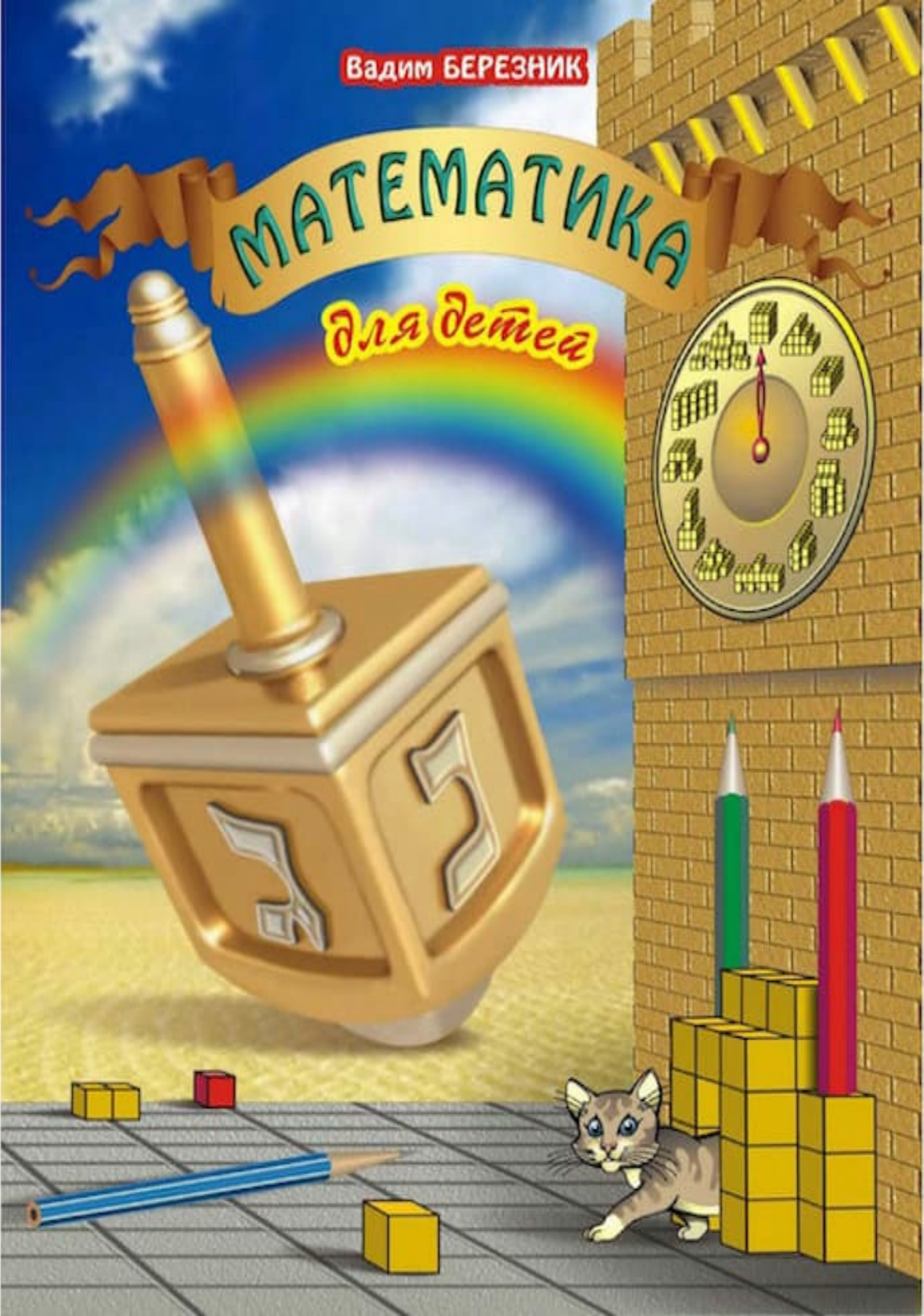


Вадим БЕРЕЗНИК

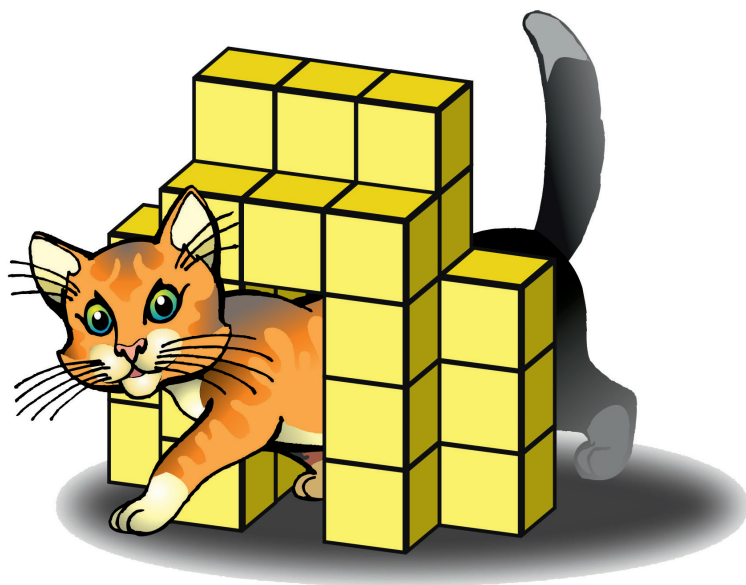
МАТЕМАТИКА

для детей



Вадим БЕРЕЗНИК

МАТЕМАТИКА для детей



Художник
Аркадий ОСТРИЦКИЙ



Семь искусств
Ганновер 2021

Вадим Березник Математика для детей — Ганновер:
Семь искусств, 2021 — 101 с., 2,29 а.л.
ISBN 978-1-006-91934-3

Сказки и занимательные истории для изучения математики. Счет до десяти. Счет до ста. Сложение, вычитание, умножение и деление. Занимательные математические игры. Для дошкольного и младшего школьного возраста. Книга дает возможность даже далеким от математики родителям интересно и с пользой провести время с ребенком и подготовить его к изучению математики в школе.

Обложка и иллюстрации Аркадия Острицкого
Дизайн, графика и верстка Натальи Фарбер

Книга издается в авторской редакции

На фотографии – Мира Березник, пропавшая без вести во время Холокоста, дочь благословенной памяти Розы и Матвея (Моти) Березника, погибших во время Холокоста.

Сфотографировал благословенной памяти
Герц Березник (1918-2012).

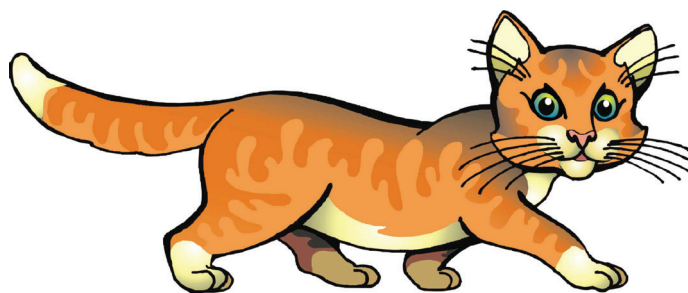
© Все права принадлежат Вадиму Березнику



Семь искусств
Ганновер 2021

*Посвящается
благословенной памяти
полутора миллионов
еврейских детей,
сгоревших в огне
Холокоста*





ОГЛАВЛЕНИЕ

Оглавление	5
Предисловие	7
КОТЕНОК И ЛУНА	9
СКОЛЬКО ЦВЕТОВ У РАДУГИ?	11
ВОЛШЕБНЫЕ КУБИКИ	22
КОШКИ, ЧИСЛА, КЛЕТОЧКИ, КУБИКИ И КРАСКИ	
Самое большое число кошек и еще одна кошка	29
Кошки приходят и уходят	32
Что делать, если кошек четыре, а блюдо с молоком только три? ...	40
Почему проснулся попугай?	58
Для тех, кто уже ходит в школу	70
Играем в тетради в клеточку.	80
Рисунки на последней странице	85
ДОПОЛНЕНИЕ	
Квадраты для счета	86
Упражнения	92
Кубики Пита Хейна	98



ПРЕДИСЛОВИЕ

Эта книга не учебник математики. В ней нет ни одной цифры. Цель книги – вызвать у ребенка интерес к математике и подготовить его к изучению математики в школе.

Книга содержит интересные игры, сказки и занимательные истории, по ходу которых ребенок вначале учится считать до десяти, потом до ста и знакомится с арифметическими действиями.

Книга предназначена для детей дошкольного и младшего школьного возраста, написана просто и понятно и дети могут читать ее самостоятельно. Родителям рекомендуется познакомить ребенка с этой книгой еще до того, как он пойдет в школу и научится читать. В этом случае, более сложный материал, **выделенный жирным шрифтом**, можно пропустить.

Дополнение в конце книги содержит важные сведения для всех, кто читает эту книгу детям.

Мысль об этой книге пришла ко мне в далеком прошлом, когда выдающийся педагог и автор замечательных книг Юрий Иосифович Соколовский, благословенной памяти, посоветовал мне склеить кубики Пита Хейна и рассказать о них детям.

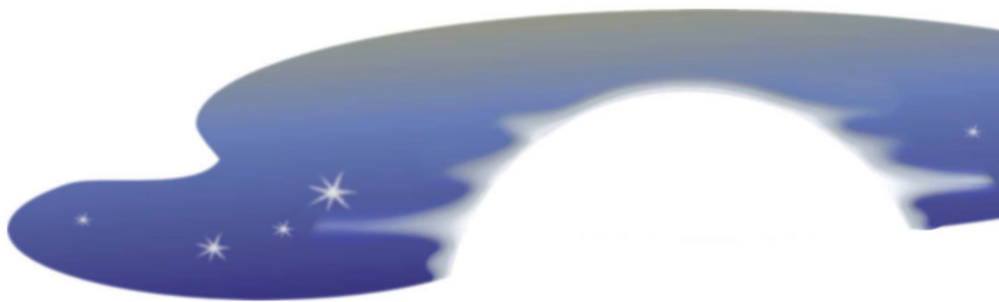
Профессор института Вейцмана Иосиф Гилис, благословенной памяти, первый прочитал рукопись книги, поддержал такой путь первоначального знакомства с математикой и предложил назвать книгу «Математика для детей».

Прошло двадцать лет, прежде чем «Математика для детей» приобрела свой нынешний вид, но при этом основные идеи книги остались прежними.

Профессор Еврейского университета в Иерусалиме Элиягу Рипс оказал мне большую помощь и поддержку. Приношу ему свою сердечную благодарность.

Дорогие читатели «Математики для детей», желаю успехов и счастья Вам и Вашим детям.

Вадим Березник



КОТЕНОК И ЛУНА

Маленький бездомный котенок стоял на улице и жалобно мяукал. Но никто не обращал на него внимания. Начался дождь, и котенок замаякал еще сильнее. Одна добрая старушка посадила котенка под скамейку, налила перед его носом немного молока и ушла. Под скамейкой было сухо. Котенок понюхал белый круг молока на черном асфальте и начал пить. А когда белый круг исчез, котенок облизал это место и заснул. Ночью котенок проснулся. Он вылез из-под скамейки, посмотрел на небо и так и застыл от восторга: котенок увидел в черном ночном небе белый сияющий круг молока. Белый круг так очаровал котенка, что он уже не мог оторвать взгляда от ночного неба и думал только об одном: как достать молоко? Но белый круг вдруг исчез. Котенок чуть не заплакал. Он подумал, что это молоко кто-то выпил. Котенок очень внимательно всматривался в ночное небо, но так никого и не смог разглядеть. А белый круг вскоре появился в небе опять, так же неожиданно, как и исчез. Радости котенка не было границ. Он стал думать, что если это молоко выпить, то оно через время появляется снова. И котенку еще сильнее захотелось попробовать это удивительное молоко... А белый сияющий круг плыл по небу, катился по крышам домов, то исчезал, то появлялся снова и заливал спящий город своим чудесным светом... И вот чудо: когда котенок шел направо, белый круг плыл по небу направо, когда котенок шел налево, белый круг плыл по небу налево, а когда котенок останавливался, белый круг тоже останавливался. Но всякий раз, когда котенок пытался подойти к нему поближе, белый сияющий круг от него убегал, а молоко разливалось. То здесь, то там – по всему небу блестели маленькие белые капли.

– Хоть бы одну каплю, хоть бы одну, – мечтал котенок. Он очень устал и так проголодался, что был бы рад даже капле обычного молока. Но котенок не останавливался, он шел по холодным лужам и даже не замечал этого. Котенок не мог оторвать глаз от ночного неба и по-прежнему думал только об одном: как достать молоко.



Но вот на пути у котенка оказался высокий дом и белый сияющий круг неожиданно начал опускаться, прямо на его крышу.

– Он, наверное, устал от меня убе-
гать, – подумал котенок и обрадои-
вался. – Теперь я знаю, как до него
добраться! Я залезу на крышу. Ма-
ленький я, маленький, но у меня
острые когти!

И котенок побежал к дому. Он бежал и с радостью смотрел, как белый сияющий круг опускается на крышу все ниже и ниже...

По стене дома до самой крыши вился дикий виноград, и по его ветвям котенок смело полез вверх. Так он добрался до самого последнего этажа. Крыша была уже совсем близко, как вдруг задние лапы котенка соскользнули, и он повис на одних передних лапах. Котенок очень испугался и громко замыкал в надежде, что ему кто-то поможет. И к счастью его услышали. В одном из окон зажегся свет, и чьи-то маленькие руки крепко и осторожно взяли котенка и втащили его в комнату.

Это была девочка. В ее глазах была доброта, а ее улыбка была такой же светлой, как белый сияющий круг в черном ночном небе.

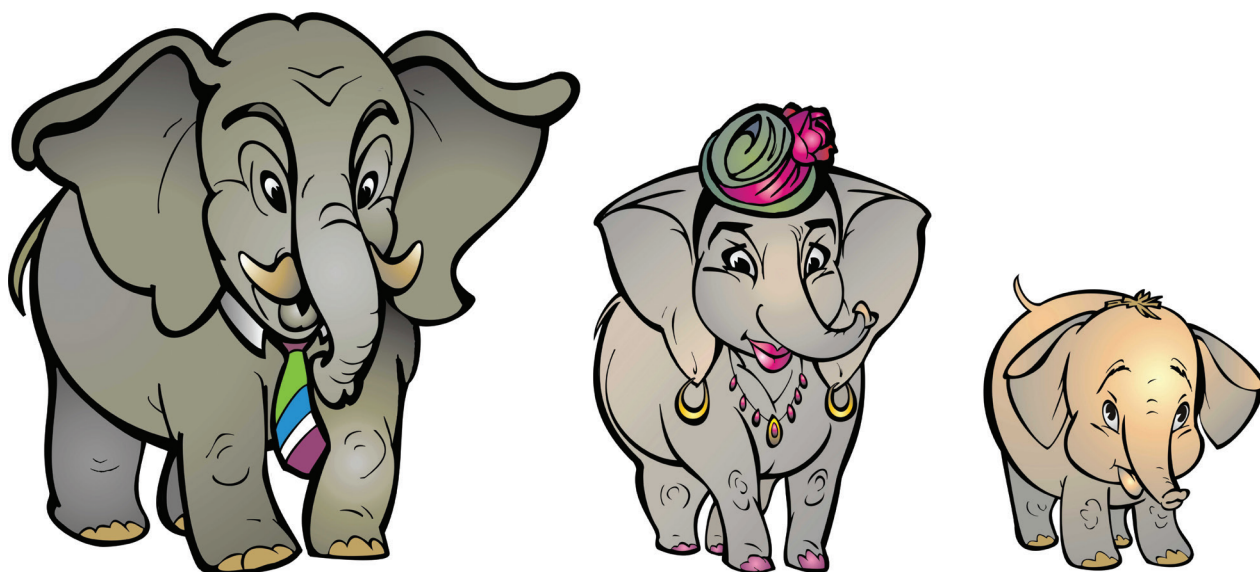
Это сказка для самых маленьких. Маленькие дети очень любят луну – этот далекий, манящий, светящийся на фоне ночного неба, меняющий цвет, форму и положение в пространстве предмет. Далеко ли он, можно ли достать до него длинной палкой, почему он то прячется за тучу, то убегает от нас, когда мы идем за ним, то бежит за нами, когда мы уходим от него и останавливается, если останавливаемся мы? Возможно, у читателей этой сказки тоже появятся вопросы и желание ответить на них. Ваш ребенок совсем недавно научился ходить и говорить, но он уже задает вопросы. Почитайте эту сказку ребенку перед вечерней прогулкой и у вас будет, о чем поговорить. Это так прекрасно гулять с ребенком вечером и смотреть на небо. Впрочем, не забывайте и смотреть под ноги.

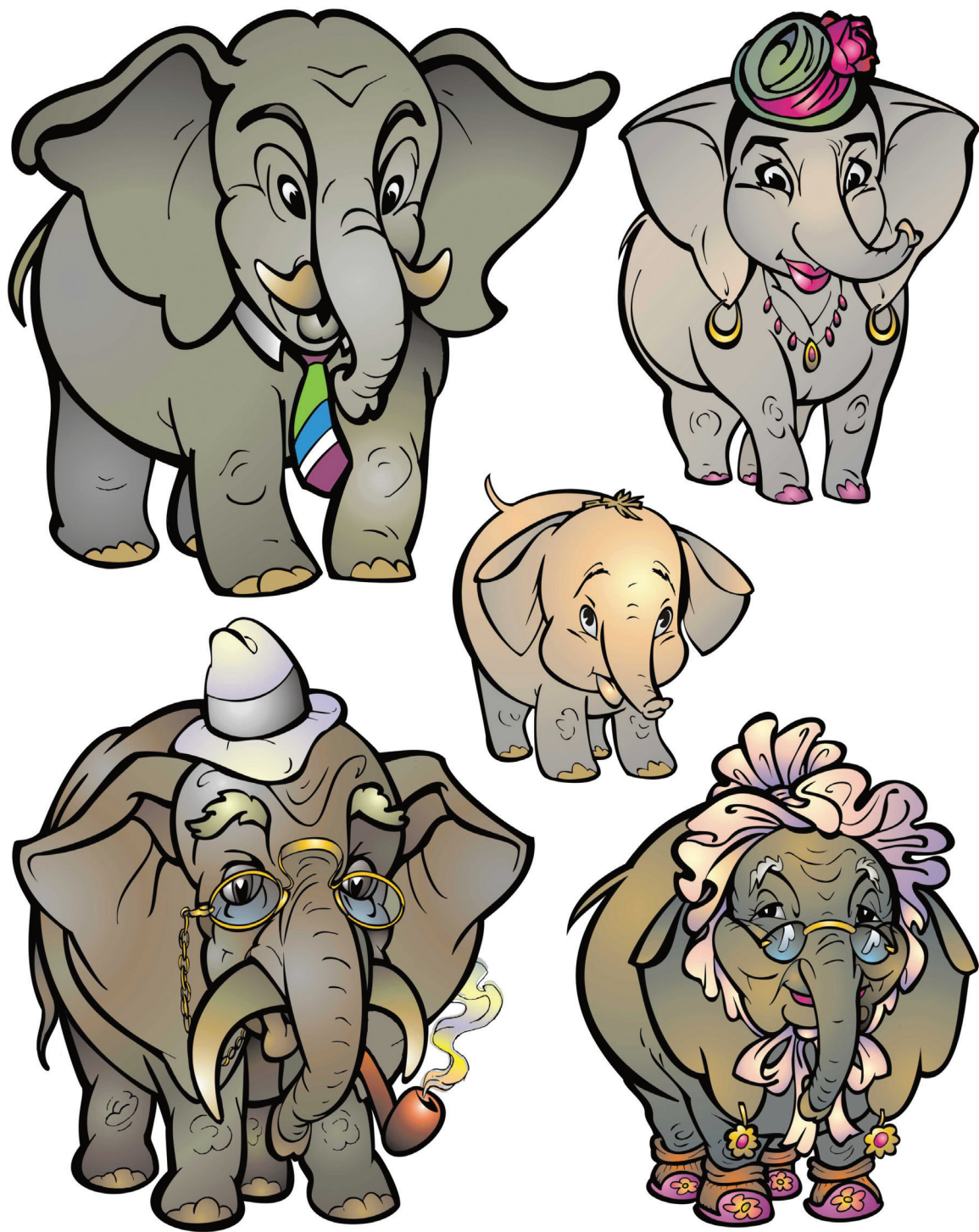
Мы живем на Земле.

СКОЛЬКО ЦВЕТОВ У РАДУГИ

Жили-были папа-слон и мама-слониха и маленький слоненок. Однажды утром папа-слон и мама-слониха оставили слоненка с дедушкой и бабушкой и ушли. Старые дедушка-слон и бабушка-слониха очень любили своего внука. Все утро они играли с ним, днем, когда стало жарко, повели слоненка на реку купаться, а потом долго рассказывали ему сказки. Но, в конце концов, дедушка и бабушка устали и захотели спать. Вначале заснула бабушка, а потом стал засыпать и дедушка. Слоненку стало скучно, и он попросил дедушку отпустить его погулять.

- Нет, – ответил дедушка-слон, – ты еще маленький и можешь заблудиться.
- Я не маленький, – обиделся слоненок, – я уже большой!
- Сейчас увидим, большой ты или маленький, – улыбнулся дедушка. – Ты, конечно, знаешь, что у слона один хвост и два уха. А вот сколько у слона ног? Сосчитай. Если ты уже большой, ты должен уметь считать.
- Дедушка, так я умею считать только до трех: один, два, три. Я даже умею сосчитать папу, маму и самого себя. Нас три слона: папа-слон – это один, мама-слониха – это два, и я слоненок – это три. А дальше я считать не умею.





- Учись считать дальше, – ответил дедушка. – У слона четыре ноги, а если ты не можешь сосчитать свои ноги, то ты еще маленький. И пока ты не научишься считать, я не отпущу тебя гулять одного, – строго сказал дедушка и закрыл глаза.
- Дедушка, дедушка, я уже знаю, как считать до четырех: один, два, три, четыре – радостно воскликнул слоненок, но дедушка-слон не отвечал. Он спал, а разбудить его слоненку не удалось.

Скоро небо заволокло тучами, и началась гроза. Сверкали молнии, и так громко гремел гром, что слоненку стало страшно, а дедушка и бабушка так и не проснулись. Но вот гроза закончилась, снова засветило солнце, и огромная радуга перекинулась с одного берега реки на другой. Слоненок раньше никогда не видел радуги и ему захотелось подойти к ней ближе.

– Я буду идти по берегу реки, радуга совсем рядом, посмотрю и вернусь, а дедушка и бабушка будут спать еще долго и все равно ничего не узнают, – решил слоненок и пошел по берегу реки. Но сколько он ни шел, ему так и не удавалось подойти к радуге близко. Радуга все время уходила от него.

– Я все равно догоню радугу, – сказал слоненок и побежал. Но сколько он ни бежал за радугой, не мог ее догнать. А потом радуга стала бледнеть, светлеть и скоро совсем исчезла. Слоненок очень устал, остановился и стал вертеть головой в разные стороны. Радуги нигде не было видно. И тут слоненок увидел, что теперь он очень далеко от того места, где жили дедушка и бабушка.

– Наверное, дедушка уже проснулся и очень на меня рассердился, ведь я ушел один гулять, а считать так и не научился, – подумал слоненок и заплакал. Вдруг со стороны реки послышался ласковый голосок.

– Почему ты плачешь, малыш? Может, мы можем тебе чем-то помочь?

Слоненок посмотрел на реку. На воде лежали три крокодила, а еще один самый большой крокодил лежал на дне у самого берега, высунув голову из воды.

– Дедушка-слон не разрешал мне идти гулять одному до тех пор, пока я не научусь считать, а я научился считать только до четырех, – ответил слоненок сквозь слезы.

– Ты научился считать до четырех?! – изумился самый большой крокодил. – А ну-ка, сосчитай, сколько нас крокодилов?

– Один, два, три, четыре – сосчитал слоненок. – Вас четыре крокодила.

– Вы только посмотрите, какой умный слоненок! – сказал самый большой крокодил своим товарищам.

– Да, да! – восторженно заговорили остальные крокодилы. – Невероятно умный слоненок!

Слоненок так и засиял от гордости. Он даже забыл на короткое время о том, что дедушка-слон на него очень рассердится.

- Не плачь, – сказал самый большой крокодил. – Ты такой умный, что мне ничего не стоит научить тебя считать, а потом, когда ты придешь домой, дедушка-слон не будет тебя ругать.
- Спасибо, дорогой крокодил, как я рад, что тебя встретил. Учи меня считать поскорее.
- Прекрасно, – ответил самый большой крокодил, – сейчас ты будешь считать мои зубы. А когда сосчитаешь, сколько у меня зубов, тебе уже не нужно будет учиться считать.
- И дедушка-слон, когда я вернусь домой, не будет меня ругать за то, что я ушел один гулять, а считать так и не научился?
- Конечно, не будет, милый слоненок! После того как ты сосчитаешь мои зубы, дедушка-слон вообще никогда не будет тебя ругать. Ну, подходи, подходи поближе, здесь не глубоко.

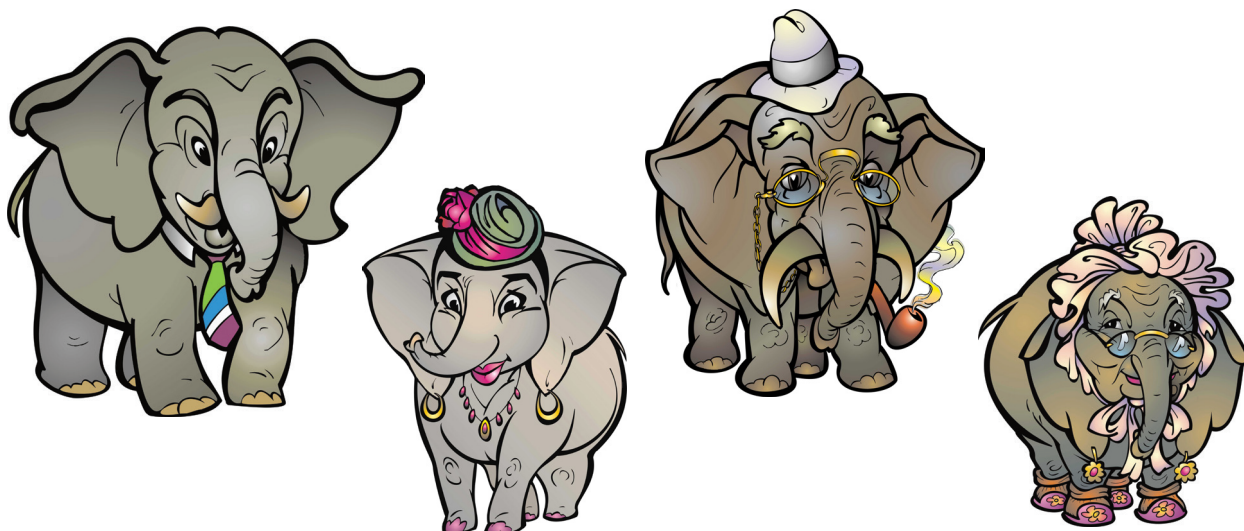
И крокодил широко раскрыл рот, полный огромных острых зубов. Но как только слоненок ступил передними ногами в воду, с дерева раздался громкий крик обезьяны, которая сверху все видела и слышала, о чем слоненок говорил с крокодилом.

- Остановись, глупый слоненок! Крокодил тебя съест! Убегай от реки подальше! От злости крокодил стал еще зеленее, глаза его сверкнули, и он крикнул обезьяне:
- Подожди, мартышка! Ты еще попадешь ко мне на обед!
- Ха! Ха! Ха! – засмеялась обезьяна. Ты меня тоже будешь учить считать твои зубы? А может быть, ты сам будешь учиться у меня лазить по деревьям?

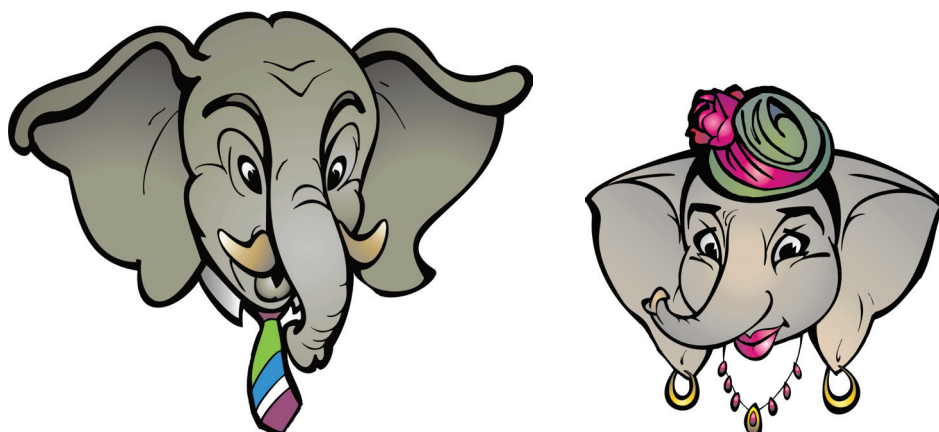
И обезьяна побежала за слоненком, который так испугался, что только с дерева можно было увидеть, где он спрятался.

- Видишь, как плохо гулять без разрешения, – сказала обезьяна слоненку. – Возвращайся скорее домой, скоро вечер.
- Я боюсь идти домой, ведь я ушел гулять один, а считать так и не научился. Мой дедушка очень рассердится. Может быть, ты, обезьяна, научишь меня считать? Я уже знаю, что у слона один хвост и два уха, я знаю, что папа-слон, мама-слониха и я слоненок – это три слона, я даже знаю, что у слона четыре ноги...
- А ты можешь сосчитать папу, маму, дедушку и бабушку?

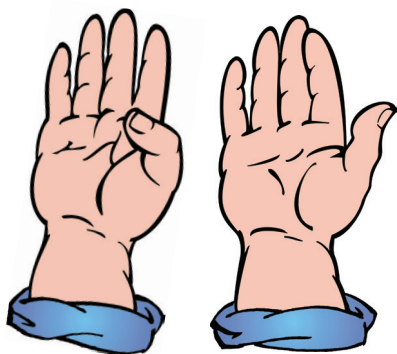




- Папа-слон – это один, мама-слониха – это два, дедушка-слон – это три и бабушка-слониха – это четыре. Всего их четыре слона!
- А ты знаешь, сколько ушей у двух слонов?

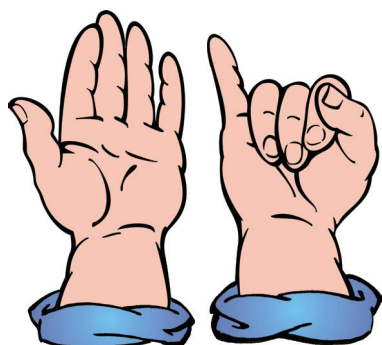


- У папы-слона и у мамы-слонихи? – У двух слонов четыре уха, – быстро сосчитал слоненок.
- Правильно. Ты действительно умеешь считать до четырех, давай учиться считать дальше.



Смотри на мою руку и считай со мной пальцы. Вот четыре пальца, а вот четыре пальца и еще один палец, это – пять пальцев: один, два, три, четыре, пять. Всего у меня на руке пять пальцев.

А теперь сосчитай папу, маму, самого себя, дедушку и бабушку.
 – Папа-слон – это один, мама-слониха – это два, я слоненок – это три, дедушка-слон – это четыре и бабушка-слониха – это пять.
 Нас пять слонов.

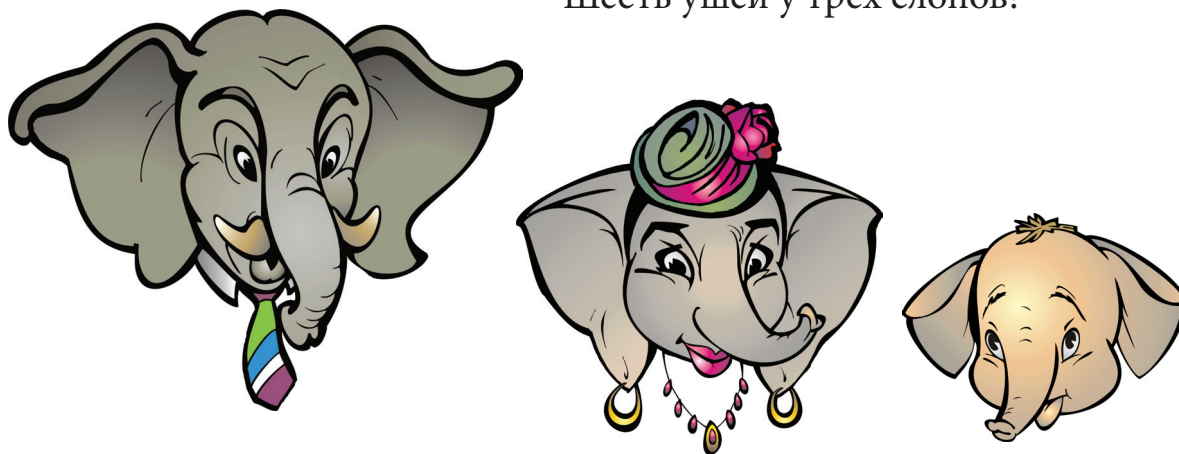


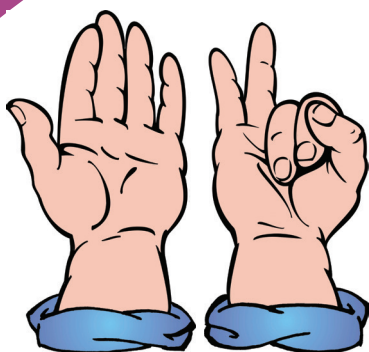
– А теперь смотри на две мои руки и считай со мной пальцы.

– Пять пальцев на одной руке и еще один палец на другой руке, это шесть пальцев: один, два, три, четыре, пять, шесть.

– Сосчитай, сколько ушей у трех слонов? У папы-слона, у мамы-слонихи и у тебя слоненок?

– Шесть ушей у трех слонов!

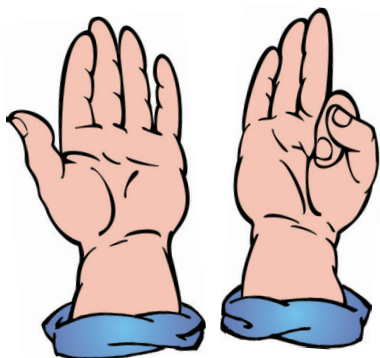




– Пять пальцев на одной руке и еще два пальца на другой руке – это семь пальцев: один, два, три, четыре, пять, шесть, семь. Вот теперь ты можешь сосчитать сколько цветов у радуги.

Слоненок начал считать:

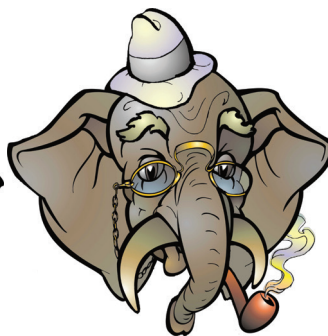
– Красный – это один, оранжевый – это два, желтый – это три, зеленый – это четыре, голубой – это пять, синий – это шесть и фиолетовый – это семь. У радуги семь цветов!



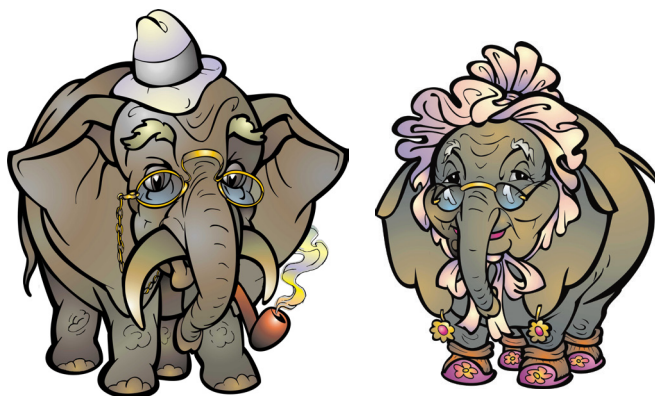
– Пять пальцев на одной руке и еще три пальца на другой руке – это восемь пальцев: один, два, три, четыре, пять, шесть, семь, восемь.

– Сосчитай, сколько ушей у четырех слонов? У папы-слона, у мамы-слонихи, у дедушки-слона и у бабушки-слонихи?

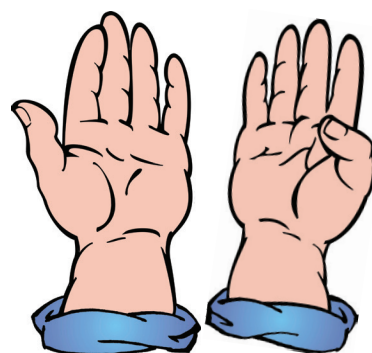
– Восемь ушей у четырех слонов!



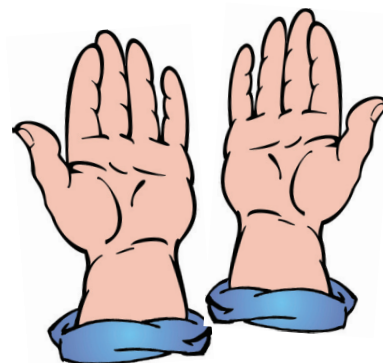
– А сколько ног у двух слонов? У дедушки-слона и у бабушки-слонихи? – Тоже восемь!



– Пять пальцев на одной руке и еще четыре пальца на другой руке это – девять пальцев: один, два, три, четыре, пять, шесть, семь, восемь, девять.



А всего у меня на двух руках десять пальцев. Один, два, три, четыре, пять, шесть, семь, восемь, девять, десять.



Сосчитай, сколько ушей у пяти слонов? У папы-слона, у мамы-слонихи, у тебя слоненок, у дедушки-слона и у бабушки-слонихи?

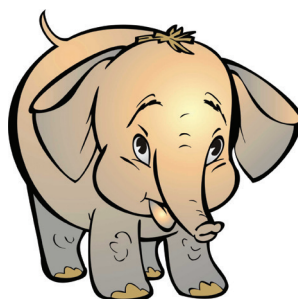


– Десять ушей у пяти слонов!

- Ну вот, слоненок, теперь ты знаешь, как считать до десяти, а считать дальше будешь учиться сам. Темнеет. Иди скорее домой.
- Спасибо, милая обезьяна!
- До свидания, слоненок. Не ходи больше один гулять далеко, учись считать и никогда больше не считай зубы у крокодилов.

Слоненок пришел домой, когда было уже совсем темно. Но почему вокруг нет ни папы, ни мамы, ни дедушки, ни бабушки? Слоненок так устал, что сразу заснул. Ему снилось, как летает он по ночному небу и считает звезды:

- Один, два, три, четыре, пять, шесть, семь... Но никак не удастся слоненку все звезды пересчитать. Казалось, вот он закончил и сосчитал последнюю звезду и вдруг, неожиданно где-то в темноте зажигается новая звезда, которую слоненок еще не сосчитал, или так же неожиданно гаснет какая-то звезда, которую слоненок уже сосчитал раньше. Слоненок так устал, что полетел на луну отдохнуть. И чем ближе он подлетал к луне, тем ярче светил ему в глаза лунный свет. Слоненок так сильно зажмурил глаза, что проснулся. Но свет не исчез. Через зажмуренные глаза слоненка пробивались яркие лучи солнца. Слоненок открыл глаза и увидел папу, маму, дедушку и бабушку.
- Ты почему ушел гулять без разрешения, а считать так и не научился? – строго спросил дедушка. – Мы тебя искали весь день и всю ночь!
- А я уже научился считать! – сказал слоненок. – Вот послушайте:
- Один, два, три, четыре, пять, шесть, семь, восемь, девять, десять!



ВОПРОСЫ ДЕДУШКИ-СЛОНА

Для ответа на вопрос предложите ребенку вначале найти в книге нужную картинку, а потом водить по этой картинке пальцем и считать вслух. Вместо картинок можно использовать игрушки слонов. Игрушечные слоны, крокодил и обезьяна позволяют совмещать чтение сказки с игрой.

Несколько последних вопросов более сложные. Чтобы на них ответить, уже недостаточно уметь считать до десяти и нужно учиться считать дальше.

- Сколько пальцев на одной руке?
- Сколько пальцев на двух руках?
- Сколько цветов у радуги?
- Папа-слон, мама-слониха и слонёнок, это сколько слонов?
- Папа-слон, мама-слониха, дедушка-слон и бабушка-слониха – это сколько слонов?
- Папа-слон, мама-слониха, слоненок, дедушка-слон и бабушка-слониха – это сколько слонов?
- Сколько хвостов у слона?
- Сколько хвостов у двух слонов?
- Сколько хвостов у трех слонов?
- Сколько хвостов у семи слонов?
- Сколько хвостов у десяти слонов?
- Сколько ушей у слона?
- Сколько ушей у двух слонов?
- Сколько ушей у трёх слонов?
- Сколько ушей у четырёх слонов?
- Сколько ушей у пяти слонов?
- Сколько ног у слона?
- Сколько ног у двух слонов?
- Сколько ног у трех слонов?
- Сколько ног у четырех слонов?
- Сколько ног у пяти слонов?
- Сосчитайте на небе десять звезд и продолжайте считать дальше, сколько всего звезд на небе вы сможете сосчитать?

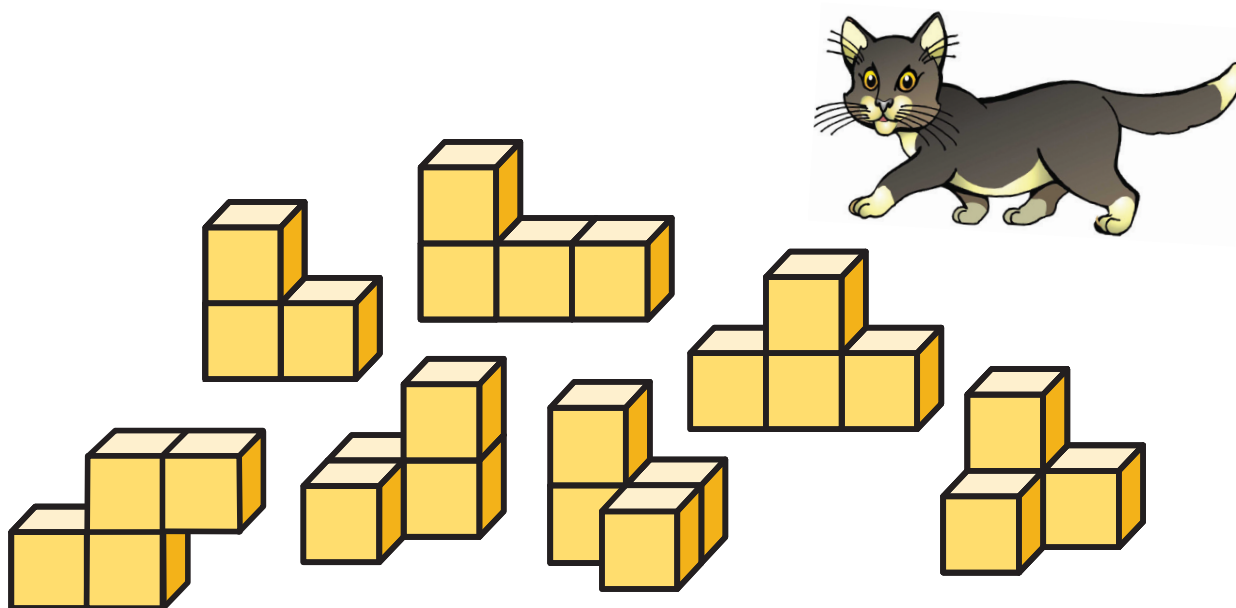


ВОЛШЕБНЫЕ КУБИКИ

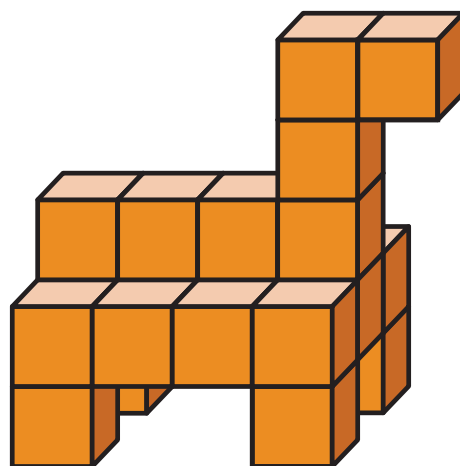
У одного мальчика по имени Шломо был очень шаловливый кот. Однажды кот прыгнул на стол, толкнул лапой маленькую бутылку клея и стал с ней играть. Бутылочка покатила, упала в стоящий рядом ящик с игрушками, и клей начал вытекать прямо в коробку со старыми деревянными кубиками. Когда Шломо высыпал из коробки кубики, то увидел, что клей высох, а кубики склеились в разные фигуры. Шломо стал укладывать кубики в обратно коробку и очень удивился, что теперь эти кубики в коробке не помещаются. Долго и терпеливо продолжал Шломо укладывать в коробку эти странные фигуры и, в конце концов, это ему удалось. Как только последняя фигура легла на свое место, комнату заполнил густой туман. Когда туман рассеялся, Шломо с удивлением обнаружил, что он находится в лесу, а коробка с кубиками по-прежнему у него в руках. Шломо огляделся по сторонам и увидел перед собой сложенную из кубиков фигуру, очень похожую на лошадку.

– Странно, очень странно, – подумал Шломо. – Кто же это мог и для чего, прийти в лес и построить здесь лошадку из кубиков?

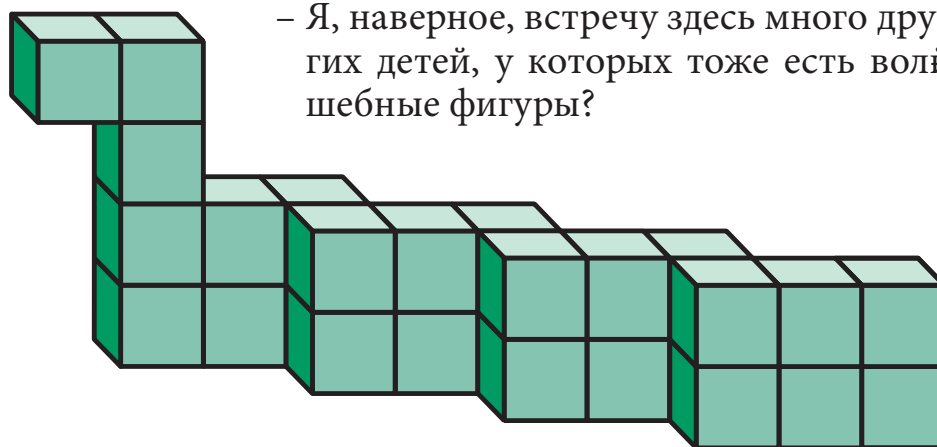
Шломо обошел лошадку со всех сторон и увидел под ногами дорожку, заросшую густой травой. Он пошел по этой дорожке, вышел из лесу и



вскоре очутился в большом и красивом парке. Посреди парка возвышалась башня с часами, и Шломо направился прямо к ней. Башня оказалась очень странной: она была сложена из огромных кубиков. Еще более странными были часы на башне. У часов была только одна стрелка, а на огромном циферблате вместо цифр были нарисованы фигуры из кубиков. Вдруг рядом кто-то сказал:

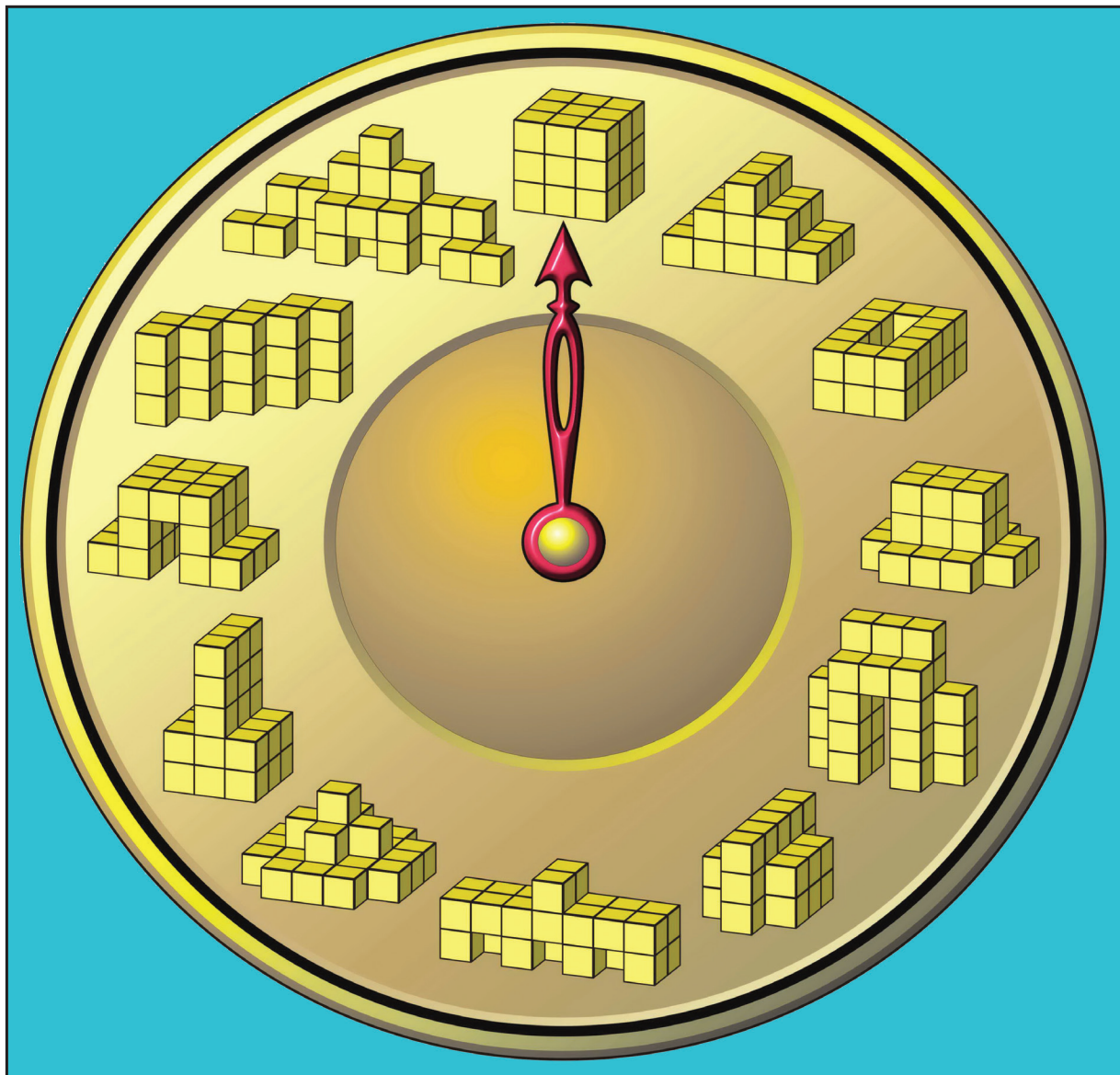


- Здравствуй, Шломо! Шломо вздрогнул от неожиданности, обернулся и увидел сложенную из кубиков змею.
- Кто ты? – спросил Шломо.
- Я – волшебная змея.
- Скажи мне, волшебная змея, куда это я попал?
- Ты в волшебной стране.
- Вот здорово! – обрадовался Шломо. – Но что же еще есть волшебного в этой стране, кроме тебя, волшебная змея?
- Сейчас я тебе обо всем расскажу. Давным-давно, жил замечательный волшебник Пит Хейн. Он взял двадцать семь обычных, деревянных кубиков и склеил из них семь волшебных фигур, точно таких, Шломо, которые совершенно случайно склеились из твоих кубиков.
- А зачем Пит Хейн склеил эти фигуры?
- Пит Хейн очень любил детей и хорошо знал, что каждый из них хотя бы на короткое время мечтает стать волшебником. Для этого Пит Хейн и придумал волшебные фигуры. Каждый, у кого есть эти семь волшебных фигур, может попасть в волшебную страну и стать там волшебником. В волшебной стране все, построенное из волшебных фигур, превращается в настоящее, а собранные из них звери оживают.



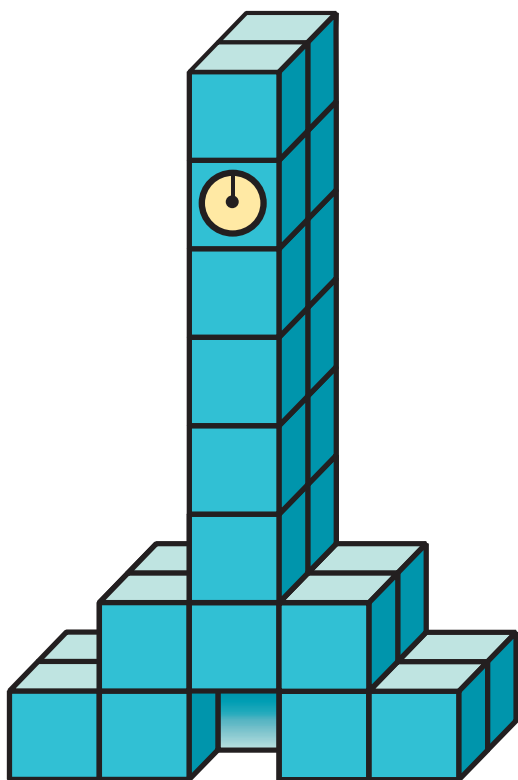
- Я, наверное, встречу здесь много других детей, у которых тоже есть волшебные фигуры?

- Нет! Побывать у нас можно только один раз, но даже это мало кому удастся. Склеить семь волшебных фигур может каждый, но, чтобы попасть в волшебную страну этого недостаточно. Кто сказал, что волшебником стать легко и просто?! Ты видишь, Шломо, часы на этой башне. Эти часы волшебные. Каждый день стрелка часов указывает на одну из двенадцати фигур, нарисованных на циферблате. Но на следующее утро с восходом солнца стрелка может повернуться и указать на другую фигуру. И никто не знает заранее, на какую из двенадцати фигур стрелка укажет завтра. Любую из двенадцати фигур, нарисованных на циферблате, можно сложить из семи волшебных фигур. Сделать это очень непросто. Но тот, кто соберет из семи волшебных фигур именно ту, на которую в этот день указывает стрелка волшебных часов, попадет в волшебную страну и останется там до захода солнца.
- Послушай, волшебная змея, но я не видел волшебных часов, не знал на какую из двенадцати фигур на циферблате указывает сегодня стрелка и вообще не собирал никаких фигур. Как я попал в волшебную страну?
- Почему не собирал? Собирал! Тебе, Шломо, просто очень повезло. Поамотри на волшебные часы, стрелка указывает на кубик. Точно такой же кубик ты, Шломо, сложил из семи волшебных фигур, чтобы все эти фигуры влезли в коробку. Вот почему ты здесь.
- А ты, волшебная змея, тоже не знаешь, на какую из фигур стрелка укажет завтра!
- К сожалению, знаю, – ответила змея грустным голосом. – Стрелка останется на месте. Волшебные часы давным-давно остановились.
- Почему это случилось?
- Это долгая и печальная история.
- Расскажи мне ее, пожалуйста.
- Один мальчик очень хотел попасть в волшебную страну. Кубики его интересовали мало, но он очень завидовал детям, которые уже побывали в волшебной стране. Этот мальчик с утра до вечера перекладывал волшебные фигуры, пока не научился складывать все фигуры, нарисованные на циферблате волшебных часов. Так этот мальчик попал в волшебную страну, но там он, сколько ни старался, не смог собрать из волшебных фигур ничего красивого и интересного. В конце концов, он сложил маленького робота с угрюмым и злым лицом. Робот ожил, поднялся, а потом повернулся и ушел, даже не взглянув на своего создателя. В волшебной стране этот робот никому не понравился, и он очень разозлился.
- Плохо быть маленьким и слабым – думал он, – никто даже не смотрит в мою сторону. Но ничего, скоро все об этом пожалеют. Я построю



много больших и сильных роботов, и тогда все будут нас бояться. Но маленький робот жестоко поплатился за то, что был таким злым. Первый же построенный им большой робот тотчас подумал:

– Маленький робот меньше и слабее меня, но ведь он может построить такого робота, который будет больше и сильнее меня... И чтобы этого не случилось, большой робот разобрал маленького робота на части. Прошло немного времени, и большой робот сложил из волшебных фигур второго робота, такого же, как он сам, а потом третьего, четвертого, пятого... Новые роботы тоже стали складывать таких же роботов. Роботов становилось все больше и больше и, в конце концов, волшебные фигуры закончились. Тогда роботы стали разрушать все, что было построено в волшебной стране. Из добытых таким образом волшебных фигур, они складывали все новых и новых роботов. А когда они разрушили все,



что можно разрушить, роботы бросились друг на друга. Роботы дрались до тех пор, пока сами не превратились в груды волшебных фигур.

– Но что же произошло с тобой, волшебная змея?

– Когда роботы стали разрушать волшебную страну, волшебные звери в страхе разбежались. Мало кто из них уцелел. Меня спасла маленькая лошадка. Я уцепилась за ее хвост, и мы вместе спрятались в лесу. Но скоро мне пришлось вернуться назад.

– Почему?

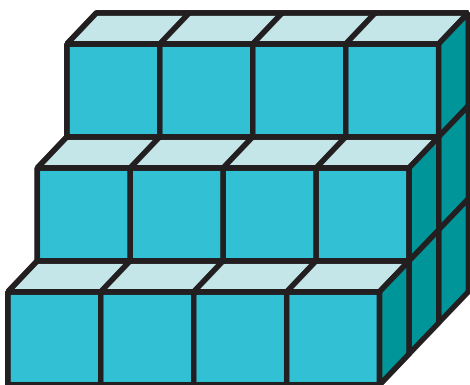
– Раньше я заводила волшебные часы. Двери башни волшебных часов открывались передо мной сами. Волшебным часам нельзя останавливаться. Если

они остановятся, то все, что есть в волшебной стране, опять превратится в фигуры из кубиков. Башню волшебных часов роботы разрушить не могли, но они разрушили ступеньки, которые ведут к ее входу. Я не смогла войти в башню и завести часы. Они остановились, а я стала фигурой из кубиков.

– Мне очень жаль тебя, – сказал Шломо. – Как мне войти в башню волшебных часов, чтобы завести их? Тогда волшебная страна оживет, и ты оживешь вместе с ней.

– Дорогой Шломо, это совсем не просто. У этой башни тоже есть своя тайна. В башню волшебных часов сможет войти только тот, кто сумеет построить такую же башню из семи волшебных фигур.

Шломо не стал терять времени. Сначала он построил новые ступеньки вместо разрушенных, а потом высыпал из коробки свои кубики и начал



строить башню. У него долго ничего не получалось, и Шломо очень волновался, что не успеет до захода солнца. Только в конце дня Шломо удалось сложить башню из своих кубиков. Двери башни волшебных часов тут же открылись. Шломо вошел, поднялся вверх по лестнице и завел часы.

И вдруг снизу раздался крик:

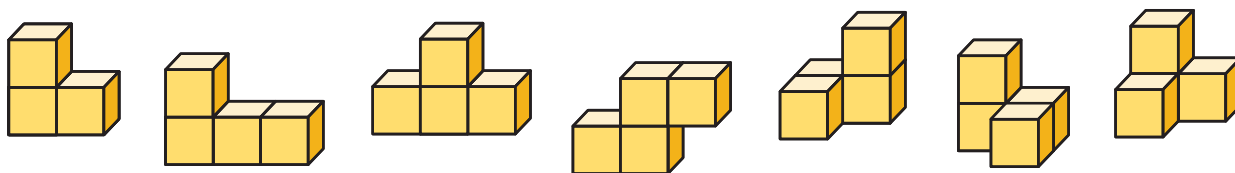
– Шломо! На помощь! Скорее!

Шломо быстро сбежал вниз. Он увидел робота, разбросанные по земле волшебные фигуры, из которых была сложена змея и сразу понял, что произошло. Змея ошибалась, думая, что в волшебной стране не осталось ни одного робота. Один из них все-таки уцелел. Теперь он ожил, напал на змею и разрушил ее.

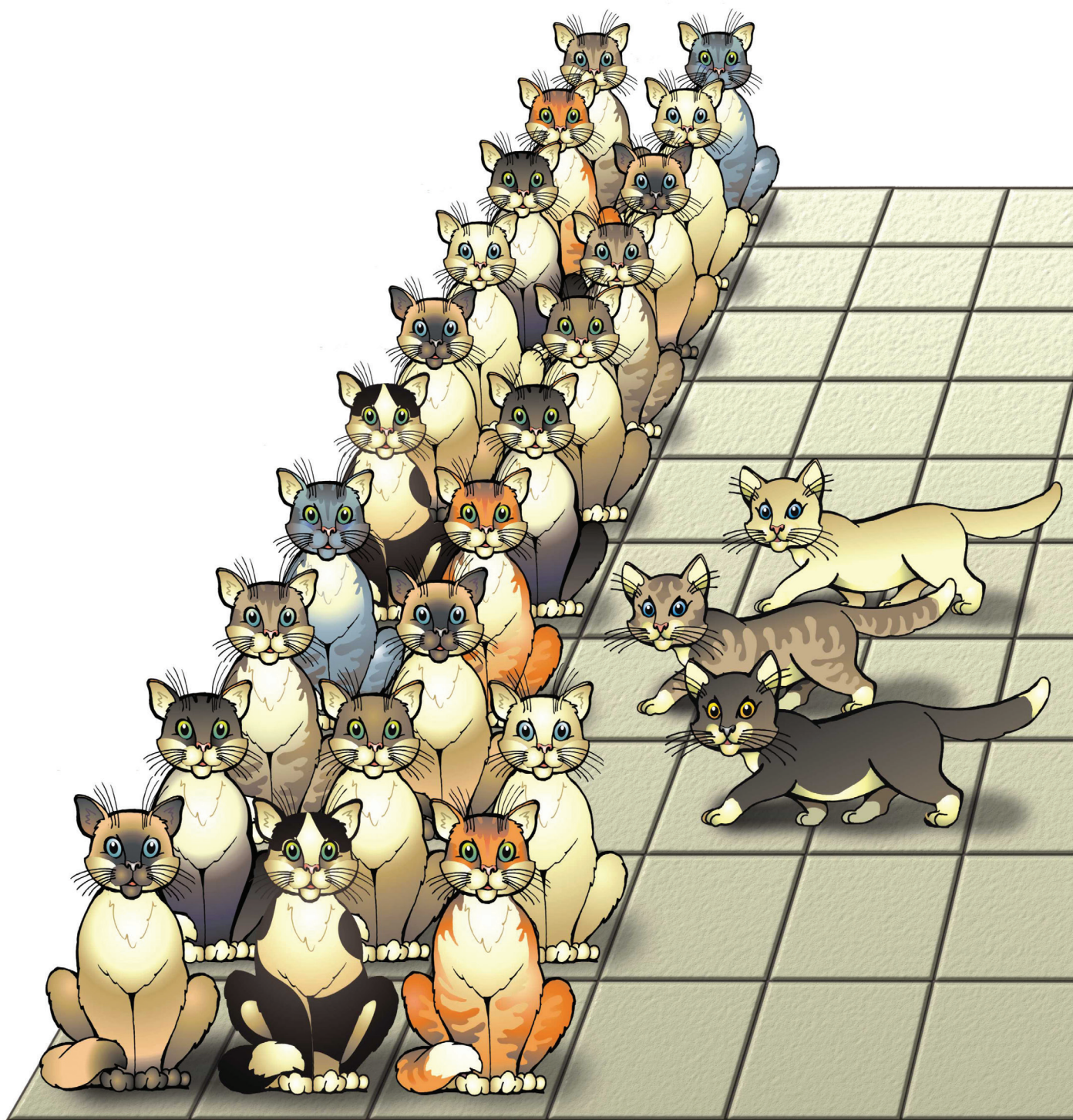
– Этого робота надо немедленно уничтожить, иначе в волшебной стране опять случится беда, – подумал Шломо и бросился к роботу. Но робот, словно поняв его намерения, бросился бежать. Шломо гнался за роботом изо всех сил, но робот бежал быстрее, ведь он совсем не уставал. Скоро Шломо понял, что ему не догнать робота. Он остановился, сел прямо на дорогу и чуть не заплакал от досады. И тут Шломо почувствовал, что кто-то трогает его за плечо, он обернулся и увидел лошадку. Шломо обрадовался, вскочил на лошадку и поскакал вдогонку за роботом.

– Только бы успеть до захода солнца, – думал Шломо, – только бы успеть... Лошадка скакала очень быстро, но ей удалось догнать робота только в лесу, а когда робот был уже совсем рядом, лошадка вдруг споткнулась, упала и рассыпалась на части. Шломо вскочил на ноги и побежал за роботом. В лесу робот уже не мог бежать так быстро, как по прямой дороге. Робот был очень неповоротливый, он едва успевал огибать деревья и поэтому смотрел только вперед. Но вот робот не выдержал, повернул голову назад, чтобы посмотреть далеко ли Шломо, налетел на дерево и рассыпался на части. А Шломо поспешил к тому месту, где упала лошадка. До захода солнца оставалось совсем мало времени. Шломо быстро собрал лошадку, вскочил на нее, и лошадка поскакала так быстро, как только могла. Когда они прискакали к башне волшебных часов, Шломо немедленно начал собирать волшебную змею, ведь времени почти не оставалось. Солнце уже почти зашло, когда Шломо поставил на место последний кубик. Змея улыбнулась, но не успела ничего сказать. Все скрылось в густом тумане. А Шломо снова оказался дома.

– Какой удивительный мне приснился сон, – подумал он. – А где же мои кубики? Шломо обыскал всю комнату, но кубиков так и не нашел.



Предложите ребенку самому или с вашей помощью склеить из кубиков семь волшебных фигур Пита Хейна.



ОДНАЖДЫ ПАПА РАХЭЛИ УВИДЕЛ, КАК КОШКИ СИДЯТ ВО
ДВОРЕ, КАЖДАЯ НА СВОЕМ МЕСТЕ.
ОН НЕМНОГО ПОДУМАЛ, А ПОТОМ УЛЫБНУЛСЯ И СКАЗАЛ:
– РАХЭЛЬ, А ВЕДЬ ТЫ УЖЕ НАУЧИЛАСЬ СЧИТАТЬ!

КОШКИ, ЧИСЛА, КЛЕТОЧКИ, КУБИКИ И КРАСКИ

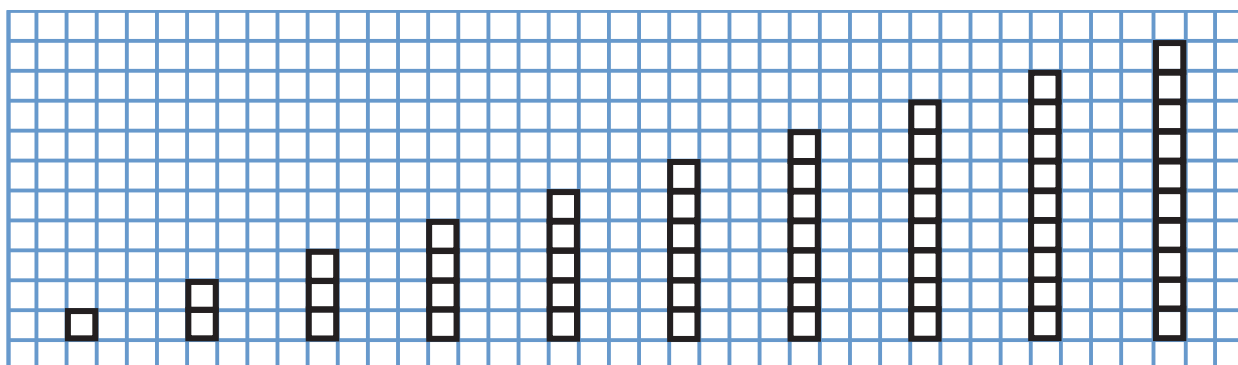
САМОЕ БОЛЬШОЕ ЧИСЛО КОШЕК И ЕЩЕ ОДНА КОШКА

Вы помните маленького бездомного котенка, который, чтобы достать луну, полез на крышу и попал через окно в комнату к милой и доброй девочке? Эту девочку звали Рахэль, и котенок остался у нее жить. Рахэль очень любила кошек. Каждой кошке, которая забегала к ним во двор, Рахэль давала блюдечко молока. Стоило Рахэли вынести во двор стопку блюдца и кувшин с молоком, как кошки окружали ее со всех сторон. А если блюдца не хватало, то кошки начинали драться, не дожидаясь, пока Рахэль принесет еще. Это случалось всякий раз, когда приходило так много кошек, что Рахэль не могла их сосчитать. Ведь она умела считать только до десяти. Рахэль долго думала, как сделать так, чтобы всем кошкам хватало блюдца. И вот что она придумала. Двор перед ее домом был вымощен большими квадратными плитками, ровно по десять плиток в каждом ряду. И Рахэль стала ставить на каждую плитку по одному блюдцу – по десять блюдца в ряд. Кошки это быстро запомнили и тоже стали садиться по порядку: по одной кошке на каждую плитку – по десять кошек в ряд. Рахэль сложила блюдца в стопки – десять штук в каждой стопке и стала выносить во двор столько стопок, сколько рядов по десять кошек сидело во дворе. Ну а если в последнем ряду сидело меньше десяти кошек, то Рахэль, умевшая считать до десяти, уже могла этих кошек из последнего ряда пересчитать и знала, сколько блюдца для них надо вынести. Однажды папа Рахэли увидел, как кошки сидят во дворе, каждая на своем месте. Он немного подумал, а потом улыбнулся и сказал:

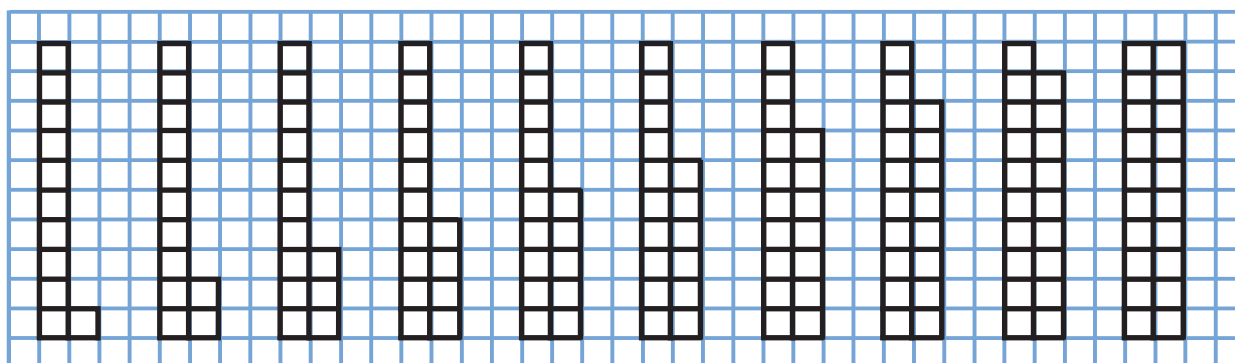
- Рахэль, а ведь ты уже научилась считать!
- Неужели? – воскликнула Рахэль. – Ведь я умею считать только до десяти.
- Нет, не только до десяти. Дай-ка мне тетрадь в клеточку. Посмотри на этот лист бумаги. Он, как наш двор, покрыт квадратами. Папа обвел одну клеточку карандашом.



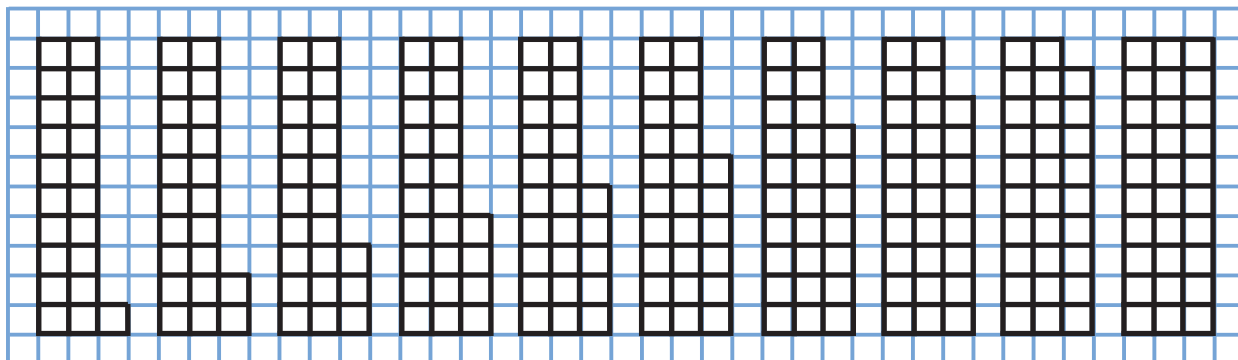
- Вот здесь сидит одна кошка – это число один.
Папа обвел две клеточки.
- Вот здесь сидят две кошки – это число два.
Папа обвел три клеточки.
- Вот здесь сидят три кошки – это число три...
Папа обвел десять клеточек.
- Вот здесь сидят в одном ряду десять кошек – это число десять или десяток.



- А теперь скажи, Рахэль, если во дворе в одном ряду сидит десяток кошек и еще одна кошка в другом ряду, сколько всего кошек сидит во дворе?
- Не знаю, папа. Знаю только, что им надо вынести десяток блюдец и еще одно.
- Это число кошек называется одиннадцать.
- Если во дворе в одном ряду сидит десяток кошек и еще две кошки в другом ряду, то это число кошек называется двенадцать.
- Если во дворе в одном ряду сидит десяток кошек и еще три кошки в другом ряду, то это число кошек называется тринадцать. Потом идут числа: четырнадцать, пятнадцать, шестнадцать, семнадцать, восемнадцать и число девятнадцать. Это такое число кошек, когда в одном ряду сидит десяток кошек и еще девять кошек в другом ряду. А если во дворе в одном ряду сидит десяток кошек и в другом ряду сидит десяток кошек, то это число кошек, эти два десятка, называются числом двадцать!

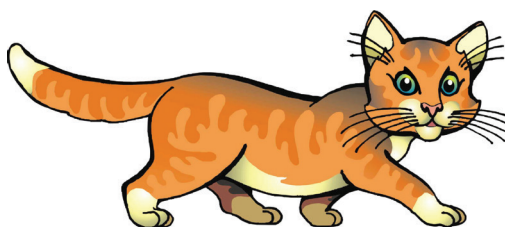


- Ну, а дальше, после двадцати, считать совсем просто: двадцать один, двадцать два, двадцать три...



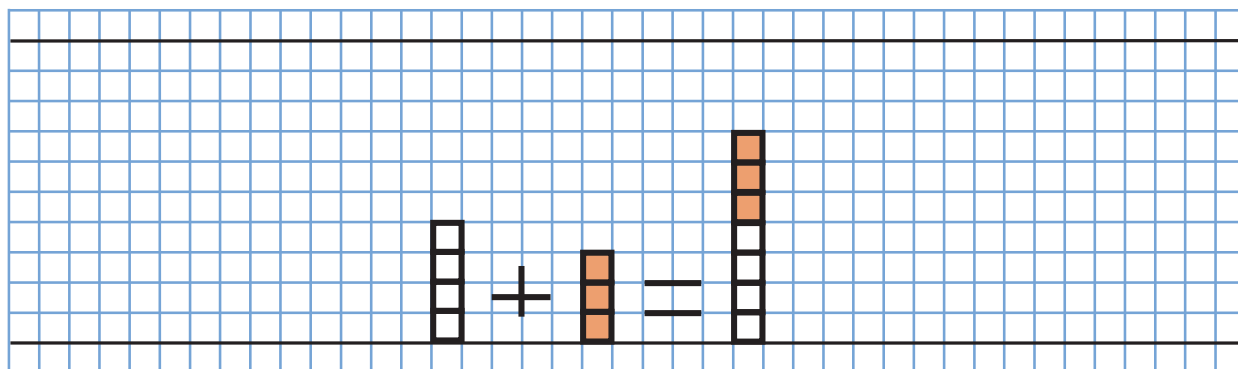
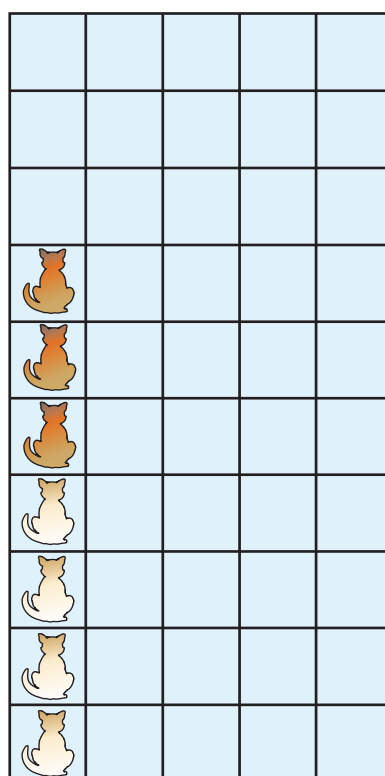
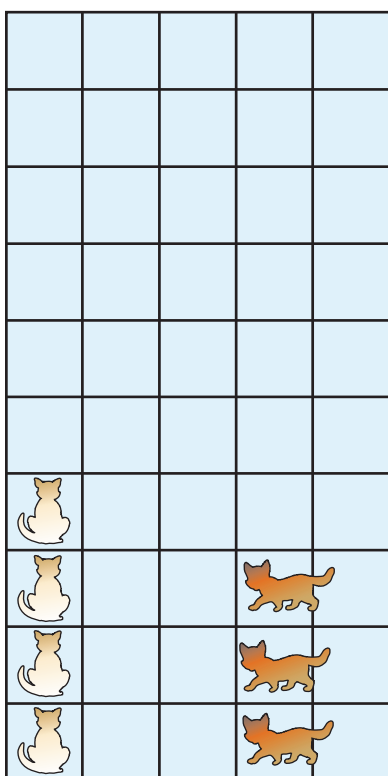
- Скажи, Рахэль, если, к примеру, во дворе в одном ряду сидит десяток кошек, в другом ряду десяток кошек и еще шесть кошек в третьем ряду, сколько всего кошек сидит во дворе?
- Двадцать шесть кошек!
- Правильно! А вот число тридцать – это уже три десятка кошек, число сорок – четыре десятка, пятьдесят – пять десятков, шестьдесят – шесть десятков, семьдесят – семь десятков, восемьдесят – восемь десятков, девяносто – девять десятков и, наконец, число сто – десять десятков.
- Папа, но ведь так можно считать все дальше и дальше!?
Сто один, сто два, сто три, сто четыре, сто пять, сто шесть, сто семь...
Может быть, мы когда-нибудь досчитаем до самого большого числа?
- Самое большое число?! – Папа засмеялся. – Такого числа просто нет. Разве ты можешь мне назвать самое большое число кошек? Попробуй, назови это число, а прибежит еще только одна кошка, и число кошек станет больше этого самого большого числа. Пусть только на одну кошку, но больше!

Так что, Рахэль, считать можно сколько угодно, пока не устанешь. Впрочем, Рахэль, на самом деле, ты научилась не только считать. Тот, кто научился считать, научился еще и другим очень важным вещам. Но о них я расскажу тебе в следующий раз.



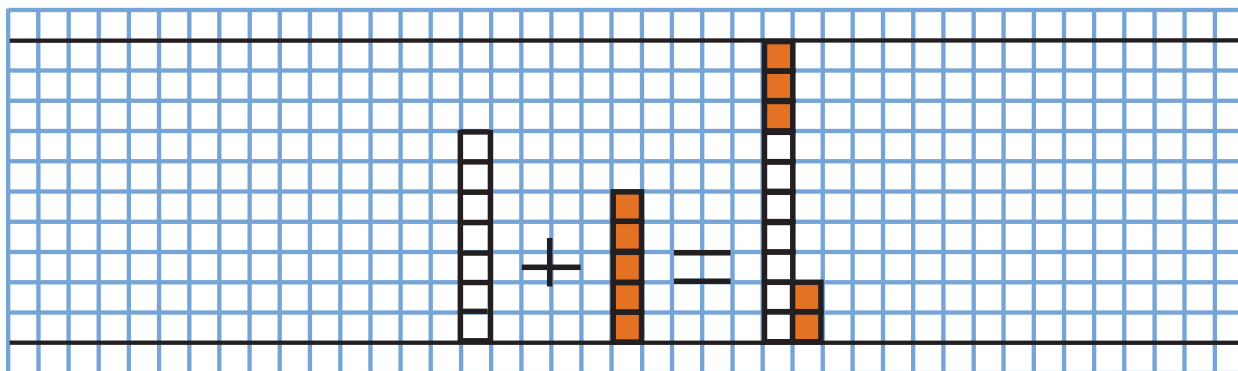
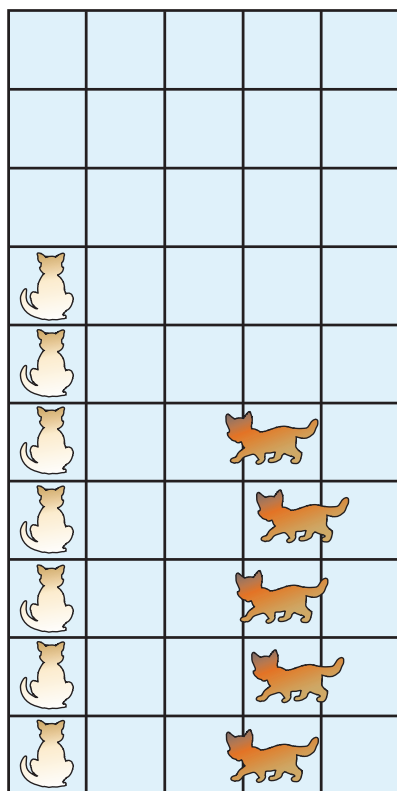
КОШКИ ПРИХОДЯТ И УХОДЯТ

- Так чему же я еще научилась, когда научилась считать? – спросила Рахэль у папы следующий день.
- Ты научилась прибавлять и отнимать числа. Ведь для этого нужно только уметь считать. Вот, например, что означает “к четырем прибавить три?” Это значит ответить на вопрос: “Во дворе сидели четыре кошки. Пришли еще три кошки. Сколько кошек стало во дворе?”
- Папа, так ведь кошек надо просто пересчитать: один, два, три, четыре, пять, шесть, семь. Во дворе теперь семь кошек.
- Правильно, Рахэль. Четыре прибавить три равно семи. Папа нарисовал четыре клеточки и еще три закрашенные клеточки. Как будто во дворе сидели четыре кошки, а к ним пришли еще три кошки. Получилось семь клеточек.

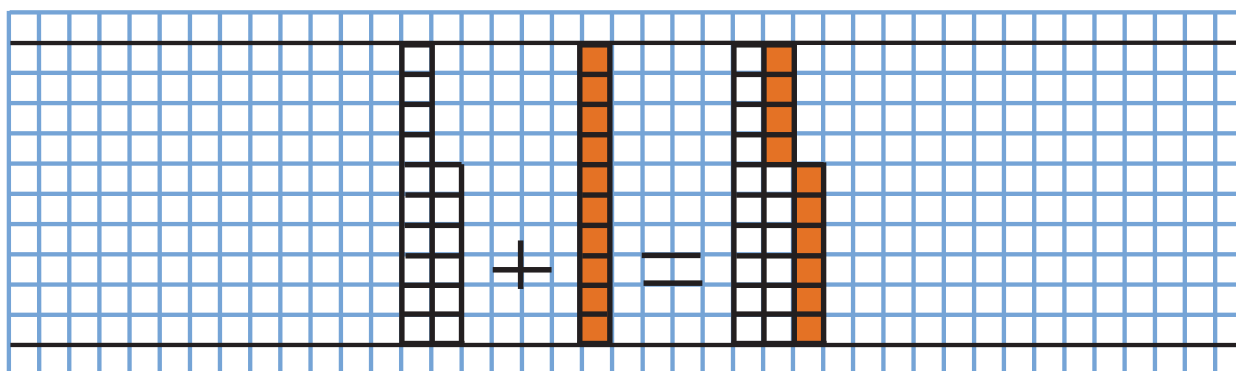
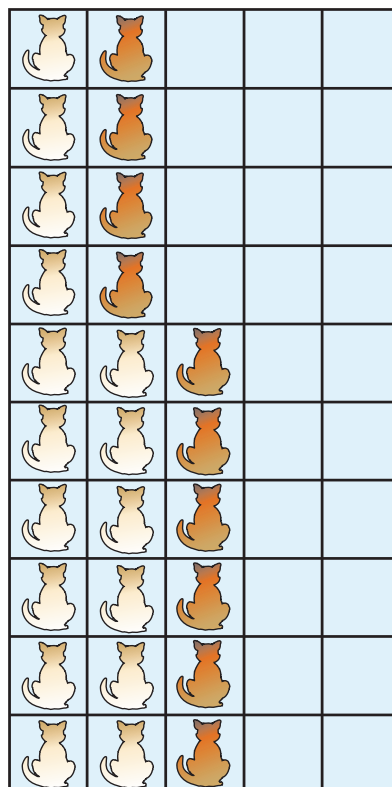
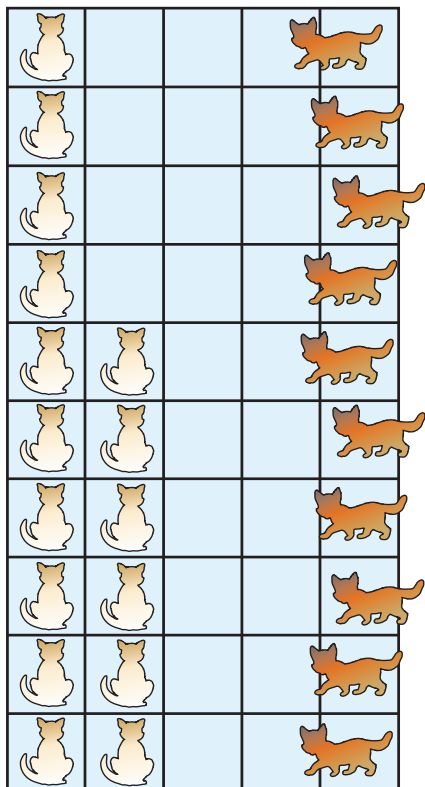


- Папа, а зачем, перед тем как прибавлять, ты провел эти две линии?
- А ты посчитай, Рахэль, на сколько клеточек одна линия проведена ниже другой.
- На десять клеточек.
- Правильно. Это я как бы нарисовал наш двор, покрытый рядами квадратов, по десять квадратов в каждом ряду, чтобы не забывать, что в одном ряду помещается только десять кошек. Попробуй, Рахэль, к семи прибавить пять, и ты сразу увидишь, как помогают эти две линии.

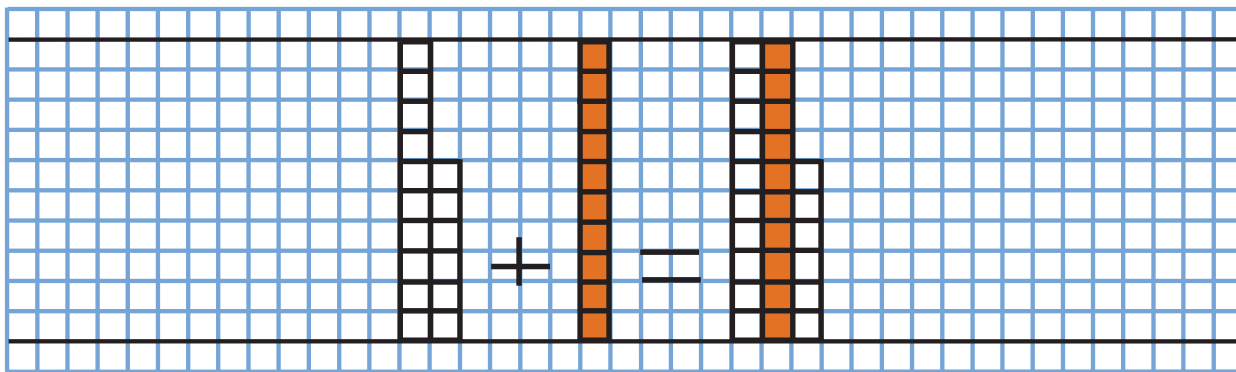
Рахэль опять нарисовала эти две линии, а потом нарисовала семь клеточек и еще пять закрашенных клеточек. Как будто во дворе сидели семь кошек, и к ним пришли еще пять кошек. Получилось двенадцать клеточек.



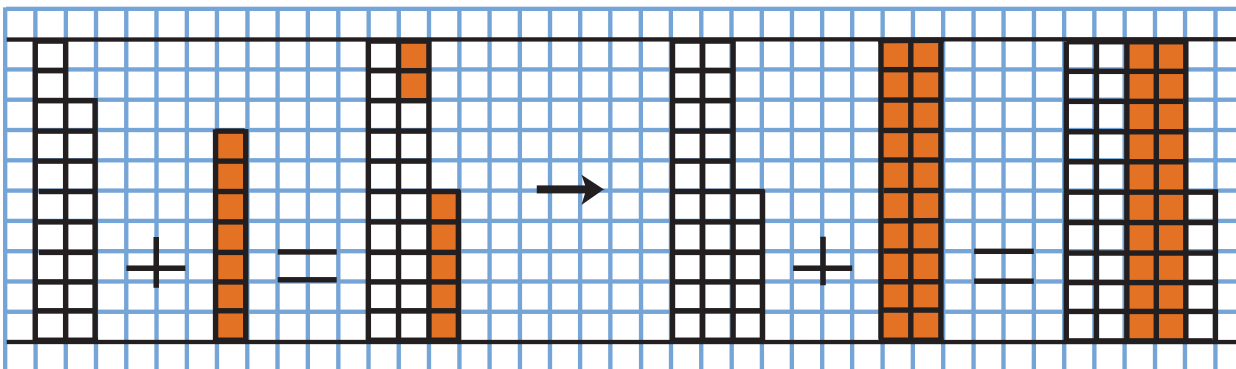
- Правильно, Рахэль. Семь прибавить пять равно двенадцать. – Ну, а теперь, Рахэль, подумай, как к шестнадцати прибавить десять.
- А что тут думать? – удивилась Рахэль. Она нарисовала шестнадцать клеточек и еще десять закрашенных клеточек. Как будто во дворе сидели шестнадцать кошек, и к ним пришли еще десять кошек. Получилось двадцать шесть клеточек.



- Ты прибавила правильно, Рахэль! Шестнадцать прибавить десять равно двадцати шести, но здесь было над чем подумать. Ведь шестнадцать кошек это один десяток кошек и еще шесть кошек. А если придет еще один десяток кошек, то будет два десятка кошек и еще шесть кошек. Всего двадцать шесть кошек. Поэтому, Рахэль, ты могла бы сразу прибавлять так:

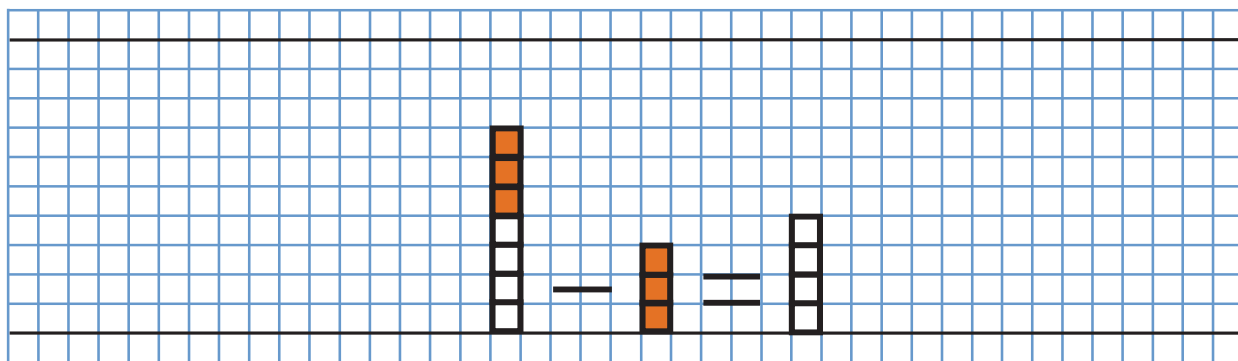
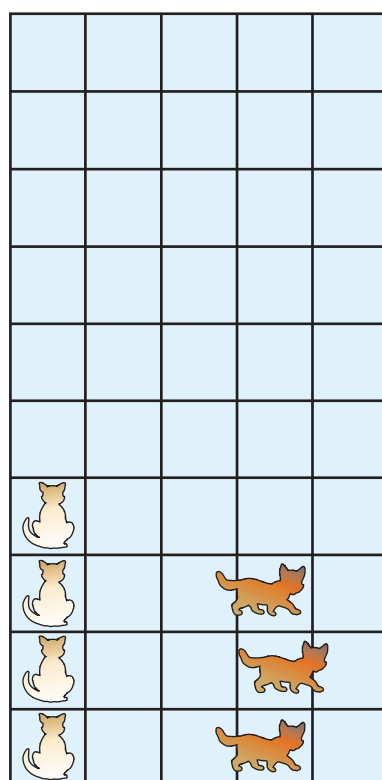
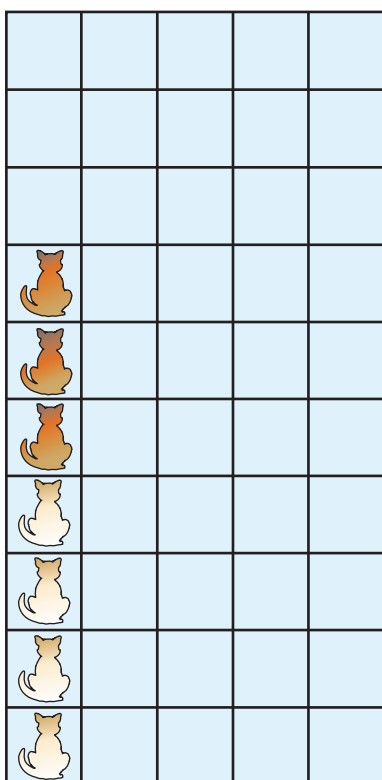


- И, все-таки, папа, чем больше число, тем труднее его прибавлять. Вот я хочу, к примеру, к восемнадцати прибавить двадцать семь. Так мне придется сосчитать и нарисовать двадцать семь клеточек!
- Давай, Рахэль, опять подумаем. Двадцать семь кошек это два десятка кошек и еще семь кошек. Прибавим к восемнадцати двадцать семь по частям. Сначала к восемнадцати прибавим семь, а потом к тому, что получится, прибавим два десятка. Как будто во дворе сидели восемнадцать кошек, а к ним пришли еще двадцать семь кошек, но не все сразу. Сначала пришли семь кошек, а потом еще два десятка кошек. Ведь все равно кошек пришло двадцать семь, не так ли, Рахэль?
- Так...
- Ну тогда, прибавь, наконец, к восемнадцати двадцать семь.
Рахэль прибавила сначала к восемнадцати семь. Получилось двадцать пять. А потом к двадцати пяти прибавила два десятка – число двадцать. Получилось сорок пять.
- Правильно. Восемнадцать прибавить двадцать семь равно сорока пяти.



Я вижу, Рахэль, что ты хорошо поняла, как прибавлять числа. Значит, теперь можно учиться их отнимать. Вот, например, что означает: “От семи отнять три?” Это значит ответить на вопрос: “Во дворе сидели семь кошек, три кошки ушли. Сколько кошек осталось во дворе?”

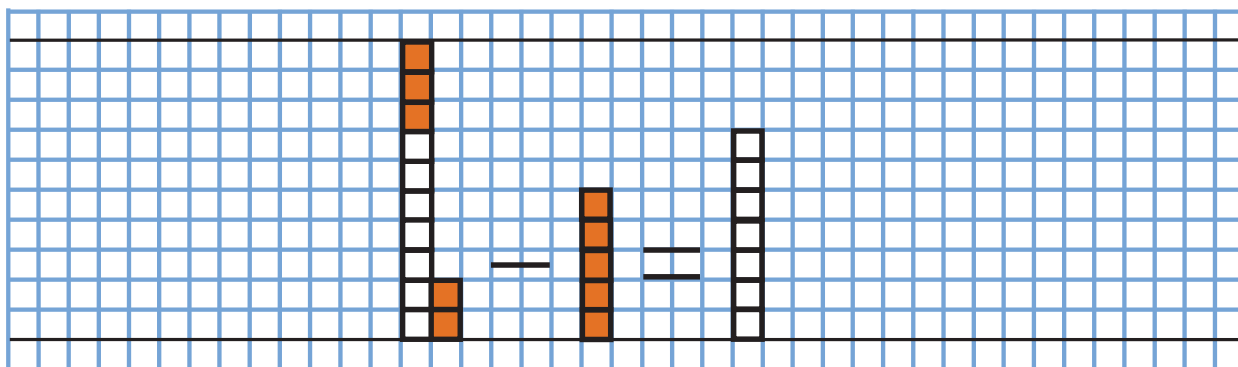
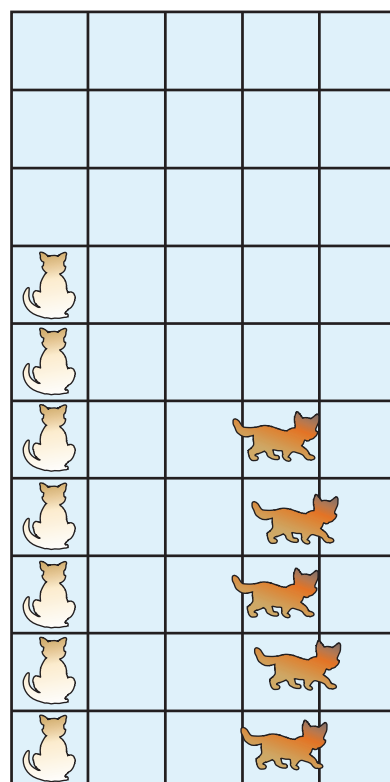
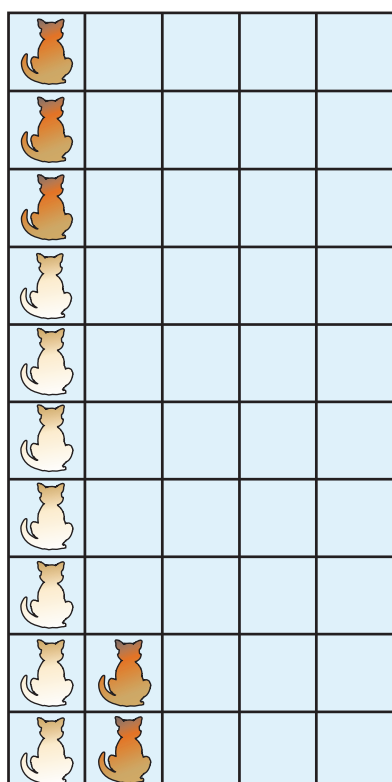
- А я их сейчас сосчитаю: один, два, три, четыре – Во дворе остались четыре кошки.
- Правильно, Рахэль. Семь отнять три равно четырем. Папа нарисовал семь клеточек и закрасил три клеточки, как будто во дворе сидели семь кошек и три кошки ушли. Остались четыре незакрашенные клеточки.



- Попробуй теперь от двенадцати отнять пять.

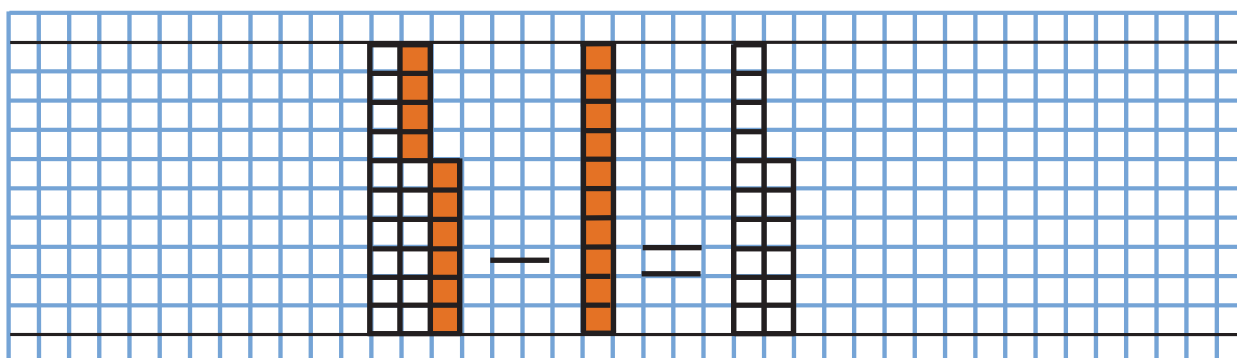
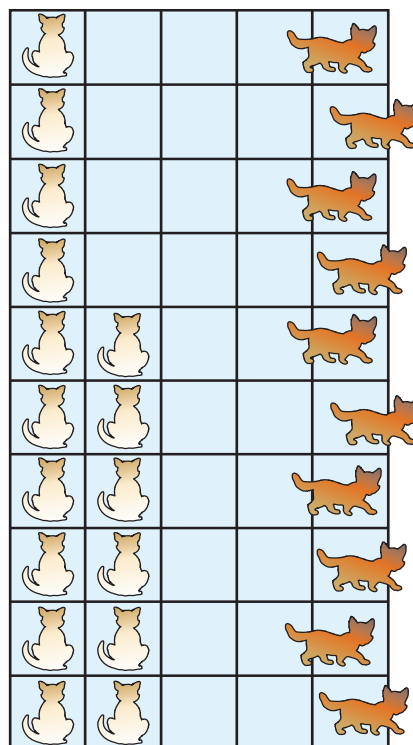
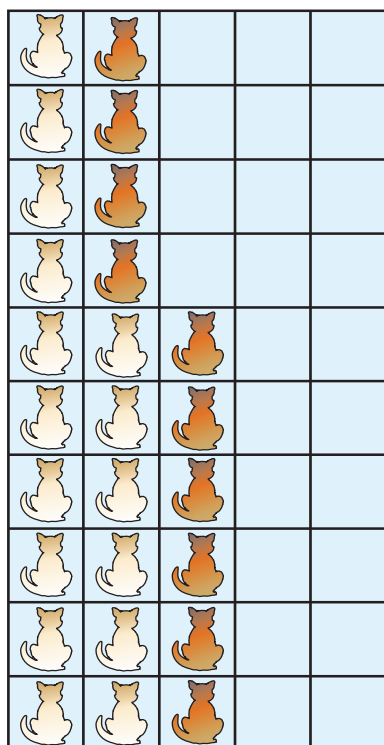
Рахэль нарисовала двенадцать клеточек и закрасила пять клеточек, как будто во дворе сидели двенадцать кошек и пять кошек ушли. Осталось семь незакрашенных клеточек.

- Правильно. Двенадцать отнять пять равно семь.

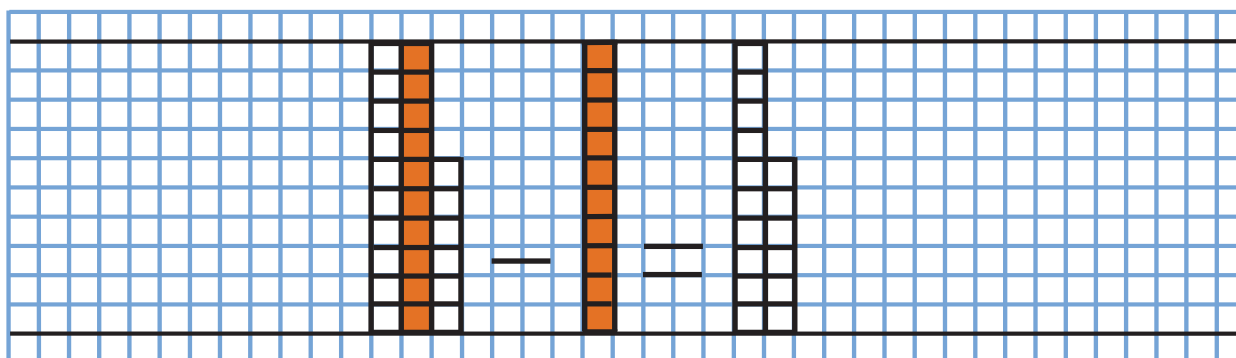


Ну, а как, Рахэль, ты будешь от двадцати шести отнимать десять?

- Точно так же. Рахэль нарисовала двадцать шесть клеточек и закрасила десять клеточек, как будто во дворе сидели двадцать шесть кошек и десять кошек ушли. Осталось шестнадцать незакрашенных клеточек.



- Правильно, двадцать шесть отнять десять равно шестнадцати. А теперь вспомни, Рахэль, как ты, совсем недавно, к шестнадцати прибавляла десять. Двадцать шесть кошек это два десятка кошек и еще шесть кошек. Поэтому, если уйдет один десяток кошек, то останется только один десяток кошек и еще шесть кошек – всего шестнадцать кошек. Поэтому, Рахэль, ты могла бы сразу отнимать так:



– А вот тебе Рахэль, задачка посложнее. Отними, пожалуйста, от сорока пяти двадцать семь?

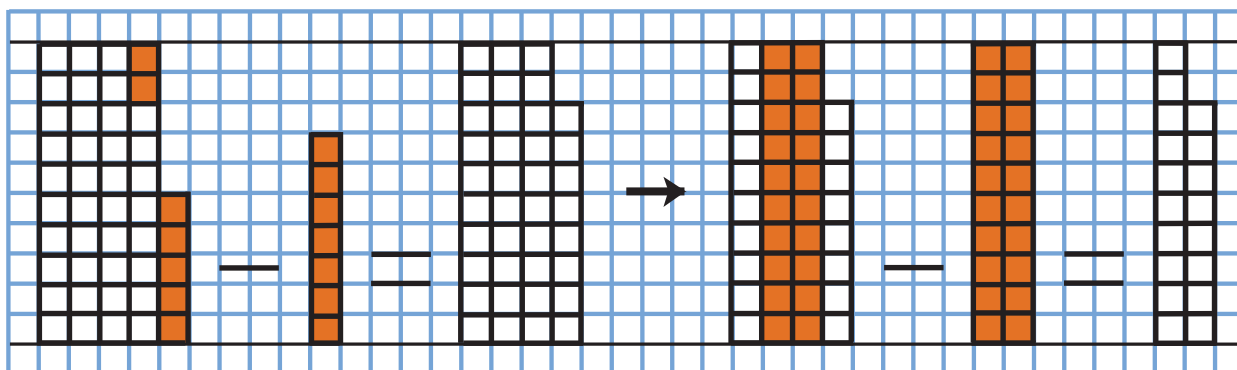
Рахэль подумала и сказала:

– Двадцать семь кошек – это два десятка кошек и еще семь кошек. Отнимем от сорока пяти двадцать семь по частям. Сначала от сорока пяти отнимем семь, а потом от того, что получится, отнимем два десятка. Как будто во дворе сидели сорок пять кошек и двадцать семь кошек ушли. Но ушли не все сразу. Сначала ушли семь кошек, а потом еще два десятка кошек. Ведь все равно кошек ушло двадцать семь.

– Правильно, Рахэль, отнимай.

Рахэль отняла от сорока пяти семь. Получилось тридцать восемь. А потом от тридцати восьми отняла два десятка – число двадцать, получилось восемнадцать.

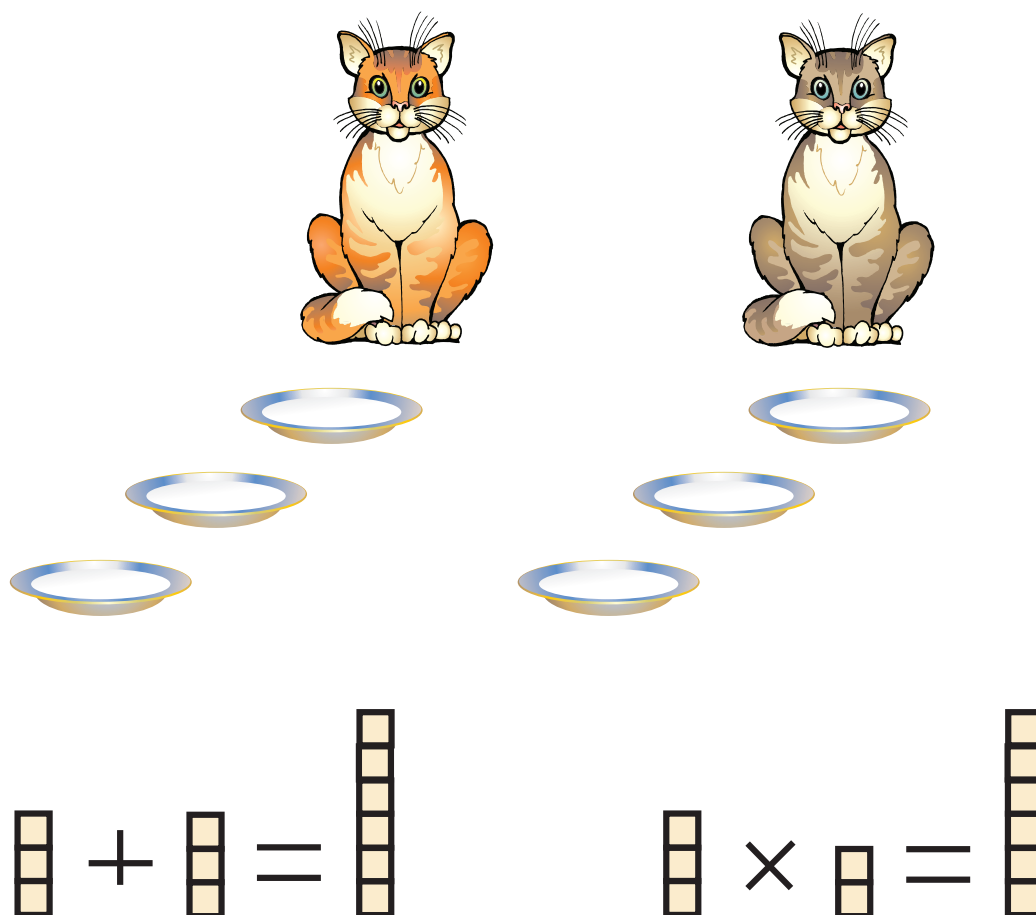
– Правильно. Сорок пять отнять восемнадцать равно двадцати семи.



– Теперь, Рахэль, ты сама видишь, что тот, кто научился считать, научился еще прибавлять и отнимать. В следующий раз я расскажу тебе о том, что и тот, кто научился прибавлять и отнимать, тоже научился еще чему-то очень важному.

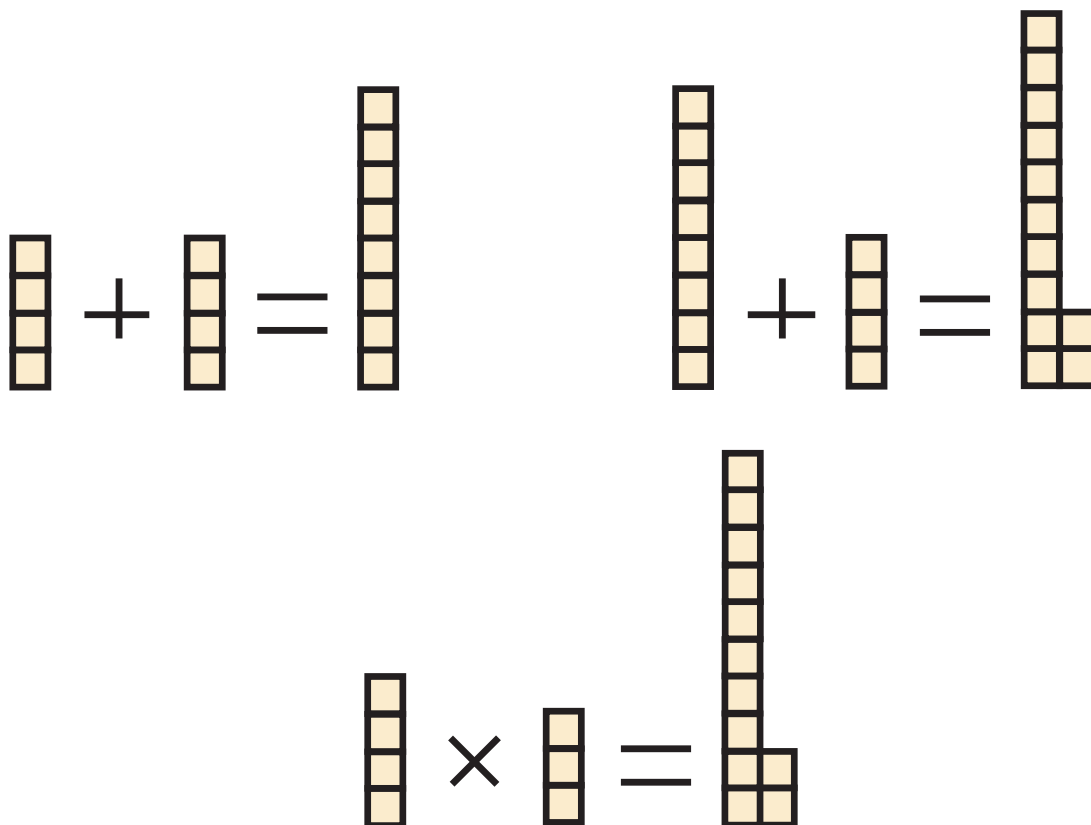
ЧТО ДЕЛАТЬ ЕСЛИ КОШЕК ЧЕТЫРЕ, А БЛЮДЕЦ С МОЛОКОМ ТОЛЬКО ТРИ?

- Так чему же я еще научилась, когда научилась прибавлять и отнимать? – спросила Рахэль у папы следующий день.
- Ты научилась умножать и делить числа. Ведь для этого нужно только уметь прибавлять и отнимать! Вот, например, что означает: “Три умножить на два?” Это значит ответить на вопрос: “Каждой кошке вынесли по три блюда молока, а во дворе сидели две кошки. Сколько всего блюд с молоком вынесли во двор?”
- Шесть. – быстро ответила Рахэль. – Это совсем просто. Нужно к трем прибавить три.
- Правильно, три умножить на два равно шести.

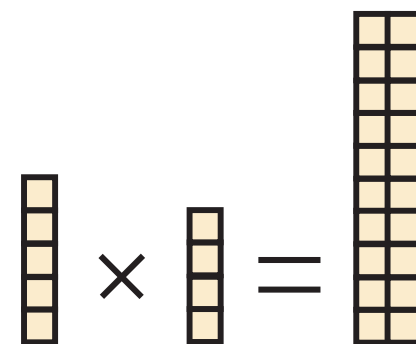
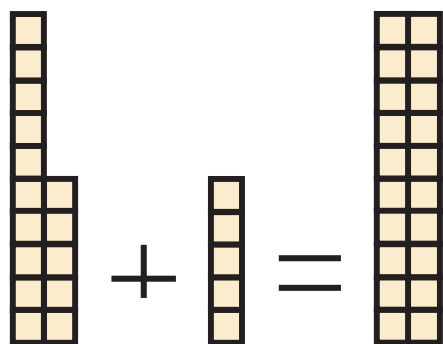
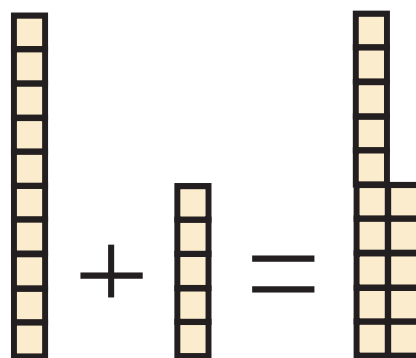
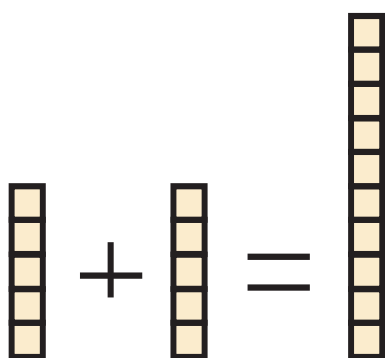


- А если каждой кошке вынесли по четыре блюда молока, а во дворе сидели три кошки, сколько всего блюд с молоком, Рахэль, вынесли во двор на этот раз?

- Нужно к четырем прибавить четыре, а к тому, что получится, снова прибавить четыре. Получилось двенадцать!
- Правильно, Рахэль. Четыре умножить на три равно двенадцати.



- Умножь теперь пять на четыре.
- Нужно к пяти прибавить пять. К тому, что получится, снова прибавить пять. И еще раз к тому, что получится прибавить пять. Получилось двадцать!
- Правильно. Пять умножить на четыре равно двадцать.

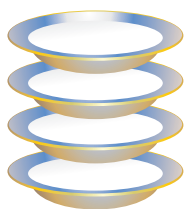
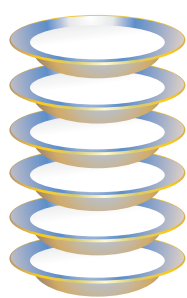


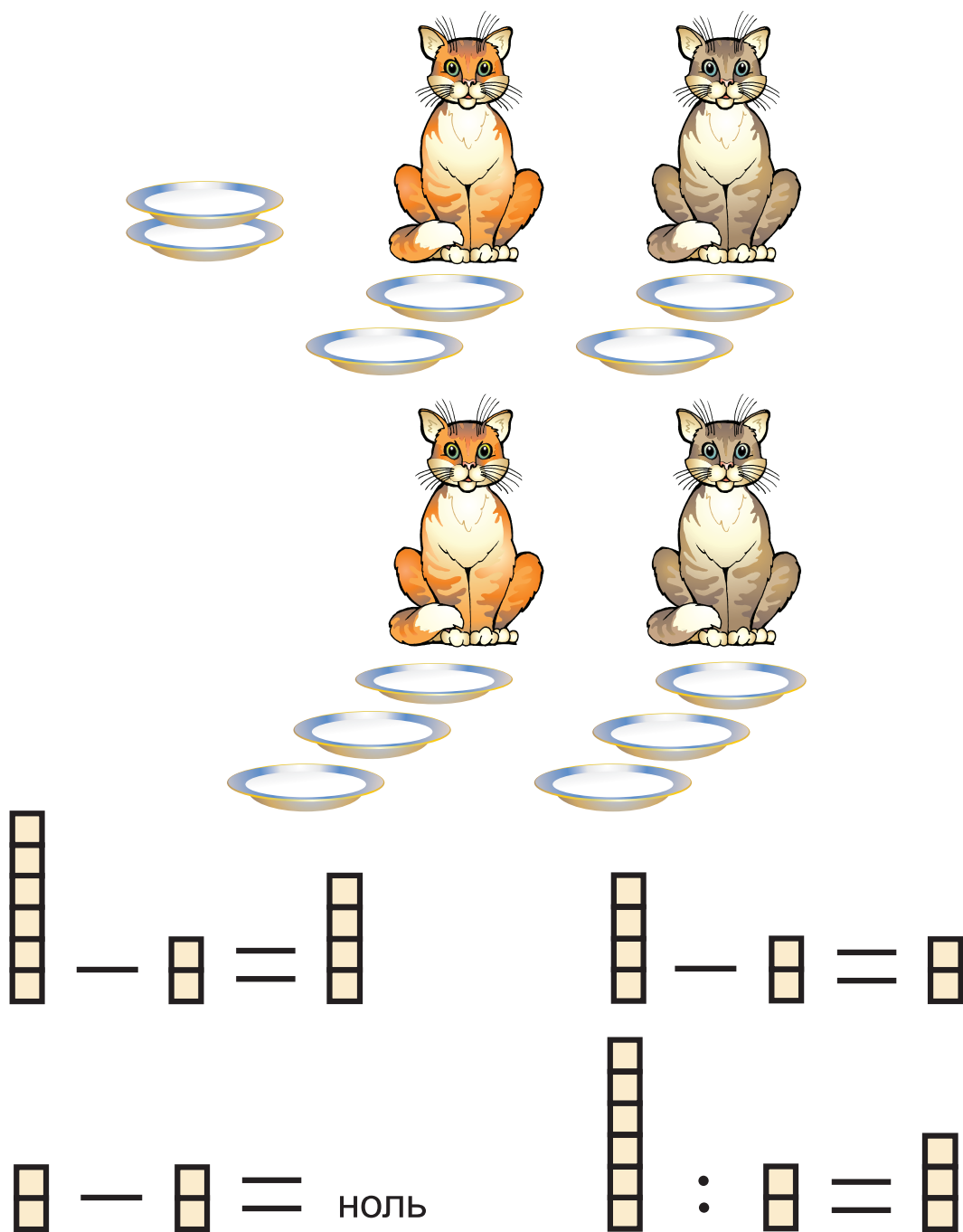
Теперь ты сама видишь: для того, чтобы умножить, нужно все время прибавлять одно и то же число. Вот сейчас ты прибавляла число пять.

- А чему равно десять умножить на семь?
- Семьдесят. – Сразу же ответила Рахэль. Нужно сложить между собой семь десятков. А семь десятков – это семьдесят.
- Вижу, Рахэль, что ты хорошо поняла, как умножать числа. Значит, теперь можно учиться их делить. Вот, например, что означает: “Шесть разделить на два?” Это значит ответить на вопрос: “Во двор вынесли шесть блюдец молока, а во дворе сидели две кошки. Сколько блюдец молока следует дать каждой кошке, чтобы всем кошкам досталось поровну?”

Рахэль стала делить так: Она взяла два блюда из шести и дала каждой кошке по блюду. Осталось четыре блюда. Затем она взяла два блюда из этих четырех и дала каждой кошке по блюду. Осталось два блюда. Третий раз взяла два блюда и дала каждой кошке по блюду. Больше блюдец не осталось.

- Папа, я три раза давала каждой кошке по блюду. Каждая кошка получила по три блюда.
- Правильно. Шесть разделить на два равно трем. Но что же ты на самом деле делала, Рахэль, чтобы разделить? Ты все время отнимала одно и тоже число два. Сначала от шести отняла два, потом от четырех отняла два и, наконец, от двух отняла два. И не осталось ничего или число ноль.



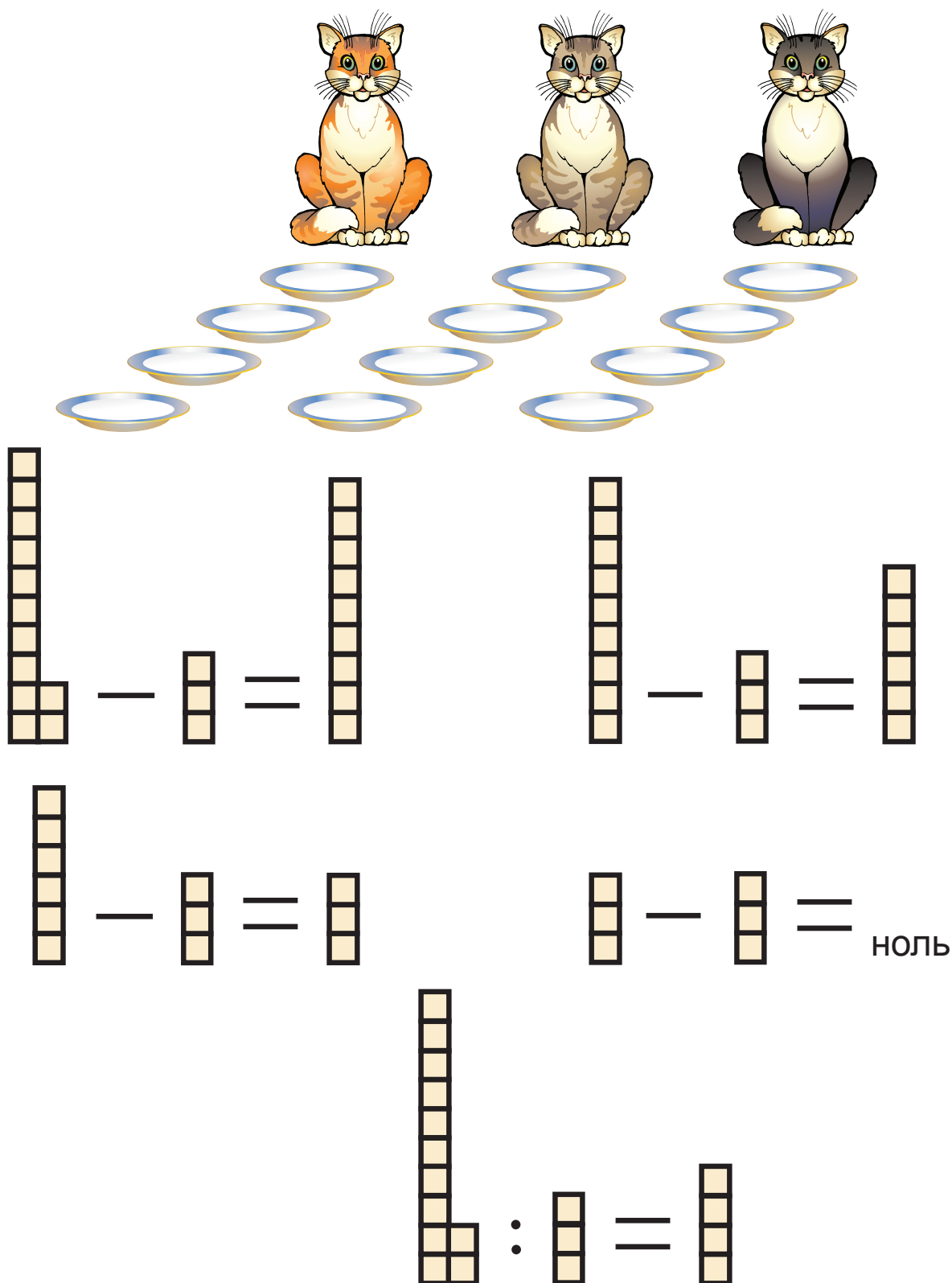


Теперь, Рахэль, раздели поровну двенадцать блюдца молока между тремя кошками. Рахэль стала делить, как и прежде. Она взяла три блюдца и дала каждой кошке по блюдцу. Осталось девять блюдца. Затем взяла еще три блюдца и дала каждой кошке по блюдцу. Осталось шесть блюдца. Третий раз взяла три блюдца и дала каждой кошке по блюдцу. Осталось три блюдца. Четвертый раз взяла три блюдца, дала каждой кошке по блюдцу. Больше блюдца не осталось.

– Папа, я четыре раза давала каждой кошке по блюдцу. Каждая кошка получила по четыре блюдца.

– Правильно, Рахэль, двенадцать разделить на три равно четырем. Сейчас, чтобы разделить, ты все время отнимала одно и тоже число три, пока не остался ноль





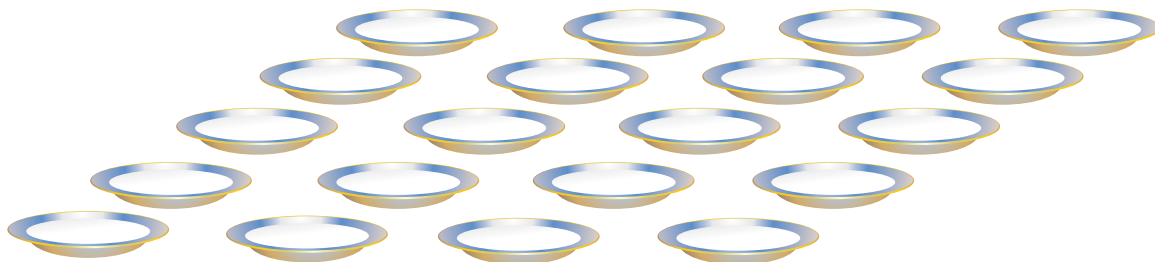
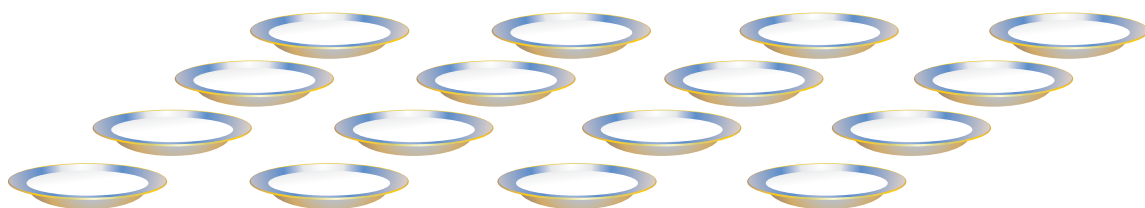
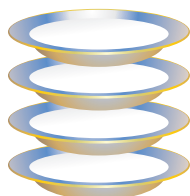
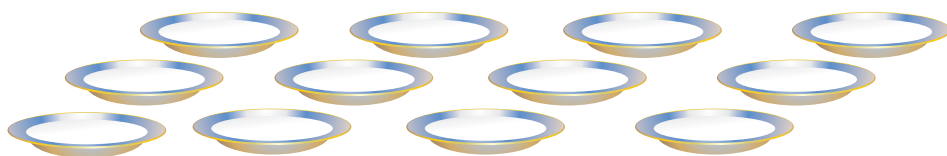
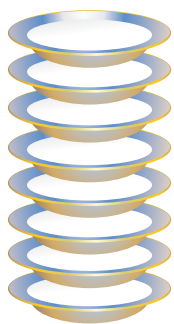
- Так значит, чтобы разделить, нужно все время отнимать одно и тоже число, до тех пор, пока не останется ноль?
- Да, чтобы разделить, нужно все время отнимать одно и тоже число, но далеко не всегда в результате этого остается ноль.

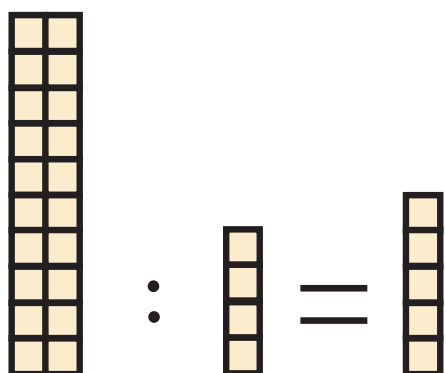
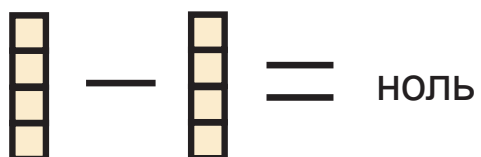
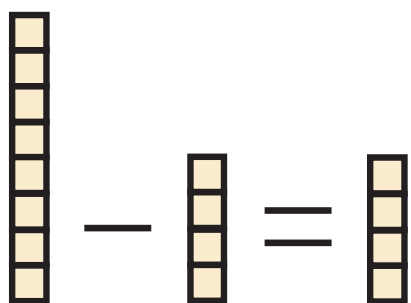
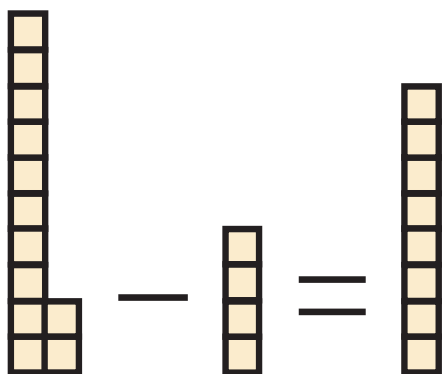
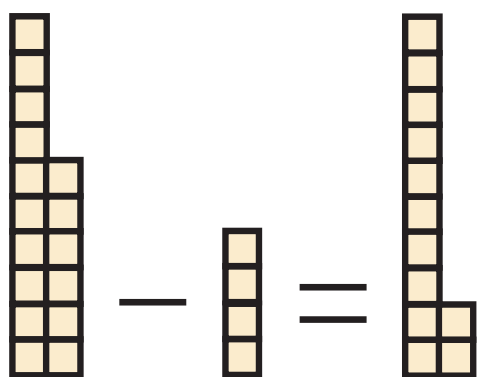
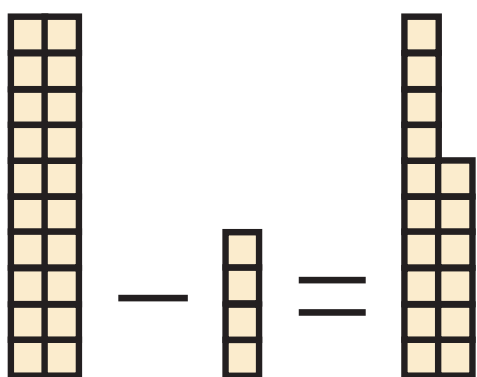
– А что же при этом происходит?

– А ты попробуй разделить число двадцать на четыре и число двадцать три на четыре и увидишь сама.

Сначала Рахэль разделила двадцать на четыре и получила пять.

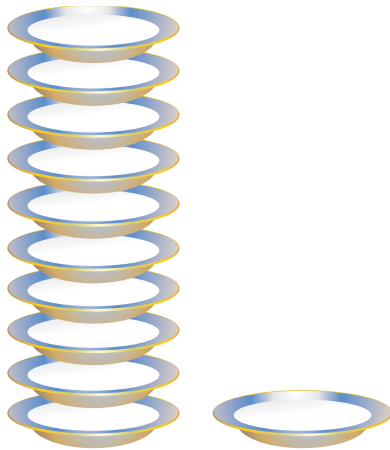
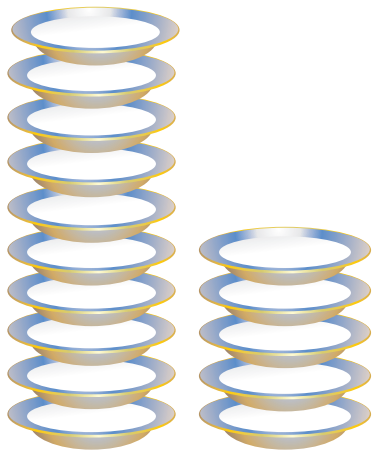
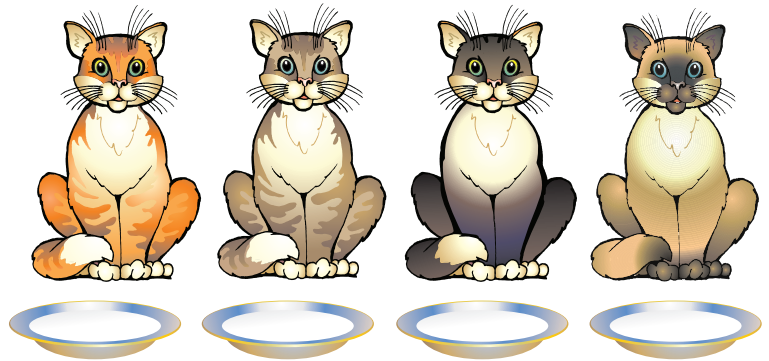
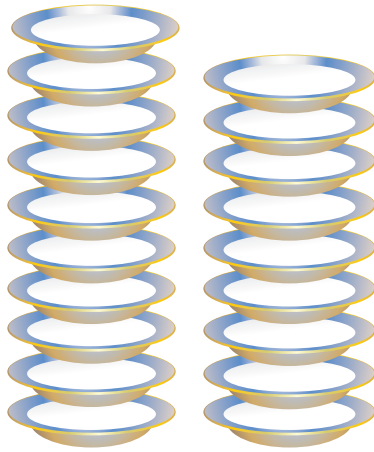


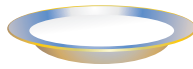
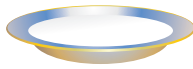
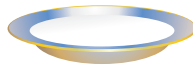
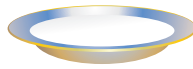
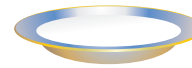
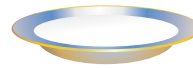
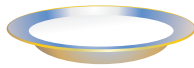
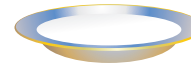
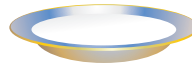
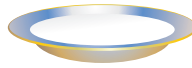
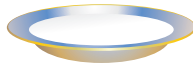
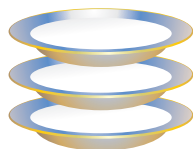
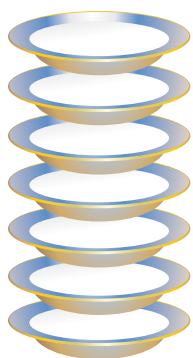


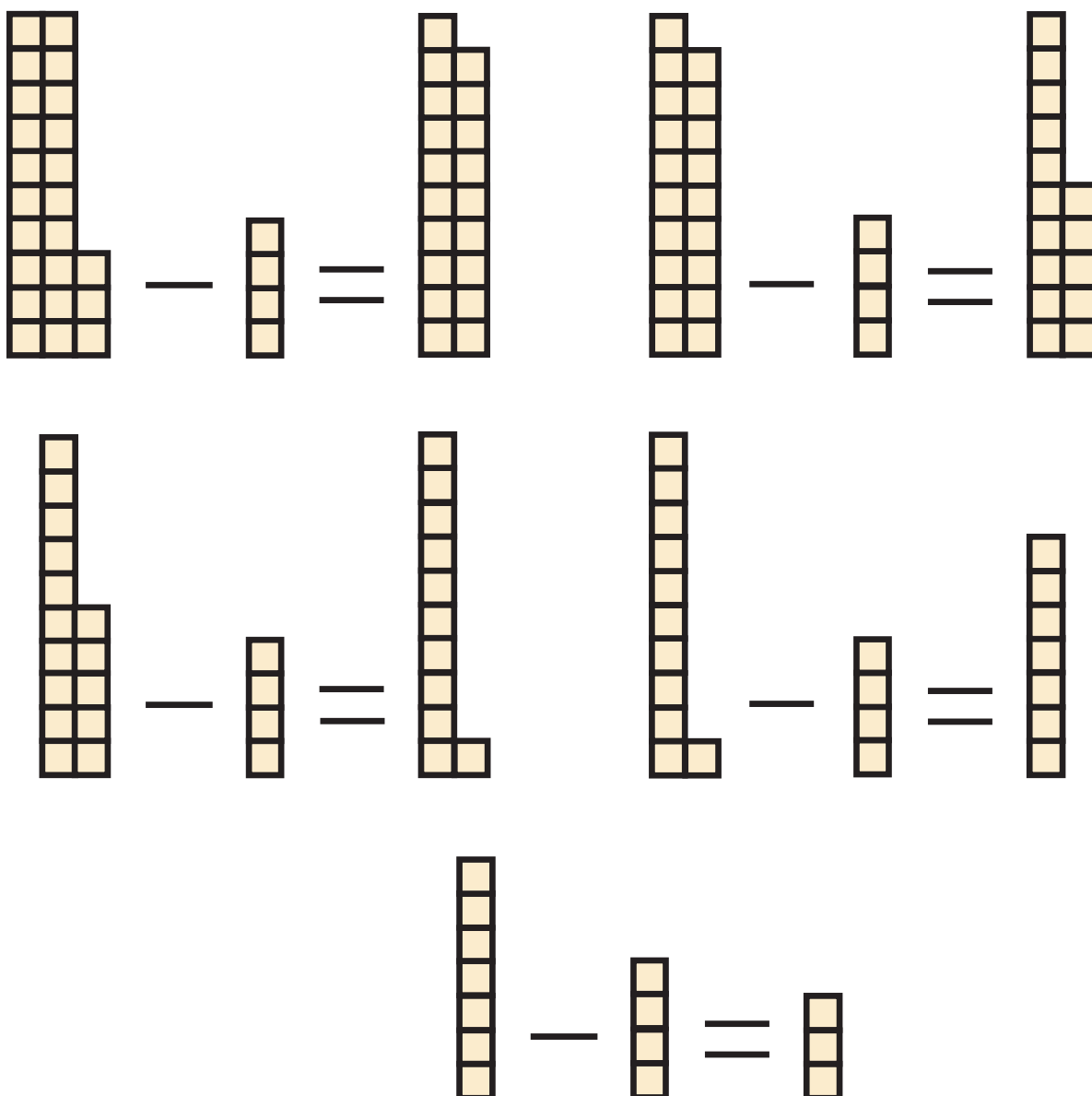


Потом Рахэль стала делить двадцать три на четыре.





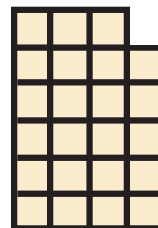
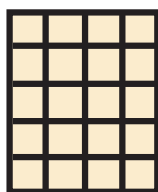




- Папа, и на самом деле, у меня на этот раз не остается ноль, а число три. Выходит, что двадцать блюдец можно разделить поровну между четырьмя кошками, а двадцать три блюда разделить поровну между четырьмя кошками нельзя! Остаются три блюда. Что делать?
- А что можно сделать, если блюдец двадцать три, а самое большое число блюдец, которое можно разделить поровну между четырьмя кошками, только двадцать? Нужно дать каждой кошке по пять блюдец, а остаток, эти три блюда, отложить в сторону и кошкам даже не показывать. Ведь разделить эти три оставшиеся блюда между четырьмя кошками так, чтобы всем четверым досталось поровну, совсем не просто.



Посмотри, Рахэль, внимательно на эти рисунки:

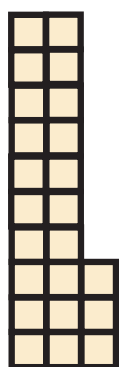


На рисунке слева, двадцать клеточек. Рисунок посредине тоже состоит из двадцати клеточек, потому что пять умножить на четыре равно двадцати. Но клеточки на этом рисунке расположены по-другому, не так как на рисунке слева. Благодаря этому, рисунок посредине показывает, что двадцать клеточек можно разделить на четыре столбика по пять клеточек в каждом. А это значит, что число двадцать можно разделить на четыре и получится пять.

На рисунке справа двадцать три клеточки, потому, что пять умножить на четыре и прибавить три равно двадцать три. Рисунок справа показывает, что двадцать три клеточки нельзя разделить на четыре столбика, с одинаковым количеством клеточек в каждом, потому, что число клеточек в верхнем ряду меньше четырех, в нем только три клеточки, а это значит, что число двадцать три нельзя разделить на четыре. Рисунок также показывает, что число двадцать – это самое большое число, которое меньше числа двадцать три и которое можно разделить на четыре. А число



три, равное двадцати трем отнять двадцать, называется остатком при делении числа двадцать три на четыре.



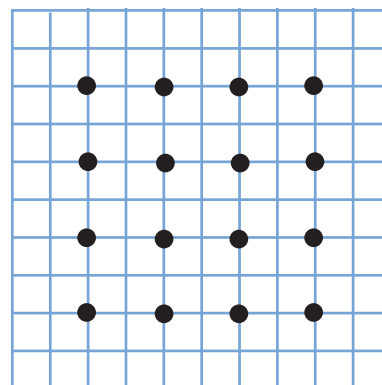
При этом говорят так: двадцать три разделить на четыре равно пяти и трем в остатке и пишут:



$$\begin{array}{|c|} \hline 23 \\ \hline \end{array} : \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array} \left(\begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array} \right)$$

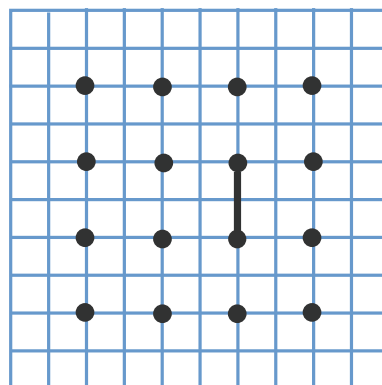
Понятно, что число блюдец, которое остается после деления, всегда меньше числа кошек, три меньше четырех, остаток всегда меньше числа, на которое делят.

- Скажи, папа, когда я научилась считать, оказалось, что я еще умею прибавлять и отнимать. Когда я научилась прибавлять и отнимать, оказалось, что я еще умею умножать и делить. А чему же я еще научилась на этот раз? Папа улыбнулся:
- У нас не хватит сегодня вечером времени, если рассказывать тебе, что умеет делать тот, кто научился прибавлять, отнимать, умножать и делить. Тетрадь в клеточку еще научит тебя очень многому, даже разным играм. Сейчас я расскажу тебе об одной очень интересной игре. Она называется “точки и квадраты”.

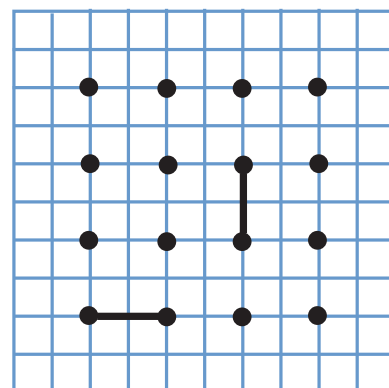
И папа нарисовал в тетради в клеточку такие точки:



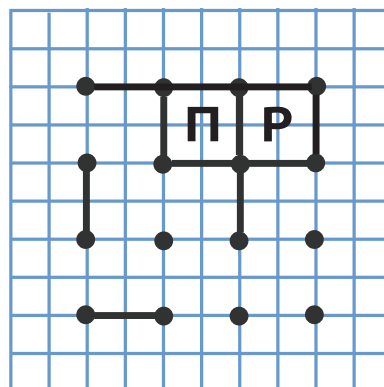
- Играть в эту игру очень просто: Каждый из игроков по очереди проводит через две точки горизонтальный или вертикальный отрезок, так:  или так: . Если игрок делает ход и в результате этого хода появляется квадрат, то игрок ставит внутри этого квадрата свое имя. Выигрывает тот, кто сделает больше квадратов.
- Папа, я хочу играть в “точки и квадраты”. Я хожу первой. И Рахэль сделала первый ход:



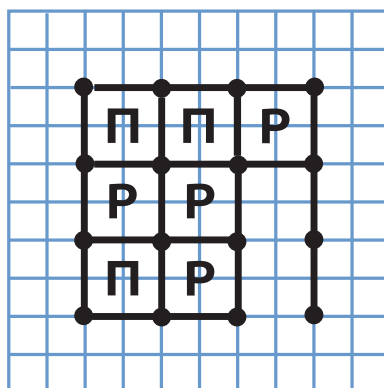
Потом сделал ход папа:



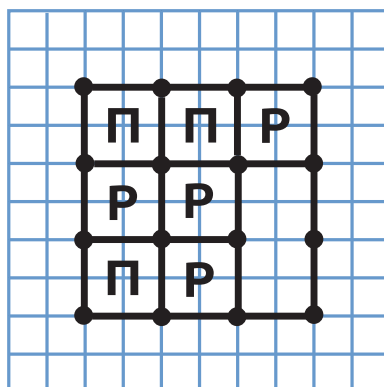
Игра продолжалась. Стали появляться первые квадраты.



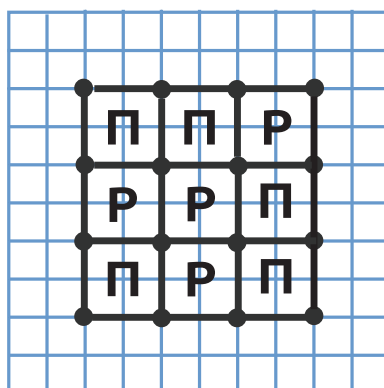
Квадратов становилось все больше и больше, и, наконец, Рахэль и папе осталось сделать только по одному ходу. К этому времени Рахэль сделала четыре квадрата, а папа только три:



Рахэль сделала свой последний ход:



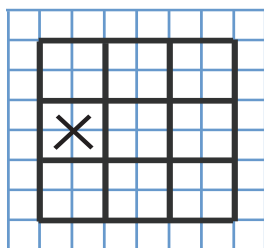
И папа сделал свой последний ход:



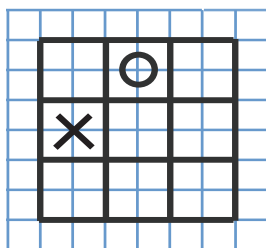
Игра закончилась. Стали считать, кто больше сделал квадратов. Оказалось, что у папы квадратов пять, а у Рахэль только четыре.

- Ты могла бы выиграть, Рахэль, если бы своим последним ходом сделала квадрат. Но ты пошла по-другому, а я своим последним ходом сделал сразу два квадрата и выиграл. Следует проявлять внимательность, даже когда делаешь последний ход. Тебе эта игра нравится?
- Конечно.
- Ты думаешь, что я рассказал тебе об одной игре, но на самом деле я рассказал о двух играх сразу. Даже не знаю, какая из них тебе больше понравится?
- Две игры?!
- Да, две. В игре “точки и квадраты” выигрывает тот, кто сделает больше квадратов. Поэтому, чтобы выиграть, каждый игрок стремится сделать квадратов больше. А можно играть и так, когда наоборот, тот, кто сделает больше квадратов, проигрывает. В такой игре, чтобы выиграть, каждый игрок стремится сделать меньше квадратов. Но это уже совсем другая игра: “точки и квадраты наоборот”. На самом деле, Рахэль, тебе уже приходилось играть “наоборот”. Ты, конечно, умеешь играть в шашки. В шашки выигрывает тот, кто заберет шашки соперника. Но можно играть и по-другому: когда наоборот, тот, кто заберет шашки соперника, проигрывает. Но это уже совсем другая и очень интересная игра, “шашки наоборот”. Чтобы выиграть в шашки, каждый игрок стремится забрать шашки соперника, а чтобы выиграть в “шашки наоборот”, каждый игрок стремится отдать свои шашки сопернику.
- Да, папа, я очень люблю играть в “шашки наоборот”. Давай теперь поиграем в “точки и квадраты наоборот”. Ты ходи первый.
- Уже очень поздно.
- Ну, пожалуйста, хотя бы один раз!
- Ладно, сыграем один раз “наоборот” в игру, которая быстро заканчивается. Ты ее тоже хорошо знаешь. Это “крестики и нолики”. В этой игре выигрывает тот, кто в квадрате из девяти клеточек, поставит свои крестики или свои нолики в ряд. А в игре “крестики и нолики наоборот” тот, кто поставит свои крестики или свои нолики в ряд – проигрывает.

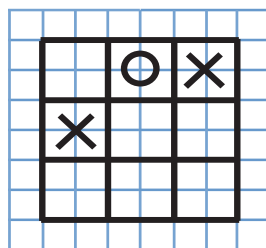
Папа поставил крестик. Игра началась и проходила так:



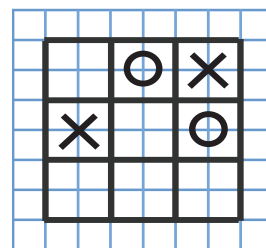
ПАПА



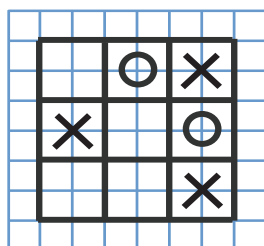
РАХЭЛЬ



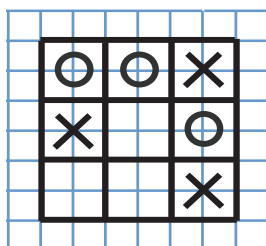
ПАПА



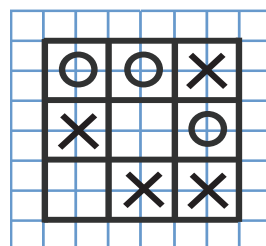
РАХЭЛЬ



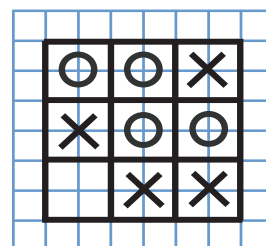
ПАПА



РАХЭЛЬ



ПАПА



РАХЭЛЬ

Рахэль сделала свой последний ход и сказала:

- Папа, ты сейчас сделаешь свой последний ход и проиграешь, тебе придется поставить три крестика в ряд.
- Действительно! Я очень рад, что на этот раз ты играла внимательно до последнего хода. Если бы ты в конце сходила по-другому, то была бы ничья. Ну, а сейчас ложись скорее спать. Спокойной ночи!



ПОЧЕМУ ПРОСНУЛСЯ ПОПУГАЙ?

Ночью Рахэль разбудил попугай.

– Прекратите шум, вы мне мешаете спать, прекратите немедленно – громко кричал на кого-то попугай.

– Странно, раньше он умел говорить только слово “здравствуйте” – подумала Рахэль, оглядывая комнату и прислушиваясь. – Кто же мешает ему спать?

Со стола, где стояла клетка с попугаем, действительно доносился какой-то шум. Рахэль встала, зажгла настольную лампу и увидела, что крестики и нолики вылезли из клеточек, в которых они были нарисованы, выскочили из тетрадки и бегали друг за дружкой по столу, громко и весело смеясь.

– Прекратите немедленно! – опять закричал попугай.

– И не подумаем! – ответили тоненькими, звонкими голосами крестики и нолики. Никто из нас не согласится вечно сидеть запертым в своей клетке, как ты, глупый попугай! И крестики, и нолики еще больше расшумелись. Попугай страшно рассердился, забил крыльями и опрокинул миску с водой. Вода маленькими ручейками быстро растекалась по столу. Крестики и нолики в панике бросились к тетрадке. Те крестики и нолики, которые не успели вовремя добежать до своих клеточек, превратились в маленькие кляксы на столе.

– Жалко бедняжек, – подумала Рахэль, – но я ничем не могу им помочь. Рахэль вытерла стол, потушила лампу и подошла к окну. Шел еле заметный дождь.

– Здравствуй Рахэль! – Неожиданно сказал чей-то голос из темноты.

– Кто ты? – удивилась Рахэль.

– Я – капля, – ответил тот же голос.

– Как хорошо, что ты подошла к окну, Рахэль! Жизнь капли так коротка... Я уже не надеялась, что успею с кем-то поговорить.

И Рахэль увидела, что возле окна, на листке дерева что-то сверкает.

– Ты такая маленькая, что я с трудом увидела тебя, капля.

– Да, Рахэль, я действительно очень мала, но меня можно найти в ночной темноте. Я сверкаю. Это луна и далекие звезды смотрят на меня, как в маленькое зеркальце. Ты не найдешь на небе ни одной звезды, чей свет не сверкает во мне.

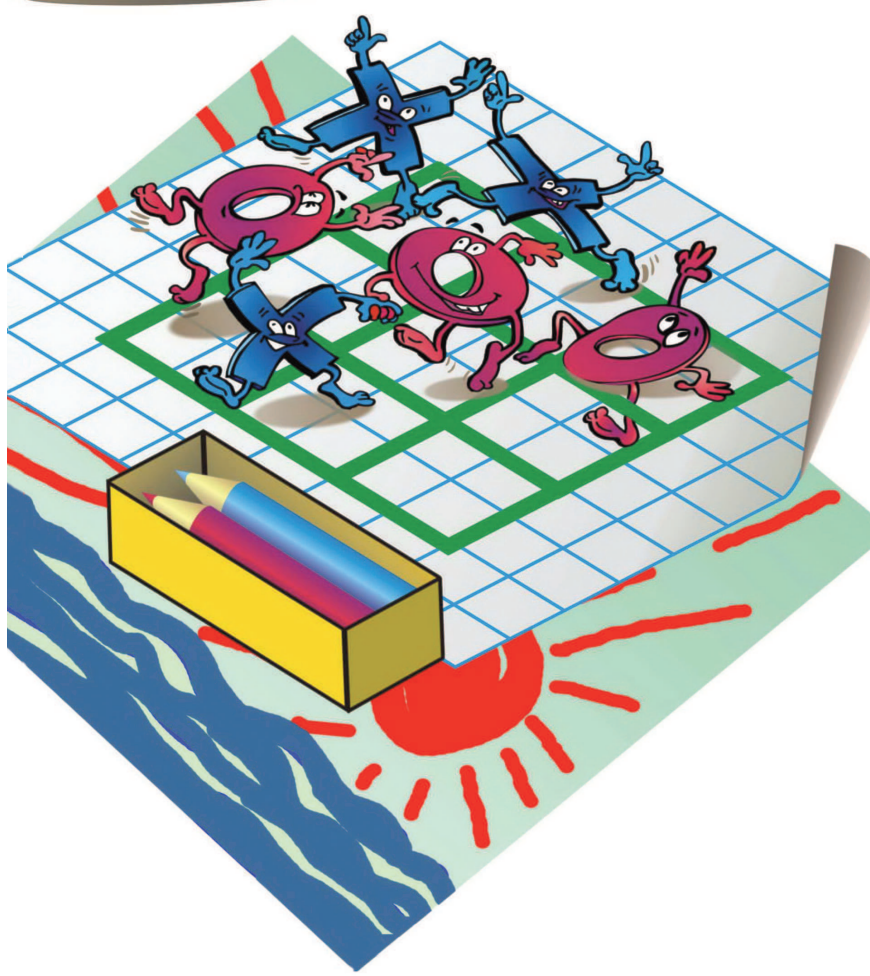
– Скажи, капля, а можно сосчитать, сколько на небе звезд?

Но капля не успела ничего ответить Рахэли. Она неожиданно скатилась с листа и упала в темноту. А Рахэль пошла спать, но спала она недолго и через короткое время проснулась. В комнате было довольно светло.

– Может быть уже утро? – подумала Рахэль и посмотрела в окно. Стояла ночь, ярко светили звезды, а через окно в комнату лился ослепительно белый свет.

– Нет, это не уличный фонарь. Под моими окнами нет уличного фонаря. Что же это? Рахэль подошла к окну.

– Ну, конечно же, это луна! Луна была совсем близко и, казалось, что до нее можно дотянуться рукой.





- Прости, Рахэль, я разбудила тебя.
- Нет, нет, что вы, госпожа Луна, лунный свет мне никогда не мешает спать по ночам.
- Это они! Это они ее разбудили, – вмешался в разговор попугай. На столе громко кричали и спорили друг с другом красный и синий карандаши.
- Почему они спорят? спросила Рахэль у попугая.
- Каждый из них считает, что его цвет самый важный. Поэтому красный и синий карандаши все время спорят о том, какой цвет важнее: красный или синий. И каждую ночь эти карандаши не дают мне спать своими глупыми спорами, а вот сегодня они разбудили и тебя, – устало сказал попугай.

- Рахэль, – взмолился попугай, – пожалей своего старого попугая, заставь их замолчать. Я в семье самый старший, я на пятьдесят два года старше твоего дедушки. Ты, Рахэль, только пять лет назад научилась говорить, а я научился говорить слово “здравствуйте”, когда тебя еще на свете не было. Но я никогда еще не видел таких нахальных карандашей.
- Ладно, попробую, – ответила Рахэль, – но не проливай, пожалуйста, больше воду на стол.

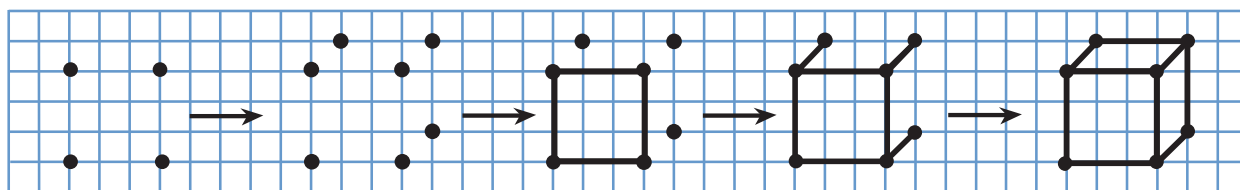
Рахэль обратилась к карандашам:

- Господа красный и синий карандаши! Я так люблю прийти вечером на берег моря, полюбоваться закатом солнца. Кто из вас может нарисовать солнце?
- Я – ответил красный карандаш.
- А кто из вас может нарисовать море?
- Я – ответил синий карандаш.
- А кто из вас может нарисовать закат солнца над морем? Карандаши ничего не ответили.
- Что же вы замолчали, господа карандаши? – воскликнула Рахэль. – Я знаю почему вы молчите: чтобы нарисовать закат нужны два цвета:

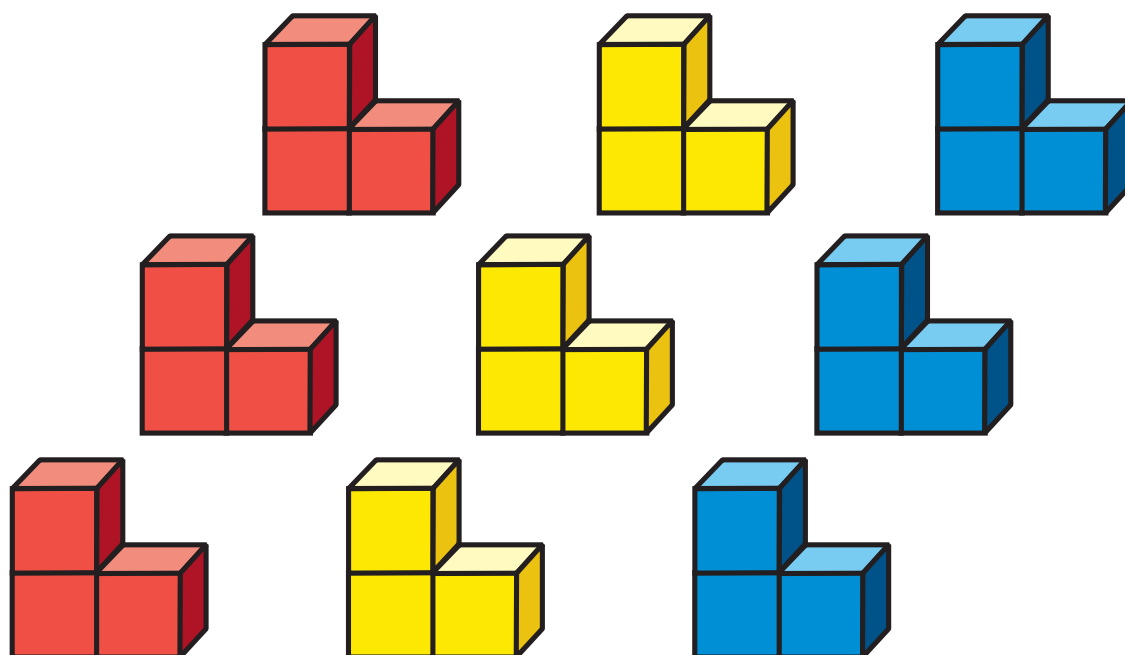
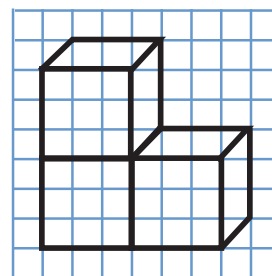
красный и синий. Поэтому один карандаш не сможет без другого карандаша нарисовать закат. Даже если он думает, что его цвет самый важный. Какой же может быть закат без красного или без синего цвета, если солнце красное, а море синее?! Но тогда почему один цвет может быть важнее другого? И красный, и синий цвета важны одинаково, потому что без каждого из них нельзя обойтись. И поверьте мне, господа карандаши, вам будет гораздо приятнее играть в интересную игру, чем спорить какой цвет важнее: красный или синий. Рахэль быстро нарисовала в тетради в клеточку точки для игры в “точки и квадраты”.

- Смотрите, – сказала она карандашам, – каждый из вас по очереди проводит отрезок через две соседние точки. Тот, кто сделает квадрат, закрашивает его своим цветом. Выигрывает тот, кто сделает больше квадратов. Красный и синий карандаши перестали спорить и начали играть, а попугай снова заснул.
- Это ты хорошо придумала, – сказал Рахэли простой карандаш. – Они все время спорят, потому что не могут понять, кто из них самый важный. А самый важный это я – простой карандаш. Прежде чем пошить одежду, сделать машину, построить дом, всегда вначале делают чертеж. А чертеж делаю я – простой карандаш. Раскрашивают в разные цвета уже потом.
- Я тоже могу рассказать тебе, Рахэль, об одной очень интересной игре.
- Буду очень рада, господин простой карандаш.

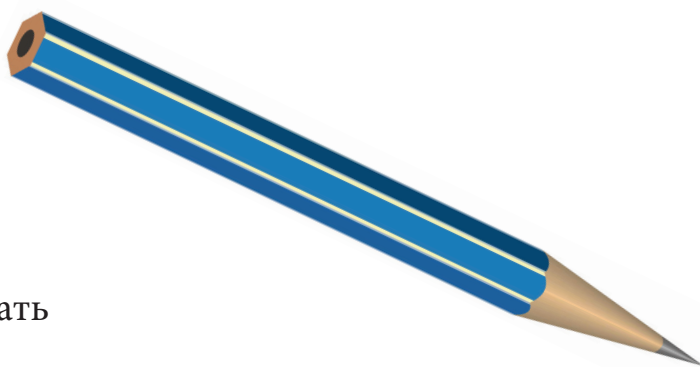
- ➤ Простой карандаш нарисовал в тетради в клеточку четыре точки.
- ➤ Потом еще три точки.
- ➤ Потом провел четыре прямые линии.
- ➤ Потом провел еще три линии.
- ➤ И, наконец, еще две линии и получился кубик.



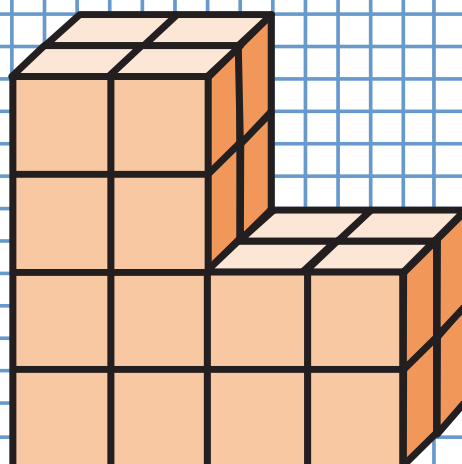
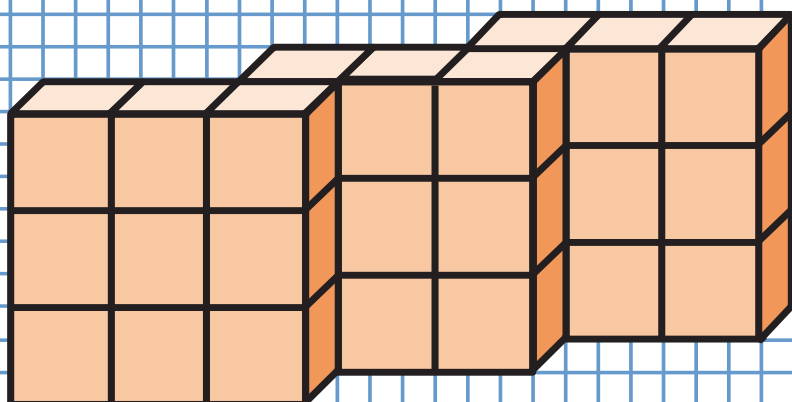
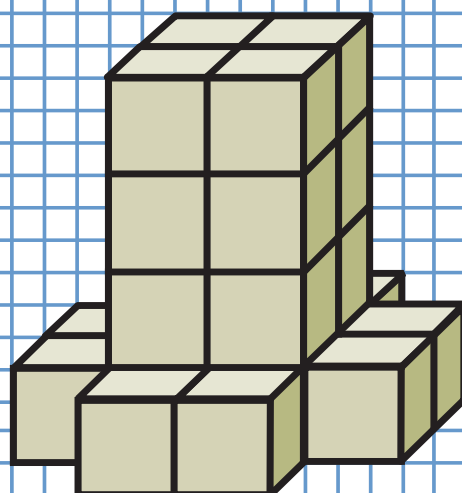
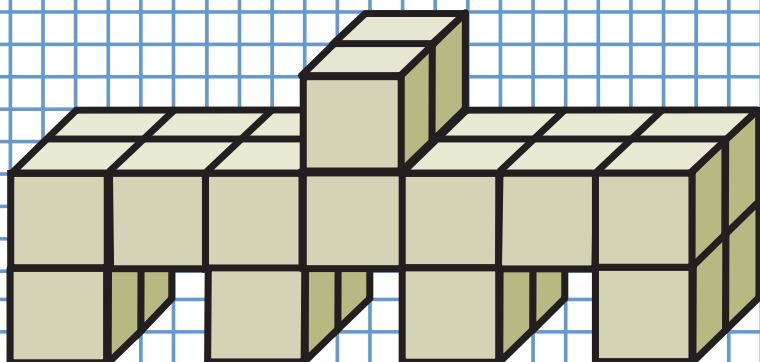
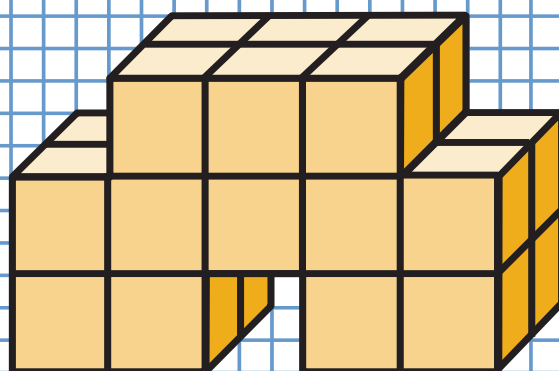
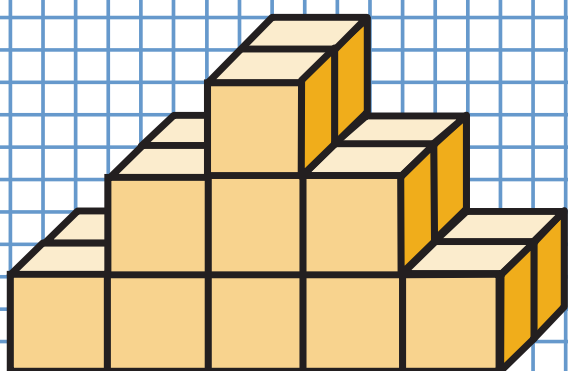
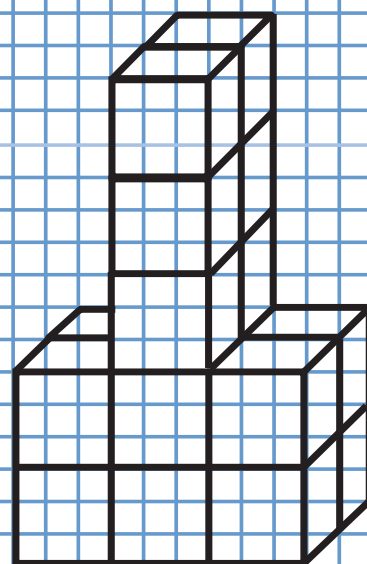
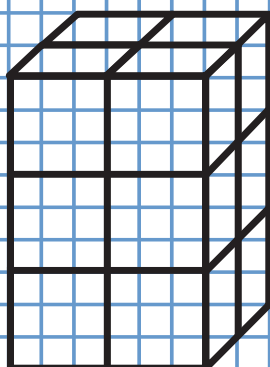
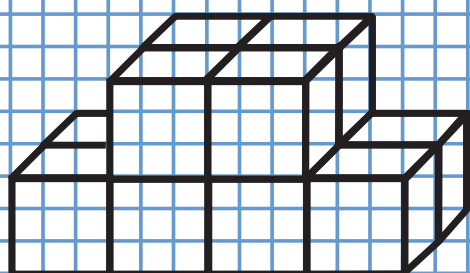
- Видишь, Рахэль, как легко нарисовать кубик, когда есть тетрадь в клеточку. Попробуй и ты нарисовать кубик. Так вот, из трех простых деревянных кубиков надо склеить такую фигуру:
- Нарисуй ее тоже, Рахэль. – А всего таких фигур надо склеить девять. Сколько же всего нам потребуется кубиков?
- Три умножить на девять равно двадцати семи.

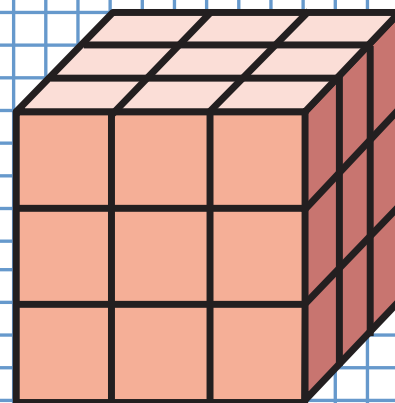
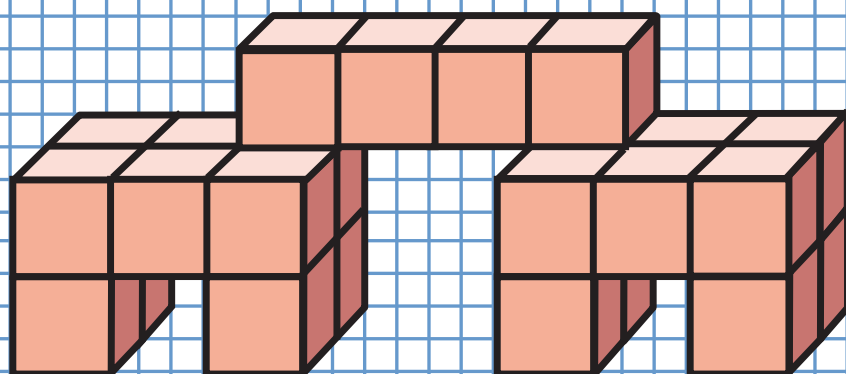
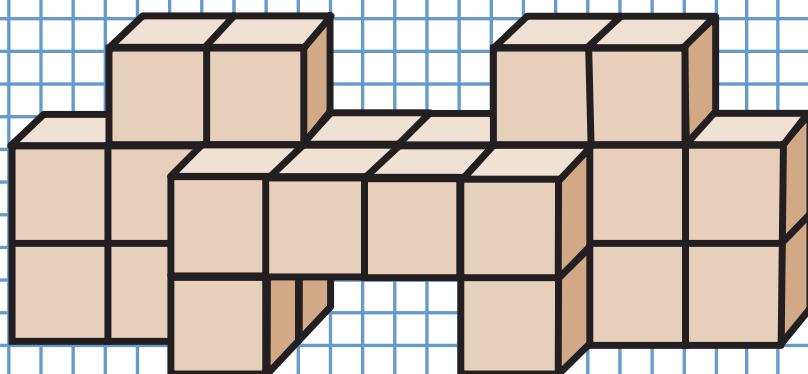
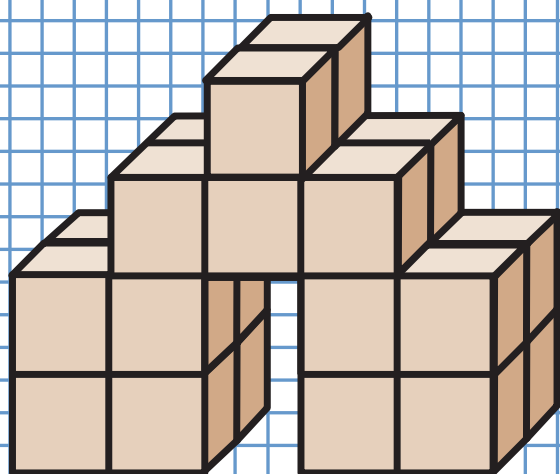
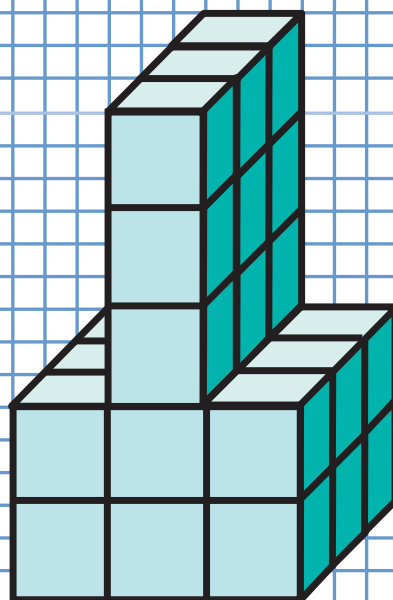
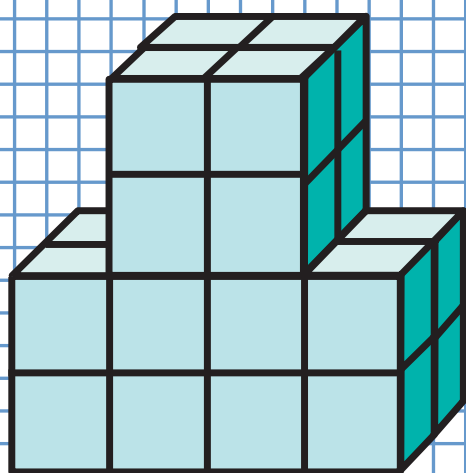


- Правильно, я вижу, ты умеешь умножать. Теперь надо покрасить три фигуры в красный, три в желтый и три в синий цвет, и игра готова.



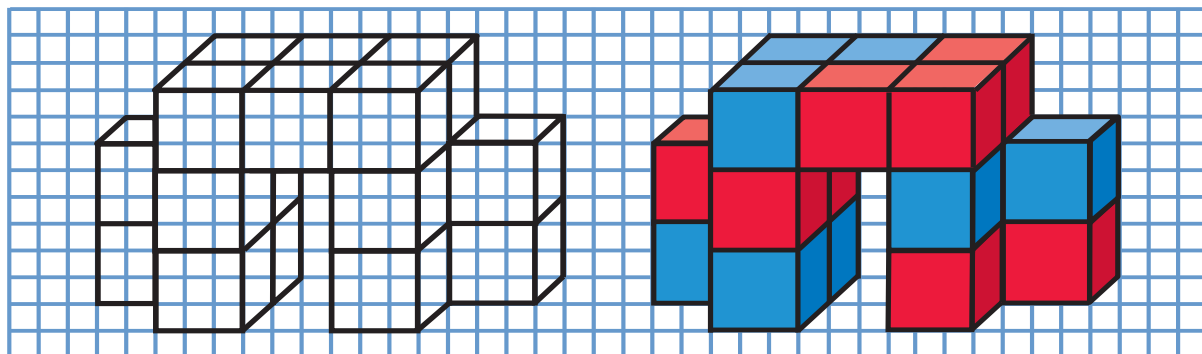
- Из этих фигур можно складывать другие интересные фигуры.
- И простой карандаш стал рисовать:



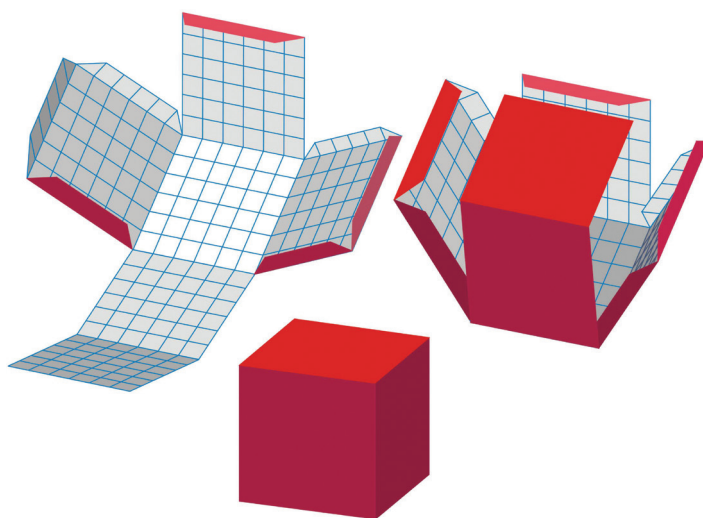
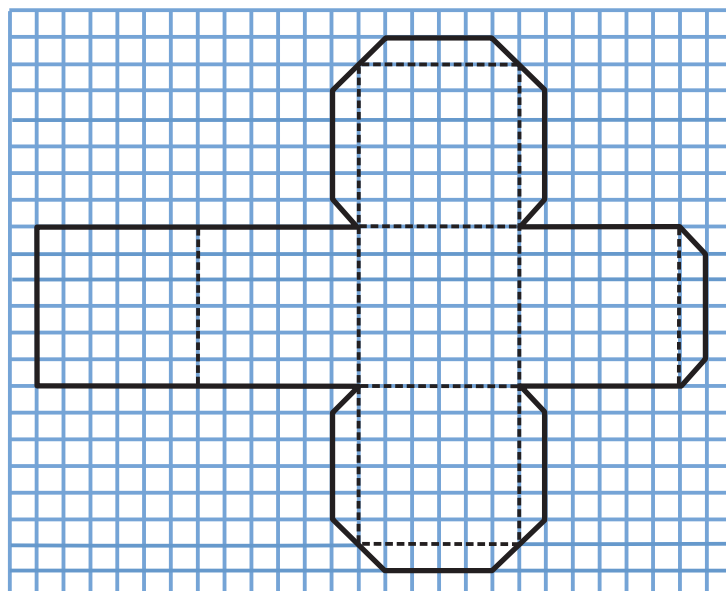


– Попробуй, Рахэль, сложить хотя бы одну из этих фигур, и ты увидишь, что это совсем не просто. Впрочем, ты можешь просто играть с этими кубиками, складывать из них все, что хочешь и, наверное, скоро сама придумаешь новые интересные фигуры. А если новые интересные фигуры ты нарисуешь в тетради в клеточку, то ты их не забудешь и сможешь предлагать своим друзьям попробовать сложить эти фигуры.

Только не раскрашивай части нарисованных тобой фигур в разные цвета! Ведь раскрасить так фигуру значит раскрыть секрет ее сборки.

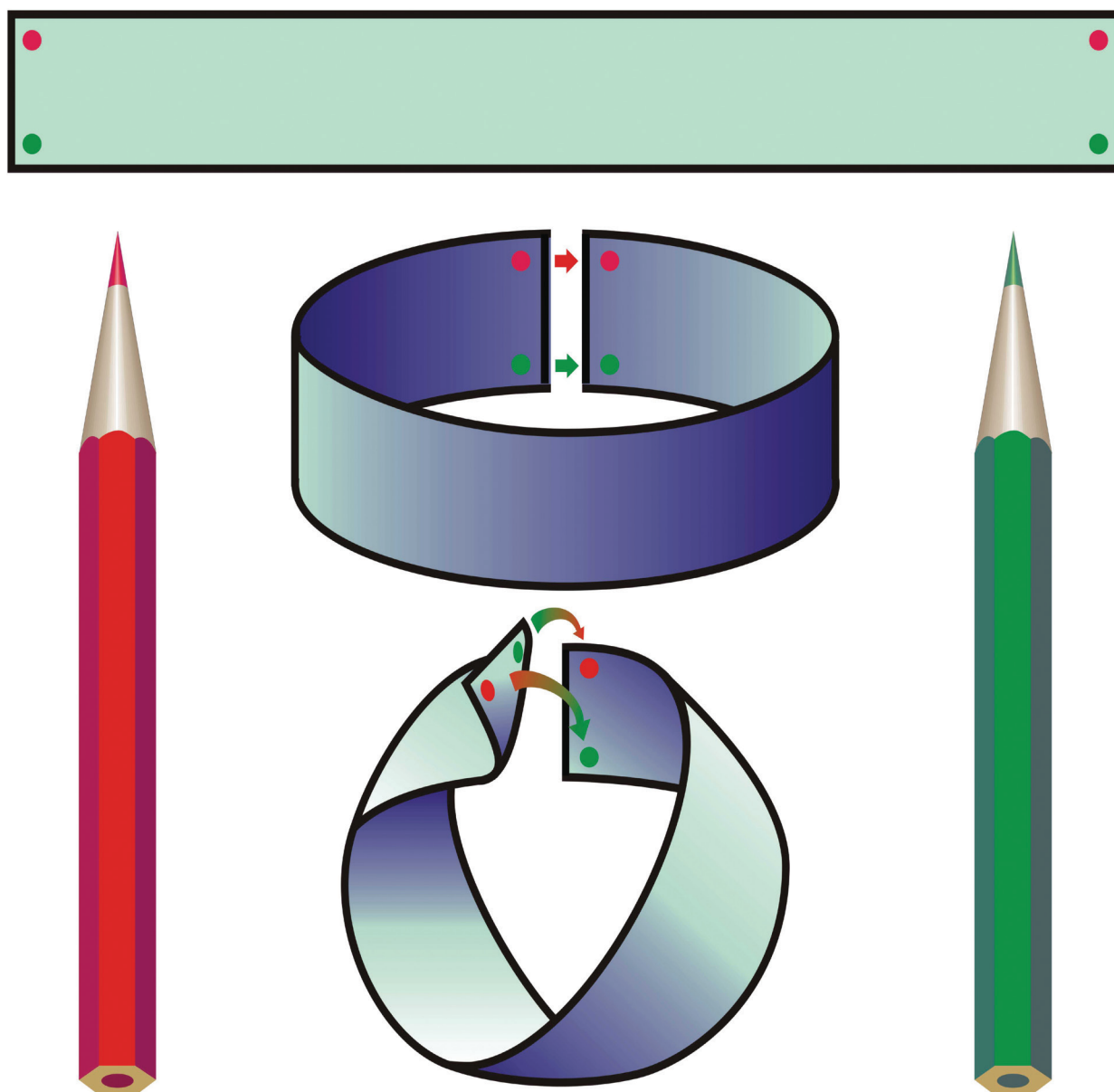


- Это очень интересная игра, как жаль, что у меня нет ни одного кубика.
- Не беда, – сказал простой карандаш. – Кубики очень просто склеить из плотной бумаги. А чтобы кубики были тяжелее, внутрь кубика можно насыпать сухой песок.
- Я тоже хочу научиться клеить кубики из бумаги.
- Сейчас я тебя научу. Возьми лист из тетради в клеточку, нарисуй на нем такой рисунок, наклей рисунок на плотную бумагу и вырежь ножницами. Потом этот рисунок, согни по линиям клеточками внутрь и склей из него кубик. Только перед тем, как вырезать, не забудь покрасить лист бумаги с другой стороны в красный, желтый или синий цвета.
- Не забуду. Это просто. Я часто крашу бумагу, даже с двух сторон.
- А ты уверена, Рахэль, что каждый лист бумаги имеет две стороны?



- Что за странный вопрос? Конечно, имеет! Если на одной стороне листа находится капля меда, а на другой сидит муравей, то сколько муравей не будет ползать по одной стороне листа, он никогда не доберется до меда, пока не перелезет через край листа, на другую сторону. А все почему? А потому, что у листа бумаги две стороны. Я могу покрасить одну сторону листа в красный цвет, а другую в синий, а могу и вовсе не закрашивать другую сторону.
- Хорошо, Рахэль. Отрежь полоску бумаги и склей из нее кольцо, но когда будешь склеивать концы, перекрути один конец полоски.

Рахэль склеила кольцо из перекрученной полоски.

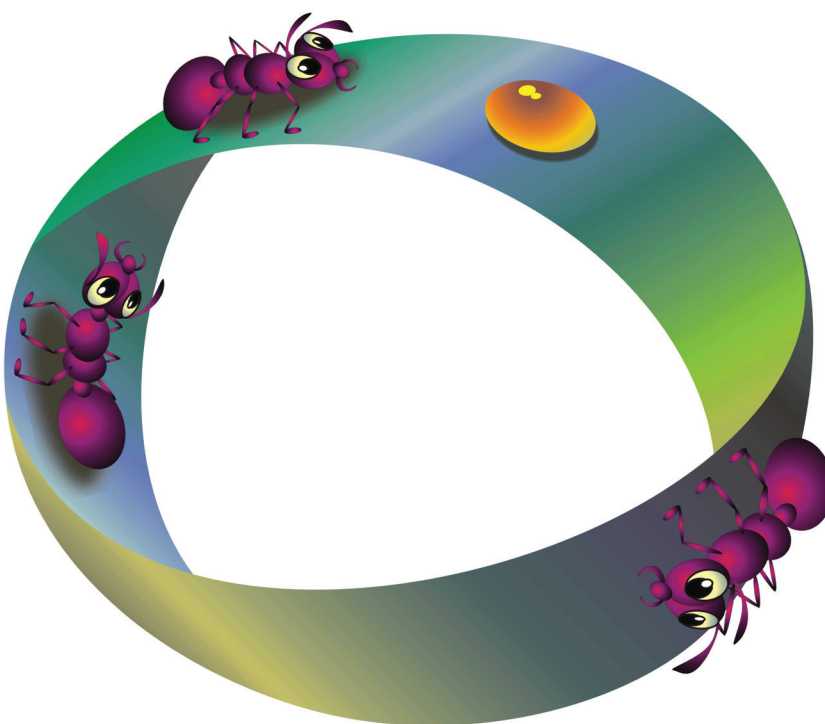


- А теперь попробуй закрасить это кольцо только с одной стороны, так чтобы другая сторона кольца осталась незакрашенной.

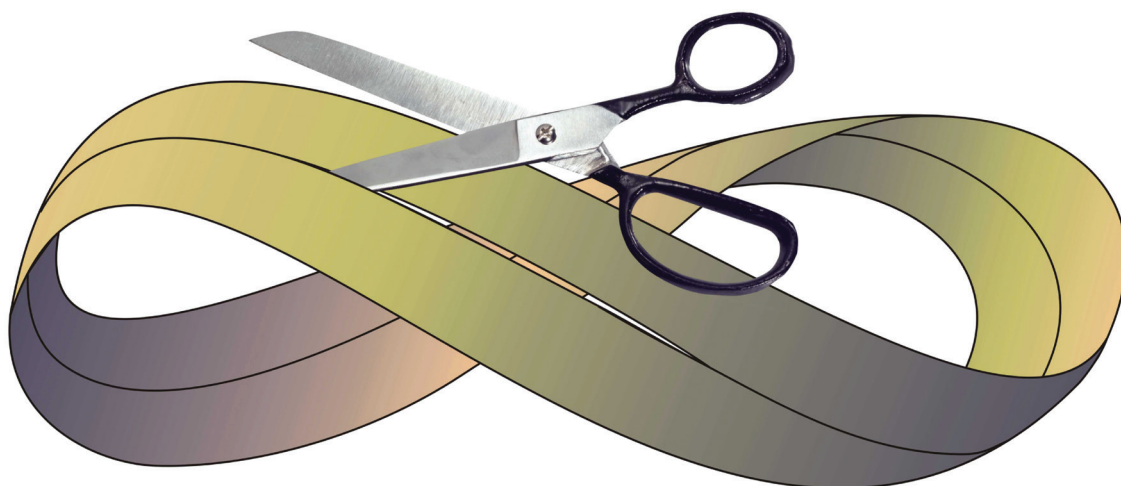
Рахэль обмакнула в краску кисточку и начала красить одну сторону кольца. Красила, красила и вдруг увидела, что все кольцо выкрашено.



- Какие чудеса! – воскликнула Рахэль. – Ведь я красила только одну сторону кольца. Куда же исчезла другая сторона кольца, которая должна остаться незакрашенной?
- Она никуда не исчезла. У этого кольца просто нет другой стороны, у него только одна сторона. Где бы ни лежала на этом кольце капля меда и где бы ни сидел на этом кольце муравей, он всегда доберется до меда, не переползая через край кольца.



- А теперь, Рахэль попробуй разрезать ножницами это кольцо вдоль полоски. Рахэль стала резать. Она думала, что кольцо распадется на два одинаковых кольца, но неожиданно получилось одно большое кольцо.
- Видишь, какое удивительное кольцо ты склеила из обычной полоски бумаги. Попробуй теперь еще раз разрезать вдоль полоски это большое кольцо, которое получилось, после первого разрезания. Посмотри, что получится на этот раз. Тебе будет интересно. Впрочем, нет, не сейчас, у тебя уже закрываются глаза, и ты хочешь спать.



Рахэль даже не помнила, как добралась до постели и заснула. Когда Рахэль проснулась, она долго не хотела открывать глаза, чтобы не забыть чудесный сон и рассказ простого карандаша. Но вот она быстро вскочила с постели и бросилась к столу, чтобы поскорее нарисовать все, что ей приснилось. Рахэль схватила карандаш, быстро открыла тетрадку и замерла от удивления: там уже было все нарисовано.



ДЛЯ ТЕХ, КТО УЖЕ ХОДИТ В ШКОЛУ

Мой юный читатель, ты уже давно умеешь прибавлять, отнимать, умножать и делить числа и, наверное, с улыбкой вспоминаешь о том, как Рахэль училась считать. А знаешь ли ты, чему это равно?

$$\square + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} = ?$$

Что надо делать сначала, складывать или умножать? Оказывается, это не все равно. Если сначала сложить, а потом умножить, получится шесть:

$$\square + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$$

Если же сначала умножить, а потом сложить, получится пять:

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \quad \square + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$$

Путаница... Чтобы не было путаницы, придумали скобки. В скобках пишут то, что надо делать сначала.

Если сначала надо складывать, то пишут так:

$$(\square + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}) \times \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$$

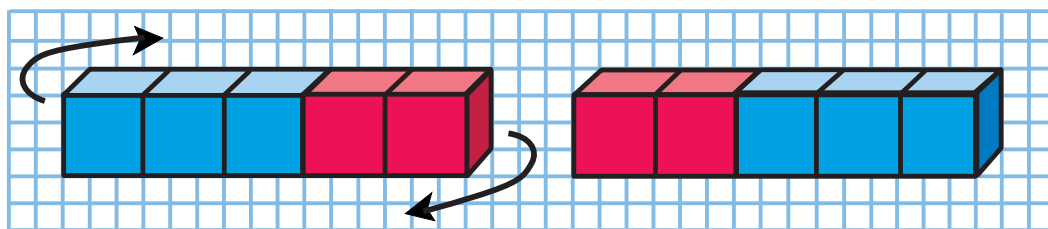
Если сначала надо умножать, то пишут так:

$$\square + (\square \times \square) = \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \\ \square \\ \square \end{array}$$

Вот и все, что нам надо знать о скобках.

А теперь попробуем узнать что-то новое о сложении, вычитании, умножении и делении.

Сначала поговорим о сложении и вычитании. Поставим в ряд три синих и два красных кубика и повернем ряд, как показано на рисунке.



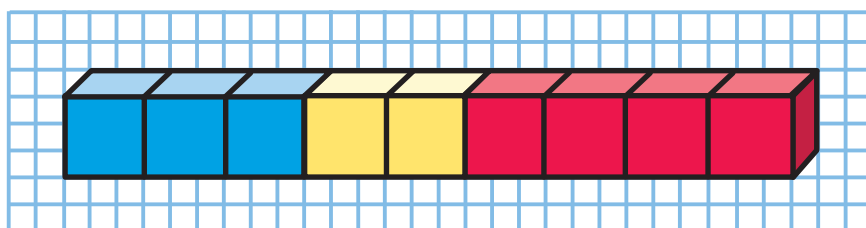
Из рисунка видно, что:

$$\begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array} + \begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} = \begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} + \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array}$$

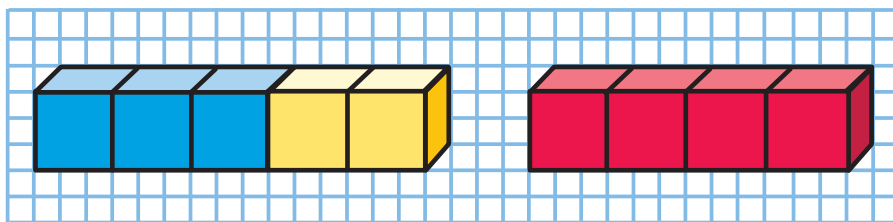
Выходит, что числа три и два можно при сложении менять местами, результат от этого не изменится. Но ведь можно поставить в ряд любое число синих и красных кубиков.

Отсюда вывод: любые два числа при сложении можно менять местами, результат от этого не изменится.

Поставим в ряд три синих, два желтых и четыре красных кубика.



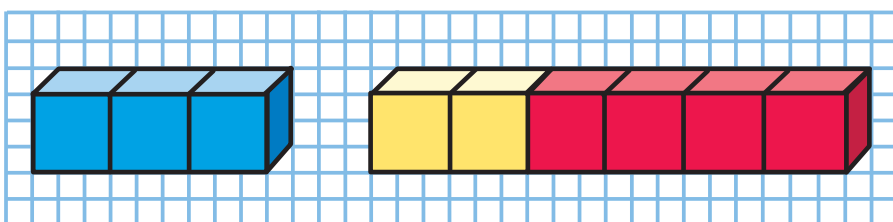
Отодвинем вправо красные кубики.



Из рисунка видно, что все кубики можно посчитать так:

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{blue} \\ \hline \text{blue} \\ \hline \text{blue} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{yellow} \\ \hline \text{yellow} \\ \hline \end{array} \right) + \begin{array}{|c|} \hline \text{red} \\ \hline \text{red} \\ \hline \text{red} \\ \hline \text{red} \\ \hline \end{array}$$

Придвинем назад красные кубики и отодвинем влево синие кубики.



Из рисунка видно, что сейчас все кубики можно сосчитать по-другому:

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{blue} \\ \hline \text{blue} \\ \hline \text{blue} \\ \hline \end{array} + \left(\begin{array}{|c|} \hline \text{yellow} \\ \hline \text{yellow} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{red} \\ \hline \text{red} \\ \hline \text{red} \\ \hline \text{red} \\ \hline \end{array} \right)$$

Это значит, что:

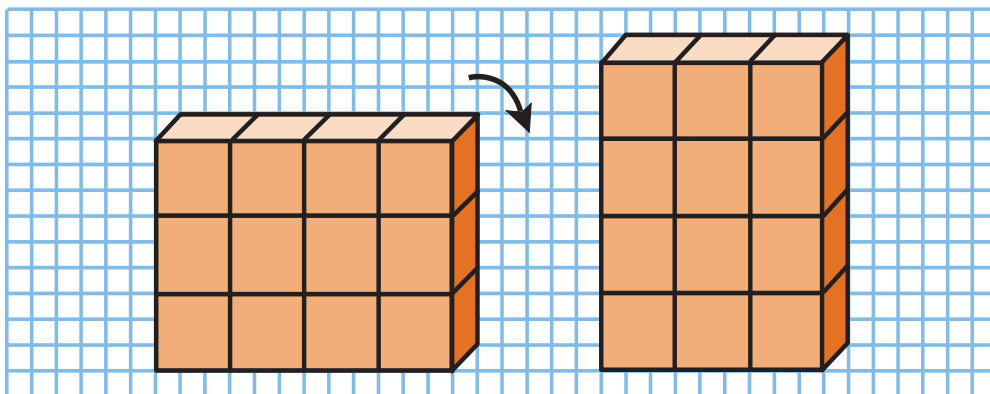
$$\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{blue} \\ \hline \text{blue} \\ \hline \text{blue} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{yellow} \\ \hline \text{yellow} \\ \hline \end{array} \right) + \begin{array}{|c|} \hline \text{red} \\ \hline \text{red} \\ \hline \text{red} \\ \hline \text{red} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \text{blue} \\ \hline \text{blue} \\ \hline \text{blue} \\ \hline \end{array} + \left(\begin{array}{|c|} \hline \text{yellow} \\ \hline \text{yellow} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{red} \\ \hline \text{red} \\ \hline \text{red} \\ \hline \text{red} \\ \hline \end{array} \right)$$

Выходит, чтобы сложить числа три, два и четыре, все равно, что складывать вначале, а что в конце. Но ведь можно поставить в ряд любое число синих, желтых и красных кубиков.

Отсюда вывод: при сложении любых трех чисел все равно, что складывать вначале, а что в конце, результат от этого не изменится и скобки здесь вообще не нужны. При вычитании этого делать нельзя. Вот пример:

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \right) - \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \text{ не равно } \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} - \left(\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \right)$$

А теперь поговорим об умножении и делении. Построим из кубиков стенку, высотой три кубика и длиной четыре кубика и повернем стенку, как показано на рисунке.



Из рисунка видно, что:

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$$

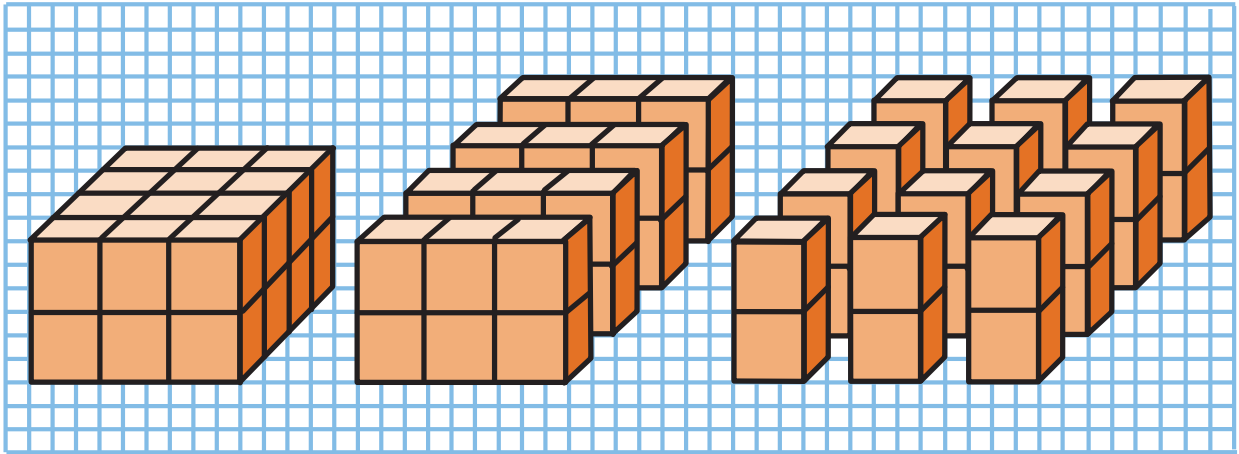
Это значит, что:

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$$

Выходит, что числа три и четыре можно при умножении менять местами, результат от этого не изменится. Но ведь можно построить из кубиков стенку любой высоты и длины.

Отсюда вывод: любые два числа при умножении можно менять местами, результат от этого не изменится.

Построим из кубиков такую фигуру высотой два кубика, длиной три кубика и шириной четыре кубика. Раздвинем кубики, чтобы получились стенки, а потом еще раз раздвинем кубики, чтобы получились столбики.



Из рисунка видно, что когда получаются стенки, все кубики можно считать так:

$$(\text{wall} \times \text{wall}) \times \text{column}$$

Из рисунка также видно, что когда получаются столбики, все кубики можно сосчитать по-другому:

$$\text{wall} \times (\text{column} \times \text{column})$$

Это значит, что:

$$(\text{wall} \times \text{wall}) \times \text{column} = \text{wall} \times (\text{column} \times \text{column})$$

Выходит, чтобы умножить числа два, три и четыре все равно, что умножать вначале, а что в конце. Но ведь можно построить из кубиков такую фигуру любой высоты, длины и ширины.



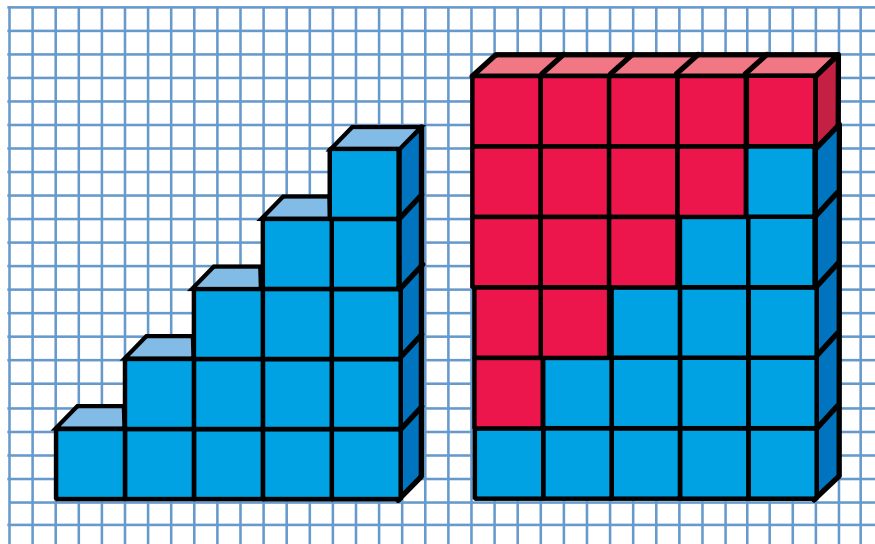
Это значит, что:

$$(\text{столбец из 3 синих кубиков} + \text{столбец из 2 красных кубиков}) \times \text{столбец из 4 белых кубиков} = (\text{столбец из 3 синих кубиков} \times \text{столбец из 4 синих кубиков}) + (\text{столбец из 2 красных кубиков} \times \text{столбец из 4 красных кубиков})$$

Здесь мы рассматривали числа три, два и четыре. Но ведь можно построить из синих и красных кубиков такую стенку, что и синяя и красная части стенки будут любой высоты, а стенка будет любой длины. Отсюда вывод: это правило выполняется для любых трех чисел.

А теперь ответим на такой вопрос: чему равно один прибавить два, прибавить три, прибавить четыре, прибавить пять и так далее... прибавить девяносто шесть, прибавить девяносто семь, прибавить девяносто восемь, прибавить девяносто девять и, наконец, прибавить сто. Иными словами: нужно сложить все числа от числа один до числа сто.

Это не просто! Ведь требуется сложить девяносто девять раз, и даже одна ошибка приведет к неправильному результату. К тому же такое сложение займет много времени. Не будем складывать, пойдем другим путем: построим из синих кубиков пять ступенек.



Из рисунка видно, что общее число синих кубиков равно: один прибавить два, прибавить три, прибавить четыре и прибавить пять.

Положим на ступеньки из синих кубиков красные кубики, так чтобы получилась стенка высотой шесть кубиков и длиной пять кубиков. Из рисунка видно, что стенка состоит из тридцати кубиков, потому что шесть умножить на пять равно тридцать.

Из рисунка также видно, что число красных кубиков равно числу синих кубиков. Поэтому, один прибавить два, прибавить три, прибавить четыре и прибавить пять тоже самое, что тридцать разделить на два и равно пятнадцать. Таким образом, чтобы сложить все числа от числа один до числа пять, нужно шесть умножить на пять и разделить на два.

Если построить из синих кубиков десять ступенек и положить на ступеньки из синих кубиков красные кубики, так чтобы получилась стенка высотой одиннадцать кубиков и длиной десять кубиков, точно также можно сложить все числа от одного до десяти: одиннадцать умножить на десять и разделить на два равно пятидесяти пяти.

Но ведь можно построить из синих кубиков любое число ступенек, положить на ступеньки из синих кубиков красные кубики, так чтобы получилась стенка, у которой высота будет на один кубик больше, чем длина.

Отсюда вывод: это правило выполняется, когда требуется сложить все числа от числа один до любого числа. Это правило дает ответ и на поставленный вначале вопрос, как сложить все числа от одного до ста: сто один умножить на сто и разделить на два равно пять тысяч пятьдесят.

Все эти важные правила нам удалось обнаружить с помощью обычных кубиков, раскрашенных в разные цвета. Впрочем, сейчас никаких кубиков в наших руках не было. Были только рисунки в тетради в клеточку на страницах этой книги. Выходит, эти правила удалось увидеть с помощью обычного рисунка. Значит, рисунок помогает понять сложный вопрос и найти на него ответ. Никогда не следует об этом забывать!

Сложение, вычитание, умножение и деление – это четыре правила, которые дают возможность найти по двум известным числам третье число – результат действия. Почему к шести прибавить три не равно шесть разделить на три? Потому что правило, по которому складывают, отличается от правила, по которому делят. Правил можно придумать много, поэтому в математике есть много действий над числами.

Мы тоже можем придумать действие над числами, это довольно просто, но чтобы действие было новым, оно должно отличаться от хорошо известных нам действий: сложения, вычитания, умножения и деления.

Будем находить по двум известным числам третье число так: умножим первое число на второе, а к тому, что получится, прибавим второе число. Обозначим придуманное действие кружочком “O”.

Приведем простые примеры и посмотрим внимательно на полученные результаты.

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \circ \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} = (\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}) + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \circ \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} = (\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}) + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$$

The diagram shows the equation: $1 \times 3 = (1 \times 3) + (1 \times 3) + (1 \times 3)$. On the left, a single block is multiplied by a stack of three blocks. On the right, three separate stacks are shown, each consisting of one block multiplied by three blocks. The final result is a single tall stack of nine blocks.

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \circ \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} = (\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}) + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$$

$$2 \times 3 = (2 \times 2) + 2 = 4 + 2 = 6$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 10 \\ 15 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 15 \\ 20 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \circ \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} = (\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}) + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$$

Легко убедиться, что придуманное действие отличается от сложения, вычитания, умножения и деления:

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \bigcirc \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \text{ не равно } \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$$

Поэтому новое действие отличается от сложения.

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \bigcirc \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \text{ не равно } \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}$$

Поэтому новое действие отличается от вычитания.

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \bigcirc \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \text{ не равно } \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$$

Поэтому новое действие отличается от умножения.

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \bigcirc \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \text{ не равно } \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} : \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$$

Поэтому новое действие отличается от деления.

Интересно, что результат придуманного действия зависит еще и от того, какое число стоит в начале, а какое в конце:

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \bigcirc \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \text{ не равно } \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \bigcirc \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \bigcirc \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \text{ не равно } \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \bigcirc \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}$$

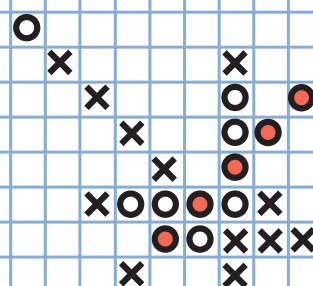
$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \bigcirc \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \text{ не равно } \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \bigcirc \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$$

Придумай и ты новое действие над числами.

ИГРАЕМ В ТЕТРАДИ В КЛЕТОЧКУ

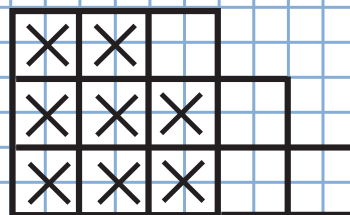
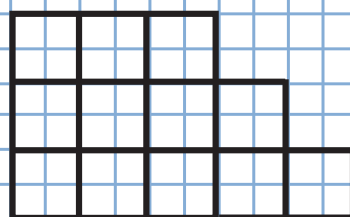
ИГРА НЕ ДЛЯ ПОПУГАЯ

Однажды мой попугай увидел на столе листок бумаги с крестиками и ноликами. Он громко закричал и разорвал листок на мелкие кусочки. Попугай никогда раньше не трогал на моем столе ни одного листочка. Почему попугаю не понравились крестики и нолики, не понятно. Не мог же попугай прочитать в моей книжке историю о том, почему проснулся попугай. Однако вспомним, почему крестики и нолики так рассердили попугая. Они выскочили из тетрадки, бегали, шумели и не давали попугаю спать. Крестики и нолики не хотели сидеть запертыми в своих клеточках. Давайте разрешим крестикам и ноликам свободно бегать по всему листу бумаги в клеточку. Для этого нужны новые правила игры в крестики и нолики. Теперь каждый из игроков по очереди будет ставить свой крестик или нолик на любую клетку листа тетради в клеточку. Тот, кто первый построит по вертикали, по горизонтали или по диагонали пять крестиков или пять ноликов в ряд, выигрывает. На этом рисунке выиграли нолики.



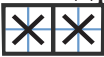


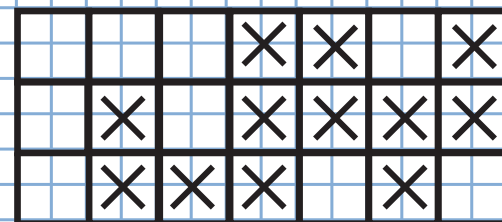
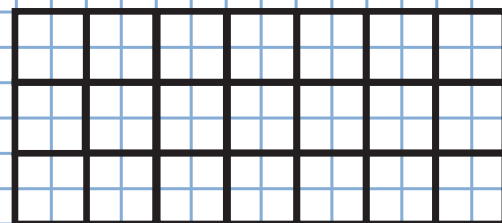
ИГРА НИМ

В тетради в клеточку рисуют три ряда квадратов. Каждый из игроков по очереди зачеркивает любое число квадратов в любом ряду. За один ход можно зачеркивать квадраты только из одного ряда. Игрок, делающий последний ход, выигрывает. Вигру ним можно играть и “наоборот”. В этом случае, игрок, делающий последний ход, проигрывает. В ситуации, показанной на рисунке, можно зачеркнуть одну клеточку в верхнем ряду, или одну клеточку в ряду посередине, или одну клеточку в нижнем ряду, или две клеточки в нижнем ряду. Если игрок зачеркнет две клеточки в нижнем ряду, то он выиграет, а любой другой ход дает возможность выиграть его сопернику. Проверьте правильность сказанного.







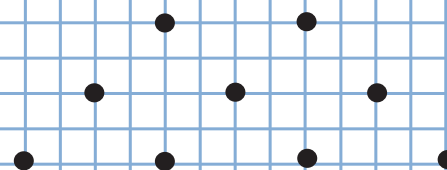
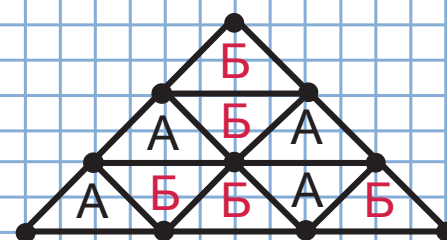
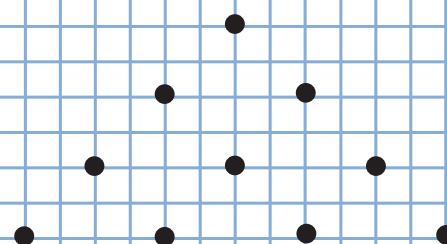
ИГРА ДОМИНО

В тетради в клеточку рисуют прямоугольник высотой три квадрата и длиной семь квадратов. Каждый из игроков по очереди зачеркивает на этом рисунке два  соседних квадрата (домино), так: , или так: . Игрок, который делает последний ход, выигрывает. В игру домино можно играть и “наоборот”. В этом случае, игрок, делающий последний ход, проигрывает. В ситуации, показанной на рисунке, у игрока есть пять способов сделать ход и только один ход дает ему возможность выиграть. Если игрок сделает любой другой ход, то его соперник имеет возможность выиграть. Проверьте правильность сказанного.





ИГРА ПИРАМИДА

В тетради в клеточку рисуют такие точки: . Каждый из игроков по очереди, проводит отрезки через две точки, так: , так: , или так: . Если в результате хода одного из игроков появляется треугольник, то этот игрок ставит в нем свое имя или закрашивает своим цветом. Одним ходом можно сделать и два треугольника. Выигрывает тот, кто сделает больше треугольников. В игру пирамида можно играть и “наоборот”. В этом случае игрок, сделавший больше треугольников, проигрывает. На рисунке показана ситуация, когда игрок А сделал четыре треугольника, а игрок Б пять треугольников. Игрок Б выиграл. В игре пирамида невозможна ничья. Если убрать верхнюю точку и играть по прежним правилам, то получим игру, где ничья возможна. Проверьте правильность сказанного.

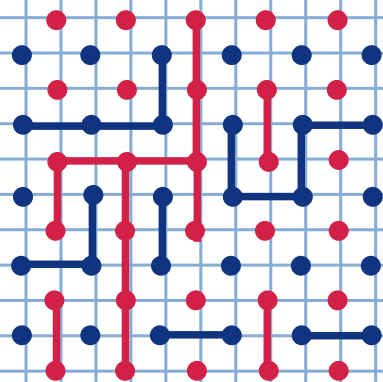
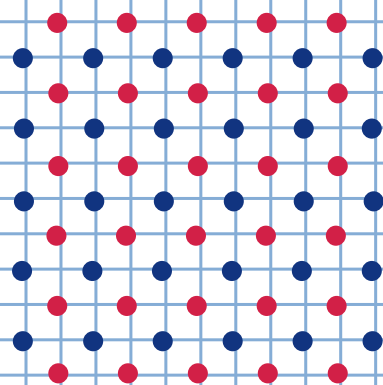
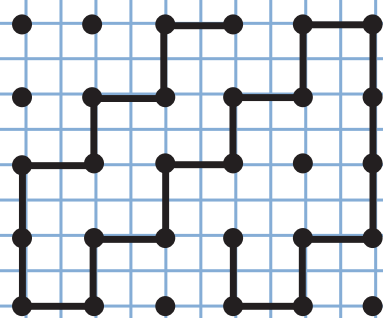
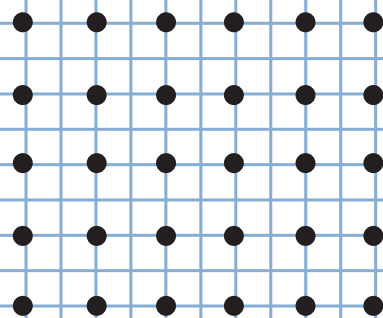


ИГРА СИЛЬВЕРМЕНА

В тетради в клеточку рисуют такие точки: Каждый из игроков по очереди, проводит горизонтальный или вертикальный отрезок через две точки: так:  или так: . В результате получается ломаная линия. Каждый последующий ход можно делать с любого конца этой линии, но ее нельзя разрывать. Игрок, сделавший ход, после которого линия станет замкнутой (появится петля), проигрывает. В игру Сильвермена можно играть “наоборот”. В этом случае игрок, замыкающий линию, выигрывает. Легко видеть, что в ситуации, показанной на рисунке, у игрока есть пять способов сделать ход. Однако игрок, который сделает любой из этих ходов, получит замкнутую линию и проигрывает.

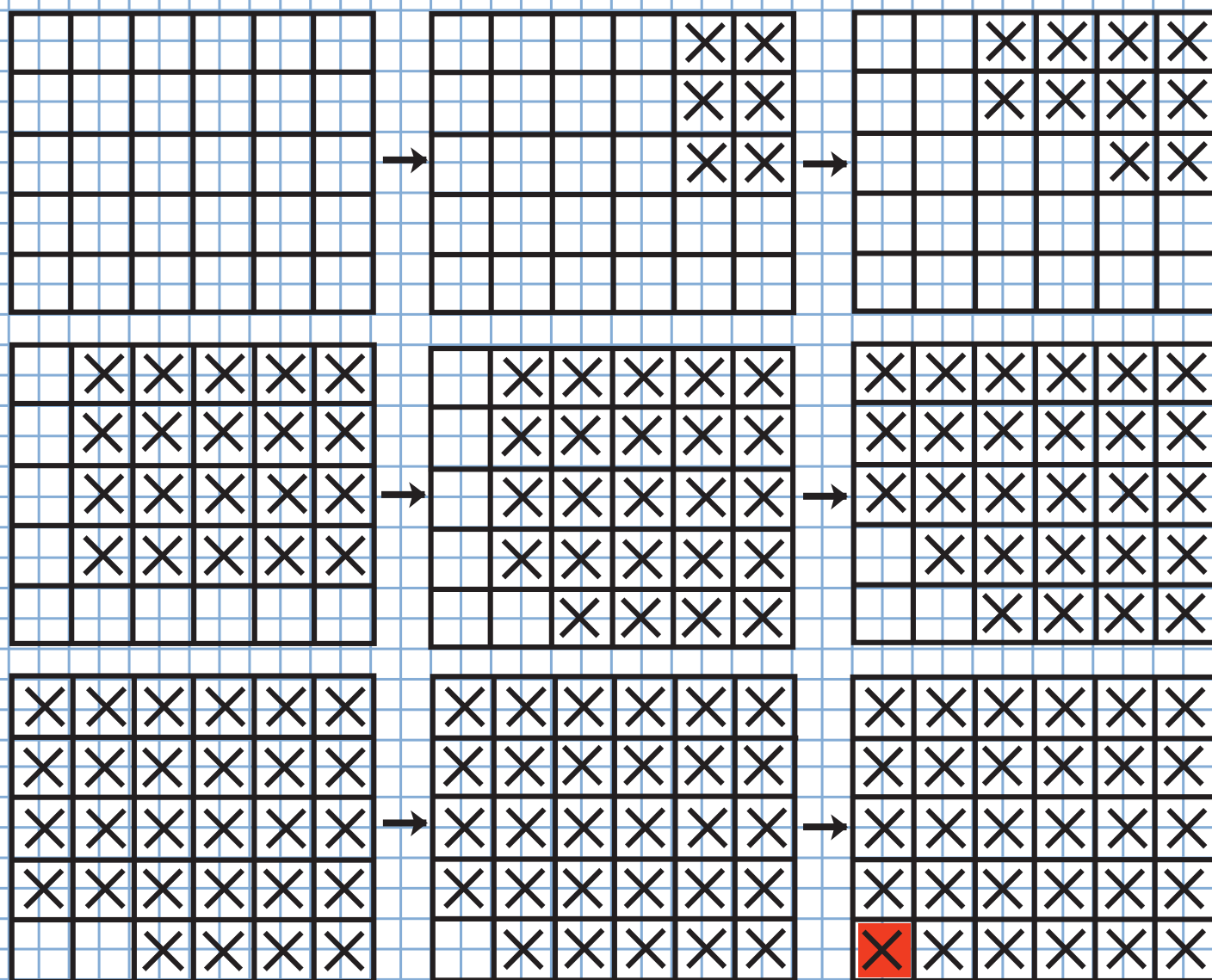
ИГРА БРИДЖ-ИТ

В тетради в клеточку рисуют двумя цветами такие точки: Каждый из игроков проводит по очереди своим цветом вертикальный или горизонтальный отрезок через две точки. Цвет отрезка и цвет точек, через которые проводят отрезок, должны быть одинаковые. Линии игроков, (а это линии разных цветов) не должны пересекаться. Выигрывает тот, кто первым построит ломаную линию, соединяющую противоположные стороны рисунка. На рисунке показана ситуация, когда игрок, линии которого показаны красным, выиграл. (Эту и следующую игру изобрел Д. Гейл.)



ИГРА ДЛЯ КРОКОДИЛА

В тетради в клеточку рисуют составленный из квадратов прямоугольник (шоколад). Каждый из игроков по очереди откусывает от шоколада кусок и ставит крестик на каждом квадрате откушенного куска. Куски от шоколада откусывают так: выбирают любую точку на пересечении линий и проводят из нее два луча вертикально вверх и горизонтально вправо. Все квадраты, которые лежат внутри этого прямого угла, это откушенный кусок. Тот, кто получит квадрат, стоящий в левом нижнем углу, проигрывает. На рисунке показана ситуация, когда игрок, сделавший первый ход, выиграл.

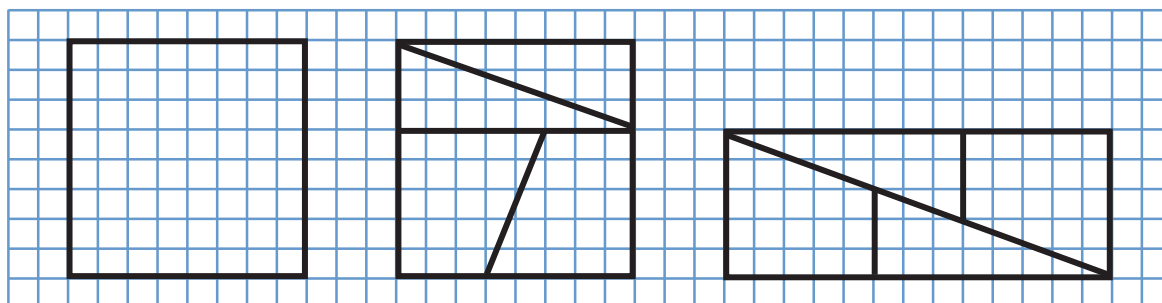


Крокодил очень любит что-то откусить и проглотить, и нет сомнения, что крокодилу эта игра понравится. Однако есть сомнение, что крокодилы будут играть в эту игру по правилам. Крокодил, который сделает первый ход, проглотит все сразу, вместе с квадратом в левом нижнем углу и игра закончится. По правилам игры крокодил проиграет, но по правилам крокодилов, конечно, выиграет, ведь он получит все, а другой крокодил ничего.



РИСУНКИ НА ПОСЛЕДНЕЙ СТРАНИЦЕ

Эти рисунки, нарисованы на последней странице моей тетради в клеточку. Когда закончилась тетрадь, закончилась и работа над этой книгой.



Квадратный торт

Разрезанный торт

Прямоугольный торт

Сейчас расскажу, что здесь нарисовано: в кафе пригласили шестьдесят четыре гостя. Повар приготовил большой квадратный торт, наметил на нем прямые линии так, чтобы получились шестьдесят четыре одинаковых квадратных куска. Он уже собрался разрезать торт, но неожиданно пришел еще один гость. Повар не растерялся. Он разрезал торт на четыре части, сложил из них прямоугольник, замазал кремом места разрезов, чтобы они стали незаметны и разрезал торт по тем линиям, которые он наметил раньше на шестьдесят пять одинаковых квадратных кусков. Торт удался, все хвалили повара и его находчивость. Но прошло немного времени, и у хозяина кафе начались проблемы: с каждым днем в кафе стало приходить все меньше и меньше посетителей. Кто-то сказал, что, если из шестидесяти четырех одинаковых квадратных кусков можно получить шестьдесят пять таких же кусков, то этот, непонятно откуда появившийся кусок торта, можно отложить в сторону, а из оставшихся шестидесяти четырех кусков, опять сложить квадратный торт, повторить эту операцию, и опять получить шестьдесят пять таких же кусков. И это можно повторить много раз, для чего достаточно только одного торта. По городу поползли совершенно невероятные и глупые слухи о том, что посетителям кафе подают один и тот же торт, который лежит в холодильнике уже несколько лет, а хитрый повар только режет и режет его так, что все время появляются новые куски, а торт не становится меньше... Но повар и на этот раз нашел выход. Из дерева сделали точно такой же торт, нарисовали на нем точно такие же линии, точно также распилили его на четыре части и положили в кафе на видном месте. Теперь каждый посетитель мог сам сложить из этих частей и квадрат и прямоугольник, и убедиться, что невозможно отрезать от торта кусок, так, чтобы торт не уменьшился. Но все-таки подумайте, откуда взялся еще один кусок торта?

ДОПОЛНЕНИЕ

КВАДРАТЫ ДЛЯ СЧЕТА

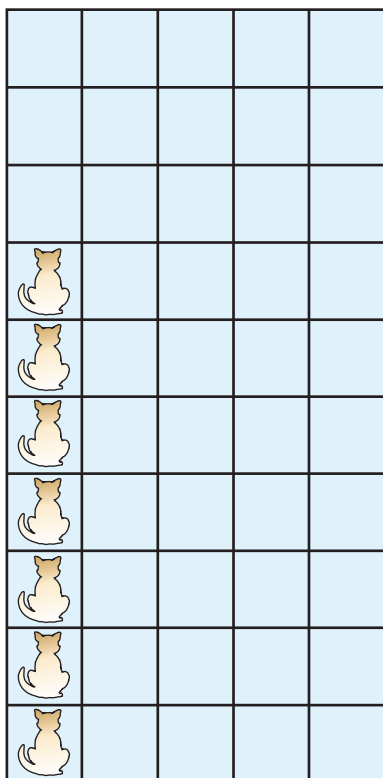
Квадраты для счета дают возможность изображать числа, а также складывать, отнимать, умножать и делить в полном соответствии с содержанием этой книги. Это квадраты, у которых на обеих сторонах нарисованы кошки разных цветов, и квадраты, на которых нарисованы блюда. Квадраты для счета, не должны быть слишком маленькими или слишком тонкими, чтобы ребенку было удобно брать их в руки и переворачивать.

Еще нужна доска, на которой нарисованы квадраты тех же размеров, по десять в ряд. Квадраты выкладывают на эту доску, а чтобы кошка на рисунке поменяла цвет, квадрат просто переворачивают на другую сторону.

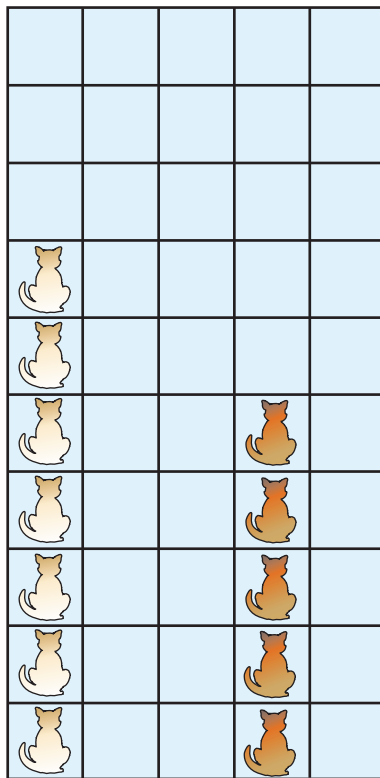
Квадраты для счета можно прикреплять к доске, которая висит на стене. Дети могут играть с квадратами на полу. Совсем не обязательно, чтобы доска была из твердого материала. Это может быть маленький ковер, на который нанесен соответствующий рисунок. Вместо квадратов можно использовать кубики. Все кубики раскрашены одинаково: верх и низ кубика без рисунка, а на четырех боковых гранях нарисованы две кошки разных цветов и два блюда разных цветов. Пользуются такими кубиками точно так же, как и квадратами для счета.

На рисунках показаны хорошо знакомые картинки, которые получаются на доске в результате решения с помощью квадратов для счета некоторых рассмотренных ранее на страницах этой книги примеров на сложение, вычитание, умножение и деление.

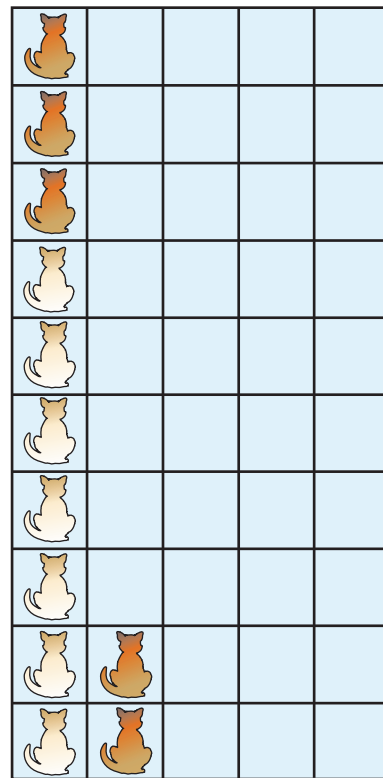
СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ



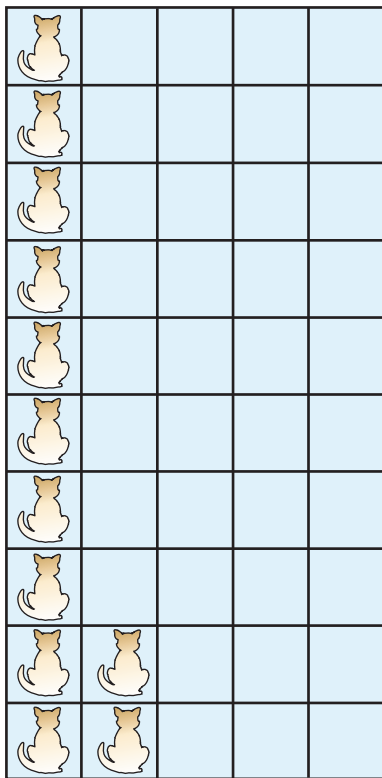
Семь.



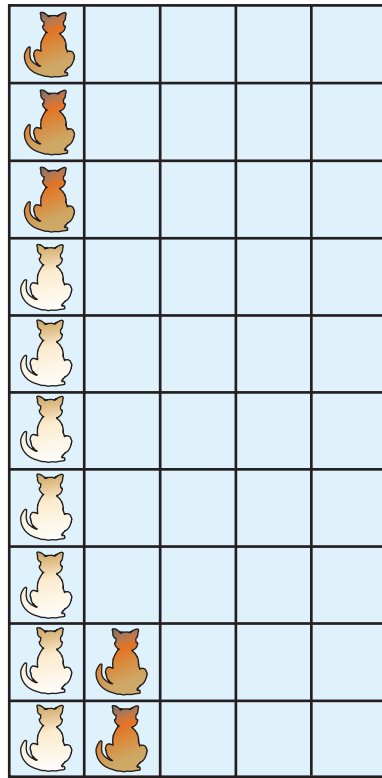
Семь прибавить
пять.



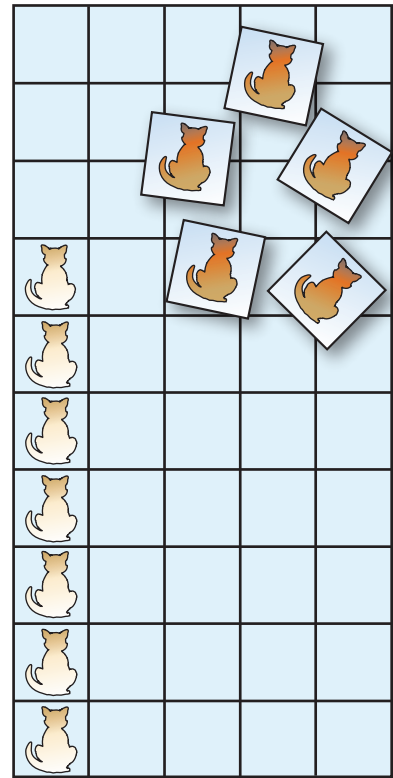
Семь прибавить пять
равно двенадцати.



Двенадцать.

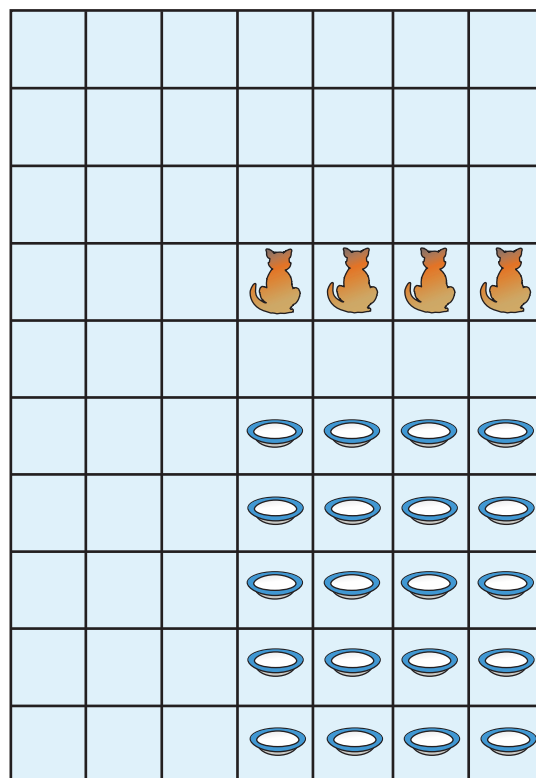


Двенадцать отнять пять
(пять квадратов перевернуть
на другую сторону).

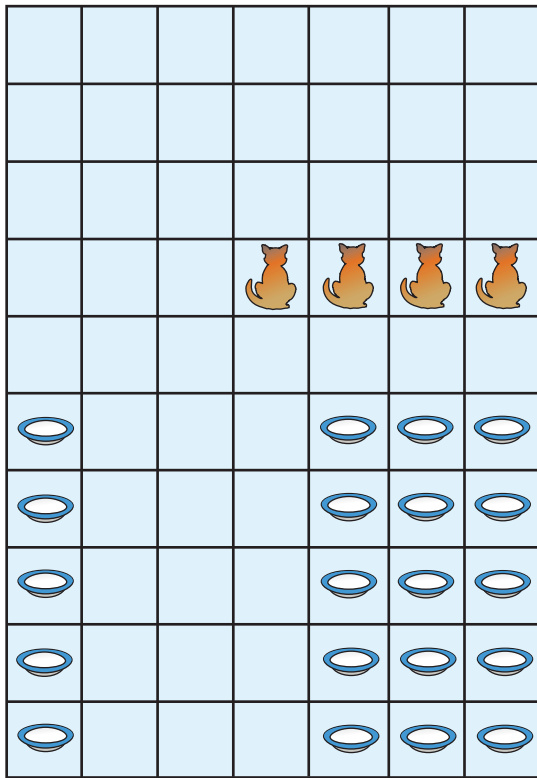


Двенадцать отнять пять
равно семи.

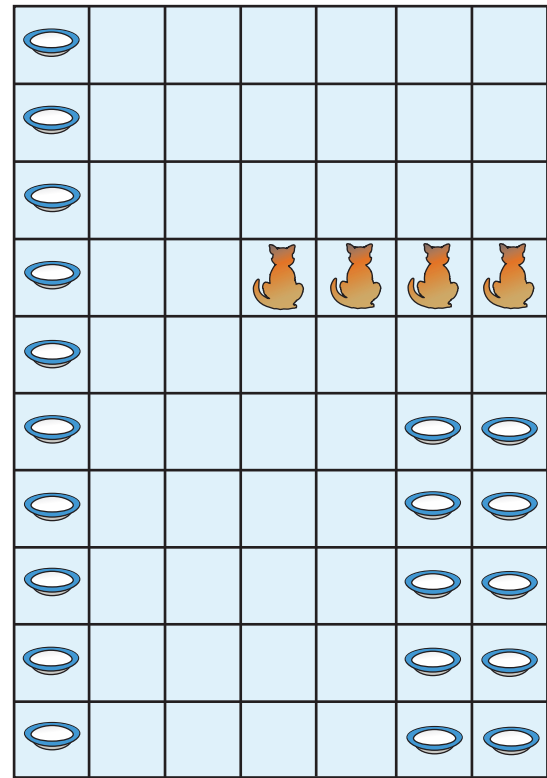
УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ



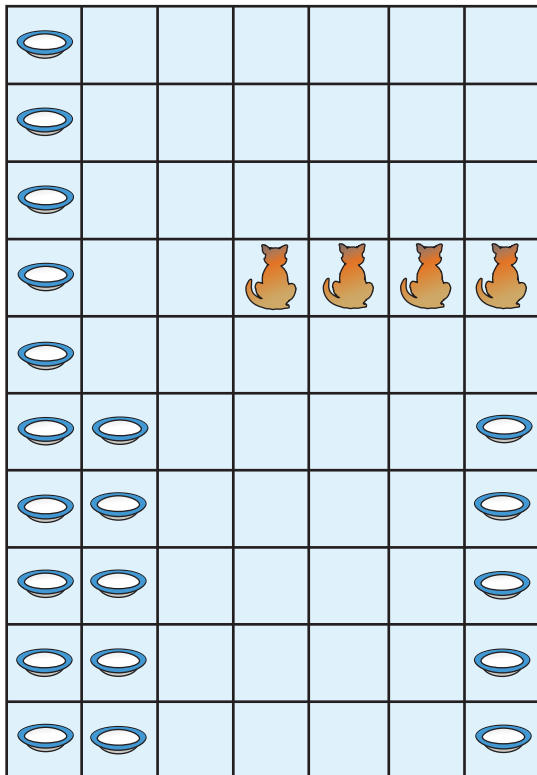
Пять умножить на четыре.



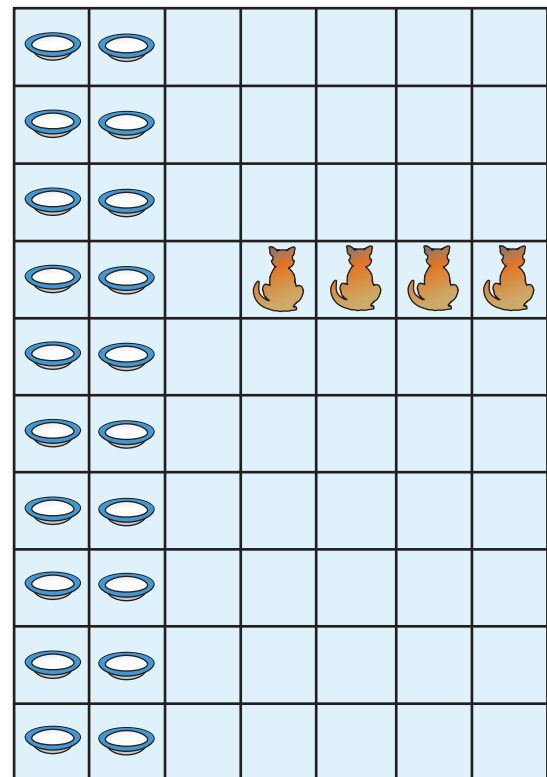
Пять.



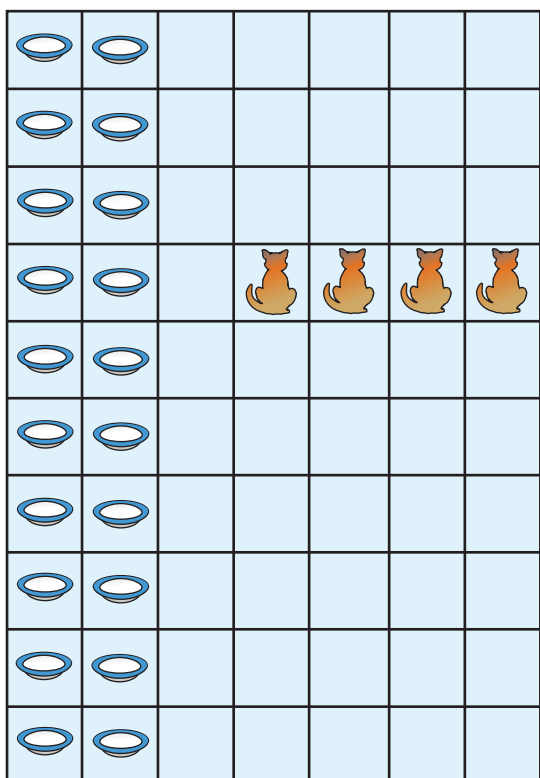
*Пять прибавить пять
равно десяти.*



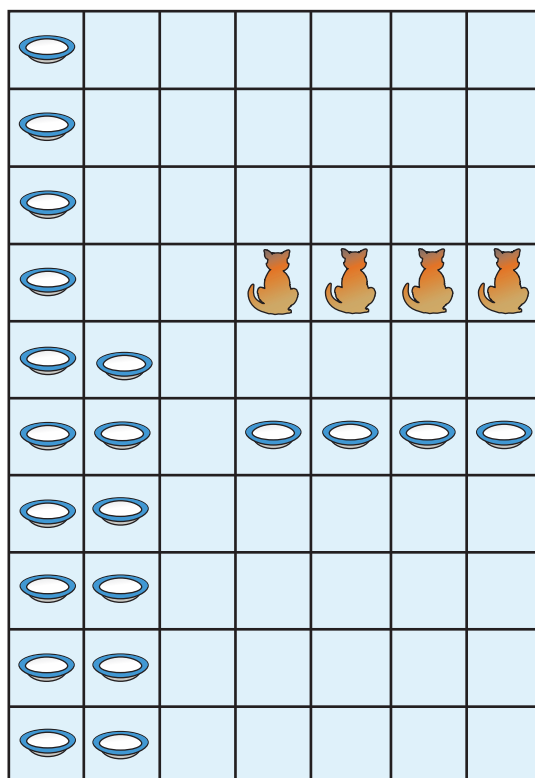
*Десять прибавить пять
равно пятнадцати.*



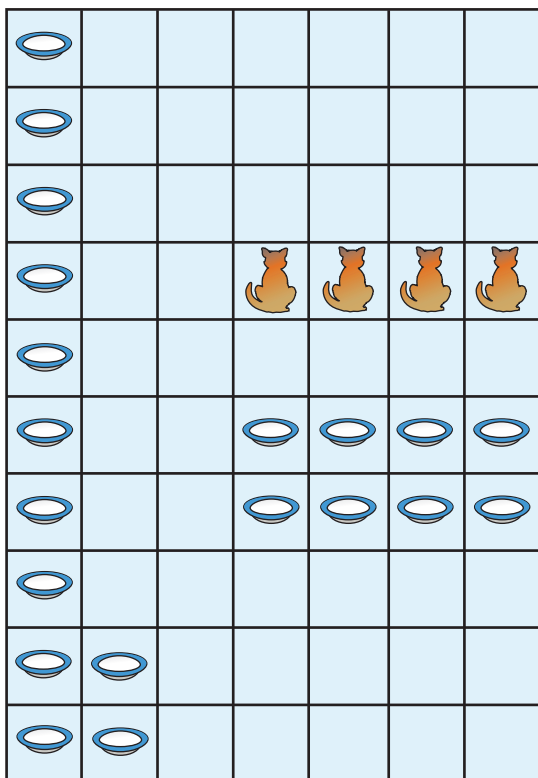
*Пятнадцать прибавить пять
равно двадцати.
Пять умножить на четыре равно двадцати.*



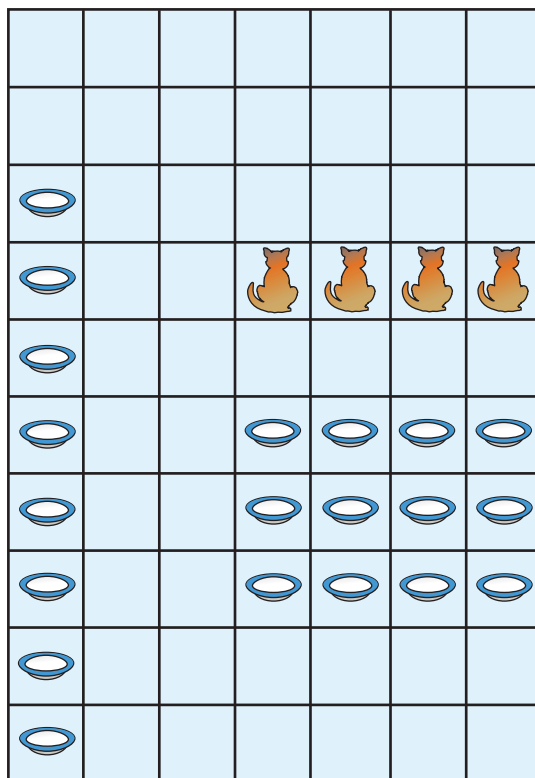
*Двадцать разделить
на четыре.*



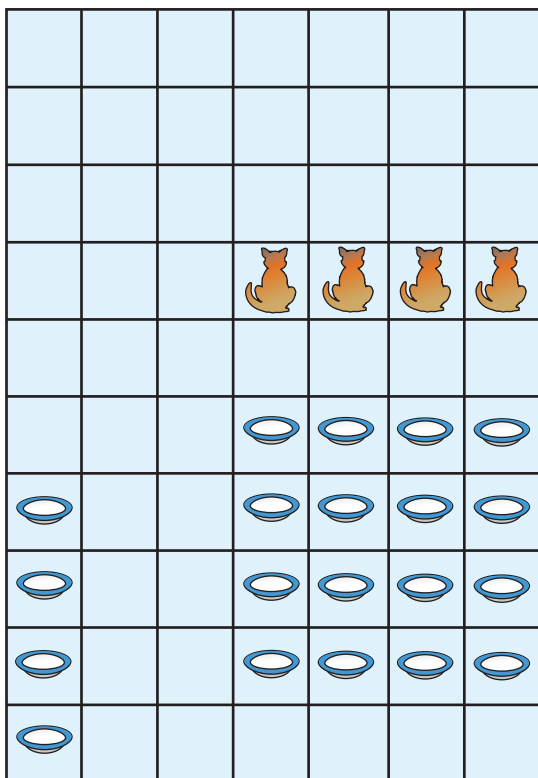
*Двадцать отнять четыре
равно шестнадцати.*



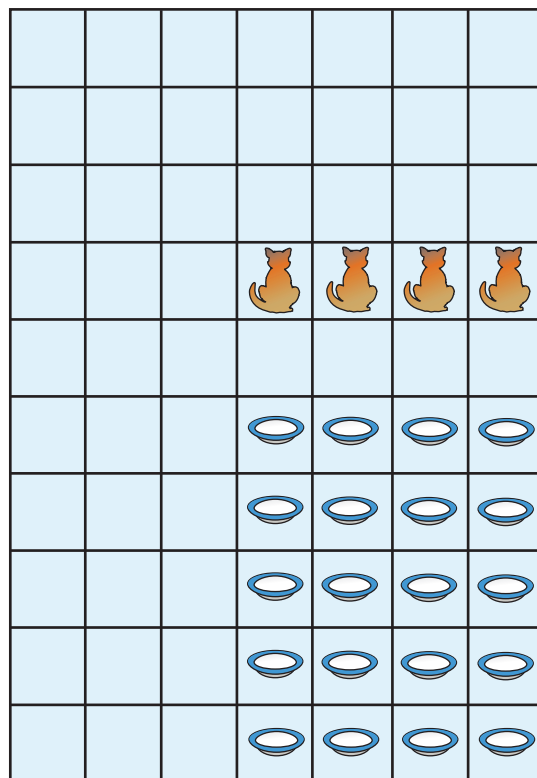
*Шестнадцать отнять четыре
равно двенадцати.*



*Двенадцать отнять четыре
равно восьми.*

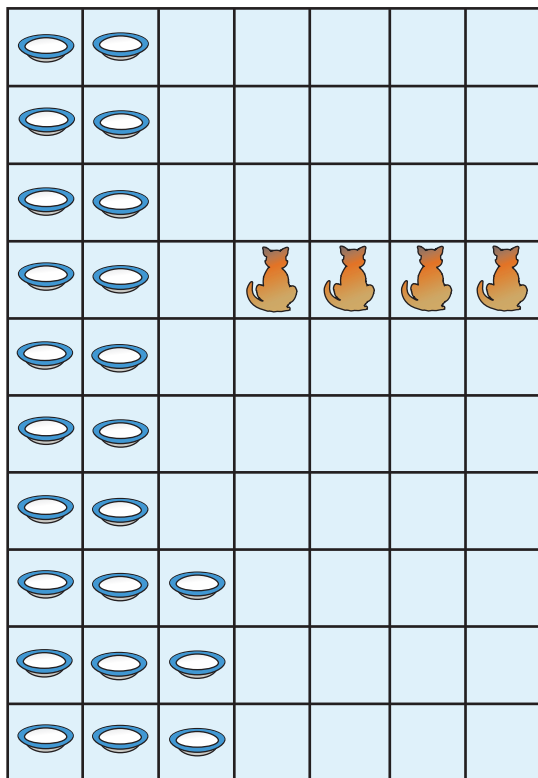


Восемь отнять четыре
равно четырем.

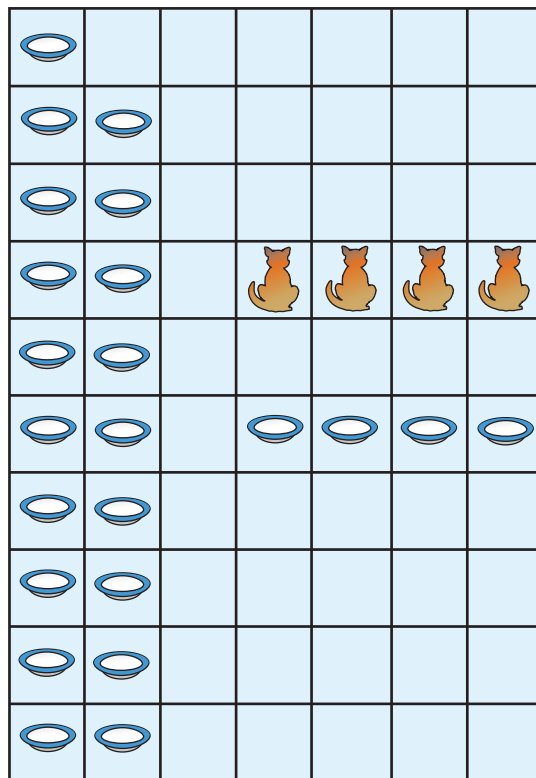


Четыре отнять четыре равно нулю.
Двадцать разделить на четыре равно пяти.

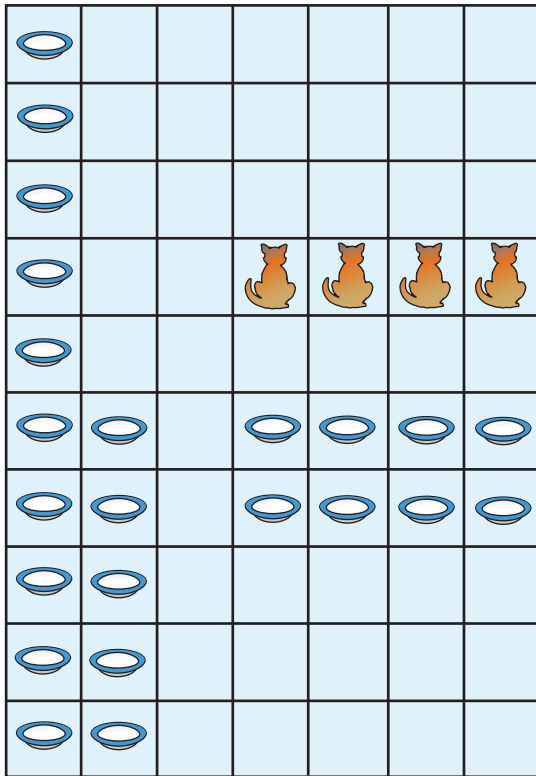
ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТКОМ



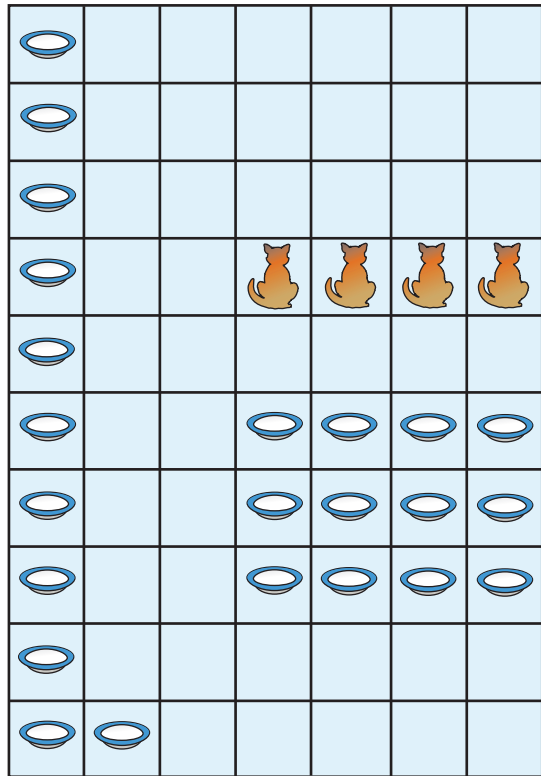
Двадцать три разделить
на четыре



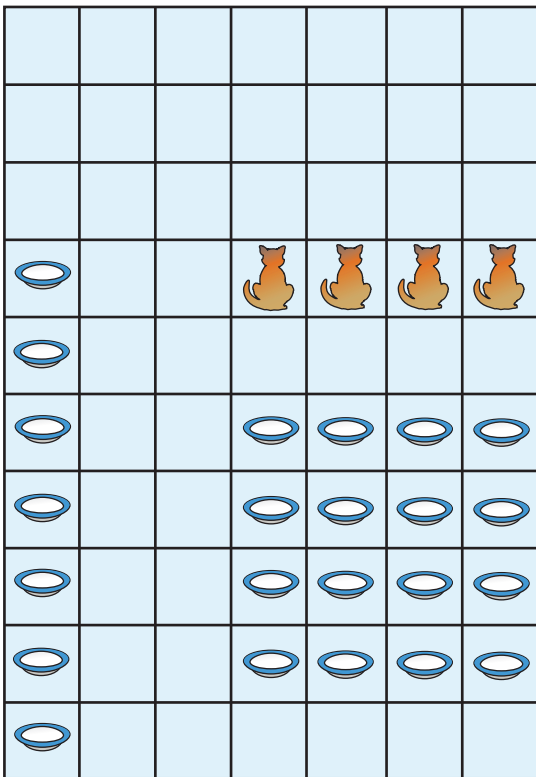
Двадцать три отнять четыре
равно девятнадцати.



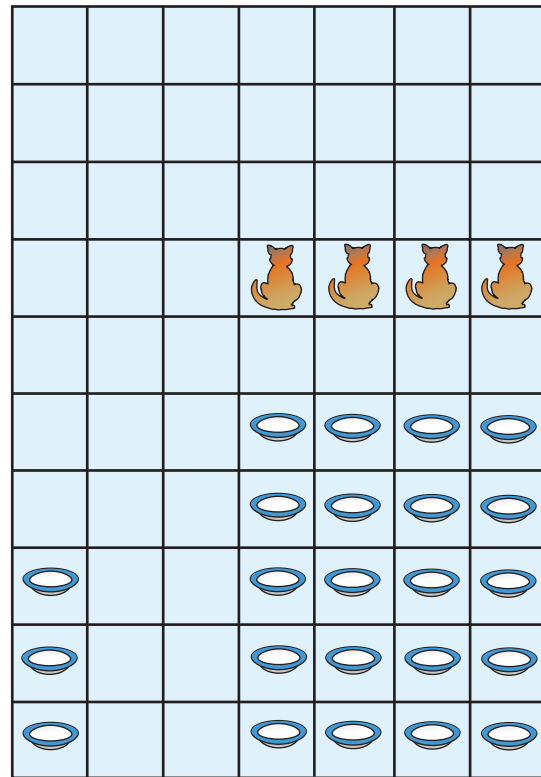
Девятнадцать отнять четыре
равно пятнадцати.



Пятнадцать отнять четыре
равно одиннадцати.



Одиннадцать отнять четыре
равно семи.



Семь отнять четыре равно трём.
Двадцать три разделить на четыре
равно пяти и три в остатке.

УПРАЖНЕНИЯ

Предложите ребенку решить в уме хотя бы самые простые из этих упражнений. Если упражнение трудно решить в уме, то для его решения можно использовать квадраты для счета. Эти же упражнения можно решать с помощью рисунка в тетради в клеточку, как это показано на рассмотренных ранее примерах. Рекомендуется рисовать клеточки, не пользуясь линейкой.

СЧЕТ

Сосчитать вслух сначала от одного до десяти, а после этого сосчитать вслух в обратном порядке от десяти до одного (десять, девять, восемь... и так далее).

Сосчитать вслух сначала от одного до тридцати, а после этого сосчитать вслух в обратном порядке от тридцати до одного (тридцать, двадцать девять, двадцать восемь... и так далее).

Сосчитать вслух сначала от одного до ста, а после этого сосчитать вслух в обратном порядке от ста до одного (сто, девяносто девять, девяносто восемь... и так далее).

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ

Один прибавить один, два прибавить один, три прибавить один, пять прибавить один.

Два прибавить два, три прибавить два, пять прибавить два, восемь прибавить два.

Три прибавить три, пять прибавить три, семь прибавить три, восемь прибавить три.

Четыре прибавить четыре, шесть прибавить четыре, семь прибавить четыре.

Пять прибавить пять, шесть прибавить пять, восемь прибавить пять.

Шесть прибавить шесть, семь прибавить шесть, девять прибавить шесть.

Два отнять один, три отнять один, четыре отнять один, шесть отнять один.

Четыре отнять два, пять отнять два, семь отнять два, десять отнять два.

Шесть отнять три, восемь отнять три, десять отнять три, одиннадцать отнять три.

Восемь отнять четыре, десять отнять четыре, одиннадцать отнять четыре.

Десять отнять пять, одиннадцать отнять пять, тринадцать отнять пять.

Двенадцать отнять шесть, тринадцать отнять шесть, пятнадцать отнять шесть.

В этих упражнениях нужно было прибавить или отнять числа один, два, три, четыре, пять и шесть. Придумайте и решите несколько упражнений, где нужно прибавить или отнять числа семь, восемь и девять.

Придумайте и решите несколько упражнений, где нужно прибавить или отнять число десять.

Придумайте и решите несколько простых упражнений, где нужно прибавить или отнять числа больше десяти.

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ

Два умножить на два, три умножить на два, четыре умножить на два, пять умножить на два, шесть умножить на два.

Три умножить на три, четыре умножить на три, пять умножить на три, шесть умножить на три.

Четыре умножить на четыре, пять умножить на четыре, шесть умножить на четыре.

Пять умножить на пять, шесть умножить на пять.

Шесть умножить на шесть.

Четыре разделить на два, шесть разделить на два, восемь разделить на два, десять разделить на два, двенадцать разделить на два.

Девять разделить на три, двенадцать разделить на три, пятнадцать разделить на три, восемнадцать разделить на три.

Шестнадцать разделить на четыре, двадцать разделить на четыре, двадцать четыре разделить на четыре.

Двадцать пять разделить на пять, тридцать разделить на пять.

Тридцать шесть разделить на шесть.

В этих упражнениях нужно было умножить или разделить на числа два, три, четыре, пять и шесть. Придумайте и решите несколько простых упражнений, где нужно умножить или разделить на числа семь, восемь и девять.

ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТКОМ

Три разделить на два.

Семь разделить на три, восемь разделить на три.

Тринадцать разделить на четыре, четырнадцать разделить на четыре, пятнадцать разделить на четыре.

Двадцать один разделить на пять, двадцать два разделить на пять, двадцать три разделить на пять, двадцать четыре разделить на пять.

Тридцать один разделить на шесть, тридцать два разделить на шесть, тридцать три разделить на шесть, тридцать четыре разделить на шесть, тридцать пять разделить на шесть.

В этих упражнениях нужно было разделить с остатком на числа два, три, четыре, пять и шесть. Придумайте и решите несколько простых упражнений где, нужно разделить с остатком на числа семь, восемь и девять.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ УПРАЖНЕНИЯ

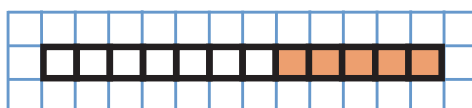
Для решения этих упражнений, нужно, не пользуясь линейкой, нарисовать рисунок в тетради в клеточку, сосчитать клеточки на этом рисунке и дать ответ.

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ

Пример: Семь прибавить пять. Пять прибавить семь.

Семь прибавить пять и отнять пять. Семь прибавить пять и отнять семь.

Нарисуем ряд, в котором семь незакрашенных клеточек и пять закрашенных клеточек. Сосчитаем клеточки на этом рисунке.



Если считать клеточки слева направо, то получим семь прибавить пять равно двенадцати.

Если считать клеточки справа налево, то получим пять прибавить семь равно двенадцати.

Если закрыть рукой пять закрашенных клеточек, то останутся семь незакрашенных клеточек. Получим двенадцать отнять пять равно семи.

Если закрыть рукой семь незакрашенных клеточек, то останутся пять закрашенных клеточек. Получим двенадцать отнять семь равно пяти.

Два прибавить один, один прибавить два.

Два прибавить один и отнять один, два прибавить один и отнять два.

Три прибавить один, один прибавить три.

Три прибавить один и отнять один, три прибавить один и отнять три.

Пять прибавить один, один прибавить пять.

Пять прибавить один и отнять один, пять прибавить один и отнять пять.

Три прибавить два, два прибавить три.

Три прибавить два и отнять два, три прибавить два и отнять три.

Пять прибавить два, два прибавить пять.

Пять прибавить два и отнять два, пять прибавить два и отнять пять.

Восемь прибавить два, два прибавить восемь.

Восемь прибавить два и отнять два, восемь прибавить два и отнять восемь.

Пять прибавить три, три прибавить пять.

Пять прибавить три и отнять три, пять прибавить три и отнять пять.

Семь прибавить три, три прибавить семь.

Семь прибавить три и отнять три, семь прибавить три и отнять семь.

Восемь прибавить три, три прибавить восемь.

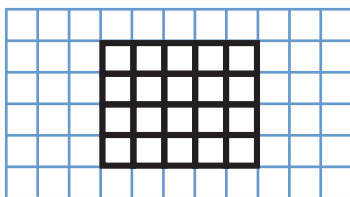
Восемь прибавить три и отнять три, восемь прибавить три и отнять восемь.

Шесть прибавить четыре, четыре прибавить шесть.
 Шесть прибавить четыре и отнять четыре, шесть прибавить четыре и отнять шесть.
 Семь прибавить четыре, четыре прибавить семь.
 Семь прибавить четыре и отнять четыре, семь прибавить четыре и отнять семь.
 Шесть прибавить пять, пять прибавить шесть.
 Шесть прибавить пять и отнять пять, шесть прибавить пять и отнять шесть.
 Восемь прибавить пять, пять прибавить восемь.
 Восемь прибавить пять и отнять пять, восемь прибавить пять и отнять восемь.
 Семь прибавить шесть, шесть прибавить семь.
 Семь прибавить шесть и отнять шесть, семь прибавить шесть и отнять семь.
 Девять прибавить шесть, шесть прибавить девять.
 Девять прибавить шесть и отнять шесть, девять прибавить шесть и отнять девять.

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ

Пример: Четыре умножить на пять. Пять умножить на четыре. Четыре умножить на пять и разделить на пять. Четыре умножить на пять и разделить на четыре.

Нарисуем прямоугольник высотой четыре клеточки и длиной пять клеточек. Сосчитаем клеточки на этом рисунке. Получим двадцать клеточек.



Этот рисунок составлен из одинаковых столбиков, в каждом столбике по четыре клеточки, всего пять столбиков, поэтому четыре умножить на пять равно двадцати.

Этот рисунок составлен из одинаковых рядов, в каждом ряду по пять клеточек, всего четыре ряда, поэтому пять умножить на четыре равно двадцати.

Двадцать клеточек на этом рисунке можно разделить на пять одинаковых столбиков по четыре клеточки в каждом столбике, поэтому двадцать разделить на пять равно четырем.

Двадцать клеточек на этом рисунке можно разделить на четыре одинаковых ряда по пять клеточек в каждом ряду, поэтому двадцать разделить на четыре равно пяти.

Три умножить на два, два умножить на три.

Три умножить на два и разделить на два, три умножить на два и разделить на три.

Четыре умножить на два, два умножить на четыре.

Четыре умножить на два и разделить на два, четыре умножить на два и разделить на четыре.

Пять умножить на два, два умножить на пять.

Пять умножить на два и разделить на два, пять умножить на два и разделить на пять.

Шесть умножить на два, два умножить на шесть.

Шесть умножить на два и разделить на два, шесть умножить на два и разделить на шесть.

Четыре умножить на три, три умножить на четыре.

Четыре умножить на три и разделить на три, четыре умножить на три и разделить на четыре.

Пять умножить на три, три умножить на пять.

Пять умножить на три и разделить на три, пять умножить на три и разделить на пять.

Шесть умножить на три, три умножить на шесть.

Шесть умножить на три и разделить на три, шесть умножить на три и разделить на шесть.

Пять умножить на четыре, четыре умножить на пять.

Пять умножить на четыре и разделить на четыре, пять умножить на четыре и разделить на пять.

Шесть умножить на четыре, четыре умножить на шесть.

Шесть умножить на четыре и разделить на четыре, шесть умножить на четыре и разделить на шесть.

Шесть умножить на пять, пять умножить на шесть.

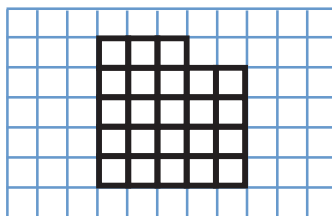
Шесть умножить на пять и разделить на пять, шесть умножить на пять и разделить на шесть.

ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТКОМ

Пример: Четыре умножить на пять и прибавить три.

Четыре умножить на пять, прибавить три и все разделить на пять.

Нарисуем четыре одинаковых ряда по пять клеточек в каждом ряду и еще один ряд из трех клеточек. Сосчитаем клеточки на рисунке.



Получим двадцать три клеточки, поэтому четыре умножить на пять и прибавить три равно двадцати трем.

Из рисунка видно, что двадцать три клеточки нельзя разделить на пять столбиков с одинаковым количеством клеточек в каждом, потому что число

клеточек в верхнем ряду меньше пяти – в нем только три клеточки. Поэтому число двадцать три нельзя разделить на пять.

Рисунок показывает, что число двадцать – это самое большое число, которое меньше числа двадцать три и которое можно разделить на пять без остатка. Поэтому двадцать три разделить на пять равно четырем и три в остатке.

Один умножить на два и прибавить один.

Один умножить на два, прибавить один и все разделить на два.

Два умножить на три и прибавить один.

Два умножить на три, прибавить один и все разделить на три.

Два умножить на три и прибавить два.

Два умножить на три, прибавить два и все разделить на три.

Три умножить на четыре и прибавить один.

Три умножить на четыре, прибавить один и все разделить на четыре.

Три умножить на четыре и прибавить два.

Три умножить на четыре, прибавить два и все разделить на четыре.

Три умножить на четыре и прибавить три.

Три умножить на четыре, прибавить три и все разделить на четыре.

Четыре умножить на пять и прибавить один.

Четыре умножить на пять, прибавить один и все разделить на пять.

Четыре умножить на пять и прибавить два.

Четыре умножить на пять, прибавить два и все разделить на пять.

Четыре умножить на пять и прибавить три.

Четыре умножить на пять, прибавить три и все разделить на пять.

Четыре умножить на пять и прибавить четыре.

Четыре умножить на пять, прибавить четыре и все разделить на пять.

Пять умножить на шесть и прибавить один.

Пять умножить на шесть, прибавить один и все разделить на шесть.

Пять умножить на шесть и прибавить два.

Пять умножить на шесть, прибавить два и все разделить на шесть.

Пять умножить на шесть и прибавить три.

Пять умножить на шесть, прибавить три и все разделить на шесть.

Пять умножить на шесть и прибавить четыре.

Пять умножить на шесть, прибавить четыре и все разделить на шесть.

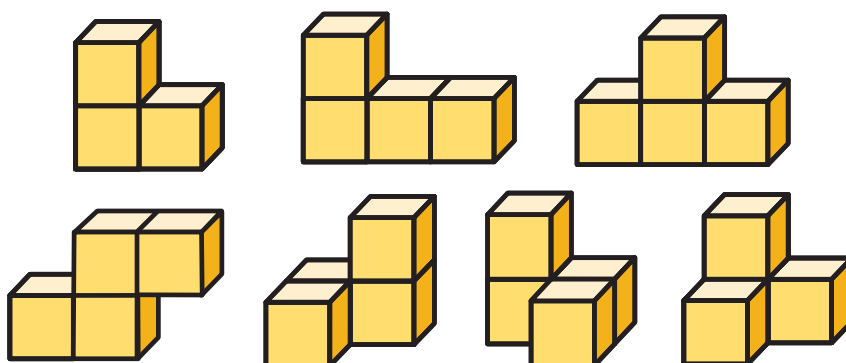
Пять умножить на шесть и прибавить пять.

Пять умножить на шесть, прибавить пять и все разделить на шесть.

КУБИКИ ПИТА ХЕЙНА

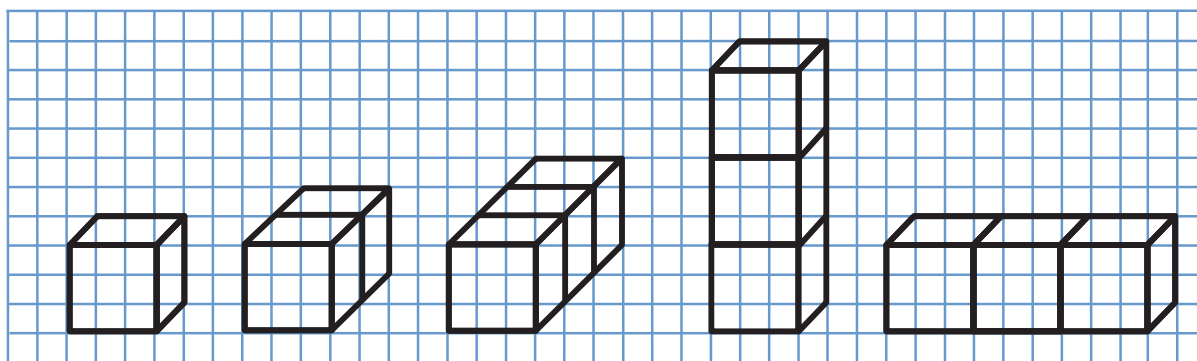
Автор этой замечательной игры Пит Хейн (1905-1996) – датский ученый, писатель, изобретатель, художник и инженер.

Игру из кубиков Пита Хейна несложно сделать своими руками. Нужно взять двадцать семь одинаковых кубиков, лучше деревянных, со стороной три-четыре сантиметра, склеить из них семь различных по форме фигур и выкрасить эти фигуры в один цвет, чтобы сконцентрировать внимание ребенка на различии этих фигур по форме, а не по цвету.

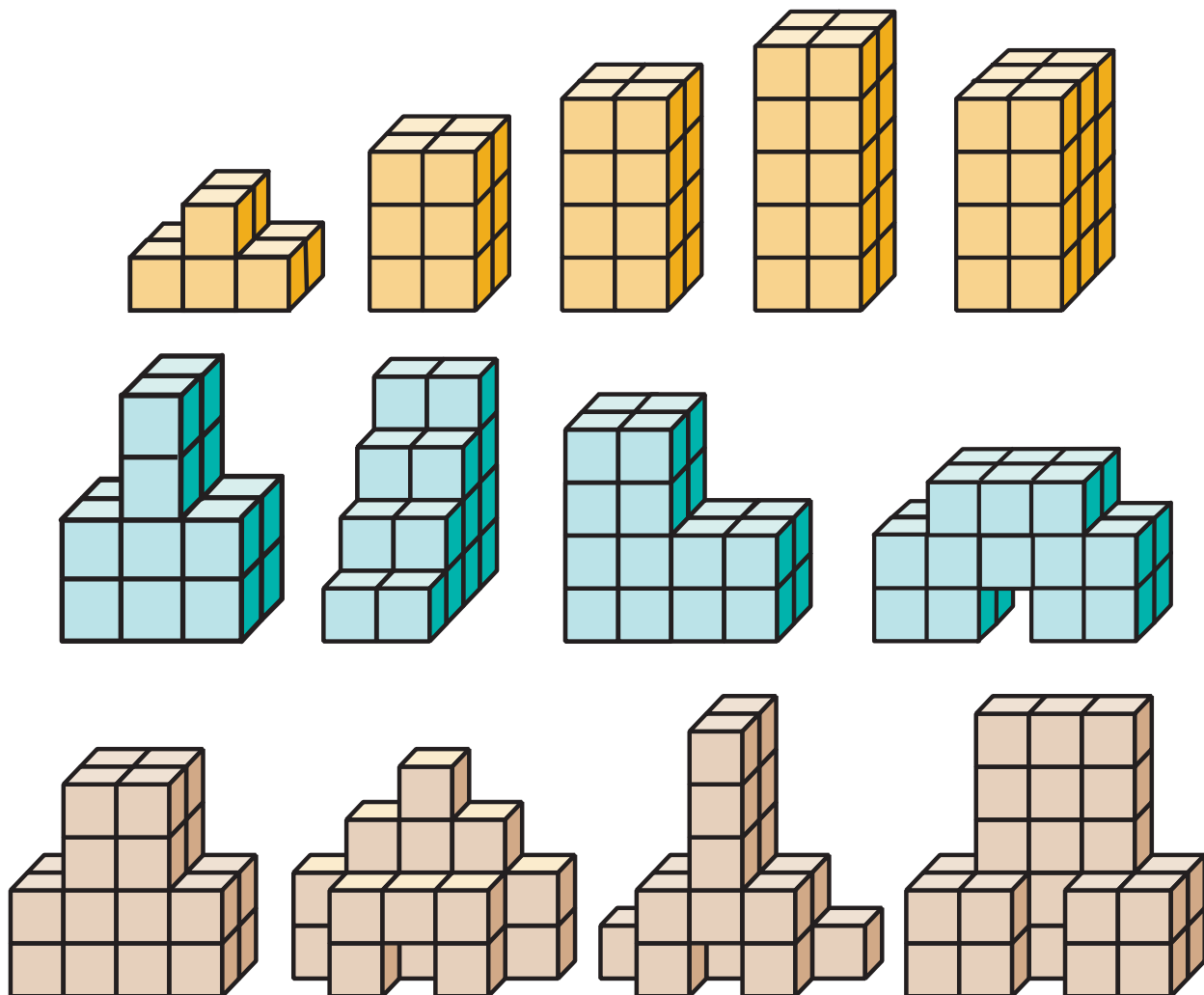


Дадим ребенку новую игру. Пусть он вначале просто поиграет с кубиками Пита Хейна и строит из них все, что хочет. А уже потом ему можно предложить самые простые задачи. Дать ребенку задачу, это значит дать ему рисунок фигуры, которую нужно собрать из всех семи частей игры или из меньшего их числа. Начинают с самых простых фигур, которые можно собрать из двух или трех частей игры, а потом, постепенно увеличивают число частей до семи, переходя, тем самым, от более простых задач к задачам более сложным.

Детям рекомендуется рисовать, не пользуясь линейкой, составленные из кубиков фигуры. Тетрадь в клеточку очень облегчает рисование таких фигур. Учатся рисовать, начиная с самых простых фигур. Сначала ребенок должен научиться рисовать один кубик. Потом несколько кубиков составленных в ряд. После этого переходят к рисованию более сложных фигур. Рекомендуется также запомнить и нарисовать по памяти все семь частей игры Пита Хейна.



Чтобы записать способ сборки фигуры, ее следует нарисовать в тетради в клеточку и на этом же рисунке раскрасить отдельные части игры в разные цвета (смотрите рисунок на обложке книги). Таким образом, тетрадь в клеточку помогает придумавшему интересную фигуру не только ее запомнить, но и записать способ ее сборки. Вот примеры задач разной степени сложности:



Если взять три одинаковых кубика, склеить из них угол и взять девять таких фигур, три красные, три желтые и три синие, то получится описанная в этой книге очень интересная игра «Кубики Юрия Аленкова». Собирать фигуры из этих кубиков намного проще, чем из кубиков Пита Хейна. Чем проще задача, тем меньше возраст ребенка, которому эта задача по силам. Самые простые задачи можно предложить ребенку, используя обычные кубики, знакомые нам с детства. С обычными кубиками можно не только играть. С ними можно делать то же самое, что и с другими играми из кубиков, а именно: собирать из них фигуры по данному рисунку, придумывать новые фигуры, рисовать эти фигуры, не пользуясь линейкой, в тетради в клеточку и раскрашивать эти рисунки в соответствии с цветом кубиков, из которых эти фигуры составлены.

Когда ребенок играет в кубики, родители могут время от времени превращать игру в учебу. Делать это надо осторожно и понемногу, чтобы ребенок по-прежнему считал, что игра продолжается. Так, например, вместо слов “нарисуй этот домик” или “построй из кубиков домик, нарисованный на картинке”, можно обратиться к ребенку с такими словами: “Какие красивые домики ты построил! Но что произойдет, если они сломаются? Давай нарисуем их на бумаге, чтобы не забыть. А по картинке мы всегда сможем построить точно такие же домики”... Сборка фигур из кубиков требует логического мышления, развивает пространственное воображение, и дети постепенно приобретают способность собирать фигуры в уме, без кубиков. Во время игры дети порой собирают интереснейшие фигуры, достойные того, чтобы зарисовать их в специальной тетради. Ведь каждая новая фигура, придуманная одним ребенком, это одновременно и новая задача для другого ребенка, который не знает способа сборки этой фигуры. Так детское творчество становится источником новых задач.



Вадим Березник Математика для детей — Ганновер:
Семь искусств, 2021 — 101 с., 2,29 а.л.
ISBN 978-1-006-91934-3

Обложка и иллюстрации Аркадия Острицкого
Дизайн, графика и верстка Натальи Фарбер

Книга издается в авторской редакции

© Все права принадлежат Вадиму Березнику



Семь искусств
Ганновер 2021

