В. Ф. ПУЧКОВ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МАКРОЭКОНОМИКИ

Учебное пособие

Издание третье, переработанное и дополненное

Рекомендовано Учебно-методическим объединением вузов по образованию в области национальной экономики и экономики труда в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся по экономическим специальностям

Гатчина
2010

УДК 330.04
ББК 65в6
П 90
Рекомендовано к изданию Ученым советом
Государственного института экономики, финансов,
права и технологий

Пучков В.Ф.
П 90 Математические модели макроэкономики: учеб. пособие. – 3-е изд. перераб. и доп. – Гатчина: Изд-во ГИЭФПТ, 2010. – 199 с.

ISBN 5-94895-020-4

Автор-составитель: **Валерий Федорович Пучков**, кандидат технических наук, доцент.

Рецензенты: **А.Н. Петров**, заведующий кафедрой прогнозирования и планирования экономических и социальных систем СПбГУЭФ, доктор экономических наук, профессор,
Г.В. Алексеев, заведующий кафедрой математики и информатики Санкт-Петербургского института гостеприимства, доктор технических наук, профессор.

Настоящее учебное пособие посвящено изложению теоретических основ построения наиболее известных математических моделей макроэкономики, а также определению параметров данных моделей.

Для каждой включенной в учебное пособие математической модели составлены варианты контрольных заданий. Данные задания могут быть использованы для более глубокого освоения изложенного в пособии теоретического материала. В заданиях приводятся рекомендации по решению предложенных задач с использованием табличного редактора Excel.

Учебное пособие предназначено для обучения студентов экономических специальностей по дисциплинам: «Экономико-математические модели», «Методы исследования и моделирование национальной экономики», «Математическое моделирование экономических систем» и позволяет им получить теоретические знания и практические навыки в области применения математических моделей для решения задач управления экономическими процессами.

УДК 330.04
ББК 65в6

ISBN 5-94895-020-4

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Особенностью современного периода развития экономики России является выход на развитые рыночные отношения. Быстрое изменение экономических условий, непрерывное поступление на рынок новых товаров, повышение качества товаров и услуг оказывают сильное влияние на финансово-экономическое положение российских предприятий и фирм, следовательно, и экономики в целом.

Экономические проблемы, возникающие перед специалистами в процессе управления регионом, отраслью, страной, очень сложны и зависят от множества факторов, иногда противоречащих друг другу, изменяющихся с течением времени и влияющих на другие процессы и явления. Исследование данных экономических проблем целесообразно проводить на адекватных макроэкономических математических моделях.

Математическое моделирование позволяет отразить проблему в абстрактной форме и учесть большое число разнообразных характеристик объекта моделирования. Анализ полученных результатов способствует обоснованному выбору оптимального решения задачи управления исследуемым экономическим процессом.

Таким образом, возникшие в практической деятельности экономистов ситуации могут быть отражены в виде математических моделей, а варианты наиболее целесообразных решений по их управлению могут быть получены из анализа результатов моделирования. Модели позволяют вскрыть закономерности формирования исследуемых макроэкономических показателей под влиянием основных факторов, что дает не только возможность количественного анализа изменения этих показателей, но и возможность осуществления прогнозирования их развития в будущем. Это, в свою очередь, предоставляет возможность осознанного влияния на протекающие экономические процессы.

Целью данного учебного пособия является обучение студентов принципам построения макроэкономических математических моделей объектов управления, а также получение ими практических навыков по использованию ряда известных макроэкономических моделей для анализа и прогнозирования экономических процессов.

Учебное пособие включает в себя введение, четырнадцать глав, тринадцать приложений и список литературы.

Во ***введении*** обоснована цель и актуальность учебного пособия, приведена его структура и краткое изложение содержания.

В ***главе 1*** рассматриваются общие вопросы методологии моделирования экономических систем. Приведены классификация, этапы экономико-математического моделирования и принципы построения математических моделей объектов управления, а также особенности применения математических моделей для анализа и управления экономическими процессами. При написании главы использована информация из [4,10, 11, 16, 27, 35].

Глава 2 посвящена применению производственной функции Кобба–Дугласа (ПФКД) для моделирования экономических систем. Дается общая характеристика ПФКД, приводится методика определения ее параметров и проведения расчетов экономических показателей. Для описания ПФКД использовалась информация из [10, 14, 17, 34].

Третья глава включает в себя статическую и динамическую межотраслевые балансовые модели «затраты – выпуск». Достаточно подробно рассмотрена статическая межотраслевая балансовая модель Леонтьева, ее назначение, свойства и принятые допущения, а также методика определения с ее помощью валовых выпусков. Затем приведена методика составления и использования динамической межотраслевой балансовой модели. Материалы подобраны из [14, 17, 35].

В ***четвертой главе*** рассмотрена модель взаимосвязи инвестиций и ввода основных производственных фондов в отраслях экономики. Дается методика построения экономико-математической модели, на основе которой определяется оценка фактической величины строительного лага в отраслях экономики. При написании главы использованы только оригинальные разработки [4, 5, 7, 21].

Пятая глава посвящена построению динамической модели взаимосвязи между освоением основных производственных фондов и ростом валовой добавленной стоимости в отраслях экономики. Приводится методика определения параметров математической модели и величины лага освоения основных производственных фондов. Использованы оригинальные разработки, приведенные в [4, 7].

В ***шестой главе*** приводится методика построения модели для определения эффективности реальных инвестиций (капитальных вложений) и потерь от их «замораживания» в отраслях экономики. Методика построена на основе оригинальных алгоритмов, приведенных в [4, 6, 7].

В ***седьмой и восьмой главах*** рассматриваются классическая модель рыночной экономики и модель рыночной экономики Кейнса, включая рынок рабочей силы, рынок денег, рынок товаров. Приводится методика анализа классической модели рыночной экономики и модели Кейнса, а также способы определения параметров этих моделей. Главы написаны с использованием информации из [12, 14, 17, 31].

Девятая глава посвящена построению и анализу модели макроэкономической динамики Харрода–Домара. Рассмотрены основные допущения при построении модели, ее назначение и переходные процессы при различных экзогенно заданных функциях потребления. В основу материалов главы взята информация из [10, 31].

В ***десятой главе*** приводится модель экономического роста Солоу в абсолютных показателях и в удельных показателях. Затем дается вывод «золотого» правила накопления и запись модели Солоу с учетом запаздывания ввода и освоения основных производственных фондов. При описании модели Солоу взята информация из [10, 14, 17, 23, 31].

Одиннадцатая глава посвящается построению комплексной математической модели развития национальной экономики и расчетам переходных процессов в ее отдельных элементах. При построении данной модели использован ряд моделей, рассмотренных в предыдущих главах. В основу модели положена схема потоков продуктов и ресурсов, приведенная в [14]. Математическое описание является оригинальным и впервые приведено в [4, 28].

В ***двенадцатой главе*** рассмотрены макромодели экономического цикла Самуэльсона–Хикса и Тевеса. Приводится методика построения моделей и исследования переходных процессов в моделях при различных параметрах. Методика построения взята из [31].

В ***тринадцатой главе*** приводится общая постановка задачи модели Клейна. Затем на примере упрощенной модели Клейна дается методика определения параметров данной модели. Данная глава построена на материалах из [8, 15].

Четырнадцатая глава посвящена модели Мэнкью-Ромера-Уэйла, учитывающей влияние человеческого капитала на рост валового внутреннего продукта. В главе рассмотрена методика построения модели и подходы к определению её параметров, а также показан процесс сходимости в модели Мэнкью-Ромера-Уэйла. При написании главы использована информация из [23].

Каждая глава включает в себя контрольные задания для освоения изучаемой темы. Данные контрольные задания предполагают использование для решения задач персональных компьютеров и типового программного обеспечения, в частности, широко известного табличного редактора Excel. Это существенно упрощает выполнение контрольных заданий.

В ***приложениях*** даны различные варианты заданий для освоения каждой темы и краткие биографические данные авторов макроэкономических моделей.

Список используемой литературы приведен в конце данного учебного пособия. Излагаемые в пособии подходы к построению математических моделей и контрольные задания апробированы при обучении студентов экономических специальностей по дисциплинам: «Экономико-математические модели», «Методы исследования и моделирование национальной экономики», «Математическое моделирование экономических систем» в Государственном институте экономики, финансов, права и технологий.

ГЛАВА I
ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТОДОЛОГИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

1.1. Экономические системы, методы их исследования и моделирования

Под экономической системой понимается сложная вероятностная динамическая система, охватывающая процессы производства, обмена, распределения и потребления материальных ресурсов и других благ. Она относится к классу управляемых систем. Экономической системе, как и любой системе, присущи следующие признаки:

- § целостность – принципиальная не сводимость свойств системы к сумме свойств составляющих ее элементов;
- § наличие цели и критерия функционирования;
- § наличие более крупной системы, внешней по отношению к данной системе, называемой «средой»;
- § возможность выделения в системе ее составляющих – подсистем.

Основным методом исследования экономических систем является метод моделирования. Модель – это образ реального объекта, описанный математическими средствами, отражающий существенные свойства моделируемого экономического объекта (процесса) и замещающий его в ходе исследования. Экономико-математическое моделирование – это описание математическими средствами экономических систем.

Практическими задачами экономико-математического моделирования являются:

- анализ экономических объектов и процессов;
- экономическое прогнозирование и предвидение развития экономических процессов;
- выработка управленческих решений на всех уровнях экономики.

Достижение этих задач возможно только путем исследования экономических объектов и процессов. Моделирование необходимо, чтобы ускорить этот процесс и снизить затраты на получение и анализ результатов. Оно позволяет:

1) выделить и формально описать наиболее важные связи внутри экономических объектов;
2) получить выводы, адекватные изучаемому процессу;
3) получить новые знания об объекте или процессе;
4) оценить имеющиеся наблюдения;
5) точно и компактно изложить особенности изучаемого объекта.

Проведение исследования, расчет и построение модели позволяют проанализировать любую экономическую ситуацию даже в условиях неопределенности и выбрать оптимальные решения по управлению или обусловить предложенные решения. Применение математических моделей необходимо потому, что зачастую проблема сложна, зависит от большого числа факторов, по-разному влияющих на ее решение. Непродуманное и научно не обоснованное решение может привести к серьезным негативным последствиям.

Исходя из вышеизложенного, можно выделить следующие цели исследования экономических объектов, для достижения которых необходимо сначала построить математическую модель и проанализировать ее:

1) принятие решений в условиях неопределенности, отбор лучших решений;
2) правильная постановка реально достижимых целей, оценка их достижимости;
3) планирование мероприятий по достижению целей;
4) корректировка ранее принятых решений в связи с изменением условий;
5) систематический контроль состояния хозяйственной деятельности;
6) прогнозирование последствий принимаемых решений, своевременная реакция на ожидаемые изменения путем корректировки планов и перераспределения ресурсов.

По определению любая экономическая модель абстрактна, следовательно, она неполна. Математическая модель отражает влияние наиболее существенных, с точки зрения исследователя, факторов, которые определяют основные закономерности функционирования изучаемого экономического объекта или процесса. При этом в модели не учитывается влияние других факторов. Однако в определенных ситуациях эти факторы в совокупности могут проявиться не только через отклонения в поведении изучаемого экономического объекта (процесса), но и существенным образом повлиять на его поведение. Однако обычно при построении модели считается, что совокупное воздействие неучтенных факторов компенсирует друг друга. В противном случае необходимо их учитывать при уточнении модели.

Сложность проведения в экономике активного эксперимента ставит дополнительные трудности при построении математических моделей. Кроме того, фактически каждый экономический объект или процесс уникален, что делает невозможным простое тиражирование однажды построенных моделей.

Важнейшим понятием при экономико-математическом моделировании, является понятие адекватности модели, т.е. соответствие модели моделируемому процессу или объекту. Под адекватностью математической модели изучаемому экономическому объекту или процессу понимается соответствие свойств разработанной математической конструкции тем свойствам объекта или процесса, которые изучаются исследователем. В связи с этим в принципе не может быть полного соответствия математической модели изучаемому экономическому объекту или процессу. Однако использование математической модели для решения задач анализа или прогнозирования поведения экономического объекта, а тем более для выработки управленческих решений невозможно без тщательной проверки адекватности созданной исследователем математической модели.

При рассмотрении различных аспектов экономико-математического моделирования, начиная с выбора типа модели и заканчивая вопросами практического использования результатов моделирования, следует постоянно иметь в виду свойства, которые осложняют процесс моделирования.

Можно выделить следующие свойства:

§ целостность экономической системы (эмерджментность), которая проявляется в том, что система имеет свойства, отсутствующие у составляющих ее элементов. Данные свойства возникают у системы благодаря соответствующим связям между элементами. Например, вуз, как система, обладает свойствами подготавливать и выпускать специалистов высшей квалификации. В то же время входящие в вуз элементы (кафедры, бухгалтерия, учебная часть, деканаты и др.) такими свойствами самостоятельно не обладают. Поэтому построение математических моделей необходимо производить не только для отражения свойств составляющих систему элементов, но и для системы в целом;

§ проявление закономерностей экономических явлений и процессов в массовых явлениях. Причем закономерности носят более устойчивый характер, если на изучаемый процесс воздействуют множество событий, но вклад каждого события не является существенным. Однако можно выявить в каждом событии определяющую его группу факторов;

§ Изменение во времени величины параметров, характеризующих экономические процессы и, соответственно, изменение структуры изучаемых экономических объектов и процессов;

§ развитие экономических процессов под постоянным воздействием неконтролируемых факторов, что требует при разработке математических моделей применения аппарата теории вероятностей и математической статистики;

§ невозможность проведения активного экономического эксперимента в чистом виде, без воздействия факторов окружающей среды;

§ способность экономической системы к активной, заранее непредсказуемой реакции на изменение условий внешней среды, а также при изменении величины параметров экономической системы.

Полученные в результате математического моделирования экономических объектов или процессов данные обычно не используются как готовые управленческие решения. Эти данные можно рассматривать как консультирующие средства, а разработка и осуществление управленческих решений остается за лицом, принимающим решение. Следовательно, разработка и исследование экономико-математической модели является одним из этапов принятия управленческого решения в человеко-машинных системах управления экономическими объектами и процессами.

1.2. Принципы построения математических моделей

Моделирование – это один из способов познания окружающих нас объектов и явлений. Чем больше познан изучаемый объект, тем более построенная модель адекватна объекту. При этом критерием истины может служить совпадение теоретических результатов, полученных при использовании построенной модели, и практически получаемых данных. В связи с этим наиболее разработанной схемой нахождения математической модели с использованием вычислительных устройств является схема, представленная на рис. 1.1.

В данной постановке задачи предполагается наличие зависимости:

$$\boldsymbol{\varphi}\begin{cases}\mathbf{Y} = P_1(\mathbf{X}; \mathbf{Z}) \\ = P_2(\mathbf{X}),\end{cases} \tag{1.1}$$

где P_1 и P_2 – операторы преобразования.

При допущении, что вектор $\mathbf{Z}$ незначительно влияет на вектор $\mathbf{Y}$ и вектор $\mathbf{e}^2 \to \min$, то оператор преобразования P_2 стремится к оператору P_1. Оператор P_2 фактически и является моделью объекта управления.

В качестве критерия близости модели объекту управления может служить не только квадратичная функция от рассогласования выходных показателей модели и объекта управления, но и другие функции, например, абсолютное значение рассогласования. Каждый подход имеет свои преимущества и недостатки.

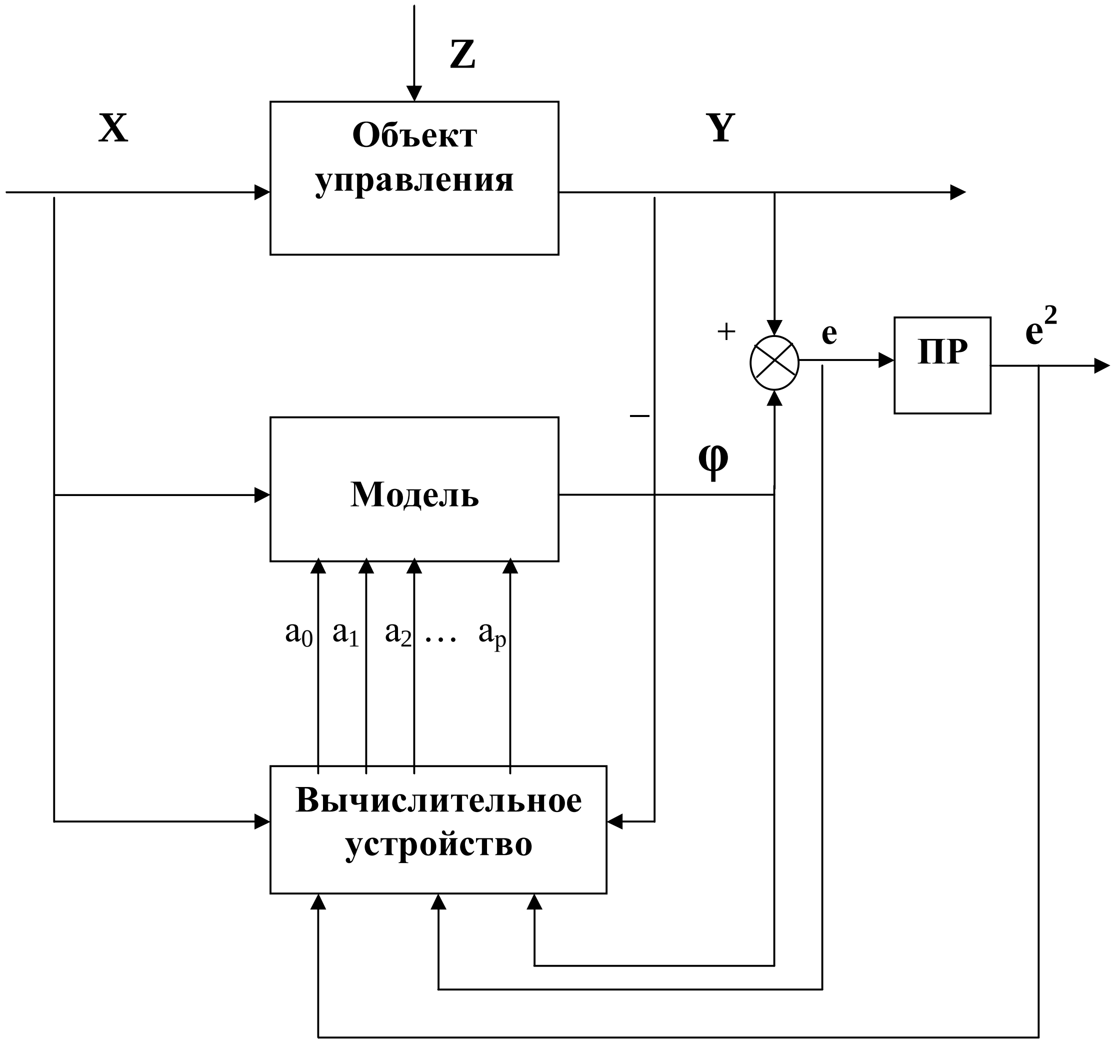

Рис. 1.1.

где:

X – вектор входных показателей объекта;

Y – вектор выходных показателей объекта;

Z – вектор неучтенных в модели параметров объекта или неконтролируемых воздействий;

φ – вектор выходных показателей модели;

e – разность между векторами выходных показателей объекта управления и модели;

a_0, a_1, a_2 … a_p – параметры модели;

ПР – преобразователь, реализующий возведение в квадрат величины вектора **e**.

При этом задача нахождения оператора P_2 по входным и выходным показателям объекта называется задачей идентификации объекта. В теории управления данная задача рассматривается в трех вариантах:

1. Задача «черного ящика». Эта задача, когда об объекте управления нет никакой информации кроме входных и выходных показате-

лей, т.е. оператор преобразования не известен. Модель в этом случае строить сложнее. Применяют самообучающиеся алгоритмы, используя, например, перебор различных операторов, либо используется оператор достаточно универсального вида.

2. Задача «серого (полупрозрачного) ящика». В этом случае об объекте управления имеются априорные сведения. Обычно известна или принята в качестве базовой модель в виде оператора преобразования определенной структуры. Задача идентификации в этом случае заключается в нахождении коэффициентов этого оператора.

3. Задача «прозрачного ящика». В этом случае модель строится по заданным алгоритмам, исходя из конструктивных или технологических параметров объекта.

Определение вида и коэффициентов оператора преобразования представляет собой в большинстве случаев значительные трудности, особенно в эконометрических исследованиях. Это вызвано тем, что для определения параметров оператора, т.е. коэффициентов модели, необходимо чтобы:

1. Вектор входных показателей претерпевал достаточно большие изменения на изучаемом интервале времени или на множестве изучаемых объектов. В этом случае по соответствующему изменению выходных показателей можно было бы судить о воздействии оператора преобразования на входные показатели. При этом уровень воздействия вектора **X** должен существенно превышать уровень воздействия вектора **Z**. Чем больше это превышение, тем точнее можно определить параметры модели. Если вектор **X**=0 или **X**=const, то определить параметры модели чаще всего невозможно.

2. Принятый априори оператор преобразования, т.е. модель, должен отражать существенным образом фактические закономерности изучаемого объекта, т.е. не противоречить смыслу изучаемого объекта. В противном случае надо заменить саму модель или задать ее в более общем виде.

3. Принятая методика определения параметров модели должна быть корректной с точки зрения обеспечения достоверности найденных параметров, особенно при использовании статистических методов определения параметров модели.

4. Должен иметься достаточный для нахождения математической модели объем исходной информации о входных и выходных показателях объекта.

Современный уровень вычислительной техники позволяет:

- автоматизировать многие этапы сбора и обработки информации по изменению экономической ситуации;

- прогнозировать дальнейшее развитие экономических процессов;

- моделировать и рассчитывать различные варианты решений по преодолению возникших трудностей, определять наиболее целесообразные решения, обеспечивающие эффективность производства, предпринимательства и экономики в целом.

Таким образом, овладение методами моделирования экономических процессов позволяет принять на основе этого моделирования оптимальные решения по управлению данными процессами.

1.3. Этапы экономико-математического моделирования

Переходя непосредственно к процессу экономико-математического моделирования, т.е. описания экономических и социальных систем и процессов в виде экономико-математических моделей, можно выделить следующие шесть этапов:

1 этап. На данном этапе формулируется суть проблемы, предпосылки и допущения. Затем определяются наиболее важные, с позиции проводимого исследования, свойства изучаемого объекта, его структура и связь элементов структуры между собой. Выдвигаются гипотезы, с помощью которых объясняется поведение изучаемого объекта.

2 этап. Этот этап служит для построения математической модели экономического объекта. Математическая модель представляется в виде конкретных математических зависимостей. Предварительно необходимо определить тип выбираемой модели, изучить возможности ее использования для построения экономико-математической модели, составить перечень показателей и параметров модели, используемые формы связей. Целесообразно использовать достаточно изученные математические модели. В некоторых случаях это требуется некоторого упрощения при описании изучаемого экономического объекта, но не в ущерб описанию основных изучаемых свойств объекта. В ряде случаев оправданно использовать новую, ранее неизвестную математическую модель.

3 этап. Данный этап используется для проверки с помощью математических приемов общих свойств модели и ее решений, включающих доказательств существования и единственности решения. Кроме того, определяется перечень переменных, входящих в решение, и пределы их возможного изменения. Если аналитическое исследование затруднено, то обычно используют численные методы исследования.

4 этап. На этом этапе осуществляется сбор и подготовка исходной информации. При экономических исследованиях достаточно часто необходимая для построения математической модели информация отсутствует в статистических сборниках и для ее получения требуется проведение специальных обследований, осуществление расчетов с

использованием методов теории вероятностей и математической статистики. В некоторых случаях исходные данные не могут быть получены из-за невозможности численного определения величины показателя, что ведет обычно к поиску замещающих показателей.

5 этап. Этот этап предполагает выполнение количественных расчетов экономических показателей в соответствии с созданной математической моделью. Соответственно необходимо произвести разработку алгоритмов решения задачи, создание рабочих программ для вычислительной техники, на которой будут реализовываться алгоритмы решения задачи и затем осуществление расчетов. Расчеты проводятся для различных вариантов задания исходных показателей и параметров модели. Это дает возможность проведения последующего комплексного анализа как свойств самой модели, так и используемых исходных данных.

6 этап. На данном этапе проводится комплексный анализ результатов моделирования экономического объекта или процесса, включающий оценку адекватности, точности и полноты разработанной математической модели. Для этих целей обычно используют статистические показатели, характеризующие степень совпадения результирующих показателей модели и изучаемого экономического объекта или процесса. На основе полученных результатов комплексного анализа принимается решение о применимости разработанной математической модели для анализа и прогнозирования поведения изучаемых экономических объектов и процессов, а затем и использования модели при выработке управляющих воздействий на них.

Разработка экономико-математической модели обычно требует повторения ряда этапов создания модели. Это вызывается тем, что после выполнения каждого этапа происходит расширение знаний исследователя как об самом объекте или процессе, так и о свойствах создаваемой модели. Эти появляющиеся знания позволяют производить совершенствование модели, расширять ее возможности. В то же время результаты, полученные на каждом этапе создания модели, а также анализ результатов, полученных для различных вариантов модели, могут иметь и самостоятельное значение.

1.4. Классификация экономико-математических моделей

Математические модели, используемые в экономике, можно подразделить следующим образом.

1. По уровню обобщения:
   а) макроэкономические модели – описывают экономику как единое целое, связывая между собой укрупненные материальные и финансовые показатели;

б) микроэкономические модели – описывают взаимодействие структурных и функциональных составляющих экономики.

2. <u>По уровню абстракции:</u>
   а) теоретические модели – используются для изучения общих свойств экономики и ее элементов (модели спроса и предложения);
   б) прикладные модели – используются для оценки параметров конкретного экономического объекта и предназначены для выработки рекомендаций по практическому управлению этим объектом.
3. <u>По учету фактора времени:</u>
   а) статические модели – в данных моделях описывается состояние экономического объекта в конкретный момент или период времени;
   б) динамические модели – описывают состояние объектов в их развитии путем взаимосвязи переменных во времени.
4. <u>По учету фактора случайности:</u>
   а) детерминированные модели – предполагают наличие жестких функциональных связей между переменными модели;
   б) стохастические модели – учитывают случайные воздействия на исследуемый показатель, используют обычно инструментарий теории вероятностей и математической статистики.

Особое место в моделировании рыночной экономики занимают равновесные модели. Они описывают такое состояние экономики, когда результирующая всех сил, стремящихся вывести экономику из данного состояния, равна нулю. К моделям равновесия можно отнести модель Эрроу-Дебре, модель затраты–выпуск Леонтьева. Другим классом моделей являются модели экономического роста. К ним относятся модель Харрода–Домара, модель Солоу и т.п. Некоторые из этих моделей будут рассмотрены достаточно подробно в последующих главах.

1.5. Особенности применения математических моделей для анализа и управления экономическими процессами

Математические методы анализа и само моделирование в экономических исследованиях достаточно продуктивны до тех пор, пока служат удобной формой отражения экономического содержания. В связи с этим рассмотрим развитие представлений о сущности экономических процессов при функционировании экономики.

Представители классической политической экономии (Франсуа Кенэ, Уильям Петти, Адам Смит, Давид Рикардо, Джон Стюарт Миль, Жан-Батист Сэй), несмотря на некоторые расхождения во взглядах, были сторонниками экономического либерализма, т.е. полной экономической свободы личности и свободной конкуренции, не ограниченной вмешательством государства. «Классики» рассматривают человека, прежде всего, как «человека экономического», со стремлением к максимизации своего богатства, что ведет к приумножению богатства всего общества в целом. Тем самым признается автоматический механизм самонастройки экономики с помощью «невидимой руки», т.е. направление разрозненных действий отдельных производителей и потребителей таким образом, что вся система находится в состоянии долгосрочного экономического равновесия. В связи с этим длительного существования в такой системе безработицы, перепроизводства и недопроизводства товаров является невозможным.

Во второй половине XIX века внимание ученых переключилось с проблем уровня макроэкономики на решение задач микроэкономики. Качественный экономический анализ дополняется количественным, исследуются проблемы оптимизации ограниченных ресурсов, появляется аппарат предельных величин с применением математических методов. Понятие «политическая экономия» заменяется понятием «экономическая теория». Получает развитие неоклассическое направление в экономической теории (основоположник Альфред Маршалл). Неоклассики (Артур Пигу, Карл Менгер, Евгений Бем-Баверк, Фридрих Визер, Леон Вальрас, Вильфредо Парето) в своих работах определили принципы маржинализма, или теории предельной полезности. В данных работах также нашли отражение понятия: ценность, цена, пропорции обмена, издержки, спрос и предложение.

В центре внимания ученых неоклассического направления находился анализ условий (свободной конкуренции), при которых потребители и производители максимизируют свое благосостояние, именно тогда, когда рынок приходит в состояние равновесия. Неоклассики обосновывали саморегулирующийся характер рыночной экономики с помощью механизма свободной конкуренции, который восстанавливает нарушенное равновесие, динамичное развитие экономики.

Во время «Великой депрессии» (1929–1933) произошел кризис теории неоклассического направления. Пришло новое направление научного анализа – кейнсианство, в центре внимания которого оказались проблемы макроэкономики. Основоположник учения Джон Мейнард Кейнс отказался от учения «закона рынков Сэя», т.е. от формулы рыночного механизма как идеальной саморегулирующейся системы. Двигателем экономики был принят спрос как решающий фактор развития производства и предложения с использованием налогово-бюджетной и кредитно-денежной политики государства. Представители кейнсианства – американские ученые Элвин Хансен, Пол Самуэльсон, английский экономист Джон Хикс внесли свой большой вклад в развитие кейнсианства.

Со своей стороны монетаристские концепции послужили основой кредитно-денежной политики в качестве направления государственного регулирования экономики. Затем была выдвинута гипотеза рациональных ожиданий, суть которой заключается в том, что будущие ценовые ожидания являются чрезвычайно важными мотивами поведения для тех, кто принимает экономические решения (Роберт Лукас и др.)

Рассмотренные в данном учебном пособии экономико-математические модели, как и любые математические модели отражают реальные экономические явления не полностью, а только наиболее существенные, с точки зрения исследователя, особенности их поведения. Вследствие этого, данные модели не могут ответить на все вопросы, связанные с объяснением экономических явлений. Кроме того, необходимо отметить, что представленные в пособии модели трактуют, например, проблему экономического роста в рыночной экономике по-разному. Неокейсианские модели Харрода–Домара, Самуэльсона–Хикса, Тевеса предполагают неустойчивость развития экономической системы. В связи с этим авторы моделей указывают на необходимость вмешательства государства для обеспечения устойчивого развития экономики.

Неоклассический подход к построению моделей экономического роста (Солоу, Мэнкью, Ромер) рассматривает рыночную экономику как самоорганизующуюся систему, которая сама приходит в состояние устойчивого экономического роста. Следовательно, вмешательство государства в этом случае не только не нужно, но даже вредит развитию экономики.

Такие резко отличные трактовки указывают на необходимость корректного использования того или иного подхода. Очевидно, что при использовании тех или других математических моделей, необходимо использовать их при установлении очевидных, не противоречащих экономическому смыслу количественных взаимосвязей между показателями. Однако при этом более критично подходить к априорному установлению ограничений на соотношения или изменения тех или иных показателей. Критерием «правильности» того или иного подхода должна служить экономическая практика, т.е. выводимые формулы и соотношения не должны противоречить экономической сути изучаемой реальности. В частности, в модели Солоу и модели Мэнкью–Ромера–Уэйла представляется возможным использование выведенных соотношений до момента наложения условия выхода экономической системы на стационарную траекторию.

С учетом анализа моделей неоклассического и неокейнсианского направлений можно полагать, что предложенная в главе XI (п. 11.3) модель более полно учитывает особенности поведения экономической системы на различных этапах ее развития. Разработанная модель учитывает достоинства неоклассического подхода к моделям экономического роста, выражающиеся в виде использования неоклассических производственных функций, обеспечивающих взаимозаменяемость ресурсов и учитывающих снижение предельной отдачи от ресурса при увеличении объемов его использования. С другой стороны, в модели присутствуют регуляторы, использующие складывающиеся соотношения предложения товаров и услуг и спроса на них, для регулирования величины валовых выпусков и объемов инвестиций в физический капитал.

Развитие экономико-математических моделей идет по пути увеличения количества переменных в структуре производственных факторов (сначала капитал, затем труд, человеческий капитал, научно-технический прогресс) и увеличения количества секторов общественного производства, между которыми происходят структурные сдвиги. Однако в связи с тем, что экономические процессы представляют собой достаточно сложные явления, то для решения задач управления данными процессами наряду с математическим моделированием целесообразно использовать и другие методы исследования.

Контрольные задания для освоения темы

1. Сформулировать, что понимается при математическом моделировании под экономической системой, какие основные признаки ей присущи.

2. Дать определение адекватной объекту управления математической модели и назвать основные задачи экономико-математического моделирования.

3. Объяснить, в чем заключаются принципы построения математической модели объекта управления при его известных входных и выходных показателях, учитывая различные ситуации с априорной информацией об операторе преобразования входных показателей объекта управления в его выходные показатели.

4. Сформулировать требования, предъявляемые:
   - к входным показателям объекта управления;
   - к выбранному в качестве математической модели оператору преобразования;
   - к методике определения параметров оператора преобразования;

- к исходной информации,

при нахождении адекватной математической модели объекта управления.

5. Объяснить сущность построения экономико-математической модели на этапах:
   - постановки экономической проблемы и ее качественного анализа;
   - построения математической модели;
   - математического анализа модели;
   - подготовки исходной информации;
   - численного решения модели;
   - анализа численных результатов и их применения.

6. Привести классификацию экономико-математических моделей: по уровню обобщения, по уровню абстракции, по учету фактора времени, по учету фактора случайности.

7. Сформулировать основные расхождения во взглядах ученых неоклассиков и неокейнсианцев на проблемы обеспечения устойчивого экономического развития.

7. Показать основные пути совершенствования экономико-математических моделей, отражающих экономический рост.

ГЛАВА II
ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ КОББА–ДУГЛАСА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

2.1. Общая характеристика производственной функции Кобба–Дугласа

В экономике основным звеном является производство. Рассмотрим возможность моделирования этого звена. Входными показателями в данном случае являются величина основных производственных фондов, количество вовлеченных в производство трудовых ресурсов и объем используемых природных ресурсов.

Выходной величиной является выпуск товаров и услуг (в дальнейшем «выпуск продукции»). В первом приближении объем используемых природных ресурсов прямо пропорционален объему основных производственных фондов, т.к. чем больше объем привлекаемых для производства основных производственных фондов, тем больше предоставляется возможностей для потребления природных ресурсов (руды, нефти и т.п.).

Для исключения явления мультиколлениарности факторов, будем искать зависимость выпуска продукции только от основных производственных фондов (K) и привлекаемых к производству трудовых ресурсов (L).

Для моделирования данной зависимости целесообразно использование мультипликативной производственной функции Кобба–Дугласа (ПФКД). В общем случае такая производственная функция (ПФ) имеет вид:

$$X = A \cdot K^{\alpha_1} \cdot L^{\alpha_2}, \qquad (2.1)$$

где $\alpha_1>0$, $\alpha_2>0$,

A – коэффициент нейтрального технического прогресса,

α_1, α_2 – коэффициенты эластичности по фондам и труду.

Частным случаем функции (2.1) является функция Кобба–Дугласа вида:

$$X = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha}; \qquad (2.2)$$

где $\alpha_1=\alpha$; $\alpha_2=1$-α.

Функции (2.1), (2.2) отвечают условиям:

а) гладкости, т.е. эти функции непрерывно дифференцируемы, сами функции и их производные не имеют скачков 1-го и 2-го рода;

б) F(0,L) = F(K,0) = 0, т. е. при отсутствии одного ресурса производство невозможно;

в) $\dfrac{\partial F}{\partial K} > 0;\ \dfrac{\partial F}{\partial L} > 0,$ т.е. с ростом ресурсов производство растет;

г) $\dfrac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0;\ \dfrac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0$, с увеличением ресурсов скорость роста выпуска замедляется;

д) $F(+\infty,L) = F(K,+\infty) = +\infty$, при неограниченном росте ресурсов выпуск неограниченно растет.

Для использования ПФКД при анализе экономических процессов необходимо произвести определение ее параметров.

2.2. Определение параметров производственной функции Кобба–Дугласа

Нахождение параметров мультипликативной функции Кобба–Дугласа производится по временному ряду выпусков продукции и затрат ресурсов (X_t, K_t, L_t), где t = 1,2,3…T,

T – длина временного ряда.

При этом предполагается, что имеет место соотношение:

$$X_t = \delta_t \cdot A \cdot K_t^{\alpha_1} \cdot L_t^{\alpha_2} \tag{2.3}$$

где δ_t – корректировочный коэффициент, приводящий в соответствие фактический и расчетный выпуски и отражающий флюктуацию результата под воздействием других факторов, причем математическое ожидание $M_{d_t} = 1$.

Прологарифмируем функцию (2.3) и получим:

$$\ln X_t = \ln\delta_t + \ln A + \alpha_1 \cdot \ln K_t + \alpha_2 \cdot \ln L_t\ , \tag{2.4}$$

где $\ln\delta_t = \varepsilon_t$; $M_\varepsilon = 0$;

Уравнение (2.4) – является фактически уравнением линейной множественной регрессии вида:

$$y(t) = a_0 + \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) + \varepsilon_t \tag{2.5}$$

Параметры a_0, α_1, α_2 могут быть определены методом наименьших квадратов (МНК) при заданных значениях $y(t)$, $x_1(t)$, $x_2(t)$ для разных моментов времени с помощью стандартных пакетов прикладных программ.

При нахождении параметров модели необходимо особое внимание уделить:

а) корректному отбору исходной информации;

б) оценке качества полученных значений.

Качество линейных эконометрических моделей в виде уравнения регрессии оценивается по адекватности и точности. Адекватность моделей регрессии устанавливается на основе анализа остаточной последовательности e_t, т.е. разности фактических значений результативного показателя и его расчетных значений. При этом расчетные значения получают подстановкой в модель фактических значений всех включенных в модель факторов.

Остаточная последовательность проверяется на выполнение свойств случайной компоненты временного экономического ряда:

- близость нулю математического ожидания;
- случайный характер отклонений;
- отсутствие автокорреляции;
- нормальность закона распределения.

Вывод об адекватности модели верен, если все четыре проверки свойств остаточной последовательности дают положительный результат.

О качестве моделей регрессии можно судить также по:

а) значениям коэффициента множественной корреляции,

б) значениям совокупного коэффициента детерминации.

Чем ближе абсолютные величины указанных коэффициентов к 1, тем теснее связь между изучаемым признаком и выбранными факторами и, следовательно, с тем большей уверенностью можно судить об адекватности построенной модели, включающей в себя наиболее влияющие факторы.

Для оценки точности регрессионных моделей используются статистические критерии точности, в частности, средняя относительная ошибка аппроксимации. Проверка статистической значимости модели в виде уравнения регрессии проводится с использованием F – критерия Фишера. Если расчетное значение этого критерия со степенями свободы ν_1= n-1 и ν_2= n-m-1, где n – количество наблюдений и m – число включенных в модель факторов, больше табличного значения критерия Фишера при заданном уровне значимости, то модель признается значимой.

При проверке качества регрессионной модели целесообразно оценить также статистическую значимость коэффициентов уравнения регрессии. Эта оценка проводится по t – статистике Стьюдента путем проверки гипотезы о равенстве нулю k-го коэффициента регрессии (k = 1,2,...,m). Расчетное значение t-критерия с числом степеней свободы (n-m-1) сравнивается с табличным значением критерия Стьюдента при заданном уровне значимости, и если оно больше табличного значения, коэффициент регрессии считается значимым. В противном случае соответствующий данному коэффициенту регрессии фактор следует исключить из модели, при этом качество модели не ухудшится.

2.3. Использование ПФКД для анализа экономических процессов

Как видно из формулы (2.1), с ростом затрат ресурсов выпуск увеличивается, что подтверждается следующими выражениями:

$$\frac{\partial F}{\partial K} = \alpha_1 \cdot A \cdot K^{\alpha_1 - 1} \cdot L^{\alpha_2} = \alpha_1 \cdot \frac{X}{K} > 0, \text{ т.к. } \alpha_1 > 0, \qquad (2.6)$$

$$\frac{\partial F}{\partial L} = \alpha_2 \cdot A \cdot L^{\alpha_2 - 1} \cdot K^{\alpha_1} = \alpha_2 \cdot \frac{X}{L} > 0, \text{ т.к. } \alpha_2 > 0. \qquad (2.7)$$

Частные производные выпуска по факторам называются <u>предельными продуктами</u>, или предельными эффективностями факторов, и представляют собой прирост выпуска на малую величину прироста фактора. При этом:

$\frac{\partial F}{\partial K}$ – предельная фондоотдача (предельная эффективность фондов),

$\frac{\partial F}{\partial L}$ – предельная производительность труда.

В данном случае предельная фондоотдача пропорционально предельна средней фондоотдаче $\left(\frac{X}{K}\right)$ (но меньше ее) с коэффициентом α_1 ($\alpha_1<1$), а предельная производительность труда – средней производительности $\left(\frac{X}{L}\right)$ (но меньше ее) с коэффициентом $\alpha_2<1$.

С ростом затрат ресурса при неизменном 2-м ресурсе отдача обычно падает. Это видно из формул:

$$\frac{\partial^2 X}{\partial K^2} = A \cdot \alpha_1 \cdot (\alpha_1 - 1) \cdot K^{\alpha_1 - 2} \cdot L^{\alpha_2} = \alpha_1 \cdot (\alpha_1 - 1) \cdot \frac{X}{K^2} < 0, \text{ т.к. } \alpha_1 < 1, \qquad (2.8)$$

$$\frac{\partial^2 X}{\partial L^2} = A \cdot \alpha_2 \cdot (\alpha_2 - 1) \cdot K^{\alpha_1} \cdot L^{\alpha_2 - 2} = \alpha_2 \cdot (\alpha_2 - 1) \cdot \frac{X}{L^2} < 0, \text{ т.к. } \alpha_2 < 1. \qquad (2.9)$$

Приведем экономическую интерпретацию параметров A, α_1, α_2.

Параметр A обычно интерпретируется как параметр <u>нейтрального</u> (т. е. не относящийся ни к K, ни к L) технического прогресса, т.к. при одних и тех же α_1 и α_2 выпуск тем больше, чем больше A.

Для интерпретации α_1 и α_2 вводим понятия <u>эластичности</u> как логарифмических производных факторов. Учитывая, что $\ln X = \ln A + \alpha_1 \ln K + \alpha_2 \ln L$, получим

$$\alpha_K = \frac{\partial \ln X}{\partial \ln K} = \lim_{\Delta K \to 0} \frac{\Delta X / X}{\Delta K / K} = \alpha_1 \qquad (2.10)$$

$$\alpha_L = \frac{\partial \ln X}{\partial \ln L} = \lim_{\Delta L \to 0} \frac{\Delta X / X}{\Delta L / L} = \alpha_2, \qquad (2.11)$$

или по общему определению эластичности фактора:

$$Э_K = \frac{\partial F}{\partial K} \cdot \frac{K}{F} = \alpha_1 \cdot \frac{X}{K} \cdot \frac{K}{X} = \alpha_1 \qquad (2.12)$$

$$Э_L = \frac{\partial F}{\partial L} \cdot \frac{L}{F} = \alpha_2 \cdot \frac{X}{L} \cdot \frac{L}{X} = \alpha_2, \qquad (2.13)$$

где α_1 – эластичность выпуска по основным фондам;

α_2 – эластичность выпуска по труду.

Эластичность показывает, на сколько процентов возрастет выпуск при росте фактора на 1%.

При $(\alpha_1+\alpha_2) >1$ выпуск растет быстрее, чем в среднем растут факторы. При $(\alpha_1+\alpha_2) <1$ выпуск растет медленнее, чем растут факторы. Следовательно, при $(\alpha_1+\alpha_2) >1$ ПФ описывает эффективно растущую экономику.

Множество точек на плоскости K, L, при которых $F(K, L) = X_0 = const$, называется линией одного уровня, или изоквантой.

Для мультипликативной ПФ изокванта имеет вид:

$$A \cdot K^{\alpha_1} \cdot L^{\alpha_2} = X_0 = const, \qquad (2.14)$$

или

$$K^{\alpha_1} = \frac{X_0}{A} \cdot L^{-\alpha_2}, \qquad K = e^{\frac{\ln X_0 - \ln A - \alpha_2 \cdot \ln L}{\alpha_1}} \qquad (2.15)$$

т.е. является степенной гиперболой, асимптотами которой служат оси координат.

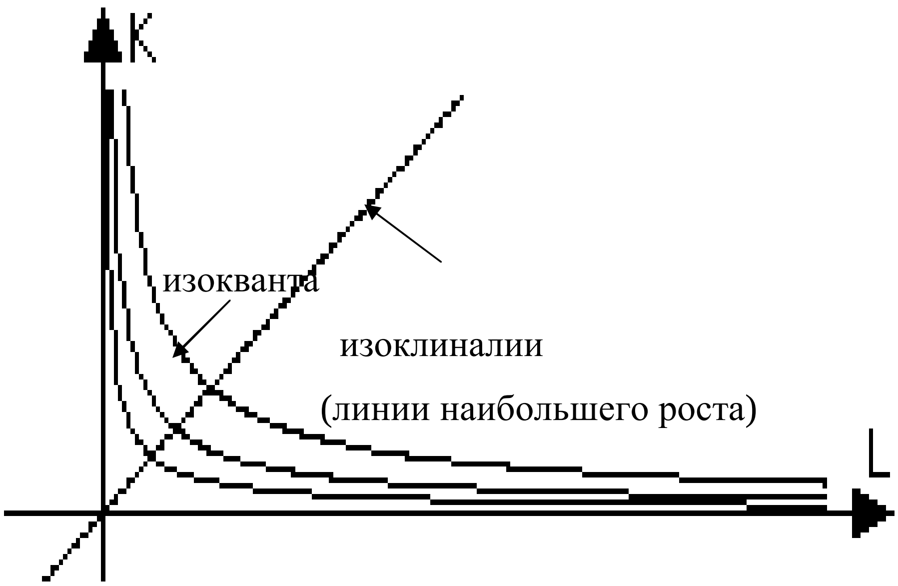

Рис. 2.1.

Для разных K и L, лежащих на изокванте, выпуск будет один и тот же X_0, т. е. ресурсы K и L взаимозаменяемы (<u>в определенных пределах</u>). Уменьшение числа занятых можно компенсировать большей фондовооруженностью:

$$A \cdot K_{m_2}^{\alpha_1} \cdot L_{m_2}^{\alpha_2} = A \cdot K_{m_1}^{\alpha_1} \cdot L_{m_1}^{\alpha_2} = X_0 \ . \qquad (2.16)$$

Предельной нормой замены труда фондами (S_k) называется отношение

$$S_k = \frac{\partial F / \partial L}{\partial F / \partial K} \qquad (2.17)$$

и, соответственно, предельная норма замены фондов трудом

$$S_L = \frac{\partial F / \partial K}{\partial F / \partial L}. \qquad (2.18)$$

При этом $S_K \cdot S_L = 1$.

Для мультипликативной функции норма замещения труда фондами пропорциональна фондовооруженности:

$$S_K = \frac{\alpha_2 \cdot \frac{X}{L}}{\alpha_1 \cdot \frac{X}{K}} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot \frac{K}{L} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot k, \qquad (2.19)$$

где k – фондовооруженность труда.

Линии наибольшего роста ПФ называются <u>изоклиналиями</u>. Они ортогональны изоквантам. Направление наибольшего роста в каждой точке (K, L) задается градиентом grad $F = \left(\frac{\partial F}{\partial K}; \frac{\partial F}{\partial L} \right)$

При изучении факторов роста экономики выделяют <u>экстенсивные</u> факторы роста, т.е. за счет увеличения использованных ресурсов (масштабы производства) и <u>интенсивные</u> факторы (за счет повышения эффективности производства).

Для анализа ПФ перейдем к относительным величинам. В качестве базы возьмем данные за один год X_0, K_0, L_0. В этом случае мультипликативная ПФ запишется следующим образом:

$$\frac{X}{X_0} = \left(\frac{K}{K_0} \right)^{\alpha_1} \cdot \left(\frac{L}{L_0} \right)^{\alpha_2}, \qquad (2.20)$$

где
$$X = X_0 \cdot \frac{K^{\alpha_1}}{K_0^{\alpha_1}} \cdot \frac{L^{\alpha_2}}{L_0^{\alpha_2}} = \frac{X_0}{K_0^{\alpha_1} \cdot L_0^{\alpha_2}} K^{\alpha_1} \cdot L^{\alpha_2} \qquad (2.21)$$

или
$$X = A \cdot K^{\alpha_1} \cdot L^{\alpha_2}, \qquad (2.22)$$

где
$$A = \frac{X_0}{K_0^{\alpha_1} \cdot L_0^{\alpha_2}} .$$

A – коэффициент, который соизмеряет ресурсы с выпуском.

Запишем формулу (2.20) в безразмерных величинах:

$$\tilde{X} = \frac{X}{X_0}; \quad \tilde{K} = \frac{K}{K_0}; \quad \tilde{L} = \frac{L}{L_0}; \tag{2.23}$$

$$\tilde{X} = \tilde{K}^{\alpha_1} \cdot \tilde{L}^{\alpha_2} .$$

Найдем эффективность экономики, т.е. отношение результатов к затратам.

1-й показатель (частный) – фондоотдача $\frac{\tilde{X}}{\tilde{K}} = g$

2-й частный показатель – производительность труда $\frac{\tilde{X}}{\tilde{L}} = b$.

Учитывая, что ПФ взята в мультипликативной форме, обобщенный показатель эффективности производства (т.к. данные показатели безразмерны) выразим также как среднегеометрическое значение:

$$E = (\gamma)^{\alpha} \cdot (\beta)^{1-\alpha} , \tag{2.24}$$

где $\alpha = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}$; $1 - \alpha = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$, т.е. относительные значения α_1 и α_2.

Формула (2.24) позволяет определить: во сколько раз увеличилось производство за счет повышения эффективности использования ресурсов.

При этом масштаб производства, т.е. средний размер использования ресурсов, вычисляется по формуле:

$$M = \tilde{K}^{\alpha} \cdot \tilde{L}^{1-\alpha}. \tag{2.25}$$

Фактически формула (2.25) повторяет формулу Кобба–Дугласа, но в относительных единицах, и показывает: во сколько раз возросло производство за счет увеличения объема используемых ресурсов. Следовательно, в целом относительный рост выпуска продукции равен:

$$E \cdot M = \left(\frac{\tilde{X}}{\tilde{K}}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{\tilde{X}}{\tilde{L}}\right)^{1-\alpha} \cdot \tilde{K}^{\alpha} \cdot \tilde{L}^{1-\alpha} = \tilde{X} . \tag{2.26}$$

Формулы (2.24)÷(2.26) – позволяют производить количественный анализ общего роста (убывания) выпуска продукции. При этом, если параметры ПФКД оценивались по временному ряду на промежутке $t_0 \div (t_0 + T_0)$, то экстраполяционные расчеты по такой ПФ рекомендуется проводить не более чем на $T_0/3$ лет вперед.

2.4. Учет нестационарности параметров производственной функции и явления мультиколлинеарности факторов

Параметры ПФКД объективно зависят от времени, т.е. они нестационарны. Одним из способов учета изменения параметров ПФ во времени является введение времени как самостоятельной переменной через показатель научно-технического прогресса (НТП) e^{pt}, где $p>0$, характеризует темп прироста выпуска продукции под влиянием НТП. Таким образом, получается динамическая ПФ вида:

$$X(t) = A \cdot e^{pt} \cdot K^{\alpha_1}(t) \cdot L^{\alpha_2}(t). \qquad (2.27)$$

Для определения параметров ПФКД, представленной в виде формулы (2.27), необходимо использовать подход, изложенный в 2.2., то есть произвести логарифмирование выражения (2.27):

$$\ln X(t) = \ln A + p \cdot t + \alpha_1 \cdot \ln K(t) + \alpha_2 \cdot \ln L(t) \quad . (2.28)$$

Затем, применив метод наименьших квадратов, найти параметры $\ln A$, p, α_1, α_2 по известным значениям $\ln X(t)$, t, $\ln K(t)$ и $\ln L(t)$.

Однако, как показывают исследования, величины $K(t)$ и $L(t)$ не являются экзогенно заданными независимыми величинами. В реально существующей экономической системе между этими величинами имеется довольно тесная взаимосвязь, определяемая различными причинами, в том числе и объемом производства. Данная стохастическая взаимосвязь между величинами $K(t)$ и $L(t)$ называется мультиколлинеарностью между факториальными переменными.

Мультиколлинеарность приводит к тому, что трудно разграничить влияние той или иной объясняющей переменной на результативный признак, в данном случае на $X(t)$. Это, в свою очередь, ведет к большим погрешностям при определении параметров производственной функции. Считается, что если коэффициенты парной корреляции между t, $\ln K(t)$ и $\ln L(t)$ равны 0,8 или близки к данному значению, то явлением мультиколлинеарности пренебречь нельзя и необходимо принимать специальные меры по устранению данного явления, вплоть до исключения одного из факторов из производственной функции.

Однако в случае с ПФКД решение вытекает из свойств самой функции, в частности из того обстоятельства, что основные параметры ПФКД (α_1; α_2) являются коэффициентами эластичности. Следовательно, для определения параметров α_1 и α_2 можно использовать то, что увеличение на 1% фактора $K(t)$ приведет к росту $X(t)$ на α_1%. С другой стороны увеличение на 1% фактора $L(t)$ вызовет рост $X(t)$ на

α_2%. Таким образом, при увеличении факторов на величины ΔK и ΔL, полное уравнение процентного роста для ΔK и ΔL, близких к пределу, будет иметь вид:

При исследованиях с применением ПФКД вида (2.27) обычно используются динамические ряды, и для этого случая процентное соот-

$$\frac{\Delta X}{X} = \alpha_1 \cdot \frac{\Delta K}{K} + \alpha_2 \cdot \frac{\Delta L}{L}. \qquad (2.29)$$

ношение можно записать таким образом:

$$B = \alpha_1 \cdot C + \alpha_2 \cdot D + p \qquad (2.30)$$

где

$$B = \frac{dX_t}{dt} \cdot \frac{1}{X_t}; \qquad C = \frac{dK_t}{dt} \cdot \frac{1}{K_t}; \qquad D = \frac{dL_t}{dt} \cdot \frac{1}{L_t}. \qquad (2.31)$$

В первом приближении можно задаться значением $\Delta t = 1$ году и найти значения B, C и D для различных моментов времени t. Затем, используя метод наименьших квадратов, определить величины α_1, α_2 и p**.** Таким образом, может быть решена проблема мультиколлинеарности, но и в этом случае желательно принимать меры по устранению необоснованных колебаний величин B, C и D во времени, в частности путем их сглаживания. Однако, если на изменение результирующего признака X(t) на исследуемом промежутке времени оказали существенное влияние не включенные в ПФКД факторы, то проблема точности определения параметров ПФКД остается, и ее решение требует других подходов.

Контрольные задания для освоения темы

1. В качестве изучаемой системы берется экономика условного объекта. Входными показателями объекта считаются:

- К (t_i) – величина основных производственных фондов (млрд. руб.).
- L (t_i) – величина используемых трудовых ресурсов (число занятых в производстве, тыс. чел.).

В качестве выходного показателя принимается X (t_i) – величина выпуска продукции (млрд. руб.).

Варианты заданий приведены в <u>таблицах **1, 2, 3**</u> Приложения 1.

2. В качестве математической модели изучаемого объекта принимается производственная функция Кобба–Дугласа вида:

$$X(t_i) = A \cdot K(t_i)^{\alpha_1} \cdot L(t_i)^{\alpha_2} \qquad (2.32)$$

3. Необходимо определить параметры уравнения (2.32): А, α_1, α_2. Для этой цели:

а) произвести логарифмирование уравнения (2.32):

$$\ln X(t_i) = \ln A + \alpha_1 \cdot \ln K(t_i) + \alpha_2 \cdot \ln L(t_i)\ ; \qquad (2.33)$$

б) используя стандартную функцию «ln» табличного редактора Excel, найти значения величин $\ln X(t_i)$, $\ln K(t_i)$, $\ln L(t_i)$; исходные данные и результаты вычислений представить в табличном виде;

в) определить диапазон изменения входных показателей $\ln K(t_i)$ и $\ln L(t_i)$, используя стандартные функции ТР Excel МИН, МАКС;

г) вычислить параметры $\ln A$, α_1, α_2, используя из стандартного набора подпрограмм ТР Excel, программы «АНАЛИЗ ДАННЫХ – РЕГРЕССИЯ» или «ЛИНЕЙН»;

д) вычислить величину коэффициента нейтрального технического прогресса А, используя стандартную функцию «EXP» ТР Excel;

е) привести вид полученного уравнения регрессии, статистические характеристики: R^2, $F_{расч.}$, df (число степеней свободы), достоверность уравнения регрессии, достоверности найденных коэффициентов уравнения регрессии; $F_{пред.}$(из таблиц);

ж) дать обоснованные выводы из полученных статистических оценок.

4. Записать найденную производственную функцию Кобба–Дугласа и построить графики производственной функции:

- $X = f(K)$ при $L=L_{max}=const$;
- $X = f(L)$ при $K=K_{max}=const$.

Значения К и L принять в пределах от 0 до максимального значения К и L в выбранном варианте задания. Шаг вычислений определить по формулам: $\Delta K = \frac{K_{max}}{20}$; $\Delta L = \frac{L_{max}}{20}$. Для построения графиков использовать «Мастер диаграмм» ТР Excel.

5. Вычислить, используя ТР Excel:

а) предельные эффективности факторов:

$$\beta(t_i) = \frac{\alpha_1 \cdot X(t_i)}{K(t_i)}\ , \qquad (2.34)$$

$$\gamma(t_i) = \frac{\alpha_2 \cdot X(t_i)}{L(t_i)}\ ; \qquad (2.35)$$

б) средние фондоотдачи и производительности труда для каждого года:

$$f(t_i) = \frac{X(t_i)}{K(t_i)}\ , \qquad (2.36)$$

$$p(t_i) = \frac{X(t_i)}{L(t_i)} \qquad (2.37)$$

6. Построить графики (диаграммы) изменения $[X(t_i); K(t_i); L(t_i)]$; $[\ln X(t_i); \ln K(t_i); \ln L(t_i)]$; $[\beta(t_i); \gamma(t_i); f(t_i); p(t_i)]$. Дать экономический ана-

лиз изменения величин и охарактеризовать влияние динамики изменения входных и выходных показателей на точность нахождения параметров математической модели.

7. Определить эластичности валового выпуска по основным производственным фондам (α_1) и по труду (α_2). Для этих целей рассчитать $X'(t_{15})$ для $K(t_{15})$ и $L(t_{15})$, увеличить $K(t_{15})$ на 1% и рассчитать $X'(t)$, определить процент роста по сравнению с $X'(t_{15})$, сравнить его с α_1. Аналогичную операцию произвести с $L(t_{15})$. Вычисления произвести, используя ТР Excel. Увеличить $K(t_{15})$ на 1% и $L(t_{15})$ на 1%. Определить валовой выпуск. Определить его рост по сравнению $X'(t_{15})$ в процентах. Сравнить с $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$.

8. Определить, какой имеет место рост валового выпуска: трудосберегающий или фондосберегающий (экстенсивный) рост, экономика имеет растущий (эффективный) или не эффективный характер. Дать экономическое обоснование сделанным выводам.

9. Рассчитать координаты и построить изокванту, линию равного уровня, $X(L,K)=const$ для $X(t_{15})$. Для нахождения координат изокванты в плоскости K, L использовать формулу:

$$K = e^{\frac{\ln X_0 - \ln A - \alpha_2 \cdot \ln L}{\alpha_1}} . \qquad (2.38)$$

Для нахождения зависимости $K=f(L)$ при $X(t)=const$ использовать стандартные функции ТР Excel. При вычислениях учитывать необходимость выдерживать условие $\ln K(L)>0$. Привести объяснение назначения изокванты.

10. Определить норму замещения труда производственными фондами:

$$Sk(t_i) = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot \frac{K(t_i)}{L(t_i)} = \kappa \cdot \frac{K(t_i)}{L(t_i)} . \qquad (2.39)$$

Привести экономическое объяснение возможности замещения труда фондами.

11. Вычислить значение величины:

$$\frac{X(t_1)}{K(t_1)^{\alpha_1} \cdot L(t_1)^{\alpha_2}} . \qquad (2.40)$$

Сравнить его с величиной A. Дать экономическое объяснение данного коэффициента. Для вычисления использовать ТР Excel.

12. Определить в относительных единицах за исследуемый период:

а) рост выпуска $\tilde{X} = \frac{X(t_{15})}{X(t_1)}$; (2.41) б) рост фондов $$\tilde{K} = \frac{K(t_{15})}{K(t_1)};$$ (2.42)

в) рост численности занятых $$\tilde{L} = \frac{L(t_{15})}{L(t_1)}.$$ (2.43)

13. Определить относительную эластичность:

- по фондам $$\alpha = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2};$$ (2.44)

- по труду $$\beta = 1 - \alpha.$$ (2.45)

14. Определить частные эффективности ресурсов:

- по фондам $$E_k = \frac{\tilde{X}}{\tilde{K}};$$ (2.46)

- по труду $$E_L = \frac{\tilde{X}}{\tilde{L}}.$$ (2.47)

15. Найти обобщенный показатель эффективности как среднее геометрическое частных эффективностей факторов:

$$E = E_k^{\alpha} \cdot E_L^{\beta}.$$ (2.48)

16. Найти рост масштаба производства как среднего геометрического темпа роста ресурсов:

$$M = \tilde{K}^{\alpha} \cdot \tilde{L}^{\beta}.$$ (2.49)

17. Определить величину:

$$\tilde{X} = E \cdot M$$ (2.50)

Сравнить со значением $\tilde{X}$, полученным при выполнении п.12. Сделать выводы по полученным значениям E и M.

18. Используя исходные данные из <u>таблиц **1, 2, 4**</u> Приложения 1, согласно выбранному варианту, рассчитать параметры динамической ПФ Кобба–Дугласа. В качестве ПФ принять выражение (2.27), а для определения с помощью метода наименьших квадратов параметров p, A, α_1, α_2 использовать уравнение (2.28). Вычисления осуществить аналогично п. 3.

19. Оформить результаты вычислений в виде отчета, в котором отразить общую постановку задачи, алгоритмы вычислений показателей, экономический анализ полученных результатов и общие выводы по работе.

ГЛАВА III
СТАТИЧЕСКАЯ И ДИНАМИЧЕСКАЯ МЕЖОТРАСЛЕВЫЕ БАЛАНСОВЫЕ МОДЕЛИ

3.1. Межотраслевая модель «затраты – выпуск» (статическая модель Леонтьева)

Производственную систему экономики можно представить в виде совокупности составляющих ее отраслей. Взаимосвязь между данными отраслями может быть представлена в модели «затраты – выпуск»» в двух аспектах:

- с одной стороны, можно анализировать, как продукция одной отрасли составляется из продукции производства различных других отраслей, а также живого труда, овеществленного в продуктах;
- с другой стороны, продукция единой отрасли распределяется в двух направлениях: часть продукции делится между другими отраслями, составляя их затраты, часть потребляется внутри самой отрасли и другая часть идет на конечное внепроизводственное потребление.

Данные положения наиболее просто отражаются в схеме межотраслевого баланса. Рассмотрим принципиальную межотраслевую балансовую схему производства и распределения совокупного общественного продукта в стоимостном выражении (таблица 3.1.).

В первом квадранте баланса показаны величины межотраслевых потоков продукции x_{ij}, где i – номера производящих, а j – номера потребляющих отраслей. Например, величина x_{23} указывает, сколько продукции, произведенной во второй отрасли, потребила в качестве материальных затрат третья отрасль.

Во втором квадранте приведены объемы конечной продукции отраслей материального производства, идущих на личное и общественное потребление, на накопление, экспорт и т.д. Таким образом в данном квадранте показан объем продукции, вышедший из сферы производства в сферу конечного использования.

Третий квадрант показывает по отраслям сумму чистой продукции и амортизации. При этом под суммой чистой продукции понимается сумма оплаты труда и чистого дохода. Сумма амортизации и чистой продукции отрасли называется условно чистой продукцией отрасли, в дальнейшем обозначим ее буквой Z_j.

Содержание четвертого квадранта, отражающего конечное распределение и использование национального дохода, в рамках данной работы не рассматривается.

Таблица 3.1

Принципиальная схема статического межотраслевого баланса

Производящие отрасли	**Потребляющие отрасли**					**Конечный продукт**	**Валовой продукт**
	1	2	3	...	n		
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	…	x_{1n}	Y_1	X_1
2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	…	x_{2n}	Y_2	X_2
3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	…	x_{3n}	Y_3	X_3
...	…	…	…	**I**	…	**II**	...
n	x_{n1}	x_{n2}	x_{n3}	...	x_{nn}	Y_n	X_n
Амортизация	c_1	c_2	c_3	...	c_n		
Оплата труда	v_1	v_2	v_3	**III**	v_n	**IV**	
Чистый доход	m_1	m_2	m_3	...	m_n		
Валовой продукт	X_1	X_2	X_3	...	X_n		

Анализ баланса по столбцам показывает, что сумма материальных затрат любой потребляющей отрасли и ее условно чистой продукции равна валовой продукции этой отрасли:

$$X_j = \sum_{i=1}^{n} x_{ij} + Z_j; \qquad j = 1,2,3...n \tag{3.1}$$

При этом величина условно чистой продукции равна:

$$\mathbf{Z_j = c_j + v_j + m_j} \tag{3.2}$$

Рассматривая схему межотраслевого баланса по строкам для каждой производящей отрасли, можно установить, что валовая продукция каждой отрасли равна сумме материальных затрат потребляющих ее продукцию отраслей и конечной продукции данной отрасли:

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + Y_i; \qquad i = 1,2,3...n \quad . \tag{3.3}$$

Просуммировав уравнения (3.1) и (3.3) по отраслям, получим:

$$\sum_{j=1}^{n} X_j = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} x_{ij} + \sum_{j=1}^{n} Z_j; \tag{3. 4}$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + \sum_{i=1}^{n} Yi\,. \tag{3.5}$$

Левые части уравнений (3.4) и (3.5) равны между собой, так как представляют собой всю валовую продукцию отраслей. Первые слагаемые правых частей этих уравнений также равны друг другу – это суммы внутрипроизводственного потребления. Следовательно, справедливо следующее соотношение:

$$\sum_{j=1}^{n} Z_j = \sum_{i=1}^{n} Y_i . \qquad (3.6)$$

Предполагая, что доля потребления продукции каждой отраслью из других отраслей постоянна, можно записать, что производственное потребление i-ой продукции всеми отраслями равно:

$$Q_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \qquad \text{при } i = 1 \div n; \qquad (3.7)$$

где X_j – общий выпуск продукции каждой отрасли;

a_{ij} – коэффициент потребления x_i продукции для производства x_j продукции.

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j} . \qquad (3.8)$$

В таком случае выпуск i продукции для потребления будет равна выражению:

$$X_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j . \qquad (3.9)$$

Приравняв выпуск каждой i продукции для потребления и конечный спрос, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} X_1 - \sum_{j=1}^{n} a_{1j} X_j = Y_1 \\ X_2 - \sum_{j=1}^{n} a_{2j} X_j = Y_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ X_n - \sum_{j=1}^{n} a_{nj} X_j = Y_n \end{cases} . \qquad (3.10)$$

Данная система из n уравнений составляет статическую модель Леонтьева. В модели сделаны некоторые допущения:

а) в экономической системе производятся, продаются, покупаются, потребляются, инвестируются n видов продукции;

б) каждая отрасль является «чистой», т.е. производит только один вид продукции; разные отрасли производят разную продукцию;

в) при производственном процессе отрасли преобразуют некоторые типы продукции в другой тип, причем соотношение затраченной и выпускаемой отраслью продукции предполагается постоянным;

г) конечный спрос Y_i состоит из конечного потребления, экспорта и инвестиций.

В самой модели величины Y_i считаются заданными, поэтому при известных Y_i и a_{ij} из n линейных уравнений модели Леонтьева можно определить n отраслевых выпусков X_i.

Таким образом, сущность данного метода состоит в определении валового выпуска отраслей по заданному конечному спросу на основе данных о технологических возможностях, воплощенных в расходных коэффициентах a_{ij} .

По этим же уравнениям может быть решена обратная задача, по заданным валовым выпускам определяют возможные объемы конечного спроса Y_i на каждый вид продукции. В принципе, конечный спрос можно представить как внутрипроизводственное потребление (n + 1) отрасли, тогда уравнение будет иметь вид:

$$X_n - \sum_{j=1}^{n+1} a_{ij} X_j = 0 \quad . \tag{3.11}$$

Величины X_i и Y_i могут быть представлены в натуральных и стоимостных единицах измерения, в соответствии с этим различают натуральный или стоимостной межотраслевые балансы.

При этом необходимо иметь в виду, что из экономических соображений:

1) для производства продукции стоимостью 1 рубль отрасль может «купить» у других отраслей затраты не более, чем на 1 руб., следовательно, $0 \le a_{ij} < 1$;

2) для производства продукции на 1 рубль нельзя «купить» у всех отраслей затраты больше 1 руб., т.е. $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} < 1$;

3) отрасль не может дать другим отраслям продукции больше, чем она производит;

4) условно чистая продукция, конечный спрос и валовой выпуск являются положительными числами: $Z_j \ge 0$, $Y_i \ge 0$, $X_i \ge 0$.

Таким образом, система $X_i - \sum_{j=1}^{n} a_{nj} X_j = Y_i$ называется работоспособной, или продуктивной, если она разрешима в неотрицательных $X_i > 0$, при $i = 1 \div n$. При этом разность между валовым выпуском отрасли и ее выпуском, идущим на внутрипроизводственное потребление всех отраслей, равна конечному спросу.

Учитывая все вышеизложенное, из статистических данных можно определить для заданного момента времени t или периода времени коэффициенты a_{ij} и, задаваясь конечным спросом, можно определить объемы выпуска по отдельным отраслям из системы алгебраических уравнений. Данную систему уравнений можно использовать для экономического планирования, так, например, если растет спрос на продукцию каких-либо отраслей, то можно рассчитать рост производства в целом, включая смежные отрасли, либо, задаваясь прогнозируемым конечным спросом, можно прогнозировать объемы валового выпуска по отраслям.

Из системы уравнений (3.10) можно вывести следующую систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} (1-a_{11})X_1 - a_{12}X_2 - \ldots - a_{1n}X_n = Y_1 \\ -a_{21}X_1 + (1-a_{22})X_2 \ldots - a_{1n}X_n = Y_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ -a_{n1}X_1 - a_{n2}X_2 - \ldots + (1-a_{nn})X_n = Y_n \end{cases} \qquad (3.12)$$

Фактически система (3.12) – главная цель всех измерений, относящихся к балансовым связям отраслей. Если из статистических данных вычислить по отношению (3.8) технические коэффициенты a_{ij} и, если установить «план» или «прогноз» величин Y_i для конечной продукции, то можно решить систему уравнений (3.12) относительно величин X_i.

Остановимся теперь коротко на технических аспектах этой системы уравнений.

Первое, что следует здесь отметить, – это изменение коэффициентов матрицы в новой системе уравнений. Новая матрица коэффициентов представляет собой результат вычитания старой матрицы из матрицы единичной, у которой все элементы равны нулю, за исключением элементов главной диагонали, равных единице. Новая матрица имеет следующую форму:

$$(E\text{-}A) = \begin{pmatrix} (1-a_{11}) - a_{12} - \ldots - a_{1n} \\ -a_{21} + (1-a_{22}) - \ldots - a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ -a_{n1} - a_{n2} - \ldots + (1-a_{nn}) \end{pmatrix}, \qquad (3.13)$$

где E – единичная матрица.

Величины на главной диагонали матрицы (3.13) должны быть во всяком случае положительными, ибо ясно, что ни одна из отраслей не может потреблять из собственной продукции больше, чем она производит.

Система уравнений (3.12) может служить исходным пунктом для расчетов, связанных с экономическими предвидениями. Расчеты такого типа необходимы в тех случаях, когда предусматривается изменение конечного потребления (рост или уменьшение) в той доле, которую считают детерминированной. Так, предположим, что растет спрос на продукцию тех или иных или даже всех отраслей производства. В этом случае должно возрасти и производство в целом. В результате роста конечного спроса объемы производства могут быть определены при помощи системы уравнений (3.12), в которой коэффициенты a_{ij} известны, конечное потребление Y_I также известно, но неизвестна общая продукция X_i .

Для того чтобы понять значение такого рода вычислений, необходимо знать, что рост конечного потребления влечет за собой возрастание всей продукции, которое слагается из двух элементов. Их можно назвать *прямым* и *косвенным ростом* продукции.

Прямой рост продукции определяется непосредственно ростом спроса. Так, рост спроса на сталь влечет за собой рост в определенных пропорциях продукции угля, чугуна, электроэнергии и т.д. Но для обеспечения этого роста продукции угля, чугуна, электроэнергии и т.д. необходима дополнительная продукция стали, угля, чугуна и т.д. Таким образом, рост спроса на сталь определит как прямой рост продукции стали, так и ее косвенный рост, и этот процесс теоретически представляет собой бесконечную цепь постоянно уменьшающихся величин.

Используя систему уравнений Леонтьева, можно найти общее внутрипроизводственное потребление: $Q = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j$. (3.14)

Общий конечный спрос: $W = \sum_{i=1}^{n} Y_i$. (3.15)

Общий валовой выпуск: $V = \sum_{i=1}^{n} X_i$. (3.16)

Общий объем условно чистой продукции: $P = \sum_{j=1}^{n} Z_j$. (3.17)

К недостаткам данной модели необходимо отнести:

1) новые капитальные вложения на оборудование не выделяются, и любое расширение производства осуществляется за счет существующих мощностей;

2) осуществляются новые капитальные вложения, но они представляют собой элементы конечного потребления;

3) технические коэффициенты затрат постоянны и не изменяются с расширением производства, т.е. не являются ни функцией объема производства, ни функцией времени.

3.2. Динамическая межотраслевая балансовая модель

В данной модели рассматривается экономика, имеющая в своем составе n отраслей, производящая и потребляющая n типов продуктов.

Рассмотренная в разделе 3.1. балансовая модель является статической, т.е. такой, в которой все зависимости отнесены к одному моменту времени. Такая модель может разрабатываться лишь для отдельно взятых периодов, причем в рамках данных моделей не устанавливается связь между предыдущими и последующими периодами, т.е. динамика экономических показателей представлена в виде набора независимо рассчитанных моделей. Это сужает возможность анализа, т.к. в данных моделях не анализируются распределение, использование и производственная эффективность капитальных вложений, поскольку капитальные вложения вынесены из сферы производства в сферу конечного использования, т.е. в конечный продукт. В отличие от статических, динамические модели должны отразить не состояние, а процесс развития экономики. В них должна быть установлена связь между предыдущим и последующими этапами развития, тем самым анализ на основе математической модели можно приблизить к реальным условиям развития экономической системы. В основе построения модели в виде динамической системы уравнений лежит математическая зависимость между величиной капитальных вложений и выпуском (приростом) продукции. Решение системы, как и в статической модели, приводит к определению уровней производства, но в динамической модели эти уровни зависят от объемов производства, предшествующих текущему периоду.

Рассмотрим схему динамического межотраслевого баланса.

Модель содержит две матрицы межотраслевых потоков:

1) матрица текущих производственных затрат с элементами x_{ij}, которая совпадает с матрицей статического баланса;

2) элементы второй матрицы $\Delta Ф_{ij}$ показывают, какое количество продукции i отрасли направлено в текущем периоде в j отрасль в качестве производственных капитальных вложений в ее основные фонды.

Материально это выражается в приросте в потребляющих отраслях производственного оборудования, сооружений, производственных площадей, транспортных средств и т.д. В статическом балансе потоки капитальных вложений не дифференцируются по отраслям потребителя и отражаются общей величиной в составе конечной продукции Y_i в каждой i отрасли. В динамической схеме конечный продукт Y'_i включает продукцию i отрасли, идущую в личное и общественное потребление, накопление непроизводственной сферы, прирост оборотных фондов, незавершенное строительство и экспорт. Таким образом, сумма потоков капитальных вложений и конечного продукта динамической модели равна конечному продукту статического баланса, поэтому уравнение распределения продукции в динамическом балансе будет выглядеть:

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + \sum_{j=1}^{n} \Delta\Phi_{ij} + Y'_i \qquad (3.18)$$

Таблица 3.2

Принципиальная схема динамического межотраслевого баланса

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли										Конечный продукт (Y')	Валовой продукт (X)
	Межотраслевые потоки текущих затрат					Межотраслевые потоки капитальных вложений						
	11	22	33	...		1	2	3	...	n		
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	…	x_{1n}	$\Delta\Phi_{11}$	$\Delta\Phi_{12}$	$\Delta\Phi_{13}$	…	$\Delta\Phi_{1n}$	Y'_1	X_1
2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	…	x_{2n}	$\Delta\Phi_{21}$	$\Delta\Phi_{22}$	$\Delta\Phi_{23}$	…	$\Delta\Phi_{2n}$	Y'_2	X_2
3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	…	x_{3n}	$\Delta\Phi_{31}$	$\Delta\Phi_{32}$	$\Delta\Phi_{33}$	…	$\Delta\Phi_{3n}$	Y'_3	X_3
…	…	…	…	...	…	…	...	…	…	…	…	...
n	x_{n1}	x_{n2}	x_{n3}	...	x_{nn}	$\Delta\Phi_{n1}$	$\Delta\Phi_{n2}$	$\Delta\Phi_{n3}$	…	$\Delta\Phi_{nn}$	$Y'n$	Xn
Амортизация	c_1	c_2	c_3	...	c_n							
Оплата труда	v_1	v_2	v_3		v_n							
Чистый доход	m_1	m_2	m_3	...	m_n							
Валовой продукт	X_1	X_2	X_3	...	X_n							

Межотраслевые потоки текущих затрат можно выразить, как и в статической модели, через валовую продукцию отраслей с помощью коэффициентов прямых материальных затрат: $x_{ij} = a_{ij} X_j$.

В отличии от потоков текущих затрат, межотраслевые потоки капитальных вложений связаны не со всей величиной выпуска продукции, а обусловливают прирост продукции. В данной модели предполагается, что прирост продукции текущего периода обусловлен капитальными вложениями, произведенными в этом же периоде, т.е. не учитывается инвестиционный лаг.

Если текущий период обозначить t, то прирост продукции ΔX_j равен разности абсолютных уровней производства в период t и предшествующий период:

$$\Delta X_j = X_j^{(t)} - X_j^{(t-1)} \qquad (3.19)$$

Полагая, что прирост продукции пропорционален приросту производственных фондов, можно записать:

$$\Delta Ф_{ij} = \varphi_{ij} \Delta X_j. \qquad (3.20)$$

При этом фондоемкость (полная, средняя) равна:

$$f_i = \frac{Ф_i}{X_i} \ . \qquad (3.21)$$

Приростная фондоемкость, или коэффициент вложений, равен:

$$\varphi_{ij} = \frac{\Delta Ф_{ij}}{\Delta X_j} \ . \qquad (3.22)$$

Коэффициент φ_{ij} показывает, какое количество продукции i отрасли должно быть вложено в j отрасль для увеличения производственной мощности j отрасли на одну единицу продукции (для увеличения количества продукции на единицу надо увеличить количество энергии (φ_1), станков (φ_2), тепла (φ_3) и т.д.).

Предполагается, что производственные мощности используются полностью, и прирост продукции равен приросту мощности. Обратный показатель фондоемкости – это фондоотдача.

С помощью коэффициентов прямых материальных затрат a_{ij} и коэффициентов приростной фондоемкости модель можно записать в виде:

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j + \sum_{j=1}^{n} \varphi_{ij} \Delta X_j + Y'_i \ , \qquad (3.23)$$

при $i = 1 \div n$.

Данная система уравнений представляет собой систему линейных разностных уравнений n порядка, ее можно привести к обычной системе линейных уравнений, если учесть, что все объемы валовой и конечной продукции относятся к некоторому периоду времени t:

$$X_i^{(t)} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j^{(t)} + \sum_{j=1}^{n} \varphi_{ij} (X_j^{(t)} - X_j^{(t-1)}) + Y_i^{/(t)} \ , \qquad (3.24)$$

или в следующем виде:

$$X_i^{(t)} = \sum_{j=1}^{n} (a_{ij} + \varphi_{ij}) X_j^{(t)} - \sum_{j=1}^{n} \varphi_{ij} X_j^{(t-1)} + Y_i^{/(t)} \ . \qquad (3.25)$$

Если известны уровни валовой продукции всех отраслей в предыдущем периоде $X_j^{(t-1)}$ и конечный продукт в текущем периоде $Y_i^{/(t)}$, то получаем систему из n линейных уравнений с n неизвестными уровнями производства периода t.

Таким образом, решение динамической системы линейных уравнений позволяет определить выпуск продукции в последующем периоде в зависимости от уровня, достигнутого в предыдущем периоде. Для непрерывного времени получим систему линейных дифференциальных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами первого порядка:

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j + \sum_{j=1}^{n} \varphi_{ij} \frac{\partial X_j}{\partial t} + Y_i^{/} . \qquad (3.26)$$

Для ее решения помимо матриц коэффициентов прямых материальных текущих затрат и коэффициентов капитальных затрат (приростной фондоемкости) необходимо знать уровни валового выпуска в начальный момент времени t_0 и закон изменения величины конечного продукта, т.е. $Y_i^{/}(t)$.

На основе этих данных путем решения системы уравнений можно найти уровни валового выпуска теоретически для любого момента времени. Практически же, более или менее достоверные значения валовых и конечных выпусков, как функции времени, могут быть получены лишь для относительно небольших промежутков времени. Это вызвано тем, что модель отражает только общие свойства. С течением времени отличие принятых коэффициентов от фактических будет возрастать и точность модели будет снижаться.

В динамичной модели особую роль играют коэффициенты приростной фондоемкости, образующие квадратную матрицу, каждый столбец которой характеризует для соответствующей j отрасли величину и структуру фондов, необходимых для увеличения на одну единицу ее производственной мощности, т.е. выпуска продукции. Данная матрица имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \cdots & \varphi_{1n} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \cdots & \varphi_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \varphi_{n1} & \varphi_{n2} & \cdots & \varphi_{nn} \end{pmatrix} \qquad (3.27)$$

Эта матрица используется для экономического анализа и планирования капитальных вложений. Коэффициенты приростной фондоемкости связаны с валовыми коэффициентами прямой фондоемкости продукции, которые показывают: сколько всего фондов данного вида приходится на 1 ед. валового выпуска продукции. Если бы технический прогресс в отрасли производства отсутствовал, то на одну единицу прироста продукции потребовалось бы столько же новых фондов, сколько уже занято на одну единицу выпускаемой продукции, т.е. коэффициенты приростной фондоемкости и валовой прямой фондоемкости были бы равны между собой. Так как новые капитальные вложения производятся на новом более высоком техническом уровне по сравнению с объемом и структурой действующих фондов, то на практике коэффициенты приростной фондоемкости и коэффициенты прямой фондоемкости различаются по величине. Однако между этими двумя группами коэффициентов существует вполне определенная связь, и это используется при разработке динамических моделей, особенно в связи с тем, что достоверные данные о фондоемкости продукции получить легче, чем непосредственно рассчитать коэффициенты вложений.

Кроме коэффициентов прямой фондоемкости коэффициенты вложений связаны с другими показателями, например с соответствующими коэффициентами текущих затрат, отражающими износ основных фондов и равными амортизации, приходящейся на единицу продукции.

В рассмотренной динамической модели межотраслевого баланса предполагается, что прирост продукции текущего периода обусловлен капиталовложениями, произведенными в этом же периоде. Для сравнительно коротких периодов это предположение может оказаться нереальным, т.к. существуют известные, иногда довольно значительные, отставания во времени (так называемые временные лаги) между вложением средств в производственные фонды и приростом выпуска продукции. Модели, так или иначе учитывающие лаг капитальных вложений, образуют особую группу динамических моделей межотраслевого баланса. Из теоретических моделей данного типа выделяется линейная динамическая межотраслевая модель Леонтьева, в которой капитальные вложения представлены в виде так называемого инвестиционного блока в форме Леонтьева.

Контрольные задания для освоения темы

Межотраслевая модель «затраты – выпуск» (статическая модель Леонтьева)

1. Для заданной матрицы A технических коэффициентов (a_{ij}), приведенных в вариантах заданий по данной теме (см. Приложение 2), и заданного конечного спроса Y,

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} a_{12} \ldots a_{1n} \\ a_{21} a_{22} \ldots a_{2n} \\ - - - - - - - - \\ a_{n1} a_{n2} \ldots a_{nn} \end{pmatrix}, \qquad (3.28)$$

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \end{pmatrix}$$

(3.29)

необходимо определить валовой выпуск отраслей

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix} \qquad (3.30)$$

Перед определением X_i необходимо проверить выполнение условий:

$$0 < a_{ij} < 1 \qquad (3.31)$$

и

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} < 1 \qquad (3.32)$$

для i=1,2....n.

Дать экономическое объяснение необходимости выполнения условий (3.31), (3.32).

Определение значений X_i произвести, используя в ТР «Excel» стандартную программу «ЛИНЕЙН», положив значение параметра b=0 и отменив оценку достоверности. Предварительно исходную систему уравнений (3.10) необходимо представить в следующем виде:

$$\begin{cases} (1 - a_{11})X_1 - a_{12}X_2 - \cdots - a_{1n}X_n = Y_1 \\ - a_{21}X_1 + (1 - a_{22})X_2 - \cdots - a_{2n}X_n = Y_2 \\ ----------------------- \\ ----------------------- \\ ----------------------- \\ - a_{n1}X_1 - a_{n2}X_2 - \cdots + (1 - a_{nn})X_n = Y_n \end{cases} . \qquad (3.33)$$

2. Определить затраты каждой отрасли на потребление продукции из других отраслей:

$$\begin{cases} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + ... + a_{1n}X_n & \left| \sum_{j=1}^{n} a_{1j}X_j \right. \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + ... + a_{2n}X_n & \left| \sum_{j=1}^{n} a_{2j}X_j \right. \\ --------------- & \end{cases}$$

(3.34)

$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{i1}X_1; \sum_{i=1}^{n} a_{i2}X_2; \ldots \sum_{i=1}^{n} a_{in}X_n$$

3. Увеличив конечный спрос **только первой отрасли** Y_1 на 50%, определить необходимый рост в процентах валовых выпусков отраслей, входящих в исследуемую экономическую систему. Дать экономическую интерпретацию полученным результатам. Для расчетов использовать табличный редактор Excel.

4. Определить в исследуемой экономической системе:

- общий объем внутрипроизводственного потребления

$$Q = \sum_{i=1}^{n} \cdot \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \;; \qquad (3.35)$$

- общий конечный спрос $W = \sum_{j=1}^{n} Y_j$; (3.36)

- общий валовой выпуск $V = \sum_{j=1}^{n} X_j$; (3.37)

- общий объем условно чистой продукции: $P = \sum_{j=1}^{n} Z_j$, (3.38)

где

$$Z_j = X_j - \sum_{i=1}^{n} a_{ij} X_j \;. \qquad (3.39)$$

5. Найти эффективности работы отраслей и системы в целом по конечным спросам и условно чистой продукции:

$$\begin{cases} Э_i = \dfrac{Y_i}{X_i} \cdot 100 \;; \\ Чj = \dfrac{Z_j}{X_j} \cdot 100 \;; \\ Ч_{\Sigma} = \dfrac{P}{V} \cdot 100 \;; \\ Э_{\Sigma} = \dfrac{W}{V} \cdot 100 \end{cases} \qquad (3.40)$$

6. По заданным согласно заданию валовым выпускам:

$$X' = \begin{pmatrix} X'_1 \\ X'_2 \\ \ldots \end{pmatrix}$$

$$(3.41)$$

найти объемы конечного спроса:

$$Y' = \begin{pmatrix} Y'_1 \\ Y'_2 \\ \vdots \\ Y'_n \end{pmatrix}. \qquad (3.42)$$

7. Для расчетов использовать табличный редактор «Excel». Все расчеты представить в табличном виде. Дать экономическую интерпретацию полученным результатам, в том числе корректность измененных объемов валового выпуска.

8. Оформить результаты вычислений в виде отчета, в котором отразить общую постановку задачи, алгоритмы вычислений показателей, экономический анализ полученных результатов и общие выводы по работе.

Динамическая межотраслевая балансовая модель

Выполнение задания производится в соответствии с приведенными ниже этапами, используя табличный редактор Excel:

1 этап – создать матрицу технологических коэффициентов a_{ij} с суммой по столбцам и строкам не более 0,6, взяв за основу заданный вариант по теме: «статическая модель Леонтьева».

2 этап – создать матрицу приростной фондоемкости по принципу:

$$\varphi_{ij} = 0{,}5*a_{ij}. \qquad (3.43)$$

3 этап – на основе двух полученных матриц создать матрицу из элементов вида:

$$g_{ij}=a_{ij}+\varphi_{ij}. \qquad (3.44)$$

Вычислить суммы элементов по строкам и столбцам для проверки выполнения условия, что они не превышают единицы.

4 этап – на основе матрицы, состоящей из элементов a_{ij}, создать преобразованную матрицу вида (3.13).

5 этап – задаться законами изменения конечных продуктов $Y'_i(t)$, взяв за $Y'_i(t_0)$ значение из заданного варианта по теме: «статическая модель Леонтьева». Каждое последующее значение $Y'_i(t)$ взять на 40% больше предыдущего. Время взять в пределах 0,1,2,3,4.

6 этап – на основе преобразованной матрицы технологических коэффициентов, полученной при выполнении 4 этапа, и $Y'_i(t_0)$ рассчитать исходные валовые выпуски $X_i(t_0)$.

7 этап – рассчитать значения величин $Y_i^{'(t)}$ для t=1 по формуле:

$$Y_i^{''(t)} = Y_i^{/(t)} - \sum_{j=1}^{n} \varphi_{ij} X_j^{(t-1)} \quad . \qquad (3.45)$$

8 этап – на основе матрицы, состоящей из элементов g_{ij}, создать преобразованную матрицу вида (3.13).

9 этап – взяв результаты 7 и 8 этапов как исходные данные, определить валовые выпуски для первого года $X_i(t_1)$.

10 этап – рассчитать значения величин $Y_i^{'(t)}$ для t=2 по формуле (3.45).

11 этап – взяв результаты 8 и 10 этапов как исходные данные, определить валовые выпуски для второго года $X_i(t_2)$.

12 этап – рассчитать значения величин $Y_i^{'(t)}$ для t=3 по формуле (3.45).

13 этап – взяв результаты 8 и 12 этапов как исходные данные, определить валовые выпуски для третьего года $X_i(t_3)$.

14 этап – рассчитать значения величин $Y_i^{'(t)}$ для t=4 по формуле (3.45).

15 этап – взяв результаты 8 и 14 этапов как исходные данные, определить валовые выпуск и для четвертого года $X_i(t_4)$.

16 этап – построить отдельно графики функций: $Y^{/}_i(t)$; $X_i(t)$, а также графики функций $Y^{/}(t)$; $X(t)$ для каждой отрасли.

17 этап – оформить результаты вычислений в виде отчета, в котором отразить общую постановку задачи, алгоритмы вычислений показателей, экономический анализ полученных результатов. Дать общие выводы по работе.

ГЛАВА IV
МОДЕЛЬ ВЗАИМОСВЯЗИ ИНВЕСТИЦИЙ И ВВОДА ОСНОВНЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФОНДОВ В ОТРАСЛЯХ ЭКОНОМИКИ

4.1. Построение экономико-математической модели

В экономических исследованиях принято различать следующие типы инвестиций:

- финансовые (портфельные) инвестиции;
- инвестиции в нематериальные активы;
- реальные инвестиции.

Финансовые инвестиции – это денежные средства, вкладываемые в акции, облигации и другие ценные бумаги, выпущенные государством, муниципальными органами самоуправления, корпоративными компаниями и т.п.

Инвестиции в нематериальные активы – это вложения денежных средств для приобретения научно-технических разработок (имущественные права, лицензии на передачу прав промышленной собственности, ноу-хау и др.).

Реальные инвестиции в узком смысле – это вложения денежных средств в основной капитал и на прирост материально-производственных запасов. В этом смысле указанное понятие применяется в экономическом анализе и, в частности, используется в системе национальных счетов ООН. Реальные инвестиции часто называют также капитальными вложениями.

В Законе РФ «Об инвестиционной деятельности в Российской Федерации, осуществляемой в форме капитальных вложений» понятие «капитальные вложения» трактуется следующим образом: «… капитальные вложения – инвестиции в основной капитал (основные средства), в том числе затраты на новое строительство, расширение, реконструкцию и техническое перевооружение действующих предприятий, приобретение машин, оборудования, инструмента, инвентаря, проектно-изыскательные работы и другие затраты».

Если рассуждать с производственных позиций, то капитальные вложения – это затраты на:

а) строительно-монтажные работы при возведении зданий и сооружений;

б) приобретение, монтаж и наладку машин и оборудования;

в) проектно-изыскательные работы;

г) содержание дирекции строящегося предприятия;

д) подготовку и переподготовку кадров;

е) отвод земельных участков и переселение в связи со строительством и др.

Особенность капитальных вложений, воплощаемых в затратах на расширенное воспроизводство основных производственных фондов, состоит в длительном и глубоком воздействии их на экономику предприятий, отраслей и экономику всей страны. Под влиянием капитальных вложений происходят сдвиги в темпах и пропорциях развития, техническом уровне производства. Из текущего оборота отвлекаются огромные материальные, финансовые и трудовые ресурсы, экономическая отдача от которых, как правило, наступает с большим запаздыванием. Определение фактической величины этого запаздывания (инвестиционного лага) в национальной экономике страны и ее отраслях с целью учета запаздывания при планировании капитальных вложений и выработке мероприятий для сокращения периода времени, когда от осуществленных капитальных вложений нет отдачи, является важнейшей задачей экономической науки.

Осуществление капитальных вложений и получение эффекта от них разнесены во времени, и в разрезе отраслей экономики трудно выявить строго определенное соответствие во времени капитальных вложений и обусловленного ими эффекта. Такое соответствие можно найти при рассмотрении отдельно строящегося объекта, когда он вводится в строй полностью. В разрезе отраслей о таком соответствии можно говорить как о некоторой средней величине исследуемой статистической совокупности капитальных вложений и эффекта от них.

При этом инвестиционный лаг состоит из:

1. Строительного лага – времени, необходимого для превращения капитальных вложений в основные фонды. Величина строительного лага зависит от продолжительности строительства и распределения капитальных вложений по годам строительства.

2. Лага освоения – времени для достижения предусмотренного проектом уровня отдачи от введенных в действие основных фондов. Величина лага освоения зависит от темпов освоения вводимых производственных мощностей.

Рассмотрим возможность определения величины строительного лага. Для этой цели построим экономико-математическую модель, отражающую взаимосвязь во времени между приростом основных производственных фондов $\Delta K(t)$ и капитальными вложениями (инвестициями), вызвавшими этот прирост. В первом приближении можно считать, что $\Delta K(t)$, полученный за счет ввода новых фондов определяется величиной производственных капитальных вложений $I(t)$ за промежуток времени Δt, осуществленных τ лет назад, где τ – величина строительного лага:

$$\Delta K(t)=I(t-\tau)\cdot\Delta t \quad , \qquad (4.1)$$

где t – текущий момент времени.

Разделив обе части уравнения (4.1) на Δt и устремив Δt к нулю, перейдем от уравнения в конечных приращениях к дифференциальному уравнению

$$\frac{dK(t)}{dt} = I(t-\tau) \ . \qquad (4.2)$$

Анализ решения уравнения (4.2) показывает, что при непрерывном осуществлении постоянных по величине капитальных вложений стоимость основных фондов будет возрастать по линейному закону (без учета выбытия фондов), что согласуется с экономическим анализом подобного явления при условии равномерного ввода основных фондов.

4.2. Определение величины строительного лага

Величина строительного лага входит в дифференциальное уравнение (4.2) как неизвестный параметр. Для определения его среднего значения на исследуемом промежутке времени $t_0 \div (t_0 + T)$, при известных зависимостях $I(t)$, $K_1(t)$, используем следующий подход. Произведем интегрирование данного уравнения на интервале времени $t_0 \div (t_0 + T)$:

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \frac{dK(t)}{dt}dt = \int_{t_0}^{t_0+T} I(t-\tau)dt \ , \qquad (4.3)$$

где t_0 – начало исследуемого интервала времени.

После интегрирования получим:

$$K(t_0 + T) - K(t_0) = \int_{t_0}^{t_0+T} I(t-\tau)dt \ . \qquad (4.4)$$

Левая часть выражения (4.4) является изменением основных производственных фондов за счет ввода новых основных производственных фондов $K_в(t)$ за интервал $t_0 \div (t_0+T)$ и может быть найдена как интегральная сумма ежегодно вводимых основных производственных фондов:

$$K(t_0 + T) - K(t_0) = \int_{t_0}^{t_0+T} K_в(t)dt \ . \qquad (4.5)$$

Из (4.4) и (4.5) следует:

$$\int_{t_0}^{t_0+T} K_в(t)dt = \int_{t_0}^{t_0+T} I(t-\tau)dt \ . \qquad (4.6)$$

Таким образом, формула (4.1) позволяет производить поиск значения строительного лага путем сопоставления, при $\Delta t = 1$ году ежегодных капитальных вложений с ежегодным вводом в действие основных фондов. В тоже время, как формула (4.6) при переходе к конечным приращениям дает возможность искать значения строительного лага путем сопоставления за интервал времени суммированных капитальных вложений с суммированной величиной введенных основных производственных фондов.

Обычно освоенные за ряд лет капитальные вложения в некоторый момент времени превращаются в основные производственные фонды, и, сравнительно редко, ежегодный объем капитальных вложений превращается в такой же ежегодный объем вводимых основных производственных фондов. Поэтому осуществлять поиск соответствия между введенными основными фондами и капитальными вложениями с целью нахождения среднего значения строительного лага необходимо только путем сопоставления суммированных за определенные периоды времени значений этих показателей.

Для нахождения величины τ (строительного лага) из формулы (4.6) используем поисковые методы решения этого уравнения, в частности метод минимизации. Это вызвано тем, что величина τ входит в аргумент выражения (4.6). С целью получения среднего значения строительного лага за исследуемый период составим избыточную систему уравнений, используя различные интервалы интегрирования переменных Кв(t) и I(t-τ), придавая при этом больший вес последним данным.

В общем виде уравнение будет иметь вид:

$$\int_{t_j}^{t_j+T_j} \text{Кв}(t)dt - \int_{t_j}^{t_j+T_j} I(t-\tau^*)dt = e_j, \qquad (4.7)$$

где T_j – длина j-го интервала интегрирования,

$j=0,1,2,3,\ldots,n$;

τ^* – оценка величины строительного лага,

e_j – j-ая ошибка, вызванная несовпадением оценки величины строительного лага с его истинным значением.

В качестве минимизируемой функции цели выберем функцию вида:

$$\mu = \sum_{j=1}^{n} e_j^{2} \to \mathbf{min}\ . \qquad (4.8)$$

В этом случае в качестве искомой величины строительного лага (τ) принимается такая его оценка (τ*), которая минимизирует функцию μ(τ*). Поиск ведется по одной переменной τ, а интервал изменения τ для отраслей народного хозяйства и отраслей промышленности примерно известен. В связи с этим, для упрощения расчетов, связанных с поиском глобального минимума, может быть использовано сканирование, то есть перебор всех целочисленных значений τ. Это позволит наглядно оценивать зависимость функции μ=f(τ*) и, следовательно, более точно определить искомое значение строительного лага.

Если подставить в выражение (4.8) вместо e_j его значение из (4.7) и произвести численное интегрирование методом трапеций, то получим следующее уравнение:

$$\mu=\sum_{j=0}^{n}\left\{\begin{array}{l}\left[\dfrac{Кв(t_j)+Кв(t_j+T_j)}{2}+\sum\limits_{t=t_j+1}^{t_j+T_j-1}Кв(t)\right]- \\ -\left[\dfrac{I(t_j-\tau*)+I(t_j+T_j-\tau*)}{2}+\sum\limits_{t=t_j+1}^{t_j+T_j-1}I(t-\tau*)\right]\end{array}\right\}^2 . \quad (4.9)$$

Формула (4.9) справедлива при Δt равном одному году. Таким образом, формула (4.9) позволяет производить поиск значения строительного лага, используя приводимые в ежегодной статистической отчетности значения освоенных объемов капитальных вложений и введенных основных фондов.

Одним из основных объективных факторов, влияющих на величину среднего по отрасли строительного лага, являются сроки строительства, которые, в частности, определяются технологической структурой капитальных вложений. Разумное регулирование структуры капитальных вложений позволяет объективно влиять на величину строительного лага. При этом увеличение доли капитальных вложений, направляемых на приобретение оборудования, особенно не требующего большого объема монтажных и наладочных работ, применение индустриальных методов строительства, ведет, в подавляющем большинстве случаев, к снижению строительного лага, а значит и к снижению потерь от «замораживания» капитальных вложений.

Контрольные задания для освоения темы

1. В качестве изучаемой системы берется экономика условного объекта. Входными показателями объекта считаются:

$К_в(t_i)$ (t_i) – величины ежегодно вводимых основных фондов (млрд. руб.).

$I(t_i)$ – величины ежегодных капитальных вложений (млрд. руб.).

Определяемой величиной является значение строительного лага τ.

2. Варианты заданий приведены в Приложении 3.

3. В качестве математической модели изучаемого объекта принимается уравнение (4.6), а в качестве минимизируемой функции выражение (4.9).

4. Используя возможности ТР «Excel», определить для τ*=0 по формуле:

$$\mu=\sum_{j=0}^{n}\left\{\left[\frac{Кв(t_j)+Кв(t_j+T_j)}{2}+\sum_{t=t_j+1}^{t_j+T_j-1}Кв(t)\right]-\left[\frac{I(t_j-\tau*)+I(t_j+T_j-\tau*)}{2}+\sum_{t=t_j+1}^{t_j+T_j-1}I(t-\tau*)\right]\right\}^2$$

- значение e_0 для T_0, равное интервалу $t_0 \div t_9$;
- значение e_1 для T_1, равное интервалу $t_1 \div t_9$;
- значение e_2 для T_2, равное интервалу $t_2 \div t_9$;
- значение e_3 для T_3, равное интервалу $t_3 \div t_9$;
- значение e_4 для T_4, равное интервалу $t_4 \div t_9$;
- значение $\mu_0 = \sum_{j=0}^{4} e_j^2$

5. Повторить вычисления по пункту 4 для τ=1 году; τ=2 года; τ=3 года; τ=4 года; τ=5 лет.

6. Построить средствами ТР «Excel» график μ=f(τ*).

7. Найти минимум в функции μ=f(τ*) и определить значения строительного лага.

8. Вычисления сводить в таблицу вида:

Расчет функции m=f(t*)

	e_j для τ=0	e_j для τ=1	e_j для τ=2	e_j для τ=3	e_j для τ=4	e_j для τ=5
T_0						
T_1						
T_2						
T_3						
T_4						
e^2_0						
e^2_1						
e^2_2						
e^2_3						
e^2_4						
τ*	0	1	2	3	4	5
μ						

9. Оформить результаты вычислений в виде отчета, в котором отразить общую постановку задачи, алгоритмы вычислений показателей, экономический анализ полученных результатов и общие выводы по работе.

ГЛАВА V
ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОСВЯЗИ МЕЖДУ ОСВОЕНИЕМ ОСНОВНЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФОНДОВ И РОСТОМ ВАЛОВОЙ ДОБАВЛЕННОЙ СТОИМОСТИ ТОВАРОВ И УСЛУГ В ОТРАСЛЯХ ЭКОНОМИКИ

5.1. Построение экономико-математической модели

При освоении введенных в действие основных производственных фондов наблюдается прирост валовой добавленной стоимости товаров и услуг (в дальнейшем «прирост добавленной стоимости») в отраслях экономики. Если считать, что этот прирост происходит только за счет освоения за промежуток $\underline{\Delta t}$ введенных основных производственных фондов (в дальнейшем фонды), т.е. пренебречь на данном этапе анализа приростом добавленной стоимости, привлеченным из других отраслей, а также за счет организационно-технических мероприятий и т.п., можно записать:

$$\Delta X(t) = \rho \cdot K_{осв.}(t) \cdot \Delta t, \tag{5.1}$$

где $\Delta X(t)$ – прирост добавленной стоимости;

$K_{осв.}(t)$ – освоенные за время Δt фонды;

r – коэффициент пропорциональности связи.

Величину освоенных за Δt фондов можно найти как разность между величиной имеющихся к моменту времени t фондов K(t) и величиной ранее освоенных фондов ($K_{р.осв}$).

При этом величина добавленной стоимости на начало изучаемого периода принимается равной нулю, т.е. уравнение выводится при нулевых начальных условиях с соответствующим переносом начала координат.

Таким образом,

$$K_{осв.}(t) = K(t) - K_{росв.}(t)\ . \tag{5.2}$$

В свою очередь,

$$K(t) = K_1(t) - K_{выб.}(t)\ , \tag{5.3}$$

где $K_{выб.}(t)$ – выбывшие фонды;

$K_1(t)$ – введенные нарастающим итогом основные фонды.

При незначительном изменении структуры фондов и соотношениях между основными и оборотными фондами можно записать:

$$X(t) = \alpha \cdot K_{росв.}(t) + A(t), \tag{5.4}$$

где α – коэффициент пропорциональности;

A(t) – влияние неучтенных факторов.

В этом случае, с учетом (5.1), (5.2), (5.4), получим:

$$\Delta X(t) = \rho \cdot \left[K(t) - \frac{X(t) - A(t)}{\alpha} \right] \cdot \Delta t; \qquad (5.5)$$

$$\frac{\Delta X(t)}{\Delta t} = \frac{\rho}{\alpha} \cdot \left[\alpha \cdot K(t) - X(t) + A(t) \right], \qquad (5.6)$$

при $\Delta t \to 0$

$$L \cdot \frac{dX(t)}{dt} + X(t) = \alpha \cdot K(t) + A(t) \qquad (5.7)$$

или

$$L \cdot \frac{dX(t)}{dt} + X(t) = \alpha \cdot K_1(t) + B(t) \quad , \qquad (5.8)$$

где $B(t) = A(t) - \alpha \cdot K_{выб.}(t)$,

$L = \dfrac{\alpha}{\rho}$ – постоянная времени, характеризующая инерционность изменения показателя X(t).

Таким образом, уравнение (5.8) описывает во времени процесс изменения величины добавленной стоимости при вычитании из нее добавленной стоимости на начало исследуемого периода времени. В том случае, когда изменение основных фондов происходит в основном за счет ввода новых фондов, данный процесс совпадает с процессом освоения новых фондов. При изменении основных фондов процесс изменения величины добавленной стоимости в случаях, когда он описывается уравнением (5.8), практически заканчивается за время

$$t_\beta \cong (3 \div 4) \cdot L \qquad (5.9)$$

Следовательно, величина t_β по существу характеризует время освоения фондов, т.е. является лагом освоения в пределах исследуемого периода времени.

Отнесение $K_{выб.}(t)$ к неучтенным факторам вызвано тем, что использование имеющихся в статистической отчетности сведений по выбытию основных фондов нецелесообразно. Как показывает практика, и это отмечено в экономической литературе, списание основных фондов производится зачастую значительно позже того момента времени, когда данные фонды и производственные мощности перестали давать требуемую отдачу.

5.2. Определение параметров математической модели

Для нахождения величины α ,L, β из уравнения (5.8) приведем данное дифференциальное уравнение к уравнению в конечных приращениях:

$$L \cdot \frac{\Delta X(t)}{\Delta t} + X(t) = \alpha \cdot K_1(t) + B(t). \qquad (5.10)$$

Если принять Δt равным одному году и положить $B(t) \cong const$ на коротком интервале времени и произвести перестановку членов уравнения (5.10), то из него можно получить следующую систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} X(t_1) = B - L \cdot \Delta X(t_1) + \alpha \cdot K_1(t_1) \\ X(t_2) = B - L \cdot \Delta X(t_2) + \alpha \cdot K_1(t_2) \\ X(t_3) = B - L \cdot \Delta X(t_3) + \alpha \cdot K_1(t_3) \\ \vdots \\ X(t_n) = B - L \cdot \Delta X(t_n) + \alpha \cdot K_1(t_n) \end{cases} . \qquad (5.11)$$

В системе алгебраических уравнений (5.11) неизвестными являются B, L и α. Для решения данной системы алгебраических уравнений может быть использован известный в экономической литературе метод наименьших квадратов и его модификации.

Необходимо остановиться на выборе интервала времени, на котором формируется система уравнений (5.11). Коэффициенты L, α и функция B(t) в общем случае нестационарны. Следовательно, чем больше изучаемый интервал времени, тем больше ошибка, вносимая нестационарностью данных величие. С другой стороны уменьшение интервала времени повышает ошибку вычислений из-за возрастающего влияния случайных отклонений в исходных данных, вызванных воздействием на них неучтенных факторов. В связи с этим, целесообразно выбирать такой интервал наблюдений, внутри которого в изучаемой отрасли экономики не происходило резкого изменения направления капитальных вложений, что ведет к большим изменениям параметров L, α и B, и в то же время данный интервал времени должен достаточно представительно характеризовать изучаемый процесс.

В связи с тем, что количество точек наблюдений в этом случае сравнительно невелико, при использовании статистических оценок существенно повышаются значения предельных статистических критериев при выбранном уровне вероятности.

После определения значений B,L и α величина лага освоения находится по формуле:

$$t_\beta \approx 3{,}5 \cdot L \ . \qquad (5.12)$$

Эта величина лага освоения является средней величиной на интервале времени $t_0 \div t_n$.

Как видно из (5.11) для осуществления расчетов необходимо иметь значения добавленной стоимости, её прироста за год и ввод нарастающим итогом новых основных фондов.

Величина лага освоения определяется двумя группами факторов.

К первой относятся субъективные факторы: научно-технический уровень проектов; качество строительно-монтажных работ введенных промышленных объектов, наличие или отсутствие различных недоделок; уровень подготовки и состав кадров, своевременность и качество поставки сырья и материалов, комплексность ввода объектов в эксплуатацию. Вторая группа – это объективные факторы, влияющие на ход освоения проектных мощностей в условиях нормальной работы предприятия. К ним относятся факторы, влияющие на сроки освоения технологических процессов и оборудования, а также на достижение проектной мощности предприятия: тип производства (массовый, единичный, серийный); внутризаводская техническая подготовка производства, совершенствование технологии, сокращение технологических циклов за счет совмещения отдельных операций и т.п.

Анализ с использованием математических моделей имеет определенную погрешность. Эта погрешность вызвана с одной стороны тем, что всякая модель отражает только основные функциональные особенности изучаемого процесса, не принимая во внимание ряд других менее существенных особенностей данного процесса, с другой стороны методы определения структуры и параметров модели также имеют погрешности.

Оценкой точности полученных математических моделей в определенной мере служит совпадение результатов, полученных расчетным путем с фактически имеющимися результатами. Однако при этом необходимо не забывать о точности исходных данных. Трудностью использования моделей при исследовании экономических процессов является отсутствие оценок точности исходной информации, приведенной в статистической отчетности.

При этом, точность моделей будет ниже для тех отраслей, в которых в изучаемый период времени изменение валовой продукции было обусловлено в большой степени не только введенными за счет капитальных вложений основными фондами, но и рядом других факторов, учитываемых в модели в виде суммарной, постоянной на отрезке времени величины.

Контрольные задания для освоения темы

1. В качестве изучаемой системы берется экономика условного объекта.

2. Согласно таблице вариантов заданий, приведенных в Приложении 4, по исходным данным:

- прирост добавленной стоимости – $\Delta X(t_i)$;
- основные фонды – $K_{1.}(t_i)$;
- добавленная стоимость – $X(t_i)$,

для t_i = 1,2,3...12 определить, используя систему уравнений (5.11), значения L, α и B.

3. Для нахождения коэффициентов системы уравнений (5.11) и статистических критериев, характеризующих значимость и точность уравнения регрессии использовать табличный редактор «Excel», применив команды ***«Сервис» – «Анализ данных» – «Регрессия».***

В диалоговом окне ***«Регрессия»*** в поле ***«Входной интервал Y»*** – ввести данные по добавленной стоимости, включая название реквизита. В поле ***«Входной интервал X»*** – ввести данные по приросту добавленной стоимости и основным фондам нарастающим итогом. При этом вводимые данные должны находиться в соседних столбцах таблицы исходных данных.

Затем установить «галочку» в окне ***«Метки»*** и ***«Уровень надежности».*** Установить переключатель ***«Новый рабочий лист»*** и поставить «галочки» в окне ***«Остатки».*** После всех перечисленных действий нажать клавишу **«ОК»** в диалоговом окне регрессии.

4. Произвести форматирование полученных в результате расчета коэффициентов уравнения регрессии и статистических характеристик.

5. Дать анализ значений показателей:

Из таблицы «*Регрессионная статистика*»:

- множественный R;
- R – квадрат (коэффициент детерминации);
- стандартная ошибка.

Из таблицы «*Дисперсионный анализ*»:

- значимость F;
- коэффициенты (значения свободного члена уравнения регрессии и коэффициентов уравнения регрессии);
- t – статистика (для каждого коэффициента уравнения регрессии);
- P – значение (вероятность принятия «нулевой гипотезы» по каждому коэффициенту);
- нижние и верхние границы местонахождения значений коэффициентов регрессии.

6. Определить величину лага освоения введенных фондов по формуле (5.12).

7. Оформить результаты вычислений в виде отчета, в котором отразить общую постановку задачи, алгоритмы вычислений показателей, экономический анализ полученных результатов и общие выводы по работе.

ГЛАВА VI
МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕАЛЬНЫХ ИНВЕСТИЦИЙ И ПОТЕРЬ ОТ ИХ «ЗАМОРАЖИВАНИЯ»

6.1. Построение математической модели для расчёта показателя общей экономической эффективности капитальных вложений

На всех этапах развития экономики большое внимание уделяется методическим подходам и алгоритмам расчета эффективности осуществления тех или иных инвестиционных проектов. Данным вопросам посвящено большое количество публикаций как в научной, так и в учебной литературе. Однако определению фактически достигнутой эффективности за счет осуществления инвестиций в основной капитал, т.е. эффективности капитальных вложений, уделяется недостаточно внимания. В то же время организация регулярных расчетов фактической эффективности капитальных вложений на микро и, особенно, на макро-уровне позволило бы органам управления более обоснованно и эффективно управлять инвестициями.

Определение значений строительного лага (см. главу IV) и лага освоения (см. главу V) позволяет перейти к нахождению значений непосредственно показателя общей экономической эффективности капитальных вложений.

Вначале необходимо определить значение капитальных вложений, вызывающих прирост валовой добавленной стоимости товаров и услуг (в дальнейшем «прирост добавленной стоимости») в изучаемый момент времени. В соответствии с определением строительного лага и лага освоения прирост добавленной стоимости может быть вызван капитальными вложениями, осуществлёнными τ и более лет назад, т.е. рассмотрению подлежат только капитальные вложения в период времени $(t\text{-}\tau)\text{-}(t\text{-}\tau\text{-}t_{\beta})$, где t_{β} – лаг освоения.

При этом воздействие капитальных вложений, осуществлённых в разные моменты времени на величину прироста добавленной стоимости, неодинаково, так как степень их освоения различна. Поэтому для определения искомых капитальных вложений необходимо суммировать капитальные вложения, осуществлённые за период времени $(t\text{-}\tau)$ $(t\text{-}\tau\text{-}t_{\beta})$ с некоторыми весами. Для нахождения функции изменения веса капитальных вложений, вызвавших прирост добавленной стоимости, обратимся к уравнению, которое описывает процесс изменения во времени величины показателя добавленной стоимости при изменении основных фондов и ряда других факторов:

$$L \cdot \frac{dX(t)}{dt} + X(t) = \alpha \cdot K_1(t) + B(t), \qquad (6.1)$$

где B(t)= A(t) – α·$K_{выб.}$(t).

Данное уравнение отражает изменение во времени показателя добавленной стоимости при изменении, как основных фондов, так и других факторов. При уже найденных значениях коэффициентов уравнения (6.1) можно определить, как влияет ввод новых основных фондов на изменение показателя добавленной стоимости. Для этих целей положим B(t)=0, тогда уравнение (6.1) примет вид:

$$L \cdot \frac{d\overline{X}(t)}{dt} + \overline{X}(t) = \alpha \cdot K_1(t), \qquad (6.2)$$

где $\overline{X}(t)$ – функция изменения величины показателя добавленной стоимости, обусловленная изменением только основных фондов за счёт ввода новых основных фондов.

Произведём дифференцирование уравнения (6.2):

$$L \cdot \frac{d^2\overline{X}(t)}{dt^2} + \frac{d\overline{X}(t)}{dt} = \alpha \cdot \frac{dK_1(t)}{dt} . \qquad (6.3)$$

Принимая во внимание формулу (4.2), получим:

$$L \cdot \frac{d^2\overline{X}(t)}{dt^2} + \frac{d\overline{X}(t)}{dt} = \alpha \cdot I(t-\tau) . \qquad (6.4)$$

Обозначим скорость изменения добавленной стоимости через V(t), т.е.

$$V(t) = \frac{d\overline{X}(t)}{dt}. \qquad (6.6)$$

В этом случае вместо (6.4) можно записать:

$$L \cdot \frac{dV(t)}{dt} + V(t) = \alpha \cdot I(t-\tau) . \qquad (6.7)$$

Решение уравнения (6.7) имеет вид:

$$V(t) = \int_{-\infty}^{t} a \cdot I(l-t) \cdot \frac{1}{L} \cdot e^{\frac{-t+l}{L}} \cdot dl, \qquad (6.8)$$

где λ – вспомогательная переменная интегрирования.

Вынесем за знак интеграла коэффициент пропорциональности α:

$$V(t) = a \cdot \int_{-\infty}^{t} I(l-t) \cdot \frac{1}{L} \cdot e^{\frac{-t+l}{L}} \cdot dl . \qquad (6.9)$$

Из (6.9) можно записать: $W(t) = \frac{1}{L} \cdot e^{\frac{-t+\lambda}{L}}$ (6.10)

В выражении (6.9) W(t) является «весовой» функцией, т.е. она определяет «вес» величины капитальных вложений, осуществлённых в разные моменты времени, в образовании значения скорости изменения добавленной стоимости за счет ввода основных фондов.

Прирост добавленной стоимости за промежуток времени Δt равен интегралу по времени от скорости изменения добавленной стоимости:

$$\Delta \overline{X}(t) = \int_{t}^{t=\Delta t} V(t) \cdot dt \quad . \qquad (6.11)$$

Следовательно, функция W(t) является «весовой» и для прироста добавленной стоимости. Для сравнительно малого промежутка времени Δt, например, равного одному году, функция $V(t) \approx const$ в этом случае:

$$\Delta \overline{X}(t) = V \cdot \Delta t = a \cdot \Delta t \cdot \int_{-\infty}^{t} I(l - t) \cdot \frac{1}{L} \cdot e^{\frac{-t+l}{L}} \cdot dl \quad ,(6.12)$$

т.е. выражение под интегралом является эквивалентными капитальными вложениями, вызвавшими за время Δt прирост добавленной стоимости $\Delta\overline{X}(t)$. Так как эффективная длительность «весовой» функции (6.10) равна примерно t_β, то в интеграле выражения (6.12) можно заменить пределы интегрирования:

$$I_э(t) = \int_{t-t_b}^{t} \frac{1}{L} \cdot I(t - t) \cdot e^{\frac{-t+l}{L}} \cdot dl \quad , \qquad (6.13)$$

где $I_э(t)$ – эквивалентные капитальные вложения, вызвавшие прирост добавленной стоимости;

$t_\beta \approx 3{,}5 \cdot L$ – лаг освоения капитальных вложений.

Переходя к численным методам определения значения интеграла (6.13), при использовании метода трапеции получим:

$$I_э(t) = \frac{t_\beta}{n \cdot L}\left\{\sum_{t_j=t-t_\beta+1}^{t_{n-1}} I(t-\tau)\cdot e^{\frac{-t+t_i}{L}} + \frac{1}{2}\cdot\left[I(t_0-\tau)\cdot e^{\frac{-t+t_0}{L}} + I(t_n-\tau)\cdot e^{\frac{-t+t_n}{L}}\right]\right\}, \quad (6.14)$$

где $t_0 = t - t_\beta$; $t_n = t$;

n – количество производимых делений на равные промежутки времени интервала $(t - t_\beta) - t$.

Формула трапеции имеет определённую погрешность. При необходимости повышения точности расчётов необходимо увеличить число делений на равные интервалы изучаемый промежуток времени или использовать другой метод численного интегрирования, например, метод Симпсона.

Показатель общей эффективности капитальных вложений при $\Delta t = 1$ году вычисляется по формуле:

$$Э_{кв}(t) = \frac{\Delta \overline{X}(t)}{I_э(t)} = \alpha \quad . \qquad (6.15)$$

Таким образом, величина коэффициента α приобретает экономический смысл. Это средний на изучаемом интервале времени показатель эффективности капитальных вложений.

При этом формула (6.15) после определения значения $I_з(t)$ позволяет найти, каким должен быть прирост добавленной стоимости при сложившихся условиях производства, обусловленный капитальными вложениями, осваиваемыми на изучаемом промежутке времени.

Сравнение найденного значения $\Delta\overline{X}(t)$ со значением $\Delta X(t)$, получаемым из статистической отчётности, путём сопоставления:

$$\delta X = \Delta X(t) - \Delta \overline{X}(t) \qquad (6.16)$$

позволяет в среднем оценить, насколько велик вклад неучтённых факторов в образование добавленной стоимости в данной отрасли народного хозяйства.

Величина L показывает, какова в среднем инерционность освоения капитальных вложений в изучаемой отрасли за изучаемый промежуток времени. Значение τ (строительного лага) показывает среднее время превращения капитальных вложений в основные фонды.

Таким образом, параметры L, α, τ и показатель δX могут быть использованы для сравнительного анализа процессов ввода новых основных фондов, их освоения и эффективности использования в экономике страны, региона, а также для выявления изменений в этом процессе с течением времени.

6.2. Определение потерь от «замораживания» капитальных вложений

Для всесторонней оценки фактической эффективности капитальных вложений не менее важным является оценка потерь от «замораживания» капитальных вложений. Значение данного показателя зависит от многих факторов, но определяющими являются: величина капитальных вложений, их распределение по годам изучаемого периода, величины строительного лага и лага освоения, эффективность капитальных вложений.

В связи с различной размерностью величин L, t_β, τ (измеряются в годах), и α, δX (имеют стоимостное измерение), трудно при анализе «состыковывать» друг с другом данные показатели.

Одной из форм стоимостной оценки фактора времени могут служить потери от «замораживания» капитальных вложений. Если принять во внимание то, что часть осуществлённых за изучаемый период времени капитальных вложений в экономику страны, региона или отрасли экономики не даёт отдачи, и эта часть тем больше, чем больше строительный лаг и лаг освоения, то вполне правомерно использовать для определения потерь от «замораживания» нефункционирующих капитальных вложений следующую формулу:

$$Y_{зам.ф.} = \sum_{i=1}^{t} \left[\alpha \cdot (I_{нui} - I_{фi})\right]. \qquad (6.17)$$

Определение величины $I_{нui}$ необходимо производить следующим образом:

$$I_{нui} = \sum_{j=1}^{i} I_j \, , \qquad (6.18)$$

где I_j – объём осуществлённых в j-ом году капитальных вложений (j=1,2,…,i).

Для определения величины $I_{фi}$ можно использовать значение эквивалентных капитальных вложений:

$$I_{фi} = \sum_{j=1}^{i} I_{эj} \, , \qquad (6.19)$$

где $I_{эj}$ – эквивалентные капитальные вложения, определяемые по формуле (6.14), с учётом капитальных вложений, осуществлённых только в изучаемый период времени.

Действительно, эквивалентные капитальные вложения – это сумма освоенных капитальных вложений за период времени равный лагу освоения, обеспечивающая прирост добавленной стоимости в j-ом году изучаемого периода и обусловливающая фактическую эффективность капитальных вложений. Следовательно, сумма эквивалентных вложений, осуществлённых в изучаемый период времени, является функционирующими в данный период капитальными вложениями.

Абсолютная величина потерь от «замораживания» капитальных вложений характеризует в целом влияние строительного лага, лага освоения и показателя эффективности на процесс освоения и эффективность использования капитальных вложений. Однако данная величина зависит от объёма капитальных вложений. Это затрудняет сопоставление потерь от «замораживания» капитальных вложений в различных отраслях и за различные периоды времени. Поэтому целесообразно дополнительно ввести для оценки этих потерь относительные величины, в качестве которых могут быть взяты:

1. Потери от «замораживания» капитальных вложений, приходящиеся на 1 рубль капитальных вложений, осуществленных в изучаемом периоде:

$$\delta_{узам} = \frac{Y_{зам.ф.}}{\sum_{j=1}^{n} I_j} \, , \qquad (6.20)$$

где n – число лет в изучаемом периоде.

2. Отношение средней величины «замороженных» капитальных вложений к сумме капитальных вложений, характеризующее совместное влияние величины строительного лага и лага освоения на инвестиционный процесс:

$$\delta I_{узам} = \frac{\sum_{j=1}^{n} I_{замj}}{n \cdot \sum_{j=1}^{n} I_{j}}, \qquad (6.21)$$

где $\delta I_{узам}$ – удельный вес среднего за изучаемый период «замороженного» объёма капитальных вложений в общей сумме капитальных вложений;

$I_{зам.j}$ – «замороженные» с начала изучаемого периода в j-ом году капитальные вложения.

Таким образом, определение абсолютных потерь от «замораживания» капитальных вложений позволяет производить сопоставимую оценку объёма «замороженных» в различных отраслях и в различные периоды времени средств. Величина же удельных потерь от «замораживания» капитальных вложений позволяет производить оценку влияния величин строительного лага, лага освоения и показателя эффективности капитальных вложений на потери от «замораживания» в различных отраслях и за различные периоды времени.

Организация регулярных расчётов величин строительного лага, лага освоения, показателя эффективности капитальных вложений и потерь от «замораживания» для каждой отрасли экономики страны или региона позволяет производить сопоставление фактически происходящих инвестиционных процессов в различных отраслях экономики. Это существенно дополняет анализ эффективности инвестиционных процессов.

Контрольные задания для освоения темы

1. В качестве изучаемой системы берется экономика условного объекта.

2. Согласно таблице вариантов заданий, приведенных в Приложении 5, на основе информации об осуществленных капитальных вложениях только на исследуемом интервале времени t0 – t9, найти величину эквивалентных капитальных вложений по формуле (6.14). Величину L определять по формуле:

$$L = \frac{t_{\beta}}{3{,}5}. \qquad (6.22)$$

3. Используя значение показателя эффективности капитальных

вложений α, полученное при решении контрольного задания в главе V, рассчитать величины прироста добавленной стоимости за счет введенных и освоенных капитальных вложений по формуле:

$$\overline{\Delta X}(t) = \alpha \cdot I_{экв}(t) . \qquad (6.23)$$

4. Найти разницу между приростами добавленной стоимости, полученными в п. 3, и приростами добавленной стоимости, заданными в Приложении 4:

$$\delta X = \Delta X(t) - \overline{\Delta X}(t) . \qquad (6.24)$$

5. Применив формулы (6.17) – (6.19), определить величину потерь от «замораживания» нефункционирующих капитальных вложений в каждом году исследуемого периода.

6. Определить по формуле (6.20) потери от «замораживания» капитальных вложений, приходящиеся на 1 рубль капитальных вложений, осуществленных в изучаемом периоде, а по формуле (6.21) найти отношение средней величины «замороженных» капитальных вложений к сумме капитальных вложений.

8. Оформить результаты вычислений в виде отчета, в котором отразить общую постановку задачи, алгоритмы вычислений показателей, экономический анализ полученных результатов и общие выводы по работе.

ГЛАВА VII
КЛАССИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЫНОЧНОЙ ЭКОНОМИКИ

Классическая модель рыночной экономики является системой взаимосвязанных моделей, каждая из которых выражает поведение одного из трёх рынков: рабочей силы, денег и товаров. Модель наиболее подходит для описания экономики с совершенной конкуренцией. В условиях действия монополий модель не работает. Рассмотрим модель каждого из трех рынков.

7.1. Рынок рабочей силы

Этот рынок, как и другие, описывается с помощью трёх зависимостей: функции спроса, функции предложения и условия равновесия. В классической модели функция спроса на рабочую силу выводится из двух гипотез:

1. Фирмы полностью конкурентные при предложении товаров и найме рабочей силы;
2. При прочих равных условиях предельный продукт труда снижается по мере роста рабочей силы.

Из этих гипотез вытекает, что в состоянии равновесия предельный продукт труда в стоимостном выражении равен ставке заработной платы w. Это можно показать математически. Предположим, что все факторы производства, кроме труда, фиксированы, тогда получаем:

$$\Pi = p \cdot F(K, L) - w \cdot L, \tag{7.1}$$

где F(K, L) – производственная функция;

p – цена продукта, *K* – фонды, *L* – число занятых.

При этом необходимое условие максимума прибыли:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial L} = p \cdot \frac{\partial F}{\partial L} - w = 0, \tag{7.2}$$

Отсюда следует:

$$p \cdot \frac{\partial F}{\partial L} = w, \tag{7.3}$$

но поскольку (глава II, формулы (2.7, 2.9))

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial L^2} = p \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0 \tag{7.4}$$

то, действительно, условие (7.3) – это условие максимума прибыли.

Допустим, что $p \cdot \frac{\partial F}{\partial L} > w$, в этом случае фирмы старались бы увеличить наём рабочей силы, поскольку с каждой дополнительной единицей труда получали бы дополнительную прибыль:

$$\Delta \Pi = p \cdot \frac{\partial F}{\partial L} - w \quad . \qquad (7.5)$$

Если же $p \cdot \frac{\partial F}{\partial L} < w$, то прибыль у фирм снижается с каждой дополнительной единицей труда и фирмы сокращают наем рабочей силы.

Из соотношения (7.3) вытекает, что при падении ставки заработной платы предельный продукт также будет уменьшаться, пока снова не будет достигнуто равновесие.

Перепишем соотношение (7.3) в следующем виде $\frac{\partial F}{\partial L} = \frac{w}{p}$ и продифференцируем его по реальной заработной плате $\frac{w}{p}$:

$$\left(\frac{\partial^2 F}{\partial L^2}\right) \left(\frac{\partial L}{\partial (w/p)}\right) = 1, \qquad (7.6)$$

поскольку $\frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0$, то $\frac{\partial L}{\partial (w/p)} < 0$, т.е. с ростом реальной заработной платы спрос на рабочую силу падает.

Предложение рабочей силы также является функцией реальной заработной платы. Принимается постулат: чем больше реальная заработная плата, тем больше предложение рабочей силы.

Эти гипотезы классической теории о рынке рабочей силы представлены на рис. 7.1, на котором L^D – кривая спроса, а L^S – кривая предложения.

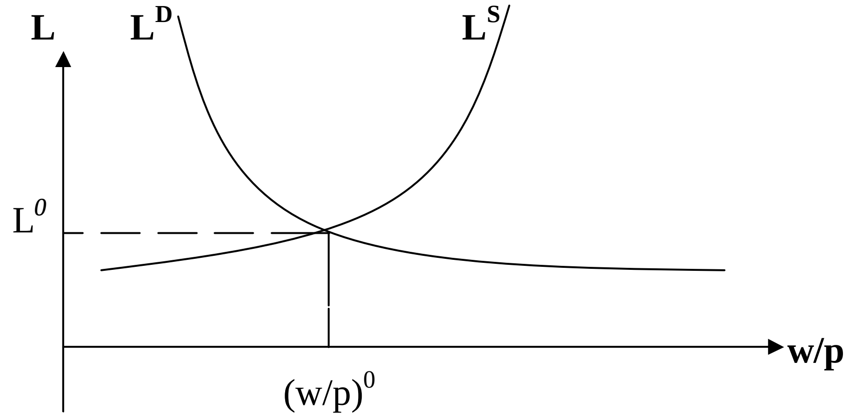

Рис. 7.1.

При равновесии реальная заработная плата равна $(w/p)^0$, а занятость – L^0. Если бы реальная заработная плата превысила равновесное значение, т.е. $\frac{w}{p} > \left(\frac{w}{p}\right)^0$, то возникло бы превышение предложения над спросом на рабочую силу: $L^S\left(\frac{w}{p}\right) > L^D\left(\frac{w}{p}\right)$. Поэтому избыточное предложение привело бы к падению заработной платы (*w)* под влиянием вынужденной безработицы.

При этом цены (*p)* упадут, но в меньшей степени, так, что реальная заработная плата снизится до уровня $\left(\frac{w}{p}\right)^0$. Если бы оказалось $\frac{w}{p} < \left(\frac{w}{p}\right)^0$, то недостаток рабочей силы вынудил бы предпринимателей увеличить оплату труда, и снова было бы достигнуто динамическое равновесие.

7.2. Рынок денег

В классической модели теория спроса на деньги, без учёта других финансовых активов, базируется на следующей гипотезе: совокупный спрос на деньги является функцией денежного дохода, т.е. функцией от $Y \cdot p$, где Y – валовой внутренний продукт в натуральном исчислении:

$$M^D = k \cdot Y \cdot p \quad , \qquad (7.7)$$

где k – коэффициент, учитывающий время обращения денег.

Предложение же денег M^S рассматривается как фиксированная, экзогенно заданная величина. На рис. 7.2 представлены кривые спроса и предложения денег.

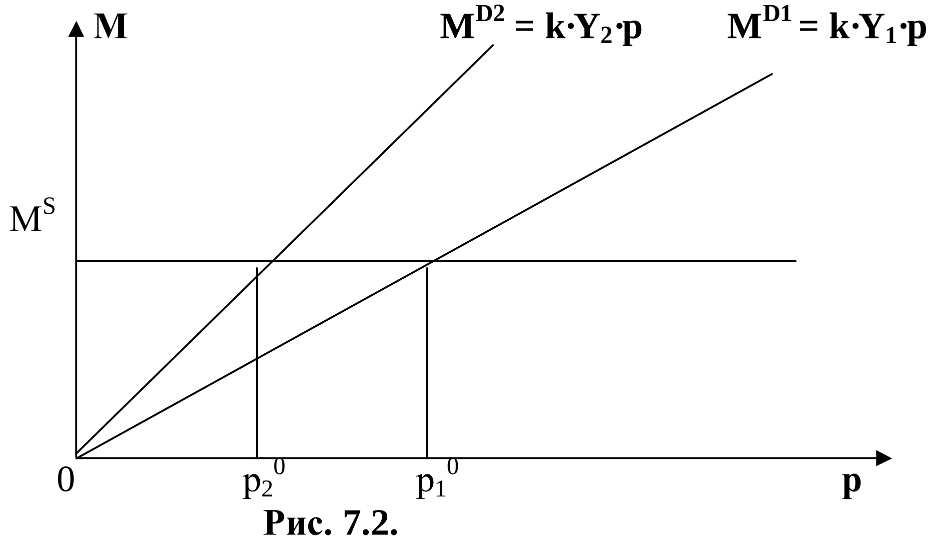

Рис. 7.2.

Если при данном валовом внутреннем продукте (Y) цена p меньше p^0, то имеется избыточное предложение денег $M^S - M^D(p)$. В этом случае считается, что цены возрастут до уровня p^0. При различных Y_i, например $Y_2 > Y_1$, равновесные цены при одном и том же предложении денег (M^S) будут различаться, и чем больше будет величина валового внутреннего продукта, тем меньше будет величина равновесной цены.

7.3. Рынок товаров

Спрос на товары (планируемые расходы) – это сумма спроса на потребительские и инвестиционные товары:

$$E = C + I. \tag{7.8}$$

Согласно классической модели $C = C(r)$, $I = I(r)$, причем $C(r)$ и $I(r)$, как функции нормы процента r, убывают с ростом r. Действительно, чем больше r, тем больше доход от сбережений, следовательно, все большая часть дохода будет сберегаться и все меньшая часть расходоваться на потребительские товары.

Для инвестиций же, чем выше r (т.е. ставка процента, применяемая при дисконтировании будущих расходов на инвестиции и приведении их к текущему времени), тем ниже будет сегодняшняя оценка любого данного инвестиционного проекта. Проекты, дающие прибыль при низких учетных ставках, при более высоких ставках становятся невыгодными и будут отвергнуты инвестором, стремящимся получить большую прибыль.

В классической модели предложение товаров является функцией уровня занятости, определяемого на рынке рабочей силы $Y = Y(L^0)$.

Условие равновесия состоит в том, что предложение товаров $Y(L^0)$ равно спросу на товары $E = C(r) + I(r)$.

7.4. Классическая модель в полном объеме

Объединяя уравнения и условия, задающие рынки рабочей силы, денег и товаров, получаем классическую модель в полном объеме:

Рынок рабочей силы

$$L^S = L^S(w/p), \quad L^D = L^D(w/p), \tag{7.9}$$

$$L^S\left[\left(\frac{w}{p}\right)^0\right] = L^D\left[\left(\frac{w}{p}\right)^0\right] = L^0. \tag{7.10}$$

Рынок денег

$$M^S = M^S, \quad M^D = k \cdot p \cdot Y, \tag{7.11}$$

$$M^S = M^D = k \cdot p \cdot Y. \qquad (7.12)$$

Рынок товаров

$$Y = Y\left(L^0\right), \quad E = C(r) + I(r), \qquad (7.13)$$

$$Y\left(L^0\right) = C\left(r^0\right) + I\left(r^0\right) = Y^0. \qquad (7.14)$$

Таким образом, каждый рынок задается функциями спроса и предложения и точкой равновесия. Достаточно одному из рынков выйти из состояния равновесия, как все остальные рынки выйдут из данного состояния и потом будут стремиться к некоторому новому состоянию динамического равновесия.

Если положить, что функция спроса на товары E=f(r) является линейной функцией и убывает с ростом нормы процента (r), то с учетом (7.14) связь между рынками можно изобразить графически, согласно рис. 7.3.

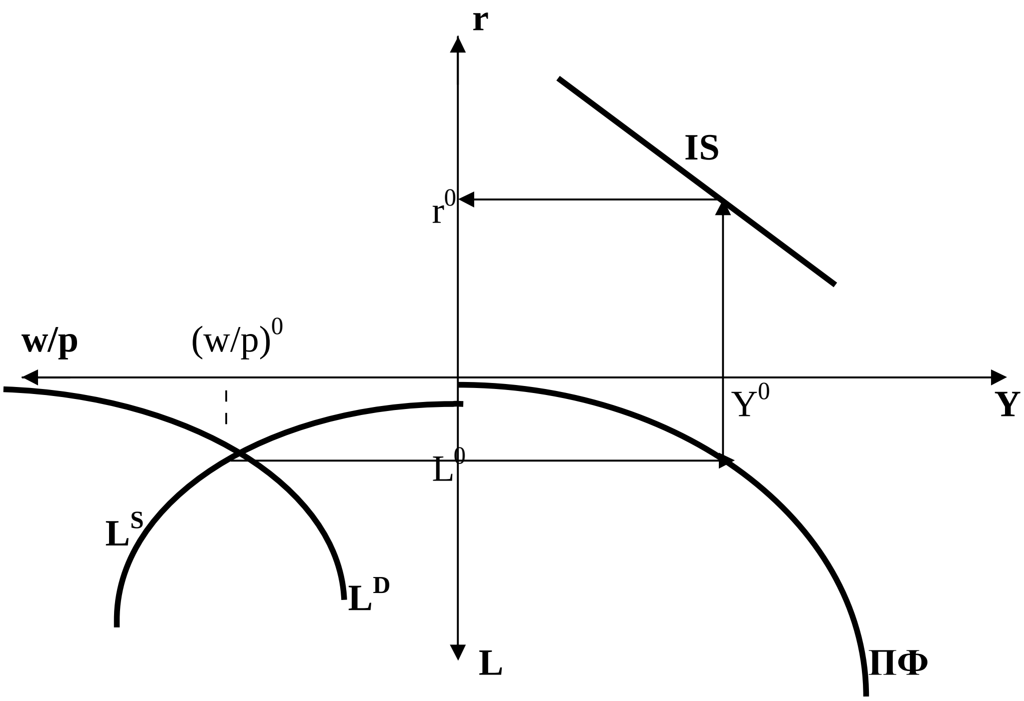

Рис. 7.3.

На рис. 7.3 в первом квадранте приведен график линейной зависимости величины валового внутреннего продукта от нормы процента. В третьем квадранте показаны функции спроса и предложения рабочей силы, а в четвертом квадранте дается график производственной функции (ПФ).

Связь между рынками идет от рынка рабочей силы, где определяется величина полной занятости (L^0). По найденной величине полной занятости, с помощью производственной функции, определяется величина валового внутреннего продукта (Y^0). Определив величину валового внутреннего продукта при полной занятости, можно найти равновесное значение нормы процента r^0, при том условии, что зависимость E=f(r) найдена. При известных значениях объема предложения денег и времени их обращения можно найти, используя формулу (7.12), равновесную цену валового внутреннего продукта и таким образом завершить определение основных параметров классической модели рыночной экономики.

Контрольные задания для освоения темы

1. В качестве изучаемой системы берется экономика условного объекта.

$$L^D(w/p) = \frac{a}{\left(\frac{w}{p}\right) + c} + b \qquad (7.15)$$

2. По заданной зависимости спроса на рабочую силу:
и зависимости предложения рабочей силы:

определить, исходя из условия равновесия (7.10), величину равновес-

$$L^S(w/p) = \frac{d \cdot \left(\frac{w}{p}\right)^3}{3 \cdot \left(\frac{w}{p}\right) + e} \qquad (7.16)$$

ного значения реальной заработной платы $\left(\frac{w}{p}\right)^0$. Величины a, b, c, d, e приведены в таблице вариантов заданий Приложения 6.

Для определения равновесного значения реальной заработной платы рассчитать и построить, используя табличный редактор Excel, зависимости $L^D = L^D(w/p)$ и $L^S = L^S(w/p)$. Значения (w/p) принять в пределах от 0 до 5 с шагом равным 0,2. Вычисления оформить в виде таблицы.

По точке пересечения кривых $L^D = L^D(w/p)$ и $L^S = L^S(w/p)$ определить значения реальной заработной платы $\left(\frac{w}{p}\right)^0$ и численность работающих при полной занятости L^0.

3. Используя производственную функцию:

$$Y = A \cdot L^{\beta}\ , \qquad (7.17)$$

найти величину равновесного значения валового внутреннего продукта (Y^0), соответствующего полной занятости (L^0). Значения A и β за-даны в таблице вариантов. Рассчитать и построить график Y=Y(L), применив табличный редактор Excel. Величиной L задаться в пределах от 0 до 20000 с шагом $\Delta L = 1000$.

4. Исходя из условия равновесия на рынке денег (7.12), по заданным в таблице вариантов значениям M^S и k, а также используя значение Y^0, полученное в п.3., определить среднюю цену единицы валового внутреннего продукта (p^0). Затем, применив табличный редактор Excel, рассчитать и построить графики функций: $M^S = M^S$ и $M^D = M^D(p) = k \cdot p \cdot Y^0$. Величину (p) задать в пределах от 0 до 2,0 с шагом $\Delta p = 0{,}1$. По точке пересечения графиков проверить совпадение величины p^0, полученное из расчета и графически.

5. Предположить, что спрос на потребительские и инвестиционные товары является линейной функцией от нормы процента r и имеет следующий вид:

$$C(r) = \alpha - \varepsilon \cdot r \ , \qquad (7.18)$$

$$I(r) = \delta - \gamma \cdot r, \qquad (7.19)$$

т.е. убывает с ростом нормы процента. Затем, используя условие равновесия (7.14), записанное в виде формулы (7.20):

$$E = C(r) + I(r) = \alpha - \varepsilon \cdot r + \delta - \gamma \cdot r = (\alpha + \delta) - (\varepsilon + \gamma) \cdot r = Y(r) \ , \qquad (7.20)$$

определить норму процента r^0 по формуле:

$$r^0 = \frac{(\alpha + \delta) - Y^0}{\varepsilon + \gamma}. \qquad (7.21)$$

Значения величин α, ε, δ, γ приведены в таблице вариантов Приложения 6.

6. Используя табличный редактор Excel и формулу (7.20), рассчитать и построить график Y=f(r). Величину r задать в пределах от 0 до 1,0 с шагом 0,05. Сравнить величину r^0, полученную по формуле (7), с величиной r^0, определенной из графика Y=f(r).

7. Оформить результаты вычислений в виде отчета, в котором отразить общую постановку задачи, алгоритмы вычислений показателей, экономический анализ полученных результатов и общие выводы по работе. Все расчеты, полученные вручную и с помощью ПК, должны быть приведены в табличном виде, а соответствующие пояснения – в последовательности согласно заданию.

ГЛАВА VIII
МОДЕЛЬ РЫНОЧНОЙ ЭКОНОМИКИ КЕЙНСА

8.1. Модели рынков рабочей силы, денег и товаров

Классическая модель, рассмотренная в главе VII, давала ответ на задачу поиска равновесия в экономике в условиях полной занятости. В модели Кейнса показано, что равновесие при полной занятости не является общим случаем. Общий случай – это равновесие при наличии безработицы, а полная занятость лишь особый случай. Но как прийти к равновесию, если экономика при определенном стечении обстоятельств далеко отошла от равновесного состояния и характеризуется массовой безработицей? Чтобы достигнуть желаемого состояния полной занятости, государство обязано проводить особую политику по ее достижению, поскольку автоматически действующие рыночные силы без этой поддержки не гарантируют ее достижения. Рассмотрим, как определяется равновесное состояние экономики в модели, предложенной Дж.Кейнсом.

В модели предполагается, что существует три вида активов: деньги, облигации, физический капитал. Относительная цена денег, выраженная в облигациях, – это ставка процента по облигациям. Предполагается, что в условиях равновесия норма прибыли на физический капитал (т.е. на имеющийся запас инвестиционных товаров) равна ставке дохода по облигациям.

Таким образом, появляется возможность проследить, как денежно-кредитная политика влияет на производство. Например, увеличение денежной массы путем печатания новых денег изменяет пропорции обмена между деньгами и облигациями. Если денег станет больше, их будут хранить только при снижении нормы процента на облигации (альтернативный вид активов), при этом норма прибыли также должна снизиться, поскольку облигации и капитал – близкие предметы.

Рассмотрим теперь критерий максимума прибыли по отношению к капиталу (фондам) при фиксированном уровне занятости. Прибыль определяется по формуле:

$$\Pi = p \cdot F(K, L) - r \cdot K, \qquad (8.1)$$

где p – цена единицы валового внутреннего продукта;
K – капитал, вовлеченный в производство;
L – трудовые ресурсы, вовлеченные в производство;
r – норма прибыли (ставка процента).

Необходимое условие экстремума:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial K} = p \cdot \frac{\partial F}{\partial K} - r = 0, \qquad (8.2)$$

поскольку (глава II, формулы (2.6, 2.8)) $\frac{\partial^2 \Pi}{\partial K^2} < 0$, то действительно получим условие максимума

$$p \cdot \frac{\partial F}{\partial K} = r, \qquad (8.3)$$

т.е. предельная производительность фондов в стоимостном виде равна норме прибыли (ставке процента).

Таким образом, падение нормы прибыли согласно (8.3) означает падение предельного продукта капитала, а поскольку предельный продукт падает с ростом К, то падение нормы прибыли с необходимостью предполагает увеличение спроса на инвестиционные товары, следовательно, и на товары в целом. Проследив всю причинно-следственную цепочку, видим, что сравнительно небольшое увеличение денежной массы приводит к росту спроса на товары, соответственно, к росту предложения товаров, т.е. к увеличению конечного продукта.

Рассмотрим более подробно рынок труда в модели Кейнса. Напомним, что в классической модели равновесие наступало при полной занятости, и равновесное значение реальной заработной платы $\left(\frac{w}{p}\right)^0$ определялось из условия:

$$L^D\left[\left(\frac{w}{p}\right)^0\right] = L^0 \quad . \qquad (8.4)$$

При этом равновесный конечный продукт определяется формулой:$Y^0 = F(K,L^0)$, где L^0 – число занятых при полной занятости. Предположим теперь, что по определенным причинам спрос E (на продукцию) оказался меньше предложения Y^0 при полной занятости. В этом случае, как считал Кейнс, фактически произведенный конечный продукт Y будет равен спросу: Y = E. Таким образом фактическая занятость будет меньше полной занятости $Y < Y^\circ$. Это немедленно окажет влияние на рынок рабочей силы в связи с тем, что при прочих равных условиях меньший объем продукта можно произвести с помощью меньшего числа рабочих, т.е. $L < L^0$.

Таким образом, если в классической модели реальная заработная плата $(w/p)^\circ$ определяла число занятых $L^0=L\left(\frac{w}{p}\right)^0$, то в модели

Кейнса спрос на товары E определяет уровень занятости L. При этом $\Delta L = L^0 - L$ и есть тот уровень безработицы, который диктуется рынками денег и товаров.

Дело в том, что производители не могут продать столько, сколько они хотели бы, но производят и продают только в объеме спроса. Поэтому кривая спроса на рабочую силу, которая выводилась в предположении максимизации прибыли, не может быть применена.

Следовательно, основные новшества модели Кейнса по сравнению с классической моделью состоят в следующем:

1. Равновесие на рынке товаров достигается при равенстве планируемого спроса и фактического предложения.

2. Фактический спрос на рабочую силу определяется фактически востребованным продуктом, и, значит, равновесие на рынке рабочей силы может быть достигнуто тогда, когда рынок товаров находится в равновесии.

В целом модель Кейнса можно записать в следующем виде:

Рынок рабочей силы:

$$L^S = L^S(w/p), \qquad L^D = L^D(Y). \tag{8.5}$$

Рынок денег:

$$M^S = M^S; \quad M^D = k \cdot p \cdot Y + Lq(r), \qquad \frac{dLq}{dr} < 0, \tag{8.6}$$

$$M^S = M^D, \tag{8.7}$$

где Lq(r) – спрос на облигации в зависимости от процентной ставки.

Рынок товаров:

$$Y = Y(L), \quad E = C(Y) + I(r), \quad \frac{dC}{dY} > 0, \quad \frac{dI}{dr} < 0, \tag{8.8}$$

$$Y = E. \tag{8.9}$$

При исследовании поведения экономики формулы (8.5) – (8.9) должны быть заменены конкретными зависимостями, отражающими поведение рынков.

8.2. Исследование модели Кейнса

Рассмотрим равновесие на рынке товаров, полагая, что зависимости C(Y), I (r) линейные. В этом случае спрос на потребительские товары растет линейно с ростом предложения товаров:

$$C(Y) = a + b \cdot Y, \tag{8.10}$$

где $a>0$, $0<b<1$.

Спрос на инвестиционные товары линейно убывает с ростом нормы процента:

$$I(r) = d - f \cdot r, \tag{8.11}$$

где $d>0$, $f>0$.

В этом случае условие равновесия (8.9) запишется в следующей форме:

$$Y^G = a + b \cdot Y^G + d - f \cdot r, \qquad (8.12)$$

откуда

$$Y^G = \left(\frac{a+d}{1-b}\right) - \left(\frac{f}{1-b}\right) \cdot r, \quad (8.13)$$

т.е. кривая равновесия на рынке товаров (кривая IS) является линейно-убывающей функцией r и, следовательно, при фиксированном значении r имеется единственное равновесное значение Y^G(r).

Рассмотрим теперь равновесие на рынке денег в предположении, что спрос на облигации Lq(r) линеен:

$$Lq(r) = h - j \cdot r. \qquad (8.14)$$

Условие равновесия (8.7) при этом запишется в следующем виде:

$$Y^M = \frac{M^S - h}{k \cdot p} + \frac{j \cdot r}{k \cdot p}. \qquad (8.15)$$

Таким образом, кривая равновесия на рынке денег (кривая LM) является возрастающей линейной функцией r, следовательно, при фиксированном r имеется единственное равновесное значение Y^M(r).

Общее равновесие на рынках денег и товаров достигается в том случае, когда:

$$Y^G(r_0) = Y^M(r_0) = Y_0, \qquad (8.16)$$

причем точка равновесия (Y_0, r_0), т.е. точка пересечения кривых IS и LM единственна.

Общая картина равновесия представлена графически на рис. 8.1. При этом в первом квадрате изображены кривые **IS** и **LM**, а в четвертом квадрате производственная функция экономики **ПФ** как функция трудовых ресурсов, в третьем – кривые спроса $\mathbf{L^D}$ и предложения $\mathbf{L^S}$ на рабочую силу.

На рис. 8.1. приняты следующие обозначения:

- r_0, Y_0, L_0, $(w/p)_0$, $(w/p)_n$ – соответственно, процентная ставка, конечный продукт, занятость, максимальный и минимальный уровни реальной заработной платы при неполной занятости;
- r^0, Y^0, L^0, $(w/p)^0$ – соответственно, процентная ставка, конечный продукт, занятость, уровень реальной заработной платы при полной занятости;

Причинные связи направлены от рынков товаров и денег к рынку рабочей силы через производственную функцию. Причем рынок труда не является определяющим. Совокупное равновесие на рынках денег и товаров однозначно определяет фактическую потребность в рабочей силе $Y_0 = F(K, L_0)$ и, если классическая модель предполагает автоматическую тенденцию к полной занятости, то в модели Кейнса таковой нет.

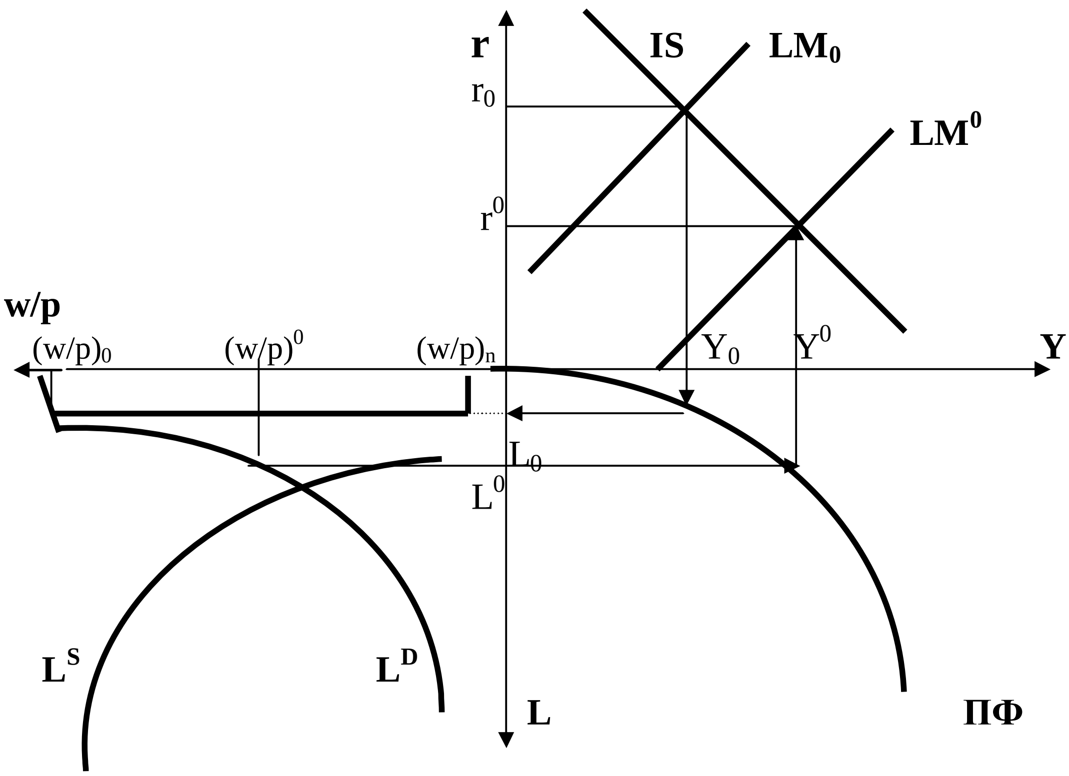

Рис. 8.1.

Действительно, пусть равновесие установилось при занятости $L_0<L^0$. Тогда, для того чтобы добиться полной занятости L^0, надо увеличить выпуск продукции до $Y^0 = F(K, L^0)$, что потребовало бы сместить кривую $\mathbf{LM_0}$ в положение $\mathbf{LM^0}$. Как это видно из (8.15), такое смещение можно обеспечить при экзогенно заданном предложении денег M^S и фиксированных коэффициентах k и h только путем снижения цен p, но никакого механизма снижения цен при фиксированной ставке заработной платы w_0 в модели Кейнса не заложено. Следовательно, для перехода к полной занятости нужна специальная государственная политика.

И еще одна особенность: уровень планируемых расходов E бывает настолько высок, что производство Y не может достигнуть этого уровня. Это происходит тогда, когда точка пересечения кривых **IS** и **LM** имеет отрицательное значение нормы процента.

Коррекцией подхода Кейнса является монетаристский подход к анализу экономики, развитый в начале 70-х годов XX в. М. Фридменом. Суть различия в подходах Кейнса и Фридмена в следующем. Кейнс считал, что самое значительное влияние на движение основных макроэкономических показателей оказывает спрос на товары, в то время как, по мнению Фридмена, главное – это контроль над предложением денег.

Монетаристы считают, что спекулятивный спрос на деньги не зависит от ставки процента, поэтому увеличение предложения денег приводит к росту цен, но не объемов производства, как это следовало бы из модели Кейнса. Монетаристы считают, что денежно-кредитная политика не может повлиять в долгосрочном плане на реальный объем производства и безработицу, хотя в краткосрочном плане это возможно.

Как свидетельствует опыт России и других стран, иногда оправдывался подход Кейнса, иногда подход Фридмена. При малой и контролируемой государством инфляции действует кейнсианский подход. При гиперинфляции и слабом контроле государства – монетаристский подход.

Контрольные задания для освоения темы

Определение условий равновесия на рынках денег и товаров

1. В качестве изучаемой системы берется экономика условного объекта.

2. По имеющимся в таблице 1 вариантов заданий Приложения 7 значениям: a, b, d, f , используя табличный редактор Excel, рассчитать по формуле (8.13) зависимость $Y^G = F_1(r)$. Значения r задать в пределах от 0 до 1,0 с шагом Δr=0,05. Вычисления оформить в виде таблицы.

3. Аналогично п.2. произвести расчеты значений функции $Y^M = F_2(r)$, используя формулу (8.15). Численные значения M^S, h, j, k, p приведены в таблице 1 вариантов заданий Приложения 7.

4. Применив «Мастер диаграмм» табличного редактора Excel, построить графики зависимостей $Y^G = F_1(r)$ и $Y^M = F_2(r)$. По точке пересечения этих графиков найти величиныY_0 и r_0, определяющие равновесие на рынках денег и товаров.

5. Исходя из условия равновесия на рынках денег и товаров, оп-

$$r_0 = \frac{a \cdot k \cdot p + d \cdot k \cdot p - M^s + b \cdot M^s + h - b \cdot h}{j - j \cdot b + k \cdot p \cdot f}. \qquad (8.17)$$

ределить аналитическим путем величину r_0 по формуле:

Сравнить полученное значение r_0, со значением r_0 найденным графическим путем. Подставив значение r_0 в формулы (8.13) и (8.15), найти аналитическое значение Y_0. Сравнить его с Y_0 полученным графическим путем.

5. Используя производственную функцию вида

$$Y = A*L^{\beta}, \qquad (8.18)$$

найти величину L_0 по формуле:

$$L_0 = e^{\frac{\ln Y_0 - \ln A}{\beta}} \qquad (8.19)$$

Значения величин A и β взять из таблицы 1 вариантов заданий Приложения 7.

6. Рассчитать по формуле (8.18) производственную функцию $Y=F_3(L)$ и построить ее график, используя возможности табличного редактора Excel. Значения L задать в пределах от 0 до $1{,}5 \cdot L_0$ с шагом $\Delta L = \frac{L_0}{10}$. Величину L_0 взять из формулы (8.19). По значению Y_0 найти графическим путем величину L_0 и сравнить со значением L_0, полученным аналитически.

7. Оформить результаты вычислений в виде отчета, в котором отразить общую постановку задачи, алгоритмы вычислений показателей, экономический анализ полученных результатов и общие выводы по работе. Все расчеты, полученные вручную и с помощью ПЭВМ, должны быть приведены в табличном виде, а соответствующие пояснения – в последовательности согласно заданию.

Определение параметров модели

1. Определить в простой кейнсианской модели формирования доходов параметры уравнения функции потребления. Исходная система уравнений имеет вид:

$$C_t = a + b \cdot Y_t + u_t; \qquad (8.20)$$

$$Y_t = C_t + I_t, \qquad (8.21)$$

где t – индекс, указывающий на то, что уравнения (8.20), (8.21) являются системой одновременных уравнений для моментов времени t_1 – t_n;

u_t – случайная составляющая;

C_t, Y_t – функции потребления и дохода, соответственно являющиеся эндогенными переменными;

I_t – экзогенно заданная функция, отражающая инвестиционный спрос.

Методом наименьших квадратов (МНК) из уравнения (8.20) найти параметры a и b невозможно, так как оценки будут смещенными. В связи с этим использовать косвенный метод наименьших квадратов (КМНК).

Для этого эндогенные переменные C_t, Y_t выразить через экзогенную переменную I_t. С этой целью подставить выражение (8.20) в (8.21):

$$Y_t = a + bY_t + u_t + I_t, \tag{8.22}$$

отсюда получить:

$$Y_t = \frac{a}{1-b} + \frac{I_t}{1-b} + \frac{u_t}{1-b} \tag{8.23}$$

Подставить выражение (8.23) в уравнение (8.20) и получить:

$$C_t = \frac{a}{1-b} + \frac{b \cdot I_t}{1-b} + \frac{u_t}{1-b} \tag{8.24}$$

Данное уравнение не содержит в правой части эндогенных переменных, а имеет только экзогенную переменную в виде I_t (инвестиций). Экзогенная переменная не коррелирует со случайной составляющей u_t и, следовательно, параметры этого уравнения могут быть найдены с помощью МНК.

Представить уравнение (8.24) в следующем виде:

$$C_t = a^* + b^* \cdot I_t + u_t^*, \tag{8.25}$$

где

$$a^* = \frac{a}{1-b}; \qquad b^* = \frac{b}{1-b}; \qquad u^* = \frac{u}{1-b}. \tag{8.26}$$

2. Используя имеющиеся в таблице 2 варианты заданий в Приложении 7 данные о величинах C_t и I_t, найти с помощью МНК несмещенные оценки a* и b* из уравнения (8,25).

Для этих целей применить имеющийся в табличном редакторе Excel пакет прикладных программ, реализующий определение параметров уравнения регрессии методом наименьших квадратов. Активизация этого метода производится командами: ***«Сервис» – «Анализ данных» – «Регрессия».***

3. После определения значений a* и b* необходимо найти несмещенные оценки величин **a** и **b**, используя соотношения:

$$a = \frac{a^*}{1+b^*}; \qquad b = \frac{b^*}{1+b^*} \tag{8.27}$$

4. Применив найденные значения **a** и **b**, записать уравнение функции потребления (8.20). Сравнить полученные по формуле (8.27) значения **a** и **b** с величинами **a** и **b,** заданными в таблице 1 вариантов

заданий Приложения 7. Рассчитать проценты несовпадения данных величин по формулам:

$$\nabla a''\% = \frac{a - a_{\text{таб}}}{a_{\text{таб}}} \cdot 100; \qquad \nabla b''\% = \frac{b - b_{\text{таб}}}{b_{\text{таб}}} \cdot 100. \qquad (8.28)$$

5. Определить по формуле (8.21) значения величин Y_t (для t в пределах от t1 до t14), взяв значения C_t и I_t из таблицы 2 вариантов заданий Приложения 7.

6. Приняв в качестве исходных данных имеющиеся значения C_t и Y_t, определить с помощью метода наименьших квадратов смещенные оценки $\mathbf{a}^{\text{см}}$ и $\mathbf{b}^{\text{см}}$ величин **a** и **b,** используя уравнение (8.20). Сравнить найденные значения $\mathbf{a}^{\text{см}}$ и $\mathbf{b}^{\text{см}}$ с величинами **a** и **b,** заданными в таблице 1 вариантов заданий Приложения 7. Рассчитать проценты несовпадения данных величин по формулам:

$$\Delta a^{см}\% = \frac{a^{см} - a_{\text{таб}}}{a_{\text{таб}}} \cdot 100; \qquad \Delta b^{см}\% = \frac{b^{см} - b_{\text{таб}}}{b_{\text{таб}}} \cdot 100 \qquad (8.29)$$

7. Сравнить проценты несовпадения, полученные по формулам (8.28) и (8.29), а также статистические характеристики: коэффициенты множественной детерминации (R^2), критерии Фишера (F) и критерии Стьюдента (t), полученные при определении величин $\mathbf{a}^1$, $\mathbf{b}^1$ и величин $\mathbf{a}^{\text{см}}$, $\mathbf{b}^{\text{см}}$. Дать обоснованные выводы, вытекающие из сравнения этих величин.

8. Оформить результаты вычислений в виде отчета, в котором отразить общую постановку задачи, алгоритмы вычислений показателей, экономический анализ полученных результатов и общие выводы по работе. Все расчеты, полученные вручную и с помощью ПК, должны быть приведены в табличном виде, а соответствующие пояснения – в последовательности согласно заданию.

ГЛАВА IX
МОДЕЛЬ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ ХАРРОДА–ДОМАРА

9.1. Построение математической модели

Модель макроэкономической динамики Харрода–Домара описывает динамику взаимосвязи основных макроэкономических показателей закрытой экономики. При этом доход $Y(t)$ равен сумме объема потребления $C(t)$ и инвестиций $I(t)$:

$$Y(t) = C(t) + I(t). \qquad (9.1)$$

Так как экономика считается закрытой, поэтому чистый экспорт равен нулю и государственные расходы в модели не выделяются. Основное соотношение в модели Харрода–Домара – это взаимосвязь между инвестициями и скоростью роста дохода. Предполагается, что скорость роста дохода пропорциональна инвестициям:

$$B \cdot \frac{dY(t)}{dt} = I(t), \qquad (9.2)$$

где B – коэффициент приростной капиталоёмкости, или капиталоёмкости прироста дохода, а обратная величина: $b=\frac{1}{B}$ называется приростной капиталоотдачей.

При построении модели приняты следующие допущения:

1. Инвестиционный лаг равен нулю, и, следовательно, инвестиции мгновенно переходят в прирост капитала:

$$\Delta K(t) = I(t), \qquad (9.3)$$

где $\Delta K(t)$ – непрерывная функция прироста капитала во времени.

2. Выбытие капитала отсутствует.

3. Производственная функция в модели линейна. Это вытекает из пропорциональности прироста дохода приросту капитала, так как

$$dY(t) = \frac{1}{B} \cdot I(t) \cdot dt, \qquad (9.4)$$

и, следовательно:

$$dY(t) = \frac{1}{B} \cdot d(K(t)) \cdot dt. \qquad (9.5)$$

Однако линейная производственная функция:

$$Y(t) = a \cdot L(t) + b \cdot K(t) + c, \qquad (9.6)$$

где $b = \frac{1}{B}$,

обладает этим свойством, если либо $a = 0$, либо $L(t) = \mathrm{const}$. Из данных положений вытекают следующие допущения модели:

3.1. Затраты труда постоянны во времени, либо выпуск не зависит от затрат труда, поскольку труд не является дефицитным ресурсом.

3.2. Модель не учитывает влияния на объем выпуска продукции научно-технического прогресса.

Предпосылки (1–3) существенно ограничивают описание динамики реальных макроэкономических процессов, делают затруднительным применение модели Харрода–Домара, например, для расчета или прогноза величины совокупного выпуска или дохода. Однако данная модель и не предназначена для этого. Относительная простота модели позволяет более глубоко изучить взаимосвязь динамики инвестиций и роста выпуска, получить точные формулы траекторий рассматриваемых параметров при сделанных предпосылках.

9.2. Исследование динамики дохода при различной динамике потребления

В модели Харрода–Домара предполагается, что динамика объёма потребления $C(t)$ задаётся экзогенно. Этот показатель может считаться постоянным во времени, расти с заданным постоянным темпом или иметь какую-либо другую динамику (в первых двух случаях более просто получить решение модели).

9.2.1. Поведение модели при отсутствии потребления

Простейший вариант модели получается, если считать $C(t)=0$. В этом случае все ресурсы экономики направляются на инвестиции, в результате чего могут быть определены максимальные технически возможные темпы роста дохода, и модель, учитывая (9.1), (9.2), принимает следующий вид:

$$Y(t) = 0 + B\cdot\frac{dY(t)}{dt}. \qquad (9.7)$$

Представив (9.7) в стандартном виде, получим:

$$-B\cdot\frac{dY(t)}{dt} + Y(t) = 0. \qquad (9.8)$$

Выражение (9.8) – однородное линейное дифференциальное уравнение, решение которого имеет вид:

$$Y(t) = Y(0)\cdot e^{\frac{t}{B}}. \qquad (9.9)$$

Непрерывный темп прироста равен $\frac{1}{B}$. Это максимально возможный (технологический) темп прироста дохода в рассматриваемой экономической системе.

9.2.2. Поведение модели при постоянном потреблении

Рассмотрим вариант модели, когда $C(t) = C = \text{const}$. В этом случае получаем:

$$Y(t) = C + B \cdot \frac{dY(t)}{dt}, \qquad (9.10)$$

или, сделав перестановку членов уравнения, получим:

$$-B \cdot \frac{dY(t)}{dt} + Y(t) = C. \qquad (9.11)$$

Это неоднородное линейное дифференциальное уравнение, и его частное решение имеет вид: $Y(t) = C$. Складывая частное решение уравнения (9.11) с общим решением однородного уравнения $Y(t) = A \cdot e^{\frac{t}{B}}$, получаем его общее решение:

$$Y(t) = A \cdot e^{\frac{t}{B}} + C. \qquad (9.12)$$

Подставив в (9.12) $t = 0$, получим $A = Y(0) - C$, следовательно, общее решение уравнения (9.11) будет следующим:

$$Y(t) = Y(0) \cdot e^{\frac{t}{B}} + C \cdot (1 - e^{\frac{t}{B}}). \qquad (9.13)$$

Непрерывный темп прироста дохода $v(t) = \frac{Y'(t)}{Y(t)}$ для уравнения (9.11) получим из следующего выражения:

$$-B \cdot \frac{Y'(t)}{Y(t)} + 1 = \frac{C}{Y(t)}. \qquad (9.14)$$

Следовательно, непрерывный темп прироста дохода равен:

$$v(t) = \frac{1}{B} \cdot \left[1 - \frac{C}{Y(t)}\right]. \qquad (9.15)$$

Он составляет $\frac{1}{B} \cdot \left[1 - \frac{C(0)}{Y(0)}\right]$ в начальный момент времени, при $t = 0$. С ростом времени растет доход Y(t), а потребление C(t) = const. В связи с этим v(t) возрастая, стремится к $\frac{1}{B}$ при $t \to \infty$, так как доход растёт, а постоянный объём потребления составляет всё меньшую его долю. Величина в скобках:

$$\alpha(t) = \left[1 - \frac{C}{Y(t)}\right] \qquad (9.16)$$

является нормой накопления в момент времени t. Темп прироста дохода пропорционален этой величине, как и показателю приростной капиталоотдачи b.

При прочих равных условиях рост нормы накопления пропорционально увеличивает темпы прироста дохода. Необходимо также отметить, что при C(0) = Y(0) непрерывный темп прироста дохода равен нулю и, следовательно, роста дохода вообще не происходит.

9.2.3. Поведение модели при росте потребления с постоянным темпом

Исследуем вариант модели с показателем потребления $C(t)$, растущим с постоянным темпом r, т.е. $C(t) = C(0) \cdot e^{r \cdot t}$. В этом случае дифференциальное уравнение модели примет вид:

$$Y(t) = C(0) \cdot e^{r \cdot t} + B \cdot \frac{dY(t)}{dt}. \qquad (9.17)$$

Приведём данное уравнение к стандартному виду:

$$-B \cdot \frac{dY(t)}{dt} + Y(t) = C(0) \cdot e^{r \cdot t}. \qquad (9.18)$$

Это неоднородное линейное дифференциальное уравнение. Решение этого уравнения имеет вид:

$$Y(t) = \left[Y(0) - \frac{C(0)}{1 - B \cdot r} \right] \cdot e^{\frac{t}{B}} + \left[\frac{C(0)}{1 - B \cdot r} \right] \cdot e^{r \cdot t}. \qquad (9.19)$$

Согласно экономическому смыслу, ясно, что темп прироста потребления r не должен быть больше максимально возможного общего темпа прироста $\frac{1}{B}$. Иначе потребление будет занимать всё большую часть дохода, что сведёт к нулю сначала инвестиции, а затем и доход. Это также видно из формулы (9.19) решения модели. Действительно, если $r > \frac{1}{B}$ (например, $r = \frac{2}{B}$), то коэффициент $\frac{1}{1 - B \cdot r}$ отрицателен, а $e^{r \cdot t}$ растёт быстрее, чем $e^{\frac{t}{B}}$, следовательно, отрицательное второе слагаемое через некоторое время перевесит первое.

При $r < \frac{1}{B}$ вид решения в рассматриваемой модели во многом зависит от соотношения между показателями r и $\rho_0 = \frac{\alpha_0}{B}$. Величина α – это норма накопления в начальный момент времени $t = 0$. Значение α определяется по формуле (9.16):

$$\alpha_0 = 1 - \frac{C(0)}{Y(0)} \quad . \qquad (9.20)$$

Если $r = \rho_0$, то темп прироста дохода равен темпу прироста потребления. Норма накопления $\alpha(t)$ в этом случае постоянна во времени и равна α_0, а темп прироста дохода пропорционален норме накопления и обратно пропорционален приростной капиталоёмкости. Именно эта модификация модели экономического роста, в которой постоянна норма накопления, называется моделью Харрода–Домара.

Если в рассматриваемой модели $\frac{1}{B} > r > \rho$, то темп прироста потребления оказывается слишком высоким для экономики. В этом случае коэффициент $\left[Y(0) - \frac{C(0)}{1 - B \cdot r}\right]$ в формуле (9.19) отрицателен, так как $r < \frac{1}{B}$, и по той же причине первое отрицательное слагаемое с ростом времени превысит второе. Это приводит к тому, что темп прироста дохода падает и становится с некоторого момента отрицательным, а через некоторое время и сам доход становится равным нулю. После этого модель теряет экономический смысл.

Необходимо рассмотреть отдельно случай, когда Y(0) = C(0). При этом, согласно формуле (9.20), величина $\alpha_0 = 0$. Следовательно, для модели Харрода–Домара r также будет равно нулю. В формуле (9.19) первое слагаемое станет равным нулю, а второе слагаемое будет равно Y(0) для всех значений t, т.е. Y(t) = Y(0) = const. Если же увеличивать величину темпа прироста потребления r, используя формулу:

$$r = \frac{1 - \frac{C(0)}{Y(0)}}{B} \cdot k = \rho_0 \cdot k \quad , \tag{9.21}$$

где k – увеличивающий коэффициент, то при сохранении условия:Y(0) = C(0) имеем тот же результат.

Таким образом, для получения самоподдерживающегося роста дохода в модели Харрода–Домара необходимо в первоначальный момент иметь превышение дохода над потреблением, и чем выше это превышение, тем выше темп прироста дохода.

9.2.4. Условия сохранения равновесного устойчивого роста экономики

Модель Харрода–Домара использовалась для обоснования модернизации экономики развивающихся стран. Основным фактором, с помощью которого регулируется экономический рост, являются инвестиции. Однако недостатком данной модели является то, что она фактически не позволяет получить равновесный, устойчивый рост экономики, при котором совокупный спрос равен совокупному предложению.

При одинаковом описании динамики изменения макроэкономических показателей в модели Харрода и модели Домара по-разному формулируются условия равновесного роста. В модели Домара для сохранения равновесного роста необходимо, чтобы инвестиции (I) и доход (Y) росли одинаковым и постоянным во времени темпом:

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta I}{I} = \alpha \cdot s, \qquad (9.22)$$

где $\alpha = \frac{\Delta Y}{\Delta K}$ – предельная производительность капитала;

$s = \frac{\Delta I}{\Delta Y}$ – предельная склонность к сбережению.

Такое динамическое равновесие редко бывает устойчивым, так как темп роста инвестиций может отклоняться от уровня, заданного моделью как в ту, так и в другую сторону.

По Харроду равновесный устойчивый рост экономики обеспечивается при гарантированном темпе роста:

$$\frac{\Delta Y_t}{Y_t} = \frac{s}{\nu - s}, \qquad (9.23)$$

где $\nu = \frac{I_t}{Y_t - Y_{t-1}}$ – акселератор инвестиций.

Поскольку фактический темп роста может быть выше или ниже гарантированного, экономическая система будет склонна удаляться от состояния равновесия. Лишь при равенстве гарантированного, естественного (обеспечивающего «полную занятость» населения) и фактического темпа роста достигается наилучшее развитие экономики страны.

Таким образом, динамическое равновесие в модели Харрода, также как и в модели Домара, неустойчиво. Эта неустойчивость во многом определяется использованием в модели одного ресурса – капитала – и отсутствием взаимозаменяемости ресурсов. Однако вышерассмотренные модели позволяют более глубоко изучить взаимосвязь динамики инвестиций и роста выпуска, получить точные формулы траекторий рассматриваемых параметров при сделанных предпосылках. Зависимость, связывающая между собой во времени показатели инвестиций, определяемый ими объём основного капитала и уровень выпуска (дохода), как уже было упомянуто ранее, является базовой во всех моделях макроэкономической динамики.

Контрольные задания для освоения темы

1. В качестве изучаемой системы берется экономика условного объекта.

2. Используя табличный редактор Excel, рассчитать по формуле (9.9) зависимость $Y = f_1(t)$ при отсутствии потребления, т.е. $C(t) = 0$. Значения коэффициента приростной капиталоемкости B и Y(0) взять

из таблицы вариантов заданий Приложения 8. Величину t задать в пределах от 0 до 20 лет с интервалом $\Delta t = 1$ году. Вычисления оформить в виде таблицы. Применив «Мастер диаграмм» табличного редактора Excel, построить график зависимости $Y = f_1(t)$.

3. Аналогично п. 2 произвести расчеты значений трех функций $Y = f(t)$, используя формулу (9.13) для трех случаев C(0) при постоянной функции потребления, т.е. $C(t) = C(0) = const$. Численные значения C(0) для каждого случая приведены в таблице вариантов Приложения 8. Вычисления оформить в виде таблицы. Применив «Мастер диаграмм» табличного редактора Excel, построить на одной диаграмме графики зависимостей: $Y = f_2(t)$, $Y = f_3(t)$, $Y = f_4(t)$, $C = f_5(t)$, $C = f_6(t)$, $C = f_7(t)$. Произвести анализ полученных результатов, выделив отдельно случай, когда $C(0) = Y(0)$.

4. Для функции потребления, растущей с постоянным темпом:

$$C(t) = C(0) \cdot e^{r \cdot t} \qquad (9.22)$$

рассчитать значения темпов роста r для трех различных значений C(0) по формуле:

$$r = \frac{1}{B} \cdot \left[1 - \frac{C(0)}{Y(0)}\right]. \qquad (9.23)$$

Величины B, Y(0) и C(0) выбираются из таблицы вариантов Приложения 8.

5. Для каждого значения r, полученного при выполнении пункта 4, рассчитать значения $C = f_8(t)$, $C = f_9(t)$, $C = f_{10}(t)$, используя формулу (9.22), и значения $Y = f_{11}(t)$, $Y = f_{12}(t)$, $Y = f_{13}(t)$, используя формулу (9.19). Значения t задать в пределах от 0 до 30 лет с интервалом $\Delta t = 1$ году. Вычисления оформить в виде таблицы. С помощью «Мастера диаграмм» табличного редактора Excel, построить на одной диаграмме графики зависимостей: $C = f_8(t)$, $C = f_9(t)$, $C = f_{10}(t)$, $Y = f_{11}(t)$, $Y = f_{12}(t)$, $Y = f_{13}(t)$. Проанализировать полученные результаты, выделив отдельно случай, когда $C(0) = Y(0)$.

6. Рассчитать значения темпов роста функции C(t) для трех различных значений C(0) по формуле:

$$r = \frac{1}{B}\left[1 - \frac{C(0)}{Y(0)}\right] \cdot 1{,}25 \ . \qquad (9.24)$$

7. Используя формулы (9.22) и (9.19) для каждого значения r, полученного при выполнении п. 6, рассчитать зависимости: $C = f_{14}(t)$, $C = f_{15}(t)$, $C = f_{16}(t)$, $Y = f_{17}(t)$, $Y = f_{18}(t)$, $Y = f_{19}(t)$ и аналогично п.5 построить на одной диаграмме графики этих функций. Дать анализ полученным результатам, также выделив отдельно случай, когда $C(0) = Y(0)$.

8. Для случая, когда $r = \frac{2}{B}$, рассчитать по формуле (9.22) значения $C = f_{20}(t)$, $C = f_{21}(t)$, $C = f_{22}(t)$ и по формуле (9.19) значения $Y = f_{23}(t)$, $Y = f_{24}(t)$, $Y = f_{25}(t)$. Численные значения C(0) приведены в таблице вариантов Приложения 8. Вычисления оформить также в виде таблицы, задав значения t в пределах от 0 до 30 лет с интервалом $\Delta t = 1$ году. Применив «Мастер диаграмм» табличного редактора Excel, построить на одной диаграмме графики этих зависимостей. Дать объяснения полученным графическим зависимостям.

9. Оформить полученные результаты в виде отчета, в котором отразить общую постановку задачи, алгоритмы вычислений показателей, экономический анализ полученных результатов и общие выводы по работе.

ГЛАВА X
МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА СОЛОУ

10.1. Постановка задачи и построение математической модели в абсолютных показателях

Сформулированная Солоу в середине прошлого века концепция экономического роста имела целью заменить кейнсианскую модель динамического развития экономики Харрода–Домара неоклассической теорией роста. При этом в исходной модели Солоу экономическая система рассматривается как единое целое, в которой производится один универсальный продукт. Этот продукт может потребляться и инвестироваться. Экспорт–импорт в явном виде не учитывается. Состояние экономической системы задается следующими эндогенными переменными:

1. $X(t)$ – выпуск товаров и услуг;
2. $C(t)$ – фонд непроизводственного потребления;
3. $I(t)$ – валовые инвестиции в производственный капитал;
4. $L(t)$ – число занятых в производственной деятельности;
5. $K(t)$ – основные производственные фонды.

Время t измеряется в годах и считается непрерывным.

Кроме того, состояние экономической системы определяется экзогенными (заданными извне) показателями:

а) g – годовой темп прироста числа занятых в производственной деятельности;

б) m – доля основных производственных фондов, выбывших за один год;

в) a – доля промежуточного продукта в выпуске товаров и услуг;

г) φ – доля валовых инвестиций в валовом внутреннем продукте (норма накопления).

Данные экзогенные показатели могут изменяться в следующих пределах: $-1 < g < 1$; $0 < m < 1$; $0 < a < 1$; $0 < \varphi < 1$.

Годовой выпуск товаров и услуг $X(t)$ в каждый момент времени t связан с ресурсами $K(t)$ и $L(t)$ посредством линейно- однородной неоклассической производственной функции:

$$X(t) = F\,[K(t), L(t)] \tag{10.1}$$

Сами ресурсные показатели, являясь эндогенными показателями, изменяются за небольшой промежуток времени Δt следующим образом:

1. В соответствии с определением темп прироста числа занятых в производственной деятельности будет равен:

$$\frac{\Delta L(t)}{L(t)} = g \cdot \Delta t. \qquad (10.2)$$

Разделив уравнение (10.2) на Δt и умножив его на $L(t)$, при $\Delta t \to 0$, получим:

$$\frac{dL(t)}{dt} = g \cdot L(t), \qquad (10.3)$$

или, при записи в стандартном виде:

$$\frac{-1}{g} \cdot \frac{dL(t)}{dt} + L(t) = 0. \qquad (10.4)$$

Решение данного однородного линейного дифференциального уравнения имеет вид:

$$L(t) = A \cdot e^{g \cdot t} \qquad (10.5)$$

Используя начальное условие $L(0) = L_0$, получим:

$$L(t) = L_0 \cdot e^{g \cdot t} \qquad (10.6)$$

2. Прирост основных производственных фондов за промежуток времени Δt с учетом инвестиций и выбытия фондов за счет износа составит:

$$\Delta K(t) = I(t) \cdot \Delta t - m \cdot K(t) \cdot \Delta t. \qquad (10.7)$$

Если разделить уравнение (10.7) на Δt, при $\Delta t \to 0$, получим дифференциальное уравнение вида:

$$\frac{dK(t)}{dt} = -m \cdot K(t) + I(t), \quad \text{при } K(0)=K_0. \qquad (10.8)$$

3. Функцию изменения валовых инвестиций во времени можно получить следующим образом:

$$I(t) = \varphi \cdot Y(t) = \varphi \cdot (1-a) \cdot X(t), \qquad (10.9)$$

где $Y(t)$ – текущее значение валового внутреннего продукта, а $Z(t) = a \cdot X(t)$ – величина промежуточного продукта.

4. Величина фонда непроизводственного потребления, исходя из (10.9), находится по формуле:

$$C(t) = (1-\varphi) \cdot (1-a) \cdot X(t). \qquad (10.10)$$

Таким образом, получаем модель Солоу в абсолютных величинах в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} X(t) = F\,[K(t), L(t)]; \\ L(t) = L_0 \cdot e^{g \cdot t}; \\ \dfrac{dK(t)}{dt} = -m \cdot K(t) + \varphi \cdot (1-a) \cdot X(t), \text{ при } K(0)=K_0; \\ I(t) = \varphi \cdot (1-a) \cdot X(t), \\ C(t) = (1-\varphi) \cdot (1-a) \cdot X(t) \end{cases} \qquad (10.11)$$

Схема функционирования экономики для этого случая представлена на рис.10.1.

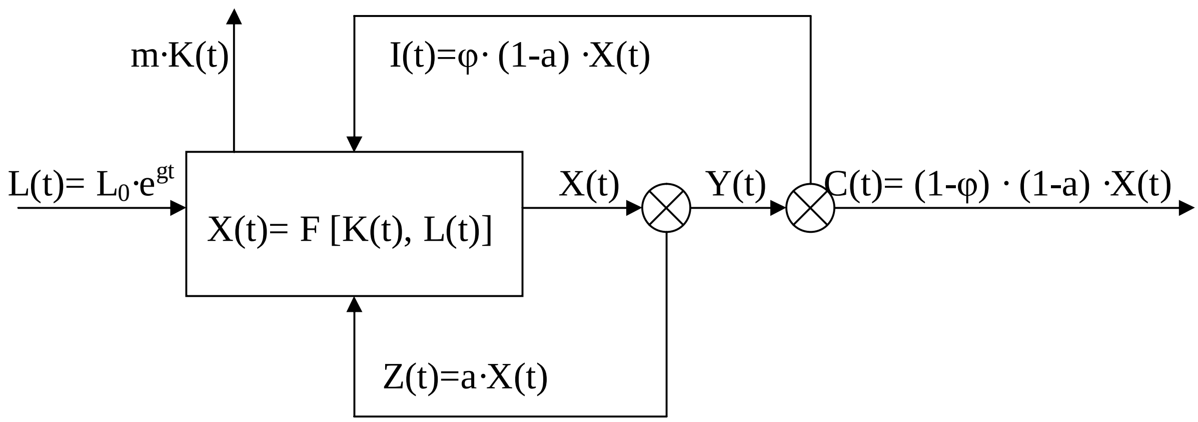

Рис. 10.1.

Данная схема наглядно представляет взаимосвязь абсолютных показателей в экономической системе согласно модели Солоу.

10.2. Построение математической модели в относительных показателях

При выполнении определенных условий экономическая система, поведение которой описывается моделью Солоу, может иметь так называемую стационарную траекторию. При этом стационарной траекторией называют такое поведение экономической системы, когда ее относительные показатели не изменяются во времени.

Определим условия, выполнение которых приводит к неизменности относительных показателей экономической системы, описываемой моделью Солоу. В качестве относительных показателей примем:

а) $k(t)=\dfrac{K(t)}{L(t)}$ – фондовооруженность труда;

б) $x(t)=\dfrac{X(t)}{L(t)}$ – производительность труда;

в) $i(t)=\dfrac{I(t)}{L(t)}$ – удельные инвестиции;

г) $c(t)=\dfrac{C(t)}{L(t)}$ – среднедушевое потребление (на одного занятого).

С учетом введенных относительных показателей можно записать:

Пункт 1. $x(t)=\dfrac{F[K(t),L(t)]}{L(t)}=F\left[\dfrac{K(t)}{L(t)},1\right]=f[k(t)]$.

Пункт 2.

$$\frac{dK(t)}{dt}=\frac{d}{dt}\left[\frac{K(t)}{L(t)}\cdot L(t)\right]=k\cdot\frac{dL(t)}{dt}+L(t)\cdot\frac{dk(t)}{dt}=k(t)\cdot g\cdot L(t)+L(t)\cdot\frac{dk(t)}{dt}$$

или, используя третье уравнение из системы (10.11), получим:

$$k(t)\cdot g\cdot L(t)+L(t)\cdot\frac{dk(t)}{dt}=-m\cdot K(t)+\varphi\cdot(1-a)\cdot X(t).$$

Разделим данное уравнение на L(t) и разрешим его относительно $\frac{dk(t)}{dt}$. В этом случае будем иметь:

$$\frac{dk(t)}{dt}=-k(t)\cdot g-m\cdot k(t)+\varphi\cdot(1-a)\cdot x(t).$$

Пункт 3. $i(t)=\varphi\cdot(1-a)\cdot x(t)=\varphi\cdot(1-a)\cdot f[k(t)]$.

Пункт 4. $c(t)=(1-\varphi)\cdot(1-a)\cdot x(t)=(1-\varphi)\cdot(1-a)\cdot f[k(t)]$.

С учетом выведенных в пунктах 1–4 уравнений модель Солоу в относительных показателях можно записать в виде следующей системы уравнений:

$$\begin{cases}\frac{dk(t)}{dt}=-\lambda\cdot k(t)+\varphi\cdot(1-a)\cdot f[k(t)],\\ \lambda=g+m,\qquad k(0)=k_0=\frac{K_0}{L_0};\\ x(t)=f[k(t)];\\ i(t)=\varphi\cdot(1-a)\cdot f[k(t)];\\ c(t)=(1-\varphi)\cdot(1-a)\cdot f[k(t)].\end{cases}\qquad(10.12)$$

Если установить неизменными во времени показатели:

$k(t) = k^0 = const$, $x(t) = x^0 = const$, $i(t) = i^0 = const$, $c(t) = c^0 = const$, то экономическая система будет находиться на стационарной траектории.

10.3. Определение стационарной траектории

Как видно из системы уравнений (10.12), выход на стационарную траекторию можно обеспечить путем установления фондовооруженности труда на постоянном уровне, т.е. при соблюдении условия, что $k(t) = k^0 = const$.

В этом случае $\frac{dk^0}{dt}=0$ и, следовательно

$$-\lambda\cdot k^0+\varphi\cdot(1-a)\cdot f[k^0]=0\ .\qquad(10.13)$$

Выражение (10.13) можно переписать в следующем виде:

$$\lambda\cdot k^0=\varphi\cdot(1-a)\cdot f[k^0].\qquad(10.14)$$

Учитывая, что X(t) = F [K(t), L(t)] является неоклассической функцией, то f(0) = 0, $f^{/}>0$, $f^{//}<0$. Если дополнительно задать условие, что

$$\varphi\cdot(1-a)\cdot f^{/}[0]>\lambda,\qquad(10.15)$$

то уравнение (10.14) будет иметь единственное ненулевое решение k^0. Данное положение показано на рис.10.2.

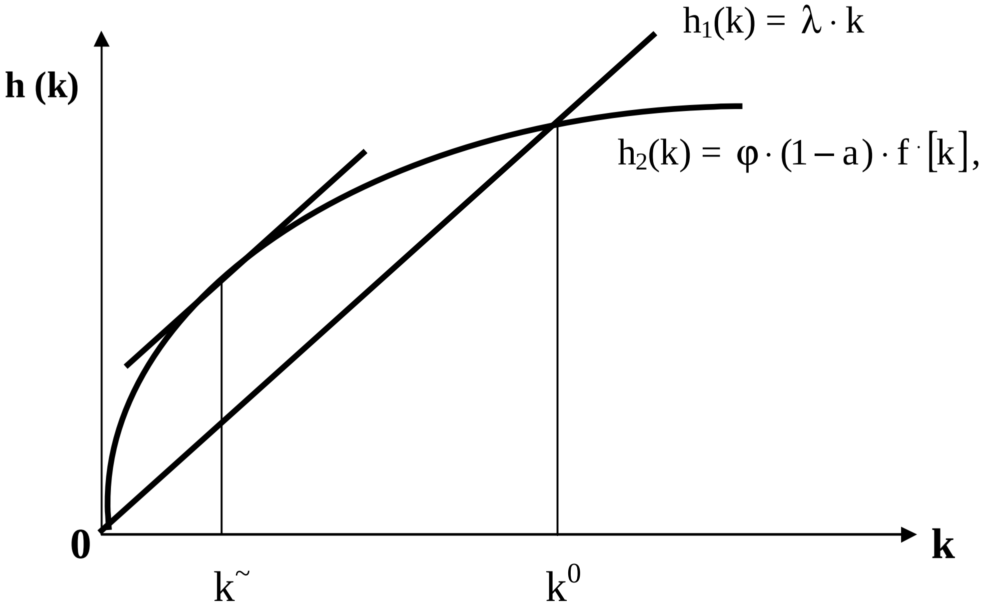

Рис. 10.2.

Одинаковая скорость роста функций $h_1(k)$ и $h_2(k)$, как показано на рис. 10.2, достигается при $k = k^{\sim}$ и, следовательно, значение $k^{\sim}$ является корнем уравнения:

$$\varphi \cdot (1 - a) \cdot f^{\prime}(k^{\sim}) = \lambda. \qquad (10.16)$$

Таким образом, решив уравнение (10.16), можно найти численное значение $k^{\sim}$. Соотношение между величиной $k^{\sim}$ и k_0 оказывает существенное влияние на вид переходных процессов в модели Солоу.

Если в начальный момент времени t=0 экономическая система имеет фондовооруженность $k(0) = k_0 = k^0$, то она уже находится на стационарной траектории. В этом случае данную систему перевести в другое состояние можно только путем изменения значения одного из экзогенных показателей, например доли валовых инвестиций в валовом внутреннем продукте или, изменив производственную функцию, $X(t) = F\,[K(t), L(t)]$.

В случае если $k_0 \neq k^0$, то в экономической системе происходит переходный процесс с выходом на стационарную траекторию, т.е. $k(t) \to k^0$. При этом наблюдаются три типа переходных процессов. Рассмотрим их применительно к изменению фондовооруженности труда во времени:

- если $k_0 < k^{\sim}$, то сначала происходит ускоренный рост фондовооруженности труда $k(t)$, а затем, после достижения равенства $k(t) = k^{\sim}$, сменяется замедленным ростом данного показателя, с постепенным приближением к величине k^0;

- если $k^{\sim} < k_0 < k^0$, то наблюдается замедленный рост фондовооруженности труда $k(t)$ к величине k^0;
- если $k_0 > k^0$, то происходит замедленное снижение фондовооруженности труда к величине k^0.

Аналогичным образом изменяются и остальные относительные показатели в модели Солоу, т.к. они связаны с фондовооруженностью труда.

10.4. «Золотое» правило накопления

Развитие экономической системы во многом определяется выбором величины нормы накопления. Естественно, что увеличение нормы накопления ведет к более быстрому развитию системы, но при этом снижается доля непроизводственного потребления и его объем растет недостаточно быстрыми темпами. Существенное уменьшение нормы накопления ведет к увеличению первоначального объема потребления, но и к замедлению развития экономической системы, что в конечном итоге также приводит к медленному росту объема потребления. Очевидно, имеется такая величина нормы накопления, которая позволяет максимизировать через определенное время объем непроизводственного потребления.

Рассмотрим возможность нахождения нормы накопления, которая максимизирует среднедушевое потребление при нахождении экономической системы на стационарной траектории. В общем случае можно записать:

$$c(\varphi) = (1-\varphi)\cdot(1-a)\cdot f[k]. \qquad (10.17)$$

Для производственной функции вида:

$$X(t) = F[K(t), L(t)] = A\cdot K(t)^{\alpha}\cdot L(t)^{1-\alpha} \qquad (10.18)$$

будем иметь:

$$f[k] = A\cdot K(t)^{\alpha}\cdot\frac{L(t)^{1-\alpha}}{L(t)} = A\cdot K(t)^{\alpha}\cdot L(t)^{-\alpha} = A\cdot\frac{K(t)^{\alpha}}{L(t)^{\alpha}} = A\cdot k^{\alpha}. \qquad (10.19)$$

Следовательно, можно записать:

$$c(\varphi) = (1-\varphi)\cdot(1-a)\cdot A\cdot[k]^{\alpha}, \qquad (10.20)$$

или для стационарной траектории:

$$c^0(\varphi) = (1-\varphi)\cdot(1-a)\cdot A\cdot[k^0]^{\alpha}. \qquad (10.21)$$

С другой стороны, для стационарной траектории справедливо уравнение (10.14), которое можно записать, с учетом уравнения (10.19), в следующем виде:

$$\lambda\cdot k^0 = \varphi\cdot(1-a)\cdot A\cdot[k^0]^{\alpha}, \qquad (10.22)$$

или $$k^0 = \left[\frac{\varphi \cdot (1-a) \cdot A}{\lambda}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}. \qquad (10.23)$$

Подставляя выражение (10.23) в (10.21), получим:

$$c^0(\varphi) = (1-\varphi)\cdot(1-a)\cdot A \cdot \left[\frac{\varphi\cdot(1-a)\cdot A}{\lambda}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = B\cdot[W(\varphi)]^{\frac{1}{1-\alpha}}, \qquad (10.24)$$

где $$B = \left[\frac{(1-a)\cdot A}{\lambda^\alpha}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}, \qquad (10.25)$$

$$W(\varphi) = \varphi^\alpha \cdot (1-\varphi)^{1-\alpha}. \qquad (10.26)$$

Таким образом, значение среднедушевого потребления в зависимости от нормы накопления определяется функцией $W(\varphi)$. Следовательно, для нахождения максимума среднедушевого потребления на стационарных траекториях необходимо определить максимум функции $W(\varphi)$. Для этого возьмем производную от функции $W(\varphi)$ и приравняем ее к нулю:

$$\frac{dW}{d\varphi} = \left(\frac{\varphi}{1-\varphi}\right)^\alpha \cdot \frac{\alpha-\varphi}{\varphi} = 0. \qquad (10.27)$$

Выражение (10.27) равно нулю при **$\varphi = \alpha$,** значит $c^0(\varphi)$ принимает максимальное значение в случае, когда норма накопления равна эластичности выпуска по основным производственным фондам. Из выражений (10.24) и (10.27) следует, что $\frac{dc^0}{d\varphi} < 0$ при $\varphi > \alpha$ и $\frac{dc^0}{d\varphi} > 0$ при $\varphi < \alpha$. Например, при значениях: $\alpha = 0{,}6$; $a = 0{,}5$; $A = 1{,}1$; $\lambda = 0{,}06$ график изменения функции $c^0(\varphi)$ будет иметь вид кривой, представленной на рис. 10.3.

Из рисунка видно, что при норме накопления (φ) меньше α, равного в данном случае 0,6, имеет место недонакопление, а при φ больше $\alpha = 0{,}6$ – перенакопление. Максимальное среднедушевое потребление (c^0) достигается в данном случае, когда норма накопления $\varphi = 0{,}6$, т.е. равна коэффициенту эластичности по производственным фондам (α). На практике обычно норма накопления меньше своего оптимального значения.

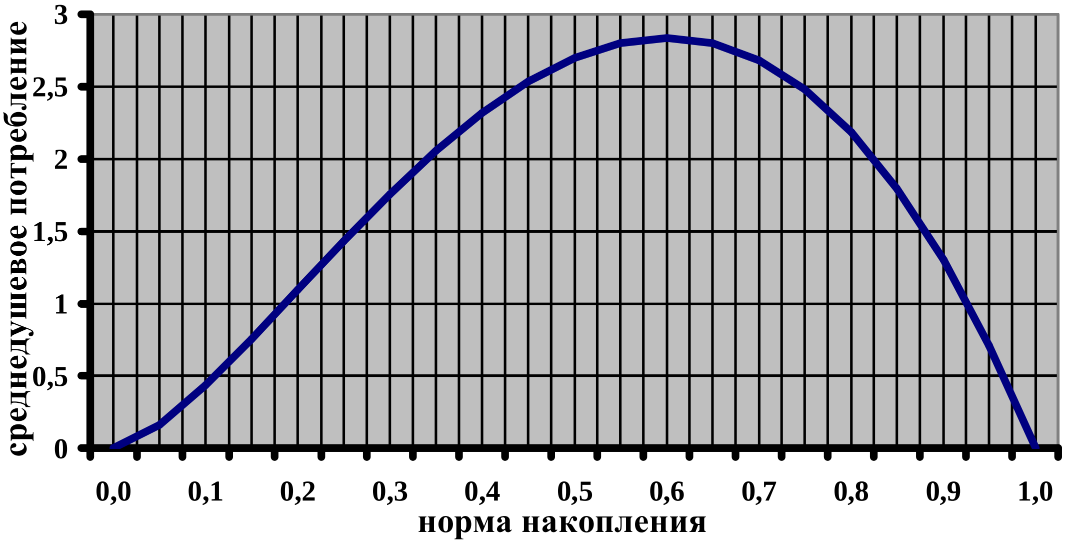

Рис. 10.3.

10.5. Построение модели в абсолютных показателях с учётом запаздывания при вводе фондов

Модель Солоу в абсолютных показателях (10.11) может быть записана для условия, когда в качестве выходного показателя производственной системы принимается не выпуск товаров и услуг X(t), а валовой внутренний продукт Y(t). В этом случае во всех уравнениях системы (10.11) параметр **a** равен нулю и система уравнений примет следующий вид:

$$\begin{cases} Y(t) = F\,[K(t), L(t)]; \\ L(t) = L_0 \cdot e^{g \cdot t}; \\ \dfrac{dK(t)}{dt} = -m \cdot K(t) + \varphi \cdot Y(t), \text{ при } K(0)=K_0; \\ I(t) = \varphi \cdot Y(t), \\ C(t) = (1-\varphi) \cdot Y(t). \end{cases} \qquad (10.28)$$

Однако в данной модели, как и во всех предыдущих записях модели Солоу, не учитывается запаздывание при превращении инвестиций в основные производственные фонды и их дальнейшее освоение. Для учёта инвестиционного лага имеются два подхода:

1. Запаздывание учитывается в виде фиксированного лага τ. В этом случае, пренебрегая лагом освоения, ввод фондов в сущности есть инвестиции, сделанные в момент времени t = (t - τ):

$$V(t) = I(t-\tau). \qquad (10.29)$$

2. Другим подходом является использование распределенного лага. В этом случае инвестиции, осуществленные в момент времени τ в

объеме $I(\tau)$, осваиваются постепенно долями, в соответствии с некоторым распределением $N(t, \tau) > 0$. Причем справедливо условие:

$$\int_{\tau}^{\infty} N(t,\tau)dt = 1. \qquad (10.30)$$

В связи с тем, что инвестиции осуществляются не только в какой-то один фиксированный момент времени, но и в другие моменты времени, то ко времени t накопится следующий объём вводимых (и освоенных) фондов:

$$V(t) = \int_{-\infty}^{t} N(t,\tau)\cdot I(\tau)d\tau. \qquad (10.31)$$

Если процесс инвестирования и ввода фондов (с освоением) имеет стационарный характер, то $N(t,\tau) = N(t - \tau)$, и выражение (10.31) можно записать в следующем виде:

$$V(t) = \int_{-\infty}^{t} N(t-\tau)\cdot I(\tau)d\tau. \qquad (10.32)$$

Принимая, что распределение $N(t - \tau)$ является показательным:

$$N(t-\tau) = \gamma\cdot e^{-\gamma\cdot(t-\tau)}, \qquad (10.33)$$

будем иметь:

$$V(t) = \gamma\cdot \int_{-\infty}^{t} e^{-\gamma\cdot(t-\tau)}\cdot I(\tau)d\tau. \qquad (10.34)$$

Произведя дифференцирование выражения (10.34), получим:

$$\frac{dV(t)}{dt} = \gamma\cdot I(t) - \gamma\cdot V(t). \qquad (10.35)$$

Используя уравнение (10.35), как уравнение, учитывающее запаздывание при вводе основных производственных фондов, получаем на основе системы уравнений (10.28) односекторную модель экономики с учетом запаздывания во вводе фондов:

$$\begin{cases} Y(t) = I(t) + C(t); \\ Y(t) = F\,[K(t), L(t)]; \\ L(t) = L_0\cdot e^{g\cdot t}; \\ \dfrac{dK(t)}{dt} = -m\cdot K(t) + V(t), \text{ при } K(0)=K_0; \\ \dfrac{dV(t)}{dt} = \gamma\cdot I(t) - \gamma\cdot V(t); \\ I(t) = \varphi\cdot Y(t); \\ C(t) = (1-\varphi)\cdot Y(t). \end{cases} \qquad (10.36)$$

Данная система уравнений отражает:

- баланс распределения валового внутреннего продукта на инвестиции и непроизводственное потребление;

- величину валового внутреннего продукта в зависимости от ресурсов;
- изменение трудовых ресурсов во времени;
- динамику основных производственных фондов во времени;
- динамику ввода основных производственных фондов в зависимости от инвестиций и запаздывания во вводе фондов;
- изменение инвестиций во времени;
- изменение непроизводственного потребления во времени.

Аналогичным образом, как показано в параграфе 10.2, для данной системы уравнений можно вывести систему уравнений в относительных показателях. На основе системы уравнений в относительных показателях выводится оптимальная норма накопления, которая, как и для системы уравнений (10.12), равна коэффициенту эластичности по основным производственным фондам.

Контрольные задания для освоения темы

1. В качестве изучаемой системы берется экономика условного объекта.

2. По имеющимся в таблице (Приложение 9) значениям показателей: A, α, g, m, a, φ, K_0, L_0, используя табличный редактор Excel, рассчитать:

- по формуле (10.18) – зависимость X(t);
- по формуле (10.9) – зависимость I(t);
- по формуле (10.7) – зависимость ΔK(t);
- по формуле (10.10) – зависимость C(t);
- по формуле (10.6) – зависимость L(t), кроме значения $L(0)=L_0$;
- по формуле: K(t) = K(t-1) + ΔK(t) – зависимость K(t), кроме значения $K(0)=K_0$.

Значения t задать в пределах от 0 до 50 лет с интервалом $\Delta t = 1$ году. Вычисления оформить в виде таблицы. Применив «Мастер диаграмм» табличного редактора Excel, построить графики зависимостей: X(t), I(t), ΔK(t),C(t), L(t), K(t).

При существенном различии значений найденных зависимостей необходимо графики зависимостей располагать на различных диаграммах, добиваясь наглядности представления графиков.

3. Используя формулу (10.23), определить значение фондовооруженности труда для стационарной траектории (k^0), а по формуле:

$$k^{\sim} = \left[\frac{\lambda}{\varphi \cdot (1 - a) \cdot \alpha \cdot A} \right]^{\frac{1}{\alpha - 1}} \qquad (10.37)$$

значение фондовооруженности ($k^{\sim}$) при одинаковой скорости роста функций $h_1(k)$ и $h_2(k)$.

4. На основе данных, полученных при выполнении п.2, рассчитать и построить функции изменения относительных показателей:

$$k(t)=\frac{K(t)}{L(t)};\quad x(t)=\frac{X(t)}{L(t)};\quad c(t)=\frac{C(t)}{L(t)};\quad i(t)=\frac{I(t)}{L(t)}. \qquad (10.38)$$

5. Изменяя значения L(0), получить: $k(0) = k^0$; $k(0) < k^{\sim}$; $k^{\sim} < k(0) < k^0$; $k(0) > k^0$. Определение величины L(0) произвести по формуле: $L(0)=\frac{K_0}{k(0)}$. Для каждого случая рассчитать и построить, с применением табличного редактора Excel, функции изменения относительных показателей, используя формулы (10.38), и дать объяснения полученным результатам.

6. Определить коэффициенты фондовооруженности труда $k^0(\varphi)$ для стационарных траекторий, при изменении нормы накопления (φ) в пределах от 0 до 1 с шагом равным 0,1. Использовать для этих целей формулу (10.23) и табличный редактор Excel.

7. Для каждого коэффициента фондовооруженности труда $k^0(\varphi)$ и соответствующего ему коэффициента величины нормы накопления (φ), рассчитать значения функций:

- X(t) по формуле (10.18);
- I(t) по формуле (10.9);
- $\Delta K(t)$ по формуле (10.7);
- C(t) по формуле (10.10);
- K(t) по формуле: $K(t) = K(t-1) + \Delta K(t)$, кроме значения $K(0)=K_0$;
- L(t) по формуле: $L(t)=\frac{K(t)}{k^0(\varphi)}$ для выбранного значения φ;
- $k(t) = k^0$ по формуле $k(t)=\frac{K(t)}{L(t)}$;
- $x(t) = x^0$ по формуле $x(t)=\frac{X(t)}{L(t)}$;
- $c(t) = c^0$ по формуле $c(t)=\frac{C(t)}{L(t)}$;
- $i(t) = i^0$ по формуле $i(t)=\frac{I(t)}{L(t)}$.

Значения t задать в пределах от 0 до 10 лет с интервалом $\Delta t = 1$ году. Вычисления оформить в виде таблицы. Привести экономическое обоснование полученным результатам.

8. На основании результатов вычислений, выполненных в п.7, выписать в отдельную таблицу значения среднедушевого потребле-

ния на стационарных траекториях (c^0) и соответствующие этим значениям величины нормы накопления (φ). Затем, используя «Мастер диаграмм» табличного редактора Excel, построить график зависимости $c^0 = f$ (φ). Сравнить величину нормы накопления (φ), при которой достигается максимальное среднедушевое потребление (c^0), с коэффициентом эластичности выпуска по основным производственным фондам (α).

9. Рассчитать и построить, с применением табличного редактора Excel, функцию изменения среднедушевого потребления (c^0) от нормы накопления (φ), используя формулу (10.24). Проверить совпадение графиков зависимостей $c^0 = f$ (φ), полученных при выполнении п.п. 8 и 9 между собой.

10. Оформить все полученные результаты в виде отчета, в котором отразить общую постановку задачи, алгоритмы вычислений показателей, экономический анализ полученных результатов и общие выводы по работе.

ГЛАВА XI
КОМПЛЕКСНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАЗВИТИЯ ЗАКРЫТОЙ НАЦИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКИ

11.1. Постановка задачи

В национальной экономике действуют устойчивые количественные закономерности, поэтому возможно их строго формализованное математическое описание. Рассмотрим структуру закрытой национальной экономики как объекта математического моделирования и связанный с этим понятийный аппарат.

Национальная экономика – это сложная система, состоящая из производственных и непроизводственных хозяйственных единиц, находящихся в производственно-технологических и организационно-хозяйственных связях друг с другом. При выполнении своей главной функции экономическая система осуществляет следующие действия: размещает ресурсы, производит продукцию, распределяет предметы потребления и осуществляет накопление, что схематично представлено на рис.11.1.

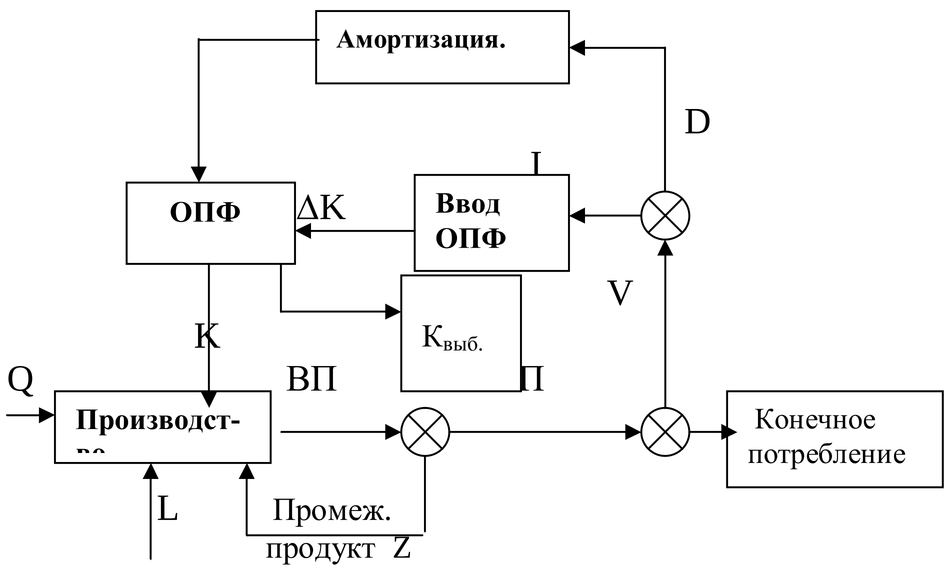

Рис. 11.1.

В схеме на рис 11.1. материальными ресурсами являются:

- трудовые ресурсы (L),
- природные ресурсы (Q),
- средства производства (K).

Средства производства разделяются на средства труда, которые участвуют в нескольких производственных циклах, вплоть до их замены вследствие морального или физического износа, и предметы труда, которые участвуют в одном производственном цикле.

Накопленные средства производства производственной сферы составляют производственные фонды, которые состоят из основных производственных фондов ОПФ (накопленные средства труда) и оборотных фондов (накопленные предметы труда).

ОПФ в течение длительного времени обслуживают процесс производства, сохраняя при этом натуральную форму и частично (в меру изнашивания) участвуют в образовании стоимости производимого в данном году продукта.

В результате функционирования экономики за год все отрасли материального производства (промышленность, сельское и лесное хозяйство, строительство, транспорт и связь и т.п.) создают валовой внутренний продукт (ВВП). В натурально-вещественной форме ВВП распадается на средства труда и предметы потребления, в стоимостной форме – на фонд возмещения выбытия основных фондов и вновь созданную стоимость.

В процессе создания ВВП производственная часть экономической системы производит и вновь потребляет промежуточный продукт. По материально-вещественному составу промежуточный продукт – это предметы труда, использованные для текущего производственного потребления. При этом их стоимость целиком переходит в стоимость средств труда или предметов потребления, входящих в ВВП.

В качестве расчетного показателя может быть использован валовой выпуск – это суммарная стоимость ВВП и промежуточного продукта. При этом стоимость предметов труда учитывается дважды: в промежуточном продукте и в ВВП.

В соответствии со схемой, приведенной на рис 11.1, ВВП распадается на накопление, или валовые капитальные вложения (V), и конечное потребление. В свою очередь, валовые капитальные вложения разделяются на чистые капитальные вложения (I) и амортизацию (D). При этом простое воспроизводство ОПФ осуществляется за счет амортизационных отчислений, а расширенное воспроизводство – за счет чистых капитальных вложений (частично за счет амортизационного фонда).

На основании вышеприведенного описания взаимосвязей основных экономических показателей в закрытой национальной экономике осуществим построение системы экономико-математических моделей, отражающих эти взаимосвязи.

11.2. Построение математической модели закрытой национальной экономики

При построении математической модели закрытой национальной экономики подразделим экономику на 5 отраслей:

- промышленность;
- сельское и лесное хозяйство;
- строительство;
- транспорт и связь;
- прочие.

Математические модели каждой отрасли имеют одинаковую структуру, но отличаются друг от друга параметрами, входными и выходными показателями. Показатели, характеризующие экономику в целом, находятся как сумма показателей всех отраслей.

Составление системы экономико-математических моделей начнем с основного элемента экономической системы – производства. Входными показателями при этом являются:

- величина основных производственных фондов (ОПФ) – $K_i(t)$;
- количество вовлеченных в производство трудовых ресурсов – $L_i(t)$;
- объем используемых природных ресурсов – $P_i(t)$,
- $i = 1,2,3,4,5$ – номер отрасли,
- t – текущее время.

Выходной величиной является выпуск товаров и услуг (в дальнейшем "выпуск продукции") –X_i, который, согласно рекомендациям главы II, может быть найден с помощью мультипликативной функции Кобба–Дугласа вида:

$$X_i(t) = A_i \cdot e^{p_i t} \cdot K_i^{\alpha_{1i}}(t) \cdot L_i^{\alpha_{2i}}(t) \quad , \qquad (11.1)$$

где A_i – коэффициент нейтрального технического прогресса;

α_{1i} и α_{2i} – коэффициенты эластичности по фондам и труду;

p_i – коэффициент, характеризующий темп научно-технического прогресса.

В процессе создания ВВП производственная часть экономической системы производит выпуск продукции и часть её потребляет в виде промежуточного продукта – $Z(t)$. Таким образом, для нахождения величины ВВП возможно применение формулы (3.10) из главы III, т.е. использование модели межотраслевого баланса (модель Леонтьева).

В этом случае величина ВВП для каждой отрасли и каждого фиксированного момента времени t определяется по формуле:

$$Y_i(t) = X_i(t) - \sum_{j=1}^{5} a_{ij} X_j(t) , \qquad (11.2)$$

где $Y_i(t)$ – продукция i-ой отрасли, предназначенная для конечного спроса, т.е. валовой внутренний продукт, распадающийся на конечное потребление и инвестиции;

a_{ij} – технические коэффициенты (коэффициенты прямых затрат), показывающие сколько единиц i-го продукта надо затратить на производство единицы j-го продукта.

В дальнейшем при функционировании экономической системы часть ВВП идет на потребление $C_i(t)$, а часть на накопление $V_i(t)$. Величина потребления может быть представлена в виде соотношения:

$$C_i(t)=\gamma_i \cdot Y_i(t), \qquad (11.3)$$

где γ_i – доля ВВП, направляемая на потребление.

Другая часть ВВП участвует в дальнейшем процессе в качестве валовых капитальных вложений (V_i) и находится по формуле:

$$V_i(t)=\varphi_i \cdot Y_i(t), \qquad (11.4)$$

где φ_i – доля ВВП, направляемая на простое и расширенное воспроизводство основных производственных фондов.

Причем справедливо соотношение: $\gamma_i + \varphi_i = 1$ и, следовательно:

$$C_i(t) = Y_i(t) - V_i(t). \qquad (11.5)$$

Валовые капитальные вложения $V_i(t)$ также распадаются на две составляющие: часть из них идет в амортизационный фонд $D_i(t)$, а другая часть используется в виде чистых капитальных вложений $I_i(t)$.

Если известна величина основных производственных фондов и их структура, амортизационные отчисления приближенно могут быть найдены с использованием следующей формулы:

$$D_i(t) = k_{ai} \cdot K_i(t), \qquad (11.6)$$

где k_{ai} – средняя доля стоимости основных производственных фондов, направляемая в качестве амортизационных отчислений.

Чистые капитальные вложения рассчитываются по формуле:

$$I_i(t) = V_i(t) - D_i(t) . \qquad (11.7)$$

При определении прироста основных производственных фондов $\Delta K_i(t)$ необходимо учитывать запаздывание (лаг) во времени между осуществлением капитальных вложений и вводом фондов:

$$\Delta K_i(t) = I_i(t-\tau_i) \cdot \Delta t \ , \qquad (11.8)$$

где t – текущий момент времени;

τ_i – величина строительного лага.

Основные производственные фонды, участвующие в следующем производственном цикле, включают в себя ранее достигнутый уровень производственных фондов плюс прирост ОПФ за счет чистых капитальных вложений и восстановления за счет амортизации, а также за минусом выбытия ОПФ. Данное положение можно записать в следующем виде:

$$K_i(t+1) = K_i(t) + \Delta K_i(t) + D_i(t) - K_{i,выб}(t), \qquad (11.9)$$

где $K_{i,выб}(t) = K_i(t) \cdot m_i$;

m_i – доля основных производственных фондов, выбывших за один год.

При сохранении постоянной фондовооруженности $k_i = \dfrac{K_i(t)}{L_i(t)} =$ const, величину трудовых ресурсов в следующем году можно найти по формуле:

$$L_i(t+1) = \frac{K_i(t+1)}{k_i} \, . \qquad (11.10)$$

Соответственно, количество произведенного валового продукта определяется по формуле Кобба–Дугласа:

$$X_i(t+1) = A_i \cdot e^{p_i(t+1)} \cdot K_i^{\alpha_{1i}}(t+1) \cdot L_i^{\alpha_{2i}}(t+1) \, . \qquad (11.11)$$

Таким образом, подтверждается цикличность функционирования экономики. Приращенные ОПФ и трудовые ресурсы находят свое место в следующем цикле производственного процесса для образования нового валового продукта. В целом разработанная система математических моделей представлена на рис.11.2.

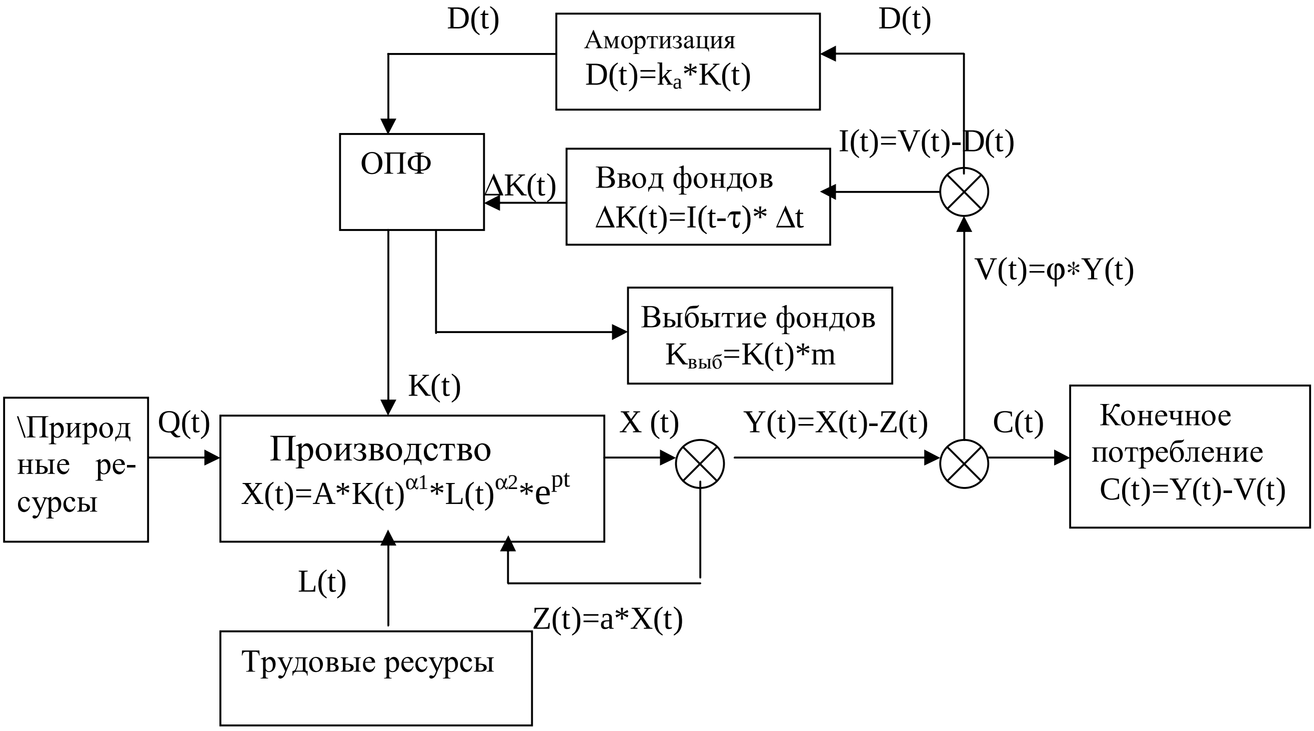

Рис. 11.2.

Приведенная на рис.11.2 схема позволяет наглядно представить взаимосвязь различных математических моделей, отражающих движение ресурсов и продуктов в одной из отраслей народного хозяйства. Эта система математических моделей может быть использована для расчетов основных экономических показателей в данной отрасли.

Она также позволяет анализировать процессы, происходящие в каждом звене отрасли, и поведение макроэкономических показателей при изменении различных факторов. При этом существенное значение имеет правильное определение или выбор величин: A_i, $\alpha_{1\iota}$, $\alpha_{2\iota}$, p_i, a_{ij}, φ_i, k_{ai}, τ_i, m_i, k_i, т.к. это фактически определяет направление экономического развития изучаемой отрасли.

При использовании пяти аналогичных схем можно производить расчеты экономических показателей во всех пяти отраслях народного хозяйства. Затем, суммируя экономические показатели всех отраслей, можно получить агрегированные показатели, характеризующие развитие экономической системы в целом.

Использование данной модели можно разбить на следующие этапы:

1. Выделение существенных видов ресурсов, построение модели, определение параметров модели, т.е. спецификация и параметризация модели.
2. Проверка истинности (адекватности) модели, т.е. ее верификация. Особое внимание на данном этапе следует уделить тому, чтобы остаточная компонента удовлетворяла следующим условиям:
   - случайность колебаний уровней остаточной последовательности;
   - соответствие распределения случайной компоненты нормальному закону распределения;
   - равенство нулю математического ожидания случайной компоненты;
   - независимость значений уровней случайной компоненты.

   Вывод об адекватности модели делается, если все проверки указанных условий дают положительный результат.
3. Уточнение модели после второго этапа, если имеется такая необходимость.
4. Анализ поведения различных показателей и параметров модели при колебаниях факторов, участвующих в модели.
5. Осуществление прогноза с использованием полученной модели.

Приведенные выше этапы требуют тщательной проработки, анализа и более детальной конкретизации. При этом, для выработки правильных экономических решений необходим скрупулезный учет как всего прошлого опыта, так и результатов, полученных по концептуальным и математическим моделям, наиболее адекватным данной экономической ситуации.

11.3. Влияние инвестиций, спроса и предложения товаров и услуг на развитие национальной экономики

Стратегическая переменная, с помощью которой можно управлять экономическим ростом национальной экономики, являются инвестиции. На основе анализа методических подходов к построению математических моделей экономического роста, их возможностей для выработки управленческих решений, рассмотрим математическую модель, учитывающую влияние человеческого и физического капитала. В модели отражены влияние инвестиций на рост основных макроэкономических показателей в экономике и обратная зависимость инвестиций от соотношения и темпов развития макроэкономических показателей системы. Тем самым показано, что увеличение объемов инвестиций зависит не только от условий формирования инвестиционного климата, но и от складывающихся темпов социально-экономического развития страны (региона) в целом.

Для оценки воздействия инвестиций на изменение макроэкономических показателей внутри системы без учета внешних факторов рассмотрена закрытая национальная экономика страны. При этом ключевым звеном экономической системы страны принято производство товаров и услуг. В модели валовой выпуск X(t) является выходной величиной производственной функции, а ресурсными показателями являются физический капитал $K_1(t)$ и человеческий капитал $H_1(t)$. В качестве производственной функции использована функция Кобба–Дугласа с учетом влияния на валовой выпуск научно-технического прогресса и имеющая вид:.

$$X(t) = A \times [\mu \times K_1(t)]^{\alpha 1} \times [\mu \times H_1(t)]^{\alpha 2} \times e^{p \times t} \qquad (11.12.)$$

где A – коэффициент нейтрального научно-технического прогресса;

$\alpha 1$; $\alpha 2$ – коэффициенты эластичности, соответственно, по физическому и человеческому капиталу;

μ – коэффициент, учитывающий влияние соотношения спроса и предложения товаров и услуг на их производство и меняется в пределах от 0 до 1;

p – темп изменения влияния научно-технического прогресса;

t – текущий момент времени.

В процессе создания ВВП производственная часть экономической системы производит валовой выпуск продукции, и часть его потребляет в виде промежуточного продукта – Z(t). Следовательно, величина ВВП может быть найдена по формуле:

$$Y(t) = X(t) - Z(t), \qquad (11.13)$$

где Y (t) – валовой внутренний продукт, распадающийся для закрытой экономики на конечное потребление P(t) и инвестиции I(t);

$Z(t) = a \cdot X(t)$ – промежуточный продукт;

a – технологический коэффициент (коэффициент прямых затрат).

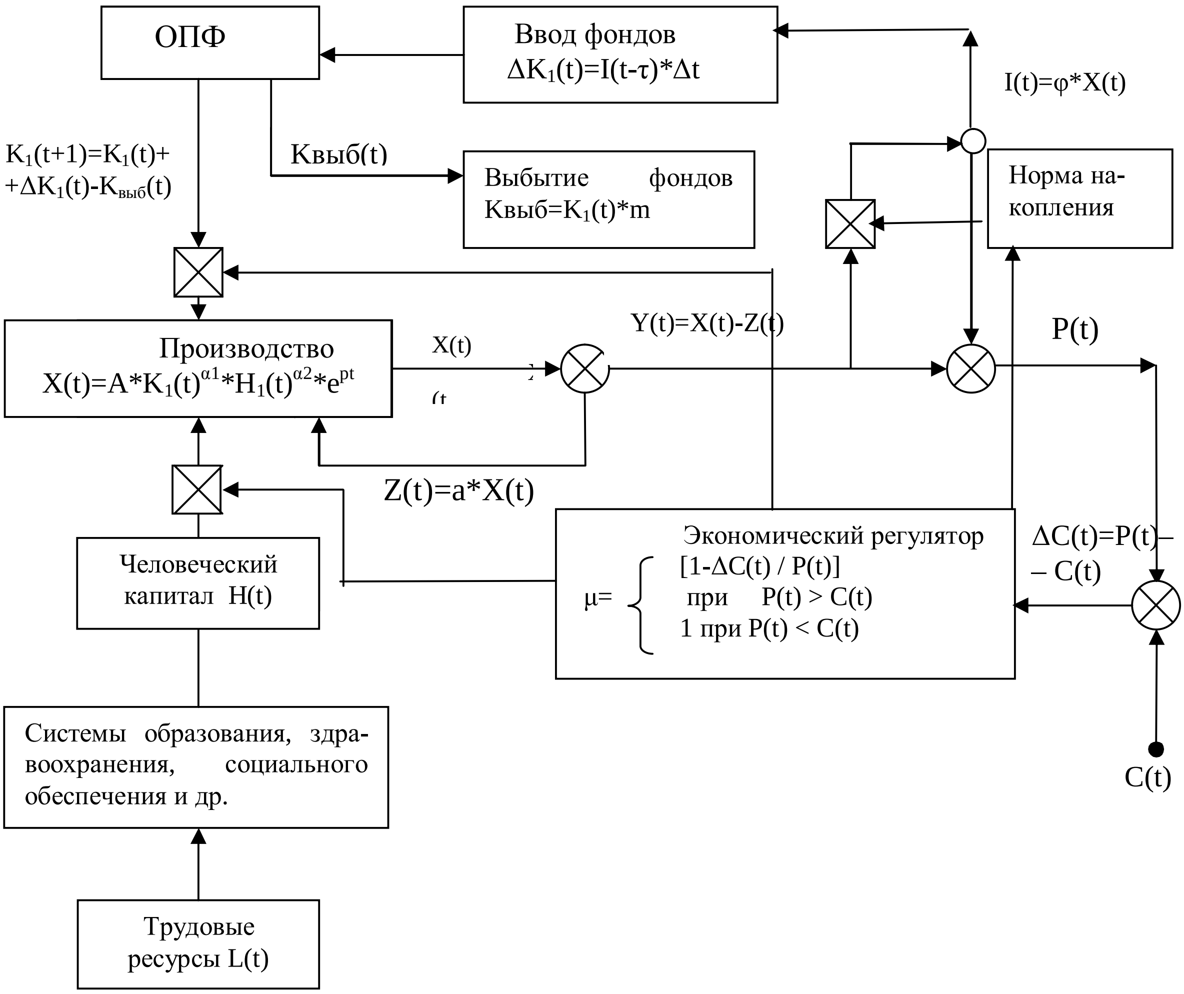

Рис. 11.3.

В дальнейшем при функционировании экономической системы часть ВВП используется в виде предложения товаров и услуг для конечного потребления P(t), а часть идет на накопление, т.е. представляет собой валовые инвестиции.

Доля ВВП, направляемая в качестве предложения товаров и услуг для конечного потребления, определяется из выражения:

$$P(t) = Y(t) - I(t) \qquad (11.14)$$

Часть ВВП, участвующая в дальнейшем процессе в качестве валовых инвестиций, находится по формуле:

$$I(t) = \mu \times \varphi \times Y(t) \qquad (11.15)$$

где φ – доля ВВП, направляемая на простое и расширенное воспроизводство физического капитала.

Согласно «золотому правилу» накопления капитала Э. Фелпса, экономика выходит на оптимальный режим потребления в долгосрочной перспективе, если отдача от физического капитала равна затратам на его воспроизводство. В модели Р. Солоу при расширенном воспроизводстве физического капитала, оптимальный режим потребления достигается при равенстве доли накопления φ коэффициенту эластичности по физическому капиталу – α1.

При определении прироста основных производственных фондов $\Delta K_1(t)$ за счет инвестиций необходимо учитывать запаздывание (инвестиционный лаг) во времени между осуществлением инвестиций и вводом капитала, а также его освоением:

$$\Delta K_1(t) = I(t-\tau)\Delta t, \tag{11.16}$$

где t – текущий момент времени;

τ – величина инвестиционного лага.

Расчет инвестиционного лага производится путём нахождения величины сдвига во времени ВВП относительно инвестиций, при котором коэффициент парной корреляции между ними достигает максимального значения.

В следующем годовом цикле величина физического капитала будет состоять из имевшегося на начало года капитала $K_1(t)$ плюс прирост капитала за год $\Delta K_1(t)$ и минус выбытие устаревшего физического капитала $K_{выб}(t)$. В таком случае формула для определения величины физического капитала в следующем году будет иметь вид:

$$K_1(t+1) = K_1(t) + \Delta K_1(t) - K_{выб}(t)\ , \tag{11.17}$$

где $K_{выб}(t) = K_1(t) \cdot m$;

m – доля основных производственных фондов, выбывших за один год.

Для человеческого капитала также характерен аналогичный оборот капитала. В качестве валовых инвестиций в этом случае выступают государственные и негосударственные расходы на образование, здравоохранение, социальное обеспечение и др.

Так как в процессе производства товаров и услуг физический и человеческий капитал тесно взаимосвязаны друг с другом, то рост физического капитала вызывает дополнительную потребность в человеческом капитале. Величина и качество дополнительного человеческого капитала зависит от величины и качества нового физического капитала, т.е. от его инновационного уровня.

В свою очередь, качество привлеченного человеческого капитала определяющим образом влияет на эффективность использования в процессе производства физического капитала. Для проведения расчетов величины дополнительно привлекаемого человеческого капитала будем исходить из условия сохранения средней фондовооруженности человеческого капитала. При выполнении данного условия

$$k_ф = \frac{K_1(t)}{H_1(t)} = \text{const} \qquad (11.18)$$

и, следовательно, величину привлекаемого к производству человеческого капитала в следующем годовом цикле можно найти по формуле:

$$H_1(t+1) = \frac{K_1(t+1)}{k_ф}. \qquad (11.19)$$

Соответственно, объем валового выпуска находится из выражения:

$$X(t+1) = A \times e^{p \times (t+1)} \times [\mu \times K_1(t+1)]^{\alpha 1} \times [\mu \times H_1(t+1)]^{\alpha 2}. \qquad (11.20)$$

Таким образом, в предложенной модели рост макроэкономических показателей системы происходит за счет инвестиций в физический и человеческий капитал (при условии их превышения над выбытием капитала), а также под влиянием научно-технического прогресса. Одним из условий равновесного экономического роста системы является равенство совокупного спроса и предложения. В соответствии с кейнсианской теорией, предприниматели планируют объемы инвестиций в соответствии с рациональными ожиданиями развития экономики. В то же время предприниматели организуют собственное производство таким образом, что если спрос в экономике C(t) оказался ниже предложения товаров и услуг, то они сокращают производство. Для отражения данного положения в формулах (11.12), (11.15) и (11.20) модели введен коэффициент μ. Данный коэффициент находится из выражения:

$$\mu = \begin{cases} 1 & \text{при } P(t) \le C(t) \\ [1 - (\Delta C(t) / P(t))] & \text{при } P(t) > C(t) \end{cases}, \qquad (11.21)$$

где $\mathbf{\Delta C(t) = P(t) - C(t)}$.

При превышении предложения товаров и услуг над спросом в модели в соответствии с формулами (11.12), (11.20 и (11.21) уменьшается величина физического и человеческого капитала, принимающих участие в создании валового выпуска продукции. Кроме того, согласно формуле (11.15), в такой же пропорции снижается величина накопления, идущая на инвестиции. Уменьшение выпуска продукции производится пропорционально доле превышения предложения товаров и услуг для конечного потребления над реальным конечным спросом

В свою очередь сокращение производства и инвестиций неминуемо приведет к снижению фактического объема потребления товаров и услуг за счет уменьшения прибыли в экономической системе, заработной платы в частном секторе и в государственном секторе. Запаздывание в принятии своевременных мер по восстановлению утраченного равновесия в экономике может привести к дальнейшему развитию негативных тенденций и к колебательным процессам в экономической системе. В качестве наиболее эффективных мер по повышению совокупного спроса является увеличение платежеспособного спроса населения страны и государственных расходов, в том числе в виде инвестиций на создание производственной инфраструктуры экономики, наукоемких и высокотехнологичных отраслей экономики, активной мобилизации средств населения и организаций.

Таким образом система развивается устойчиво за счет стабильного увеличения объемов инвестиций, используемых для расширенного воспроизводства физического и, связанного с ним, человеческого капитала, до того момента времени, пока конечный спрос на товары и услуги равен или превышает предложение для конечного потребления. При превышении предложения товаров и услуг над конечным спросом в экономической системе происходит достаточно резкое снижение объемов производства и инвестиций. Для обеспечения устойчивого развития экономики необходимо существенно повысить темпы роста объемов спроса. В этом случае экономическая система будет стабильно развиваться в достаточно долговременной перспективе. Увеличение доли накопления также требует соответствующего увеличения темпов роста объемов потребления, что должно обеспечиваться мерами государственного регулирования. Следовательно, востребованные объемы инвестиций во многом зависят от социально-экономической политики, проводимой государственными органами на различных уровнях управления, включая региональные органы.

Разработанная модель для закрытой национальной экономики учитывает достоинства неоклассического подхода к моделям экономического роста, выражающиеся в виде использования производственных функций, обеспечивающих взаимозаменяемость ресурсов и учитывающих снижение предельной отдачи от ресурса при увеличении объемов его использования. В тоже время в модели присутствуют регуляторы, использующие складывающиеся соотношения предложения товаров и услуг и спроса на них для регулирования величины валовых выпусков и объемов инвестиций в физический капитал.

При рассмотрении открытой экономической системы, необходимо учесть влияние экспорта и импорта товаров и услуг, иностранных инвестиций и рабочей силы, которые своим присутствием будут оказывать давление на внутренние рынки. В этих условиях роль государства в формировании социально-экономической политики существенно возрастает, в связи с чем, необходима взвешенная государственная политика протекционизма по всем этим факторам.

Контрольные задания для освоения темы

1. В качестве изучаемой системы берется экономика условного объекта.

2. По заданным в таблице 1 Приложения 10 значениям показателей: $\mathbf{A_i}$, $\mathbf{p_i}$, a_{1i}, a_{2i}, $\mathbf{a_{ij}}$, j_i, $\mathbf{k_{ai}}$, t_i, $\mathbf{m_i}$, используя табличный редактор Excel, рассчитать для <u>каждой</u> отрасли народного хозяйства, т.е. для $i = 1,2,3,4,5$:

- по формуле (11.1) – значения $X_i(t=0)$, величины K_{0i}, k_i взять из таблицы 2 Приложения 10 согласно заданному варианту, а значение L_{0i} определить по формуле: $L_{0i} = \frac{K_{0i}}{k_i}$;
- по формуле (11.2) – значения $Y_i(t=0)$;
- по формуле (11.4) – значения $V_i(t=0)$;
- по формуле (11.5) – значения $C_i(t=0)$;
- по формуле (11.6) – значения $D_i(t=0)$;
- по формуле (11.7) – значения $I_i(t=0)$;
- по формуле (11.8) – значения $\Delta K_ι(t=0)$, приняв $\Delta t_i = 1$ году;
- основные производственные фонды, выбывшие за один год по формуле: $K_{i,выб}(t=0) = K_i(t=0) \cdot m_i$;
- по формуле (11.9) – значения $K_i(t+1)$, кроме $K_i(0)=K_{0i}$;
- по формуле (11.10) – значения $L_i(t+1)$, кроме $Li(0)=L_{0i}$.

Найденные величины $K_i(t+1)$ и $L_i(t+1)$ использовать для вычисления соответствующих значений: $X_i(t+1)$, $Y_i(t+1)$, $V_i(t+1)$, $C_i(t+1)$, $D_i(t+1)$, $I_i(t+1)$, $\Delta K_ι(t+1)$, $K_{iвыб}(t+1)$ и повторять цикл вычислений до заданного значения времени t. Значения t задать в пределах от 0 до 20 лет с интервалом $\Delta t = 1$ году. Вычисления оформить в виде таблицы. Применив «Мастер диаграмм» табличного редактора Excel, построить отдельно для каждой отрасли графики зависимостей: $X_i(t)$, $Y_i(t)$, $V_i(t)$, $C_i(t)$, $D_i(t)$, $I_i(t)$, $\Delta K_ι(t)$, $K_{iвыб}(t)$, $K_i(t)$, $L_i(t)$. При существенном различии значений найденных зависимостей для одной отрасли необходимо графики зависимостей располагать на различных диаграммах, добиваясь наглядности представления графиков.

3. Используя табличный редактор Excel, получить соответствующие сводные значения показателей: $X(t)$, $Y(t)$, $V(t)$, $C(t)$, $D(t)$, $I(t)$, $\Delta K(t)$, $K_{выб}(t)$, $K(t)$, $L(t)$, характеризующих состояние экономической системы в целом. Применив «Мастер диаграмм» табличного редактора Excel, построить графики зависимостей: $X(t)$, $Y(t)$, $V(t)$, $C(t)$, $D(t)$, $I(t)$, $\Delta K(t)$, $K_{выб}(t)$, $K(t)$, $L(t)$. Аналогично п.2 при существенном различии значений найденных зависимостей необходимо графики зависимостей располагать на различных диаграммах, добиваясь наглядности представления графиков.

4. Повторить все действия, перечисленные в пунктах 2 и 3 настоящего задания, для каждого значения: $\varphi = 0{,}2$; $\varphi = 0{,}3$; $\varphi = 0{,}4$; $\varphi = 0{,}5$; $\varphi = 0{,}6$; $\varphi = 0{,}7$; $\varphi = 0{,}8$; $\varphi = 0{,}9$; $\varphi = 1$.

5. Выписать в отдельную таблицу для фиксированных моментов времени: $t = 5$ лет, $t = 10$ лет, $t = 15$ лет, $t = 20$ лет значения объемов потребления $C(\varphi)$ в целом по экономической системе для всех φ от 0,1 до 1,0 с шагом 0,1. В эту же таблицу выписать соответствующие каждому значению $C(\varphi)$ значения вовлеченных в производство трудовых ресурсов – $L(\varphi)$.

6. Рассчитать для каждого момента времени $t = 5$ лет, $t = 10$ лет, $t = 15$ лет, $t = 20$ лет функцию среднедушевого потребления по формуле: $c(\varphi) = \dfrac{C(\varphi)}{L(\varphi)}$. Вычисления свести в таблицу.

7. Используя «Мастер диаграмм» табличного редактора Excel, построить для $t = 5$ лет, $t = 10$ лет, $t = 15$ лет, $t = 20$ лет графики зависимостей $C(\varphi)$ и на другой диаграмме графики зависимостей $c(\varphi)$. Найти значения φ, при которых достигаются максимумы абсолютного и среднедушевого потребления для различных моментов времени. Сравнить значения максимумов абсолютного и среднедушевого потребления для различных моментов времени между собой.

8. Провести для одной отрасли, аналогично п.п. 2-4 настоящего контрольного задания, вычисления в соответствии с алгоритмами, приведенными в пункте 11.3 данной главы.

9. Оформить все полученные результаты в виде отчета, в котором отразить общую постановку задачи, алгоритмы вычислений показателей, экономический анализ полученных результатов и общие выводы по работе.

ГЛАВА XII
МАКРОМОДЕЛИ ДЕЛОВОГО ЦИКЛА

12.1. Модель Самуэльсона – Хикса

В модели Самуэльсона – Хикса рассматривается только рынок благ. При этом уровень цен, относительные цены благ и ставка процента предполагаются неизменными. Согласно кейнсианской концепции также предполагается, что объём предложения совершенно эластичен. В связи с тем, что модель динамическая, все переменные являются функциями времени.

В модели принимается, что объём потребления C_t в текущем периоде определяется величиной дохода в предшествующем периоде Y_{t-1}, т.е.:

$$C_t = C_{a,t} + C_y \cdot Y_{t-1}, \qquad (12.1)$$

где C_a, C_Y – соответственно, автономный спрос и предельная склонность к потреблению.

Предполагается, что предприниматели осуществляют индуцированные инвестиции после того, как убедились в том, что приращение совокупного спроса устойчиво. Поэтому, принимая решение об объёме индуцированных инвестиций, они ориентируются на приращение национального дохода не в текущем, а в предшествующем периоде:

$$I_t^{ин} = \chi \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2}).$$

(12.2)

При принятых предположениях экономика будет находиться в состоянии равновесия, если

$$Y_t = C_y \cdot Y_{t-1} + \chi \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2}) + A_{t,} \qquad (12.3)$$

или

$$Y_t = (C_y + \chi) \cdot Y_{t-1} - \chi \cdot Y_{t-2} + A_t, \qquad (12.4)$$

где A_t – экзогенная величина автономного спроса.

Уравнение (12.4) является неоднородным конечно-разностным уравнением второго порядка, характеризующим динамику национального дохода во времени.

При фиксированной величине автономного спроса во времени:

$$A_t = A = \text{const} \qquad (12.5)$$

в экономике достигается долгосрочное равновесие, когда объём национального дохода стабилизируется на определённом уровне $\overline{Y}$.

В этом случае из уравнения (12.3) получаем, что:

$$\overline{Y} = A/(1 - C_y). \qquad (12.6)$$

После достижения долгосрочного равновесия при изменении величины автономного спроса изменение во времени национального дохода можно определить следующим образом. Заменим неоднородное конечно-разностное уравнение (12.4) однородным. Для этого введём обозначение:

$$\Delta Y_t = Y_t - \overline{Y}. \qquad (12.7)$$

Значения Y_t и $\overline{Y}$ удовлетворяют равенству (12.4), поэтому можно записать следующее однородное конечно-разностное уравнение второй степени с постоянными коэффициентами:

$$\Delta Y_t = (C_y + \chi) \cdot \Delta Y_{t-1} - \chi \cdot \Delta Y_{t-2}. \qquad (12.8)$$

Так как $Y_t = \overline{Y} + \Delta Y_t$, то направление изменения Y_t определяется направлением изменения ΔY_t.

Как следует из теории решения дифференциальных и конечно-разностных уравнений, характер изменения ΔY_t зависит от значения дискриминанта характеристического уравнения. Уравнение (12.8) можно записать в следующем виде:

$$\chi \cdot \Delta Y_{t-2} - (C_y + \chi) \cdot \Delta Y_{t-1} + \Delta Y_t = 0 \ . \qquad (12.9)$$

Дискриминант уравнения (12.9) равен:

$$D = (C_y + \chi)^2 - 4 \cdot \chi, \qquad (12.10)$$

следовательно, динамику национального дохода определяют значения предельной склонности к потреблению (C_y) или мультипликатора $(1/(1-C_y))$ и акселератора (χ).

Если $(C_y + \chi)^2 - 4 \cdot \chi > 0$, то Y_t изменяется монотонно; при $(C_y + \chi)^2 - 4 \cdot x < 0$ изменение Y_t происходит колебательно. Следовательно, график функции $(C_y + \chi)^2 = 4 \cdot \chi$, представленный на рис. 1.12 кривой OBD, отделяет множество сочетаний C_y, χ, обеспечивающих монотонное изменение Y_t, от множества комбинаций из значения C_y, χ, приводящих к колебаниям Y_t.

Устремляется ли значение Y_t к некоторой величине или уходит в бесконечность зависит от значения последнего слагаемого характеристического уравнения. Если $\chi < 1$, то равновесие установится на определенном уровне. При $\chi > 1$ раз нарушенное равновесие больше не восстановится. Когда $\chi = 1$, тогда значение Y_t будет колебаться с постоянной амплитудой.

Таким образом, все множество сочетаний C_y и χ можно разделить на пять областей, как это показано на рис. 12.1.

Если значения C_y и χ находятся в области I, то после нарушения равновесия в результате изменения автономного спроса значение Y_t монотонно устремится (рис. 12.2) к новому равновесному уровню:

$$\overline{Y}_1 = (A_0 + \Delta A)/(1 - C_y) \qquad (12.11)$$

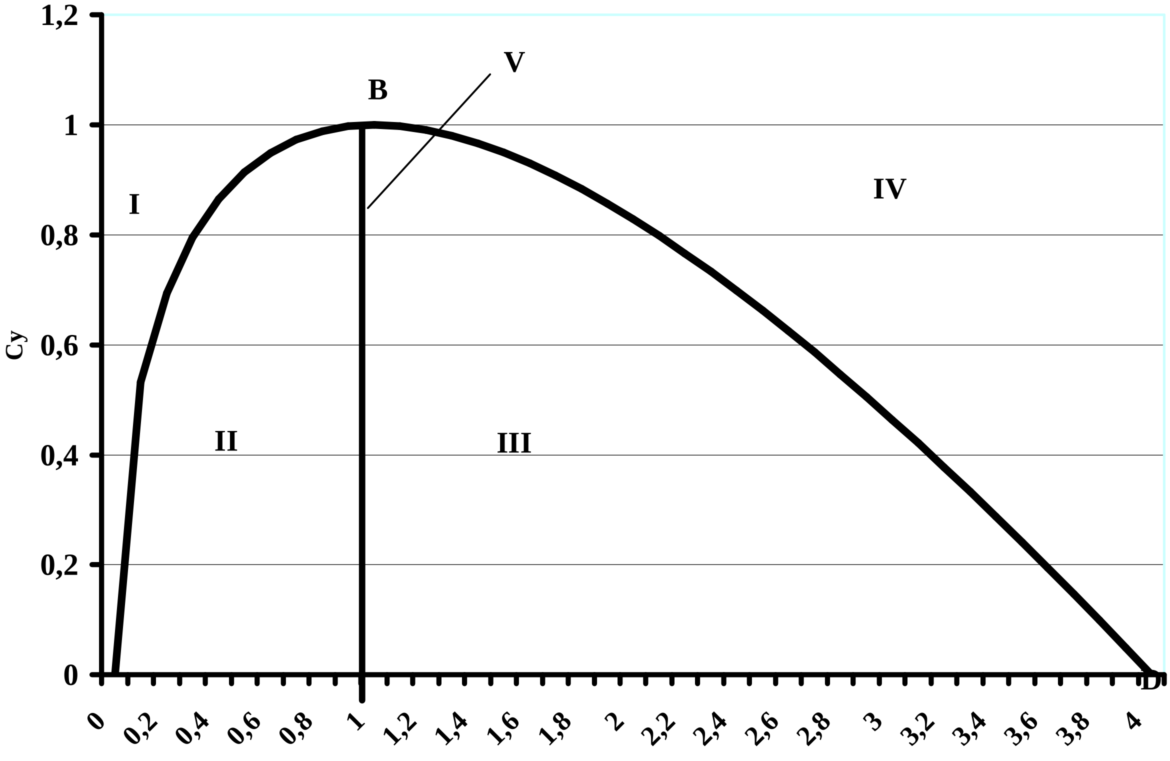

Рис. 12.1

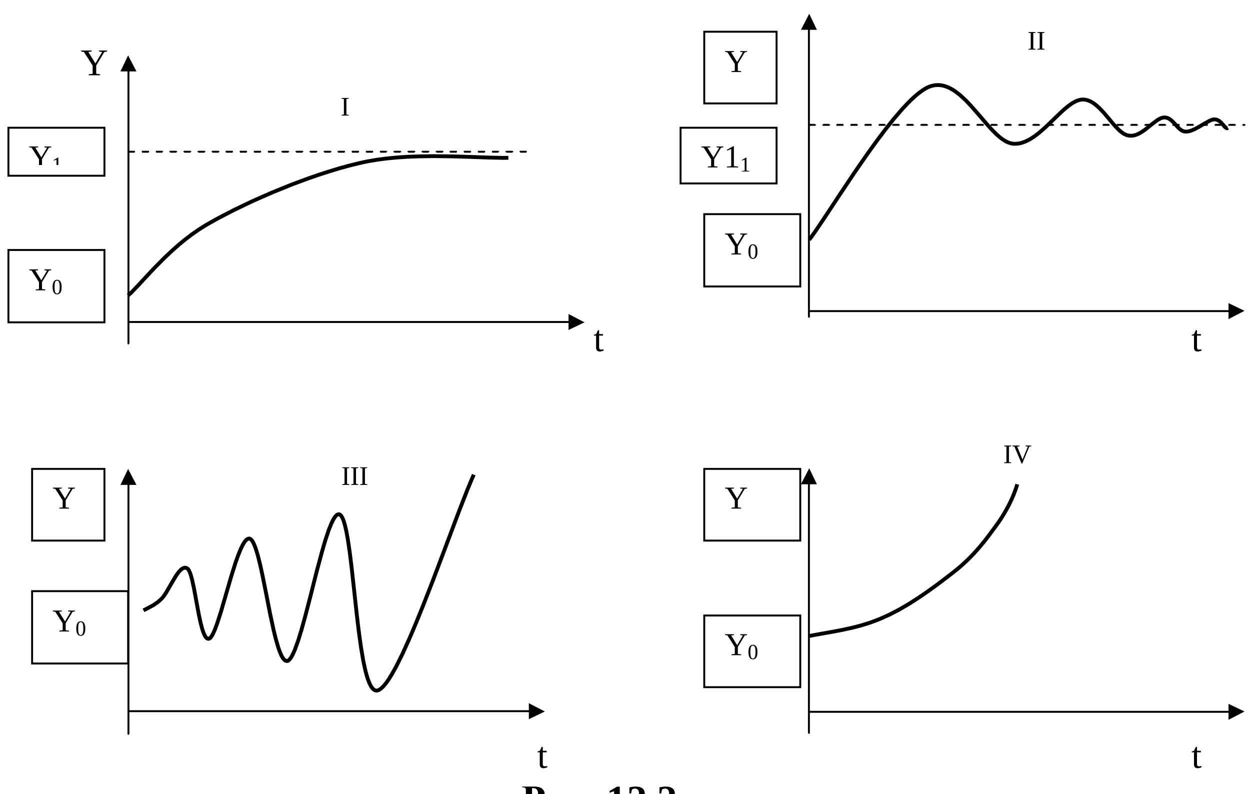

Рис. 12.2

При значениях C_y и χ, находящихся в области II, национальный доход достигнет нового равновесного уровня, пройдя через затухающие колебания.

Сочетания значений C_y и χ, расположенные справа от перпендикуляра, опущенного из точки B на ось абсцисс (рис. 12.1), соответствуют нестабильному равновесию. Когда сочетания значений C_y, χ указывают на область III, тогда динамика Y_t приобретает характер взрывных колебаний (рис. 12.2). Комбинации значений C_y, χ из области IV приводят к тому, что после нарушения равновесия Y_t монотонно устремляется в бесконечность. Если же $\chi=1$, то при любом значении предельной склонности к потреблению в случае нарушения равновесия возникают равномерные незатухающие колебания Y_t.

В реальной экономике $C_y<1$, а $\chi>1$, т.е. ей соответствуют области III и IV. При таких сочетаниях значений предельной склонности к потреблению и акселератора равновесие неустойчиво, и при его нарушении в модели Y_t очень быстро принимает неправдоподобные значения. В действительности размер национального дохода не может существенно превышать величину национального дохода полной занятости. Это ограничивает амплитуду колебаний объёма национального дохода сверху. С другой стороны, объём индуцированных инвестиций не может быть меньше отрицательной величины амортизации и это ограничивает амплитуду колебаний величины национального дохода снизу. В результате модель взаимодействия мультипликатора и акселератора принимает вид:

$$Y_t = \min\left\{\left(C_y \cdot Y_{t-1} + I_t^{a} + I_t^{ин}\right),\quad Y_F\right\}, \qquad (12.12)$$

причём
$$I_t^{ин} = \max\left\{\chi \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2}),\quad -D\right\}. \qquad (12.13)$$

В этом случае изменение автономных инвестиций приводит к колебаниям величины национального дохода даже при нахождении комбинации C_y, χ в области IV.

Если автономный спрос увеличивается с постоянным годовым темпом роста λ, то уравнение (12.4) принимает вид:

$$Y_t = (C_y + \lambda \cdot \chi) \cdot Y_{t-1} - \lambda \cdot \chi \cdot Y_{t-2} + A_0 \cdot (1+\lambda), \qquad (12.14)$$

В этом случае вследствие мультипликационного эффекта значение равновесного национального дохода ежегодно будет возрастать в $(1+\lambda)$ раз. Поэтому при достижении равновесного роста величина национального дохода будет определяться по формуле:

$$\overline{Y}_t = (C_y + \lambda \cdot \chi) \cdot \frac{\overline{Y}_t}{1+\lambda} - \lambda \cdot \chi \cdot \frac{\overline{Y}_t}{(1+\lambda)^2} + A_0 \cdot (1+\lambda)^t \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \overline{Y}_t = \frac{1}{1 - \frac{C_y + \chi}{1+\lambda} + \frac{\chi}{(1+\lambda)^2}} \cdot A_o \cdot (1+\lambda)^t. \qquad (12.15)$$

Первый сомножитель в правой части выражения (12.15) называется супермультипликатором Хикса. Он показывает, насколько возрастает национальный доход в году t при увеличении автономных инвестиций того же года на единицу сверх их экзогенного роста в темпе (1+λ).

В связи с ежегодным увеличением автономных инвестиций с тем же темпом будут расти производственные мощности (Y_F) – верхний предел возможных колебаний национального дохода:

$$Y_{F,t} = Y_{F,0}(1+\lambda)^t. \qquad (12.16)$$

Темпу роста производственных мощностей соответствует рост годовых амортизационных начислений:

$$D_t = D_0(1+\lambda)^t. \qquad (12.17)$$

Нижний предел колебаний уровня национального дохода можно определить следующим образом. Когда индуцированные инвестиции достигают своего минимального значения:

$$I^{ин}_{t,min} = -D_0(1+\lambda)^t, \qquad (12.18)$$

тогда общий объём автономных расходов будет равен:

$$A_t = A_0 \cdot (1+\lambda)^t - I^{ин}_{t,min} = (A_0 - D_0) \cdot (1+\lambda)^t \qquad (12.19)$$

и величина национального дохода достигает минимума:

$$Y_{t,min} = C_y \cdot Y_{t-1} + (A_0 - D_0) \cdot (1+\lambda)^t, \qquad (12.20)$$

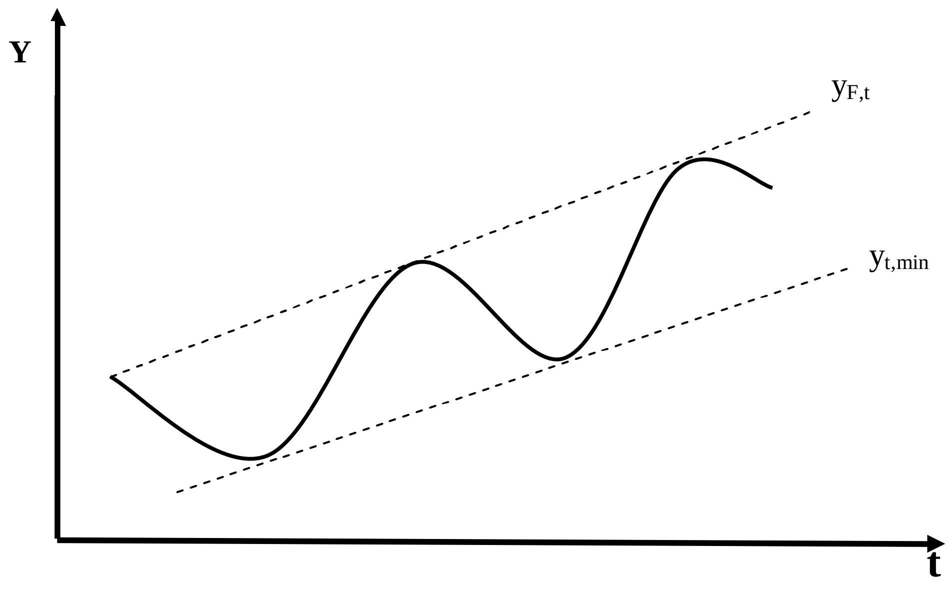

Рис. 12.3

Так как в рассматриваемых условиях $Y_t = Y_{t-1}(1+\lambda)$, то получаем:

$$Y_t \cdot \left(1-\frac{C_y}{1+\lambda}\right) = (A_0 - D_0)\cdot(1+\lambda)^t. \qquad (12.21)$$

Следовательно, нижняя граница колебаний национального дохода представляется уравнением:

$$\overline{Y}_{t,\min} = \frac{1}{1-C_y/(1+\lambda)}\cdot(A_0 - D_0)\cdot(1+\lambda)^t. \qquad (12.22)$$

Таким образом, при росте автономных расходов с постоянным темпом колебания национального дохода, вытекающие из модели взаимодействия мультипликатора и акселератора, приобретают вид, изображённый на рис. 12.3.

12.2. Модель Тевеса

В модели Тевеса рассмотренная выше модель Самуэльсона – Хикса дополнена моделью денежного рынка, которая взаимодействует с рынком благ через ставку процента. При этом динамическая функция спроса на деньги в модели Тевеса имеет вид:

$$L_t = L_y \cdot Y_{t-1} + L_i \cdot i_{\max} - L_i \cdot i_t. \qquad (12.23)$$

Следовательно, в текущем периоде спрос на деньги для сделок зависит от дохода предшествующего периода, а спрос на деньги как имущество – от текущей ставки процента. Предложение денег задано экзогенно и равно M.

В этом случае условие равновесия на рынке денег при заданном уровне цен p =1 имеет вид:

$$M^- = L_y \cdot Y_{t-1} - L_i \cdot i_t, \qquad (12.24)$$

где $M^- = M - L_i \cdot i_{\max}$.

Величина i_t из уравнения (12.24) находится по формуле:

$$i_t = \frac{L_y}{L_i}\cdot Y_{t-1} - \frac{M^-}{L_i}. \qquad (12.25)$$

Так как равенство (12.24) выполняется для любого момента времени t, то можно записать:

$$i_{t-1} = \frac{L_y}{L_i}\cdot Y_{t-2} - \frac{M^-}{L_i}. \qquad (12.26)$$

В связи с тем, что в данной модели ставка процента является функцией от времени, из общей суммы автономного спроса необходимо выделить величину автономных инвестиций как функцию от ставки процента. Поэтому уравнение равновесия на рынке благ принимает вид

$$Y_t = C_y \cdot Y_{t-1} + \chi \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2}) - I_i \cdot i_{t-1} + A'_t, \qquad (12.27)$$

где $A'_t = A + I_i \cdot i_{t-1}$.

Подставив значение i_{t-1} из уравнения (12.26) в уравнение (12.27), получим:

$$Y_t = C_y \cdot Y_{t-1} + \chi \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2}) + I_i \cdot \left(\frac{M^-}{L_i} - \frac{L_y}{L_i} \cdot Y_{t-2} \right) + A'_t, \qquad (12.28)$$

После преобразования (12.28) будем иметь:

$$Y_t = (C_y + \chi) \cdot Y_{t-1} - (\chi + l) \cdot Y_{t-2} + A''_t, \qquad (12.29)$$

где $\quad l = \dfrac{I_i \cdot L_y}{L_i}; \qquad A''_t \equiv A'_t + \dfrac{M^- \cdot I_i}{L_i}.$

Полученное уравнение (12.29) является уравнением динамики объёма эффективного спроса. Аналогично уравнению (12.4), оно является неоднородным конечно-разностным уравнением второго порядка и отличается от уравнения (12.4) только значением коэффициента при Y_{t-2}. Поэтому динамика объёма эффективного спроса также зависит от сочетания значений параметров C_y и $(\chi + l)$.

График функции:

$$(C_y + \chi)^2 = 4 \cdot (\chi + l) \qquad (12.30)$$

отделяет множество парных сочетаний C_y, $(\chi + l)$, приводящих к монотонному изменению объёма эффективного спроса Y_t, от множества сочетаний этих же параметров, обусловливающих его колебания.

Устойчивость или неустойчивость динамического совместного равновесия на рынке благ, денег и ценных бумаг зависит от значения параметра $(\chi + l)$.

Если $(\chi + l) < 1$, то равновесие устойчиво, при $(\chi + l) > 1$ после нарушения равновесия оно не восстановится, а при $(\chi + l) = 1$ экзогенный толчок в виде приращения автономного спроса приведёт к равномерным незатухающим колебаниям величины эффективного спроса около своего равновесного значения.

При фиксированном значении $l = 0{,}5$ расположение различных множеств сочетаний C_y и χ, определяющих характер динамики величины эффективного спроса, показано на рис. 12.4. Для сравнения, на нём прерывистой линией воспроизведён график рис. 12.1.

Поскольку по своей природе $l > 0$, то кривая, отделяющая колебательное изменение объёма эффективного спроса от его монотонного изменения (разделительная линия), располагается выше аналогичной кривой в модели Самуэльсона – Хикса. В то же время из-за того, что предельная склонность к потреблению не может превышать единицу, все точки, лежащие выше линии C_y =1, не имеют экономического смысла.

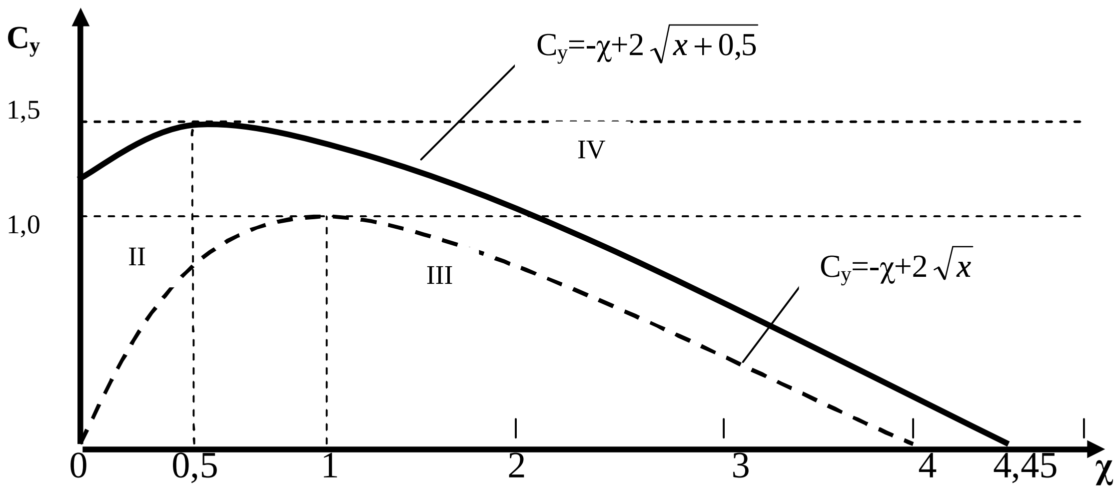

Рис. 12.4

Как видно из рис.12.4, с включением в модель денежного рынка область устойчивого равновесия сокращается. Это сокращение тем больше, чем большее значение принимает параметр l. Следовательно, область устойчивого равновесия сужается при увеличении как эластичности инвестиций по ставке процента, так и эластичности спроса на деньги по реальному доходу. Увеличение эластичности спроса на деньги по ставке процента сдерживает сужение области устойчивого равновесия.

Модель Тевеса дает возможность проследить влияние банковской системы в регулировании конъюнктурных колебаний экономической активности.

Если, например, Центральный банк при определении объёма предложения денег будет ориентироваться на величину реального национального дохода предшествующего периода и текущую ставку процента, то динамическая функция предложения денег примет вид:

$$\bar{M}_t = a \cdot Y_{t-1} + b \cdot i_t , \qquad (12.31)$$

где a, b – параметры регулирования количества денег в обращении, причем:

$$0 < a < 1; \quad b > 0. \qquad (12.32)$$

В этом случае равновесие на рынке денег достигается при

$$a \cdot Y_{t-1} + b \cdot i_t = L_y \cdot Y_{t-1} - L_i \cdot i_t . \qquad (12.33)$$

Решая уравнение (12.33) относительно i_t и учитывая, что оно верно для всех t, определим:

$$i_{t-1} = \frac{L_y - a}{b + L_i} \cdot Y_{t-2}. \qquad (12.34)$$

После подстановки этого значения i_{t-1} в уравнение (12.27) последнее принимает вид:

$$Y_t = (C_y + \chi) \cdot Y_{t-1} - (\chi - h) \cdot Y_{t-2} + A'_t, \qquad (12.35)$$

где $h = I_i \cdot (a - L_y)/(b + L_i)$.

Теперь кривая, разделяющая области монотонного и колебательного изменения Y_t, описывается формулой:

$$4 \cdot (\chi - h) = (C_y + \chi)^2, \qquad (12.36)$$

или

$$C_y = -\chi + 2 \cdot \sqrt{\chi - h}. \qquad (12.37)$$

Параметр h аналогично параметру l определяет сдвиг разделительной линии. Если, например, h = 0,25, то области, определяющие характер изменения y_t при нарушении совместного равновесия на рынках благ и денег, располагаются так, как показано на рис. 12.5.

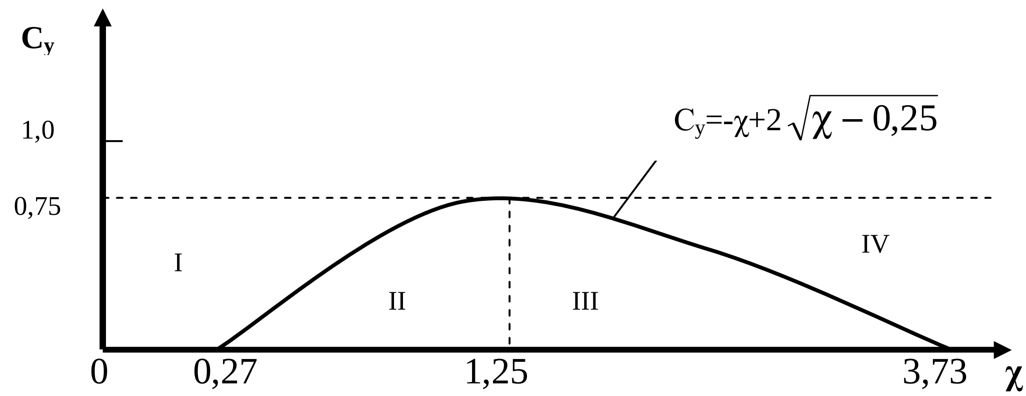

Рис. 12.5

Таким образом, за счёт соответствующего подбора регулирующих параметров a и b Центральный банк может сдвинуть области устойчивого равновесия таким образом, что в них окажутся комбинации C_y, χ, при которых $\chi > 1$, что больше соответствует действительности, чем $\chi < 1$.

Если Центральный банк, учитывая взаимодействие рынка благ с рынком денег, будет так осуществлять предложение денег, что h = 0,55, то и при значениях C_y=0,4 и χ = 1,5 в случае нарушения динамического равновесия возникнут не взрывные, а затухающие колебания.

При сдвиге линии, отделяющей области неустойчивого равновесия от устойчивого вправо, одновременно сдвигается вниз линия, отделяющая колебательные изменения Y_t от его монотонного изменения. Следовательно, устойчивое равновесие оказывается достижимым при меньшей предельной склонности к потреблению. В крайнем случае, когда h = 1, то устойчивое равновесие возможно только при C_y=0.

Контрольные задания для освоения темы

Модель Самуэльсона – Хикса

1. В качестве изучаемой системы берется экономика условного объекта.

2. Используя табличный редактор Excel, рассчитать и построить функцию $C_y=f(\chi)$, исходя из уравнения:

$$(C_y+\chi)^2=4\cdot\chi, \quad \text{или} \quad C_y=-\chi+2\cdot\sqrt{\chi}\ . \qquad (12.38)$$

Величину χ изменять в пределах от 0 до 4 с шагом $\nabla\chi=0{,}1$.

3. Определить и обозначить пять областей сочетаний C_y и χ, для каждой из которых характерен свой вид графика изменения во времени национального дохода при изменении величины автономного спроса.

4. Выбрать из каждой области по одной паре C_y и χ. Для каждой выбранной пары C_y и χ определить корни для характеристического уравнения вида:

$$\chi\cdot p^2-(C_y+\chi)\cdot p+1=0, \qquad (12.39)$$

используя формулу:

$$p_{1,2}=\frac{(C_y+\chi)\pm\sqrt{(C_y+\chi)^2-4\cdot\chi}}{2\cdot\chi}\ . \qquad (12.40)$$

Указать ожидаемый вид графика переходного процесса $\Delta Y=f(t)$.

5. Рассчитать и построить графики переходных процессов $\Delta Y=f(t)$ и $Y=f(t)$. Значения t задать в пределах от 0 до 20 лет с интервалом Δt = 1 году. Для вычислений и построения графиков использовать табличный редактор Excel. Результаты расчетов представить в виде таблицы.

Определение значений функций $\Delta Y=f(t)$ и $Y=f(t)$ производить по формулам:

$$\Delta Y_t=(C_y+\chi)\cdot\Delta Y_{t-1}-\chi\cdot\Delta Y_{t-2}. \qquad (12.41)$$

$$Y_t=\overline{Y}+\Delta Y_t\ . \qquad (12.42)$$

В качестве первоначальных значений принять:

$$\Delta Y_{t-2}=3, \qquad \Delta Y_{t-1}=5.$$

Значение $\overline{Y}$ взять из таблицы 12.1, согласно выбранному варианту.

Таблица 12.1

№ варианта	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
$\overline{Y}$	100	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250

6. Оформить все полученные результаты в виде отчета, в котором отразить общую постановку задачи, алгоритмы вычислений показателей, экономический анализ полученных результатов и общие выводы по работе.

Модель Тевеса

1. В качестве изучаемой системы берется экономика условного объекта.
2. Рассчитать и построить функцию C_y=f(χ), используя уравнение:

$$C_y = -\chi + 2 \cdot \sqrt{\chi - h}\,. \qquad (12.43)$$

Для расчетов и построения графика функции использовать табличный редактор Excel. Значение χ изменять в пределах от h до 4, с шагом $\nabla\chi = 0{,}1$. При построении взять только точки с положительными значениями C_y, а остальные значения C_y принять равными нулю. Величину h взять из таблицы 12.2 согласно выбранному варианту.

Таблица 12.2

№ варианта	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
h	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,15	0,25	0,35	0,45	0,55	06,5	0,32	0,12	0,22

3. Определить и обозначить пять областей сочетаний C_y и χ, дающих различные виды изменения во времени национального дохода при изменении величины автономного спроса.

4. Выбрать из каждой области по одной паре C_y и χ. Для каждой выбранной пары C_y и χ определить корни для характеристического уравнения вида:

$$(\chi - h) \cdot p^2 - (C_y + \chi) \cdot p + 1 = 0, \qquad (12.44)$$

используя формулу:

$$p_{1,2} = \frac{(C_y + \chi) \pm \sqrt{(C_y + \chi)^2 - 4 \cdot (\chi - h)}}{2 \cdot (\chi - h)}. \qquad (12.45)$$

Указать ожидаемый вид графика переходного процесса Y=f(t).

5. Рассчитать и построить графики переходных процессов Y=f(t). Значения t задать в пределах от 0 до 30 лет с интервалом Δt = 1 году. Для вычислений и построения графиков использовать табличный редактор Excel. Результаты расчетов представить в табличном виде.

Определение значений функций Y=f(t) производить по формуле:

$$Y_t = (C_y + \chi) \cdot Y_{t-1} - (\chi - h) \cdot Y_{t-2} + A'_t, \qquad (12.46)$$

В качестве первоначальных значений принять:

$Y_{t-2} = 70, \qquad Y_{t-1} = 80.$

Значение A'_t = const взять из таблицы 12.3, согласно выбранному варианту.

Таблица 12.3

№ варианта	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
A'_t	10	15	20	25	30	35	40	10	20	25	30	35	40	45	15

6. Оформить все полученные результаты в виде отчета, в котором отразить общую постановку задачи, алгоритмы вычислений показателей, экономический анализ полученных результатов и общие выводы по работе.

ГЛАВА XIII
МОДЕЛЬ КЛЕЙНА

13.1. Общая постановка задачи

Модель Клейна является ярким представителем эконометрических моделей, т.к. в уравнениях модели присутствует случайная составляющая, а сами уравнения фактически являются системой линейных одновременных совместных регрессионных уравнений. Для определения параметров этих уравнений необходимо использовать разработанные в эконометрике специальные методы определения параметров данных уравнений.

В общем виде модель Клейна представляется следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} C(t) = a_0 + a_1 \cdot P(t) + a_2 \cdot P(t-1) + a_3 \cdot [W^P(t) + W^G(t)] + \varepsilon_1(t), \\ I(t) = b_0 + b_1 \cdot P(t) + b_2 \cdot P(t-1) + b_3 \cdot K(t-1) + \varepsilon_2(t), \\ W^P(t) = d_0 + d_1 \cdot Y(t) + d_2 \cdot Y(t-1) + d_3 \cdot t + \varepsilon_3(t), \\ Y(t) = C(t) + I(t) + G(t), \\ P(t) = Y(t) - T(t) - W^P(t), \\ K(t) = K(t-1) + I(t). \end{cases} \tag{13.1}$$

где $t = 1,2,3...n$;

$C(t)$ – объем потребления;

$I(t)$ – объем чистых инвестиций;

$W^P(t)$ – заработная плата в частном секторе;

$W^G(t)$ – заработная плата в государственном секторе;

$Y(t)$ – валовой внутренний продукт (без чистого экспорта и прироста запасов);

$P(t)$ – общая прибыль;

$K(t)$ – основной капитал;

$G(t)$ – государственные расходы;

$T(t)$ – общий сбор налогов;

$\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$, $\varepsilon_3(t)$ – случайные составляющие;

a_0, a_1, a_2, a_3, b_0, b_1, b_2, b_3, d_0, d_1, d_2, d_3 – определяемые параметры системы линейных одновременных уравнений (13.1).

В модели используются годовые значения переменных величин, которые с изменением значения времени t, соответственно, меняют свою величину. При этом объем потребления в момент времени t линейно зависит от общей прибыли на данный момент времени, предыдущей прибыли и суммы заработных плат в частном и государственном секторах, а также от некоторой случайной составляющей, учитывающей влияние других факторов. Объем чистых инвестиций определяется линейной зависимостью от общей прибыли на данный момент времени, предыдущей прибыли и предыдущим значением основного капитала (учет амортизационных отчислений). Остальные факторы учтены в виде случайной составляющей. Величина заработной платы в частном секторе представлена как линейная функция от валового внутреннего продукта в данный момент времени и предшествующий момент времени, а также меняется с течением времени (учет инфляции). Влияние неучтенных факторов отражено в виде аддитивной случайной составляющей.

В представленной модели девять переменных, из которых шесть являются эндогенными переменными: C(t), I(t), W^P(t), Y(t), P(t), K(t). Данные переменные определяются внутри модели. Из этих эндогенных переменных три переменных присутствуют в модели также и в виде лаговых переменных, т.е. в виде прошлых значений этих переменных: Y(t-1), P(t-1), K(t-1).

Экзогенными переменными, т.е. переменными, заданными вне модели, являются: W^G(t), G(t), T(t), t. Данные переменные вместе с лаговыми переменными образуют систему предопределенных переменных. Набор этих переменных во многом обусловливает возможность идентификации модели.

Первые три уравнения показывают фактическую взаимосвязь между переменными модели с учетом случайной составляющей и содержат двенадцать неизвестных параметров. Данные параметры подлежат определению по имеющейся информации об эндогенных и экзогенных переменных.

Последние три уравнения не содержат неизвестных параметров и являются балансовыми уравнениями. Рассмотрим порядок определения параметров модели (13.1) на примере упрощенной модели.

13.2. Определение параметров упрощенной модели Клейна

В качестве упрощенной модели Клейна возьмем систему линейных одновременных уравнений, в которой исключены три уравнения:

- определения величины капитала в момент времени t;
- нахождения величины заработной платы в частном секторе;
- определения общей прибыли.

Кроме того объем потребления и чистые инвестиции считаются зависимыми только от значений валового внутреннего продукта на данный момент времени t и не зависят от его значений в предыдущий момент времени. Из уравнений выведены также переменные, определяемые в исключенных уравнениях. Таким образом, получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} C(t) = c_0 + c_1 \cdot Y(t) + u_1(t), \\ I(t) = i_0 + i_1 \cdot Y(t) + u_2(t), \\ Y(t) = C(t) + I(t) + G(t), \end{cases} \tag{13.2}$$

где $t = 1,2,3...n$;

$C(t)$ – объем потребления;

$I(t)$ – объем чистых инвестиций;

$Y(t)$ – валовой внутренний продукт (без чистого экспорта и прироста запасов);

$G(t)$ – государственные расходы;

c_1 – склонность к потреблению;

i_1 – склонность к инвестированию;

c_0, i_0 – свободные члены уравнений;

$u_1(t)$, $u_2(t)$ – случайные составляющие, имеющие математическое ожидание равное нулю, постоянную дисперсию и отсутствие взаимосвязи между собой.

В модели первые два уравнения отражают взаимосвязь между переменными модели с учетом случайной составляющей и содержат четыре неизвестных параметра. Последнее уравнение является балансовым уравнением. Все переменные [$C(t)$, $I(t)$, $Y(t)$], кроме $G(t)$, являются эндогенными переменными. Переменная $G(t)$ – это экзогенная переменная. В связи с тем, что в модели отсутствуют лаговые переменные, то в качестве предопределенной переменной выступает только переменная $G(t)$. Определению, по имеющейся выборке, подлежат параметры: c_0, c_1, i_0, i_1.

Для нахождения неизвестных параметров непосредственно из системы уравнений (13.2) нельзя использовать обычный метод наименьших квадратов (МНК). Это вызвано тем, что переменная $Y(t)$ имеет корреляционную связь со случайными составляющими $u_1(t)$ и $u_2(t)$, а значит получаемые оценки параметров будут смещенными.

С целью устранения этого препятствия используем косвенный метод наименьших квадратов [8]. Для реализации данного метода подставим из третьего уравнения системы значение $Y(t)$ в первое и второе уравнения системы. В результате преобразований получим следующие уравнения:

$$\begin{cases} C(t) = \dfrac{c_0}{1-c_1} + \dfrac{c_1}{1-c_1} \cdot I(t) + \dfrac{c_1}{1-c_1} \cdot G(t) + \dfrac{u_1(t)}{1-c_1}, \\ I(t) = \dfrac{i_0}{1-i_1} + \dfrac{i_1}{1-i_1} \cdot C(t) + \dfrac{i_1}{1-i_1} \cdot G(t) + \dfrac{u_2(t)}{1-i_1}. \end{cases} \tag{13.3}$$

Систему уравнений (13.3) можно записать в виде:

$$\begin{cases} C(t) = c_0^I + c_1^I \cdot I(t) + c_1^I \cdot G(t) + u_1^I(t), \\ I(t) = i_0^I + i_1^I \cdot C(t) + i_1^I \cdot G(t) + u_2^I(t); \end{cases} \tag{13.4}$$

где

$$c_0^I = \frac{c_0}{1 - c_1}; \quad c_1^I = \frac{c_1}{1 - c_1}; \quad u_1^I(t) = \frac{u_1(t)}{1 - c_1}; \tag{13.5}$$

$$i_0^I = \frac{i_0}{1 - i_1}; \quad i_1^I = \frac{i_1}{1 - i_1}; \quad u_2^I(t) = \frac{u_2(t)}{1 - i_1}. \tag{13.5а}$$

Для того чтобы получить из (13.4) систему приведенных уравнений, достаточно из второго уравнения значение переменной I(t) подставить в первое уравнение, а значение переменной C(t) из первого уравнения подставить во второе уравнение. В результате несложных преобразований будем иметь:

$$\begin{cases} C(t) = \dfrac{c_0^I + c_1^I \cdot i_0^I}{1 - c_1^I \cdot i_1^I} + \dfrac{c_1^I + c_1^I \cdot i_1^I}{1 - c_1^I \cdot i_1^I} \cdot G(t) + \dfrac{u_1^I(t) + c_1^I \cdot u_2^I(t)}{1 - c_1^I \cdot i_1^I}, \\ I(t) = \dfrac{i_0^I + i_1^I \cdot c_0^I}{1 - c_1^I \cdot i_1^I} + \dfrac{i_1^I + i_1^I \cdot c_1^I}{1 - c_1^I \cdot i_1^I} \cdot G(t) + \dfrac{u_2^I(t) + i_1^I \cdot u_1^I(t)}{1 - c_1^I \cdot i_1^I}. \end{cases} \tag{13.6}$$

Данную систему уравнений представим в следующем виде:

$$\begin{cases} C(t) = h_{10} + h_{11} \cdot G(t) + \varepsilon_1(t), \\ I(t) = h_{20} + h_{21} \cdot G(t) + \varepsilon_2(t), \end{cases} \tag{13.7}$$

где

$$h_{10} = \frac{c_0^I + c_1^I \cdot i_0^I}{1 - c_1^I \cdot i_1^I}; \quad h_{11} = \frac{c_1^I + c_1^I \cdot i_1^I}{1 - c_1^I \cdot i_1^I}; \quad \varepsilon_1(t) = \frac{u_1^I(t) + c_1^I \cdot u_2^I(t)}{1 - c_1^I \cdot i_1^I}; \tag{13.8}$$

$$h_{20} = \frac{i_0^I + i_1^I \cdot c_0^I}{1 - c_1^I \cdot i_1^I}; \quad h_{21} = \frac{i_1^I + i_1^I \cdot c_1^I}{1 - c_1^I \cdot i_1^I}; \quad \varepsilon_2(t) = \frac{u_2^I(t) + i_1^I \cdot u_1^I(t)}{1 - c_1^I \cdot i_1^I}. \tag{13.8а}$$

Система уравнений (13.7) является системой приведенных уравнений. В ней эндогенные переменные C(t) и I(t) выражены только через экзогенную переменную G(t) и случайные составляющие $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$. Применив к каждому уравнению системы (13.7) метод наименьших квадратов, можно определить несмещенные оценки параметров h_{10}, h_{11}, h_{20}, h_{21}.

По этим четырем найденным оценкам можно из соответствующих уравнений (13.8) и (13.8а) определить значения c_0^I, c_1^I, i_0^I, i_1^I. Затем, используя уравнения (13.5) и (13.5а), находятся значения c_0, c_1, i_0, i_1. Таким образом, решается поставленная задача определения параметров исходных уравнений регрессии.

Другим подходом к определению значений параметров c_0, c_1, i_0, i_1 может служить использование [8] двухшагового метода наименьших квадратов (ДМНК). В этом случае первый шаг включает в себя все процедуры получения системы приведенных уравнений (13.7) и определение параметров уравнений, входящих в эту систему уравнений.

Для реализации второго шага необходимо в систему уравнений (13.7) подставить найденные значения h_{10}, h_{11}, h_{20}, h_{21}, а затем вычислить <u>теоретические значения</u> переменных $\tilde{C}(t), \tilde{I}(t)$.

Значения $\tilde{C}(t), \tilde{I}(t)$ и имеющиеся в исходных данных величины G(t) использовать в 3-ем уравнении системы (13.2) для нахождения теоретических значений $\tilde{Y}(t)$. Эти теоретические значения $\tilde{Y}(t)$ не имеют корреляционной связи со случайными составляющими $u_1(t)$ и $u_2(t)$. Следовательно, применяя метод инструментальных переменных [8], подставляя в 1-е и 2-е уравнения системы (13.2) значения $\tilde{Y}(t)$, можно найти параметры c_0, c_1, i_0, i_1 с помощью обычного МНК. Оценки при этом будут несмещенными, состоятельными и эффективными.

Контрольные задания для освоения темы

1. В качестве изучаемой системы берется экономика условного объекта.
2. Принимается условие, что поведение экономической системы описывается системой уравнений (13.2). Исходная информация в соответствии с выбранным вариантом приведена в таблице Приложения 11.
3. Используя исходную информацию и систему уравнений (13.7), определить, с помощью метода наименьших квадратов, значения величин h_{10}, h_{11}, h_{20}, h_{21}. Для расчетов применить табличный редактор Excel (программы «регрессия» или «линейн»).
4. Оценить статистическую значимость полученных результатов и точность модели.
5. Взять полученные при выполнении п.3 значения величин h_{10}, h_{11}, h_{20}, h_{21}, и, применяя метод подстановок, из системы уравнений (13.9) определить значения c_0^I, c_1^I, i_0^I, i_1^I.

$$\begin{cases} h_{10} = \dfrac{c_0^I + c_1^I \cdot i_0^I}{1 - c_1^I \cdot i_1^I}; \\ h_{11} = \dfrac{c_1^I + c_1^I \cdot i_1^I}{1 - c_1^I \cdot i_1^I}; \\ h_{20} = \dfrac{i_0^I + i_1^I \cdot c_0^I}{1 - c_1^I \cdot i_1^I}; \\ h_{21} = \dfrac{i_1^I + i_1^I \cdot c_1^I}{1 - c_1^I \cdot i_1^I}. \end{cases} \qquad (13.9)$$

Рекомендация:

- используя четвертое уравнение системы (13.9), найти алгебраическое выражение c_1^I;

- подставив выражение c_1^I во второе уравнение системы (13.9), определить численное значение величины i_1^I;

- найти численное значение c_1^I из полученного для него алгебраического выражения;

- подставить численные значения c_1^I и i_1^I в первое и третье уравнения системы (13.9);

- используя метод подстановок, определить из первого и третьего уравнений системы (13.9) численные значения c_0^I, i_0^I.

6. Полученные при выполнении п. 5 численные значения c_0^I, c_1^I, i_0^I, i_1^I, использовать для определения методом подстановок значений c_0, c_1, i_0, i_1 из следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} c_0^I = \dfrac{c_0}{1-c_1}; \\ c_1^I = \dfrac{c_1}{1-c_1}; \\ i_0^I = \dfrac{i_0}{1-i_1}; \\ i_1^I = \dfrac{i_1}{1-i_1}. \end{cases} \qquad (13.10)$$

7. Определить значения параметров c_0, c_1, i_0, i_1, используя ДМНК. Для этой цели, применяя ТР Excel, найти из системы уравнений (13.7) теоретические значения $\tilde{C}(t), \tilde{I}(t)$.

8. Подставив найденные значения $\tilde{C}(t), \tilde{I}(t)$ и значения $G(t)$ из исходных данных в 3-е уравнение системы (13.2), определить величины $\tilde{Y}(t)$ для каждого момента времени t.

9. Используя вычисленные значения $\tilde{Y}(t)$ вместо $Y(t)$, определить с помощью МНК из 1-го уравнения системы (13.2) параметры c_0, c_1, а из 2-го уравнения системы (13.2) параметры i_0, i_1.

10. Оформить все полученные результаты в виде отчета, в котором отразить общую постановку задачи, алгоритмы вычислений показателей, экономический анализ полученных результатов и общие выводы по работе.

ГЛАВА XIV
МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА МЭНКЬЮ-РОМЕРА-УЭЙЛА, УЧИТЫВАЮЩАЯ ВЛИЯНИЕ ЧЕЛОВЕЧЕСКОГО КАПИТАЛА

14.1. Человеческий капитал, как фактор экономического роста

Появление теории человеческого капитала отразило все возрастающую роль невещественного накопления для развития человечества. Под человеческим капиталом понимается совокупность всех производительных качеств работника, т.е. он включает приобретенные знания, навыки, а также мотивацию и энергию, которые используются для производства экономических благ.

Последние годы характеризуются стремительным ростом инвестиций в человека. К основным формам инвестиций в человека обычно относят расходы на образование, воспитание, здравоохранение, а также весь комплекс затрат, снизанных с подготовкой человека к производству (включая поиск необходимой информации, миграцию в поисках занятости и т.д.). В экономически развитых странах человеческий капитал растет более быстрыми темпами, чем физический, а суммарные расходы в образование, здравоохранение и социальное обеспечение зачастую превышают производственные капитальные вложения.

Подобно физическому капиталу, формирование человеческого капитала требует как от самого человека, так и от общества в целом значительных издержек. Они были бы невозможны, если бы не обеспечивали его обладателю получение более высокого дохода, а обществу – дополнительный рост экономики. Таким образом, человеческий капитал рассматривается с одной стороны как запас, который может накапливаться и быть источником более высокого дохода в будущем. С другой стороны человеческий капитал является одним из основных факторов экономического роста. Этим и объясняется такой стремительный рост вложений в человека.

Рациональный индивид должен соотносить затраты и выгоды от намеченного мероприятия. Расчет нормы окупаемости инвестиций в физический и человеческий капитал может производиться по одинаковой методике, т.е. путем сопоставления затрат с дополнительным доходом от осуществления инвестиций. Для человеческого капитала при оценке инвестиций в образование необходимо соотнести затраты на получение образования, упущенный доход при обучении и другие издержки, связанные с получением образования, с получением постоянного дополнительного дохода от образования в рассматриваемом периоде времени.

В развитых странах существует устойчивая зависимость между уровнем образования и доходом, получаемым в течение всей жизни. Если лица с начальным образованием получали в 1990 году в США за всю свою жизнь доход 756 тыс. долл., то лица с высшим образованием – 1720 тыс. долл. Абсолютный разрыв составил почти 1 млн. долл. Следует заметить, что за последние 30 лет относительный разрыв в доходах между этими крайними группами фактически не изменился. Это говорит о существовании тенденции, которую стараются учитывать все рационально ведущие свое хозяйство семьи [23. С. 220–221].

Осознанная еще в 60–70-е годы прошлого века роль человеческого капитала привела к широкому распространению программ инвестиций в него. В развивающихся странах это выразилось, прежде всего, в развитии начального и среднего образования, которое рассматривалось как главный фактор роста производительности труда. Действительно, ликвидация неграмотности является важным фактором подъема национальной производительности труда. Как показали расчеты академика С.Г. Струмилина, произведенные в СССР в начале 30-х годов, грамотность повышает ее на 24%, а среднее образование – на 67%. Неудивительно, что многие развивающиеся страны связывали с развитием образования свои надежды на быстрое преодоление экономической отсталости и зависимости.

Поэтому еще в 80–90-е годы прошлого века многие экономисты выдвинули на первый план влияние человеческого капитала и его вклад в процесс роста валового внутреннего продукта или денежного дохода индивидуума. Было предложено ряд микро- и макроэкономических моделей, так или иначе учитывающих влияние человеческого капитала. К таким моделям можно отнести модели Е. Дюфло, Р. Лукаса, Дж. Минцера, Г. Мэнкью - Д. Ромера - Д. Уэйла и т.д. Рассмотрим более подробно модель Г. Мэнкью - Д. Ромера - Д. Уэйла.

14.2. Постановка задачи и построение математической модели

В основу модели Г. Мэнкью, Д. Ромера и Д. Уэйла положена известная модель Р. Солоу. Однако, капитал в модели Г. Мэнкью, Д. Ромера, Д. Уэйла разделен на физический и человеческий. Взаимосвязь между валовым внутренним продуктом и ресурсами представлена следующим образом:

$$Y(t) = K(t)^{\alpha} \cdot H(t)^{\beta} \cdot \left[A(t) \cdot L(t)\right]^{1-\alpha-\beta}, \qquad (14.1)$$

где Y(t) – валовой внутренний продукт;

K(t) – используемый физический капитал;

H(t) – применяемый запас человеческого капитала;

L(t) – используемые трудовые ресурсы;

A(t) – коэффициент, учитывающий влияние научно-технического прогресса;

t – текущий промежуток времени.

Разделим уравнение (14.1) на функцию [A(t)·L(t)]. В этом случае будем иметь:

$$\frac{Y(t)}{A(t)\cdot L(t)}=\frac{K(t)^{\alpha}}{[A(t)\cdot L(t)]^{\alpha}}\cdot\frac{H(t)^{\beta}}{[A(t)\cdot L(t)]^{\beta}}. \tag{14.2}$$

Обозначим:

$$y=\frac{Y(t)}{A(t)\cdot L(t)};\quad k=\frac{K(t)}{A(t)\cdot L(t)};\quad h=\frac{H(t)}{A(t)\cdot L(t)}. \tag{14.3}$$

В результате получим:

$$y = k^{\alpha}\cdot h^{\beta}. \tag{14.4}$$

Таким образом, используется одна и та же производственная функция для физического капитала, человеческого капитала и потребления. Поэтому единица потребления может быть превращена либо в единицу физического капитала, либо в единицу человеческого капитала. Предполагается также, что уровень выбытия у человеческого капитала такой же, как и физического капитала. В этой расширенной модели исходят из убывающей отдачи от капитала, т.е. $(\alpha + \beta)$ меньше единицы.

Согласно модели Солоу (см. главу X), изменение во времени физического капитала определяется прибытием и выбытием капитала. При инвестиционном лаге равном нулю прибытие капитала равно инвестициям в физический капитал. Следовательно, можно записать:

$$\frac{dk}{dt}=\varphi_k\cdot y-(p+g+m)\cdot k=\dot{k}; \tag{14.5}$$

где φ_k – норма накопления физического капитала;

p – темп роста влияния научно-технического прогресса;

g – темп роста используемых трудовых ресурсов;

m – коэффициент выбытия физического капитала.

Экономическая система находиться на стационарной траектории при выполнении условия:

$$\dot{k}=0. \tag{14.6}$$

Следовательно:

$$\varphi_k\cdot y=(p+g+m)\cdot k. \tag{14.7}$$

Это условие можно записать в следующем виде:

$$\varphi_k\cdot k^{\alpha}\cdot h^{\beta}=(p+g+m)\cdot k. \tag{14.8}$$

Отсюда следует:

$$k^{1-\alpha} = \left(\frac{\varphi_k}{p+g+m} \right) \cdot h^{\beta} \quad \text{или} \quad k = \left(\frac{\varphi_k}{p+g+m} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot h^{\frac{\beta}{1-\alpha}}. \qquad (14.9)$$

Комбинация h и k, удовлетворяющая этому условию, показана на рис. 14.1. Так как $\beta < 1 - \alpha$, то вторая производная k по h вдоль этой траектории отрицательная. При этом, производная $\dot{k}$ возрастающая по h. Следовательно, правее от кривой $\dot{k}(t) = 0$, $\dot{k} > 0$, а левее - $\dot{k} < 0$.

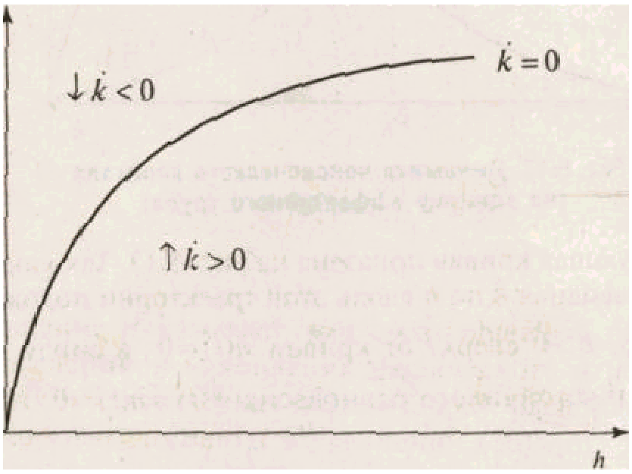

Рис.14.1. Динамика физического капитала на единицу эффективного труда

Перейдем к рассмотрению человеческого капитала на единицу эффективного труда (h). Изменение во времени человеческого капитала, также как и физического капитала, определяется прибытием и выбытием капитала. При инвестиционном лаге равном нулю прибытие капитала равно инвестициям в человеческий капитал. Следовательно, можно записать:

$$\frac{dh}{dt} = \varphi_h \cdot y - (p + g + m) \cdot h = \dot{h}; \qquad (14.10)$$

где φ_h – норма накопления человеческого капитала.

При нахождении экономической системы на стационарной траектории выполняется условие:

$$\dot{h} = 0. \qquad (14.11)$$

В этом случае

$$\varphi_h \cdot y = (p + g + m) \cdot h \qquad (14.12)$$

или это можно записать в следующем виде:

$$\varphi_h \cdot k^{\alpha} \cdot h^{\beta} = (p + g + m) \cdot h. \qquad (14.13)$$

Отсюда следует:

$$k = \left(\frac{p+g+m}{\varphi_h} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \cdot h^{\frac{1-\beta}{\alpha}}. \qquad (14.14)$$

Соответствующая кривая показана на рис. 14.2. Так как $1 - \beta > \alpha$, то вторая производная k по h вдоль этой траектории положительная. Следовательно, $\dot{h} > 0$ сверху от кривой $\dot{h} = 0$, а снизу - $\dot{h} < 0$.

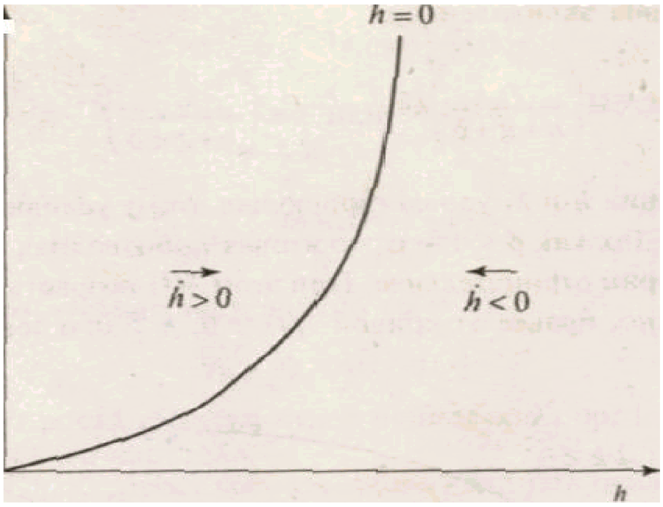

Рис. 14.2. Динамика человеческого капитала на единицу эффективного труда

В состоянии устойчивого равновесия $\dot{k}(t) = \dot{h}(t) = 0$. Следовательно можно записать:

$$\left(\frac{\varphi_k}{p+g+m} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot h^{\frac{\beta}{1-\alpha}} = \left(\frac{p+g+m}{\varphi_h} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \cdot h^{\frac{1-\beta}{\alpha}}. \qquad (14.15)$$

Решая уравнение (14.15) относительно h и подставив его значение в (14.9), получим:

$$k^* = \left(\frac{\varphi^{1-\beta} \cdot \varphi_h^{\beta}}{p+g+m} \right)^{\frac{1}{(1-\alpha-\beta)}} \qquad (14.16)$$

$$h^* = \left(\frac{\varphi^{\alpha} \cdot \varphi_h^{1-\alpha}}{p+g+m} \right)^{\frac{1}{(1-\alpha-\beta)}} \qquad (14.17)$$

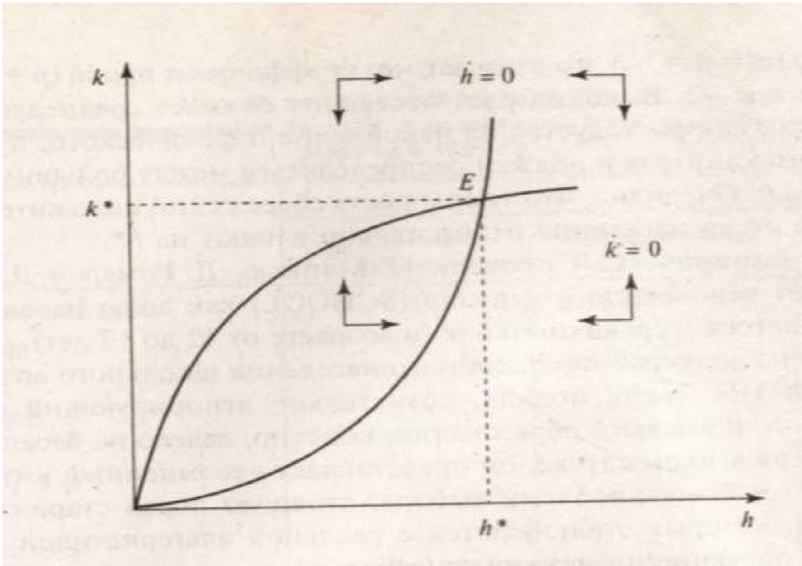

Рис. 14.3. Совместная динамика k и h

На рис. 14.3 показана совместная динамика k и h. Точка E соответствует состоянию глобальной устойчивости.

$$y^* = (k^*)^{\alpha} \cdot (h^*)^{\beta} \,. \qquad (14.18)$$

Представим уравнение (14.18) в следующем виде:

$$\frac{Y(t)}{A(0)\cdot e^{p\cdot t}\cdot L(t)} = \left(\frac{\varphi^{1-\beta}\cdot\varphi_h^{\beta}}{p+g+m}\right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha-\beta)}} \cdot \left(\frac{\varphi^{\alpha}\cdot\varphi_h^{1-\alpha}}{p+g+m}\right)^{\frac{\beta}{(1-\alpha-\beta)}} . \qquad (14.19)$$

Положим: $\varphi^{1-\beta}\cdot\varphi_h^{\beta} = \varphi_k$; $\varphi^{\alpha}\cdot\varphi_h^{1-\alpha} = \varphi_h$. В этом случае будем иметь:

$$\frac{Y(t)}{L(t)} = A(0)\cdot e^{p\cdot t}\cdot\left(\frac{\varphi_k}{p+g+m}\right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha-\beta)}} \cdot \left(\frac{\varphi_h}{p+g+m}\right)^{\frac{\beta}{(1-\alpha-\beta)}} . \qquad (14.20)$$

Прологарифмируем (14.20) и после преобразований получим:

$$\ln\frac{Y(t)}{L(t)} = \ln A(0) + p\cdot t - \frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta}\cdot\ln(p+g+m) + \frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}\cdot\ln(\varphi_k) + \frac{\beta}{1-\alpha-\beta}\cdot\ln(\varphi_k). \qquad (14.21)$$

Это уравнение показывает, как среднедушевой доход зависит от роста населения и накопления физического и человеческого капитала. Как и классическая модель Солоу, модель Мэнкью-Ромера-Уэйла полагает, что коэффициенты в уравнении (14.21) показывают вклад факторов производства, т.е. α – это доля физического капитала в доходе, а коэффициент β – доля человеческого капитала в доходе.

Коэффициент при ln(p+g+m) должен быть больше (по абсолютной величине), чем коэффициент при $\ln(\varphi_k)$. Если принять $\alpha=\beta={}^1/_3$, это означает, что коэффициент при ln(p+g+m)будет равен –2. Высокий рост населения снижает среднедушевой доход, так как расходуется на накопление и физического, и человеческого капитала и должен распределяться между большим числом людей. Очевидно, что темпы роста сбережений положительно, а темпы роста населения отрицательно влияют на h*.

Важно отметить, что нередко квалификация труда и качество капитала могут рассматриваться как взаимозаменяемые факторы. Низкое качество капитала может быть компенсировано высокой квалификацией труда, а высокое качество капитала в значительной мере обесценивается низкой квалификацией труда.

14.3. Исследование процесса сходимости в модели Мэнкью-Ромера-Уэйла

Г. Мэнкью, Д. Ромер и Д. Уэйл рассматривают также случай эндогенного роста, когда $\alpha + \beta = 1$. Он важен для анализа проблемы сходимости. Несомненно, что модель Мэнкью-Ромера-Уэйла обладает большими возможностями, чем модель Солоу для решения проблемы сходимости, так как недостаток развития физического капитала может компенсироваться развитием человеческого капитала и наоборот.

Допустим, *y** означает устойчивый уровень дохода на эффективного рабочего в уравнении (14.21), а y(t) означает реальное его значение в период времени t. В этом случае скорость сходимости можно определить как:

$$\frac{d\ln[y(t)]}{dt} = \lambda \cdot \{\ln(y^*) - \ln[y(t)]\}, \qquad (14.22)$$

или в стандартном виде:

$$\frac{1}{\lambda} \cdot \frac{d\ln[y(t)]}{dt} + \ln[y(t)] = \ln(y^*), \qquad (14.23)$$

где уровень сходимости – λ определяется из выражения:

$$\lambda = (p + g + m) \cdot (1 - \alpha - \beta). \qquad (14.24)$$

Уравнение (14.23) представляет собой неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка и описывает изменение во времени величины ln[y(t)]. Решение данного уравнения имеет вид:

$$\ln[y(t)] = \ln[y(0)] \cdot e^{-\lambda \cdot t} + \ln(y^*) \cdot [1 - e^{-\lambda \cdot t}]. \qquad (14.25)$$

Причем величина $\psi = \dfrac{1}{\lambda}$ является постоянной времени и, следовательно, эффективный переходной процесс в системе, описываемой уравнением (14.23), заканчивается в основном за время $t = (3\text{-}4)\cdot\Psi \approx 3{,}5\cdot\Psi$.

В случае если $\alpha=\beta={}^1/_3$ а (p+g+m) = 0,12, то постоянная времени Ψ

будет равна 25. Это означает, что основную часть пути до устойчивого равновесия экономика пройдет за срок около 88 лет. В случае отсутствия человеческого капитала сходимость была бы достигнута в два раза быстрее. При $\beta = 0$ величина Ψ будет равна 12,5, а значит основную часть пути до устойчивого равновесия экономика пройдет за 44 года.

Данная модель предполагает не абсолютную, а относительную сходимость. Абсолютная сходимость была бы в том случае, если технологии, физический капитал, а также человеческий капитал и труд обладали бы абсолютной мобильностью и не было бы никаких границ для их распространения по всему миру. Однако в реальной действительности существуют ограничения для движения факторов производства. Поэтому сходимость в модели Солоу не абсолютная, а относительная, но все же в модели Мэнкью-Ромера-Уэйла она выражена гораздо сильнее, чем в классической модели Солоу. Действительно, человеческие ресурсы во многих развивающихся странах определяют содержание и этапы социально-экономического развития. Страна, не умеющая развивать знания и способности людей, обречена на провал. Капитал и земля остаются пассивными факторами, а люди, обладающие общими и специальными профессиональными знаниями, являются наиболее активным фактором роста.

Естественно, они могут стать таковыми, если будет развиваться не только формальная система образования, но и умение применить полученные знания на практике. Образование представляет собой лишь потенциальный фактор, предпосылку будущего экономического роста. Источником развития оно становится только тогда, когда может производительно использоваться, т.е. когда созданы предпосылки для его практической реализации. При таком подходе развитие понимается как накопление человеческого капитала в его наиболее эффективной форме, когда созданы необходимые предпосылки для его практической реализации в экономике страны.

Контрольные задания для освоения темы

1. В качестве изучаемой системы берется экономика условного объекта.

2. При построении модели входными показателями являются:

- $\varphi_k(t) = \dfrac{I_k(t)}{Y(t)}$ – норма накопления физического капитала,

где $I_k(t)$ – инвестиции в физический капитал;

- $\varphi_h(t) = \dfrac{I_h(t)}{Y(t)}$ - норма накопления человеческого капитала, где $I_h(t)$ – инвестиции в человеческий капитал;

- t – текущее время.

В качестве выходного показателя принимаются величины среднедушевого дохода: $\frac{Y(t)}{L(t)}$.

3. Экономико-математическая модель, связывающая входные показатели с выходным представлена уравнением (14.20). Необходимо определить параметры **A(0), p, α, β**.

Значения t, $\varphi_k(t)$, $\varphi_h(t)$ и $\frac{Y(t)}{L(t)}$, в соответствии с выбранным вариантом, приведены в Приложении 12. Темп роста используемых трудовых ресурсов g = 0,05, а коэффициент выбытия физического (человеческого) капитала m = 0,02.

4. Для определения параметров A(0), p, α, β необходимо произвести логарифмирование уравнения (14.20) и затем представить его в следующем виде:

$$\ln\frac{Y(t)}{L(t)} = W + p\cdot t + \frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}\cdot\ln(\varphi_k(t)) + \frac{\beta}{1-\alpha-\beta}\cdot\ln(\varphi_k(t)), \qquad (14.26)$$

где $W = \ln A(0) - \frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta}\cdot\ln(p+g+m) = \text{const}.$ $\qquad$ (14.27)

5. Используя стандартную функцию «ln» табличного редактора (ТР) Excel, найти значения величин $\ln\frac{Y(t)}{L(t)}$; $\ln(\varphi_k(t))$; $\ln(\varphi_k(t))$. Исходные данные и результаты вычисления представить в табличном виде.

6. Найденные при выполнении п. 5. результаты применить для определения методом наименьших квадратов из уравнения (14.26) параметров: W, p, z= $\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}$, $x = \frac{\beta}{1-\alpha-\beta}$. Для реализации вычислений использовать из стандартного набора программ ТР Excel, программу «ЛИНЕЙН» или «АНАЛИЗ ДАННЫХ – РЕГРЕССИЯ».

7. По известным значениям z и x найти величины α и β. Используя вычисленные значения W, α, β, заданные величины g и m, определить вначале величину $\frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta}\cdot\ln(p+g+m)$, а затем и коэффициент нейтрального технического прогресса A(0). Для этой цели применить стандартную функцию «EXP» ТР Excel.

8. Произвести оценку статистической надежности и достоверности уравнения линейной регрессии (14.26) в целом и найденных коэффициентов этого уравнения.

9. Записать найденную модель в виде уравнений (14.20) и (14.21).

10. Применив формулы (14.28) и (14.29), рассчитать и построить на одной диаграмме зависимости: $k = f_1(h)$ и $k = f_2(h)$. Величину h задавать в пределах от 0 до величины, обеспечивающей пересечение двух графиков. В качестве значений норм накоплений принять: φ_k = 0,2; φ_h = 0,15. Определить координаты точки пересечения (k*; h*) построенных зависимостей $k = f_1(h)$ и $k = f_2(h)$.

$$k = \left(\frac{\varphi_k}{p + g + m} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot h^{\frac{\beta}{1-\alpha}} \tag{14.28}$$

$$k = \left(\frac{p + g + m}{\varphi_h} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \cdot h^{\frac{1-\beta}{\alpha}} \tag{14.29}$$

11. Используя имеющиеся значения: p , g , m , α .β , найти уровень сходимости λ по формуле (14.24) и постоянную времени $\psi = \frac{1}{\lambda}$. Вычислить эффективную длительность переходного процесса. Применив ТР Excel, рассчитать и построить на одной диаграмме две зависимости $\ln[y(t)] = f(t)$. Для этих целей использовать формулу (14.25). Значения t изменять в пределах от 0 до (4·Ψ) с шагом равном 1 году. Принять в одном случае $y(0) = 1;\quad y^* = 5$, а в другом $y(0) = 10;\quad y^* = 5$.

12. Оформить все полученные результаты в виде отчета, в котором отразить общую постановку задачи, алгоритмы вычислений показателей, экономический анализ полученных результатов и общие выводы по работе.

ГЛАВА XIV
МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА МЭНКЬЮ-РОМЕРА-УЭЙЛА, УЧИТЫВАЮЩАЯ ВЛИЯНИЕ ЧЕЛОВЕЧЕСКОГО КАПИТАЛА

14.1. Человеческий капитал, как фактор экономического роста

Появление теории человеческого капитала отразило все возрастающую роль невещественного накопления для развития человечества. Под человеческим капиталом понимается совокупность всех производительных качеств работника, т.е. он включает приобретенные знания, навыки, а также мотивацию и энергию, которые используются для производства экономических благ.

Последние годы характеризуются стремительным ростом инвестиций в человека. К основным формам инвестиций в человека обычно относят расходы на образование, воспитание, здравоохранение, а также весь комплекс затрат, снизанных с подготовкой человека к производству (включая поиск необходимой информации, миграцию в поисках занятости и т.д.). В экономически развитых странах человеческий капитал растет более быстрыми темпами, чем физический, а суммарные расходы в образование, здравоохранение и социальное обеспечение зачастую превышают производственные капитальные вложения.

Подобно физическому капиталу, формирование человеческого капитала требует как от самого человека, так и от общества в целом значительных издержек. Они были бы невозможны, если бы не обеспечивали его обладателю получение более высокого дохода, а обществу – дополнительный рост экономики. Таким образом, человеческий капитал рассматривается с одной стороны как запас, который может накапливаться и быть источником более высокого дохода в будущем. С другой стороны человеческий капитал является одним из основных факторов экономического роста. Этим и объясняется такой стремительный рост вложений в человека.

Рациональный индивид должен соотносить затраты и выгоды от намеченного мероприятия. Расчет нормы окупаемости инвестиций в физический и человеческий капитал может производиться по одинаковой методике, т.е. путем сопоставления затрат с дополнительным доходом от осуществления инвестиций. Для человеческого капитала при оценке инвестиций в образование необходимо соотнести затраты на получение образования, упущенный доход при обучении и другие издержки, связанные с получением образования, с получением постоянного дополнительного дохода от образования в рассматриваемом периоде времени.

В развитых странах существует устойчивая зависимость между уровнем образования и доходом, получаемым в течение всей жизни. Если лица с начальным образованием получали в 1990 году в США за всю свою жизнь доход 756 тыс. долл., то лица с высшим образованием – 1720 тыс. долл. Абсолютный разрыв составил почти 1 млн. долл. Следует заметить, что за последние 30 лет относительный разрыв в доходах между этими крайними группами фактически не изменился. Это говорит о существовании тенденции, которую стараются учитывать все рационально ведущие свое хозяйство семьи [23. С. 220–221].

Осознанная еще в 60–70-е годы прошлого века роль человеческого капитала привела к широкому распространению программ инвестиций в него. В развивающихся странах это выразилось, прежде всего, в развитии начального и среднего образования, которое рассматривалось как главный фактор роста производительности труда. Действительно, ликвидация неграмотности является важным фактором подъема национальной производительности труда. Как показали расчеты академика С.Г. Струмилина, произведенные в СССР в начале 30-х годов, грамотность повышает ее на 24%, а среднее образование – на 67%. Неудивительно, что многие развивающиеся страны связывали с развитием образования свои надежды на быстрое преодоление экономической отсталости и зависимости.

Поэтому еще в 80–90-е годы прошлого века многие экономисты выдвинули на первый план влияние человеческого капитала и его вклад в процесс роста валового внутреннего продукта или денежного дохода индивидуума. Было предложено ряд микро- и макроэкономических моделей, так или иначе учитывающих влияние человеческого капитала. К таким моделям можно отнести модели Е. Дюфло, Р. Лукаса, Дж. Минцера, Г. Мэнкью - Д. Ромера - Д. Уэйла и т.д. Рассмотрим более подробно модель Г. Мэнкью - Д. Ромера - Д. Уэйла.

14.2. Постановка задачи и построение математической модели

В основу модели Г. Мэнкью, Д. Ромера и Д. Уэйла положена известная модель Р. Солоу. Однако, капитал в модели Г. Мэнкью, Д. Ромера, Д. Уэйла разделен на физический и человеческий. Взаимосвязь между валовым внутренним продуктом и ресурсами представлена следующим образом:

$$Y(t) = K(t)^{\alpha} \cdot H(t)^{\beta} \cdot \left[A(t) \cdot L(t)\right]^{1-\alpha-\beta}, \qquad (14.1)$$

где Y(t) – валовой внутренний продукт;

K(t) – используемый физический капитал;

H(t) – применяемый запас человеческого капитала;

L(t) – используемые трудовые ресурсы;

A(t) – коэффициент, учитывающий влияние научно-технического прогресса;

t – текущий промежуток времени.

Разделим уравнение (14.1) на функцию [A(t)·L(t)]. В этом случае будем иметь:

$$\frac{Y(t)}{A(t)\cdot L(t)} = \frac{K(t)^{\alpha}}{[A(t)\cdot L(t)]^{\alpha}}\cdot\frac{H(t)^{\beta}}{[A(t)\cdot L(t)]^{\beta}}. \qquad (14.2)$$

Обозначим:

$$y = \frac{Y(t)}{A(t)\cdot L(t)}; \quad k = \frac{K(t)}{A(t)\cdot L(t)}; \quad h = \frac{H(t)}{A(t)\cdot L(t)}. \qquad (14.3)$$

В результате получим:

$$y = k^{\alpha}\cdot h^{\beta}. \qquad (14.4)$$

Таким образом, используется одна и та же производственная функция для физического капитала, человеческого капитала и потребления. Поэтому единица потребления может быть превращена либо в единицу физического капитала, либо в единицу человеческого капитала. Предполагается также, что уровень выбытия у человеческого капитала такой же, как и физического капитала. В этой расширенной модели исходят из убывающей отдачи от капитала, т.е. $(\alpha + \beta)$ меньше единицы.

Согласно модели Солоу (см. главу X), изменение во времени физического капитала определяется прибытием и выбытием капитала. При инвестиционном лаге равном нулю прибытие капитала равно инвестициям в физический капитал. Следовательно, можно записать:

$$\frac{dk}{dt} = \varphi_k\cdot y - (p + g + m)\cdot k = \dot{k}; \qquad (14.5)$$

где φ_k – норма накопления физического капитала;

p – темп роста влияния научно-технического прогресса;

g – темп роста используемых трудовых ресурсов;

m – коэффициент выбытия физического капитала.

Экономическая система находиться на стационарной траектории при выполнении условия:

$$\dot{k} = 0. \qquad (14.6)$$

Следовательно:

$$\varphi_k\cdot y = (p + g + m)\cdot k. \qquad (14.7)$$

Это условие можно записать в следующем виде:

$$\varphi_k\cdot k^{\alpha}\cdot h^{\beta} = (p + g + m)\cdot k. \qquad (14.8)$$

Отсюда следует:

$$k^{1-\alpha} = \left(\frac{\varphi_k}{p+g+m}\right) \cdot h^{\beta} \quad \text{или} \quad k = \left(\frac{\varphi_k}{p+g+m}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot h^{\frac{\beta}{1-\alpha}}. \qquad (14.9)$$

Комбинация h и k, удовлетворяющая этому условию, показана на рис. 14.1. Так как $\beta < 1 - \alpha$, то вторая производная k по h вдоль этой траектории отрицательная. При этом, производная $\dot{k}$ возрастающая по h. Следовательно, правее от кривой $\dot{k}(t) = 0$, $\dot{k} > 0$, а левее - $\dot{k} < 0$.

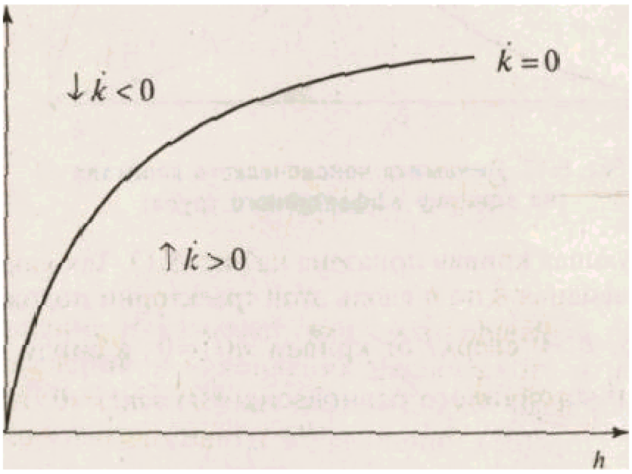

Рис.14.1. Динамика физического капитала на единицу эффективного труда

Перейдем к рассмотрению человеческого капитала на единицу эффективного труда (h). Изменение во времени человеческого капитала, также как и физического капитала, определяется прибытием и выбытием капитала. При инвестиционном лаге равном нулю прибытие капитала равно инвестициям в человеческий капитал. Следовательно, можно записать:

$$\frac{dh}{dt} = \varphi_h \cdot y - (p + g + m) \cdot h = \dot{h}; \qquad (14.10)$$

где φ_h – норма накопления человеческого капитала.

При нахождении экономической системы на стационарной траектории выполняется условие:

$$\dot{h} = 0. \qquad (14.11)$$

В этом случае

$$\varphi_h \cdot y = (p + g + m) \cdot h \qquad (14.12)$$

или это можно записать в следующем виде:

$$\varphi_h \cdot k^{\alpha} \cdot h^{\beta} = (p + g + m) \cdot h. \qquad (14.13)$$

Отсюда следует:

$$k = \left(\frac{p+g+m}{\varphi_h}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \cdot h^{\frac{1-\beta}{\alpha}}. \qquad (14.14)$$

Соответствующая кривая показана на рис. 14.2. Так как 1 - $\beta > \alpha$, то вторая производная k по h вдоль этой траектории положительная. Следовательно, $\dot{h} > 0$ сверху от кривой $\dot{h} = 0$, а снизу - $\dot{h} < 0$.

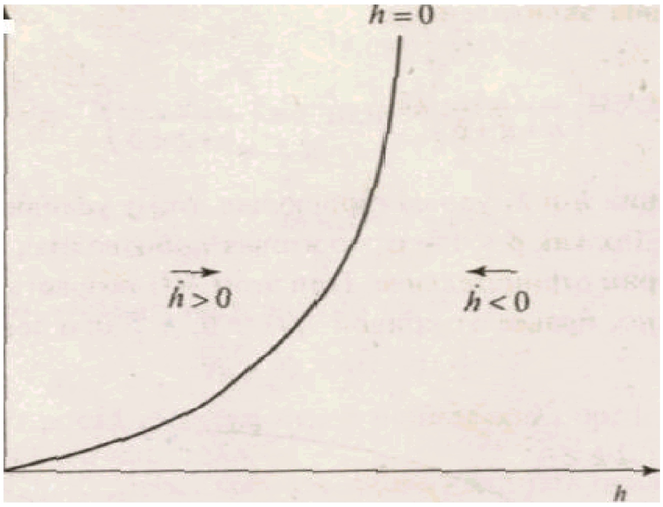

Рис. 14.2. Динамика человеческого капитала на единицу эффективного труда

В состоянии устойчивого равновесия $\dot{k}(t) = \dot{h}(t) = 0$. Следовательно можно записать:

$$\left(\frac{\varphi_k}{p+g+m}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot h^{\frac{\beta}{1-\alpha}} = \left(\frac{p+g+m}{\varphi_h}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \cdot h^{\frac{1-\beta}{\alpha}}. \qquad (14.15)$$

Решая уравнение (14.15) относительно h и подставив его значение в (14.9), получим:

$$k^* = \left(\frac{\varphi^{1-\beta} \cdot \varphi_h^{\beta}}{p+g+m}\right)^{\frac{1}{(1-\alpha-\beta)}} \qquad (14.16)$$

$$h^* = \left(\frac{\varphi^{\alpha} \cdot \varphi_h^{1-\alpha}}{p+g+m}\right)^{\frac{1}{(1-\alpha-\beta)}} \qquad (14.17)$$

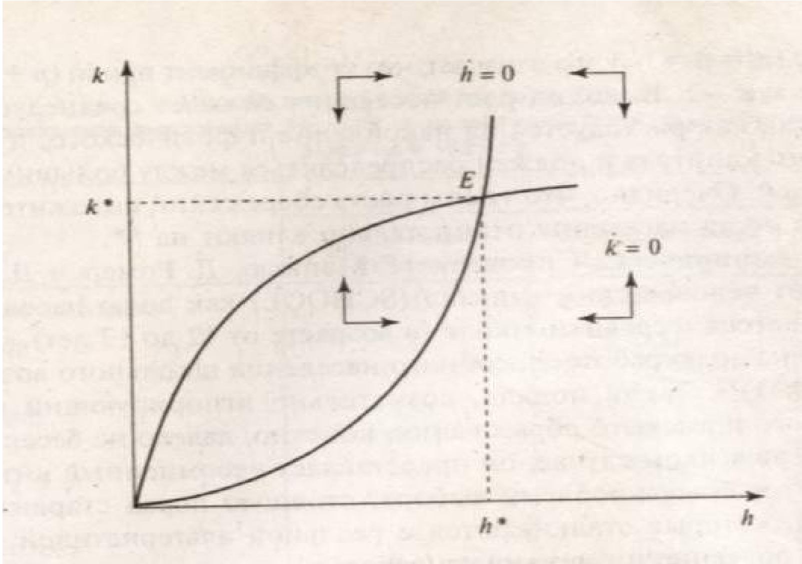

Рис. 14.3. Совместная динамика k и h

На рис. 14.3 показана совместная динамика k и h. Точка E соответствует состоянию глобальной устойчивости.

$$y^* = (k^*)^{\alpha} \cdot (h^*)^{\beta} \, . \tag{14.18}$$

Представим уравнение (14.18) в следующем виде:

$$\frac{Y(t)}{A(0)\cdot e^{p\cdot t}\cdot L(t)} = \left(\frac{\varphi^{1-\beta}\cdot\varphi_h^{\beta}}{p+g+m}\right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha-\beta)}} \cdot \left(\frac{\varphi^{\alpha}\cdot\varphi_h^{1-\alpha}}{p+g+m}\right)^{\frac{\beta}{(1-\alpha-\beta)}} . \tag{14.19}$$

Положим: $\varphi^{1-\beta}\cdot\varphi_h^{\beta} = \varphi_k$; $\varphi^{\alpha}\cdot\varphi_h^{1-\alpha} = \varphi_h$. В этом случае будем иметь:

$$\frac{Y(t)}{L(t)} = A(0)\cdot e^{p\cdot t}\cdot\left(\frac{\varphi_k}{p+g+m}\right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha-\beta)}} \cdot \left(\frac{\varphi_h}{p+g+m}\right)^{\frac{\beta}{(1-\alpha-\beta)}} . \tag{14.20}$$

Прологарифмируем (14.20) и после преобразований получим:

$$\ln\frac{Y(t)}{L(t)} = \ln A(0) + p\cdot t - \frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta}\cdot\ln(p+g+m) + \frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}\cdot\ln(\varphi_k) + \frac{\beta}{1-\alpha-\beta}\cdot\ln(\varphi_k). \tag{14.21}$$

Это уравнение показывает, как среднедушевой доход зависит от роста населения и накопления физического и человеческого капитала. Как и классическая модель Солоу, модель Мэнкью-Ромера-Уэйла полагает, что коэффициенты в уравнении (14.21) показывают вклад факторов производства, т.е. α – это доля физического капитала в доходе, а коэффициент β – доля человеческого капитала в доходе.

Коэффициент при ln(p+g+m) должен быть больше (по абсолютной величине), чем коэффициент при $\ln(\varphi_k)$. Если принять $\alpha=\beta={}^1/_3$, это означает, что коэффициент при ln(p+g+m)будет равен –2. Высокий рост населения снижает среднедушевой доход, так как расходуется на накопление и физического, и человеческого капитала и должен распределяться между большим числом людей. Очевидно, что темпы роста сбережений положительно, а темпы роста населения отрицательно влияют на h*.

Важно отметить, что нередко квалификация труда и качество капитала могут рассматриваться как взаимозаменяемые факторы. Низкое качество капитала может быть компенсировано высокой квалификацией труда, а высокое качество капитала в значительной мере обесценивается низкой квалификацией труда.

14.3. Исследование процесса сходимости в модели Мэнкью-Ромера-Уэйла

Г. Мэнкью, Д. Ромер и Д. Уэйл рассматривают также случай эндогенного роста, когда $\alpha + \beta = 1$. Он важен для анализа проблемы сходимости. Несомненно, что модель Мэнкью-Ромера-Уэйла обладает большими возможностями, чем модель Солоу для решения проблемы сходимости, так как недостаток развития физического капитала может компенсироваться развитием человеческого капитала и наоборот.

Допустим, *y** означает устойчивый уровень дохода на эффективного рабочего в уравнении (14.21), а y(t) означает реальное его значение в период времени t. В этом случае скорость сходимости можно определить как:

$$\frac{d\ln[y(t)]}{dt} = \lambda \cdot \{\ln(y^*) - \ln[y(t)]\}, \qquad (14.22)$$

или в стандартном виде:

$$\frac{1}{\lambda} \cdot \frac{d\ln[y(t)]}{dt} + \ln[y(t)] = \ln(y^*), \qquad (14.23)$$

где уровень сходимости – λ определяется из выражения:

$$\lambda = (p + g + m) \cdot (1 - \alpha - \beta). \qquad (14.24)$$

Уравнение (14.23) представляет собой неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка и описывает изменение во времени величины ln[y(t)]. Решение данного уравнения имеет вид:

$$\ln[y(t)] = \ln[y(0)] \cdot e^{-\lambda \cdot t} + \ln(y^*) \cdot [1 - e^{-\lambda \cdot t}]. \qquad (14.25)$$

Причем величина $\psi = \dfrac{1}{\lambda}$ является постоянной времени и, следовательно, эффективный переходной процесс в системе, описываемой уравнением (14.23), заканчивается в основном за время $t = (3\text{-}4)\cdot\Psi \approx 3{,}5\cdot\Psi$.

В случае если $\alpha=\beta={}^1/_3$ а (p+g+m) = 0,12, то постоянная времени Ψ

будет равна 25. Это означает, что основную часть пути до устойчивого равновесия экономика пройдет за срок около 88 лет. В случае отсутствия человеческого капитала сходимость была бы достигнута в два раза быстрее. При $\beta = 0$ величина Ψ будет равна 12,5, а значит основную часть пути до устойчивого равновесия экономика пройдет за 44 года.

Данная модель предполагает не абсолютную, а относительную сходимость. Абсолютная сходимость была бы в том случае, если технологии, физический капитал, а также человеческий капитал и труд обладали бы абсолютной мобильностью и не было бы никаких границ для их распространения по всему миру. Однако в реальной действительности существуют ограничения для движения факторов производства. Поэтому сходимость в модели Солоу не абсолютная, а относительная, но все же в модели Мэнкью-Ромера-Уэйла она выражена гораздо сильнее, чем в классической модели Солоу. Действительно, человеческие ресурсы во многих развивающихся странах определяют содержание и этапы социально-экономического развития. Страна, не умеющая развивать знания и способности людей, обречена на провал. Капитал и земля остаются пассивными факторами, а люди, обладающие общими и специальными профессиональными знаниями, являются наиболее активным фактором роста.

Естественно, они могут стать таковыми, если будет развиваться не только формальная система образования, но и умение применить полученные знания на практике. Образование представляет собой лишь потенциальный фактор, предпосылку будущего экономического роста. Источником развития оно становится только тогда, когда может производительно использоваться, т.е. когда созданы предпосылки для его практической реализации. При таком подходе развитие понимается как накопление человеческого капитала в его наиболее эффективной форме, когда созданы необходимые предпосылки для его практической реализации в экономике страны.

Контрольные задания для освоения темы

1. В качестве изучаемой системы берется экономика условного объекта.

2. При построении модели входными показателями являются:

- $\varphi_k(t) = \dfrac{I_k(t)}{Y(t)}$ – норма накопления физического капитала,

где $I_k(t)$ – инвестиции в физический капитал;

- $\varphi_h(t) = \dfrac{I_h(t)}{Y(t)}$ - норма накопления человеческого капитала, где $I_h(t)$ – инвестиции в человеческий капитал;

- t – текущее время.

В качестве выходного показателя принимаются величины среднедушевого дохода: $\frac{Y(t)}{L(t)}$.

3. Экономико-математическая модель, связывающая входные показатели с выходным представлена уравнением (14.20). Необходимо определить параметры **A(0), p, α, β**.

Значения t, $\varphi_k(t)$, $\varphi_h(t)$ и $\frac{Y(t)}{L(t)}$, в соответствии с выбранным вариантом, приведены в Приложении 12. Темп роста используемых трудовых ресурсов g = 0,05, а коэффициент выбытия физического (человеческого) капитала m = 0,02.

4. Для определения параметров A(0), p, α, β необходимо произвести логарифмирование уравнения (14.20) и затем представить его в следующем виде:

$$\ln\frac{Y(t)}{L(t)} = W + p\cdot t + \frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}\cdot\ln(\varphi_k(t)) + \frac{\beta}{1-\alpha-\beta}\cdot\ln(\varphi_k(t)), \qquad (14.26)$$

где $W = \ln A(0) - \frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta}\cdot\ln(p+g+m) = \text{const}. \qquad (14.27)$

5. Используя стандартную функцию «ln» табличного редактора (ТР) Excel, найти значения величин $\ln\frac{Y(t)}{L(t)}$; $\ln(\varphi_k(t))$; $\ln(\varphi_k(t))$. Исходные данные и результаты вычисления представить в табличном виде.

6. Найденные при выполнении п. 5. результаты применить для определения методом наименьших квадратов из уравнения (14.26) параметров: W, p, z= $\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}$, $x = \frac{\beta}{1-\alpha-\beta}$. Для реализации вычислений использовать из стандартного набора программ ТР Excel, программу «ЛИНЕЙН» или «АНАЛИЗ ДАННЫХ – РЕГРЕССИЯ».

7. По известным значениям z и x найти величины α и β. Используя вычисленные значения W, α, β, заданные величины g и m, определить вначале величину $\frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta}\cdot\ln(p+g+m)$, а затем и коэффициент нейтрального технического прогресса A(0). Для этой цели применить стандартную функцию «EXP» ТР Excel.

8. Произвести оценку статистической надежности и достоверности уравнения линейной регрессии (14.26) в целом и найденных коэффициентов этого уравнения.

9. Записать найденную модель в виде уравнений (14.20) и (14.21).

10. Применив формулы (14.28) и (14.29), рассчитать и построить на одной диаграмме зависимости: $k = f_1(h)$ и $k = f_2(h)$. Величину h задавать в пределах от 0 до величины, обеспечивающей пересечение двух графиков. В качестве значений норм накоплений принять: φ_k = 0,2; φ_h = 0,15. Определить координаты точки пересечения (k*; h*) построенных зависимостей $k = f_1(h)$ и $k = f_2(h)$.

$$k = \left(\frac{\varphi_k}{p+g+m} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot h^{\frac{\beta}{1-\alpha}} \qquad (14.28)$$

$$k = \left(\frac{p+g+m}{\varphi_h} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \cdot h^{\frac{1-\beta}{\alpha}} \qquad (14.29)$$

11. Используя имеющиеся значения: p , g , m , α .β , найти уровень сходимости λ по формуле (14.24) и постоянную времени $\psi = \frac{1}{\lambda}$. Вычислить эффективную длительность переходного процесса. Применив ТР Excel, рассчитать и построить на одной диаграмме две зависимости $\ln[y(t)] = f(t)$. Для этих целей использовать формулу (14.25). Значения t изменять в пределах от 0 до (4·Ψ) с шагом равном 1 году. Принять в одном случае $y(0) = 1$; $y^* = 5$, а в другом $y(0) = 10$; $y^* = 5$.

12. Оформить все полученные результаты в виде отчета, в котором отразить общую постановку задачи, алгоритмы вычислений показателей, экономический анализ полученных результатов и общие выводы по работе.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Варианты заданий для освоения темы: «Применение производственной функции Кобба-Дугласа для моделирования экономических систем»

Таблица 1

№ вар.	K(t1)	K(t2)	K(t3)	K(t4)	K(t5)	K(t6)	K(t7)	K(t8)	K(t9)	K(t10)	K(t11)	K(t12)	K(t13)	K(t14)	K(t15)
1	125	144	165	190	219	175	140	112	90	99	108	119	131	184	257
2	250	288	331	380	437	350	280	224	179	197	217	238	262	367	514
3	315	362	417	479	551	441	353	282	226	248	273	300	330	463	648
4	455	523	602	692	796	637	509	407	326	359	394	434	477	668	935
5	490	564	648	745	857	686	548	439	351	386	425	467	514	720	1 007
6	528	607	698	803	923	739	591	473	378	416	458	503	554	775	1 085
7	631	726	834	960	1 104	883	706	565	452	497	547	602	662	927	1 297
8	723	831	956	1 100	1 265	1 012	809	647	518	570	627	689	758	1 062	1 486
9	815	937	1 078	1 240	1 425	1 140	912	730	584	642	706	777	855	1 197	1 675
10	933	1 073	1 234	1 419	1 632	1 305	1 044	835	668	735	809	890	979	1 370	1 918
11	530	610	701	806	927	742	593	475	380	418	459	505	556	778	1 090
12	596	685	788	906	1 042	834	667	534	427	470	517	568	625	875	1 225
13	753	866	996	1 145	1 317	1 054	843	674	539	593	653	718	790	1 106	1 548
14	888	1 021	1 174	1 351	1 553	1 242	994	795	636	700	770	847	931	1 304	1 826
15	1 077	1 239	1 424	1 638	1 884	1 507	1 206	964	772	849	934	1 027	1 130	1 581	2214

Таблица 2 Приложения 1

№ вар.	L (t1)	L(t2)	L(t3)	L(t4)	L(t5)	L(t6)	L(t7)	L(t8)	L(t9)	L (t10)	L(t11)	L(t12)	L(t13)	L (t14)	L(t15)
1	11,8	12,0	12,3	12,5	12,8	13,3	13,8	14,4	14,9	15,8	16,8	17,8	19,6	21,5	23,7
2	21,3	21,7	22,2	22,6	23,1	24,0	24,9	25,9	27,0	28,6	30,3	32,1	35,3	38,9	42,8
3	30,5	31,1	31,7	32,4	33,0	34,3	35,7	37,1	38,6	40,9	43,4	46,0	50,6	55,7	61,2
4	41,2	42,0	42,9	43,7	44,6	46,4	48,2	50,2	52,2	55,3	58,6	62,1	68,4	75,2	82,7
5	47,3	48,2	49,2	50,2	51,2	53,2	55,4	57,6	59,9	63,5	67,3	71,3	78,5	86,3	94,9
6	51,1	52,1	53,2	54,2	55,3	57,5	59,8	62,2	64,7	68,6	72,7	77,1	84,8	93,3	102,6
7	62,5	63,8	65,0	66,3	67,7	70,4	73,2	76,1	79,1	83,9	88,9	94,3	103,7	114,1	125,5
8	70,3	71,7	73,1	74,6	76,1	79,1	82,3	85,6	89,0	94,4	100,0	106,0	116,6	128,3	141,1
9	80,1	81,7	83,3	85,0	86,7	90,2	93,8	97,5	101,4	107,5	114,0	120,8	132,9	146,2	160,8
10	91,2	93,0	94,9	96,8	98,7	102,7	106,8	111,0	115,5	122,4	129,8	137,5	151,3	166,4	183,1
11	110,7	112,9	115,2	117,5	119,8	124,6	129,6	134,8	140,2	148,6	157,5	167,0	183,7	202,0	222,2
12	121,5	123,9	126,4	128,9	131,5	136,8	142,2	147,9	153,9	163,1	172,9	183,2	201,6	221,7	243,9
13	122,8	125,3	127,8	130,3	132,9	138,2	143,8	149,5	155,5	164,8	174,7	185,2	203,7	224,1	246,5
14	132,8	135,5	138,2	140,9	143,7	149,5	155,5	161,7	168,2	178,3	188,9	200,3	220,3	242,3	266,6
15	146,1	149,0	152,0	155,0	158,1	164,5	171,0	177,9	185,0	196,1	207,9	220,3	242,4	266,6	293,3

Таблица 3 Приложения 1

№ вар.	X(t1)	X(t2)	X(t3)	X(t4)	X(t5)	X(t6)	X(t7)	X(t8)	X(t9)	X(t10)	X(t11)	X(t12)	X(t13)	X(t14)	X(t15)
1	22,01	22,98	24,13	25,54	26,71	26,17	25,44	24,65	24,15	25,74	27,45	29,58	32,47	37,78	44,23
2	42,23	44,36	46,87	49,93	52,55	50,61	48,35	46,05	44,35	47,25	50,40	54,29	59,37	69,83	82,63
3	66,30	70,07	74,51	79,86	84.58	80,42	75,86	71,34	67,84	72,45	77,46	83,65	91,57	109,11	130,80
4	84,88	88,63	93,10	98,58	103,14	101,13	98,38	95,42	93,57	99,82	106,60	114,98	126,47	147,45	172,95
5	211,24	232,47	257,38	287,25	316,76	275,27	237,30	203,96	177,25	191,49	207,08	226,20	247,14	319,04	414,33
6	78,65	81,20	84,35	88,32	91,37	91,67	91,24	90,53	90,82	96,46	102,55	110,11	120,88	137,65	157,69
7	143,77	151,87	161,38	172,88	182,98	174,65	165,37	156,11	149,00	159,36	170,61	184,50	202,54	241,45	289,57
8	132,61	138,58	145,68	154,38	161,64	157,97	153,15	148,03	144,66	154,21	164,55	177,35	194,69	227,11	266,52
9	284,28	307,22	334,00	366,03	396,35	359,90	324,21	291,18	264,40	284,79	307,05	334,38	367,09	458,12	575,18
10	215,85	230,30	247,19	267,45	285,93	266,12	245,71	226,19	210,52	225,39	241,55	261,46	285,94	347,03	423,70
11	421,50	459,89	504,80	558,54	610,63	545,67	483,75	427,56	382,08	414,05	449,14	492,11	543,34	693,58	890,70
12	910,56	1010,91	1129,07	1271,17	1414,09	1225,60	1053,79	903,34	782,94	857,04	939,07	1039,31	1157,39	1537,62	2055,06
13	1266,56	1397,17	1550,51	1734,51	1917,19	1690,66	1479,04	1290,02	1137,60	1245,39	1364,75	1510,60	1688,65	2219,61	2935,11
14	1325,65	1466,75	1632,62	1831,86	2030,89	1774,80	1538,66	1329,93	1162,23	1271,55	1392,53	1540,36	1717,00	2266,78	3010,63
15	1403,85	1557,64	1738,67	1956,33	2174,99	1882,86	1617,01	1384,52	1198,57	1309,71	1432,57	1582,72	1757,51	2328,21	3102,82

Таблица 4 Приложения 1

№ вар.	X(t1)	X(t2)	X(t3)	X(t4)	X(t5)	X(t6)	X(t7)	X(t8)	X(t9)	X(t10)	X(t11)	X(t12)	X(t13)	X(t14)	X(t15)
1	24,33	28,06	32,57	38,10	44,03	47,68	51,22	54,86	59,41	69,96	82,47	98,20	119,14	153,22	198,24
2	46,67	54,18	63,27	74,49	86,65	92,22	97,36	102,49	109,08	128,45	151,40	180,25	217,86	283,19	370,32
3	73,27	85,59	100,58	119,14	139.45	146,54	152,76	158,78	166,85	196,95	232,71	277,73	336,00	442,47	586,19
4	93,81	108,25	125,67	147,06	170,04	184,28	198,12	212,36	230,14	271,36	320,24	381,75	464,05	597,96	775,12
5	233,46	283,95	347,43	428,52	522,24	501,57	477,87	453,93	435,96	520,53	622,11	751,00	906,83	1293,76	1856,91
6	86,92	99,18	113,86	131,76	150,65	167,03	183,73	201,48	223,39	262,20	308,07	365,59	443,56	558,20	708,71
7	158,89	185,49	217,85	257,90	301,68	318,22	333,00	347,42	366,48	433,19	512,56	612,56	743,19	979,13	1297,75
8	146,56	169,26	196,65	230,30	266,51	287,84	308,40	329,45	355,82	419,19	494,34	588,82	714,39	920,98	1194,47
9	314,18	375,24	450,85	546,05	653,47	655,79	652,88	648,02	650,33	774,14	922,43	1110,19	1346,95	1857,77	2577,76
10	238,55	281,28	333,67	398,99	471,42	484,90	494,81	503,40	517,80	612,67	725,64	868,09	1049,22	1407,27	1898,87
11	465,83	561,72	681,41	833,25	1006,77	994,28	974,15	951,55	939,76	1125,50	1349,30	1633,86	1993,68	2812,61	3991,85
12	1006,33	1234,73	1524,08	1896,37	2331,44	2233,20	2122,08	2010,43	1925,72	2329,66	2821,13	3450,64	4246,82	6235,34	9210,13
13	1399,77	1706,51	2092,96	2587,58	3160,92	3080,59	2978,42	2870,98	2798,04	3385,33	4099,94	5015,35	6196,14	9000,97	13154,3
14	1465,07	1791,49	2203,80	2732,81	3348,38	3233,89	3098,48	2959,81	2858,63	3456,44	4183,39	5114,18	6300,19	9192,25	13492,7
15	1551,50	1902,51	2346,95	2918,50	3585,94	3430,80	3256,25	3081,30	2948,01	3560,16	4303,68	5254,82	6448,82	9441,36	13905,9

Варианты заданий для освоения темы «Статическая и динамическая межотраслевые балансовые модели»

Межотраслевая модель «затраты – выпуск» (статическая модель Леонтьева)

ВАРИАНТ 1

Матрица технических коэффициентов

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}05 & 0{,}15 & 0 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0 & 0{,}02 & 0{,}04 \\ 0{,}1 & 0{,}05 & 0{,}2 & 0{,}14 & 0{,}1 \\ 0{,}15 & 0{,}15 & 0{,}1 & 0{,}04 & 0{,}18 \\ 0{,}1 & 0{,}05 & 0{,}2 & 0 & 0{,}16 \end{pmatrix}$$

Величины конечных спросов

$$Y = \begin{pmatrix} 1000 \\ 500 \\ 2000 \\ 3500 \\ 1050 \end{pmatrix}$$

Величины измененных объемов валового выпуска

$$X' = \begin{pmatrix} 2100 \\ 1200 \\ 4100 \\ 5300 \\ 2600 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ 2

Матрица технических коэффициентов

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}16 & 0{,}1 & 0{,}05 & 0{,}2 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}05 & 0{,}15 & 0 & 0{,}1 \\ 0{,}04 & 0{,}1 & 0{,}1 & 0 & 0{,}02 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}05 & 0{,}2 & 0{,}14 \\ 0{,}18 & 0{,}15 & 0{,}15 & 0{,}1 & 0{,}04 \end{pmatrix}$$

Величины конечных спросов

$$Y = \begin{pmatrix} 1050 \\ 1000 \\ 500 \\ 2000 \\ 3500 \end{pmatrix}$$

Величины измененных объемов валового выпуска

$$X' = \begin{pmatrix} 2700 \\ 2200 \\ 1100 \\ 4200 \\ 5300 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ 3

Матрица технических коэффициентов

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}04 & 0{,}18 & 0{,}15 & 0{,}15 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}16 & 0{,}1 & 0{,}05 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}05 & 0{,}15 & 0 \\ 0{,}02 & 0{,}04 & 0{,}1 & 0{,}1 & 0 \\ 0{,}14 & 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}05 & 0{,}2 \end{pmatrix}$$

Величины конечных спросов

$$Y = \begin{pmatrix} 3500 \\ 1050 \\ 1000 \\ 500 \\ 2000 \end{pmatrix}$$

Величины измененных объемов валового выпуска

$$X' = \begin{pmatrix} 5100 \\ 2700 \\ 2000 \\ 1200 \\ 4200 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ 4

Матрица технических коэффициентов

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}14 & 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}05 \\ 0{,}1 & 0{,}04 & 0{,}18 & 0{,}15 & 0{,}15 \\ 0{,}2 & 0 & 0{,}16 & 0{,}1 & 0{,}05 \\ 0 & 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}05 & 0{,}15 \\ 0 & 0{,}02 & 0{,}04 & 0{,}1 & 0{,}1 \end{pmatrix}$$

Величины конечных спросов

$$Y = \begin{pmatrix} 2000 \\ 3500 \\ 1050 \\ 1000 \\ 500 \end{pmatrix}$$

Величины измененных объемов валового выпуска

$$X' = \begin{pmatrix} 4200 \\ 5300 \\ 2600 \\ 2100 \\ 1200 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ 5

Матрица технических коэффициентов

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0 & 0,02 & 0,04 & 0,1 \\ 0,05 & 0,2 & 0,14 & 0,1 & 0,1 \\ 0,15 & 0,1 & 0,04 & 0,18 & 0,15 \\ 0,05 & 0,2 & 0 & 0,16 & 0,1 \\ 0,15 & 0 & 0,1 & 0,1 & 0,05 \end{pmatrix}$$

Величины конечных спросов

$$Y = \begin{pmatrix} 500 \\ 2000 \\ 3500 \\ 1050 \\ 1000 \end{pmatrix}$$

Величины измененных объемов валового выпуска

$$X' = \begin{pmatrix} 1100 \\ 4300 \\ 5300 \\ 2600 \\ 2000 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ 6

Матрица технических коэффициентов

$$A = \begin{pmatrix} 0,05 & 0 & 0,15 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,2 & 0,05 & 0,14 & 0,1 \\ 0,1 & 0 & 0,1 & 0,02 & 0,04 \\ 0,15 & 0,1 & 0,15 & 0,04 & 0,18 \\ 0,1 & 0,2 & 0,05 & 0 & 0,16 \end{pmatrix}$$

Величины конечных спросов

$$Y = \begin{pmatrix} 1000 \\ 2000 \\ 500 \\ 3500 \\ 1050 \end{pmatrix}$$

Величины измененных объемов валового выпуска

$$X' = \begin{pmatrix} 2100 \\ 4200 \\ 1200 \\ 5200 \\ 2700 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ 7

Матрица технических коэффициентов

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}05 & 0 & 0{,}1 & 0{,}15 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}14 & 0{,}05 & 0{,}1 \\ 0{,}15 & 0{,}1 & 0{,}04 & 0{,}15 & 0{,}18 \\ 0{,}1 & 0 & 0{,}02 & 0{,}1 & 0{,}04 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 0{,}05 & 0{,}16 \end{pmatrix}$$

Величины конечных спросов

$$Y = \begin{pmatrix} 1000 \\ 2000 \\ 3500 \\ 500 \\ 1050 \end{pmatrix}$$

Величины измененных объемов валового выпуска

$$X' = \begin{pmatrix} 2200 \\ 4300 \\ 5300 \\ 1200 \\ 2500 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ 8

Матрица технических коэффициентов

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}05 & 0 & 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}15 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}14 & 0{,}1 & 0{,}05 \\ 0{,}15 & 0{,}1 & 0{,}04 & 0{,}18 & 0{,}15 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 0{,}16 & 0{,}05 \\ 0{,}1 & 0 & 0{,}02 & 0{,}04 & 0{,}1 \end{pmatrix}$$

Величины конечных спросов

$$Y = \begin{pmatrix} 1000 \\ 2000 \\ 3500 \\ 1050 \\ 500 \end{pmatrix}$$

Величины измененных объемов валового выпуска

$$X' = \begin{pmatrix} 2200 \\ 4300 \\ 5100 \\ 2700 \\ 1300 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ 9

Матрица технических коэффициентов

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,1 & 0 & 0,02 & 0,04 \\ 0,15 & 0,05 & 0 & 0,1 & 0,1 \\ 0,05 & 0,1 & 0,2 & 0,14 & 0,1 \\ 0,15 & 0,15 & 0,1 & 0,04 & 0,18 \\ 0,05 & 0,1 & 0,2 & 0 & 0,16 \end{pmatrix}$$

Величины конечных спросов

$$Y = \begin{pmatrix} 500 \\ 1000 \\ 2000 \\ 3500 \\ 1050 \end{pmatrix}$$

Величины измененных объемов валового выпуска

$$X' = \begin{pmatrix} 1150 \\ 2200 \\ 4000 \\ 5200 \\ 2600 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ 10

Матрица технических коэффициентов

$$A = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,12 & 0,1 & 0 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0,02 & 0 & 0,04 \\ 0,15 & 0,15 & 0,04 & 0,1 & 0,18 \\ 0,1 & 0,05 & 0,14 & 0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,05 & 0 & 0,2 & 0,16 \end{pmatrix}$$

Величины конечных спросов

$$Y = \begin{pmatrix} 1000 \\ 500 \\ 3500 \\ 2000 \\ 1050 \end{pmatrix}$$

Величины измененных объемов валового выпуска

$$X' = \begin{pmatrix} 2100 \\ 1100 \\ 5300 \\ 4200 \\ 2600 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ 11

Матрица технических коэффициентов

$$A = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,15 & 0,1 & 0,1 & 0 \\ 0,1 & 0,1 & 0,02 & 0,04 & 0 \\ 0,15 & 0,15 & 0,04 & 0,18 & 0,1 \\ 0,1 & 0,05 & 0 & 0,16 & 0,2 \\ 0,1 & 0,05 & 0,14 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}$$

Величины конечных спросов

$$Y = \begin{pmatrix} 1000 \\ 500 \\ 3500 \\ 1050 \\ 2000 \end{pmatrix}$$

Величины измененных объемов валового выпуска

$$X' = \begin{pmatrix} 2150 \\ 1200 \\ 5300 \\ 2600 \\ 4200 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ 12

Матрица технических коэффициентов

$$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,1 & 0,05 & 0,14 & 0,1 \\ 0 & 0,05 & 0,15 & 0,1 & 0,1 \\ 0 & 0,1 & 0,1 & 0,02 & 0,04 \\ 0,1 & 0,15 & 0,15 & 0,04 & 0,18 \\ 0,2 & 0,1 & 0,05 & 0 & 0,16 \end{pmatrix}$$

Величины конечных спросов

$$Y = \begin{pmatrix} 2000 \\ 1000 \\ 500 \\ 3500 \\ 1050 \end{pmatrix}$$

Величины измененных объемов валового выпуска

$$X' = \begin{pmatrix} 4200 \\ 2200 \\ 1200 \\ 5300 \\ 2500 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ 13

Матрица технических коэффициентов

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}16 & 0{,}2 & 0{,}1 & 0{,}05 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}1 & 0{,}05 & 0{,}14 \\ 0{,}1 & 0 & 0{,}05 & 0{,}15 & 0{,}1 \\ 0{,}04 & 0 & 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}02 \\ 0{,}18 & 0{,}1 & 0{,}15 & 0{,}15 & 0{,}04 \end{pmatrix}$$

Величины конечных спросов

$$Y = \begin{pmatrix} 1050 \\ 2000 \\ 1000 \\ 500 \\ 3500 \end{pmatrix}$$

Величины измененных объемов валового выпуска

$$X' = \begin{pmatrix} 2550 \\ 4300 \\ 2300 \\ 1150 \\ 5200 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ 14

Матрица технических коэффициентов

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}04 & 0{,}18 & 0{,}1 & 0{,}15 & 0{,}15 \\ 0 & 0{,}16 & 0{,}2 & 0{,}1 & 0{,}05 \\ 0{,}14 & 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}1 & 0{,}05 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0 & 0{,}05 & 0{,}15 \\ 0{,}02 & 0{,}04 & 0 & 0{,}1 & 0{,}1 \end{pmatrix}$$

Величины конечных спросов

$$Y = \begin{pmatrix} 3500 \\ 1050 \\ 2000 \\ 1000 \\ 500 \end{pmatrix}$$

Величины измененных объемов валового выпуска

$$X' = \begin{pmatrix} 5200 \\ 2600 \\ 4300 \\ 2000 \\ 1200 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ 15

Матрица технических коэффициентов

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}02 & 0{,}04 & 0 & 0{,}1 \\ 0{,}15 & 0{,}04 & 0{,}18 & 0{,}1 & 0{,}15 \\ 0{,}05 & 0 & 0{,}16 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}05 & 0{,}14 & 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}15 & 0{,}1 & 0{,}1 & 0 & 0{,}05 \end{pmatrix}$$

Величины конечных спросов

$$Y = \begin{pmatrix} 500 \\ 3500 \\ 1050 \\ 2000 \\ 1000 \end{pmatrix}$$

Величины измененных объемов валового выпуска

$$X' = \begin{pmatrix} 1200 \\ 5200 \\ 2500 \\ 4000 \\ 2200 \end{pmatrix}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Варианты заданий для освоения темы « Модель взаимосвязи инвестиций и ввода основных производственных фондов в отраслях экономики»

№ варианта	Показатели	t(-5)	t(-4)	t(-3)	t(-2)	t(-1)	t0	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9
1.	**I(t)**	125,00	143,75	165,31	190,11	218,63	174,90	139,92	111,94	89,55	98,50	108,35	119,19	131,11	183,55	256,97
	K(t)						163,18	186,16	215,58	171,61	138,11	110,27	87,78	97,13	106,42	116,71
2.	**I(t)**	250,00	287,50	330,63	380,22	437,25	349,80	279,84	223,87	179,10	197,01	216,71	238,38	262,22	367,10	513,95
	K(t)						374,10	426,79	343,83	273,70	220,27	175,87	192,49	213,01	233,38	255,95
3.	**I(t)**	315,00	362,25	416,59	479,08	550,94	440,75	352,60	282,08	225,66	248,23	273,05	300,36	330,39	462,55	647,57
	K(t)						411,98	470,00	544,30	433,27	348,70	278,41	221,61	245,24	268,69	294,67
4.	**I(t)**	455,00	523,25	601,74	692,00	795,80	636,64	509,31	407,45	325,96	358,55	394,41	433,85	477,24	668,13	935,38
	K(t)						598,11	682,34	790,21	629,01	506,24	404,18	321,73	356,04	390,08	427,80
5.	**I(t)**	490,00	563,50	648,03	745,23	857,01	685,61	548,49	438,79	351,03	386,14	424,75	467,22	513,95	719,53	1007,34
	K(t)						740,73	845,05	680,79	541,92	436,14	348,22	381,13	421,76	462,09	506,77

Продолжение Приложения 3

№ варианта	Показатели	t(-5)	t(-4)	t(-3)	t(-2)	t(-1)	t0	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	18	t9
6.	**I (t)**	528,00	607,20	698,28	803,02	923,48	738,78	591,02	472,82	378,26	416,08	457,69	503,46	553,80	775,33	1085,46
	K(t)						694,06	791,81	916,98	729,93	587,45	469,03	373,35	413,16	452,66	496,43
7.	**I(t)**	631,00	725,65	834,50	959,67	1103,6	882,90	706,32	565,05	452,04	497,25	546,97	601,67	661,84	926,57	1297,20
	K(t)						713,98	814,54	943,30	1079,39	868,70	693,58	552,09	444,33	486,82	533,89
8.	**I(t)**	723,00	831,45	956,17	1099,6	1264,5	1011,6	809,30	647,44	517,95	569,75	626,72	689,39	758,33	1061,67	1486,33
	K(t)						940,79	1073,3	1242,96	989,41	796,29	635,76	506,07	560,03	613,58	672,91
9.	**I(t)**	815,00	937,25	1077,8	1239,5	1425,4	1140,3	912,28	729,83	583,86	642,25	706,47	777,12	854,83	1196,76	1675,47
	K(t)						1065,9	1216,0	1408,27	1121,00	902,19	720,32	573,38	634,51	695,18	762,40
10.	**I(t)**	933,00	1073	1233,9	1419	1631,8	1305,5	1044,4	835,49	668,39	735,23	808,76	889,63	978,60	1370,04	1918,05
	K(t)						1201,7	1370,9	1587,61	1263,76	1017,09	812,05	646,40	715,32	783,71	859,49
11.	**I(t)**	530,00	609,50	700,93	806,06	926,97	741,58	593,26	474,61	379,69	417,66	459,42	505,37	555,90	778,26	1089,57
	K(t)						776,91	886,33	714,05	568,39	457,45	365,23	399,75	442,37	484,66	531,53

Окончание Приложения 3

№ варианта	Показатели	t(-5)	t(-4)	t(-3)	t(-2)	t(-1)	t0	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9
12.	**I(t))**	596,00	685,40	788,21	906,44	1042,4	833,93	667,14	533,71	426,97	469,67	516,63	568,30	625,13	875,18	1225,25
	K(t)						759,71	866,70	1003,7	798,97	643,02	513,39	408,66	452,23	495,47	543,38
13.	**I(t)**	753,00	865,95	995,84	1145,2	1317,0	1053,6	842,88	674,30	539,44	593,39	652,73	718,00	789,80	1105,72	1548,01
	K(t)						959,83	1095,0	1268,1	1009,4	812,40	648,63	516,31	571,36	625,99	686,52
14.	**I(t)**	888,00	1021,2	1174,4	1350,5	1553,1	1242,5	994,00	795,20	636,16	699,77	769,75	846,72	931,40	1303,96	1825,54
	K(t)						984,27	1122,9	1300,4	1488,0	1197,6	956,14	761,10	612,54	671,11	736,00
15.	**I(t)**	1077,0	1238,5	1424,3	1638	1883,7	1506,9	1205,6	964,44	771,56	848,71	933,58	1026,94	1129,63	1581,49	2214,08
	K(t)						1372,8	1566,2	1813,7	1443,8	1162	927,72	738,47	817,21	895,34	981,92

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Варианты заданий для освоения темы «Динамическая модель взаимосвязи между освоением основных производственных фондов и ростом валовой добавленной стоимости товаров и услуг в отраслях экономики»

Время	tl	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t1l	t12
1 вариант												
Прирост добавл. стоимости	40,47	46,54	39,83	31,47	22,71	16,97	18,51	24,02	30,66	35,45	46,07	63,61
Основные фонды	190,11	408,74	558,74	678,74	758,74	822,74	912,74	1032,74	1182,74	1347,74	1578,74	1902,14
Добавленная стоимость	40,47	87,00	126,83	158,30	181,01	197,98	216,49	240,51	271,17	306,63	352,69	416,31
2 вариант												
Прирост добавл. стоимости	44,96	51,71	44,25	34,97	25,24	18,85	20,57	26,69	34,07	39,39	51,19	70,68
Основные фонды	190,11	408,74	558,74	678,74	758,74	822,74	912,74	1032,74	1182,74	1347,74	1578,74	1902,14
Добавленная стоимость	44,96	96,67	140,92	175,89	201,12	219,98	240,55	267,24	301,30	340,70	391,88	462,56
3 вариант												
Прирост добавл. стоимости	59,95	68,94	59,00	46,62	33,65	25,14	27,43	35,59	45,42	52,52	68,25	94,24
Основные фонты	190,11	408,74	558,74	678,74	758,74	822,74	912,74	1032,74	1182,74	1347,74	1578,74	1902,14
Добавленная стоимость	59,95	128,89	187,89	234,51	268,17	293,30	320,73	356,32	401,74	454.26	522,51	616,75
4 вариант												
Прирост добавл. стоимости	74,94	86,18	73,75	58,28	42,06	31,42	34,28	44,48	56,78	65,65	85,31	117,80
Основные фонды	190,11	408,74	558,74	678,74	758,74	822,74	912,74	1032,74	1182,74	1347,74	1578,74	1902,14
Добавленная стоимость	74,94	161,12	234,87	293,14	335,21	366,63	400,91	445,39	502,17	567,83	653,14	770,94

Продолжение Приложения 4

Время	tl	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t1l	t12
5 вариант												
Прирост добавл. стоимости	89,93	103,41	88,50	69,93	50,48	37,71	41,14	53,38	68,13	78,78	102,38	141,36
Основные фонды	190,11	408,74	558,74	678,74	758,74	822,74	912,74	1032,74	1182,74	1347,74	1578,74	1902,14
Добавленная стоимость	89,93	193,34	281,84	351,77	402,25	439,95	481,09	534,47	602,61	681,39	783,77	925,12
6 вариант												
Прирост добавл. стоимости	46,88	53,91	48,31	38.83	28,47	21,11	21,59	27,35	35,02	41,04	52,55	71,97
Основные фонды	190,11	408,74	558,74	678,74	758,74	822,74	912,74	1032,74	1182,74	1347,74	1578,74	1902,14
Добавленная стоимость	46,88	100,80	149,11	187,94	216,40	237,51	259,10	286,45	321.46	362,51	415,06	487,03
7 вариант												
Прирост добавл. стоимости	52,07	59,88	53,64	43,11	31,60	23,43	23,98	ЗЛ.37	38,89	45,58	58,36	79,94
Основные фонды	190,11	408,74	558,74	678,74	758,74	822,74	912,74	1032,74	1182,74	1347,74	1578,74	1902,14
Добавленная стоимость	52,07	111,94	165,59	208,70	240,31	263,74	287,72	318.09	356,99	402,57	460,93	540,87
8 вариант												
Прирост добавл. стоимости	69,39	79,80	71,48	57,45	42,11	31,22	31,95	40,48	51,84	60,75	77,79	106,54
Основные фонды	190,11	408,74	558,74	678,74	758,74	822,74	912,74	1032,74	1182,74	1347,74	1578,74	1902,14
Добавленная стоимость	69,39	149,19	220,67	278,11	320,22	351,45	383,40	423,88	475,72	536,46	614,25	720,79
9 вариант												
Прирост добавл. стоимости	86,69	99,70	89,30	71,76	52,60	39,00	39,92	50,58	64,77	75,90	97,19	133,12
Основные фонды	190,11	408,74	558,74	678,74	758,74	822,74	912,74	1032,74	1182,74	1347,74	1578,74	1902,14
Добавленная стоимость	86,69	186,39	275,69	347,45	400,05	439,05	478,97	529,55	594,31	670,21	767,40	900,52

Время	tl	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t1l	t12
10 вариант												
Прирост добавл. стоимости	103,98	119,58	107,09	86,05	63,07	46,77	47,88	60,67	77,69	91,03	116,58	159,68
Основные фонды	190,11	408,74	558,74	678,74	758,74	822,74	912,74	1032,74	1182,74	1347,74	1578,74	1902,14
Добавленная стоимость	103,98	223,56	330,65	416,71	479,78	526,55	574,43	635,10	712,78	803,82	920,39	1080.07
11 вариант												
Прирост добавл. стоимости	41,27	47,46	41,40	32,91	23,90	17,80	18,91	24,33	31,10	36,15	46,69	64,27
Основные фонды	190,11	408,74	558,74	678,74	758,74	822,74	912,74	1032,74	1182,74	1347,74	1578,74	1902,14
Добавленная стоимость	41,27	88,73	130,13	163,04	186,94	204,74	223,65	247,98	279,07	315,23	361,91	426,18
12 вариант												
Прирост добавл. стоимости	48,34	55,59	48,71	38,79	28,22	20,99	22,17	28,44	36,37	42,34	54,59	75,09
Основные фонды	190,11	408,74	558,74	678,74	758,74	822,74	912,74	1032,74	1182,74	1347,74	1578,74	1902,14
Добавленная стоимость	48,34	103,92	152,63	191,42	219,64	240,64	262,80	291,24	327,61	369,95	424,55	499,64
13 вариант												
Прирост добавл. стоимости	64,89	74,62	65,53	52,23	38,02	28,28	29,77	38,15	48,79	56,84	73,24	100,70
Основные фонды	190,11	408,74	558,74	678,74	758,74	822,74	912,74	1032,74	1182,74	1347,74	1578,74	1902,14
Добавленная стоимость	64,89	139,51	205,04	257,27	295.30	323,57	353,34	391,49	440,28	497,12	570,36	671,05
14 вариант												
Прирост добавл. стоимости	81,98	94,27	83,06	66,28	48,31	35,91	37,62	48,14	61,58	71,80	92,42	127,00
Основные фонды	190,11	408,74	558,74	678,74	758,74	822,74	912,74	1032,74	1182,74	1347,74	1578,74	1902,14
Добавленная стоимость	81,98	176,25	259,31	325,59	373,90	409,81	447,43	495,57	557,15	628,95	721,37	848,37
15 вариант												
Прирост добавл. стоимости	99,41	114,32	101,04	80,73	58,90	43,76	45,65	58,30	74,59	87,06	111,95	153,74
Основные фонды	190,11	408,74	558,74	678,74	758,74	822,74	912,74	1032.74	1182,74	1347,74	1578,74	1902.14
Добавленная стоимость	99,41	213,72	314,76	395,49	454,40	498,16	543,81	602,11	676,70	763,76	875,71	1029,45

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

Варианты заданий для освоения темы «Модель для определения эффективности реальных инвестиций и потерь от их «замораживания»

№ варианта	Показатели	t0	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9
1.	I(t)	174,90	139,92	111,94	89,55	98,50	108,35	119,19	131,11	183,55	256,97
	t = **0 год**; $\mathbf{t}_b$ = 3 **года**.										
2.	I(t)	349,80	279,84	223,87	179,10	197,01	216,71	238,38	262,22	367,10	513,95
	t = 1 **год**; $\mathbf{t}_b$ = 3 **года**.										
3.	I(t)	440,75	352,60	282,08	225,66	248,23	273,05	300,36	330,39	462,55	647,57
	t = **2 года**; $\mathbf{t}_b$ = 3 **года**.										
4.	I(t)	636,64	509,31	407,45	325,96	358,55	394,41	433,85	477,24	668,13	935,38
	t = 3 **года**; $\mathbf{t}_b$ = 3 **года**.										
5.	I(t)	685,61	548,49	438,79	351,03	386,14	424,75	467,22	513,95	719,53	1007,34
	t = **0 год**; $\mathbf{t}_b$ = **2 года**.										

Продолжение Приложения 5

№ варианта	Показатели	t0	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9
6.	**I(t)**	738,78	591,02	472,82	378,26	416,08	457,69	503,46	553,80	775,33	1085,46
	t = 1 **год**; $\mathbf{t}_b$ = 2 **года**.										
7.	**I(t)**	882,90	706,32	565,05	452,04	497,25	546,97	601,67	661,84	926,57	1297,20
	t = 2 **года**; $\mathbf{t}_b$ = 2 **года**										
8.	**I(t)**	1011,63	809,30	647,44	517,95	569,75	626,72	689,39	758,33	1061,67	1486,33
	t = 3 **года**; $\mathbf{t}_b$ = 2 **года**										
9.	**I(t)**	1140,35	912,28	729,83	583,86	642,25	706,47	777,12	854,83	1196,76	1675,47
	t = **0 год**; $\mathbf{t}_b$ = **4 года**.										
10.	**I(t)**	1305,46	1044,37	835,49	668,39	735,23	808,76	889,63	978,60	1370,04	1918,05
	t = 1 **год**; $\mathbf{t}_b$ = 4 **года**.										
11.	**I(t)**	741,58	593,26	474,61	379,69	417,66	459,42	505,37	555,90	778,26	1089,57
	t = 2 **года**; $\mathbf{t}_b$ = 4 **года**										

Окончание Приложения 5

№ варианта	Показатели	t0	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9
12.	**I(t)**	833,93	667,14	533,71	426,97	469,67	516,63	568,30	625,13	875,18	1225,25
	t = 3 **года**; $\mathbf{t_b}$ = 4 **года**										
13.	**I(t)**	1053,60	842,88	674,30	539,44	593,39	652,73	718,00	789,80	1105,72	1548,01
	t = 1 **года**; $\mathbf{t_b}$ = 1 **год**										
14.	**I(t)**	1242,49	994,00	795,20	636,16	699,77	769,75	846,72	931,40	1303,96	1825,54
	t = 2 **года**; $\mathbf{t_b}$ = 1 **год**										
15.	**I(t)**	1506,94	1205,56	964,44	771,56	848,71	933,58	1026,9	1129,6	1581,49	2214,08
	t = 3 **года**; $\mathbf{t_b}$ = 1 **год**										

ПРИЛОЖЕНИЕ 6

Варианты заданий для освоения темы «Классическая модель рыночной экономики»

№ варианта	ПОКАЗАТЕЛИ												
	a	**b**	**c**	**d**	**e**	**A**	b	**M^s**	**k**	a	e	d	g
1	10000	100	0,5	5000	0,3	500	0,5	10000	0,25	100000	200000	80000	200000
2	12000	200	0,55	5200	0,31	450	0,51	11000	0,25	110000	190000	85000	240000
3	14000	300	0,6	5500	0,32	400	0,52	12000	0,25	90000	180000	100000	230000
4	16000	400	0,65	5700	0,33	550	0,53	13000	0,25	80000	170000	105000	220000
5	18000	500	0,7	6000	0,34	500	0,54	14000	0,25	70000	160000	110000	210000
6	20000	600	0,75	6200	0,35	550	0,55	15000	0,25	120000	150000	75000	190000
7	22000	700	0,8	6300	0,36	600	0,56	16000	0,25	130000	140000	65000	150000
8	24000	800	0,85	6500	0,37	450	0,57	17000	0,25	90000	130000	85000	110000
9	26000	900	0,9	6800	0,38	500	0,58	18000	0,25	110000	120000	65000	90000
10	28000	1000	0,95	6900	0,4	450	0,59	17000	0,25	100000	180000	70000	80000
11	30000	1100	0,4	7000	0,41	500	0,6	16000	0,25	80000	170000	100000	80000
12	32000	1200	0,45	7500	0,42	600	0,5	15000	0,25	90000	60000	70000	190000
13	34000	1300	0,5	5000	0,43	400	0,61	12000	0,25	100000	90000	105000	180000
14	36000	1400	0,6	8200	0,44	500	0,55	13000	0,25	110000	90000	110000	190000
15	38000	1500	0,7	5000	0,45	600	0,49	15000	0,25	90000	120000	72000	120000

ПРИЛОЖЕНИЕ 7

Варианты заданий для освоения темы «Модель рыночной экономики Кейнса»

Таблица 1

№ варианта	ПОКАЗАТЕЛИ										
	a	d	f	b	M^S	k	h	j	p	A	b
1	120000	80000	216000	0,3	10000	0,25	5000	18000	0,3	2500	0,5
2	127500	85000	229500	0,31	11000	0,25	5100	19800	0,3	2700	0,51
3	150000	100000	270000	0,32	12000	0,25	5900	21600	0,3	2400	0,52
4	157500	105000	283500	0,33	13000	0,25	6200	23400	0,3	2200	0,53
5	165000	110000	297000	0,34	14000	0,25	7100	25200	0,3	2000	0,54
6	142500	95000	256500	0,35	15000	0,25	7500	27000	0,3	1650	0,55
7	120000	80000	216000	0,36	16000	0,25	8200	28800	0,3	1800	0,56
8	127500	85000	229500	0,41	17000	0,25	8900	30600	0,3	1575	0,57
9	150000	100000	270000	0,55	18000	0,25	10000	32400	0,3	1750	0,58
10	135000	90000	243000	0,4	17000	0,25	9500	30600	0,3	1125	0,59
11	150000	100000	270000	0,41	16000	0,25	9000	28800	0,3	1000	0,6
12	165000	110000	297000	0,42	15000	0,25	9500	27000	0,3	2400	0,5
13	157500	105000	283500	0,43	12000	0,25	7000	21600	0,3	800	0,61
14	165000	110000	297000	0,44	13000	0,25	6500	23400	0,3	1500	0,55
15	120000	80000	216000	0,45	15000	0,25	8000	27000	0,3	2400	0,49

Таблица 2 Приложения 7

№ ва-риант	Пока-затели	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12	t13	t14
а 1.	C_t	203069	213809	191582	201612	192104	187718	180949	188669	186643	172975	174130	172163	179777	173667
	I_t	80000	73520	67040	60560	54080	47600	41120	34640	28160	21680	15200	8720	2240	80
2.	C_t	220063	231828	207359	218337	207851	202994	195524	203944	201672	186648	187864	185659	193932	187232
	I_t	85000	78115	71230	64345	57460	50575	43690	36805	29920	23035	16150	9265	2380	85
3.	C_t	264105	278385	248552	261863	249059	243105	233978	244154	241338	223047	224466	221734	231696	223555
	I_t	100000	91900	83800	75700	67600	59500	51400	43300	35200	27100	19000	10900	2800	100
4.	C_t	282939	298419	265947	280363	266408	259894	249941	260926	257815	237937	239418	236400	247113	238285
	I_t	105000	96495	87990	79485	70980	62475	53970	45465	36960	28455	19950	11445	2940	105
5.	C_t	302485	319240	283965	299553	284375	277269	266439	278280	274855	253295	254840	251519	263022	253467
	I_t	110000	101090	92180	83270	74360	65450	56540	47630	38720	29810	20900	11990	3080	110
6.	C_t	266641	281601	250001	263907	250296	243906	234192	244723	241617	222335	223667	220656	230848	222318
	I_t	95000	87305	79610	71915	64220	56525	48830	41135	33440	25745	18050	10355	2660	95
7.	C_t	229230	242264	214653	226758	214856	209253	200757	209896	207153	190334	191455	188797	197608	190182
	I_t	80000	73520	67040	60560	54080	47600	41120	34640	28160	21680	15200	8720	2240	80

Окончание таблицы. 2 Приложения 7

№ ва-ри-	Пока-зате-ли	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12	t13	t14
8.	C_t	270972	287570	252095	267447	252126	244859	233931	245365	241712	220307	221545	218014	228828	219458
	I_t	85000	78115	71230	64345	57460	50575	43690	36805	29920	23035	16150	9265	2380	85
9.	C_t	446444	482794	406705	440051	407636	392520	369745	393981	386392	342025	344670	337411	359206	340125
	I_t	100000	91900	83800	75700	67600	59500	51400	43300	35200	27100	19000	10900	2800	100
10.	C_t	280725	297649	261516	277181	261577	254183	243048	254745	251042	229197	230490	226909	238014	228436
	I_t	90000	82710	75420	68130	60840	53550	46260	38970	31680	24390	17100	9810	2520	90
11.	C_t	318791	338318	296583	314643	296619	288070	275212	288664	284367	259185	260641	256487	269209	258186
	I_t	100000	91900	83800	75700	67600	59500	51400	43300	35200	27100	19000	10900	2800	100
12.	C_t	358488	380812	333067	353698	333080	323295	308593	323923	318987	290238	291869	287100	301543	288978
	I_t	110000	101090	92180	83270	74360	65450	56540	47630	38720	29810	20900	11990	3080	110
13.	C_t	349913	372078	324658	345128	324654	314934	300344	315518	310602	282109	283698	278951	293193	280759
	I_t	105000	96495	87990	79485	70980	62475	53970	45465	36960	28455	19950	11445	2940	105
14.	C_t	374947	399120	347406	369714	347394	336798	320903	337403	332031	301026	302732	297548	312977	299466
	I_t	110000	101090	92180	83270	74360	65450	56540	47630	38720	29810	20900	11990	3080	110
15.	C_t	278995	297312	258140	275033	258135	250115	238090	250558	246485	223052	224329	220400	232015	221819
	I_t	80000	73520	67040	60560	54080	47600	41120	34640	28160	21680	15200	8720	2240	80

ПРИЛОЖЕНИЕ 8

Варианты заданий для освоения темы «Модель макроэкономической динамики Харрода–Домара»

№ варианта	Показатели				
	B	Y(0)	C(0) 1 случай	C(0) 2 случай	C(0) 3 случай
1	2	200	100	150	200
2	2,5	220	100	150	220
3	3	240	100	150	240
4	3,5	260	100	150	260
5	4	280	100	150	280
6	4,5	300	200	250	300
7	5	320	200	250	320
8	5,5	340	200	250	340
9	6	360	200	300	360
10	6,5	380	200	300	380
11	7	400	300	350	400
12	7,5	420	300	350	420
13	8	440	300	350	440
14	8,5	460	300	350	460
15	9	480	300	350	480

ПРИЛОЖЕНИЕ 9

Варианты заданий для освоения темы «Модель экономического роста Солоу»

№ варианта	Показатели							
	A	a	**g**	**m**	**a**	**φ**	**K_0**	**L_0**
1	1,06	0,7	0,05	0,015	0,3	0,4	1000	100
2	1,07	0,65	0,055	0,02	0,35	0,45	900	90
3	1,08	0,6	0,06	0,025	0,4	0,3	800	80
4	1,09	0,55	0,065	0,01	0,45	0,3	700	70
5	1,1	0,5	0,07	0,015	0,5	0,2	600	60
6	1,11	0,45	0,075	0,02	0,25	0,6	500	50
7	1,12	0,4	0,05	0,025	0,3	0,65	400	40
8	1,13	0,45	0,055	0,01	0,35	0,2	550	55
9	1,14	0,5	0,06	0,015	0,4	0,7	650	65
10	1,15	0,55	0,045	0,02	0,45	0,4	750	75
11	1,16	0,6	0,07	0,025	0,5	0,2	450	45
12	1,17	0,65	0,075	0,01	0,25	0,5	500	50
13	1,05	0,4	0,055	0,02	0,35	0,7	1100	110
14	1,08	0,5	0,06	0,025	0,4	0,6	950	95
15	1,1	0,7	0,065	0,03	0,45	0,5	800	80

ПРИЛОЖЕНИЕ 10

Варианты заданий для освоения темы « Комплексная математическая модель развития закрытой национальной экономики»

Таблица 1

Отрасли н/х	Показатели												
	A	**p**	a_1	a_2	$\mathbf{a}_1$	$\mathbf{a}_2$	$\mathbf{a}_3$	$\mathbf{a}_4$	$\mathbf{a}_5$	j	$\mathbf{k}_a$	**τ**	**m**
Промышленность	1,1	0,05	0,52	0,48	0,13	0,12	0,11	0,1	0,08	0,1	0,03	3	0,05
Сельское и лесное хозяйство	1,02	0,01	0,37	0,61	0,1	0,1	0,09	0,08	0,08	0,1	0,02	1	0,01
Строительство	1,07	0,04	0,42	0,58	0,12	0,04	0,1	0,12	0,07	0,1	0,02	3	0,04
Транспорт и связь	1,08	0,04	0,48	0,52	0,08	0,03	0,09	0,09	0,06	0,1	0,02	2	0,04
Прочие	1,05	0,03	0,46	0,45	0,01	0,02	0,01	0,02	0,02	0,1	0,01	1	0,03

Таблица 2 Приложения 10

Номер варианта	Отрасли народного хозяйства									
	Промышленность		Сельское и лесное хозяйство		Строительство		Транспорт и связь		Прочие	
	K_0	k	K_0	k	K_0	k	K_0	k	K_0	k
1	420	2,5	280	1,2	380	2,2	200	2,3	135	1,8
2	483	2,6	322	1,3	437	2,3	230	2,4	155	1,9
3	555	2,8	370	1,3	503	2,4	265	2,5	179	2,0
4	639	2,9	426	1,4	578	2,5	304	2,7	205	2,1
5	735	3,0	490	1,5	665	2,7	350	2,8	236	2,2
6	845	3,2	563	1,5	764	2,8	402	2,9	272	2,3
7	971	3,4	648	1,6	879	2,9	463	3,1	312	2,4
8	1117	3,5	745	1,7	1011	3,1	532	3,2	359	2,5
9	1285	3,7	857	1,8	1162	3,3	612	3,4	413	2,7
10	1478	3,9	985	1,9	1337	3,4	704	3,6	475	2,8
11	1699	4,1	1133	2,0	1537	3,6	809	3,7	546	2,9
12	1954	4,3	1303	2,1	1768	3,8	930	3,9	628	3,1
13	2247	4,5	1498	2,2	2033	4,0	1070	4,1	722	3,2
14	2584	4,7	1723	2,3	2338	4,1	1231	4,3	831	3,4
15	2972	4,9	1981	2,4	2689	4,4	1415	4,6	955	3,6

ПРИЛОЖЕНИЕ 11

Варианты заданий для освоения темы «Конъюнктурная модель Клейна»

1 вариант

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
G(t)	115	145	133	156	161	164	171	170	172	178	182	180	188	190
C(t)	279	293	271,8	307,6	286,6	292,4	306,6	294	319,2	314,8	293,2	304	320,8	324
I(t)	67	83	78,6	73,2	80,2	82,8	88,2	86	80,4	83,6	88,4	90	85,6	84
Y(t)	461	521	483,4	536,8	527,8	539,2	565,8	550	571,6	576,4	563,6	574	594,4	598
t	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**				
G(t)	191	198	215	218	225	240	246	255	266	270				
C(t)	312,6	306,8	325	338,8	339	326	337,6	359	371,6	354				
I(t)	92,2	93,6	89	89,6	99	104	99,2	95	101,2	110				
Y(t)	595,8	598,4	629	646,4	663	670	682,8	709	738,8	734				

2 вариант

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
G(t)	115	145	133	156	161	164	171	170	172	178	182	180	188	190
C(t)	289	303	281,8	317,6	296,6	302,4	316,6	304	329,2	324,8	303,2	314	330,8	334
I(t)	72	88	83,6	78,2	85,2	87,8	93,2	91	85,4	88,6	93,4	95	90,6	89
Y(t)	476	536	498,4	551,8	542,8	554,2	580,8	565	586,6	591,4	578,6	589	609,4	613
t	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**				
G(t)	191	198	215	218	225	240	246	255	266	270				
C(t)	322,6	316,8	335	348,8	349	336	347,6	369	381,6	364				
I(t)	97,2	98,6	94	94,6	104	109	104,2	100	106,2	115				
Y(t)	610,8	613,4	644	661,4	678	685	697,8	724	753,8	749				

Продолжение Приложения 11

3 вариант

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
G(t)	115	145	133	156	161	164	171	170	172	178	182	180	188	190
C(t)	299	313	291,8	327,6	306,6	312,4	326,6	314	339,2	334,8	313,2	324	340,8	344
I(t)	77	93	88,6	83,2	90,2	92,8	98,2	96	90,4	93,6	98,4	100	95,6	94
Y(t)	491	551	513,4	566,8	557,8	569,2	595,8	580	601,6	606,4	593,6	604	624,4	628

t	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
G(t)	191	198	215	218	225	240	246	255	266	270
C(t)	332,6	326,8	345	358,8	359	346	357,6	379	391,6	374
I(t)	102,2	103,6	99	99,6	109	114	109,2	105	111,2	120
Y(t)	625,8	628,4	659	676,4	693	700	712,8	739	768,8	764

4 вариант

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
G(t)	115	145	133	156	161	164	171	170	172	178	182	180	188	190
C(t)	309	323	301,8	337,6	316,6	322,4	336,6	324	349,2	344,8	323,2	334	350,8	354
I(t)	82	98	93,6	88,2	95,2	97,8	103,2	101	95,4	98,6	103,4	105	100,6	99
Y(t)	506	566	528,4	581,8	572,8	584,2	610,8	595	616,6	621,4	608,6	619	639,4	643

t	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
G(t)	191	198	215	218	225	240	246	255	266	270
C(t)	342,6	336,8	355	368,8	369	356	367,6	389	401,6	384
I(t)	107,2	108,6	104	104,6	114	119	114,2	110	116,2	125
Y(t)	640,8	643,4	674	691,4	708	715	727,8	754	783,8	779

Продолжение Приложения 11

5 вариант														
t	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
G(t)	115	145	133	156	161	164	171	170	172	178	182	180	188	190
C(t)	319	333	311,8	347,6	326,6	332,4	346,6	334	359,2	354,8	333,2	344	360,8	364
I(t)	87	103	98,6	93,2	100,2	102,8	108,2	106	100,4	103,6	108,4	110	105,6	104
Y(t)	521	581	543,4	596,8	587,8	599,2	625,8	610	631,6	636,4	623,6	634	654,4	658
t	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**				
G(t)	191	198	215	218	225	240	246	255	266	270				
C(t)	352,6	346,8	365	378,8	379	366	377,6	399	411,6	394				
I(t)	112,2	113,6	109	109,6	119	124	119,2	115	121,2	130				
Y(t)	655,8	658,4	689	706,4	723	730	742,8	769	798,8	794				

6 вариант														
t	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
G(t)	115	145	133	156	161	164	171	170	172	178	182	180	188	190
C(t)	324	338	316,8	352,6	331,6	337,4	351,6	339	364,2	359,8	338,2	349	365,8	369
I(t)	92	108	103,6	98,2	105,2	107,8	113,2	111	105,4	108,6	113,4	115	110,6	109
Y(t)	531	591	553,4	606,8	597,8	609,2	635,8	620	641,6	646,4	633,6	644	664,4	668
t	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**				
G(t)	191	198	215	218	225	240	246	255	266	270				
C(t)	357,6	351,8	370	383,8	384	371	382,6	404	416,6	399				
I(t)	117,2	118,6	114	114,6	124	129	124,2	120	126,2	135				
Y(t)	665,8	668,4	699	716,4	733	740	752,8	779	808,8	804				

Продолжение Приложения 11

7 вариант														
t	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
G(t)	115	145	133	156	161	164	171	170	172	178	182	180	188	190
C(t)	334	348	326,8	362,6	341,6	347,4	361,6	349	374,2	369,8	348,2	359	375,8	379
I(t)	97	113	108,6	103,2	110,2	112,8	118,2	116	110,4	113,6	118,4	120	115,6	114
Y(t)	546	606	568,4	621,8	612,8	624,2	650,8	635	656,6	661,4	648,6	659	679,4	683
t	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**				
G(t)	191	198	215	218	225	240	246	255	266	270				
C(t)	367,6	361,8	380	393,8	394	381	392,6	414	426,6	409				
I(t)	122,2	123,6	119	119,6	129	134	129,2	125	131,2	140				
Y(t)	680,8	683,4	714	731,4	748	755	767,8	794	823,8	819				
8 вариант														
t	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
G(t)	115	145	133	156	161	164	171	170	172	178	182	180	188	190
C(t)	344	358	336,8	372,6	351,6	357,4	371,6	359	384,2	379,8	358,2	369	385,8	389
I(t)	102	118	113,6	108,2	115,2	117,8	123,2	121	115,4	118,6	123,4	125	120,6	119
Y(t)	561	621	583,4	636,8	627,8	639,2	665,8	650	671,6	676,4	663,6	674	694,4	698
t	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**				
G(t)	191	198	215	218	225	240	246	255	266	270				
C(t)	377,6	371,8	390	403,8	404	391	402,6	424	436,6	419				
I(t)	127,2	128,6	124	124,6	134	139	134,2	130	136,2	145				
Y(t)	695,8	698,4	729	746,4	763	770	782,8	809	838,8	834				

Продолжение Приложения 11

9 вариант														
t	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
G(t)	115	145	133	156	161	164	171	170	172	178	182	180	188	190
C(t)	349	363	341,8	377,6	356,6	362,4	376,6	364	389,2	384,8	363,2	374	390,8	394
I(t)	107	123	118,6	113,2	120,2	122,8	128,2	126	120,4	123,6	128,4	130	125,6	124
Y(t)	571	631	593,4	646,8	637,8	649,2	675,8	660	681,6	686,4	673,6	684	704,4	708
t	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**				
G(t)	191	198	215	218	225	240	246	255	266	270				
C(t)	382,6	376,8	395	408,8	409	396	407,6	429	441,6	424				
I(t)	132,2	133,6	129	129,6	139	144	139,2	135	141,2	150				
Y(t)	705,8	708,4	739	756,4	773	780	792,8	819	848,8	844				

10 вариант														
t	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
G(t)	115	145	133	156	161	164	171	170	172	178	182	180	188	190
C(t)	359	373	351,8	387,6	366,6	372,4	386,6	374	399,2	394,8	373,2	384	400,8	404
I(t)	112	128	123,6	118,2	125,2	127,8	133,2	131	125,4	128,6	133,4	135	130,6	129
Y(t)	586	646	608,4	661,8	652,8	664,2	690,8	675	696,6	701,4	688,6	699	719,4	723
t	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**				
G(t)	191	198	215	218	225	240	246	255	266	270				
C(t)	392,6	386,8	405	418,8	419	406	417,6	439	451,6	434				
I(t)	137,2	138,6	134	134,6	144	149	144,2	140	146,2	155				
Y(t)	720,8	723,4	754	771,4	788	795	807,8	834	863,8	859				

Продолжение Приложения 11

11 вариант														
t	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
G(t)	115	145	133	156	161	164	171	170	172	178	182	180	188	190
C(t)	369	383	361,8	397,6	376,6	382,4	396,6	384	409,2	404,8	383,2	394	410,8	414
I(t)	117	133	128,6	123,2	130,2	132,8	138,2	136	130,4	133,6	138,4	140	135,6	134
Y(t)	601	661	623,4	676,8	667,8	679,2	705,8	690	711,6	716,4	703,6	714	734,4	738
t	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**				
G(t)	191	198	215	218	225	240	246	255	266	270				
C(t)	402,6	396,8	415	428,8	429	416	427,6	449	461,6	444				
I(t)	142,2	143,6	139	139,6	149	154	149,2	145	151,2	160				
Y(t)	735,8	738,4	769	786,4	803	810	822,8	849	878,8	874				

12 вариант														
t	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
G(t)	115	145	133	156	161	164	171	170	172	178	182	180	188	190
C(t)	379	393	371,8	407,6	386,6	392,4	406,6	394	419,2	414,8	393,2	404	420,8	424
I(t)	122	138	133,6	128,2	135,2	137,8	143,2	141	135,4	138,6	143,4	145	140,6	139
Y(t)	616	676	638,4	691,8	682,8	694,2	720,8	705	726,6	731,4	718,6	729	749,4	753
t	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**				
G(t)	191	198	215	218	225	240	246	255	266	270				
C(t)	412,6	406,8	425	438,8	439	426	437,6	459	471,6	454				
I(t)	147,2	148,6	144	144,6	154	159	154,2	150	156,2	165				
Y(t)	750,8	753,4	784	801,4	818	825	837,8	864	893,8	889				

Продолжение Приложения 11

13 вариант														
t	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
G(t)	115	145	133	156	161	164	171	170	172	178	182	180	188	190
C(t)	389	403	381,8	417,6	396,6	402,4	416,6	404	429,2	424,8	403,2	414	430,8	434
I(t)	127	143	138,6	133,2	140,2	142,8	148,2	146	140,4	143,6	148,4	150	145,6	144
Y(t)	631	691	653,4	706,8	697,8	709,2	735,8	720	741,6	746,4	733,6	744	764,4	768
t	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**				
G(t)	191	198	215	218	225	240	246	255	266	270				
C(t)	422,6	416,8	435	448,8	449	436	447,6	469	481,6	464				
I(t)	152,2	153,6	149	149,6	159	164	159,2	155	161,2	170				
Y(t)	765,8	768,4	799	816,4	833	840	852,8	879	908,8	904				
14 вариант														
t	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
G(t)	115	145	133	156	161	164	171	170	172	178	182	180	188	190
C(t)	399	413	391,8	427,6	406,6	412,4	426,6	414	439,2	434,8	413,2	424	440,8	444
I(t)	132	148	143,6	138,2	145,2	147,8	153,2	151	145,4	148,6	153,4	155	150,6	149
Y(t)	646	706	668,4	721,8	712,8	724,2	750,8	735	756,6	761,4	748,6	759	779,4	783
t	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**				
G(t)	191	198	215	218	225	240	246	255	266	270				
C(t)	432,6	426,8	445	458,8	459	446	457,6	479	491,6	474				
I(t)	157,2	158,6	154	154,6	164	169	164,2	160	166,2	175				
Y(t)	780,8	783,4	814	831,4	848	855	867,8	894	923,8	919				

Окончание *Приложения 11*

15 вариант

t	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
G(t)	115	145	133	156	161	164	171	170	172	178	182	180	188	190
C(t)	409	423	401,8	437,6	416,6	422,4	436,6	424	449,2	444,8	423,2	434	450,8	454
I(t)	137	153	148,6	143,2	150,2	152,8	158,2	156	150,4	153,6	158,4	160	155,6	154
Y(t)	661	721	683,4	736,8	727,8	739,2	765,8	750	771,6	776,4	763,6	774	794,4	798

t	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**
G(t)	191	198	215	218	225	240	246	255	266	270
C(t)	442,6	436,8	455	468,8	469	456	467,6	489	501,6	484
I(t)	162,2	163,6	159	159,6	169	174	169,2	165	171,2	180
Y(t)	795,8	798,4	829	846,4	863	870	882,8	909	938,8	934

ПРИЛОЖЕНИЕ 12

Варианты заданий для освоения темы «Модель экономического роста Мэнкью-Ромера-Уэйла, учитывающая влияние человеческого капитала»

1 вариант

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
φ_k	0,1	0,2	0,3	0,15	0,25	0,1	0,05	0,3	0,11	0,18	0,21	0,15	0,12	0,3	0,23	0,12
φ_h	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2	0,05	0,15	0,1	0,25	0,21	0,1	0,2	0,25	0,2	0,28	0,25
Y(t)/L(t)	0,344	0,514	0,991	1,092	1,361	0,110	0,306	1,372	2,193	3,652	2,034	4,701	6,503	15,504	23,903	13,768

2 вариант

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
φ_k	0,1	0,2	0,3	0,15	0,25	0,1	0,05	0,3	0,11	0,18	0,21	0,15	0,12	0,3	0,23	0,12
φ_h	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2	0,05	0,15	0,1	0,25	0,21	0,1	0,2	0,25	0,2	0,28	0,25
Y(t)/L(t)	0,689	1,085	1,691	1,602	2,261	0,915	1,145	3,484	3,362	5,147	5,125	6,750	7,885	15,264	18,186	14,36

3 вариант

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
φ_k	0,1	0,2	0,3	0,15	0,25	0,1	0,05	0,3	0,11	0,18	0,21	0,15	0,12	0,3	0,23	0,12
φ_h	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2	0,05	0,15	0,1	0,25	0,21	0,1	0,2	0,25	0,2	0,28	0,25
Y(t)/L(t)	1,234	1,692	2,535	2,257	2,700	0,530	0,795	2,485	2,573	3,609	2,567	3,707	4,097	7,615	8,875	5,53

Продолжение Приложения 12

4 вариант

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	1
φ_k	0,1	0,2	0,3	0,15	0,25	0,1	0,05	0,3	0,11	0,18	0,21	0,15	0,12	0,3	0,23	0,1
φ_h	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2	0,05	0,15	0,1	0,25	0,21	0,1	0,2	0,25	0,2	0,28	0,2
Y(t)/L(t)	1,196	1,482	2,052	2,022	2,265	0,597	0,934	2,132	2,485	3,215	2,360	3,435	3,892	6,166	7,358	5,25

5 вариант

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	1
φ_k	0,1	0,2	0,3	0,15	0,25	0,1	0,05	0,3	0,11	0,18	0,21	0,15	0,12	0,3	0,23	0,1
φ_h	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2	0,05	0,15	0,1	0,25	0,21	0,1	0,2	0,25	0,2	0,28	0,2
Y(t)/L(t)	1,328	2,033	3,303	2,533	3,230	0,426	0,592	2,720	2,370	3,618	2,421	3,393	3,560	7,964	8,826	4,52

6 вариант

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	1
φ_k	0,1	0,2	0,3	0,15	0,25	0,1	0,05	0,3	0,11	0,18	0,21	0,15	0,12	0,3	0,23	0,1
φ_h	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2	0,05	0,15	0,1	0,25	0,21	0,1	0,2	0,25	0,2	0,28	0,2
Y(t)/L(t)	1,662	2,357	3,748	3,040	3,612	0,414	0,659	2,714	2,675	3,907	2,368	3,591	3,851	8,094	9,299	4,75

Продолжение Приложения 12

7 вариант

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	1
φ_k	0,1	0,2	0,3	0,15	0,25	0,1	0,05	0,3	0,11	0,18	0,21	0,15	0,12	0,3	0,23	0,1
φ_h	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2	0,05	0,15	0,1	0,25	0,21	0,1	0,2	0,25	0,2	0,28	0,2
Y(t)/L(t)	1,404	1,625	1,956	1,868	2,034	0,992	1,194	1,993	2,036	2,379	2,056	2,435	2,559	3,390	3,649	2,97

8 вариант

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	1
φ_k	0,1	0,2	0,3	0,15	0,25	0,1	0,05	0,3	0,11	0,18	0,21	0,15	0,12	0,3	0,23	0,1
φ_h	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2	0,05	0,15	0,1	0,25	0,21	0,1	0,2	0,25	0,2	0,28	0,2
Y(t)/L(t)	1,595	2,377	3,391	2,465	3,188	0,878	0,869	3,044	2,181	3,082	2,601	2,835	2,739	5,266	5,177	3,08

9 вариант

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	1
φ_k	0,1	0,2	0,3	0,15	0,25	0,1	0,05	0,3	0,11	0,18	0,21	0,15	0,12	0,3	0,23	0,1
φ_h	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2	0,05	0,15	0,1	0,25	0,21	0,1	0,2	0,25	0,2	0,28	0,2
Y(t)/L(t)	3,172	4,619	7,716	5,741	6,757	0,479	0,800	4,198	3,947	5,955	3,122	4,926	5,127	11,980	13,543	5,78

Продолжение Приложения 12

10 вариант

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
φ_k	0,1	0,2	0,3	0,15	0,25	0,1	0,05	0,3	0,11	0,18	0,21	0,15	0,12	0,3	0,23	0,1[illegible]
φ_h	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2	0,05	0,15	0,1	0,25	0,21	0,1	0,2	0,25	0,2	0,28	0,25
Y(t)/L(t)	1,977	1,927	2,288	2,595	2,394	0,724	1,334	1,808	2,672	2,882	1,888	2,914	3,350	3,966	4,872	3,89[illegible]

11 вариант

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
φ_k	0,1	0,2	0,3	0,15	0,25	0,1	0,05	0,3	0,11	0,18	0,21	0,15	0,12	0,3	0,23	0,1[illegible]
φ_h	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2	0,05	0,15	0,1	0,25	0,21	0,1	0,2	0,25	0,2	0,28	0,25
Y(t)/L(t)	1,287	1,439	1,650	1,631	1,754	1,126	1,291	1,826	1,885	2,121	1,966	2,231	2,345	2,860	3,053	2,725

12 вариант

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
φ_k	0,1	0,2	0,3	0,15	0,25	0,1	0,05	0,3	0,11	0,18	0,21	0,15	0,12	0,3	0,23	0,1[illegible]
φ_h	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2	0,05	0,15	0,1	0,25	0,21	0,1	0,2	0,25	0,2	0,28	0,25
Y(t)/L(t)	1,284	1,522	1,813	1,691	1,894	1,091	1,194	1,984	1,892	2,223	2,065	2,297	2,374	3,142	3,290	2,75[illegible]

13 вариант

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	1
φ_k	0,1	0,2	0,3	0,15	0,25	0,1	0,05	0,3	0,11	0,18	0,21	0,15	0,12	0,3	0,23	0,1
φ_h	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2	0,05	0,15	0,1	0,25	0,21	0,1	0,2	0,25	0,2	0,28	0,2
Y(t)/L(t)	1,332	1,557	1,892	1,825	2,007	0,989	1,203	2,027	2,091	2,468	2,155	2,577	2,736	3,661	3,98	3,27

14 вариант

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	1
φ_k	0,1	0,2	0,3	0,15	0,25	0,1	0,05	0,3	0,11	0,18	0,21	0,15	0,12	0,3	0,23	0,1
φ_h	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2	0,05	0,15	0,1	0,25	0,21	0,1	0,2	0,25	0,2	0,28	0,2
Y(t)/L(t)	1,848	2,331	3,789	3,524	3,705	0,253	0,593	2,243	3,023	4,247	1,996	3,892	4,541	9,134	11,881	5,77

15 вариант

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	1
φ_k	0,1	0,2	0,3	0,15	0,25	0,1	0,05	0,3	0,11	0,18	0,21	0,15	0,12	0,3	0,23	0,1
φ_h	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2	0,05	0,15	0,1	0,25	0,21	0,1	0,2	0,25	0,2	0,28	0,2
Y(t)/L(t)	1,037	1,834	2,981	1,977	2,915	0,631	0,592	3,144	1,975	3,208	2,798	3,062	2,967	7,187	7,062	3,77

ПРИЛОЖЕНИЕ 13

Краткие биографические данные авторов макроэкономических моделей

КОББ Чарлз – американский математик, разработавший совместно с П. Дугласом концепцию производственной функции (производственная функция Кобба–Дугласа).

Данная функция была использована Ч. Коббом и П. Дугласом при анализе развития экономики США в 1920-30-х гг. Производственная функция имеет простую алгебраическую форму и основывается на предположениях о понижающейся предельной отдаче ресурсов, постоянстве коэффициентов эластичности производства по затратам ресурсов. Хотя функцию Кобба–Дугласа нельзя отнести к линейным, значения параметров функции можно оценить с помощью линейного регрессионного анализа по методу наименьших квадратов. Для этого путем логарифмирования её приводят к линейному виду.

ДУГЛАС Пол Говард (1892–1976) – американский экономист. Совместно с математиком Ч. Коббом для того, чтобы доказать равенство долей продукта, «производимого» трудом и капиталом, с долей каждого из этих факторов в распределении национального дохода разработал производственную функцию, получившую в последствии название «функции Кобба–Дугласа».

Функция Кобба–Дугласа установила математическую зависимость роста национального дохода от изменений двух факторов производства – капитала и труда. Дуглас совместно с Коббом провёл одно из первых эконометрических исследований динамики национального дохода, использовав американскую статистику 20–30-х годов XX века.

ЛЕОНТЬЕВ Василий Васильевич (1906–1999) – американский экономист, лауреат Нобелевской премии по экономике «за развитие метода «затраты – выпуск» и его применение к важным экономическим проблемам» (1973). Окончил Ленинградский (ныне – Санкт-Петербургский) университет. Учёбу продолжил в аспирантуре Берлинского университета, совмещая её с работой в Институте мирового хозяйства при Кильском университете. В1928–1929 гг. – экономический советник правительства Китая в г. Нанкине. По возвращении в Германию – экономист-исследователь Института мирового хозяйства. С 1931 г. – сотрудник Национального бюро экономических исследований (США), преподаватель (с 1932 г.), проф. Гарвардского ун-та, заведующий кафедрой политической. экономии им. Генри Ли (1953–1975). Руководитель Гарвардского проекта экономических исследований (1946–1973), который стал центром исследований в области анализа по методу «затраты – выпуск». Директор Института экономического анализа (1975-1986) при Нью-Йоркском университете.

В конце 1920-х – начале 1930-х гг. Леонтьев провёл ряд оригинальных исследований по изучению эластичности спроса и предложения, статистическому измерению промышленной концентрации, использованию кривых безразличия для объяснения некоторых закономерностей международной торговли. Одна из его первых статей была посвящена анализу баланса народного хозяйства СССР за 1923–1924 г.г. Статья опубликована в журнале «Weltwirtschaftliches Archiv» в октябре 1925 г., а на русском языке: «Баланс народного хозяйства СССР. Методологический разбор работы ЦСУ» в журнале «Плановое хозяйство» за декабрь 1925 г., который представлял собой первую в экономической практике тех лет попытку представить в цифрах производство и распределение общественного продукта. Баланс явился прообразом разработанного впоследствии Леонтьевым метода «затраты – выпуск» (в нашей науке его называли экономико-математическими моделями межотраслевого баланса).

Суть метода «затраты – выпуск» сводилась к построению системы линейных уравнений, в которых параметрами были коэффициенты затрат на производство продукции. Для проверки стабильности коэффициентов текущих материальных затрат в США Леонтьевым были представлены отчетные межотраслевые балансы за 1919–1929, 1929 и 1939 гг., что позволило установить достаточную степень повторяемости и устойчивости большинства коэффициентов за два десятилетия. Результаты этих исследований приводятся в работах: «Количественный анализ соотношений «затраты – выпуск» в экономической системе США» («Quantitative Input and Output Relations in the Economic System of the United States», 1936), «Структура американской экономики в 1919–1929 гг.: эмпирическое применение анализа равновесия» («The Structure of the American Economy, 1919-1929: An Empirical Application of Equilibrium Analysis», 1941) и в ряде других статей.

В дальнейшем Леонтьев занимался усовершенствованием межрегионального анализа «затраты – выпуск» и сопоставлением матриц инвестиционных коэффициентов, положив начало динамическому методу «затраты – выпуск», на основе которого стало возможным анализировать экономический рост. По методу Леонтьева составляются шахматные балансы хозяйств отдельных американских городов; он стал составной частью систем национальных счетов большинства стран мира, применяется многими правительственными и международными организациями и исследовательскими институтами в качестве важнейшего метода экономического планирования и бюджетной политики.

КЕЙНС Джон Мейнард (1883–1946) – английский экономист, государственный деятель и публицист, основоположник одного из наиболее значительных течений экономической мысли 20 в. – кейнсианства. Получил образование в Итоне и Королевском колледже в Кембридже (1902-1906), где слушал лекции А. Маршалла. С 1920 г. – проф. Кембриджского университета. За свою первую экономическую работу «Индексные методы» Кейнс получил в 1909 г. премию им. А. Смита. В 1930 г. вышла в свет работа Кейнса «Трактат о деньгах», обобщение его лекций по теории денежного обращения. В 1936 г. появился его главный труд «Общая теория занятости, процента и денег» (рус. пер.: М., 1948), в котором сформулированы основные положения кейнсианства. В период второй мировой войны 1939–1945 гг. уделяет значительное внимание разработке финансовых проблем. Предлагает систему мер по мобилизации финансовых ресурсов на нужды войны, в т.ч. и т.н. принудительные сбережения. Кейнс, назначенный (с июля 1940 г.) советником британского казначейства, сыграл видную роль в создании системы военных финансов Великобритании. В тот период уделяет особое внимание вопросам государственного регулирования экономики. В 1942 г. был назначен одним из директоров Английского банка, в этом же году стал членом Палаты лордов и получил титул баронета. В 1944 г. был главным британским представителем на Бреттон-Вудской валютной конференции, разработавшей планы создания Международного валютного фонда (МВФ) и Международного банка реконструкции и развития (МБРР), в основу деятельности которых положен так называемый «План К.», тесно связанный с идеями, изложенными Кейнсом ранее в «Трактате о денежной реформе». Кейнс был назначен членом правлений этих международный финансовых организаций как представитель Великобритании. В мае 1944 г. коалиционное правительство Великобритании опубликовало Белую книгу о политике занятости – первую государственную экономическую программу, основанную на идеях Кейнса. Кейнс был членом Лондонского королевского общества (Академии наук Великобритании).

Теория Кейнса приобрела многочисленных сторонников в США, Великобритании и др. капиталистических странах (У. Бовериджж, С. Харрис, А. Хансен, Р. Харрод, Дж. Робинсон, Л. Клейн, А. Лернер, Е. Домар и др.) и оказала существенное влияние на экономическую политику ряда стран.

Предметом исследования Кейнса стали количественные функциональные зависимости процесса воспроизводства, закономерные количественные связи таких показателей, как капитальные вложения и национальный доход, инвестиции и занятость населения, потребление и сбережения, совокупное количество денег в обращении, уровень цен, зарплаты, прибыли и процента и т.п. Кейнс исследует функциональные аспекты закономерностей воспроизводства, с тем чтобы обеспечить с помощью государственного регулирования его бесперебойное функционирование. Разработанные Кейнсом методы решения хозяйственно-политических задач государственно-монополистического капитализма послужили основанием для провозглашения кейнсианской революции в экономической теории.

ХАРРОД Рай (1900–1978) – английский экономист, представитель неокейнсианства. Специалист по проблемам экономического роста, теории денег, международной торговли. В 1948 г. вышла книга Харрода «К теории экономической динамики», в которой он (почти одновременно с Е. Домаром) выдвинул концепцию экономического роста, обосновавшую возможность поддержания устойчивых темпов развития в длительной перспективе.

ДОМАР Евсей Дейвид (р. 1914) – американский экономист, представитель неокейнсианства, одновременно Р. Харродом выдвинувший концепцию, обосновывающую возможность поддержания устойчивых темпов развития в длительной перспективе. В США с 1936. Окончил Калифорнийский университет в 1939. Степень доктора получил в 1947. С 1940 преподавал в американских университетах и институтах. С 1957 профессор экономики Массачусетсского технологического института. В своей работе «Очерки теории экономического роста» (1957) он выдвинул тезис о двойственной функции инвестиций. В то время Дж. М. Кейнс рассматривал инвестиции лишь как фактор создания дохода, Домар подчёркивал, что инвестиции одновременно создают производственные мощности. С точки зрения Домара, для поддержания устойчивого роста при полной занятости необходимо, чтобы рост доходов (т.е. спрос) соответствовал росту производственных мощностей.

СОЛОУ Роберт Мертон (р. 1924**)** – американский экономист, автор неоклассической модели экономического роста. Лауреат Нобелевской премии по экономике «за вклад в теорию экономического роста» (1987).

Образование получил в Гарвардском (1940–1942, 1945–1948) и Колумбийском (1949–1950) университетах. В 1942–1945 гг. служил в вооруженных силах США. С 1951 г. преподавал статистику и эконометрику на экономическом факультете Массачусетского технологического института (МТИ), ассистент профессора (1954–1958), профессор экономики (1958–1973), с 1973 г. – полный (действительный) профессор МТИ. В 1961–1962 гг. – член Экономического совета при президенте США. Член Эконометрического общества (в 1964 г. – президент), Американской экономической ассоциации (в 1979 г. – президент), американской Национальной академии наук (с 1972 г.), Американского философского общества, Американской академии наук и искусств, почётный член Британского королевского общества и Национальной академии деи Линчеи (Италия). Имеет почётные учёные степени университетов Чикагского, Йельского, Брауна, Тулейнского в г. Новом Орлеане, Уорикского (Великобритания), Парижского (Сорбонна), Женевского и ряда американских колледжей.

Основным вкладом Солоу в современную экономическую теорию является создание неоклассической модели экономического роста, которую он впервые изложил в статье «Вклад в теорию экономического роста» («A Contribution to the Theory of Economic Growth», 1956). По сравнению с более ранними моделями роста, разработанными Е. Домаром, Р. Харродом, В Леонтьевым и Дж. фон Нейманом, которые базировались на фиксированных коэффициентах и не принимали во внимание взаимодействие между капиталом и трудом, модель Солоу определяла соотношение этих факторов и показывала его изменение в процессе экономического роста. Солоу установил, что темпы экономического роста, рассмотренные на протяжении длительного периода, в первую очередь зависят от технологического развития. Теоретическая модель Солоу, первоначально служившая преимущественно инструментом анализа экономического роста, в дальнейшем была расширена за счёт ведения в модель других производственных факторов. В своих последующих статьях «Технические изменения и совокупная производственная функция» («Technical Change and the Aggregate Production Function», 1957) и «Инвестиции и технический прогресс» («Investment and Technical Progress», 1959) Солоу дал эмпирические оценки роли различных производственных факторов в приросте национального продукта. Неоклассического модель экономического роста Солоу использовалась в исследовании проблемы оптимальности сбережений, анализе состояния государственных финансов. Она применялась для оценки возможных воздействий изменений в налоговой политике на последующее экономическое развитие, при изучении колебаний экономического цикла в рамках теории общественного равновесия, а также в анализе рынка ценных бумаг. Работы Солоу стимулировали проведение аналогичных исследований в других странах.

В начале 70-х гг. в связи с процессами урбанизации Солоу плодотворно занимался новыми для того времени направлениями, связанными с изучением проблем экономики городов и землепользования, природных ресурсов, позднее – различными аспектами макроэкономического анализа, в т.ч. исследованием значения проблемы занятости для стабилизационной политики.

САМУЭЛЬСОН Пол Энтони (р.1915) – американский экономист. В 1932–1935 г.г. учился в Чикагском университете, а затем в 1935–1940 гг. в Гарвардском университете. В 1940–1947 гг. ассистент профессора, а затем с 1947 г. профессор экономики Массачусетского технологического института (МТИ). Лауреат нобелевской премии по экономике (1970 г.).

П. Самуэльсон начал изучать экономику в Чикагском университете (под руководством Якоба Винера), а в 1935 г. он по научным соображениям начал работу над докторской диссертацией в Гарварде. Впоследствии он утверждал, что в результате этого перехода ему посчастливилось оказаться в нужное время в нужном месте. В то время в Гарварде работали Эдвард Чемберлен, стоявший у истоков революции в сфере монополистической конкуренции, и Элвин Хансен, ставший вскоре самым известным перешедшим под знамена кейнсианства американским экономистом. Кроме того, преподавателями Гарвардского университета были Й. Шумпетер и В. Леонтьев. В Гарварде Э. Самуэльсон, не достигнув и двадцатипятилетнего возраста, написал многие из своих знаменитых статей, а также докторскую диссертацию, тема которой звучала как «Foundations of Economic Analisis» («Основы экономического анализа»). Начиная с 1940 г. почти вся последующая карьера П. Самуэльсона была связана с МТИ. Многие из его коллег отмечают важную роль ученого в превращении экономического факультета МТИ в лучший экономический факультет среди учебных заведений всего мира. Принятый там подход к преподаванию экономики является примером, которому стремятся подражать многие университеты США и других стран. За исключением двух лет (1944–1945), когда П. Самуэльсон работал в Радиационной лаборатории МТИ, вся его остальная карьера связана с экономикс. Однако он принимал участие и в общественной жизни. Его «Economics» является, возможно, одним из самых удачных учебников по этой дисциплине. В течение многих лет П. Самуэльсон был постоянным автором колонки в еженедельнике «Newsweek». Кроме того, он был советником президента Дж. Кеннеди. Хотя основная известность П. Самуэльсона связана с достижениями в области экономикс, он внес важный вклад и в обсуждение проблем макроэкономической политики (в частности, благодаря выступлениям в 1960-х гг. в поддержку использования управления спросом для обеспечения полной занятости и анализу инфляционной политики с точки зрения краткосрочного компромисса между инфляцией и безработицей).

П. Самуэльсон является наиболее известным экономистом послевоенной эпохи, публикации которого затрагивали практически все аспекты современной экономической науки: теорию потребления, теорию производства, теорию общего равновесия, международную торговлю, экономику благосостояния, теорию циклов деловой активности, кейнсианскую экономику, проблемы инфляции и экономического роста, теории капитала и его оптимального накопления и многие другие вопросы. Кеннет Эрроу назвал его ученым, «оставившим след во всех сферах американской и даже мировой экономики» (*Arrow*, 1967:730). Однако в то время как многие ученые запоминаются преимущественно благодаря идеям, с которыми ассоциируются их имена, научный вклад П. Самуэльсона заключается главным образом в изменении подхода экономистов к их науке. В его ранних работах, и в частности в докторской диссертации 1947 г., рассматривались доказательства в поддержку возможности применения математических подходов к тем проблемам, которые традиционно решались иными методами. Если такие экономисты, как Дж. Хикс и применяли в своих работах математический аппарат, ему отводилось лишь вспомогательное значение. П. Самуэльсон же, напротив, как никто другой делал акцент на формальном выведении качественных оценок тех переменных, которые могли наблюдаться хотя бы в принципе.

ХИКС Джон Ричард (1904–1989) – английский экономист. Внес существенный вклад в разработку проблем экономического равновесия, теории денег, теории благосостояния, международных экономических отношений. Лауреат Нобелевской премии по экономике 1972 г. «за новаторский вклад в общую теорию равновесия и теорию благосостояния» (совместно с К. Эрроу). Получил математическое и экономическое образование в Оксфордском университете. С 1926 г. преподавал в Лондонской школе экономики, в 1935–1938 гг. занимался исследовательской работой в Кембриджском университете. Профессор экономики Манчестерского (1939–1946) и Оксфордского (1952–1965) университетов. До 1971 г. – научный сотрудник Олл – Соулз-колледжа в Оксфорде. Член Британской академии наук, Шведской королевской академии наук, Национальной академии наук Италии, Американской академии, почётный доктор нескольких британских университетов (Глазго, Манчестера, Лестера, Уорика и др.), Технического университета Лиссабона. Президент Королевского экономического общества (1960–1962).

Первая работа Хикса «Теория заработной платы» («The Theory of Wages», 1932) представляла собой попытку применить теорию предельной производительности к анализу заработной платы. Центральное место в ней занимал тезис о возможности взаимозаменяемости капитала и труда. Хикс ввёл в экономический анализ понятие «коэффициент взаимозаменяемости» (или «эластичность субституции») – показатель, определяющий относительную лёгкость замещения одного фактора производства другим.

В анализе проблем экономического роста и экономической динамики Хикс выступает как представитель неоклассического синтеза. Наиболее значительной его работой стала книга «Стоимость и капитал» («Value and Capital», 1939), отправным пунктом которой является идея о субъективной природе стоимости и потребностей. Хикс изучал различные варианты равновесия, отражающие связь между размерами дохода и структурой потребления. Построенная им кривая «доходы – потребление» соответствовала реальным соотношениям цен и давала возможность выявить закономерности реакции потребителя на изменения цен и доходов, а также проанализировать поведение фактора взаимозаменяемости при изменении структуры потребления. Однако теория общего равновесия Хикса носила в целом статический характер, поскольку рассматривала экономическую динамику как последовательный ряд состояний статического равновесия. Анализ Хикса заложил основу для последующих исследований принципа взаимозаменяемости благ в изучении соотношения издержек и результатов. Разработанные им условия сбалансированного состояния экономики представляли определённую ценность, что подтвердили последующие исследования Ж. Дебрё и К. Эрроу. Одно из ключевых понятий динамической концепции Хикса – «временное равновесие» – широко используется в настоящее время в теоретической макроэкономике.

Под непосредственным влиянием работы Дж. М. Кейнса «Трактат о деньгах» («Treatise on Money») Хикс обратился к анализу денег. Значительный резонанс в своё время имела статья «Г-н Кейнс и классики» («Mr. Keynes and the Classics», 1937), в которой Хикс представил диаграмму «Сбережения для капиталовложений – денежный рынок (СК-ДР)», включённую впоследствии во все учебники макроэкономики. Теория Хикса о деньгах о отклонении от кривой ДР предвосхитила современные теории портфеля, которые позднее были разработаны Дж. Тобином.

В 50–60-е гг. Хикс разрабатывал проблемы прикладной экономики, международной торговли, британской налоговой системы, развивающихся стран. Наиболее значительной работой этого времени стала книга «Капитал и рост» («Capital and Growth»,1965), в которой понятие сравнительной динамики использовались для изучения стабильного и оптимальных путей развития и в анализ была введена концепция рынков с «фиксированной» и «гибкой» ценой. В «Теории экономической истории» («A Theory of Economic History», 1969) и книге «Капитал и время» («Capital and Time», 1973)

Хикс применил свою концепцию к анализу экономической истории под углом зрения распространения новой технологии и воздействия этого процесса на экономический рост.

КЛЕЙН Лоуренс Роберт (р. 1920) – американский экономист, представитель кейнсианского направления, ведущий в мире исследователь в области создания и анализа эконометрических моделей деловой активности. Лауреат Нобелевской премии по экономике «за создание эконометрических моделей и их применение к анализу циклических колебаний и экономической политики» (1980).

Математическое и экономическое образование получил в Калифорнийском университете в Беркли и в Массачусетском технологическом институте (МТИ). Сотрудник Комиссии Коулза по экономическим исследованиям при Чикагском университете (1944–1946), Национального бюро экономических исследований (1948), Центра научных обзоров Мичиганского университета (1949–1954), Института статистики при Оксфордском университете (1954–1958). С 1958 г. – сотрудник кафедры экономики, с 1968 г. – проф. кафедры экономики и финансов Пенсильванского университета. Член Американской экономической ассоциации содействия развитию наук и Американского философского общества. Экономический советник президента США Дж. Картера (1975).

Наиболее значительным вкладом Клейна в экономическую теорию была разработка масштабных макроэкономических эконометрических моделей, которые нашли широкое практическое применение в прогнозировании экономического развития. Построенная им в 1946 г. в Комиссии Коулза модель американской экономики опровергала широко распространенное убеждение, что после второй мировой войны 1939–1945 гг. США непременно переживут депрессию, как это случилось после Первой мировой войны 1914–1918 гг. Прогноз Клейна, что экономика будет развиваться под воздействием неудовлетворённого спроса на потребительские товары за счёт покупательной способности людей, демобилизовавшихся из армии, полностью оправдался. Столь же точным оказался его прогноз относительно влияния на экономику США корейской войны начала 50-х гг. Разработанная им совместно со своим аспирантом А. Голдбергером модель американской экономики (модель Клейна–Голдбергера) оказалась образцом построения масштабных моделей национального хозяйства того времени. С конца 50-х гг. Клейн начал конструировать модели американской экономики, которые прочно утвердились в качестве инструментария для краткосрочных прогнозов экономического развития. Впоследствии на их основе он совершенствовал годовые и квартальные эконометрические модели. Наибольшую известность получила разработанная в Пенсильванском университете так называемая Уортонская модель прогнозирования американской экономики. Она до сих пор используется для прогноза изменений национального продукта, экспорта, инвестиций, потребления и т.п., а также для изучения воздействия этих изменений на налогообложение, государственные расходы и пр.

Клейн разрабатывал эконометрические модели для некоторых других стран, в т.ч. Израиля, Мексики и Японии. С 1968 г. он возглавил работу над исследовательским проектом ЛИНК, целью которого являлась координация эконометрических моделей в различных странах и их интегрирование в единую систему с целью расширения возможностей анализа колебаний конъюнктуры и облегчения прогнозирования развития международных экономических связей, мировой торговли и движения капитала. Побочной целью проекта был анализ распространения экономического эффекта политических мероприятий на другие страны и его обратного воздействия на экономику первой страны. Проект ЛИНК стимулировал создание эконометрических моделей во всех странах, которые принимали в нём участие.

МЭНКЬЮ Грегори Н. – американский экономист, профессор Гарвардского университета. В студенческие годы изучал экономику в Принстонском университете и Массачусетском технологическом институте. На протяжении преподавательской деятельности Г. Мэнкью читал различные курсы, в том числе микроэкономику, макроэкономику, статистику и основы экономики.

Статьи профессора Г. Мэнкью публикуются в академических журналах «American Economic Rewiew», «Journal of Political Economy», «Quarterly Journal of Economics». Он автор известного учебника: «Макроэкономика» [русское издание – издательство МГУ, 1994 г.].

Деятельность Г. Мэнкью не ограничивается преподавательской, исследовательской и авторской деятельностью, он – директор программы по монетарной экономике в Национальном бюро экономических исследований, некоммерческом научном центре в Кембридже (штат Массачусетс), а также является советником Федерального резервного банка в Бостоне и Бюджетной службы Конгресса США. Профессор Г. Мэнкью живет в городе Уэлсли, штата Массачусетс.

ЛИТЕРАТУРА

1. Закон РФ от 25 февраля 1999 г. № 39-ФЗ «Об инвестиционной деятельности в Российской Федерации, осуществляемой в форме капитальных вложений» (ред. от 02.01.2000 – 18.12.2006).
2. Большой экономический словарь / под ред. А.Н. Азримяна. 2-е изд. доп. и перераб. М.: Институт новой экономики. 1997. 864 с.
3. Кремер Н.Ш. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики: учеб.-справоч. пособие / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. М.: Высшее образование, 2009. 646 с.
4. Грацинская Г.В. Методология оценки инвестиционного климата в регионах / Г.В. Грацинская, В.Ф. Пучков. СПб: Изд-во СПбГУТД, 2008. 220 с.
5. Грацинская Г.В. Об одном подходе при определении временного лага в инвестиционном процессе на региональном уровне / Г.В. Грацинская, В.Ф. Пучков // Интеграция науки и образования: теория, опыт, проблемы, перспективы: сб. научных трудов / под общ. ред. Р.Н. Авербуха. Гатчина: Изд-во ЛОИЭФ, 1999. С. 207–213.
6. Грацинская Г.В. Оценка потерь от «замораживания» инвестиций с использованием математической модели / Г.В. Грацинская, В.Ф. Пучков // Инновационные процессы в образовании, экономике и управлении социальной сферой: сб. научных трудов / под ред. проф. Р.Н. Авербуха. Гатчина: Изд-во ЛОИЭФ, 2004. С. 154–159.
7. Грацинская Г.В. Эффективность инвестиций / Г.В. Грацинская, В.Ф. Пучков. Гатчина: Изд-во ЛОИЭФ, 2002. 186 с.
8. Доугерти К. Введение в эконометрику / К. Доугерти; пер. с англ. М.: ИНФРА-М, 2001. 402 с. (Серия «Университетский учебник»).
9. Жданов С.А. Экономические модели и методы управления / С.А. Жданов. М: Изд-во «Дело и Сервис», 1998. 176 с.
10. Замков О.О. Математические методы в экономике: учебник. 2-е изд. / О.О. Замков, А.В. Толстопятенко, Ю.Н. Черемных. М.: МГУ им. М.В. Ломоносова; Изд-во «Дело и Сервис», 1999. 368 с.
11. Исаев В.В. Общая теория социально-экономических систем: учеб. пособие. Изд. 2-е, испр. и доп. / В.В. Исаев, А.М. Немчин. СПб.: Изд. дом «Бизнес-пресса», 2002. 176 с.
12. Кейнс Дж. М. Общая теория занятости, процента и денег / Дж. Кейнс. М.: Гелиос АРВ, 2002. 352 с.
13. Кобелев Н.Б. Практика применения экономико-математических методов и моделей: учеб.-практ. пособие / Н.Б. Кобелев. М.: ЗАО «Финстатинформ», 2000. 246 с.

14. Колемаев В.А. Математическая экономика: учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп./ В.А. Колемаев М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. 399 с.
15. Колемаев В.А. Эконометрика: учебник / В.А. Колемаев. М.: ИНФРА–М. 2004. 160 с. (Серия «Высшее образование»).
16. Корнилова И.Л. Решение управленческих задач средствами экономико-математического моделирования: учеб. пособие. 2-е изд., испр. и доп. / И.Л. Корнилова, В.Ф. Пучков. Гатчина: Изд-во ЛОИЭФ. 2004. 184 с.
17. Кундышева Е.С. Математическое моделирование в экономике: учеб. пособие / Е.С. Кундышева; под науч. ред. проф. Б.А. Суслакова. М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К^0», 2004. 352 с.
18. Курицкий Б.Я. Поиск оптимальных решений средствами Excel 7.0 / Б.Я. Курицкий. СПб.: BHV – Санкт-Петербург, 1997. 384 с.
19. Лагоша Б.А. Оптимальное управление в экономике: учеб. пособие / Б.А. Лагоша. М.: Финансы и статистика, 2003. 192 с.: ил.
20. Леонтьев В.В. Межотраслевая экономика / В.В. Леонтьев; пер. с англ. М.: ОАО «Издательство "Экономика"», 1997. 479 с.
21. Ломаза З.М. Использование временных лагов при прогнозировании экономических показателей / З.М. Ломаза, В.Ф. Пучков // Инновационные процессы в образовании, экономике и управлении социальной сферой: сб. научных трудов / под ред. проф. Р.Н. Авербуха. Гатчина: Изд-во ЛОИЭФ, 2004. С. 210–217.
22. Мэнкью Н.Г. Принципы экономикс. 2-е изд., сокращ. / Н.Г. Мэнкью. СПб: Питер, 2002. 496 с.: ил. (Серия «Учебники»).
23. Нуреев Р.М. Экономика развития: модели становления рыночной экономики: учебник / Р.М. Нуреев. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Норма, 2008. 640 с.
24. Орехов Н.А. Математические методы и модели в экономике: учеб. пособие для вузов / Н.А. Орехов, А.Г. Лёвин, Е.А. Горбунов; под ред. проф. Н.А. Орехова. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. 302 с. (Серия «Профессиональный учебник: Экономика»).
25. Орлова И.В. Экономико-математическое моделирование: практич. пособие по решению задач / И.В. Орлова. М.: Вузовский учебник, 2004. 144 с.
26. Политова И.Д. Дисперсионный и корреляционный анализ в экономике. учеб. пособие для эконом. факультетов с/х вузов / И.Д. Политова. М.: «Экономика», 1972. 224 с.
27. Пучков В.Ф. Некоторые методологические аспекты построения математических моделей в экономике / В.Ф. Пучков // Интеграционные процессы в региональных социально-экономических систе-

мах: сб. научных трудов / под общ. ред. Р.Н. Авербуха. Гатчина: Изд-во ЛОИЭФ, 2001. С. 293–299.

28. Пучков В.Ф. Об одном методическом подходе к математическому моделированию замкнутой экономической системы / В.Ф. Пучков, М.В. Александрова, О.А. Ландышева // Интеграционные процессы в региональных социально-экономических системах: сб. научных трудов / под общ. ред. Р.Н. Авербуха. Гатчина: Изд-во ЛОИЭФ, 2001. С. 311–315.
29. Самарский А.А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. 2-е изд., испр. / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. М.: Физматлит, 2001. 320 с.
30. Селищев А.С. Макроэкономика / А.С. Селищев. СПб.: «Издательство "Питер"», 2000. 448 с.: ил. (Серия «Базовый курс»).
31. Тарасевич Л.С. Макроэкономика: учебник / Л.С. Тарасевич, В.М. Гальперин, П.И. Гребенников, А.И. Леусский; под общ. ред. Л.С. Тарасевича. Изд. 3-е, перераб. и доп. СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 1999. 656 с.
32. Финансово-экономические расчеты в EXCEL. Изд. 3-е, перераб. и доп. М.: Информационно-издательский дом «Филинъ», 1999. 328 с.
33. Чураков Е.П. Математические методы обработки экспериментальных данных в экономике: учеб. пособие / Е.П. Чураков. М.: Финансы и статистика, 2004. 240 с.: ил.
34. Шаттелес Т. Современные эконометрические методы / Т. Шаттелес. М: «Статистика», 1975. 240 с.
35. Экономико-математические методы и прикладные модели: учеб. пособие для вузов / В.В. Федосеев, А.Н. Гармаш, Д.М. Дайитбегов и др.; под ред. В.В. Федосеева. М.: ЮНИТИ. 1999. 391 с.
36. Экономическая энциклопедия / науч.-ред. совет изд-ва «Экономика»; Ин-т экон. РАН; гл. ред. Л.И. Абалкин. М.: ОАО «Издательство "Экономика"», 1999. 1055 с.

Валерий Федорович Пучков
доцент, кандидат технических наук

Математические модели макроэкономики

Учебное пособие

Издание третье, переработанное и дополненное

Ответственный редактор В. Андронатий
Корректор И. Гаврилова
Компьютерная верстка И. Иванова

Подписано в печать 14.05.10 г. Формат 60х84 $^{1}/_{16}$

Усл.печ.л. 15,1 Тираж 300 экз. Заказ 694

Издательство Государственного института экономики, финансов, права и технологий
Лицензия ЛП № 000123 от 01.04.00 г.
188300 Ленинградская обл., г. Гатчина, ул. Рощинская, д. 5

Цена свободная