

**Московский международный институт эконометрики,
информатики, финансов и права**

Горбатов В.В.

Логика

Москва, 2004

Горбатов В.В. Логика / Московский международный институт
эконометрики, информатики, финансов и права. – М., 2004. – 92 с.

© Горбатов В.В., 2004

© Московский международный институт эконометрики, информатики,
финансов и права, 2004

СОДЕРЖАНИЕ

I. Предмет и основные понятия логики	5
§1. Возникновение логики.....	5
§2. Предмет логики	6
§3. Понятие логической формы.....	8
§4. Логическое следование и логическая истинность	10
II. Логика и язык.....	12
§1. Язык как знаковая система.....	12
§2. Смысл и значение знака. Виды знаков	13
§3. Естественные и искусственные языки	14
§4. Принципы правильного использования языковых выражений	15
§5. Логико-семантические парадоксы	17
III. Классическая логика высказываний.....	20
§1. Язык и табличное построение КЛВ	20
§2. Основные законы КЛВ	22
§3. Логические отношения между формулами КЛВ	25
§4. Критерий правильности для умозаключений КЛВ	28
§5. Основные способы правильных умозаключений КЛВ	29
IV. Силлогистика.....	32
§1. Состав и виды простых атрибутивных высказываний.....	32
§2. Язык и семантика силлогистики.....	33
§3. Отношения между атрибутивными высказываниями	35
§4. Умозаключения по логическому квадрату	36
§5. Обращение атрибутивных высказываний	37
§6. Превращение атрибутивных высказываний.....	38
§7. Противопоставление атрибутивных высказываний	39
§8. Простой категорический силлогизм.....	40
§9. Энтимемы и полисиллогизмы.....	43
V. Понятие.....	45
§1. Общая характеристика понятий	45
§2. Виды понятий по характеру их объема	47
§3. Виды понятий по типу элементов объема	48
§4. Виды понятий по типу указываемых в них признаков	48
§5. Булевы операции над понятиями	50
§6. Отношения между понятиями по объему.....	51
§7. Обобщение и ограничение понятий	53
§8. Деление понятий	54
§9. Классификация	57

VI. Определение	59
§1. Определение и приемы, сходные с ним.....	59
§2. Явные определения	61
§3. Неявные определения	62
§4. Контекстуальные и неконтекстуальные определения.....	64
§5. Реальные и номинальные определения.....	65
§6. Правила определения.....	66
VII. Обобщающая индукция	69
§1. Дедукция и индукция как способы познания.....	69
§2. Математическая вероятность как мера правдоподобности.....	79
§3. Понятие подтверждающего примера	71
§4. Полная индукция.....	73
§5. Неполная индукция.....	75
§6. Статистическая индукция.....	77
VIII. Исключающая индукция и аналогия.....	80
§1. Понятие о причинной зависимости.....	80
§2. Методы установления причинных зависимостей.....	81
§3. Умозаключения по аналогии	85
Ответы и решения	89

I. ПРЕДМЕТ И ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ЛОГИКИ

§1. Возникновение логики

Слово «логика» происходит от древнегреческого «λογοζ» что переводится как «разум», «мысль», «суждение». Логика является одной из самых древних наук.

Первоначально она разрабатывалась в связи с запросами практики судопроизводства. От логической доказательности речи обвиняемого или обвинителя часто зависело решение суда – особенно в сложных и запутанных правовых ситуациях. Неумение четко и ясно формулировать свои мысли, изобличать подвохи и «ловушки» своих оппонентов могло стоить оратору очень дорого. Этим пользовались так называемые софисты – платные учителя мудрости. Непросвещенной публике они могли «доказать» что белое – это черное, а черное – это белое, после чего за большие деньги обучали своему искусству всех желающих.

Известен следующий случай. Однажды знаменитый софист Протагор повстречал способного, но бедного юношу по имени Эватл. Они заключили договор, согласно которому Эватл должен был заплатить за обучение не сразу, а после первого выигранного им судебного процесса. Но обещанных денег Протагор так и не увидел, поскольку юноша после обучения ни разу не появился в суде. Тогда учитель обвинил его в неблагодарности и подал на него в суд. «Если судьи признают, что я прав, – рассуждал Протагор, – он заплатит мне по решению суда, а если они его оправдают, то это будет первый выигранный им судебный процесс, и тогда он заплатит согласно договору». Но Эватл привел свои доводы: «Если я выиграю, то ничего платить не буду, ведь победитель побежденному платить не обязан; если же я проиграю, значит он плохо меня учил, и тогда я не должен ему платить по договору.» Складывается впечатление, что оба они правы – но ведь этого быть не может!

Внешне правильное рассуждение, содержащее какую-то скрытую уловку, называется *софизмом*. В процессе аргументации умение разоблачать софизмы необходимо, но все же недостаточно. Особенно если речь идет о научной аргументации, целью которой является не победа в споре, а отыскание истины.

Быстро развивавшаяся античная наука была вторым важным источником возникновения логики. В рамках философии, физики, геометрии, биологии постепенно вырабатывались самые разнообразные познавательные приемы, которые нужно было методологически обосновать, обобщить и систематизировать.

Этим занимались многие мыслители, но как стройная научная теория логика впервые сформировалась в IV веке до н.э. в трудах выдающегося древнегреческого философа Аристотеля (384–322 до н.э.). Логические трактаты Аристотеля – «Категории», «Об истолковании»,

Первая и Вторая «Аналитики», «Топика» и «О софистических рассуждениях» – были объединены его последователями под общим названием «Органон». Слово «органон» по-гречески означает «орудие», и для самого Аристотеля логика выступает прежде всего как орудие, инструмент любого рационального познания.

С другой стороны, аристотелевскую логику часто называют «каноном», то есть правилом, образцом. Она не только объясняет, как должна строиться любая наука, но и сама показывает пример строгой научности и рациональности. Примечательно, что логическая система Аристотеля является первой в истории человечества формальной аксиоматической теорией – идеал, к которому стремятся все точные науки.

Упражнение 1. (а) Объясните, что упустил из виду Протагор при составлении договора с Эватлом. Какое уточнение позволило бы ему чтобы избежать парадокса?

(б) Определите, какая уловка скрывается в следующем софизме:

$$\begin{aligned} & \text{Пусть } a=b, \text{ тогда} \\ & a^2 - ab = a^2 - b^2 \\ & a(a - b) = (a + b)(a - b) \\ & a = a + b \\ & a = 2a \\ & 1=2 \end{aligned}$$

§2. Предмет логики

Логика – это нормативная наука о формах и приемах интеллектуальной познавательной деятельности, осуществляемой с помощью языка.

Познание – это процесс отражения действительности в человеческом сознании, целью которого является получение адекватных знаний о мире. В процессе познания можно выделить две ступени: чувственную и рациональную (интеллектуальную).

На **чувственной ступени** мир познается посредством анализаторов (органов чувств). Основные формы такого познания – ощущения, восприятия и представления – являются чувственными образами конкретных предметов реального мира, результатами их воздействия на органы чувств.

На **рациональной ступени** познания происходит анализ, обобщение и систематизация данных чувственного опыта. Особенности рационального познания являются

– *обобщенность* (здесь мы познаем *общее* у разнородных предметов, *законы*, которым они подчиняются),

– *абстрактность* (человеческое мышление не только отражает реальный мир, но и творит собственный мир абстрактных объектов – чисел, свойств, отношений и т.п.),

– *активный и целенаправленный характер* (оно является не побочным результатом практических действий человека, а имеет собственную *цель* – отыскание истины),

– *вербальность* (инструментом рационального познания всегда служит *язык*).

Основными формами, в которых фиксируются результаты рациональной познавательной деятельности, являются *понятия, суждения и теории*.

Понятие – это мысль, которая посредством указания на некоторый признак выделяет из универсума и собирает в класс (обобщает) предметы, обобщающие этим признаком. В языке понятия выражаются посредством описательных терминов, которым придан строго фиксированный смысл.

Суждение – это мысль, содержащая утверждение о наличии или отсутствии в действительности некоторого положения дел. Суждения выражаются в языке с помощью повествовательных предложений (высказываний), которые можно оценить как истинные или ложные.

Теория – это система связанных между собой понятий и суждений, относящихся к некоторой предметной области. В качестве предметной области могут выступать множество точек, линий и плоскостей (геометрия), множество чисел и количественных величин (арифметика), множество живых организмов (биология) и т.д. Главная задача теории – установление *закономерностей* функционирования объектов предметной области. Кроме того, теория может выступать как средство *объяснения и предсказания* явлений исследуемой области.

Кроме изучения основных форм интеллектуальной познавательной деятельности, задачей логики является исследование *приемов* мышления – тех интеллектуальных процедур, которые осуществляются в процессе познания. К их числу относятся, например, определение, классификация, научное объяснение, выдвижение и проверка гипотез, постановка и решение задач, научная полемика. Однако центральное место в логических исследованиях занимает анализ такой познавательной операции, как *рассуждение*.

Рассуждение – это процедура обоснования некоторого высказывания посредством пошагового выведения его из других высказываний.

Простейшим видом рассуждения является *умозаключение* – непосредственный переход от одного или нескольких высказываний к одному общему выводу. При этом исходные высказывания называются *посылками*, результирующее – *заключением*. В ходе рассуждения могут осуществляться несколько умозаключений, причем заключения одних могут быть посылками других.

В качестве примера такого сложного рассуждения приведем решение старой логической задачи о трех колпаках. По условию, имеется три колпака – два белых и один черный. Двое игроков

закрывают глаза и каждому из них на голову надевают по одному колпаку. Игрок не может видеть, какого цвета колпак у него на голове, но должен узнать это путем рассуждения. Победителем считается тот, кто первым дает правильный ответ.

Сложность в том, что обоим игрокам надевают белые колпаки. На первый взгляд, при таком раскладе задача решения не имеет, и оба играющих некоторое время растерянно молчат. Тем не менее, попробуем порассуждать за одного из них.

- 1) *На моем противнике белый колпак.*
- 2) *Значит, на мне самом может быть белый или черный.*
- 3) *Допустим, что на мне черный колпак.*
- 4) *Тогда мой противник видит перед собой человека в черном колпаке.*
- 5) *Черный колпак всего один.*
- 6) *Если мой противник не глуп, он сразу поймет, что на нем белый колпак.*
- 7) *Но он молчит.*
- 8) *Значит допущение, что на мне черный колпак, было неверным.*
- 9) *Следовательно, на мне белый колпак.*

В этом рассуждении нет ничего трудного, но оно требует умения четко ставить вопросы, выделять наиболее существенное и абстрагироваться от всего несущественного. Существенным в данном случае является не столько цвет колпака, который мы видим на противнике, сколько сам факт его молчания.

Упражнение 2. Постройте «выигрышное» рассуждение для случая с тремя играющими, на каждом из которых оказался белый колпак (естественно, общее количество колпаков должно быть равно пяти – два черных и три белых).

§3. Понятие логической формы

Логика не только описывает различные приемы познания, но и формулирует критерии их правильности. Какие рассуждения можно считать правильными? Каким требованиям должны удовлетворять определение, вопрос, классификация и т.д.?

Ответ на эти вопросы должен быть достаточно общим, чтобы охватить все осуществляемые человеком познавательные операции, независимо от их содержания. Это возможно лишь в том случае, если при изучении человеческого мышления исследовать не его содержание, а форму – то есть наиболее общее и существенное.

Поскольку мышление всегда осуществляется в языке, выявление логической формы начинается с анализа того или иного языкового контекста. В качестве такового могут выступать отдельное словосочетание, простое или сложное предложение, а также рассуждение, строящееся из набора простых или сложных предложений.

Логической формой некоторого языкового контекста называют способ связи содержаний его частей. Выявить логическую форму понятия, суждения, умозаключения – значит раскрыть его внутреннюю структуру, которая остается в результате отвлечения от содержания нелогических (дескриптивных) выражений, входящих в его состав.

Отметим, что логическую форму контекста можно выявлять по-разному, на более или менее глубоком уровне анализа. Способ выявления логической формы обусловлен тем, какие типы языковых выражений считаются логически важными, существенными, а какие – нет. Несущественные с точки зрения логики выражения заменяются при анализе специальными буквами – параметрами.

Иногда достаточно учитывать лишь структуру сложных высказываний – как, например, в рассуждении

Лгать я не умею: либо говорю правду, либо ничего не говорю.

Если сказать ей правду, она рассердится.

Если ничего не сказать, то тем более рассердится.

Она рассердится в любом случае.

Отвлекаясь от смысла входящих в это рассуждение простых высказываний и обозначая их буквами **A**, **B**, **C**, мы получаем:

Либо A, либо B.

Если A, то C.

Если B, то C.

C

Этого достаточно, чтобы увидеть правильность сделанного вывода. Действительно, при любых **A**, **B** и **C** подобная структура рассуждения гарантирует истинность заключения при условии истинности посылок.

Однако порой приходится осуществлять более глубокий анализ, вникая во внутреннюю структуру простых высказывания и учитывая смысл таких слов как «все», «некоторые», «являются», «не являются», «необходимо», «возможно», «разрешено», «запрещено» и т.д. Таким образом, логическая форма – понятие относительное. Какая часть содержания языкового контекста является логически существенной, а какая нет, мы определяем исходя из стоящих перед нами познавательных задач.

В практике повседневных рассуждений часто бывает так, что логически важная информация упоминается лишь вскользь, между строк, а второстепенная – наоборот, подчеркивается и выдвигается на первый план. Поэтому надо уметь не только видеть существенное, но и отвлекаться от несущественного.

Упражнение 3. Определите, какая информация является логически существенной в следующих задачах, и найдите их решение.

а) Двое подошли к реке. У пустынного берега стояла лодка, вмещающая только одного человека. Оба они переправились на этой лодке через реку и продолжили свой путь. Как они это сделали?

б) *Сын отца бухгалтера убил отца сына бухгалтера. Однако бухгалтер здесь ни при чем – это и не убийца, и не убитый. Как это может быть? В каких родственных отношениях находятся преступник и его жертва?*

в) *Мужчина продавал попугая и уверял покупателя, что этот попугай будет повторять на любом языке каждое услышанное слово. Обрадованный покупатель приобрел чудо-птицу. Но дома он обнаружил, что попугай «нем, как рыба». Тем не менее, продавец не лгал. Как это объяснить?*

г) *В городе А есть всего два парикмахера, у каждого из которых своя парикмахерская. Заглянув в первую, вы видите, что в салоне грязно, сам мастер неряшливо одет, небрежно подстрижен и плохо выбрит. В салоне другой парикмахерской идеально чисто, сам мастер изысканно одет, безукоризненно подстрижен и выбрит. У какого мастера лучше подстричься и почему?*

Понятие логической формы является фундаментальным для логики. Через него определяются понятия логического следования, логической истинности, логического закона и др.

§4. Логическое следование и логическая истинность

Одна из важнейших задач логики – определять, какие рассуждения являются правильными, и почему. Сразу заметим, что нельзя смешивать вопрос о правильности рассуждения с вопросом об истинности или ложности его вывода. Правильным или неправильным вывод является *по своей логической форме* – в зависимости от того, следует или не следует он из посылок. Истинным или ложным он является *по своему содержанию* – в зависимости от того, соответствует или не соответствует это содержание действительному положению дел.

Дадим теперь строгое определение понятию логического следования. Из некоторого множества посылок V_1, V_2, \dots, V_n **логически следует** заключение A , если и только если логическая форма данного рассуждения гарантирует, что при истинности V_1, V_2, \dots, V_n суждение A тоже всегда будет истинным. Например, рассуждение

Все слоны – тяжелые.

Все слоны – млекопитающие.

Некоторые млекопитающие – тяжелые.

является логически правильным, поскольку его логическая форма

Все С есть Т.

Все С есть М.

Некоторые М есть Т.

гарантирует, что при любой интерпретации параметров C , T и M из истинных посылок мы получим истинное заключение.

Другая, не менее важная задача логики – обнаружение законов мышления, которые были бы истинными всегда и при любых

обстоятельствах, то есть *логически истинными*. **Логически истинными** называются высказывания, истинность которых гарантирована их логической формой. Сами же логические формы таких высказываний называют **логическими законами**.

Например, высказывание «жизнь есть жизнь» является логически истинным, поскольку его логическая форма «А есть А» гарантирует, что при любой интерпретации параметра А мы получим истинное высказывание. Сама же формула «А есть А» представляет собой логический закон.

Существуют, конечно, и высказывания, логическая форма которых гарантирует их ложность. Такие высказывания называются **логически ложными**, а их логические формы – **логическими противоречиями**. Каждое логическое противоречие – это отрицание какого-то логического закона.

Например, высказывание «в детстве у меня не было детства» (А.П. Чехов) является логически ложным. Его логическая форма – «А не есть А» – гарантирует, что при любой интерпретации параметра А мы получим ложное высказывание. Надо заметить, что люди редко нарушают логические законы открыто. Чаще всего противоречие проникает в наши рассуждения в неявной форме, по недомыслию.

Упражнение 4. Найдите источники противоречия в следующих контекстах:

а) «Сударь, немой явился ... и хочет с вами поговорить». – «А откуда ты знаешь, что он немой?» – «Во всяком случае, он сам так сказал». (Ивин А.А. Логика. – М., 1999, С. 162.)

б) «Когда-то отец мне сказал: «никогда не слушай ничьих советов». С тех пор я неукоснительно следую его совету».

в) Разговор в бюро патентов: «Ну, и что вы нам принесли?» – «Мое величайшее открытие! Это кислота, которая разъедает все существующие вещества!» – «И много ее у вас?» – «Целая банка!».

г) «Доктор, помогите мне. Я несчастный человек – никогда ни в чем не уверен ...» – «Ни в чем?» – «Ни в чем...» – «Никогда?» – «Никогда...» – «Вы уверены в этом?» – «Абсолютно!»

д) «Кто женат, я? Да я никогда не был женат! Спроси хоть у моего шурина».

II. ЛОГИКА И ЯЗЫК

§1. Язык как знаковая система

Язык – это система знаков, предназначенная для фиксации, хранения, переработки и передачи информации.

Знак – это объект, используемый интерпретатором в процессе познания или общения в качестве представителя какого-либо другого объекта.

Роль знаков в познании исследовал еще Аристотель. Этой проблемой занимались Лейбниц и другие ученые. В XIX веке, в связи с запросами логики и лингвистики возникает специальная наука о знаках – семиотика, основы которой заложил Ч.С. Пирс (1839-1914). Предметом этой науки является **знаковая ситуация (семиозис)**, состоящая из трех элементов:



В качестве знаков могут выступать произнесенные вслух или написанные слова и словосочетания, графические символы, жесты, сигналы и т.п. Например, словосочетание «основатель логики» служит знаком Аристотеля, символ «+» в языке арифметики – знаком операции сложения, красный сигнал светофора – знаком того, что движение запрещено.

Репрезентируемые знаками предметы могут иметь различную природу. «Предметом» в логике называют все, что мы можем мыслить, все, что может стать объектом нашего рассмотрения – конкретные материальные индивиды, абстрактные объекты, свойства, отношения, функции, множества, процессы, явления, события, состояния и т.п.

В качестве интерпретатора может выступать отдельное лицо, группа людей или человеческое сообщество. Иногда этот термин трактуют расширительно, допуская, что интерпретацию могут осуществлять не только человеческие существа, но также животные, электронные машины и т.п.

Язык как знаковую систему можно рассматривать в трех аспектах, каждый из которых исследуется в специальном разделе семиотики.

1) Синтаксис изучает отношения между самими знаками (правила построения и преобразования выражений языка и т.д.)

2) **Семантика** исследует отношения знаков к представляемым ими объектам (правила придания смысла и значения правильно построенным выражениям языка).

3) **Прагматика** изучает отношение интерпретатора к знакам, а также отношения между интерпретаторами в процессе языкового общения (правила и приемы практического использования знаков людьми).

§2. **Смысл и значение знака. Виды знаков**

Значением знака называется предмет, репрезентируемый данным знаком. Множество всех предметов, которые знак репрезентирует, называется его **экстенсионалом**.

Смыслом знака (интенсионалом) называют информацию о репрезентируемом предмете, которая позволяет интерпретатору распознать этот предмет среди остальных.

Например, значением знака «автор «Евгения Онегина» является А.С. Пушкин, именно он обозначается этим словосочетанием. Смысл же этого знака – та информация об А.С. Пушкине, которую он содержит, а именно признак «быть (единственным) человеком, написавшим «Евгения Онегина».

Принято считать, что все знаки имеют смысл. Смысл может уже содержаться в самом знаке (тогда знак называют **описательным**) или придаваться ему как бы внешним образом, с помощью определения (тогда знак называют **неописательным**). «Наименьшее натуральное число», «первый российский космонавт», «высочайшая вершина мира» – знаки описательные, а «0», «Гагарин», «Эверест» – неописательные.

Однако не все знаки обязательно имеют значение в той предметной области, о которой говорится в контекстах, содержащих эти знаки. Например, словосочетание «нынешний король Франции» не имеет значения на множестве людей, живущих в настоящее время; знак «наибольшее натуральное число» не имеет значение на множестве натуральных чисел. Такие знаки называют **пустыми** или **мнимыми**. Если же знак репрезентирует предметы, имеющиеся в соответствующей предметной области, то его называют **непустым**. Например, очевидно непуст знак «человек, читающий в данный момент это предложение».

Произведем логический анализ выражения «учащийся высшего или среднего специального учебного заведения».

Значение: (любой) студент. **Экстенсионал:** множество всех студентов.

Смысл (интенсионал): сложный признак «обучаться в высшем или среднем специальном учебном заведении».

Вид знака: знак непустой, описательный.

Упражнение 1. Произведите логический анализ языковых выражений:

- а) Прямоугольник, у которого диагонали равны.
- б) Учитель Платона.
- в) Ближайшая к Солнечной системе звезда.
- г) Наиболее удаленная от Солнечной системы звезда.
- д) Евклид.
- е) Кентавр.

§3. Естественные и искусственные языки

Различают естественные и искусственные языки. **Естественные языки** возникли прежде всего как средство общения между людьми, их формирование и развитие представляют собой длительный исторический процесс и происходят в основном стихийно. В качестве знаков здесь используются произнесенные вслух или написанные слова и словосочетания. К числу естественных относятся такие разговорные языки как русский, английский, греческий и т.п.

Искусственные языки сознательно создаются человеком для решения определенных задач. Здесь в качестве знаков используются специальные символы. Примерами искусственных языков являются язык шахматной нотации, язык химических формул, языки программирования и т.д. Логические теории также используют искусственные языки для выражения внутренней структуры суждений и умозаключений.

Естественный язык, прекрасно приспособленный для общения людей, с формальной точки зрения обладает рядом негативных свойств.

1) **Многозначность**: значение отдельных терминов можно понять только из контекста («ключ», «коса» и т.п.).

2) **Некомпозициональность**: в естественном языке отсутствуют четкие правила, позволяющие определять значение сложного выражения, когда известны значения всех входящих в него слов («Он встретил ее на поляне с цветами»).

3) **Самоприменимость**: выражения языка могут говорить о самих себе («Данное предложение состоит из шести слов»).

На использовании указанных особенностей разговорного языка строятся многочисленные софизмы. Возьмем, например, такое рассуждение:

Двоечник Вася опять не сделал домашнее задание.

Человека нельзя наказывать за то, что он не сделал.

Васю нельзя наказывать за то, что он не сделал домашнее задание.

Данный софизм основан на двусмысленности слова «что», которое может выступать и как местоимение, и как союзное слово. В результате словосочетание «то, что он не сделал» имеет два значения: 1) то конкретное действие, которого он не сделал, и 2) само отсутствие действия.

Важной особенностью искусственных языков является то, что они позволяют не просто фиксировать информацию о мире, но фиксировать ее в максимально четкой и эффективной форме. Французский философ Э. Кондильяк отмечал: «Науки малоточные – это науки, язык которых плохо построен». Поэтому все современные научные теории либо создают свои формализованные языки, либо, как минимум, стремятся соблюдать простейшие семантические принципы, позволяющие избежать языковых «ловушек» и парадоксов.

§4. Принципы использования языковых выражений

Принцип однозначности: каждое выражение языка должно иметь только одно значение (экстенционал). С нарушением этого принципа связана ошибка, которую называют «**подмена значения**».

Существование Нептуна было доказано астрономами.

Нептун – это бог.

Существование бога было доказано астрономами.

Здесь слово «Нептун» используется в двух значениях: в первой посылке имеется в виду планета Солнечной системы, во второй – божество из греческой мифологии. Когда значения слова различаются столь явно, подмену заметить легко. Но если они хотя бы частично совпадают друг с другом, например одно является обычным, а другое – расширительным (или, наоборот, специализированным), ошибка может остаться незамеченной. Иногда подмена значения производится в несколько шагов, каждый из которых сам по себе не вызывает подозрения. Попробуйте самостоятельно проанализировать следующее рассуждение:

Гильотина – это смерть.

Смерть – это вечный сон.

Сон – лучшее лекарство от головной боли.

Гильотина – лучшее лекарство головной боли.

Принцип предметности: предложение должно говорить о предметах, обозначаемых входящими в него выражениями, а не о самих этих выражениях. С нарушением этого принципа связана ошибка, которую называют «**автонимное употребление имен**».

Сравните два предложения: 1) *Стол – это предмет мебели*, 2) *Стол – это существительное*. В первом слово "стол" употребляется правильно, поскольку речь идет о предмете, а во втором – автонимно, поскольку речь идет о самом этом слове. Чтобы избежать подобных ошибок, надо всегда использовать кавычки в тех случаях, когда требуется сказать что-то о выражениях языка. Предложение «*"Стол" – это существительное*» построено правильно. Если же пренебречь кавычками, мы рискуем получить довольно нелепый вывод:

Стол – это существительное.

Некоторые столы имеют четыре ножки

Некоторые существительные имеют четыре ножки.

Принцип взаимозаменяемости: при замене выражений с одинаковым значением, предложение, в котором эта замена осуществляется, не должно изменять свое истинностное значение (истинное предложение должно оставаться истинным, а ложное – ложным).

Пусть дано предложение «Земля вращается вокруг Солнца». Заменяем «Солнце» на «центральное тело Солнечной системы». Очевидно, что значения этих выражений совпадают. В результате такой замены из истинного предложения получаем тоже истинное предложение: «Земля вращается вокруг центрального тела Солнечной системы».

Принцип взаимозаменяемости кажется естественным, однако можно привести примеры замены языковых выражений, которые ему противоречат. Рассмотрим предложение «Птолемей считал, что Солнце вращается вокруг Земли». Оно истинно. Заменяем слово «Солнце» на выражение «центральное тело Солнечной системы», имеющее то же значение. Получим ложное предложение.

Как сохранить принцип взаимозаменяемости и избежать подобных недоразумений? Следует различать два способа употребления языковых выражений. Первый – *экстенциональный*, при котором выражения просто выделяют предметы. Вторым – *интенциональный*: предметы, обозначаемые выражениями, рассматриваются в определенном смысле, аспекте (показателем чего могут служить слова «знает» «верит», «ищет», «думает» и т.п.). Если выражение употребляется в определенном аспекте, то его можно заменить другим выражением с тем же значением, только если во втором выражении предметы рассматриваются *в том же* аспекте. В приведенном выше примере замену можно было бы произвести, если бы только Птолемей считал, что слова «Солнце» и «центральное тело Солнечной системы» означают одно и то же.

Упражнение 2. Определите, какие принципы нарушены в следующих рассуждениях:

а) *Шлиман искал местоположение Трои. Местоположение Трои – это холм Гиссарлык. Следовательно, Шлиман искал холм Гиссарлык.*

б) *Союз и в предложении не может быть подлежащим. Но в самом этом предложении подлежащее – союз и. Следовательно, оно противоречит само себе.*

в) *Движение вечно. Хождение в институт – это движение. Следовательно, хождение в институт вечно.*

г) *Редкая птица долетит до середины Днепра. Пингвин – птица редкая. Следовательно, пингвин долетит до середины Днепра.*

д) *«Знаешь ли ты, что я хочу тебе сказать?» – «Нет.» – «А знаешь ли ты, что лгать нехорошо?» – «Да» – «Но именно об этом я и*

хотел тебе сказать. Значит, ты солгал, отвечая на первый вопрос. Как же тебе не стыдно? Ведь ты сам сказал, что лгать нехорошо!»

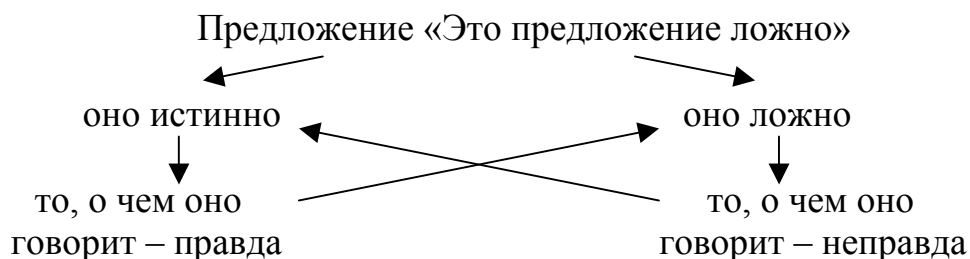
§5. Логико-семантические парадоксы

Естественный язык является самым необходимым инструментом человека в его интеллектуальной деятельности. Однако именно язык часто создает проблемы для тех, кто его использует. Эти проблемы заложены в самом языке, они не связаны напрямую с логикой, но для того, чтобы эффективно пользоваться языком как инструментом интеллектуального познания, необходимо выявить, рассмотреть и попытаться устранить, возникающие в языке противоречия.

Если противоречие связано с нарушением какого-либо из перечисленных выше принципов, его можно разрешить, просто исправив допущенную ошибку. Однако в языке встречаются и неустраняемые противоречия, называемые **парадоксами** или **антиномиями**. Откуда они возникают?

Как отмечал польский логик А. Тарский, естественный язык **семантически замкнут** – его семантические правила и понятия формулируются в нем же самом. Например, смысл такого семантического термина как «значение» разъясняется с помощью некоторого набора слов, каждое из которых уже должно иметь какое-то значение. Смысл термина «истина» задается с помощью некоторого количества предложений, каждое из которых само уже должно быть истинно, и т.д. Таким образом, возникает замкнутый круг, который как раз и может привести к разнообразным парадоксам.

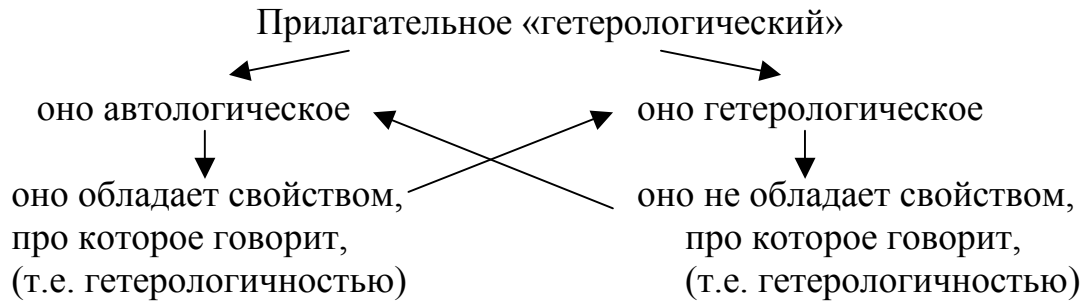
Парадокс Эвбулида (парадокс лжеца) известен с древнейших времен. Рассмотрим предложение: «*Это предложение ложно*». Если оно истинно, значит то, что в нем утверждается, – правда, то есть оно на самом деле ложно. Но если оно ложно, значит то, что оно утверждает, неверно, то есть оно истинно.



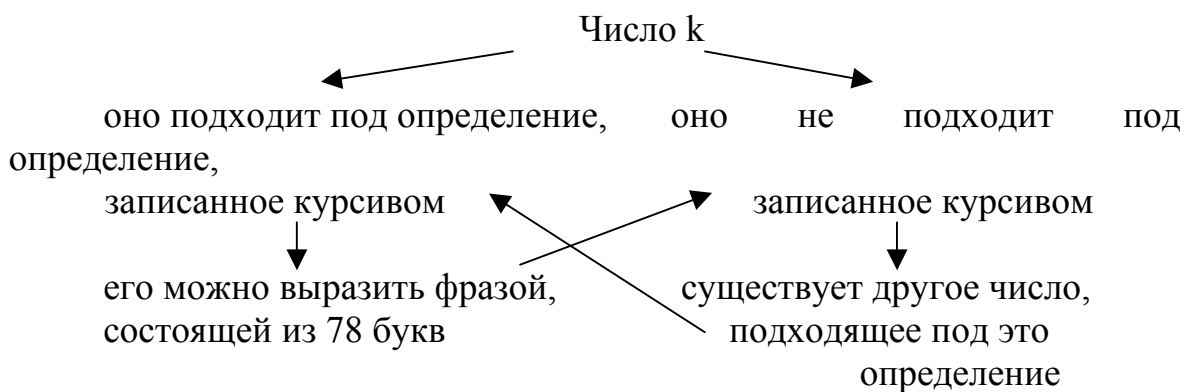
Упражнение 3. Проанализируйте реплики Джима и Тома. Кто из них прав, а кто лжет? *Джим: «То, что говорит Том – ложь». Том: «То, что говорит Джим – правда».*

Парадокс Греллинга-Нельсона (парадокс гетерологичности). Пусть все прилагательные делятся на две категории: *автологические* – обладающие свойством, про которое говорят, и *гетерологические* – не

обладающие свойством, про которое говорят. Слово «понятный» само является понятным, слово «русский» само является русским. Это – автологические прилагательные. Слово «усатый» само не носит усов, слово «длинный» само не является длинным. Это – гетерологические прилагательные. А теперь поставим вопрос: к какому типу относится прилагательное «гетерологический»? Если оно автологическое, то должно обладать свойством, про которое говорит, то есть быть гетерологическим. Но если это слово гетерологическое, то оно не должно обладать свойством, про которое говорит, то есть должно быть автологическим.



Парадокс Ришара-Берри (парадокс определимости). В русском языке числа можно выражать с помощью слов и словосочетаний. Пусть k – *минимальное число, которое нельзя выразить словосочетанием, состоящим менее чем из ста букв*. Но сама фраза, выделенная курсивом, состоит менее чем из ста букв (точнее – из 78). И все-таки, она вполне однозначно определяет число k . Значит, число k можно выразить словосочетанием, состоящим менее чем из ста букв.



В каждом из трех данных рассуждений заметна одна общая черта: противоречие появляется тогда, когда языковое выражение начинает говорить что-то о самом себе. Действительно, самоприменимость – необходимое (хотя и недостаточное) условие всякого парадокса. Чтобы устранить самоприменимость знаковых выражений, надо разорвать семантическую замкнутость естественного языка. Для этого в логике разделяется **объектный язык** – тот язык, который является объектом исследования, и **мета-язык** – тот, с помощью которого исследуется объектный язык.

Упражнение 4. Используя свои знания о языковых парадоксах, ответьте на следующие вопросы.

а) Путешествуя по Африке, миссионер повстречал племя людоедов. «Добро пожаловать, – говорят они ему, – ты как раз к обеду. Вот только не знаем, сварить тебя или пожарить. А что ты сам думаешь по этому поводу? Если ты скажешь правду, мы тебя пожарим. А если солжешь, придется тебя сварить». Что должен сказать путешественник, чтобы его не сварили и не пожарили?

б) Эта задача была известна еще древним грекам. Крокодил выхватил младенца из рук зазевавшейся матери. — «Послушай, о несчастная мать! Ответь мне всего лишь на один вопрос, и если ты ответишь правильно, то я верну тебе сына. А если ошибешься, я, так и быть, его съем! Вот мой вопрос: а съем ли я твоего ребенка?» Что она должна ответить?

в) В романе Сервантеса «Дон Кихот» описывается следующая ситуация. Некое поместье делится на две половины многоводною рекою. Через эту реку переброшен мост, и тут же, с краю, стоит виселица и находится нечто вроде суда, в коем обыкновенно заседают четверо судей. Судят они на основании закона, изданного владельцем реки, моста и всего поместья: «Всякий проходящий по мосту через сию реку долженствует объявить под присягою, куда и зачем он идет, и кто скажет правду, тех пропускать, а кто солжет, тех без всякого снисхождения отправлять на виселицу». Многие люди хотели пройти через мост, и как скоро судьи удостоверились, что прохожие говорят правду, то пропускали их. Но вот однажды некий человек поставил судей в безвыходное положение. Когда его привели к присяге, он поклялся, что идет через мост лишь для того, чтобы ...С какой же целью он шел туда?

III. КЛАССИЧЕСКАЯ ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ

§1. Язык и табличное построение КЛВ

Логика высказываний (пропозициональная логика) – это теория, изучающая логическую структуру сложных высказываний, отношения между ними и выводы, построенные с учетом этой структуры.

При выявлении логических форм контекстов естественного языка в этой теории происходит абстрагирование от содержаний простых высказываний, от их внутренней структуры, а учитывается лишь то, с помощью каких союзов и в каком порядке простые высказывания сочленяются в сложные. Алфавит логики высказываний включает в себя три вида символов:

- 1) **пропозициональные переменные** – p, q, r, s, \dots
- 2) **пропозициональные связки** – $\neg, \&, \vee, \underline{\vee}, \supset, \equiv$
- 3) **скобки** – $(,)$.

Пропозициональные переменные замещают собой простые высказывания. Например, высказывание «идет дождь» можно обозначить символом p , высказывание «светит солнце» – символом q , и т.д. Пропозициональные связки предназначены для того, чтобы объединять простые высказывания в более сложные. Их аналогом в естественном языке чаще всего выступают грамматические союзы.

\neg – **отрицание** («не»; «неверно, что», «неправда, что» и т.п.)

$\&$ – **конъюнкция** («и», «а», «но», «хотя», и т.п.)

\vee – **дизъюнкция** («или», «по крайней мере одно из двух» и т.п.)

$\underline{\vee}$ – **строгая дизъюнкция** («либо-либо», «только одно из двух» и т.п.)

\supset – **импликация** («если, то», «значит», «вытекает» и т.п.)

\equiv – **эквиваленция** («если и только если», «равнозначно» и т.п.)

Значимые выражения в языке КЛВ называются **формулами**. Пропозициональные переменные сами по себе уже являются (атомарными) формулами. Более сложные формулы получаются из атомарных с использованием связок. Если A и B – формулы, то $\neg A$, $A \& B$, $A \vee B$, $A \underline{\vee} B$, $A \supset B$, $A \equiv B$ – тоже формулы. Ничто другое не является формулой. Формула, входящая в состав некоторой формулы, называется ее **подформулой** и выделяется скобками.

Часто используется соглашение об опускании скобок. Считается, что каждая следующая связка в приведенном выше перечне связывает слабее, чем предыдущая. Так, например, дизъюнкция связывает переменные слабее, чем конъюнкция, эквиваленция – слабее, чем импликация, и т.д.

Переводить высказывания с обычного языка на естественный не трудно. Пусть, например, p означает «Ромео любит Джульетту», q –

«Джульетта любит Ромео», r – «Джульетта красивая», s – «Ромео храбрый». Тогда переводом следующих высказываний будут формулы:

- «Ромео храбрый и любит Джульетту» $s \& p$
- «Неверно, что Джульетта некрасивая или Ромео ее не любит» $\neg(\neg r \vee \neg p)$
- «Если Джульетта красива, а Ромео храбр, то они любят друг друга» $(r \& s) \supset (p \& q)$

Упражнение 1: запишите на языке КЛВ предложения:

а) «Если Ромео храбр, но не любит Джульетту, значит она некрасивая».

б) «Неверно, что Джульетта любит Ромео если и только если он ее любит».

в) «Либо Джульетта красивая, но не любит Ромео, либо Ромео храбрый, но не любит Джульетту».

г) «Если Джульетта любит Ромео, а он ее нет, значит либо она некрасивая, либо он трус».

д) «Неверно, что из храбрости Ромео вытекает его любовь к Джульетте».

Семантика языка КЛВ задается с помощью так называемых «таблиц истинности». Каждая отдельная пропозициональная переменная, замещающая собой простое предложение, может быть истинной или ложной. Это обозначается, соответственно, буквами «и» и «л». Истинность или ложность более сложных формул можно всегда определить, зная истинностное значение содержащихся в них переменных. Для этого существует таблица:

p	q	$\neg p$	$p \& q$	$p \vee q$	$p \underline{\vee} q$	$p \supset q$	$p \equiv q$
и	и	л	и	и	л	и	и
и	л	л	л	и	и	л	л
л	и	и	л	и	и	и	л
л	л	и	л	л	л	и	и

Рассмотрим на примере, как строится таблица истинности для произвольной формулы. Пусть нам дано высказывание: «Если Ромео и Джульетта любят друга, то неверно, что по крайней мере один из них не любит другого». Его переводом на язык КЛВ будет формула: $(p \& q) \supset \neg(\neg p \vee \neg q)$.

Алгоритм построения таблицы истинности:

1) Определить число строк (оно вычисляется по формуле $k = 2^n$, где k – количество строк, а n – число различных пропозициональных переменных, входящих в формулу).

2) Задать все комбинации совместной истинности/ложности пропозициональных переменных¹.

3) Вычислить (построчно) значение каждой подформулы и формулы в целом (используя данное выше табличное определение пропозициональных связок).

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \& q$	$\neg p \vee \neg q$	$\neg(\neg p \vee \neg q)$	$(p \& q) \supset \neg(\neg p \vee \neg q)$
и	и	л	л	и	л	и	и
и	л	л	и	л	и	л	и
л	и	и	л	л	и	л	и
л	л	и	и	л	и	л	и

В этой таблице всего четыре строки, поскольку формула содержит лишь две переменные – **p** и **q**. Первые два столбца задают все возможные комбинации совместной истинности и ложности этих переменных. Следующие пять столбцов показывают, каким будет значение каждой подформулы в той или иной строчке. Последний (результатирующий) столбец показывает значение всей формулы в целом.

В зависимости от того, каким является результирующий столбец таблицы, выделяют три вида формул: *тождественно-истинные*, *тождественно-ложные* и *логически случайные*.

Тождественно-истинной (общезначимой) называется формула, принимающая значение «и» во всех строках таблицы.

Тождественно-ложной (невыполнимой) называется формула, принимающая значение «л» во всех строках таблицы.

Логически случайной (собственно выполнимой) называется формула, принимающая в некоторых строках таблицы значение «и», а в некоторых – «л».

В приведенном примере формула является тождественно-истинной. Она истинна всегда, независимо от того, истинны или ложны входящие в нее пропозициональные переменные. Другими словами, данная формула выражает собой логический закон.

Упражнение 2: установите табличным способом, к каким видам относятся следующие формулы: а) $\neg(p \& q) \equiv (\neg p \& \neg q)$, б) $(p \supset q) \supset (\neg q \supset \neg p)$, в) $(p \equiv q) \& (p \vee q)$

§2. Основные законы КЛВ

Законом логической теории является формула, принимающая значение «истина» при любой допустимой в данной теории интерпретации нелогических символов в ее составе.

¹ Для этого существует очень простой метод. Колонку под первой переменной делим пополам – половину раз пишем «и», половину – «л»; для каждой следующей переменной чередование «и» и «л» в столбцах учащается в два раза.

В КЛВ понятие закона совпадает с понятием тождественно-истинной формулы. Наиболее часто в практике рассуждений используются следующие законы КЛВ:

1) **Закон тождества** $A \supset A$. Если высказывание истинно, то оно истинно.

Мысль не должна изменяться в процессе рассуждения. Утверждение «Идет дождь» (A) должно оставаться утверждением о том, что идет дождь (A), а не подменяться фразами вроде «На самом-то деле дождя нет – так, моросит немножко».

2) **Закон непротиворечия** $\neg(A \& \neg A)$. Два противоречащих друг другу высказывания не могут быть одновременно истинными.

Допустим, что мы повстречали двух спорящих людей, один из которых говорит: «Да, это правда!» (A), а другой – «Нет, не правда!» ($\neg A$). Разве обязательно знать, о чем они спорят, чтобы понять, что один из них лжет?

3) **Закон исключенного третьего** $A \vee \neg A$. Из двух противоречащих высказываний по крайней мере одно истинно.

Любое высказывание можно либо утверждать (A), либо отрицать ($\neg A$) – третьего не дано. Продолжая предыдущий пример, мы легко можем утверждать, что один упомянутых в нем людей точно прав.

4) **Закон двойного отрицания** $A \equiv \neg\neg A$. Двойное отрицание высказывания равнозначно его утверждению.

Предположим, что к нашим спорщикам подошел третий. Первый говорит: «Да!» (A), второй – «Нет!» ($\neg A$), а третий заявляет второму «Все-таки ты не прав!» ($\neg\neg A$). Очевидно, что первый и третий утверждают одно и то же.

5) **Закон Клавия** $(\neg A \supset A) \supset A$. Если из отрицания суждения вытекает оно само, то такое суждение заведомо истинно.

Рассмотрим суждение «Существуют отрицательные суждения». Его отрицание – «Не существует отрицательных суждений» ($\neg A$) – само является отрицательным, то есть подтверждает истинность отвергаемого в нем положения (A). Следовательно, исходное суждение является заведомо истинным (A).

6) **Закон Дунса Скота** $\neg A \supset (A \supset B)$. Из заведомо ложного высказывания вытекает любое высказывание.

В повседневных рассуждениях мы часто используем этот закон чтобы подчеркнуть неправдоподобность, абсурдность каких-либо высказываний. Например, в высказывании «Если он миллионер (A), то я – китайский император (B)» подразумевается невозможность указанного лица оказаться миллионером ($\neg A$).

7) **Законы Де Моргана** $\neg(A \& B) \equiv \neg A \vee \neg B$. Отрицание конъюнкции равнозначно дизъюнкции двух отрицаний. $\neg(A \vee B) \equiv \neg A \& \neg B$. Отрицание дизъюнкции равнозначно конъюнкции двух отрицаний.

Например, отрицанием высказывания «Он был на месте преступления (А) и видел преступника (В)» будет «Он не был там ($\neg A$) или не видел преступника ($\neg B$)», а отрицанием высказывания «Он посетил Париж (А) или Монте-Карло (В)» будет «Он не был ни в Париже ($\neg A$), ни в Монте-Карло ($\neg B$)».

8) **Закон контрапозиции** ($A \supset B \equiv \neg B \supset \neg A$). Если из одного высказывания вытекает второе, то из отрицания второго вытекает отрицание первого.

Например, высказывание «Если Джонс виновен в этом преступлении (А), то и Браун виновен (В)» равнозначно высказыванию «Если Браун не виновен ($\neg B$), то и Джонс не виновен ($\neg A$)».

9) **Закон транзитивности импликации** ($(A \supset B) \& (B \supset C) \supset (A \supset C)$). Если из одного высказывания вытекает второе, а из него – третье, то и из первого высказывания вытекает третье.

Например, из суждений «Если приходит осень, опадают листья» и «Если опадают листья, в лесу становится светлее» вытекает «Если приходит осень, в лесу становится светлее».

10) **Законы дистрибутивности**

$$A \vee (B \& C) \equiv (A \vee B) \& (A \vee C)$$

$$A \& (B \vee C) \equiv (A \& B) \vee (A \& C)$$

11) **Законы взаимовыразимости связок**

$$A \& B \equiv \neg(\neg A \vee \neg B)$$

$$A \vee B \equiv \neg(\neg A \& \neg B)$$

$$A \supset B \equiv \neg A \vee B$$

$$A \equiv B \equiv (A \supset B) \& (B \supset A)$$

Упражнение 3: определите, какие из приведенных выше законов КЛВ используются (или нарушаются) в следующих примерах:

а) *Универсальный устав любой фирмы: «(1) начальник всегда прав, (2) если начальник неправ, смотри пункт (1)».*

б) *«Или ты сейчас же извинишься, или ...» – «Или что?!» – «...Или не извинишься!»*

в) *«Речка движется и не движется... Песня слышится и не слышится...»*

г) *«Скажи честно, может ли Ланцелот победить дракона?» – «Может! ...Но не сейчас ...И не дракона ...И не Ланцелот...»*

д) *К царю Соломону пришли два человека, чтобы он их рассудил. Внимательно выслушав первого, Соломон сказал: «Ты прав». Выслушав второго, который во всем противоречил первому, он произнес: «Ты тоже прав». Женщина, присутствовавшая при этом, воскликнула: «Но ведь это невозможно!». На что Соломон ответил: «И ты права, женщина».*

е) «Если бы она не спросила, он бы и не сказал. Если бы он не сказал, она бы не расстроилась. Значит, если бы она сама не спросила, то не расстроилась бы».

ж) «Директор школы возражает против отмены решения о запрете контроля за причёсками». Как это понять? Можно ли ходить с любыми причёсками?

§3. Логические отношения между формулами КЛВ

Иногда в процессе рассуждения бывает важно установить, в каких логических отношениях находятся те или иные высказывания. Допустим, при расследовании ограбления банка были получены показания трех свидетелей. Один говорит: «Если виновен Браун, то виновен и Джонс», другой: «Если виновен Джонс, то виновен и Браун», а третий – «Виновен только один из них: либо Браун, либо Джонс». Могут ли они все трое лгать? Могут ли они все трое говорить правду?

Для решения этой задачи достаточно построить совместную таблицу для показаний трех свидетелей. Пусть **p** означает, что *виновен Браун*, а **q** – что *виновен Джонс*.

		1-й свидетель	2-й свидетель	3-й свидетель
p	q	$p \supset q$	$q \supset p$	$p \vee q$
и	и	и	и	л
и	л	л	и	и
л	и	и	л	и
л	л	и	и	л

Из данной таблицы видно, что свидетели не могут все втроем говорить правду, но не могут и все втроем лгать. Более того, оказывается, что даже двое свидетелей не могут вместе лгать – в каждой строке только одна формула является ложной, а две – истинными.

В качестве *фундаментальных* логических отношений в КЛВ выделяют отношения *совместимости по истинности*, *совместимости по ложности* и *логического следования*.

Формулы **A** и **B** *совместимы по истинности*, если и только если в их совместной таблице истинности существует хотя бы одна строка, где они вместе принимают значение «и».

Формулы **A** и **B** *совместимы по ложности*, если и только если в их совместной таблице истинности существует хотя бы одна строка, где они вместе принимают значение «л».

Из формулы **A** *логически следует* формула **B**, если и только если во всех строках, где **A** принимает значение «и», **B** тоже принимает значение «и».

На основе этих отношений могут быть определены другие типы отношений между формулами. Наиболее употребимые из них:

(1) **Отношение противоречия (контрадикторности).** Формулы А и В находятся в отношении противоречия, если и только если они несовместимы по истинности и несовместимы по ложности.

(2) **Отношение противоположности (контрарности).** Формулы А и В находятся в отношении контрарности, если и только если они совместимы по ложности и не совместимы по истинности.

(3) **Отношение подпротивоположности (субконтрарности).** Формулы А и В находятся в отношении субконтрарности, если и только если они совместимы по истинности и не совместимы по ложности.

(4) **Отношение логической эквивалентности.** Формулы А и В находятся в отношении логической эквивалентности, если и только если из формулы А логически следует формула В, а из формулы В логически следует формула А.

(5) **Отношение логической независимости.** Формулы А и В находятся в отношении логической независимости, если и только если они совместимы по истинности, совместимы по ложности и не следуют логически друг из друга.

(6) **Отношение логического подчинения.** Формула В логически подчиняется формуле А, если и только если из формулы А логически следует формула В, но не наоборот.

Упражнение 4: табличным способом установите, какие из следующих формул находятся в отношении противоречия, какие в отношении противоположности, а какие логически эквивалентны.

а) $p \ \& \ \neg q$, б) $q \ \& \ \neg p$, в) $p \supset q$, г) $\neg(q \supset p)$, д) $\neg q \supset \neg p$

Используя знания о совместимости или несовместимости некоторого множества суждений по истинности или ложности, иногда можно достаточно точно установить истинностное значение входящих в них пропозициональных переменных. Например, рассмотрим следующую задачу, построенную в стиле известного логика Р. Смаллиана:

Благородный рыцарь оказался в ловушке у коварного короля. Перед ним коридор, в который выходят три двери. Известно, что за каждой дверью кто-то есть – может быть, принцесса, а может быть – тигр. Известно также, что принцесса может оказаться только за той дверью, на которой написана истина, а тигр – только за той, на которой ложь. Вот какие надписи были на этих дверях:

1-я дверь: «Если здесь принцесса, то в соседней комнате тигр».

2-я дверь: «Слева и справа одинаковые существа».

3-я дверь: «Если здесь тигр, то в соседней комнате принцесса».

Какую дверь он должен открыть, если хочет найти принцессу, а не стать добычей тигра?

В данном случае нам известно лишь содержание надписей, а надо установить их истинность или ложность. Пусть **p** означает надпись на первой двери, **q** – на второй, а **r** – на третьей. Мы знаем также, что принцесса фактически означает истину (утверждение), а тигр – ложь (отрицание).

Теперь, используя эти переменные, можно формализовать содержание каждой надписи:

1-я надпись: $p \supset \neg q$

2-я надпись: $p \equiv r$

3-я надпись: $\neg r \supset q$

Но поскольку сами эти надписи ранее уже были обозначены переменными **p**, **q** и **r**, мы вправе утверждать следующие эквивалентности:

1) $p \equiv (p \supset \neg q)$

2) $q \equiv (p \equiv r)$

3) $r \equiv (\neg r \supset q)$

Построим совместную таблицу для этих трех формул.

p	q	r	$\neg q$	$p \supset \neg q$	$p \equiv r$	$\neg r$	$\neg r \supset q$	1	2	3
и	и	и	л	л	и	л	и	л	и	и
и	и	л	л	л	л	и	и	л	л	л
и	л	и	и	и	и	л	и	и	л	и
и	л	л	и	и	л	и	л	и	и	и
л	и	и	л	и	л	л	и	л	л	и
л	и	л	л	и	и	и	и	л	и	л
л	л	и	и	и	л	л	и	л	и	и
л	л	л	и	и	и	и	л	л	л	и

Мы знаем, что условия 1-3 истинны. В таблице видно, что они могут быть вместе истинными лишь в четвертой строке. Значит, в этой строке и надо искать ответ: $p = \mathbf{и}$, $q = \mathbf{л}$, $r = \mathbf{л}$. Другими словами, принцесса находится в первой комнате, а в остальных двух – тигры.

Упражнение 5. С помощью таблиц истинности найдите решение следующей задачи.

Умирая, богатый дядя оставил Джону наследство – банковский чек на сумму 1 млн. фунтов стерлингов. Но чтобы деньги не пропали зря, дядюшка поставил одно неперемное условие – наследник должен уметь рассуждать логически. Сначала, в присутствии нотариуса, чек будет положен в один из четырех абсолютно одинаковых конвертов. Отличаются они только тем, что на каждом из них написано по одному предложению, причем на первых двух надписи сделаны синими чернилами, а на третьем и четвертом – красными.

1-й конверт: «Обе красные надписи ложны».

2-й конверт: «Обе синие надписи истинны».

3-й конверт: «По крайней мере одна красная надпись ложна».

4-й конверт: «По крайней мере одна синяя надпись истинна».

Чек будет лежать в конверте, на котором написана правда. Юноша должен путем рассуждения определить, в каком именно. В случае ошибки все деньги будут перечислены на счет благотворительной организации. Какой конверт надо выбрать?

§4. Критерий правильности для умозаключений КЛВ

Табличный метод позволяет также эффективно проверить правильность любого умозаключения из конечного числа посылок. Достаточно установить, имеется ли между множеством посылок (для этого все посылки конъюнктивно объединяются в одну формулу) и заключением отношение *логического следования*, определенное выше.

Например, проверим такое рассуждение:

Или злоумышленник уехал в экипаже, или свидетель ошибся. $p \vee q$

Если злоумышленник уехал в экипаже, то он имел сообщника. $p \supset r$

Если свидетель не ошибся, то сообщника не было. $\neg q \supset \neg r$

Свидетель ошибся, и сообщник все-таки был. $q \& r$

Конъюнктивно объединив посылки, получаем формулу $(p \vee q) \& (p \supset r) \& (\neg q \supset \neg r)$. Осталось проверить, следует ли из нее формула $q \& r$. Построим таблицу:

p	q	r	$p \vee q$	$p \supset r$	$\neg q \supset \neg r$	$(p \vee q) \& (p \supset r) \& (\neg q \supset \neg r)$	$q \& r$
и	и	и	л	и	и	л	и
и	и	л	л	л	и	л	л
и	л	и	и	и	л	л	л
и	л	л	и	л	и	л	л
л	и	и	и	и	и	и	и
л	и	л	и	и	и	и	л
л	л	и	л	и	л	л	л
л	л	л	л	и	и	л	л

В таблице видно, что при истинности посылок заключение может оказаться ложным (6-я строка). Логического следования нет. Данное рассуждение является ошибочным.

Упражнение 6. При помощи таблиц истинности определите, являются ли правильными следующие рассуждения.

а) Если Джон не встречал этой ночью Смита, то либо Смит был убийцей, либо Джонс лжет. Если Смит не был убийцей, то Джонс не встречал Смита этой ночью, и убийство имело место после полуночи. Если убийство было совершено после полуночи, то либо Смит был

убийцей, либо Джонс лжет. Следовательно, убийца – Смит. (Мендельсон Э. Введение в математическую логику. – М., 1971. С.31)

б) «Если капиталовложения останутся постоянными, то возрастут правительственные расходы или возникнет безработица. Если расходы правительства не возрастут, то налоги будут снижены. Если налоги будут снижены, а капиталовложения останутся постоянными, то безработица не возникнет. Следовательно, правительственные расходы возрастут. (Там же.)

в) Алиса долго думала, кому послать приглашения на свой день рождения: «Если пригласить Дэвида или Сильвестра, то не придет Джулия – насколько я знаю, она с ними в ссоре. С другой стороны, если на дне рождения будет Роза, то надо приглашать и Дэвида, потому что он – ее кавалер. А если не придут ни Роза, ни Сильвестр, то не придет и Ричард, ведь кроме них он ни с кем не знаком в моей кампании. Но Ричарда надо пригласить обязательно. Значит, Джулия все равно не придет».

г) Если это преступление совершил Иванов, то он знает, где находятся похищенные деньги. Иванов не знает, где находятся похищенные деньги, но знает, где находятся похищенные вещи. Иванова видели на месте преступления примерно в то время, когда оно было совершено. Следовательно, Иванов не совершал этого преступления. (Ивлев Ю.В. Логика для юристов. – М., 1996, С. 93).

Однако при практическом использовании логики каждый раз применять процедуру построения таблиц истинности было бы слишком громоздко. Поэтому имеет смысл выделить наиболее важные и часто встречающиеся способы правильных умозаключений.

§5. Основные способы правильных умозаключений КЛВ

1) **Условно-категорические умозаключения.** Это двухпосылочные умозаключения, которые содержат имплицативную посылку $A \supset B$. Другая посылка, а также заключение могут быть либо антецедентом (**A**), либо консеквентом (**B**) первой посылки, либо отрицанием того или другого ($\neg A$ или $\neg B$). К числу правильных условно-категорических умозаключений относятся:

$\frac{A \supset B, A}{B}$ – *modus ponens* (утверждающий способ) и

$\frac{A \supset B, \neg B}{\neg A}$ – *modus tollens* (отрицающий способ).

Таким образом, правильными являются умозаключения от утверждения антецедента (**A**) к утверждению консеквента (**B**) и от отрицания консеквента ($\neg B$) к отрицанию антецедента ($\neg A$).

Примеры:

1) Если идет дождь, то крыши мокрые. Дождь идет. Значит, крыши мокрые.

2) Если наступает осень, с деревьев опадают листья. Листья еще не опали. Значит, осень не наступила.

Упражнение 7. Построив таблицу истинности, докажите, что умозаключения от утверждения консеквента (**B**) к утверждению антецедента (**A**) и от отрицания антецедента ($\neg A$) к отрицанию консеквента ($\neg B$) являются неправильными.

2) **Разделительно-категорические умозаключения.** Эти умозаключения также являются двухпосылочными, причем в них имеется дизъюнктивная посылка ($A \vee B$) или строго дизъюнктивная посылка ($A \underline{\vee} B$). Другая же посылка и заключение совпадают с одним из дизъюнктов (**A** или **B**) или с его отрицанием ($\neg A$ или $\neg B$).

К числу правильных разделительно-категорических умозаключений относятся:

$A \vee B, \neg A$ – *modus tollendo ponens*

B (отрицающе-утверждающий способ) и

$A \vee B, A$ – *modus ponendo tollens*

$\neg B$ (утверждающе-отрицающий способ).

Примеры:

1) В машине кончился бензин или она сломалась. Машина не сломалась. Значит, кончился бензин.

2) В прошлую субботу подозреваемый был либо в городе, либо на даче. Он был на даче. Следовательно, в городе его не было.

Упражнение 8. Построив таблицу истинности, докажите, что если в умозаключении *ponendo tollens* используется не строгая дизъюнкция, а обычная, это умозаключение является неправильным.

3) **Условно-разделительные (лемматические) умозаключения.** Эти умозаключения содержат несколько имплицативных и одну дизъюнктивную посылку. В дизъюнктивной посылке разделяются определенные варианты развития событий, каждый из которых имеет свое следствие. Рассмотрев и сравнив эти следствия, мы приходим к одному общему заключению. Если число рассматриваемых вариантов равно двум, такие умозаключения называются **дилеммами**:

$A \supset C, B \supset C, A \vee B$ *простая конструктивная дилемма:*
C

$A \supset B, A \supset C, \neg B \vee \neg C$ *простая деструктивная дилемма:*
 $\neg A$

$A \supset C, B \supset D, A \vee B$ *сложная конструктивная дилемма:*
C \vee D

$A \supset C, B \supset D, \neg C \vee \neg D$ сложная деструктивная дилемма:
 $\neg A \vee \neg B$

В простых дилеммах заключение представляет собой простое суждение, в сложных – разделительное. В конструктивных дилеммах заключение является утвердительным, в деструктивных – отрицательным.

Если рассматривается три возможных варианта положения дел, такие умозаключения называются *трилеммами*, если больше – *полилеммами*.

Упражнение 9. Определите, какие умозаключения использованы в следующих примерах:

а) *Если президент подпишет законопроект, то он лишится поддержки профсоюзов. Если же он наложит на данный законопроект veto, то он потеряет доверие предпринимателей. Президент подпишет законопроект или наложит на него veto. Следовательно, он лишится поддержки профсоюзов или потеряет доверие предпринимателей.*

б) *Прибыв на место преступления, следователь сразу установил, что, во-первых, преступник проник в помещение через форточку; во-вторых, похищено очень много вещей. Далее он рассуждал примерно так: «Если преступник был один, то он должен был быть очень щуплым, чтобы пролезть в форточку. С другой стороны, если преступник был один, он должен был быть невероятно сильным, чтобы унести все украденное. Но ведь нельзя совмещать в себе такие противоположные свойства – либо он не был сильным, либо он не был щуплым. Следовательно, преступник был не один».*

в) *Британское адмиралтейство обратилось к министру финансов с просьбой выделять 18 шиллингов в месяц на питание кота, охраняющего документы от мышей. Министр ответил так: «Если в адмиралтействе есть мыши, то деньги на питание кота не нужны, поскольку он может питаться мышами. Если мышей нет, то деньги тоже не нужны, поскольку незачем тогда держать кота. Следовательно, деньги на кота не нужны».*

IV. СИЛЛОГИСТИКА

§1. Состав и виды простых атрибутивных высказываний

Силлогистика является исторически первой дедуктивной теорией, ее отец – Аристотель. Благодаря своей простоте и естественности она выступала образцом и основой логической науки на протяжении двух тысячелетий.

Силлогистика – это теория, изучающая логическую структуру простых атрибутивных высказываний, отношения между ними и выводы, построенные с учетом этой структуры.

Простыми называются высказывания, не содержащие внутри себя пропозициональных связок.

Атрибутивными (от лат. «atribut» – свойство) называются высказывания о наличии или отсутствии некоторого свойства у определенного класса предметов. Например, «Некоторые художники талантливы», «Ни один бегемот не летает» и т.п. В составе атрибутивных высказываний выделяют четыре структурных элемента:

1) **Субъект** (логическое подлежащее) – термин, обозначающий те предметы, о которых в высказывании нечто утверждается или отрицается.

2) **Предикат** (логическое сказуемое) – термин, обозначающий свойство, наличие которого утверждается или отрицается у этих предметов.

3) **Кванторное** (количественное) **слово** – указывает, о каком количестве предметов идет речь. Слова «все», «каждый», «ни один» выражают *всеобщность* приписываемого свойства относительно данного класса предметов. Слова «некоторые», «по крайней мере один», «существует» выражают *существование* в данном классе предметов с указанным свойством.

4) **Связка** – слово, которое утверждает или отрицает наличие некоторого свойства у субъекта. Связки делятся на *утвердительные* («есть», «является», «суть») и *отрицательные* («не есть», «не является», «не суть»).

Исходя из их логической структуры, атрибутивные высказывания принято делить *по качеству* – на утвердительные и отрицательные, и *по количеству* – на общие и частные.

Пример: «Некоторые млекопитающие являются хищниками».

кванторное слово субъект связка предикат
(Суждение частноутвердительное)

§2. Язык и семантика силлогистики

Язык силлогистики предназначен для того, чтобы выражать состав, структуру и вид атрибутивных высказываний. Его алфавит включает в себя:

- 1) *Переменные для терминов* – S, P, M, ...
- 2) *Силлогистические константы* – a, e, i, o.
- 3) *Символ внутреннего (терминного) отрицания* – \sim .
- 4) *Символ внешнего (пропозиционального) отрицания* – \neg .
- 5) *Скобки* – (,).

Терминные переменные передают состав атрибутивных высказываний (S чаще всего обозначает субъект, P – предикат).

Терминное отрицание « \sim » служит для того, чтобы изменять смысл термина на противоположный: если S означает «воспитанный», то $\sim S$ – «невоспитанный», и т.д. В естественном языке внутреннему отрицанию обычно соответствуют отрицательные приставки («не-», «без-», «дис-», «а-» и т.п.).

Силлогистические константы выражают собой тип высказывания:

высказывания	общие	частные
утвердительные	a	i
отрицательные	e	o

– эти гласные буквы были взяты средневековыми логиками из латинских слов «affirmo» (утверждаю) и «nego» (отрицаю). Соединение терминов с помощью констант дает четыре элементарных силлогистических формулы:

SaP: Все S есть P.

SeP: Ни один S не есть P.

SiP: Некоторые S есть P.

SoP: Некоторые S не есть P.

Внешнее отрицание « \neg » используется для того, чтобы отрицать всю формулу в целом. Ни в коем случае нельзя путать внешнее и внутреннее отрицание. В результате применения « \neg » и « \sim » мы получаем два различных высказывания. Сравните:

\neg **SaP** Неверно, что (\neg) все дети (S) являются воспитанными (P).

Sa \sim P Все дети (S) являются невоспитанными (\sim P).

Упражнение 1. Пусть S – «счастливые», M – «красивые», P – «богатые». Запишите на языке силлогистики следующие высказывания:

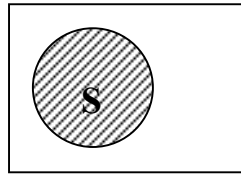
а) *Не все богатые люди являются счастливыми.*

б) *Некоторые несчастные люди являются красивыми.*

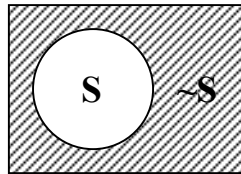
в) *Некоторые некрасивые люди не являются бедными.*

Семантика силлогистики проста. Она задается на круговых схемах (т.н. «кругах Эйлера»). Каждому термину сопоставляется определенный

класс предметов, графически обозначаемый с помощью круга. Например, термину «хищники» соответствует выделенный среди множества животных класс хищников:



Термину с отрицанием $\sim S$ соответствует класс предметов, не входящих в S :

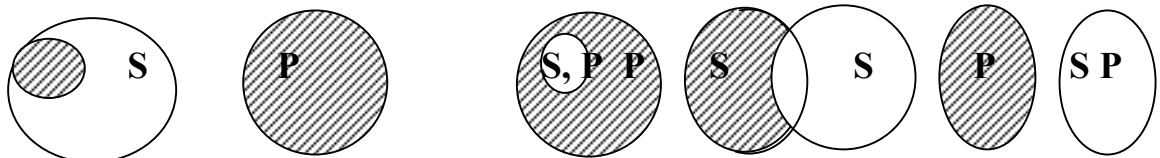


Каждое атрибутивное высказывание будем рассматривать как утверждение о полном или частичном включении (невключении) одного класса в другой. Используя круговые схемы, условия истинности формул SaP , SeP , SiP и SoP можно задать с помощью таблицы:

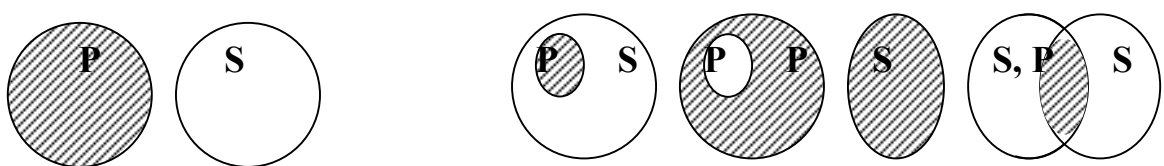
	1	2	3	4	5
SaP и		л	и	л	л
SeP л		л	л	л	и
SiP и		и	и	и	л
SoP л		и	л	и	и

Множество предметов класса S , относительно которых справедливо данное атрибутивное суждение, называется **объемом сказывания**. Объем сказывания на круговых схемах обозначается штриховкой.

Суждение SaP истинно на схемах: Суждение SoP истинно на схемах:



Суждение SeP истинно на схеме: Суждение SiP истинно на схемах:



С помощью круговых схем вводится также очень важное семантическое понятие *распределенности терминов*. Термин в

атрибутивном высказывании считается *распределенным*, если и только если *на всех* модельных схемах, где это высказывание истинно, его объем *полностью* заштрихован или *полностью* незаштрихован.

Условимся помечать распределенные термины знаком «+», а нераспределенные – знаком «-». Тогда можно суммировать сказанное следующим образом:

$$S^+ a P^- \quad S^+ e P^+ \quad S^- i P^- \quad S^- o P^+$$

Для удобства запоминания стоит отметить, что субъекты распределены в общих суждениях (SaP и SeP), а предикаты – в отрицательных (SeP и SoP).

Упражнение 2. Составьте из приведенных терминов два различных высказывания и укажите на круговых схемах условия их истинности: «Верующий» (S^-), «монах» (P^+).

§3. Отношения между атрибутивными высказываниями

В КЛВ любые два простых высказывания автоматически считаются независимыми, что не всегда отражает их действительное отношение между ними. Силлогистика в этом смысле является более тонким инструментом рассуждения – она помогает устанавливать логические отношения между простыми атрибутивными высказываниями с учетом их *внутренней структуры*.

Для того чтобы это понять, достаточно обратиться к приведенной выше таблице. Здесь видно, что высказывания SeP («Ни один S не есть P») и SiP («Некоторые S есть P») вовсе не являются независимыми. Между ними существует очень важная зависимость: если одно из них истинно, то второе обязательно ложно, и наоборот – если одно из них ложно, второе обязательно истинно. Используя определения, данные в предыдущей главе, мы можем сказать, что эти два высказывания друг другу *противоречат*, то есть находятся в отношении *контрадикторности*.

Всего между простыми атрибутивными высказываниями (с одинаковыми терминами) можно установить четыре типа отношений. Средневековые логики наглядно изображали их с помощью так называемого «*логического квадрата*»:

SaP контрарность SeP

n			e
n	p		и n
о	о		ч о
д	т		е д
ч		и p	ч
и		во	и
н		во	н
е		и p	е
н	т		е н
и	о		ч и
е	p		и е
n			e

SiP субконтрарность SoP

Пример. Рассмотрим два высказывания: «Все птицы летают» (SaP) и «Ни одна птица не летает» (SeP). Они не могут быть одновременно истинными, но могут быть (и действительно являются) одновременно ложными. По определению из предыдущей главы, суждения, несовместимые по истинности и при этом совместимые по ложности, называются *контрарными* (противоположными).

Упражнение 3. Установите, в каких логических отношениях находятся высказывания:

- «Все подсудимые виновны» и «Некоторые из них не виновны».
- «Некоторые студенты сдадут экзамен» и «Все студенты сдадут экзамен».
- «Ни один слон не летает» и «По крайней мере некоторые слоны не летают».
- «Каждое из этих доказательств будет предъявлено в суде» и «Ни одно из этих доказательств не будет предъявлено в суде»

§4. Умозаключения по логическому квадрату

Используя отношения, зафиксированные в логическом квадрате, можно осуществлять так называемые *непосредственные умозаключения*.

Непосредственными называются умозаключения, в которых вывод делается из одной посылки. Несмотря на тривиальность, в практике аргументации таким выводам отводится очень важная роль. Они служат для того, чтобы быстро и правильно отрицать, ослабить или переформулировать исходное высказывание.

Ослабление представляет собой переход от общего высказывания к частному с тем же качеством (вывод по горизонтали логического квадрата):

SaP Все рыцари являются храбрыми.

SiP Некоторые рыцари являются храбрыми.

SeP *Ни один дракон не является вегетарианцем.*

SoP *Некоторые драконы не являются вегетарианцами.*

В результате ослабления мы теряем часть информации, содержащейся в посылке, но получаем логически правильный вывод.

Отрицание – это одновременное изменение качества и количества исходного высказывания (из общего высказывания получаем частное, из частного – общее, из утвердительного отрицательное, из отрицательного – утвердительное). Этот вывод осуществляется по диагонали логического квадрата:

¬SaP *Неверно, что все подсудимые являются виновными.*

SoP *Некоторые подсудимые не являются виновными.*

¬SeP *Неверно, что ни один юрист не является адвокатом.*

SiP *Некоторые юристы являются адвокатами.*

Упражнение 4. Произведите ослабление и отрицание следующих высказываний:

а) *Все верующие соблюдают пост.*

б) *Ни одно четное число не является простым.*

Остальные выводы по логическому квадрату представляют собой ту или иную комбинацию отрицания и ослабления:

<u>SaP</u>	<u>SeP</u>	<u>¬SiP</u>	<u>¬SoP</u>	<u>SiP</u>	<u>SoP</u>	<u>¬SiP</u>	<u>¬SoP</u>
<u>¬SeP</u>		<u>¬SaP</u>	<u>SoP</u>	<u>SiP</u>	<u>¬SeP</u>	<u>¬SaP</u>	<u>¬SoP</u>
<u>¬SeP</u>							

Кроме выводов по логическому квадрату, к непосредственным умозаключениям относятся также *обращение, превращение и противопоставление.*

§5. Обращение атрибутивных высказываний

Обращением называется непосредственное умозаключение, в котором субъект заключения совпадает с предикатом посылки, а предикат заключения – с субъектом посылки. Другими словами, вывод делается по схеме:

$$\frac{S - P}{P - S}$$

При обращении атрибутивных высказываний надо помнить следующие правила:

1) Качество суждения меняться не должно (из утвердительного высказывания получаем утвердительное, из отрицательного – отрицательное).

2) Если термин распределен в заключении, он должен быть распределен и в посылке.

Обращение общеотрицательных и частноутвердительных высказываний дает высказывания, эквивалентные исходным. Такое обращение называется **чистым (conversio simplex)**.

$\underline{S^+ e P^+}$ Ни один гений не является злодеем.

$\underline{P^+ e S^+}$ Ни один злодей не является гением.

$\underline{S^- i P^-}$ Некоторые студенты являются спортсменами.

$\underline{P^- i S^-}$ Некоторые спортсмены являются студентами.

Общеутвердительные высказывания обращаются с **ограничением** (*conversio per accidens*): в заключении слово «все» заменяется на «некоторые»). Иначе нарушается правило №2.

$\underline{S^+ a P^-}$ Все студенты – люди.

$\underline{P^- i S^-}$ Некоторые люди – студенты.

Частноотрицательные высказывания **вообще не обращаются**, так как при их обращении в принципе нельзя соблюсти сразу оба правила.

$\underline{S^- o P^+}$ ~~Некоторые женщины не являются матерями.~~

$\underline{P^- o S^+}$ ~~Некоторые матери не являются женщинами.~~

Упражнение 5. Осуществите обращение следующих высказываний:

а) *Некоторые ромбы являются квадратами.*

б) *Некоторые пенсионеры не являются ветеранами.*

§6. Превращение атрибутивных высказываний

Превращением называется непосредственное умозаключение, в котором субъект заключения совпадает с субъектом посылки, а предикат заключения является термином, противоречащим предикату посылки. Вывод делается по схеме:

$$\frac{S - P}{S - \sim P}$$

При превращении атрибутивных высказываний нужно помнить, что

1) Количество суждения меняться не должно (из общего высказывания получаем общее, из частного – частное).

2) Качество суждения должно измениться не противоположное (из утвердительного высказывания получаем отрицательное, из отрицательного – утвердительное).

Если оба правила соблюдены, вывод будет эквивалентен исходному высказыванию:

\underline{SaP} Все космонавты являются смелыми людьми.

$\underline{Se\sim P}$ Ни один космонавт не является трусом..

\underline{SeP} Ни один дешевый автомобиль не является новым.

$\underline{Sa\sim P}$ Все дешевые автомобили являются подержанными.

\underline{SiP} Некоторые умные люди являются несчастными.

$\underline{So\sim P}$ Некоторые умные люди не являются счастливыми.

\underline{SoP} Некоторые студенты не опаздывают на лекции.

$\underline{Si\sim P}$ Некоторые студенты приходят на лекции вовремя..

Упражнение 6. Осуществите превращение следующих суждений:

а) Все знаменитые художники являются талантливыми.

б) Некоторые дикари не являются грамотными.

Необходимо заметить, что в силлогистике каждый термин (равно как и его отрицание) должен быть непустым. Высказывания с пустыми или универсальными терминами могут привести к абсурдному заключению. Например:

Ни один образованный человек не изобрел вечный двигатель.

Ни один изобретатель вечного двигателя не является образованным.

Все изобретатели вечного двигателя являются необразованными.

Некоторые необразованные люди изобрели вечный двигатель.

Здесь из истинного высказывания мы путем последовательного обращения, превращения и еще одного обращения получаем заведомо ложное заключение. Причина – наличие в посылке пустого термина «изобретатель вечного двигателя».

§7. Противопоставление атрибутивных высказываний

Противопоставление – это непосредственное умозаключение, в котором субъект и предикат посылки в заключении меняются местами, и при этом по крайней мере один из них заменяется на противоречащий ему термин. Выделяют три вида противопоставления:

$\frac{S - P}{P - \sim S}$

противопоставление

субъекту

$\frac{S - P}{\sim P - S}$

противопоставление

предикату

$\frac{S - P}{\sim P - \sim S}$

противопоставление

субъекту и предикату

Каждый из них может быть сведен к комбинации обращения и превращения:

Противопоставление субъекту: обращение, затем превращение.

Противопоставление предикату: превращение, затем обращение.

Противопоставление субъекту и предикату: превращение, обращение, затем снова превращение.

Заметим, что не все высказываний подвергаются противопоставлению. В частности, не существует противопоставления субъекту для частноотрицательных высказываний, так как их нельзя обращать. Для частноутвердительных высказываний отсутствует противопоставление предикату, так как при превращении SiP получаем суждение $So\sim P$, которое, в свою очередь, не обращается. По той же причине для них отсутствует противопоставление субъекту и предикату.

В следующей таблице приведены все правильные способы обращения, превращения и противопоставления.

Умозаключение	SaP	SeP	SiP	SoP
Обращение	PiS	PeS	PiS	–
Превращение	Se~P	Sa~P	So~P	Si~P
Противопоставление S	Po~S	Pa~S	Po~S	–
Противопоставление P	~PeS	~PiS	–	~PiS
Противопоставление S и P	~Pa~S	~Po~S	–	~Po~S

На практике непосредственные умозаключения требуют точности и аккуратности. Пусть у нас есть высказывание «*Все богатые люди являются везучими*». Какие выводы из него вытекают?

- 1) *Некоторые везучие люди являются богатыми.* (обр.)
- 2) *Ни один богатый человек не является везучим.* (превр.)
- 3) *Некоторые везучие люди не являются бедными.* (прот. S)
- 4) *Ни один везучий человек не является богатым.* (прот. P)
- 5) *Все везучие люди являются бедными.* (прот. S и P)

Упражнение 7. Прodelайте все возможные непосредственные умозаключения из высказываний

а) «*Некоторые психически больные люди не являются вменяемыми*».

б) «*Ни один решительный человек не является трусом*».

§8. Простой категорический силлогизм

Силлогизмом вообще в логике называют умозаключение из более чем одной посылки. В таком расширительном смысле силлогизмами являются, например, умозаключения типа *modus ponens*, *modus tollens* и т.д., рассмотренные ранее.

Простой категорический силлогизм – это умозаключение, в котором от наличия некоторых отношений между терминами S и M и терминами P и M, фиксируемых в посылках, приходят к заключению о наличии определенного отношения между терминами S и P.

Таким образом, простой категорический силлогизм состоит из трех высказываний (две посылки и одно заключение), любые два из которых имеют общий термин.

Термин, имеющийся в обеих посылках, опосредует следование из них заключения, в силу чего силлогизмы часто называют также **опосредованными** умозаключениями. Пример:

<i>Все люди смертны.</i>	<i>Все M есть P.</i>
<u><i>Сократ человек.</i></u>	<u><i>S есть M.</i></u>
<i>Сократ смертен.</i>	<i>S есть P.</i>

Здесь вывод о смертности Сократа делается благодаря термину **М** «человек» («люди»), который является общим для обеих посылок. Именно этот термин опосредует связь между терминами **S** «Сократ» и **P** «смертный» в заключении.

Итак, в состав любого силлогизма входят три термина – **S**, **P** и **M**.

S (*меньшим термином*) называется субъект заключения.

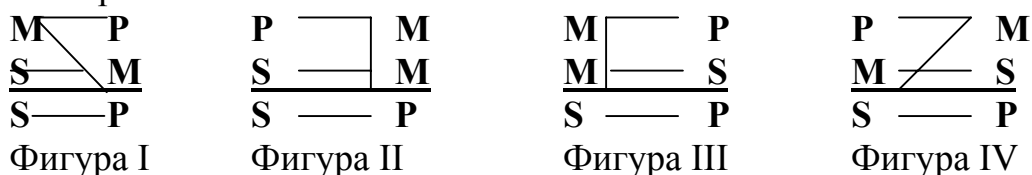
P (*большим термином*) называется предикат заключения.

M (*средним термином*) называется термин, имеющийся в обеих посылках.

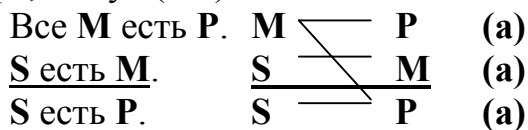
Посылка, содержащая больший термин, называется *большой*, а посылка, содержащая меньший термин, – соответственно, *меньшей*. В приведенном примере большей является первая посылка, а меньшей – вторая.

С логической точки зрения важнейшими характеристиками силлогизма, от которых зависит его правильность, являются *модус* и *фигура*.

Фигура силлогизма – это его характеристика по расположению среднего термина в посылках.



Модусом силлогизма называется разновидность фигуры по типу входящих в нее атрибутивных высказываний. Сокращенно модус выражается набором из трех силлогистических констант, например (aee), (eio), (aii) и т.д., где первая буква обозначает тип большей посылки, вторая – тип меньшей посылки, а третья – тип заключения. Так, например, приведенный выше силлогизм про Сократа относится к I фигуре, модус (aaa):



Общее число модусов силлогизма – 256 (по 64 в каждой фигуре). Из них правильных – 24 (по 6 в каждой фигуре). В средневековой логике каждый правильный модус имел свое собственное имя. Например, рассмотренный нами модус (aaa) I фигуры назывался *Barbara*.

Для проверки правильности силлогизма можно использовать два способа: семантический (с помощью круговых схем) и синтаксический (с помощью правил).

Общие правила силлогизма.

1) Средний термин должен быть распределен по крайней мере в одной из посылок.

2) Если термин распределен в заключении, он должен быть распределен и в посылке.

3) По крайней мере одна из посылок должна быть утвердительным суждением.

4) Если обе посылки утвердительные, то и заключение должно быть утвердительным.

5) Если одна из посылок отрицательная, то и заключение должно быть отрицательным.

Например, осуществим анализ и проверку следующего силлогизма:

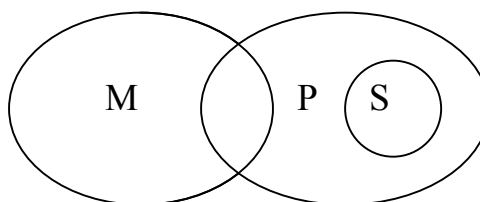
Некоторые равнобедренные треугольники – прямоугольные.

Ни один равносторонний треугольник не прямоугольный.

Некоторые равносторонние треугольники не равнобедренные.

Его логическая форма выглядит так:

$P^- \quad M^- \quad (i)$ Фигура II
 $S^+ \quad M^+ \quad (e)$ модус (ieo)
 $S^- \quad P^+ \quad (o)$



Нарушено правило №2: больший термин не распределен в посылке (P^-), но распределен в заключении (P^+).

Необоснованность вывода видна и на круговой схеме. Она описывает случай, при котором обе посылки истинны (некоторые P есть M, все S есть M), а заключение – ложно. Поскольку правильное рассуждение всегда дает истинное заключение при истинных посылках, данный силлогизм является неправильным.

Опровергнуть силлогизм семантическим способом – значит найти такую схему для терминов S, P и M, на которой обе посылки окажутся истинными, а заключение – ложным. Семантическая проверка уступает синтаксической в двух отношениях. Во-первых, для анализа всего лишь одного рассуждения приходится перебирать слишком большое количество круговых схем. Во-вторых, если силлогизм является правильным, поиск опровергающей его схемы будет заведомо безуспешным.

Упражнение 8. Определите фигуру, модус и проверьте правильность силлогизма:

Некоторые бизнесмены являются порядочными людьми.

Некоторые москвичи являются бизнесменами.

Некоторые москвичи являются порядочными людьми.

§9. Энтимемы и полисиллогизмы

Энтимемой (от лат. «энтиме» – «в уме») называется сокращенный силлогизм, в котором пропущена одна из посылок или заключение.

В практике аргументации энтимемы используются довольно часто. Например, для того, чтобы риторически выделить заключение силлогизма, его иногда пропускают, заставляя слушателей самостоятельно сделать нужный вывод: «Только золото заставит его замолчать. Золото – вещь тяжелая. Следовательно ...».

Энтимема такого типа считается **корректной**, если из приведенных посылок действительно можно сделать правильное заключение. Можно ли сделать правильный вывод из следующих посылок?

Все хорошие баскетболисты – высокие. $P^+ a M^-$
Некоторые негры – высокие. $S^- i M^-$

...

...

Оказывается, что нет – ведь средний термин (М) не распределен ни в одной из посылок. Данная энтимема логически некорректна.

Встречаются также энтимемы, в которых пропущена одна из посылок. Это может быть обусловлено двумя причинами: либо пропущенная посылка настолько очевидна, что нет смысла ее лишней раз проговаривать, либо наоборот – ее пытаются скрыть, поскольку она сомнительна.

Рассмотрим умозаключение: «Все дельфины – рыбы, потому что они живут в воде».

Все дельфины (S^+) живут в воде (M^-).
Все дельфины (S^+) являются рыбами (P^-).

Очевидно, что перед нами сокращенный силлогизм, в котором недостает посылки, соединяющей термин «рыбы (Р)» с термином «живут в воде (М)». Опираясь на правила силлогизма, мы вправе утверждать, что

1) пропущенная посылка должна быть утвердительная (если бы она была отрицательная, то и заключение было бы отрицательное, а это не так)

2) средний термин (М) должен быть в ней распределен (в противном случае получится, что он не распределен ни в одной из посылок, а этого не должно быть).

Утвердительных суждений с терминами М и Р может быть только четыре: $P^+ a M^-$, $P^- i M^-$, $M^- i P^-$ и $M^+ a P^-$. Но лишь в последнем из них термин М распределен. Значит, это и есть пропущенная посылка: $M^+ a P^-$: «Все, живущие в воде, являются рыбами».

Энтимемы такого типа считаются **корректными**, если их можно достроить до правильного силлогизма так, чтобы пропущенная посылка

оказалась истинным высказыванием. В нашем примере единственно возможная посылка является ложной. Энтимема логически некорректна.

Упражнение 9. Проверьте, является ли корректной энтимема: «Железо твердое, потому что железо – это металл».

Полисиллогизмом называется рассуждение, состоящее из нескольких силлогизмов, в котором по крайней мере одна из посылок каждого следующего силлогизма является заключением одного из предыдущих.

На практике полисиллогизмы часто строятся в сокращенном виде – сначала приводятся все исходные посылки, а потом из них делается один общий вывод. Промежуточные заключения при этом пропускаются. Полисиллогизм, в котором пропущено по крайней мере одно промежуточное заключение, называется **соритом**.

Чтобы найти заключение сорита, надо достроить его до правильного полисиллогизма, последовательно осуществляя выводы из посылок, имеющих общие термины (эти выводы, в свою очередь, тоже могут быть использованы в качестве посылок). Последний вывод и будет являться заключением.

Упражнение 10. Найдите заключения следующих соритов:

а) Каждый, кто живет на девятом этаже, пользуется лифтом. Все мои друзья – люди воспитанные. Все, кто пользуется лифтом, заинтересованы в его исправности. Некоторые из тех, кто проживает на девятом этаже – мои друзья. Ни один человек, заинтересованный в исправности лифта, не станет в нем прыгать. Следовательно, ...

б) Каждый, у кого есть стыд, имеет и совесть. Некоторые ростовщики очень богаты. Ни один скряга не является честным человеком. Все, у кого есть совесть, являются честными людьми. Все ростовщики – самые настоящие скряги. Следовательно, ...

в) Здоровых людей нельзя держать в больнице. Некоторые наши пациенты лишь симулируют болезнь. Все симулянты обладают отменным здоровьем. Всех, кого нельзя держать в больнице, надо срочно выписать. Следовательно, ...

V. ПОНЯТИЕ

§1. Общая характеристика понятий

Одной из форм интеллектуальной познавательной деятельности является понятие. Мышление, рассуждение всегда осуществляется в языке, но все-таки мыслим мы не языковыми выражениями (терминами), а понятиями.

Термин – значимое слово или словосочетание, входящее в состав предложения, но само предложением не являющееся.

В обыденной жизни смысл терминов кажется интуитивно ясным. Достаточно того, что со словами связываются некоторые представления, посредством которых осуществляется соотнесение слов с их значениями. Такие представления позволяют достаточно успешно пользоваться терминами и не путать предметы, обозначаемые этими терминами.

Однако часто требуется особая точность в формулировках (например, при составлении законодательных актов или коммерческих договоров). Не менее важное значение имеет терминологическая точность и в научных исследованиях.

Проблема заключается в многозначности языка: одному и тому же выражению может придаваться различный смысл, что и вызывает большинство споров. Рассмотрим пример, приведенный в одном из диалогов Платона. Два софиста запутывают простодушного человека по имени Ктесипп:

– Скажи-ка, есть ли у тебя собака?

– И очень злая, – отвечал Ктесипп.

– А есть ли у нее щенята?

– Да, тоже злые.

– А их отец, конечно, собака тоже?

– Я даже видел, как он занимается с самкой.

– И этот отец тоже твой?

– Конечно.

– Вот видишь, ты утверждаешь, что твой отец – собака и ты брат щенят! (Платон, «Евтидем» – Собр. соч. Т.1, – М., 1990)

Здесь выражение «твой отец» трактуется сначала в одном смысле: «существо мужского пола, которое принадлежит тебе и является чьим-то родителем», а затем в другом – «существо мужского пола, которое является твоим родителем».

Таким образом, существует насущная необходимость в однозначном понимании лексики естественного языка. Что же значит «понимать» термин?

Понимать термин – значит знать, какие именно предметы подпадают под него, то есть по любому предъявленному предмету уметь

решать вопрос, можно ли данный предмет обозначить данным термином.

В целях достижения однозначности, с термином обычно связывают особую мысль, в которой как раз и раскрывается его понимание. Эта мысль называется *понятием*. Важно не путать термин и понятие, которое с ним связывается. С одним и тем же термином могут быть связаны сразу несколько понятий (такие термины принято называть «омонимами»). Например, «лук» обозначает: 1) род дву- и многолетних трав семейства лилейных; 2) ручное оружие для метания стрел, состоящее из пружинистой дуги и тетивы; 3) двухнедельный иллюстрированный многотиражный журнал, выходящий в Нью-Йорке.

Понятие – это мысль, в которой на основании некоторого признака выделяются из универсума и обобщаются в класс все предметы, обладающие этим признаком.

Универсум – это предметная область, о которой идет речь в данном языковом контексте. Символически она обозначается буквой **U**. В качестве универсума могут выступать множество городов, чисел, людей, их деяний и т.д.

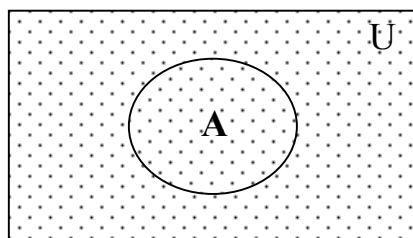
Заметим, что понятия, раскрывающие смысл терминов, в свою очередь, тоже могут быть выражены в языке. Это осуществляется с помощью *универсалий* – описательных имен вида

$$\alpha A(\alpha),$$

Читается такая конструкция следующим образом: «предмет α такой, что он обладает признаком $A(\alpha)$ ». Переменная α указывает на универсум данного понятия. (Если **U** есть множество чисел, то α – число, если **U** есть множество людей, то α – человек, и т.д.) Символ $A(\alpha)$ указывает на тот признак, по которому выделяются предметы.

Универсум **U**, по которому пробегает переменная α , называется также *родом* данного понятия, а признак $A(\alpha)$ – *видовым отличием*. Таким образом, всякое понятие выделяет в универсуме (роде) **U** те и только те предметы, которые обладают видовым отличием $A(\alpha)$.

Графически это изображается следующим образом:



С семантической точки зрения всякое понятие обладает двумя важнейшими характеристиками: *содержанием* и *объемом*.

Содержание понятия, выраженного универсалией $\alpha A(\alpha)$, – это тот самый признак $A(\alpha)$, на основании которого выделяются из универсума и обобщаются в класс все предметы в данном понятии.

Объем понятия, выраженного универсалией $\alpha A(\alpha)$ – это класс всех тех предметов из универсума, которые обладают признаком $A(\alpha)$. Сокращенно объем понятия $\alpha A(\alpha)$ часто обозначают просто буквой A . Предметы, входящие в класс A , называются *элементами объема* понятия $\alpha A(\alpha)$.

Рассмотрим, например, *термин* «куб». У него может быть два значения – геометрическое и арифметическое. Чтобы избежать неясности, сформулируем *понятие* о кубе: «правильный многогранник с шестью гранями (гексаэдр)». *Универсум* (род) этого понятия – множество всех многогранников. *Содержание* (видовое отличие) – сложный признак «иметь шесть равных друг другу граней». *Объем* – множество таких многогранников, которые имеют шесть одинаковых граней. *Элементы объема* – отдельные кубы (гексаэдры).

Упражнение 1. Свяжите со следующими терминами точные понятия. Укажите универсум (род), объем и содержание каждого из них.

- а) человек
- б) преступление
- в) квадрат
- д) неменяемость

§2. Виды понятий по характеру их объема

При выделении видов понятий нужно учитывать различные их особенности. Наиболее важными основаниями для деления понятий являются: (1) тип их объема, (2) тип элементов, входящих в их объемы, (3) тип признаков, на основании которых производится обобщение.

По характеру объема понятия делятся на *пустые* и *непустые*.

– **Пустым** считается понятие, в объеме которого нет ни одного элемента (например, «человек, являющийся сейчас президентом СССР»)

– **Непустым** считается понятие, в объеме которого есть по крайней мере один элемент (например, «число, являющееся четным»).

Непустые понятия, в свою очередь, делятся на *единичные* и *общие*.

– **Единичным** считается понятие, в объеме которого есть ровно один элемент (например, «число, являющееся простым и четным»).

– **Общим** считается понятие, объем которого состоит из более чем одного элемента (например, «человек, являющийся студентом какого-либо ВУЗа»).

Общие понятия также делятся на *универсальные* и *неуниверсальные*.

– **Универсальным** считается понятие, объем которого совпадает с универсумом (например, «квадрат, у которого все стороны равны»).

– **Неуниверсальным** считается понятие, объем которого меньше универсума (например, «четыреугольник, у которого все стороны равны»)

Упражнение 2. Определите вид следующих понятий по характеру их объема.

- а) *наименьшее натуральное число*
- б) *наибольшее натуральное число*
- в) *человек, являющийся ребенком своих родителей*
- г) *человек, у которого есть брат или сестра*
- д) *человек, который первым вступил на поверхность Марса*
- е) *человек, который первым ступил на поверхность Луны*

§3. Виды понятий по типу элементов объема

По типу элементов объема понятия делятся на

- а) *конкретные и абстрактные*

– **Конкретным** считается понятие, элементами объема которого являются объекты или множества объектов (например, «человек, умеющий играть на скрипке»)

– **Абстрактным** считается понятие, элементами объема которого являются свойства, состояния или отношения (например, «состояние аффекта, вызванное чрезвычайным происшествием»).

- б) *собираательные и несобираательные*

– **Собираательным** считается понятие, элементами объема которого являются множества (например, «стадо оленей, пасущихся на опушке леса»).

– **Несобираательным** считается понятие, элементами объема которого являются отдельные предметы, свойства или отношения (например, «страх, испытываемый перед посещением стоматолога»).

Упражнение 3. Определите вид следующих понятий по типу элементов, входящих в их объем.

а) *устройство, предназначенное для приема телепрограмм (телевизор)*

б) *множество книг, хранящихся вместе и доступных для общественного пользования (публичная библиотека)*

в) *совокупность устойчивых, социально значимых свойств человека, проявляющихся в его поведении (личность)*

г) *любовь, вспыхнувшая внезапно при первой встрече (любовь с первого взгляда)*

§4. Виды понятий по типу указываемых в них признаков

По типу признаков понятия подразделяют на

- а) *положительные и отрицательные*

– **Отрицательным** считается понятие, в признаке которого содержится частица «не» (например, «человек, не знающий японского языка»).

– **Положительным** считается понятие, в признаке которого не содержится частица «не» (например, «книга, взятая в библиотеке»).

б) *относительные и безотносительные*

– **Относительным** считается понятие, признак которого указывает на выделяемый предмет как на одну из сторон некоторого отношения, другая сторона которого в данном понятии не уточняется. Например, относительным является понятие о жене – «женщина, состоящая в браке с каким-то мужчиной», – поскольку его признак выделяет женщин не по их собственным качествам, а через *отношение* к каким-то мужчинам, то есть как одну из сторон супружеской четы.

Относительные понятия всегда порождают вопрос, *относительно кого (чего)* данный предмет обладает указанным признаком. Если же такой вопрос не может быть задан, или если ответ на него уже имеется в данном понятии, оно считается безотносительным.

– **Безотносительным** считается понятие, признак которого указывает на выделяемый предмет через его собственные характеристики. Примерами безотносительных понятий могут служить понятия о балерине – «женщина, занимающаяся балетом», о красавице – «женщина, обладающая прекрасной внешностью», и т.д. Здесь женщины выделяются на основании их собственных характеристик.

Однако понятие о жене Сократа – «женщина, состоявшая в браке с Сократом» – также является безотносительным. Ведь по сути, признак «состоять в браке с Сократом» выражает уже не отношение между этой женщиной и *каким-то* мужчиной, а собственную характеристику конкретной женщины – Ксантиппы. Точно так же к числу безотносительных относится и понятие о незамужней женщине – «женщина, которая не состоит в браке ни с каким мужчиной». Быть незамужем – это фактически уже не отношение к *какому-то мужчине*, а свойство самой женщины.

Заметим, что к относительному понятию всегда можно подобрать другое, *соотносительное*, то есть осуществить **конверсию**. Для приведенного выше понятия о жене соотносительным является понятие о муже: «мужчина, состоящий в браке с какой-то женщиной». Для понятия о родителе соотносительным будет понятие о ребенке, для понятия о причине – понятие о следствии, и т.д.

А вот к понятиям о жене Сократа и о незамужней женщине подобрать соотносительные невозможно. Действительно, в результате конверсии у нас получились бы выражения «Сократ, который состоит в браке с данной женщиной» и «ни один мужчина, который состоит в браке с данной женщиной». Эти выражения заведомо бессмысленны, не являются универсалиями и не выражают собой никаких понятий.

Упражнение 4. Определите вид следующих понятий по типу признаков, на основании которых производится обобщение. К относительным понятиям подберите соотносительные.

а) число, не имеющее делителей кроме самого себя и единицы (простое число)

б) феодал, находящийся в личной зависимости от какого-то другого феодала (вассал)

в) девочка, которая является дочерью мужа какой-то женщины, но не является ее собственной дочерью (падчерица)

г) философ, который был учителем Александра Македонского (Аристотель)

Осуществить **полный логический анализ понятия** значит определить его универсум (род), объем и содержание, а также установить, к каким видам оно относится по всем указанным выше основаниям деления.

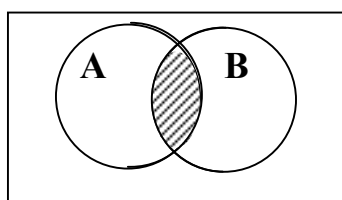
§5. Булевы операции над понятиями

В математике исследуются различные операции, выполняемые над числами: их можно складывать, делить, вычитать, умножать, возводить в степень, извлекать корни и т.д. Точно так же и в логике исследуются различные операции над высказываниями, понятиями и теориями. Многие из них были рассмотрены в предыдущих главах – отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, обращение, превращение и ряд других.

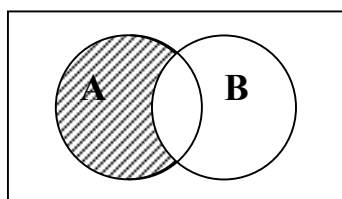
Сейчас мы перейдем к рассмотрению операций над понятиями, точнее – над объемами понятий, то есть классами. Такие операции называются **булевыми**, по имени английского логика Дж. Буля, построившего особую алгебру логики, получившую в его честь название **булевой алгебры**.

Допустим, что даны два понятия $\alpha A(\alpha)$ и $\alpha B(\alpha)$. Условимся, что род у этих понятий один и тот же. Объемы этих понятий будем сокращенно обозначать просто буквами **A** и **B** (читается: «класс **A**» и «класс **B**»). Тогда с этими объемами можно осуществить следующие операции:

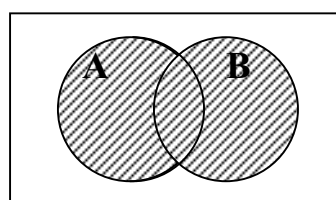
а) **пересечение** ($A \cap B$)



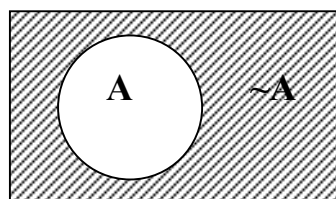
в) **вычитание** ($A \setminus B$)



б) **объединение** ($A \cup B$)



г) **взятие дополнения** ($\sim A$)



Штриховкой на схемах обозначен результат применения соответствующих операций к классам **A** и **B**.

Пересечение объемов двух понятий равняется классу предметов, которые входят одновременно в объем каждого из них. *Объединение* двух понятий равняется классу предметов, которые входят в объем по крайней мере одного из них. *Вычитание* объема одного понятия из объема другого равняется классу предметов, которые входят в объем первого понятия, но не входят в объем второго. *Дополнение* к объему понятия представляет собой класс предметов, которые не входят в объем этого понятия.

Упражнение 5. На схеме, состоящей из трех попарно пересекающихся кругов **A**, **B** и **C**, заштрихуйте область, соответствующую формуле $(A \cap B) \cup ((C \setminus A) \cap (C \setminus B))$

§6. Отношения между понятиями по объему

Между понятиями существуют объективные, независимые от человека отношения. Прежде всего, это отношения *сравнимости* и *несравнимости*.

Два понятия $\alpha A(\alpha)$ и $\alpha B(\alpha)$ являются *сравнимыми*, если и только если их универсумы совпадают. Например, понятия о преступнике и о жертве преступления являются сравнимыми. Оба они относятся к одной и той же предметной области – универсуму людей.

Два понятия $\alpha A(\alpha)$ и $\alpha B(\alpha)$ являются *несравнимыми*, если они относятся к различным универсумам. Например, понятие о четном числе и понятие о европейской столице являются несравнимыми, поскольку первое из них имеет своим родом универсум чисел, а второе – универсум городов.

Среди всевозможных пар сравнимых понятий можно выделить три *фундаментальных* отношения в том смысле, что с их помощью возможно задать все остальные отношения. К числу фундаментальных принадлежат отношения *совместимости*, *включения* и *исчерпывания*.

Фундаментальные отношения:

1) Понятия $\alpha A(\alpha)$ и $\alpha B(\alpha)$ находятся в отношении *совместимости*, если и только если пересечение их объемов **A** и **B** непусто, то есть

$$A \cap B \neq \emptyset$$

Это означает, что в универсуме имеется по крайней мере один элемент, обладающий как признаком **A**(α), так и признаком **B**(α) (например, **A** – студент, **B** – спортсмен).

2) Понятие $\alpha B(\alpha)$ находится к понятию $\alpha A(\alpha)$ в отношении *включения* если и только если при вычитании объема $\alpha A(\alpha)$ из объема $\alpha B(\alpha)$ получается пустое множество, то есть

$$B \setminus A = \emptyset$$

Это означает, что всякий элемент универсума, обладающий признаком $B(\alpha)$, обладает также признаком $A(\alpha)$ (например, A – учащийся, B – студент).

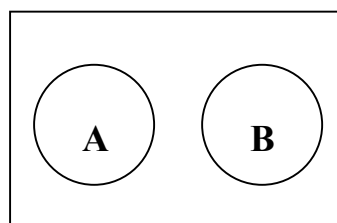
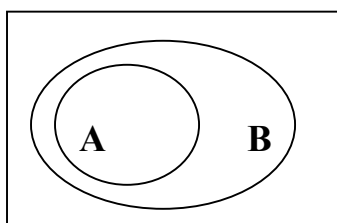
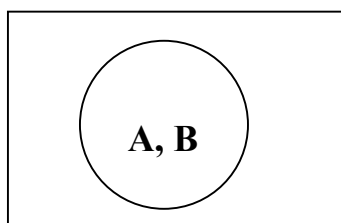
3) Понятия $\alpha A(\alpha)$ и $\alpha B(\alpha)$ находятся в отношении *исчерпывания*, если и только если объединение их объемов A и B равно универсуму, то есть

$$A \cup B = U$$

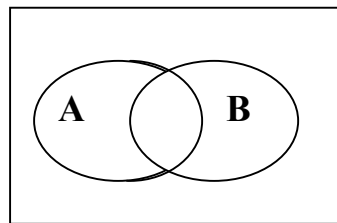
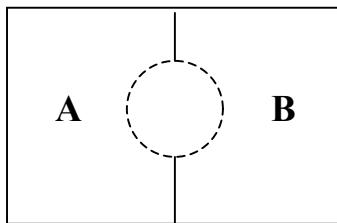
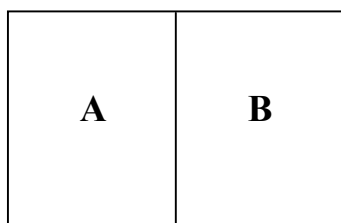
Это означает, что каждый элемент универсума обладает признаком $A(\alpha)$ или признаком $B(\alpha)$ (например, A – сын, B – дочь; каждый человек является чьим-то сыном или дочерью).

Вспомогательные отношения выводятся из фундаментальных. Наиболее важными из них являются: *равнообъемность, подчинение, соподчинение, перекрещивание, противоречие, дополнительность*.

(1) A и B равнообъемны (2) A подчиняется B (3) A и B соподчиняются



(4) A противоречит B (5) A дополняет B (6) A и B перекрещиваются



Примеры:

1) **Равнообъемность:** «параллелограмм, имеющий равные углы и стороны» (A) и «параллелограмм, имеющий равные диагонали» (B)

2) **Подчинение:** «город, расположенный в Европе» (A) и «город, расположенный на материке Евразия» (B)

3) **Соподчинение:** «остроугольный треугольник» (A) и «тупоугольный треугольник» (B)

4) **Противоречие:** «животное, умеющее плавать» (A) и «животное, не умеющее плавать» (B)

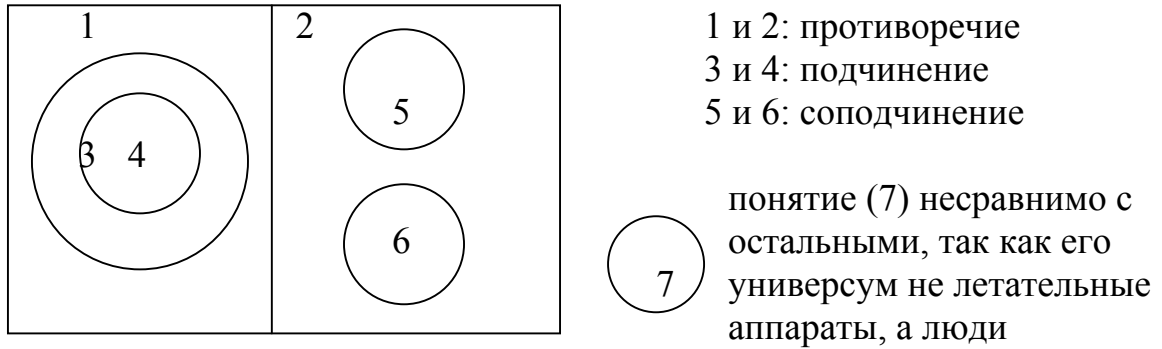
5) **Дополнительность:** «территория, находящаяся севернее Южного Тропика» (A) и «территория, находящаяся южнее Экватора» (B)

6) **Перекрещивание:** «человек, изучающий логику» (A) и «человек, изучающий немецкий язык» (B)

Когда сравнивается большое число понятий, круговые схемы могут служить хорошим средством для наглядного отображения отношений между этими понятиями. Предположим, нам надо сравнить

понятия о следующих предметах: (1) *летательный аппарат тяжелее воздуха*, (2) *летательный аппарат легче воздуха*, (3) *самолет*, (4) *пассажирский самолет*, (5) *дирижабль*, (6) *воздушный шар*, (7) *пилот дирижабля*

Построим единую круговую диаграмму. Универсум – общий род большинства сравниваемых понятий – *летательные аппараты*.



Упражнение 6. Установите, в каких отношениях находятся объемы следующих понятий: (1) *предмет мебели*, (2) *предмет мебели, предназначенный для кухни*, (3) *стол*, (4) *кухонный стол*, (5) *кухня*, (6) *письменный стол*, (7) *мебельный гарнитур*.

§7. Обобщение и ограничение понятий

Помимо булевых операций, к понятиям часто применяются такие операции *обобщение* и *ограничение*. Они основаны на отношении типа «род-вид». Из двух непустых понятий одно считается *родовым*, а другое *видовым*, если второе находится в отношении подчинения к первому. Это отношение на формальном языке обозначается символом « \subset ».

Например, из двух понятий $\alpha A(\alpha)$ «европейский город» и $\alpha B(\alpha)$ «европейская столица» первое является родовым, а второе – видовым. То есть, $B \subset A$. Интересно, что содержания этих понятий находятся в обратном отношении, а именно, содержание $\alpha A(\alpha)$ является частью содержания понятия $\alpha B(\alpha)$. Этот факт известен в логике как *закон обратного отношения*.

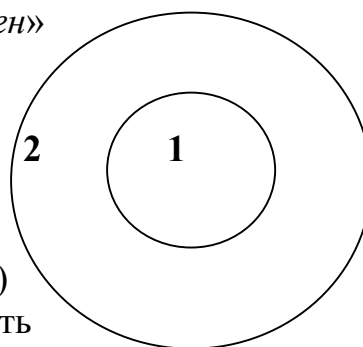
Закон обратного отношения: объем понятия $\alpha A(\alpha)$ составляет часть объема понятия $\alpha B(\alpha)$, если и только если содержание понятия $\alpha B(\alpha)$ является частью содержания понятия $\alpha A(\alpha)$. На формальном языке:

$$A \subset B \equiv A(\alpha) \supset B(\alpha)$$

Сравним, например, два понятия:

- 1) «студент, сдавший все экзамены» и
- 2) «студент, сдавший хотя бы один экзамен»

Объем первого понятия *включается* в объем второго (среди студентов, сдавших хотя бы один экзамен, есть такие, кто сдал все экзамены). А вот содержания этих понятий находятся в обратном отношении: из содержания первого (сдать все экзамены) *логически следует* содержание второго (сдать хотя бы один экзамен).



Обобщением называют переход от видового понятия к родовому (то есть, от понятия с меньшим объемом и большим содержанием, к понятию с большим объемом и меньшим содержанием). Для непустых понятий пределом обобщения является универсальное понятие.

Например: «женщина, которая является королевой Великобритании» → «женщина, живущая в Букингемском дворце» → «женщина, живущая в Лондоне» → «женщина, живущая в Великобритании» → «женщина, живущая на острове» → «женщина»

Ограничением называют переход от родового понятия к видовому (то есть, от понятия с большим объемом и меньшим содержанием, к понятию с меньшим объемом и большим содержанием). Для непустых понятий пределом ограничения является единичное понятие.

Например: «человек» → «человек, живущий в Евразии» → «человек, живущий в Европе» → «человек, живущий в европейской части России» → «человек, живущий в Москве» → «человек, живущий в Центральном Административном Округе Москвы» → «человек, являющийся нынешним мэром Москвы».

Упражнение 7. Обобщите понятие о кенгуру (не менее пяти шагов), ограничьте понятие о писателе (не менее пяти шагов).

§8. Деление понятий

Еще одной важной операцией является *деление* понятий.

Деление некоторого непустого понятия $\alpha B(\alpha)$ – это переход от данного понятия к некоторой системе непустых понятий $S = \{\alpha A_1(\alpha), \alpha A_2(\alpha), \dots, \alpha A_n(\alpha)\}$, каждое из которых является видовым по отношению к исходному. В состав деления входят:

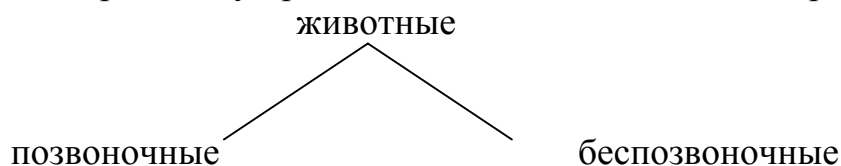
1) **Делимое понятие** – родовое понятие $\alpha B(\alpha)$, объем которого разбивается на классы.

2) **Члены деления** – видовые понятия $\alpha A_1(\alpha), \alpha A_2(\alpha), \dots, \alpha A_n(\alpha)$, полученные в результате такого разбиения.

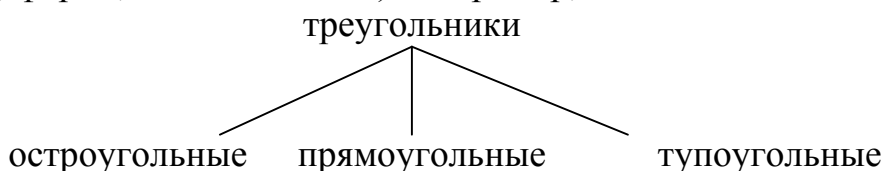
3) **Основание деления** – характеристика предметов, входящих в объем делимого понятия, модификация которой и порождает систему членов деления S.

В зависимости от выбранного основания деления, различают следующие виды деления: **дихотомическое** и **по видоизменению основания**.

В случае **дихотомического** деления родового понятия $\alpha B(\alpha)$ основанием деления является признак, присущий лишь части предметов, входящих в объем $\alpha B(\alpha)$. Деление осуществляется по наличию или отсутствию этого признака у предметов делимого понятия. Например:



Во втором случае в качестве основания деления используются варьируемые характеристики элементов объема делимого понятия (вес, цвет, объем, форма, величина и т.п.). Например,



Упражнение 8. Осуществите деление следующей группы имен десятью различными способами: (1) *Алиса*, (2) *Навуходносор*, (3) *Додон*, (4) *Александр*, (5) *Марлен*, (6) *Герда*, (7) *Екатерина*, (8) *Мафусаил*, (9) *Октябрина*, (10) *Николай*, (11) *Евдудндокта*, (12) *Мария*.

Правила деления:

1) **Деление должно быть полным** (то есть, объединение объемов членов деления должно совпадать с объемом делимого понятия):

$$A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = B$$

Пример неполного деления: *люди делятся на брюнетов и блондинов* (пропущены классы шатенов, рыжих и т.д.). Простейший способ избежать этой ошибки – всегда включать в систему деления категорию «и прочие».

2) **Деление не должно быть перекрещивающимся** (то есть, все члены деления должны быть попарно несовместимы друг с другом):

$$\text{для любых } i, j \leq n \quad A_i \cap A_j = \emptyset$$

Пример перекрещивающегося деления: *писатели делятся на поэтов и прозаиков* (писатель может быть одновременно и тем, и другим). Заметим, что в науке часто используется прием, сходный с делением – *типологизация*.

Под **типологизацией** понимают расчленение системы объектов на группы, обладающие сходным структурным строением или функцией

(*типы*). В отличие от обычного деления, здесь предполагается, что один и тот же предмет может относиться сразу к нескольким типам.

3) *Деление не должно быть сбивчивым* (то есть, оно должно осуществляться по одному основанию). Это правило является самым важным: при его нарушении чаще всего нарушаются и остальные два.

Колоритный пример сбивчивого деления приводит аргентинский писатель Х.Л. Борхес. Оно представляет собой отрывок из «некой китайской энциклопедии», где дается классификация животных и говорится, что они «подразделяются на: а) принадлежащих императору, б) бальзамированных, в) прирученных, г) молочных поросят, д) сирен, е) сказочных, ж) бродячих собак, з) заключенных в настоящую классификацию, и) буйствующих, как в безумии, к) неисчислимых, л) нарисованных очень тонкой кисточкой из верблюжьей шерсти, м) и прочих, н) только что разбивших кувшин, о) издалека кажущихся мухами».

Итак, правильное деление – это такое деление, которое по одному и тому же основанию разбивает объем исходного понятия $\alpha B(\alpha)$ на непересекающиеся объемы видовых понятий $\alpha A_i(\alpha)$, причем делает это так, что в сумме они исчерпывают весь объем родового понятия: вне возникшей видовой системы не должно оказаться ни одного элемента из объема $\alpha B(\alpha)$.

Операцию деления иногда путают с операцией членения предмета на части. Такая операция еще называется *мереологическим делением* (мереология – наука о соотношениях части и целого). В этом случае вместо перечисления видовых понятий перечисляются понятия о частях предмета. Пример:

«Скелет человека делится на скелет туловища, скелет головы и скелеты конечностей».

Ошибка обнаруживается следующим образом. Для каждого видового понятия $\alpha A(\alpha)$ должно быть истинным высказывание «*Всякий А есть В*», в то время как ни для одного понятия о частях предмета такое высказывание истинным не будет.

Чтобы подчеркнуть отличие от мереологического деления, обычное деление называют иногда *таксономическим*, поскольку в результате оно дает соподчиненные группы объектов – *таксоны*.

Упражнение 9. Определите, какие ошибки допущены в следующих делениях:

а) *«Государства делятся на республиканские, монархические и демократические».*

б) *«Семьи делятся на бездетные и многодетные».*

в) *«Студенты делятся на тех, кто изучает английский язык, и тех, кто изучает немецкий язык».*

г) *«Год делится на весну, лето, осень и зиму».*

д) «Женщины бывают двух видов: ужас какие умные и прелесть какие глупенькие».

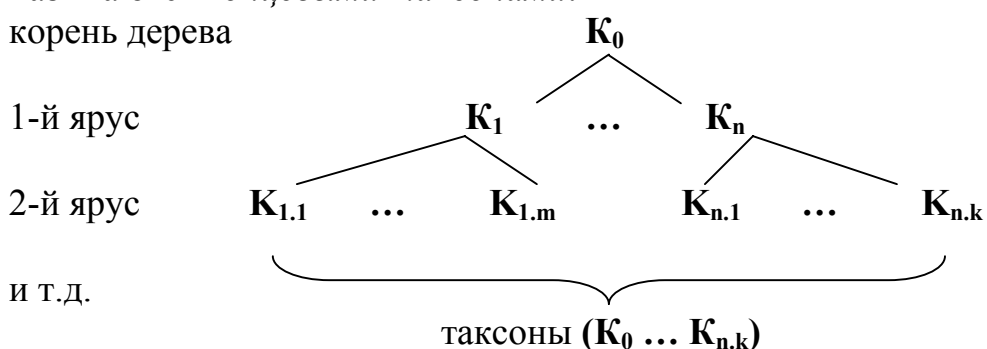
е) «Людей можно делить по-разному! Это известно всем.» – И сказал удивленный палач: «А я-то всю жизнь делю их только на головы и туловища!» (С.Е. Лец).

§9. Классификация

Классификация – результат последовательного деления некоторого понятия на его виды, видов на подвиды и т.д. Классификации крайне важны в научных исследованиях, когда требуется привести полученные знания в единую стройную систему. Для построения классификации могут быть использованы оба вида деления. Причем каждый этап классификации может осуществляться по собственному основанию, отличному от оснований, использованных на других этапах деления.

Всякая классификация может быть представлена в виде *дерева* понятий. Дерево понятий – это множество точек (*вершин*), соединенных линиями (*ребрами*). Каждая вершина представляет собой некоторое понятие – *таксон*. Ребра показывают, на какие подвиды разбиваются таксоны. Вершина K_0 называется *корнем дерева*. Она представляет исходное делимое понятие. Таксоны группируются по *ярусам*. В каждом ярусе собраны таксоны, полученные в результате одинакового числа применений операции деления к исходному понятию. Те таксоны, которые далее уже не делятся в данной классификации на подвиды, называются *концевыми таксонами*.

корень дерева



Предельной классификацией называется такая классификация, все концевые таксоны которой представляют собой единичные понятия. Однако в зависимости от того, для чего предназначена классификация, она может и не быть предельной.

В зависимости от характера оснований, выбранных для создания классификации, классификации подразделяются на два вида: *искусственные* и *естественные*.

Искусственной считается классификация, в которой в качестве оснований деления используются второстепенные, несущественные характеристики предметов.

Естественной считается классификация, в которой в качестве оснований деления используются существенные характеристики предметов.

Существенными, как правило, называются те характеристики предмета, которые используются для теоретически научного описания этого предмета. Такие характеристики являются наиболее фундаментальными по сравнению с другими характеристиками этого предмета, составляют его «*сущность*». Знание таких характеристик позволяет получить разнообразную дополнительную информацию о предмете, являющемся носителем этих характеристик.

Основная особенность естественных классификаций заключается в том, что зная местоположение предмета в такой классификации, можно сразу же сказать о многих других важных его свойствах (как, например, периодическая таблица Д.И. Менделеева).

Искусственные классификации тоже бывают очень важны. Они ничего не говорят о других свойствах предмета, однако часто облегчают его поиск (как, например, алфавитный каталог книг в любой библиотеке).

Так как в основе всякой классификации лежит деление, то классификация считается правильной, если на каждом ее этапе деление было выполнено правильно. При этом необязательно, чтобы в пределах одного яруса все деления производились по одному и тому же основанию. Главное, чтобы требование единства основания не нарушалось в рамках каждого отдельно взятого деления.

Упражнение 10. Постройте одну естественную и одну искусственную классификацию для следующих видов спорта. Каждая классификация должна состоять не менее чем из трех ярусов.

(1) футбол, (2) хоккей, (3) теннис, (4) бобслей, (5) бейсбол, (6) водное поло, (7) борьба, (8) волейбол, (9) лыжи, (10) плавание, (11) биатлон, (12) бокс, (13) баскетбол, (14) шахматы.

VI. ОПРЕДЕЛЕНИЕ

§1. Определение и приемы, сходные с ним

Как уже говорилось в предыдущей главе, повседневная разговорная практика часто пренебрегает требованием точности, однозначности. Это может привести к взаимному недопониманию и даже недоразумениям. Отсюда понятно, насколько важным является требование связывать с терминами языка строго определенный смысл.

На экзамене по уголовному праву. «Можете ли вы сказать мне, что такое обман?» – «Это произойдет, профессор, если вы меня провалите». – «Поясните, каким образом». – «По уголовному кодексу, обман совершает тот, кто, пользуясь незнанием другого лица, причиняет этому другому лицу ущерб».

Определение (дефиниция, от лат. «definitio» – уточнение границ) – это логическая процедура придания строго фиксированного смысла языковым выражениям.

Установить границы использования того или иного термина, дать ему определение – задача непростая. Возьмем хотя бы слово «человек». Предпринималось много попыток уточнить смысл этого термина, но ни одна из них не привела к безупречному результату. Платон, например, определял человека как *«животное двуногое, но без перьев»*. Ему казалось, что указанные два признака позволяют точно очертить класс людей. Однако Диоген Синопский легко нашел способ его переубедить. Однажды, когда Платон занимался со своими учениками, он принес в академию ощипанного петуха со словами: *«Вот платоновский человек!»* После некоторых размышлений, великий Платон добавил к своей дефиниции еще один признак: *«человек – это двуногое бесперое животное ... с плоскими ногтями»*.

Особенно велико значение четкой и однозначной терминологии в научных исследованиях и в юридической практике. При этом, правда, надо учитывать, два обстоятельства.

Во-первых, для решения различных задач один и тот же термин может определяться различными способами. Нередко возникают ситуации, которые требуют уточнения, переопределения уже ранее определенных терминов. И это естественно, так как всякое определение представляет собой конвенцию (соглашение) об употреблении языковых конструкций. Если определение оказывается удачным, то есть помогает решить существующие познавательные проблемы, им пользуются часто. Если нет, его заменяют другим, более подходящим.

Во-вторых, существуют границы определимости. В любой науке, как и в любом кодексе, есть неопределяемые термины. Это объясняется тем, что каждое определение само состоит из языковых выражений, которые тоже должны иметь точный смысл. Попытка дать дефиницию каждому термину языка, очевидно, увела бы нас в бесконечность. Без

определения чаще всего используются наиболее простые и интуитивно ясные термины, определение которых представляло бы собой некую банальность. Вот, например, отрывок из одного руководства по пожарному делу: *«сосуд, имеющий форму ведра с надписью «пож. вед.» и предназначенный для тушений пожаров, называется пожарным ведром»* (Ивин А.А., Логика – М., 1999, С. 99).

Однако нельзя исключать возможность того, что даже интуитивно ясные, неопределяемые термины могут быть кем-то поняты неправильно. Поэтому для их разъяснения часто пользуются другими познавательными приемами. К их числу относятся: *остенсивное определение, описание и сравнение.*

Остенсивное определение (от лат. «ostensio» – показывание) – это разъяснение языковых выражений путем непосредственного указания предметов, действий или ситуаций, обозначаемых этими выражениями. Остенсивными определениями часто пользуются в процессе обучения иностранным языкам и во многих других случаях, однако его применение ограничено. С его помощью можно разъяснить лишь термины, обозначающие что-то чувственно воспринимаемое. Значения слов «электрон» или «абстракция» остенсивно определить нельзя.

Остенсивные определения не являются собственно определениями, поскольку они не раскрывают смысла языкового выражения.

Другим познавательным приемом, выполняющим сходную функцию, является **описание**. В этом случае вместо определения термина приводят более или менее подробный перечень тех признаков, которыми обладают предметы, подпадающие под него. Например, *«тигр – это животное, похожее на кошку, но более крупных размеров, имеет рыжую окраску с черными поперечными полосами, является хищником»* и т.д. Цель такого описания – создать у слушателей, которые ни разу не видели тигра, некоторый образ этого животного.

При описании не ставится задача указать отличительные признаки предметов, поэтому оно не всегда позволяет точно очертить объем разъясняемого термина.

Иногда выражения языка разъясняются с помощью такого приема как **сравнение**. Часто такого рода сравнения носят метафорический характер, например, *«верблюды – это корабль пустыни»*.

Упражнение 1. Установите, являются ли следующие высказывания определениями. Если нет, то какие познавательные приемы они собой выражают?

а) *Смех – это сверканье человеческой души.*

б) *Радуга – это такое красивое атмосферное явление, по форме напоминающее дугу, только разноцветное, оно еще случается после дождя.*

в) *Диаметр – это отрезок прямой, который соединяет две точки окружности и проходит через ее центр.*

- г) Муж – он как чемодан без ручки: и нести тяжело, и бросить жалко.
- д) Животное, которое вы видите в этой клетке – жираф.
- е) Архитектура – это застывшая музыка (Гете).

§2. Явные определения

Наиболее распространенный вид определений – *явные определения*. Определение называется **явным**, если и только если оно задается лингвистической конструкцией вида:

A↔B

Здесь **A** представляет собой определяемую часть (*дефиниендум*), **B** – определяющую часть (*дефиниенс*), а символ «↔» выражает конвенцию использовать **A** в значении **B**.

По содержанию дефиниенса, явные определения подразделяются на четыре типа:

а) *квалифицирующие* – определяют значение термина как предмет, обладающий некоторыми отличительными признаками. Например, «*Нищий – это человек, живущий подаянием*». Здесь указывается отличительный признак нищего – жить подаянием.

б) *генетические* – указывают на способ возникновения (порождения) предмета. В качестве примера можно привести шуточное определение, принадлежащее известному математику Давиду Гильберту: «*Каждый человек имеет некоторый определенный горизонт. Когда он сужается и становится бесконечно малым, он превращается в точку. Тогда человек говорит: «Это моя точка зрения»*». Здесь указывается механизм возникновения точки зрения – она получается путем сужения личного горизонта.

в) *операциональные* – указывают на операцию распознавания предмета. Например, «*Кислота – это жидкость, окрашивающая лакмусовую бумажку в красный цвет*». Данное определение позволяет всегда распознать кислоту с помощью стандартной операции с использованием лакмуса.

д) *целевые* – раскрывают целевое предназначение предмета. Например, «*Батут – это пружинящее устройство для прыжков-подскоков*». Здесь указывается, для чего предназначен батут и тем самым разъясняется смысл соответствующего термина.

Заметим, что приведенный выше перечень представляет собой не строгое деление, а типологию. Это означает, что каждое отдельно взятое определение может относиться одновременно к нескольким типам. Например, следующее определение

Документ есть такое письменное доказательство, которое выдано или заверено компетентным органом в пределах его прав и обязанностей, в установленном законом порядке, содержащее наличие

всех необходимых реквизитов (дату выдачи, подпись должностного лица, указание организации или органа, выдавшего документ, и т.д.)

является одновременно генетическим (поскольку в нем указывается способ возникновения документов) и квалифицирующим (поскольку в нем упоминаются особенности оформления документов).

Особенностью всех явных определений является то, что дефиниендум и дефиниенс могут в любом экстенциональном² контексте замещаться друг на друга. Для них действует **правило замены по дефиниции**:

$$\frac{A \leftrightarrow B, K(A)}{K(A/B)}$$

Это правило гласит, что если **A** и **B** по дефиниции означают одно и то же, все, что может быть сказано относительно **A**, справедливо и относительно **B**. Другими словами, на основании явного определения всегда можно перейти от контекста **K(A)** к контексту **K(A/B)**, где **A/B** есть замена **A** на **B**. Правило замены по дефиниции позволяет использовать явные определения в процессах дедуктивного вывода.

Упражнение 2. Определите термин «джентльмен» четырьмя различными способами. Раскройте также смысл этого термина при помощи операций сравнения и описания. Если под рукой окажется подходящий экземпляр, используйте и остенсивное определение.

§3. Неявные определения

В науке и в юридической практике иногда используются определения, не имеющие вид равенства $A \leftrightarrow B$, то есть не относящиеся к явным определениям. Такого рода определения называются **неявными** и задаются лингвистической конструкцией вида:

[**A** есть то, что удовлетворяет пунктам] **B**₁, **B**₂, ..., **B**_n.

Собственно определение здесь сводится к пунктам **B**₁, **B**₂, ..., **B**_n, а предшествующая фраза в квадратных скобках чаще всего подразумевается неявно. В зависимости от того, что представляют собой сами пункты **B**₁, **B**₂, ..., **B**_n, такие определения делятся на три вида: *индуктивные, рекурсивные и аксиоматические*.

Индуктивные определения задают класс предметов **A** путем указания некоторого его подкласса (*базис индукции*) и тех процедур, при помощи которых порождаются все остальные предметы этого класса (*индуктивный шаг*). Приведем пример индуктивного определения – определение натурального числа.

- | | | |
|----|-------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| 1. | 0 есть натуральное число. | Базис индукции |
| 2. | Если x – натуральное число,
то x' – натуральное число. | Индуктивный шаг |

² Об экстенциональных и интенциональных контекстах, а также о правиле замены «равного равным» речь уже шла в разделе II, §4.

3. Ничто иное не является Ограничительное условие
натуральным числом.

Первый пункт определения представляет собой базис индукции: 0 объявляется первым натуральным числом. После этого все остальные натуральные числа порождаются с помощью одной-единственной процедуры – функции «следовать за», обозначенной как штрих. Это индуктивный шаг. Таким образом, в класс натуральных чисел попадают все целые числа, которые больше нуля.

Другой пример индуктивного определения: определение *обоснованности* решения суда в системе прецедентного права.

1. Решения a_1, a_2, \dots, a_n считаются обоснованными сами по себе (прецеденты).

2. Если a_i – обоснованное решение, и $x \approx a_i$, то x также является обоснованным решением.

3. Ничто другое не является обоснованным решением.

Здесь знак « \approx » обозначает отношение формального подобия. Если некоторое дело подобно другому, уже встречавшемуся ранее, его правовая оценка не должна отличаться от оценки, вынесенной по предыдущему делу. Как видно из данного определения, система прецедентного права допускает пополнение двумя способами: путем использования индуктивного шага (то есть сведения новых случаев к старым) и путем расширения базиса индукции (то есть создания новых прецедентов).

Рекурсивные определения задают функцию ϕ путем указания ее значений для некоторых исходных аргументов (*базис рекурсии*) и способов определения всех остальных значений ϕ , зная исходные (*рекурсия*). Приведем пример рекурсивного определения сложения:

1. $x + 0 = x$.

2. $x + y' = (x + y)'$.

Первый пункт определения (базис рекурсии), утверждает, что значение функции $x + y$ равно x , в том случае, если $y = 0$. Второй пункт (рекурсия) говорит, что если мы хотим вычислить значение $x + y'$, где y' – число, следующее за y , то надо вычислить для этого y , чему равно $x + y$, и взять следующее за $x + y$ число.

Аксиоматические определения разъясняют значение некоторого термина путем указания той совокупности аксиом, в которой он содержится. Обычно мы идем противоположным путем: зная значение терминов, входящих в высказывание, мы затем решаем вопрос о его истинности или ложности. Но поскольку аксиомы уже заранее считаются истинными утверждениями, каждый входящий в них термин косвенным образом получает определенный смысл и значение. Например, считается, что аксиомы Евклида неявно определяют термины

«точка», «прямая», «плоскость», а аксиомы классической логики высказываний неявно определяют понятия отрицания, импликации, конъюнкции, дизъюнкции и т.д.

Упражнение 3. Постройте несколько неявных определений, а именно:

- а) индуктивное определение термина «предок».
- б) индуктивное определение термина «круглая годовщина».
- в) рекурсивное определение операции умножения.
- г) рекурсивное определение операции возведения в квадрат.

§4. Контекстуальные и неконтекстуальные определения

По составу дефиниендума определения делятся на *контекстуальные* и *неконтекстуальные*.

Неконтекстуальные определения используются чаще всего – они позволяют раскрыть смысл термина самого по себе, вне зависимости от какого-либо контекста. Структура таких определений проста:

$$A =_{df} B$$

Читается: «**A** есть **B** по дефиниции». Необходимо отметить, что среди неконтекстуальных наиболее распространены так называемые **родо-видовые определения**, в которых смысл термина разъясняется путем указания на его *род* и *видовое отличие*. Их структура такова:

$$A =_{df} \alpha B(\alpha)$$

Читается: «Предметы класса **A** выделяются из рода α по видовому отличию **B**». Определяемая часть здесь представляет собой термин, определяющая выражает соответствующее ему понятие, а знак « $=_{df}$ » фиксирует их равнозначность.

В **контекстуальных определениях** термин определяется не сам по себе, а в контексте какого-то предложения. Структура контекстуального определения имеет вид:

$$K(A) \equiv_{df} B$$

Читается: «термин **A**, по определению, употребляется в контексте **K**, если и только если **B**» Определяемая и определяющая части здесь представляют собой не понятия, а суждения.

Контекстуальные определения используются тогда, когда значение термина трудно объяснить вне контекста. Например, что означает термин «*вкрутую*»? Это гораздо проще объяснить в контексте предложения: «*Яйцо считается сваренным вкрутую, если и только если оно хорошо вращается на плоской твердой поверхности*».

Их применяют также в тех случаях, когда значение определяемого термина каким-то образом меняется в зависимости от контекста – скажем, если он используется в составе идиоматического выражения. Например, что означает выражение «*лужа*» в контексте, содержащем глагол «*сесть*»? Оно может быть частью идиомы: «*Сесть в лужу – значит попасть в неловкое, комическое положение*».

Первое из приведенных здесь определений – явное, операциональное, контекстуальное. Второе – явное, генетическое, контекстуальное.

Конечно, контекстуальные определения встречаются и среди неявных. В частности, таковыми являются рекурсивные и аксиоматические определения.

Упражнение 4. Установите, какие из приведенных определений являются контекстуальными, а какие – нет. Определите также, есть ли среди них операциональные, генетические, целевые и квалифицирующие.

а) *Вентилятор – устройство для подачи воздуха под давлением.*

б) *Любовь – это навязчивое помышление черножелчного характера, возникающее от постоянного осмысливания и переосмысливания наружности и нравов некоего лица противоположного пола (Авиценна).*

в) *Проезд считается неоплаченным, если пассажир, не имеющий абонемента или удостоверения на проезд, до следующей после посадки остановки не прокомпостировал приобретенный заранее билет.*

г) *Линза – это прозрачное тело, ограниченное выпуклыми или вогнутыми поверхностями и преобразующее форму светового пучка.*

д) *Друг – это человек, который не бросит вас, если с вами случится беда.*

е) *Транспорт есть средство, с помощью которого осуществляется пространственное перемещение людей и грузов.*

§5. Реальные и номинальные определения

Помимо того, что все определения подразделяются на явные и неявные, контекстуальные и неконтекстуальные, их можно делить также на *реальные* и *номинальные*. При этом следует различать *семантически* и *прагматически* реальные и номинальные определения.

Напомним, что семантика – наука о соотношении знаков и того, что они обозначают. Чаще всего значением определяемого термина является реально существующий предмет или его характеристики. В таком случае определение считается **семантически реальным**. Но иногда в науке приходится давать определение терминам, обозначающим заведомо несуществующие предметы или их характеристики – например, «вечный двигатель», «идеальный газ», «бесконечно удаленная от нас точка вселенной» и т.п. Такие определения называют **семантически номинальными** (от лат. «nomen» – название, имя), поскольку в них реально существует только термин (имя), а не его значение. Семантически номинальные определения играют большую роль в познании. С их помощью вводятся предельные абстракции и идеализации, без которых невозможно было бы сформулировать большинство научных теорем и законов.

Прагматика – это наука об отношениях между знаками и теми, кто их интерпретирует. В своей языковой практике люди используют термины с самыми различными целями и намерениями. С прагматической точки зрения все определения делятся на два вида. Если цель определения заключается в как можно более точном разъяснении содержания общеупотребимого термина, то говорят, что определение является **прагматически реальным**. Такие определения могут рассматриваться как нормы: в них утверждается, что термин надо употреблять именно в таком, а не ином смысле. В отличие от реальных, **прагматически номинальные** определения всегда носят характер добровольного соглашения придавать терминам тот, а не иной смысл. Иногда этот смысл сильно отличается от общепринятого и оказывается актуален лишь в рамках какой-то отдельной дискуссии, на протяжении небольшого отрезка времени. Условный характер таких определений специально подчеркивается оборотами «давайте считать, что термин А обозначает ...», «под термином А я буду понимать ...» и т.п.

определения	семантически	прагматически
реальные	Указывают на реально существующие предметы, свойства или отношения	Раскрывают смысл реально употребляемого, привычного термина
номинальные	Указывают на предметы, свойства, или отношения, которые не существуют в реальности	Раскрывают смысл вновь изобретенного или используемого в непривычном смысле термина

Упражнение 5. Установите вид следующих определений:

а) *Кентавр – это существо двойственной природы: наполовину лошадь, наполовину человек.*

б) *Под «идеальным студентом» я понимаю человека, который выполняет все домашние задания и никогда не опаздывает на лекции.*

в) *Условимся считать, что «физическая смерть» означает полную остановку сердца.*

§6. Правила определения

Чтобы определения было логически корректными, к ним предъявляют некоторые принципиальные требования. Некоторые из этих требований носят всеобщий характер, а некоторые имеют силу лишь для дефиниций определенного вида.

1) **Определение должно быть ясным.** Это означает, что термины, из которых состоит определяющая часть, сами должны быть осмысленными выражениями. В противном случае оказывается, что мы определяем непонятное через непонятное.

Конечно, такая характеристика определения, как ясность, зависит от аудитории, которой данное определение адресовано. Одна и та же дефиниция может быть ясной для специалиста и неясной для неподготовленного слушателя (например, *«катахрезис – это неправильно построенный троп»*).

2) **Определение должно быть четким.** В определении надо указывать лишь то, что необходимо и достаточно для задания смысла термина. Другими словами, дефиниция должна раскрывать лишь основное содержание определяемого термина, в ней не должно быть ничего лишнего.

Пример избыточного определения: *«квадрат – это прямоугольник, являющийся ромбом, у которого равны все стороны, равны диагонали, а также равны все углы»*. Надо помнить, что излишняя информация не столько разъясняет, сколько затемняет смысл определяемого термина.

3) **Определение не должно содержать в себе круга.** Часто бывает так, что одни термины определяются посредством других, а эти другие, в свою очередь, определяются через какие-то третьи термины, и т.д. Подобные системы взаимосвязанных определений не должны содержать порочного круга, то есть не должно возникать ситуаций, когда термин **В**, посредством которого определяется термин **А**, в конечном счете сам определяется через термин **А**. Например, пара определений *«логика – это наука о правильном мышлении»* и *«правильное мышление – это мышление по законам логики»* очевидным образом содержит круг.

Для явных определений одной из форм такого круга является **тавтология**, или «то же через то же». Тавтологическим называют определение, в котором определяемый термин встречается в определяющей части. Типичным примером может служить шуточное определение, принадлежащее известному французскому социологу П. Бурдьё: *«Быть социологом – значит быть признанным социологами как социолог и решать социологические проблемы социологическими методами»*.

Заметим, что хотя в неявных дефинициях определяемый термин входит в определяющие условия **В₁, В₂, ..., В_п**, это не приводит к тавтологии, так как в дефинициях этого сорта определяющая часть не приравнивается к определяемому выражению.

4) **Определение должно быть соразмерным.** Это правило распространяется только на прагматически реальные определения. Оно говорит, что объем определяемого выражения должен совпадать с объемом определяющего. При нарушении этого правила возможны следующие ошибки:

(а) *слишком узкое определение* (объем определяющей части уже, чем объем определяемой). Пример: *«Часы – это прибор с циферблатом и двумя стрелками, предназначенный для измерения времени»*. Не все часы имеют циферблат и стрелки.

(б) *слишком широкое определение* (объем определяющей части шире, чем объем определяемой). Пример: «Корова – это крупное рогатое млекопитающее». Не любое крупное рогатое млекопитающее является коровой.

(в) *перекрещивающееся определение* (объемы определяющей и определяемой частей находятся в отношении перекрещивания). Пример: «Озеро – это крупный водоем с пресной водой». Не любое озеро является пресным, не любой крупный водоем с пресной водой является озером.

(г) *определение «как попало»* (объемы определяющей и определяемой частей не совместимы). О такой ошибке идет речь в следующей шуточной истории: «Когда известный естествоиспытатель Кювье зашел в Академию наук (в Париже), где работала комиссия по составлению энциклопедического словаря, его попросили оценить определение слова «рак», которое только что удачно было найдено. «Мы нашли определение понятия «рак», – сказали члены комиссии, – вот оно: «Рак – небольшая красная рыбка, которая ходит задом наперед». – «Великолепно, – сказал Кювье. – Однако разрешите мне сделать небольшое замечание ... Дело в том, что рак не рыба, он не красный и не ходит задом наперед. За исключением всего этого, ваше определение превосходно» (Войшвилло Е.К. Понятие как форма мышления. – М., 1989. С. 226).

Упражнение 6. Проверьте правильность следующих определений.

а) «Кража – это завладение чужим имуществом».

б) «Красивая женщина – это блондинка с длинными ногами».

в) «Кит – это крупная морская рыба, питающаяся животным и растительным планктоном».

г) «Стол – это предмет мебели, служащий для приема пищи».

д) «Забастовка – это когда бастуют рабочие».

е) «Страус – это птица, которая прячет голову в песок, если ее напугать».

ж) «Плеоназм – избыточное употребление выделяемого по смыслу слова или оборота».

VII. ОБОБЩАЮЩАЯ ИНДУКЦИЯ

§1. Дедуция и индукция как способы познания

Важнейшей задачей логики является исследование различных познавательных процедур, посредством которых из уже имеющихся у нас сведений можно получать новую информацию. Одна из таких процедур – *дедукция* (от лат. «deductio» – «выведение»).

Рассуждение называется *дедуктивным*, если и только если совокупная информация, выраженная в его посылках (A_1, \dots, A_n), содержит в качестве своей части (иногда в неявной форме) информацию, выраженную в заключении (B). Дедуция позволяет извлечь эту информацию и представить ее в явной форме. Символически структура дедуктивного рассуждения записывается так:

$$A_1, \dots, A_n \models B$$

Но довольно часто применяются и другие способы рассуждения, приводящие к получению *принципиально новой* информации. При этом мы используем имеющиеся в посылках сведения как «подсказку», «намеки», наводящий на мысль о возможности принятия некоторого заключения. Рассуждение в этом случае строится следующим образом: если информация, содержащаяся в посылках A_1, \dots, A_n верна, то правдоподобно было бы считать, что верно и B .

$$A_1, \dots, A_n \approx B$$

Такие рассуждения получили название *индуктивных* (от лат. «inductio» – «наведение»), или *правдоподобных*.

В дедуктивных рассуждениях посылки полностью обосновывают заключение, поскольку последнее *логически следуют* из них. В правдоподобных рассуждениях посылки лишь *подтверждают* заключение, логического следования здесь нет. К числу правдоподобных рассуждений относятся собственно *обобщающая индукция*, *методы установления причинных зависимостей* (исключающая индукция) и *аналогия*.

§2. Математическая вероятность как мера правдоподобности

Степень правдоподобности вывода в некоторых логических теориях (например, в КЛВ) можно измерить достаточно точно. Для этого применяют теорию вероятностей. Существует два критерия правдоподобности умозаключений:

1) *Критерий высокой вероятности*: умозаключение $A_1, \dots, A_n \approx B$ считается правдоподобным, е.т.е. вероятность B при условии $A_1 \& \dots \& A_n$ больше $\frac{1}{2}$.

$$A_1, \dots, A_n \approx B \equiv_{df} P(B/A_1 \& \dots \& A_n) > \frac{1}{2}$$

2) *Критерий позитивной релевантности*: умозаключение $A_1, \dots, A_n \approx B$ считается правдоподобным, е.т.е. вероятность B при условии $A_1 \& \dots \& A_n$ больше, чем вероятность формулы B самой по себе.

$$A_1, \dots, A_n \approx B \equiv_{df} P(B/A_1 \& \dots \& A_n) > P(B)$$

В КЛВ вероятность высказываний высчитывается по формуле: $P(A) = m/n$, где m – число строк таблицы, в которых высказывание A принимает значение «и», n – общее число строк в таблице. Условная вероятность (вероятность B при условии A) определяется по формуле: $P(B/A) = P(A \& B)/P(A)$. Рассмотрим, к примеру, такое умозаключение:

Если в этом преступлении виновен Иванов, то Петров невиновен.

В преступлении виновен только один из них.

Обозначим виновность Иванова переменной p , а Петрова – q . Построив совмещенную таблицу истинности, получаем следующий результат:

p	q	r	$p \supset \neg q$	$p \vee q$
и	и	и	л	л
и	и	л	и	и
и	л	и	и	и
и	л	л	и	л

Чему равняется вероятность заключения самого по себе? Из четырех строк таблицы формула $p \vee q$ принимает значение «и» в двух. Значит, $m = 2$, $n = 4$. Вероятность высказывания «Виновен либо Петров, либо Иванов» определяется по формуле: $P(p \vee q) = 2/4$, то есть $1/2$.

Чему равняется вероятность $p \vee q$ при условии истинности $p \supset \neg q$? По таблице видно, что высказывание $p \supset \neg q$ принимает значение «и» в трех строчках из четырех. Значит, его вероятность равняется: $P(p \supset \neg q) = 3/4$. А вместе оба высказывания – $p \supset \neg q$ и $p \vee q$ – оказываются истинными лишь в двух строчках из четырех, то есть их совместная вероятность равняется: $P[(p \supset \neg q) \& (p \vee q)] = 2/4$. Поделив $2/4$ на $3/4$, получаем $2/3$, то есть данное умозаключение достаточно правдоподобно.

Упражнение 1. Определите степень правдоподобности умозаключений:

а) *Петров никогда не ходит «на дело» без Иванова. Следовательно, они оба виновны в этом преступлении.*

б) *Если в этом преступлении виновны Иванов и Петров, то невиновен Сидоров. Следовательно, если виновен Сидоров, то невиновны Иванов и Петров.*

§3. Понятие подтверждающего примера

В силлогистике также иногда применимы методы теории вероятностей. Но поскольку силлогистику нельзя построить табличным способом, мера вероятности здесь определяется по-другому – через понятие *подтверждающего примера*.

Как правило, подтверждающим примером для некоторого атрибутивного высказывания считается каждый предмет, относительно которого данное высказывание истинно. Если же относительно этого предмета данное высказывание ложно, говорят, что он его опровергает, или является его контрпримером.

Рассмотрим, например, высказывание «все вороны – черные». Очевидно, что любая черная ворона будет являться для него подтверждающим примером, а любая белая ворона будет его опровергать. И чем больше черных ворон нам удастся обнаружить, тем выше будет вероятность данного высказывания. При двух-трех подтверждающих примерах оно, конечно, останется весьма сомнительным. Но если орнитологи пронаблюдают миллионы черных ворон, то его правдоподобность окажется гораздо более высокой.

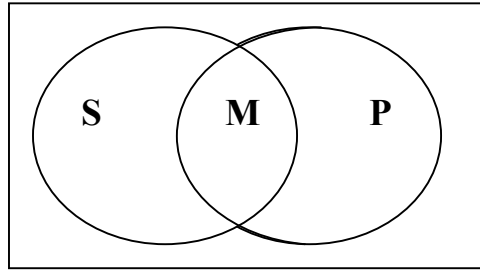
Однако такая трактовка подтверждающего примера может привести к парадоксу. Ведь исходное утверждение «все вороны (S) черные (P)» (SaP) логически эквивалентно другому утверждению: «все, что не черно (~P), не ворона (~S)» (~Pa~S). Будет ли это означать, что, обнаружив, скажем, желтую гусеницу, мы получим подтверждение того, что «все вороны черные»?

Данное рассуждение называют *парадоксом Гемпеля*. По мнению американского философа Карла Гемпеля, желтая гусеница, рыжая корова, зеленый крокодил действительно подтверждают высказывание «все вороны черные». Ведь подтверждающий пример должен подтверждать *все* логически эквивалентные высказывания.

Противники Гемпеля возражают, что желтая гусеница с равным успехом подтверждает как то, что «все вороны черные», так и то, что «все вороны белые». То есть фактически, она не подтверждает ничего определенного.

Чтобы избежать подобных парадоксов, используют так называемый *критерий Нике*: подтверждающими примерами для данного атрибутивного суждения являются лишь те предметы, которые входят в его *область сказывания*.

Применительно к суждению «все вороны (S) черные (P)» это означает, что подтверждающим примером может быть не любое живое существо, а только те из них, которые, во-первых, являются воронами, и во-вторых, обладают черной окраской. На схеме эта область обозначена как **M**.



Переход от знания подтверждающих примеров (**M**) к утверждению обо всем классе в целом (**S**) осуществляется посредством модуса (aaa) III фигуры:

Все **M** есть **P**. **MaP**

Все **M** есть **S**. **MaS**

Все **S** есть **P**. **SaP**

Вероятность истинности заключения при условии истинности посылок определяется здесь по формуле: $P(\text{SaP/MaP\&MaS}) = 1/2^{s-m}$, где **s** – общее число исследуемых предметов, а **m** – число подтверждающих примеров. Заметим, что данная формула применима лишь в тех случаях, когда класс **S** является конечным.

Допустим, кто-то желает доказать, что в русском языке названия всех месяцев года заканчиваются мягким знаком. В подтверждение этого он приводит тот факт, что названия всех зимних и осенних месяцев заканчиваются мягким знаком. Насколько правдоподобно такое умозаключение?

S – названия месяцев года; **s** = 12

M – названия зимних и осенних месяцев; **m** = 6

P – существительные, оканчивающиеся на «ь»

Поскольку $12 - 6 = 6$, вероятность $P(\text{SaP/MaP\&MaS}) = 1/2^6$, то есть $1/64$. Правдоподобным такое умозаключение, конечно, назвать нельзя. И действительно, его опровергают «март», «май» и «август».

Упражнение 2. Определите, какова вероятность того, что все планеты Солнечной системы имеют спутники, если известно, что каждая из внешних планет, начиная с Земли, имеет хотя бы один спутник.

Необходимо иметь в виду, что при определении условной вероятности мы опираемся лишь на логическую форму высказываний и не учитываем наличия внутренних, содержательных связей между исследуемыми явлениями. Если такие связи имеются, действительная вероятность может оказать гораздо выше (или ниже) математической.

Пример: «Этих мужчин не поймешь! Позавчера ему нравились макароны, вчера они ему нравились. И два, и три дня назад они ему нравились. А сегодня уже не нравятся!» Если человеку нравились макароны на протяжении четырех дней подряд, повышает ли это вероятность того, что они понравятся ему и на пятый? Скорее, наоборот. Ведь здесь необходимо учитывать еще и внутреннюю связь между событиями, которая выражается в том, что однообразный рацион может

сильно изменить гастрономические пристрастия человека. Однако не стоит преувеличивать роль содержательных моментов в индуктивных умозаклчениях. Практика показывает, что человек склонен порой выдумывать какие-то «внутренние» связи между явлениями даже там, где их нет.

Упражнение 3. Определите, какой вывод более правдоподобен.
«В семье пятеро детей и все девочки. Следовательно, ...»

- а) ... *шестой ребенок тоже будет девочкой*»
- б) ... *шестой ребенок будет, наконец, мальчиком*»

§4. Полная индукция

Приведенное в предыдущем параграфе рассуждение о названиях месяцев представляет собой типичный случай индуктивного умозаклчения. Поскольку в нем осуществляется обобщение (свойство **P**, присущее предметам класса **M**, переносится на более широкий класс **S**), такое рассуждение получило название *обобщающей индукции*.

Под *обобщающей индукцией* понимаются такие рассуждения, в которых переходят от знания об определенных предметах некоторого класса к знанию обо всех предметах этого класса, то есть от единичных или частных утверждений к общим.

Различают *полную* и *неполную* индукцию. **Полная обобщающая индукция** – это умозаклчение от знания об отдельных предметах некоторого класса, при условии исследования *каждого* предмета, входящего в этот класс, к знанию обо всех предметах этого класса. Полная индукция, по методу обоснования вывода, делится на *математическую* и *эмпирическую*.

Математическая индукция – способ рассуждения, который часто используется в дедуктивных науках (логике и математике). Он применяется в тех случаях, когда исследуемый класс **S** задан индуктивным определением. Как вы помните, индуктивное определение состоит в том, что первоначально некоторые объекты прямо объявляются принадлежащими данному классу **S**. Все же остальные объекты порождаются из исходных с помощью каких-либо процедур $f_1...f_n$. Чтобы доказать наличие у всех предметов класса **S** свойства **P**, применяют следующую схему рассуждения:

- 1. x_1 есть **P** базис индукции
- 2. $S = \{x_1, f_1(x_1), \dots, f_n(x_1)\}$ индуктивное определение класса **S**
- 3. $\forall x \forall f_j (x \text{ есть } P) \supset (f_j(x) \text{ есть } P)$ индуктивный шаг
- SaP** индуктивное обобщение

Допустим, нам надо доказать, что все четные числа делятся на два. Воспользуемся индуктивным определением класса четных чисел: (1) **2** есть четное число, (2) все остальные четные числа получаются с помощью применения к двойке операций « $f_1(x) = x+2$ » или « $f_2(x) = x-2$ » n -го числа раз. Базис индукции очевиден: **2** делится на два.

Индуктивный шаг состоит в том, что если некоторое число x делится на два, то $x+2$ и $x-2$ тоже делятся на два. Вывод: все четные числа делятся на два. Математическая индукция дает достоверное знание. Всеобщность вывода определяется здесь знанием законов порождения исследуемого класса объектов.

Полная *эмпирическая* индукция достигает всеобщности вывода другим путем – сплошной эмпирической (опытной) проверкой исследуемого класса. Логическая схема этого способа рассуждения такова:

- | | | | |
|------|---------------------------|---|-------------------------------------------------------|
| 1. | x_1 есть P | } | эмпирические факты о классе $M = \{x_1, \dots, x_n\}$ |
| 2. | x_2 есть P | | |
| . | | | |
| . | | | |
| n. | x_n есть P | | |
| n+1. | <u>$M = S$</u> | | |
| | SaP | | индуктивное обобщение |

Примером может служить рассуждение Ходжи Насреддина: «Ходжа, ты уверен, что купленные тобой спички не отсыревшие?» – «Конечно!» – «А откуда ты это знаешь?» – «Я проверил каждую из них – все горели хорошо». Очевидно, что данное рассуждение не только правдоподобно, но и достоверно. Хотя вряд ли можно согласиться с тем, что такая педантичная проверка имела смысл.

Достоверность заключения по полной обобщающей эмпирической индукции определяется тем, что условная вероятность вывода при данных посылах равна 1. Ведь множество исследованных предметов M совпадает с классом S , о котором идет речь в заключении, а при $m = s$ величина $1/2^{s-m}$ равняется единице.

Полная эмпирическая индукция является ограниченным познавательным приемом. В-первых, она может применяться лишь в тех случаях, когда класс S конечен и легко обозрим. Чтобы доказать полной индукцией, что все рыбы дышат жабрами, пришлось бы выловить всех рыб, а это в принципе невозможно.

Во-вторых, даже если класс S конечен, сплошная его проверка иногда требует таких огромных затрат, на которые общество не может пойти. Например, для установления того, что все граждане страны испытывают единодушное согласие по поводу какого-то важного государственного вопроса, можно провести поголовное голосование – референдум. Однако эта процедура требует больших затрат времени, материальных и людских ресурсов.

Наконец, сплошная проверка бывает неприемлемой в силу того, что ведет к уничтожению проверяемого предмета (как в примере про Ходжу Насреддина).

Упражнение 4. Определите вид и логическое основание следующего рассуждения. В силу чего вывод узника может оказаться ложным?

Однажды в камеру приговоренного к повешению вошли и объявили: «Скоро вас казнят. При этом мы обещаем соблюсти три условия. Первое – вас казнят на следующей неделе в один из дней. Второе – накануне вечером вас предупредят, что казнь состоится завтра на рассвете. И третье – наше предупреждение будет для вас полной неожиданностью. Если мы не сумеем выполнить своих обещаний, вас освободят. Приговоренный стал размышлять о своей участи. “В воскресенье меня казнить не могут, так как, дожив до субботы, для предупреждения останется только единственный вечер, субботний, и, значит, предупреждение о казни уже не может быть неожиданностью. По этой же причине меня не могут казнить в субботу, так как, дожив до пятницы, для предупреждения останется единственный вечер в пятницу, значит, зная об этом заранее, оно опять не будет для меня неожиданностью. Итак, исключаются воскресенье и суббота. Но, рассуждая аналогично, я поочередно исключу и пятницу, и четверг, и среду, и вторник, и понедельник. Получается, что казнь невозможна без нарушения хотя бы одного из трех условий. Значит, меня освободят!»

§5. Неполная индукция

Итак, имеются самые разнообразные причины, по которым сплошная проверка бывает невозможной. В таких случаях применяется процедура *неполной обобщающей индукции*. Обобщающая индукция называется **неполной**, если в ней осуществляется частичная проверка предметов исследуемого класса.

Неполная обобщающая индукция делится на *популярную* и *научную*. Схема **популярной индукции** имеет следующий вид:

- | | | | |
|------|---------------|---|-------------------------------------------------------|
| 1. | x_1 есть P | } | эмпирические факты о классе $M = \{x_1, \dots, x_n\}$ |
| 2. | x_2 есть P | | |
| . | | | |
| . | | | |
| n. | x_n есть P | | |
| n+1. | $M \subset S$ | | |
| | SaP | | индуктивное обобщение |

Отличие популярной индукции от полной состоит в n+1-ой посылке. При полной индукции класс **M** в точности совпадает с классом **S**. При индукции популярной он составляет лишь часть этого класса. Ясно, что истинность заключения в данном случае является

проблематичной. Ведь среди непроверенных предметов из **S** могут быть и такие, которые свойством **P** не обладают.

Пример ложного заключения, полученного посредством популярной индукции, – предложение «Все лебеди белы». Оно, казалось бы, «вытекало» из фактов: каждый раз при наблюдении некоторого конкретного лебедя европейцы убеждались, что он обладает белым цветом. Тем не менее, после открытия Австралии, где были обнаружены черные лебеди, стало ясно, что это индуктивное заключение неверно. (Бочаров В.А., Маркин В.И. Основы логики. – М., 1994. С. 222.)

Рассматриваемое рассуждение называется популярной (народной) индукцией в силу своей наивной простотой. Эта простота проявляется прежде всего в том, что на наличие свойства **P** проверяются первые попавшиеся объекты. После чего проводится *поспешное обобщение* – типичная ошибка индуктивного рассуждения. Однако вывод по неполной индукции можно существенно усовершенствовать и добиться повышения степени правдоподобности получаемых результатов.

Научная индукция проверяет на наличие свойства **P** не первые попавшиеся предметы класса **S**, а те из них, которые специально отобраны для этой цели. При этом весь исследуемый класс **S** называют *генеральной совокупностью*, а множество отобранных из него образцов – *выборкой*. Выборка подвергается сплошной проверке, а затем полученный результат переносится на всю генеральную совокупность.

Для надежного обоснования такого переноса требуется, чтобы выборка была *репрезентативной*. Это означает, что выборка должна достаточно точно передавать структуру класса **S**, разнообразие его состава, и в частности, те его особенности, которые могут влиять на отсутствие свойства **P**. В таких случаях условимся говорить, что **M** *репрезентирует S*, сокращенно $M \cong S$. Схема научной индукции такова:

1.		x ₁ есть P	
2.	x ₂ есть P	}	эмпирические факты о классе $M = \{x_1, \dots, x_n\}$
.			
.			
n.	<u>x_n есть P</u>		
	MaP		полная индукция
n+1.		<u>M ≅ S</u>	утверждение о репрезентативности
	выборки		
	SaP		индуктивное обобщение

Добиться репрезентативности выборки можно двумя различными способами. Первый способ основан на выдвижении некоторых гипотез о том, в силу каких причин у предметов исследуемого класса может отсутствовать свойство **P**. Например, если проверяется доброкачественность партии консервированных продуктов, то отсутствие этого свойства (недоброкачественность) может зависеть от

срока хранения продукта, от условий его хранения, от того, какое предприятие выпустило продукцию, и других параметров. Именно такие «подозрительные» образцы включаются в выборку и подвергаются проверке. Если гипотезы точно фиксируют *все* случаи, в силу которых продукция может оказаться недоброкачественной, и если в генеральной совокупности **S** таковая имеется, то в выборку обязательно попадет какое-то ее количество.

У данного метода два недостатка. Первый связан с тем, что у нас могут отсутствовать хоть какие-то разумные гипотезы для объяснения свойства **P**. Второй же состоит в том, что мы можем по тем или иным причинам упустить какой-то важный параметр, от которого зависит отсутствие свойства **P**. Тем самым будет делаться определенная систематическая ошибка, которая и приведет к неверным результатам.

Чтобы исключить эти недостатки, применяют второй способ формирования выборки, порождая ее чисто случайным образом. Для этого используют специальные таблицы случайных чисел. Но чтобы такая случайная выборка оказалась репрезентативной, она должна быть достаточно объемной. Согласно закону больших чисел, закономерности, которым подчиняются массовые явления, обнаруживаются лишь при достаточно большом числе наблюдений.

Упражнение 5. Определите вид и логическое основание следующих индуктивных рассуждений. Что могло бы сделать их более правдоподобными?

а) Немецкий физик Нернст, открывший третье начало термодинамики (о недостижимости абсолютного нуля температуры), так «доказывал» завершение разработки фундаментальных законов этого раздела физики: «У первого начала было три автора: Майер, Джоуль и Гельмгольц; у второго – два: Карно и Клаузиус, а у третьего – только один – Нернст. Следовательно, число авторов четвертого начала термодинамики должно равняться нулю, то есть такого закона просто не может быть». (Ивин А.И. Логика. – М., 1999. С. 228.)

б) Совет начинающему поэту: «А.С. Пушкин был убит на дуэли. М.Ю. Лермонтов был убит на дуэли. Значит, все великие русские поэты должны погибать на дуэли. Если хочешь стать по-настоящему великим, будь готов к подобному исходу.»

§6. Статистическая индукция

Статистической называется обобщающая индукция, при которой устанавливается *относительная частота* обладания свойством **P** для произвольного предмета из класса **S**. Символически будем обозначать эту частоту величиной $\delta(SP)$.

По методу статистической индукции осуществляются, например, социологические обследования, где заведомо нереально было бы ожидать, что все люди выскажутся одинаково. В этом случае нас

интересует процент людей, которые придерживаются того или иного мнения.

Статистическая индукция также может быть полной и неполной, популярной и научной. Рассмотрим схему *неполной научной статистической индукции*.

1.		x_1 есть P	}	
2.	x_2 есть P			факты наличия свойства P у предметов M
.				
.				
m.	x_m есть P		}	
m+1.	x_{m+1} не есть P			факты отсутствия свойства P у предметов M
.				
.				
n.	<u>x_n не есть P</u>			
	$\delta(MP) = m/n.$			полная статистическая индукция
n+1.		$M \cong S$		утверждение о репрезентативности выборки
	$\delta(SP) = m/n.$			индуктивное обобщение

В первых n посылах указаны результаты сплошного обследования предметов из выборки $M = \{x_1, \dots, x_n\}$. Посылки показывают, что из n проверенных предметов только m обладают интересующим нас свойством. Тогда устанавливается относительная частота обладания свойством P для произвольного предмета из выборки M : $\delta(MP) = m/n$. А далее этот результат индуктивно обобщается на всю генеральную совокупность S : $\delta(SP) = m/n$.

Пример. В городе имеется 1864 автомобиля в личном пользовании. В течение года правила дорожного движения нарушили 134 владельца этих автомобилей. Тогда относительная частота нарушений равна $134/1864$ (полная статистическая индукция). Предполагается, что через пять лет в городе число автомобилей в частном пользовании увеличится до 3000. Совершая индуктивное обобщение, мы можем предсказать, что относительная частота нарушений не изменится. Если этот прогноз сбудется, то годовое число нарушений окажется равно $3000 \times 134/1864 \approx 210$. (Ивлев Ю.В. Логика для юристов. – М., 1996. С. 114.)

При научной статистической индукции выдвигается дополнительное требование к формированию выборки. Состав выборки должен быть *пропорционален* составу генеральной совокупности. Так, если мужчины в генеральной совокупности составляют 50%, а в выборке они представлены в количестве 99%, то такая выборка нерепрезентативна, если мы хотим выяснить мнение всего общества по какому-то вопросу, а не только мнение мужчин.

Упражнение 6. Определите насколько правдоподобными являются следующие индуктивные умозаключения:

а) *Некий путешественник оказался в незнакомом городе. Он случайно присел отдохнуть возле парфюмерного магазина и от скуки начал считать количество выходящих из него мужчин и женщин. Было около полудня. За час путешественник насчитал 47 женщин и 3 мужчин. На основании своих наблюдений он сделал вывод, что в данном городе 94% женского и только 6% мужского населения.*

б) *Как показывает статистика, преобладающее большинство дорожно-транспортных происшествий приходится на долю машин, едущих с умеренной скоростью, и лишь малое число – на долю машин, едущих со скоростью свыше 100 км/ч. Следовательно, водить машину на больших скоростях безопаснее. (Ивин А.И. Логика. – М., 1999. С. 290.)*

в) *В начале Первой мировой войны в униформу британских солдат входила коричневая матерчатая фуражка. Металлических касок у них не было. Через некоторое время командование армии было обеспокоено большим количеством ранений в голову. Было решено заменить фуражку металлической каской. Но вскоре командование было удивлено, узнав, что количество ранений в голову увеличилось. Учитывая, что интенсивность сражений была примерно одинаковой до и после введения касок, пришли к выводу, что каска защищает голову солдата хуже, чем фуражка.*

Заметим, что при использовании статистических обобщений нельзя путать *относительную вероятность* наличия некоторого свойства у предметов класса S и *действительный порядок распределения* этого свойства на множестве S . Например, если среди исследуемых предметов 33% обладают интересующим нас свойством, иногда говорят, что *каждый третий* предмет им обладает – но это вовсе не означает, что нужно методично отсчитать третий, шестой, девятый предметы и т.д. На подобной игре слов могут строиться разнообразные софизмы.

Упражнение 7. Определите, является ли правильным следующее рассуждение. Если нет, то почему?

Статистика утверждает, что каждый четвертый человек – психически неуравновешенный. Проверьте трех своих друзей. Если они нормальные, значит психически неуравновешенным являетесь именно Вы!

Практика применения научных форм индукции показывает, что при соблюдении всех методологических требований к формированию репрезентативной выборки надежность этих рассуждений может приближаться к 100%.

VIII. ИСКЛЮЧАЮЩАЯ ИНДУКЦИЯ И АНАЛОГИЯ

§1. Понятие о причинной зависимости

Исключающая индукция – это форма рассуждения, при которой из некоторого множества возможных причин явления путем исключения выявляется его подлинная причина.

Понятие причины играет весьма существенную роль в человеческом познании. Ведь научно объяснить какое-то явление чаще всего означает указать причину его возникновения. Например, причиной электрического тока является наличие напряжения в цепи, а причиной притяжения двух тел является наличие между ними гравитационного взаимодействия. Поэтому говорят, что напряжение в цепи объясняет наличие электрического тока, гравитация объясняет притяжение, и т.д.

Причинной (каузальной) **связью** между явлениями x и y называют такое отношение между ними, в силу которого существование x обуславливает существование y . Будем в таком случае говорить, что « x каузально влечет y » и записывать это утверждение в форме « $x \rightarrow y$ », где x называется *причиной*, а y – *следствием* или *действием* этой причины.

С логической точки зрения различают несколько трактовок понятия причины. Иногда о событии x говорят как о причине y , если осуществление x является **достаточным условием** последующего осуществления y .

Df1. $x \Rightarrow y \equiv_{df}$ **Всякий раз** ($x \supset y$)

Другой трактовкой причины является ее понимание как **необходимого условия** для наступления следствия:

Df2. $x \Rightarrow y \equiv_{df}$ **Всякий раз** ($\neg x \supset \neg y$)

Третья трактовка представляет собой соединение двух предыдущих. Под причиной понимается такое событие, которое является одновременно его **необходимым и достаточным условием**:

Df3. $x \Rightarrow y \equiv_{df}$ **Всякий раз** ($x \equiv y$)

Наконец, часто причину понимают как событие, модификация которого влечет за собой модификацию следствия. Такое понимание является разновидностью предыдущего, так как предполагается, с одной стороны, что модификация причины – необходимое и достаточное условие модификации следствия. Определение в этом случае будет таким:

Df4. $x \Rightarrow y \equiv_{df}$ **Всякий раз** ($x^* \equiv y^*$),

где x^* и y^* – это модифицированные x и y (их усиление или ослабление). Последняя трактовка чаще всего применяется в случаях, когда причина и следствие не разделены во времени – например, поворот регулятора громкости и усиление звука в наушниках.

Упражнение 1. В следующих высказываниях поставьте вместо многоточия слова: «необходимо и достаточно», «необходимо, но

недостаточно», «достаточно, но не необходимо», «не необходимо и недостаточно».

а) Для того, чтобы законопроект принял силу,, чтобы Дума его одобрила.

б) Для того, чтобы двигатель «заглох»,, чтобы в баке кончился бензин.

в) Для того, чтобы в комнате зажегся свет, замкнуть электрическую цепь нажатием выключателя.

г) Для того, чтобы человек зарабатывал хорошие деньги, ему иметь высшее образование.

д) Для того, чтобы студент сдал зачет по логике, ему ее выучить.

Впрочем, чаще всего между причиной и следствием есть какой-то временной интервал. Именно с наличием временного интервала связана распространенная ошибка – поспешное установление причинной связи по принципу **«post hoc ergo propter hoc»** – **«после этого, значит по причине этого»**.

Пример: «Каждый год в начале весны шаман племени в зеленом облачении совершает ритуальный танец вокруг своей деревни. Приблизительно через неделю поля и леса покрываются зеленью. Следовательно, появление зелени вызвано ритуальным танцем шамана».

Упражнение 2. Определите, является ли обоснованным следующее рассуждение:

Мы победили фашистскую Германию после установления культа личности и проведения коллективизации. Следовательно, установление культа личности и проведение коллективизации – причина нашей победы в Великой Отечественной войне.

Для обоснованного утверждения причинной связи между явлениями необходимо использовать специальные логические методы.

§2. Методы установления причинных зависимостей

Эти методы предназначены для того, чтобы на основании некоторых эмпирических данных приходиться к заключению о наличии причинной (каузальной) связи между какими-то явлениями. Их иногда также называют методами Бэкона-Милля, в честь Фрэнсиса Бэкона (1561-1626), автора знаменитого трактата «Новый Органон», где они были впервые систематически изложены, и Джона Стюарта Милля (1806-1873), который их позже усовершенствовал.

Одним из них является **метод единственного сходства**. Его суть заключается в том, что рассматриваются различные случаи, когда наблюдается явление **q**. Если во всех случаях явлению **q** предшествуют группы обстоятельств, сходные только в отношении обстоятельства **A**, то делается вывод, что именно оно и является причиной интересующего нас явления. Схематически этот метод можно представить так:

- | | | | |
|----|--------------|---|--------------------------------------------|
| 1. | A, B, C – q. | } | случаи, когда наблюдалось явление q |
| 2. | A, D, E – q | | |
| . | | | |
| . | | | |

n. A, F, G – q

Во всех данных случаях (A ⊃ q) обобщение фактов

Всякий раз (A ⊃ q) индуктивное обобщение

A ⇒ q утверждение о причинной связи по **Df1**

Пример. Английский физик Д. Брюстер следующим образом открыл причину переливов радужных цветов на поверхности перламутровых раковин. Случайно он получил отпечаток перламутровой раковины на воске и обнаружил на поверхности воска ту же игру радужных цветов, что и на раковине. Он сделал отпечатки раковины гипсе, смоле, каучуке и других веществах и убедился, что не особый химический состав вещества перламутровой раковины, а определенное строение ее внутренней поверхности вызывает эту прекрасную игру цветов. (Ивлев Ю.В. Логика для юристов. – М., 1996. С. 121.)

Здесь из числа возможных причин исключаются все предшествующие обстоятельства, кроме одного. Подобное исключение происходит и при использовании других методов установления причинных связей. Отсюда и общее название таких рассуждений – *исключающая индукция*.

Вторая разновидность исключающей индукции – *метод единственного различия*. Его схема выглядит так:

- | | | | |
|----|--------------|---|--------------------------------------------|
| 1. | A, B, C – q. | } | случаи, когда наблюдалось явление q |
| . | | | |
| . | | | |
| . | | | |

m. A, B, C – q

m+1. ¬A, B, C – ¬q

- | | | | |
|---|--|---|-----------------------------------------------|
| . | | } | случаи, когда не наблюдалось явление q |
| . | | | |
| . | | | |
| . | | | |

n. ¬A, B, C – ¬q

Во всех данных случаях (¬A ⊃ ¬q) обобщение фактов

Всякий раз (¬A ⊃ ¬q) индуктивное обобщение

A ⇒ q утверждение о причинной связи по **Df2**

Пример. В XIX веке считали, что животным для поддержания жизни необходимо потреблять лишь белки и соли. Это мнение опроверг в 1880 году русский доктор Н.И. Лунин. Он проделал следующий опыт.

Одну группу мышей кормил обычной пищей, а другую – очищенными белками (обстоятельство **B**) и солями (обстоятельство **C**). Мыши первой группы были вполне здоровы (результат **q**) второй группы через некоторое время погибли (результат $\neg q$). Лунин сделал вывод, что кроме белков и солей нужно еще что-то (**A**). Затем этот недостающий компонент питания был открыт. Им оказались витамины. (Ивлев Ю.В. Логика для юристов. – М., 1996. С. 122)

Эти два метода используются в естественных науках в качестве методов наблюдения. Однако их применение имеет смысл лишь тогда, когда у исследователя уже есть определенное предположение о возможной причине исследуемого явления. В этом случае ему нужно лишь целенаправленно проверить, всегда ли данная причина сопровождается данным следствием (метод сходства) и всегда ли ее отсутствие приводит к отсутствию данного следствия (метод различия).

Более сложной формой исключаящей индукции является *соединенный метод сходства и различия*. Рассуждения по этому методу строятся так:

- | | | | |
|------|-------------------------------------------|---|-----------------------------------------------|
| 1. | A, B, C – q. | } | случаи, когда наблюдалось явление q |
| 2. | A, D, E – q. | | |
| . | | | |
| . | | | |
| . | | | |
| m. | A, F, G – q | } | случаи, когда не наблюдалось явление q |
| m+1. | $\neg A, B, C – \neg q$ | | |
| m+2. | $\neg A, D, E – \neg q$ | | |
| . | | | |
| . | | | |
| . | | | |
| n. | <u>$\neg A, F, G – \neg q$</u> | | |

<u>Во всех данных случаях ($A \equiv q$)</u>	обобщение фактов
<u>Всякий раз ($A \equiv q$)</u>	индуктивное обобщение
$A \Rightarrow q$	утверждение о причинной связи по Df3

При рассмотрении данной схемы может сложиться впечатление, что вывод о причинной связи между **A** и **q** можно получить из первых *m* фактов по методу сходства. И это было бы действительно так, если бы уже имелось заранее предположение, что именно фактор **A** есть причина **q**. Однако когда заранее никаких предположений у исследователя нет, он вынужден накапливать как можно больше эмпирического материала с двумя возможными исходами – наличия **q** и отсутствия его. Далее весь этот материал разбивается (в чем и состоит использование метода различия) на две группы, после чего целенаправленно отыскивается то единственное обстоятельство, которое всегда предшествует наступлению **q** и всегда отсутствует в случаях, когда **q** не наступает.

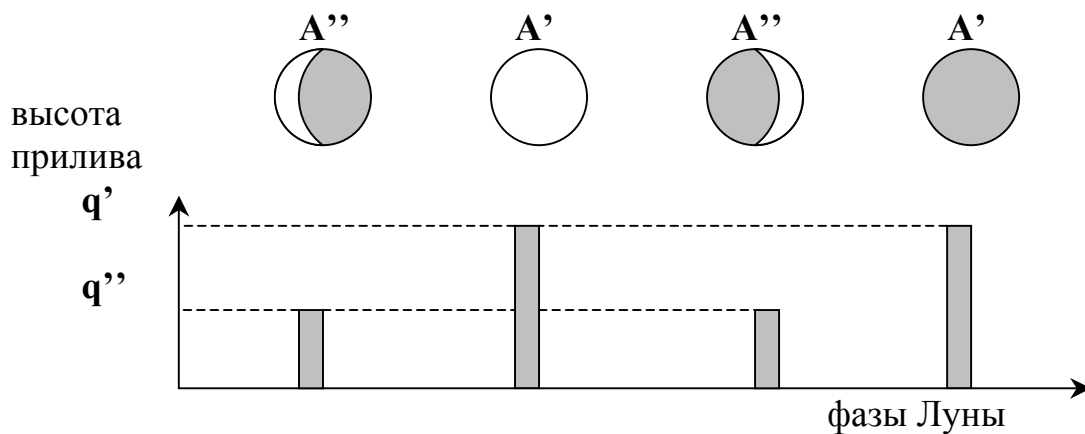
Примером применения этого метода являются исследования причины выпадения обильной росы на некоторых предметах. Вначале удалось экспериментально отделить те предметы, на которых обильно выпадала роса, от всех остальных. А затем удалось установить, что общим обстоятельством, которое было присуще всем первым предметам и отсутствовало у всех остальных, являлась быстрая скорость охлаждения поверхности. (Бочаров В.А., Маркин В.И. Основы логики. – М., 1994. С. 241).

Наиболее распространенным и наиболее значимым методом установления причинных зависимостей является **метод сопутствующих изменений**. Его логическая схема такова:

- | | | |
|----|-------------------------------|-----------------------------------|
| 1. | $A', B, C - q'$. | } факты, отражающие изменения q |
| 2. | $A'', B, C - q''$. | |
| . | . | |
| . | . | |
| n. | $A^{n...}, B, C - q^{n...}$. | |

<u>Во всех данных случаях ($A^* \equiv q^*$)</u>	обобщение фактов
<u>Всякий раз ($A^* \equiv q^*$)</u>	индуктивное обобщение
$A \Rightarrow q$	утверждение о причинной связи по Df4

Пример. Долгое время замечали, что высота морских приливов и их периодичность связаны с изменениями положения Луны. Наибольшие приливы (q') бывают в дни полнолуний и новолуний, наименьшие (q'') – в дни, когда видимая поверхность Луны освещена ровно наполовину. Известно, что в дни полнолуния и новолуния Луна, Земля и Солнце располагаются практически на одной прямой (A'), а в дни, когда видна лишь половина лунного диска, линия Луна – Земля – Солнце образует угол 90° (A''). Отсюда астрономы сделали заключение о том, что изменение положения Луны относительно Земли и Солнца (A^*) вызывает изменение морских приливов и отливов (q^*). (Ивлев Ю.В. Логика для юристов. – М., 1996. С. 125)



Вывод, что A причина q , делается здесь на основе наблюдения одновременной модификации как обстоятельства A , так и следствия q

по их интенсивности (степени), что как раз и показывается знаком « \sim ». Интенсивность величины A измеряется в градусах угла, образуемого Луной, Землей и Солнцем. Интенсивность величины q – в метрах и сантиметрах, на которые изменяется уровень воды.

Упражнение 3. Определите, по какому методу установления причинных зависимостей сделаны заключения в следующих примерах:

а) *В течение месяца на склад имели доступ Иванов, Петров и Сидоров. Была обнаружена недостача товаров. В течение следующего месяца на склад имели доступ Иванов, Павлов и Федоров. Тоже была обнаружена недостача. Предположили, что кражи совершает Иванов.*

б) *С минимальными примесями углерода железо легко куется. При добавлении небольшого количества углерода железо (сталь) куется труднее, при большом добавлении углерода железо (чугун) иногда вообще не куется. Следовательно, увеличение количества углерода вызывает ухудшение ковкости железа.*

в) *Различные растения при обычных условиях имеют зеленую окраску. Изменяли химический состав почвы, влажность, температурный режим – они по-прежнему оставались зелеными. Но в тех же случаях при отсутствии солнечного света зеленая окраска пропадала. Сделали вывод о том, что причиной зеленой окраски растений является солнечный свет.*

г) *После банкета все его участники, кроме одного, поступили в больницу с симптомами тяжелого отравления. Единственный здоровый человек оказался вегетарианцем. Сделали вывод, что причиной отравления стало мясное блюдо, подававшееся на банкете.*

§3. Умозаключения по аналогии

Слово «аналогия» греческого происхождения. Его смысл может быть истолкован как «сходство объектов в каких-то признаках». **Умозаключением по аналогии** называется рассуждение, в котором из сходства двух предметов (систем предметов) в некоторых признаках делается вывод об их сходстве и в других признаках.

Если сравниваются отдельные предметы, переносимым признаком может быть наличие или отсутствие свойства. Такое рассуждение называют **аналогией свойств** и имеет следующую структуру:

- | | | | |
|------|----------------------------------------------------------|---|--------------------------------------------------------------|
| 1. | a есть P_1 и b есть P_1 | } | сравнение a и b по признакам P_1, \dots, P_n |
| 2. | a есть P_2 и b есть P_2 | | |
| . | | | |
| . | | | |
| . | | | |
| n. | <u>a есть P_n и b есть P_n</u> | | |
| | a \approx b | | заключение о подобии a и b |
| n+1. | <u>a есть Q</u> | | |
| | b есть Q | | перенос свойства Q |

Знак « \approx » – знак подобия (сходства). Утверждение о сходстве предметов **a** и **b** в признаках P_1, \dots, P_n позволяет исследователю предположить, что данные предметы должны быть подобны и в интересующем его свойстве **Q**, то есть перенести последнее с предмета **a** на предмет **b**.

Пример. После того, как на Солнце (**a**) при помощи спектрального анализа обнаружили новый химический элемент (**Q**), рассуждали так. Солнце (**a**) и Земля (**b**) сходны во многих признаках: они относятся к одной и той же планетарной системе (P_1), имеют сходный химический состав (P_2), и т.д.; следовательно, химический элемент, найденный на Солнце, должен быть и на Земле (**b**). Затем этот химический элемент был действительно найден на Земле и назван гелием. (Ивлев Ю.В. Логика для юристов. – М., 1996. С. 127)

Другой формой аналогии является *аналогия отношений*. Она представляет собой рассуждение, в котором сравниваются системы предметов $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ и $B = \{b_1, \dots, b_n\}$. Если сходство этих двух систем удастся обосновать, то делают вывод, что отношения между b_1, \dots, b_n подобны тем, которые имеют место между a_1, \dots, a_n . Схема этого рассуждения такова:

- | | | | |
|------|-------------------------------------------------------------|---|------------------------------------------------|
| 1. | A есть P_1 и B есть P_1 | } | сравнение A и B по признакам P_1, \dots, P_n |
| 2. | A есть P_2 и B есть P_2 | | |
| . | | | |
| . | | | |
| . | | | |
| n. | <u>A есть P_n и B есть P_n</u> | | |
| | $A \approx B$ | | заключение о подобии A и B |
| n+1. | <u>a_1, \dots, a_n находятся в отношении Q</u> | | |
| | b_1, \dots, b_n находятся в отношении Q | | перенос отношения Q |

Таким рассуждением пользовался, например, английский физик Э. Резерфорд, когда исследовал строение атома. На основании проведенных им экспериментов, Резерфорд установил целый ряд сходных отношений, существующих между электронами и атомным ядром, с одной стороны, и планетами и Солнцем – с другой. Исходя из этого, он сделал вывод о планетарном строении атомов, допустив, что электроны вращаются вокруг ядра по определенным орбитам наподобие того, как планеты вращаются вокруг Солнца. (Бочаров В.А., Маркин В.И. Основы логики. – М., 1994. С. 261).

Заключение, получаемое по аналогии, носит проблематический характер и является лишь вероятностным. С теоретической точки зрения это легко объяснить – ведь сравниваются различные предметы (системы предметов), а следовательно, они должны чем-то различаться. Поэтому, будучи сходны между собой по признакам P_1, \dots, P_n , они как раз могут различаться в отношении признака **Q**.

Чтобы гарантировать более высокую степень вероятности заключения, полученного по аналогии, необходимо учитывать какие-то дополнительные содержательные условия. По наличию или отсутствию этих дополнительных условий различают *научную* и *популярную аналогию*.

Популярная (нестрогая) аналогия строится без какого-либо систематического анализа и отбора тех свойств, по которым устанавливается подобие между двумя предметами. В популярной первое случайно встретившееся сходство между **a** и **b** служит уже основанием перенесения интересующего нас признака, то есть она осуществляется как попало.

Пример. В гробнице египетских фараонов была найдена проволока. На этом основании один египтолог высказал предположение, что в Древнем Египте был известен телеграф. Узнав об этом, другой «исследователь» заключил, что, поскольку в гробницах ассирийских царей никакой проволоки не найдено, в Древней Ассирии был уже известен беспроводный телеграф. (Ивин А.И. Логика. – М., 1999. С. 229.)

Очевидно, что наличие проволоки не может служить надежным основанием для утверждения, что древним египтянам, как и нам, был известен телеграф. Хотя это и редкий признак, присущий далеко не всем цивилизациям, но его одного еще не достаточно. Необходимо, по крайней мере, доказать, что египтяне знали электричество, умели им пользоваться, умели кодировать информацию в электрических импульсах и т.д. Тем более необоснованно утверждение второго исследователя, поскольку отсутствие проволоки вообще не является признаком, на основании которого можно установить сколько-нибудь существенное сходство.

Здравый смысл подсказывает, что рассуждения по аналогии должны подчиняться следующим принципам:

1) Нужно обнаружить как можно большее число общих признаков у сравниваемых предметов.

2) Общие признаки должны быть существенными для сравниваемых предметов.

3) Общие признаки должны быть по возможности отличительными для этих предметов.

4) Общие признаки должны характеризовать сравниваемые предметы с разных сторон.

5) Общие признаки должны быть тесно связаны с переносимым признаком.

Выполнение перечисленных требований повышает степень правдоподобности заключения, но не намного. Ведь объем, существенность, разнообразность, взаимосвязь выявляемых признаков определяются интуитивно, «на глазок».

Научная (строгая) аналогия всегда строится на основе некоторой теории, объясняющей сходство признаков P_1, \dots, P_n с переносимым признаком Q .

На строгой аналогии базируется *метод моделирования*. Прежде чем приступить к строительству дорогостоящего сооружения (самолета, гидроэлектростанции, корабля и т.д.), создают модель этого объекта и затем устанавливают различные свойства и отношения, присущие этой модели, которые далее по аналогии переносятся на оригинал. Конечно, не всегда модель полностью подобна моделируемому объекту, но все же методологическую значимость моделирования нельзя недооценивать.

Классическим примером такой недооценки является случай с английским броненосцем «Кептун», построенным в 1870 г. Инженер Рид доказал с помощью модели броненосца, что его конструкция несовершенна. Английское адмиралтейство не поверило этим выводам и отправило корабль в плавание. Он затонул, погибло 523 моряка. (Ивлев Ю.В. Логика для юристов. – М., 1996. С. 130)

Упражнение 4. Определите, насколько обоснованной является аналогия в следующих примерах:

а) В одном из сочинений Козьмы Пруткова приводится диалог: – «Сколько верст от Москвы до Рязани и обратно?» – «В один конец могу сказать, даже не справившись с календарем, но обратно не знаю.» – «Все отворачиваются в сторону и фыркают, издавая носом насмешливый звук. Говоривший обижается – «Могу вас уверить. Ведь от рождества до пасхи столько-то дней, а от пасхи до рождества столько-то, но не столько, сколько от рождества до пасхи».

б) Человек заходит в бар. Садится за столик, но не спешит делать заказ. Бармен подходит к нему и спрашивает: «Что бы вы хотели выпить?» – «Ничего. Я один раз попробовал спиртное – мне не понравилось». Вежливый бармен предлагает ему сигару. – «Спасибо, я не курю. Попробовал, но мне это не доставило удовольствия». – «Может вы присоединитесь к играющим в карты джентльменам за соседним столиком?» – не сдается бармен. – «Нет уж, увольте. Я не играю в карты. Один раз попробовал, но игра меня не увлекла. И вообще, если бы не обстоятельства, я бы не пошел в бар. Но мы договорились встретиться здесь с сыном.» – «Если я хоть что-нибудь понимаю в жизни, это – ваш единственный ребенок» – с уверенностью предположил бармен. (Ивин А.И. Логика. – М., 1999. С. 290.)

в) Отец в шутку спрашивает своего маленького сына: «Ты на ком женишься, когда вырастешь?» – «На бабушке». – «Как, ты собираешься жениться на моей маме?» – «Но ты ведь женился на моей!»

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

I. Предмет и основные понятия логики

Упражнение 2. (б) Ошибка возникает при сокращении на множитель $a - b$, равный нулю.

Упражнение 3. (а) Они подошли к реке с разных сторон; (б) Бухгалтер может быть женщиной.

Упражнение 4. (в) Такую кислоту не в чем было бы хранить; (д) Шурин – это брат жены.

Упражнение 5. Если зло существует, а бог об этом не знает, то он не всезнающий. Если он знает, но не может исправить, то он не всемогущий. Если может исправить, но не исправляет, то он не всеблагой.

II. Логика и язык

Упражнение 1. (а) Значение: (любой) квадрат. Смысл: «иметь прямые углы и равные диагонали». Знак непустой, описательный; (г) Значение: отсутствует. Смысл: «находиться на максимальном расстоянии от Солнечной системы». Знак пустой, описательный; (д) Значение: Евклид. Смысл не выражен явно в самом имени. Его нужно придать внешним образом – например, «основоположник геометрии». Знак непустой, неописательный.

Упражнение 2. (а) Нарушен принцип взаимозаменяемости. Термин «местоположение Трои» употребляется интенционально, его замена на равнозначное выражение «холм Гиссарлык» приводит здесь к ложному заключению; (б) Нарушен принцип предметности. В первой посылке говорится о союзе, во второй – о самом выражении «союз «и»»; (в) Нарушен принцип однозначности. Термин «движение» имеет два значения: движение атрибут материи, и движение как перемещение конкретного предмета в пространстве.

Упражнение 3. Здесь в скрытом виде присутствует парадокс лжеца. Два высказывания ссылаются друг на друга, так что фактически каждое из них утверждает собственную ложность.

Упражнение 4. (а) Можно сказать, например, «вы меня сварите». Это будет равнозначно утверждению «я лгу», то есть приведет к парадоксу; (б) «Ты съешь его»; (в) Чтобы его повесили.

III. Классическая логика высказываний

Упражнение 1. (а) $(s \& \neg p) \supset \neg r$; (б) $\neg(q \equiv p)$; (в) $(r \& \neg q) \vee (s \& \neg p)$; (г) $(q \& \neg p) \supset (\neg r \vee \neg s)$; (д) $\neg(s \supset p)$.

Упражнение 2. (а) логически случайная; (б) тождественно-истинная; (в) тождественно-ложная.

Упражнение 3. (а) Используется закон Клавия; (б) Используется закон исключенного третьего; (в) Нарушен закон непротиворечия; (г) Нарушен закон тождества.

Упражнение 4. (а) и (в), (д) – противоречие; (а), (в) и (б), (г) – противоположность; (б) и (г), (в) и (д) – эквивалентность.

Упражнение 5. Третий конверт.

Упражнение 6. (а) неправильное; (б) неправильное; (в) правильное.

Упражнение 9. (а) сложная конструктивная; (б) простая деструктивная; (в) простая конструктивная.

IV. Силлогистика

Упражнение 1. (а) $\neg PaS$; (б) $\sim SiM$; (в) $\sim Mo\sim P$.

Упражнение 2. Некоторые верующие не являются монахами ($S^- oP^+$) – истинно на схемах 2, 4, 5; Все монахи являются верующими ($P^+ aS^-$) – истинно на схемах 2, 3.

Упражнение 3. (а) контрадикторность; (б) первое подчиняется второму; (в) подчинение второго первому; (г) контрарность.

Упражнение 4. (а) «Некоторые верующие соблюдают пост» (ослабление), «Некоторые верующие не соблюдают пост» (отрицание); (б) «Некоторые четные числа не являются простыми» (ослабление), «Некоторые четные числа являются простыми» (отрицание).

Упражнение 5. (а) «Некоторые квадраты являются ромбами»; (б) не обращается.

Упражнение 6. (а) «Ни один знаменитый художник не является бездарным»; (б) «Некоторые дикари являются неграмотными».

Упражнение 7. (а) Обращение: отсутствует. Превращение: «Некоторые психически больные люди являются невменяемыми». Противопоставление субъекту: отсутствует. Противопоставление предикату: «Некоторые невменяемые люди являются психически больными». Противопоставление субъекту и предикату: «Некоторые невменяемые люди не являются психически здоровыми».

Упражнение 8. I(iii). Силлогизм неправильный – средний термин не распределен ни в одной из посылок.

Упражнение 9. Пропущенная посылка: «Все металлы являются твердыми веществами». Это утверждение ложно. Следовательно, энтимема некорректна.

Упражнение 10. (а) «Некоторые мои друзья не сумасшедшие»; (б) «У некоторых богачей отсутствует стыд»; (в) «Некоторых наших пациентов надо срочно выписать».

V. Понятие

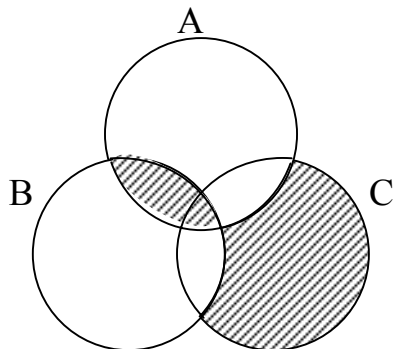
Упражнение 1. (в) «Прямоугольник, у которого все стороны равны». Род: прямоугольники. Видовое отличие: иметь равные стороны. Объем: множество всех квадратов. Элементы объема – отдельные квадраты.

Упражнение 2. (а) единичное; (б) пустое; (в) универсальное; (г) общее, неуниверсальное; (д) пустое; (е) единичное.

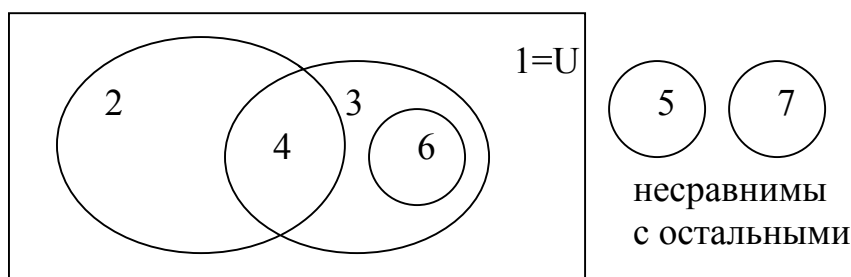
Упражнение 3. (а) конкретное, несобирательное; (б) конкретное, собирательное; (в) абстрактное, собирательное; (г) абстрактное, несобирательное.

Упражнение 4. (а) отрицательное, безотносительное; (б) положительное, относительное (соотносительное – синьор, сюзерен); (в) отрицательное, относительное (соотносительное – мачеха); (г) положительное, безотносительное.

Упражнение 5.



Упражнение 6.



Упражнение 7. Обобщение: «кенгуру» → «сумчатое австралийское млекопитающее» → «австралийское млекопитающее» → «австралийское животное» → «животное»

Упражнение 8. Эти имена можно поделить на 1) мужские и женские, 2) распространенные и редкие, 3) сказочные и реальные, 4) революционные и не революционные, 5) те, которые начинаются с гласной, и те, которые начинаются с согласной, и т.д.

Упражнение 9. (а) сбивчивое; (б) неполное; (в) перекрещивающееся; (г) меререологическое.

VI. Определение

Упражнение 1. (а) сравнение; (в) определение; (д) остенсивное определение; (е) сравнение.

Упражнение 3. (а) (1) Родитель x является его предком. (2) Для любого n верно, что если n – предок x, то его родитель тоже является предком x. (3) Никто другой не является предком x.

Упражнение 4. (а) целевое; (в) контекстуальное; (г) квалифицирующее; (е) целевое.

Упражнение 5. (а) семантически номинальное, прагматически реальное; (б) прагматически номинальное, (семантически, насколько я

могу судить, тоже); (в) прагматически номинальное, семантически реальное.

Упражнение 6. (а) слишком широкое; (б) перекрещивающееся; (в) «как попало»; (г) слишком узкое; (д) тавтологическое.

VII. Обобщающая индукция

Упражнение 1. (а) $P[(p \ \& \ q) / (q \supset p)] = 1/3$; (б) $P[((p \ \& \ q) \supset \neg r) / (r \supset (\neg p \ \& \ \neg q))] = 5/7$.

Упражнение 2. $s = 9$, $m = 7$. $P(SaP/MaP \ \& \ MaS) = 1/4$.

Упражнение 3. Пол каждого следующего ребенка никак не зависит от рожденных ранее детей. Если считать, что процент мальчиков и девочек при рождении одинаков, то оба вывода в одинаково правдоподобны.

Упражнение 4. Полная математическая индукция, заключение логически достоверно. Однако здесь есть нюанс психологического характера: сделав столь оптимистический вывод, узник перестал бояться казни и ждать предупреждения. Поэтому к нему могут прийти в любой день, и все условия будут соблюдены.

Упражнение 5. (а) Неполная эмпирическая индукция, хотя имеет вид математической. В действительности, формула $x = 4 - y$ (где x – порядковый номер начала термодинамики, а y – число его авторов) представляет собой лишь случайное эмпирическое совпадение. (б) Неполная эмпирическая индукция. Выборка слишком мала по объему и не репрезентативна.

Упражнение 6. (а) Выборка нерепрезентативна: мужчины ходят в магазины реже, чем женщины. Особенно в парфюмерные. Особенно в разгар рабочего дня; (б) Вывод необоснован. Сравнить надо не общее число ДТП, а их процент при обычной скорости и при скорости свыше 100 км/ч; (в) Вывод необоснован. Сравнить надо не количество раненых и невредимых, а количество выживших и погибших. Многие из тех, кто раньше бы погиб при попадании в голову, теперь выживали, хотя и получали ранения.

VIII. Исключающая индукция и аналогия

Упражнение 1. (а) необходимо, но недостаточно; (б) достаточно, но не необходимо; (в) необходимо, но недостаточно; (г) не необходимо и недостаточно; (д) необходимо и достаточно.

Упражнение 3. (а) метод единственного сходства; (б) метод сопутствующих изменений; (в) соединенный метод сходства и различия; (г) метод единственного различия.

Упражнение 4. (а) Аналогия популярная, вывод необоснован. Год цикличен, поэтому направление отсчета имеет значение. В пространстве же направление отсчета роли не играет; (б) Аналогия популярная, вывод мало обоснован и носит скорее иронический характер.