отсекаемая какой-нибудь плоскостью.

Шаровой слой — часть шара, заключённая между двумя параллельными пересекающими шар плоскостями.

Э

Эвольвента плоской кривой L — кривая, по отношению к которой L является эволютой.

Эволюта плоской кривой — множество её центров кривизны.

Эквивалентные бесконечно большие (величины) $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x \to x_0$ — такие, для которых $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 1$; используется запись $\alpha(x) \sim \beta(x)$. Например, при $x \to \frac{\pi}{2}$ $tgx \sim \frac{1}{\frac{\pi}{2} - x}$, при $x \to \infty$ $x + \cos x \sim x \sim x + 7$.

Эквивалентные бесконечно малые (величины) $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ при $x \to x_0$ — такие, для которых $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 1$; используется запись $\alpha(x) \sim \beta(x)$. Например, при $x \to 0$ $\sin x \sim tgx \sim$ $\arcsin x \sim$ $arctgx \sim x$, $1 - \cos x \sim \frac{x^2}{2}$, $a^x - 1 \sim x \ln a$, $\log_a(1+x) \sim \frac{x}{\ln a}$, $(1+x)^n - 1 \sim nx$.

Эквивалентные высказывания — два высказывания A и B, каждое из которых следует из другого. Такие высказывания либо оба ложны, либо оба истинны (верны), связываются знаком эквивалентности $A \Leftrightarrow B$.

Эквивалентные системы линейных уравнений — системы, полученные одна из другой с помощью элементарных преобразований.

Эквипотенциальные поверхности — см. **Поверхности уровня** скалярного поля.

Экспонента — функция e^x, часто обозначаемая как $\exp x$.

Экспоненциальная функция — функция $y = e^x$ или $y = a^x$, т.е. в целом показательная функция. Принята также запись $y = \exp_a x$.

Экстремальная точка — точка, в которой функция имеет экстремум.

Экстремальные значения функции на некотором числовом промежутке — её наименьшее и наибольшее значения в этом промежутке.

Экстремум — термин, объединяющий понятия максимума и минимума. Непрерывная в точке x_0 функция $f(x)$ имеет в этой точке максимум (локальный максимум) или минимум (локальный минимум), если существует окрестность $(x_0-\delta, x_0+\delta)$ этой точки такая, что во всех точках этой окрестности выполняется неравенство $f(x_0) \geq f(x)$ или $f(x_0) \leq f(x)$. В случае строгого неравенства говорят о строгом локальном максимуме или минимуме.

При отыскании абсолютного максимума (минимума) находят локальные максимумы (минимумы) и среди них выбирают наибольший (наименьший).

Чтобы в точке x_0 $f(x)$ имела экстремум, необходимо, чтобы она была непрерывна в этой точке и чтобы либо $f'(x_0)=0$, либо $f'(x_0)$ не существовала.

Аналогично определяются экстремумы функций нескольких переменных. Например, необходимым условием существования экстремума на поверхности (функция двух переменных) является обращение в нуль или несуществование частных производных первого порядка. Если в окрестности точки $M(x_0, y_0)$ существуют и непрерывны первые и вторые частные производные $f(x,y)$ и в самой точке $f'_x = f'_y = 0$, $\Delta = f''_{xx} f''_{yy} - \left(f''_{xy}\right)^2 > 0$, то $f(x,y)$ в точке M имеет экстремум (максимум при $f''_{xx} < 0$ и минимум при $f''_{xx} > 0$).

Эксцентриситет кривой 2-го порядка — число, равное отношению расстояния от точки кривой до фокуса к расстоянию от этой точки до соответствующей директрисы.

Эксцесс E_k теоретического распределения случайной величины — характеристика, определяемая равенством $E_k = \dfrac{\mu_4}{\sigma^4} - 4$, где μ_4 — центральный момент четвёртого порядка, σ — среднее квадратическое отклонение. Для нормального распределения $E_k = 0$. Если $E_k > 0$, то кривая плотности распределения имеет более высокую и „острую" вершину, чем нормальная кривая, при $E_k < 0$ кривая принижена и имеет „плоскую" вершину.

Элементарная математика — несколько неопределённое понятие, в основном охватывающее разделы математики, изучаемые в средней школе.

Элементарные преобразования матрицы:

— умножение некоторого ряда матрицы на число $\lambda \neq 0$;

— прибавление к одному ряду матрицы другого, параллельного ему ряда, умноженного на произвольное число;

— перестановка местами двух параллельных рядов.

Элементарные преобразования системы линейных уравнений:

— умножение некоторого уравнения системы на число $\lambda \neq 0$;

— прибавление к одному уравнению другого уравнения, умноженного на произвольные число;

— перестановка местами уравнений.

Элементарные события — совокупность взаимно исключающих друг друга исходов случайного эксперимента.

Элементарные функции — класс функций, состоящий из основных элементарных функций (многочлен, рациональная, степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические, обратные тригонометрические), гиперболических, обратных гиперболических функций, а также функций, получающихся из перечисленных с помощью четырёх арифметических действий и суперпозиций, применяемых конечное число раз. Данные функции непрерывны всюду, где определены.

Эллипс — замкнутая центральная кривая, описываемая уравнением $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$. Точки пересечения с осями координат

$(-a,0)$, $(a,0)$, $(-b,0)$, $(b,0)$ называются вершинами эллипса. Расстояния $2a$ и $2b$ между вершинами (и заключённые между ними отрезки) называются соответственно большой и малой осями. Фокусы расположены в точках $F_1(-c,0)$ и $F_2(c,0)$, $2c$ — межфокусное расстояние $\left(b^2 = a^2 - c^2\right)$. Эксцентриситет эллипса $e = \dfrac{c}{a} < 1$. Прямые $x = \pm\dfrac{a}{e}$ называются директрисами эллипса. Параметрические уравнения эллипса $x = a\cos t, y = b\sin t$ $(0 \le t \le 2\pi)$. Площадь эллипса равна πab.

Эллипсоид — замкнутая центральная поверхность 2-го порядка, описываемая уравнением $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$, где a,b,c — полуоси. Если $a \ne b \ne c$, эллипсоид называется трёхосным. При $a = b > c$ получается сжатый эллипсоид вращения (или сфероид) — при вращении эллипса $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1,\ y = 0$ вокруг оси Oz (вокруг малой оси). Объём эллипсоида равен $\dfrac{4}{3}\pi abc$.

Эллиптический параболоид — поверхность 2-го порядка, описываемая уравнением $\dfrac{x^2}{p} + \dfrac{y^2}{q} = 2z$, $p > 0$, $q > 0$. При сечении параболоида плоскостью $z = h$ получается эллипс $\dfrac{x^2}{p} + \dfrac{y^2}{q} = 2h$ или $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, где $a = \sqrt{2ph}$, $b = \sqrt{2qh}$. Плоскости xOz и yOz пересекают эллиптический параболоид по параболам $x^2 = 2pz$,

$y^2 = 2qz$ (главные параболы). Если $p = q$, параболоид называется параболоидом вращения.

Эмпирическая функция распределения случайной величины по данной выборке $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ есть $F_n^*(x) = \frac{n_x}{n}$, где n_x — число выборочных значений, меньших x. Функция ступенчатого типа, обладает всеми свойствами функции распределения (при больших n $F^*(x) \to F(x)$).

Эмпирическое распределение — распределение случайной величины, построенное по выборке $X_1, X_2, \ldots, X_n$ с ограниченным числом выборочных данных, задаётся с помощью частот $h_i = \frac{n_i}{n}$. Это дискретное распределение некоторой случайной величины, принимающей конечное число значений с вероятностями, пропорциональными $\frac{1}{n}$.

Эпициклоида — плоская кривая, описываемая точкой окружности, катящейся без скольжения по другой окружности вне её.

Я

Якобиан или определитель Якоби — определитель из частных производных

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{vmatrix},$$

где $f_i(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ — функции, имеющие частные производные. Используется также обозначение (как единый символ) $\dfrac{D(f_1, f_2, \ldots, f_n)}{D(x_1, x_2, \ldots, x_n)}$. Якобиан используется в теории неявных функций и в формулах преобразования кратных интегралов (переходе к новой системе координат). Например, при $J \neq 0$

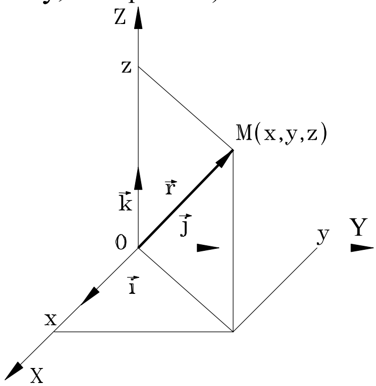
$$\iiint\limits_{v} f(x, y, z) dx dy dz = \iiint\limits_{v'} f\left[x(u, v, w), y(u, v, w), z(u, v, w)\right] |J| du dv dw,$$

где $J = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial u} & \dfrac{\partial x}{\partial v} & \dfrac{\partial x}{\partial w} \\ \dfrac{\partial y}{\partial u} & \dfrac{\partial y}{\partial v} & \dfrac{\partial y}{\partial w} \\ \dfrac{\partial z}{\partial u} & \dfrac{\partial z}{\partial v} & \dfrac{\partial z}{\partial w} \end{vmatrix}$.

2. Иллюстрации

2.1.Системы координат

Декартова прямоугольная система координат Oxyz (на плоскости — Oxy, т.е. при z=0).



$$\overline{OM} = \bar{r} = \overline{xi} + \overline{yj} + \overline{zk}$$

Координатные линии:

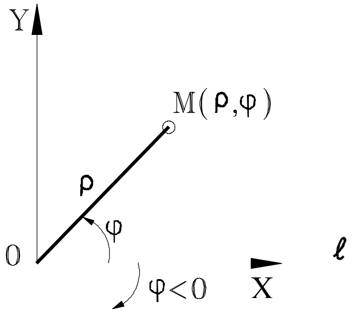
Ox — ось абсцисс (y=0, z=0),

Oy — ось ординат (x=0, z=0),

Oz — ось аппликат (x=0, y=0).

Координатные плоскости:

Oxy (z=0), Oyz (x=0), Ozx (y=0).



Полярные координаты (ρ,φ).

O— полюс, l — полярный луч; $0 \le \rho < \infty$, $0 \le \varphi < 2\pi$; иногда рассматривают случаи $0 \le \varphi < \infty$, $0 < \varphi < \infty$, либо $\varphi < 0$.

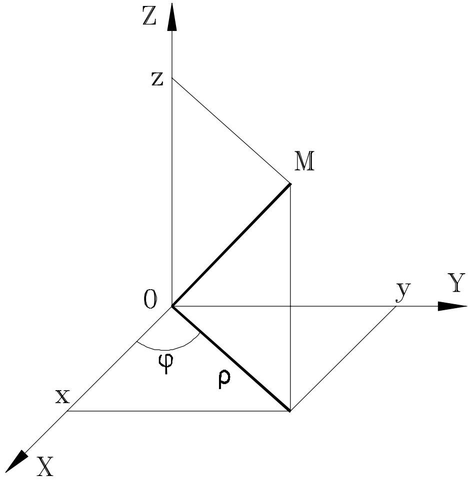
Связь с декартовыми координатами:

$x = \rho\cos\varphi$,

$y = \rho\sin\varphi$.

Цилиндрические координаты (ρ, φ, z).

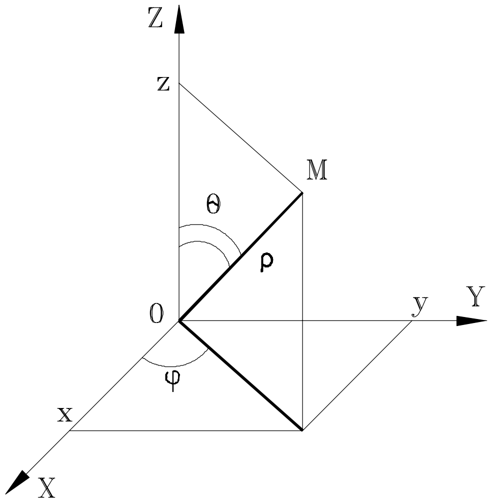
$$0 \le \rho < \infty, 0 \le \varphi < 2\pi \ , -\infty < z < \infty$$



$$x = \rho \cos \varphi$$
$$y = \rho \sin \varphi$$
$$z = z$$

Сферические координаты (ρ, θ, φ).

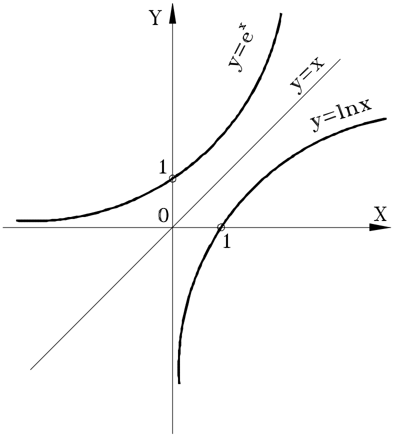
$$0 \le \rho \le \infty, 0 \le \theta \le \pi, 0 \le \varphi < 2\pi$$

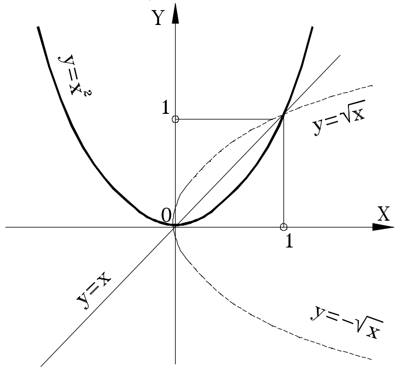


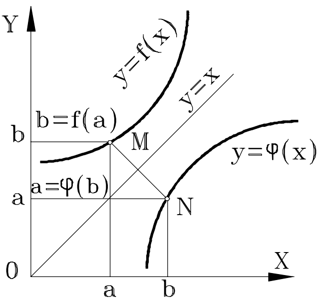
$$x = \rho \sin \theta \cos \varphi$$
$$y = \rho \sin \theta \sin \varphi$$
$$z = \rho \cos \theta$$

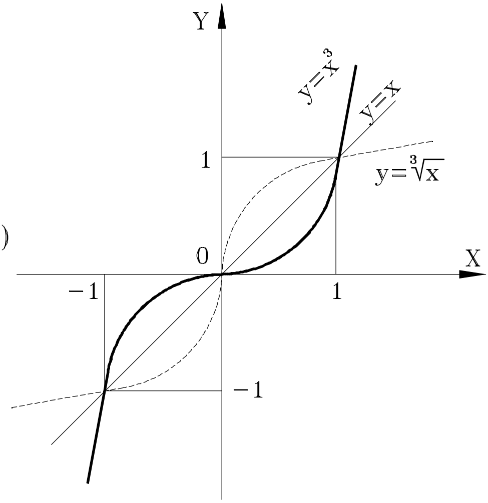
2.2 Прямая и обратная функции

График обратной функции $y=\varphi\left(x\right)$ симметричен с графиком прямой функции $y=f(x)$ относительно биссектрисы I и III координатных углов (относительно биссектрисы $y=x$).

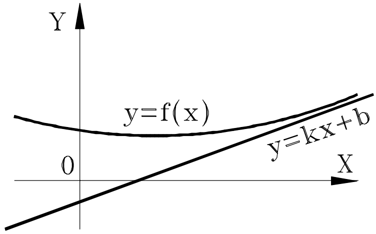








2.3. Асимптоты



Рассматриваются функции

$y = f(x)$.

Для наклонных асимптот

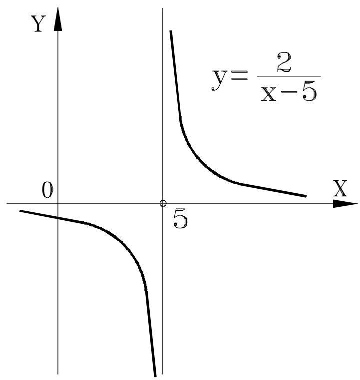
$y=kx+b$ $k = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ или

$$k = \lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x},$$

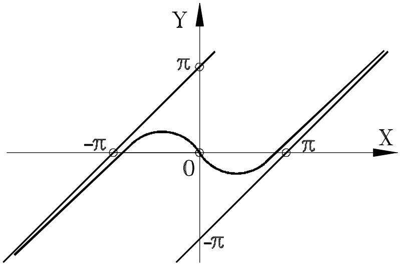
$$b = \lim_{x\to\pm\infty} \left(f(x) - kx\right).$$

В частности, функция может иметь горизонтальную асимптоту $y=b$ (при $k=0$), вертикальную асимптоту $x = x_0$ (если в этой точке терпит бесконечный разрыв), либо не иметь асимптот.

Конкретные примеры функций:



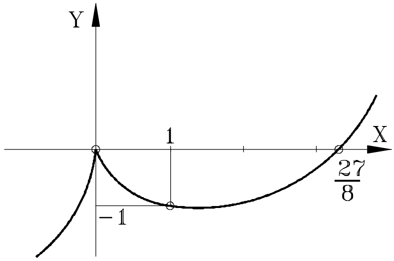
y=0 — горизонтальная асимптота,
x=5 — вертикальная асимптота.



$f(x) = x - 2arctgx$ $y_1 = x - \pi$

и $y_2 = x + \pi$ —

наклонные асимптоты.



$f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$

Асимптот нет.

2.4.Особые точки плоских кривых

Рассматриваются кривые, задаваемые неявными функциями $F(x,y) = 0$, и точки $M_0(x_0, y_0)$ — такие, в которых одновременно выполняются условия:

$$F(x_0, y_0) = 0\,,\ F'_x(x_0, y_0) = 0\,,\ F'_y(x_0, y_0) = 0\,.$$

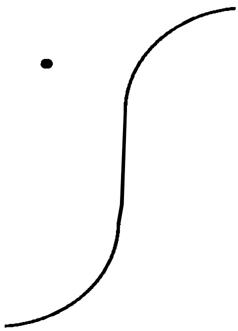
Если в этой точке не все равны нулю производные

$$A = F''_{xx}(x_0, y_0),$$

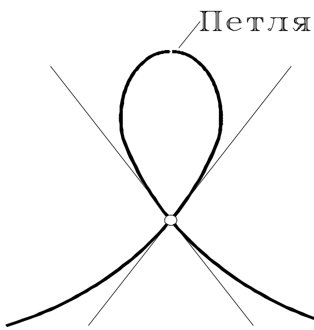
$$B = F''_{xy}(x_0, y_0),$$

$$C = F''_{yy}(x_0, y_0),$$

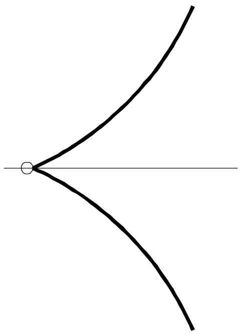
то характер точки определяется выражением $\Delta = AC - B^2$.



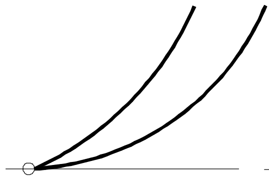
Изолированная точка
$(\Delta > 0$ или $\Delta = 0)$



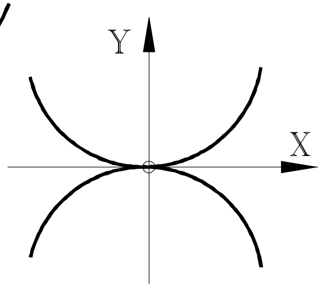
Двойная точка или узел $(\Delta < 0)$



Точка возврата
первого рода
$(\Delta = 0)$



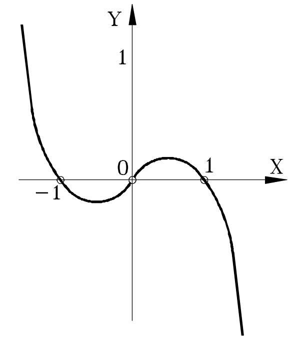
Точка возврата
второго рода
$(\Delta = 0)$



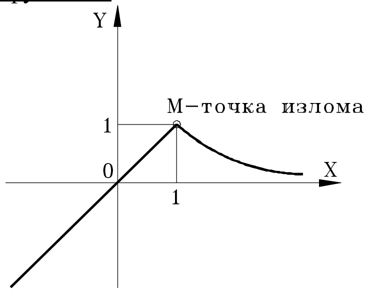
Точка самоприкосновения
$(\Delta = 0)$

2.5. Примеры непрерывных и разрывных функций

Непрерывные функции:

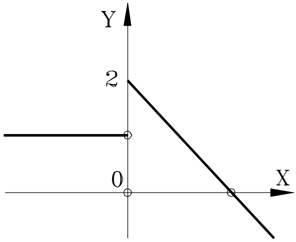


$$y = x - x^3$$

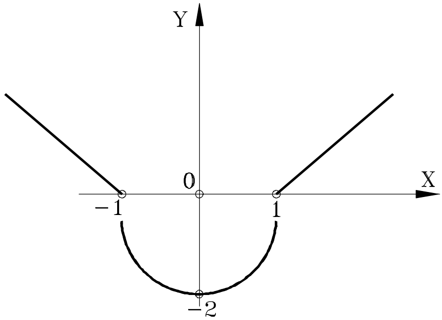


$$y = \begin{cases} x \text{ при } x \le 1, \\ \dfrac{1}{x} \text{ при } x > 1 \end{cases}$$

Разрывные функции:

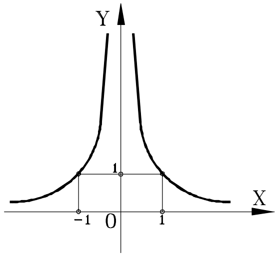


$$y = \begin{cases} 1 \quad \text{при } x \le 0, \\ 2 - x \text{ при } x > 0 \end{cases}$$

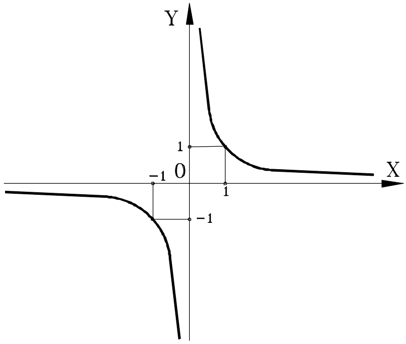


$$y = \begin{cases} -x - 1 \text{ при } x \le -1, \\ -\sqrt{1 - x^2} - 1 \text{ при } -1 < x < 1, \\ x - 1 \quad \text{при } x \ge 1 \end{cases}$$

Разрыв I рода



$$y = \frac{1}{|x|} \ (x \neq 0)$$

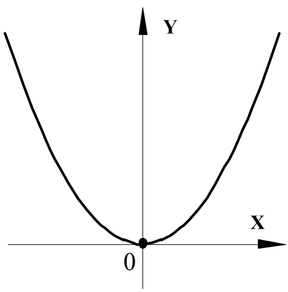


$$y = \frac{1}{x} \ (x \neq 0)$$

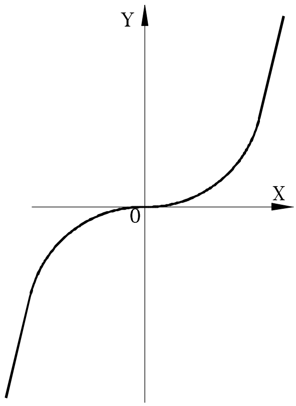
Разрыв I I рода

2.6. Дополнительные данные по некоторым кривым.

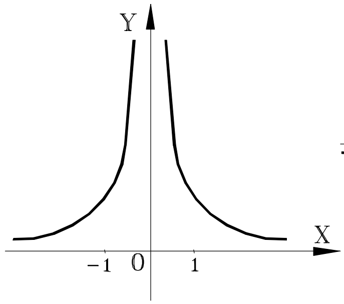
(перепечатано из приложений к сборнику задач под редакцией Б.П.Демидовича, изданного главной редакцией физико - математической литературы в 1978 году.)



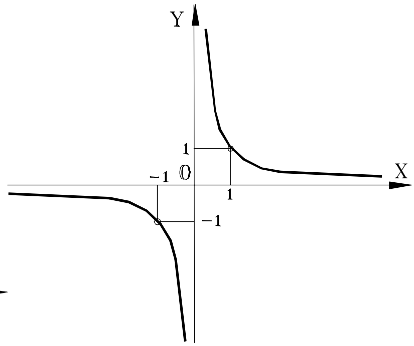
1.Парабола
$y=x^2$.



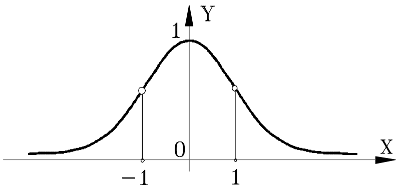
2. Кубическая арабола
$y=x^3$.



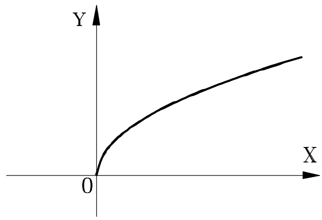
3. График дробной функции $y = \dfrac{1}{x^2}$



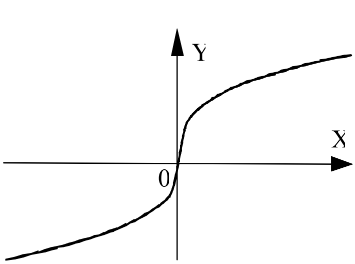
4. Равноосная гипербола $y = \dfrac{1}{x}$



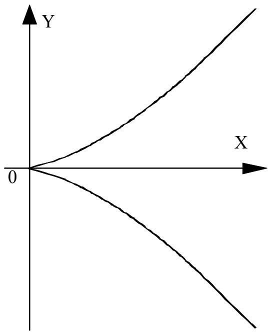
5. Локон Аньези
$y = \dfrac{1}{1+x^2}$.



6. Парабола (верхняя часть)
$y = \sqrt{x}$.

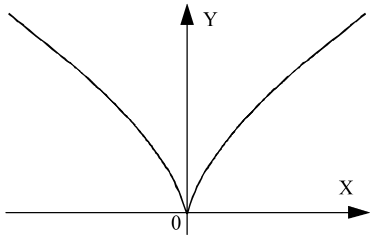


7. Парабола $y = \sqrt[3]{x}$.



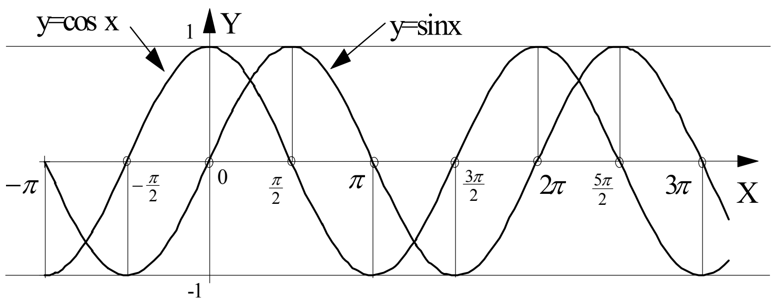
8а. Полукубическая парабола

$y^2 = x^3$ **или** $\begin{cases} x = t^2, \\ y = t^3. \end{cases}$

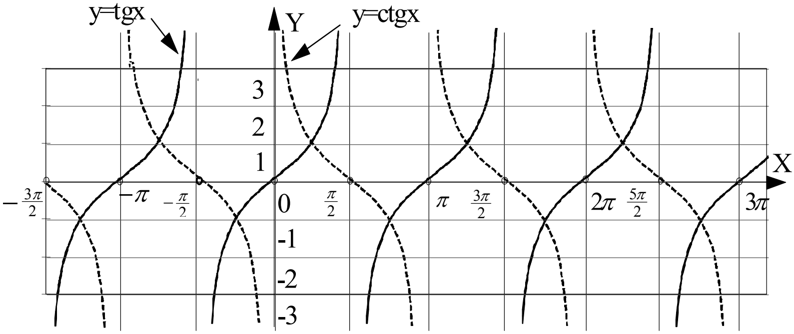


8б. Парабола Нейля

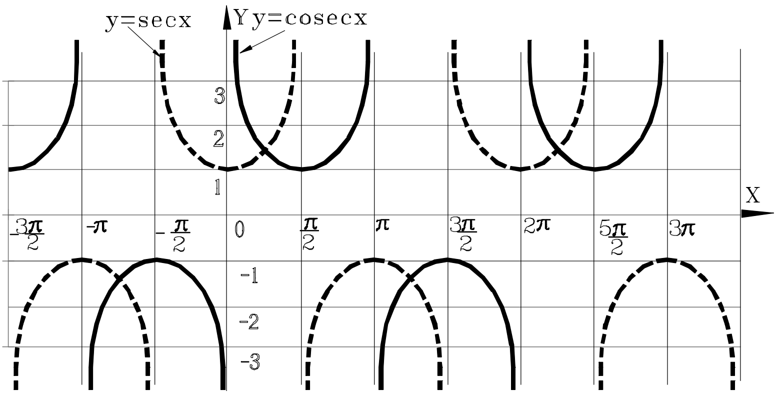
y= $x^{\frac{2}{3}}$ или $\begin{cases} x = t^3, \\ y = t^2. \end{cases}$



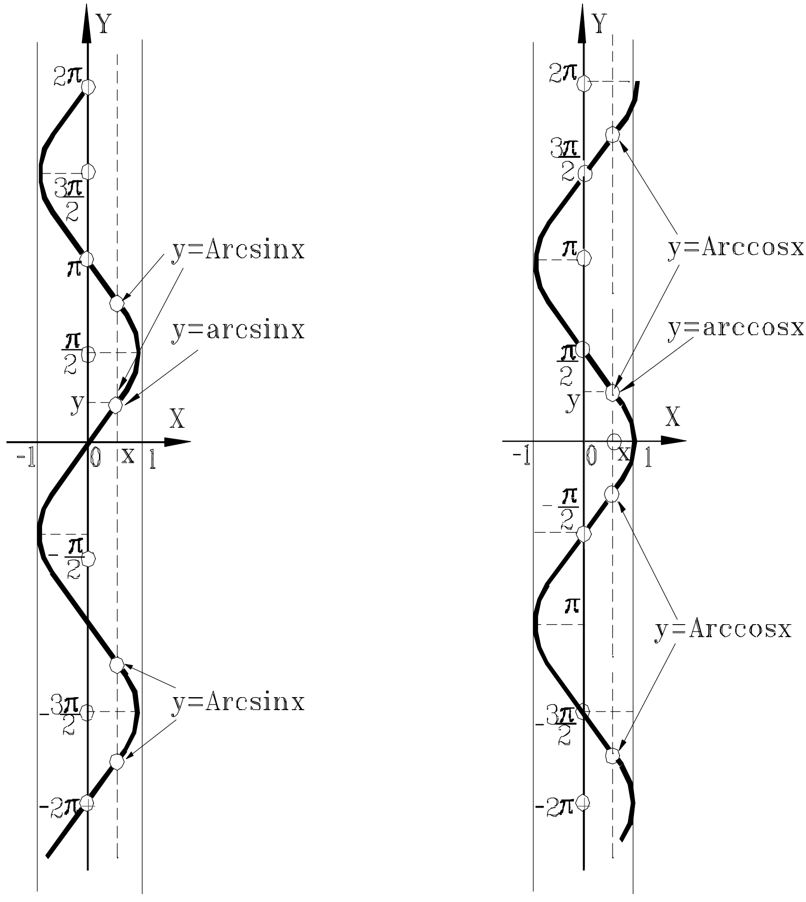
9. Синусоида и косинусоида
y=sin x и y=cos x.



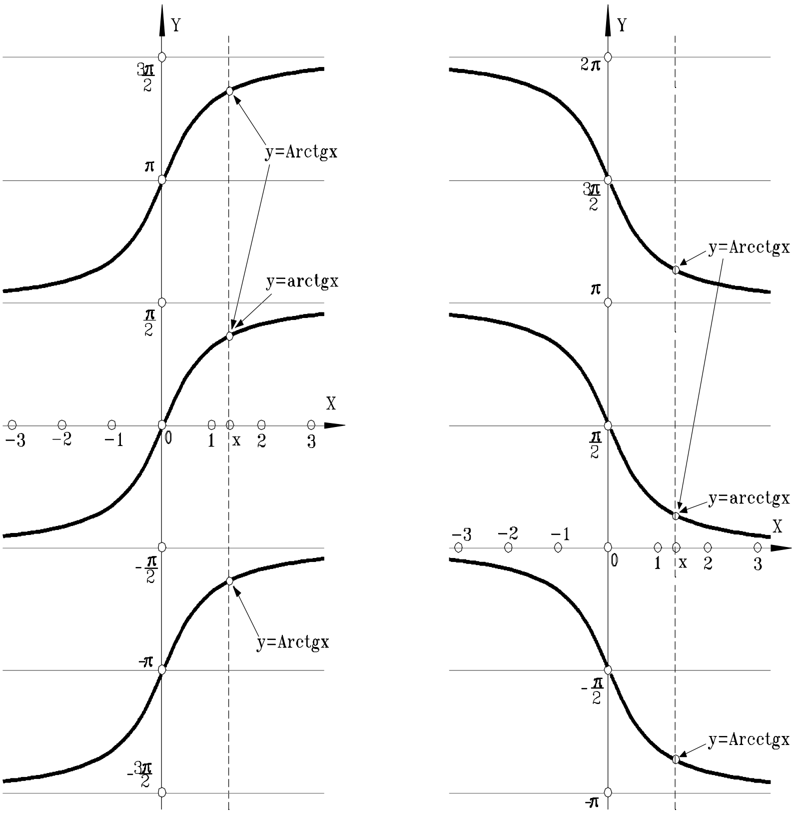
10. Тангенсоида и котангенсоида
y=tg x и y=ctg x.



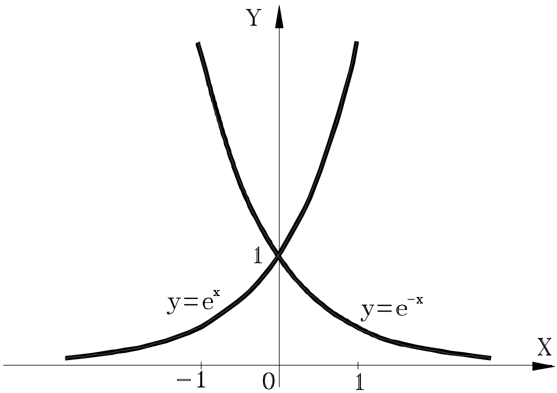
11. Графики функций $y = \sec x$ и $y = \cos ec x$.



12. Графики обратных тригонометрических функций $y = Arc\sin x$ и $y = Arc\cos x$.

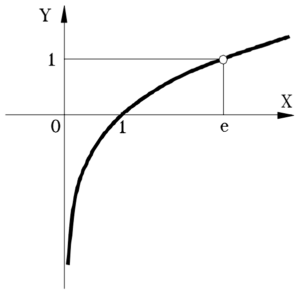


13. Графики обратных тригонометрических функций
$y = Arctgx$ и $y = Arcctgx$.

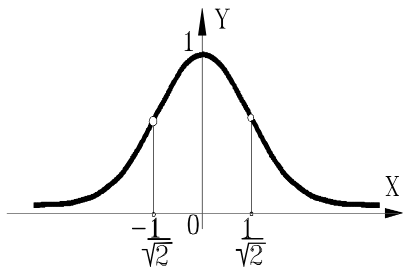


14. Графики показательных функций

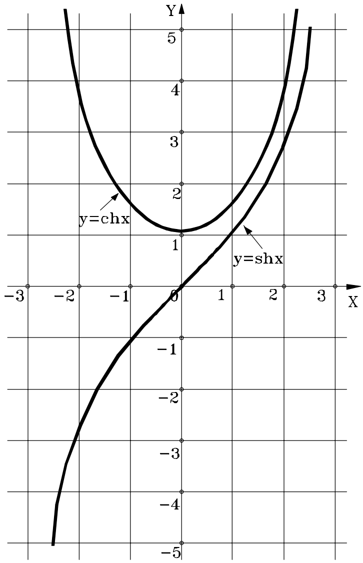
y= e^{x} и **y=** e^{-x} **.**



15. Логарифмическая кривая y=ln x .



16. Кривая Гаусса y= e^{-x^2} .

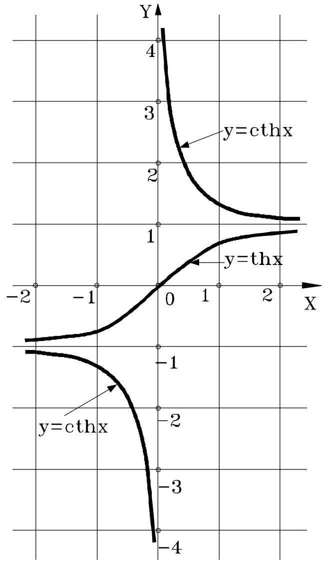


17. Графики гиперболических функций

$$y = shx \equiv \frac{e^{x} - e^{-x}}{2}$$

и

$$y = chx \equiv \frac{e^{x} + e^{-x}}{2}$$ (цепная линия).

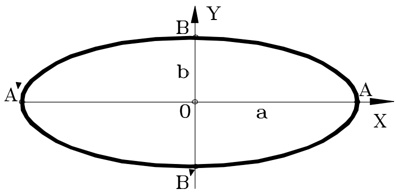


18. Графики гиперболических функций

$$y = thx \equiv \frac{e^{x} - e^{-x}}{e^{x} + e^{-x}}$$

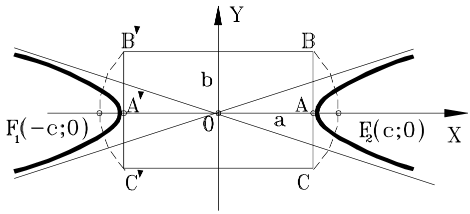
и

$$y = cthx \equiv \frac{e^{x} + e^{-x}}{e^{x} - e^{-x}}.$$



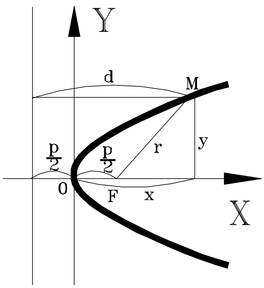
19. Эллипс

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \text{ или } \begin{cases} x=a\cos t, \\ y=b\sin t \end{cases}$$



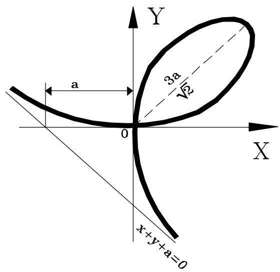
20. Гипербола

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \text{ или } \begin{cases} x=a\,ch\,t \\ y=b\,sh\,t \end{cases} \text{(для правой ветви).}$$



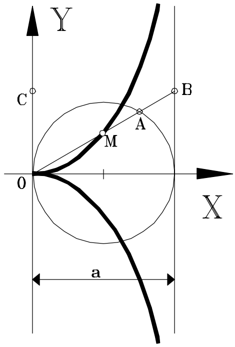
21. Парабола

$y^2=2px$



22. Декартов лист

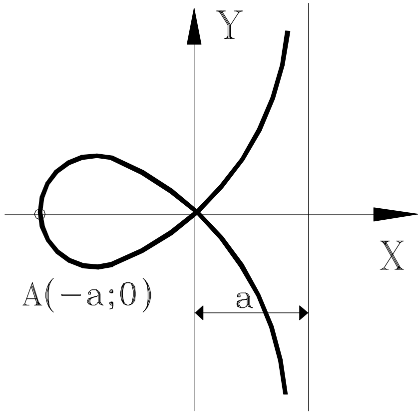
$$x^3+y^3-3axy=0 \text{ или } \begin{cases} x=\dfrac{3at}{1+t^3} \\ y=\dfrac{3at^2}{1+t^3}. \end{cases}$$



OM=AB

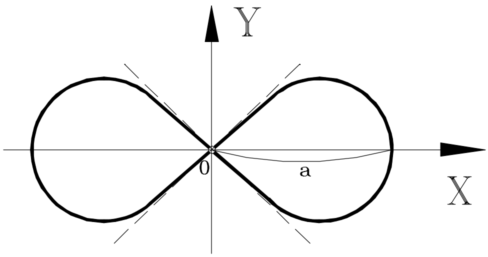
23. Циссоида Диоклеса

$$y^2 = \frac{x^3}{a-x} \text{ **или** } \begin{cases} x = \dfrac{at^2}{1+t^2}, \\ y = \dfrac{at^3}{1+t^2}. \end{cases}$$



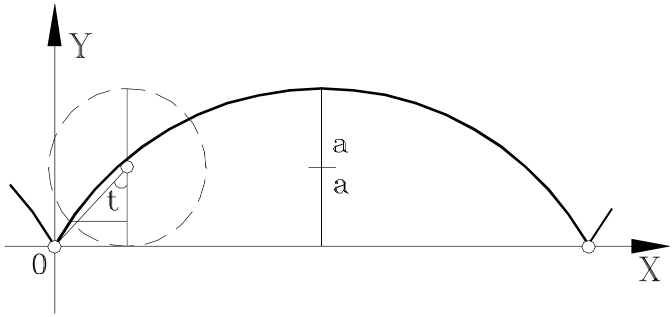
24. Строфоида

$$y^2 = x^2\frac{a+x}{a-x}.$$



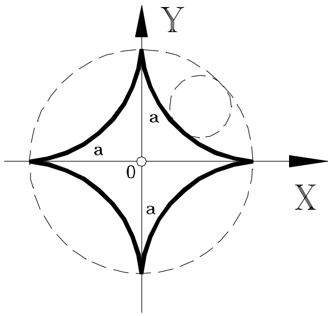
25. Лемниската Бернулли

$$(x^2+y^2)^2 = a^2(x^2-y^2) \text{ или } r^2 = a^2\cos 2\varphi.$$



26. Циклоида

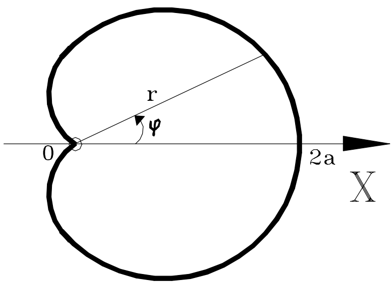
$$\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t). \end{cases}$$



27. Гипоциклоида (астроида)

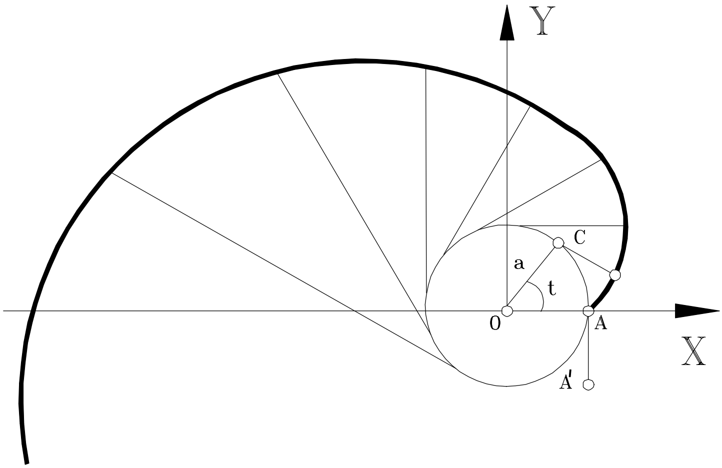
$$\begin{cases} x = a\cos^3 t, \\ y = a\sin^3 t \end{cases}$$ или

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}.$$



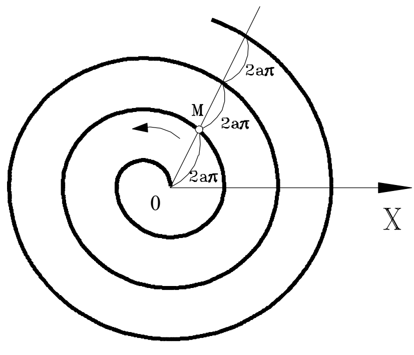
28. Кардиоида

$$r = a(1 + \cos\varphi).$$

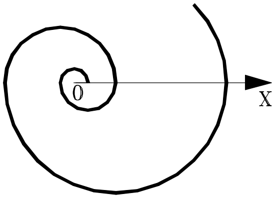


29. Эвольвента (развертка) окружности

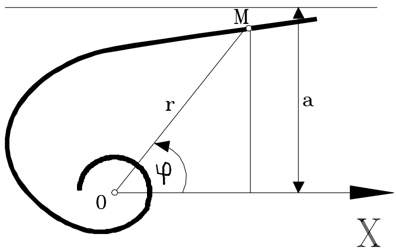
$$\begin{cases} x = a(\cos t + t\sin t), \\ y = a(\sin t - t\cos t). \end{cases}$$



30. Спираль Архимеда $r = a\varphi (r \geq 0)$.

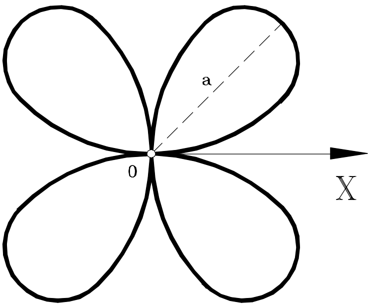


31. Логарифмическая спираль $r = e^{\alpha\varphi}$,

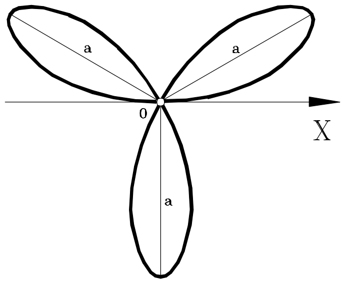


32. Гиперболическая спираль

$$r = \frac{a}{\varphi}(r > 0)\,.$$

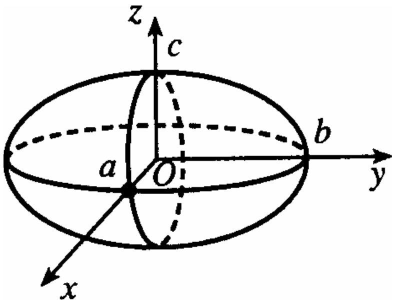


33. Четырехлепестковая роза
$r = a\left|\sin 2\varphi\right|$



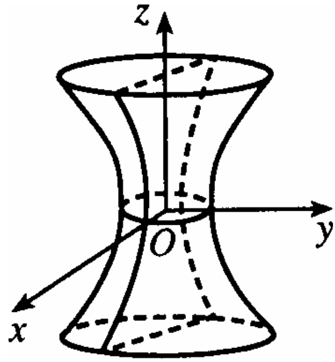
34. Трехлепестковая роза
$r = a\sin 3\varphi$ (r ≥ 0).

2.7. Поверхности второго порядка



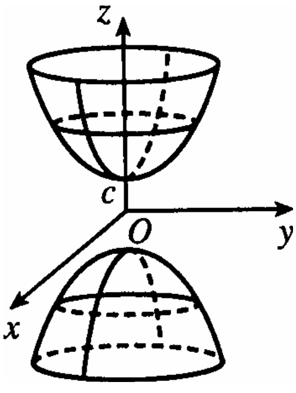
1. Эллипсоид

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$



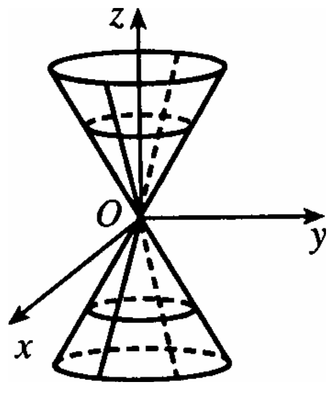
2.Однополостный гиперболоид

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$$



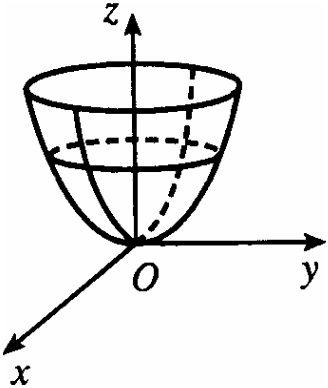
3. Двуполостный гипер-болоид

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$$



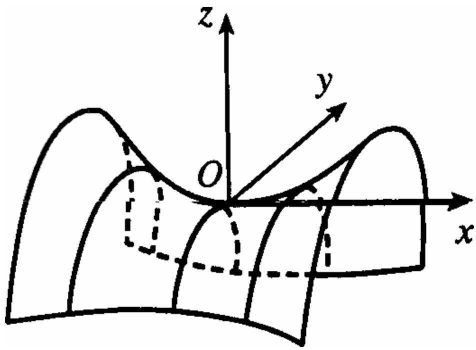
4. Конус второго порядка

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$$



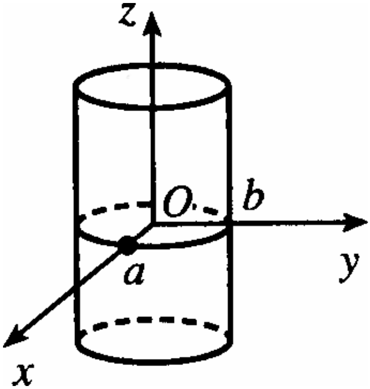
5. Эллиптический параболоид

$$\frac{x^2}{p}+\frac{y^2}{q}=2z(p,q>0)$$



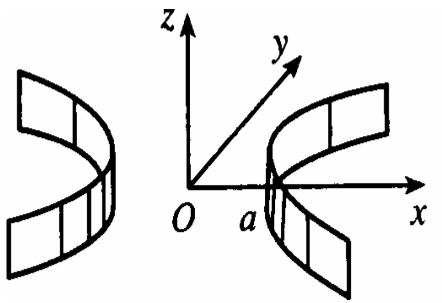
6. Гиперболический параболоид

$$\frac{x^2}{p}-\frac{y^2}{q}=2z(p,q>0)$$



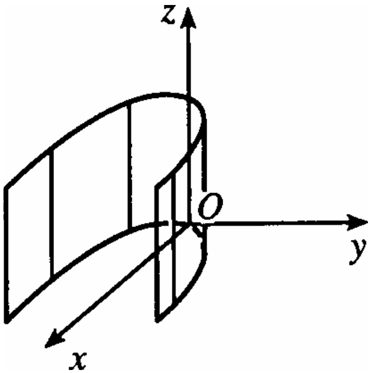
7. Эллиптический цилиндр

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$



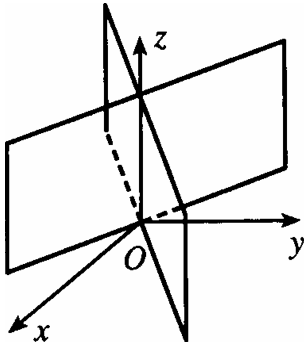
8. Гиперболический цилиндр

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$



9. Параболический цилиндр

$$y^2 = 2px$$



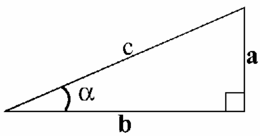
10. Пара пересекающихся плоскостей

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$$

3. Тригонометрические функции, их связь, значения

3.1.Геометрия тригонометрических функций

Прямоугольный треугольник



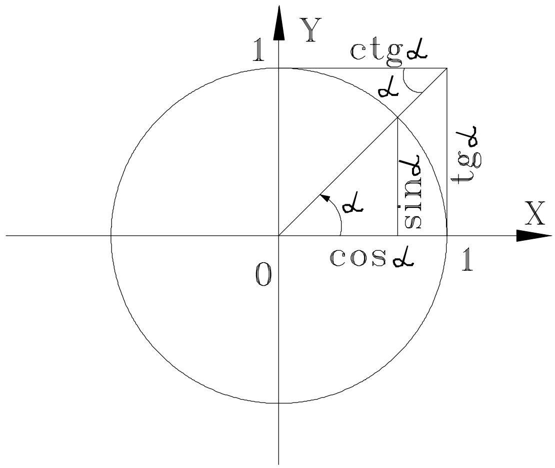
a, b — катеты c — гипотенуза

$\frac{a}{c} = \sin\alpha$; $\frac{b}{c} = \cos\alpha$;

$\frac{a}{b} = tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$—секанс;

$\frac{b}{a} = ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$; $\csc\alpha = \frac{1}{\sin\alpha}$ — косеканс.

Окружность единичного радиуса



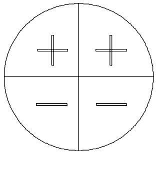
Нечётные функции

$$\begin{aligned} \sin(-\alpha) &= -\sin\alpha \\ tg(-\alpha) &= -tg\alpha \\ ctg(-\alpha) &= -ctg\alpha \\ \csc(-\alpha) &= -\csc\alpha \end{aligned}$$

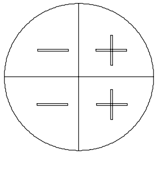
Чётные функции

$$\begin{aligned} \cos(-\alpha) &= \cos\alpha \\ \sec(-\alpha) &= \sec\alpha \end{aligned}$$

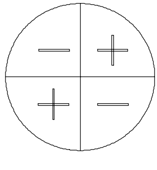
Знаки тригонометрических функций



$\sin x,\ \csc x$



$\cos x,\ \sec x$



$tgx,\ ctgx$

3.2. Значения тригонометрических функций некоторых углов

Градусное и радианное измерение углов

Угол в 1° (один градус) — это центральный угол, который опишет радиус окружности, совершив 1/360 часть полного оборота против часовой стрелки;
1/60 часть градуса называется минутой (1′);
1/60 часть минуты называется секундой (1″).
1 радиан — это угол, соответствующий дуге, длина которой равна радиусу окружности: 1рад ≈ 57°17′44,8″.

Если угол содержит a °, то его радианная мера равна

$$\alpha = \frac{\pi \cdot a^\circ}{180^\circ}$$

Если угол содержит α радиан, то его градусная мера

$$a^\circ = \frac{\alpha \cdot 180^\circ}{\pi}$$

Таблица значений функций

Угол в градусах	0	30	45	60	90	120	135	150	180	270	360
Угол (рад)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0	1
tgx	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\infty$	0
$ctgx$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$-\infty$	0	∞

3.3. Формулы приведения

Это соотношения, с помощью которых значения тригонометрических функций аргументов $x = \frac{\pi}{2} \pm \alpha,\ \pi \pm \alpha,\ \frac{3\pi}{2} \pm \alpha,\ 2\pi \pm \alpha$ выражаются через значения $\sin\alpha,\ \cos\alpha,\ tg\alpha,\ ctg\alpha$.

Аргумент / функция	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\frac{\pi}{2}+\alpha$	$\pi-\alpha$	$\pi+\alpha$	$\frac{3\pi}{2}-\alpha$	$\frac{3\pi}{2}+\alpha$	$2\pi-\alpha$	$2\pi+\alpha$
$\sin x$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$
$\cos x$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$
tgx	$ctg\alpha$	$-ctg\alpha$	$-tg\alpha$	$tg\alpha$	$ctg\alpha$	$-ctg\alpha$	$-tg\alpha$	$tg\alpha$
$ctgx$	$tg\alpha$	$-tg\alpha$	$-ctg\alpha$	$ctg\alpha$	$tg\alpha$	$-tg\alpha$	$-ctg\alpha$	$ctg\alpha$

3.4. Основные соотношения между тригонометрическими функциями

Тригонометрические тождества

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$$

$$ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

Формулы сложения

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha \cdot tg\beta}$$

Функции двойного аргумента

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 + tg^2\alpha}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - tg^2\alpha}{1 + tg^2\alpha}$$

$$tg 2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$$

Функции половинного аргумента

$$\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos\alpha}{2}$$

$$\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos\alpha}{2}$$

$$tg^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos\alpha}{1 + \cos\alpha}$$

$$tg^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha}$$

Формулы понижения порядка

$$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2} \qquad \cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$$

Формулы преобразования сумм тригонометрических функций в произведения

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\cdot\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\cdot\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

Формулы преобразования произведений тригонометрических функций в суммы

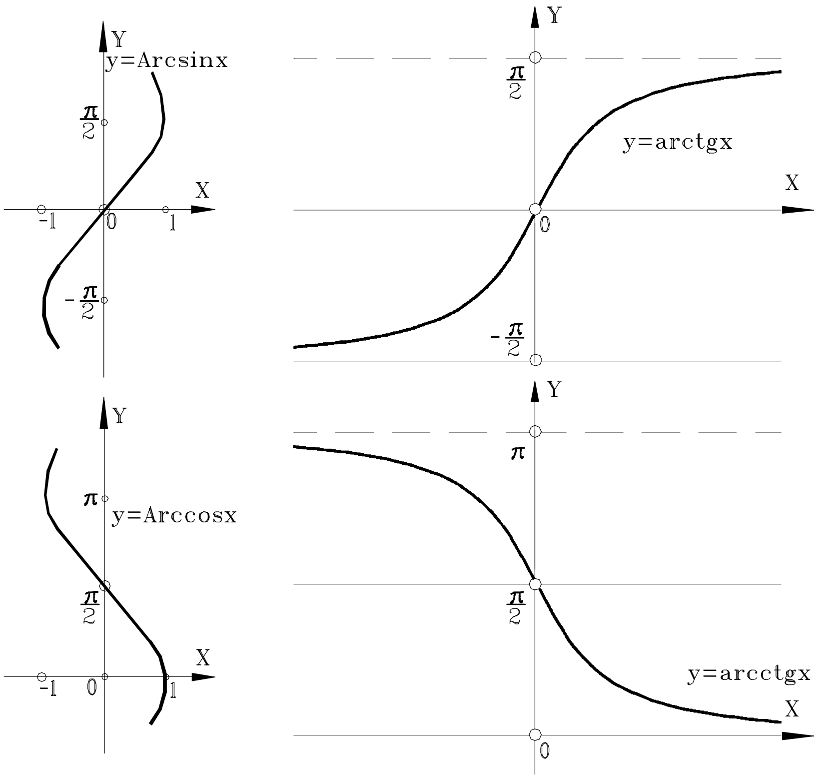
$$\sin\alpha\cdot\sin\beta = \frac{1}{2}\cdot\left(\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\right)$$

$$\cos\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}\cdot\left(\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)\right)$$

$$\sin\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}\cdot\left(\sin(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta)\right)$$

3.5. Обратные тригонометрические функции.

Графики



Свойства

$\arcsin(-x) = -\arcsin x$	$arctg(-x) = -arctgx$
$\arccos(-x) = \pi - \arccos x$	$arcctg(-x) = \pi - arcctgx$
$\arcsin x + \arccos x = \dfrac{\pi}{2}$	$arctgx + arcctgx = \dfrac{\pi}{2}$
$\sin(\arcsin x) = x$	$tg(arctgx) = x$
$\cos(\arccos x) = x$	$ctg(arcctgx) = x$
$\arcsin(\sin x) = x$	$arctg(tgx) = x$
$\arccos(\cos x) = x$	$arcctg(ctgx) = x$

3.6. Основные тригонометрические уравнения

(В этом разделе $k \in Z$)

Уравнение и его решение	Частные случаи
$\sin x = a, \quad -1 \le a \le 1$ $x = (-1)^k \arcsin(a) + \pi k$	$\sin x = 0, x = \pi k$ $\sin x = 1, \ x = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi k$ $\sin x = -1, \ x = -\dfrac{\pi}{2} + 2\pi k$
$\cos x = a, \quad -1 \le a \le 1$ $x = \pm\arccos(a) + 2\pi k$	$\cos x = 1, \ x = 2\pi k$ $\cos x = 0, \ x = \dfrac{\pi}{2} + \pi k$ $\cos x = -1, \ x = \pi + 2\pi k$
$tgx = a$ $x = arctg(a) + \pi k$	$tgx = 0, \ x = \pi k$ $tgx = 1, \ x = \dfrac{\pi}{4} + \pi k$ $tgx = -1, \ x = -\dfrac{\pi}{4} + \pi k$

4. Алгебра двучленов

Сумма и разность степеней

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)\left(a^2 - ab + b^2\right)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)\left(a^2 + ab + b^2\right)$$

$$a^4 - b^4 = (a-b)\left(a^3 + a^2 b + ab^2 + b^3\right)$$

$$a^5 + b^5 = (a+b)\left(a^4 - a^3 b + a^2 b^2 - ab^3 + b^4\right)$$

$$a^5 - b^5 = (a-b)\left(a^4 + a^3 b + a^2 b^2 + ab^3 + b^4\right)$$

$$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2} b + a^{n-3} b^2 + \ldots + b^{n-1}\right)$$

Степень суммы и разности

$$(a+b)^{\circ} = 1, \qquad a+b \neq 0$$

$$(a \pm b)^1 = a \pm b$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2 b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$(a \pm b)^4 = a^4 \pm 4a^3 b + 6a^2 b^2 \pm 4ab^3 + b^4$$

Бином Ньютона

$$(a+b)^n = a^n + \frac{n}{1} a^{n-1} b + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \cdot a^{n-2} b^2 + \ldots + C_n^k \cdot a^{n-k} b^k + \ldots + b^n$$

5. Логарифмы

Логарифмом положительного числа b по основанию a $\left(a>0,\ a\neq 1\right)$ называется показатель степени N, в которую надо возвести a, чтобы получилось число b:

$$\log_a b = N \iff a^N = b$$

Свойства

$a^{\log_a b} = b$ — основное тождество

$$\log_a a = 1 \qquad \log_a 1 = 0$$

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c \qquad \log_a\left(b^p\right) = p \cdot \log_a b$$

$$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c \qquad \log_a\left(\sqrt[q]{b}\right) = \frac{1}{q}\log_a b$$

Переход от одного основания к другому

$$\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a} \qquad \log_a c = \frac{1}{\log_c a}$$

Логарифмы десятичный и натуральный

$\log_{10} b = \lg b$	$\log_e b = \ln b$
$\lg e \approx 0,4343$	$\ln 10 \approx 2,3$
$\lg a \approx 0,4343 \cdot \ln a$	$\ln a \approx 2,3 \cdot \lg a$

6. Комплексные числа

Степени мнимой единицы i

$i^1 = i; \quad i^2 = -1; \quad i^3 = -i; \quad i^4 = 1; \quad i^5 = i;$

$i^{4n+1} = i;\; i^{4n+2} = -1;\; i^{4n+3} = -i;\; i^{4n+4} = 1;\; n \in N$

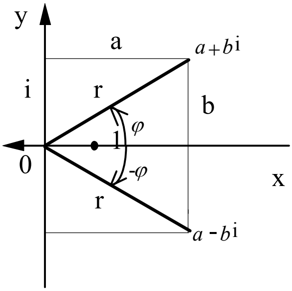
Интерпретация $z = a + bi$

a, b — действительные числа;
a — действительная часть, bi — мнимая часть числа.
Если $a \neq 0$, $b = 0$, то $z = a$ есть действительное число.
Если $a = 0$, $b \neq 0$, то $z = bi$ есть чисто мнимое число.

Сопряженные числа

$z = a + bi$ и $\bar{z} = a - bi$,
т.е. действительные части равны, а мнимые части противоположны по знаку.

Комплексная плоскость



Ox — действительная ось
Oy — мнимая ось

$$tg\varphi = \frac{b}{a}, \quad -\pi \le \varphi \le \pi$$

$$r = |z| = |\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

φ — аргумент, r — модуль комплексного числа

Формы записи комплексных чисел

$\boxed{z = a + b\mathrm{i}}$ — алгебраическая

$\boxed{z = r(\cos\varphi + \mathrm{i}\sin\varphi)}$ — тригонометрическая

$\boxed{z = re^{\varphi \mathrm{i}}}$ — показательная

Формула Эйлера $\boxed{e^{\varphi \mathrm{i}} = \cos\varphi + \mathrm{i}\cdot\sin\varphi}$

Действия над числами

$$z_1 \pm z_2 = (a_1 \pm a_2) + (b_1 \pm b_2)\mathrm{i}$$

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 \cdot \left[\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + \mathrm{i}\sin(\varphi_1 + \varphi_2)\right] = r_1 \cdot r_2 \cdot e^{\mathrm{i}(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \cdot \left[\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \mathrm{i}\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\right] = \frac{r_1}{r_2} e^{\mathrm{i}(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

В частности:

$$z + \bar{z} = 2a$$

$$z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$$

Формулы Муавра

$$\boxed{\begin{aligned} z^k &= r^k \cdot (\cos k\varphi + \mathrm{i}\cdot\sin k\varphi) \\ z^k &= r^k e^{\mathrm{i}k\varphi} \end{aligned}}$$

7. Векторы

Задание вектора

$$\bar{a} = \left(a_x; a_y; a_z\right) = a_x \bar{\mathrm{i}} + a_y \bar{\mathrm{j}} + a_z \bar{\mathrm{k}}$$

$$\bar{b} = \left(b_x; b_y; b_z\right) = b_x \bar{\mathrm{i}} + b_y \bar{\mathrm{j}} + b_z \bar{\mathrm{k}}$$

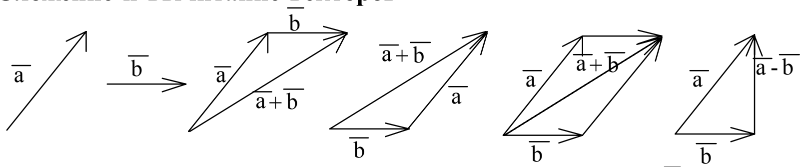
$$\overline{M_1 M_2} = \left(x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\right) = \left(x_2 - x_1\right)\bar{\mathrm{i}} + \left(y_2 - y_1\right)\bar{\mathrm{j}} + \left(z_2 - z_1\right)\bar{\mathrm{k}}$$

Длина (модуль) вектора

$$\left|\bar{a}\right| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$\left|\overline{M_1 M_2}\right| = \sqrt{\left(x_2 - x_1\right)^2 + \left(y_2 - y_1\right)^2 + \left(z_2 - z_1\right)^2}$$

Сложение и вычитание векторов



$\bar{a} + \bar{0} = \bar{a}$ $\qquad$ $\bar{a} + \bar{b} = \bar{b} + \bar{a}$ $\qquad$ $\bar{a} + (\bar{b} \pm \bar{c}) = (\bar{a} + \bar{b}) \pm \bar{c}$

Умножение на число

$$\lambda \bar{a} = \bar{a} \lambda \qquad \lambda\left(\bar{a} \pm \bar{b}\right) = \lambda \bar{a} \pm \lambda \bar{b}$$

$$\lambda\left(\mu \bar{a}\right) = \left(\lambda \mu\right)\bar{a} \qquad \left(\lambda + \mu\right)\bar{a} = \lambda \bar{a} + \mu \bar{a}$$

Скалярное произведение

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = \left|\bar{a}\right| \cdot \left|\bar{b}\right| \cdot \cos\left(\widehat{a, b}\right) = ab \cdot \cos\varphi$$

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

Другие обозначения: $\left(\overline{a}\cdot\overline{b}\right)$, $\left(\overline{a},\overline{b}\right)$, $\overline{a}\overline{b}$.

Свойства:

$$\overline{a}\cdot\overline{b} = \overline{b}\cdot\overline{a}$$

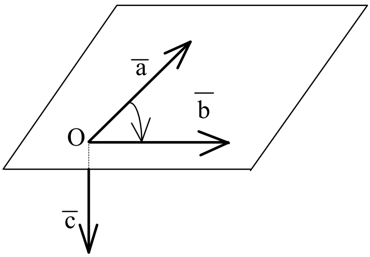
$$(\lambda\,\overline{a})\cdot\overline{b} = \overline{a}\cdot\left(\lambda\,\overline{b}\right) = \lambda\left(\overline{a}\cdot\overline{b}\right)$$

$$\overline{a}\cdot\left(\overline{b}\pm\overline{c}\right) = \overline{a}\cdot\overline{b}\pm\overline{a}\cdot\overline{c}$$

Угол между векторами

$$\cos\varphi = \frac{\overline{a}\cdot\overline{b}}{ab} \qquad \cos\varphi = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}\cdot\sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}$$

Векторное произведение



$\overline{a}\times\overline{b} = \overline{c}$, причём

1) $c = ab\sin\varphi$

2) $\overline{c}\perp\overline{a}$ и $\overline{c}\perp\overline{b}$

3) тройка векторов $\overline{a},\ \overline{b},\ \overline{c}$ — правая

Другие обозначения: $\left[\overline{a}\times\overline{b}\right]$, $\left[\overline{a},\overline{b}\right]$.

Свойства:

$$\overline{a}\times\overline{b} = -\overline{b}\times\overline{a}$$

$$\lambda\left(\overline{a}\times\overline{b}\right) = (\lambda\,\overline{a})\times\overline{b} = \overline{a}\times\left(\lambda\,\overline{b}\right)$$

$$\overline{a}\times\left(\overline{b}+\overline{c}\right) = \overline{a}\times\overline{b}+\overline{a}\times\overline{c}$$

$$\overline{a}\parallel\overline{b}\Rightarrow\overline{a}\times\overline{b} = \overline{b}\times\overline{a} = 0$$

$$\overline{a}\times\overline{a} = 0$$

8. Правила и формулы дифференцирования

Если $C = const$ и $U(x)$, $V(x)$ — дифференцируемые функции, то:

$$(C)' = 0 \qquad dC = 0$$

$$(Cu)' = Cu' \qquad d(Cu) = Cdu$$

$$(u \pm v)' = u' \pm v' \qquad d(u \pm v) = du \pm dv$$

$$(uv)' = u'v + uv' \qquad d(uv) = vdu + udv$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \qquad d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{vdu - udv}{v^2}, \quad v \neq 0$$

$$y'_x = \{u\{v[w(x)]\}\}' = u'_v \cdot v'_w \cdot w'_x$$

Производные от элементарных функций (n, c — постоянные):

$$c' = 0 \qquad (x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(x)' = 1 \qquad (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2} \qquad (e^{\pm x})' = \pm e^{\pm x}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} = \frac{\log_a e}{x}, x > 0, a > 0 \qquad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x} \qquad (ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(arctgx)' = \frac{1}{1+x^2} \qquad (arcctgx)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

$$(shx)' = chx \qquad (chx)' = shx$$

$$(thx)' = \frac{1}{ch^2 x} \qquad (cthx)' = -\frac{1}{sh^2 x}$$

$$(Arshx)' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \qquad (Archx)' = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}, |x| > 1$$

$$(Arthx)' = \frac{1}{1-x^2}, |x| < 1 \qquad (Arcthx)' = -\frac{1}{x^2-1}, |x| > 1$$

9. Правила интегрирования и таблица простейших интегралов

$$F'(x) = f(x) \Rightarrow \int f(x)dx = F(x) + C$$

$$\int af(x)dx = a\int f(x)dx$$

$$\int \left[f_1(x) \pm f_2(x) \right] dx = \int f_1(x)dx \pm \int f_2(x)dx$$

$$\int d(\varphi(x)) = \varphi(x) + C$$

$$\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}\int f(ax+b)d(ax+b) = \frac{1}{a}F(ax+b) + C$$

Некоторые неопределённые интегралы от элементарных функций:

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1 \qquad \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C, x \neq 0$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, a > 0 \qquad \int e^x dx = e^x + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C \qquad \int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int tgx = -\ln|\cos x| + C \qquad \int ctgx dx = \ln|\sin x| + C$$

$$\int shx dx = chx + C \qquad \int chx dx = shx + C$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C \qquad \int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C$$

$$\int \frac{dx}{sh^2 x} = -cthx + C \qquad \int \frac{dx}{ch^2 x} = thx + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} arctg \frac{x}{a} + C, a \neq 0 \qquad \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C, a \neq 0$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin\frac{x}{a} + C, |x| < a \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln\left|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right| + C, a \neq 0$$

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln\left|tg\frac{x}{2}\right| + C \qquad \int \frac{dx}{\cos x} = \ln\left|tg\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right| + C$$

$$\int thx dx = \ln chx + C \qquad \int cthx dx = \ln|shx| + C$$

$$\int \frac{dx}{shx} = \ln\left|th\frac{x}{2}\right| + C \qquad \int \frac{dx}{chx} = 2arctge^x + C$$

10. Символика

Соотношения величин

$=$ знак равенства

$\equiv$ тождественно равно

$\neq$ не равно

$\approx$, $\cong$ приближенно равно

$<$, $>$ символы строгого неравенства («меньше», «больше»)

$\leq$, $\geq$ символы нестрогого неравенства («меньше или равно» либо «не больше», «больше или равно» или «не меньше»)

$x<a<y$ двойное неравенство (вместо двух неравенств: $x<a$, $a<y$)

$\sim$ знак эквивалентности величин

Алгебра

$+$ плюс

$-$ минус

$\cdot$ или $\times$ знак умножения (если это не приводит к неоднозначности, знак опускается: $a{\cdot}b{=}a{\times}b{=}ab$; $2ab^3c$)

$:$ или — деление ($a{:}b$ или $\frac{a}{b}$)

$!$ факториал (например: $a!$, $3! = 1\cdot 2\cdot 3$)

a^k a в степени k

$\sqrt[n]{\ }$ корень n-ой степени (например: $\sqrt[n]{a}$)

$\sqrt[3]{\ }$ корень кубический (корень 3-ей степени)

$\sqrt{\ }$ квадратный корень (корень 2-ой степени)

Геометрия

$\perp$ знак перпендикулярности

$\parallel$ знак параллельности

Δ треугольник

$\angle$ угол

Векторы

$\overrightarrow{AB}, \vec{a}, \overline{a}, \boldsymbol{a}$ обозначение вектора

$\bar{a}_0$ единичный вектор того же направления, что и вектор $\overline{a}$

$|\overline{a}|$ или a длина (абсолютная величина) вектора a

$\text{пр}_x b$ проекция вектора b на ось Ox

$\{\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}\}$ ортонормированный базис

$a_x,\ a_y,\ a_z$ декартовы координаты вектора $\overline{a}$

Множества и операции над множествами

$A, B, ..., R, ...$ множества — обозначаются большими (заглавными) буквами

$a, b, ..., r, ...$ элементы множества — обозначаются малыми буквами

$\{\ldots\}$ конечное множество, элементы которого перечислены в скобках

$a \in Z$ или $Z \ni a$ элемент a принадлежит множеству Z (Z содержит a)

$a \notin R$ или $a \bar{\in} R$ a не входит в R (R не содержит a)

$A \subset B$ A является подмножеством множества B

$\varnothing$ пустое множество (не содержит элементов)

$\cup$ объединение или сумма множеств

$\cap$ пересечение множеств

$\backslash$ разность множеств

Множества на числовой оси

N множество (ряд) натуральных чисел: $N = \{1,2,3,\ldots\}$

Z_0 множество целых неотрицательных чисел или расширенный ряд натуральных чисел: $Z_0 = N \bigcup \{0\}$

Z_- множество отрицательных целых чисел

Z множество всех целых чисел: $Z = Z_- \bigcup Z_0$

Q множество всех рациональных чисел

R множество всех действительных (вещественных) чисел, числовая ось

C множество комплексных чисел

Символы математической логики

$\exists$ квантор (символ) существования: $\exists x>0$ означает "существует $x>0$"

$\forall$ квантор (символ) всеобщности: $\forall x \in R$ означает "для любого $x \in R$"

$\rceil$ символ отрицания: $\rceil A$ означает "не A"

$\Rightarrow$ импликация или символ следования: $P \Rightarrow Q$ означает, что из истинности P следует истинность Q

$\Leftarrow$ обратная импликация: $P \Leftarrow Q$ то же, что и $Q \Rightarrow P$

$\Leftrightarrow$ эквиваленция или символ равносильности: $P \Leftrightarrow Q$ означает, что P и Q одновременно истинны или одновременно ложны

Обозначения констант

$const$ постоянная величина (константа)

π отношение длины окружности к диаметру ($\pi \approx 3,14$)

e основание натуральных логарифмов ($e \approx 2,7$)

i мнимая единица ($i^2 = -1,\ \sqrt{-1} = \pm i$)

Функции

$f(\ )$ обозначение функции, например: $y=f(x)$

$f(x_0)$ значение функции в точке x_0

$D(f)$ область определения функции

$E(f)$ область значений функции

arg аргумент функции или аргумент комплексного числа

$y = x^n$ степенная функция

$y = a^x$ показательная функция

$y = e^x$ или $y = \exp(x)$ экспонента

$\log_b x$ логарифм x при основании b (по основанию b): $5 = \log_2 32$

lg десятичный логарифм ($\lg x = \log_{10} x$)

ln натуральный логарифм ($\ln x = \log_e x$)

∞ бесконечность

11. Алфавиты латинский и греческий

Латинские буквы

A a; *A a* — а	N n; *N n* — эн
B b; *B b* — бэ	O o; *O o* — о
C c; *C c* — цэ	P p; *P p* — пэ
D d; *D d* — дэ	Q q; *Q q* — ку (кю)
E e; *E e* — е	R r; *R r* — эр
F f; *F f* — эф	S s; *S s* — эс
G g; *G g* — же	T t; *T t* — тэ
H h; *H h* — аш	U u; *U u* — у
I i; *I i* — и	V v; *V v* — вэ (фау)
J j; *J j* — йот (жи)	W w; *W w* — дубль вэ
K k; *K k* — ка	X x; *X x* — икс
L l; *L l* — эль	Y y; *Y y* — игрек
M m; *M m* — эм	Z z; *Z z* — зэт

Греческие буквы

(Α) α — альфа	(Ν) ν — ни, ню
(Β) β — бета, бэтта	Ξ ξ — кси
Γ γ — гамма	(Ο ο) — омикрон
Δ δ — дельта, дэльта	Π π — пи
(Ε) ε — эпсилон	(Ρ) ρ — ро
(Ζ) ζ — дзета, дзэтта	Σ σ — сигма
(Η) η — эта	(Τ) τ — тау
Θ θ — тета, тэтта	(ϒ υ) — ипсилон
(Ι ι) — иота	Φ φ — фи
(Κ) κ — каппа	(Χ) χ — хи
Λ λ — ламбда, лямбда	Ψ ψ — пси
(Μ) μ — ми, мю	Ω ω — омега

( ) — предпочтение отдаётся латинским буквам.

МАТЕМАТИКА от А до Я

Справочное пособие
Издание третье с дополнениями

Печать – ризография.
Тираж 100 экз. Заказ 2003 -

Отпечатано в типографии АлтГТУ.